



Universidad  
Politécnica  
de Cartagena

Campus  
de Excelencia  
Internacional



# **El CAPM, un Modelo de Valoración de Activos Financieros aplicado a las empresas del IBEX 35**



U P C T

**Elaborado por: José Javier Navarro Cegarra**  
**Dirigido por: María del Camino Ramón Llorens**



## ÍNDICE

<b>I. TEORÍA DE CARTERAS I. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>4</b>
1. COSTE DE CAPITAL, COSTE DE OPORTUNIDAD Y RENDIMIENTO DE MERCADO .....	4
2. PROBABILIDAD SUBJETIVA, COMO UNA FORMA DE ENTENDER EL CÁLCULO DEL RIESGO. ....	6
3. CÓMO MEDIR LA VARIABILIDAD DE LAS ACCIONES.....	7
4. DIVERSIFICACIÓN .....	10
4.1. <i>Calculando el riesgo de la cartera.</i> .....	13
<b>II. TEORÍA DE CARTERAS II. MODELOS TEÓRICOS DE ANÁLISIS.....</b>	<b>17</b>
1. MARKOWITZ Y LOS PORTAFOLIOS EFICIENTES. ....	17
1. RAZÓN DE SHARPE. ....	18
2. EL MODELO DE VALORACIÓN DE ACTIVOS DE CAPITAL O CAPM (CAPITAL ASSET PRICING MODEL). ....	20
2.1. <i>Suposiciones del CAPM</i> .....	20
2.2. <i>Concepto de CAPM</i> .....	20
2.3. <i>Inversiones que no coinciden con la "línea del mercado de valores"</i> .....	23
2.4. <i>Restricciones del CAPM</i> .....	24
3. MODELOS ALTERNATIVOS.....	25
3.1. <i>CAPM de consumo</i> .....	25
3.2. <i>Teoría de la fijación de precios por arbitraje o APT (Arbitrage Pricing Theory)</i> .....	27
<b>III. EL IBEX35®.....</b>	<b>29</b>
1. CONCEPTO .....	29
2. COMPOSICIÓN (ACTUALIZADO EL 28/06/2018) .....	30
<b>IV. PRÁCTICA I. SUPUESTO IBEX35® .....</b>	<b>31</b>
1. CÁLCULO RENDIMIENTO ESPERADO O CAPM.....	31
4. SECURITY MARKET LINE (SML).....	33
<b>V. CONCLUSIONES.....</b>	<b>39</b>
1. CONCLUSIONES PARTE TEÓRICA .....	39
2. CONCLUSIONES PRÁCTICA I .....	39
2.1. <i>Método de decisión I: Betas</i> .....	39
2.2. <i>Método de decisión II: Correlación</i> .....	42
<b>VI. BIBLIOGRAFÍA Y FUENTES CONSULTADAS .....</b>	<b>45</b>



## INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo, se aplica el modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model) a los diferentes títulos que componen el IBEX35, con el objetivo de poder determinar cuáles son los mejores títulos, en relación a la rentabilidad-riesgo que ofrecen.

Así, para poder conocer cuáles son los mejores títulos del IBEX35, primero formaremos la SML con las rentabilidades del CAPM, que determinará la rentabilidad mínima que debe ofrecer cualquier activo para considerarlo una opción de inversión y, por último, calcularemos la rentabilidad esperada de todos los activos por medio de la “Razón de Sharpe”, la cual nos dirá junto con la SML qué activos van a ofrecer la rentabilidad que se espera y cuáles no.

Para cumplir con nuestro objetivo, se realiza un repaso de la teoría elemental de carteras para conocer los conceptos básicos, y cómo surgieron y evolucionaron las teorías actuales de carteras.

La estructura del trabajo está dividida en 5 bloques:

- En el primer bloque, se explican los conceptos básicos de la teoría de carteras, y se definen conceptos como coste de capital, probabilidad subjetiva, variabilidad y diversificación.
- En el segundo bloque, nos adentramos en los modelos teóricos de carteras, explicando cómo se usan, que significan, y cómo se interpretan los resultados.
- En el tercer bloque, definimos qué es el IBEX35 y cuál es su composición.
- En el cuarto bloque, se desarrolla la parte práctica del trabajo, donde conocemos cuáles son los mejores activos para invertir, por medio de la SML y los rendimientos ofrecidos por la Razón de Sharpe de cada activo.
- En el quinto bloque, exponemos las conclusiones que nos han dejado la parte teórica y práctica de este trabajo.



## **I. TEORÍA DE CARTERAS I. INTRODUCCIÓN**

### **1. Coste de capital, coste de oportunidad y rendimiento de mercado**

Existen gran cantidad de títulos en el mercado de valores en los que invertir, y ello, además de brindar al inversor un gran abanico de posibilidades, también supone tener que lidiar con una enorme incertidumbre, al desconocer el riesgo asociado a cada activo. Así pues, la tarea del inversor consiste en analizar los títulos del mercado (estudiando la tendencia histórica de los activos, en cuanto a rendimiento y nivel de riesgo), para formar agrupaciones de distintos títulos que, según sus preferencias y su aversión al riesgo, se ajustan a sus objetivos de inversión. Estas agrupaciones de títulos, es lo que conocemos como **carteras**. Para formar estas carteras, el inversor dispone de un determinado capital destinado a ello, que deberá de invertir de forma que obtenga la mayor rentabilidad posible, en relación al riesgo que soporta.

En relación con lo anterior, hablamos del concepto de **coste de capital**, que “se define como la tasa de retorno o tipo de rendimiento interno mínimo, que todo proyecto de inversión debe proporcionar, para que el valor de mercado de las acciones de la empresa se mantenga sin cambios”<sup>1</sup>. Así pues, el inversor deberá tener en cuenta este concepto, e invertir en aquellas carteras que le reporten una rentabilidad que sea como mínimo igual a la que ofrecen las acciones de la empresa.

Otro concepto a tener en cuenta por el inversor es el **coste de oportunidad de las inversiones**, que se define como “lo que se deja de ganar por no tener el dinero invertido en otro sitio, distinto del que se encuentra en la actualidad. Por tanto, el planteamiento que habría que hacerse es **¿tengo invertido mi patrimonio de la mejor forma que sé hacerlo?** Es imposible no cometer nunca un error al invertir. Lo importante es reducir el número de errores y gestionarlos de la mejor

---

<sup>1</sup> Mascareñas, J. (2001). El coste del capital. Universidad Complutense de Madrid.



forma posible”<sup>2</sup>, con el objetivo de reducir el impacto que puedan tener en el futuro.

En nuestro caso, la pregunta sería ¿tengo invertido mi dinero en la mejor cartera posible?, y de no ser así, ¿qué puedo hacer para mejorar mi estimación de las mejores carteras?

Para resolver las preguntas anteriores, tenemos que definir antes más conceptos. El primero de ellos es el **rendimiento de mercado ( $r_m$ )**:

El rendimiento de la cartera de mercado, se define como "la variación que experimenta el índice bursátil<sup>3</sup>, en el que elegimos nuestra cartera, durante un determinado período de tiempo”<sup>4</sup>.

El rendimiento de la cartera de mercado, depende de:

- La prima de riesgo, “es la rentabilidad adicional que los inversores requieren, para compensar el riesgo de invertir en activos con riesgo en lugar de hacerlo en activos libre de riesgo. Se utiliza para comparar la rentabilidad de una acción, con la del activo libre de riesgo”<sup>5 6</sup>.
- La tasa de interés libre de riesgo ( $r_f$ ), son las Letras del Tesoro, ya que es el activo más seguro que existe, debido a que “no hay riesgo de insolvencia y el vencimiento de corto plazo, significa que sus precios son relativamente estables”<sup>7</sup>.

---

<sup>2</sup> El Coste de Oportunidad. Gregorio Hernández Jiménez (Invertiren bolsa.info) (Consultado el 22/02/2018)

[http://www.invertiren bolsa.info/articulo\\_el\\_coste\\_de\\_oportunidad.htm](http://www.invertiren bolsa.info/articulo_el_coste_de_oportunidad.htm)

<sup>3</sup> Un **índice bursátil**, es un promedio de precios de acciones, calculado seleccionando aquéllas acciones, que representan un mercado o un sector concreto.

<https://www.ig.com/es/explicacion-indices> (Consultado el 22/02/2018)

<sup>4</sup> Rendimiento del Mercado. Autor: Economía, E. D. (2006-2009). (Consultado el 22/02/2018) Economía 48. Obtenido de Economía48:

<http://www.economia48.com/#diccionariodeeconomia>

<http://www.economia48.com/spa/d/rendimiento-del-mercado/rendimiento-del-mercado.htm> (Consultado el 22/02/2018)

<sup>5</sup> Prima de Riesgo. Autor: Sevilla Arias, A. (2012). ECONOMIPEDIA (Consultado el 22/02/2018) <http://economipedia.com/definiciones/prima-de-riesgo.html>

<sup>6</sup> CINCO, D. (2012). Prima de riesgo y evolución de los mercados financieros. Cinco Días. Autor: Jason A. Voss y Juan Molina (Consultado el 22/02/2018)

[https://cincodias.elpais.com/cincodias/2012/03/30/economia/1333220147\\_850215.html](https://cincodias.elpais.com/cincodias/2012/03/30/economia/1333220147_850215.html)

<sup>7</sup> PRINCIPIOS DE FINANZAS CORPORATIVAS, 9ª Ed., Franklin Allen, Richard A. Brealey y Stewart Myers (Pág. 173)



El Rendimiento del Mercado, se calcula de la siguiente manera:

$$r_m = r_f + \text{Prima por riesgo}$$

Por tanto, vamos a definir el riesgo y sus implicaciones en la selección de carteras y títulos individuales.

## **2. Probabilidad subjetiva, como una forma de entender el cálculo del riesgo.**

El problema de seleccionar la mejor cartera para invertir, y la incertidumbre de hacerlo, se desarrolla en un panorama de riesgo<sup>8</sup>.

Según Gómez-Bezares (1998), existen 3 posibles panoramas o casos en el ámbito de la toma de decisiones. Así<sup>9</sup>:

- Caso de certeza: conocemos perfectamente lo que va a suceder, el problema será evaluar los resultados para tomar la mejor decisión.
- Caso de incertidumbre: no tenemos información sobre los valores futuros de las variables, no se pueden estimar probabilidades.
- Caso de riesgo: no sabemos los valores exactos de las variables, pero sí las probabilidades de los posibles resultados.

Estas 3 posibles situaciones, se definen en el ámbito estadístico como probabilidad subjetiva, ya que miden el grado de estimación que una persona prevé acerca de la posición de un parámetro. De esta forma, la persona utiliza su propia experiencia y conocimiento, para estimar los posibles resultados del parámetro<sup>10</sup>. Según Gómez-Bezares (1998), la probabilidad subjetiva es una forma de explicar la incertidumbre a la que

---

<sup>8</sup> Bezares, F. G. (2016, 4ª Edición). Gestión de carteras:(eficiencia, teoría de cartera, CAPM, APT). Desclée de Brouwer. Cap. 3 (Pág. 68)

<sup>9</sup> Gómez-Bezares, F. (1998, 6ª Edición). Las decisiones financieras en la práctica: inversión y financiación en la empresa. Desclée de Brouwer. Cap. 6 (Pág. 263)

<sup>10</sup> Walpole, R. E., Myers, R. H., & Myers, S. L. (1999). Probabilidad y estadística para ingenieros. Pearson Educación. (Pág. 276)



hacen frente los inversores a la hora de invertir. Esta incertidumbre, nos conduce al cálculo de probabilidades, como una forma de actuación lógica ante situaciones en que, se carece de información o esta es insuficiente para tomar decisiones.

Por último, el autor señala que “la certeza absoluta no se da, y el desconocimiento absoluto es raro”<sup>11</sup>, por tanto la situación más probable de las 3 posibles, es la situación o panorama de riesgo.

### **3. Cómo medir la variabilidad de las acciones.**

La variabilidad, se define como la capacidad que tiene una variable para cambiar de valor repentinamente. Por tanto, serán más arriesgadas aquellas acciones cuya variabilidad sea más elevada, siendo ésta la clave para medir el riesgo. Usaremos la **varianza y la desviación típica como medidas estadísticas de la variabilidad**. La razón, es que expresan de forma simplificada la variabilidad de los posibles resultados, sin tener que mostrar todos los escenarios y resultados posibles.

La expresión matemática de ambos estadísticos es:

$$\text{Varianza: } \sigma^2(\tilde{r}_m) = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N (\tilde{r}_{mt} - r_m)^2$$

- $\tilde{r}_m$ : Rendimiento mercado
- $r_m$ : Media de los valores  $\tilde{r}_{mt}$
- N: Número de observaciones

$$\text{Desviación típica: } \sigma(\tilde{r}_m) = \sqrt{\sigma^2(\tilde{r}_m)}$$

La desviación típica y la varianza tienen finalidades distintas. La desviación típica es la más utilizada para medir la variabilidad, al estar expresada en las mismas unidades que la tasa de rendimiento; y la varianza, se utiliza para calcular la proporción de la variabilidad, que se

---

<sup>11</sup> Gómez-Bezares, F. (1998, 6ª Edición). Las decisiones financieras en la práctica: inversión y financiación en la empresa. Desclée de Brouwer. Cap. 6 (Pág. 266)



atribuye a una acción o un activo financiero. Además, son índices naturales de riesgo, lo que significa que siempre que los rendimientos sigan una distribución normal, varianza y desviación típica medirán el riesgo correctamente<sup>12</sup>. Los rendimientos históricos de cualquier acción, se parecen mucho a una distribución normal, siempre que se usen intervalos de tiempo lo bastante pequeños (días, semanas...)<sup>13</sup>. Por tanto, varianza y desviación típica, como índices naturales de riesgo, permiten que en el corto plazo el inversor solo tenga que tener en cuenta la desviación típica y el rendimiento esperado, para la elección de la mejor inversión.

Como veremos, en el largo plazo estos estadísticos no muestran el riesgo correctamente, ya que la alta variabilidad hace que no se den distribuciones normales.

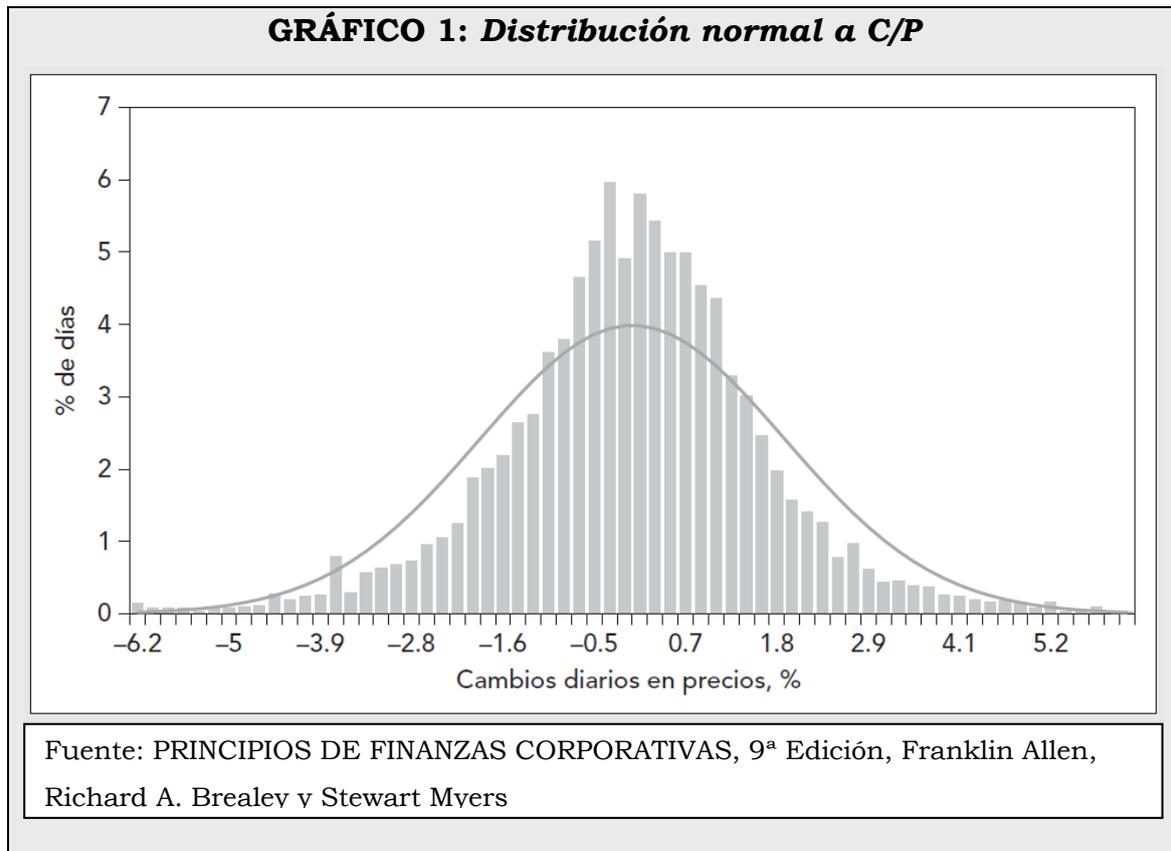
---

<sup>12</sup> PRINCIPIOS DE FINANZAS CORPORATIVAS, 9ª Ed., Franklin Allen, Richard A. Brealey y Stewart Myers (Pág. 183)

<sup>13</sup> PRINCIPIOS DE FINANZAS CORPORATIVAS, 9ª Ed., Franklin Allen, Richard A. Brealey y Stewart Myers (Pág. 207)



El siguiente gráfico, muestra las ideas anteriores acerca del corto plazo:



En el gráfico anterior se representa la variación-media diaria del precio de las acciones de IBM, para el período 1986 – 2006. Como se puede apreciar visualmente en los gráficos de barras, la mayor parte de los días el precio de las acciones de IBM osciló por la parte central del gráfico, lo que indica que la mayor variabilidad se produce en esa zona. Esta variabilidad también se observa a través de la línea superior que bordea el gráfico, y que asociamos directamente con la distribución normal o campana de Gauss. La idea es la misma que con las barras, pero en este caso, la variabilidad se mide por la mayor o menor amplitud de la curva superior. Este método no sirve en el largo plazo, debido a que las medidas de posición no son centrales o estables en el tiempo, como sí ocurre en el corto plazo, y tienden a variar con mucha frecuencia.



Esta afirmación surge del hecho de que varianza y desviación típica sólo tienen sentido con medidas de posición central<sup>14</sup> o estables en el tiempo<sup>15</sup>, por lo que sólo se utilizan como medidas de la variabilidad en el corto plazo. Sin embargo, la gran mayoría de las rentabilidades de activos financieros no siguen una distribución normal o simétrica, y presentan una clara asimetría en su distribución de probabilidad, lo que dificulta mucho la estimación de la variabilidad o riesgo en la inversión.

Como conclusión, si se quiere medir la variabilidad de una acción o cartera de acciones usando estos estadísticos, lo mejor es usar medias diarias históricas que se ajusten a la distribución normal, ya que nos mostrarán adecuadamente el riesgo al que nos enfrentamos.

#### **4. Diversificación**

La **diversificación**, consiste en añadir a nuestra cartera activos con diferentes características, a fin de reducir el riesgo total de la cartera. Así, la diversificación nos ayuda a obtener mejores resultados de variabilidad y en consecuencia de riesgo, y nos sirve a la vez como herramienta, para configurar las inversiones.

La variabilidad, no refleja la variabilidad-media de todos los activos financieros que componen la cartera, esto se debe a que “la diversificación reduce la variabilidad”<sup>16</sup>.

La razón de esto, es que los precios de las acciones no evolucionan en el mismo sentido, al no existir correlación perfecta (tanto positiva como negativa). Lo que permite que, si una o varias acciones sufre una caída de precio, ésta pueda ser compensada con un aumento de las demás, reduciendo así la pérdida potencial.

---

<sup>14</sup> Las medidas de tendencia central, son medidas estadísticas que pretenden resumir en un solo valor, a un conjunto de valores. Representan un centro, en torno al cual se ubica el conjunto de los datos. Las medidas de tendencia central más utilizadas son: media, mediana y moda.

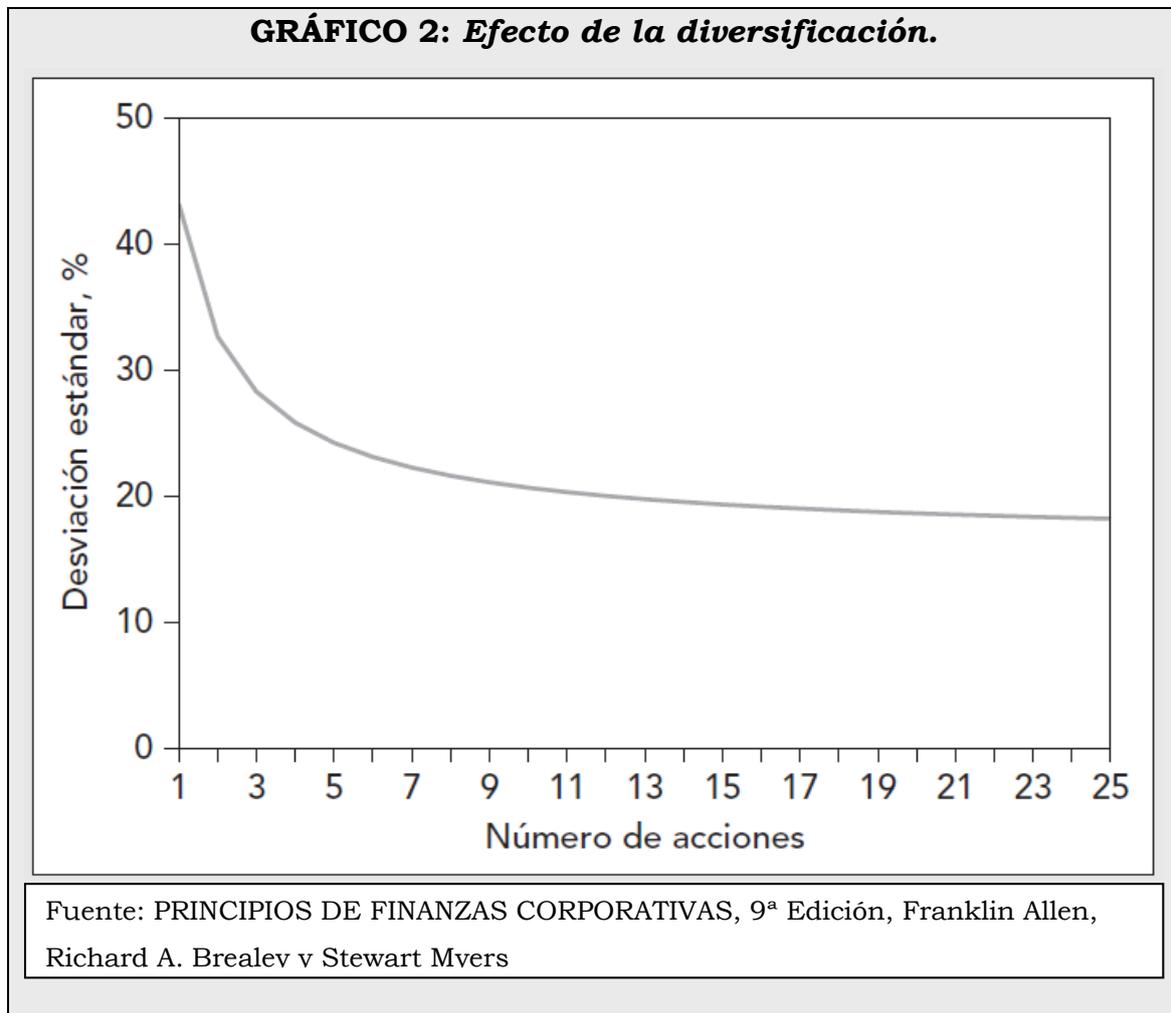
Quevedo, F. (2011). Medidas de tendencia central y dispersión. Medwave, Vol. 11. N°3.

<sup>15</sup> Novales, A. (Enero 2016). Midiendo el riesgo en mercados financieros. Universidad Complutense, Madrid, España.

<sup>16</sup> PRINCIPIOS DE FINANZAS CORPORATIVAS, 9ª Ed., Franklin Allen, Richard A. Brealey y Stewart Myers (Pág. 187)



La gráfica siguiente, representa el efecto de la diversificación:



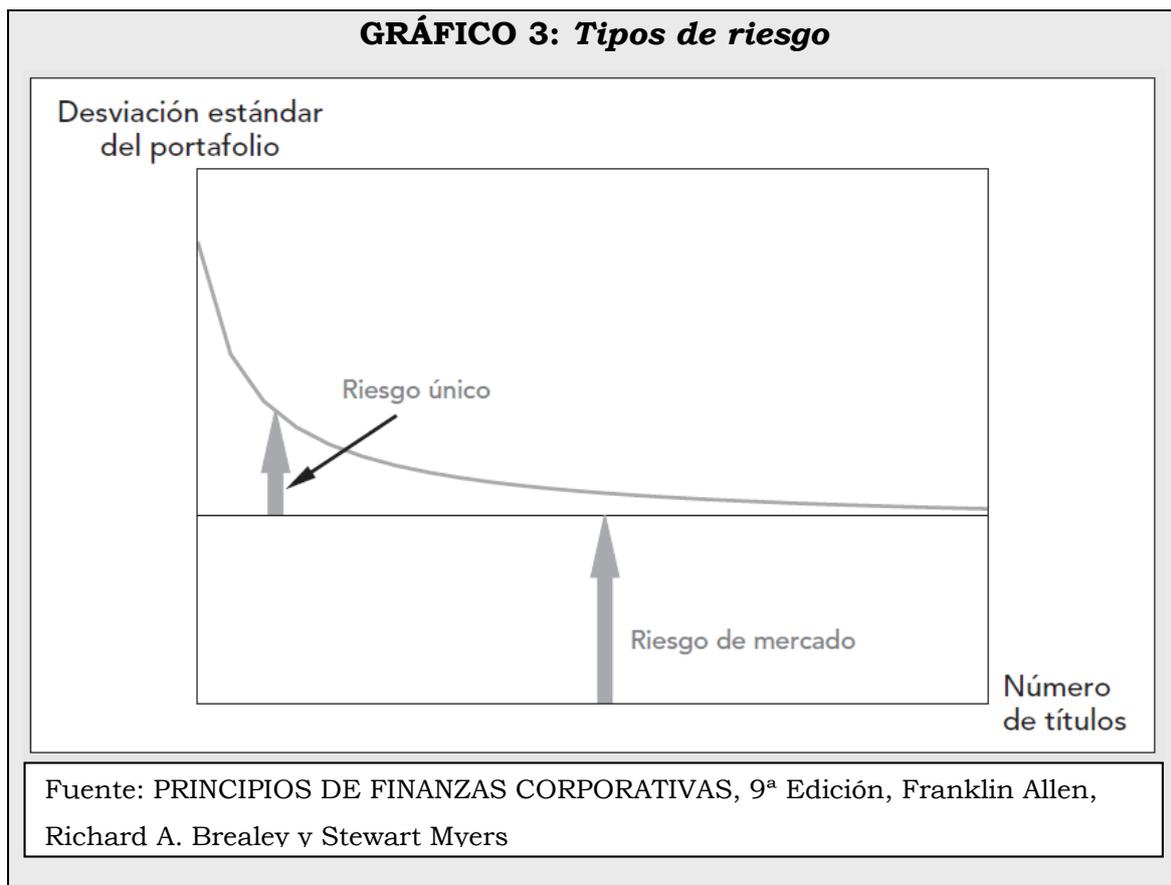
Como podemos observar, gran parte de la ganancia que ofrece la diversificación se obtiene con pocas acciones, pero conforme aumentamos el número de acciones de la cartera la ganancia se reduce.



La diversificación, divide el riesgo de una inversión en 2 tipos:

- **Riesgo único (no sistemático):** es el riesgo que teóricamente puede ser eliminado por medio de la diversificación, y que se deriva de las circunstancias particulares (beneficios/pérdidas superiores a las esperados, aumento/disminución de la cuota de mercado, crecimiento/recesión del sector de la empresa, etc.) que rodean a cada empresa y sus competidores.
- **Riesgo de mercado (sistemático):** es el riesgo que no puede ser reducido por medio de la diversificación. Son circunstancias que afectan a toda la economía en general (una guerra, recesión de la economía, intervenciones del banco central, etc.).

Estos dos tipos de riesgos, aparecen reflejados en el siguiente gráfico:



En el gráfico se muestran los dos tipos de riesgos definidos con anterioridad, y representa como la diversificación puede reducir hasta la



mínima expresión el riesgo único, mostrando la idea de que una cartera correctamente diversificada solamente debería presentar riesgo de mercado.

#### **4.1. Calculando el riesgo de la cartera.**

Ya hemos visto como la diversificación reduce considerablemente la variabilidad, y como la pendiente negativa muestra que, cuantos más títulos tenga la cartera, menor será la ganancia de la diversificación.

Para entender completamente su efecto, debemos conocer también cómo el riesgo individual de cada acción, condiciona el riesgo total de la cartera. Para ello, hay que tener en cuenta la correlación y su impacto sobre la cartera de inversión, ya que determinará el nivel de riesgo que soportará la inversión.

La correlación, mide la relación lineal existente entre dos variables, y nos dirá si dos acciones varían conjuntamente o no. Se pueden diferenciar 3 tipos de correlación:

- **$\rho = +1$ : correlación perfecta positiva**, si una acción aumenta o disminuye su precio/rendimiento la otra también lo hace, y en la misma intensidad.
- **$\rho = 0$ : no existe correlación**, los valores que toman las acciones son totalmente aleatorios, sin que haya ningún tipo de relación.
- **$\rho = -1$ : correlación perfecta negativa**, si una acción aumenta o disminuye su precio/rendimiento la otra reacciona de forma opuesta, y en la misma intensidad.

Hemos dicho anteriormente que la diversificación reduce el riesgo porque no existe correlación perfecta (tanto positiva como negativa) entre acciones. Si existiera dicha correlación, la variabilidad se calcularía con la media ponderada de las desviaciones típicas de las acciones.

En esta situación de ausencia de correlación perfecta (tanto positiva como negativa), la forma correcta de calcular el riesgo o



variabilidad del portafolio o cartera, es mediante la **matriz de varianzas-covarianzas**.

Su expresión matemática para 3 acciones es:

$$\begin{pmatrix} x_i^2 \sigma_i^2 & x_i x_j \sigma_{ij} & x_i x_k \sigma_{ik} \\ x_i x_j \sigma_{ij} & x_j^2 \sigma_j^2 & x_j x_k \sigma_{jk} \\ x_i x_k \sigma_{ik} & x_j x_k \sigma_{jk} & x_k^2 \sigma_k^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^2 \sigma_1^2 & x_1 x_2 \sigma_{12} & x_1 x_3 \sigma_{13} \\ x_1 x_2 \sigma_{12} & x_2^2 \sigma_2^2 & x_2 x_3 \sigma_{23} \\ x_1 x_3 \sigma_{13} & x_2 x_3 \sigma_{23} & x_3^2 \sigma_3^2 \end{pmatrix}$$

Donde:

- $x_i^2, x_j^2, x_k^2$ : porcentaje de cada acción (i, j, k) invertido, al cuadrado.
- $\sigma_i^2, \sigma_j^2, \sigma_k^2$ : varianzas de los rendimientos de las acciones (i, j, k).
- $\sigma_{ij}, \sigma_{ik}, \sigma_{jk}$ : covarianza de los rendimientos entre acciones ( $\sigma_{ij} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$ ,  $\sigma_{ik} = \rho_{ik} \sigma_i \sigma_k$ ,  $\sigma_{jk} = \rho_{jk} \sigma_j \sigma_k$ )
- $\rho_{ij}, \rho_{ik}, \rho_{jk}$ : correlación entre los rendimientos de las acciones.
- $\sigma_i, \sigma_j, \sigma_k$ : desviaciones típicas de los rendimientos de las acciones (i, j, k).

La varianza total de la cartera, se obtiene de la suma de todos los elementos que componen la matriz:

$$\begin{aligned} \text{Varianza del portafolio} &= x_i^2 \sigma_i^2 + x_j^2 \sigma_j^2 + x_k^2 \sigma_k^2 + 2(x_i x_j \sigma_{ij}) \\ &\quad + 2(x_i x_k \sigma_{ik}) + 2(x_j x_k \sigma_{jk}) \end{aligned}$$

Conforme la correlación es cada vez menor, la desviación típica también descende, tanto es así, que la mayor ganancia de la diversificación, se produce cuando la correlación es perfecta negativa ( $\rho = -1$ ), ya que existe la posibilidad de reducir por completo el riesgo único.

Conforme aumentamos el número de títulos de la cartera, cada vez hay más covarianzas en relación a las varianzas, por lo que se puede decir que “la variabilidad de un portafolio bien diversificado, refleja



principalmente las covarianzas”<sup>17</sup>. Así pues, la covarianza promedio representa el riesgo de mercado, o riesgo que no puede reducirse con la diversificación. Por tanto, si hemos aplicado correctamente la diversificación, debería cumplirse que: “El riesgo de un portafolio bien diversificado, depende del riesgo de mercado de los títulos que ésta incluye.”<sup>18</sup>

El riesgo de mercado, trata de cuantificar cómo contribuye cada acción, al riesgo total de una cartera correctamente diversificada. Para ello, se calcula la sensibilidad de la acción ante movimientos en el mercado, representada como **beta ( $\beta$ )**. La beta de cada acción ( $\beta_i$ ) se calcula así:

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$$

Donde:

$\sigma_{iM}$ : covarianza entre los rendimientos de la acción y los del mercado.

$\sigma_M^2$ : varianza de los rendimientos del mercado

Así, si:

- $\beta > 1$ : el título se mueve más rápido que el mercado.
- $\beta = 1$ : el título se mueve al mismo ritmo que el mercado.
- $\beta < 1$ : el título se mueve más lento que el mercado.

La beta representa la contribución individual de cada título, al riesgo total del portafolio o cartera. Por tanto, el riesgo total de la cartera, será simplemente la beta promedio de los títulos que conforman la cartera.

---

<sup>17</sup> PRINCIPIOS DE FINANZAS CORPORATIVAS, 9ª Ed., Franklin Allen, Richard A. Brealey y Stewart Myers (Pág. 192)

<sup>18</sup> PRINCIPIOS DE FINANZAS CORPORATIVAS, 9ª Ed., Franklin Allen, Richard A. Brealey y Stewart Myers (Pág. 193)



Para calcular la **beta del portafolio** ( $\beta_P$ ), procederemos así:

$$\beta_P = x_1\beta_1 + x_2\beta_2 + x_3\beta_3 + \dots + x_i\beta_i$$



$$\beta_P = \sum_{i=1}^n x_i\beta_i$$

Donde:

$x_i$ : peso de cada acción, sobre el total de la inversión.

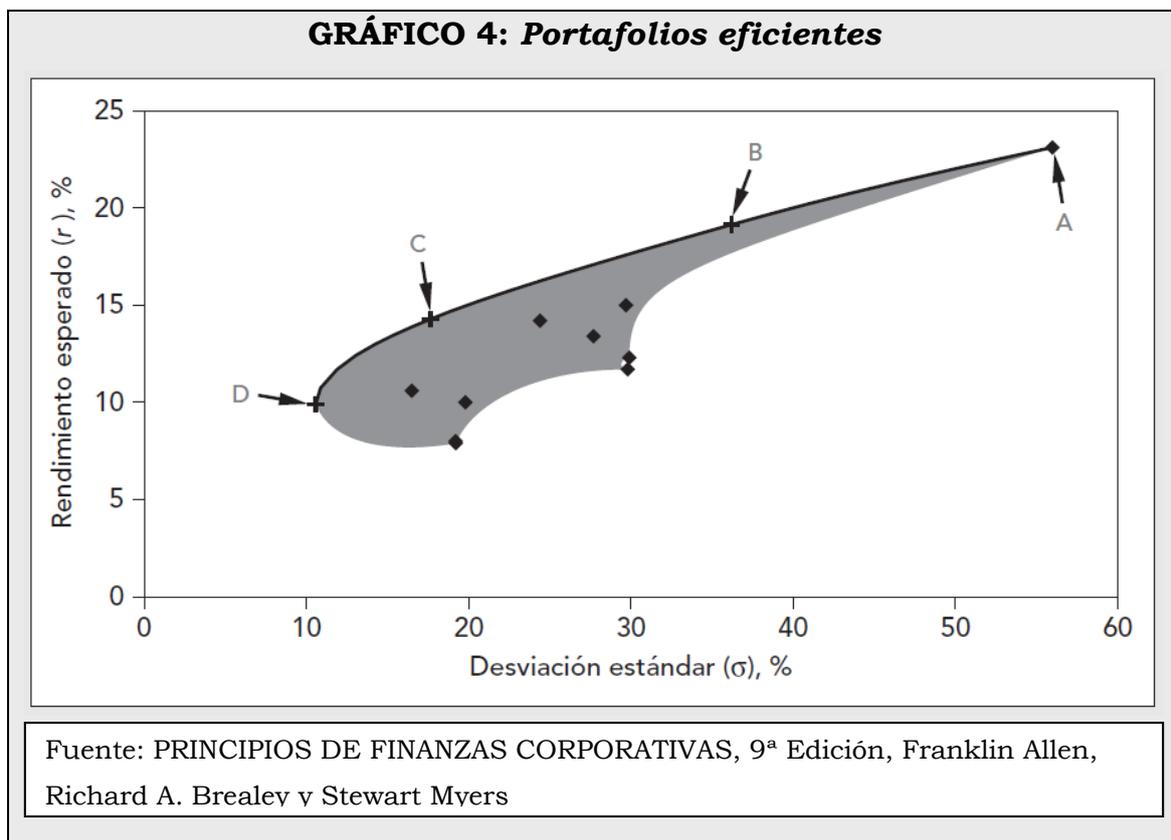
$\beta_i$ : beta de cada acción.



## II. TEORÍA DE CARTERAS II. MODELOS TEÓRICOS DE ANÁLISIS

### 1. Markowitz y los portafolios eficientes.

La diversificación, permite al inversor tener mayor variedad de riesgo y rendimiento para elegir, y esta elección, dependerá de su mayor o menor tolerancia al riesgo. Además, quieren obtener el máximo rendimiento de su inversión, asumiendo el menor riesgo posible. Los portafolios que reúnen estas características, se denominan **portafolios eficientes** (Markowitz, 1952), y son mejores que cualquier otro, porque con ellos obtenemos el mayor rendimiento posible para un nivel de riesgo. El gráfico siguiente, ilustra cuáles son esos portafolios eficientes:



En el gráfico podemos observar que:

- La parte sombreada representa **todas las combinaciones** posibles de rendimiento y riesgo, con las acciones que tenemos.
- Los rombos sobre el sombreado muestran **combinaciones ineficientes** de acciones, estas combinaciones ofrecen una



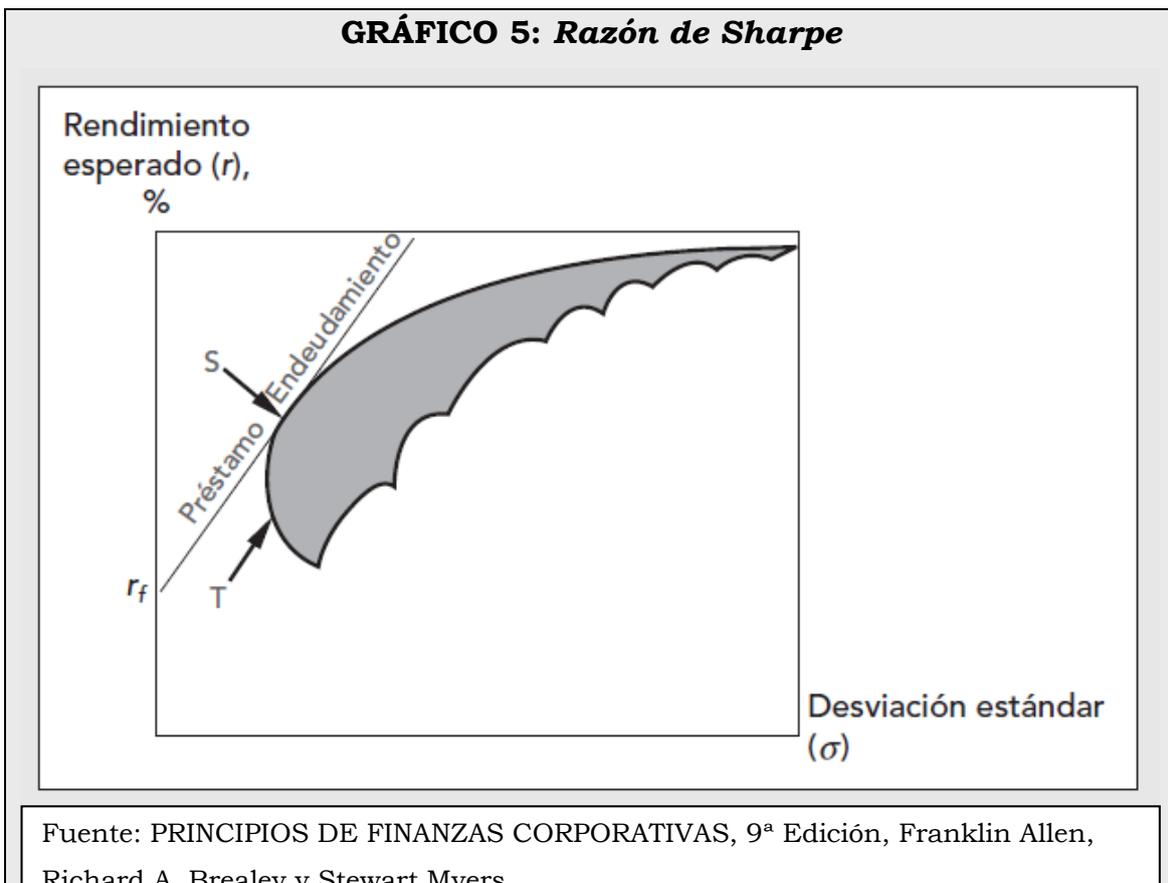
rentabilidad más baja de la que podríamos obtener para el mismo nivel de riesgo, y por tanto no son la mejor opción posible.

- La línea negra de la parte superior, representa las **combinaciones eficientes** que podrían hacerse con las acciones. Así se muestran 4 posibles portafolios o carteras eficientes, con las letras D, C, B y A, ordenados de menor a mayor riesgo, siendo “D” la opción más segura y “A” la más arriesgada.

## 1. Razón de Sharpe.

Cualquier inversor, además de invertir parte de su dinero en una cartera de acciones ("S"), puede destinar el resto de su presupuesto a invertir en Letras del Tesoro, obteniendo una combinación aleatoria de rendimiento y riesgo, que se sitúa entre la tasa de interés libre de riesgo ( $r_f$ ) y la cartera en cuestión ("S").

**GRÁFICO 5: Razón de Sharpe**



En el gráfico 5, se observa que la línea curva se extiende más allá de la cartera ("S"), debido a la consideración del endeudamiento como



posibilidad real. Esto es, la posibilidad de invertir todo en la cartera “S”, y pedir prestado dinero a la tasa de interés libre de riesgo ( $r_f$ ), para aumentar la inversión de alguno de los activos que forman la cartera.

Asimismo, conforme nos acercamos al punto “S” de la gráfica, cada vez tenemos más inversión en la cartera “S”, y menos en las Letras del Tesoro. De tal forma que, en la parte central del camino entre  $r_f$  y la cartera “S”, tenemos el 50% de la inversión en Letras del Tesoro y el otro 50% restante en la cartera “S”.

De los portafolios o carteras eficientes que se ubican en la parte superior de la curva de la figura, el portafolio “S” es el mejor de todos debido a que se encuentra en el punto de tangencia entre dicha curva y “S”. Esta afirmación, viene del hecho de que en ese punto de tangencia en el que coinciden  $r_f$  y “S”, se produce la razón de prima de riesgo a desviación estándar más elevada, y por ello “S” es el mejor portafolio eficiente de todos. Y podemos decir que no existe otra combinación de activos que proporcione mayor rentabilidad a un menor riesgo.

Esta razón de prima de riesgo a desviación estándar, se conoce como “Razón de Sharpe”, y matemáticamente se expresa así:

$$\text{Razón de Sharpe} = \frac{\text{Prima de Riesgo}}{\text{Desviación Estándar}} = \frac{r_p - r_f}{\sigma_p}$$

Y es mejor cuanto mayor sea la ratio.



## **2. El Modelo de Valoración de activos de capital o CAPM (Capital Asset Pricing Model).**

### **2.1. Suposiciones del CAPM**

Los supuestos de partida del modelo son:

- Los individuos son adversos al riesgo.
- Es un modelo plurianual, lo que significa que está pensado para inversiones a largo plazo.
- Se basa en el equilibrio del mercado, de tal forma que la oferta de activos financieros es igual a la demanda.
- Los inversores buscan el equilibrio entre el rendimiento de la inversión y su riesgo, para formar sus carteras de activos.
- Existe una tasa libre de riesgo, a la cual los individuos pueden prestar y/o endeudarse en cantidades ilimitadas.
- El mercado es de competencia perfecta, y existen gran cantidad de compradores y vendedores. Además, estos compradores y vendedores son precio-aceptantes, de manera que ninguno de los dos grupos puede influir en el precio.
- Todos los inversores disponen de la misma información para invertir, y por ello, tienen la misma perspectiva de rentabilidad y riesgo para cada activo.

### **2.2. Concepto de CAPM**

El Modelo de Valoración de activos de capital o CAPM, surgió de las aportaciones individuales de Jack L. Treynor, William Sharpe, John Lintner y Jan Mossin, y es una continuación de los trabajos de Harry Markowitz sobre la diversificación y la Teoría Moderna de Carteras.

Sabemos que las Letras del Tesoro son la inversión más segura, ya que su rendimiento es fijo y no se ve afectado por las variaciones en el mercado. Por esta razón, las Letras del Tesoro tienen una beta de 0.



Por otro lado, tenemos el portafolio o la cartera de mercado de acciones ordinarias, que es una inversión de mayor riesgo que las Letras del Tesoro, debido a que su rendimiento no es fijo y se ve afectado por variaciones en el mercado. Por esta razón, el portafolio de mercado de acciones ordinarias tiene una beta de 1. Por tanto, como el portafolio de mercado tiene mayor riesgo que las Letras del Tesoro, ofrece un rendimiento superior a éstas. A esta diferencia de rendimientos se le denomina Prima de riesgo del Mercado, y se calcula con la siguiente fórmula:

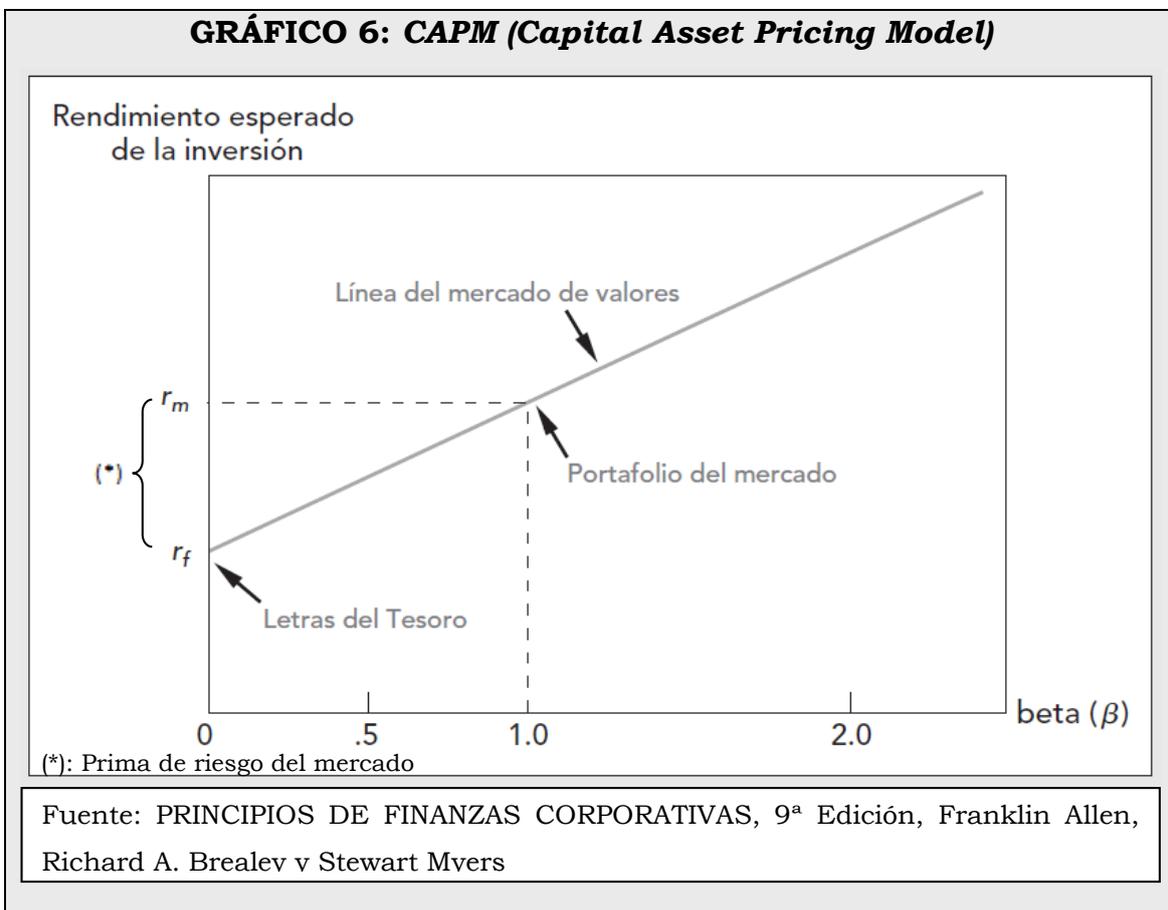
$$\text{Prima de riesgo del mercado} = r_m - r_f$$

Donde:

$r_m$ : es el rendimiento del Mercado.

$r_f$ : es el rendimiento de las Letras del Tesoro.

**GRÁFICO 6: CAPM (Capital Asset Pricing Model)**





En el gráfico 6, se representa la relación lineal y directa existente entre rendimiento y riesgo. Por ello, las letras del tesoro al ser la inversión más segura ofrecen el menor riesgo y el menor rendimiento, mientras que el portafolio de mercado al ser una inversión más arriesgada, ofrece más rendimiento al tener mayor riesgo. El rendimiento que nos dé demás una inversión cualquiera, en comparación con las Letras del Tesoro, se conoce como **prima de riesgo del mercado**.

El **CAPM (Capital Asset Pricing Model)**, trata de calcular la prima de riesgo esperada cuando la beta no es 0 ni 1, con el objetivo de poder calcular la prima de riesgo de cualquier inversión. Para ello, el modelo dice que siempre que se trate de un mercado competitivo, la prima de riesgo fluctúa en proporción directa con beta. Lo que significa que, gráficamente, todas las inversiones deberían situarse sobre la "Línea del Mercado de Valores" o SML (Security Market Line).

Esta relación directa entre la prima de riesgo y beta ( $\beta$ ), se representa con la siguiente fórmula:

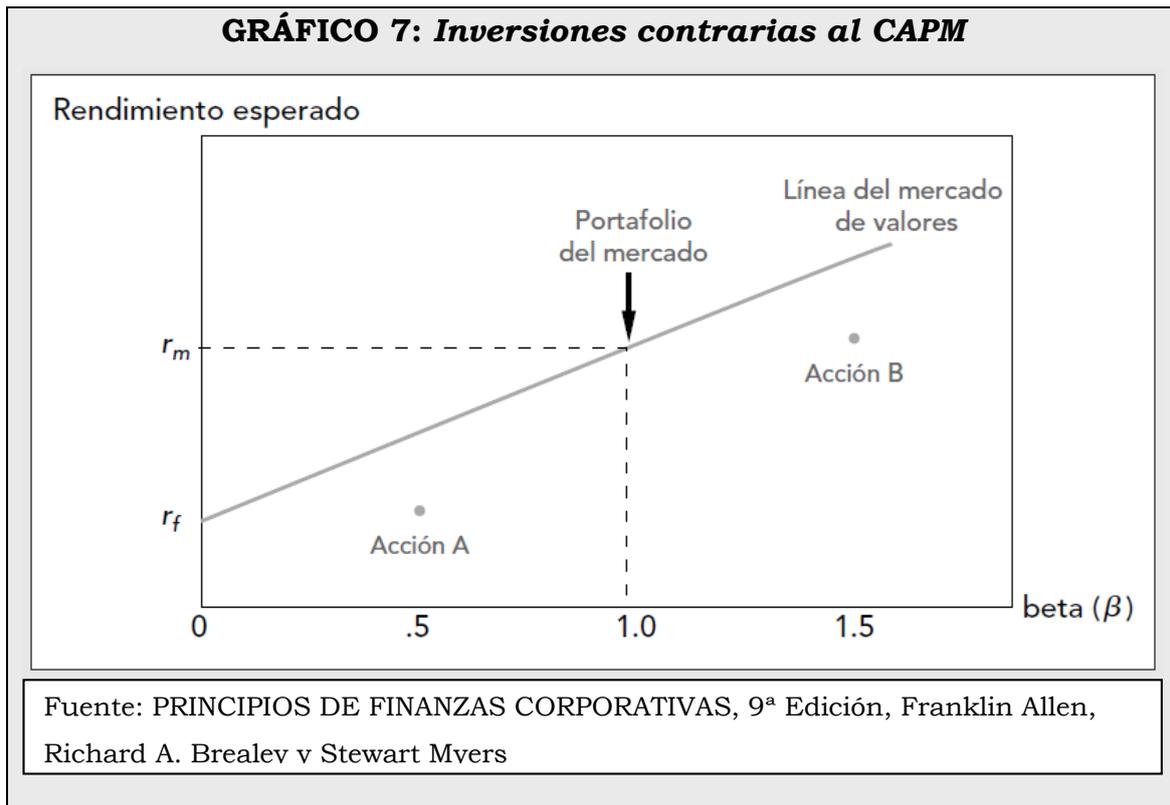
$$\text{CAPM} \implies r - r_f = \beta(r_M - r_f)$$



### 2.3. Inversiones que no coinciden con la "línea del mercado de valores".

De acuerdo con el CAPM todas las inversiones deben situarse sobre la "Línea del Mercado de Valores", y vamos a justificar por qué.

El siguiente gráfico, muestra dos ejemplos de inversiones por debajo de la "línea del mercado de valores":



En el gráfico, tanto A como B son inversiones ineficientes, porque se sitúan por debajo de la línea del mercado de valores. Esto se debe a que se podría obtener un mayor rendimiento de ellas, invirtiendo más en el portafolio de mercado y menos en las Letras del Tesoro en el caso de A; y en el caso de B, endeudándose más a la tasa de interés libre de riesgo para invertir en alguna acción de las que componen la cartera.

Además de lo anterior, A y B son ineficientes porque la prima de riesgo que ofrecen ( $r - r_f$ ), es inferior a la prima de riesgo del mercado por beta ( $\beta(r_M - r_f)$ ), lo que las hace menos atractivas para los inversores.



Del mismo modo que no puede haber inversiones por debajo de la “Línea del Mercado de Valores”, tampoco podrá haber por encima de ella. Si hubiera alguna inversión por encima de la “Línea del Mercado de Valores”, todo el mundo optaría por ella porque ofrece mayor rentabilidad por el mismo riesgo, pero este hecho haría que su precio se incrementara y por tanto que cayera su demanda, lo que provocaría que volviera a situarse sobre la “Línea del Mercado de Valores”. Por tanto, todas deben situarse sobre la “línea del mercado de valores”.

## **2.4. Restricciones del CAPM**

- El modelo está limitado a 2 períodos, por lo que para usarlo, debemos establecer un horizonte temporal de 2 años como máximo, puesto que para un período más largo las betas de los activos no serían estables.
- El modelo se centra en valores esperados, y no permite realizar ningún tipo de análisis al finalizar los 2 años. Por ello, hay que suponer que en términos generales la rentabilidad real es igual a la esperada, por lo que la rentabilidad pasada y la actual guardan algún tipo de relación, o lo que es lo mismo, asume que el pasado afecta al presente.
- El modelo asume que todos los inversores disponen de la misma información, y se ponen de acuerdo para estimar el riesgo y rendimiento esperado de todos los activos.
- El modelo asume que, dada una rentabilidad, los inversores prefieren el menor riesgo posible, y dado un nivel de riesgo prefieren la mayor rentabilidad posible. Con esto, pretende mostrar las decisiones más razonables de los inversores, y dejar fuera cualquier otra decisión que no siga esta lógica, limitando las elecciones de los inversores a estas dos.
- El modelo muestra un portafolio o cartera de mercado que incluye todos los activos de todos los mercados. De esta forma nos muestra un perfil de inversor, cuyo único criterio de decisión a la hora de invertir es la relación rentabilidad-riesgo que presenten los activos, sin que influya en su decisión el mercado en el que se encuentre el activo.



- El CAPM supone betas constantes, porque establece que el riesgo no varía a lo largo de la inversión. Esto provoca estimaciones irreales de las betas, ya que, según la mayoría de profesionales y académicos, el riesgo es de naturaleza variable y no estático como supone el modelo.

### 3. Modelos alternativos

Debido a las limitaciones del CAPM, surgen nuevos modelos con el objetivo de dar una visión más real del riesgo soportado, a la vez que ayudar a los inversores a tomar decisiones más precisas en sus inversiones. Estos modelos alternativos son:

#### 3.1. CAPM de consumo

El modelo de Douglas Breeden, mide el riesgo de un título a través de la sensibilidad de éste ante cambios en el consumo de los inversores. Así, según este modelo el rendimiento esperado debería cambiar por la beta de consumo y no por la beta de mercado.

En el CAPM original, el inversor sólo se preocupaba por la cantidad (rendimiento) e incertidumbre (riesgo) de su riqueza futura. Esta riqueza futura, está perfectamente correlacionada con el rendimiento del portafolio de mercado, siempre que la beta ( $\beta$ ) sea igual a 1. Esto es así porque:

Si  $\beta=1$ :

$$r - r_f = \beta(r_M - r_f)$$

$$r - r_f = 1(r_M - r_f)$$

$$r - r_f = r_M - r_f$$

$$r = r_M - r_f + r_f$$

$$\mathbf{r = r_M}$$

---

Si  $\beta=0,8$ :

$$r - r_f = \beta(r_M - r_f)$$

$$r - r_f = 0,8(r_M - r_f)$$

$$r - r_f = 0,8r_M - 0,8r_f$$

$$r = 0,8r_M - 0,8r_f + r_f$$

$$\mathbf{r = 0,8r_M + 0,2r_f}$$

---



Si  $\beta=1,2$ :

$$r - r_f = \beta(r_M - r_f)$$

$$r - r_f = 1,2(r_M - r_f)$$

$$r - r_f = 1,2r_M - 1,2r_f$$

$$r = 1,2r_M - 1,2r_f + r_f$$

$$\mathbf{r = 1,2r_M - 0,2r_f}$$

Por tanto, únicamente se obtendrá la correlación perfecta entre el rendimiento esperado (riqueza futura) y el rendimiento del portafolio de mercado, cuando  $\beta=1$ .

**TABLA 1: Principales diferencias entre CAPM original y CAPM de consumo.**

<b>CAPM Original</b>	<b>CAPM de Consumo</b>
Se identifica un portafolio de mercado como referencia.	No se identifican portafolios de mercado
Mide el riesgo a través de la beta de mercado.	Mide el riesgo a través de la beta de consumo.
El rendimiento cambia por la beta de mercado.	El rendimiento cambia por la beta de consumo.
En el CAPM Original hay incertidumbre por el rendimiento.	En el CAPM de Consumo hay incertidumbre por el consumo.

Para poder aplicar el CAPM de consumo, hay que encontrar una forma de medir el consumo. Por ello, debido a la dificultad que esto conlleva, este modelo no tiene aplicaciones prácticas y por tanto no va más allá de la teoría.



### **3.2. Teoría de la fijación de precios por arbitraje o APT (Arbitrage Pricing Theory)**

La teoría de Stephen Ross (1976), a diferencia del CAPM no busca portafolios eficientes, sino que considera que los rendimientos de las acciones dependen de 2 tipos de elementos:

- Elementos externos: que afectan a todos y la empresa no puede controlar, los llamados “factores”. Proviene de circunstancias macroeconómicas que afectan a todos los activos sin distinción, y cuyo riesgo no es gestionable por la empresa.
- Elementos internos: que son específicos en cada empresa, y que llamamos “ruido”. Proviene de situaciones que afectan sólo a la empresa, y que ésta puede gestionar para reducir su impacto. Por ejemplo: normativas de contaminación en fábricas, aumento del precio

Según la APT, el rendimiento de las acciones sigue la siguiente relación:

$$\text{Rendimiento} = a + b_1(r_{\text{factor 1}}) + b_2(r_{\text{factor 2}}) + b_3(r_{\text{factor 3}}) + \dots + \text{ruido}$$

Donde:

**a**: es el rendimiento esperado cuando todos los factores son 0.

**r<sub>factor X</sub>**: son los factores con fuerte influencia sobre los rendimientos.

**b<sub>X</sub>**: es la sensibilidad de la acción a los factores.

Pues bien, la prima de riesgo esperada de una acción está afectada únicamente por el riesgo de mercado. Por ello, la APT sostiene que la prima de riesgo esperada de una acción depende, de la prima de riesgo esperada de cada factor y de la sensibilidad de la acción a cada uno de los factores. Por tanto:

$$\text{Prima de riesgo esperada} = r - r_f = b_1(r_{\text{factor 1}} - r_f) + b_2(r_{\text{factor 2}} - r_f) + \dots$$



La fórmula hace 2 afirmaciones:

- 1) Si las “b” de la fórmula tienen un valor de 0, la prima de riesgo esperada también es 0. Un portafolio diversificado que no tenga sensibilidad a los factores macroeconómicos no tendrá riesgo, y por tanto su rendimiento será el de la tasa libre de riesgo. Matemáticamente:

$$r - r_f = b_1(r_{\text{factor 1}} - r_f) + b_2(r_{\text{factor 2}} - r_f) + \dots$$

$$r - r_f = 0(r_{\text{factor 1}} - r_f) + 0(r_{\text{factor 2}} - r_f) + 0 \dots$$

$$r - r_f = 0$$

$$\mathbf{r = r_f}$$

De la igualdad anterior, se pueden dar 2 casos:

- Si  $\mathbf{r > r_f}$ : los inversores obtienen una ganancia libre de riesgo (“por arbitraje”), al vender las letras del tesoro e invertir todo en el portafolio.
  - Si  $\mathbf{r < r_f}$ : los inversores obtienen una ganancia por arbitraje, al vender el portafolio e invertir todo en letras del tesoro
- 2) Si construimos un portafolio diversificado, con sensibilidad a un determinado factor, el portafolio ofrecerá una prima de riesgo que fluctuará en proporción directa al factor más sensible.

El arbitraje descrito se utiliza con portafolios bien diversificados, cuyo único riesgo es el riesgo de mercado, pero también es aplicable a acciones individuales.

Cada acción tiene que ofrecer un rendimiento esperado, proporcional a su contribución al riesgo del portafolio. Esa contribución, depende de la sensibilidad del rendimiento de la acción a variaciones en los factores macroeconómicos.



### **III. El IBEX35®**

#### **1. Concepto**

El IBEX35, es el índice bursátil más importante en España, y lo elabora Bolsas y Mercados Españoles (BME). Se utiliza como una referencia de la situación de la bolsa española, y está formado por las 35 empresas con mayor liquidez que cotizan en el Sistema de Interconexión Bursátil. Este Sistema de Interconexión Bursátil, lo forman las 4 bolsas españolas situadas en Madrid, Barcelona, Bilbao y Valencia. Es un índice ponderado por capitalización bursátil, lo que significa que, según el valor total de las acciones de la empresa, tendrás más o menos importancia en el IBEX35.

Las compañías con mayor número de operaciones bursátiles (compras y ventas) son las que aparecerán en el IBEX35, con independencia del sector económico del que provengan.

Por último, formar parte del IBEX35 supone también tener cierto prestigio en el mundo empresarial tanto a nivel nacional como internacional, ya que el hecho de pertenecer al indicador más importante del país, hace ver a los demás que estás gestionando correctamente tu empresa.



## 2.Composición (ACTUALIZADO el 28/06/2018)

**TABLA 2: Composición del IBEX35**

<b>Nº</b>	<b>TICKER</b>	<b>EMPRESA</b>	<b>SEDE</b>	<b>ISIN</b>
1	ANA	ACCIONA	Madrid	ES0125220311
2	ACX	ACERINOX	Madrid	ES0132105018
3	ACS	ACTIVIDADES DE CONSTR. Y SERVICIOS	Madrid	ES0167050915
4	AENA	AENA	Madrid	ES0105046009
5	AMS	AMADEUS	Madrid	ES0109067019
6	MTS	ARCELORMITTAL	Ciudad de Luxemburgo	LU0323134006
7	BKIA	BANKIA	Valencia	ES0113307021
8	BKT	BANKINTER	Madrid	ES0113679137
9	BBVA	BANCO BILBAO VIZCAYA ARGENTARIA	Bilbao	ES0113211835
10	CABK	CAIXABANK	Valencia	ES0140609019
11	CLNX	CELLNEX TELECOM	Madrid	ES0105066007
12	CIE	CIE AUTOMOTIVE	Bilbao	ES0105630315
13	DIA	DISTRIB. INTL. ALIMENTACIÓN	Las Rozas	ES0126775032
14	ENG	ENAGAS	Madrid	ES0130960018
15	ELE	ENDESA	Madrid	ES0130670112
16	FER	FERROVIAL	Madrid	ES0118900010
17	GAS	GAS NATURAL	Madrid	ES0116870314
18	GRF	GRIFOLS	Barcelona	ES0171996012
19	IAG	INTERNACIONAL AIRLINES GROUP	Madrid	ES0177542018
20	IBE	IBERDROLA	Bilbao	ES0144580Y14
21	ITX	INDITEX	Arteixo (Galicia)	ES0148396015
22	IDR	INDRA SISTEMAS	Alcobendas	ES0118594417
23	COL	INMOB. COLONIAL	Madrid	ES0139140174
24	MAP	MAPFRE	Majadahonda (Madrid)	ES0124244E34
25	TL5	MEDIASET	Alcobendas	ES0152503035
26	MEL	MELIA HOTELS INTL.	Palma de Mallorca	ES0176252718
27	MRL	MERLIN PROP.	Madrid	ES0105025003
28	REE	RED ELÉCTRICA CORPORACIÓN	Alcobendas	ES0173093115
29	REP	REPSOL	Madrid	ES0173516115
30	SAB	SABADELL	Alicante	ES0113860A34
31	SAN	SANTANDER	Santander	ES0113900J37
32	GAM	SIEMENS GAMESA	Zamudio (País Vasco)	ES0143416115
33	TRE	TECNICAS REUNIDAS	Madrid	ES0178165017
34	TEF	TELEFONICA	Madrid	ES0178430E18
35	VIS	VISCOFAN	Tajonar (Navarra)	ES0184262212

(\*)International Securities Identification Numbering: su finalidad es identificar un valor mobiliario a nivel internacional. **Fuente: Wikipedia.**



#### IV. PRÁCTICA I. Supuesto IBEX35®

##### 1. Cálculo rendimiento esperado o CAPM.

Para llevar a cabo el cálculo del rendimiento esperado o CAPM necesitamos conocer la beta ( $\beta$ ), el rendimiento libre de riesgo ( $r_f$ ), y el rendimiento del mercado ( $r_m$ ). Tal como se muestra en la siguiente ecuación:

$$r - r_f = \beta(r_M - r_f)$$

$$r = \beta(r_M - r_f) + r_f$$

Para poder obtener la rentabilidad esperada de los activos, las **betas** las hemos obtenido del portal web cotizalia; la **rentabilidad del mercado** la hemos calculado a partir de datos de inverteia, siguiendo la fórmula de la rentabilidad simple:

$$\text{Rent. Simple} = \frac{(\text{Valor Actual Inv.} - \text{Valor Inicial Inv.}) + \text{Dividendos}}{\text{Valor Inicial Inv.}} * 100$$

Los datos sobre el cálculo de la Rentabilidad del IBEX35 con la fórmula anterior, son los siguientes:

<b>IBEX35</b>	
<b>Fecha</b>	<b>Último</b>
<b>31-dic-2018</b>	11.622,00
<b>04-ene-2018</b>	10.314,40
<b>Rent. IBEX35</b>	<b>12,68%</b>

Y para la **rentabilidad libre de riesgo**, hemos elegido las Letras del Tesoro a 12 meses de la página web del Tesoro Público.

Así la rentabilidad del mercado y la rentabilidad libre de riesgo, nos quedan así:

	<b>%</b>	<b>Tipo de Rendimiento</b>
<b>Letras a 12 Meses</b>	<b>-0,348%</b>	<b>r<sub>f</sub>: Rend. Libre de Riesgo</b>
<b>Rent. IBEX35 a 1 año</b>	<b>12,68%</b>	<b>r<sub>M</sub>: Rend. Mercado</b>

Con todo ello, nos queda una tabla del CAPM como la que sigue:



**TABLA 3: Rendimientos del CAPM**

		<b>BETA</b>	<b>REND. ESPERADO</b>
<b>1</b>	<b>ACCIONA</b>	<b>0,95</b>	12,03%
<b>2</b>	<b>ACERINOX</b>	<b>0,71</b>	8,90%
<b>3</b>	<b>ACTIVIDADES DE CONSTR. Y SERVICIOS</b>	<b>1,23</b>	15,67%
<b>4</b>	<b>AENA</b>	<b>0,80</b>	10,07%
<b>5</b>	<b>AMADEUS</b>	<b>0,71</b>	8,90%
<b>6</b>	<b>ARCELORMITTAL</b>	<b>1,04</b>	13,20%
<b>7</b>	<b>BANKIA</b>	<b>1,20</b>	15,28%
<b>8</b>	<b>BANKINTER</b>	<b>1,00</b>	12,68%
<b>9</b>	<b>BANCO BILBAO VIZCAYA ARGENTARIA</b>	<b>1,25</b>	15,93%
<b>10</b>	<b>CAIXABANK</b>	<b>1,48</b>	18,93%
<b>11</b>	<b>CELLNEX TELECOM</b>	<b>0,71</b>	8,90%
<b>12</b>	<b>CIE AUTOMOTIVE</b>	<b>0,68</b>	8,51%
<b>13</b>	<b>DISTRIB. INTERNACIONAL ALIMETACIÓN</b>	<b>0,70</b>	8,77%
<b>14</b>	<b>ENAGAS</b>	<b>0,76</b>	9,55%
<b>15</b>	<b>ENDESA</b>	<b>0,81</b>	10,20%
<b>16</b>	<b>FERROVIAL</b>	<b>0,88</b>	11,11%
<b>17</b>	<b>GAS NATURAL</b>	<b>0,64</b>	7,99%
<b>18</b>	<b>GRIFOLS</b>	<b>0,96</b>	12,16%
<b>19</b>	<b>INTERNACIONAL AIRLINES GROUP</b>	<b>0,86</b>	10,85%
<b>20</b>	<b>IBERDROLA</b>	<b>0,94</b>	11,90%
<b>21</b>	<b>INDITEX</b>	<b>0,84</b>	10,59%
<b>22</b>	<b>INDRA SISTEMAS</b>	<b>0,68</b>	8,51%
<b>23</b>	<b>INMOB. COLONIAL</b>	<b>0,76</b>	9,55%
<b>24</b>	<b>MAPFRE</b>	<b>1,05</b>	13,33%
<b>25</b>	<b>MEDIASET</b>	<b>0,77</b>	9,68%
<b>26</b>	<b>MELIA HOTELS INTL</b>	<b>0,61</b>	7,60%
<b>27</b>	<b>MERLIN PROP.</b>	<b>0,52</b>	6,43%
<b>28</b>	<b>RED ELÉCTRICA CORPORACIÓN</b>	<b>0,68</b>	8,51%
<b>29</b>	<b>REPSOL</b>	<b>0,87</b>	10,98%
<b>30</b>	<b>SABADELL</b>	<b>1,56</b>	19,97%
<b>31</b>	<b>SANTANDER</b>	<b>1,41</b>	18,02%
<b>32</b>	<b>SIEMENS GAMESA</b>	<b>0,93</b>	11,77%
<b>33</b>	<b>TECNICAS REUNIDAS</b>	<b>0,74</b>	9,29%
<b>34</b>	<b>TELEFONICA</b>	<b>1,00</b>	12,68%
<b>35</b>	<b>VISCOFAN</b>	<b>0,54</b>	6,69%

**INFORMACIÓN BETAS EXTRAÍDA DE COTIZALIA, CON FECHA  
 28/06/2018 (ACTUALIZADO)**



Hemos resaltado en la tabla las betas en colores rojo, naranja y amarillo, para identificar de forma rápida qué activos evolucionan más rápido que el mercado, cuáles al mismo ritmo que el mercado, y cuáles más lentamente, así:

- **En rojo**, tenemos aquellos activos con betas superiores a 1, cuyo ritmo general de crecimiento es mayor que el del mercado. Por esta razón, tanto en situaciones de crecimiento como de pérdida de rendimiento, siempre ganarán o perderán más que el mercado.
- **En naranja**, tenemos aquellos activos con betas iguales a 1, cuyo ritmo general de crecimiento es igual que el del mercado. Por eso, tanto en situaciones de crecimiento como de pérdida de rendimiento, ganarán o perderán al ritmo del mercado.
- **En amarillo**, tenemos aquellos activos con betas inferiores a 1, cuyo ritmo general de crecimiento es menor que el del mercado. Por lo que, tanto en situaciones de crecimiento como de pérdida de rendimiento, siempre ganarán o perderán menos que el mercado.

#### **4. Security Market Line (SML)**

La Línea del Mercado de Valores (o SML por sus siglas en inglés), es la representación gráfica del CAPM. Se utiliza para:

- Valorar si un activo puede formar parte o no de nuestra cartera de inversión, analizando si la rentabilidad que ofrece es proporcional a su riesgo.
- Comparar activos con rentabilidades similares y elegir la opción más rentable.
- Identificar los activos infravalorados y sobrevalorados.

La SML supone que solo hay riesgo sistemático (o de mercado), por lo que el riesgo único deberá haber sido eliminado, para poder obtener resultados útiles. Además, muestra que la relación riesgo-rendimiento es lineal en valores individuales, y que a mayor rendimiento siempre habrá mayor riesgo.



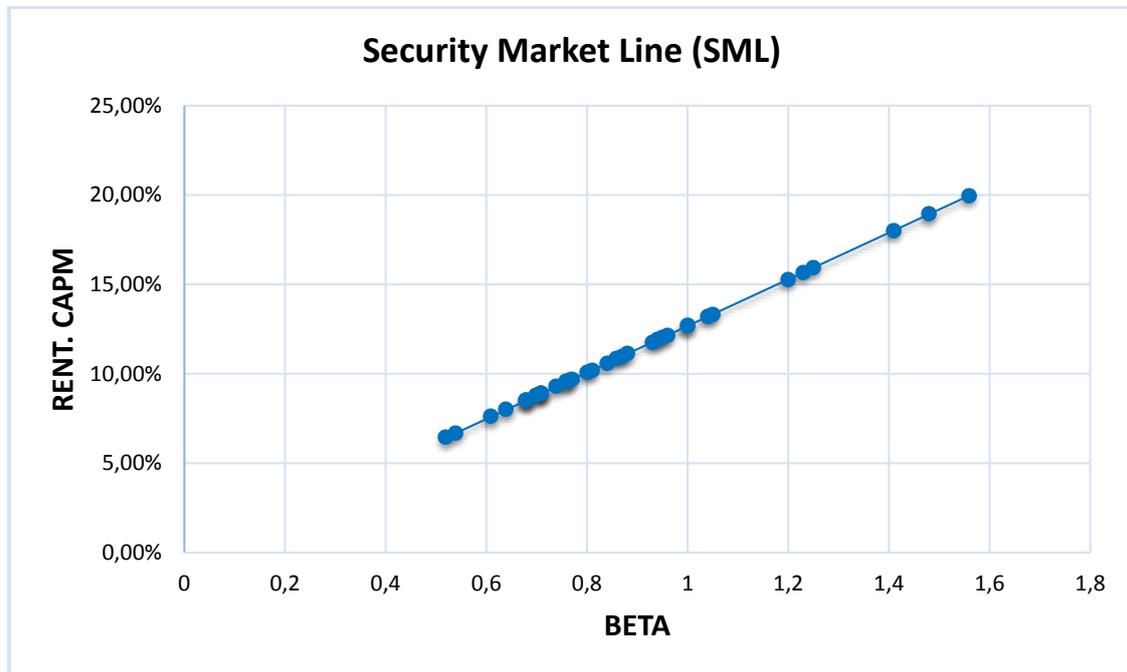
Los datos con los que hemos formado la SML son:

<b>Security Market Line (SML)</b>			
		<b>Beta</b>	<b>Rentab. CAPM</b>
<b>27</b>	<b>MERLIN PROP.</b>	0,52	<b>6,43%</b>
<b>35</b>	<b>VISCOFAN</b>	0,54	<b>6,69%</b>
<b>26</b>	<b>MELIA HOTELS INTL</b>	0,61	<b>7,60%</b>
<b>17</b>	<b>GAS NATURAL</b>	0,64	<b>7,99%</b>
<b>12</b>	<b>CIE AUTOMOTIVE</b>	0,68	<b>8,51%</b>
<b>22</b>	<b>INDRA SISTEMAS</b>	0,68	<b>8,51%</b>
<b>28</b>	<b>RED ELÉCTRICA CORPORACIÓN</b>	0,68	<b>8,51%</b>
<b>13</b>	<b>DISTRIB. INTERNACIONAL ALIMETACIÓN</b>	0,7	<b>8,77%</b>
<b>2</b>	<b>ACERINOX</b>	0,71	<b>8,90%</b>
<b>5</b>	<b>AMADEUS</b>	0,71	<b>8,90%</b>
<b>11</b>	<b>CELLNEX TELECOM</b>	0,71	<b>8,90%</b>
<b>33</b>	<b>TECNICAS REUNIDAS</b>	0,74	<b>9,29%</b>
<b>14</b>	<b>ENAGAS</b>	0,76	<b>9,55%</b>
<b>23</b>	<b>INMOB. COLONIAL</b>	0,76	<b>9,55%</b>
<b>25</b>	<b>MEDIASET</b>	0,77	<b>9,68%</b>
<b>4</b>	<b>AENA</b>	0,8	<b>10,07%</b>
<b>15</b>	<b>ENDESA</b>	0,81	<b>10,20%</b>
<b>21</b>	<b>INDITEX</b>	0,84	<b>10,59%</b>
<b>19</b>	<b>INTERNACIONAL AIRLINES GROUP</b>	0,86	<b>10,85%</b>
<b>29</b>	<b>REPSOL</b>	0,87	<b>10,98%</b>
<b>16</b>	<b>FERROVIAL</b>	0,88	<b>11,11%</b>
<b>32</b>	<b>SIEMENS GAMESA</b>	0,93	<b>11,77%</b>
<b>20</b>	<b>IBERDROLA</b>	0,94	<b>11,90%</b>
<b>1</b>	<b>ACCIONA</b>	0,95	<b>12,03%</b>
<b>18</b>	<b>GRIFOLS</b>	0,96	<b>12,16%</b>
<b>8</b>	<b>BANKINTER</b>	1	<b>12,68%</b>
<b>34</b>	<b>TELEFONICA</b>	1	<b>12,68%</b>
<b>6</b>	<b>ARCELORMITTAL</b>	1,04	<b>13,20%</b>
<b>24</b>	<b>MAPFRE</b>	1,05	<b>13,33%</b>
<b>7</b>	<b>BANKIA</b>	1,2	<b>15,28%</b>
<b>3</b>	<b>ACTIVIDADES DE CONSTR. Y SERVICIOS</b>	1,23	<b>15,67%</b>
<b>9</b>	<b>BANCO BILBAO VIZCAYA ARGENTARIA</b>	1,25	<b>15,93%</b>
<b>31</b>	<b>SANTANDER</b>	1,41	<b>18,02%</b>
<b>10</b>	<b>CAIXABANK</b>	1,48	<b>18,93%</b>
<b>30</b>	<b>SABADELL</b>	1,56	<b>19,97%</b>



Para el supuesto del IBEX35, la SML queda representada así:

**GRÁFICO 8: Línea del Mercado de Valores**



En el gráfico 8 se representa la SML, que es la línea que nos indica la rentabilidad teórica que deben ofrecer todos los activos del IBEX35 para poder ser susceptibles de incluirse en cualquier cartera de inversión. Esta “Línea del Mercado de valores”, nos da una estimación inicial sobre la rentabilidad que se espera obtener de los distintos activos del IBEX35. Esta estimación inicial junto con el cálculo de la “Razón de Sharpe”, nos dirá que activos del IBEX35 van a ofrecer realmente la rentabilidad que se espera y cuáles no, y distinguiremos entre activos sobrevalorados e infravalorados.

Para poder llevar a cabo esta comprobación, necesitamos calcular la “Razón de Sharpe” y comparar los resultados con la SML. La “Razón de Sharpe”, se define como la razón de prima de riesgo a desviación estándar más elevada, y matemáticamente se expresa así:

$$\text{Razón de Sharpe} = \frac{\text{Prima de Riesgo}}{\text{Desviación Estándar}} = \frac{r_p - r_f}{\sigma_p}$$



Los datos necesarios para el cálculo de la valoración de activos del IBEX35 son:

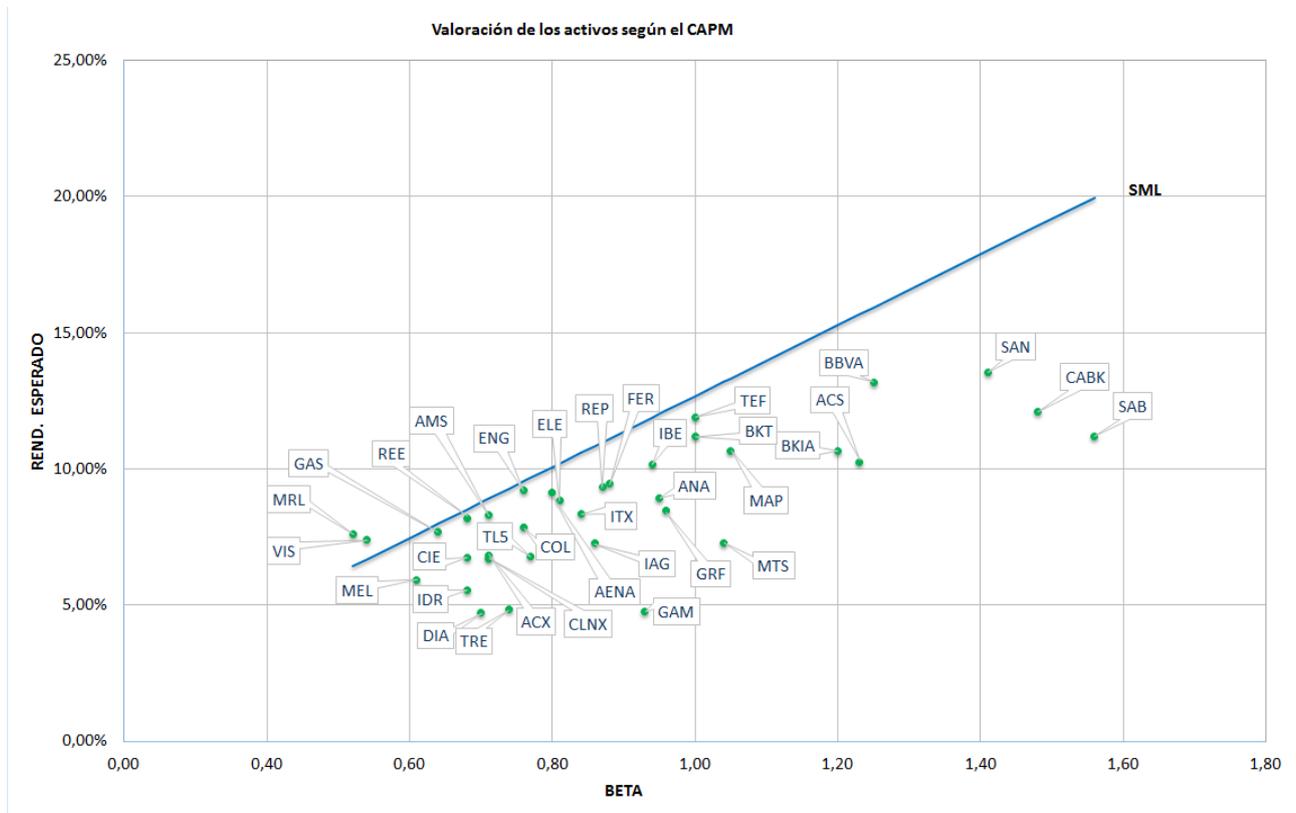
	TICKER	EMPRESA	REND. CAPM	DESV. TÍPICA	RAZÓN DE SHARPE	BETA
1	ANA	ACCIONA	12,03%	1,39	8,95%	0,95
2	ACX	ACERINOX	8,90%	1,36	6,85%	0,71
3	ACS	ACTIVIDADES DE CONSTR. Y SERVICIOS	15,67%	1,57	10,25%	1,23
4	AENA	AENA	10,07%	1,15	9,12%	0,80
5	AMS	AMADEUS	8,90%	1,12	8,31%	0,71
6	MTS	ARCELORMITTAL	13,20%	1,87	7,28%	1,04
7	BKIA	BANKIA	15,28%	1,47	10,68%	1,20
8	BKT	BANKINTER	12,68%	1,17	11,19%	1,00
9	BBVA	BANCO BILBAO VIZCAYA ARGENTARIA	15,93%	1,24	13,18%	1,25
10	CABK	CAIXABANK	18,93%	1,60	12,09%	1,48
11	CLNX	CELLNEX TELECOM	8,90%	1,39	6,70%	0,71
12	CIE	CIE AUTOMOTIVE	8,51%	1,32	6,76%	0,68
13	DIA	DISTRIB. INTERNACIONAL ALIMETACIÓN	8,77%	1,94	4,73%	0,70
14	ENG	ENAGAS	9,55%	1,08	9,23%	0,76
15	ELE	ENDESA	10,20%	1,20	8,85%	0,81
16	FER	FERROVIAL	11,11%	1,22	9,45%	0,88
17	GAS	GAS NATURAL	7,99%	1,09	7,71%	0,64
18	GRF	GRIFOLS	12,16%	1,48	8,49%	0,96
19	IAG	INTERNACIONAL AIRLINES GROUP	10,85%	1,55	7,27%	0,86
20	IBE	IBERDROLA	11,90%	1,21	10,17%	0,94
21	ITX	INDITEX	10,59%	1,32	8,34%	0,84
22	IDR	INDRA SISTEMAS	8,51%	1,61	5,54%	0,68
23	COL	INMOB. COLONIAL	9,55%	1,27	7,85%	0,76
24	MAP	MAPFRE	13,33%	1,29	10,65%	1,05
25	TL5	MEDIASET	9,68%	1,49	6,77%	0,77
26	MEL	MELIA HOTELS INTL	7,60%	1,35	5,93%	0,61
27	MRL	MERLIN PROP.	6,43%	0,90	7,60%	0,52
28	REE	RED ELÉCTRICA CORPORACIÓN	8,51%	1,09	8,18%	0,68
29	REP	REPSOL	10,98%	1,22	9,34%	0,87
30	SAB	SABADELL	19,97%	1,82	11,20%	1,56
31	SAN	SANTANDER	18,02%	1,36	13,55%	1,41
32	GAM	SIEMENS GAMESA	11,77%	2,56	4,76%	0,93
33	TRE	TECNICAS REUNIDAS	9,29%	2,00	4,85%	0,74
34	TEF	TELEFONICA	12,68%	1,10	11,90%	1,00
35	VIS	VISCOFAN	6,69%	0,96	7,39%	0,54

DATOS OBTENIDOS DE **COTIZALIA** EL 28/06/2018 (ACTUALIZADO)



Así pues, la gráfica conjunta SML-Razón de Sharpe nos queda como sigue:

**GRÁFICO 9: Valoración de los activos del IBEX35 según el CAPM**



Como se puede observar en el gráfico 9, la gran mayoría de activos del IBEX35 están **sobrevalorados** o situados por debajo de la SML, esto significa que van a ofrecer una rentabilidad por debajo de la teórica para su riesgo. Por consiguiente, no son una buena opción para invertir debido a que su riesgo no es proporcional al nivel de rentabilidad que ofrecen.

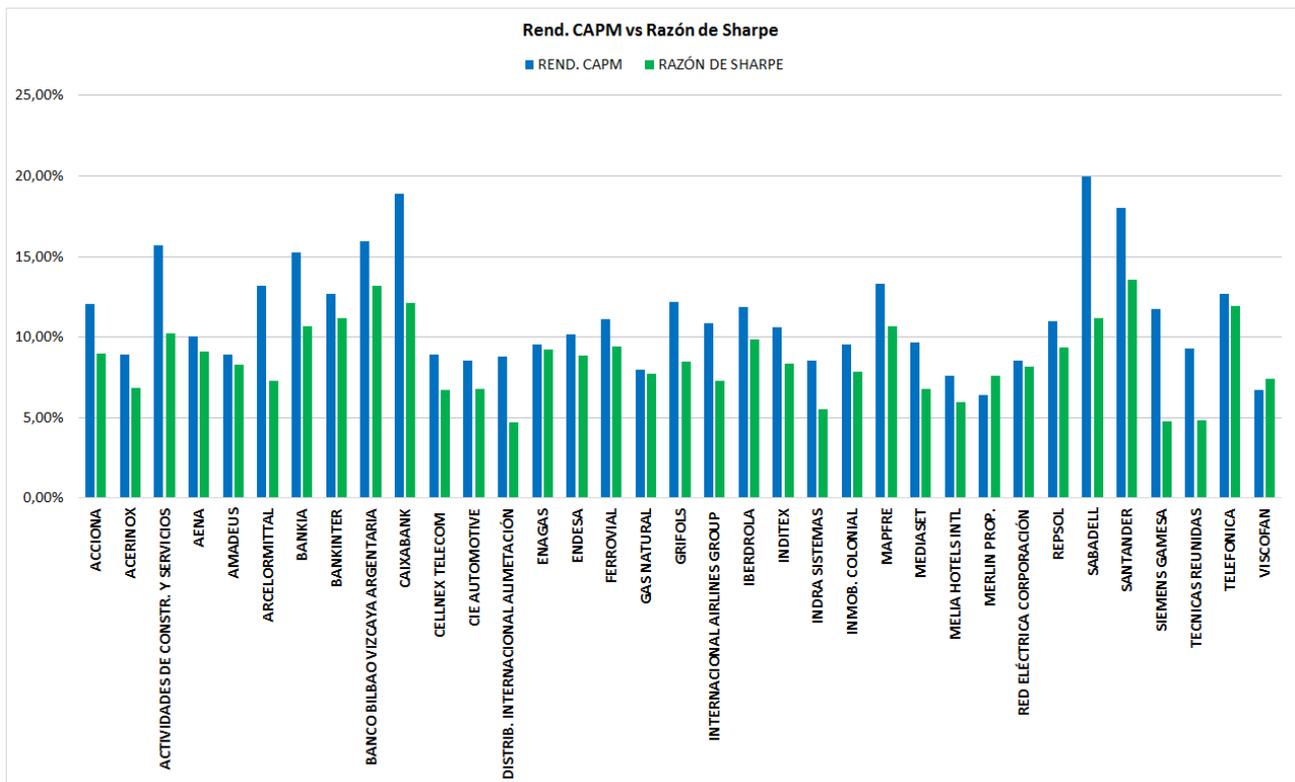
En la parte superior del gráfico, encontramos una minoría de activos del IBEX35 que están **infravalorados** o situados por encima de la SML, lo que significa que ofrecerán un rendimiento o rentabilidad superior a la teórica para su riesgo. Por lo que estos activos son los mejores para invertir, debido a que ofrecen una rentabilidad adecuada para el riesgo asumido.

A continuación, se muestra una interpretación gráficamente distinta a la anterior, en la cual, a través de una comparativa entre los



resultados del CAPM (rentabilidades teóricas) y la “Razón de Sharpe” (rentabilidades reales), se obtienen las mismas conclusiones que con la SML, pero sin tener que disponer de ella para alcanzarlas:

**GRÁFICO 10: Comparativa de rendimientos**





## V. CONCLUSIONES

### 1. Conclusiones Parte Teórica

Después de este apartado teórico, en el que hemos ido desarrollando la teoría de carteras desde los conceptos básicos y herramientas de análisis de inversiones, hasta los modelos de inversión de Treynor, Sharpe, Breeden y Moss, hemos aprendido a mejorar nuestras estimaciones de las mejores carteras para invertir.

Todo ello, nos ha llevado a poder dar una respuesta a la pregunta acerca de ¿qué puedo hacer para mejorar mi estimación de las mejores carteras?, que nos hacíamos al principio de este trabajo.

Así pues, la mejor cartera posible para mi inversión, será:

*“Aquella cartera eficiente que, de acuerdo a mis expectativas sobre rendimientos esperados, desviaciones estándar y correlaciones, me ayude a alcanzar mis objetivos de inversión.”*

Conclusión propia.

### 2. Conclusiones PRÁCTICA I

#### 2.1. Método de decisión I: Betas

Con la información recopilada, se ha elaborado una tabla con dos perfiles genéricos de inversor, y dentro de cada perfil hemos identificado a su vez dos subtipos de inversor, dependiendo del nivel de riesgo que estén dispuestos a asumir.

La Tabla 4 muestra cuáles son los mejores activos para invertir, dependiendo del nivel de riesgo que estemos dispuestos a tolerar.

Por ende, para determinar que activos se consideran seguros y cuáles no, y poder diferenciar entre inversor adverso y arriesgado, hemos usado la mediana (0,84) como valor de diferenciación entre perfiles. Y después hemos hecho una segunda distinción, en la que dependiendo del riesgo que quiera tomar el inversor dentro de su perfil, se le considerará un inversor seguro o un inversor riesgoso en su perfil.



De esta forma, nos queda una tabla como la que sigue:

**TABLA 4: Tipos de inversores según el perfil de riesgo**

		TICKER	EMPRESA	BETA
<b>ARRIESGADO</b>	<b>MUY ARRIESGADO</b>	SAB	SABADELL	1,56
		CABK	CAIXABANK	1,48
		SAN	SANTANDER	1,41
		BBVA	BANCO BILBAO VIZCAYA ARGENTARIA	1,25
		ACS	ACTIVIDADES DE CONSTR. Y SERVICIOS	1,23
		BKIA	BANKIA	1,2
		MAP	MAPFRE	1,05
		MTS	ARCELORMITTAL	1,04
		BKT	BANKINTER	1
		TEF	TELEFONICA	1
		GRF	GRIFOLS	0,96
		ANA	ACCIONA	0,95
		IBE	IBERDROLA	0,94
		GAM	SIEMENS GAMESA	0,93
		FER	FERROVIAL	0,88
		<b>ADVERSO</b>	<b>POCO ARRIESGADO</b>	REP
IAG	INTERNACIONAL AIRLINES GROUP			0,86
ITX	INDITEX			0,84
ELE	ENDESA			0,81
AENA	AENA			0,8
TL5	MEDIASET			0,77
ENG	ENAGAS			0,76
<b>POCO ADVERSO</b>	COL		INMOB. COLONIAL	0,76
	TRE		TECNICAS REUNIDAS	0,74
	ACX		ACERINOX	0,71
	AMS		AMADEUS	0,71
	CLNX		CELLNEX TELECOM	0,71
	DIA		DISTRIB. INTERNACIONAL ALIMETACIÓN	0,7
	CIE		CIE AUTOMOTIVE	0,68
<b>MUY ADVERSO</b>	IDR	INDRA SISTEMAS	0,68	
	REE	RED ELÉCTRICA CORPORACIÓN	0,68	
	GAS	GAS NATURAL	0,64	
	MEL	MELIA HOTELS INTL	0,61	
	VIS	VISCOFAN	0,54	
	MRL	MERLIN PROP.	0,52	

Por tanto, de acuerdo a los distintos perfiles de riesgo:

- **Un inversor muy adverso al riesgo** debería invertir en activos como Merlin Properties, Viscofan, Meliá Hotels, Gas Natural o Red Eléctrica Corporación, puesto que son los activos más seguros del IBEX.



- **Un inversor adverso con mayor tolerancia al riesgo**, debería invertir en activos como Técnicas Reunidas, Inmob. Colonial, Enagas, Endesa, AENA o Mediaset, que son activos que debido a su mayor riesgo ofrecerán un rendimiento mayor al de los adversos.
- **Un inversor poco arriesgado**, dentro del perfil arriesgado invertirá en Inditex, Repsol, Ferrovial, Siemens Gamesa, Iberdrola o Acciona, que son los activos más seguros de entre los arriesgados.
- Y por último un **inversor con una alta tolerancia al riesgo**, invertirá en activos muy arriesgados como Sabadell, Caixabank, Santander, BBVA, Bankia, ACS o Mapfre, activos que deberían dar un rendimiento muy alto debido al alto riesgo que suponen.



## 2.2.Método de decisión II: Correlación.

Con el objetivo de dar más puntos de vista en la toma de decisiones de inversión, hemos decidido incluir la correlación como medida de decisión.

La correlación como vimos al principio del trabajo indica “*la relación lineal existente entre dos variables, y nos dirá si dos acciones varían conjuntamente o no*”, para la toma de decisiones, correlaciones negativas disminuyen más el riesgo de la cartera que las correlaciones positivas, como se muestra en el siguiente cuadro:

**TABLA 5: Criterios de decisión en correlación**

<b>RANGO DE CORRELACIÓN</b>	<b>DIVERSIFICACIÓN</b>	<b>REDUCCIÓN DEL RIESGO EN CARTERAS</b>
<b>De -1 a 0</b>	<b>PERFECTA</b>	<b>DISMINUYE MUCHO EL RIESGO</b>
<b>Entre 0 y 0,4</b>	<b>MUY ALTA</b>	
<b>Entre 0,4 y 0,6</b>	<b>ALTA</b>	<b>DISMINUYE POCO EL RIESGO</b>
<b>Entre 0,6 y 0,8</b>	<b>MEDIA</b>	
<b>De 0,8 a 1</b>	<b>BAJA - NULA</b>	<b>NO DISMINUYE EL RIESGO</b>

### CUADRO OBTENIDO DE **GESTIONPASIVA.COM**

Así, **para el supuesto del IBEX35 lo mejor es** invertir en activos con baja o negativa correlación para formar con ellos carteras, ya que estos activos aumentarán la diversificación de la cartera y harán que el riesgo sea menor. Por el contrario, activos con correlaciones positivas o 1, no diversificarán la cartera y el riesgo no disminuirá.



A continuación, ofrecemos una tabla con las correlaciones de los activos con el IBEX35, en la que se ordenan los activos de mayor a menor correlación:

**TABLA 6: Perfil de riesgo según la correlación**

TICKER	EMPRESA	CORREL.	RIESGO
SAN	SANTANDER	0,7653	MEDIA
BBVA	BANCO BILBAO VIZCAYA ARGENTARIA	0,7282	MEDIA
CABK	CAIXABANK	0,5958	ALTA
TEF	TELEFONICA	0,5893	ALTA
SAB	SABADELL	0,5246	ALTA
BKT	BANKINTER	0,5177	ALTA
MAP	MAPFRE	0,4753	ALTA
BKIA	BANKIA	0,4593	ALTA
ACS	ACTIVIDADES DE CONSTR. Y SERVICIOS	0,4367	ALTA
IBE	IBERDROLA	0,4335	ALTA
FER	FERROVIAL	0,3722	MUY ALTA
REP	REPSOL	0,3657	MUY ALTA
AENA	AENA	0,3525	MUY ALTA
ENG	ENAGAS	0,3443	MUY ALTA
ANA	ACCIONA	0,3335	MUY ALTA
ELE	ENDESA	0,3267	MUY ALTA
GRF	GRIFOLS	0,3054	MUY ALTA
AMS	AMADEUS	0,2885	MUY ALTA
ITX	INDITEX	0,2883	MUY ALTA
REE	RED ELÉCTRICA CORPORACIÓN	0,2818	MUY ALTA
COL	INMOB. COLONIAL	0,2544	MUY ALTA
GAS	GAS NATURAL	0,2523	MUY ALTA
MRL	MERLIN PROP.	0,2399	MUY ALTA
VIS	VISCOFAN	0,2252	MUY ALTA
IAG	INTERNACIONAL AIRLINES GROUP	0,2186	MUY ALTA
MTS	ARCELORMITTAL	0,2139	MUY ALTA
TL5	MEDIASET	0,1907	MUY ALTA
CLNX	CELLNEX TELECOM	0,1894	MUY ALTA
CIE	CIE AUTOMOTIVE	0,1892	MUY ALTA
ACX	ACERINOX	0,1861	MUY ALTA
MEL	MELIA HOTELS INTL	0,1450	MUY ALTA
IDR	INDRA SISTEMAS	0,1325	MUY ALTA
TRE	TECNICAS REUNIDAS	0,0974	MUY ALTA
DIA	DISTRIB. INTERNACIONAL ALIMETACIÓN	0,0946	MUY ALTA
GAM	SIEMENS GAMESA	0,0935	MUY ALTA

Por lo tanto, desde el punto de vista de la correlación los mejores activos para formar nuestra cartera diversificada, serían los activos con las correlaciones más bajas, porque estos activos harán que disminuya el riesgo de la cartera de inversión, y nos darán mejores resultados en términos de rentabilidad de la inversión.



Por tanto desde el punto de vista de la correlación:

- **Un inversor adverso**, debería invertir en los activos con las menores correlaciones como: Siemens Gamesa, Técnicas Reunidas, DIA, Acerinox, Melia Hotels, Indra Sistemas, Cellnex, Mediaset,... que le ayudarán a reducir considerablemente el riesgo de su cartera de inversión, a cambio de un a menor rentabilidad.
- **Un inversor arriesgado**, invertirá en activos con altas correlaciones como: Bankinter, Sabadell, BBVA, Santander, Bankia, Mapfre... que son activos cono mayor riesgo, que reducirán mucho menos el riesgo de su cartera de inversión, pero a cambio le darán una mayor rentabilidad que los de las correlaciones más bajas.



## VI. BIBLIOGRAFÍA Y FUENTES CONSULTADAS

- Allen, F., Myers, S., & Brealey, R. (2010). Principios de finanzas corporativas. Editorial Mc Graw Hill. Novena Edición. México DF Año.
- Bezares, F. G. (2016). Gestión de carteras:(eficiencia, teoría de cartera, CAPM, APT). Desclée de Brouwer.
- Franklin A., Myers, S. & Brealey, R.A. (2009). Principios de Finanzas Corporativas (9ed). McGraw-Hill
- Gómez-Bezares, F. G. (1998). Las decisiones financieras en la práctica.
- Mascareñas, J. (2001). El coste del capital. Universidad Complutense de Madrid.
- Novales, A. (Enero 2016). Midiendo el riesgo en mercados financieros. Universidad Complutense, Madrid, España.
- Quevedo, F. (2011). Medidas de tendencia central y dispersión. Medwave, Vol. 11. N°3
- Walpole, R. E., Myers, R. H., & Myers, S. L. (1999). Probabilidad y estadística para ingenieros. Pearson Educación.
- Cotizaciones históricas IBEX35:  
<https://www.invertia.com/es/mercados/bolsa/indices/acciones/-/indice/ibex/IB011IBEX35> (consultado el 11/07/2018)
- Información sobre betas y correlaciones (Consultado el 13/07/2018):  
<https://www.elconfidencial.com/mercados/indice/ibex35/>
- El Coste de Oportunidad. Gregorio Hernández Jiménez (Invertiren bolsa.info) (Consultado el 22/02/2018)  
[https://www.invertiren bolsa.info/articulo\\_el\\_coste\\_de\\_oportunidad.htm](https://www.invertiren bolsa.info/articulo_el_coste_de_oportunidad.htm)
- Rendimiento del Mercado. Autor: Economía, E. D. (2006-2009). Economía 48. <http://www.economia48.com/spa/d/rendimiento-del-mercado/rendimiento-del-mercado.htm> (Consultado el 22/02/2018)
- Prima de Riesgo. Autor: Sevilla Arias, A. (2012). ECONOMIPEDIA  
<http://economipedia.com/definiciones/prima-de-riesgo.html>  
(Consultado el 22/02/2018)



- CINCO, D. (2012). Prima de riesgo y evolución de los mercados financieros. Cinco Días. Autor: Jason A. Voss y Juan Molina  
[https://cincodias.elpais.com/cincodias/2012/03/30/economia/1333220147\\_850215.html](https://cincodias.elpais.com/cincodias/2012/03/30/economia/1333220147_850215.html) (Consultado el 22/02/2018)
- Definición índice bursátil. <https://www.ig.com/es/explicacion-indices>  
(Consultado el 22/02/2018)