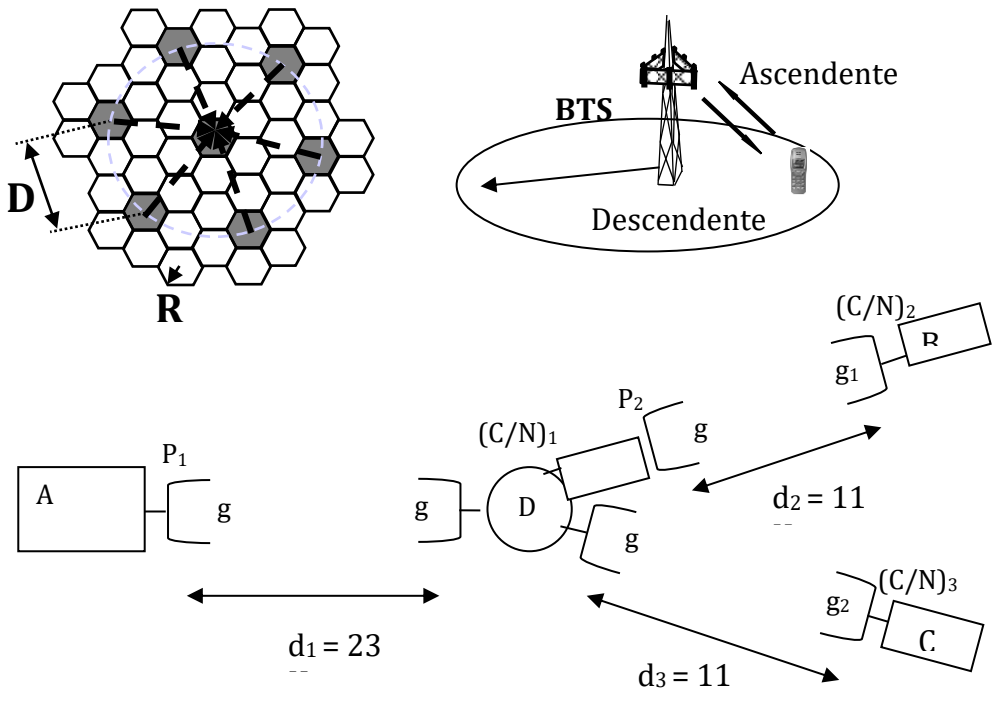


PROBLEMAS RESUELTOS DE SISTEMAS DE TELECOMUNICACIONES VOL. I



AUTORES

Leandro Juan Llácer

José María Molina García-Pardo

Juan Pascual García

José Víctor Rodríguez Rodríguez

Problemas resueltos de Sistemas de Telecomunicación (vol. I)

Leandro Juan Llácer
José María Molina García-Pardo
Juan Pascual García
José Víctor Rodríguez Rodríguez

Profesores del Departamento de Tecnologías
de la Información y las Comunicaciones (TIC)
Universidad Politécnica de Cartagena

Primera edición, 2017

© 2017, Leandro Juan Llácer, José María Molina García-Pardo,
Juan Pascual García, José Víctor Rodríguez Rodríguez
© 2017, Universidad Politécnica de Cartagena
CRAI Biblioteca
Plaza del Hospital, 1
30202 Cartagena
968325908
ediciones@upct.es



Todos los nombres propios de programas, sistemas operativos y equipos hardware que se referencian en este libro son marcas registradas de sus respectivas compañías u organizaciones.

Limitación de responsabilidades:

La información contenida en este libro ha sido exhaustivamente revisada. Sin embargo, ni la editorial ni los autores garantizan la exactitud o corrección de la información publicada. Por lo tanto, no serán responsables de cualquier error, omisión o daño ocasionados por el uso de esta información.

Primera edición, 2017

ISBN: 978-84-16325-34-4

© Imagen de la cubierta: Elaboración del autor

Queda rigurosamente prohibida, sin la autorización escrita de los titulares de la propiedad intelectual y de la Editorial, bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento

Índice

Prólogo.....	1
Niveles	3
Tráfico.....	14
Ruido	22
Medios de Transmisión por Línea	37
Comunicaciones Móviles	77
Radioenlaces.....	174
Problemas Generales	233
Anexo A: Tablas de Erlang-B.....	263
Anexo B: Tablas de Erlang-C.....	267

Prólogo

Los problemas que se presentan en este libro están relacionados con los sistemas y servicios de telecomunicación que se estudian en las Escuelas de Ingeniería de Telecomunicación. Todos los problemas se explican detalladamente, utilizando las fórmulas y figuras necesarias para ayudar a la comprensión de cada uno de ellos.

Esta colección de problemas se ha estructurado en las siguientes partes: Niveles, Tráfico, Ruido, Medios de transmisión en línea, Comunicaciones móviles y Radioenlaces. Esta lista se completa con un capítulo denominado Problemas Generales en el que se incorporan aquellos problemas más complejos que incluyen varias temáticas incluidas en los capítulos anteriores. En las dos primeras partes del libro se tratan materias básicas en el estudio de cualquier sistema de telecomunicaciones. Así, en la primera parte se hallan los problemas relacionados con la utilización de unidades y magnitudes en escala logarítmica. El manejo de estas unidades y magnitudes es fundamental para el diseño y comprensión de cualquier sistema de telecomunicaciones. En la segunda parte del libro se presentan los problemas relacionados con el estudio del tráfico de telecomunicaciones. Este estudio nos permitirá dimensionar de forma adecuada los servicios que se proporcionan en los sistemas de telecomunicación. Así, se aprende a calcular el número de canales necesario para satisfacer una cierta demanda de tráfico con una calidad predeterminada. Las dos siguientes partes del libro se refieren a aspectos más concretos de los sistemas de telecomunicaciones: en la tercera parte se hallan los problemas relacionados con el estudio y análisis del ruido en sistemas de telecomunicaciones y en la cuarta parte se encuentran problemas donde se calculan los parámetros primarios de un cable. Dichos parámetros son la resistencia, inductancia o capacitancia por unidad de longitud de un cable a partir de su geometría y de las características de los materiales que se han empleado en su fabricación (permitividad, conductividad, etc.), y se relacionan con los parámetros

secundarios (impedancia característica, atenuación,...) que son los que se suelen utilizar a la hora de planificar, por ejemplo, la instalación de un sistema de televisión por cable. En la quinta y sexta partes del libro se estudian dos sistemas reales de telecomunicaciones. La quinta parte se centra en la planificación de sistemas de comunicaciones móviles, y se revisan, por tanto, conceptos como el de la cobertura radioeléctrica y la planificación celular. En la sexta parte, se presentan problemas relacionados con las radiocomunicaciones punto a punto. Estos enlaces permiten en la actualidad la transmisión de gran volumen de datos entre dos puntos vía radio. Finalmente, en la séptima parte se encuentran los problemas cuya temática es general y no se ha podido asignar en los capítulos anteriores de forma única.

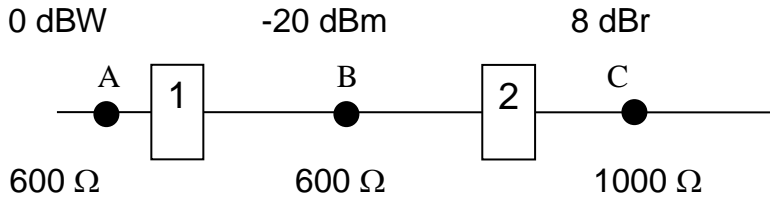
Los autores desean mostrar su agradecimiento a todos los alumnos que han contribuido a la mejora del presente volumen.

Los autores
Cartagena, Noviembre, 2017

Niveles

1

Sabiendo que el nivel de referencia del sistema son 0dBm0. ¿Cuál es el valor en dBu (referido a 0.775V) y dBV (referido a 1V) en cada punto? ¿Qué función tiene cada bloque?



Sabemos que en A tenemos 0 dBW, lo que equivale a 1 W, sobre 600Ω de impedancia tenemos una tensión de 24.5 V. Posteriormente aplicamos el nivel tanto en dBu como en dBV

$$0dBW = 1W \rightarrow V = \sqrt{P \cdot R} = \sqrt{1W \cdot 600\Omega} = 24.5 V$$

$$L(dBu) = 20 \log_{10} \left(\frac{24.5V}{0.775V} \right) = 30 dBu$$

$$L(dBV) = 20 \log_{10} \left(\frac{24.5V}{1V} \right) = 27.7815 dBV$$

En el punto B tenemos -20dBm. Lo más sencillo es que, como la impedancia de referencia es 600Ω, el nivel en dBu coincide con el nivel en dBm. Partiendo del nivel en dBu podemos calcular el voltaje asociado, de 0.0775V, y finalmente aplicando la expresión de dBV calculamos su nivel.

$$L(dBu) = L(dBm) = -20 \text{ dBu}$$

$$-20 \text{ dBu} = 20 \log_{10} \left(\frac{V}{0.775} \right) \rightarrow V = 0.0775 \text{ V}$$

$$L(dBV) = 20 \log_{10} \left(\frac{0.0775 \text{ V}}{1 \text{ V}} \right) = -22.21 \text{ dBV}$$

Finalmente en el punto C tenemos 8 dBr. Sabiendo el nivel de referencia (0 dBm0), obtenemos el nivel absoluto, 8 dBm. Y de la definición de dBm el nivel en Vatios, y con la impedancia los voltios. Ahora, como en el punto A, calculamos de forma sencilla los niveles tanto en dBu como en dBV.

$$L(dBm) = 0 \text{ dBm0} + 8 \text{ dBr} = 8 \text{ dBm}$$

$$8 \text{ dBm} = 10 \log_{10} \left(\frac{P}{1 \text{ mW}} \right) \rightarrow P = 6.3 \text{ mW}$$

$$V = \sqrt{6.3 \cdot 10^{-3} \text{ W} \cdot 1000 \Omega} = 2.5119 \text{ V}$$

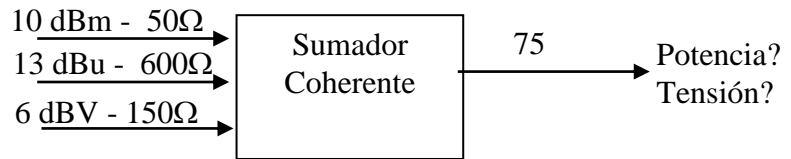
$$L(dBu) = 20 \log_{10} \left(\frac{2.5119 \text{ V}}{0.775 \text{ V}} \right) = 10.2140 \text{ dBu}$$

$$L(dBV) = 20 \log_{10} \left(\frac{2.5119 \text{ V}}{1 \text{ V}} \right) = 8 \text{ dBV}$$

Para saber la función que tiene cada bloque podemos comparar los niveles en dBm. Vemos que el primer elemento atenúa 50 dB y otro que amplifica 28 dB.

2

Calcular la potencia y la tensión a la salida suponiendo que el dispositivo suma coherentemente (tensiones) cada una de las entradas. Exprese el resultado en unidades logarítmicas (dBm, dBu y dBV).



A partir de las unidades, pasamos todas ellas a voltios y a vatios utilizando la impedancia.

$$10 \text{ dBm} = 0.01\text{W} = 0.7071 \text{ V (} 50 \Omega \text{)}$$

$$13 \text{ dBu} = 3.4618\text{V} = 0.02 \text{ W (} 600 \Omega \text{)}$$

$$6 \text{ dBV} = 2\text{V} = 0.0267 \text{ W (} 150 \Omega \text{)}$$

Como la suma es coherente, sumamos todas las tensiones, y ahora lo expresamos en las unidades requeridas.

$$V_T = 0.7071 + 3.4618 + 2 = 6.1689\text{V} = 0.5074\text{W (} 75\Omega \text{)}$$

$$10 \log_{10} (0.5074 \text{ W}) + 30 = 27 \text{ dBm}$$

$$20 \log_{10} (6.1689 \text{ V}) = 15.8 \text{ dBV}$$

$$20 \log_{10} \left(\frac{6.1689 \text{ V}}{0.775\text{V}} \right) = 18.02 \text{ dBu}$$

En el caso de una suma no coherente, sumaríamos todas las potencias.

3

Una instalación de antena colectiva se compone básicamente de antenas, amplificadores, derivadores, distribuidores, cables, conectores y tomas de usuario. Se desea realizar un análisis de una de estas instalaciones (ver figura). Para ello, se conocen los siguientes datos de los equipos utilizados:

- Amplificador de banda ancha de ganancia 30 dB.
- Derivador de clase 1: atenuación de paso de 1.9 dB y atenuación de derivación de 17 dB.
- Derivador de clase 2: atenuación de paso de 1.3 dB y atenuación de derivación de 14 dB.
- Distribuidores de cuatro salidas con una atenuación de 5dB en cada salida.
- Cables de atenuación 0.167 dB/m.
- Atenuación por toma de usuario 1 dB
- Conectores ideales.

a.- Calcular las atenuaciones (expresadas en dB) de cada uno de los cables que intervienen en la instalación.

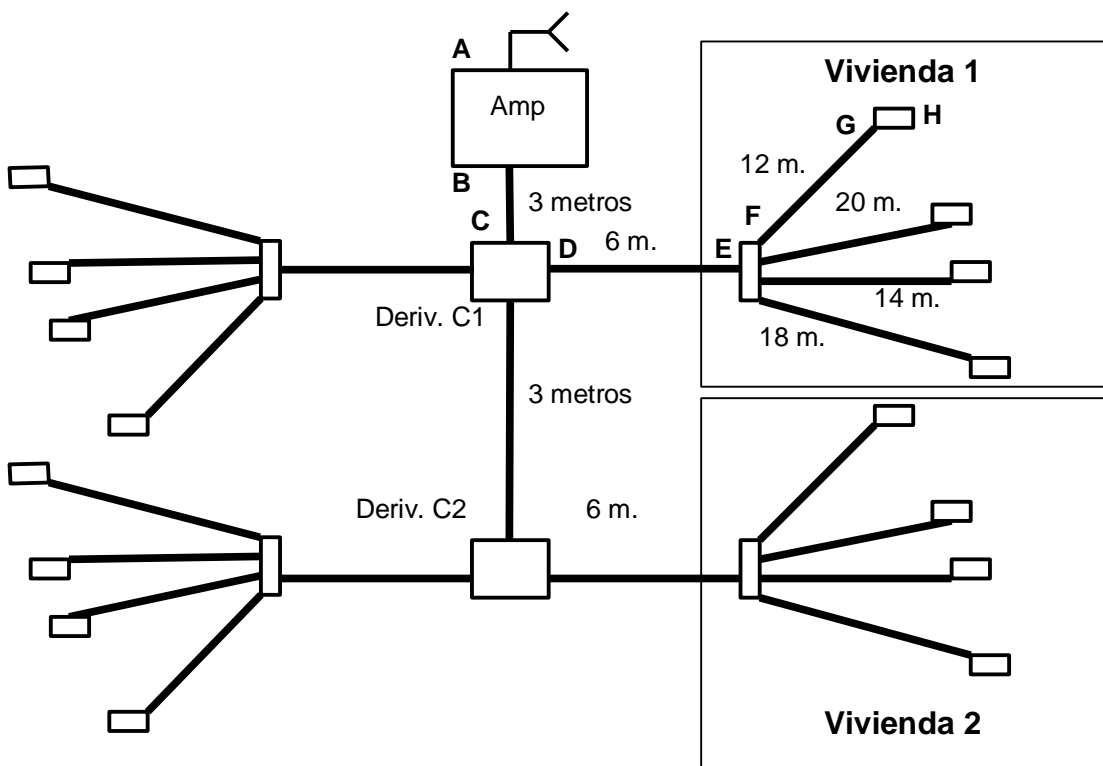
Si el nivel de señal a la entrada del amplificador (punto A) es de 62 dB μ V

b.- ¿Cuál es nivel de señal (en dB μ V) en cada una de las tomas de usuario de las viviendas 1 y 2?

c.- Si se define como nivel de referencia el $\text{dB}_{\mu\text{V}0}$ y se sitúa en el punto A, dibujar el hipsograma indicando los valores absolutos (en $\text{dB}_{\mu\text{V}}$) y relativos (dBr) en los puntos A, B, C, D, E, F, G y H.

d.- Si el nivel de señal a la entrada del amplificador (punto A) decrece en 20dB, ¿decrecerían en la misma proporción los valores absolutos y/o los valores relativos? Razone la respuesta.

e.- Repetir el apartado b, si se intercambia el derivador de clase 1 con el derivador de clase 2. Desde el punto de vista de calidad de la señal a la entrada del receptor (mayor calidad con mayor nivel de señal) en la toma de usuario ¿Cuál de las dos soluciones parece más adecuada la del apartado b o la del apartado e?





a.- Como conocemos la atenuación del cable expresada en dB/metro, es suficiente con multiplicar ésta por la longitud de cada cable.

$$\text{Cable B-C: } 0.167 \text{ dB / m} \cdot 3 \text{ m} = 0.501 \text{ dB}$$

$$\text{Cable D-E: } 0.167 \text{ dB / m} \cdot 6 \text{ m} = 1.002 \text{ dB}$$

$$\text{Cable F-G}_1: 0.167 \text{ dB / m} \cdot 12 \text{ m} = 2.004 \text{ dB}$$

$$\text{Cable F-G}_2: 0.167 \text{ dB / m} \cdot 20 \text{ m} = 3.34 \text{ dB}$$

$$\text{Cable F-G}_3: 0.167 \text{ dB / m} \cdot 14 \text{ m} = 2.338 \text{ dB}$$

$$\text{Cable F-G}_4: 0.167 \text{ dB / m} \cdot 18 \text{ m} = 3.006 \text{ dB}$$

$$\text{Cable de C}_1 \text{ a C}_2: 0.167 \text{ dB / m} \cdot 3 \text{ m} = 0.501 \text{ dB}$$

$$\text{Cable de C}_2 \text{ a vivienda 2: } 0.167 \text{ dB / m} \cdot 6 \text{ m} = 1.002 \text{ dB}$$

Los cables de la vivienda 2 suponemos iguales a los de la vivienda 1.

b.- Calculamos el nivel de señal en el punto E:

$$A = 62 \text{ dB} \mu\text{V}$$

$$B = 62 \text{ dB} \mu\text{V} + 30 \text{ dB} = 92 \text{ dB} \mu\text{V}, \text{ salida del amplificador}$$

$$C = 92 \text{ dB} \mu\text{V} - 0.501 \text{ dB} = 91.5 \text{ dB} \mu\text{V}, \text{ Entrada al derivador}$$

(atenuación por cable).

$$D = 91.5 \text{ dB} \mu\text{V} - 17 \text{ dB} = 74.5 \text{ dB} \mu\text{V}, \text{ Salida por derivación}$$

del derivador

$E = 74.5 \text{ dB}_{\mu V} - 1 \text{ dB} = 73.5 \text{ dB}_{\mu V}$, Entrada al distribuidor
(atenuación por cable).

En la **Vivienda 1**:

A la salida del distribuidor, en el punto

$$F = 73.5 \text{ dB}_{\mu V} - 5 \text{ dB} = 68.5 \text{ dB}_{\mu V}$$

y para cada usuario:

Usuario 1:

$$68.5 \text{ dB}_{\mu V} - \text{atenuacion cable} - \text{atenuacion toma de usuario} \\ 68.5 \text{ dB}_{\mu V} - 2 \text{ dB} - 1 \text{ dB} = 65.5 \text{ dB}_{\mu V}$$

$$\text{Usuario 2: } 68.5 \text{ dB}_{\mu V} - 3.34 \text{ dB} - 1 \text{ dB} = 64.16 \text{ dB}_{\mu V}$$

$$\text{Usuario 3: } 68.5 \text{ dB}_{\mu V} - 2.338 \text{ dB} - 1 \text{ dB} = 65.162 \text{ dB}_{\mu V}$$

$$\text{Usuario 4: } 68.5 \text{ dB}_{\mu V} - 3 \text{ dB} - 1 \text{ dB} = 64.5 \text{ dB}_{\mu V}$$

Para la **Vivienda 2**:

A la salida de derivador C₁:

$$C - 1.9 \text{ dB} = 91.5 \text{ dB}_{\mu V} - 1.9 \text{ dB} = 89.6 \text{ dB}_{\mu V}$$

$$\text{A la Entrada a C2: } 89.6 \text{ dB}_{\mu V} - 0.501 \text{ dB} = 89.1 \text{ dB}_{\mu V}$$

$$\text{A la Salida a C2: } 89.1 \text{ dB}_{\mu V} - 14 \text{ dB} = 75.1 \text{ dB}_{\mu V}$$

$$\text{A la Entrada al distribuidor: } 75.1 \text{ dB}_{\mu V} - 1 \text{ dB} = 74.1 \text{ dB}_{\mu V}$$

$$\text{Y a la Salida del distribuidor: } 74.1 \text{ dB}_{\mu V} - 5 \text{ dB} = 69.1 \text{ dB}_{\mu V}$$

En cada toma de usuario:

Usuario 1:

$69.1 \text{ dB}_{\mu V}$ – atenuacion cable – atenuacion toma de usuario

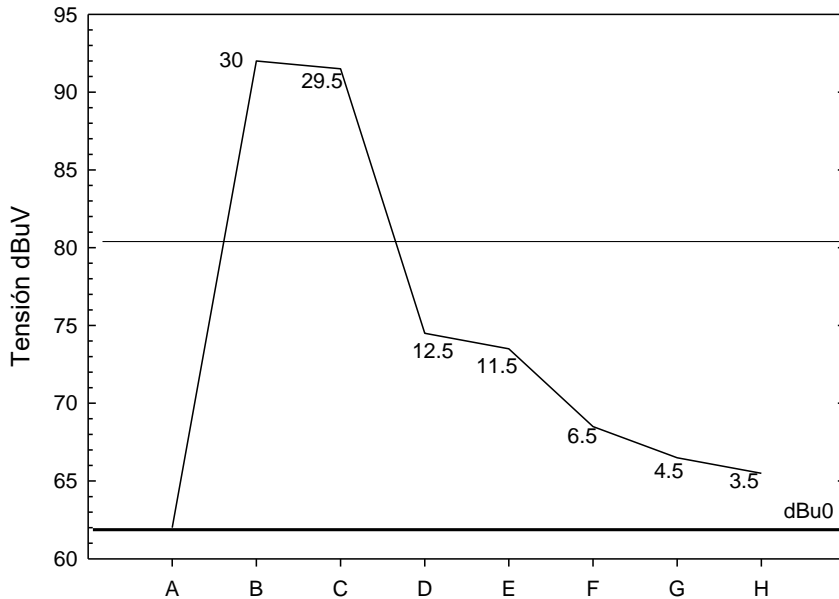
$$69.1 \text{ dB}_{\mu V} - 2 \text{ dB} - 1 \text{ dB} = 66.1 \text{ dB}_{\mu V}$$

Usuario 2: $69.1 \text{ dB}_{\mu V} - 3.34 \text{ dB} - 1 \text{ dB} = 64.76 \text{ dB}_{\mu V}$

Usuario 3: $69.1 \text{ dB}_{\mu V} - 2.338 \text{ dB} - 1 \text{ dB} = 65.762 \text{ dB}_{\mu V}$

Usuario 4: $69.1 \text{ dB}_{\mu V} - 3 \text{ dB} - 1 \text{ dB} = 65.1 \text{ dB}_{\mu V}$

c.- A continuación se muestra el hiposagrama:



d.- El nivel en el punto A pasa a ser $42 \text{ dB}_{\mu V}$. Este decremento de 20 dB , se traduce en un decremento igual en los valores absolutos en $\text{dB}_{\mu V}$ en cada punto.

No sucede así con los dBr, ya que las proporciones se mantienen y la diferencia entre cada punto y la referencia no varía. El hipsograma quedaría igual pero con los niveles en dB μ V más bajos (20 dB más bajos).

e.- Hasta el punto C los niveles se mantienen.

$$A = 62 \text{ dB } \mu\text{V}$$

$$B = 62 \text{ dB } \mu\text{V} + 30 \text{ dB} = 92 \text{ dB } \mu\text{V} , \text{ salida del amplificador}$$

$$C = 92 \text{ dB } \mu\text{V} - 0.501 \text{ dB} = 91.5 \text{ dB } \mu\text{V} , \text{ Entrada al derivador}$$

(atenuación por cable).

$$D = 91.5 \text{ dB } \mu\text{V} - 14 \text{ dB} = 77.5 \text{ dB } \mu\text{V} , \text{ Salida por derivación}$$

del derivador

$$E = 77.5 \text{ dB } \mu\text{V} - 1 \text{ dB} = 76.5 \text{ dB } \mu\text{V} , \text{ Entrada al distribuidor}$$

(atenuación por cable).

$$F = 76.5 \text{ dB } \mu\text{V} - 5 \text{ dB} = 71.5 \text{ dB } \mu\text{V} , \text{ Salida del distribuidor}$$

Para los usuarios de la **Vivienda 1**:

Usuario 1:

$$71.5 \text{ dB } \mu\text{V} - \text{atenuacion cable} - \text{atenuacion toma de usuario}$$

$$71.5 \text{ dB } \mu\text{V} - 2 \text{ dB} - 1 \text{ dB} = 68.5 \text{ dB } \mu\text{V}$$

$$\text{Usuario 2: } 71.5 \text{ dB } \mu\text{V} - 3.34 \text{ dB} - 1 \text{ dB} = 67.16 \text{ dB } \mu\text{V}$$

$$\text{Usuario 3: } 71.5 \text{ dB } \mu\text{V} - 2.338 \text{ dB} - 1 \text{ dB} = 68.162 \text{ dB } \mu\text{V}$$

$$\text{Usuario 4: } 71.5 \text{ dB } \mu\text{V} - 3 \text{ dB} - 1 \text{ dB} = 67.5 \text{ dB } \mu\text{V}$$

Para la **Vivienda 2**:

A la salida de derivador C₁:

$$C - 1.3 \text{ dB} = 91.5 \text{ dB}_{\mu\text{V}} - 1.3 \text{ dB} = 90.2 \text{ dB}_{\mu\text{V}}$$

A la entrada a C₂: $90.2 \text{ dB}_{\mu\text{V}} - 0.5 \text{ dB} = 89.7 \text{ dB}_{\mu\text{V}}$

A la salida a C₂: $89.7 \text{ dB}_{\mu\text{V}} - 17 \text{ dB} = 72.7 \text{ dB}_{\mu\text{V}}$

A la entrada al distribuidor: $72.7 \text{ dB}_{\mu\text{V}} - 1 \text{ dB} = 71.7 \text{ dB}_{\mu\text{V}}$

Y a la salida al distribuidor: $71.7 \text{ dB}_{\mu\text{V}} - 5 \text{ dB} = 66.7 \text{ dB}_{\mu\text{V}}$

Para los usuarios:

Usuario 1:

$$66.7 \text{ dB}_{\mu\text{V}} - \text{atenuacion cable} - \text{atenuacion toma de usuario} \\ 66.7 \text{ dB}_{\mu\text{V}} - 2 \text{ dB} - 1 \text{ dB} = 63.7 \text{ dB}_{\mu\text{V}}$$

Usuario 2: $66.7 \text{ dB}_{\mu\text{V}} - 3.34 \text{ dB} - 1 \text{ dB} = 62.36 \text{ dB}_{\mu\text{V}}$

Usuario 3: $66.7 \text{ dB}_{\mu\text{V}} - 2.338 \text{ dB} - 1 \text{ dB} = 63.362 \text{ dB}_{\mu\text{V}}$

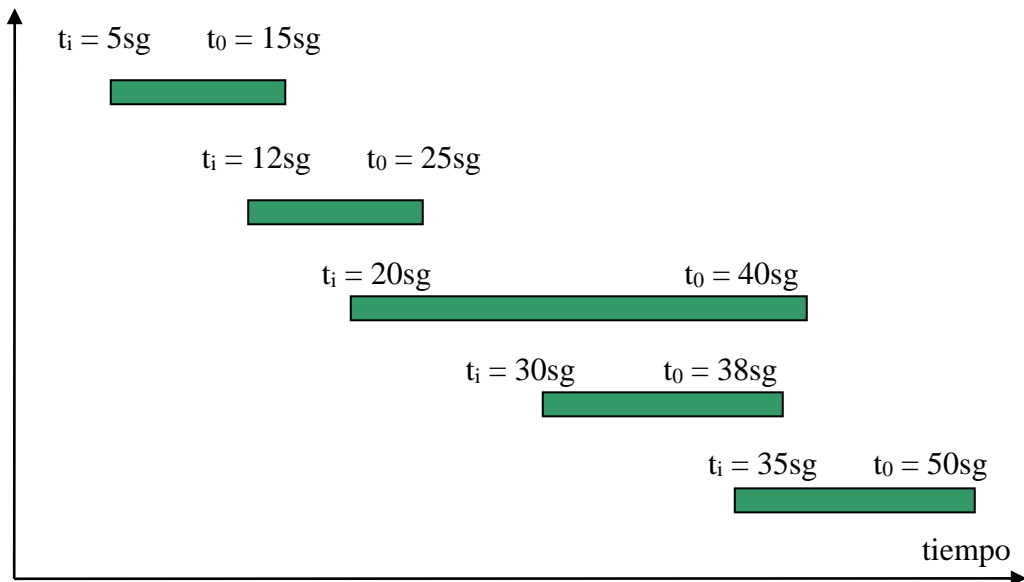
Usuario 4: $66.7 \text{ dB}_{\mu\text{V}} - 3 \text{ dB} - 1 \text{ dB} = 62.7 \text{ dB}_{\mu\text{V}}$

Parece más adecuada la solución del *apartado b* ya que los niveles de señal de la vivienda 1 se diferencian de los niveles de la vivienda 2 en aproximadamente 0.5 dB, mientras que en el *apartado e*, la diferencia está en torno a 5 dB. En el primer caso, el que una vivienda del mismo tipo (misma distribución de tomas de usuario) esté situada en una planta superior o inferior no tiene prácticamente influencia en el nivel de señal recibido en la toma de usuario.

Tráfico

1

Observamos durante un minuto el tráfico telefónico generado por una serie de usuarios y vemos que se generan las siguientes llamadas con la duración indicada. Con estos datos, ¿cuál sería el tráfico ofrecido en Erlangs? ¿Y el número medio de líneas ocupadas?



Del diagrama temporal, la duración media de las llamadas es:

$$\frac{10 + 13 + 20 + 8 + 15}{5} = 13.2 \text{sg} = \frac{1}{\mu}$$

El tiempo medio entre llamadas es:

$$\frac{5+7+8+10+5}{5} = 7 \text{ sg} = \frac{1}{\lambda}$$

Así que utilizando el tiempo medio entre llamadas en la definición de tráfico ofrecido, se obtiene:

$$A = \frac{\lambda}{\mu} = 1.8857 E$$

Si calculamos el número medio de llamadas por segundo obtenemos

$$\lambda = \frac{5 \text{ llamadas}}{60 \text{ segundos}} = 0.0833 \text{ llamadas/s}$$

Si utilizamos este valor en la ecuación de tráfico ofrecido obtenemos:

$$A = \frac{\lambda}{\mu} = 1.1 E$$

Como se aprecia, este valor no coincide con el valor obtenido cuando empleábamos el tiempo medio entre llegadas. La razón radica en que tenemos muy pocas llamadas, es decir, tenemos muy pocas muestras del proceso aleatorio por lo que la inversa del tiempo medio entre llamadas (llegadas) no es igual al número medio de llamadas por unidad de tiempo.

O dicho de otra forma, para que la relación anterior se cumpla, tanto λ como μ tienen que seguir una distribución exponencial negativa, y con tan pocas muestras no lo siguen. Sin embargo, para tiempos de observación más grandes sí se cumple.

Si una línea es ocupada el 100% del tiempo entonces el tráfico es de 1 Erlang. Así, podemos decir que, del número total de líneas del sistema, existen 1.8857 (o 1.1 si tomamos el segundo valor) líneas ocupadas por segundo, es decir, durante todo el tiempo 1.8857 (o 1.1) líneas estarían ocupadas.

2

Un enlace entre dos estaciones base ha transportado 50 llamadas durante la hora cargada. El volumen de tráfico cursado por dichos enlaces ha sido de 2 horas. ¿Cuál es la duración media de las llamadas? ¿Cuál es la intensidad de tráfico cursado? ¿Cuántos canales disponía el enlace si está diseñado para funcionar con una probabilidad de bloqueo del 10%?



El canal ha estado ocupado el equivalente a 2 horas, o lo que es lo mismo 2 Erlangs. Para calcular la duración media de las llamadas, como sabemos cuál ha sido la ocupación total por esas 50 llamadas simplemente tenemos que dividir.

$$\text{Duracion Media} = 2 / 50 = 2.4 \text{ min}$$

La intensidad de tráfico coincide por definición con el volumen de tráfico cursado, o sea que tenemos 2 Erlangs

Ahora vamos a suponer que tenemos un cierto bloqueo, con lo cual tenemos que utilizar la aproximación de Erlang. Mirando en la tabla una probabilidad de bloqueo del 10%, para 2 E tenemos que necesitamos 4 canales.

3

Un sistema de comunicaciones de 10 canales opera bajo un sistema de espera con una probabilidad de que una llamada esté siendo servida de 95%.

a.- Si se produce una avería en dos de los 10 canales, ¿Cuál es la nueva probabilidad de que una llamada esté siendo servida?

b.- ¿Qué porcentaje de llamadas retardadas esperan más de dos veces la duración media de una llamada H? Suponga el caso inicial de los 10 canales.

c.- Si $H = 30$ seg, ¿Cuál es el tiempo medio de espera para las llamadas que esperan y para cualquier llamada?



a.- En un sistema con espera, si observamos las tablas de Erlang C tenemos que con 10 canales y con una probabilidad de espera del 5% el tráfico ofrecido sería de:

$$\left. \begin{array}{l} 10 \text{ canales} \\ 5\% \end{array} \right\} \rightarrow 5.2547E$$

Si ahora se estropean dos canales, nos quedan 8, así que fijando esta vez el tráfico anterior la probabilidad de bloqueo sería:

$$\left. \begin{array}{l} 8 \text{ canales} \\ 5.2547E \end{array} \right\} \rightarrow P_c > 20\%$$

b.- La distribución de llamadas sigue una exponencial negativa. Su integral entre dos veces la duración media (H) e infinito nos dará lo que nos están pidiendo.

$$P(w > 2H) = \exp(-(10 - 5.2847)2H / H) = 0.0079\%$$

c.-Sustituyendo en la expresión de tiempo medio de espera obtenemos el tiempo medio de espera para las llamadas que esperan

$$\bar{W} = \frac{H}{N - A} = 6.3623$$

Y como no todas las llamadas esperan, sino aquellas que han sido encoladas, si multiplicamos por la probabilidad de que una llamada entre en cola, obtendremos lo que nos pide el enunciado.

$$\bar{W} = C(N, A) \frac{H}{N - A} = 0.3181$$

4

Un conjunto de líneas telefónicas ha cursado 1310 llamadas durante la hora cargada. El volumen de tráfico total cursado por dicho grupo ha sido de 2 días ininterrumpidos. Calcule:

- Duración media de las llamadas (expresada en minutos).
- Intensidad de tráfico cursado.
- ¿Cuántos enlaces debe tener el grupo para que en cada enlace el tráfico cursado sea no inferior a 0.95 E.
- ¿Cuántos enlaces debe tener el grupo para que la probabilidad de bloqueo sea inferior al 2%?
- Compare la situaciones c) y d)



- Sabemos que 1310 llamadas han tenido ocupado durante dos días completos. Entonces la duración media de esas llamadas será expresando los dos días en minutos:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{2 \cdot 60 \cdot 24}{1310} = 2.1985 \text{ min}$$

- La intensidad de tráfico cursado será la ocupación de dos líneas durante dos días completos, o lo que es lo mismo:

$$\text{Intensidad} = 2 \cdot 24 = 48 \text{ Erlangs}$$

- El número de enlaces, que deben soportar 48 Erlangs sabiendo que cada uno no debe superar los 0.95€ será de:

$$C \leq \frac{48}{0.95} = 50.5263 \text{ Erlangs}$$

Lo que quiere decir 50, ya que buscamos el menor entero.

d) Buscamos en las Tablas de Erlang-B, para un tráfico de 48Erlangs, y una probabilidad del 2% y obtenemos 59 canales.

	0.5%	1%	1.5%	2%	2.5%	3%	5%	7.5%	10%	15%	20%
58	42.9883	45.1289	46.5898	47.7539	48.7500	49.6328	52.5508	55.5430	58.2266	63.3047	68.4180
59	43.8711	46.0391	47.5195	48.6992	49.7070	50.6016	53.5586	56.5898	59.3125	64.4648	69.6602

e) En d) tenemos mejor servicio. Tenemos 59 canales que soportarán los 48 E con una probabilidad inferior al 2%. En el caso de c), tenemos 50 canales y para soportar un tráfico de 48 Erlangs

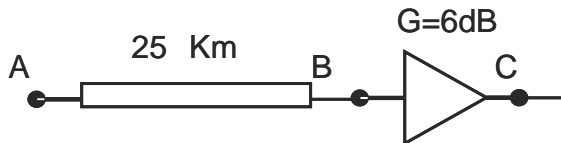
	0.5%	1%	1.5%	2%	2.5%	3%	5%	7.5%	10%	15%	20%
50	35.9805	37.9004	39.2109	40.2539	41.1406	41.9297	44.5313	47.1836	49.5586	54.0273	58.5078

Que según vemos tendremos una probabilidad de bloque entre el 7.5% y el 10%.

Ruido

1

La siguiente figura muestra un conjunto cable más amplificador al que se le inyecta una potencia de 10 dBm. Vamos a suponer que el ruido térmico es aditivo (en potencia) con el ruido de intermodulación de tercer orden, permitiendo el cálculo de un parámetro que llamaremos $C/(N+I)$. Calcule este parámetro en el punto C si en A, la temperatura equivalente de ruido es de 20 °C y el sistema trabaja a una ancho de banda de 20 KHz.



Datos: Atenuación del cable 0.1 dB/Km. Factor de ruido de amplificador 5dB. M_3 para el amplificador es de -85 dB. ¿A qué conclusión llega con el parámetro $C/(N+I)$?



Vamos a calcular lo primero de todo el ruido en A. Para ello partimos de la temperatura equivalente a la entrada:

$$t_{eq} = 293^{\circ} K$$

$$n_A = kt_{eq}b = 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 293 \cdot 20 \cdot 10^3 = 8.09 \cdot 10^{-17} W = -130.91 dBm$$

El ruido a la salida será igual al ruido a la entrada multiplicado por el factor de ruido de todo el sistema, y multiplicado por el factor de ruido en lineal. Calculamos el factor de ruido

$$\text{Atenuacion} = 25 km \cdot 0.1 dB / km = 2.5 dB$$

$$f = 10^{0.25} + \frac{10^{0.5} - 1}{1/10^{0.25}} = 5.6234 = 7.5 dB$$

Y de esa forma el ruido a la salida es de:

$$N_C = -130.91 \text{ dBm} + 7.5 \text{ dB} - 2.5 \text{ dB} + 6 \text{ dB} = -119.91 \text{ dBm}$$

La potencia útil a la salida del amplificador nos vale para aplicar la expresión de la intermodulación de tercer orden.

$$P_C = 10 \text{ dBm} - 2.5 \text{ dB} + 6 = 13.5 \text{ dBm}$$

$$P_{IC} = -85 \text{ dB} + 3 \cdot 13.5 \text{ dBm} + 20 \log_{10} 3 = -35 \text{ dBm}$$

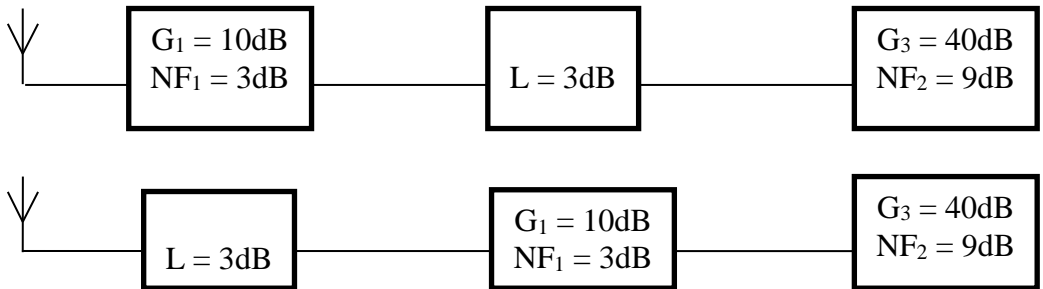
Vemos que el ruido de intermodulación es mucho mayor que el térmico, así que despreciamos este último y calculamos la relación portadora interferencia.

$$\frac{C}{(N+I)} \approx C/I = 13.5 \text{ dBm} - (-35 \text{ dBm}) = 48.5 \text{ dB}$$

Se puede hacer la suma, pero siempre en lineal para ambos ruidos. Se deja esto al alumno como ejercicio.

2

Calcular el factor de ruido total F y el ruido a la salida de los siguientes receptores, suponiendo en todos los casos que $T_a = 20^\circ\text{C}$, y un ancho de banda equivalente de ruido de 25 MHz



¿Qué orden crees que es más adecuado en un receptor?



Lo primero de todo es pasar a unidades lineales cada una de las ganancias y factores de ruido.

$$g_1 = 10^{10/10}, f_1 = 10^{3/10}, g_c = 10^{-3/10}, f_c = 10^{3/10}, g_3 = 10^{40/10}, f_3 = 10^{9/10}$$

Ahora podemos calcular el factor de ruido equivalente en cada caso:

$$f_{\text{Equ_Caso_A}} = f_1 + \frac{(f_c - 1)}{g_1} + \frac{(f_3 - 1)}{g_1 \cdot g_c} = 3.4802 (5.4 \text{ dB})$$

$$f_{\text{Equ_Caso_B}} = f_c + \frac{(f_1 - 1)}{g_c} + \frac{(f_3 - 1)}{g_1 \cdot g_c} = 5.3664 (7.3 \text{ dB})$$

Ahora calculamos el ruido a la salida de cada caso

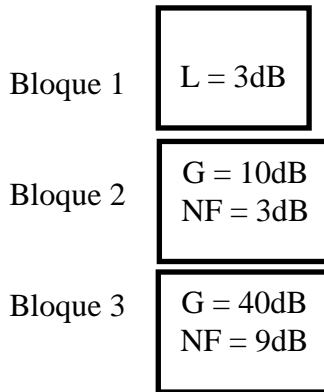
$$\begin{aligned} N_{\text{Caso}_A} &= 10\log_{10}\left(1.38 \cdot 10^{-23} \cdot t_0 \cdot 25 \cdot 10^6 \cdot f_{\text{Equ}_\text{Caso}_A}\right) + 10\log_{10}\left(g_1 \cdot g_c \cdot g_3\right) + 30 \\ &= -47.54 \text{ dBm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{\text{Caso}_B} &= 10\log_{10}\left(1.38 \cdot 10^{-23} \cdot t_0 \cdot 25 \cdot 10^6 \cdot f_{\text{Equ}_\text{Caso}_B}\right) + 10\log_{10}\left(g_1 \cdot g_c \cdot g_3\right) + 30 \\ &= -45.66 \text{ dBm} \end{aligned}$$

El primer esquema es el mejor orden ya que reduce el ruido, dado que en general hay que poner como primer elemento el de menor factor de ruido y con una ganancia elevada.

3

Dados los siguientes bloques:



Proponga el orden de los mismos que minimice el factor de ruido total. Con esa configuración, si en la entrada la $T_a = 25^\circ\text{C}$, y el ancho de banda equivalente de ruido es de 25 MHz.
¿Cuál es el ruido a la salida?



Lo primero de todo es ordenar los datos de los tres bloques

$$g_1 = 10^{-3/10}, f_1 = 10^{3/10}, g_2 = 10^{10/10}, f_2 = 10^{3/10}, g_3 = 10^{40/10}, f_3 = 10^{9/10}$$

$$t_0 = 273 + 25 = 298 \text{ K}$$

Sabemos que el primer bloque debe de ser el de menor figura de ruido, con una ganancia suficiente como para poder reducir el ruido de los siguientes elementos. Supondremos inicialmente que el tercer bloque va en segundo lugar.

$$f_{\text{Equ_Caso_2-1-3}} = f_2 + \frac{(f_1 - 1)}{g_2} + \frac{(f_3 - 1)}{g_2 \cdot g_1} = 3.4802 (5.42 \text{ dB})$$

Ahora invertimos los dos últimos

$$f_{\text{Equ_Caso_2-3-1}} = f_2 + \frac{(f_3 - 1)}{g_2} + \frac{(f_1 - 1)}{g_2 \cdot g_3} = 2.6896(4.2 \text{ dB})$$

El segundo de los casos tiene una figura de ruido inferior. Si hubiéramos puesto el bloque 3 el primero hubiera tenido una figura de ruido mínima de 9dB, mientras que si ponemos un elemento pasivo (bloque 1) en primer lugar, como tiene una ganancia negativa habría empeorado notablemente la figura de ruido total.

Vamos a calcular el ruido en ambos casos:

$$N_{\text{Caso_2-1-3}} = 10 \log_{10} (1.38 \cdot 10^{-23} \cdot t_0 \cdot 25 \cdot 10^6 \cdot f_{\text{Equ_Caso_2-1-3}}) \\ + 10 \log_{10} (g_1 \cdot g_2 \cdot g_3) + 30 = -47.5 \text{ dBm}$$

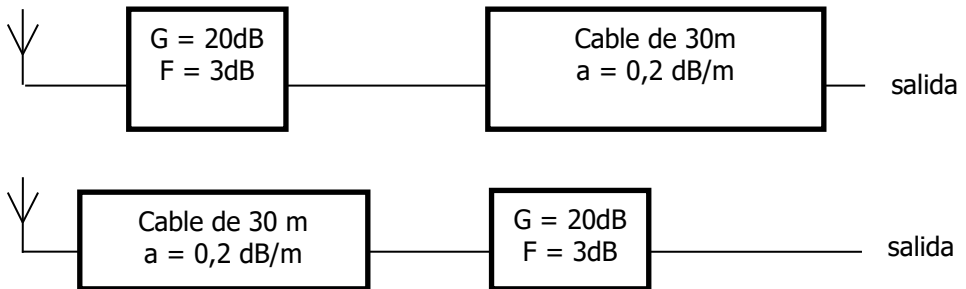
$$N_{\text{Caso_2-3-1}} = 10 \log_{10} (1.38 \cdot 10^{-23} \cdot t_0 \cdot 25 \cdot 10^6 \cdot f_{\text{Equ_Caso_2-3-1}}) \\ + 10 \log_{10} (g_1 \cdot g_2 \cdot g_3) + 30 = -48.6 \text{ dBm}$$

Observamos que la potencia de ruido menor corresponde al caso segundo, con menos de 1 dB de ruido.

4

Calcular el factor de ruido total F (en dB), la ganancia (en dB) y la potencia de ruido (en dBW) a la salida de los siguientes receptores, asumiendo que $T_a = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ y un ancho de banda equivalente de ruido de 30 MHz.

Constante de Boltzmann: $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ W/Hz / K}$



¿Qué orden piensa que es el más adecuado? Razone la respuesta en función de los resultados obtenidos.



Factor de ruido (dB), ganancia (dB), y potencia de ruido (dB) en el primer esquema.

El factor de ruido se calcula con la fórmula de Friis:

$$f_{eq} = f + \frac{f_{cable} - 1}{g}$$

Según los datos obtenemos:

$$F = 3dB \rightarrow f = 10^{3/10} = 1.995$$

$$G = 20dB \rightarrow g = 10^{20/10} = 100$$

$$F_{cable} = 0.2 \cdot 30 = 6dB \rightarrow f_{cable} = 10^{6/10} = 3.981$$

Sustituyendo los valores:

$$f_{eq} = f + \frac{f_{cable} - 1}{g} = 1.995 + \frac{3.981 - 1}{100} = 2.025 \rightarrow F_{eq} = 3.06 \text{ dB}$$

La ganancia es:

$$G_{total} = G - \text{atenuación}(dB) = 20 - 6 = 14 \text{ dB}$$

El ruido a la salida se calcula a partir del ruido de entrada:

$$\begin{aligned} n_{entrada} &= K \cdot T_a \cdot B_T = 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot (25 + 273) \cdot 30 \cdot 10^6 \\ &= 1.233 \cdot 10^{-13} \text{ W} \rightarrow N_{entrada} = -129.08 \text{ dBW} \end{aligned}$$

El ruido a la salida es:

$$N_{salida} = N_{entrada} + F_{eq} + G_{total} = -129.08 \text{ dBW} + 3.06 \text{ dB} + 14 \text{ dB} = -112.02 \text{ dBW}$$

En el segundo esquema obtenemos:

$$f_{eq} = f_{cable} + \frac{f - 1}{g_{cable}}$$

La ganancia del cable es la inversa de la atenuación:

$$g_{cable} = \frac{1}{\text{atenuación cable}} = \frac{1}{3.981} = 0.251$$

Así se obtiene:

$$f_{eq} = 3.981 + \frac{1.995 - 1}{0.251} = 7.945 \rightarrow F_{eq} = 9 \text{ dB}$$

La ganancia es de nuevo:

$$G_{total} = -\text{atenuación}(dB) + G = -6 + 20 = 14 \text{ dB}$$

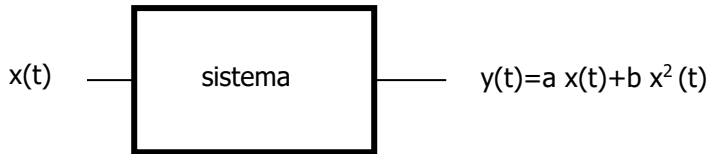
El ruido a la salida es ahora:

$$N_{salida} = N_{entrada} + F_{eq} + G_{total} = -129.08 \text{ dBW} + 9 \text{ dB} + 14 \text{ dB} = -106.08 \text{ dBW}$$

El peor esquema es aquel que presente una figura de ruido mayor ya que la ganancia total es la misma en los dos casos. El esquema que posea una figura de ruido mayor obtendrá un nivel de ruido a la salida mayor. El factor de ruido predominante es el del componente que se encuentre en primer lugar. En nuestro caso, el primer esquema es mejor que el segundo. En el primer esquema se coloca delante el amplificador que posee una figura de ruido menor. En cambio, en el segundo esquema se coloca primero el cable que posee una figura de ruido mayor.

5

Si $x(t) = \cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)$, identifique los armónicos y productos de intermodulación indicando el orden, para el siguiente sistema:



La entrada del sistema es $x(t) = \cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)$ y la salida es $y(t) = ax(t) + bx^2(t)$.
Si desarrollamos la salida se obtiene:

$$\begin{aligned} y(t) &= a(\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t) + b(\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t)^2 = \\ &= a \cos \omega_1 t + a \cos \omega_2 t + b \cos^2 \omega_1 t + b \cos^2 \omega_2 t + 2b \cos \omega_1 t \cos \omega_2 t \\ &= a \cos \omega_1 t + a \cos \omega_2 t + b \left(\frac{1 + \cos 2\omega_1 t}{2} \right) + b \left(\frac{1 + \cos 2\omega_2 t}{2} \right) + 2b \cos \omega_1 t \cos \omega_2 t \end{aligned}$$

Como:

$$2 \cos \omega_1 t \cos \omega_2 t = \cos(\omega_1 t + \omega_2 t) + \cos(\omega_1 t - \omega_2 t)$$

Se obtiene finalmente:

$$\begin{aligned} y(t) &= a \cos \omega_1 t + a \cos \omega_2 t \\ &\quad + b \left(\frac{1 + \cos 2\omega_1 t}{2} \right) + b \left(\frac{1 + \cos 2\omega_2 t}{2} \right) \\ &\quad + b \cos(\omega_1 t + \omega_2 t) + b \cos(\omega_1 t - \omega_2 t) \end{aligned}$$

Por lo tanto aparecen:

- Dos armónicos fundamentales correspondientes a los términos con frecuencias ω_1 y ω_2 .
- Dos términos fruto del producto de intermodulación con frecuencias $(\omega_1+\omega_2)$ y $(\omega_1-\omega_2)$.
- Dos armónicos secundarios con frecuencias $2\omega_1$ y $2\omega_2$.

6

Tenemos un sistema de comunicaciones que consta de tres bloques:

- a) Cable de 20 metros con una atenuación de 7dB
- b) Amplificador de 20 dB con una figura de ruido de 3 dB
- c) Amplificador de 30 dB con una figura de ruido de 6 dB

¿Cuál es el orden más adecuado para minimizar el ruido en la salida? ¿Cuál es la ganancia global del sistema? ¿Y el factor de ruido? Suponiendo que $T_a = 25 \text{ }^\circ\text{C}$, y un ancho de banda equivalente de ruido de 25 MHz, calcule el ruido a la salida.



Se calculan en lineal las ganancias y factores de ruido de todos los elementos

$$\text{Cable: } f = 5, g = 1 / 5;$$

$$\text{Amplificador 1: } f_1 = 2; g_1 = 100$$

$$\text{Amplificador 2: } f_2 = 4; g_2 = 1000$$

Se hacen todas las combinaciones, y la más baja es: amplificador 1, amplificador 2 y luego el cable. Siempre se pone el primero el de menor factor de ruido que tenga una ganancia razonable.

$$f = 2 + \frac{4-1}{100} + \frac{5-1}{100 \cdot 1000} = 2.03$$

En dB tenemos una ganancia de poco más de 3dB, que en ningún caso hubiéramos obtenido con ninguno de los otros dos elementos. El ruido finalmente es:

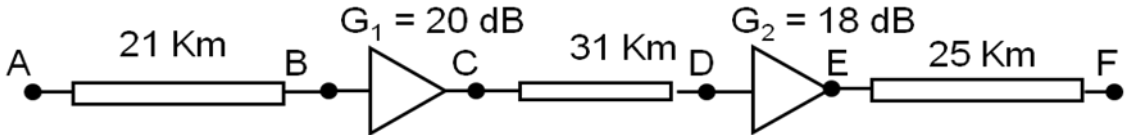
$$N = ktbfg = 1.38 \cdot 10^{-23} (273 + 25) \cdot 25 \cdot 10^6 \cdot 2.03 \cdot 20000 = 4.17 \cdot 10^{-9} W$$

$$N = -83.79 \text{ dBW}$$

$$g = g_1 g_2 g_3 = 20000$$

7

A continuación se presenta un enlace compuesto por tres tramos de cable y dos amplificadores, que presenta ruido de intermodulación.



$$\alpha = 0,046 \text{ Np/Km}$$

$$M_{2,1} = -45 \text{ dB (Coeficiente Modulación segundo orden del amplificador 1)}$$

$$M_{3,2} = -55 \text{ dB (Coeficiente Modulación tercer orden del amplificador 2)}$$

$$P_A = -10 \text{ dBm}$$

Calcular S/N_i en F, considerando ruido de intermodulación de segundo y tercer orden suponiendo que son aditivos en potencia



Calculamos las atenuaciones de cada tramo

$$\text{Tramo 21km} = 8.4 \text{ dB}$$

$$\text{Tramo 31km} = 12.4 \text{ dB}$$

$$\text{Tramo 25km} = 10 \text{ dB}$$

La potencia en el punto C, punto de salida del primer amplificador será:

$$\text{Potencia en C} = -10 - 8.4 + 20 = 1.6 \text{ dBm}$$

Y la potencia de ruido de intermodulación de orden 2 en C

$$P_{I2}(\text{dBm}) = -45 \text{ dB} + 2 \cdot (1.6 \text{ dBm}) + 6 \text{ dB} = -35.8 \text{ dBm}$$

Y trasladamos esta potencia de ruido a E

$$P_{I2_E} = -35.8 - 12.4 + 18 = -30.2 \text{ dBm}$$

La potencia útil en en E = $1.6 - 12.4 + 18 = 7.2\text{dBm}$

Esta potencia genera un ruido de intermodulación de tercer orden en E

$$P_{I_3}(\text{dBm}) = -55 \text{ dB} + 3 \cdot (7.2 \text{ dBm}) + 9.54 \text{ dB} = -23.86 \text{ dBm}$$

Sumamos en lineal las dos potencias de intermodulación

La de segundo orden $9.54 \cdot 10^{-4} \text{ mW}$,

La de tercer orden 0.0041 mW

Y da -22.95dBm

Es decir, que la $(S/N_i)_E$ será de

$$7.2 + 22.95 = 30.15 \text{ dB}$$

Lo he calculado en E por comodidad, pero se podía haber calculado en F

$$\begin{aligned} S_F &= -2.8 \text{ dBm} \\ N_{i,F} &= -32.95 \text{ dBm} \\ (S/N_i)_F &= 30.2 \text{ dB} \end{aligned}$$

El resultado es similar.

Medios de Transmisión por Línea

1

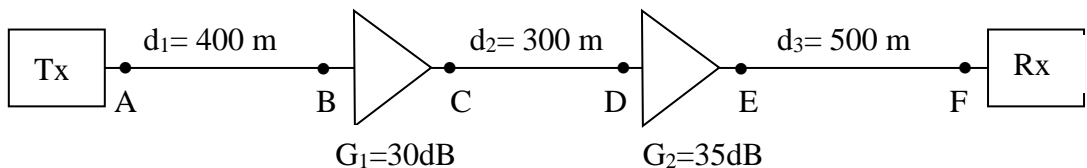
En un sistema de telecomunicación que opera en la banda de 860 MHz, el transmisor y el receptor se enlazan mediante cables coaxiales y amplificadores que introducen pérdidas y ganancias en los enlaces (ver figura). Con el fin de analizar el sistema desde el punto de vista de balance de potencias, se plantean las siguientes cuestiones:

a.- ¿Cuál es la permitividad relativa, la capacidad por unidad de longitud (en nF/km), la autoinducción por unidad de longitud (en mH/km) y la atenuación (en dB/km) del cable coaxial utilizado?

b.- Dibujar el hipsograma, indicando los niveles relativos de potencia (en dBr) si se toma como nivel de referencia (dBm0) la potencia a la salida del transmisor (punto A) o la potencia a la entrada del receptor (punto F).

c.- ¿Cuál es la potencia máxima de ruido a la entrada del receptor si se desea que la relación señal a ruido a la entrada de éste sea como mínimo de 20 dB?

d.- Si se plantea la posibilidad de aumentar la distancia d_2 , ¿Cuál debe ser la distancia máxima $d_2^{\text{máx}}$ para que el sistema funcione correctamente si la sensibilidad del receptor es de -106 dBm?



Otros datos:

La potencia a la salida del transmisor es de 10 W.

Los cables coaxiales utilizados tienen las siguientes características:

- Diámetro interior: 1.15 mm y diámetro exterior: 5 mm.

- Impedancia característica: 75Ω .
- Conductores de cobre: $\sigma_{Cu}=58.15 \times 10^6 \Omega^{-1}/m$.
- $\epsilon_0=8.84 \times 10^{-12} F/m$, $\mu_0=4\pi \times 10^{-7} H/m$.



a.- Este problema es de aplicación directa de la teoría de líneas sobre el cable coaxial. Como dato nos dan los parámetros físicos del cable y uno de los secundarios (Z_0), y a partir de ellos nos piden calcular los primarios y la atenuación. La impedancia de un cable coaxial depende exclusivamente del cociente entre los diámetros internos y externos (d_i y d_e), y de la permitividad relativa ϵ_r :

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{d_e}{d_i}$$

La permitividad relativa la calculamos despejando de la ecuación anterior:

$$\epsilon_r = \left(\frac{60}{Z_0} \ln \frac{d_e}{d_i} \right)^2 = \left(\frac{60}{75} \ln \frac{5}{1.15} \right)^2 = 1.38.$$

Los parámetros primarios los calcularemos mediante la aplicación directa de cada fórmula. Para la capacidad:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln \frac{d_e}{d_i}} = \frac{2\pi \cdot 8.84 \cdot 10^{-12} \cdot 1.38}{\ln \frac{5}{1.15}} = 5.22 \cdot 10^{-11} F / m$$

que, en nF/Km, tal y como pide el enunciado es:

$$C = 5.22 \cdot 10^{-11} F / m \frac{10^9 nF / F}{10^{-3} Km / m} = 52.19 nF / Km$$

La inductancia:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{d_e}{d_i}\right) = \frac{4\pi 10^7}{2\pi} \ln\frac{5}{1.15} = 2.94 \cdot 10^{-7} \text{ H / m}$$

y, de nuevo, cambiando las unidades a mH/Km:

$$L = 2.94 \cdot 10^{-7} \text{ H / m} \frac{10^3 \text{ mH / H}}{10^{-3} \text{ Km / m}} = 0.294 \text{ mH / Km}$$

La resistividad por unidad de longitud:

$$R = \frac{R_s}{\pi} \left(\frac{1}{d_e} + \frac{1}{d_i} \right) = \frac{7.65 \cdot 10^{-3} \Omega}{\pi} \left(\frac{1}{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}} + \frac{1}{1.15 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \right) = 2.6 \Omega / \text{m}$$

Donde R_s se ha calculado como:

$$R_s = \frac{1}{\sigma \delta} = \sqrt{\frac{\pi f \mu_0}{\sigma_c}} = \sqrt{\frac{\pi 860 \cdot 10^6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{58.15 \cdot 10^6}} = 7.65 \cdot 10^{-3} \Omega$$

Por último, calcularemos la atenuación del cable. Asumiremos que es válida la aproximación de alta frecuencia (luego habrá que comprobarlo). De esta forma:

$$\alpha = \alpha_c = \frac{R}{2Z_0} = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{2.6}{2} \sqrt{\frac{5.22 \cdot 10^{-11}}{2.94 \cdot 10^{-7}}} = 0.017 \text{ Np / m},$$

Expresada en dB/Km queda:

$$\alpha = 0.017 \text{ Np / m} \cdot 8.68 \text{ dB / Np} = 0.1476 \approx 0.15 \text{ dB / m} = 150 \text{ dB / Km}$$

Tenemos que comprobar que estamos en alta frecuencia, mediante el cociente:

$$\frac{R}{\omega L} = \frac{2.6}{2\pi 860 \cdot 10^6 \cdot 2.94 \cdot 10^{-7}} = 0.0016 < 0.4$$

Por tanto, es válida la aproximación que hemos hecho.

b.- Este apartado es un típico ejercicio de cálculo de niveles, y la forma más simple es ir calculando los niveles absolutos desde el transmisor al receptor, para más tarde calcular los relativos a partir del nivel de referencia. La potencia en A expresada en dBm queda:

$$P_A = 10 \log 10 + 30 = 10 \text{ dBW} + 30 = 40 \text{ dBm}$$

Y desde A hasta B tenemos un cable de atenuación calculada en el apartado anterior. La atenuación total la calculamos, multiplicando la atenuación por unidad de longitud (la hemos pasado a dB/m por simplicidad) por la distancia, que son 400 metros:

$$P_B = P_A - 0.151 \text{ dB} / \text{m} \cdot 400 \text{ m} = -20.4 \text{ dBm}$$

Del punto C al B tenemos un amplificador de ganancia 30 dB, que sumaremos a la potencia P_C :

$$P_C = P_B + 30 \text{ dB} = 9.6 \text{ dBm}$$

De nuevo tenemos un cable uniendo los puntos C y D, así que procedemos de la misma forma que antes:

$$P_D = P_C - 0.151 \text{ dB} / \text{m} \cdot 300 \text{ m} = -35.7 \text{ dBm}$$

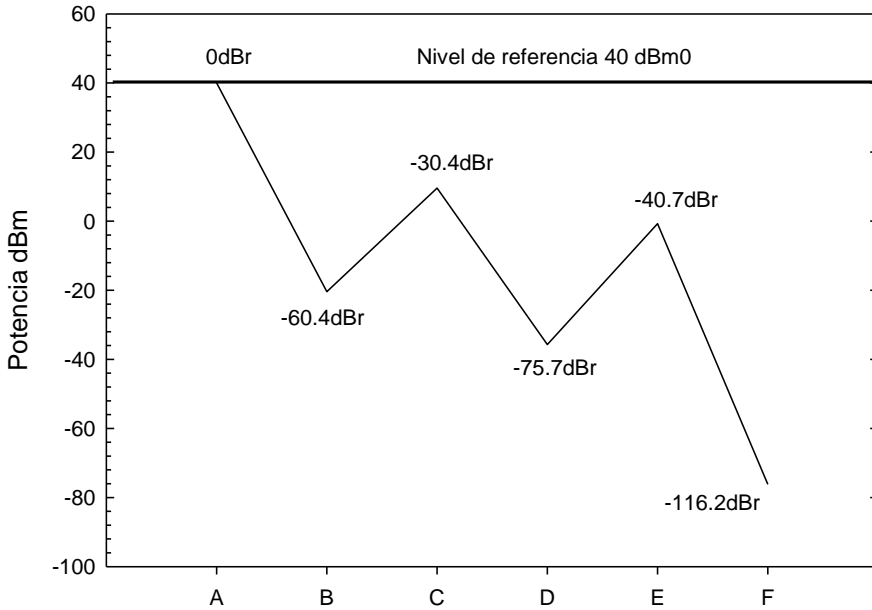
Ahora, sumamos los 35dB del amplificador siguiente:

$$P_E = P_D + 35 \text{ dB} = -0.7 \text{ dBm}$$

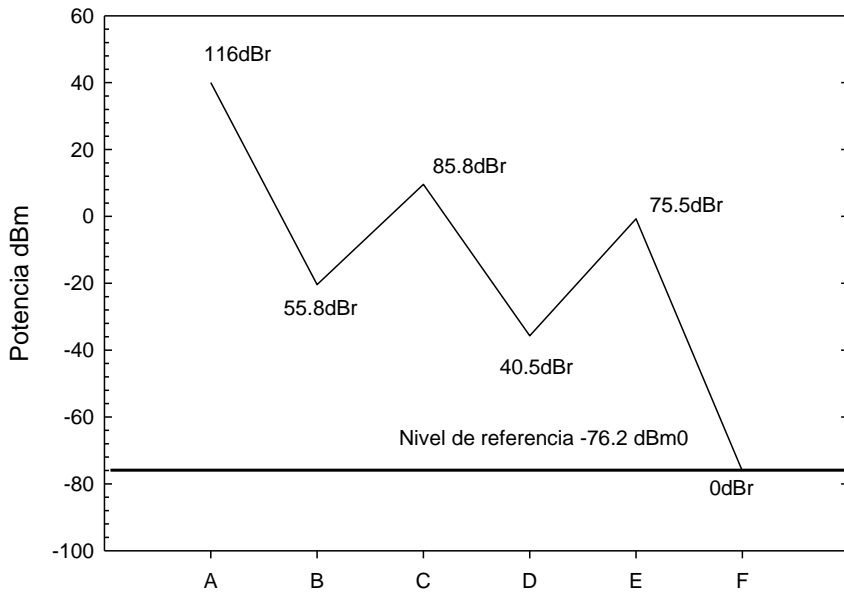
y restamos la atenuación del cable de 100 metros:

$$P_F = P_E - 0.151 \text{ dB} / \text{m} \cdot 500 \text{ m} = -76.2 \text{ dBm}$$

De manera que el hipsograma, si se toma como nivel de referencia el punto A, queda dibujado en la siguiente figura:



Si se toma como nivel de referencia el punto F:



Nótese que en ambos casos, los niveles de referencia se han marcado como líneas horizontales que pasan tanto por el punto A como por el punto F, como indicaba el enunciado. Los niveles relativos se han calculado como la resta entre los niveles absolutos y el nivel de referencia.

c.- La potencia recibida en el receptor es de -76.2 dBm , así que para una señal a ruido de 20 dB , el ruido debe estar 20 dB por debajo de la señal recibida. La potencia de ruido máxima debe valer:

$$P_{\text{ruido}} = P_F - \left(\frac{S}{N} \right)_F = -76.2 \text{ dBm} - 20 \text{ dB} = -96.2 \text{ dBm} .$$

d.- En este último punto se pide la longitud máxima del cable para que el receptor funcione con una sensibilidad de -106 dBm . Para ello el circuito permanecerá con los mismos valores que en los apartados anteriores excepto la distancia d_2 que es lo que nos están pidiendo.

La condición que debemos cumplir es que la potencia recibida en F sea mayor que la sensibilidad:

$$P_F \geq -106 \text{ dBm} .$$

Podemos calcular la potencia recibida en F tal y como lo hemos hecho anteriormente:

$$P_F = P_A - 0.151 \text{ dB} / m \cdot 400m + 30 \text{ dB} - 0.151 \text{ dB} / m \cdot d_2 + 35 \text{ dB} - 0.151 \text{ dB} / m \cdot 500m$$

Así que podemos despejar la distancia máxima d_2 .

$$d_2^{\text{max}} = \frac{-(-106 \text{ dBm}) + 40 \text{ dBm} - 60.4 \text{ dB} + 30 \text{ dB} + 35 \text{ dB} - 75.5 \text{ dB}}{0.151 \text{ dB} / m} = 497 \text{ m}$$

2

En un cable coaxial se ha medido la impedancia en cortocircuito $Z_{cc}=1057.66+j222.75$ ohmios y la impedancia en circuito abierto $Z_{ca}=5.09-j1.0719$ ohmios a la frecuencia $f=800$ MHz. Si la resistencia por unidad de longitud es $R = 4.35$ ohmios y la constante de propagación es $\gamma=0.029+j31.51$, calcular:

- a.-** La impedancia característica.
- b.-** La autoinducción y la capacidad por unidad de longitud.
- c.-** La relación entre el diámetro del conductor exterior y el diámetro del conductor interior.
- d.-** La permitividad relativa.



a.- De la teoría de líneas, es conocido que una manera de estimar la impedancia característica de un cable se puede hacer en el laboratorio tomando dos medidas muy sencillas. La primera, midiendo la impedancia de entrada al cable, cuando se cortocircuita la salida; dicha impedancia de entrada se le conoce como impedancia en cortocircuito Z_{cc} . La segunda, midiendo la impedancia de entrada si la salida se deja en circuito abierto; a dicha impedancia de entrada se le llama impedancia en circuito abierto Z_{ca} . De esta forma, la impedancia característica del cable se puede obtener sencillamente mediante la expresión:

$$Z_0 = \sqrt{Z_{ca} Z_{cc}}$$

Con los datos del enunciado obtenemos:

$$Z_0 = \sqrt{(1057.66 + j222.75)(5.09 - j1.0719)} \approx \sqrt{5383.4894 + 238.7657} = 75 \Omega$$

b.- Una posible forma de resolver este apartado, es partir de la constante compleja de propagación dada por el enunciado:

$$\gamma = 0.029 + j31.51$$

Asumiendo que estamos en alta frecuencia, esta constante debe ser igual a:

$$\gamma = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} + j\omega \sqrt{LC}.$$

Si igualamos las partes reales de las expresiones anteriores,

$$0.029 = \frac{4.35}{2} \sqrt{\frac{C}{L}},$$

podemos despejar el cociente entre C y L :

$$\frac{C}{L} = 1.78 \cdot 10^{-4}$$

Por otro lado, si igualamos las partes imaginarias:

$$31.51 = 2\pi 800 \cdot 10^6 \sqrt{LC},$$

despejamos el producto LC :

$$LC = 3.97 \cdot 10^{-17}.$$

Las ecuaciones anteriores forman un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, en el que las soluciones no pueden ser negativas, así que despejando:

$$C^2 = 6.99 \cdot 10^{-21} \Rightarrow C = 83.64 \text{ pF} / m$$

$$L^2 = 2.21 \cdot 10^{-13} \Rightarrow L = 0.4701 \text{ } \mu\text{H} / m$$

Ahora tenemos que comprobar que se cumple la condición de alta frecuencia, para que la aproximación sea correcta, es decir tenemos que comprobar que:

$$\frac{R}{\omega L} \stackrel{?}{\ll} 0.4$$

Sustituyendo obtenemos:

$$\frac{4.35}{2\pi \cdot 800 \cdot 10^6 \cdot 0.4701 \cdot 10^{-6}} \stackrel{?}{\ll} 0.4$$

$$\frac{4.35}{2363} = 0.0018 \ll 0.4$$

Efectivamente, las aproximaciones hechas son correctas. Debido al recorte del número de decimales, es posible que otras soluciones difieran ligeramente de los resultados mostrados en este libro.

c.- Ahora tenemos que calcular la relación entre el conductor exterior y el conductor interior. Lo hacemos a partir de la inducción por unidad de longitud, cuyo valor teórico para un coaxial es:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{d_e}{d_i}\right)$$

Despejando el cociente entre radios externos e interno:

$$\frac{d_e}{d_i} = e^{\frac{2\pi L}{\mu_0}} = e^{2.35} = 10.48$$

d.- El último apartado de este ejercicio es el cálculo de la permitividad relativa. Su cálculo es muy sencillo una vez resuelto el *apartado c*, ya que podemos utilizar tanto la impedancia característica como la capacidad. Comenzando por la impedancia característica, cuyo valor teórico para un coaxial es:

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln\left(\frac{d_e}{d_i}\right)$$

Entonces despejando ϵ_r y sustituyendo con los datos obtenidos:

$$\epsilon_r = \left(\frac{60 \ln \frac{d_e}{d_i}}{Z_0} \right)^2 = \left(\frac{60 \cdot \ln 10.48}{75} \right)^2 = 3.53$$

La otra forma de realizar este cálculo sería mediante la capacidad, cuyo valor teórico es:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln \frac{d_e}{d_i}}$$

Si despejamos la permitividad relativa:

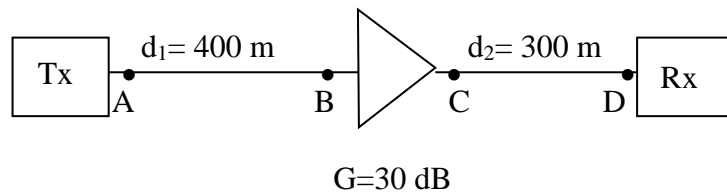
$$\epsilon_r = \frac{C \ln \frac{d_e}{d_i}}{2\pi\epsilon_0} = \frac{83.64 \cdot 10^{-12} \cdot 2.35}{2\pi 8.84 \cdot 10^{-12}} = 3.53$$

Obteniendo el mismo resultado.

3

En un sistema de telecomunicación que opera en la banda de 900MHz, se ha enlazado el transmisor y el receptor mediante un amplificador y dos tramos de cable coaxial. Para analizar el sistema, se plantean las siguientes cuestiones:

- a.- ¿Cuál es la relación entre el diámetro exterior e interior, la capacidad por unidad de longitud (en nF/km), la autoinducción por unidad de longitud (en mH/km) y la atenuación (en dB/km) del cable coaxial utilizado?
- b.- ¿Cuál debe ser la potencia mínima transmitida para que el sistema funcione correctamente, si la sensibilidad del receptor es de -106 dBm?
- c.- Dibujar el hipsograma, indicando los niveles relativos de potencia (en dBr) si se toma como nivel de referencia (dBm0) el punto A o B o C o D. ¿En qué casos coinciden los valores absolutos en dBr con la ganancia del amplificador? Razone la respuesta.
- d.- Si se desea que la relación señal a ruido a la entrada del receptor sea como mínimo de 20 dB y la potencia de ruido es de -86 dBm ¿Cuál debe ser en este caso la potencia mínima transmitida?



Otros datos: Los cables coaxiales utilizados tienen las siguientes características:

- Permitividad relativa: 2.3

- Impedancia característica: 75 ohmios.
- Conductores de cobre: $\sigma_{Cu}=58.15 \times 10^6 \Omega^{-1}/m$.
- $\epsilon_0=8.84 \times 10^{-12} F/m$.
- $\mu_0=4\pi \times 10^{-7} H/m$.
- Diámetro exterior: 5 mm



a.- Para calcular la relación entre el diámetro exterior (d_e) e interior (d_i), partiremos de la expresión de la impedancia característica, que depende también de la permitividad relativa ϵ_r :

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln\left(\frac{d_e}{d_i}\right)$$

De tal forma que despejando el cociente entre diámetros (adimensional):

$$\ln\left(\frac{d_e}{d_i}\right) = \frac{75\sqrt{\epsilon_r}}{60} = 1.89$$

$$\frac{d_e}{d_i} = e^{1.89} = 6.619$$

La capacidad de un cable coaxial viene dada por la expresión:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln\left(\frac{d_e}{d_i}\right)}$$

Con los datos del enunciado y, expresando el resultado en nF/Km, tenemos que:

$$C = \frac{2\pi \cdot 8.84 \cdot 10^{-12} \cdot 2.3}{1.89} \frac{10^9 nF / F}{10^{-3} Km / m} = 67.59 nF / Km$$

La inductancia por unidad de longitud de un cable coaxial se puede estimar mediante la siguiente expresión:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{d_e}{d_i}\right)$$

$$L = \frac{4\pi 10^{-7}}{2\pi} \cdot 1.89 \frac{10^3 \text{ mH} / \text{H}}{10^{-3} \text{ Km} / \text{m}} = 3.77 \cdot 10^{-1} \text{ mH} / \text{Km}$$

Para concluir este apartado, nos piden la atenuación del cable. Asumimos que podemos utilizar la aproximación de alta frecuencia, de tal forma que la atenuación vale:

$$\alpha = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Conocemos la capacidad y la inductancia por unidad de longitud, pero no la resistencia. Así que procederemos a calcularla utilizando:

$$R = \frac{R_s}{\pi} \left(\frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_e} \right) = \frac{\sqrt{\pi f \mu_0}}{\pi \sigma} \left(\frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_e} \right) = \frac{\sqrt{\pi 900 \cdot 10^6 \mu_0}}{\pi} \left(\frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_e} \right)$$

$$\frac{7.81 \cdot 10^{-3}}{\pi} \left(\frac{1}{0.75 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} \right) = 3.81 \Omega / \text{m}$$

donde d_e y d_i son los diámetros del conductor exterior y del conductor interior del cable, y se han obtenido mediante la relación de los diámetros previamente calculados, y sabiendo que el diámetro exterior según el enunciado vale 5 mm.

La atenuación podemos entonces calcularla como:

$$\alpha = \frac{3.81}{2} \sqrt{\frac{6.759 \cdot 10^{-11}}{3.77 \cdot 10^{-7}}} = 0.028 \text{ Np} / \text{m}$$

$$\alpha = 0.028 \text{ Np} / \text{m} \cdot 8.68 \text{ dB} / \text{Np} = 22.14 \text{ dB} / 100\text{m}$$

Por último falta comprobar la condición de alta frecuencia:

$$\frac{R}{\omega L} \ll 0.4$$

$$\frac{3.81}{2\pi 900 \cdot 10^6 3.77 \cdot 10^{-4}} = 1.78 \cdot 10^{-6} \ll 0.4$$

Con lo que si se cumple.

b.- La potencia recibida en D se calcula como:

$$P_D = P_A - A_1 + G - A_2 > -106 \text{ dBm}$$

y tiene que ser mayor que la sensibilidad, que vale -106dBm. Despejando P_A y sustituyendo:

$$P_A > -106 \text{ dBm} + A_1 - G + A_2$$

$$P_A > -106 \text{ dBm} + 400 \text{ m} \cdot 22.14 \text{ dB} / 100\text{m}$$

$$- 30 \text{ dB} + 300 \text{ m} \cdot 22.14\text{dB} / 100\text{m}$$

$$P_A > 19 \text{ dBm}$$

c.- Calcularemos la potencia en cada punto del circuito. La potencia en A ya la hemos obtenido, y la potencia en B será la de A menos las pérdidas del cable:

$$P_B = P_A - A_1 = 19 \text{ dBm} - 400 \text{ m} \cdot 0.2214\text{dB} / \text{m} = -69.5 \text{ dBm}$$

La potencia en C será la de B más la ganancia del amplificador:

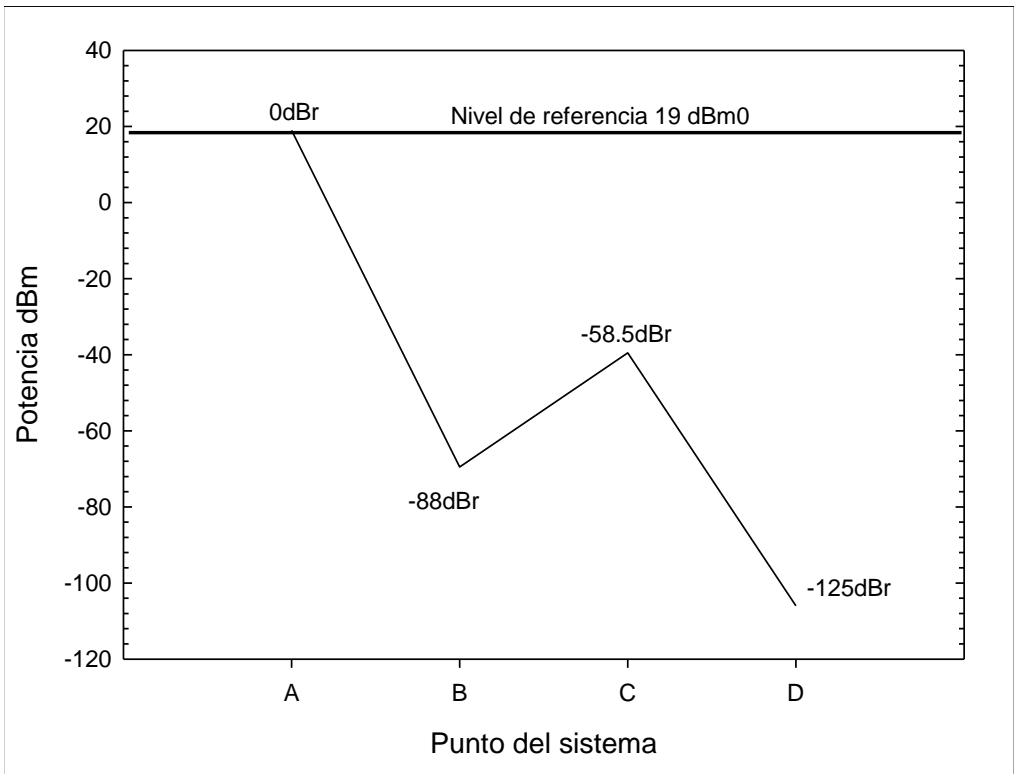
$$P_C = P_B + G_1 = -69.5 \text{ dBm} + 30 \text{ dB} = -39.5 \text{ dBm}$$

y la potencia de D se calcula de la misma manera:

$$P_D = P_C - A_2 = -39.5 \text{ dBm} - 300 \text{ m} \cdot 0.2214\text{dB} / \text{m} = -106 \text{ dBm}.$$

El hipsograma se construye colocando en el eje de abscisas los puntos del circuito, y en el de ordenada el nivel absoluto que tiene cada uno de ellos. Luego, con una línea horizontal marcaremos el nivel de referencia

del circuito, a partir del cual se miden los niveles relativos. En la siguiente figura se ha dibujado el hipsograma, tomando como nivel de referencia el punto A, es decir $L(dBm0) = 19 dBm0$.



Los niveles relativos los hemos calculado como:

$$L_A(dBr) = L_A(dBm) - L(dBm0) = 19 dBm - 19 dBm0 = 0 dBr$$

$$L_B(dBr) = L_B(dBm) - L(dBm0) = -69.5 dBm - 19 dBm0 = -88.5 dBr$$

$$L_C(dBr) = L_C(dBm) - L(dBm0) = -39.5 dBm - 19 dBm0 = -58.5 dBr$$

$$L_D(dBr) = L_D(dBm) - L(dBm0) = -106 dBm - 19 dBm0 = -125 dBr$$

Si tomamos como punto de referencia B, $L(dBm0) = -69.5dBm0$:

$$\begin{aligned}
L_A(dBr) &= L_A(dBm) - L(dBm0) = 19 \text{ dBm} - 69.5 \text{ dBm0} = 88.5 \text{ dBr} \\
L_B(dBr) &= L_B(dBm) - L(dBm0) = -69.5 \text{ dBm} - 69.5 \text{ dBm0} = 0 \text{ dBr} \\
L_C(dBr) &= L_C(dBm) - L(dBm0) = -39.5 \text{ dBm} - 69.5 \text{ dBm0} = 30 \text{ dBr} \\
L_D(dBr) &= L_D(dBm) - L(dBm0) = -106 \text{ dBm} - 69.5 \text{ dBm0} = -36.5 \text{ dBr}
\end{aligned}$$

Tomando como punto de referencia C, $L(dBm0) = -39.5 \text{ dBm0}$:

$$\begin{aligned}
L_A(dBr) &= L_A(dBm) - L(dBm0) = 19 \text{ dBm} - 39.5 \text{ dBm0} = 58.5 \text{ dBr} \\
L_B(dBr) &= L_B(dBm) - L(dBm0) = -69.5 \text{ dBm} - 39.5 \text{ dBm0} = -30 \text{ dBr} \\
L_C(dBr) &= L_C(dBm) - L(dBm0) = -39.5 \text{ dBm} - 39.5 \text{ dBm0} = 0 \text{ dBr} \\
L_D(dBr) &= L_D(dBm) - L(dBm0) = -106 \text{ dBm} - 39.5 \text{ dBm0} = -66.5 \text{ dBr}
\end{aligned}$$

Y por último, si el punto de referencia es C, $L(dBm0) = -106 \text{ dBm0}$

$$\begin{aligned}
L_A(dBr) &= L_A(dBm) - L(dBm0) = 19 \text{ dBm} - 106 \text{ dBm0} = 125 \text{ dBr} \\
L_B(dBr) &= L_B(dBm) - L(dBm0) = -69.5 \text{ dBm} - 106 \text{ dBm0} = 36.5 \text{ dBr} \\
L_C(dBr) &= L_C(dBm) - L(dBm0) = -39.5 \text{ dBm} - 106 \text{ dBm0} = 66 \text{ dBr} \\
L_D(dBr) &= L_D(dBm) - L(dBm0) = -106 \text{ dBm} - 106 \text{ dBm0} = 0 \text{ dBr}
\end{aligned}$$

En el hipsograma hay que variar el nivel de referencia haciéndolo coincidir con la potencia absoluta del punto que se tome como referencia.

Si nos fijamos en los resultados anteriores, en $L_C(dBr)$ y $L_B(dBr)$ tendremos que el valor absoluto en dBr coincide con la ganancia del amplificador. Esto ha ocurrido porque hemos tomado como nivel de referencia una de los dos puertos de éste, es decir, la salida o la entrada del amplificador.

d.- La señal a ruido en el receptor tiene que ser como mínimo de 20dB, así que si el ruido es -86dBm, la potencia recibida tiene que ser como mínimo de:

$$SNR_D = 20dB = P_D - N_D \rightarrow P_D = 20dB + (-N_D) = -66 \text{ dBm}$$

Y siguiendo el mismo razonamiento que en el apartado anterior:

$$P_A > P_D + A_1 - G + A_2$$

$$P_A > -66 \text{ dBm} + 400 \text{ m} \cdot 22.14 \text{ dB} / 100\text{m}$$

$$- 30 \text{ dB} + 300 \text{ m} \cdot 22.14 \text{ dB} / 100\text{m}$$

$$P_A > 59 \text{ dBm}$$

4

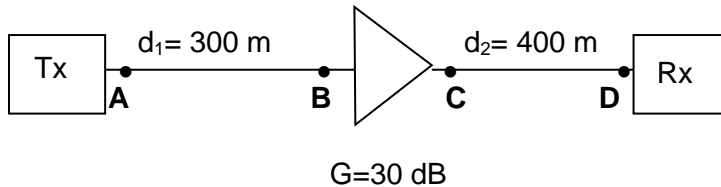
Se desea analizar un sistema de telecomunicación que opera en la banda de 900 MHz, en el que el transmisor y el receptor se han enlazado mediante un amplificador y dos tramos de cable coaxial.

a.- ¿Cuál es la impedancia característica y la atenuación (en dB/100m) del cable coaxial utilizado?

b.- ¿Cuál debe ser como mínimo la sensibilidad del receptor para que el sistema funcione correctamente, si la potencia transmitida es de 2 vatios?

c.- Dibujar el hipsograma, indicando los niveles relativos de potencia (en dBr) si se toma como nivel de referencia (dBm0) el punto D. ¿Qué punto de referencia habría que tomar para que alguno de los valores en dBr coincidiese con la ganancia del amplificador? Razone la respuesta.

d.- Calcular la relación señal a ruido a la entrada del receptor si la potencia de ruido es de -86dBm y la potencia transmitida la del apartado **b**.



Otros datos: Los cables coaxiales utilizados tienen las siguientes características:

- Capacidad por unidad de longitud: 67.59 nF/Km.
- Autoinducción por unidad de longitud: 0.377 mH/Km
- Conductores de cobre: $\sigma_{Cu}=58.15 \times 10^6 \Omega^{-1}/m$.
- $\epsilon_0=8.84 \times 10^{-12}$ F/m.
- $\mu_0=4\pi \times 10^{-7}$ H/m.
- Diámetro exterior: 5 mm



a.- El sistema de comunicación opera en la frecuencia de 900MHz.

La impedancia característica del cable coaxial es:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{0.377 \cdot 10^{-3} (H / km)}{67.59 \cdot 10^{-9} (F / km)}} = 74.68 \Omega$$

Para calcular la atenuación en dB/m es necesario evaluar R.

$$R = \frac{R_s}{\pi} \left(\frac{1}{D_e} + \frac{1}{d_i} \right)$$

El diámetro exterior es $D_e=5\text{mm}$. El valor de d_i se puede calcular a partir de la autoinducción L:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{D_e}{d_i} \right)$$

$$d_i = \frac{D_e}{e^{(L \cdot 2\pi / \mu_0)}} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{e^{(2\pi \cdot 0.377 \cdot 10^{-6} / 4\pi \cdot 10^{-7})}} = 7.6 \cdot 10^{-4} = 0.76 \text{ mm}$$

El valor de R_s se calcula de la siguiente forma:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu_0 \sigma}} = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot 900 \cdot 10^6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 58.15 \cdot 10^6}} = 2.2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$R_s = \frac{1}{\sigma \delta} = \frac{1}{58.15 \cdot 10^6 \cdot 2.2 \cdot 10^{-6}} = 0.0078 \Omega$$

Finalmente, la resistencia es:

$$R = \frac{0.078}{\pi} \left(\frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{0.76 \cdot 10^{-3}} \right) = 3.771 \Omega / m$$

Comprobamos si se puede realizar la aproximación de alta frecuencia:

$$\text{Si alta frecuencia} \rightarrow \frac{R}{2\pi fL} < 0.4 \rightarrow \frac{3.771}{2\pi \cdot 900 \cdot 10^6 \cdot 0.377 \cdot 10^{-6}} = 0.0018 < 0.4$$

Para alta frecuencia:

$$\alpha = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{3.771}{2} \sqrt{\frac{67.59 \cdot 10^{-9} F / km}{0.377 \cdot 10^{-3} H / km}} = 0.0252 Np / m$$

$$\alpha(dB / m) = \alpha(Np / m) \cdot 8.686 = 0.2193(dB / m) = 21.93 dB / 100m$$

b.- Calcular la sensibilidad en el receptor. La potencia transmitida es:

$$P_{tx} = 2(W) = 33 dBm$$

La atenuación total en el primer cable es:

$$L_1 = \alpha \cdot d_1 = 21.93(dB / 100m) \cdot 300m = 65.79 dB$$

La atenuación total en el segundo cable es:

$$L_2 = \alpha \cdot d_2 = 21.93(dB / 100m) \cdot 400m = 87.72 dB$$

La potencia en el receptor es:

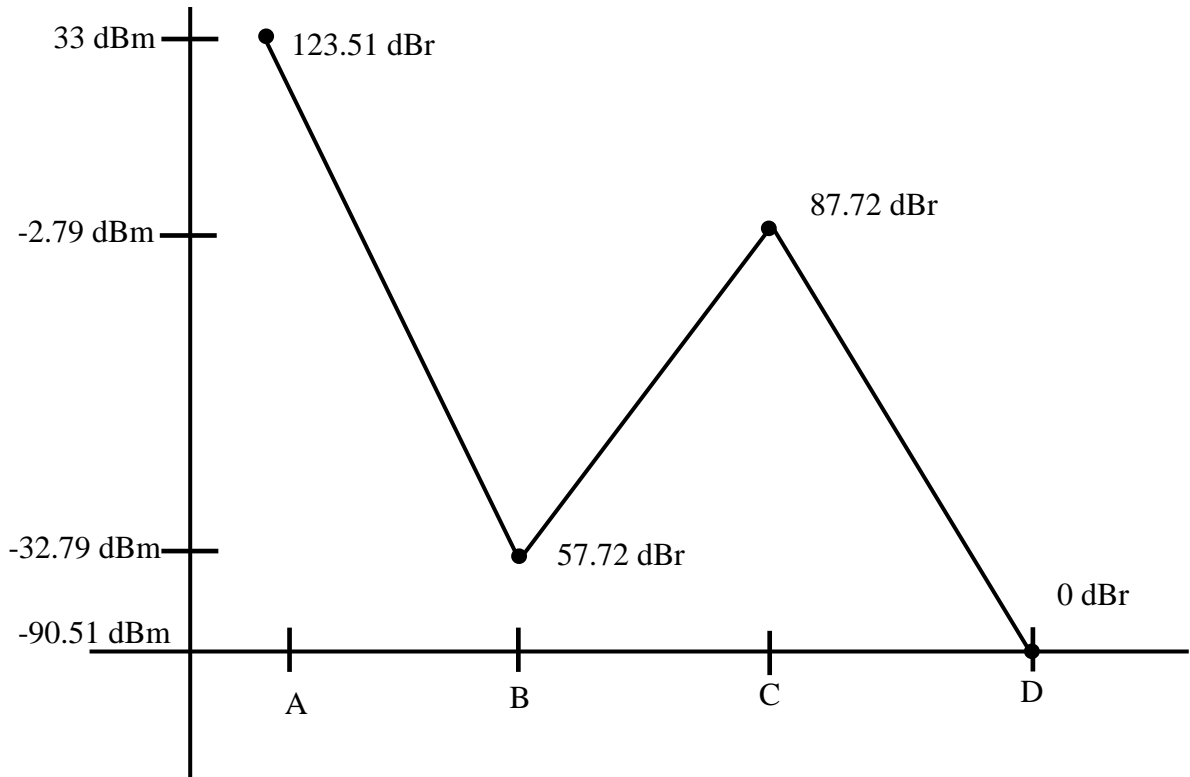
$$P_{tx} = P_A = 33(dBm) \rightarrow P_B = P_A - L_1 = 33 - 65.79 = -32.79 dBm$$

$$P_C = P_B + G = -32.79 + 30 = -2.79 dBm$$

$$P_D = P_{rx} = P_C - L_2 = -2.79 - 87.72(dBm) = -90.51 dBm$$

La potencia recibida debe ser mayor que la sensibilidad. Por lo tanto, la sensibilidad mínima para que la comunicación exista debe ser de -90.51 dBm.

c.- Hipsograma. Nivel de referencia (dBm0) en el punto D.



Si quisiéramos tener el valor de ganancia del amplificador como valor en dB en algún punto de la línea, deberíamos fijar como punto de referencia en dBm0 en la entrada del amplificador o punto B. Así, en el punto C tendríamos un valor en dB igual a G.

d.- Señal a ruido.

$$\frac{S}{N} = P_{rx} - N = -90.51 - (-86) = -4.52 \text{ dB}$$

5

Necesitamos un cable para que funcione en un sistema adaptado a 50Ω , y para su fabricación sólo disponemos de un dieléctrico de permitividad relativa 2,3 y con un diámetro máximo de 2 mm (el conductor interior, de conductividad 50 MS/m, se introduciría por el eje del dieléctrico interior, es decir, será un parámetro de diseño cuyo valor será inferior a 2 mm). ¿Cuál es la atenuación de este cable a 1 GHz en dB/km?



Partiendo de la impedancia característica podemos obtener el diámetro interno

$$50 = \frac{60}{\sqrt{2.3}} \ln\left(\frac{2}{d}\right) \rightarrow d = 0.5651 \text{ mm}$$

Ahora ya tenemos datos suficientes para obtener la inductancia y la capacitancia, que serán independientes con la frecuencia:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2}{0.5651}\right) = 0.2528 \mu\text{H} / \text{m}$$

$$C = \frac{2\pi \cdot 2.3 \cdot \epsilon_0}{\ln\left(\frac{2}{0.5651}\right)} = 0.1011 \text{ nF} / \text{m}$$

En el caso de la resistividad, sí que depende de la frecuencia, a través de la profundidad de penetración:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot 10^9 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50 \cdot 10^6}} = 2.2508 \cdot 10^{-6}$$

$$R_s = \frac{1}{50 \cdot 10^6 \delta} = 0.0089$$

$$R = \frac{0.0089}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{0.5651} \right) = 6.4297 \Omega / \text{m}$$

Entonces calculamos la atenuación. Vamos a probar con la aproximación de alta frecuencia.

$$\alpha_{AF} = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} = 0.0643 \text{ Np} / \text{m} = 558.08 \text{ dB} / \text{km}$$

Se deja al alumno que compruebe la condición de alta frecuencia.

6

Dado un cable con las siguientes especificaciones: $R=166 \Omega/\text{m}$, $L=0.7 \mu\text{H}/\text{m}$, $G=10^{-10} \text{ S}/\text{m}$, $C=1\text{nF}/\text{m}$.

¿Cuál es el valor de los parámetros secundarios a 10 MHz y a 1 GHz? ¿Qué error se comete si realizamos la aproximación de baja y alta frecuencia respectivamente? ¿Cree entonces que podemos hacer las aproximaciones?



Vamos a calcular los parámetros primarios del cable a partir de los valores de R , L , G , y C .

Para empezar construimos los parámetros primarios en función de la frecuencia

$$\text{Impedancia: } Z = R + j\omega L = 166 + j\omega 0.7 \cdot 10^{-6} \Omega$$

$$\text{Admitancia: } Y = 10^{-10} + j\omega 10^{-9} \Omega^{-1}$$

A partir de los parámetros primarios podemos calcular los secundarios de forma exacta con la siguiente relación:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}}, \gamma = \sqrt{ZY}$$

En el caso de las aproximaciones de alta y baja frecuencia, tenemos las siguientes expresiones.

	Baja Frecuencia	Alta Frecuencia
α	$\alpha_{BF} = \sqrt{\frac{\omega RC}{2}}$	$\alpha_{AF} = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$
β	$\beta_{BF} = \sqrt{\frac{\omega RC}{2}}$	$\beta_{AF} = \omega \sqrt{LC}$

Z_0	$Z_{0_{BF}} = \sqrt{\frac{R}{2\omega C}} (1-j)$	$Z_{0_{AF}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$
-------	---	-----------------------------------

Sustituyendo para el caso de 10 MHz obtenemos los siguientes valores de los parámetros secundarios:

	Exacto	Baja Frecuencia	Alta Frecuencia
α (Np/m)	2.003	2.283	3.137
β (Rad/m)	2.60	2.283	1.662
Z_0 (Ω)	52.27	51.50	26.45

Observamos que el exacto calculado para la frecuencia de 10MHz coincide bastante bien con la aproximación de baja frecuencia según las expresiones que hemos visto anteriormente. Si calculamos el coeficiente para determinar si estamos en alta o baja frecuencia obtenemos:

$$R/\omega L = 3.7742$$

Este valor tendría que ser mayor que 10 para baja frecuencia y menor que 0.4 para suponer que estamos en alta frecuencia. Según los resultados parece que aproximarlos con baja frecuencia va a llevarnos a un error menor. Si calculamos el error relativo:

$$Error = \frac{\text{Valor_Aproximado} - \text{Valor_Real}}{\text{Valor_Real}} 100$$

Los errores serán:

$$Error(Z_0 | \text{Baja Frecuencia}) = 1.6818\%$$

$$Error(\alpha | \text{Baja Frecuencia}) = 13.9938\%$$

$$Error(\beta | \text{Baja Frecuencia}) = 12.2759\%$$

Es decir, que existe un error que no es demasiado pequeño, ya que no cumplimos las condiciones.

Repetimos lo mismo para una frecuencia de uso de 1 GHz.

	Exacto	Baja Frecuencia	Alta frecuencia
α (Np/m)	3.1365	22.83	3.137
β (Rad/m)	166.23	22.83	166.23
Z_0 (Ω)	26.47	5.14	26.45

Utilizamos el criterio de alta y baja frecuencia, obteniendo: $R/wl = 0.0377$ que al ser menor de 0.4 consideramos que estamos en alta frecuencia (esta vez sin lugar a dudas). Con todo esto, los errores son:

$$\text{Error}(Z_0 | \text{Alta Frecuencia}) = 0.0356\%$$

$$\text{Error}(\alpha | \text{Alta Frecuencia}) = 0.0178\%$$

$$\text{Error}(\beta | \text{Alta Frecuencia}) = 0.0178\%$$

Vemos ahora que al cumplir la condición del cociente menor que 0.4 en casi un orden de magnitud, el error es muy bajo.

7

Dado un cable con las siguientes especificaciones:

$$R = 200 \Omega/m, L = 1 \mu H/km, G = 10^{-18} S/m, C = 3 nF/m$$

¿Cuál es el valor exacto sin aproximaciones de todos parámetros secundarios a 50 MHz y a 2 GHz?

¿Qué error se comete en tanto por ciento

$$\frac{\text{Valor aproximado} - \text{Valor real}}{\text{Valor real}} \cdot 100$$

si realizamos la aproximación de baja frecuencia a 50MHz y de alta frecuencia a 2GHz? ¿Cree entonces que podemos hacer las aproximaciones?



Vamos a calcular los parámetros primarios del cable a partir de los valores de R, L, G, y C.

Para empezar construimos los parámetros primarios en función de la frecuencia

Impedancia:

$$Z = R + j\omega L = 200 + j\omega \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-3} \Omega/m = 200 + j\omega \cdot 10^{-9} \Omega/m$$

Admitancia: $Y = 10^{-18} + j\omega \cdot 3 \cdot 10^{-9} \Omega^{-1}/m$

A partir de los parámetros primarios podemos calcular los secundarios de forma exacta con la siguiente relación:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}}, \gamma = \sqrt{ZY}$$

En el caso de las aproximaciones de alta y baja frecuencia, tenemos las siguientes expresiones.

	Baja Frecuencia	Alta Frecuencia
α	$\alpha_{BF} = \sqrt{\frac{\omega RC}{2}}$	$\alpha_{AF} = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$
β	$\beta_{BF} = \sqrt{\frac{\omega RC}{2}}$	$\beta_{AF} = \omega \sqrt{LC}$
Z_0	$Z_{0_{BF}} = \sqrt{\frac{R}{2\omega C}} (1 - j)$	$Z_{0_{AF}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$

Sustituyendo para el caso de 50MHz obtenemos los siguientes valores de los parámetros secundarios:

	Exacto	Baja Frecuencia	Alta Frecuencia
α (Np/m)	9.7005	9.7081	173.2051
β (Rad/m)	9.7158	9.7081	0.5441
Z_0 (Ω)	14.5673	14.5673	0.5774

Observamos que el exacto calculado para la frecuencia de 50MHz coincide bastante bien con la aproximación de baja frecuencia según las expresiones que hemos visto anteriormente. Si calculamos el coeficiente para determinar si estamos en alta o baja frecuencia obtenemos:

$$R/wl = 636.6198$$

Este valor tendría que ser mayor que 10 para baja frecuencia y menor que 0.4 para suponer que estamos en alta frecuencia. Según los resultados parece que aproximarlos con baja frecuencia va a llevarnos a un error menor. Si calculamos el error relativo:

$$Error = \frac{\text{Valor_Aproximado} - \text{Valor_Real}}{\text{Valor_Real}} 100$$

Los errores serán

$$Error(Z_0 | \text{Baja Frecuencia}) = 6.17 \cdot 10^{-5}\%$$

$$Error(\alpha | \text{Baja Frecuencia}) = 0.0786\%$$

$$Error(\beta | \text{Baja Frecuencia}) = 7.8509 \cdot 10^{-4}\%$$

Es decir, que existe un error que no es demasiado pequeño, ya que no cumplimos las condiciones.

Repetimos lo mismo para una frecuencia de uso de 2GHz.

	Exacto	Baja Frecuencia	Alta frecuencia
α (Np/m)	59.5019	61.3996	173.2051
β (Rad/m)	63.3578	61.3996	21.7656
Z_0 (Ω)	2.3056	2.3033	0.5774

Utilizamos el criterio de alta y baja frecuencia, obteniendo: $R/wl = 15.9155$ que al ser mayor que 10 volvemos a estar en alta baja frecuencia. Con todo esto, los errores son:

$$Error(Z_0 | \text{Baja Frecuencia}) = 0.0985\%$$

$$Error(\alpha | \text{Baja Frecuencia}) = 3.1893\%$$

$$Error(\beta | \text{Baja Frecuencia}) = 0.0309\%$$

Se observa que los errores no son muy grandes, pero peores que en el caso de 50MHz. En este caso en ambos casos podríamos trabajar con la aproximación de baja frecuencia.

8

Completar la siguiente Tabla, asumiendo alta frecuencia (200 MHz).

Conductores de cobre: $\sigma_{Cu}=58.15 \times 10^6 \Omega^{-1}/m$; $\epsilon_0=8.84 \times 10^{-12} F/m$;
 $\mu_0=4 \times \pi 10^{-7} H/m$

Tipos	T-65	TR-165
Conductor interior (mm)	1	
Diámetro exterior (mm)	6.15	10.17
Capacidad (pf/m)		55
Autoinductancia (nH/m)		366.17
Impedancia (Ω)	75	
Atenuación (200 MHz) dB/m		



Se desea calcular los parámetros de dos cables coaxiales.

Cable T-65

Como conocemos los diámetros exterior e interior podemos evaluar la autoinductancia del cable:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{D_e}{d_i} \right) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \ln \left(\frac{6.15 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-3}} \right)$$

$$= 3.63 \cdot 10^{-7} = 363 \text{ nH} / m$$

La capacidad se calcula a partir de la impedancia característica y la autoinductancia:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \rightarrow C = \frac{L}{Z_0^2} = \frac{363 \cdot 10^{-9}}{75^2} = 6.45 \cdot 10^{-11} = 64.58 \text{ pF} / m$$

Para evaluar la atenuación es necesario calcular las resistencias R_s y R :

$$R_s = \sqrt{\frac{\pi f \mu_0}{\sigma}} = 3.685 \cdot 10^{-3} \Omega$$

$$R = \frac{R_s}{\pi} \left(\frac{1}{D_e} + \frac{1}{d_i} \right) = \frac{3.685 \cdot 10^{-3}}{\pi} \left(\frac{1}{6.15 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{1 \cdot 10^{-3}} \right) = 1.364 \Omega$$

La atenuación, mediante la aplicación de la aproximación de alta frecuencia, es:

$$\alpha = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{1.364}{2} \sqrt{\frac{64.58 \cdot 10^{-12} \text{ F} / m}{363 \cdot 10^{-9} \text{ H} / m}} = 9.096 \cdot 10^{-3} \text{ Np} / m$$

$$\alpha = 9.096 \cdot 10^{-3} (\text{Np} / m) \cdot 8.68 = 0.079 \text{ dB} / m$$

Cable T-165

Como conocemos la autoinductancia y capacidad de este cable podemos calcular la impedancia característica:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{366.17 \cdot 10^{-9} (\text{H} / m)}{55 \cdot 10^{-12} (\text{F} / m)}} = 81.59 \Omega$$

El diámetro interior se puede calcular a partir de la autoinductancia:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{D_e}{d_i} \right)$$

$$d_i = \frac{D_e}{e^{(L \cdot 2\pi / \mu_0)}} = \frac{10.17 \cdot 10^{-3}}{e^{(2\pi \cdot 366.17 \cdot 10^{-9} / 4\pi \cdot 10^{-7})}} = 0.0016m = 1.63 \text{ mm}$$

De nuevo hay que calcular la atenuación:

$$R = \frac{R_s}{\pi} \left(\frac{1}{D_e} + \frac{1}{d_i} \right) = \frac{3.685 \cdot 10^{-3}}{\pi} \left(\frac{1}{10.17 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{1.63 \cdot 10^{-3}} \right) = 0.834 \Omega$$

Con la aproximación de alta frecuencia:

$$\alpha = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{0.834}{2} \sqrt{\frac{55 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}}{366.17 \cdot 10^{-9} \text{ H/m}}} = 5.117 \cdot 10^{-3} \text{ Np/m}$$

$$\alpha = 5.117 \cdot 10^{-3} (\text{Np/m}) \cdot 8.68 = 0.044 \text{ dB/m}$$

9

Un cable, que va a trabajar a 25 MHz, tiene por parámetros primarios:

$$R = 28.8 \Omega / Km$$

$$L = 7.95 \cdot 10^{-8} H / Km$$

$$G = 0.0115 \Omega^{-1} / Km$$

$$C = 3.183 \cdot 10^{-11} F / Km$$

a.- ¿Si alguien mide las impedancias de entrada en circuito abierto y cortocircuito para un cable de esas características, con una longitud de 13 Km, qué valores obtendría?

b.- Imagine que a partir de estos cálculos (Z_{CC} y Z_{CA}), quiere calcular los secundarios pero se equivoca y utiliza una distancia de 10 Km, ¿Sería distinta la impedancia calculada a la impedancia real del cable?

c.- Calcule la impedancia y atenuación en ambos casos.



a.- La pulsación será

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

Y de esta forma calculamos la impedancia y la admitancia (parámetros primarios)

$$Z = R + j\omega L = 28.8 + 12.4878j$$

$$Y = G + j\omega C = 0.0115 + 0.0050j$$

Ahora calculamos los parámetros secundarios

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = 50.032815 - 0.024497j$$

$$\gamma = \sqrt{ZY} = 0.575499 + 0.249874j$$

Entonces, las impedancias que se obtendrán en circuito abierto y circuito cerrado serán:

$$Z_{cc} = Z_0 \tanh(\gamma l) = 50.032783 - 0.024490j$$

$$Z_{ca} = \frac{Z_0}{\tanh(\gamma l)} = 50.032846 - 0.024503j$$

b.- Sería la misma, porque $Z_0 = \sqrt{Z_{cc}Z_{ca}}$, y no depende de la distancia que yo calcule

¿Y la atenuación en dB/km?

En ese caso sí, porque

$$\alpha = \frac{1}{2 \cdot l} \ln \left| \frac{1 + \sqrt{\frac{Z_{cc}}{Z_{ca}}}}{1 - \sqrt{\frac{Z_{cc}}{Z_{ca}}}} \right|$$

Así que depende de la l (longitud) que calcule

c.- La impedancia característica será

$$Z_0 = \sqrt{Z_{cc}Z_{ca}} = 50.032815 - 0.024497j$$

, en ambos casos (l=10 km y l=13 km)

En el caso de alfa, lo mismo que daba a partir de Z y Y.

Ahora con alfa

Con $l = 13\text{km}$

$$\alpha = \frac{1}{2 \cdot 13} \log \left(\frac{1 + \sqrt{\frac{Z_{cc}}{Z_{ca}}}}{1 - \sqrt{\frac{Z_{cc}}{Z_{ca}}}} \right) = 0.575499 \text{ Np / km} = 4.9953 \text{ dB / km}$$

Con $l = 10 \text{ km}$

$$\alpha = \frac{1}{2 \cdot 10} \log \left(\frac{1 + \sqrt{\frac{Z_{cc}}{Z_{ca}}}}{1 - \sqrt{\frac{Z_{cc}}{Z_{ca}}}} \right) = 0.748148 \text{ Np / km} = 6.4939 \text{ dB / km}$$

Así que al poner una distancia diferente no calculamos bien la atenuación.

10

Un cable, que va a trabajar a 125 MHz, tiene por parámetros primarios:

$$R = 20 \Omega / m$$

$$L = 9 \mu H / Km$$

$$C = 0.1 pF / m$$

$$G = 0$$

Calcule su impedancia característica y la atenuación en dB cada 100 metros. ¿Qué error cometemos en ambos valores utilizando la aproximación de alta frecuencia? ¿Y la de baja frecuencia?

◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆

$$\text{Criterio} = \frac{R}{\omega L} = 2.8294$$

Con lo cual no estamos ni en alta ni en baja frecuencia. Construimos los parámetros primarios

$$Z = R + j\omega L = 20 + 7.0686j$$

$$Y = G + j\omega C = 0 + 7.854 \cdot 10^{-5} j$$

Calculamos la impedancia de forma exacta, y utilizando las aproximaciones de alta y baja frecuencia

$$Z_{0_exacto} = \left| \sqrt{\frac{Z}{Y}} \right| = 519.6964 \Omega$$

$$Z_{0_baja_frecuencia} = \left| \sqrt{\frac{R}{2\omega C}} (1 - j) \right| = 504.6265 \Omega$$

$$Z_{0_alta_frecuencia} = \left| \sqrt{\frac{L}{C}} \right| = 300 \Omega$$

Y ahora hacemos lo propio con la atenuación

$$\alpha_{\text{exacto}} = 8.68 \operatorname{Re}(\gamma) \cdot 100 = 8.68 \operatorname{Re}(\sqrt{ZY}) \cdot 100 = 20.4566 \text{ dB} / 100m$$

$$\alpha_{\text{baja_frecuencia}} = 8.68 \left(\sqrt{\frac{\omega RC}{2}} \right) \cdot 100 = 24.3257 \text{ dB} / 100m$$

$$\alpha_{\text{alta_frecuencia}} = 8.68 \left(\frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} \right) \cdot 100 = 28.9333 \text{ dB} / 100m$$

El error que cometemos es la diferencia entre cada una de ellas y el exacto. Vemos que la aproximación de baja frecuencia, aun no siendo buena es mejor que la de alta frecuencia

11

Un sistema de telecomunicación opera en la banda de 2400 MHz mediante cables coaxiales. ¿Cuál es la permitividad relativa, la capacidad por unidad de longitud (en nF/m), la autoinducción por unidad de longitud (en mH/m) y la atenuación (en dB/m) del cable coaxial utilizado?

- Diámetro interior: 0.9 mm.
- Diámetro exterior: 3.5mm.
- Impedancia característica: 50 ohmios.
- Conductores de cobre: $\sigma_{Cu}=58.15 \times 10^6 \Omega^{-1}/m$.
- $\epsilon_0=8.84 \times 10^{-12} F/m$.
- $\mu_0=4\pi \times 10^{-7} H/m$.



A partir de la impedancia, y de los diámetros calculamos la permitividad relativa

$$\epsilon_r = \left(\frac{60}{Z_0} \ln \frac{d_e}{d_i} \right)^2 = \left(\frac{60}{50} \ln \frac{3.5}{0.9} \right)^2 = 2.6561$$

A continuación, sustituimos en las expresiones de capacidad y de inductancia (parámetros primarios) por unidad de longitud y obtenemos:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln \frac{d_e}{d_i}} = \frac{2\pi \cdot 8.84 \cdot 10^{-12} \cdot 2.6561}{\ln \frac{3.5}{0.9}} = 1.0863 \cdot 10^{-10} F / m = 0.1 nF / m$$

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{d_e}{d_i} \right) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \ln \frac{3.5}{0.9} = 2.7162 \cdot 10^{-7} H / m = 0.27 \mu H / m$$

Como no estamos trabajando en continua, tenemos que estudiar el efecto pelicular. Para ello calculamos la profundidad de penetración

$$\delta(2400\text{MHz}) = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot 2400 \cdot 10^6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 58.15 \cdot 10^6}} = 1.3472 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Y con ello la resistividad superficial

$$R_s = \frac{1}{58.15 \cdot 10^6 \cdot 1.3472 \cdot 10^{-6}} = 0.0128 \Omega$$

Ahora estamos en disposición de calcular la resistencia por unidad de longitud

$$R = \frac{R_s}{\pi} \left(\frac{1}{d_e} + \frac{1}{d_i} \right) = \frac{0.0128 \Omega}{\pi} \left(\frac{1}{3.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}} + \frac{1}{0.9 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \right) = 5.6756 \Omega / \text{m}$$

Estudiamos el criterio de alta o baja frecuencia

$$\frac{R}{\omega L} = \frac{5.6756}{2\pi \cdot 2400 \cdot 10^6 \cdot 2.7162 \cdot 10^{-7}} = \frac{1}{721} \lll 0.4$$

Estamos en alta frecuencia, así que sustituyendo en la ecuaciones de Rosen:

$$\begin{aligned} \alpha = \alpha_c &= \frac{R}{2Z_0} = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{5.6756}{2} \sqrt{\frac{1.0863 \cdot 10^{-10}}{2.7162 \cdot 10^{-7}}} \\ &= 0.0568 \text{ Np} / \text{m} = 0.4926 \text{ dB} / \text{m} \end{aligned}$$

Tenemos una atenuación de medio dB por cada metro.

Comunicaciones Móviles

1

Se desea planificar un sistema de comunicaciones móviles celulares cuyos enlaces ascendente y descendente son asimétricos en cuanto al tráfico que soportan. El sistema va a ofrecer servicio a un área geográfica cuya densidad de abonados es $\rho = 700$ abonados/km² y se asume que las celdas son circulares y con un radio $R=0.8$ km. Si el patrón de reuso es 3/9, la técnica de acceso es TDMA con 8 *timeslot* por portadora (todos de tráfico), el método de duplexado es FDD, el sistema es de pérdidas con una probabilidad de bloqueo $P_B=2\%$ y el tráfico que consume un abonado en el enlace ascendente es $T_{aa}=10$ mE/abonado y en el descendente $T_{ad}=60$ mE, calcular:

- a.- El número de abonados por sector.
- b.- El número de canales en cada uno de los enlaces (ascendente y descendente)
- c.- El número de portadoras mínimo por agrupación.
- d.- Repetir los apartados anteriores si el patrón de reuso es 4/12. Si todos los radiocanales ocupan el mismo ancho de banda ¿Qué patrón de reuso necesitaría más espectro?

Manteniendo el radio de la celda anterior y asumiendo área urbana con un margen de desvanecimiento $MF=12.8$ dB para un porcentaje de cobertura perimetral del 90%, hallar:

- e.- El balance de potencias para cada uno de los enlaces (ascendente y descendente) y para dos tipos de terminales (portátil y móvil), utilizando los datos que aparecen en la Tabla. ¿Cuál es el caso peor? Si se utiliza como

modelo de propagación el de Hata para estimar las pérdidas ¿Cuál es el radio máximo de la celda?

f.- Si se mantienen los parámetros de la Tabla excepto la potencia transmitida por la estación base ¿Cuál ha de ser ésta potencia para que los enlaces estuvieran balanceados para cada tipo de terminal?

	Estación base	Terminal móvil	Terminal portátil
Potencia transmitida	25 w	10 w	3 w
Sensibilidad	-106 dBm	-103 dBm	-103 dBm
Ganancia antena	7 dBd	0 dBi	5 dBi



a.- Como es conocida la densidad de abonados, para calcular el número de abonados por sector, es necesario calcular el área de un sector de un círculo.

$$A_{Sector} = S_{Sector} \rho = \frac{\pi R^2}{3} \rho = \frac{\pi (0.8 \text{ Km})^2}{3} (700 \text{ abonados/Km}^2) = 470 \text{ abonados}$$

b.- La comunicación es bidireccional, pero el tráfico consumido por abonado no es el mismo en el enlace ascendente que en el descendente y, por tanto, tampoco el número de canales necesarios en cada enlace para mantener la misma calidad de servicio (misma probabilidad de bloqueo).

Como conocemos el número de abonados por sector (ver apartado anterior), calculamos el tráfico demandado en un sector que es diferente para el enlace ascendente que para el descendente. De esta forma:

Enlace ascendente

$$\left. \begin{aligned} T_a &= 470 \text{ abonados } 10 \cdot 10^{-3} \text{ Er/abonado} = 4.7 \text{ Er} \\ P_B &= 2\% \end{aligned} \right\} \rightarrow N_A = 10 \text{ canales}$$

Enlace descendente

$$\left. \begin{aligned} T_a &= 470 \text{ abonados } 60 \cdot 10^{-3} \text{ Er/abonado} = 28.2 \text{ Er} \\ P_B &= 2\% \end{aligned} \right\} \rightarrow N_A = 37 \text{ canales}$$

c.-La técnica de acceso utilizada por el sistema es TDMA con 8 canales por portadora. En el enlace ascendente necesitamos como mínimo 10 canales para que la probabilidad de bloqueo sea mayor que el 2%, es decir, como mínimo 2 portadoras. En el descendente, son necesarias 5 portadoras.

$$\text{Nº portadoras/sector} = 2 \text{ Ascendente } (2 \times 8 = 16 > 10)$$

$$\text{Nº portadoras/sector} = 5 \text{ Ascendente } (5 \times 8 = 40 > 37)$$

Como el patrón de reutilización del sistema es 3/9, la agrupación está formada por 9 sectores, y por tanto, el número de portadoras por agrupación necesario es el siguiente:

$$\text{Nº portadoras/agrupación} = 18 (2 \times 9 \text{ ascendente}) + 45 (5 \times 9 \text{ descendente}) = 63.$$

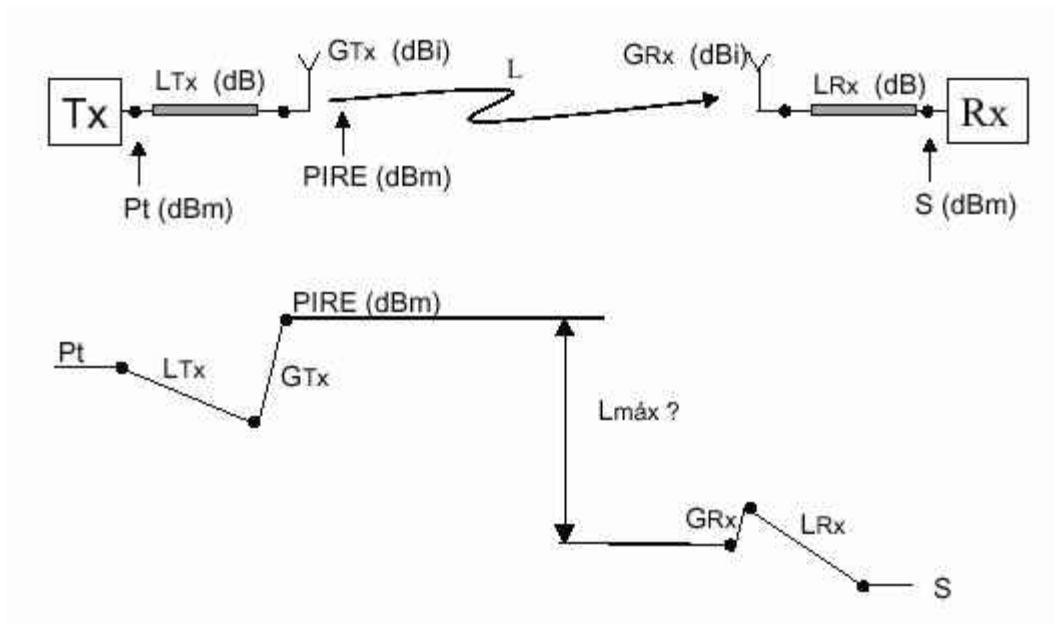
d.- Los apartados a y b dan el mismo resultado, puesto que el radio de la celda, la probabilidad de bloqueo y el tráfico consumido por abonado en el enlace ascendente y en el descendente no ha variado.

Para el apartado c, hay que tener en cuenta que el patrón de reutilización es 4/12, es decir, el número de sectores por agrupación es 12. Por tanto:

$$\text{Nº portadoras/agrupación} = 24 \text{ (2x12 ascendente)} + 60 \text{ (5x12 descendente)} = 84.$$

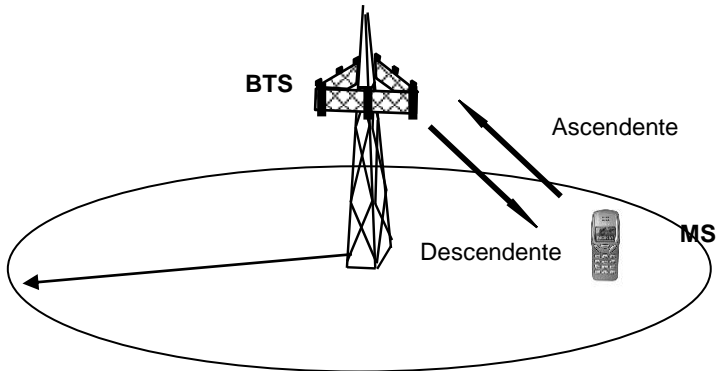
El segundo ocupa más espectro ya que tiene un mayor número de portadoras, y, según el enunciado, el ancho de banda de cada radiocanal es siempre el mismo.

e.- Tomando como referencia el esquema siguiente:



En este caso, teniendo en cuenta el margen de desvanecimiento y que no hay pérdidas en recepción, las pérdidas máximas que pueden compensarse son:

$$L_{\text{máx}} = \text{PIRE} + G_r - \text{MF} - S$$



Si además, consideramos que la comunicación vía radio es bidireccional, debemos tener en cuenta que para el enlace descendente transmite la estación base (BTS) y recibe la MS (el móvil o el portátil, según el caso); y para el enlace ascendente, transmite la MS, y recibe la BTS.

		Descendente		Ascendente	
		BTS a MS		MS a BTS	
		Móvil	Portátil	Móvil	Portátil
A	Pt (dBm)	44	44	40	34.77
B	Gt (dBi)	7+2.15=9.15	9.15	0	5
C	PIRE (dBm)	53.15	53.15	40	39.77
D	MF (dB)	12.8	12.8	12.8	12.8

E	Gr (dBi)	0	5	9.15	9.15
F	S (dBm)	-103	-103	-106	-106
G	L_{máx} (dB)	143.35	148.35	142.35	142.12

El caso pero es el enlace ascendente para el caso de portátil.

Si las pérdidas máximas que se pueden compensar son aproximadamente 142dB, el radio máximo de la celda para que haya cobertura, si se utiliza el modelo de Hata para entorno urbano es de unos 3 Km.

f.- Las pérdidas máximas que pueden compensarse en el enlace descendente son:

$$L_{\text{máx}}^{\text{descendente}} = P_{t,\text{BTS}} - L_{t,\text{BTS}} + G_{t,\text{BTS}} - \text{MF} + G_{r,\text{MS}} - L_{r,\text{MS}} - S_{\text{MS}}$$

y, para el enlace ascendente:

$$L_{\text{máx}}^{\text{ascendente}} = P_{t,\text{MS}} - L_{t,\text{MS}} + G_{t,\text{MS}} - \text{MF} + G_{r,\text{BTS}} - L_{r,\text{BTS}} - S_{\text{BTS}}$$

Para que el enlace esté balanceado, es decir, las pérdidas máximas que se pueden compensar sean las mismas para el enlace ascendente que para el descendente.

$$L_{\text{máx}}^{\text{descendente}} = L_{\text{máx}}^{\text{ascendente}}$$

Si asumimos que:

$$G_{t,\text{BTS}} = G_{r,\text{BTS}}$$

$$G_{t,\text{MS}} = G_{r,\text{MS}}$$

$$L_{t,BTS} = L_{r,BTS}$$

se debe cumplir en cada caso (móvil o portátil) que:

$$P_{t,BTS} = P_{t,MS} + S_{MS} - S_{BTS}.$$

Móvil

$$P_{t,BTS} = 40 + (-103+106) = 43 \text{ dBm}$$

Portátil

$$P_{t,BTS} = 34.77 + (-103+106) = 37.77 \text{ dBm}$$

2

Un operador de telefonía móvil celular dispone de 84 canales/agrupación para planificar un sistema. Las especificaciones que se deben cumplir son básicamente las siguientes:

1.- La relación portadora a interferencia cocanal tiene que ser mayor que 17dB, es decir, $\frac{C}{I} > 17 \text{ dB}$.

2.- El sistema debe estar balanceado.

Con el objetivo de cumplir estas especificaciones eficientemente, el planificador se plantea las siguientes cuestiones:

a.- Ordenar de mayor a menor capacidad (*abonados/celda*) los tres primeros patrones celulares que cumplan con la primera especificación.

Nota: En general, los patrones que se suelen utilizar sin sectorización son 3, 4, 7, 12, ..., y si se utiliza sectorización los patrones son 3/9, 4/12, 7/21, ...

b.- Determinar el radio de la celda y las pérdidas máximas por propagación asociadas para cada uno de los tres patrones celulares obtenidos previamente, si se ha estimado una densidad de abonados de 100 *abonados/km²*.

c.- Evaluar las pérdidas máximas por propagación que pueden compensarse con el fin de cumplir con la segunda especificación.

d.- A la vista de todo lo anterior decidir qué patrón celular de los tres puede utilizarse, dotando al sistema de mayor capacidad (*abonados/celda*).

Otros datos:

- Tráfico por abonado $T_a = 30$ mE
- Probabilidad de bloqueo $P_B = 2$ %
- Sensibilidad del receptor móvil $S_{MS} = -104$ dBm
- Sensibilidad del receptor de la estación base $S_{BTS} = -107$ dBm
- Potencia máxima de salida de la estación móvil $P_{OUT, MS} = 2$ W (33 dBm)
- Ganancia de la antena en la estación base $G_{a, BTS} = 11$ dBi
- Ganancia de la antena en la estación móvil $G_{a, MS} = 0$ dBi
- No se consideran las posibles pérdidas ni ganancias debidas a otros elementos del sistema.
- Pérdidas por propagación $L(dB) = 32 + 3,8 \cdot (10 \log_{10} d)$, siendo d la distancia entre transmisor y receptor.

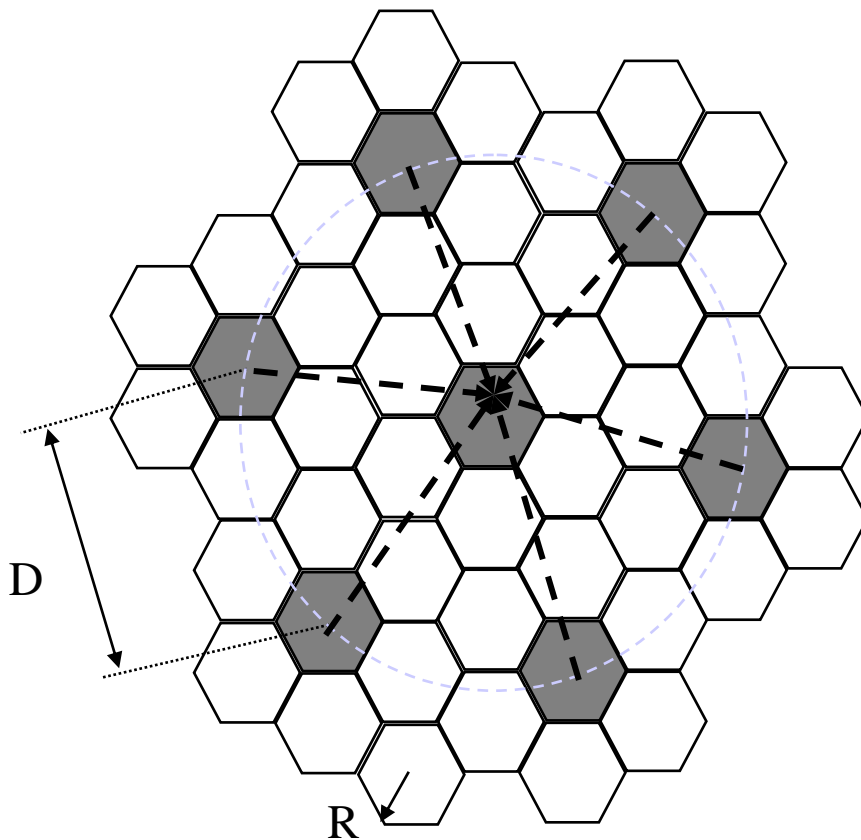


a.- Mayor capacidad para un sistema celular con un número fijo de canales por agrupación, significa ofrecer servicio al mayor número de abonados posible, cumpliendo una cierta calidad de servicio (probabilidad de bloqueo determinada).

La relación señal útil a interferente viene determinada por los equipos receptores que se utilicen en un sistema y, evidentemente, es

independiente del patrón de reutilización que se elija. En este caso, dicha relación debe ser mayor que 17dB. Vamos a calcular el número de abonados por celda para los diferentes patrones de reutilización, y de esa forma, los podremos ordenar de mayor a menor capacidad.

Sin sectorización



Si asumimos celdas omnidireccionales y que todas transmiten a la misma potencia, la relación entre la potencia de señal útil y la potencia de señal

cocanal interferente para un usuario situado en la celda central del esquema anterior, es aproximadamente:

$$\frac{C}{I} = \frac{C}{\sum_{j=1}^6 I_j} = \frac{R^{-\gamma}}{\sum_{j=1}^6 D_j^{-\gamma}}$$

$$\frac{C}{I} = \frac{R^{-\gamma}}{6D^{-\gamma}} = \frac{1}{6} \frac{D^{\gamma}}{R^{\gamma}} = \frac{1}{6} q^{\gamma}$$

siendo q el factor de reutilización.

En nuestro caso,

$$\frac{C}{I} = \frac{1}{6} q^{3.8}$$

ya que del modelo de propagación que se propone en el enunciado para calcular las pérdidas, describimos que el factor de propagación es 3,8.

$$\frac{C}{I} = \frac{1}{6} q^{3.8} > 17dB = 10^{1.7}$$

Por tanto, $q = \sqrt{3k} > 4.48$ y $k > 6.7$, siendo k el número de celdas por agrupación.

Los patrones sin sectorización que cumplen la condición $\frac{C}{I} > 17 \text{ dB}$ son k = 7, 12, ...

Patrón k=7

Si dividimos el número de canales por agrupación entre el número de celdas por agrupación, obtenemos el número de canales por celda:

$$\frac{84}{7} = 12 \text{ canales/celda.}$$

Por otra parte, de la gráfica de Erlang-B (ver Anexo A) con $P_B = 0.02$ se puede ofrecer un tráfico de 6.61 Erlangs/celda. Además, si dividimos este tráfico por el tráfico consumido por abonado, tenemos que:

$$\frac{6.61}{0.03} = 220 \text{ abonados/celda}$$

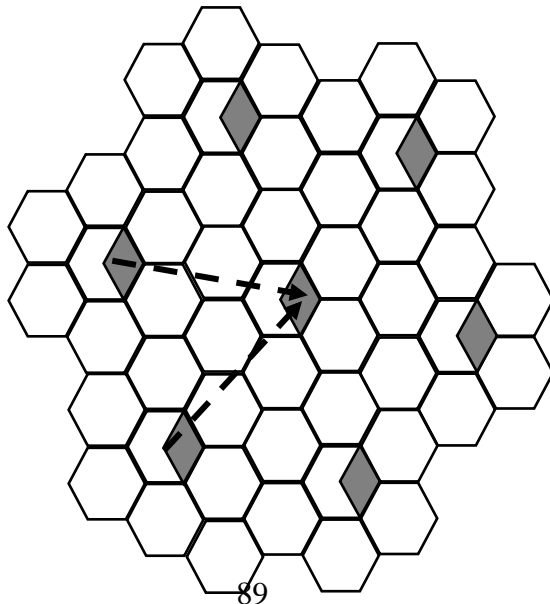
Patrón k=12

$$\frac{84}{12} = 7 \text{ canales/celda}$$

De las Tablas de Erlang-B con $P_B = 2\%$ se tienen 2.94 Erlangs/celda

$$\frac{2.94}{0.03} = 98 \text{ abonados/celda}$$

Con sectorización



Si cada celda está sectorizada el número de señales interferentes se reduce de 6 a 2. De esta forma:

$$\frac{C}{I} = \frac{1}{2} q^{3.8} > 10^{1.7}$$

$$q = \sqrt{3k} > 3.36$$

$$k > 3.76$$

y los patrones que pueden usarse son 4/12, 7/21, ...

Calculamos, el número de abonados por celda en cada caso, teniendo en cuenta que los canales se ofrecen al sector. Debemos, por tanto, calcular primero el número de abonados por sector para una probabilidad de bloqueo determinada, y después el número de abonados por celda ya que conocemos el número de sectores por celda.

Patrón 4/12

Para este patrón el número de sectores por agrupación es de 12.

$$\frac{84}{12} = 7 \text{ canales/sector}$$

De las Tablas de Erlang-B con $P_B = 2\%$ se tienen 2.94 Erlangs/sector,

$$\frac{2.94}{0,03} \cdot 3 = 294 \text{ abonados/celda}$$

Patrón 7/21

$$\frac{84}{21} = 4 \text{ canales/sector}$$

De las Tablas de Erlang-B con $P_B = 2\%$ se tienen 1.09 Erlangs/sector,

$$\frac{1.09}{0.03} \cdot 3 = 109 \text{ abonados/celda}$$

Los patrones ordenados de mayor a menor capacidad son: **4/12, 7 y 7/21**.

b.- Asumiendo celdas circulares, los *abonados / celda* = $\rho \cdot \pi R^2$ y el radio de la celda:

$$R = \sqrt{\frac{\text{abonados / celda}}{\rho\pi}}$$

Para cada patrón:

Patrón 4/12

$$R = \sqrt{\frac{294}{100\pi}} = 967 \text{ m}$$

Del enunciado:

$$L = 32 + 3.8 \cdot 10 \log_{10} 967 = 145.44 \text{ dB}$$

Patrón 7

$$R = \sqrt{\frac{220}{100\pi}} = 838 \text{ m}$$

$$L = 32 + 3.8 \cdot 10 \log_{10} 838 = 143.08 \text{ dB}$$

Patrón 7/21

$$R = \sqrt{\frac{109}{100\pi}} = 589 \text{ m}$$

$$L = 32 + 3.8 \cdot 10 \log_{10} 59 = 137.26 \text{ dB}$$

c.- Para que el sistema esté balanceado:

$$P_{OUT,BTS} = P_{OUT,MS} + (S_{MS} - S_{BTS}) = 33 + (-104 + 107) = 36 \text{ dBm}$$

Por ejemplo, del enlace descendente:

$$L(\text{dB}) = P_{OUT,BTS} + G_{a,BTS} - S_{MS} = 36 + 11 + 104 = 151 \text{ dB}$$

d.- Como todos los patrones presentan unas pérdidas por capacidad menores (apartado b) que las pérdidas que pueden compensarse para que el sistema esté balanceado (apartado c), la solución mejor es elegir el **patrón 4/12** que es el que ofrece mayor capacidad.

3

Para planificar un sistema de comunicaciones móviles celular se dispone de 100 portadoras por agrupación, la técnica de acceso es TDMA con 8 *timeslot* por portadora (todos de tráfico) y el método de duplexado es FDD.

a.- Si los equipos soportan una interferencia cocanal de $\frac{C}{I} \geq 17 \text{ dB}$ y el factor de propagación es $\gamma=4$, ¿Qué patrones de reuso se podrían utilizar con sectorización y sin sectorización?

Nota: En general, los patrones que se suelen utilizar sin sectorización son 3, 4, 7, 12, ..., y si se utiliza sectorización los patrones son 3/9, 4/12, 7/21, ...

b.- Si el tráfico consumido por abonado es $T_a=30$ mErlang/abonado, calcular el número de abonados a los que se les puede dar servicio por celda, manteniendo una probabilidad de bloqueo $P_B=2\%$ para los patrones de reuso $k=7$ y $4/12$. ¿Cuál de los dos patrones tiene más capacidad?

c.- Si la densidad de abonados es $\rho = 700$ abonados/km² ¿Cuál es el radio de la celda para los patrones de reuso $k=7$ y $4/12$? ¿Con qué patrón se necesitarían más estaciones base para mantener la calidad de servicio?

Si el entorno de propagación es área urbana y se asume un margen de desvanecimiento $MF=8$ dB para un porcentaje de cobertura perimetral del 90%, hallar:

d.- ¿Cuál debería ser la potencia transmitida para que los enlaces ascendente y descendente estén balanceados?

e.- El balance de potencias para cada uno de los enlaces (ascendente y descendente), utilizando los datos que aparecen en la Tabla. ¿Cuál es el caso peor?

	Estación base	Terminal móvil
Potencia transmitida	16 w	2 w
Sensibilidad	-107 dBm	-103 dBm
Ganancia antena	10 dBi 4 dB adicionales en recepción por diversidad	0 dBi



a.- A partir de la condición de la relación potencia de señal útil a potencia de señal interferente, calculamos el número mínimo de celdas por agrupación si se utiliza o no sectorización.

Sin sectorizar

En este caso el número de señales interferentes es seis y, por tanto,

$$\frac{C}{I} = \frac{1}{6} q^4 \geq 10^{\frac{17}{10}}$$

$$q \geq 4.16$$

$$q = \sqrt{3k} \rightarrow k \geq 7$$

Los patrones que cumplen esta condición son $k=7,12,\dots$

Con sectorización

Ahora, el número de señales interferentes se ha reducido a dos y,

$$\frac{C}{I} = \frac{1}{2} q^4 \geq 10^{\frac{17}{10}}$$

$$q \geq 3.16$$

$$q = \sqrt{3k} \rightarrow k \geq 4$$

Los patrones de reutilización que cumplen dicha condición son 4/12, 7/21, ...

b.- Primero calculamos el número de canales por agrupación, ya que conocemos el número de portadoras por agrupación, que el método de duplexado es FDD y el número de canales por radiocanal.

$$N_A = \frac{100 \text{ portadoras/agrupacion}}{2 \text{ portadoras/radiocanal}} 8 \text{ canales/radiocanal} = 400 \text{ canales/agrupacion}$$

A continuación, para cada configuración, evaluamos el tráfico ofrecido para mantener una probabilidad de bloqueo determinada y, como conocemos el tráfico consumido por abonado, podemos saber el número de abonados por celda.

k=7

$$N_C = \frac{400}{7} = 57 \text{ canales/celda} \left. \begin{array}{l} \\ P_B = 2\% \end{array} \right\} \rightarrow T_0 = 40 \text{ Er/celda}$$

$$A_c = \frac{40 \text{ Er/celda}}{0.03 \text{ Er/abonado}} = 1333 \text{ abonados/celda}$$

4/12

$$N_S = \frac{400}{12} = 33 \text{ canales/sector} \left. \begin{array}{l} \\ P_B = 0.02\% \end{array} \right\} \rightarrow T_0 = 20 \text{ Er/sector}$$

$$A_s = \frac{20 \text{ Er/sector}}{0.03 \text{ Er/abonado}} = 666 \text{ abonados/sector}$$

$$A_c = 666 \text{ abonados/sector} \times 3 \text{ sectores/celda} = 1998 \text{ abonados/celda}$$

Con el patrón de reutilización 4/12 se puede ofrecer servicio a un número mayor de abonados por celda y, por tanto, tiene más capacidad.

c.- Conocida la densidad de abonados ρ , asumiendo celdas circulares, tenemos que:

$$\text{abonados / celda} = \rho \cdot \pi R^2$$

$$R = \sqrt{\frac{\text{abonados / celda}}{\rho \pi}}$$

Patrón k=7

$$R = \sqrt{\frac{1333}{700\pi}} = 0.6 \text{ Km}$$

Patrón 4/12

$$R = \sqrt{\frac{1998}{700\pi}} = 0.9 \text{ Km}$$

Para mantener la calidad de servicio (misma probabilidad de bloqueo), se necesitan más estaciones base con el patrón de reutilización con 7 celdas omnidireccionales.

d.- Para que el sistema esté balanceado (ver apartado f del problema 1) se debe cumplir:

$$P_{OUT,BTS} = P_{OUT,MS} + G_{diversidad} + (S_{MS} - S_{BTS}) = 10\log(2) + 30 + 4 + (-103 + 107)$$

$$P_{OUT,BTS} = 33 + 4 + 4 = 41 \text{ dBm} = 11 \text{ dBW}$$

e.- El balance de potencias se puede hacer siguiendo el esquema del apartado f del primer problema. De esta forma:

$$S = \text{PIRE} - \text{MF} - L_p + G_r + G_{\text{DIVERSIDAD}}$$

$$L_{p,\text{máx}} = \text{PIRE} + G_r + G_{\text{DIVERSIDAD}} - \text{MF} - S$$

El balance se recoge en la siguiente Tabla:

	Descendente BTS->MS	Ascendente MS->BTS
Pt (dBm)	42	33
Gt (dBi)	10	0
PIRE (dBm)	52	33
MF	8	8
G_{DIVERSIDAD}	0	4
Gr (dBi)	0	10
S (dBm)	-103	-107
L (dB)	147	146

El caso peor es el enlace ascendente porque es el que menos pérdidas puede compensar.

4

Una célula de un sistema de comunicaciones móviles GSM en la banda de 900 MHz, ofrece servicio a un área con una densidad de abonados $\rho_1 = 608$ abonados/km² (ver Fig.1). Si el tráfico consumido por abonado es $T_a = 30$ mErlang/abonado:

a.- Calcular el número mínimo de canales necesario en dicha célula para asegurar una probabilidad de bloqueo $P_B = 2\%$. ¿Cuántos pares de frecuencia portadoras son necesarios?

Si en el sector A se produce un aumento localizado de la densidad de abonados ($\rho_2 = 1842$ abonados/km²) en un área circular de radio $R = 0.3$ km (ver Fig. 2):

b.- Obtener los canales adicionales necesarios en este sector para mantener $P_B = 2\%$. ¿Cuántos transceptores, habría que añadir a los existentes? ¿Cuántos canales de tráfico ofrecen servicio? En este caso, ¿es mayor o menor que 0.5% la probabilidad de que un usuario no pueda acceder al sistema?

Si dicho aumento del tráfico en el sector A, se pretende contrarrestar con una microcelda omnidireccional con 2 pares de frecuencias portadoras:

c.- Hallar la PIRE mínima en la estación base para dar cobertura radioeléctrica al área circular de radio $R = 0.3$ km, asumiendo que el sistema está balanceado.

d.- ¿Cuál es el tráfico cursado por la microcelda?

e.- Indicar si la probabilidad de que un usuario no pueda acceder al sistema es mayor o menor que 0.5%. Razone la respuesta.

f. ¿Qué solución (aumentar el número de transceptores en el sector A o instalar una microcelda) parece más adecuada para el operador? Razone la respuesta.

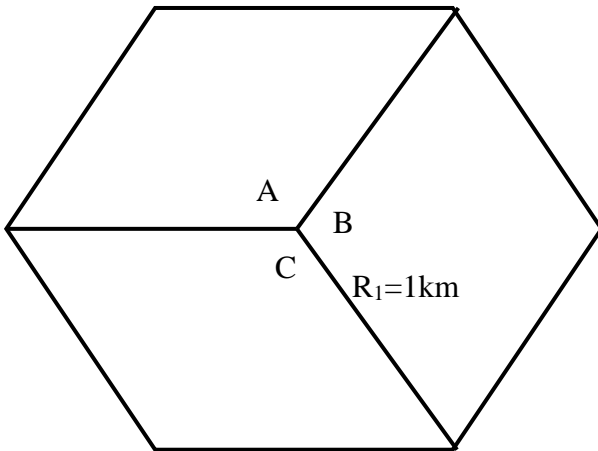


Figura 1

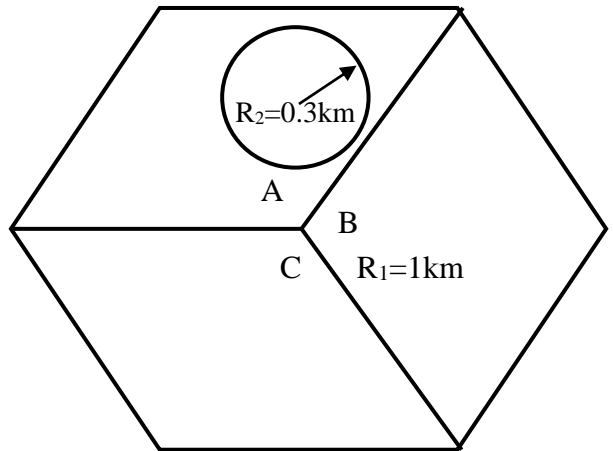


Figura 2

Datos adicionales:

- Considerar un canal de control por celda omnidireccional o sector GSM.
- Los abonados que se encuentran en la cobertura de la microcelda omnidireccional intentan prioritariamente la conexión a ésta y si no es posible lo hacen a la célula.

- El área de un sector es $A = \frac{\sqrt{3}}{2} R^2$.

- Sensibilidad del receptor = -113 dBm

- Ganancia de la antena receptora=-4 dB
- Las pérdidas por propagación se pueden estimar con la siguiente expresión:

$$L(dB) = 64 + 26 \log_{10} f(MHz) + 35 \log_{10} d(km)$$



a.- El tráfico demandado por sector es:

$$T_d = \rho \frac{\sqrt{3}}{2} R^2 T_a = 608 \frac{\sqrt{3}}{2} 1^2 30 \cdot 10^{-3} = 15.8 E$$

Si pretendemos cubrir dicho tráfico y asumimos una probabilidad de bloqueo del 2%, de las Tablas de Erlang-B (ver Anexo) necesitamos como mínimo el siguiente número de canales por sector.

$$\left. \begin{array}{l} T_0 = 15.8E \\ P_B = 2\% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang B}} N_S = 23 \text{ canales / Sector}$$

Como el número de sectores por célula es 3 (ver Fig. 1), el número de canales por célula es:

$$N_C = 23 \times 3 = 69 \text{ canales / Celula}$$

Al tratarse del sistema GSM, a 1 portadora le corresponden 8 canales. Si asumimos que por cada sector necesitamos como mínimo un canal de control, necesitamos 3 portadoras para disponer de 23 canales de tráfico (7 + 8 + 8). Por célula necesitamos 3x3 = 9 portadoras.

b.- El tráfico demandado ahora en el sector A, ha aumentado:

$$T_d = 608 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} 1^2 - \pi 0.3^2 \right) 30 \cdot 10^{-3} + 1842 \cdot \pi \cdot 0.3^2 \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 10.64 + 15.62$$

$$T_d = 26.26 E$$

Si deseamos mantener la probabilidad de bloqueo van a ser necesario más canales. Efectivamente:

$$\left. \begin{array}{l} T_0 = 26.26E \\ P_B = 2\% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang B}} N_S = 35 \text{ canales / Sector}$$

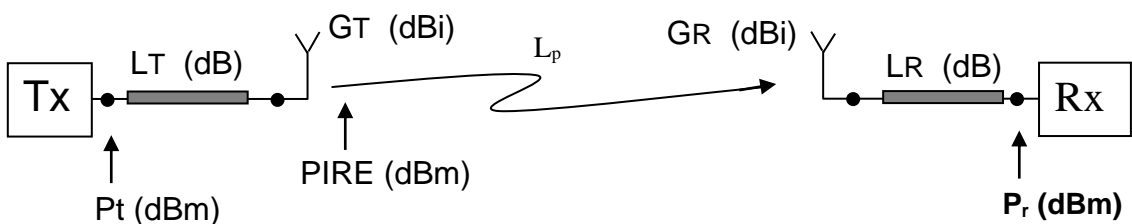
Por tanto, el número de canales adicionales es 12 (=35-23).

Por cada transeceptor se tienen 8 canales. Por tanto, se necesitan 2 transeceptores más para asegurar como mucho una probabilidad de bloqueo del 2%.

El número de canales de tráfico disponibles en el sector A es realmente de 39 (7+8+8+8+8) y la probabilidad de bloqueo es realmente menor del 2%:

$$\left. \begin{array}{l} T_d = 26.26E \\ N_S = 39 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang B}} P_B \leq 0.5\%$$

c.- Del siguiente esquema:



La potencia recibida es:

$$P_R(\text{dBm}) = \text{PIRE}(\text{dBm}) - L_p(\text{dB}) + G_R(\text{dBi}) - L_R(\text{dB})$$

Para que haya cobertura la potencia debe ser mayor que la sensibilidad del receptor:

$$P_R(\text{dBm}) = \text{PIRE}(\text{dBm}) - L_p(\text{dB}) + G_R(\text{dBi}) - L_R(\text{dB}) \geq S$$

Con los datos del enunciado, las pérdidas por propagación se han estimado en:

$$L_p = 64 + 26 \log(900) + 35 \log 0.3 = 122.5 \text{ dB}.$$

Como no hay pérdidas en recepción:

$$\text{PIRE}_{\min} = S + L_p - G_R = -113 \text{ dBm} + 122.5 \text{ dB} - (-4 \text{ dB})$$

$$\text{PIRE}_{\min} = 13.5 \text{ dBm}$$

d.- En la microcelda hay disponibles 15 (dos pares de portadoras: 7+5). Además, el tráfico demandado es:

$$T_d = 1842 \cdot \pi \cdot 0.3^2 \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 15.62 \text{ E}.$$

Por tanto, la probabilidad de bloqueo es:

$$\left. \begin{array}{l} T_d = 15.62 \text{ E} \\ N = 7 + 8 = 15 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang B}} P_B = 20\%$$

y, el tráfico cursado:

$$T_c = (1 - 0.2)15.62 = 12.5 \text{ E}$$

e.- Los abonados que se encuentran en la cobertura de la microcelda omnidireccional intentan prioritariamente la conexión a ésta y si no está disponible lo hacen al sector A. Por tanto, el tráfico que deben absorber los 23 canales del sector A es el demandado menos el cursado por la microcelda, es decir, 13.76 Erlang, y la probabilidad de bloqueo es:

$$\left. \begin{array}{l} T = 26.26 - 12.5 = 13.76 \\ N = 23 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang B}} P_B \geq 0.5\%$$

f.- En el caso a) o b) la probabilidad de que un usuario no pueda acceder al sistema es aproximadamente de 0.5 %. Parece más razonable la solución a) que no requiere un emplazamiento nuevo.

5

Se desea diseñar un sistema de comunicaciones móviles celular en el que se va a disponer como mucho de 400 canales por agrupación. El sistema es de pérdidas con un grado de servicio del 2%. Si el factor de propagación es $\gamma=4$ y se desea utilizar un patrón de reuso $k=7$:

a.-Calcular la relación portadora a interferencia cocanal mínima $\left. \frac{C}{I} \right|_{\min}$

(expresada en dB) que deberían soportar los equipos.

b.-Hallar el máximo tráfico que puede ser consumido por abonado T_a , si el número de abonados distribuidos uniformemente por toda la celda se estima como mucho en 1300.

c.-Si la densidad de abonados es $\rho = 600$ abonados/km² y el tráfico consumido por abonado es el calculado previamente ¿Cuál es el radio máximo de la celda?

d.-Repetir los apartados anteriores si se utiliza un patrón de reuso 4/12. Comente a qué se deben las similitudes o diferencias en los resultados obtenidos para cada patrón de reuso.

Si el entorno de propagación es área urbana y se asume un margen de desvanecimiento MF=8 dB para un porcentaje de cobertura perimetral del 90%, hallar:

e.- ¿Cuál debería ser la ganancia adicional por diversidad de antena en la estación base para que los enlaces ascendente y descendente estuviesen balanceados?

f.- Si no se utiliza diversidad en recepción en la estación base y con los datos que aparecen en la Tabla. Calcular el balance en los enlaces (ascendente y descendente). ¿Cuál es el caso peor?

	Estación base	Terminal móvil
Potencia transmitida	12.6 W	2 W
Sensibilidad	-107 dBm	-103 dBm
Ganancia antena	10 dBi	0 dBi



a.- El patrón de reuso es $k=7$ celdas omnidireccionales. El número de señales interferentes es 6 y, por tanto, la relación potencia de señal útil a potencia de señal interferente es:

$$\frac{C}{I} = \frac{1}{6} q^4 = \frac{1}{6} (\sqrt{3k})^4 = \frac{1}{6} (\sqrt{3 \cdot 7})^4 = 73.5 = 18.66 \text{ dB}$$

b.- Conocemos el número de canales por agrupación y, por tanto, el número de canales por célula. Si deseamos asegurar una probabilidad de bloqueo del 2%, tenemos:

$$N_C = \frac{400}{7} = 57 \text{ canales/celula} \left. \begin{array}{l} P_B = 2\% \\ \text{Erlang B} \end{array} \right\} \rightarrow T_0 = 46.81E$$

Si asumimos que el tráfico consumido por abonado es el mismo para todos, queda:

$$T_a = \frac{46.81}{1300} = 0.0360E = 36 \text{ mE}$$

c.- Si asumimos celdas circulares:

$$1300 = \pi R^2 600$$

y, el radio es $R = 0.830 \text{ Km}$.

d.- Si el patrón de reuso es 4/12, el número de señales cocanales interferentes ahora es de dos.

$$\frac{C}{I} = \frac{1}{2} q^4 = \frac{1}{2} (\sqrt{3 \cdot k})^4 = \frac{1}{2} (\sqrt{3 \cdot 4})^4 = 72 = 18.57 \text{ dB}$$

Por otra parte, los canales se ofrecen al sector y, por tanto, debemos calcular el tráfico ofrecido a éste, para una probabilidad de bloqueo del 2%.

$$N_C = \frac{400}{12} = 33 \text{ canales/celula} \left. \begin{array}{l} P_B = 2\% \\ \text{Erlang B} \end{array} \right\} \rightarrow T_0 = 24.625 E$$

Si dividimos el tráfico ofrecido al sector por el número de abonados por sector, calculamos cuál debe ser el tráfico consumido por abonado.

$$T_a = \frac{24.625}{1300/3} = 0.0568 = 56.80 \text{ mE}$$

El radio de la celda no varía: $R = 0.830 \text{ Km}$.

e.- Para que los enlaces ascendente y descendente estén balanceados (se puedan compensar las mismas pérdidas por propagación en ambos sentidos de la comunicación), debe cumplirse:

$$P_{OUT,BTS} = P_{OUT,MS} + G_{DIVER} + S_{MS} - S_{BTS}$$

Si despejamos la ganancia por diversidad en la estación base, tenemos:

$$G_{DIVER} = P_{OUT,BTS} - P_{OUT,MS} - S_{MS} + S_{BTS}$$

$$G_{DIVER} = 10\log(12.6) + 30 - 10\log(2) - 30 - (-103 + 107)$$

$$G_{DIVER} = 4 \text{ dB}$$

f.- Con el esquema del apartado e problema 1, el balance de enlaces queda de la siguiente forma:

	Descendente BTS->MS	Ascendente MS->BTS
Pt (dBm)	41	33
Gt (dBi)	10	0
PIRE (dBm)	51	33
MF (dB)	8	8
Gr (dBi)	0	10
S (dBm)	-103	-107
L (dB)	146	142

Como puede observarse el peor caso es el enlace ascendente porque se pueden compensar menos pérdidas (142 dB) que en el enlace descendente (146 dB).

6

Un sistema de comunicaciones de 16 canales opera bajo un sistema de espera con una probabilidad de que una llamada esté siendo servida de 95%.

a.- Determinar el número adicional de canales para que dicha probabilidad sea de 0.99.

b.- ¿Qué porcentaje de llamadas retardadas esperan más de la duración media de una llamada H , antes y después de incrementar el número de canales?



a.- Calculamos el tráfico ofrecido, sabiendo que el sistema es de espera (distribución de Erlang-C):

$$\left. \begin{array}{l} N = 16 \\ P_C = 1 - 0.95 = 5\% \end{array} \right\} \text{Erlang C} \rightarrow A_0 = 9.82 E$$

Si deseamos ofrecer el mismo tráfico, disminuyendo la probabilidad de que una llamada esté siendo servida, necesitamos más canales.

$$\left. \begin{array}{l} A = 9.82 \\ P_C = 1 - 0.99 = 1\% \end{array} \right\} \text{Erlang C} \rightarrow N = 19$$

Por tanto, el número de canales adicionales es 3 canales.

b.- La probabilidad de que una llamada tenga que esperar para ser servidas más que la duración media de una llamada es:

$$P_e = \text{prob}(W > H) = e^{-(N-A)\frac{H}{H}}$$

Para cada caso, el porcentaje de llamadas es el siguiente:

$$N = 16 \rightarrow P_e = e^{-(16-9.82)} = 2.07 \cdot 10^{-3} = 0.21\%$$

$$N = 19 \rightarrow P_e = e^{-(19-10.2)} = 1.51 \cdot 10^{-4} = 0.015\%$$

7

Una célula de un sistema de comunicaciones móviles GSM en la banda de 900MHz, ofrece servicio a un área con una densidad de abonados de 600 abonados/km². Si el número de pares de frecuencias portadoras es de 2 y el tráfico consumido por abonado es $T_a=30$ mErlang/abonado:

a.- Calcular el radio máximo de la célula para asegurar una probabilidad de bloqueo $P_B=2\%$. ¿Cuál es el tráfico cursado?

b.- Si la densidad de abonados pasa a ser de 900 abonados/km² ¿Cuál es ahora la probabilidad de bloqueo y el tráfico cursado? ¿Cómo se podría disminuir dicha probabilidad de bloqueo al 2%? ¿Cuál es el tráfico cursado en este caso?

Nota: Todos los canales se consideran de tráfico.



a.- Para calcular el radio máximo, el tráfico demandado $T_d = \rho\pi R^2 T_a$, lo igualamos al tráfico ofrecido, que lo calculamos teniendo en cuenta el número de canales ($2 \times 8=16$) ofrecidos a la célula y la probabilidad de bloqueo.

$$\left. \begin{array}{l} N=16 \\ P_B = 2\% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang-B}} T_0 = 9.83$$

Por tanto,

$$T_d = \rho\pi R^2 T_a = 9.83 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{9.83}{600\pi 30 \cdot 10^{-3}}}$$

$$R = 0.417 \text{ Km}$$

El tráfico cursado es el tráfico ofrecido menos el tráfico perdido, es decir,

$$T_c = (1 - 0.02)9.83 = 9.63E .$$

b.- La densidad de abonados ha aumentado y es ahora

$\rho = 900$ abonados/ Km^2 . Por tanto, el tráfico demandado para el mismo tamaño de celda del apartado es mayor.

$$T_d = \rho\pi R^2 T_a = 900\pi (0.417)^2 30 \cdot 10^{-3} = 14.75 E .$$

Como el número de canales por celda sigue siendo el mismo, la probabilidad de bloqueo aumenta:

$$\left. \begin{array}{l} T_d = 14.75E \\ N = 16 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang-B}} P_B = 0.15 = 15\%$$

Y el tráfico cursado disminuye respecto al apartado anterior.

$$T_c = (1 - 0.15)14.75 = 12.54 E$$

De las gráficas de Erlang-B debe aumentarse el número de canales a 23 para que la probabilidad de bloqueo sea del 2% .

En este caso, el tráfico cursado es $T_c = (1 - 0.02)14.9 = 14.6 E$.

8

Una célula con 6 sectores (Fig. 1) de un sistema de comunicaciones móviles GSM en la banda de 900 MHz, ofrece servicio a un área circular de radio 2km con una densidad de abonados de 226 abonados/km². Si el tráfico consumido por abonado es $T_a=30$ mErlang/abonado:

a.- Calcular el número mínimo de transceptores en la celda para una probabilidad de bloqueo máxima $P_B=2\%$. ¿Cuál es el tráfico cursado por la celda?

b.- Si aumenta el número de abonados en los sectores A y B y se decide que el sector F ceda un radiocanal al sector A y el sector C lo haga al B, ¿Cuál es el número máximo de abonados en los sectores A y B para que la probabilidad de bloqueo sea como mucho del 2%? ¿Cuál es la probabilidad de bloqueo y el tráfico cursado en el resto de sectores?

c.- Si se mantiene el sistema GSM900 con los transceptores calculados en el apartado a y se instala en el mismo emplazamiento una célula GSM en la banda de 1800 MHz con 3 sectores (Fig. 2) porque la densidad de abonados ha pasado a ser de 378 abonados/km², ¿Cuál es el número mínimo de transceptores GSM1800 por sector para que la probabilidad de bloqueo sea como mucho del 2% en GSM1800?. Nota: Se asignan prioritariamente canales GSM900 y si no es posible canales GSM1800.

Nota: - Todos los canales se consideran de tráfico.

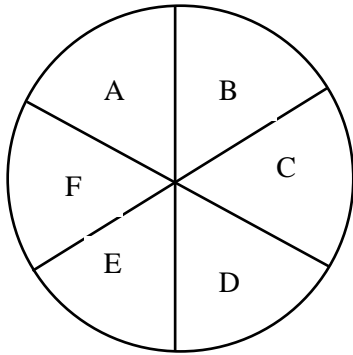


Fig. 1

GSM900

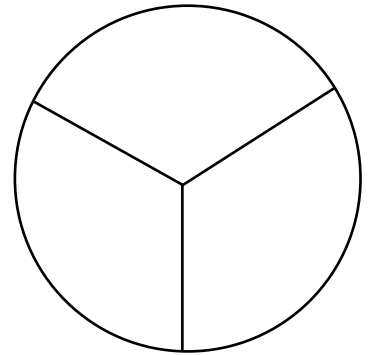


Fig. 2

GSM1800



a.- Primero, calculamos el número mínimo de transceptores por sector para una probabilidad de bloqueo del 2%, y después, el número de transceptores por celda.

El tráfico demandado por un sector es:

$$T_d = \frac{\pi R^2}{6} \rho T_a = \frac{\pi (2 \text{ Km})^2}{6} (226 \text{ abonados/Km}^2) \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 14.2 E$$

Por tanto, el número de canales mínimo por sector para que la probabilidad de bloqueo sea menor que 0.02, es:

$$\left. \begin{array}{l} T_d = 14.2E \\ P_B = 2\% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang B}} N_{\text{minimo}} = 22 \text{ canales / sector .}$$

Como el sistema es GSM, el número de canales de tráfico por transceptor es 8 (ya que en la nota del enunciado nos dicen que todos los canales son de tráfico). Por tanto, con 3 transceptores tenemos 24 canales por sector, y como cada celda está compuesta por 6 sectores, el número de transceptores por celda es 18.

El tráfico cursado es el tráfico ofrecido menos el tráfico perdido. Para el sector, calculamos la probabilidad de bloqueo, asumiendo que hay realmente 24 canales:

$$\left. \begin{array}{l} T_0 = 14.2E \\ N_S = 24 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang B}} P_B = 0.5\%$$

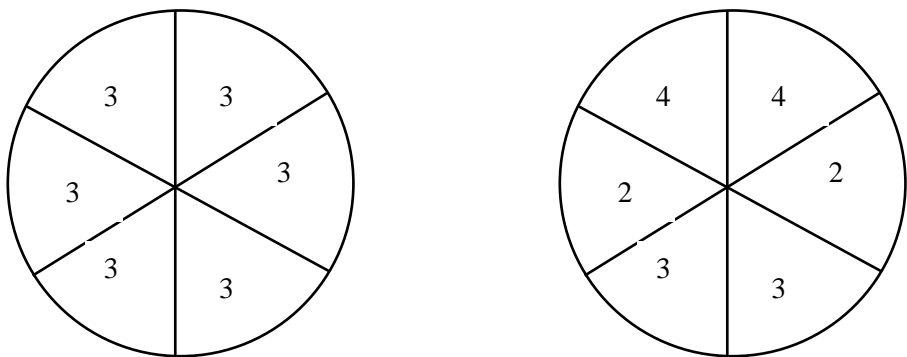
Finalmente, el tráfico cursado por sector, queda:

$$T_c = (1 - P_B)T_0 = (1 - 5 \cdot 10^{-3})14.2 = 14.129 E / \text{sector}.$$

Y, para la celda:

$$T_c = 84.774 E / \text{celda}.$$

b.- La situación que queda, en cuanto a número de canales por sector, es la siguiente:



El número de abonados en los sectores A y B, es:

$$\left. \begin{array}{l} 4 \times 8 \text{ canales} = 32 \text{ canales} \\ P_B = 2\% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang B}} T_o = 23.7E \rightarrow \frac{23.7}{30 \cdot 10^{-3}} = 790 \text{ abonados/sector}$$

La probabilidad de bloqueo, en los sectores con 2 transceptores es:

$$\left. \begin{array}{l} 2 \times 8 \text{ canales} = 16 \text{ canales} \\ T_d = 14.2E \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang B}} P_B \leq 15\%$$

y, en los sectores con 3 transceptores:

$$\left. \begin{array}{l} 3 \times 8 \text{ canales} = 24 \text{ canales} \\ T_d = 14.2E \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang B}} P_B = 0.5\%$$

c.- Como, según el enunciado, se asignan prioritariamente canales GSM900 y si no es posible, canales GSM1800, calculamos primero el tráfico desbordado de los dos sectores GSM900 que tendrá que deberá ser absorbido por el sector GSM1800.

Para cada sector GSM900:

$$\left. \begin{array}{l} N = 24 \\ T_d = \frac{\pi R^2}{6} 378 \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 23.75 E \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang B}} P_B = 15\%$$

y, el tráfico cursado es $T_c = (1 - 0.15)23.75 = 20.19$ Erlang/sector.

Como el tráfico demandado en cada sector es 23.75 Erlangs, el tráfico desbordado en cada sector GSM900, es:

$$T_{\text{desbordado}} = 23.75 - 20.19 = 3.56 E.$$

Como un sector GSM1800 absorbe el tráfico desbordado de dos sectores GSM900, el número de canales mínimo de GSM1800 es:

$$\left. \begin{array}{l} T_{\text{desbordado}} = 3.56 + 3.56 = 7.2 \text{ E} \\ P_B = 2\% \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow N_{\text{mínimo}} = 13 \text{ canales} \\ \text{Erlang B} \end{array}$$

Por lo tanto, son necesario como mínimo 2 transceptores GSM1800.

9

Se desea cubrir un área circular de 500 metros de radio, con una densidad de abonados de $\rho=340$ abonados/km², mediante una estación base de un sistema de radiococomunicaciones que dispone de N=16 canales dúplex. Si se ha estimado un tráfico medio demandado por abonado de $T_a=30$ mE/abonado,

a.- Calcular la probabilidad de bloqueo P_B , si el sistema es de pérdidas, y la probabilidad de que una llamada no esté siendo servida P_C , si el sistema es de espera.

b.- Si el número de canales se reduce a la mitad, ¿qué porcentaje disminuiría el radio de la célula en cada caso para mantener la P_B y la P_C del apartado anterior. Y si el número de canales aumenta el doble, ¿qué porcentaje aumentaría?.

c.- Si T_a aumenta el doble o disminuye a la mitad ¿cuántos canales son necesarios en cada sistema para mantener la P_B y la P_C del apartado *a*.

d.- A la vista de los resultados obtenidos, ¿cuál de los dos sistemas, el de pérdidas o el de espera, sería más conveniente implantar?



a.- Calculamos el número total de abonados en la celda:

$$N_{abonados} = \rho \cdot S_{célula} = 340 \text{ abonados/Km}^2 \pi 0.5^2 = 267 \text{ abonados}$$

El tráfico demandado es:

$$T_d = 267 \text{ abonados} \cdot 30 \cdot 10^{-3} \text{ E / abonados} = 8.01 \text{ E}$$

Si el sistema es de pérdidas, utilizamos la distribución de Erlang-B (Anexo A)

$$\left. \begin{array}{l} T_0 = 8.01 E \\ N_S = 16 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang B}} P_B = 0.5\%$$

Si el sistema es de espera, usamos la distribución de Erlang-C (Anexo B)

$$\left. \begin{array}{l} T_0 = 8.01 E \\ N_S = 16 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang C}} P_e = 1\%$$

b.- Si el número de canales se reduce a 8.

En el **sistema de pérdidas:**

$$\left. \begin{array}{l} N = 8 \text{ canales} \\ P_B = 0.5\% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang B}} T_0 = 2.73 E$$

y, el número de usuarios es : $\frac{2.73E}{30 \cdot 10^{-3} E / \text{abonado}} = 91 \text{ abonados}$

Por tanto,

$$R = \sqrt{\frac{91 \text{ abonados}}{340\pi}} = 0.2918 \text{ Km.}$$

El porcentaje que disminuye el radio de la celda es:

$$\frac{0.5 - 0.2918}{0.5} \times 100 = 41.64\%.$$

En el **sistema de espera:**

$$\left. \begin{array}{l} N = 8 \text{ canales} \\ P_B = 1\% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang C}} T_0 = 2.87 E$$

y, el número de usuarios como mucho tiene que ser:

$$\frac{2.87E}{30 \cdot 10^{-3} E / \text{abonado}} = 95 \text{ abonados}$$

Por tanto,

$$R = \sqrt{\frac{95 \text{ abonados}}{340\pi}} = 0.2982 \text{ Km}.$$

El porcentaje que disminuye es:

$$\frac{0.5 - 0.2982}{0.5} \times 100 = 40.36\%.$$

Si aumentamos el número de canales a 32:

En el **sistema de pérdidas**:

$$\left. \begin{array}{l} N = 32 \text{ canales} \\ P_B = 0.5\% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang B}} T_d = 20.7 E$$

El número de usuarios es : $\frac{20.7 E}{30 \cdot 10^{-3} E / \text{abonado}} = 690 \text{ abonados}.$

Por tanto,

$$R = \sqrt{\frac{690 \text{ abonados}}{340\pi}} = 0.8037 \text{ Km}.$$

El porcentaje que aumenta el radio de la celda es:

$$\frac{0.8037 - 0.5}{0.5} \times 100 = 60.74\% .$$

En el **sistema de espera**:

$$\left. \begin{array}{l} N = 32 \text{ canales} \\ P_B = 1\% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang C}} T_0 = 20.2E$$

El número de usuarios es: $\frac{20.2E}{30 \cdot 10^{-3} E / \text{abonado}} = 673 \text{ abonados}$

Por tanto,

$$R = \sqrt{\frac{673 \text{ abonados}}{340\pi}} = 0.7937 \text{ Km}$$

El porcentaje que aumenta el radio de la celda es:

$$\frac{0.7937 - 0.5}{0.5} \times 100 = 58.74\% .$$

c.- Si el tráfico consumido por abonado disminuye a la mitad
 $T_a = 15 \text{ mE} / \text{abonado}$:

En el **sistema de pérdidas**:

$$\left. \begin{array}{l} T_0 = 15 \cdot 10^{-3} \cdot 267E = 4.605 E \\ P_B = 2\% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang B}} N_{\text{minimo}} = 11 \text{ canales} .$$

En el **sistema de espera**:

$$\left. \begin{array}{l} T_0 = 4.005 E \\ P_B = 1\% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang C}} N_{\text{minimo}} = 10 \text{ canales .}$$

Si el tráfico consumido por abonado se duplica, $T_a = 60 \text{ mE} / \text{abonado}$:

En el **sistema de pérdidas**:

$$\left. \begin{array}{l} T_0 = 60 \cdot 10^{-3} \cdot 267 E = 16.02 E \\ P_B = 0.5\% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang B}} N_{\text{minimo}} = 27 \text{ canales .}$$

En el **sistema de espera**:

$$\left. \begin{array}{l} T_0 = 16.02 E \\ P_B = 1\% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang C}} N_{\text{minimo}} = 27 \text{ canales .}$$

d.- Tanto en un sistema como en otro, el radio de la celda disminuye o aumenta prácticamente igual si se reduce el número de canales o se aumenta. Por otra parte, si el tráfico consumido por abonado disminuye o aumenta, el número de canales necesarios en cada sistema es similar. Por tanto, en este caso, donde la probabilidad de bloqueo es del 2% para el sistema de pérdidas y donde la probabilidad de que una llamada no está siendo servida es del 1% para el sistema de espera, los dos sistemas ofrecen similares prestaciones.

10

Se desea planificar un sistema PMR de comunicaciones móviles formado por una única estación base. El sistema va a ofrecer servicio a una compañía de taxis formada por 200 usuarios que se espera consuman un tráfico medio de $T_a=15$ mE/abonado y puedan estar alejados como mucho 2 km de la estación base. El sistema PMR utiliza la técnica de acceso TDMA con 4 *timeslot* por portadora y el método de duplexado es FDD. La frecuencia es de 400 MHz.

a.- ¿Cuál es el número de transceptores necesarios, si el sistema PMR es de espera con una probabilidad de que una llamada esté siendo servida de 0.85?

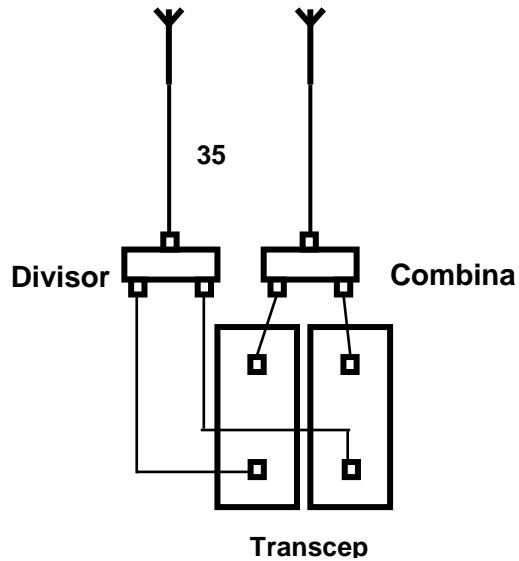
Nota: Es necesario como mínimo disponer de un canal de control.

b.- Calcular las pérdidas máximas por propagación en la zona de cobertura del sistema.

Nota: Las pérdidas en entorno urbano se pueden estimar como la suma de las pérdidas en espacio libre expresadas en dB más 30 dB.

Si el montaje para la estación base es el propuesto en la figura:

c.- Representar en una Tabla el balance de enlaces (ascendente y descendente), indicando claramente el valor de cada uno de los parámetros que intervienen y expresando las pérdidas máximas compensables en función de las potencias transmitidas en cada enlace.



d.- Hallar la potencia transmitida mínima en la estación base y en los terminales móviles para dar cobertura radioeléctrica a todos los usuarios, si se asume un margen de desvanecimiento $MF=14$ dB para un porcentaje de cobertura perimetral del 90% y que los enlaces ascendente y descendente están balanceados.

	Estación base	Terminal móvil
Potencia transmitida	X dBm	Y dBm
Ganancia antenas	10 dBi	3 dBi
Sensibilidad	-106 dBm	-103 dBm

Otros datos:

- Pérdidas en el divisor 3 dB

- Pérdidas en el combinador: 3.5 dB
- Atenuación en el cable: 3dB/100metros



a.- El Tráfico demandado es:

$$T_d = 200 \cdot 15 \cdot 10^{-3} = 3 \text{ Erlangs .}$$

La probabilidad de que una llamada no esté siendo servida es $1-0.85=0.15$. Como el sistema es de espera, utilizamos la distribución de Erlang-C (anexo B) y, el número mínimo de canales de tráfico necesario es $N=6$. En el enunciado nos dicen que en la celda es necesario disponer de un canal de control, por lo tanto, necesitamos 7 canales. Como por cada transceptor, se tienen 4 canales, necesitamos 2 transceptores.

b.- Calculamos las pérdidas en espacio libre:

$$L_0 = 20 \cdot \log \left(\frac{4\pi \cdot 2 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 / 400 \cdot 10^6} \right) = 90.5 \text{ dB}$$

y le sumamos 30dB, resultando unas pérdidas totales máximas por propagación de 120.5dB.

c.- Con el esquema del apartado e problema 1 y el diagrama de bloques de la estación base del enunciado, el balance de enlaces queda de la siguiente forma:

	Descendente BTS->MS	Ascendente MS->BTS
Pt (dBm)	X	Y
Lt(dB)	$L_{\text{combinador}}(\text{dB}) + L_{\text{cable}}(\text{dB}) =$ $3.5 + 35 \times 0.03 \approx 4.5$	0
Gt (dBi)	10	3
PIRE (dBm)	X+5.5	Y+3
Gr (dBi)	3	10
Lr (dB)	0	$L_{\text{divisor}}(\text{dB}) + L_{\text{cable}}(\text{dB}) =$ $3 + 35 \times 0.03 \approx 4$
S (dBm)	-103	-106
Lmáx (dB)	X+111.5	Y+115

d.- Las pérdidas que deben compensarse en cada enlace (ascendente y descendente) son las pérdidas por propagación más el margen de desvanecimiento.

En el enlace descendente (ver apartados anteriores), se debe cumplir que:

$$X + 111.5 = 120.5 + 14 \quad X=23$$

y, por tanto, la potencia transmitida por la estación base debe ser 23 dBm.

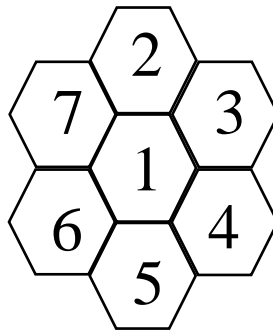
En el enlace ascendente (ver apartados anteriores), se tiene que cumplir:

$$Y + 115 = 120.5 + 14 \quad Y=19.5$$

es decir, la potencia transmitida por la estación móvil debe ser 19.5dBm.

11

Un operador despliega una red de comunicaciones móviles. El fabricante que le suministra los equipos recomienda cumplir una C/I de 12 dB, así que el operador utiliza patrones de siete células como el de la siguiente figura, con 9 canales de tráfico en cada una de ellas.



Estudios sociológicos muestran un tráfico medio por abonado de 5 mE, y la ciudad sobre la que se despliega la red tiene una demografía de 10.000 habitantes/Km². Si las células tienen un radio de 600 metros:

Con una probabilidad de bloqueo del 3%, ¿Qué porcentaje de abonados sobre el número de habitantes puede llegar a conseguir el operador?

Al cabo del tiempo, debido al desgaste por el uso, varias celdas reducen sus canales de tráfico (debido a la inoperabilidad del resto) a 6, 7 y 8 canales.

a.- ¿Cuál es el nuevo porcentaje de abonados sobre el número de habitantes en cada una de estas celdas? El operador tiene la política de calidad de servicio, así que no incluirá a más abonados si no puede garantizarles una calidad suficiente de servicio.

b.- ¿Se garantiza el requisito de C/I del fabricante? La constante de propagación es 3

El jefe de planificación decide sectorizar todas las celdas y hacer un patrón 7/21, repartiendo de forma uniforme los 9 canales de tráfico.

c.- En este caso, ¿Cuál es el nuevo porcentaje de abonados sobre habitantes?

d.- ¿Se cumple ahora el requisito de C/I del fabricante?

e.- Normalmente se dice que la sectorización es una técnica de aumento de capacidad, con los resultados anteriores, ¿se podría corroborar esta afirmación? ¿Por qué?

Nota: Área de un hexágono $A = \frac{\sqrt{3}}{2} R^2$.



a.- El área de un hexágono de radio 600 metros vale:

$$A = \frac{\sqrt{3}}{2} R^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} (600m)^2 = 0.3118 \text{ Km}^2$$

Por otro lado, los 9 canales, para asegurar un 3% de probabilidad de bloqueo, ofrecen un tráfico de:

$$\left. \begin{array}{l} N_{\text{Radiocanales}} = 9 \\ P_B = 0.03 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang}_B} A = 4.75 \text{ E}$$

Sabemos que el tráfico ofrecido por abonado es de 5mE, así que el número de abonados a los que se le puede dar servicio con 9 canales es de:

$$N_{\text{abonados}} = \frac{4.75E}{5mE / \text{abonados}} = 950 \text{ abonados}$$

El número de abonados por unidad de superficie lo obtendremos con los resultados anteriores.

$$\rho_{\text{abonados}} = \frac{950 \text{ abonados}}{0.3118 \text{ Km}^2} = 3047 \text{ abonados / Km}^2$$

Entonces, la tasa de penetración será la densidad de abonados dividido por la densidad de habitantes:

$$\text{tasa} = \frac{3047 \text{ abonados / Km}^2}{10000 \text{ habitantes / Km}^2} \approx 30\%$$

b.- Ahora deberemos rehacer los cálculos para 8, 7 y 6 radiocanales. El tráfico ofrecido en cada uno de los tres casos será:

$$\left. \begin{array}{l} N_{\text{Radiocanales}} = 8 \\ P_B = 0.03 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow \\ \text{Erlang}_B \end{array} A(8) = 3.99 E$$

$$\left. \begin{array}{l} N_{\text{Radiocanales}} = 7 \\ P_B = 0.03 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow \\ \text{Erlang}_B \end{array} A(7) = 3.25 E$$

$$\left. \begin{array}{l} N_{\text{Radiocanales}} = 6 \\ P_B = 0.03 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow \\ \text{Erlang}_B \end{array} A(6) = 2.54 E$$

Así que la penetración para cada uno de ellos será

$$tasa(8) = \frac{3.99 / 5 \text{ mE} / 0.3118 \text{ Km}^2}{10000 \text{ habitantes} / \text{ Km}^2} = \frac{798 \text{ abonados} / 0.3118 \text{ Km}^2}{10000 \text{ habitantes} / \text{ Km}^2} = 25.59\%$$

$$tasa(7) = \frac{3.25 / 5 \text{ mE} / 0.3118 \text{ Km}^2}{10000 \text{ habitantes} / \text{ Km}^2} = \frac{650 \text{ abonados} / 0.3118 \text{ Km}^2}{10000 \text{ habitantes} / \text{ Km}^2} = 20.85\%$$

$$tasa(6) = \frac{2.54 / 5 \text{ mE} / 0.3118 \text{ Km}^2}{10000 \text{ habitantes} / \text{ Km}^2} = \frac{508 \text{ abonados} / 0.3118 \text{ Km}^2}{10000 \text{ habitantes} / \text{ Km}^2} = 16.29\%$$

c.- Para demostrar que se garantiza la relación portadora interferencia recomendada por el fabricante, es tan sencillo como calcular ésta a partir del patrón de reuso y de la constante de propagación:

$$\left(\frac{C}{I}\right) = \frac{1}{6} (\sqrt{3 \cdot k})^\gamma = \frac{1}{6} (\sqrt{3 \cdot 7})^3 = 16.039 = 12.0518 \text{ dB}.$$

d.- El patrón de reuso es un 7/21, lo que indica que tenemos 3 sectores. Los 9 canales han de repartirse entre los sectores, así que disponemos de 3 canales por sector. Con una probabilidad de bloqueo del 3%, se puede ofrecer un servicio por sector de:

$$\left. \begin{array}{l} N_{\text{Radiocanales}} = 3 \\ P_B = 0.03 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang}_B} A = 0.72 \text{ E}$$

Sabemos que el tráfico ofrecido por abonado es de 5mE, así que el número de abonados a los que se le puede dar servicio con 3 canales en un sector es de:

$$N_{\text{abonados}} / \text{sector} = \frac{0.72 \text{ E}}{5 \text{ mE} / \text{abonados}} = 144 \text{ abonados} / \text{sector}$$

Y la celda habrá 3 veces más abonados que en un sector, con lo que la nueva tasa de penetración será:

$$tasa = \frac{144 \text{ abonados / sector} \cdot 3 \text{ sectores} / 0.3118 \text{ Km}^2}{10000 \text{ habitantes} / \text{ Km}^2} = 13.86\%$$

Así que vemos que la tasa de penetración ha disminuido sectorizando.

e.- La nueva relación portadora interferencia será:

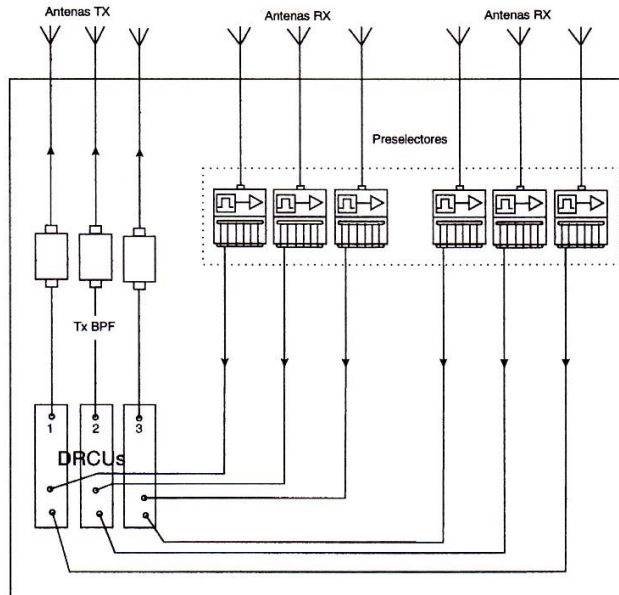
$$\left(\frac{C}{I}\right) = \frac{1}{2}(\sqrt{3} \cdot k)^{\gamma} = \frac{1}{2}(\sqrt{3} \cdot 7)^3 = 48.11 = 16.820 \text{ dB}$$

Así que hemos aumentado 4.77dB la C/I.

f.- A priori, vemos que sin sectorizar la tasa de penetración es del 30%, mientras que sectorizando disminuye al 13.86%. Sin embargo tenemos que darnos cuenta que la C/I ha aumentado a 16.82 dB, y el requisito del fabricante son 12dB. Podríamos modificar el patrón de reuso, y disminuirlo a un 4/12, de tal forma que tendríamos más canales por sector, y de esta manera si que aumentamos la capacidad. En resumen, según los resultados del enunciado la capacidad disminuye, pero si aprovechamos el aumento de C/I podríamos cambiar la estructura celular para disminuir el número de celdas y tener más canales, y de esta manera aumentar la capacidad.

12

Una de las estaciones base de un sistema de comunicaciones móviles GSM900 presenta el esquema de la figura:



a.- (0.75 p) Indicar el número de sectores y las frecuencias portadoras por sector. ¿Se encuentra implementado algún mecanismo de diversidad en recepción? Razone la respuesta.

Si la calidad de servicio debe ser al menos del 2%,

b.- (0.75 p) Estimar el tráfico ofrecido, el tráfico perdido y el tráfico cursado.

c.- (0.5 p) Si la densidad de abonados es de 150 abonados/km², ¿Cuál es el radio máximo de la celda? Nota: El tráfico medio consumido por abonado es de 10mErlangs.

d.- (1 p) Si se desea mantener el radio de la celda calculado en el apartado **c**, ¿Cómo se modificaría el esquema de la figura, si el tráfico medio

consumido por abonado pasa a ser el doble que el del apartado **c**? ¿Cuál sería realmente la calidad de servicio?

e.- (1 p) Repetir el apartado anterior si el número de abonados aumenta el doble en uno de los sectores, manteniéndose un tráfico medio consumido por abonado de 10mErlangs.

Si se dispone de dos tipos de cables coaxiales con las siguientes características:

Tipo	$Z_0 (\Omega)$	C (pF/m)	$d_{interior}$
A	50	72.9	2 mm
B	50	97.2	1.5 mm

- Conductores de cobre: $\sigma_{Cu}=58.15 \times 10^6 \Omega^{-1}/m$.
- $\epsilon_0=8.84 \times 10^{-12} F/m$.
- $\mu_0=4\pi \times 10^{-7} H/m$.

f.- (1 p) ¿Qué tipo de cable utilizaría para obtener la mejor cobertura radioeléctrica?



a.- En la Figura del problema se observa que existen 3 antenas de transmisión. Por lo tanto, se puede deducir que en esta célula existen 3 sectores, uno por cada antena de transmisión. Por el número de transceptores se deduce que existe una portadora para el enlace ascendente y otra para el enlace descendente en cada sector, es decir, 2 portadoras por sector. El número total de portadoras en la célula sería 6.

Además, existen 6 antenas de recepción, dos por cada sector. Cada par de antenas en recepción estarán separadas una cierta cantidad de longitudes de onda por lo que se podrá implantar una técnica de diversidad espacial con el objetivo de mejorar la recepción de la señal proveniente de las estaciones móviles.

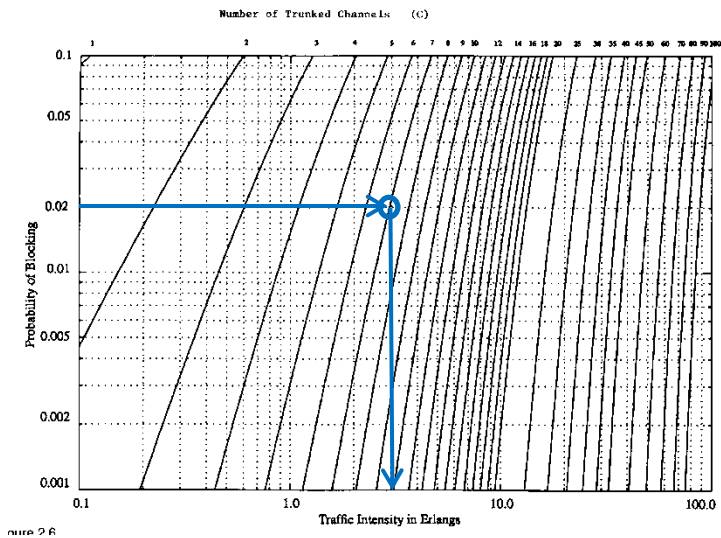
b.- Como estamos en un sistema con probabilidad de bloqueo con pérdida de la llamada, el tráfico ofrecido será igual al tráfico cursado más el tráfico perdido.

$$T_o = T_c + T_p$$

En primer lugar calcularemos el tráfico ofrecido. En cada sector tenemos una portadora en cada sentido de la comunicación. En GSM cada portadora tiene asociada 8 ranuras o "slots" temporales. Siempre es necesario contar con una ranura dedicada a soportar canales de control. Por lo tanto, cada sector poseerá 7 ranuras para soportar 7 canales de tráfico bidireccionales. En la gráfica de tráfico de Erlang-B que se muestra al final de examen, se observa que para $N=7$ canales y una probabilidad de bloqueo del 2% (0.02) el tráfico es de aproximadamente 3 Erlangs.

El tráfico perdido o bloqueado es: $T_p = 3 \cdot 0.02 = 0.06 E$

Así, el tráfico cursado es 2.94 Erlangs.



c.- Cada sector ofrece un tráfico $T_o=3$ Erlangs, como cada abonado consume un tráfico de 10m Erlangs, el número de abonados N_s máximo que cada sector puede servir es:

$$N_s = \frac{3}{10 \cdot 10^{-3}} = 300 \text{ usuarios/sector}$$

La célula posee tres sectores, el número máximo de abonados en la célula N_c es:

$$N_c = 3 \cdot 300 = 900 \text{ usuarios/célula}$$

Si suponemos que la célula es circular (área S) y está situada en una zona en la que la densidad de abonados (D) es de 150 por km^2 obtenemos el siguiente radio máximo:

$$S_{\max} \cdot D = N_c$$

$$\pi R^2 \cdot D = N_c$$

$$R = \sqrt{\frac{N_c}{D \cdot \pi}} = 1.38 \text{ km}$$

d.- El tráfico consumido por cada abonado pasa ahora ser 20 mErlangs. Como el radio de la célula permanece constante la densidad de abonados por km^2 permanece asimismo constante. En cada sector tenemos 300 abonados que ahora generarán un tráfico por sector:

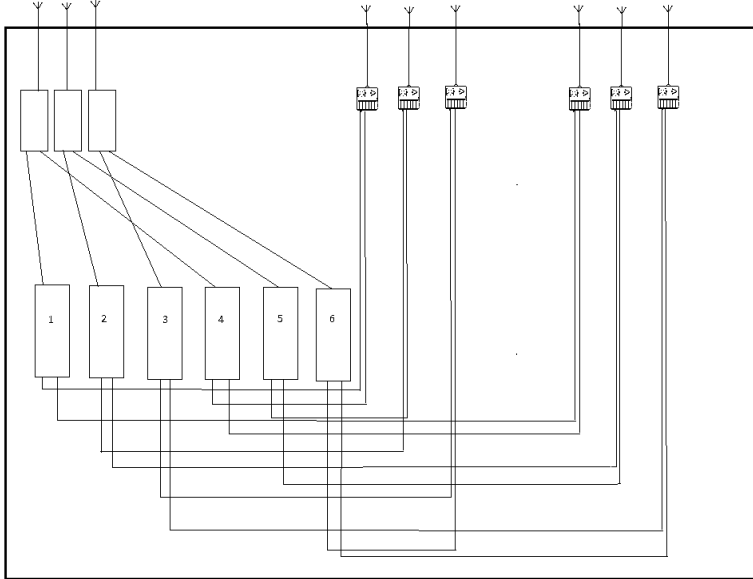
$$T_{\text{sector}} = 300 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = 6 \text{ Erlangs}$$

Si se desea mantener una probabilidad de bloqueo del 2%, según se aprecia en la gráfica de tráfico de Erlang-B, el número de canales debe aumentar hasta 11 canales de tráfico. En total necesitaremos, los 11 canales de tráfico más un canal de control. Como cada portadora de GSM posee 8 ranuras temporales, es necesario utilizar en cada sector dos portadoras en cada sentido de la comunicación.

El esquema de la figura debe ser modificado para incorporar un transceptor DRCU más para cada sector. En la siguiente figura se muestra cómo sería el esquema. Cada par de transceptores se conecta mediante un combinador a una antena de transmisión. En recepción tenemos dos antenas por sector. Cada una de las antenas de recepción se conecta a dos transceptores. Por ejemplo, las antenas primera y cuarta por la izquierda, que corresponden a un mismo sector se conectan a los transceptores 1 y 4.

La calidad del servicio aumentaría ya que el número total de canales es superior a los 11 canales requeridos para la probabilidad de bloqueo del 2%. Como tenemos dos portadoras y una ranura dedicada a control, el número total de canales de tráfico es de 15. Según la gráfica de Erlang-B para un

número de canales de 15 y un tráfico de 6 Erlangs la probabilidad de bloqueo es de tan solo el 0.1%.



e.- Ahora el número de abonados se dobla mientras que el tráfico de cada abonado permanece constante (10 mErlangs). El tráfico en cada sector es el mismo que en el apartado anterior ya que:

$$T_{\text{sector}} = 600 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 6 \text{ Erlangs}$$

Por tanto, se actuaría de la misma forma que en el apartado d. Se añadiría una portadora más por sector para aumentar el número de canales de tráfico por encima de 11.

f.- Vamos a calcular con cuál de los dos cables coaxiales disponibles se dispone de mejor cobertura radioeléctrica. Ay que evaluar la atenuación de cada cable:

Cable A

Calculamos la inductancia por unidad de longitud:

$$Z_o = \sqrt{\frac{L}{C}} \rightarrow 50 = \sqrt{\frac{L}{72.9 \cdot 10^{-12}}} \rightarrow L = 1.82 \cdot 10^{-7} \text{ F/m}$$

Calculamos D_e :

$$L = \frac{\mu_o}{2\pi} \ln\left(\frac{D_e}{d_i}\right) \rightarrow D_e = d_i \cdot e^{\frac{L \cdot 2\pi}{\mu_o}} = 4.96 \text{ mm}$$

Calculamos R :

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu_o \sigma}} = 22 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$R_s = \frac{1}{\sigma \delta} = 0.0078 \Omega$$

$$R = \frac{R_s}{\pi} \left(\frac{1}{D_e} + \frac{1}{d_i} \right) = 1.75 \Omega$$

El ancho de banda del sistema GSM900 se encuentra en torno a 900 MHz. Se puede realizar la aproximación de altas frecuencias ya que se cumple:

$$\frac{R}{2\pi f \cdot L} < 0.4$$

Con dicha aproximación la atenuación es:

$$\alpha = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} = 0.0175 \frac{Np}{m}$$

$$\alpha = 0.152 \frac{dB}{m}$$

Cable B

Ahora L toma un valor:

$$L = 2500 \cdot 97.2 \cdot 10^{-12} = 2.43 \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

Tomando $d=1.5\text{mm}$ y el nuevo valor de L, el valor de D_e es:

$$D_e = d_i \cdot e^{\frac{L \cdot 2\pi}{\mu_0}} = 5 \text{ mm}$$

Los valores de S y R_s son iguales. El valor de R es:

$$R = \frac{R_s}{\pi} \left(\frac{1}{D_e} + \frac{1}{d_i} \right) = 2.15 \Omega$$

En este cable se sigue cumpliendo la condición de aproximación de altas frecuencias. Por ello el valor de atenuación es:

$$\alpha = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} = 0.0215 \frac{\text{Np}}{\text{m}}$$

$$\alpha = 0.19 \frac{\text{dB}}{\text{m}}$$

Como el cable A presenta una menor atenuación, sería el elegido.

13

Una de las estaciones base de un sistema de comunicaciones móviles GSM900 posee 3 sectores, 1 par de frecuencias portadoras/sector y diversidad en recepción. Si la distancia entre las antenas y los equipos transceptores es de 35 m.:

a.- Si se dispone de equipos transceptores, divisores, combinadores, cables y antenas, dibujar un esquema interconectando los equipos que sean necesarios en este caso. Si se descarta algún equipo, razone la respuesta.

b.- Realizar un balance de potencias, indicando el enlace más desfavorable, si se dispone la siguiente información de los equipos:

Transmisión	Unidades	Estación Base	Terminal Móvil
Banda de Frecuencias	MHz	960	915
Potencia de Tx	W	25	2
Tipo de Combinador		1:2	
Pérdidas combinador	dB	3	0
Tipo de duplexor			
Pérdidas duplexor	dB		
Tipo de cable de antena		1/2"	
Atenuación del cable de antena	dB/100m	3,9	
Longitud del cable de antena	m	35	0
Tipo Sistema Radiante (antena)	Katherein	738 192	dipolo
Ganancia de la antena	dBi	14	2
Otras pérdidas (uso terminal móvil, ...)	dB	0	4
Recepción	Unidades	Estación Base	Terminal Móvil
Banda de Frecuencias	MHz	915	960
Sensibilidad	dBm	-107	-104
Tipo de divisor de potencia			
Pérdidas divisor de potencia	dB	3	0
Tipo de duplexor			
Pérdidas duplexor	dB		
Tipo de cable antena		1/2"	
Atenuación del cable de antena	dB/100m	3,9	0
Longitud del cable de antena	m	35	0
Tipo Sistema radiante (antena)	Katherein	738 192	dipolo
Ganancia de la antena	dBi	14	2
Ganacia extra por diversidad	dB	3	0
Otras pérdidas (uso terminal móvil, ...)	dB	0	4

c.- Para una probabilidad de bloqueo del 2%, ¿Cuál es el tráfico ofrecido por la estación base?

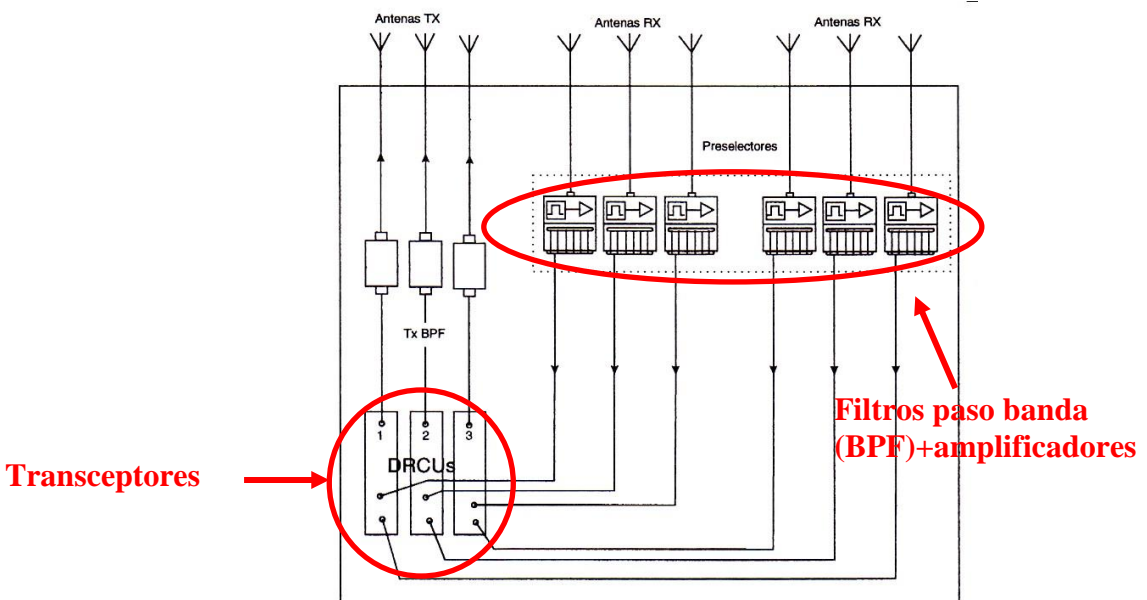
Si el número de frecuencias portadoras por sector pasa a ser de 2:

d.- Repetir los apartados **a** y **b**.

e.- ¿El tráfico ofrecido por la estación base es el doble respecto al calculado en c? Razone la respuesta.



a.- El esquema interconectado de los equipos en la estación base es el siguiente:



En esta estación base se utilizarían:

- Como en la célula existen tres sectores se pueden emplear tres antenas de transmisión, una para cada sector. Al utilizar diversidad espacial en recepción, se emplean dos antenas de recepción para cada sector. En total, tres antenas para transmisión y seis antenas para recepción.
- Se dispone de tres transceptores (equipos transmisores y receptores), uno para cada sector con una frecuencia dúplex por sector.
- Como sólo hay un transmisor (transceptor) por antena no es necesario utilizar combinadores.

- Cada antena de recepción se conecta a un filtro paso banda (solo se utiliza uno por antena ya que únicamente hay una frecuencia en el enlace ascendente). El filtro paso banda junto con un amplificador posterior y un divisor forma un preselector.
- Como solo existe una frecuencia no haría falta utilizar un divisor. En todo caso, se podría colocar un divisor en el que solo se utilizase una salida.
- Los cables conectan los dispositivos anteriores.

En resumen, habría que utilizar transceptores, amplificadores, filtros paso banda y de forma opcional divisores.

b.- Balance de potencias, se debe indicar el enlace más desfavorable.

En el enlace descendente: la estación base transmite y la estación base recibe.

La potencia en transmisión, las pérdidas de transmisión de la estación base y la PIRE son:

$$P_{tx} (dBm) = 10 \log_{10} (P_{tx} (W)) + 30 = \log_{10} (25) + 30 = 43.97 \approx 44 \text{ dBm}$$

$$L_{tx} = 35(m) \cdot 3.9(dB / 100m) = 1.36 \text{ dB}$$

$$PIRE_{tx} = P_{tx} + G_{tx} - L_{tx} = 44 + 14 - 1.36 = 56.64 \text{ dBm}$$

Como no hay ningún combinador en la estación base bajo estudio no añadimos ningún término de pérdidas por este concepto.

En la estación móvil tenemos que la ganancia de la antena son 2 dB, las pérdidas son de 4 dB y la sensibilidad es de -104 dBm

Así en el enlace descendente, las pérdidas máximas admisibles son:

$$L_{max} = PIRE(dBm) + G_{rx} - L_{rx} - S = 56.64 + 2 - 4 - (-104) = 158.64 \text{ dB}$$

En el enlace ascendente la estación móvil transmite y la estación base recibe. Por lo tanto, ahora debemos calcular la PIRE de la estación móvil:

$$P_{tx} (dBm) = 10 \log_{10} (P_{tx} (W)) + 30 = \log_{10} (2) + 30 = 33.01 \approx 33 \text{ dBm}$$

$$L_{tx} = 4 \text{ dB}$$

$$PIRE_{tx} = P_{tx} + G_{tx} - L_{tx} = 33 + 2 - 4 = 31 \text{ dBm}$$

En la estación base, la ganancia es de 14 dB, las pérdidas de recepción son las mismas que las de transmisión (debidas a la atenuación en los cables), y la sensibilidad es de -107 dBm. En la estación base en recepción debemos añadir las pérdidas del divisor de potencia y la ganancia adicional que se consigue con la diversidad. Por ello:

$$G_{rx} = G_{antena} + G_{diversidad} = 14 + 3 = 17 \text{ dB}$$

$$L_{rx} = L_{cables} + L_{divisor} = 1.36 + 3 = 4.36 \text{ dB}$$

Las pérdidas máximas admisibles son:

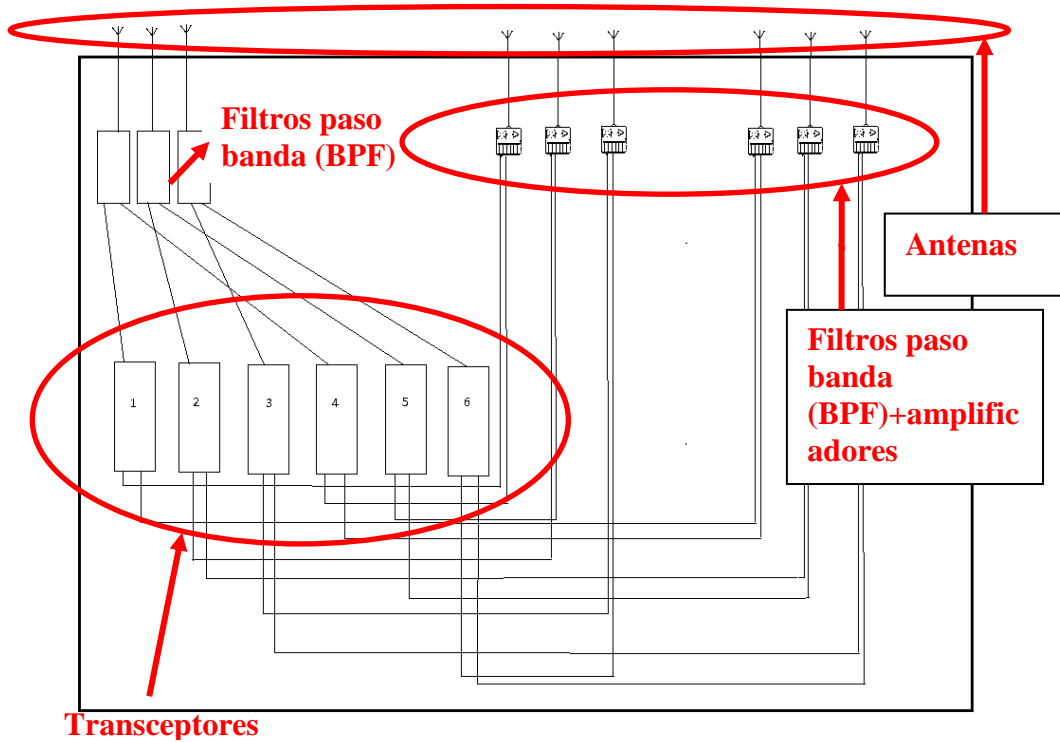
$$L_{\max} = PIRE(\text{dBm}) + G_{rx} - L_{rx} - S = 31 + 17 - 4.36 - (-107) = 150.64 \text{ dBm}$$

Como en el enlace ascendente las pérdidas máximas admisibles son menores, el enlace más desfavorable es este enlace.

c.- Para calcular el tráfico debemos conocer la probabilidad de bloqueo deseada, el 2%, y el número de canales disponibles. En la estación base bajo estudio cada sector posee un par de frecuencias dúplex, es decir, tiene una frecuencia para el enlace ascendente y otra frecuencia para el enlace descendente. En GSM900 cada frecuencia cuenta con 8 ranuras o "slots" de tiempo. Siempre es necesario contar con una ranura dedicada a soportar canales de control. Por lo tanto, cada sector poseerá 7 ranuras para soportar 7 canales de tráfico bidireccionales. De las tablas de Erlang-B se observa que para N=7 canales y una probabilidad de bloqueo del 2% (0.02) el tráfico es de 2.93 Erlangs (aproximadamente 3 Erlangs si miramos la gráfica del problema anterior). Por lo tanto, el tráfico que la célula ofrece, en su conjunto, es de $3 \times 2.93 = 8.79$ Erlangs.

d.- Ahora el número de frecuencias portadoras por sector es 2. En cada sector se posee dos frecuencias para el enlace ascendente y dos frecuencias para el enlace descendente.

Esquema interconectado de los equipos en la estación base



Respecto al esquema del apartado a, vemos que hay tres transceptores más ya que existe una frecuencia dúplex más en cada sector. En los divisores ahora se utilizan dos salidas. El número de antenas es el mismo que en el primer esquema. Los cables se emplean de nuevo para conectar a los equipos.

Respecto al balance de potencias obtenemos los mismos resultados que en el apartado b. En el cálculo de L_{\max} para los dos enlaces no influye la frecuencia. Si se nos pidiera evaluar las pérdidas en la estación móvil y estación base aplicando algún modelo de propagación, entonces deberíamos aplicar la siguiente ecuación:

$$P_{rx} = PIRE(dBm) + G_{rx} - L_{rx} + L_{propagación}(f)$$

donde en la PIRE se incluyen las pérdidas del transmisor, L_{rx} son las pérdidas totales en el receptor y $L_{propagación}(f)$ son las pérdidas calculadas con el modelo de propagación y que dependerán de la frecuencia. En este caso

para cada par de frecuencias del enlace ascendente, tendríamos dos valores de potencia en la estación base. Para cada par de frecuencias del enlace descendente, tendríamos dos valores de potencia en la estación móvil.

e.- Cálculo del tráfico. Al utilizar dos frecuencias disponemos de $8 \times 2 = 16$ ranuras temporales en total. Si se utiliza una sola ranura para los canales de control se dispondrían de 15 canales de tráfico en cada sector. Sin necesidad de acudir a la gráfica de tráfico o a las tablas de tráfico, se puede concluir que el tráfico ofrecido va a ser mayor que el doble del tráfico cuando se dispone de una frecuencia dúplex por sector. El tráfico no crece de forma lineal con el número de canales sino que aumenta de forma mucho mayor.

En la tabla de tráfico se observa que para una probabilidad de bloqueo del 2% y un número de 15 canales se ofrecen 9.0093 Erlangs por sector (aproximadamente 9 Erlangs resultado que habríamos obtenido también en la gráfica de Tráfico del problema anterior).

14

Para planificar un sistema de comunicaciones móviles celular se dispone de 100 portadoras por agrupación, la técnica de acceso es TDMA con 8 *timeslot* por portadora (todos de tráfico) y el método de duplexado es FDD.

a.- Si los equipos soportan una interferencia cocanal de $(C/I) > 17$ dB y el factor de propagación es $\gamma=4$. ¿Qué patrones de reuso se podrían utilizar con sectorización y sin sectorización?

b.- Si el tráfico consumido por abonado es $T_a=30$ mErlang/abonado, calcular el número de abonados a los que se les puede dar servicio por celda, manteniendo una probabilidad de bloqueo $P_B=2\%$ para los patrones $k=7$ y $4/12$. ¿Cuál de los dos patrones tiene más capacidad?

c.- Si la densidad de abonados es $\rho=700$ abonados/km² ¿Cuál es el radio de celda para los patrones $k=7$ y $4/12$? ¿con qué patrón se necesitarían más emplazamientos, ofreciendo la misma calidad de servicio?

Si el entorno de propagación es área urbana y se asume un margen de desvanecimiento $MF=8$ dB,

d.- Estimar la potencia transmitida para que los enlaces ascendente y descendente están balanceados.

e.- Realizar el balance de potencias para cada uno de los enlaces (ascendente y descendente), indicando el peor caso.

	Estación base	Terminal móvil
Potencia transmitida	16 W	2 W
Sensibilidad	-107 dBm	-103 dBm
Ganancia antena	10 dBi 4 dB adicionales en recepción por diversidad	0 dBi



a.- Se debe cumplir que $(C/I) > 17$ dB y sabemos que el exponente de pérdidas, que consideramos constante en cualquier dirección es igual a $\gamma=4$. Sin sectorización tenemos que la relación portadora a interferencia es:

$$\frac{C}{I} = \frac{1}{6} q^\gamma = \frac{1}{6} (\sqrt{3k})^\gamma \quad \text{ya que tenemos seis células interferentes}$$

$$\frac{1}{6} (\sqrt{3k})^4 \geq 10^{17/10} \rightarrow \sqrt{3k} \geq (6 \cdot 10^{1.7})^{1/4} \rightarrow k \geq \frac{(6 \cdot 10^{1.7})^{1/2}}{3} \rightarrow k \geq 5.78$$

Por tanto, el patrón celular de reuso debe ser superior a 6 ($k=7, 9, 12, 13, \dots$).

Con sectorización, si empleamos tres sectores en cada célula el número de células interferentes se reduce por tres, es decir, en lugar de seis células interferentes se tendrán 2 células interferentes. Así:

$$\frac{C}{I} = \frac{3}{6} q^\gamma = \frac{1}{2} (\sqrt{3k})^\gamma \quad \text{ya que tenemos seis células interferentes}$$

$$\frac{1}{2} (\sqrt{3k})^4 \geq 10^{17/10} \rightarrow \sqrt{3k} \geq (2 \cdot 10^{1.7})^{1/4} \rightarrow k \geq \frac{(2 \cdot 10^{1.7})^{1/2}}{3} \rightarrow k \geq 3.33$$

Los patrones celulares de reuso con sectorización con tres sectores son $k=4/12, 7/21, \dots$

b.- El tráfico es $T_a=30$ mE/abonado y la probabilidad de bloqueo es $P_B=2\%$. 100 portadoras en cada grupo.

En primer lugar se debe calcular el número de canales de tráfico en cada célula. Con el número de canales se evalúa el tráfico ofrecido en cada célula. Este dato nos permite calcular el número de usuarios que pueden ser servidos ya que conocemos el tráfico que genera cada usuario. Finalmente, el número de usuarios y la densidad de usuarios permite calcular el área de la célula y por tanto su radio.

Tanto para el caso con sectorización como si sectorización como la técnica de duplexado es FDD se emplea una portadora para el enlace ascendente y otra para el descendente. Cada usuario utilizará un par de portadoras cada vez que establezca un enlace con la estación base. Por ello, el número de pares de portadoras en cada grupo (*cluster*) es de 50. Existen 50 portadoras

en sentido ascendente y 50 en sentido descendente. Para determinar la capacidad nos fijamos en uno de los dos sentidos de la comunicación.

Si el patrón es $k=7$ (sin sectorización) tendremos un número de portadoras (por ejemplo en sentido ascendente) en cada célula:

$$\frac{50 \text{ portadoras/grupo}}{7 \text{ células/grupo}} = 7 \text{ portadoras/célula}$$

Como la técnica de acceso al medio es TDMA con 8 canales por portadora, el número final de canales por célula es:

$$7 \frac{\text{portadoras}}{\text{célula}} \cdot 8 \frac{\text{canales}}{\text{portadora}} = 56 \text{ canales/célula}$$

Todos los canales son de tráfico, con la gráfica de tráfico en Erlangs para una probabilidad de bloqueo del 2% obtenemos un tráfico ofrecido por célula de aproximadamente 42 Erlangs. El número de abonados a los que el sistema puede dar servicio con la probabilidad dada es

$$\frac{42 \text{ Erlangs/célula}}{30 \text{ mErlangs/abonado}} = 1400 \text{ abonados/célula}$$

Si el patrón celular es de 4/12 significa que existen 4 células por grupo y tres sectores por célula.

$$\frac{50 \text{ portadoras/grupo}}{4 \text{ células/grupo}} = 12 \text{ portadoras/célula}$$

Con tres sectores:

$$\frac{12 \text{ portadoras/célula}}{3 \text{ sectores/célula}} = 4 \text{ portadoras/sector}$$

El número de canales por sector es:

$$4 \text{ portadoras/sector} \cdot 8 \text{ canales/portadora} = 32 \text{ canales/sector}$$

La gráfica de tráfico indica que el tráfico ofrecido por sector es aproximadamente de 24 Erlangs.

El número de abonados a los que el sistema puede dar servicio con la probabilidad dada es:

$$\frac{24 \text{ Erlangs/sector}}{30 \text{ mErlangs/abonado}} = 800 \text{ abonados/sector} \cdot 3 \text{ sectores/célula} = 2400 \text{ abonados/célula}$$

Por lo tanto el sistema con un patrón 4/12 posee mayor capacidad. Al sectorizar podemos reducir el número de células por grupo. Así aumentamos el número de canales por célula y por tanto su capacidad sin incrementar las interferencias.

c.- Densidad de abonados es $\rho = 700$ abonados/km².

Para planificar se supone que las células son hexágonos, sin embargo, las células reales son circulares.

Así, el área de cada célula es:

$$A_{\text{célula}} = \pi R^2$$

El radio de la célula es:

$$\rho = \frac{\text{número abonados}}{A_{\text{célula}}} = \frac{\text{número abonados}}{\pi R^2} \rightarrow R = \sqrt{\frac{\text{número abonados}}{\rho \pi}}$$

En el caso de k=7:

$$R = \sqrt{\frac{1400 \text{ abonados/célula}}{700 \text{ abonados/km}^2 \cdot \pi}} = 0.789 \text{ km} = 789 \text{ m}$$

En el caso de k=4/12:

$$R = \sqrt{\frac{2400 \text{ abonados/célula}}{700 \text{ abonados/km}^2 \cdot \pi}} = 1.045 \text{ km} = 1045 \text{ m}$$

Como las células del patrón k=7 son más pequeñas, serán necesarias un número mayor para conseguir la misma calidad de servicio ($P_B = 2\%$).

d.- El margen de desvanecimiento es de MF=8dB. Para que los enlaces estén balanceados se debe cumplir que $L_{pasc}=L_{pdesc}$. Las pérdidas en ambos sentidos de la comunicación deben ser iguales.

$$\text{Ascendente} \rightarrow Lp_{asc} = P_{out,MS} + G_{MS} + G_{BTS} - L_{TxMS} - L_{RxBTS} - S_{BTS}$$

$$\text{Descendente} \rightarrow Lp_{desc} = P_{out,BTS} + G_{MS} + G_{BTS} - L_{TxBTS} - L_{RxMS} - S_{MS}$$

$$Lp_{asc} = Lp_{desc}$$

Asumimos que (ver Problema 1 de Comunicaciones Móviles):

$$G_{Tx,MS} = G_{Rx,MS} \quad ; \quad G_{Tx,BTS} = G_{Rx,BTS}$$

$$L_{Tx,BTS} = L_{RxBTS} \quad ; \quad L_{Tx,MS} = L_{Rx,MS}$$

Así obtenemos:

$$P_{out,BTS} + G_{MS} + G_{BTS} - L_{TxBTS} - L_{RxMS} - S_{MS} = P_{out,MS} + G_{MS} + G_{BTS} + G_{BTSdiversidad} - L_{TxMS} - L_{RxBTS} - S_{BTS}$$

$$P_{out,BTS} = P_{out,MS} + G_{BTSdiversidad} - S_{BTS} + S_{MS}$$

$$P_{out,BTS} = (10\log_{10}(2) + 30) + 4 \text{ dB} + (-103) - (-107) = 33 \text{ dBm} + 8 \text{ dB} = 41 \text{ dBm}$$

e.- Balance de potencias:

Enlace ascendente:

$$MS \rightarrow BTS$$

$$\begin{aligned} Lp_{max} &= P_{out,MS} + G_{MS} + G_{antena,BTS} + G_{diversidad,BTS} - (S_{BTS} + MF) \\ &= (10\log_{10}(2) + 30) + 0 + 10 \text{ dB} + 4 \text{ dB} - (-107 \text{ dBm} + 8 \text{ dB}) \\ &= 33 \text{ dBm} + 6 \text{ dB} + 107 \text{ dBm} = 146 \text{ dB} \end{aligned}$$

Enlace descendente:

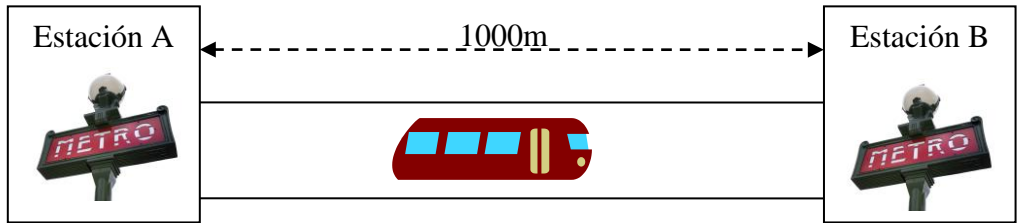
$$BTS \rightarrow MS$$

$$\begin{aligned} Lp_{max} &= P_{out,BTS} + G_{BTS} + G_{antena,MS} - (S_{MS} + MF) \\ &= (10\log_{10}(16) + 30) + 0 + 10 \text{ dB} - (-103 \text{ dBm} + 8 \text{ dB}) \\ &= 42 \text{ dBm} + 2 \text{ dB} + 103 \text{ dBm} = 147 \text{ dB} \end{aligned}$$

El peor caso es el sentido ascendente ya que las pérdidas máximas admisibles son menores.

15

Se va a desplegar un sistema de comunicaciones móviles entre dos estaciones de metro, que distan 1000 m.



Los trenes permiten transportar hasta 100 usuarios, y el número máximo de trenes que pueden circular simultáneamente entre las estaciones es de dos. Todos los usuarios disponen de un terminal móvil, generando cada uno un tráfico de 0.05E.

Las especificaciones técnicas de los equipos que se van a desplegar son las siguientes:

Dados los siguientes parámetros de los equipos

	Unidades	Estación Base	Terminal Portátil
Transmisión			
Potencia de Tx		13W	500mW
Ganancia de la antena	dBi	5	0
Otras pérdidas	dB	0	3

	Unidades	Estación Base	Terminal Portátil
Recepción			
Sensibilidad dinámica	dBm	-115	-107
Ganancia de la antena	dBi	5	0
Otras pérdidas	dB	0	3

Atenuación de una señal en un túnel se puede calcular como:

$$L = 95 + 10 \cdot \log_{10}(f \text{ (GHz)}) + 1.9 \cdot 10 \cdot \log_{10}(d \text{ (m)}) \text{ dB}$$

a.- ¿Está balanceado el sistema?

b.- Planifique de forma óptima la posición de la/las estaciones base para que el sistema funcione adecuadamente. Justifique su respuesta.

c.- Suponiendo que con una sola estación base se puede dar servicio a todo el túnel (independientemente del resultado obtenido en el apartado anterior), ¿Cuál es el ancho de banda que ocupará todo el sistema si el sistema se planifica con una Probabilidad de bloqueo del 5%? (recuerda que TACS es un sistema FDD/FDMA).

d.- Si se decidiese montar el servicio en la banda de 1800MHz y no en 900MHz, suponiendo que las especificaciones de los equipos son idénticas, ¿Cambiaría la respuesta del apartado b?



a.- Para saber si el sistema está balanceado calculamos las pérdidas máximas admisibles en cada sentido. Empezamos con el enlace descendente:

$$PIRE_{EB} = 10 \log_{10}(13) + 30 + 5$$

$$PIU_{MS} = -107 + 3 = -104 \text{ dBm}$$

$$L_{\text{max_descendente}} = PIRE_{EB} - PIU_{MS} = 150.14 \text{ dB}$$

Ahora hacemos lo mismo para el enlace ascendente

$$PIRE_{MS} = 10 \log_{10}(500) - 3$$

$$PIU_{EB} = -115 - 5 = -120 \text{ dBm}$$

$$L_{\text{max_ascendente}} = PIRE_{MS} - PIU_{EB} = 143.9 \text{ dB}$$

Con lo cual limita el ascendente, y no está balanceado

b.- Si colocamos una sola antena en el centro del túnel, la distancia máxima a la que podría estar un usuario será en una de las entradas, o lo que es lo mismo, a 500 metros. Las pérdidas de propagación serían:

$$L(900MHz, 500m) = 95 + 10\log_{10}(0.9) + 1.9 \cdot 10\log_{10}(500) = 145.82 \text{ dB}$$

Que al ser mayor que las pérdidas máximas admisibles en el enlace ascendente (143.9dB), no tendríamos cobertura en la entrada del túnel con una sola estación base. Propondremos entonces poner dos estaciones base para cubrir áreas iguales. Lo lógico es ponerlas a 250m y a 750m de una de las entradas. En este caso la distancia máxima la hemos reducido a 250m y ahora las pérdidas son:

$$L(900MHz, 250m) = 95 + 10\log_{10}(0.9) + 1.9 \cdot 10\log_{10}(250) = 140.1 \text{ dB}$$

Y ahora sí que funcionaría ya que las pérdidas reales son inferiores a las máximas admisibles.

c.- Tenemos 100 usuarios por tren, que generan 0.05E cada usuario, y como máximo 2 trenes. Con lo cual el tráfico máximo y el número de canales utilizando las tablas de Erlang será:

$$\left. \begin{array}{l} T_0 = 100 \cdot 0.05 \cdot 2 = 10E \\ P_B = 5\% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang-B}} 15 \text{ canales}$$

$$BW = 2(FDD) \times 25 \text{ kHz} (TACS) \times 15 = 750 \text{ kHz}$$

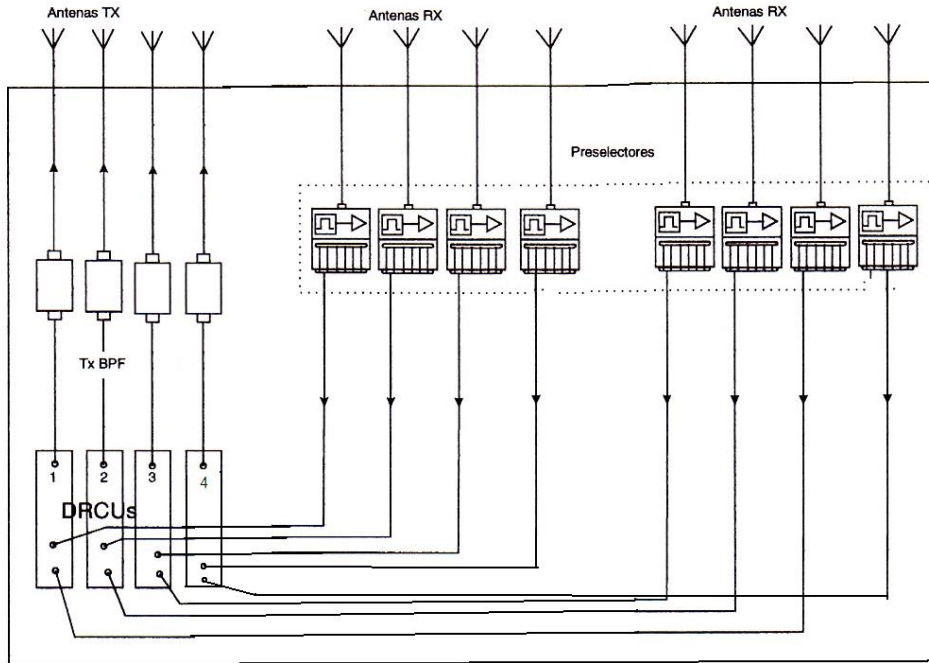
d.- Si a 900MHz con una antena el sistema no funciona, tampoco lo hará a 1800MHz. En el caso de poner dos antenas, repetimos los cálculos:

$$L(1800MHz, 250m) = 95 + 10\log_{10}(1.8) + 1.9 \cdot 10\log_{10}(250) = 143.11 \text{ dB}$$

Con lo que sigue funcionando

16

Dado el siguiente esquema y características de una estación base TACS:



	Unidades	Estación Base	Terminal Móvil
Transmisión			
Potencia de Tx	W	20	1.5
Atenuación del alimentador de antena	dB/100m	5	0
Longitud del alimentador de antena	m	18	0
Ganancia de la antena	dBi	7	0
Otras pérdidas	dB	0	8

Recepción	Unidades	Estación Base	Terminal Móvil
Sensibilidad	dBm	-115	-103
Ganancia multiacoplador 2 antenas	dB	2	0
Atenuación del alimentador de antena	dB/100m	5	0
Longitud del alimentador de antena	m	18	0
Ganancia de la antena	dBi	7	0
Otras pérdidas	dB	0	8

a.- Describa utilizando el dibujo en términos de sectorización la estación base.

b.- Indique el alcance máximo de una comunicación suponiendo propagación en espacio libre más una atenuación extra de 50 dB por estar en un entorno urbano.

c.- Suponiendo una celda de forma circular, una densidad de abonados de 1000 abonados/Km², tráfico por abonado de 15 mE, y una probabilidad de bloqueo del 2%, ¿Cuánto ancho de banda hay que reservar para dar servicio en toda la celda suponiendo que el sistema es TACS FDMA/FDD?

d.- ¿Y si la celda hubiese sido del tipo cuadrada cual sería la respuesta del apartado c)?



a.- Describa utilizando el dibujo en términos de sectorización la estación base. (5%).

La estación base tiene cuatro sectores, cada uno con una antena transmisora y dos antenas receptoras.

b.- Indique el alcance máximo de una comunicación suponiendo propagación en espacio libre más una atenuación extra de 50dB por estar en un entorno urbano (10%)

Estudiamos cada uno de los enlaces. Calculamos las pérdidas máximas admisibles en el enlace descendente a partir de la PIRE y la PIU.

$$PIRE_{EB} = 10 \log_{10} (20000) + 7 - 5 \cdot \frac{18}{100} = 49.11 \text{ dBm}$$

$$PIU_{MOVIL} = -103 + 8 = -95 \text{ dBm}$$

$$L_{\text{max descendente}} = PIRE_{EB} - PIU_{MOVIL} = 144.11 \text{ dB}$$

Y lo mismo con el ascendente.

$$PIRE_{MOVIL} = 10 \log_{10} (1500) - 8 = 23.76 \text{ dBm}$$

$$PIU_{MS} = -115 - (2 - 5 \cdot \frac{18}{100} + 7) = -123.1 \text{ dBm}$$

$$L_{\text{max ascendente}} = PIRE_{MOVIL} - PIU_{EB} = 146.86 \text{ dB}$$

El

enlace que limita es el descendente, que utilizaremos para calcular la distancia máxima de cobertura.

Estamos trabajando a una frecuencia de 900 MHz, cuya longitud de onda es:

$$\lambda = 3 \cdot 10^8 / 900 \cdot 10^6 = 0.333 \text{ m}$$

Las pérdidas máximas admisibles tendrán que ser iguales a las de Friis más 50dB

$$L_{\text{max ascendente}} = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi R_{\text{max}}}{\lambda} \right) + 50 = 144.11$$

Con esto podemos despejar la distancia

$$R_{\text{max}} = 10^{((L_{\text{max ascendente}} - 50)/20) \cdot \lambda / 4\pi} = 1.3464 \text{ km}$$

c.- Suponiendo una celda de forma circular, una densidad de abonados de 1000 abonados/Km², tráfico por abonado de 15mE, y una probabilidad de

bloqueo del 2%, ¿Cuánto ancho de banda hay que reservar para dar servicio en toda la celda suponiendo que el sistema es TACS FDMA/FDD? (7%)

El área de un sector es:

$$A_{\text{sector}} = \frac{1}{4} \pi R_{\text{max}}^2$$

Así que el número de usuarios de un sector es

$$U_{\text{sector}} = A_{\text{sector}} 1000 = 1423 \text{ usuarios/sector}$$

Y el tráfico ofrecido

$$T_{\text{sector}} = U_{\text{sector}} 15 \cdot 10^{-3} = 21.3574 \text{ Erlangs/sector}$$

Mirando las tablas de Erlang B necesitamos 30 canales, con lo que el ancho de banda total será:

$$BW = \underbrace{30}_{\text{canales/sector}} \cdot \underbrace{2}_{\text{FDD}} \cdot \underbrace{4}_{\text{sectores}} \cdot 25\text{kHz} = 6 \text{ MHz}$$

Esto son 30 canales: $30 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 25\text{kHz} = 6 \text{ MHz}$

d.- ¿Y si la celda hubiese sido del tipo cuadrada cual sería la respuesta del apartado c)? (8%)

Este problema tiene dos soluciones, la primera es suponer que la diagonal del cuadrado es el diámetro de la celda del problema anterior, y el segundo que el lado del cuadrado es el diámetro. En el primer caso el cuadrado estará circunscrito en la circunferencia, y en el segundo será la circunferencia la que esté en el interior del cuadrado. En principio parece más lógico lo segundo, ya que con la segunda solución habrá puntos que disten más que R_{max} . Lo solucionaremos de esa forma.

El área de un sector es:

Si la celda es cuadrada, y tenemos en cuenta que la distancia máxima entre el centro del cuadrado y un vértice es de R_{\max} , la diagonal del cuadrado vale $2R_{\max}$, y el lado del cuadrado grande $2R_{\max} / \sqrt{2}$, con lo cual el área de uno de los 4 cuadrados será:

$$A_{\text{sector}} = \frac{R^2}{4} = \frac{(2R_{\max} / \sqrt{2})^2}{4} = \frac{(R_{\max})^2}{2}$$

Así que el número de usuarios de un sector es

$$U_{\text{sector}} = A_{\text{sector}} \cdot 1000 = 906 \text{ usuarios/sector}$$

Y el tráfico ofrecido

$$T_{\text{sector}} = U_{\text{sector}} \cdot 15 \cdot 10^{-3} = 13.5966 \text{ Erlangs/sector}$$

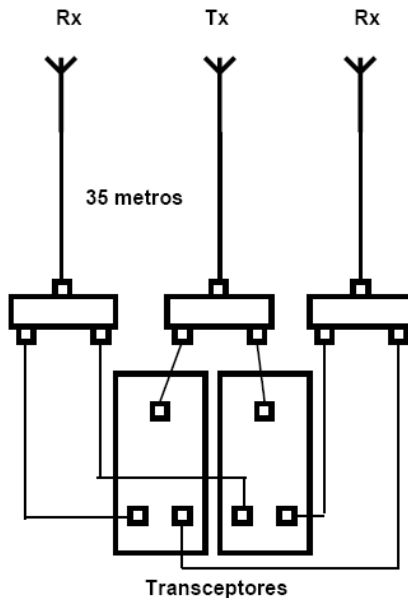
Mirando las tablas de Erlang B necesitamos 30 canales, con lo que el ancho de banda total será:

$$BW = \underbrace{21}_{\text{canales/sector}} \cdot \underbrace{2}_{\text{FDD}} \cdot \underbrace{4}_{\text{sectores}} \cdot 25 \text{kHz} = 4.2 \text{ MHz}$$

Vemos que el número de usuarios es menor, al igual que el ancho de banda. Esto es lógico ya que el área de un rectángulo en el interior de un círculo es menor que este.

17

Una de las estaciones base de un sistema de comunicaciones móviles GSM1800 presenta el esquema de la figura:



a.- Indicar el número de pares de frecuencias portadoras en la celda. ¿Se encuentra implementado algún mecanismo de diversidad en recepción? Razone la respuesta.

Si la densidad de abonados es de 250 abonados/km², el tráfico medio consumido por abonado es de 20 mErlangs y la calidad de servicio debe ser al menos del 2%,

b.- Calcular el tráfico ofrecido, el tráfico perdido y el tráfico cursado.

c.- ¿Cuál es el radio máximo de la celda?

d.- Si aumenta la densidad de abonados, ¿Qué deberíamos hacer para mantener la calidad de servicio en el mismo radio de cobertura del apartado **c**? Razone la respuesta.



a.- En la figura de la estación base aparecen dos transceptores, por lo tanto, existen dos pares de frecuencias portadoras en la celda (dos frecuencias dúplex, cada una con una frecuencia para el sentido ascendente y otra para el sentido descendente).

El hecho de que existan dos antenas receptoras indica que se aplica un mecanismo de diversidad espacial en recepción. Cada antena captará réplicas diferentes de la señal transmitida hacia la estación base. Las dos señales recibidas se combinan para conseguir una mejor reconstrucción de la señal enviada por parte de la estación móvil.

b.- En primer lugar hay que calcular el número de canales en la célula para evaluar el tráfico ofrecido. En el sistema GSM se emplean 8 canales de la trama TDMA en cada frecuencia portadora. Por tanto, en nuestro caso existen 16 canales en total. Como solo existen dos frecuencias dúplex es una célula con poco tráfico y así solo será necesario un canal de control. Así, el número efectivo de canales de tráfico será de $16-1=15$ canales.

De la tabla de tráfico de Erlang-B de los apéndices se extrae el dato de tráfico ofrecido en la célula:

Tráfico ofrecido{15 canales, $P_B=2\%$ }=9.0093 Erlangs.

El resto de datos pedidos:

$$T_{cursado} = T_{ofrecido} (1 - P_B) = 8.829 E$$

$$T_{perdido} = T_{ofrecido} - T_{cursado} = 9.0093 - 8.829 = 0.1803 E$$

c.- Para calcular el radio de la célula asumimos que la célula tiene una forma circular. Esta forma es más realista que la utilizada en la planificación que considera que las células son hexágonos.

El radio máximo de la célula es aquel que permite la existencia de un número de abonados cuyo tráfico demandado es igual al tráfico máximo ofrecido por la célula.

El tráfico demandado para un radio R es:

$$T_{demandado} = 250 \frac{\text{abonados}}{\text{km}^2} \cdot 20 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Erlang}}{\text{abonado}} \cdot \pi \cdot R^2 \text{km}^2$$

El radio máximo es:

$$250 \frac{\text{abonados}}{\text{km}^2} \cdot 20 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Erlang}}{\text{abonado}} \cdot \pi \cdot R_{\text{max}}^2 \text{km}^2 = T_{ofrecido} = 9.0093 \text{ Erlangs}$$

$$R = \sqrt{\frac{9.0093}{250 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot \pi}} = 0.7573 \text{ km}$$

d.- Suponemos que aumenta la densidad de abonados. Se desea mantener la calidad de servicio con el mismo radio de cobertura del anterior apartado.

Al aumentar la densidad de abonados tendremos más abonados en nuestra célula ya que el radio se mantiene. Como el tráfico generado por cada abonado se mantiene igualmente el tráfico total demandado aumenta por lo que la célula no sería capaz de servir todo ese tráfico. La probabilidad de bloqueo aumentaría por lo que la calidad de servicio se degradaría.

La solución consiste en aumentar el número de portadoras. De este modo aumentaría el número de canales de tráfico disponible y con ello el tráfico ofrecido por la célula. La célula podría cubrir así el tráfico demandado por la nueva densidad de abonados.

18

Con motivo de la Copa Mundial de la FIFA Sudáfrica 2010, la ciudad de Johannesburgo desea planificar un nuevo sistema de comunicaciones móviles en una región de 16 km². Para planificar dicha región se dispone de 1 MHz a la frecuencia de 850 MHz y 1 MHz a la frecuencia de 950 MHz. Dicha región se supone cuadrada, así como la cobertura que genera un elemento radiante omnidireccional (La antena cubre un área cuadrada).

Suponiendo un sistema básico con una estación base en el centro de la zona a cubrir:

- a.-** ¿A cuántos usuarios podría dar servicio simultáneamente?
- b.-** ¿Cuántos abonados podrían contratar este servicio?
- c.-** ¿Cuál sería la potencia máxima emitida por el móvil y por la estación base para funcionar en toda el área? ¿Se trata de un enlace balanceado?

La potencia obtenida en c) es mayor que la aconsejada por la Organización Mundial de la Salud, así que se opta por dividir la región de 16km² en cuatro regiones de 4km² (también cuadradas), asignado el 25% del espectro a cada región.

- d.-** ¿A cuántos usuarios podría dar servicio simultáneamente?
- e.-** ¿Cuántos abonados podrían contratar este servicio?
- f.-** ¿Cuál sería la potencia máxima emitida por el móvil y por la estación base para funcionar en toda el área?
- g.-** ¿Existiría interferencia entre regiones?

Finalmente, se observa que el número de usuarios es bastante menor que el deseado, con lo cual se aplica el concepto de reutilización, y se utiliza el 100% del espectro en cada una de las cuatro regiones de 4km², (cada una de ellas dividiéndola en 4 áreas de 1km²).

- h.-** ¿A cuántos usuarios podría dar servicio simultáneamente?
- i.-** ¿Cuántos abonados podrían contratar este servicio?
- j.-** ¿Cuál sería la potencia máxima emitida por el móvil y la estación base para funcionar en toda el área?
- k.-** ¿Existiría interferencia entre regiones?

Datos:

- Capa física similar a la tecnología TACS (BW, duplexado y acceso al medio)
- Tráfico por usuario 30mE
- Sistema con GoS = 2%, interrumpiéndose las llamadas no cursadas.
- Parámetros de los equipos
- Pérdidas de propagación modeladas con la fórmula de Friis (espacio libre)

	Estación base	Terminal móvil
Frecuencia	950 MHz	850 MHz
Potencia transmitida (w)		
Sensibilidad (dBm)	-106	-103
Pérdidas transmisión (dB)	5	0
Pérdidas recepción (dB)	6	0
Ganancia antena (dBi)	10	-2



a.- Dividimos todo el espectro en canales de 25kHz (TACS) y obtenemos

$$1\text{MHz}/25\text{kHz} = 40 \text{ usuarios}$$

b.- ¿Cuántos abonados podrían contratar este servicio?

Sabiendo el número de canales y que la probabilidad de bloqueo es del 2%, tenemos un tráfico mirando en las tablas de Erlang B de 30.99E.

$$\left. \begin{array}{l} 40 \text{ canales} \\ 2\% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang B}} A = 30.9961 E$$

Y sabiendo que cada usuario demanda 30 mE, un total de 1033 abonados.

$$\frac{30.9961E}{30 \cdot 10^{-3} E} = 1033 \text{ abonados}$$

c.-¿Cuál sería la potencia máxima emitida por el móvil y por la estación base para funcionar en toda el área? ¿Se trata de un enlace balanceado?

Cada celda tiene 4km de lado, así que desde el centro al vértice son $2\sqrt{2}km$.

Calculamos el enlace descendente

DESCENDENTE

$$P_t - L_{tx} + G_{tx} - L_{prop} - L_{rx} + G_{rx} = S$$

$$P_t - 5dB + 10dB - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi 2\sqrt{2} \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 / 950 \cdot 10^6} \right) - 0dB - 2dB = -103 dBm$$

$$P_{t,BTS} = -5dBm$$

Y ahora el ascendente

ASCENDENTE

$$P_t - L_{tx} + G_{tx} - L_{prop} - L_{rx} + G_{rx} = S$$

$$P_t - 0dB - 2dB - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi 2\sqrt{2} \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 / 850 \cdot 10^6} \right) - 6dB + 10dB = -106 \text{ dBm}$$

$$P_{t,MS} = -8dBm$$

Está balanceado porque a la distancia de la esquina de la celda las máximas pérdidas hacen que la potencia recibida sea la misma. O dicho de otra forma, las pérdidas máximas que podemos compensar (teniendo en cuenta que son frecuencias distintas) nos llevan a una misma distancia.

La potencia obtenida en c) es mayor que la aconsejada por la Organización Mundial de la Salud, así que se opta por dividir la región de 16km² en cuatro regiones de 4km² (también cuadradas), asignado el 25% del espectro a cada región.

d.-¿A cuántos usuarios podría dar servicio simultáneamente?

Igual, a 40 usuarios

e.-¿Cuántos abonados podrían contratar este servicio?

$$\left. \begin{array}{l} 10 \text{ canales} \\ 2\% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang B}} A = 5.084E$$

Cada célula posee un número de abonados:

$$\frac{5.084E}{30mE} = 169 \text{ abonados/célula}$$

Número total de abonados en el sistema = 169 · 4 células = 676 abonados

f.-¿Cuál sería la potencia máxima emitida por el móvil y por la estación base para funcionar en toda el área?

En este caso cada celda tiene 2km de lado, así que desde el centro al vértice son $1\sqrt{2}km$.

Calculamos el enlace descendente

DESCENDENTE

$$P_t - L_{tx} + G_{tx} - L_{prop} - L_{rx} + G_{rx} = S$$

$$P_t - 5dB + 10dB - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi 1\sqrt{2} \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 / 950 \cdot 10^6} \right) - 0dB - 2dB = -103 dBm$$

$$P_{t,BTS} = -11 dBm$$

Y ahora el ascendente

ASCENDENTE

$$P_t - L_{tx} + G_{tx} - L_{prop} - L_{rx} + G_{rx} = S$$

$$P_t - 0dB - 2dB - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi 1\sqrt{2} \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 / 850 \cdot 10^6} \right) - 6dB + 10dB = -106 dBm$$

$$P_{t,MS} = -14 dBm$$

g.-¿Existiría interferencia entre regiones?

No porque no hay reutilización

Finalmente, observan que el número de usuarios es bastante menor que el deseado, con lo cual aplican el concepto de reutilización, y utilizan el 100% del espectro en cada una de las cuatro regiones de $4km^2$, (cada una de ellas dividiéndola en 4 áreas de $1km^2$).

h.-¿A cuántos usuarios podría dar servicio simultáneamente?

Como reutilizan 4 veces el Megahercio, darán 4 veces servicio a 40 personas a la vez, o sea 160 usuarios.

i.-¿Cuántos abonados podrían contratar este servicio?

Cuatro veces el caso anterior, $4 \times 676 = 2704$ abonados.

j.-¿Cuál sería la potencia máxima emitida por el móvil y la estación base para funcionar en toda el área?

En este caso cada celda tiene 1km de lado, así que desde el centro al vértice son $\frac{\sqrt{2}}{2} km$.

Calculamos el enlace descendente

DESCENDENTE

$$P_t - L_{tx} + G_{tx} - L_{prop} - L_{rx} + G_{rx} = S$$

$$P_t - 5dB + 10dB - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi \cdot 0.5 \sqrt{2} \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 / 950 \cdot 10^6} \right) - 0dB - 2dB = -103 dBm$$

$$P_{t,BTS} = -17 dBm$$

Y a continuación el ascendente

ASCENDENTE

$$P_t - L_{tx} + G_{tx} - L_{prop} - L_{rx} + G_{rx} = S$$

$$P_t - 0dB - 2dB - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi \cdot 0.5 \sqrt{2} \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 / 850 \cdot 10^6} \right) - 6dB + 10dB = -106 dBm$$

$$P_{t,MS} = -20 dBm$$

k.-¿Existiría interferencia entre regiones?

Ahora sí, porque tenemos celdas que utilizan la misma frecuencia. Podríamos pensar en un patrón de interferencia de 4 celdas, con lo cual la

$$\frac{C}{I} = \frac{1}{4} q^\gamma$$

19

Con motivo del Mundial de Baloncesto en Turquía 2010, la ciudad de Estambul desea planificar un nuevo sistema de comunicaciones móviles en una región de 25 km². Para planificar dicha región se dispone de 2 MHz a la frecuencia de 850 MHz y 2 MHz a la frecuencia de 950 MHz. Dicha región se supone cuadrada, así como la cobertura que genera un elemento radiante omnidireccional (La antena cubre un área cuadrada).

Suponiendo un sistema básico con una estación base en el centro de la zona a cubrir:

a.-¿A cuántos usuarios podría dar servicio simultáneamente?

b.-¿Cuántos abonados podrían contratar este servicio?

c.-¿Cuál sería la potencia máxima emitida por el móvil y por la estación base para funcionar en toda el área? ¿Se trata de un enlace balanceado?

La potencia obtenida en c) es mayor que la aconsejada por la Organización Mundial de la Salud, así que se opta por dividir la región de 25km² en cuatro regiones de 6.25km² (también cuadradas), asignado el 25% del espectro a cada región.

d.-¿A cuántos usuarios podría dar servicio simultáneamente?

e.-¿Cuántos abonados podrían contratar este servicio?

f.-¿Cuál sería la potencia máxima emitida por el móvil y por la estación base para funcionar en toda el área?

g.-¿Existiría interferencia entre regiones?

Finalmente, observan que el número de usuarios es bastante menor que el deseado, con lo cual aplican el concepto de reutilización, y utilizan el 100% del espectro en cada una de las cuatro regiones de 6.25km², (cada una de ellas dividiéndola en 4 áreas de 1.5625 km²).

h.-¿A cuántos usuarios podría dar servicio simultáneamente?

i.-¿Cuántos abonados podrían contratar este servicio?

j.-¿Cuál sería la potencia máxima emitida por el móvil y por la estación base para funcionar en toda el área?

k.-¿Existiría interferencia entre regiones?

Datos:

- Capa física similar a la tecnología TACS (BW, duplexado y acceso al medio)

- Tráfico por usuario 25mE
- Sistema con GoS = 5%, interrumpiéndose las llamadas no cursadas.
- Parámetros de los equipos

	Estación base	Terminal móvil
Frecuencia	950 MHz	850 MHz
Potencia transmitida (w)		
Sensibilidad (dBm)	-109	-106
Pérdidas transmisión (dB)	5	0
Ganancia por Diversidad (dB)	3	0
Pérdidas recepción (dB)	6	0
Ganancia antena (dBi)	10	-2

- Perdidas de propagación modeladas con la fórmula de Friis (espacio libre)



a.-¿A cuántos usuarios podría dar servicio simultáneamente?

Dividimos todo el espectro en canales de 25kHz (TACS) y obtenemos

$$2\text{MHz}/25\text{kHz} = 80 \text{ usuarios}$$

b.-¿Cuántos abonados podrían contratar este servicio?

Sabiendo el número de canales y que la probabilidad de bloqueo es del 5%, tenemos un tráfico mirando en las tablas de Erlang B de 74.8164E.

$$\left. \begin{array}{l} 80 \text{ canales} \\ 5\% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang B}} A = 74.8164 E$$

Y sabiendo que cada usuario demanda 25 mE, un total de abonados.

$$\frac{74.8164 E}{25 \cdot 10^{-3} E} = 2992 \text{ abonados}$$

c.-¿Cuál sería la potencia máxima emitida por el móvil y por la estación base para funcionar en toda el área? ¿Se trata de un enlace balanceado?

Cada celda tiene 5km de lado, así que desde el centro al vértice son $\frac{5}{2}\sqrt{2} \text{ km}$.

Calculamos el enlace descendente

DESCENDENTE

$$P_t - L_{tx} + G_{tx} - L_{prop} - L_{rx} + G_{rx} = S$$

$$P_t - 5dB + 10dB - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi 2.5\sqrt{2} \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 / 950 \cdot 10^6} \right) - 0dB - 2dB = -106 \text{ dBm}$$

$$P_{t,BTS} = -6 \text{ dBm}$$

Y ahora el ascendente

ASCENDENTE

$$P_t - L_{tx} + G_{tx} - L_{prop} - L_{rx} + G_{rx} + G_d = S$$

$$P_t - 0dB - 2dB - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi 2.5\sqrt{2} \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 / 850 \cdot 10^6} \right) - 6dB + 10dB + 3dB = -109 \text{ dBm}$$

$$P_{t,MS} = -12 \text{ dBm}$$

Está balanceado porque a la distancia de la esquina de la celda las máximas pérdidas hacen que la potencia recibida sea la misma. O dicho de otra forma, las pérdidas máximas que podemos compensar (teniendo en cuenta que son frecuencias distintas) nos llevan a una misma distancia.

La potencia obtenida en c) es mayor que la aconsejada por la Organización Mundial de la Salud, así que se opta por dividir la región de 25km^2 en cuatro regiones de 5km^2 (también cuadradas), asignado el 25% del espectro a cada región.

d.- ¿A cuántos usuarios podría dar servicio simultáneamente?
Igual, a 80 usuarios

e.- ¿Cuántos abonados podrían contratar este servicio?

$$\left. \begin{array}{l} 20 \text{ canales} \\ 5\% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang B}} A = 15.2490E$$

Cada célula posee un número de abonados:

$$\frac{15.2490E}{25mE} = 609 \text{ abonados/célula}$$

Número total de abonados en el sistema = $609 \cdot 4 = 2436$ abonados

f.- ¿Cuál sería la potencia máxima emitida por el móvil y por la estación base para funcionar en toda el área?

En este caso cada celda tiene 2.5km de lado, así que desde el centro al

vértice son $\frac{5}{4}\sqrt{2}\text{km}$

DESCENDENTE

$$P_t - L_{tx} + G_{tx} - L_{prop} - L_{rx} + G_{rx} = S$$

$$P_t - 5dB + 10dB - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi 1.25\sqrt{2} \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 / 950 \cdot 10^6} \right) - 0dB - 2dB = -106 \text{ dBm}$$

$$P_{t,BTS} = -12 \text{ dBm}$$

Y ahora el ascendente

ASCENDENTE

$$P_t - L_{tx} + G_{tx} - L_{prop} - L_{rx} + G_{rx} + G_d = S$$

$$P_t - 0dB - 2dB - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi 1.25\sqrt{2} \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 / 850 \cdot 10^6} \right) - 6dB + 10dB + 3dB = -109 \text{ dBm}$$

$$P_{t,MS} = -18 \text{ dBm}$$

g.-¿Existiría interferencia entre regiones?

No porque no hay reutilización

Finalmente, se observa que el número de usuarios es bastante menor que el deseado, con lo cual aplican el concepto de reutilización, y utilizan el 100% del espectro en cada una de las cuatro regiones de 5km², (cada una de ellas dividiéndola en 4 áreas de 1.25km²).

h.-¿A cuántos usuarios podría dar servicio simultáneamente?

Como reutilizan 4 veces Los 2 Megahercios, darán 4 veces servicio a 80 personas a la vez, o sea 320 usuarios.

i.-¿Cuántos abonados podrían contratar este servicio?

Cuatro veces el caso anterior, 4x2436=9744 abonados.

j.-¿Cuál sería la potencia máxima emitida por el móvil y por la estación base para funcionar en toda el área?

En este caso cada celda tiene 1.25km de lado, así que desde el centro al

vértice son $\frac{5}{8}\sqrt{2}km$

DESCENDENTE

$$P_t - L_{tx} + G_{tx} - L_{prop} - L_{rx} + G_{rx} = S$$

$$P_t - 5dB + 10dB - 20\log_{10}\left(\frac{4\pi \cdot 0.625\sqrt{2} \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 / 950 \cdot 10^6}\right) - 0dB - 2dB = -106 dBm$$

$$P_{t,BTS} = -18 dBm$$

Y a continuación el ascendente

ASCENDENTE

$$P_t - L_{tx} + G_{tx} - L_{prop} - L_{rx} + G_{rx} + G_d = S$$

$$P_t - 0dB - 2dB - 20\log_{10}\left(\frac{4\pi \cdot 0.625\sqrt{2} \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 / 850 \cdot 10^6}\right) - 6dB + 10dB + 3dB = -109 dBm$$

$$P_{t,MS} = -24 dBm$$

k.-¿Existiría interferencia entre regiones?

Ahora sí, porque tenemos celdas que utilizan la misma frecuencia. Podríamos pensar en un patrón de interferencia de 4 celdas, con lo cual la

$$\frac{C}{I} = \frac{1}{4}q^\gamma$$

20

Un operador despliega una red de comunicaciones móviles (C/I min = 17 dB). ¿Qué valor de constante de propagación debe tener el entorno para que el patrón óptimo sea de?

- $k = 12$ si no se sectoriza
 - $k = 7$ si instalan 2 sectores por celda
 - $k = 4$ si instalan 4 sectores por celda
 - $k = 3$ si instalan 6 sectores por celda
- ¿Cuán es el caso más restrictivo en cuanto a propagación?



La relación portadora interferencia para un sistema celular, con celdas hexagonales, s sectores, un patrón de reutilización k y una constante de propagación γ :

$$C/I = \frac{s}{6} (\sqrt{3 \cdot k})^\gamma$$

Si despejamos la constante de propagación

$$\ln\left(C/I \frac{6}{s}\right) = \gamma \ln(\sqrt{3 \cdot k}) \rightarrow \gamma = \frac{\ln\left(C/I \frac{6}{s}\right)}{\ln(\sqrt{3 \cdot k})}$$

Y ahora sustituimos en cada uno de los casos

$$k = 12 \rightarrow s = 1 \rightarrow \gamma = 3.1847$$

$$k = 7 \rightarrow s = 2 \rightarrow \gamma = 3.2931$$

$$k = 4 \rightarrow s = 4 \rightarrow \gamma = 3.4769$$

$$k = 3 \rightarrow s = 6 \rightarrow \gamma = 3.5630$$

Radioenlaces

1

Dos estaciones terminales A y B están unidas mediante un radioenlace formado por dos vanos de distancias $d_1=20$ Km. y $d_2=10$ Km., respectivamente. Un parámetro de calidad en recepción que es indispensable cumplir, es que la relación señal a ruido a la salida del demodulador sea mayor que 50 dB durante el 80% del tiempo. Si las antenas utilizadas en las estaciones terminales son idénticas, calcular la ganancia de éstas en los siguientes casos.

a.- Las estaciones terminales se enlazan mediante un reflector pasivo que refleja toda la energía que le llega.

b.- El enlace de la estaciones terminales es mediante una estación nodal.

c.- ¿Cuál es la nueva ganancia de las antenas si el ancho de banda aumenta a 52 MHz?

Datos:

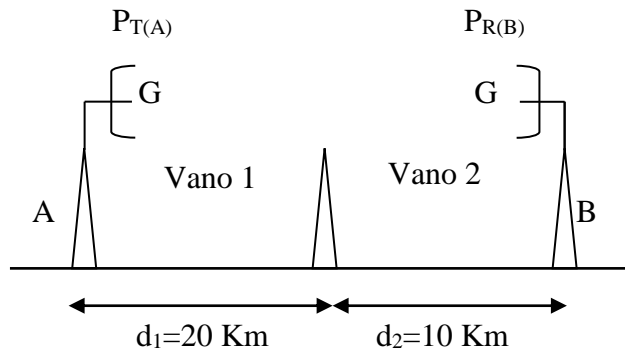
Frecuencia $f = 6$ GHz, ancho de banda de transmisión $B_T = 26$ MHz, potencia transmitida $P_t = 1$ w, pérdidas por desvanecimiento el 80% del tiempo $L_{desv} < 15$ dB, factor de ruido del receptor $F_r = 3$ dB, temperatura de antena

$T_a = 273$ K, $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ w/Hz K, $\frac{S}{N} = \frac{C}{N} + 43$ dB, siendo S/N la relación

señal a ruido a la salida del demodulador y C/N la relación portadora a ruido a la entrada del demodulador.



a.- Este primer apartado considera un reflector pasivo que refleja toda la energía que llega a éste. Es un caso ideal que se puede simplificar eliminando el reflector pasivo ya que éste es capaz de re-radiar toda la energía hacia el receptor. En condiciones reales, un receptor pasivo transmite la potencia que es capaz de captar con la antena receptora. La siguiente figura muestra un esquema del problema donde $P_{T(A)}$ es la potencia transmitida por la estación A, $P_{R(B)}$ la potencia recibida en la estación B y G la ganancia de las antenas.



Del enunciado sabemos que la relación entre la señal a ruido a la entrada y a la salida del demodulador debe ser mayor de 43 dB, entonces a la entrada deberemos tener por lo menos una relación portadora a ruido:

$$\frac{C}{N} > 50 \text{ dB} - 43 \text{ dB} = 7 \text{ dB}$$

La potencia a la entrada del demodulador es:

$$P_{R(B)} = \frac{P_{T(A)} g^2 \lambda^2}{I_{desv} (4\pi (d_1 + d_2))^2}$$

Donde g es la ganancia de las antenas transmisora y receptora en unidades lineales, λ la longitud de onda $\left(\lambda = \frac{c}{f}\right)$, y I_{desv} las pérdidas extras del desvanecimiento. La potencia de ruido vale:

$$N = KT_0 B_T f_R$$

donde K es la constante de Boltzman, B_T el ancho de banda utilizado, f_R la figura de ruido del receptor y T_0 la temperatura. De esa forma obtenemos la relación portadora a ruido:

$$\frac{C}{N} = \frac{P_{R(B)}}{KT_0 B_T f_R} = \frac{1}{KT_0 B_T f_R} \frac{P_T g^2 \lambda^2}{I_{desv} (4\pi (d_1 + d_2))^2} > 10^{0.7}$$

Y despejando la ganancia de la antena g :

$$g^2 > \frac{10^{0.7} I_{desv} (4\pi (d_1 + d_2))^2 KT_0 B_T f_R}{P_T \lambda^2}$$

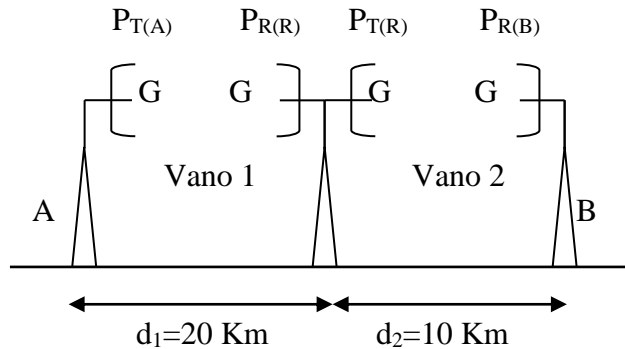
$$g^2 > \frac{10^{0.7} 10^{1.5} (4\pi (30 \cdot 10^3))^2 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 273 \cdot 26 \cdot 10^6 \cdot 10^{3/10}}{1 \cdot 0.05^2}$$

$$g^2 > \frac{4.4}{0.05^2}$$

$$g > 41.95 = 16.22 \text{ dB}_i$$

Por lo que la solución sería instalar antenas de ganancias de por lo menos 16.22 dBi. Nótese que la ganancia de las antenas puede expresarse en otras unidades, como por ejemplo los dBd, que se relacionan con los dBi con un factor constante de 2.15 dB.

b.- Este segundo caso plantea un repetidor nodal, es decir, una estación que recibe una potencia $P_{R(R)}$, demodula la información y vuelve a modularla con una cierta potencia de transmisión $P_{T(R)}$. De esta forma el estudio de cada vano es independiente del otro. El siguiente dibujo es un diagrama de esta nueva situación:



De nuevo, se debe cumplir la condición dada por el enunciado sobre la relación señal a ruido antes y después del demodulador para cada tramo:

$$\left(\frac{C}{N}\right)_i > 50 - 43 = 7 \text{ dB}$$

Las potencia de transmisión $P_{T(A)}$ y $P_{T(R)}$ son idénticas y de valor P_T , así que la relación portadora ruido a la entrada del demodulador en función de la distancia, ya que el resto de parámetros son idénticos para los dos vanos, quedaría:

$$\left(\frac{C}{N}\right)_i = \frac{1}{KT_0 B_T f_R} \frac{P_T g^2 \lambda^2}{I_{desv} (4\pi d_i)^2}$$

$$\left(\frac{C}{N}\right)_i = \frac{1}{1.38 \cdot 10^{-23} 273 \cdot 26 \cdot 10^6 10^{0.3}} \frac{1 \cdot g^2 0.05^2}{10^{1.5} (4\pi d_i)^2}$$

$$\left(\frac{C}{N}\right)_i = 2.56 \cdot 10^6 \frac{g^2}{(d_i)^2} > 10^{0.7}$$

Y despejando la ganancia en función de la distancia:

$$g^2 > 1.95 \cdot 10^{-6} d_i^2$$

$$g > 1.40 \cdot 10^{-3} d_i$$

De tal forma que las ganancias mínimas para cada vano son:

$$g_{\text{vano 1}} > 1.40 \cdot 10^{-3} 10 \cdot 10^3 = 14.0 = 11.46 \text{ dB}_i$$

$$g_{\text{vano 2}} > 1.40 \cdot 10^{-3} 20 \cdot 10^3 = 38.0 = 14.47 \text{ dB}_i$$

Es decir, que si las antenas tienen que ser iguales, la ganancia mínima debe de ser de 14.47 dB_i.

c.- En este apartado se pregunta la variación, si existe, en la ganancia de las antenas si el ancho de banda aumenta en dos:

Es decir, si tenemos un nuevo ancho de banda que vale el doble, este vale:

$$B'_T = 2B_T$$

Si observamos la expresión de la ganancia en función del resto de parámetros (inicio del problema), veremos que la nueva ganancia de la antena se relaciona con la antigua como:

$$g' = \sqrt{2}g$$

Y en unidades logarítmicas:

$$G'(dB_i) = G(dB_i) + 1.5$$

en los dos casos. Es decir, la antena del apartado a

$$g' = 16.22 \text{ dB}_i + 1.5 \text{ dB} = 17.72 \text{ dBi}$$

Y para la antena del apartado b

$$g' = 14.47 \text{ dB}_i + 1.5 \text{ dB} = 15.97 \text{ dBi}$$

2

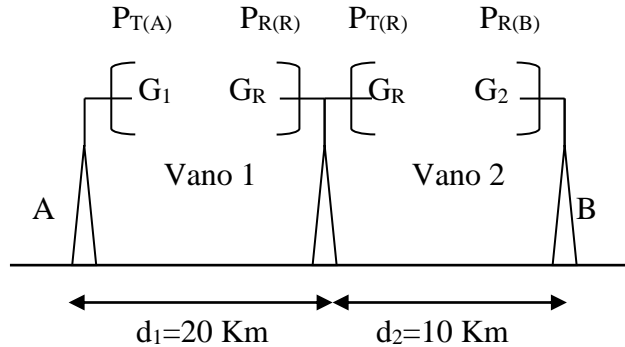
Se desea construir un radioenlace terrenal de televisión para unir dos emplazamientos (1 y 2) mediante un repetidor pasivo que hace de enlace entre ellos. Las distancias entre el emplazamiento 1 y el repetidor (vano 1) y entre éste y el emplazamiento 2 (vano 2) son, respectivamente, $d_1=10$ Km y $d_2=20$ Km. Si el repetidor pasivo consta de dos parábolas de igual ganancia G (dB), calcular dicha ganancia para asegurar que la relación señal a ruido $\frac{S}{N}$ a la salida del receptor sea mayor que 57 dB durante el 80% del tiempo.

Datos:

- $f=6$ GHz
- $P_t=40$ dBm
- $L_{\text{desvanecimiento}(80\%)} < 20$ dB (vano 1)
- $L_{\text{desvanecimiento}(80\%)} < 20$ dB (vano 2)
- $\frac{S}{N} (dB) = 43 + \frac{C}{N}$ (Televisión)
- $T_{\text{antena}} = T_0 = 293$ K
- Factor de ruido del receptor $F_r = 3$ dB
- Ganancia de las antenas en el emplazamiento 1 y en el 2 $G_1 = G_2 = 25$ dB.
- Ancho de banda de transmisión: 26 MHz.



La siguiente figura muestra un dibujo con los dos vanos correspondiente al problema planteado:



Donde los diferentes parámetros son los mismos que en el ejercicio anterior, a excepción de las ganancias que son diferentes para las estaciones terminales y la repetidora. Ahora el repetidor es pasivo, y la potencia que recibe la retransmite sin amplificarla, y en función de las antenas utilizadas. La potencia recibida en el repetidor pasivo se puede calcular como:

$$P_{R(R)} = \frac{P_{T(A)} g_1 g_R \lambda^2}{(4\pi d_1)^2 I_{desv}}$$

Y la potencia recibida en el emplazamiento B se puede calcular como:

$$P_{R(B)} = P_{R(R)} \frac{g_R g_2 \lambda^2}{(4\pi d_2)^2 I_{desv}} = \frac{P_{T(A)} g_1 g_R \lambda^2}{(4\pi d_1)^2 I_{desv}} \frac{g_R g_2 \lambda^2}{(4\pi d_2)^2 I_{desv}} = \frac{P_{T(A)} g_1 g_2 g_R^2 \lambda^4}{(4\pi)^4 (d_1 d_2)^2 I_{desv}^2}$$

La relación portadora a ruido habrá que estudiarla en la estación terminal B, que es donde se encuentra el demodulador. El ruido se calcula como en el problema anterior:

$$N = K T_0 B_T f_R$$

De tal forma que la relación portadora a ruido antes del demodulador queda:

$$\left(\frac{C}{N}\right)_B = \frac{p_{t1} g_1 g_2 g_R^2 \lambda^4}{(4\pi)^4 (d_1 d_2)^2 L_{desv}^2 k T_0 B f_r}$$

Para conseguir una relación S/N por encima de 57 dB, se requiere una relación C/N por encima de $57 - 43 = 14$ dB.

$$\frac{C}{N} = \frac{p_{t1} g_1 g_2 g_R^2 \lambda^4}{(4\pi)^4 (d_1 d_2)^2 L_{desv}^2 k T_0 B f_r} > 10^{14/10}$$

Y despejando la ganancia del repetidor pasivo:

$$g_R > \sqrt{10^{1.4} \frac{(4\pi)^4 (d_1 d_2)^2 L_{desv}^2 k T_0 B f_r}{p_{t1} g_1 g_2 \lambda^4}}$$

Finalmente se obtiene que la ganancia de la antena del repetidor pasivo debe valer por lo menos:

$$G > 64.62 \text{ dB,}$$

Si comparamos este resultado con los valores obtenidos en el ejercicio anterior, observaremos que un repetidor pasivo que radie toda la energía es un supuesto ideal y bastante optimista, ya que es ese caso la ganancia es unos 50dB inferior.

3

Un radioenlace de ancho de banda de transmisión $B_T=25$ MHz entre dos estaciones terminales A y B, está formado por dos vanos de distancias $d_1=20$ km y $d_2=15$ km, respectivamente. Si la relación señal a ruido a la salida del demodulador debe ser mayor que 50 dB durante el 80% del tiempo y las antenas utilizadas en las estaciones terminales son idénticas, calcular la ganancia (en dB) de éstas:

a.- Si las estaciones terminales se enlazan mediante una estación repetidora pasiva, utilizando dos antenas de igual ganancia que las antenas utilizadas en las estaciones terminales.

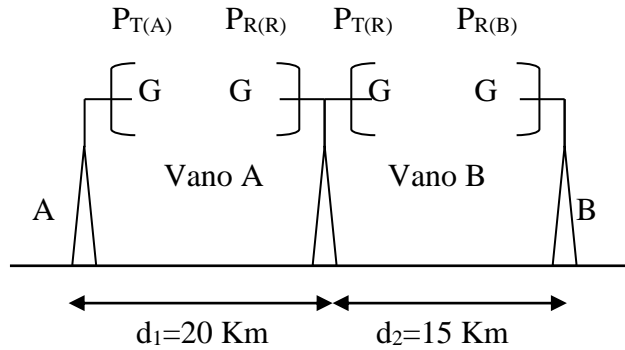
b.- Si el enlace de la estaciones terminales se realiza mediante una estación nodal.

Datos: frecuencia $f=7.5$ GHz, las pérdidas básicas por propagación se consideran las del espacio libre, potencia transmitida $P_t=10$ W, pérdidas por desvanecimiento el 80% del tiempo $L_{desv}<20$ dB, factor de ruido del receptor $F_r=3$ dB, temperatura de antena $T_a=273$ K, $k=1.38 \cdot 10^{-23}$ w/Hz K, $\frac{S}{N} = \frac{C}{N} + 43$ dB, siendo S/N la relación señal a ruido a la salida del demodulador y C/N la relación portadora a ruido a la entrada del demodulador.



De nuevo, se plantea un problema parecido a los anteriores, y la forma de resolverlo será similar. Planteamos lo primero de todo el dibujo con los dos

vanos:



En los dos apartados vamos a necesitar la relación portadora a ruido a la entrada del demodulador, que la calcularemos a partir de la relación dada en el enunciado y tomando como dato los 50 dB necesarios a salida del demodulador.

$$\frac{C}{N} = \frac{S}{N} - 43 = 50 - 43 = 7 \text{ dB}$$

a.- Este primer apartado es similar al ejercicio anterior. La potencia que recibe el repetidor pasivo la transmite utilizando unas antenas similares a las de las estaciones terminales. La potencia recibida en el repetidor pasivo se puede calcular como:

$$P_{R(R)} = \frac{P_{T(A)} g g \lambda^2}{(4\pi d_1)^2 I_{desv}}$$

Y la potencia recibida en la estación terminal B se puede calcular como:

$$P_{R(B)} = P_{R(R)} \frac{g g \lambda^2}{(4\pi d_2)^2 I_{desv}} = \frac{P_{T(A)} g g \lambda^2}{(4\pi d_1)^2 I_{desv}} \frac{g g \lambda^2}{(4\pi d_2)^2 I_{desv}} = \frac{P_{T(A)} g^4 \lambda^4}{(4\pi)^4 (d_1 d_2)^2 I_{desv}^2}$$

La relación portadora a ruido es entonces en la estación B:

$$\left(\frac{C}{N}\right)_B = \frac{P_{T(A)} g^4 \lambda^4}{(4\pi)^4 (d_1 d_2)^2 L_{desv}^2 k T_0 B f_r}$$

Para conseguir una relación S/N por encima de 50 dB, hemos calculado anteriormente que se requiere una relación C/N por encima de 7 dB.

$$\frac{C}{N} = \frac{P_{T(A)} g^4 \lambda^4}{(4\pi)^4 (d_1 d_2)^2 L_{desv}^2 k T_0 B f_r} \geq 7 \text{ dB}$$

Y despejando la ganancia de las cuatro antenas (g en unidades lineales):

$$g \geq \sqrt[4]{\frac{C (4\pi)^4 (d_1 d_2)^2 L_{desv}^2 k T_0 B f_r}{P_{T(A)} \lambda^4}}$$

$$g \geq \sqrt[4]{10^{0.7} \frac{(4\pi)^4 (20 \cdot 10^3 \cdot 15 \cdot 10^3)^2 (10^2)^2 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 273 \cdot 25 \cdot 10^6 \cdot 10^{0.3}}{10 \left(\frac{3 \cdot 10^8}{7.5 \cdot 10^9}\right)^4}}$$

$$g \geq \sqrt[4]{\frac{2.11 \cdot 10^{13}}{2.56 \cdot 10^{-5}}} = 3.01 \cdot 10^4$$

Que expresada en unidades logarítmicas es una ganancia de 45 dBi.

b.- En este segundo apartado el repetidor intermedio es una estación nodal, así que la señal es demodulada, modificada, modulada y se transmite con un nuevo transmisor hacia la estación terminal B. Para cada vano se tiene que cumplir el requisito de relación portadora a ruido:

$$\left(\frac{C}{N}\right) = \frac{P_{T(i)} g^2 \lambda^2}{(4\pi d_i)^2 L_{desv} k T_0 B f_r} \geq 10^{0.7}$$

Donde el subíndice i hace referencia a cada uno de los vanos. Despejando la ganancia y sabiendo que las potencias transmitidas son iguales para la estación terminal A y para la estación nodal obtenemos:

$$g \geq \sqrt[2]{\frac{\left(\frac{C}{N}\right)_i (4\pi d_i)^2 K T_0 B_T f_R I_{Desv}}{p_T(\lambda)^2}}$$

$$g \geq \sqrt[2]{\frac{10^{0.7} (4\pi)^2 (d_i)^2 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 273 \cdot 25 \cdot 10^6 \cdot 10^{0.3} \cdot 10^2}{10 \left(\frac{3 \cdot 10^8}{7.5 \cdot 10^9}\right)^2}}$$

$$g \geq 9.64 \cdot 10^{-4} d_i$$

Ahora podemos sustituir la distancia para cada vano, en el primero la distancia es de 20 Km, así que la ganancia queda como:

$$g \geq 9.64 \cdot 10^{-4} \cdot 20 \cdot 10^3 = 19.28$$

$$G \geq 12.85 \text{ dB}_i$$

Y para el segundo vano la distancia es de 15 Km:

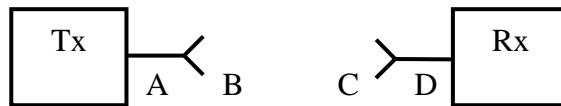
$$g \geq 9.64 \cdot 10^{-4} \cdot 15 \cdot 10^3 = 14.46$$

$$G \geq 11.6 \text{ dB}_i$$

El caso más restrictivo es el del segundo vano, ya que la distancia es mayor y la ganancia debe ser superior a 12.85 dBi. Si comparamos estos resultados con los del ejercicio anterior, observamos que un radioenlace pasivo requiere reflectores mucho mayores que en el caso de los radioenlaces activos.

4

Se desea analizar un radioenlace digital monovano de distancia $d=15$ km con despejamiento suficiente para considerar propagación en espacio libre. La frecuencia central es $f=10$ GHz y las ganancias de las antenas son $G_{Tx}=G_{Rx}=30$ dB. Si el modelo del sistema de radiocomunicaciones es el siguiente:



a.- Completar la siguiente Tabla:

	A	B	C	D
mwatios	15.84			
dBm				
dBm0	-85			
dBr				

b.- Dibujar el hipsograma, indicando el nivel dBm0 y los niveles en dBr.

Si la sensibilidad del receptor es $S=-85$ dBm:

c.- Calcular el margen de desvanecimiento. ¿Con qué valor de la tabla y el hipsograma coincide? ¿Por qué?

d.- Indicar si se cumplen los objetivos de indisponibilidad especificados por la UIT-R si $A_{0.01\%}=36.4$ dB.

Nota: La atenuación por lluvia excedida el porcentaje de tiempo p puede estimarse con la expresión:

$$A_p(\text{dB}) = 0.12 \cdot A_{0.01}(\text{dB}) \cdot p^{-(0.56+0.043\log_{10}p)}$$



a.- En este problema se preguntan conceptos tanto de radioenlaces como de magnitudes y unidades. Es este primer apartado nos piden rellenar la tabla utilizando los datos del enunciado. El primer dato que podemos rellenar es el nivel dBm0 en cualquier punto del sistema, ya que será de -85 dBm0. El nivel de referencia es constante a lo largo de un sistema de telecomunicaciones.

De A a B y de C a D nos encontramos con antenas de ganancia 30 dBi, y de B a C las pérdidas por propagación que para el caso de este problema las podemos evaluar como:

$$L_p = -20\log_{10}\left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right) = -20\log_{10}\left(\frac{3 \cdot 10^8 / 10 \cdot 10^9}{4\pi \cdot 15 \cdot 10^3}\right) = 136 \text{ dB}$$

También es importante recordar que un nivel relativo dBr se relaciona con un nivel absoluto dBm mediante el nivel de referencia dBm0 de la siguiente forma:

$$L(\text{dBr}) = L(\text{dBm}) - L(\text{dBm0})$$

Hasta aquí ya estamos en disposición de rellenar la tabla. Pasaremos la potencia del punto A a unidades logarítmicas

$$L_A(\text{dBm}) = 10 \log_{10}(15.45 \text{ mW}) = 12 \text{ dBm}$$

Y su nivel relativo:

$$L_A(\text{dBr}) = L_A(\text{dBm}) - L_A(\text{dBm}_0) = 12 \text{ dBm} - (85 \text{ dBm}_0) = 97 \text{ dBr}$$

La potencia en el punto B será la potencia en el punto A amplificada 30 dB, así que:

$$L_B(\text{dBm}) = L_A(\text{dBm}) + 30 \text{ dB} = 12 \text{ dBm} + 30 \text{ dB} = 42 \text{ dBm}$$

Y su nivel relativo:

$$L_B(\text{dBr}) = L_B(\text{dBm}) - L_B(\text{dBm}_0) = 42 \text{ dBm} - (85 \text{ dBm}_0) = 127 \text{ dBr}$$

La potencia en el punto C será la potencia en el punto B menos las pérdidas calculadas en (4.1):

$$L_C(\text{dBm}) = L_B(\text{dBm}) - 136 \text{ dB} = 42 \text{ dBm} - 136 \text{ dB} = -94 \text{ dBm}$$

Y su nivel relativo:

$$L_C(\text{dBr}) = L_C(\text{dBm}) - L_C(\text{dBm}_0) = -94 \text{ dBm} - (85 \text{ dBm}_0) = -9 \text{ dBr}$$

Y finalmente la potencia en el punto D será la potencia en el punto C amplificada 30 dB:

$$L_D(\text{dBm}) = L_C(\text{dBm}) + 30 \text{ dB} = -94 \text{ dBm} + 30 \text{ dB} = -64 \text{ dBm}$$

Y su nivel relativo:

$$L_D(\text{dBr}) = L_D(\text{dBm}) - L_D(\text{dBm}_0) = -64 \text{ dBm} - (85 \text{ dBm}_0) = 21 \text{ dBr}$$

Los niveles en mW pueden ser calculados directamente de los niveles en dBm mediante el paso de unidades logarítmicas a unidades lineales:

$$L_B (mW) = 10^{L_B(dBm)/10} = 10^{42/10} = 15849 \text{ mW}$$

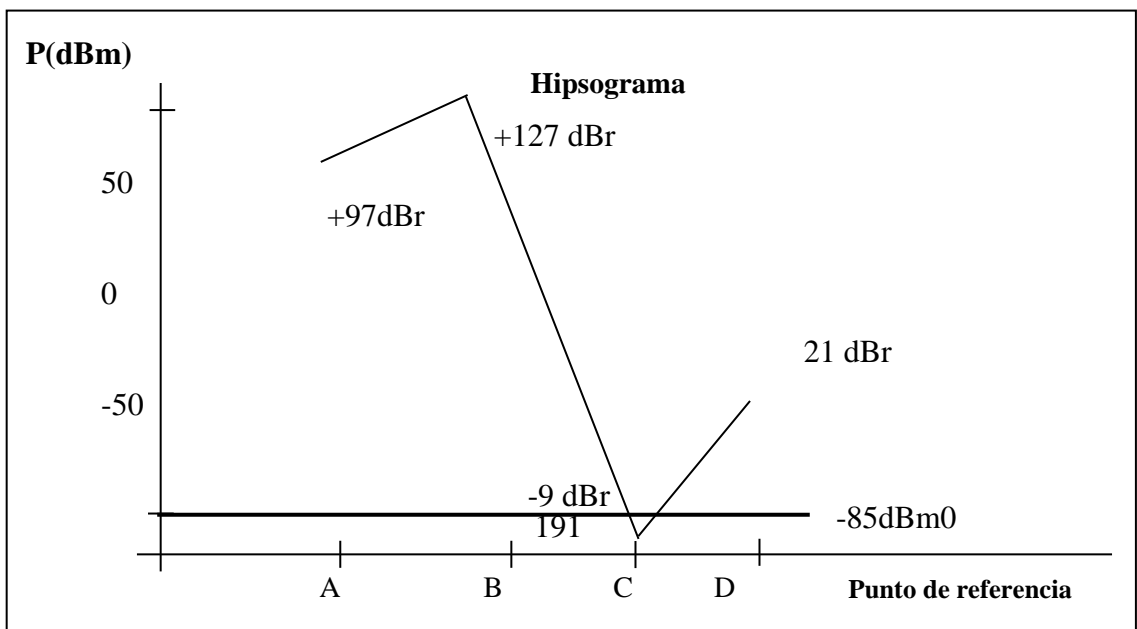
$$L_C (mW) = 10^{L_C(dBm)/10} = 10^{-94/10} = 3.98 \cdot 10^{-10} \text{ mW}$$

$$L_D (mW) = 10^{L_D(dBm)/10} = 10^{-64/10} = 3.98 \cdot 10^{-7} \text{ mW}$$

Y de esta forma ya tenemos rellena la tabla.

	A	B	C	D
mW	15.849	15849	3.98×10^{-10}	3.98×10^{-7}
dBm	12	42	-94	-64
dBm0	-85	-85	-85	-85
dBr	97	127	-9	21

b.- A continuación dibujamos el hipsograma, donde en el eje de abscisas tendremos los diferentes puntos del circuito, y en el eje de ordenadas los diferentes valores absolutos. Dibujaremos una línea gruesa horizontal en la ordenada -85 dBm indicando el nivel de referencia, de tal forma que la distancia de cualquier punto a esta recta indicará su nivel relativo.



c.- El margen de desvanecimiento será la diferencia en dB entre la potencia recibida en el punto D y la sensibilidad del receptor.

La potencia recibida (P_R) tendrá que ser siempre mayor a la sensibilidad (S).

$$P_R = P_T + G_T - L_p - M + G_R \geq S$$

Donde G_T es la ganancia en transmisión, G_R la ganancia en recepción y L_p las pérdidas de propagación. Despejando el margen de desvanecimiento M :

$$M = P_T + G_T - L_p - S + G_R$$

$$M = 12 + 30 - 136 - (-85) + 30 = 21 \text{ dB}$$

Entonces el margen de desvanecimiento coincidirá con el nivel relativo del punto D, ya que los dBm0 coinciden con la sensibilidad.

d.- Tendremos que comprobar si con esos 21 dB podremos cumplir los criterios de la UIT-R ($p \leq 0.0336\%$). Calcularemos la atenuación que se produce para una $p = 0.0336\%$.

$$A_{0.0336} = 0.12 \cdot 36.4 \cdot 0.0336^{-(0.56+0.043 \log p)}$$

$$A_{0.0336} = 23.56 \text{ dB}$$

No se cumple puesto que sólo se dispone de un margen de desvanecimiento de 21 dB. Esto implica que la probabilidad de indisponibilidad es mayor que la recomendada por la UIT $p > 0.0336\%$.

Podemos tomar 3 valores del porcentaje para saber a qué desvanecimientos corresponden, y así hacernos una idea del porcentaje correspondiente a 21dB. Para 0.01%, 0.0336% y 0.09% obtenemos los márgenes:

0.01% -> 36.4 dB

0.0333% -> 23.56 dB

0.09% -> 19.53 dB

5

Un radioenlace de ancho de banda de transmisión $B_T=25$ MHz entre dos estaciones terminales 1 y 3, está formado por dos vanos de distancias $d_1=20$ km y $d_2=16$ km, respectivamente.



Si las estaciones terminales se enlazan mediante una estación 2 repetidora pasiva, utilizando dos antenas de igual ganancia (35 dB) que las antenas utilizadas en las estaciones terminales.

- a.- Representar el hipsograma, indicando los niveles en dB_r al tomar como referencia -97 dBm₀.
- b.- Calcular el nivel de ruido a la entrada del demodulador y representarlo sobre el hipsograma en ambos casos.
- c.- Obtener directamente del hipsograma la relación portadora a ruido a la entrada del demodulador C/N expresada en dB.
- d.- Repetir los apartados anteriores si el enlace de la estaciones terminales se realiza mediante una estación 2 nodal, siendo las ganancias de las antenas de 12dB.

Datos: frecuencia $f=7.5$ GHz, las pérdidas básicas por propagación se consideran las del espacio libre y la potencia transmitida $P_t=10$ W, factor de ruido del receptor $F_r=3$ dB, temperatura de antena $T_a=289$ K y $k=1.38 \cdot 10^{-23}$ w/Hz.



a.- Comenzaremos con los niveles absolutos y desde el punto A al punto H. La potencia del punto A es de 10W, para pasar este nivel a dBm haremos:

$$P_A = 10 \log_{10} 10W + 30 = 10 \text{ dBW} + 30 = 40 \text{ dBm}$$

Entre el punto A y el punto B tenemos una antena de 35 dBi de ganancia, por lo que la potencia en el punto B será:

$$P_B = 40 \text{ dBm} + 35 \text{ dBi} = 75 \text{ dBm}$$

Es importante llevar cuidado con la suma de unidades logarítmicas, ya que dos niveles absolutos nunca podrán ser sumados. Sin embargo un nivel absoluto y una relación en dB si que se podrán sumar. Entre el punto B y C se encuentran las pérdidas básicas de propagación, que las calcularemos como:

$$L_1 = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi d_1}{\lambda} \right) = -20 \log_{10} \left(\frac{4\pi \cdot 20 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 / 7.5 \cdot 10^9} \right) = 136 \text{ dB}$$

Y el nivel en C:

$$P_C = 75 \text{ dBm} - 136 \text{ dB} = -61 \text{ dBm}$$

Del punto C al punto C tenemos otra antena:

$$P_D = -61 \text{ dBm} + 35 \text{ dBi} = -26 \text{ dBm}$$

Y como la estación 2 es un repetidor pasivo $P_E = P_D$. El nivel en F se calcula sumando la ganancia de la antena:

$$P_F = P_E + 35 \text{ dBi} = -26 \text{ dBm} + 35 \text{ dBi} = 9 \text{ dBm}$$

Las pérdidas el vano 2 se calculan como las pérdidas del vano 1:

$$L_2 = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi d_2}{\lambda} \right) = -20 \log_{10} \left(\frac{4\pi \cdot 16 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 / 7.5 \cdot 10^9} \right) = 134 \text{ dB}$$

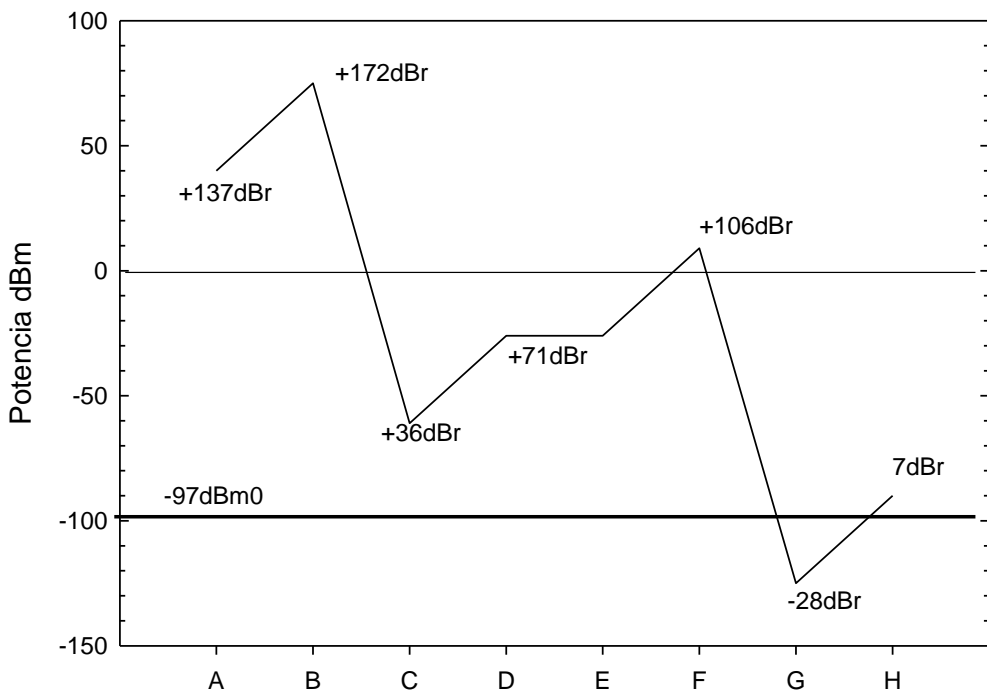
Así que el nivel en G será:

$$P_G = P_F - 134 \text{ dB} = -125 \text{ dBm}$$

Y finalmente la potencia a la entrada del demodulador se calculará sumando la ganancia de la antena del receptor:

$$P_H = -125 \text{ dBm} + 35 \text{ dBi} = -90 \text{ dBm}$$

Ahora pasaremos a dibujar el hipsograma indicando en el eje de abcisas los diferentes puntos del sistema y en el de ordenada los niveles de potencia. El nivel de referencia que nos piden lo marcaremos con una línea más gruesa horizontal en -97 dBm , de tal forma que los niveles relativos vendrán dados por la diferencia entre el nivel absoluto y el nivel de referencia. Estos se han indicado en el hipsograma en cada punto.



b.- El nivel de ruido lo podemos calcular mediante la expresión:

$$N = 10 \log(kT_0 B f_R)$$

$$N = 10 \log(1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 298 \cdot 25 \cdot 10^6 \cdot 10^{0.3}) = -127 \text{ dBW} = -97 \text{ dBm}$$

Observamos que el nivel de referencia del circuito coincide con el nivel del ruido en el hipsograma (no tendría por qué).

c.- Esta cuestión se puede resolver bien de forma analítica o bien mediante observación directa del hipsograma, que es lo que se pide en el enunciado. De forma analítica tendríamos que la relación portadora ruido en el punto H sería

$$\left(\frac{C}{N}\right)_H = P_H - N = -90 \text{ dBm} - (-97 \text{ dBm}) = 7 \text{ dB}$$

Por otro lado, como el nivel en dBm0 es el nivel de ruido, el nivel relativo en el punto H indicaría directamente la señal portadora ruido, que es lo que pide en enunciado.

d.- Aquí se nos plantea el mismo ejercicio que en el apartado a pero con la salvedad de que la estación 2 es una estación nodal y no pasiva. También se ha modificado la ganancia de las antenas. Recordemos que una estación pasiva simplemente re-radia la señal que le llega por la antena receptora utilizando la antena transmisora, mientras que la nodal demodula la señal y la vuelve a modular para transmitirla con un nuevo transmisor. En el primer caso la potencia transmitida por el repetidor pasivo depende de la potencia recibida, mientras que en el segundo caso la potencia de salida viene determinada por el transmisor utilizado.

Comenzando por el punto A, al igual que en el primer apartado, la potencia tenemos que convertirla de unidades lineales a unidades logarítmicas. También tenemos que darnos cuenta que la potencia en A viene dada en Vatios, así que para obtener dBm sumaremos 30dB.

$$P_A = 10 \log 10W + 30 \text{ dB} = 10 \text{ dBW} + 30 \text{ dB} = 40 \text{ dBm}$$

Entre el punto A y el B tenemos una antena de ganancia 12 dBi.

$$P_B = 40 \text{ dBm} + 12 \text{ dBi} = 52 \text{ dBm}$$

Entre el punto B y C tendremos las mismas pérdidas básicas de propagación obtenidas en el apartado anterior, por lo que la potencia en C será:

$$P_C = 52 \text{ dBm} - 136 \text{ dB} = -84 \text{ dBm}$$

De nuevo nos encontramos con una antena, así que sumaremos la ganancia de ésta.

$$P_D = -84 \text{ dBm} + 12 \text{ dBi} = -72 \text{ dBm}$$

Ahora viene la diferencia fundamental entre los dos apartados. Antes hemos utilizado la potencia en D para calcular la potencia en E, ya que el repetidor era pasivo. Sin embargo ahora, la potencia en E viene dada por el transmisor utilizado cuya potencia de salida será:

$$P_E = 40 \text{ dBm}$$

Y siguiendo con el circuito, nos encontramos con una antena así que F tendremos:

$$P_F = 40 \text{ dBm} + 12 \text{ dBi} = 52 \text{ dBm}$$

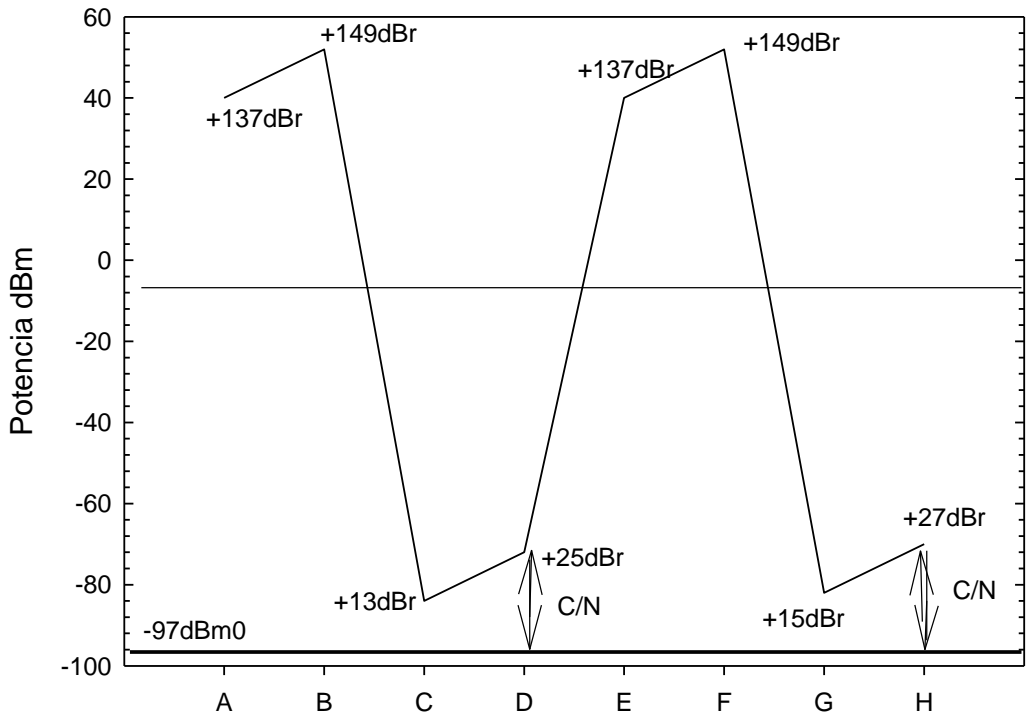
Las pérdidas por propagación entre F y G fueron calculadas previamente, entonces en G:

$$P_G = 52 \text{ dBm} - 134 \text{ dB} = -82 \text{ dBm}$$

Y por último tendremos la ganancia de la antena receptora en H:

$$P_H = -82 \text{ dBm} + 12 \text{ dBi} = -70 \text{ dBm}$$

El nuevo hipsograma se ha dibujado en la siguiente figura, donde el nivel de referencia se ha fijado en -97 dBm tal y como se pedía en el apartado b. Los niveles relativos se han marcado en cada punto, como la diferencia entre el nivel absoluto y el nivel de referencia.

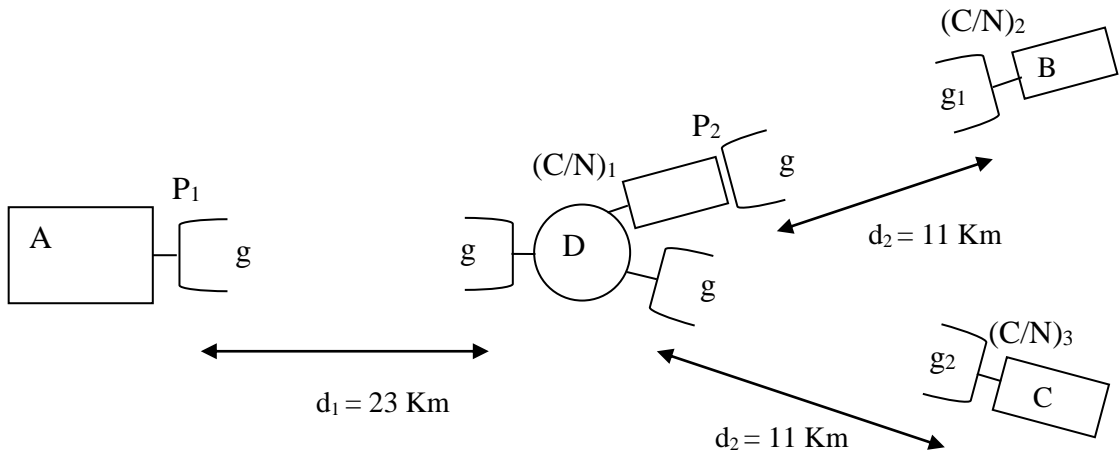


Por último, y para terminar de contestar el apartado c, los niveles portadora a ruido se pueden medir directamente del hipsograma como los niveles relativos en los puntos D y H. En el caso del punto H, es decir en la estación 2, $C/N = 25 \text{ dB}$, y en el punto H, es decir la estación 3, $C/N = 27 \text{ dB}$.

6

Se va a instalar un radioenlace como el del dibujo, para unir los puntos A y B, y A y C. Entre ellos, estudios de visibilidad recomiendan la instalación de un repetidor, que para el caso de ir de A a B será activo, y para el caso de ir desde A hasta C será pasivo. La distancia desde A hasta el nodo es de 23 Km, y la distancia entre D y B y de D a C es de 11 Km (la misma distancia). Cuando D transmite hacia B lo hace como repetidor activo, y cuando lo hace hacia C como pasivo. Se supone que no hay pérdidas de ningún tipo en D, de tal forma que la potencia recibida en D es la misma que se recibe en $(C/N)_1$ y la misma que se transmite hacia C. Se pide

a.- Comprobar la viabilidad del radioenlace y calcular g_1 y g_2 sabiendo que la (C/N) de todos los receptores debe ser mayor a 10 dB. (Expresar g en unidades logarítmicas)



b.- Si se hubieran equivocado midiendo la distancia entre A y D, y en vez de 23 Km fueran 32 Km, ¿Cuáles son los nuevos resultados?

Datos:

- Constante de Boltzman $1.38 \cdot 10^{-23}$ w/Hz K, $G = 30$ dB , $P_1 = 20$ W, $P_2 = 10$ mW, $f = 5.6$ GHz, $B = 100$ MHz, $F = 4.5$ dB y $T = 300$ K.



a.- Para que un radioenlace sea viable, en cada vano debe de cumplirse los requisitos de C/N de cada receptor. Tenemos dos ramas, la superior que son dos vanos con un repetidor activo, y la inferior que son otros dos vanos con un repetidor pasivo. Empezando con el superior, tendremos que la C/N de cada vano debe ser mayor o igual a 10. Para un vano cualquiera vale:

$$\left(\frac{C}{N}\right)_i = \frac{1}{KT_0 B_T f_R} \frac{p_{Ti} g_{tx} g_{rx} \lambda^2}{I_{desv} (4\pi d_i)^2}$$

Donde p_{Ti} es la potencia transmitida por el transmisor del vano i , g la ganancia de las antenas, λ la longitud de onda, K la constante de Boltzman, T_0 la temperatura de la antena, B el ancho de banda de la señal, f_R la figura de ruido, I_{desv} las pérdidas por desvanecimiento y d_i la distancia del vano. Desde A hasta D no tenemos ninguna incógnita, salvo calcular que se cumple el requisito de calidad. Sustituyendo obtenemos:

$$\left(\frac{C}{N}\right)_1 = \frac{20 \cdot (10^{30/10})^2 \left(\frac{3 \cdot 10^8}{5.6 \cdot 10^9}\right)^2}{1.38 \cdot 10^{-23} 300 \cdot 100 \cdot 10^6 \cdot 10^{4.5/10} (4\pi 23 \cdot 10^3)^2}$$

$$\left(\frac{C}{N}\right)_1 = 5.88 \cdot 10^5 = 57.7 \text{ dB}$$

Así que si que garantizamos la viabilidad del primer vano. Para el caso del segundo vano, utilizando la primera expresión podemos despejar la ganancia en recepción:

$$g_1 > \frac{\left(\frac{C}{N}\right)_{\min} K T_0 B_T f_R (4\pi d_2)^2}{P_{Tx2} g_{bx} \lambda^2}$$

Así que sustituyendo los valores del enunciado, obtendremos el valor mínimo de la ganancia para que se cumplan los requisitos:

$$g_1 > \frac{10 \cdot (4\pi 11 \cdot 10^3)^2 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot 100 \cdot 10^6 \cdot 10^{4.5/10}}{(10^{30/10}) \cdot 0.01 \left(\frac{3 \cdot 10^8}{5.6 \cdot 10^9}\right)^2}$$

$$g_1 > 7.76 = 8.9 \text{ dB}$$

En el caso de la rama pasiva, la energía recibida en el nodo D es re-radiada hacia C. La potencia recibida en D será:

$$P_{R(D)} = \frac{P_{T1} g^2 \lambda^2}{(4\pi d_1)^2}$$

Y la potencia recibida en C:

$$P_{R(C)} = \frac{P_{T1} g^3 g_2 \lambda^4}{(4\pi)^4 (d_1 d_2)^2}$$

Así que la $(C/N)_3$ será:

$$\left(\frac{C}{N}\right)_3 = \frac{P_{R(C)}}{N_C} = \frac{P_{T1} g^3 g_2 \lambda^4}{(4\pi)^4 (d_1 d_2)^2 K T_0 B_T f_R}$$

Imponiendo la condición de que la sea mayor o igual a 10, y despejando g_2 .

$$g_2 > \frac{\left(\frac{C}{N}\right)_{\min} (4\pi)^4 (d_1 d_2)^2 K T_0 B_T f_R}{p_{T_1} g^3 \lambda^4}$$

$$g_2 > \frac{10 \cdot (4\pi)^4 (23 \cdot 10^3 \cdot 11 \cdot 10^3)^2 1.38 \cdot 10^{-23} 300 \cdot 100 \cdot 10^6 \cdot 10^{4.5/10}}{20 (10^{30/10})^3 \left(\frac{3 \cdot 10^8}{5.6 \cdot 10^9}\right)^2}$$

$$g_2 > 1.13 \cdot 10^5 = 50.53 \text{ dB}$$

b.- Volver a repetir el problema modificando la distancia d_1 . Para el vano activo, observando (10.1), se puede demostrar que la nueva señal a ruido será:

$$\left(\frac{C}{N}\right)'_1 = \left(\frac{C}{N}\right)_1 \left(\frac{d'_1}{d_1}\right)^2 = \left(\frac{C}{N}\right)_1 \left(\frac{32}{23}\right)^2 = 3.04 \cdot 10^5 = 54.8 \text{ dB}$$

Y la ganancia g_1 será la misma ya que el vano no depende de la distancia del vano anterior. En cuanto al vano pasivo, hacemos lo mismo, y el valor de la nueva ganancia queda:

$$g'_2 = g_2 \left(\frac{d'_1}{d_1}\right)^2 = 2.19 \cdot 10^5 = 53.40 \text{ dB}$$

7

Se desea diseñar un radioenlace digital monovano en la banda de 12GHz con una tasa binaria de 140 Mbps y modulación 16QAM. La altura de los emplazamientos sobre el nivel del suelo es de 30 metros y en el entorno de propagación los factores de aparición y de actividad de desvanecimiento son $P_0=0.27$ y $\eta=0.072$, respectivamente. Si se dispone de equipos transmisores y receptores con las siguientes características: $P_t=100$ mW, ganancia de las antenas $G_t=G_r= 30$ dB, signatura del receptor $k=0.5$ y sensibilidad del receptor $S=-90$ dBm para una $BER=10^{-3}$.

a.- Comprobar si se cumplen los objetivos de calidad de fidelidad para una distancia entre estaciones $d=10$ km.

b.- ¿Cómo se podría cumplir el objetivo de calidad de fidelidad: aumentando la potencia transmitida, disminuyendo la ganancia de las antenas o aumentando la distancia entre las estaciones? Razone la respuesta en cada caso.

c.- Si para cumplir el objetivo de calidad de fidelidad se decide sólo cambiar de antenas ¿Cuál debe ser la ganancia de estas nuevas antenas? La distancia entre estaciones es $d=10$ km.

Notas: - Asumir condiciones de propagación en espacio libre para estimar las pérdidas por propagación.

- Estimar el retardo medio (τ_m) en el receptor como la diferencia de retardos entre la contribución directa y la reflejada en el suelo.

- Objetivo de calidad de fidelidad: $BER=10^{-3}$ durante el 0.008% del tiempo.



a.- La fidelidad de un radioenlace consta de dos términos, un primero que tiene en cuenta el porcentaje por desvanecimiento del vano P_{TP} , y un segundo que tiene en cuenta la propagación multi-camino P_{TS} , que principalmente será la reflexión en el suelo.

$$P_{TT} = P_{TP} + P_{TS}$$

El primero de ellos depende del margen de desvanecimiento MF (en unidades logarítmicas) y del factor de aparición del desvanecimiento P_0 .

$$P_{TP} = P_0 \cdot 10^{-MF(dB)/10} \cdot 100\%$$

Empezaremos por el margen de desvanecimiento, que será la relación entre la potencia recibida y la sensibilidad del receptor. La potencia recibida será:

$$P_R = P_T + G_T - L_p + G_R = 20 \text{ dBm} + 30 \text{ dB} - 134 \text{ dB} + 30 \text{ dB} = -54 \text{ dBm}$$

, donde P_T es la potencia transmitida, G_T y G_R la ganancia en transmisión y en recepción respectivamente, y L_p las pérdidas de propagación.

$$L_1 = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi \cdot 10 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 / 12 \cdot 10^9} \right) = 134 \text{ dB}$$

Así que el margen de desvanecimiento será de:

$$MF = -54 - (-90) = 36 \text{ dB}$$

Una vez calculado éste, lo sustituimos en la ecuación inicial, y obtendremos el porcentaje de desvanecimiento:

$$P_{TP} = 0.27 \cdot 10^{-3.6} \cdot 100 = 0.00678\%$$

Por otro lado hay que calcular el porcentaje de fidelidad debido a la propagación multicamino,

$$P_{TS} = \eta 4.32k \left(\frac{\tau_m}{T_s} \right)^2 100\%$$

Donde η es el factor de actividad selectivo, que depende de P_0 , k es la signatura del receptor, τ_m el retardo medio y T_s el período de símbolo. El retardo medio vale:

$$\tau_m = \frac{|d_2 - d_1|}{c} \approx \frac{(h_t + h_r)^2}{2dc} = \frac{(30 + 30)^2}{2 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^8} = 0.6 \text{ ns}$$

Y el período de símbolo:

$$T_s = \frac{140 \cdot 10^6}{\log_2 16} = 28.6 \text{ ns}$$

Así que la fidelidad de multitrayecto vale:

$$P_{TS} = 100 \cdot \underset{\eta}{0.072} \cdot 4.32 \cdot \underset{k}{0.5} \cdot \left(\frac{\tau_m}{T_s} \right)^2 = 0.00684\%$$

Y la total:

$$P_{TT} = 0.00678 + 0.00684 = 0.01362 > 0.008\%$$

Que es mayor que el mínimo requerido, así que no se cumple.

b.- Si queremos mejorar la fidelidad, bien mejoramos el porcentaje de desvanecimiento o el de multitrayecto. Si nos centramos en el primero, tenemos que aumentar el margen dinámico, o lo que es lo mismo, aumentar

la potencia recibida. Esto se consigue aumentando la potencia en transmisión, aumentando la ganancia de las antenas, o disminuyendo la distancia entre estas, así que la correcta sería aumentando la potencia en transmisión.

Con lo que respecta al porcentaje de multitrayecto, depende de la modulación, de la altura de las antenas y de la distancia entre radioenlaces. Podríamos aumentar la distancia entre estos para disminuir τ_m , pero conllevaría una disminución del porcentaje de desvanecimiento, así que nos quedamos con la solución anterior.

c.- Si decidimos cambiar las antenas, solamente se verá afectado al porcentaje de desvanecimiento. Recordando la fidelidad total:

$$P_{TT} = P_{TP} + P_{TS}$$

Podemos despejar el término correspondiente al desvanecimiento, y sustituyendo con los datos objetivo, P_{TP} vale:

$$P_{TP} = P_{TT} - P_{TS} = 1.16 \cdot 10^{-3}\%$$

Por otro lado su valor en función del margen de desvanecimiento vale:

$$0.27 \cdot 100 \cdot 10^{-MF/10} = 0.00116\%$$

Así que despejando el margen, éste vale:

$$\begin{aligned} -MF / 10 &= \log(4.3 \cdot 10^{-5}) = -4.36 \text{ dB} \\ MF &= 43.7 \text{ dB} \end{aligned}$$

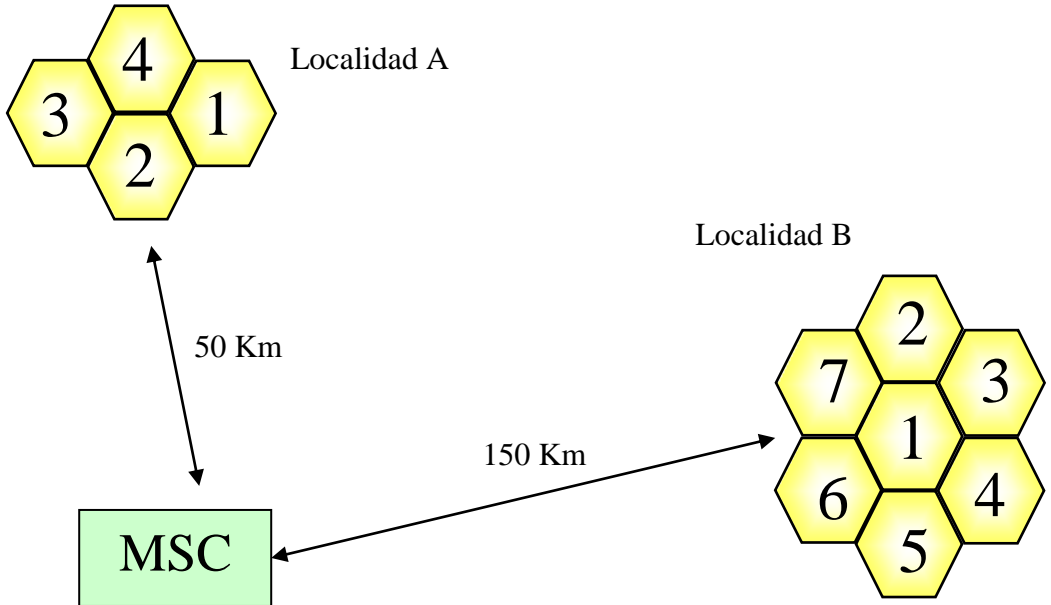
El margen de desvanecimiento lo calculamos como la diferencia (en unidades logarítmicas) entre la potencia recibida en el receptor y su sensibilidad:

$$MF = P_R - S = P_T + G_T - L_p + G_R - S_R$$

Las ganancias son iguales según el enunciado, con lo que se puede concluir el problema simplemente despejando la ganancia, que aumenta casi en 4dB para cumplir los requisitos:

$$G = \frac{MF - P_T + S_R + L_P}{2} = 33.88 \text{ dB}_i$$

8



La empresa Mobile2G quiere desplegar servicio de comunicaciones móviles inalámbricas en las Localidades A y B. La localidad A va a ser planificada dividiendo en grupos de 4 celdas, mientras que la localidad B en grupos de 7 celdas. En ambas poblaciones la densidad de habitantes es de 3600 hab/Km². Si la empresa dispone de 28 pares de frecuencias (Sistema FDD, un canal bidireccional por cada par de frecuencia, todos de tráfico).

a.- Suponiendo que la constante de propagación γ es la misma en ambas localidades, y que se debe garantizar una C/I de 15 dB en ambas localidades, ¿Cuánto vale γ en ambas localidades? ¿Y cuál será la C/I en cada localidad?

b.- Calcule la relación que debe de existir entre el radio de la celda del emplazamiento de la localidad A con respecto al radio de la celda en la localidad B. –Nota: El porcentaje de usuarios con respecto a los habitantes es igual en ambas localidades.

c.- Supongamos ahora que el radio (circular) es el mismo en ambas localidades, y de 1 Km, ¿A cuántos usuarios daremos servicio en cada celda

de cada localidad? ¿Cuál será el porcentaje de usuarios con respecto a habitantes en cada localidad en tanto por ciento?

d.- Repita los apartados anteriores, pero sectorizando con dos sectores. En el caso de que tenga alguna división no exacta de canales, no utilice los canales que sobren.

e.- Justifique con qué solución se comunicarán las localidades con el MSC. Se debe garantizar que la señal recibida esté 20 dB por encima de la sensibilidad en el caso del sistema cableado, y 20 dB sobre el ruido en el caso del sistema inalámbrico.

f.- Dibuje los hipsogramas correspondientes a cada vano

Datos de los cables:

Parámetros primarios: $R=28.8 \Omega/\text{Km}$; $L=7.95 \cdot 10^{-2} \mu\text{H}/\text{Km}$; $C=3.183 \cdot 10^{-2} \text{nF}/\text{Km}$; $G=10^{-10} \text{S}/\text{Km}$

Frecuencia central de la comunicación 300 MHz

Potencia transmitida 1W

Sensibilidad del receptor -120dBm

Datos del radioenlace:

Antenas transmisoras y receptoras $G = 25\text{dB}$

$P_t = 30\text{dBm}$

Pérdidas de propagación: Espacio libre

Frecuencia = 10GHz

Constante de Boltzman $1.38 \times 10^{-23} \text{W}/\text{Hz}/\text{k}$

Temperatura de ruido 293 K

Ancho de banda de la transmisión 10 MHz

Figura de ruido 0dB

Otros datos:

Las llamadas que no pueden cursarse se rechazan.

El operador quiere garantizar una probabilidad de bloqueo del 2%.

El tráfico por usuario es de 11mE.



a.- Tenemos como dato que la relación C/I es igual a 15dB. Sabemos que:

$$\frac{C}{I} = \frac{\text{Sectores}}{6} (\sqrt{3k})^\gamma$$

Despejando γ

$$\gamma = \log_{10} \left(\frac{6}{\text{Sectores}} \frac{C}{I} \right) / \log_{10} (\sqrt{3k})$$

Para $k = 4$

$$\gamma = 4.222$$

Para $k = 7$

$$\gamma = 3.446$$

Es más restrictivo el primer caso, ya que el segundo valor de γ no garantizaría la interferencia máxima para un caso de 4 celdas.

Si calculamos ahora la interferencia con el primer γ

$$\left. \frac{C}{I} \right|_A = \frac{1}{6} (\sqrt{3 \cdot 4})^{4.222} = 15 \text{ dB}$$

$$\left. \frac{C}{I} \right|_B = \frac{1}{6} (\sqrt{3 \cdot 7})^{4.222} = 20.13 \text{ dB}$$

Como era de esperar, en el segundo caso obtenemos una interferencia menor, o lo que es lo mismo, una relación portadora interferencia mayor.

b.- Como tenemos 28 pares de frecuencias, en la localidad A tenemos 7 canales por celda, y en la localidad B 4 canales por celda. Si miramos en la tabla de Erlang-B, el tráfico soportado por 4 canales (localidad B) es de 1.0922E y por 7 canales (localidad A) es de 2.9353 E, para una probabilidad de bloqueo del 2%.

Como el porcentaje de usuarios con respecto a los habitantes es igual en ambas localidades, tendremos que la celda de la localidad B será más

grande que la de A, proporcionalmente al tráfico que es capaz de soportar en el área. Al ser proporcional al área, y el área ser proporcional al cuadrado del radio, la relación será

$$\frac{Radio_A}{Radio_B} = \sqrt{\frac{2.9353}{1.0922}} = 1.6394$$

c.- El área es

$$A = \pi r^2 = 3.1416 \text{ km}^2$$

El número de habitantes

$$N_{\text{habitantes}} = 3.1416 \text{ km}^2 \cdot 3600 \text{ hab/km}^2 = 11309 \text{ habitantes}$$

El número de usuarios es

$$N = \frac{T}{T_u}$$

Donde T es el tráfico total de la celda, y T_u el tráfico por usuario

$$N_A = \frac{T_A}{T_u} = \frac{2.9353E}{0.011E} = 266 \text{ usuarios}$$

$$N_B = \frac{T_B}{T_u} = \frac{1.0922E}{0.011E} = 99 \text{ usuarios}$$

Con lo cual, para la localidad A

$$\frac{N_A}{N_{\text{habitantes}}} = \frac{266 \text{ usuarios}}{11309 \text{ habitantes}} = 2.4\%$$

$$\frac{N_B}{N_{\text{habitantes}}} = \frac{99 \text{ usuarios}}{11309 \text{ habitantes}} = 0.88\%$$

d.- Es este caso hay que repetir todos los cálculos pero teniendo en cuenta dos sectores. De nuevo, tenemos como dato que la relación C/I es igual a 15dB. Sabemos que:

$$\frac{C}{I} = \frac{\text{Sectores}}{6} (\sqrt{3k})^\gamma$$

Despejando y

$$\gamma = \log_{10} \left(\frac{6}{\text{Sectores}} \frac{C}{I} \right) / \log_{10} (\sqrt{3k})$$

Para k = 4

$$\gamma = 3.66$$

Para k = 7

$$\gamma = 2.99$$

Es más restrictivo el primer caso, ya que el segundo valor de γ no garantizaría la interferencia máxima para un caso de 4 celdas.

Si calculamos ahora la interferencia con el primer γ

$$\left. \frac{C}{I} \right|_A = \frac{2}{6} (\sqrt{3 \cdot 4})^{3.66} = 15 \text{ dB}$$

$$\left. \frac{C}{I} \right|_B = \frac{2}{6} (\sqrt{3 \cdot 7})^{2.99} = 19.45 \text{ dB}$$

Como era de esperar, en el segundo caso obtenemos una interferencia menor, o lo que es lo mismo, una relación portadora interferencia mayor.

Como tenemos 28 pares de frecuencias, en la localidad A tenemos 7 canales por celda, 3 canales por sector, y en la localidad B 4 canales por celda, 2 canales por sector. Si miramos en la tabla de Erlang-B, el tráfico soportado por 3 canales (localidad A) es de 0.6022 E y por 2 canales (localidad A) es de 0.2234 E, para una probabilidad de bloqueo del 2%.

Como el porcentaje de usuarios con respecto a los habitantes es igual en ambas localidades, tendremos que la celda de la localidad B será más grande que la de A, proporcionalmente al tráfico que es capaz de soportar en el área. Al ser proporcional al área, y el área ser proporcional al cuadrado del radio, la relación será

$$\frac{\text{Radio}_A}{\text{Radio}_B} = \sqrt{\frac{0.6022}{0.2234}} = 1.6418$$

El área del sector es

$$A = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{3.1416}{2} \text{ km}^2$$

El número de habitantes

$$N_{\text{habitantes}} = \frac{3.1416}{2} \text{ km}^2 \cdot 3600 \text{ hab/km}^2 = 5654 \text{ habitantes}$$

El número de usuarios es

$$N = \frac{T}{T_u}$$

Donde T es el tráfico total del sector, y T_u el tráfico por usuario

$$N_A = \frac{T_A}{T_u} = \frac{0.6022E}{0.011E} = 54 \text{ usuarios}$$

$$N_B = \frac{T_B}{T_u} = \frac{0.2234E}{0.011E} = 20 \text{ usuarios}$$

Con lo cual, para la localidad A

$$\frac{N_A}{N_{\text{habitantes}}} = \frac{54 \text{ usuarios}}{5654 \text{ habitantes}} = 0.97\%$$

$$\frac{N_B}{N_{\text{habitantes}}} = \frac{20 \text{ usuarios}}{5654 \text{ habitantes}} = 0.36\%$$

Otros datos:

- Las llamadas que no pueden cursarse se rechazan.
- El operador quiere garantizar una probabilidad de bloqueo del 2%.
- El tráfico por usuario es de 11 mE.

Una vez hecha la planificación radio en cada localidad, se debe conectar cada una de estas redes al MSC más cercano que se encuentra a 50 Km de la localidad A y a 150 Km de la localidad B. Para ello se dispone de dos opciones, la primera de ellas es el uso de radioenlaces y la segunda mediante el sistema cableado. La segunda solución se supone menos costosa que la primera, así que en el caso de poder realizarse de ambas formas se optará por ella.

e.- Para el caso de los cables, partimos de los parámetros primarios

$$R = 28.8 \Omega / km$$

$$L = 7.95 \cdot 10^{-2} \mu H / km = 7.95 \cdot 10^{-8} H / km$$

$$C = 3.183 \cdot 10^{-2} nF / km = 3.183 \cdot 10^{-11} F / km$$

$$G = 10^{-10} S / km$$

A partir de estos valores calculamos la admitancia e impedancias complejas

$$Z = R + j\omega L = 28.8 + j149.85$$

$$Y = G + j\omega C = 10^{-10} + j0.06$$

Y de esta forma calculamos los parámetros secundarios

$$Z_0 = \left| \sqrt{\frac{Z}{Y}} \right| = 50.43 \Omega$$

$$\gamma = \sqrt{ZY} = 0.2868 + j3.0122$$

Y la atenuación del cable

$$\alpha = 8.68 \operatorname{Re}(\gamma) = 2.5 \text{ dB} / km$$

Entonces las potencias recibidas en cada una de las ciudades

$$P_{R1} = P_T - \alpha l_1 = 30 - 2.5 \cdot 50 = -94.5 \text{ dBm} > -120 \text{ dBm}$$

$$P_{R2} = P_T - \alpha l_2 = 30 - 2.5 \cdot 150 = -343.5 \text{ dBm} < -120 \text{ dBm}$$

Obviamente la potencia recibida en la ciudad 2 no cumple las especificaciones

En el caso de los radioenlaces, queremos que la potencia sea superior al ruido térmico

$$N = 10 \log_{10} (ktB) + 30 = -104 \text{ dBm}$$

Las potencias recibidas en cada radioenlace son

$$P_{R1} = P_T + G - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi d_1}{\lambda} \right) + G = -66.42 \text{ dBm}$$

$$P_{R2} = P_T + G - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi d_2}{\lambda} \right) + G = -75.96 \text{ dBm}$$

Y de esta forma la SNR es la distancia entre la señal y el ruido

$$SNR_1 = P_{R1} - N = 37.5 \text{ dB}$$

$$SNR_2 = P_{R2} - N = 28 \text{ dB}$$

En ambos casos superamos el umbral, así que cumple

f.- En el libro ya se han resuelto varios hipsogramas. Dado que estos son simples se darán indicaciones para dibujarlos. Se dibujará para cada enlace una línea decreciente que partirá de la potencia transmitida cayendo hasta la potencia recibida. Se puede utilizar como referencia la sensibilidad en el caso de los cables y el ruido en el caso de los radioenlaces. Se debe observar entonces que en el caso de los radioenlaces, el nivel relativo es siempre positivo y en el caso de los cables, para la ciudad B será negativo

9

Estimar el régimen binario máximo de un radioenlace digital (16QAM) para evitar la interferencia entre símbolos, si el radioenlace está formado por un solo vano de distancia 20 km sobre el mar, las alturas de las antenas en son 250 y 200 metros sobre el nivel del mar en cada uno de los emplazamientos, y para el análisis de la propagación multitrayecto se puede considerar un modelo a dos rayos (directo y reflejado en el mar). Si realiza aproximaciones, razónelas.

Nota: Modelar el mar como una superficie lisa.



El régimen binario máximo estará determinado por la separación temporal mínima entre los símbolos para que el símbolo del rayo reflejado no interfiera en el siguiente símbolo.

El rayo directo recorre una distancia igual a:

$$r_d = \sqrt{(h_t - h_r)^2 + d^2}$$

El rayo reflejado recorre una distancia igual a:

$$r_r = \sqrt{(h_t + h_r)^2 + d^2}$$

La diferencia temporal entre la llegada de ambos símbolos es:

$$\Delta = \frac{r_d - r_r}{c}$$

Como la distancia $d=20$ km es mucho mayor que la suma de las alturas del transmisor y receptor podemos realizar las siguientes aproximaciones (modelo a dos rayos):

$$d \gg h_t + h_r \quad \text{Aplicando Taylor } f(a) \approx f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{1}{2!} f''(a)(x-a)^2 + \dots$$

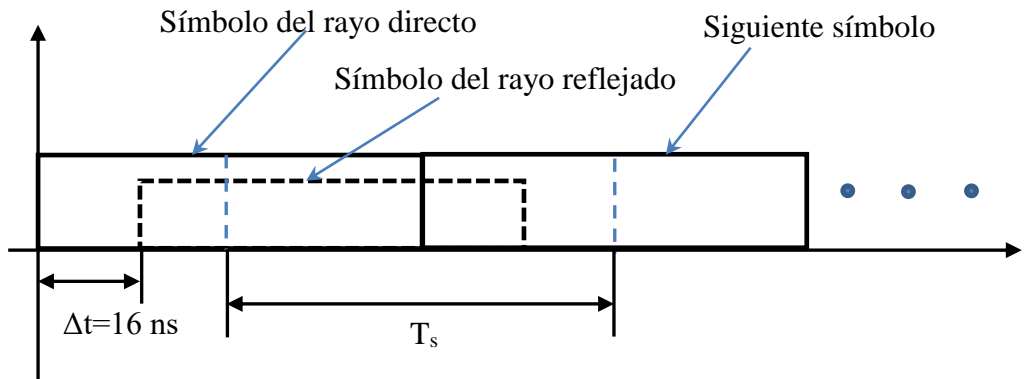
$$\text{Desarrollo de Taylor de la raíz cuadrada } \rightarrow \sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2} \text{ cuando } x \text{ es } \approx 0$$

$$\begin{aligned} \Delta &= d \sqrt{1 + \frac{(h_t + h_r)^2}{d^2}} - d \sqrt{1 + \frac{(h_t - h_r)^2}{d^2}} \approx d \left(1 + \frac{(h_t + h_r)^2}{2d^2} \right) - d \left(1 + \frac{(h_t - h_r)^2}{2d^2} \right) = \\ &= \frac{h_t^2 + h_r^2 + 2h_t h_r - h_t^2 - h_r^2 - (-2h_t h_r)}{2d} \approx \frac{2h_t h_r}{d} \end{aligned}$$

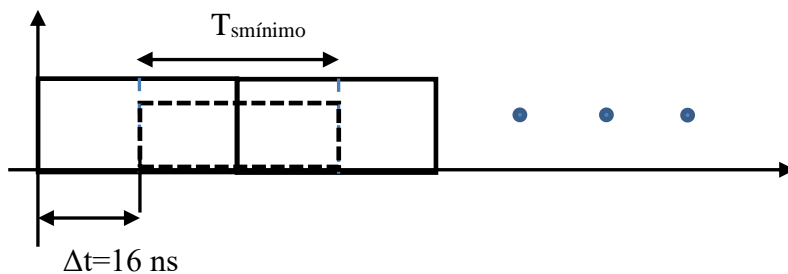
Así, la diferencia temporal que existe entre los símbolos directo y reflejado es:

$$\Delta = \frac{r_d - r_r}{c} \approx \frac{2h_t h_r}{c \cdot d} = \frac{2 \cdot 250 \cdot 200}{3 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^3} = 16 \text{ ns}$$

Si suponemos que el instante de muestreo se realiza en la mitad del símbolo, para que no exista interferencia intersimbólica se debe cumplir la condición mostrada en la siguiente figura:



El periodo de símbolo T_s debe ser tal que el rayo reflejado no interfiera en el siguiente símbolo. El periodo mínimo es:



Es decir, la duración mínima de cada símbolo es igual al doble de la diferencia temporal entre el rayo reflejado y el rayo directo. Si el símbolo durase menos, habría interferencia entre símbolos. Por lo tanto, $T_{smínimo}=32$ ns.

El régimen binario R_B de una modulación digital se puede obtener de la siguiente ecuación:

$$R_M = \frac{R_B}{\log_2 M}$$

donde R_M es el régimen de símbolos y M el número de bits de cada símbolo. Así:

$$R_M = \frac{1}{\tau_s (\text{minimo})} = \frac{1}{32 \cdot 10^{-9}} = 31.25 \cdot 10^6 \text{ baudios}$$

Como la modulación es una 16-QAM cada símbolo codifica 16 bits, $M=16$:

$$R_{B\text{maximo}} = R_{M\text{maximo}} \cdot \log_2 16 = 125 \text{ Mbps}$$

10

Dos estaciones terminales A y B están unidas mediante un radioenlace formado por dos vanos de distancias $d_1=10$ km y $d_2=20$ km, respectivamente. Si la relación señal a ruido a la salida del demodulador debe ser mayor que 60 dB durante el 80 % del tiempo y las antenas utilizadas en las estaciones terminales son idénticas, calcular la ganancia de éstas en los siguientes casos.

a.- Las estaciones terminales se enlazan mediante un reflector pasivo que refleja toda la energía que le llega.

b.- El enlace de las estaciones terminales es mediante una estación modal.

Datos: frecuencia $f=6$ GHz

ancho de banda de transmisión $B_T=26$ MHz

potencia transmitida $P_t=10$ W

pérdidas por desvanecimiento el 80 % del tiempo $L_{desv}<20$ dB

factor de ruido del receptor $F_r=3$ dB

temperatura de antena $T_a=273$ K

$k=1.38 \cdot 10^{-23}$ W/Hz K

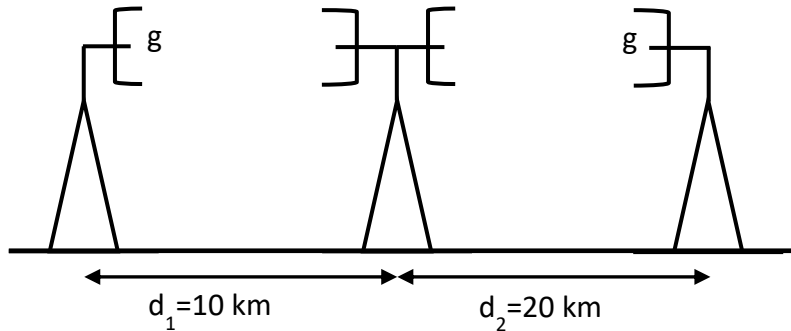
$(S/N)=(C/N)+43$ dB

Siendo S/N la relación señal a ruido a la salida del demodulador y C/N la relación portadora a ruido a la entrada del demodulador



a.- Se desea calcular la ganancia en las antenas de los extremos del enlace. Se debe cumplir que la SNR a la salida del demodulador sea mayor que 60 dB durante el 80 % del tiempo.

$$\left(\frac{S}{N}\right) = \left(\frac{C}{N}\right) + 4dB \rightarrow \left(\frac{C}{N}\right) = 60 - 43 = 17 \text{ dB}$$



b.- Las estaciones terminales se enlazan mediante un reflector pasivo que refleja toda la potencia que llega. Por lo tanto, para calcular la ganancia (g) de las antenas se puede eliminar la estación repetidora.

La relación portadora a ruido es:

$$\left(\frac{C}{N}\right) = \frac{P_R}{KTB_T f_r}$$

La potencia recibida es:

$$P_R = \frac{P_T \cdot g_{Tx} \cdot g_{Rx} \cdot \lambda^2}{(4\pi(d_1 + d_2))^2 L_{desv}} = \frac{P_T \cdot g^2 \cdot \lambda^2}{(4\pi(d_1 + d_2))^2 L_{desv}}$$

Sustituyendo la ecuación anterior en la expresión de la relación portadora a ruido:

$$\left(\frac{C}{N}\right) = \frac{P_T \cdot g^2 \cdot \lambda^2}{(4\pi(d_1 + d_2))^2 L_{desv} KTB_T f_r} = 10^{\frac{17}{10}}$$

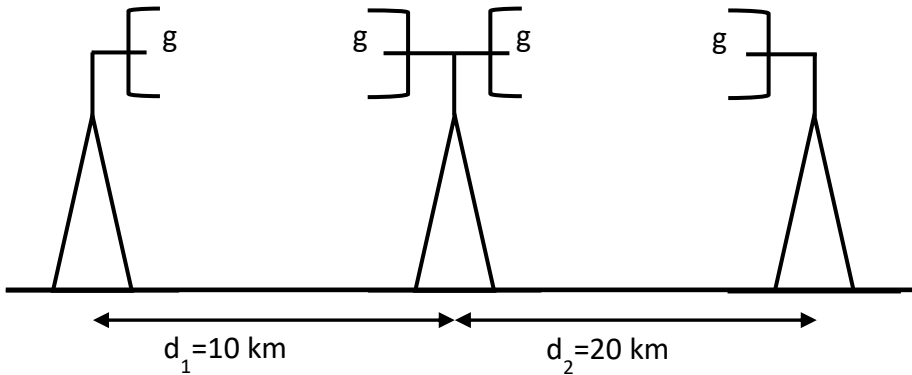
Despejamos la ganancia y sustituimos los valores:

$$g^2 = \frac{(4\pi(d_1 + d_2))^2 L_{desv} KTB_T f_r \cdot (C/N)}{P_T \cdot \lambda^2}$$

$$= \frac{(4\pi(10 \cdot 10^3 + 20 \cdot 10^3))^2 \cdot 10^{\frac{20}{10}} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 273 \cdot 26 \cdot 10^6 \cdot 10^{\frac{3}{10}} \cdot 10^{\frac{17}{10}}}{10 \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^6}\right)^2}$$

$$g^2 = 5568.5 \rightarrow g = 74.62 \rightarrow g = 10 \cdot \log_{10}(74.62) = 18.73 \text{ dB}$$

b.- Ahora las estaciones están unidas mediante una estación nodal. En la estación nodal se demodula la señal recibida, se manipula la información, y se vuelve a modular para transmitirla hacia el otro extremo del enlace. Por ello, el requisito de (C/N) mínima se debe cumplir en cada vano.



En el vano 1 tenemos:

$$\left(\frac{C}{N}\right)_1 = \frac{P_T \cdot g_1^2 \cdot \lambda^2}{(4\pi d_1)^2 L_{desv} KTB_T f_r}$$

La ganancia en este vano debe ser:

$$g_1^2 = \frac{(C/N) \cdot (4\pi d_1)^2 L_{desv} KTB_T f_r}{P_T \cdot \lambda^2}$$

$$= \frac{10^{\frac{17}{10}} (4\pi \cdot 10 \cdot 10^3)^2 \cdot 10^{\frac{20}{10}} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 273 \cdot 26 \cdot 10^6 \cdot 10^{\frac{3}{10}}}{10 \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^6}\right)^2} = 618.7$$

$$g_1^2 = 618.7 \rightarrow g_1 = 24.87 \rightarrow g_1 = 10 \cdot \log_{10}(24.87) = 13.96 \text{ dB}$$

En el vano 1 tenemos:

$$\left(\frac{C}{N}\right)_2 = \frac{P_T \cdot g_2^2 \cdot \lambda^2}{(4\pi d_2)^2 L_{desv} KTB_T f_r}$$

La ganancia en este vano debe ser:

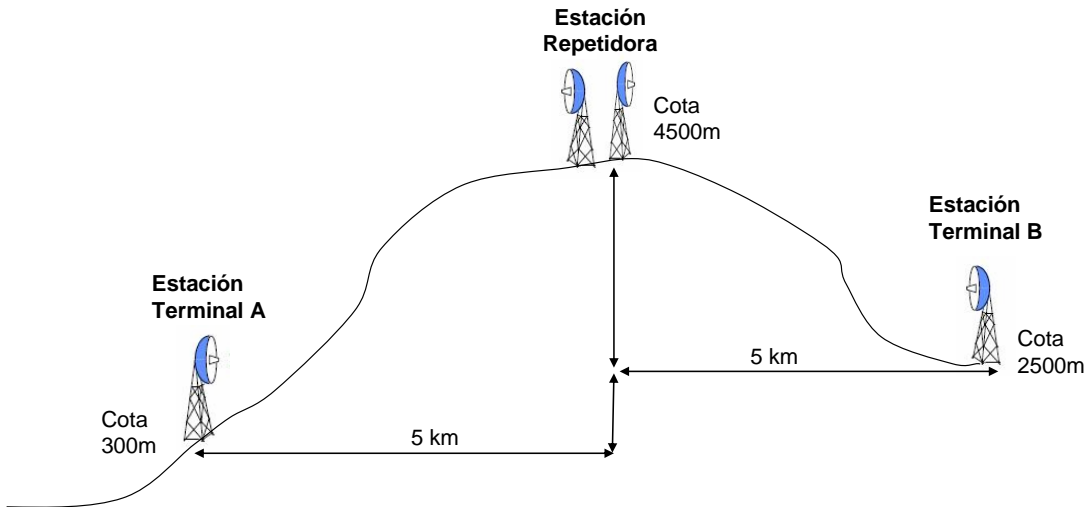
$$g_2^2 = \frac{(C/N) \cdot (4\pi d_2)^2 L_{desv} KTB_T f_r}{P_T \cdot \lambda^2}$$

$$= \frac{10^{\frac{17}{10}} (4\pi \cdot 20 \cdot 10^3)^2 \cdot 10^{\frac{20}{10}} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 273 \cdot 26 \cdot 10^6 \cdot 10^{\frac{3}{10}}}{10 \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^6}\right)^2} = 2474.88$$

$$g_2^2 = 2474.88 \rightarrow g_2 = 49.75 \rightarrow g_2 = 10 \cdot \log_{10}(49.75) = 16.97 \text{ dB}$$

11

La proliferación de campos de golf ha hecho que haya nacido un nuevo pueblo (*Loralis World*) al que no llega ningún tipo de comunicaciones, estando el pueblo más cercano a 10 km (ver figura). Entre todas las soluciones que se barajan, se conviene que un radioenlace aceleraría la venta de viviendas ya que una solución cableada sería demasiado costosa en tiempo y dinero. En la siguiente figura se muestra el esquema propuesto con el que se establecería una comunicación bidireccional entre la estación terminal A y la B mediante una estación repetidora



Loralis World es un complejo con 40.000 viviendas, donde se prevé que vivirán en media, tres personas por vivienda. Según estudios sociológicos, el tráfico ofrecido por vivienda será de 1.2 mE por hora cargada. Los enlaces de microondas van estructurados en tramas E1 donde se multiplexan 30 canales de 64kbits (uno por cada usuario). Se quiere planificar con una probabilidad de bloqueo para el conjunto de abonados del 1.5%.

Por otro lado, se estudia la posibilidad de utilizar una estación repetidora pasiva, ya que reduciría los costes de despliegue y el mantenimiento de la estación repetidora. Una estación repetidora activa requiere un mantenimiento de los equipos y fuentes de alimentación.

Datos:

Frecuencia del radioenlace: 11 GHz

Potencia de transmisión de los equipos: 2 Vatios

Ganancia de todas las antenas: 35 dB

Suponga pérdidas de propagación en espacio libre (fórmula de Friis)

Sensibilidad del equipo receptor -90 dBm para una BER de 10^{-6}

Lluvia de la zona: 25 mm/h en el mes más lluvioso

Pérdidas de los equipos receptores despreciables

a.- Estudie si es viable realizar el enlace con una estación pasiva. (Sin tener en cuenta la atenuación por lluvia).

b.- ¿Cuántas tramas E1 harán falta para dar el servicio a las 40.000 viviendas?

c.- Un poco antes de empezar a desplegar el sistema se dan cuenta que la zona tiene varios meses muy lluviosos, lo que obliga a tener en cuenta la lluvia. En este caso, es viable el radioenlace con una estación pasiva? ¿Y con una activa? Justifíquelo.



a.- Si se instala una estación pasiva, la energía se transmitirá desde la estación terminal A, a la estación repetidora. Luego, esa potencia se re-radia sin modificar con la otra antena hacia la estación B. La potencia recibida en la estación Terminal B sería:

$$P_R = P_T + G - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi d_1}{\lambda} \right) + G + G - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi d_2}{\lambda} \right) + G$$

,donde P_T es la potencia transmitida por la estación A, d_1 la distancia entre la estación A y la repetidora,

d_2 la distancia entre la estación B y la repetidora, G la ganancia de las antenas en dB, y λ la longitud de onda.

Las distancias las calculamos utilizando el teorema de Pitágoras:

$$d_1 = \sqrt{(5000)^2 + (4200)^2} = 6529.9 \text{ m}$$

$$d_2 = \sqrt{(5000)^2 + (2000)^2} = 5385.2 \text{ m}$$

$$P_R = 10 \log_{10}(2000) + 35 - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi d_1}{3 \cdot 10^8 / 11 \cdot 10^9} \right) + 35 + 35 - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi d_2}{3 \cdot 10^8 / 11 \cdot 10^9} \right) + 35$$

$$= -84 \text{ dBm} > S$$

Con lo que se comprueba que funciona perfectamente.

b.- Cada vivienda ofrece un tráfico $1.2 \cdot 10^{-3} E$, así que multiplicando por el número de viviendas, tenemos $48E$, que buscando en las tablas de Erlang con una probabilidad de bloqueo del 1.5%, nos da que necesitamos 60 canales.

$$\left. \begin{array}{l} T_0 = 40000 \cdot 1.2 \cdot 10^{-3} = 048E \\ P_B = 1.5\% \end{array} \right\} \rightarrow 60$$

Cada trama E1 tiene 30 canales útiles, así que necesitamos 2 tramas E1.

c.- Se busca en la curva de 25mm/h y a la frecuencia de 11 GHz y obtenemos una atenuación por lluvia de 1.5dB/km. De esta forma, en los tramos d_1 y d_2 tendrán una atenuación extra. Esta atenuación se reflejará en la potencia recibida como una menor potencia recibida.

$$P_R' = P_R' - 1.5 \text{ dB / km} (d_1 + d_2) = -102.32 \text{ dBm} < S$$

Así que vemos que no funcionaría en caso de lluvia.

Con un repetidor activo para vano se estudia por separado, de tal forma que la potencia recibida tiene que ser mayor que la sensibilidad para el repetidor activo y para la estación B. Para el caso del repetidor activo:

$$P_R = P_T + G - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi d_1}{\lambda} \right) + G - 1.5 \text{ dB / km} \cdot d_1 = -36 \text{ dBm} > S$$

Y para la estación B

$$P_R = P_T + G - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi d_2}{\lambda} \right) + G - 1.5 \text{ dB/km} \cdot d_2 = -32 \text{ dBm} > S$$

Así que funcionaría.

12

Se desea diseñar un radioenlace digital monovano para una distancia entre estaciones de 40 km en la banda de 12GHz con una tasa binaria de 140 Mbps y modulación 64QAM. En el entorno de propagación el factor de aparición de desvanecimiento es $P_0=0.27$, el factor de actividad del mismo es $\eta=0.072$, y la dispersión del retardo es $\tau_m = 0,6 \text{ ns}$. Calcular la ganancia mínima de las antenas, asumiendo que son idénticas en cada una de las estaciones del radioenlace, si se desea cumplir el objetivo de calidad de fidelidad, y se dispone de equipos transmisores y receptores con las siguientes características: $P_t=100 \text{ mW}$, signatura del receptor $k=0.4$ y sensibilidad del receptor $S_r=-90\text{dBm}$ para una $\text{BER}=10^{-3}$.

Notas: - Asumir condiciones de propagación en espacio libre para estimar las pérdidas por propagación.

- Objetivo de calidad de fidelidad: $\text{BER}=10^{-3}$ durante el 0.006% del tiempo.



Datos del problema:

Radioenlace digital monovano

$d=40 \text{ km}$

$f=12 \text{ GHz}$

Tasa binaria=140 Mbps

Modulación 64 QAM

Datos de los equipos transmisores y receptores:

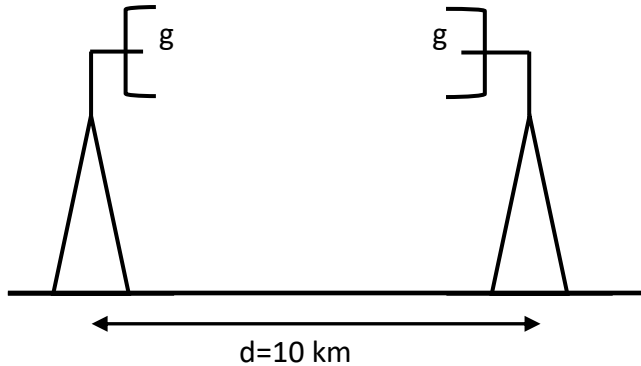
$P_t=100 \text{ mW}$

$K=0.4$ signatura del receptor

Sensibilidad del receptor: $S_r=-90 \text{ dBm}$.

$\text{BER}=10^{-3}$.

Calcular la ganancia de las antenas para cumplir el objetivo de calidad de fidelidad: $\text{BER}=10^{-3}$ durante el 0.006% del tiempo.



La ganancia de la antena en el transmisor y el receptor es la misma: $g_t = g_r = g$ (G dB).

La ganancia debe superar un cierto valor para que la potencia en el receptor supere a su vez el valor de sensibilidad:

$$P_r = P_t + G_r + G_t - L_p \geq S_r + MF$$

$$P_t + 2G_{r(\text{mínima})} - L_p = S_r + MF_r$$

donde L_p son las pérdidas de propagación (que en este problema se asumen que corresponden a las de espacio libre) y MF es el margen de desvanecimiento.

Las pérdidas de espacio libre para la frecuencia y distancia dadas son:

$$L_p = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi \cdot 40 \cdot 10^3}{0.025} \right) = 146 \text{ dB}$$

El margen de desvanecimiento MF debe alcanzar un valor tal que permita cumplir el objetivo de calidad de fidelidad. Este objetivo indica que el porcentaje de indisponibilidad del vano es del 0.006%. Dicho porcentaje de

indisponibilidad en el vano es igual al porcentaje por desvanecimiento del vano más el porcentaje debido a la propagación:

$$P_{TT} = P_{TP} + P_{TS} = 0.006\%$$

Porcentaje del tiempo total para el vano	=	P_{TP}	+	P_{TS}	= 0.006%
Porcentaje del tiempo total para el vano		Porcentaje por desvanecimiento del vano		Propagacion multicamino (reflexión en el suelo)	

Como la capacidad es alta (140Mbs) no se puede emplear la suposición de desvanecimiento plano (se aplica para tasas menores de 34 Mbps). Existen dos métodos para calcular el porcentaje de indisponibilidad: el método del margen neto de desvanecimiento y el método de la signatura. Por lo expresado en el enunciado utilizaremos este último método.

En primer lugar calcularemos el porcentaje debido a la propagación multicamino:

donde:

$$P_{TS} = \eta \cdot p(o|\eta) \cdot 100\% \begin{cases} \eta \text{ Prob de desv multitrayecto} \\ p(o|\eta) \text{ prob interrupcion} \end{cases}$$

$$\eta = 1 - \exp\left(-\frac{P_0^{0.75}}{5}\right) \quad p(o|\eta) = C \cdot P_b(1) \cdot k \cdot \langle \tau^2 \rangle / T_s^2$$

sustituyendo se obtiene:

$\eta, k, \tau_m \rightarrow$ datos del problema

$T_s \rightarrow$ Periodo de símbolo ; 64QAM: 6 bits/símbolo

$$\text{Tasa binaria} = \frac{1}{T_s} (\text{símbolos} / s) \cdot 6 (\text{bits} / \text{símbolo})$$

$$= 140 \cdot 10^6 (\text{bits} / s) \rightarrow T_s = 4.29 \cdot 10^{-8} s$$

$$P_{TS} = \eta \cdot 2 \cdot C \cdot P_b(1) \cdot k \cdot \left(\frac{\tau_m}{T_s}\right)^2 100\% = \eta 4.32k \left(\frac{\tau_m}{T_s}\right)^2 100\%$$

$$= 0.072 \cdot 4.32 \cdot 0.4 \left(\frac{0.6 \cdot 10^{-9}}{4.29 \cdot 10^{-8}}\right)^2 100\% = 0.0024\%$$

El margen de desvanecimiento MF determina el porcentaje por desvanecimiento del vano. Este valor es inicialmente desconocido, pero se puede despejar a partir de P_{TT} y de P_{TS} :

$$P_{TP} = P_{TT} - P_{TS} = 0.006\% - 0.0024\% = 0.0036\%$$

Así, el margen de desvanecimiento es:

$$P_{TP} = P_0 \cdot 10^{-MF(dB)/10} \cdot 100\% = 0.27 \cdot 10^{-MF(dB)/10} \cdot 100\% = 0.0036\%$$

$$MF(dB) = -10 \log_{10} \left(\frac{0.0036}{0.27 \cdot 100} \right) = 38.75dB$$

Finalmente, a partir de la primera ecuación mostrada se puede calcular la ganancia $G_{mínima}$:

$$P_t + 2G_{mínima} - Lp = S_r + MF$$

$$P_t = 10 \log_{10}(100) = 20dBm$$

$$\begin{aligned} G_{mínima} &= \frac{S_r + MF + Lp - P_t}{2} \\ &= \frac{-90dBm + 38.75dB + 146dB - 20dBm}{2} = 37.375dB \end{aligned}$$

13

Se desea unir dos puntos por medio de un enlace digital monovano con las siguientes características.

1. Visión Directa, con despejamiento suficiente.
2. Distancia $d = 13$ km. Frecuencia $f = 20$ GHz, Polarización horizontal.
3. Potencia del transmisor: $P_t = 12$ W
4. Umbral del receptor para una $BER = 10^{-3}$, $S = -88$ dBm
5. Ganancia de las antenas, $G_t = G_r = 35$
6. Pérdidas de los terminales. $L_{tt} = L_{tr} = 0.8$ dB
7. Equipos con MTBF = 85.000 horas; MTTR = 42 horas
8. Lluvia máxima 25mm/h
9. Atenuaciones Atmosféricas $\gamma_0 = 0.036$ dB/Km $\gamma_w = 0.087$ dB/Km

Calcular la indisponibilidad de los equipos y el margen de seguridad que queda en las peores condiciones.



Calculamos la indisponibilidad de los equipos:

$$U_E = \frac{42}{85000} 100 = 0.05\%$$

Para calcular el margen de seguridad, tenemos que calcular cuál es la atenuación de la señal propagada a 20GHz en una distancia de 13km. Para ello utilizamos la expresión:

$$L_p = \underbrace{92.5 + 20 \log_{10}(20) + 20 \log(13)}_{\text{Espacio Libre}} + \underbrace{\left(\begin{matrix} 0.036 & + & 0.087 & + & 2.5 \\ \text{dB/Km Oxigeno} & & \text{dB/Km vapor agua} & & \text{dB/Km Lluvia} \end{matrix} \right)}_{\text{Atenuacion por absorcion atmosferica/Lluvia}} 13 = 174.84 \text{ dB}$$

También, si no disponemos de la expresión, podemos sumar a la atenuación por espacio libre (Friis), las atenuaciones adicionales por oxígeno, vapor de agua y lluvia, obteniendo el mismo resultado.

$$L_p = 20 \log_{10} \underbrace{\left(\frac{4 \cdot \pi \cdot 13 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 / 20 \cdot 10^9} \right)}_{\text{Espacio Libre}} + \underbrace{\left(\begin{matrix} 0.036 & + & 0.087 & + & 2.5 \\ \text{dB/Km Oxigeno} & & \text{dB/Km vapor agua} & & \text{dB/Km Lluvia} \end{matrix} \right)}_{\text{Atenuacion por absorcion atmosferica/Lluvia}} 13 = 174.84 \text{ dB}$$

Finalmente hacemos el balance del enlace

$$P_r = P_t - L_t + G - L_p + G - L_r = S + M$$

$$10 \log_{10} (12 \cdot 10^3) - 0.8 + 35 - 174.84 + 35 - 0.8 = M - 88 \text{ dBm}$$

Luego el margen del que disponemos será de:

$$M = 10 \log_{10} (12 \cdot 10^3) - 0.8 + 35 - 174.84 + 35 - 0.8 - (-88) = 22.35 \text{ dB}$$

Problemas Generales

1

Las ciudades A y B están separadas por una cadena montañosa, de tal forma que la única forma de desplazarse de una ciudad a otra es mediante un túnel (recto) cuya longitud es de 10 Km. Los habitantes de ambas ciudades encuentran dificultades a la hora de utilizar sus teléfonos celulares debido a que la señal se atenúa fuertemente dentro del mismo y se pierde la conexión.

El operador que da servicio en esa zona, decide montar un sistema de comunicaciones móviles basado en tres estaciones base: una en cada extremo del túnel y otra en la zona central. El sistema de comunicaciones móviles funciona a 2 GHz. Los estudios de tráfico rodado muestran una densidad de 100 coches por kilómetro en hora punta (teniendo en cuenta todos los carriles). El tráfico por usuario es de 50 mE en ambos sentidos (enlaces ascendente y descendente), y sólo el 50% de los automovilistas disponen de teléfono móvil (uno por automóvil). El operador ha estudiado la propagación en el interior del túnel y las pérdidas se pueden aproximar en 2 GHz a: $L(dB) = 50 + 15 \cdot \log_{10} d(m)$. Los parámetros radioeléctricos de los equipos utilizados por el operador son:

- Sensibilidad del receptor móvil $S_{MS} = -104$ dBm
- Sensibilidad del receptor de la estación base $S_{BTS} = -107$ dBm
- Potencia máxima de salida de la estación móvil $P_{OUT, MS} = 2$ mW
- Ganancia de la antena en la estación base $G_{a, BTS} = 3$ dBi
- Ganancia de la antena en la estación móvil $G_{a, MS} = -2.15$ dBd

- No se consideran las posibles pérdidas ni ganancias debidas a otros elementos del sistema.

a.- ¿Cuál es el número de radiocanales necesario para garantizar una probabilidad de bloqueo del 1%?. Suponer los tres emplazamientos. ¿Si el sistema utiliza una canalización del tipo TACS, qué ancho de banda total haría falta?

b.- Si el sistema se diseña con las especificaciones anteriores, ¿Qué ocurriría si se produce un accidente y la densidad de coches aumenta a 150 coches por kilómetro? ¿Cuál es la nueva probabilidad de bloqueo?

c.- Para que el sistema esté balanceado, ¿Qué potencia deberá tener la estación base? ¿Funcionaría el sistema en los límites de cada celda? ¿Qué margen de desvanecimiento quedaría? ¿En qué puntos del túnel se producirían los trasposos de llamadas?

Una vez planificado el sistema, el operador quiere unir los tres emplazamientos utilizando un cable coaxial. Por las buenas relaciones con un proveedor, éste le proporciona gratuitamente dos bobinas de cable de 5 Km cada una al operador, y le garantiza que con éstas puede hacer funcionar los equipos perfectamente. El ingeniero del operador, antes de realizar ninguna instalación decide comprobar la afirmación anterior, y para ello mide las impedancias en cortocircuito y en circuito abierto del cable obteniendo (10 MHz, que va a ser la frecuencia de funcionamiento):

$$Z_{cc} = 49.82939764818639 + 0.26415738900948i$$

$$Z_{ca} = 50.16977652170454 - 0.26596181769508i$$

d.- Las especificaciones de los equipos indican una impedancia de 50 Ohmios, y que la señal se atenúe como mucho 30dB entre estaciones repetidoras. ¿Se puede utilizar el cable suministrado y no comprar otro?

e.- Calcule los parámetros primarios del cable en cuestión. ¿Podríamos utilizar la aproximación de alta frecuencia para la impedancia?

Una vez decido el uso del cable, la empresa de mantenimiento del túnel no quiere que la operadora utilice cable en el túnel. El mismo ingeniero propone utilizar unos radioenlaces que se disponen en el almacén para solucionar la comunicación entre los tres emplazamientos (dos vanos). Estos radioenlaces tienen las siguientes especificaciones:

- Frecuencia de uso 10 GHz
- Potencia transmitida por las antenas 1 mW
- Pérdidas por desvanecimiento durante el 90% del tiempo $L_{desv}(90\%) < 20$ dB
- Factor del ruido del receptor $F_r = 3$ dB
- $k = 1.38 \times 10^{-23}$ W/Hz/k, $T_o = T_a = 293$ K
- $\frac{S}{N} = \frac{C}{N} + 40$ dB
- Régimen binario 34 Mbps, Modulación 4QPSK, Factor de filtrado 1.5

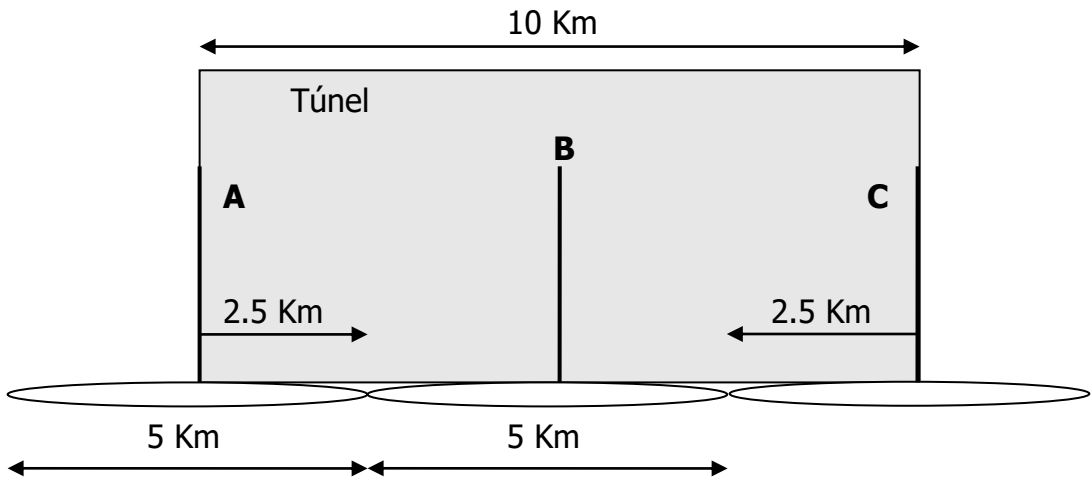
f.- Calcule la ganancia de las antenas sabiendo que son iguales y que se debe garantizar una señal a ruido a la salida del demodulador de 50 dB.

g.- La ITU recomienda una fidelidad del 0.033%. Si el desvanecimiento tiene una signatura $P_o = 0.02$, lo que da lugar a $\eta = 0.072$ y $k = 0.58$.

¿Cumple los requisitos de fidelidad? Nota: Utilizar como margen de desvanecimiento los 20 dB del apartado anterior.



a.- La estructura del sistema de comunicaciones móviles se puede dibujar de la siguiente forma:



De tal forma que cada célula tiene un diámetro de cobertura de 5 Km. Si el servicio es en esos 5 Km, el número de coches en el área de influencia de una antena será de:

$$N_{\text{Coches}}^{\circ} = 5 \text{ Km} \times 100 \text{ coches / Km} = 500 \text{ coches}$$

Y como sólo el 50% disponen de coches, el número de usuarios se podrá calcular como:

$$N_{\text{Usuarios}}^{\circ} = 500 \text{coches} \times 50\% = 250 \text{usuarios}$$

El tráfico ofrecido por cada uno de esos usuarios es de 0.05Em, tendremos un tráfico total de:

$$T_o = 250 \text{usuarios} \times 0.05 E / \text{usuario} = 12.5 E$$

Y mirando en las tablas de Erlang-B podremos calcular el número de radiocanales necesario:

$$\left. \begin{array}{l} T_o = 12.5E \\ P_B = 0.01 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang}_B} N_{\text{Radiocanales}} = 21$$

Por último, para calcular el espectro utilizado, deberemos saber que en TACS cada canal utiliza 25KHz, y tendremos el enlace ascendente y descendente, con lo que el ancho de banda total utilizado es:

$$BW = 21 \text{radiocanal} * 2 \text{canales} / \text{radiocanal} * 25 \text{KHz} / \text{canal} = 1050 \text{ KHz}$$

b.- Si el tráfico aumenta a 150 coches/Km, el nuevo tráfico por celda será:

$$T_o = 5 \text{ Km} * 150 \text{ coches} / \text{Km} * 50\% \times 0.05 E / \text{usuario} = 18.75 E$$

Y mirando en las tablas de Erlang-B podremos calcular la nueva probabilidad de bloqueo para los 21 canales:

$$\left. \begin{array}{l} T_O = 18.75 E \\ N_{\text{Radiocanales}} = 21 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Erlang}_B} P_B > 0.1 \text{ (10\%)}$$

Es decir, que si aumenta la densidad de automóviles un 50%, la probabilidad de bloqueo aumenta a más de un 10%.

c.- En este apartado nos están pidiendo que balanceemos el balance. Esto quiere decir, que las pérdidas máximas admisibles sean las mismas tanto en el enlace ascendente como en el descendente. Para ello utilizaremos la expresión:

$$P_{OUT,BTS} = P_{OUT,MS} - L_{C,BTS} + G_{d,BTS} + (S_{MS} - S_{BTS})$$

donde $P_{OUT,BTS}$ es la potencia de salida de la estación base, $P_{OUT,MS}$ la potencia de salida del terminal móvil, $L_{C,BTS}$ las pérdidas del combinador, $G_{d,BTS}$ la ganancia por diversidad y S_{MS} y S_{BTS} las sensibilidades del móvil y de la estación base respectivamente. En nuestro caso no disponemos ni de combinador ni de diversidad, por lo que esos dos términos pueden ser eliminados.

Entonces, sustituyendo datos, tendremos que la potencia de salida de la estación base para que el sistema esté balanceado es:

$$P_{OUT,BTS} = 3 \text{ dBm} + (-104 \text{ dBm} - (-107 \text{ dBm})) = 6 \text{ dBm}$$

Para ver si funciona en los límites de la celda deberemos calcular la potencia recibida en estos puntos, y comprobar que la potencia recibida es mayor que la sensibilidad. Tendríamos que comprobar que:

$$P_{TX} + G_{TX} - L_{TX} - L_{\text{Prop}} + G_{RX} - L_{RX} > S_{RX}$$

donde P_{TX} es la potencia de transmisión, G_{TX} la ganancia total de transmisión, G_{RX} la ganancia total de recepción, L_{TX} las pérdidas totales de transmisión (que en este problema son 0 dB), L_{Prop} las pérdidas por propagación, L_{RX} las pérdidas totales de recepción (que en este problema son 0dB), y S_{RX} la sensibilidad del receptor. Las pérdidas de propagación las calcularemos para una distancia de 2.5 Km, que es la distancia máxima entre la estación base y el terminal móvil:

$$L_{\text{Prop}} = 50 + 15 \log_{10}(2500) = 100.9691 \text{ dB}$$

Entonces, para el enlace descendente, la potencia recibida en el terminal móvil es de es:

$$\begin{aligned} P_{RX,MS} &= P_{TX,BTS} + G_{TX,BTS} - L_{TX,BTS} - L_{\text{Prop}} + G_{RX,MS} - L_{RX,MS} \\ P_{R,MS} &= 6\text{dBm} + 3\text{dB}_i - 100.96 + (-2.15\text{dBd} + 2.15\text{dB}) \\ &= -91.96 \text{ dBm} > -104 \text{ dBm} \end{aligned}$$

Y para el enlace ascendente:

$$\begin{aligned} P_{RX,BTS} &= P_{TX,MS} + G_{TX,MS} - L_{TX,MS} - L_{\text{Prop}} + G_{RX,BTS} - L_{RX,BTS} \\ P_{R,BTS} &= 3 \text{ dBm} + (-2.15 \text{ dBd} + 2.15\text{dB}) + (-100.96\text{dB}) + 3\text{dB}_i \\ &= -94.96 \text{ dBm} > -107 \text{ dBm} \end{aligned}$$

Es decir, que en ambos enlaces funcionaría. El margen de desvanecimiento que quedaría sería la diferencia entre la potencia recibida y la sensibilidad, que para el enlace descendente es:

$$MD_{\text{Descendente}} = -91.96 \text{ dBm} - (-104 \text{ dBm}) = 12.04 \text{ dB}$$

Y en el ascendente:

$$MD_{\text{Ascendente}} = -94.96 \text{ dBm} - (-107 \text{ dBm}) = 12.04 \text{ dB}$$

Podemos observar que al estar balanceado, coinciden. Por último, los puntos del túnel se producirían los traspasos de llamadas serían en las transiciones entre celdas, es decir en 2500 m y en 7500 m.

d.- Este problema, cambia de tema totalmente con respecto al anterior. y pasa al estudio del cable coaxial. Lo primero de todo, nos pide si el cable trabaja con una impedancia de 50Ω , y garantizando una atenuación máxima de 30 dB entre estaciones repetidoras. Como dato, nos dan una medida en 5 Km de la impedancia en circuito abierto y circuito cerrado. Sabemos que la impedancia de un cable está relacionada con estos parámetros mediante:

$$Z_0 = \sqrt{Z_{cc} Z_{ca}} = 49.9999999999 + 0j = 50 \Omega$$

Así que vemos que si que cumple las especificaciones de impedancia característica. También podemos conocer la constante de propagación a partir de las dos medidas dadas. Por un lado, la parte real de la constante de propagación, que será la constante de pérdidas vale:

$$\alpha = \frac{1}{2 \cdot 5Km} \ln \left| \frac{1 + \sqrt{\frac{Z_{cc}}{Z_{ca}}}}{1 - \sqrt{\frac{Z_{cc}}{Z_{ca}}}} \right| = 0.5760 \text{ Np / Km} = 5 \text{ dB / Km}$$

De tal forma que si tenemos 5 Km, las pérdidas serán

$$5\text{dB / Km} \times 5\text{Km} = 25\text{dB} < 30\text{dB}$$

Con lo que la bobina cumple los dos requisitos.

e.- Los parámetros primarios del cable en cuestión se pueden calcular a partir de los secundarios. Nos faltaría la parte imaginaria de la constante de propagación, que la obtenemos como:

$$\beta = \frac{1}{2 \cdot 5Km} \left(\arg \left(\frac{1 + \sqrt{\frac{Z_{cc}}{Z_{ca}}}}{1 - \sqrt{\frac{Z_{cc}}{Z_{ca}}}} \right) + 2n\pi \right) = 0.1 \text{ rad / Km}$$

Entonces si multiplicamos la constante de propagación por la impedancia característica obtendremos:

$$Z_o\gamma = Z_o(\alpha + j\beta) = 50 \left(\frac{5}{8.68} + j0.1 \right) = 28.8018 + 5j = R + j\omega L$$

Y despejando R y L tenemos que

$$R = 28.80\Omega / Km$$

$$L = \frac{5}{2\pi \cdot 10^6} = 7.95 \cdot 10^{-8} \text{ H / Km}$$

Por otro lado, dividiendo la constante de propagación por la impedancia característica tendremos:

$$\frac{\gamma}{Z_o} = \frac{\left(\frac{5}{8.68} + j0.1 \right)}{50} = 0.0115 + 0.0020j = G + j\omega C$$

Y despejando G y C tenemos que

$$G = 0.0115 \Omega^{-1} / Km$$

$$C = \frac{0.002}{2\pi \cdot 10^6} = 3.183 \cdot 10^{-11} F / Km$$

Por último, nos piden comprobar la aproximación de alta frecuencia, donde tendremos que evaluar si se cumple la desigualdad:

$$\frac{R}{\omega L} < 0.4 \rightarrow \text{Sustituyendo} \rightarrow \frac{28.8}{5} < 0.4$$

Así que no se cumple, y no podemos hacer las aproximaciones de alta frecuencia.

f.- De enunciado sabemos que la relación entre la señal a ruido a la salida del demodulador debe ser mayor de 50 dB, por lo que a la entrada, la relación portadora ruido deberá ser por lo menos:

$$\frac{C}{N} > 50 - 40 = 10dB$$

La potencia a la entrada del demodulador del receptor de cada vano es:

$$p_R = \frac{p_T g^2 \lambda^2}{I_{desv} (4\pi d)^2}$$

Donde g es la ganancia de la antena transmisora en unidades lineales, λ la longitud de onda, y I_{desv} las pérdidas extras del desvanecimiento. Y la potencia de ruido:

$$N = KT_0 B_T f_R$$

Donde K es la constante de Boltzman, B_T el ancho de banda utilizado, f_R la figura de ruido del receptor y T_0 la temperatura. Así que obtenemos:

$$\frac{C}{N} = \frac{p_R}{KT_0 B_T f_R} = \frac{1}{KT_0 B_T f_R} \frac{p_T g^2 \lambda^2}{I_{desv} (4\pi d)^2} > 10^1$$

Y despejando la ganancia de la antena g:

$$g^2 > \frac{10^1 I_{desv} (4\pi d)^2 KT_0 B_T f_R}{p_T \lambda^2}$$

El ancho de banda para obtener un régimen binario de 34 Mbps, con una modulación 4QPSK y un Factor de filtrado de sería 1.5:

$$BW = 1.5 \cdot 34 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{\log_2 4} = 25.5 \text{ MHz}$$

Y sustituyendo el resto de valores:

$$g^2 > \frac{10^1 \cdot 10^2 \left(4\pi (5 \cdot 10^3)\right)^2 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 293 \cdot 25.5 \cdot 10^6 \cdot 10^{0.3}}{10^{-3} \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^8}{10 \cdot 10^9}\right)^2}$$

$$g > 9.024 \cdot 10^6 = 29.78 \text{ dB}$$

Así que las ganancias de las antenas deben de ser de aproximadamente de 30 dB.

g.- La fidelidad depende de dos factores, del porcentaje de desvanecimiento del vano (P_{TP}) y el porcentaje de la propagación multitrayecto (P_{TS}), de forma de que la fidelidad total es:

$$P_{TT} = P_{TP} + P_{TS}$$

La primera, se puede directamente evaluar utilizando el margen dinámico (M) y la signatura P_0 :

$$P_{TP} = P_0 \cdot 10^{\frac{-M}{10}} \cdot 100 = 0.02 \cdot 10^{\frac{-20}{10}} \cdot 100 = 0.02\%$$

Y el segundo término vale:

$$P_{TS} = \eta \cdot 4.32k \left(\frac{\tau_m}{T_s} \right)^2 100\%$$

El valor de τ_m se calcula como:

$$\tau_m = 0.7 \cdot \left(\frac{5}{50} \right)^{1.5} = 0.02214 \text{ ns}$$

Y el periodo de símbolo:

$$\tau_s = \frac{\log_2 4}{34 \cdot 10^6} 10^9 = 28.8235 \text{ ns}$$

Así que podemos evaluar el porcentaje de fidelidad debida al multitrayecto como

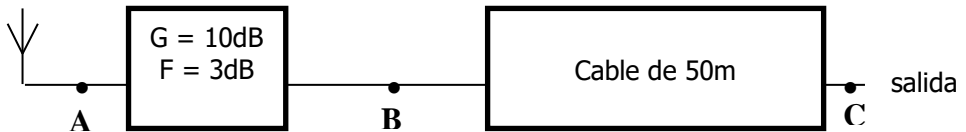
$$P_{TS} = 0.072 \cdot 4.32 \cdot 0.58 \left(\frac{0.02214}{58.823} \right)^2 100 = 2.55 \cdot 10^{-6}\%$$

De forma que la fidelidad total queda:

$$P_{TT} = 0.02\% + 2.55 \cdot 10^{-6}\% \approx 0.02\%$$

2

En el esquema de la figura se desea utilizar un cable que minimice el efecto de ruido a la salida en la banda de 200 MHz.



Para ello, se dispone de dos tipos de cables, cuyas características principales se recogen en la siguiente Tabla:

Tipos	T-1	T-2
ϵ_r	2.11	1.88
Conductor interior (mm)	1	1,3
Diámetro exterior (mm)	6.2	7.23

Calcular para **cada tipo de cable**:

- a.- La capacidad (en pF/m) y la inductancia (nH/m) por unidad de longitud.
- b.- La impedancia característica.
- c.- La ganancia total (en dB)
- d.- El factor de ruido total (en dB). ¿Cuál es el cable que minimiza el efecto del ruido para una temperatura de antena y un ancho de banda fijo? Razone la respuesta.
- e.- La potencia de ruido (en dBW) a la salida, asumiendo que $T_a = 25\text{ }^\circ\text{C}$ y un ancho de banda equivalente de ruido de 25 MHz.
- f.- Representar el hipsograma para la potencia de ruido, indicando los niveles de potencia relativos si se toma como nivel de referencia la potencia de ruido en C.

Otros datos:

- Constante de Boltzman: $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ W/Hz} / \text{K}$
- Conductores de cobre: $\sigma_{\text{Cu}} = 58.15 \times 10^6 \text{ } \Omega^{-1}/\text{m.}; \epsilon_0 = 8.84 \times 10^{-12} \text{ F/m}; \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$



a. La capacidad (en pF/m) y la inductancia (nH/m) por unidad de longitud de los cables.

Cable T-1:

$$C = \frac{2\pi \cdot \epsilon_r \cdot \epsilon_0}{\ln\left(\frac{D_e}{d_i}\right)} = \frac{2\pi \cdot 2.11 \cdot 8.84 \cdot 10^{-12}}{\ln\left(\frac{6.2 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}}\right)} = 6.423 \cdot 10^{-11} = 64.23 \text{ pF} / \text{m}$$

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{D_e}{d_i}\right) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \ln\left(\frac{6.2 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-3}}\right) = 3.65 \cdot 10^{-7} = 365 \text{ nH} / \text{m}$$

Cable T-2:

$$C = \frac{2\pi \cdot \epsilon_r \cdot \epsilon_0}{\ln\left(\frac{D_e}{d_i}\right)} = \frac{2\pi \cdot 1.88 \cdot 8.84 \cdot 10^{-12}}{\ln\left(\frac{7.23 \cdot 10^{-3}}{1.3 \cdot 10^{-3}}\right)} = 6.085 \cdot 10^{-11} = 60.85 \text{ pF} / \text{m}$$

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{D_e}{d_i}\right) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \ln\left(\frac{7.23 \cdot 10^{-3}}{1.3 \cdot 10^{-3}}\right) = 3.43 \cdot 10^{-7} = 343 \text{ nH} / \text{m}$$

b. La impedancia característica es:

Cable T-1:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{3.65 \cdot 10^{-7}}{6.423 \cdot 10^{-11}}} = 75.38 \text{ } \Omega$$

Cable T-2:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{3.43 \cdot 10^{-7}}{6.085 \cdot 10^{-11}}} = 75.07 \text{ } \Omega$$

c. Para evaluar la ganancia total hay que calcular la atenuación por metro (dB/m) en los dos cables:

Cable T-1:

En primer lugar calculamos la resistencia del cable

$$R_s = \sqrt{\frac{\pi f \mu_0}{\sigma}} = 3.685 \cdot 10^{-3} \Omega$$

$$R = \frac{R_s}{\pi} \left(\frac{1}{D_e} + \frac{1}{d_i} \right) = \frac{3.685 \cdot 10^{-3}}{\pi} \left(\frac{1}{6.2 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{1 \cdot 10^{-3}} \right) = 1.362 \Omega$$

La atenuación por metro en dB es:

$$\alpha = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{1.362}{2} \sqrt{\frac{64.23 \cdot 10^{-12} F/m}{360 \cdot 10^{-9} H/m}} = 9.03 \cdot 10^{-3} (Np/m)$$

$$\alpha = 9.03 \cdot 10^{-3} (Np/m) \cdot 8.68 = 0.0784 dB/m$$

La atenuación total del cable es:

$$G_{\text{cable T1}} = -\alpha (dB/m) \cdot 50m = -3.92 dB$$

La ganancia total del sistema es:

$$G_{\text{total}} = G + G_{\text{cable T1}} = 10dB - 3.92 dB = 6.08 dB$$

Cable T-2:

$$R = \frac{R_s}{\pi} \left(\frac{1}{D_e} + \frac{1}{d_i} \right) = \frac{3.685 \cdot 10^{-3}}{\pi} \left(\frac{1}{7.23 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{1.3 \cdot 10^{-3}} \right) = 1.064 \Omega$$

La atenuación por metro en dB es:

$$\alpha = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{1.064}{2} \sqrt{\frac{6.085 \cdot 10^{-11} F/m}{3.43 \cdot 10^{-7} H/m}} = 7.08 \cdot 10^{-3} (Np/m)$$

$$\alpha = 7.08 \cdot 10^{-3} (Np/m) \cdot 8.68 = 0.0615 dB/m$$

La atenuación total del cable es:

$$G_{\text{cable T2}} = \alpha (dB/m) \cdot 50m = -3.076 dB$$

La ganancia total del sistema es:

$$G_{\text{total}} = G + G_{\text{cable T2}} = 10dB - 3.076dB = 6.92 dB$$

d. Factor de ruido total.

Cable T-1

El factor de ruido se calcula con la fórmula de Friis:

$$f_{eq} = f + \frac{f_{cable} - 1}{g}$$

Según los datos del problema, tenemos:

$$F = 3dB \rightarrow f = 10^{3/10} = 1.995$$

$$G = 10dB \rightarrow g = 10^{10/10} = 10$$

$$F_{cable} = 1.248dB \rightarrow f_{cable} = 10^{3.92/10} = 2.46$$

Sustituimos los valores para obtener:

$$f_{eq} = f + \frac{f_{cable} - 1}{g} = 2 + \frac{2.47 - 1}{10} = 2.14 \rightarrow F_{eq} = 3.30 dB$$

Cable T-2

El esquema del cable T2 es el mismo que el del cable T1, excepto en el factor de ruido del propio cable:

$$F_{cable} = 3.076dB \rightarrow f_{cable} = 10^{3.076/10} = 2.03$$

Sustituimos los valores para obtener:

$$f_{eq} = f + \frac{f_{cable} - 1}{g} = 2 + \frac{2.03 - 1}{10} = 2.10 \rightarrow F_{eq} = 3.22 dB$$

¿Cuál es el cable que minimiza el efecto del ruido para una temperatura de antena y un ancho de banda fijo?

Para determinar qué cable minimiza el efecto del ruido hay que considerar el factor de ruido total. El factor de ruido total del sistema con ambos cables es similar, tan solo hay una diferencia de 0.08 dB en favor del sistema que emplea el cable T-2. Por lo tanto, en términos de relación señal a ruido en la salida, el cable T2 es ligeramente mejor que el cable T1 ya que un cable es mejor conforme menor es su figura de ruido.

e. La potencia de ruido (en dBW) a la salida:

$$T_a = 25^\circ C = (25 + 273) \text{ Kelvin} = 298 \text{ K}$$

Ancho de banda equivalente de ruido de 25MHz.

El ruido a la salida se calcula a partir del ruido de entrada:

$$n_{entrada} = K \cdot T_a \cdot B_T = 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot (298) \cdot 25 \cdot 10^6 = 1.028 \cdot 10^{-13} \text{ W}$$

$$N_{entrada} = 10 \log_{10}(1.028 \cdot 10^{-13}) = -129.88 \text{ dBW}$$

El ruido a la salida para el cable T-1 es:

$$\begin{aligned} N_{salida} &= N_{entrada} + F_{eq} + G_{total} \\ &= -129.88 \text{ dBW} + 3.30 \text{ dB} + 6.08 \text{ dB} = -120.50 \text{ dBW} \end{aligned}$$

El ruido a la salida para el cable T-2 es:

$$\begin{aligned}
 N_{salida} &= N_{entrada} + F_{eq} + G_{total} \\
 &= -129.88 \text{ dBW} + 3.22 \text{ dB} + 6.92 \text{ dB} = -119.74 \text{ dBW}
 \end{aligned}$$

f. Hipsograma para la potencia de ruido. Nivel de referencia en el punto C (salida):

Los niveles de ruido en dBW en el cable T-1 son

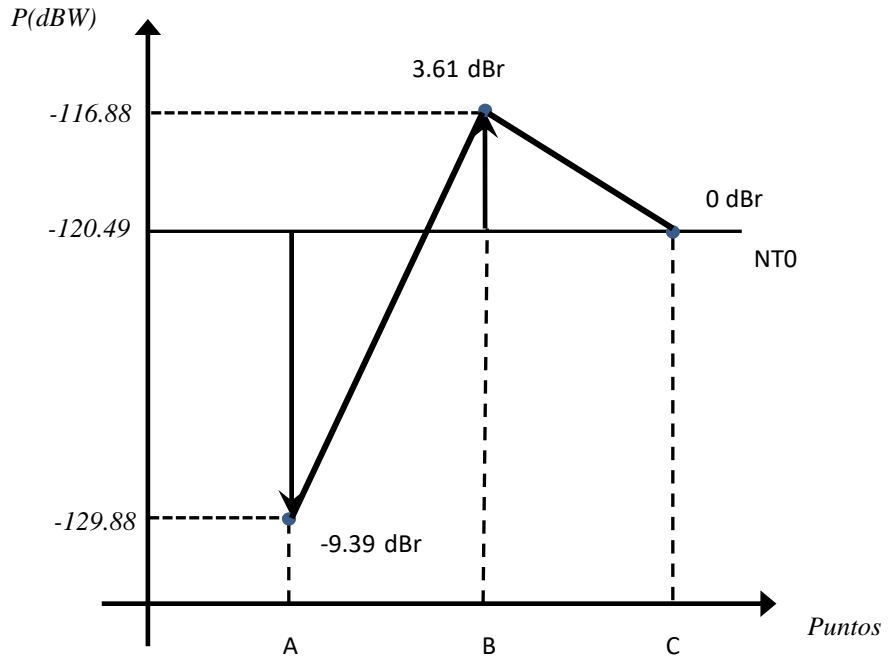
$$\begin{aligned}
 N_A &= N_{entrada} = -129.88 \text{ dBW} \\
 N_B &= N_A + F + G = -129.88 \text{ dBW} + 3 \text{ dB} + 10 \text{ dB} = -116.88 \text{ dBW} \\
 N_C &= N_{salida} = -120.49 \text{ dBW}
 \end{aligned}$$

Los niveles de ruido en dBW en el cable T-2 son:

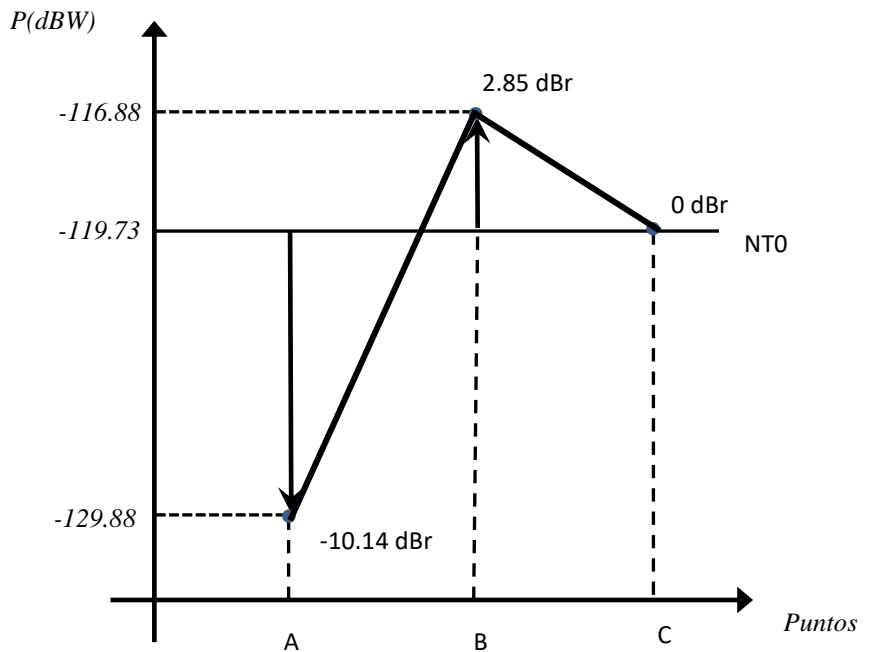
$$\begin{aligned}
 N_A &= N_{entrada} = -129.88 \text{ dBW} \\
 N_B &= N_A + F + G = -129.88 \text{ dBW} + 3 \text{ dB} + 10 \text{ dB} = -116.88 \text{ dBW} \\
 N_C &= N_{salida} = -119.73 \text{ dBW}
 \end{aligned}$$

Los hipsogramas se muestran a continuación

Cable T-1



Cable T-2



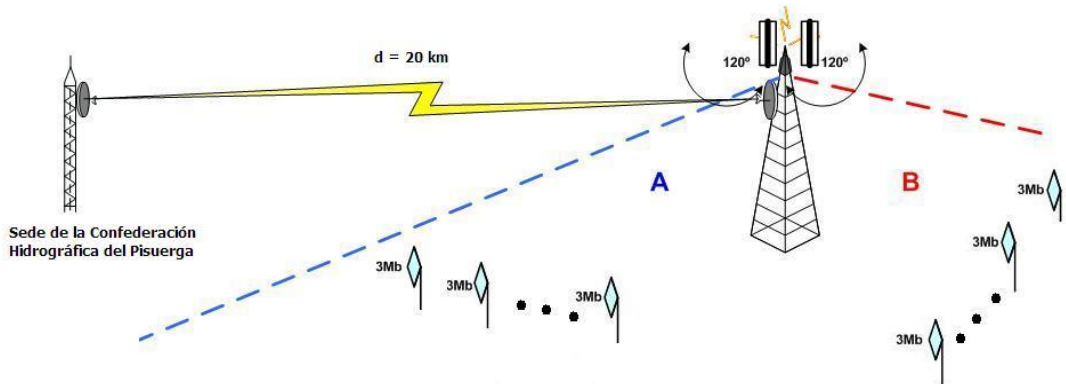
3

La Confederación Hidrográfica del Pisuerga (CHP) quiere desplegar una red Wimax para ofrecer el servicio de televigilancia a lo largo del río Pisuerga aguas abajo (hacia desembocadura) de su sede. Se quiere unir la sede de la confederación con un punto de interés a 20 km de la misma (torre de la derecha en el dibujo). Esta conexión será de forma inalámbrica utilizando un sistema de comunicaciones de servicio fijo (radioenlace).

Desde ese punto de interés, se iluminará el río tanto aguas arriba (zona A) como aguas abajo (zona B) de ese punto, con unas antenas sectoriales de 120° para no tener problemas con el trazo sinusoide del río.

En cada punto se colocará una cámara de video IP que genera un tráfico de 3 Mbps (alta definición), y habrá un total de 22 cámaras, 11 aguas abajo de la torre, y otras 11 cámaras aguas arriba de la torre. Las cámaras más alejadas distan 19 Km del punto de interés (tanto aguas arriba como abajo). Las comunicaciones entre cámaras y torre se harán con la tecnología Wimax. El esquema es el siguiente:

Figura: Esquema de despliegue de una red WiMax en la C.H.P.



Datos Wimax

Frecuencia 5.5 GHz

Atenuación cables a 5.5 GHz = 1 dB/m

Datos del suscriptor (la antena está integrada en el receptor)

Ganancia de la antena = 15 dBi

Pt = 0 dBm

Sensibilidad = -100 dBm

Datos de la estación base

Ganancia excluyendo el cable = 21 dBi

Longitud del cable: 6 metros.

Pt = 0 dBm

Sensibilidad = -100 dBm

Datos del Radioenlace

Frecuencia del radioenlace: 20 GHz

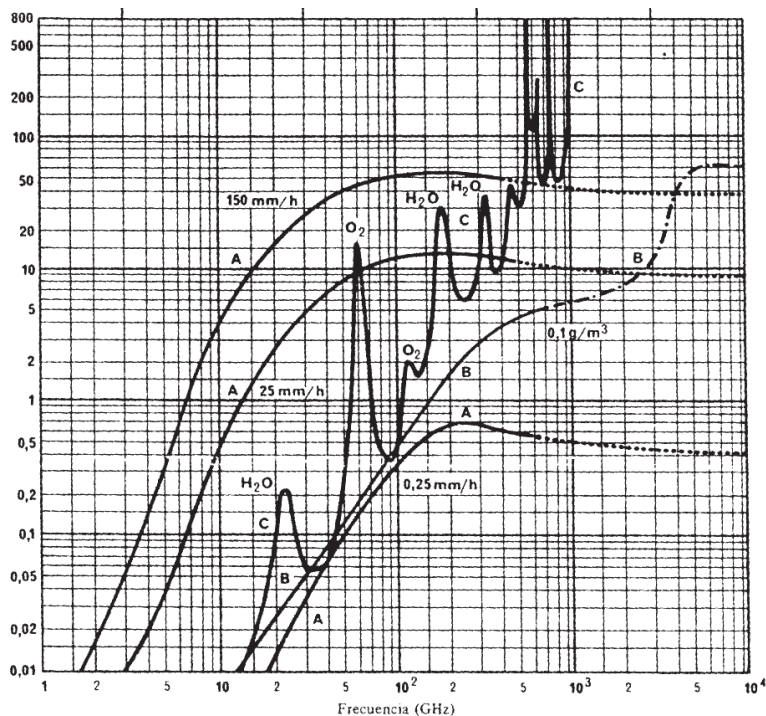
Potencia de transmisión de los equipos: 1 Vatios

Sensibilidad del equipo receptor -90dBm para una BER de 10^{-6}

Ganancia de la antena en la sede de la C.H.P. = 30dB

Margen de seguridad para garantizar cobertura el 99% de tiempo= 20dB

Pérdidas totales tanto en el transmisor como en el receptor = 2 dB



- a.-¿Qué potencia recibiremos en los suscriptores más alejados?
- b.-¿Qué capacidad (bit/s) tendrá que soportar el enlace a 20 GHz suponiendo que todas las cámaras son capaces de enlazar con la torre?
- c.-¿Qué ancho de banda será necesario si se modula con una banda residual, factor de filtrado 1.5, y con una 64QAM?
- d.-¿Qué ganancia mínima tendrá que tener la antena de la torre para que el enlace funcione si no consideramos lluvia?
- e.-¿Y si en el día más lluvioso del año llueve 25mm/h?
- f.- Suponga ahora que el tráfico generado por cada cámara es aleatorio, con un régimen de 6 transmisiones por hora, y de una duración de 5 minutos. Cada canal ocupa 3 Mb. ¿Qué ancho de banda hará falta para que la probabilidad de no transmisión sea de 1%. (Nota: Si todos los canales están ocupados, se pierde la transmisión).



a.- Estamos trabajando a 5.5GHz, donde la longitud de onda es

$$\lambda = 3 \cdot 10^8 / 5.5 \cdot 10^9 = 0.0545 \text{ m}$$

Entonces, la potencia recibida será:

$$P_r = 0 \text{ dBm} + 21 \text{ dBi} - 6 \text{ dB} - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi \cdot 19 \cdot 10^3}{\lambda} \right) + 15 \text{ dB} = -102.8241 \text{ dBm}$$

¿Funcionará el equipo?

No, porque la potencia recibida (-102.8dBm) es menor a la sensibilidad (-100dBm).

¿Hasta qué distancia funcionaría?

Vamos a calcular la distancia a la que la potencia recibida sea igual a la sensibilidad

$$-100 \text{ dBm} = 0 \text{ dBm} + 21 \text{ dBi} - 6 \text{ dB} - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi r}{\lambda} \right) + 15 \text{ dB} = -102.8241 \text{ dBm}$$

$$10^{\left(\frac{-100 \text{ dBm} - 0 \text{ dBm} - 21 \text{ dBi} + 6 \text{ dB} - 15 \text{ dB}}{20}\right) \frac{\lambda}{4\pi}} = r = 13.726 \text{ km}$$

b.- Suponemos que todas las cámaras enlazan simultáneamente, entonces necesitamos 22 enlaces a 3 Mbps:

$$C = 22 \times 3 \text{ Mbps} = 66 \text{ Mbps}$$

c.- Sabiendo que la frecuencia es 20 GHz, la longitud de onda $\lambda = 3 \cdot 10^8 / 20 \cdot 10^9$ m, entonces el ancho de banda será

$$BW = \frac{66 \cdot 10^6 \cdot 0.6 \cdot 1.5}{\log_2(64)} = 9.9 \text{ MHz}$$

d.- Consideramos que no hay lluvia. En este caso la potencia recibida debe de ser igual a la sensibilidad.

$$-90 \text{ dBm} = 30 \text{ dBm} + 30 \text{ dBi} - 2 \text{ dB} - 20 \text{ dB} - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi 20 \cdot 10^3}{\lambda} \right) + G - 2 \text{ dB}$$

$$G = 18.5 \text{ dBi}$$

e.- Buscamos en la gráfica de pérdidas, cuál es la atenuación por lluvia cuando llueven 25mm/h a 20GHz y obtenemos 2.5dB/km, entonces planteamos de nuevo la potencia recibida

$$-90 \text{ dBm} = 30 \text{ dBm} + 30 \text{ dBi} - 2 \text{ dB} - 20 \text{ dB} - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi 20 \cdot 10^3}{\lambda} \right) - 2.5 \text{ dB} \cdot 20 + G - 2 \text{ dB}$$

$$G = 68.5 \text{ dBi}$$

f.- Suponga ahora que el tráfico generado por cada cámara es aleatorio, con un régimen de 6 transmisiones por hora, y de una duración de 5 minutos.

Cada canal ocupa 3Mb. ¿Qué ancho de banda hará falta para que la probabilidad de no transmisión sea de 1%. (Nota: Si todos los canales están ocupados, se pierde la transmisión).

Aplicamos la definición de tráfico, y obtenemos el tráfico ofrecido

$$A = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{MLh}{3600} = \frac{22 \cdot 5 \cdot 60 \cdot 6}{3600} = 11 E$$

Con 11E, y una prob del 1%

Necesitamos 19 canales.

Que permitiría una transmisión de:

$$C = 19 \cdot 3 \cdot 10^6 = 57 \text{ Mbps}$$

Y un ancho de banda de:

$$BW = \frac{19 \cdot 3 \cdot 10^6 \cdot 0.6 \cdot 1.5}{\log_2(64)} = 8.55 \text{ MHz}$$

Observamos que al imponer una probabilidad de bloqueo del 1%, hemos reducido el ancho de banda requerido casi a la mitad.

4

La Autoridad Portuaria de Mozambique quiere desplegar una red Wimax para ofrecer el servicio de internet en la zona portuaria. Se quiere unir la sede de la Autoridad Portuaria con un punto de interés a 5 km de la misma (torre de la derecha en el dibujo). Esta conexión será de forma inalámbrica utilizando un sistema de comunicaciones de servicio fijo (radioenlace).

Desde ese punto de interés, se iluminarán dos zonas (zona A y zona B) de ese punto, con unas antenas sectoriales de 120° .

En cada punto se quiere dar un servicio de 10 Mbps (Internet de banda ancha), y habrá un total de 50 puntos de acceso, 20 en la zona A, y otros 30 en la zona B. El punto más alejado de la zona A está a 2 km, y el punto más alejado de la zona B está a 3 km. Las comunicaciones entre suscriptores y torre se harán con la tecnología Wimax. El esquema es el siguiente:

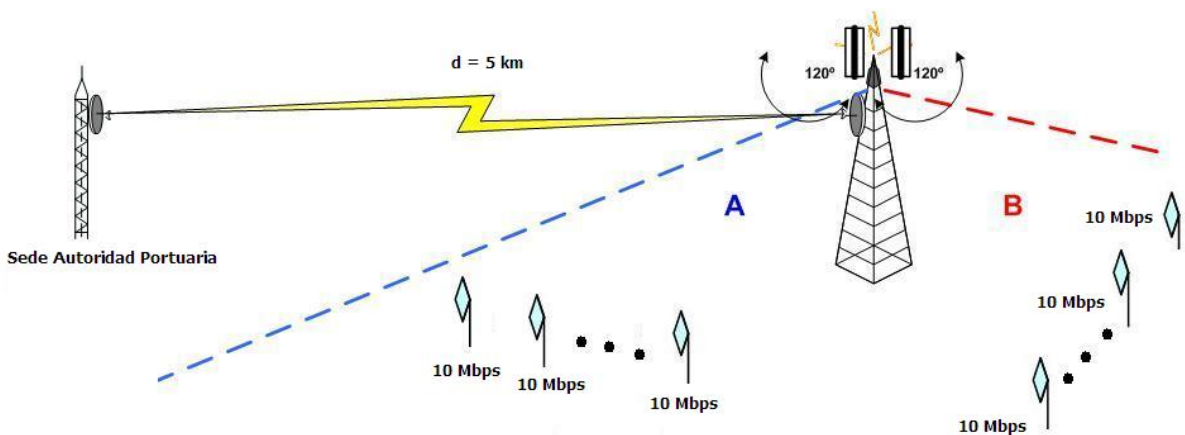


Figura: Esquema de despliegue de una red WiMax en la A.P.M.

Datos Wimax

Frecuencia 3.5 GHz

Atenuación cables a 3.5 GHz = 0.5 dB/m

Datos del suscriptor (la antena está integrada en el receptor)

Ganancia de la antena = 7 dBi

Pt = 0 dBm

Sensibilidad = -95 dBm

Datos de la estación base

Ganancia de la antena excluyendo el cable = 15dBi

Longitud del cable: Por determinar

Pt = 0 dBm

Sensibilidad = -100 dBm

Datos del Radioenlace

Frecuencia del radioenlace: 13 GHz

Potencia de transmisión de los equipos: 2 Vatios

Sensibilidad del equipo receptor -95dBm para una BER de 10^{-6}

Ganancia de la antena en la sede de la C.H.P. = 15 dB

Margen de seguridad para garantizar cobertura el 99% de tiempo = 19 dB

Pérdidas totales tanto en el transmisor como en el receptor = 3.5 dB

Modulación: banda residual, factor de filtrado 1.5, y con una 512QAM

a.- ¿Cuál es la longitud máxima que puede tener el cable para que el sistema funcione? ¿Está balanceado el enlace? (Ayuda: Distinga qué caso es más desfavorable entre la zona A y B, y entre el enlace ascendente y descendente).

b.- ¿Qué potencia recibiremos en los suscriptores más alejados? ¿Y la potencia recibida en la estación base en el mismo enlace en sentido ascendente? ¿Qué potencia tendría que transmitir el suscriptor para que en enlace estuviera balanceado?

c.- ¿Qué capacidad (bit/s) tendrá que soportar en enlace a 13GHz suponiendo que todas los puntos de acceso son capaces de enlazar con la torre a máxima capacidad?

d.- ¿Qué ancho de banda será necesario?

e.- ¿Qué ganancia mínima tendrá que tener la antena de la torre para que el enlace funcione si no consideramos lluvia?

f.- ¿Y si el día más lluvioso del año llueve 25 mm/h?
(Utilizar la gráfica del problema anterior)

g.- Suponga ahora que el tráfico generado por cada suscriptor es aleatorio, con un régimen de 6 transmisiones por hora, y de una duración de 5 minutos. Cada canal ocupa 10Mb. ¿Qué ancho de banda hará falta para que

la probabilidad de no transmisión sea de 2%. (Nota: Si todos los canales están ocupados, se pierde la transmisión).



a.- El caso peor es en la zona B, ya que la distancia máxima son 3 km mientras que en la zona A es de 2 km. Estudiaremos entonces los enlaces ascendentes y descendentes en la zona B. En este caso nuestra incógnita son las pérdidas asociadas a la estación base.

DESCENDENTE

$$P_t - L_{tx} + G_{tx} - L_{prop} - L_{rx} + G_{rx} = S$$

$$0 \text{ dBm} - L_x + 15 - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi \cdot 3 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 / 3.5 \cdot 10^9} \right) - 0 + 7 \text{ dB} = -95 \text{ dBm}$$

$$L_{tx} = 4.1344 \text{ dB}$$

Ahora hacemos lo propio en el enlace ascendente.

ASCENDENTE

$$P_t - L_{tx} + G_{tx} - L_{prop} - L_{rx} + G_{rx} = S$$

$$0 \text{ dBm} - 0 + 7 - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi \cdot 3 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 / 3.5 \cdot 10^9} \right) - L_{rx} + 15 \text{ dB} = -100 \text{ dBm}$$

$$L_{rx} = 9.1344 \text{ dB}$$

El enlace que limita es aquel que permite unas pérdidas en la estación base menores. Vemos que las pérdidas máximas que podemos tener en el cable son de 4dB en el descendente, que correspondería a unos 8 metros de cable.

El enlace no está balanceado, ya que la restricción es diferente para el enlace ascendente que para el descendente.

b.- En los suscriptores más alejados, siempre trabajando en la zona B (caso peor), recibiremos la siguiente potencia.

DESCENDENTE

$$P_r = P_t - L_{tx} + G_{tx} - L_{prop} - L_{rx} + G_{rx}$$

$$P_r = 0 \text{ dBm} - L_x + 15 - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi \cdot 3 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 / 3.5 \cdot 10^9} \right) - 0 + 7 \text{ dB}$$

$$P_r = -95 \text{ dBm}$$

A su vez, la potencia recibida en la estación base (enlace ascendente es)

ASCENDENTE

$$P_r = P_t - L_{tx} + G_{tx} - L_{prop} - L_{rx} + G_{rx}$$

$$P_r = 0 \text{ dBm} - 0 + 7 - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi \cdot 3 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 / 3.5 \cdot 10^9} \right) - L_x + 15 \text{ dB}$$

$$P_r = -95 \text{ dBm}$$

Hemos visto antes que el enlace no estaba balanceado, ya que la estación base tiene una sensibilidad de -100dBm, y actualmente recibe -95dBm. Es decir, que tiene 5dB más de margen para alejar el subscritor y que el enlace ascendente funcione (no lo haría el descendente).

Por ello, para estar balanceado, como la diferencia de sensibilidades es 5dB, en el ascendente deberíamos transmitir con 5dB menos de potencia.

c.- Tenemos 50 puntos, a 10Mbps cada punto, lo que hace un tráfico agregado de:
50x10=500Mbps

d.- ¿Qué ancho de banda será necesario?

El ancho de banda necesario sería:

$$BW = \frac{500 \cdot 10^6 \cdot 0.6 \cdot 1.5}{\log_2(512)} = 50 \text{ MHz}$$

e.- Consideramos que no hay lluvia. En este caso la potencia recibida debe de ser igual a la sensibilidad.

$$P_t - L_{tx} + G_{tx} - L_{prop} - L_{rx} + G_{rx} - M = S$$

$$10 \log_{10}(3000) - 3.5 + 15 - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi \cdot 5 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8 / 13 \cdot 10^9} \right) - 3.5 + G - 19 = S$$

$$G > 11.7 \text{ dB}$$

f.- ¿Y si el día más lluvioso del año llueve 25 mm/h?

Mirando en la gráfica, a 13 GHz sale una atenuación aproximada de 1.5dB/km. Como son 5 km, tendremos que tener un aumento de 7.5dB en la antena

g.- Aplicamos la definición de tráfico, y obtenemos el tráfico ofrecido

$$A = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{MLh}{3600} = \frac{50 \cdot 5 \cdot 60 \cdot 6}{3600} = 25 \text{ E}$$

En la tabla de Erlang, 25 E con un 2% de bloque hace necesario 34 canales que permitiría una transmisión de:

$$C = 34 \cdot 10 \cdot 10^6 = 340 \text{ Mbps}$$

Y un ancho de banda de

$$BW = \frac{340 \cdot 10^6 \cdot 0.6 \cdot 1.5}{\log_2(512)} = 34 \text{ MHz}$$

Observamos que al imponer una probabilidad de bloqueo del 1%, hemos reducido el ancho de banda requerido ha bajado de 50MHz a 34MHz.

Anexo A: Tablas de Erlang-B

$$P_B = B(N, T) = \frac{T^N}{\sum_{k=0}^N \frac{T^k}{k!}}$$

N/P _B	0.5%	1%	1.5%	2%	2.5%	3%	5%	7.5%	10%	15%	20%
1	0.0050	0.0101	0.0152	0.0204	0.0256	0.0309	0.0526	0.0811	0.1111	0.1765	0.2499
2	0.1053	0.1526	0.1904	0.2234	0.2535	0.2815	0.3813	0.4918	0.5954	0.7962	0.9999
3	0.3490	0.4554	0.5352	0.6022	0.6613	0.7151	0.8994	1.0942	1.2708	1.6024	1.9299
4	0.7012	0.8694	0.9916	1.0922	1.1799	1.2588	1.5245	1.7996	2.0453	2.5007	2.9451
5	1.1320	1.3607	1.5240	1.6571	1.7721	1.8751	2.2184	2.5696	2.8809	3.4541	4.0103
6	1.6218	1.9089	2.1118	2.2758	2.4170	2.5430	2.9602	3.3843	3.7583	4.4443	5.1084
7	2.1575	2.5007	2.7415	2.9353	3.1016	3.2495	3.7378	4.2314	4.6660	5.4609	6.2300
8	2.7297	3.1274	3.4045	3.6270	3.8174	3.9863	4.5427	5.1040	5.5967	6.4980	7.3691
9	3.3325	3.7825	4.0947	4.3447	4.5581	4.7478	5.3701	5.9966	6.5464	7.5508	8.5215
10	3.9604	4.4609	4.8071	5.0840	5.3198	5.5293	6.2153	6.9053	7.5103	8.6157	9.6846
11	4.6104	5.1597	5.5386	5.8413	6.0991	6.3276	7.0762	7.8276	8.4868	9.6909	10.8564
12	5.2788	5.8760	6.2866	6.6143	6.8936	7.1406	7.9497	8.7617	9.4736	10.7754	12.0361
13	5.9634	6.6069	7.0493	7.4014	7.7012	7.9663	8.8345	9.7056	10.4697	11.8662	13.2217
14	6.6631	7.3516	7.8242	8.2002	8.5200	8.8032	9.7295	10.6582	11.4727	12.9648	14.4121
15	7.3755	8.1079	8.6099	9.0093	9.3491	9.6499	10.6318	11.6182	12.4834	14.0674	15.6074
16	8.0991	8.8750	9.4058	9.8281	10.1875	10.5049	11.5430	12.5850	13.5000	15.1758	16.8066
17	8.8335	9.6514	10.2109	10.6553	11.0332	11.3682	12.4609	13.5576	14.5215	16.2881	18.0098
18	9.5776	10.4365	11.0234	11.4902	11.8867	12.2383	13.3848	14.5361	15.5479	17.4043	19.2148
19	10.3301	11.2295	11.8447	12.3320	12.7471	13.1143	14.3145	15.5186	16.5781	18.5244	20.4238
20	11.0908	12.0303	12.6719	13.1807	13.6143	13.9971	15.2490	16.5068	17.6123	19.6465	21.6348
21	11.8594	12.8369	13.5049	14.0352	14.4863	14.8848	16.1885	17.4980	18.6504	20.7715	22.8477
22	12.6348	13.6504	14.3447	14.8955	15.3633	15.7773	17.1318	18.4932	19.6914	21.9004	24.0625
23	13.4160	14.4697	15.1895	15.7607	16.2461	16.6748	18.0791	19.4912	20.7363	23.0313	25.2793
24	14.2031	15.2949	16.0391	16.6299	17.1328	17.5771	19.0303	20.4922	21.7832	24.1621	26.4980
25	14.9961	16.1240	16.8936	17.5039	18.0234	18.4824	19.9844	21.4980	22.8320	25.2969	27.7188
26	15.7949	16.9580	17.7520	18.3818	18.9180	19.3916	20.9414	22.5039	23.8848	26.4336	28.9395
27	16.5977	17.7969	18.6152	19.2646	19.8164	20.3047	21.9023	23.5137	24.9375	27.5723	30.1641
28	17.4053	18.6396	19.4814	20.1484	20.7168	21.2207	22.8672	24.5273	25.9941	28.7109	31.3867
29	18.2168	19.4863	20.3516	21.0391	21.6230	22.1387	23.8320	25.5410	27.0527	29.8516	32.6133
30	19.0332	20.3359	21.2246	21.9297	22.5313	23.0605	24.8008	26.5566	28.1113	30.9941	33.8398
31	19.8535	21.1895	22.1016	22.8262	23.4414	23.9863	25.7715	27.5762	29.1738	32.1367	35.0664
32	20.6758	22.0469	22.9824	23.7246	24.3555	24.9141	26.7441	28.5957	30.2363	33.2813	36.2949
33	21.5039	22.9082	23.8652	24.6250	25.2715	25.8438	27.7207	29.6172	31.3008	34.4277	37.5234
34	22.3340	23.7715	24.7500	25.5273	26.1895	26.7754	28.6973	30.6406	32.3652	35.5742	38.7539
35	23.1680	24.6367	25.6387	26.4336	27.1113	27.7090	29.6758	31.6660	33.4336	36.7227	39.9844
36	24.0059	25.5059	26.5293	27.3418	28.0332	28.6465	30.6563	32.6934	34.5020	37.8711	41.2148
37	24.8457	26.3770	27.4219	28.2520	28.9590	29.5840	31.6387	33.7207	35.5703	39.0215	42.4453
38	25.6875	27.2520	28.3184	29.1660	29.8867	30.5254	32.6230	34.7500	36.6426	40.1719	43.6797
39	26.5332	28.1270	29.2148	30.0801	30.8145	31.4668	33.6074	35.7813	37.7129	41.3203	44.9102

Tablas de Erlang B

40	27.3809	29.0059	30.1152	30.9961	31.7461	32.4102	34.5957	36.8125	38.7871	42.4727	46.1445
N/P_B	0.5%	1%	1.5%	2%	2.5%	3%	5%	7.5%	10%	15%	20%
41	28.2305	29.8867	31.0176	31.9141	32.6797	33.3555	35.5840	37.8457	39.8594	43.6250	47.3789
42	29.0840	30.7695	31.9199	32.8359	33.6133	34.3027	36.5723	38.8789	40.9336	44.7773	48.6133
43	29.9395	31.6543	32.8262	33.7578	34.5488	35.2520	37.5645	39.9141	42.0078	45.9336	49.8477
44	30.7969	32.5430	33.7344	34.6816	35.4883	36.2031	38.5566	40.9492	43.0859	47.0859	51.0859
45	31.6543	33.4316	34.6426	35.6055	36.4258	37.1543	39.5469	41.9883	44.1641	48.2422	52.3203
46	32.5156	34.3223	35.5527	36.5332	37.3672	38.1074	40.5430	43.0234	45.2422	49.3984	53.5586
47	33.3789	35.2129	36.4648	37.4609	38.3086	39.0605	41.5391	44.0625	46.3203	50.5547	54.7930
48	34.2441	36.1074	37.3789	38.3906	39.2500	40.0156	42.5352	45.1055	47.3984	51.7109	56.0313
49	35.1113	37.0039	38.2949	39.3203	40.1953	40.9727	43.5313	46.1445	48.4805	52.8672	57.2695
50	35.9805	37.9004	39.2109	40.2539	41.1406	41.9297	44.5313	47.1836	49.5586	54.0273	58.5078
51	36.8516	38.7988	40.1289	41.1875	42.0898	42.8906	45.5313	48.2266	50.6406	55.1836	59.7461
52	37.7227	39.6992	41.0469	42.1211	43.0391	43.8516	46.5313	49.2695	51.7227	56.3438	60.9844
53	38.5977	40.6016	41.9688	43.0586	43.9883	44.8125	47.5313	50.3125	52.8047	57.5039	62.2227
54	39.4727	41.5039	42.8906	43.9961	44.9375	45.7734	48.5352	51.3594	53.8906	58.6602	63.4609
55	40.3477	42.4063	43.8125	44.9336	45.8906	46.7383	49.5391	52.4023	54.9727	59.8203	64.6992
56	41.2266	43.3125	44.7383	45.8750	46.8398	47.7031	50.5430	53.4492	56.0586	60.9805	65.9414
57	42.1055	44.2188	45.6641	46.8125	47.7969	48.6680	51.5469	54.4961	57.1406	62.1406	67.1797
58	42.9883	45.1289	46.5898	47.7539	48.7500	49.6328	52.5508	55.5430	58.2266	63.3047	68.4180
59	43.8711	46.0391	47.5195	48.6992	49.7070	50.6016	53.5586	56.5898	59.3125	64.4648	69.6602
60	44.7539	46.9492	48.4492	49.6406	50.6602	51.5664	54.5625	57.6367	60.3984	65.6250	70.8984
61	45.6406	47.8594	49.3789	50.5859	51.6211	52.5352	55.5703	58.6836	61.4844	66.7891	72.1406
62	46.5273	48.7734	50.3086	51.5313	52.5781	53.5078	56.5781	59.7344	62.5742	67.9492	73.3828
63	47.4141	49.6875	51.2383	52.4805	53.5352	54.4766	57.5859	60.7852	63.6602	69.1133	74.6250
64	48.3047	50.6016	52.1719	53.4258	54.4961	55.4492	58.5977	61.8320	64.7500	70.2734	75.8633
65	49.1914	51.5156	53.1055	54.3750	55.4570	56.4180	59.6055	62.8828	65.8359	71.4375	77.1055
66	50.0859	52.4336	54.0430	55.3242	56.4180	57.3906	60.6172	63.9336	66.9258	72.6016	78.3438
67	50.9766	53.3516	54.9766	56.2734	57.3789	58.3672	61.6289	64.9883	68.0156	73.7656	79.5859
68	51.8711	54.2695	55.9141	57.2227	58.3438	59.3398	62.6406	66.0391	69.1055	74.9297	80.8281
69	52.7656	55.1914	56.8516	58.1758	59.3086	60.3125	63.6523	67.0898	70.1953	76.0898	82.0703
70	53.6602	56.1094	57.7891	59.1289	60.2734	61.2891	64.6641	68.1445	71.2852	77.2578	83.3125
71	54.5547	57.0313	58.7266	60.0781	61.2383	62.2656	65.6797	69.1953	72.3750	78.4219	84.5547
72	55.4531	57.9531	59.6680	61.0352	62.2031	63.2422	66.6914	70.2500	73.4648	79.5859	85.7969
73	56.3516	58.8750	60.6055	61.9883	63.1680	64.2188	67.7070	71.3047	74.5547	80.7500	87.0391
74	57.2500	59.8008	61.5469	62.9414	64.1367	65.1953	68.7188	72.3594	75.6484	81.9141	88.2891
75	58.1523	60.7266	62.4883	63.8984	65.1016	66.1758	69.7344	73.4141	76.7383	83.0781	89.5313
76	59.0508	61.6523	63.4336	64.8555	66.0703	67.1523	70.7500	74.4688	77.8320	84.2422	90.7734
77	59.9531	62.5781	64.3750	65.8125	67.0391	68.1328	71.7656	75.5234	78.9219	85.4063	92.0156
78	60.8555	63.5039	65.3203	66.7695	68.0078	69.1133	72.7852	76.5781	80.0156	86.5781	93.2578
79	61.7617	64.4336	66.2656	67.7266	68.9805	70.0938	73.8008	77.6367	81.1094	87.7422	94.5000
80	62.6641	65.3594	67.2109	68.6875	69.9492	71.0742	74.8164	78.6875	82.2031	88.9063	95.7422
81	63.5703	66.2891	68.1563	69.6445	70.9219	72.0586	75.8359	79.7422	83.2891	90.0703	96.9922
82	64.4766	67.2188	69.1016	70.6055	71.8945	73.0391	76.8555	80.8047	84.3828	91.2422	98.2344
83	65.3828	68.1523	70.0469	71.5664	72.8633	74.0234	77.8711	81.8594	85.4766	92.4063	99.4766
84	66.2930	69.0820	70.9961	72.5273	73.8359	75.0039	78.8906	82.9141	86.5703	93.5703	100.7188
85	67.1992	70.0117	71.9453	73.4883	74.8125	75.9883	79.9063	83.9766	87.6719	94.7422	101.9688
86	68.1094	70.9453	72.8945	74.4492	75.7852	76.9727	80.9297	85.0313	88.7656	95.9063	103.2109
87	69.0195	71.8789	73.8438	75.4141	76.7578	77.9570	81.9453	86.0938	89.8594	97.0703	104.4531
88	69.9297	72.8125	74.7930	76.3750	77.7344	78.9375	82.9688	87.1484	90.9531	98.2422	105.6953
89	70.8398	73.7461	75.7422	77.3398	78.7031	79.9219	83.9922	88.2109	92.0469	99.4063	106.9453

Problemas resueltos de Sistemas de Telecomunicaciones

90	71.7539	74.6836	76.6953	78.3047	79.6797	80.9141	85.0078	89.2656	93.1406	100.5781	108.1875
N/P_B	0.5%	1%	1.5%	2%	2.5%	3%	5%	7.5%	10%	15%	20%
91	72.6641	75.6172	77.6445	79.2656	80.6563	81.8984	86.0313	90.3281	94.2344	101.7422	109.4297
92	73.5781	76.5547	78.5938	80.2344	81.6328	82.8828	87.0547	91.3906	95.3359	102.9141	110.6797
93	74.4922	77.4922	79.5469	81.1953	82.6094	83.8672	88.0781	92.4453	96.4297	104.0781	111.9219
94	75.4063	78.4297	80.5000	82.1641	83.5859	84.8594	89.0938	93.5078	97.5234	105.2500	113.1719
95	76.3242	79.3672	81.4531	83.1328	84.5625	85.8438	90.1172	94.5703	98.6250	106.4141	114.4141
96	77.2383	80.3047	82.4063	84.0938	85.5469	86.8359	91.1406	95.6328	99.7188	107.5859	115.6563
97	78.1563	81.2422	83.3672	85.0625	86.5234	87.8203	92.1641	96.6875	100.8125	108.7500	116.9063
98	79.0703	82.1797	84.3203	86.0313	87.5000	88.8125	93.1875	97.7500	101.9141	109.9219	118.1484
99	79.9844	83.1172	85.2734	87.0000	88.4766	89.7969	94.2109	98.8125	103.0078	111.0938	119.3906
100	80.9063	84.0625	86.2266	87.9688	89.4609	90.7891	95.2344	99.8750	104.1094	112.2578	120.6406

Anexo B: Tablas de Erlang-C

$$P_c = C(N, T) = \frac{N \cdot B(N, T)}{N - T [1 - B(N, T)]} = \frac{1}{1 + \left(1 - \frac{T}{N}\right) \frac{N!}{T^N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{T^k}{k!}}$$

N/Pc	0.5%	1%	1.5%	2%	2.5%	3%	5%	7.5%	10%	15%	20%
1	0.0049	0.0099	0.0150	0.0200	0.0250	0.0300	0.0500	0.0750	0.1000	0.1500	0.2000
2	0.1025	0.1465	0.1808	0.2102	0.2365	0.2604	0.3422	0.4266	0.4999	0.6278	0.7403
3	0.3339	0.4291	0.4981	0.5545	0.6031	0.6464	0.7875	0.9250	1.0397	1.2311	1.3928
4	0.6640	0.8100	0.9122	0.9939	1.0632	1.1241	1.3185	1.5027	1.6530	1.8987	2.1022
5	1.0650	1.2590	1.3922	1.4973	1.5856	1.6626	1.9052	2.1311	2.3132	2.6069	2.8472
6	1.5189	1.7583	1.9204	2.0471	2.1530	2.2449	2.5315	2.7957	3.0066	3.3440	3.6172
7	2.0143	2.2964	2.4856	2.6326	2.7546	2.8604	3.1880	3.4873	3.7249	4.1025	4.4063
8	2.5430	2.8655	3.0803	3.2463	3.3838	3.5024	3.8687	4.2007	4.4631	4.8782	5.2100
9	3.0994	3.4602	3.6992	3.8833	4.0354	4.1663	4.5686	4.9316	5.2173	5.6675	6.0264
10	3.6790	4.0767	4.3386	4.5398	4.7058	4.8481	5.2847	5.6772	5.9854	6.4688	6.8525
11	4.2788	4.7114	4.9956	5.2129	5.3921	5.5454	6.0151	6.4355	6.7646	7.2793	7.6875
12	4.8955	5.3623	5.6675	5.9009	6.0923	6.2568	6.7573	7.2046	7.5537	8.0991	8.5298
13	5.5283	6.0273	6.3530	6.6011	6.8052	6.9795	7.5103	7.9834	8.3521	8.9258	9.3784
14	6.1743	6.7051	7.0498	7.3130	7.5288	7.7129	8.2729	8.7705	9.1577	9.7593	10.2334
15	6.8325	7.3936	7.7578	8.0352	8.2617	8.4556	9.0435	9.5649	9.9697	10.5986	11.0928
16	7.5020	8.0928	8.4751	8.7661	9.0039	9.2065	9.8213	10.3662	10.7891	11.4434	11.9570
17	8.1816	8.8008	9.2012	9.5054	9.7534	9.9648	10.6064	11.1738	11.6133	12.2930	12.8262
18	8.8701	9.5171	9.9346	10.2520	10.5107	10.7314	11.3984	11.9873	12.4424	13.1465	13.6982
19	9.5674	10.2412	10.6758	11.0059	11.2744	11.5029	12.1953	12.8057	13.2764	14.0049	14.5742
20	10.2725	10.9727	11.4238	11.7656	12.0439	12.2813	12.9980	13.6289	14.1152	14.8662	15.4541
21	10.9844	11.7109	12.1777	12.5322	12.8203	13.0654	13.8047	14.4561	14.9580	15.7314	16.3359
22	11.7031	12.4551	12.9385	13.3037	13.6006	13.8545	14.6172	15.2871	15.8047	16.6006	17.2207
23	12.4277	13.2051	13.7031	14.0801	14.3867	14.6475	15.4336	16.1230	16.6543	17.4717	18.1084
24	13.1592	13.9600	14.4736	14.8613	15.1777	15.4453	16.2529	16.9619	17.5068	18.3457	18.9990
25	13.8955	14.7197	15.2490	15.6475	15.9717	16.2480	17.0771	17.8037	18.3633	19.2227	19.8906
26	14.6377	15.4854	16.0283	16.4375	16.7705	17.0537	17.9043	18.6494	19.2217	20.1016	20.7852
27	15.3838	16.2549	16.8115	17.2324	17.5732	17.8633	18.7354	19.4980	20.0840	20.9824	21.6816
28	16.1348	17.0283	17.5996	18.0303	18.3799	18.6768	19.5684	20.3477	20.9473	21.8672	22.5801
29	16.8906	17.8057	18.3916	18.8320	19.1895	19.4932	20.4043	21.2031	21.8145	22.7520	23.4805
30	17.6504	18.5879	19.1865	19.6367	20.0020	20.3125	21.2441	22.0586	22.6836	23.6406	24.3828
31	18.4141	19.3730	19.9844	20.4453	20.8184	21.1348	22.0859	22.9180	23.5547	24.5293	25.2852
32	19.1816	20.1602	20.7852	21.2559	21.6367	21.9609	22.9316	23.7793	24.4277	25.4219	26.1914
33	19.9531	20.9531	21.5898	22.0703	22.4590	22.7891	23.7793	24.6406	25.3027	26.3145	27.0977
34	20.7266	21.7480	22.3984	22.8867	23.2832	23.6211	24.6289	25.5059	26.1797	27.2090	28.0059
35	21.5039	22.5449	23.2090	23.7070	24.1113	24.4531	25.4805	26.3730	27.0586	28.1055	28.9160
36	22.2852	23.3457	24.0215	24.5293	24.9414	25.2891	26.3340	27.2422	27.9395	29.0020	29.8262
37	23.0684	24.1504	24.8379	25.3535	25.7734	26.1270	27.1895	28.1133	28.8203	29.9023	30.7383
38	23.8555	24.9551	25.6563	26.1816	26.6074	26.9668	28.0469	28.9863	29.7051	30.8027	31.6504
39	24.6465	25.7637	26.4766	27.0098	27.4434	27.8105	28.9063	29.8613	30.5898	31.7051	32.5664
40	25.4375	26.5762	27.2988	27.8418	28.2813	28.6543	29.7676	30.7363	31.4766	32.6074	33.4805
41	26.2324	27.3887	28.1230	28.6758	29.1211	29.5000	30.6309	31.6133	32.3652	33.5117	34.3965
42	27.0293	28.2051	28.9512	29.5117	29.9648	30.3477	31.4961	32.4922	33.2539	34.4180	35.3145

N/Pc	0.5%	1%	1.5%	2%	2.5%	3%	5%	7.5%	10%	15%	20%
43	27.8301	29.0234	29.7793	30.3477	30.8086	31.1992	32.3633	33.3730	34.1465	35.3242	36.2324
44	28.6309	29.8418	30.6113	31.1875	31.6543	32.0508	33.2305	34.2559	35.0371	36.2305	37.1523
45	29.4355	30.6641	31.4453	32.0293	32.5020	32.9023	34.0996	35.1387	35.9316	37.1406	38.0723
46	30.2422	31.4883	32.2793	32.8730	33.3516	33.7578	34.9707	36.0234	36.8262	38.0488	38.9941
47	31.0508	32.3145	33.1152	33.7168	34.2031	34.6152	35.8438	36.9082	37.7207	38.9609	39.9141
48	31.8613	33.1426	33.9551	34.5625	35.0566	35.4727	36.7168	37.7949	38.6172	39.8711	40.8359
49	32.6738	33.9727	34.7949	35.4121	35.9102	36.3320	37.5918	38.6836	39.5156	40.7852	41.7617
50	33.4883	34.8027	35.6367	36.2617	36.7656	37.1934	38.4668	39.5703	40.4141	41.6953	42.6875
51	34.3047	35.6367	36.4805	37.1113	37.6230	38.0547	39.3438	40.4609	41.3125	42.6133	43.6094
52	35.1230	36.4707	37.3242	37.9648	38.4824	38.9199	40.2227	41.3516	42.2148	43.5273	44.5352
53	35.9414	37.3066	38.1719	38.8184	39.3398	39.7813	41.1016	42.2461	43.1172	44.4414	45.4648
54	36.7637	38.1445	39.0195	39.6719	40.2031	40.6484	41.9844	43.1406	44.0195	45.3594	46.3906
55	37.5859	38.9844	39.8672	40.5273	41.0625	41.5156	42.8672	44.0352	44.9219	46.2773	47.3203
56	38.4121	39.8242	40.7188	41.3867	41.9297	42.3867	43.7500	44.9297	45.8281	47.1953	48.2461
57	39.2383	40.6641	41.5703	42.2461	42.7930	43.2539	44.6328	45.8242	46.7344	48.1133	49.1758
58	40.0625	41.5078	42.4219	43.1055	43.6602	44.1250	45.5195	46.7227	47.6406	49.0352	50.1055
59	40.8945	42.3516	43.2773	43.9688	44.5273	45.0000	46.4023	47.6211	48.5469	49.9531	51.0391
60	41.7227	43.1992	44.1328	44.8320	45.3945	45.8711	47.2930	48.5195	49.4531	50.8750	51.9688
61	42.5547	44.0469	44.9883	45.6953	46.2656	46.7461	48.1797	49.4180	50.3633	51.7969	52.8984
62	43.3906	44.8945	45.8477	46.5586	47.1328	47.6211	49.0664	50.3203	51.2734	52.7188	53.8320
63	44.2227	45.7461	46.7070	47.4258	48.0078	48.4961	49.9570	51.2227	52.1836	53.6406	54.7656
64	45.0586	46.5977	47.5664	48.2930	48.8789	49.3750	50.8477	52.1250	53.0938	54.5664	55.6992
65	45.8984	47.4492	48.4297	49.1602	49.7539	50.2539	51.7422	53.0273	54.0039	55.4883	56.6328
66	46.7344	48.3008	49.2891	50.0313	50.6289	51.1328	52.6328	53.9297	54.9180	56.4141	57.5664
67	47.5742	49.1563	50.1523	50.8984	51.5039	52.0117	53.5273	54.8359	55.8281	57.3398	58.5000
68	48.4180	50.0117	51.0195	51.7695	52.3789	52.8906	54.4219	55.7383	56.7422	58.2656	59.4375
69	49.2578	50.8672	51.8828	52.6445	53.2578	53.7734	55.3164	56.6445	57.6563	59.1914	60.3711
70	50.1016	51.7266	52.7500	53.5156	54.1328	54.6563	56.2109	57.5508	58.5703	60.1211	61.3086
71	50.9453	52.5859	53.6172	54.3906	55.0156	55.5391	57.1055	58.4609	59.4883	61.0469	62.2461
72	51.7930	53.4453	54.4883	55.2656	55.8945	56.4258	58.0039	59.3672	60.4023	61.9766	63.1836
73	52.6406	54.3047	55.3555	56.1406	56.7734	57.3086	58.9023	60.2773	61.3203	62.9023	64.1211
74	53.4883	55.1641	56.2266	57.0156	57.6563	58.1953	59.8008	61.1836	62.2383	63.8320	65.0586
75	54.3359	56.0273	57.0977	57.8945	58.5391	59.0820	60.6992	62.0938	63.1523	64.7617	65.9961
76	55.1836	56.8906	57.9688	58.7734	59.4219	59.9688	61.5977	63.0039	64.0742	65.6914	66.9336
77	56.0352	57.7578	58.8398	59.6523	60.3047	60.8594	62.5000	63.9141	64.9922	66.6211	67.8750
78	56.8867	58.6211	59.7148	60.5313	61.1914	61.7461	63.3984	64.8281	65.9102	67.5547	68.8125
79	57.7383	59.4883	60.5898	61.4102	62.0742	62.6367	64.3008	65.7383	66.8281	68.4844	69.7539
80	58.5938	60.3555	61.4648	62.2930	62.9609	63.5273	65.2031	66.6523	67.7500	69.4180	70.6953
81	59.4453	61.2227	62.3398	63.1758	63.8477	64.4180	66.1055	67.5664	68.6719	70.3477	71.6367
82	60.3008	62.0898	63.2188	64.0586	64.7383	65.3086	67.0117	68.4766	69.5938	71.2813	72.5781
83	61.1602	62.9609	64.0938	64.9414	65.6250	66.2031	67.9141	69.3945	70.5156	72.2148	73.5195
84	62.0156	63.8281	64.9727	65.8242	66.5117	67.0938	68.8203	70.3086	71.4375	73.1484	74.4609
85	62.8750	64.6992	65.8516	66.7109	67.4023	67.9883	69.7266	71.2227	72.3594	74.0820	75.4023
86	63.7305	65.5703	66.7305	67.5977	68.2930	68.8828	70.6328	72.1367	73.2813	75.0156	76.3438
87	64.5898	66.4453	67.6094	68.4805	69.1836	69.7773	71.5391	73.0547	74.2070	75.9492	77.2891
88	65.4531	67.3164	68.4922	69.3672	70.0742	70.6719	72.4453	73.9727	75.1289	76.8867	78.2266
89	66.3125	68.1914	69.3750	70.2578	70.9688	71.5664	73.3516	74.8867	76.0547	77.8203	79.1719
90	67.1758	69.0664	70.2578	71.1445	71.8594	72.4648	74.2617	75.8047	76.9805	78.7578	80.1172
91	68.0391	69.9414	71.1406	72.0313	72.7539	73.3633	75.1680	76.7227	77.9063	79.6875	81.0625
92	68.9023	70.8164	72.0234	72.9219	73.6484	74.2617	76.0781	77.6445	78.8281	80.6250	82.0078

N/P_c	0.5%	1%	1.5%	2%	2.5%	3%	5%	7.5%	10%	15%	20%
93	69.7656	71.6914	72.9063	73.8125	74.5430	75.1563	76.9883	78.5625	79.7578	81.5625	82.9531
94	70.6289	72.5703	73.7930	74.7031	75.4375	76.0586	77.8984	79.4766	80.6797	82.5000	83.8984
95	71.4961	73.4492	74.6758	75.5938	76.3320	76.9570	78.8047	80.3984	81.6094	83.4375	84.8438
96	72.3633	74.3281	75.5625	76.4844	77.2305	77.8555	79.7188	81.3203	82.5313	84.3750	85.7891
97	73.2305	75.2070	76.4492	77.3789	78.1250	78.7578	80.6250	82.2422	83.4609	85.3125	86.7344
98	74.0977	76.0859	77.3359	78.2656	79.0234	79.6563	81.5391	83.1641	84.3906	86.2500	87.6797
99	74.9648	76.9648	78.2266	79.1641	79.9219	80.5547	82.4531	84.0859	85.3203	87.1875	88.6250
100	75.8320	77.8477	79.1094	80.0547	80.8203	81.4609	83.3672	85.0078	86.2500	88.1328	89.5703