



**E.T.S. de Ingeniería de
Caminos, Canales y Puertos y
de Ingeniería de Minas**
**Universidad Politécnica
de Cartagena**



**Abatimiento del nivel freático en acuíferos libres.
Comparación entre la solución analítica y numérica
mediante Visual Modflow 2011.1.**

Alumno: Pablo García Latorre
Director: Iván Alhama Manteca

AGRADECIMIENTOS

Quisiera agradecer a mi tutor, Iván Alhama, la ayuda en la elaboración de este trabajo, gracias a ti me ha sido posible hacer este Trabajo de Final de Grado. También agradecer a mi familia y amigos que siempre me han apoyado. Gracias.

ÍNDICE

1	INTRODUCCIÓN	1
2	OBJETIVOS Y ALCANCE	2
3	FUNDAMENTOS TEÓRICOS	3
3.1	El agua en el medio poroso. Definición de acuífero y parámetros fundamentales	3
3.2	Piezometría	8
3.3	La ecuación de Darcy	11
3.4	La ecuación general de flujo: Ecuación de Laplace y ecuación de Poisson.....	13
3.5	Resolución analítica para el diseño de abatimientos mediante ensayos de bombeo.....	17
3.5.1	Ensayos de bombeo en régimen permanente. Deducción de las ecuaciones	18
3.5.2	Método de Dupuit para acuífero libre en régimen permanente.....	23
3.5.3	Formulación analítica en el diseño de abatimientos en acuíferos libres. Flujo proveniente de una fuente circular; caso de pozo simple y pozos múltiples.....	24
4	EL PROGRAMA <i>MODFLOW</i>	29
4.1	Descripción general.....	29
4.2	Interfaz de comunicación con <i>Modflow: visual Modflow premium v.4.2.</i>	32
4.2.1	Introducción de datos	32
4.2.2	Simulación	33
4.2.3	Visualización de resultados (<i>Output</i>)	34
5	APLICACIONES.....	35
5.1	Solución analítica.....	36
5.2	Solución numérica.....	38
5.2.1	Creación del modelo (<i>input</i>).....	38
5.2.2	Ejecución del modelo (<i>Run</i>).....	47
5.2.3	Resultados.....	49
5.2.4	Visualización del modelo en 3D.....	55
5.2.5	Realización del modelo con diferente número de pozos.....	63
5.3	Comparación entre la solución analítica y numérica.....	73
5.3.1	Cálculo de error absoluto y relativo del descenso del nivel piezométrico.....	77
6	CONCLUSIONES	78
7	REFERENCIAS.....	80

1 INTRODUCCIÓN

En este trabajo se aborda un problema de abatimiento del nivel freático de una excavación en un acuífero libre mediante el empleo de métodos numéricos. La estructura del documento describe, en primer lugar, los fundamentos teóricos del flujo de agua en medios porosos y la solución analítica del problema a resolver. Posteriormente se hace una descripción sucinta del programa *Modflow* (Langevin et al, 2003), herramienta numérica utilizada para la resolución de las ecuaciones de gobierno, y del entorno de ventanas de la interfaz *Visual Modflow Professional, version 4.2* (www.waterloohydrogeologic.com) que es el software utilizado. Finalmente se plantea un problema y se aborda la solución analítica y numérica, comentando y comparando los resultados obtenidos.

El interés de este trabajo radica en que afronta un campo fundamental en ingeniería del terreno, la presencia de agua en el suelo, desde el punto de vista de los métodos numéricos. Estas técnicas se han convertido hoy día en una herramienta que facilita la labor del experto en geotecnia. En concreto, el empleo de métodos numéricos para la resolución de problemas de flujo en medios porosos, es en ocasiones exigido en los pliegos de prescripciones técnicas de obras de cierta relevancia ofertadas por organismos públicos.

2 OBJETIVOS Y ALCANCE

Este proyecto específico tiene por objeto principal la familiarización con el manejo del software *Visual Modflow Professional, version 4.2*. Este programa permite la resolución numérica de problemas de flujo de agua en medios poroso y su aplicación a problemas de geotecnia, como es el de la filtración.

El caso del estudio planteado en este trabajo permitirá, como objetivo secundario, adquirir las técnicas, ya sean analíticas o numéricas, para el diseño de un abatimiento del nivel freático para una excavación. La comparación de los resultados aportará una visión profunda del problema y de las técnicas de resolución.

La revisión de los aspectos teóricos del flujo de agua en medios porosos pondrá al alumno en disposición de controlar y entender los parámetros que se introducen en el *input* e interpretar los resultados del *output*.

Pese a la simplificación del escenario planteado, se adquirirán los conocimientos básicos necesarios para abordar problemas más complejos, como pueda ser el de acuíferos multicapa, heterogéneos o confinados.

3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1 El agua en el medio poroso. Definición de acuífero y parámetros fundamentales

Un acuífero es una formación geológica que almacena agua y que es capaz de transmitirla de manera que puede ser aprovechada como recurso. El agua de superficie se infiltra a través del suelo hasta encontrarse con una capa impermeable; entonces se acumula y llena los poros y fisuras de las rocas, dando lugar a una zona de saturación. El agua subterránea puede brotar de modo natural (manantiales o fuentes) o ser extraída mediante pozos u otros elementos de captación. Las características fundamentales de un acuífero son la baja velocidad en el movimiento del agua subterránea, los grandes volúmenes de reservas y el gran tiempo de renovación del agua en el sistema.

Según el comportamiento hidráulico del agua, los acuíferos se pueden clasificar en (Figura 3.1):

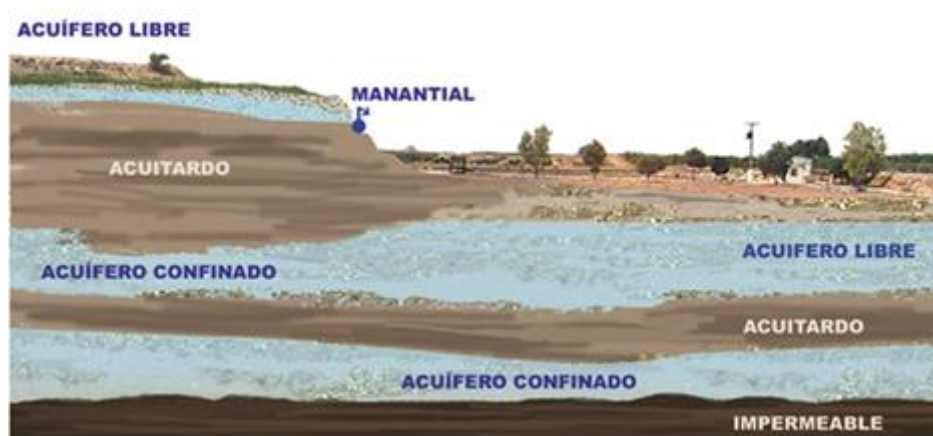


Figura 3.1. Tipos de acuífero

Fuente: http://servicios2.marm.es/sia/visualizacion/lda/fisico/hidrogeologia_acuiferos.jsp

- Acuífero libre: Es un acuífero no limitado en la parte superior por un techo impermeable, de manera que existe un nivel freático a una cierta profundidad. Cuando una perforación alcanza este nivel aparece un cierto volumen de agua libre. Estos acuíferos pueden recargarse desde la superficie mediante una fracción de la pluviometría o excedentes de riego.

- Acuífero confinado: Es un acuífero limitado en la parte superior por un techo impermeable, de manera que el agua que se encuentra a presión superior a

la atmosférica en todos los puntos. Cuando una perforación llega al techo del acuífero el agua sube por el tubo hasta que se estabiliza a una profundidad correspondiente a su nivel piezométrico. La recarga de estos acuíferos se produce lateralmente.

- **Acuífero semiconfinado:** Es un acuífero de tipo confinado que se diferencia de este en que se encuentra limitado en la parte superior por una formación geológica muy poco permeable pero que es capaz de producir recarga al acuífero.

La capacidad de almacenar y transmitir el agua por parte de un acuífero debe ser cuantificada para evaluar las formaciones desde el punto de vista hidrológico. Por ello, se asocian a las formaciones cuatro parámetros básicos en cuanto a su comportamiento respecto al agua que puedan contener y transmitir. Estos cuatro parámetros hidrogeológicos característicos de las formaciones geológicas son los siguientes:

- **Porosidad:** La porosidad es la relación entre el volumen de huecos y el volumen total de una roca. Es un parámetro adimensional y depende únicamente de la constitución de la roca o suelo, es decir, de su textura característica, sin que intervenga la forma geométrica ni la potencia de la formación o su mecanismo de funcionamiento hidráulico en la naturaleza. Según el tipo de formación, los poros pueden ser debidos a espacios intergranulares, en las formaciones detríticas, o a grietas y fisuras, en el caso de rocas fisuradas o cársticas; el concepto de porosidad puede asociarse a unas y otras. La porosidad de una formación puede estar ligada únicamente a la textura de la misma o depender además de las características del fluido que se mueve en su interior. La primera de ellas es la porosidad total n , referida al volumen total de poros, independientemente de que el fluido tenga o no la capacidad de circular entre ellos

$$n = \frac{\text{Volumen de los poros}}{\text{Volumen total}}$$

- La porosidad eficaz n_e , también denominada porosidad cinemática, referida al volumen de poros conectados por los que el transporte de fluido es posible, y queda ligada no solo a la textura de la formación, sino también a las características del fluido:

$$n_e = \frac{\text{Volumen poros conectados}}{\text{Volumen total}}$$

- Coefficiente de almacenamiento: Este coeficiente representa la capacidad para liberar agua de un acuífero. Se define como el volumen de agua que es capaz de liberar un prisma de base unitaria y de altura la del acuífero, cuando desciende 1 m el nivel piezométrico. Es, en consecuencia, un parámetro físico referido al volumen cedido por unidad de volumen de acuífero y, al igual que la porosidad, es adimensional. La forma en que las formaciones geológicas permeables liberan agua es distinta según su situación en la naturaleza y el estado de sus niveles piezométricos. Así, cabe distinguir formaciones o acuíferos en funcionamiento confinado o acuíferos en funcionamiento libre.

- Permeabilidad: La permeabilidad es el parámetro que permite evaluar la capacidad de transmitir agua de una formación en función de la textura de la misma, sin relacionarla con su estructura o forma geométrica. Dentro de este concepto pueden definirse otros dos:

La permeabilidad ligada tanto a las características texturales del medio físico como del fluido que transmite, denominada permeabilidad efectiva o conductividad hidráulica, representada por el coeficiente de permeabilidad, k .

La denominada permeabilidad intrínseca, K , que es sólo dependiente de las características internas del medio permeable.

La permeabilidad efectiva k se define como el caudal que es capaz de atravesar una sección unitaria del acuífero, normal al flujo, bajo un gradiente piezométrico unitario. Depende, en consecuencia, tanto de las características del medio físico (acuífero), como de las del fluido que lo atraviesa (agua). Por razones de su

definición (caudal por unidad de superficie), las dimensiones de la permeabilidad efectiva pueden establecerse:

$$[k] = \frac{L^3 T^{-1}}{L^2} = LT^{-1}$$

Se usan cm/s y m/día como unidades más habituales (m/día suele utilizarse en hidrogeología con carácter prácticamente general), y cm/s en ingeniería. La permeabilidad intrínseca y la permeabilidad efectiva se relacionan únicamente por los parámetros capaces de definir las características del fluido.

$$k = K \frac{\gamma}{\mu} \quad \text{O bien} \quad k = K \frac{g}{\eta}$$

Donde: k = permeabilidad efectiva [LT^{-1}]

K = permeabilidad intrínseca

γ = peso específico del agua [$ML^{-2}T^{-2}$]

μ = viscosidad dinámica del fluido [$ML^{-1}T^{-1}$]

η = viscosidad cinemática [L^2T^{-1}]

g = aceleración de la gravedad [LT^{-2}]

Y en consecuencia:

$$[K] = \left[k \frac{\mu}{\gamma} \right] = \frac{LT^{-1} * ML^{-1}T^{-1}}{ML^{-2}T^{-2}} = L^2$$

No ha sido posible encontrar una relación capaz de definir, con carácter generalista, la permeabilidad intrínseca en función del medio, a pesar de los esfuerzos de diversos investigadores. En cualquier caso, no influye solamente el tamaño de las partículas que conforma el medio, sino también su forma y superficie, no admitiendo generalización estas dos últimas características. Diversos autores de esta temática han establecido las siguientes relaciones:

$$K = c * d^2 \quad \text{Hazen}$$

$$K = c * m * d^2 \quad \text{Slichter}$$

$$K = \lambda * \left(\frac{m-0.13}{(1-m)^{1/3}} \right)^2 * d^2 \quad \text{Terzaghi}$$

La variable d es el denominado diámetro eficaz, que, para el caso más general es el d_{10} de la curva granulométrica de la muestra; es decir, el tamaño de abertura de tamiz que permite el paso del 10 % en peso de la muestra de material granular. Los coeficientes c, m, n y λ dependen de las características geométricas y de fricción de los granos, pudiendo por ello admitirse que para cualquier caso:

$$K = \text{cte} * d^2 \quad \text{y, por tanto: } K = \text{cte} * d_{10}^2$$

Para un mismo fluido a una misma temperatura. La permeabilidad, al contrario que ocurría con la porosidad, sí depende del tamaño del grano; tal y como se ha visto, el valor d_{10} condiciona el valor de la permeabilidad.

En definitiva, la conductividad hidráulica o permeabilidad efectiva k nos da una idea de la relación existente entre el caudal por unidad de sección y el gradiente hidráulico. A mayor conductividad hidráulica mayor caudal, o menor gradiente hidráulico se precisa para un mismo caudal. Guarda relación con otros parámetros que intervienen en otros procesos físicos, como la conductividad eléctrica (inverso de la resistividad) y depende de las características del medio poroso y del fluido. Mientras que la permeabilidad intrínseca nos da una idea de las características del terreno, y al medirse en unidades de superficie y tener valores tan bajos, podemos considerarla como “una medida de la superficie del poro”.

- Transmisividad: la transmisividad T es el parámetro definido para evaluar la capacidad de transmitir agua de los acuíferos, teniendo en cuenta no sólo la textura del acuífero y las características del fluido, sino también las características estructurales o geométricas. Se define como el producto de la conductividad hidráulica k y el espesor del acuífero b:

$$T = k \cdot b$$

Acuíferos muy permeables, pero de bajo espesor pueden, a pesar de sus excelentes características texturales, no ser aptos para una eficaz transmisión del agua debido a su bajo espesor y, consecuentemente, baja transmisividad.

3.2 Piezometría

El movimiento del agua en las formaciones geológicas está condicionado por la capacidad de realizar trabajo de sus partículas elementales, es decir, por su energía. La energía depende, de una parte, del campo de fuerzas a que está sometido el fluido y del agente sensible a dicho campo y, de otra, del tipo de energía en sí o forma en que el cuerpo tenga almacenada su capacidad de desarrollar trabajo.

Los tres tipos de energía que pueden incidir sobre el agua que se mueve en el seno de una formación permeable, asumiendo que no van a existir cambios de calor, son las siguientes:

$$\text{Energía potencial: } E_h = m \cdot g \cdot z$$

$$\text{Energía cinética: } E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$\text{Energía de presión: } E_p = p \cdot V$$

Donde g representa la intensidad del campo gravitatorio y m la masa o agente sensible al campo gravitatorio, z es la altura respecto a una cota de referencia, v es la velocidad del fluido (agua), p es la presión a que está sometido el fluido y V es el volumen. Por el principio de conservación de la energía, ésta va a permanecer constante a lo largo de una línea de corriente, y por tanto:

$$E = E_h + E_c + E_p = \text{cte} \quad (\text{Caso de los fluidos ideales y cuando el régimen es estacionario})$$

$$\text{O bien: } m \cdot g \cdot z + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + p \cdot V = \text{cte}$$

$$\text{Sacando } m \cdot g \text{ factor común: } m \cdot g \cdot \left(z + \frac{v^2}{2 \cdot g} + \frac{p}{\rho \cdot g} \right) = \text{cte}$$

Siendo ρ la densidad del agua.

Ante un mismo fluido y un mismo campo gravitatorio, el terrestre, se tiene:

$$\left(z + \frac{v^2}{2 \cdot g} + \frac{p}{\rho \cdot g} \right) = \text{cte}$$

Que no es más que la expresión del teorema de Bernoulli y en la que todos sus términos tienen dimensiones de longitud:

$$\begin{aligned} [z] &= L \\ \left[\frac{v^2}{2 \cdot g}\right] &= \frac{L^2 T^{-2}}{L T^{-2}} = L \\ \left[\frac{p}{\rho \cdot g}\right] &= \frac{M L T^{-2} L^{-2}}{M L^{-3} L T^{-2}} = L \end{aligned}$$

En consecuencia, a los términos de la ecuación se les denomina alturas:

$$\begin{aligned} z &\rightarrow \text{Altura de posición} \\ \frac{v^2}{2 \cdot g} &\rightarrow \text{Altura de velocidad} \\ \frac{p}{\rho \cdot g} &\rightarrow \text{Altura de presión} \end{aligned}$$

El término $v^2/2 \cdot g$, o altura de velocidad, en el caso del movimiento del agua en el seno de un medio permeable, puede ser despreciado frente a la altura de presión y la altura de posición, dado lo bajo del valor de la velocidad del agua en dichos medios y, por tanto, la capacidad para realizar trabajo por parte del agua en un punto A de un acuífero, vendrá dada por su nivel piezométrico o suma de las alturas de posición y presión:

$$h_a = z_a + \frac{p_a}{\gamma}$$

Siendo γ el peso específico del agua.

Al nivel piezométrico se le suele denominar también altura piezométrica, cota piezométrica o carga hidráulica. El nivel piezométrico se mantiene constante en la vertical de un almacenamiento de agua libre o en la vertical de un medio permeable saturado cuando éste es homogéneo e isótropo.

Tal y como se ve en la Figura 3.2, el punto A está a presión atmosférica y por tanto su nivel piezométrico, h_a , es igual a la altura de posición z_a . El punto B tiene un nivel piezométrico, h_b , que se quiere comparar con h_a .

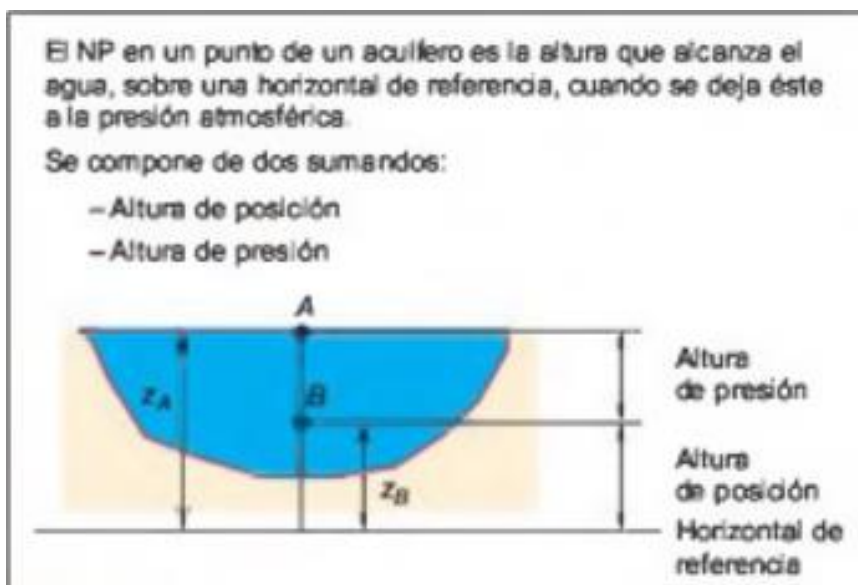


Figura 3.2. Nivel piezométrico. Fuente: Ingeniería Geológica. González de Vallejo, 2002

Sea P_b la presión en el punto B y z_b su altura de posición:

$$h_a = z_a$$

$$h_b = z_b + \frac{P_b}{\gamma} = z_b + \frac{(z_a - z_b) \cdot \gamma}{\gamma} = z_a = h_a$$

Es decir, el nivel piezométrico es el mismo en los puntos A y B.

En la Figura 3.3 se pueden ver los parámetros de la ecuación Bernoulli representados gráficamente.

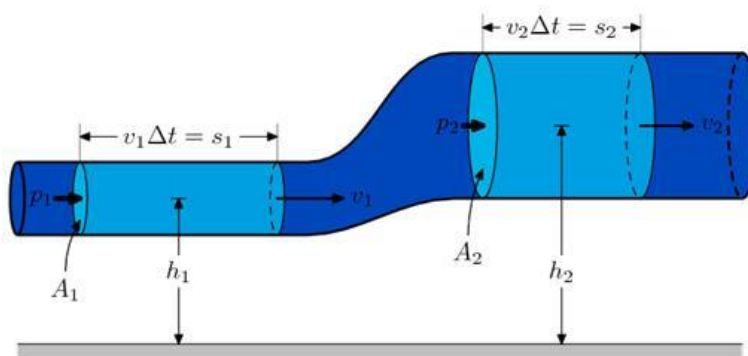


Figura 3.3. Teorema de Bernoulli

Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Principio_de_Bernoulli#/media/File:BernoullisLawDerivativonDiagram.svg

3.3 La ecuación de Darcy

La ley de *Darcy* fue enunciada por su autor en 1856, después de diversos trabajos y experimentaciones. Establece que el caudal Q que es capaz de atravesar un medio permeable, es proporcional al área de paso del medio permeable A , normal al flujo, y al gradiente de niveles piezométricos entre la entrada y la salida del flujo en el medio permeable, i . La constante de proporcionalidad es la permeabilidad del medio, en la que quedan incluidas las características del fluido, es decir, es la permeabilidad efectiva, conductividad de Darcy o conductividad hidráulica. En consecuencia y con carácter global:

$$Q = -k * A * i$$

Siendo: Q = Caudal de paso [L^3T^{-1}]
 k = Permeabilidad de *Darcy* [LT^{-1}]
 A = Área de paso [L^2]
 i = Gradiente piezométrico

Como es sabido, el gradiente de un escalar es un vector, definido por su módulo, dirección y sentido. El módulo es la derivada direccional de la función escalar, la dirección es la normal a las curvas de nivel de la función escalar, el sentido es el del aumento en el valor de la función. Al moverse el flujo de zonas de mayor a menor nivel piezométrico, que es en este caso la función escalar, el flujo y el gradiente tienen direcciones distintas, lo que justifica el signo negativo en el segundo término de la ecuación de *Darcy*. Llamando h al nivel piezométrico y x al espacio en el sentido del flujo, la ecuación puede expresarse en forma diferencial, considerando la variación de niveles piezométricos a lo largo del recorrido del flujo por el medio poroso:

$$Q = -k * A * \frac{dh}{dx}$$

En el caso de la Figura 3.4, el experimento mantiene constantes los niveles h_1 y h_2 , y al ser constantes k y A para todo el medio permeable se establece la forma más sencilla de *Darcy*:

$$Q = k * A * \frac{h_1 - h_2}{L}$$

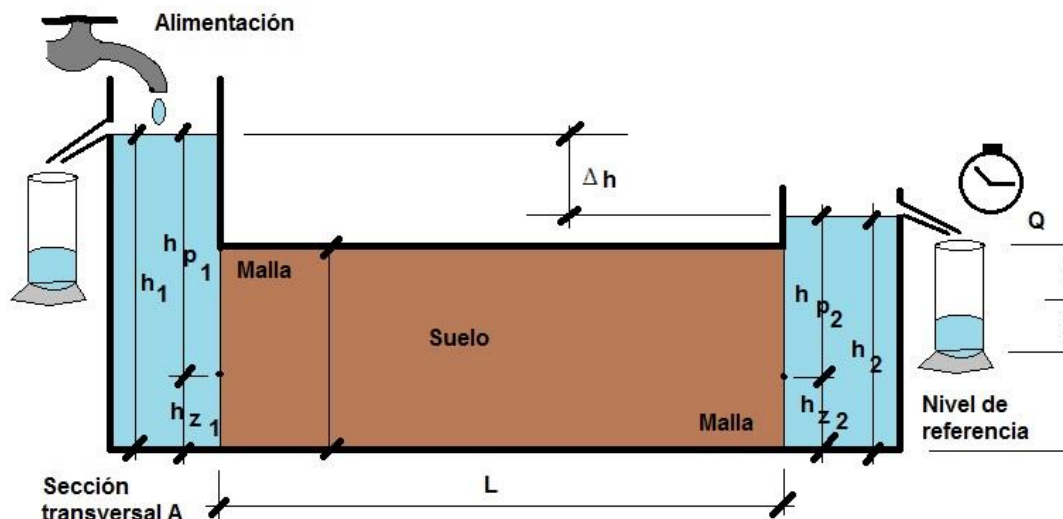


Figura 3.4. Ley de Darcy

Fuente: <http://geolabs.com.mx/blog/trabajo/propiedades-hidraulicas-del-suelo/>

La ley de Darcy es únicamente válida para el caso en que el régimen sea laminar. Para evaluar si el régimen es realmente laminar hay que acudir al denominado número de Reynolds, que representa la relación entre las fuerzas de inercia y viscosas en el seno de un fluido:

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot d}{\mu}$$

Donde:

v = Velocidad del fluido

d = Tamaño medio de las partículas, se considera el d_{10} en medios granulares y $2e$ en medios fisurados, siendo e el ancho medio de las fisuras.

ρ = Densidad del fluido

μ = Viscosidad dinámica

El número de Reynolds es adimensional.

$$[Re] = \frac{(ML^{-3})(L)}{(MLT^{-2})(T)(L^{-2})} \rightarrow \text{Adimensional}$$

De cualquier modo, para su cálculo habrá que utilizar unidades homogéneas; por ejemplo, v en cm/s, d en cm, ρ en g/cm³ y μ en dina * seg/cm². Un valor del número

de *Reynolds* comprendido entre 1 y 10 denota un régimen laminar en el que puede considerarse aplicable la ley de *Darcy*, aunque es particularmente fiable para valores inferiores a 4. El régimen se manifiesta totalmente turbulento para valores de 60 a 180, y en los valores intermedios puede asumirse como cuasi-turbulento. En cualquier caso, con esta última gama de parámetros, el flujo no cumpliría la ley de *Darcy*.

3.4 La ecuación general de flujo: Ecuación de *Laplace* y ecuación de *Poisson*

Ecuación de *Laplace*: La ecuación de *Laplace* es la primera de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que gobiernan el flujo en medios porosos (permeables en general, cuando el medio pueda ser asumido como poroso). Se refiere al flujo en condiciones de régimen permanente y en ausencia de fuentes y sumideros.

Esta ecuación, como todas las ecuaciones del flujo en medios porosos, se obtiene aplicando conjuntamente la ecuación de la continuidad y la ley de *Darcy*. El flujo se estudia aceptando, de una parte, que la masa entrante debe ser igual a la saliente, y que ambas, dentro del medio poroso, están condicionadas por los planteamientos de *Darcy*. Así, se tiene:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \text{ (continuidad)}$$

$$v_x = -k_{xx} * \frac{\partial h}{\partial x}; v_y = -k_{yy} * \frac{\partial h}{\partial y}; v_z = -k_{zz} * \frac{\partial h}{\partial z}$$

sustituyendo:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(-k_{xx} * \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-k_{yy} * \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(-k_{zz} * \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0$$

Si se considera el medio homogéneo (la permeabilidad es la misma en cualquier punto del espacio) e isótropo (la permeabilidad es la misma en cualquier dirección del espacio), se tiene que:

$$k_{xx} = k_{yy} = k_{zz} = k$$

y:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

Que es la ecuación de *Laplace* (régimen permanente, medio homogéneo e isótropo y ausencia de fuentes y sumideros). Hay dos tipos característicos de condiciones de contorno:

- Condiciones *Dirichlet*: nivel piezométrico conocido en frontera.
- Condiciones *Neuman*: flujo conocido en frontera.

La resolución de la ecuación solo es posible por métodos analíticos en sistemas físicos sencillos, como es el caso de flujo hacia pozos y algunos problemas de flujo entre zanjas. Para casos reales más complejos debe acudir se a métodos aproximados de resolución numérica, o también, en algunos otros casos, a métodos gráficos de resolución, como redes de flujo.

Ecuación de Poisson: *Laplace* no integra en sus planteamientos la existencia de fuentes y sumideros. Sin embargo, y aún en problemas de régimen permanente, es preciso incluir bombeos y recargas (fuentes y sumideros) asociados a problemas reales. La ecuación de *Poisson* de flujo en medios porosos en régimen permanente, y con posibilidad de integrar bombeos y recargas, puede desarrollarse con la ayuda del esquema de la Figura 3.5.

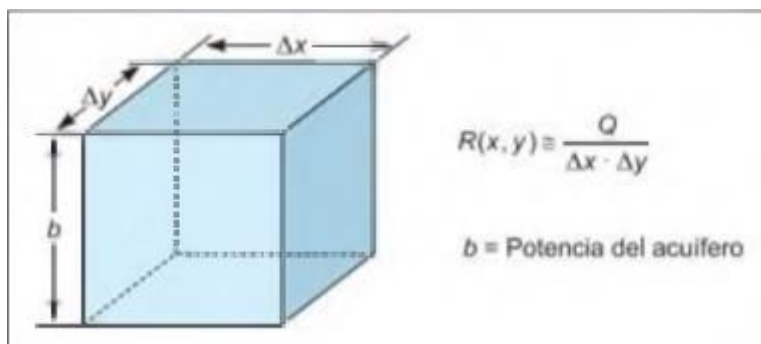


Figura 3.5. Esquema para la deducción de la ecuación de *Poisson*. Fuente: Ingeniería Geológica. González de Vallejo, 2002

Se considera una recarga $R(x, y)$ por unidad de área y unidad de tiempo. Aplicando condiciones de flujo estacionario:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} \Delta x (b \Delta y) = \frac{\partial v_y}{\partial y} \Delta y (b \Delta x) = R(x, y) \Delta x \Delta y$$

Aplicando *Darcy* con hipótesis de homogeneidad e isotropía:

$$k_{xx} = k_{yy} = k_{zz} = k$$

y siendo:

$$T = k * b$$

se obtiene la ecuación de *Poisson*:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = -\frac{R(x, y)}{T}$$

En régimen permanente, presencia de fuentes y sumideros y permeabilidad homogénea e isotrópica. En esta ecuación se tiene:

- Si $R(x, y) = 0$, es coincidente con la ecuación de Laplace
- Si $R(x, y)$ es positiva = Recarga
- Si $R(x, y)$ es negativa = Bombeo

Todo lo dicho para la resolución de la ecuación de *Laplace* es válido para la de *Poisson*. Sin embargo, esta última es más realista y completa y se ajusta mejor a la mayoría de los problemas reales que suelen presentarse. Establece de modo simplista que la suma de entradas y salidas de agua en un recinto acotado debe ser igual al bombeo o recarga que incida sobre tal recinto, siempre en condiciones de régimen permanente (no variación de los niveles piezométricos en el recinto) y de medio homogéneo e isotrópico en cuanto a la permeabilidad.

Ecuación del flujo en régimen transitorio: En el régimen permanente se obtienen soluciones de equilibrio para un fenómeno concreto. No se trata de cómo ni cuándo se alcanza ese equilibrio, únicamente se calcula la solución de equilibrio. Si un sistema está en equilibrio, para cambiar esta situación se requieren ciertas acciones sobre el sistema, tales como bombeos o recargas.

El sistema evoluciona hasta alcanzar de nuevo la situación de equilibrio correspondiente; mientras esta nueva situación es alcanzada, se suceden un conjunto de situaciones a lo largo del tiempo, que es lo que se denomina régimen transitorio. Los niveles van variando y en consecuencia se va almacenando o

desalmacenando agua en el recinto. En este caso, la ecuación de la continuidad, en régimen transitorio, se aplica al recinto según:

$$\text{Volumen saliente} = \text{Volumen entrante} - \text{Volumen desalmacenado}$$

(En un intervalo de tiempo Δt)

En el intervalo Δt , el nivel varía Δh , como indica la Figura 3.6. El volumen de roca vaciado vendrá dado por $\Delta h * \Delta x * \Delta y$, y el volumen de agua contenido en este volumen de roca vendrá dado por $S * \Delta h * \Delta x * \Delta y$. El volumen desalmacenado en el tiempo Δt será $S * \Delta h * \Delta x * \Delta y / \Delta t$. Introduciendo este término en la ecuación de la continuidad en presencia de fuentes y sumideros, es decir, incluyendo el término del volumen desalmacenado en la unidad de tiempo en el término de recargas, se tiene:

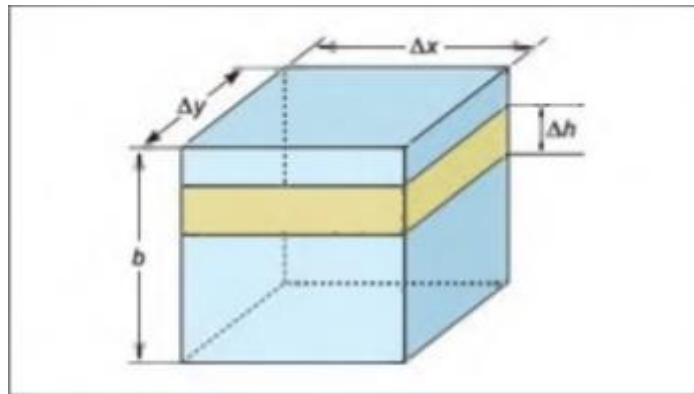


Figura 3.6. Esquema para la deducción de la ecuación general del flujo transitorio. Fuente: Ingeniería Geológica. González de Vallejo, 2002

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} \Delta x (b \Delta y) + \frac{\partial v_y}{\partial y} \Delta y (b \Delta x) = R(x, y, t) \Delta x \Delta y - S \frac{\partial h}{\partial t} (\Delta x \Delta y)$$

aplicando *Darcy* generalizado como en anteriores ecuaciones:

$$v_x = -k_{xx} * \frac{\partial h}{\partial x}; v_y = -k_{yy} * \frac{\partial h}{\partial y}; v_z = -k_{zz} * \frac{\partial h}{\partial z}$$

Y asumiendo una vez más condiciones de homogeneidad e isotropía ($k_{xx} = k_{yy} = k_{zz} = k$), discretización cuadrada ($\Delta x = \Delta y$) y $T = k*b$, se obtiene:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{R(x, y, t)}{T}$$

Ecuación general del flujo en régimen transitorio, presencia de fuentes y sumideros y permeabilidad homogénea e isotrópica. Los términos de esta ecuación tienen el siguiente significado:

$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}$: suma de caudales entrantes por caras laterales

$\frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t}$: volúmenes desalmacenados en la unidad de tiempo

$\frac{R(x, y, t)}{T}$: bombeos o recargas en la unidad de tiempo

En definitiva, esta ecuación indica que el balance de caudales entrantes y salientes en un recinto por razones de gradientes piezométricos, más las recargas externas al sistema, como bombeos y recargas, debe ser igual a los caudales de llenado o vaciado del recinto.

Como se puede observar:

Si $\frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} = 0$, se obtiene la ecuación de *Poisson* de régimen permanente con fuentes y sumideros.

Si $\frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} = 0$ y $\frac{R(x, y, t)}{T} = 0$, se obtiene la ecuación de *Laplace*

La ecuación general del flujo y su resolución para cada caso concreto con sus adecuadas condiciones de contorno es de uso general en los problemas de hidrogeología e ingeniería geológica.

3.5 Resolución analítica para el diseño de abatimientos mediante ensayos de bombeo

Los ensayos de bombeo son, sin lugar a dudas, el método más completo y fiable para el cálculo de los parámetros hidrogeológicos de un acuífero. Consisten en bombear un pozo, en principio a caudal constante, y analizar el descenso de los niveles piezométricos, tanto en el pozo de bombeo como en pozos o piezómetros circundantes.

Existen dos tipos básicos de métodos: ensayos de bombeo en régimen permanente y ensayos de bombeo en régimen transitorio o variable. En los primeros los niveles piezométricos no varían, y se interpretan los descensos producidos en el entorno del pozo como consecuencia de un bombeo constante en el mismo; en régimen variable lo que se analiza es la evolución de los niveles en el pozo de bombeo y pozos de observación a lo largo de la prueba.

3.5.1 Ensayos de bombeo en régimen permanente. Deducción de las ecuaciones

La ecuación general del flujo bidimensional bajo condiciones de acuífero confinado y régimen permanente viene dada por:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$$

siendo h el nivel piezométrico.

Ello implica que el acuífero pueda ser considerado homogéneo, isótropo e infinito, junto a la no existencia de recargas verticales.

Para el caso de flujo radial hacia un punto donde se sitúa el pozo de bombeo, puede transformarse la ecuación a coordenadas polares, tomando como eje de coordenadas el eje del pozo, que será un punto al proyectarlo sobre el plano xy . La transformación se realiza según:

$$x = r \cos \alpha$$

$$y = r \operatorname{sen} \alpha$$

Anulando los términos en α , se tiene la ecuación:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} = 0$$

que al depender solo de r puede escribirse de la forma:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dh}{dr} \right) = 0$$

por lo tanto:

$$\left(r \frac{dh}{dr} \right) = cte$$

Para calcular la constante, solo hay que suponer que el caudal que sale por el pozo debe ser igual al que atraviesa una superficie cilíndrica de altura constante b y radio genérico r .

En este caso, según *Darcy*:

$$Q = 2\pi r b k \frac{dh}{dr}$$

luego:

$$cte = r \frac{dh}{dr} = \frac{Q}{2\pi b k} = \frac{Q}{2\pi T}$$

y por tanto:

$$dh = \frac{Q}{2\pi T} \frac{dr}{r}$$

Si se realiza la integración entre el radio genérico r y el radio de influencia R , distancia a la cual el descenso es nulo, se tiene que el nivel variará entre el valor h a distancia genérica y el valor h_0 representativo de niveles en reposo a escala regional:

$$\int_h^{h_0} dh = \frac{Q}{2\pi T} \int_r^R \frac{dr}{r}$$

obteniéndose la **solución de Thiem** (1906):

$$h_0 - h = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r}$$

donde:

h_0 = nivel piezométrico inicial

h = nivel piezométrico a la distancia r

Q = caudal de bombeo

T = transmisividad

R = radio de influencia

r = distancia al eje del pozo

Si el acuífero se comportara como libre, habría una variación fundamental respecto al caso anterior; el espesor constante b representado por la altura del cilindro será variable e igual al nivel h , ya que al ser libre el acuífero, el nivel saturado se corresponde con el nivel piezométrico referido al fondo de la formación permeable. Por tanto:

$$Q = 2\pi r h k \frac{dh}{dr}$$

luego:

$$h dh = \frac{Q}{2\pi k} \frac{dr}{r}$$

Análogamente al caso anterior, pero siendo h_0 conceptualmente, el espesor saturado inicial, se tiene:

$$\int_h^{h_0} h dh = \frac{Q}{2\pi k} \int_r^R \frac{dr}{r}$$

y finalmente:

$$h_0^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R}{r}$$

que es la **solución de Dupuit** (1863).

Todas estas fórmulas parten de la aceptación de que la transmisividad es constante en cualquier punto del espacio; es decir, asumen un medio homogéneo e isótropo.

A la relación de **Thiem** también puede llegarse por métodos más simples, sin acudir a la ecuación general. A continuación, se incluye este último desarrollo matemático por ser bastante representativo e intuitivo.

Según la Figura 3.7, si se considera un acuífero cautivo o confinado en el que un pozo perforado en el mismo bombea un caudal constante Q , y existen dos pozos de observación (nº 1 y nº 2) estando el nivel estabilizado en todo el cono de bombeo, se puede establecer que el caudal que sale por el pozo es igual al que atraviesa una superficie cilíndrica ideal de radio genérico r y altura el espesor del acuífero b .

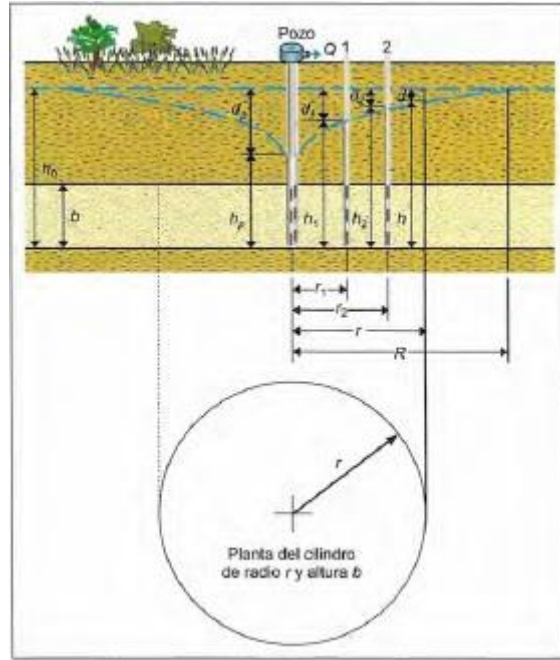


Figura 3.7. Esquema para la deducción de la fórmula de *Thiem*.
Fuente: Ingeniería Geológica. González de Vallejo, 2002

Las depresiones en el pozo de bombeo, y en los piezómetros \$n^\circ 1\$ y \$n^\circ 2\$ serán \$d_p\$, \$d_1\$ y \$d_2\$, y los niveles \$h_p\$, \$h_1\$ y \$h_2\$, respectivamente. Los piezómetros se encuentran a las distancias \$r_1\$ y \$r_2\$ del pozo de bombeo. A la distancia genérica \$r\$, la depresión y el nivel \$h\$.

Según la ley de Darcy, puede establecerse que el caudal que atraviesa la superficie cilíndrica porosa será igual al producto de la permeabilidad del acuífero por el área de paso y por el gradiente hidráulico que existe entre uno y otro lado de la superficie cilíndrica considerada. Es decir:

$$Q = kAi$$

donde \$A = 2\pi rb\$ es el área de paso, \$i = dh/dr\$ es el gradiente:

$$Q = k2\pi rb \frac{dh}{dr} \quad kb = T$$

$$Q = 2\pi rT \frac{dh}{dr} \quad dh = \frac{Q}{2\pi T} \cdot \frac{dr}{r}$$

Para integrar esta última expresión, se tienen que definir los límites de integración. Cuando \$h\$ varía entre un nivel genérico \$h\$ y el nivel inicial del acuífero \$h_0\$ variará entre un radio genérico en el que el nivel vale \$h\$, y una distancia \$R\$ (radio de influencia) a la cual el descenso es nulo y, por tanto, \$h\$ vale \$h_0\$:

$$\int_h^{h_0} dh = \frac{Q}{2\pi T} \int_r^R \frac{dr}{r} \quad \text{y} \quad h_0 - h = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r}$$

o bien

$$d = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r}$$

La deducción de la fórmula de **Dupuit** por este procedimiento sería análoga siguiendo la Figura 3.8:

$$Q = kAi$$

siendo $A = 2\pi rh$ el área de paso, $i = dh/dr$ el gradiente:

$$Q = k2\pi rh \frac{dh}{dr} \rightarrow h dh = \frac{Q}{2\pi k} \frac{dr}{r}$$

e integrando con los límites ya conocidos de la fórmula de **Dupuit**:

$$h_0^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R}{r}$$

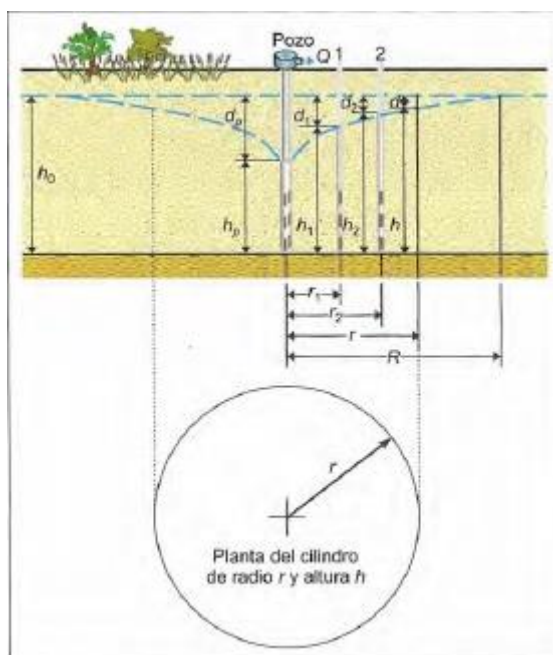


Figura 3.8. Esquema para la deducción de la fórmula de **Dupuit**.
Fuente: Ingeniería Geológica. González de Vallejo, 2002

3.5.2 Método de *Dupuit* para acuífero libre en régimen permanente

En el caso de que el acuífero sea libre, el flujo deja de ser radial (Figura 3.9).

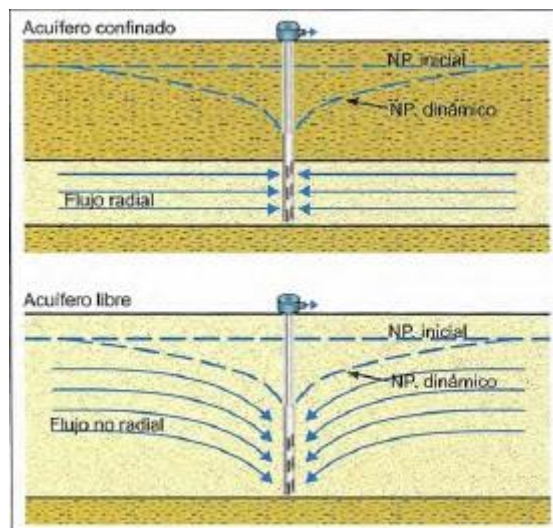


Figura 3.9. Esquema de bombeo en acuíferos confinados y libres.
Fuente: Ingeniería Geológica. González de Vallejo, 2002

En estos casos, al valor del descenso que se ha medido en el campo, se le hace una corrección llamada corrección de *Dupuit* para acuíferos libres. Para el cálculo de esta corrección, se parte de la fórmula de *Dupuit*:

$$h_0^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R}{r}$$

y

$$h_0^2 - h^2 = (h_0 - h)(h_0 + h) = d(2h_0 - d) = 2h_0 \left(d - \frac{d^2}{2h_0} \right)$$

luego

$$d - \frac{d^2}{2h_0} = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r}$$

dato que $kh_0 = T$.

Esta fórmula es igual a la de *Thiem* salvo que tiene que dibujarse con una corrección en la escala, es decir, con una corrección en el descenso observado:

-descenso observado = d

-descenso corregido = $d - \frac{d^2}{2h_0}$, siendo h_0 el espesor saturado inicial.

Una vez efectuada la corrección de los valores de descenso en pozo piezómetros, se procede de modo análogo al descrito para el método de *Thiem* para acuífero confinado o cautivo, pero haciendo uso de los descensos corregidos. Sin embargo, no merece la pena hacer esta corrección cuando el descenso es menor del 10% o 15 del espesor saturado

3.5.3 Formulación analítica en el diseño de abatimientos en acuíferos libres. Flujo proveniente de una fuente circular; caso de pozo simple y pozos múltiples

Considérese un estrato superficial libremente drenante y saturado, tal como una arena, el cual está depositado sobre una base esencialmente impermeable, como lo muestra la Figura 3.10a. Existen un pozo cilíndrico de radio r_w que penetra por completo hasta la base de la arena. El bombeo en el pozo bajo condiciones de flujo estacionario producirá un abatimiento del nivel freático y el límite de dicho abatimiento estará dado por el radio de influencia r_e del pozo. La línea inferior de corriente estará en el contacto entre la base de la arena y la superficie del estrato impermeable, en tanto que la línea superior de corriente coincidirá con el nivel freático abatido, el cual es una superficie libre.

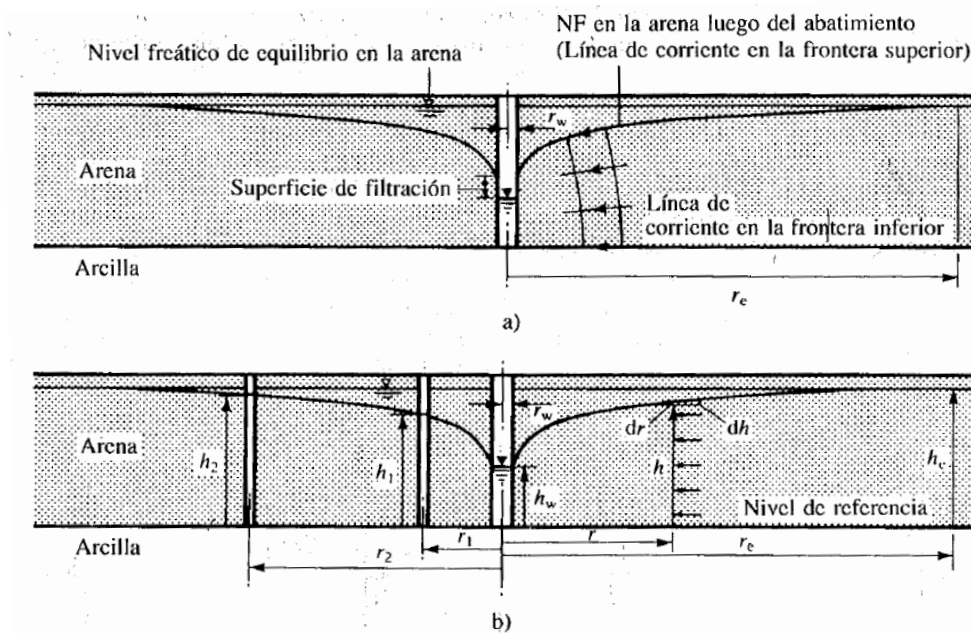


Figura 3.10. Flujo en un acuífero no confinado con fuente circular: pozo simple. Fuente: Mecánica de Suelos. Peter L. Berry & David Reid, 1993

El caso de flujo no confinado tiene las siguientes complicaciones adicionales:

1. La posición de la línea superior de corriente no está definida por la geometría del problema.
2. Debido a la curvatura de la línea superior de corriente, el flujo a través de la arena no es horizontal; las líneas equipotenciales tampoco son verdaderamente verticales.
3. Se presenta una superficie de filtración en el pozo ya que la línea superior de corriente emerge por encima del nivel del agua.

Es posible obtener una solución exacta pero su deducción es muy compleja. Sin embargo, para los casos en que el abatimiento no es muy grande, existe una solución aceptable, aunque aproximada, que puede obtenerse simplemente al suponer lo siguiente:

1. No se presenta superficie de filtración, de este modo la línea superior de corriente emerge al nivel del agua en el pozo.
2. El gradiente hidráulico a cualquier distancia r del pozo es constante en todo el espesor del flujo e igual a la pendiente de la línea superior de corriente a distancia r (esta se denomina hipótesis de *Dupuit-Forchheimer*). Por tanto, el flujo a través de la arena a una distancia r del pozo es horizontal.

El problema simplificado se ilustra en la Figura 3.10b.

Pozo simple. Debido al principio de continuidad el flujo Q hacia el pozo, debe ser igual al flujo que atraviesa cualquier sección cilíndrica en la arena a una distancia r desde el pozo. Si se toma la base de la arena como nivel de referencia

$$Q = kiA = k \frac{dh}{dr} 2\pi r h$$

Al separar las variables e integrar r_w y r_e

$$Q \int_{r=r_w}^{r=r_e} \frac{1}{r} dr = 2\pi k \int_{h=h_w}^{h=h_e} h dh$$

Donde

$$Q = \frac{\pi k (h_e^2 - h_w^2)}{\ln r_e / r_w}$$

La cabeza total h a cualquier distancia r desde el pozo está dada por

$$h^2 = h_e^2 - \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{r_1}{r}$$

De manera similar, en términos de h_1 y h_2 medidas en pozos de observación en r_1 y r_2

$$Q = \frac{\pi k (h_2^2 - h_1^2)}{\ln r_2 / r_1}$$

$$h^2 = h_1^2 - \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{r_1}{r}$$

Sistema de pozos múltiple: Cualquier intento por hacer una excavación bajo el nivel freático en un suelo libremente drenante traerá como resultado filtraciones de agua en cantidades incontrolables hacia la excavación, los cuales no solo dañarían las condiciones de trabajo en la excavación, sino que también la filtración asociada comprometería la estabilidad de los taludes laterales. Una solución a este tipo de problemas se logra al abatir el nivel freático hasta una posición por debajo de la base de la excavación propuesta mediante la construcción y operación de un sistema de pozos de alivio o pozos de desagüe que penetren completamente el estrato arenoso, instalados alrededor del perímetro de la excavación; la geometría típica se muestra en la Figura 3.11a. El abatimiento mínimo necesario está definido por la relación entre la profundidad de la excavación y el nivel freático original.

Para diseñar un sistema de pozos se necesita una expresión con la cual pueda obtenerse en cualquier punto del suelo la cabeza total debida al bombeo desde varios pozos simultáneamente. De manera similar a la descrita para el problema correspondiente con flujo confinado, puede demostrarse que para un sistema de n pozos, la cabeza total en P en la Figura 3.10b está dada por

$$h_p^2 = h_e^2 - \frac{Q}{\pi k} \sum_{j=1}^n \ln \frac{r_e}{r_j}$$

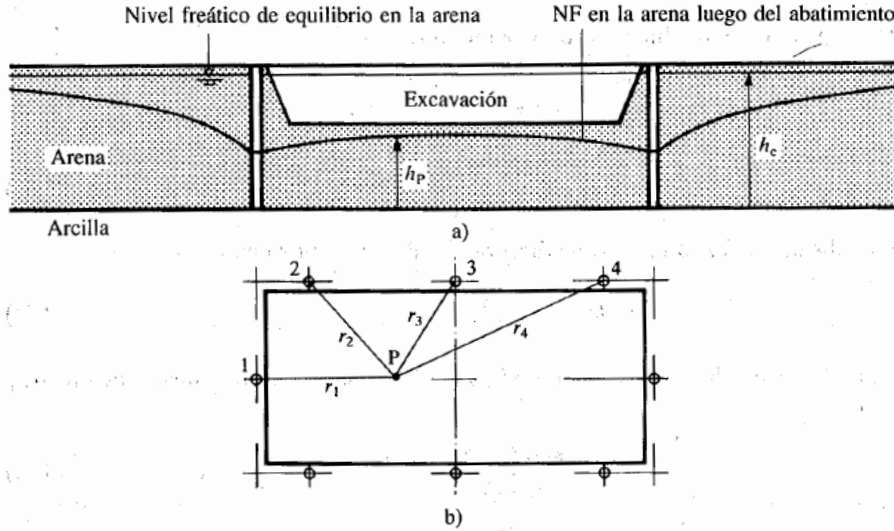


Figura 3.11. Flujo en un acuífero no confinado con fuente circular: sistema de pozos múltiples.

Fuente: Mecánica de Suelos. Peter L. Berry & David Reid, 1993

Las ecuaciones citadas dependen del radio de influencia. Sin embargo, una determinación precisa de r_e es difícil debido a las dificultades inherentes a la estimación de la distancia a la cual el pozo deja de tener influencia. Además, el radio de influencia del pozo no es constante, un incremento en el abatimiento produce un aumento de r_e y en cuanto mayor sea la permeabilidad de la arena mayor será el radio de influencia del pozo. Afortunadamente la influencia de r_e está en términos de logaritmo natural y, por tanto, la solución no es sensible a pequeñas inexactitudes. Esto se ilustra en la Tabla 3.1 que muestra el efecto de diferentes valores típicos de r_e dentro del rango de valores Q que se esperan para una arena.

r_e (m)	125	250	500	1000	125	250	500	1000
r_w (m)	0,1	0,1	0,1	0,1	0,3	0,3	0,3	0,3
$\frac{1}{\ln \frac{r_e}{r_w}}$	0,1402	0,1278	0,1174	0,1086	0,1658	0,1487	0,1348	0,1238
$\frac{\Delta Q}{Q} \%$		8,8	8,1	7,5		10,3	9,3	8,5

Tabla 3.1. Efecto de diferentes valores típicos de r_e dentro del rango de valores Q que se esperan para una arena. Fuente: Mecánica de Suelos. *Peter L. Berry & David Reid*, 1993

Se observa que al duplicar el valor de r_e los cambios de valores de Q son inferiores al 10%. Por consiguiente, las pequeñas inexactitudes en r_e no serán significativas y solo será necesario determinar el radio de influencia de manera aproximada.

Debido a la incertidumbre asociada con el valor de r_e y al hecho de que el nivel del agua en el pozo será inferior a h_w en un valor equivalente a la pérdida de cabeza hidráulica en el pozo, algunas veces los niveles piezométricos en la arena se registran directamente al instalar pozos de observación a distancias adecuadas del pozo de bombeo.

4 EL PROGRAMA MODFLOW

4.1 Descripción general

Modflow es un programa tridimensional para agua subterránea el cual trabaja bajo una expresión de diferencias finitas de aproximación. *Modflow* fue desarrollado por el *USGS* de los Estados Unidos de América bajo el sistema de *Fortran 88* y documentado en los años 1995 – 1996, el programa fue generado por un proceso matemático y matrices complejas bajo la ley de *Darcy* y sus resultados finales presentaban una calidad muy pobre. Posteriormente la Universidad de *Waterloo* logró codificar un módulo para una mejor calidad visual en los resultados el cual le dieron el nombre de *Visual Modflow* (Figura 4.1). Hoy en día se han estructurado diferentes módulos codificados para otras aplicaciones particulares y otras nuevas compatibilidades.

Modflow puede simular un fluido en estado transitorio y estacionario, combinando varios tipos de capas, así como tipo de acuíferos confinados y semiconfinados, también puede calcular el movimiento de una partícula, es decir modelos de transportes de contaminantes. El modelo puede requerir de varios parámetros, depende del cual sea su aplicación requiere datos como: pozos de extracción o de inyección, área de recarga, flujos y drenes, conductividad hidráulica, conductividad hidráulica vertical, topografía, flujos de entrada y salida, coeficiente de almacenamiento, condiciones de fronteras, coordenadas para capas horizontales, geometría del acuífero, etc.

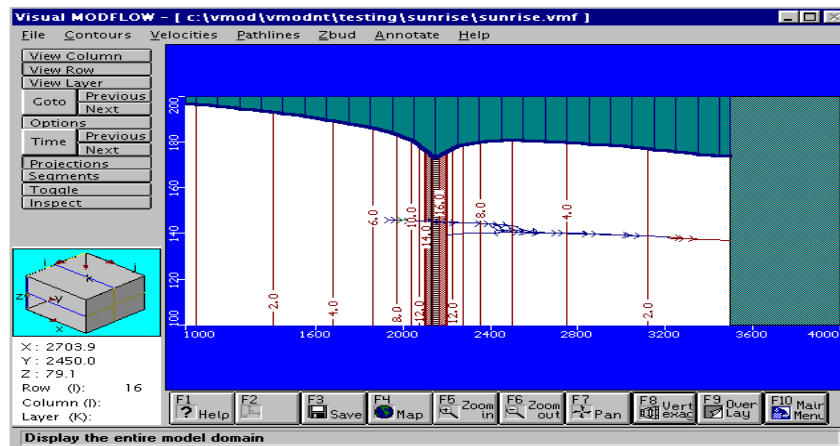


Figura 4.1. *Visual Modflow 2011.1 User's Manual*

Los modelos son, por definición, aproximaciones y simplificaciones de un sistema natural. Las suposiciones y las soluciones de compromiso debidas a las limitaciones en la capacidad de cómputo, la precisión limitada del proceso de solución, la escasez de fondos y la insuficiencia de los datos de entrada, pueden combinar los resultados y las predicciones.

Las limitaciones en *Modflow* se basan en que los datos de entrada afectan la precisión y aplicabilidad de los modelos. Una importante información pudiera ser la arquitectura del modelo: el tamaño de la malla y el número de capas. Los primeros modelos matemáticos estaban limitados por la capacidad de cómputo y la poca disponibilidad de información hidrogeológica; el tamaño de la malla era grueso y los datos eran limitados. Hoy en día, el tamaño de las celdas puede ser mucho más pequeño debido a que los sistemas de cómputo se encuentran muy avanzados tanto en su capacidad como en memoria.

Sin embargo, la información hidrogeológica no ha aumentado a la misma velocidad que la capacidad de simular la presencia y el movimiento del agua subterránea utilizando celdas muy pequeñas. Actualmente el tamaño de la celda está limitado más bien por el objetivo del modelo y los datos hidrogeológicos, y no por el tiempo de cómputo.

Los objetivos de un modelo matemático tomando en cuenta la conservación del acuífero son principalmente tres:

- 1) Implementar un modelo de simulación hidrodinámica del acuífero para hacer balances.
- 2) Elaborar escenarios de manejo del acuífero.
- 3) Hacer recomendaciones para la administración del agua subterránea, operando los escenarios de incremento paulatino de extracción.

Modflow resuelve las ecuaciones diferenciales parciales usando el método de diferencias finitas, donde cada celda de *Modflow* es un volumen unitario.

En general la ecuación de flujo de aguas subterráneas que emplea *Modflow* es la siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right] + W = S_s \frac{\partial h}{\partial t}$$

Donde: K_{xx} , K_{yy} y K_{zz} = Valores de la conductividad hidráulica para los ejes coordenados x, y, y z (L/T).

h = Es la pérdida de carga hidráulica.

W = Flujo volumétrico por unidad de volumen representada como el suministro o descarga de agua, donde los valores negativos indican extracción de agua y los positivos inyección de agua (L^{-1})

S_s = Almacenamiento específico del medio poroso (L^{-1}).

t = Tiempo (T).

Diferencias finitas: La forma de la diferencial parcial por diferencias finitas en un espacio discretizado del dominio del acuífero representado por filas, columnas y capas es:

$$\begin{aligned} & CR_{i,j-\frac{1}{2},k} (h_{i,j-1,k}^m - h_{i,j,k}^m) + CR_{i,j+\frac{1}{2},k} (h_{i,j+1,k}^m - h_{i,j,k}^m) + CC_{i-\frac{1}{2},j,k} (h_{i-1,j,k}^m - h_{i,j,k}^m) \\ & + CC_{i+\frac{1}{2},j,k} (h_{i+1,j,k}^m - h_{i,j,k}^m) + CV_{i,j,k-\frac{1}{2}} (h_{i,j,k-1}^m - h_{i,j,k}^m) \\ & + CV_{i,j,k+\frac{1}{2}} (h_{i,j,k+1}^m - h_{i,j,k}^m) + P_{i,j,k} h_{i,j,k}^m + Q_{i,j,k} \\ & = SS_{i,j,k} (\Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k) \frac{h_{i,j,k}^m - h_{i,j,k}^{m-1}}{t^m - t^{m-1}} \end{aligned}$$

Donde: $h_{i,j,k}^m$ = Pérdida de carga hidráulica en la celda i,j,k al paso del tiempo m .

CV , CR y CC = Conductancia hidráulica, o un pedazo de conductancias entre los nodos i,j,k y un nodo vecino $*P_{i,j,k}$ es la suma de los coeficientes de la pérdida de carga de las fuentes y de las descargas.

$Q_{i,j,k}$ = Suma de las constantes de los términos de las fuentes y las descargas, cuando $Q_{i,j,k} < 0.0$ es el flujo del sistema de agua subterránea (como el bombeo) y $Q_{i,j,k} > 0.0$ es el flujo en superficie (como la inyección). t^m = en el paso del tiempo m .

4.2 Interfaz de comunicación con Modflow: visual Modflow premium v.4.2.

Cuando se va a crear un modelo, lo primero que se debe hacer es crear una carpeta para guardar la información de cada modelización. El programa genera más de 37 archivos de los cuales hace uso durante sucesivas modelizaciones del mismo escenario. Es importante crear una copia de la carpeta y trabajar con ella cada vez que se desee crear nuevos escenarios a partir de uno existente. De esta forma nos aseguramos de que siempre tendremos un archivo base al que recurrir (contenido en la carpeta inicial) para poder recuperar las simulaciones y los datos iniciales.

Los tipos de archivos que genera el programa se clasifican en archivos de *input* (introducción de datos en el modelo: geometría, parámetros físicos, parámetros químicos, tiempos...), de ejecución (*run*) y de *output* (resultados de la modelización). Una vez ejecutado el modelo, *Visual Modflow Premium (VModP* en adelante) nos permite visualizar cualquiera de estos archivos (Figura 4.2).

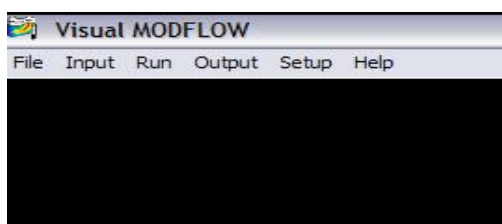


Figura 4.2. Pantalla acceso a *input*, *run* u *output* (Main menu)

4.2.1 Introducción de datos

Una vez indicada la ruta de acceso a la carpeta, el programa crea el archivo *input*. Lo primero que solicita es el tipo de simulación (flujo, flujo y transporte de sal, flujo en zona no saturada o transporte de contaminantes, unidades) y el tiempo de simulación real (Figura 5.2). Generalmente se escoge un tiempo más que suficiente para el problema que queremos solucionar, de forma que se pueda alcanzar el régimen estacionario.

VModP ofrece la posibilidad de introducir parámetros hidrogeológicos en esta primera fase (Figura 5.3), aunque es recomendable hacerlo en la segunda fase del *input*.

Para acabar con esta primera fase, el programa pide los datos geométricos del problema (Figura 5.4). En este punto se fija la extensión máxima en las tres direcciones espaciales y se establece el número de capas (dirección z), número de columnas (dirección x) y número de filas (dirección y).

Al reticular de esta manera, dejamos prefijada la malla y el número de celdas en que ha quedado dividido el dominio espacial. Existe la posibilidad de reticular con más celdas en la segunda fase del *input*, pero la extensión geométrica no podremos modificarla en adelante.

Finalizada esta primera etapa, se despliega la pantalla de acceso a la segunda fase de introducción de datos. Para este proyecto se ha hecho uso de las ventanas de refinados de malla (para delimitar el espesor del muro pantalla), conductividad (para los valores de la conductividad hidráulica anisótropa), condiciones iniciales (piezometría), condiciones de contorno (establecimiento de un gradiente hidráulico), pozos de extracción y simulador de partículas. Las Figuras 5.5 a 5.15 muestran los detalles de estas ventanas.

4.2.2 Simulación

En este apartado se le especifica al programa qué paquetes se van a ejecutar (Figura 5.18). En el caso estudiado únicamente se hará uso de *Modflow* (flujo de agua) y *Modpath* (simulador de partículas). Dentro del paquete *Modflow* se precisa concretar cuantos datos de salida queremos que se generen en el *output*. En general, se suele pedir que guarde información de cada uno de los *time steps* en los que se divide temporalmente el escenario (Figura 5.16). La definición de los intervalos de tiempo y de los pasos dentro de cada intervalo, *stress periods*, guarda relación con los cambios en las variables de contorno que generamos en el *Input*. Para el caso estudiado, estas variaciones vienen determinadas por los caudales de extracción.

4.2.3 Visualización de resultados (*Output*)

La pantalla para la visualización de resultados es similar a la que se despliega en la segunda fase del *input*. Los resultados que se han empleado en este trabajo son los de piezometría, trayectoria de partículas y descenso piezométrico.

En las Figuras 5.19 a 5.27 se presentan las pestañas que hay que manejar para desplazarse por las distintas capas, filas y columnas y por los *time steps* generados, respectivamente. De esta manera se puede tener acceso a la información de los resultados en cualquier punto del dominio y para cualquier intervalo de tiempo. En el apartado de aplicaciones se presentan los resultados de los casos estudiados.

5 APLICACIONES

El problema a resolver consiste en una excavación con taludes laterales de pendiente 1 vertical sobre 3 horizontal que debe llevarse hasta una profundidad de 12 m en un depósito de 30 m de espesor de arena gruesa situado sobre una arcilla impermeable. La base de la excavación mide 160 m x 40 m, como lo muestra la Figura 5.1. La arena tiene un coeficiente de permeabilidad de $1.17 \times 10^{-3} \text{ m/s}$. Se pretende determinar la disposición conveniente de un grupo de pozos de bombeo de 0.5 m de diámetro que penetren completamente para descender el nivel de aguas freáticas hasta una profundidad de más o menos 1.5 m por debajo del nivel de la base de la excavación. Se utilizarán bombas sumergibles, las cuales tienen una capacidad de operación de $8,26 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$.

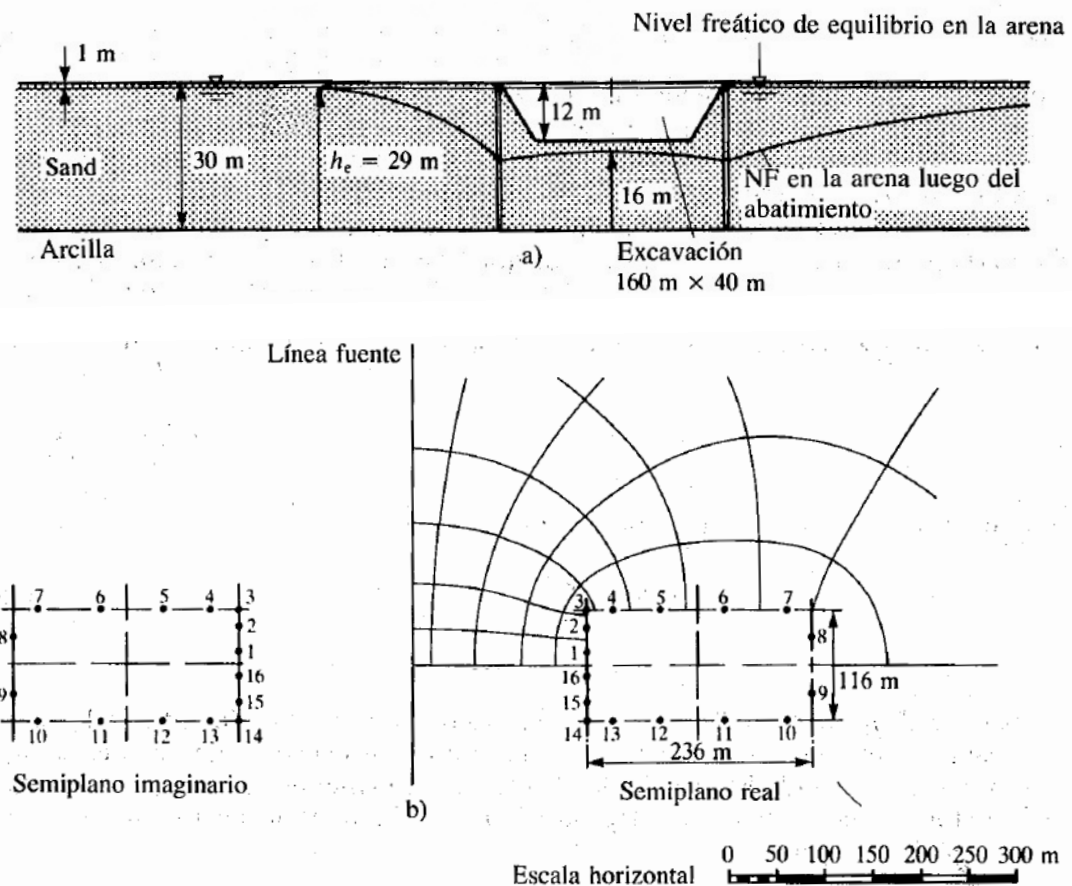


Figura 5.1. Flujo en un acuífero no confinado con fuente circular: sistema de pozos múltiple (ejemplo). Fuente: Mecánica de Suelos. Peter L. Berry & David Reid, 1993

5.1 Solución analítica

El área superficial de la excavación es $(160 + 2 \times 36) \text{ m} + (40 + 2 \times 36) \text{ m}$, es decir, 232 m por 112 m, los pozos se instalan 2 m por detrás del borde superior del talud, entonces el sistema de pozos encierra un área rectangular de 236 m por 116 m. Para obtener un estimativo del número de pozos necesario, esta área rectangular puede representarse como un pozo circular equivalente de radio R_w dado por

$$R_w = \sqrt{\frac{236 * 116}{\pi}} = 93.3 \text{ m}$$

Se toma la base de la arena como nivel de referencia, $h_e = 29 \text{ m}$. El radio de influencia es equivalente a $r_e = 490 \text{ m}$. Hemos tomado este valor de r_e al haber comprobado mediante *Modflow* que esta es la distancia máxima en la que deja de ser efectivo el abatimiento del nivel freático con respecto al eje del POZO-0 situado en el centro de la excavación. El nivel freático desciende hasta 2 m por debajo de la base de la excavación, la piezometría en el pozo equivalente es entonces $h_w = 16 \text{ m}$, y el estimativo de la cantidad de agua total que debe evacuarse está dado por el caudal en el pozo equivalente dado por la ecuación vista anteriormente para un pozo simple, con flujo proveniente de fuente circular:

$$Q = \frac{\pi k (h_e^2 - h_w^2)}{\ln r_e / r_w} = \frac{\pi * 1,17 * 10^{-3} (29^2 - 16^2)}{\ln (490/93.3)} = 1,2964 \text{ m}^3/\text{s}$$

Dado que la capacidad de cada bomba es $8,10 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$, es evidente que se necesitan alrededor de 16 bombas, que se dispondrán de tal manera que cada una intercepte más o menos la misma cantidad de filtración. Como el patrón de filtración es simétrico con respecto al eje de la excavación, en este problema se necesita dibujar sólo la mitad de la red de flujo. Para una red formada de figuras cuadradas curvilíneas, la cantidad de filtración en cada canal de flujo es la misma, y entonces los pozos 1-8 se localizarán en el centro de cada uno de los 8 canales de flujo; los pozos 9-16 deben localizarse simétricamente opuestos. Para verificar que esta disposición es adecuada se dibuja la imagen reflejada del conjunto de pozos en el lado opuesto a la línea fuente, como se muestra en la Figura 5.1.b y se calcula el abatimiento del nivel freático en el centro de la excavación propuesta y la piezometría en la arena en los pozos utilizando la ecuación correspondiente a un sistema de pozos múltiple con flujo proveniente de una fuente circular:

$$h_p^2 = h_e^2 - \frac{Q}{\pi k} \sum_{j=1}^{16} \ln \frac{r_e}{r_j}$$

donde la capacidad de operación Q de cada bomba es = $8,10 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$, y los valores de r_j y r_e se obtienen a partir de la Figura 5.1.b. La Tabla 5.1 muestra los cálculos para el centro de la excavación.

Centro de la excavación		
Pozo Número	$r_j(\text{m})$	$\ln \frac{r_e}{r_j}$
1	58	2,13
2	75	1,87
3	109,375	1,50
4	125	1,36
5	118	1,42
6	125	1,36
7	109,375	1,50
8	75	1,87
9	58	2,13
10	75	1,87
11	109,375	1,50
12	125	1,36
13	118	1,42
14	125	1,36
15	109,375	1,50
16	75	1,87
		$\Sigma=26,02$

Tabla 5.1. Cálculos obtenidos para el centro de la excavación para poder hallar h_p

Por tanto, en el centro de la excavación propuesta

$$h_p^2 = 29^2 - \frac{8,10 * 10^{-2} * 26,02}{\pi * 1,17 * 10^{-3}} \rightarrow h_p = 16,00 \text{ m}$$

Esto corresponde a un nivel de aguas freáticas a 2 m por debajo de la base de la excavación y se compara satisfactoriamente con la profundidad mínima requerida de alrededor de 1.5 m

Debido a que en Modflow el nivel piezométrico esta referenciado desde la superficie del terreno (y no desde la base del estrato de arena), se van a expresar los valores anteriores teniendo esto en cuenta. De esta manera, el nivel piezométrico en el centro de la excavación sería:

$$30 - 16 = 14 \text{ metros bajo la superficie}$$

Estos valores son los que se tendrán en cuenta para comprobar los resultados en la solución numérica.

5.2 Solución numérica

5.2.1 Creación del modelo (*input*)

Para comenzar el modelo, debemos introducir una serie de datos. Para ello debemos configurar lo siguiente:

- Tipo de flujo y unidades:

Aquí escogemos el tipo de flujo saturado con densidad constante, ya que consideramos nuestro acuífero saturado y homogéneo. Además, introducimos las unidades en las que vamos a trabajar (Figura 5.2).

- Opciones de tiempo y datos hidrogeológicos:

Vamos a asignarle a nuestro bombeo un tiempo suficientemente elevado, para asegurar que se alcanza el régimen estacionario, concretamente de 3650 días (10 años). Además, elegiremos que nuestro modelo sea de tipo “*Transient flow*” de manera que representemos el estudio a lo largo del tiempo, y no sólo respecto al resultado final.

Además, introducimos la permeabilidad del estrato de arena que nos da el ejercicio, dándole el mismo valor en sentido x e y y del orden de 10 veces menos para el eje z (Figura 5.3).

- Mallado:

La malla la vamos a diseñar según la distribución de pozos en el ejercicio.

Al ser una distribución rectangular, vamos a otorgarle a nuestra malla una extensión de 1000 m y 1000 m, en x e y respectivamente, con 40 celdas para cada dirección (Figura 5.4).

En cuanto a la profundidad asignamos una celda única, debido a la homogeneidad del acuífero considerada, que se encontrara de 0 a -30 m (considero el origen 0 en superficie)

C:\Users\pablo\Desktop\MODFLOW\PRUEBA1\PRUEBA1.vmf

Project Outline

Project Information

Project Title: Details

Description:

Flow Simulation

Flow Type

Saturated (Constant Density)

Saturated (Variable Density)

Variably Saturated

Vapor

Numeric Engine

USGS MODFLOW 2000

Simulation Type

Groundwater flow

Transport Simulation

Transport

No

Yes

Numeric Engine

NONE

Description:

Units

Length:

Time:

Conductivity:

Pumping Rate:

Recharge:

Mass:

Concentration:

Figura 5.2. Tipo de flujo y unidades

Flow Option

Project Info

Time Option

Start Date:

Start Time:

Run Type:

Steady-State Simulation Time: [day]

Default Parameters

Parameter Name	Value	Units
Kx	0.0001	m/s
Ky	0.0001	m/s
Kz	1E-5	m/s
Ss	1E-5	1/m
Sy	0.20	
Eff. Por.	0.15	
Tot. Por.	0.30	
Recharge	0	mm/yr
Evapotranspiration	0	mm/yr
Extinction Depth	0	m

Figura 5.3. Opciones de tiempo y datos hidrogeológicos

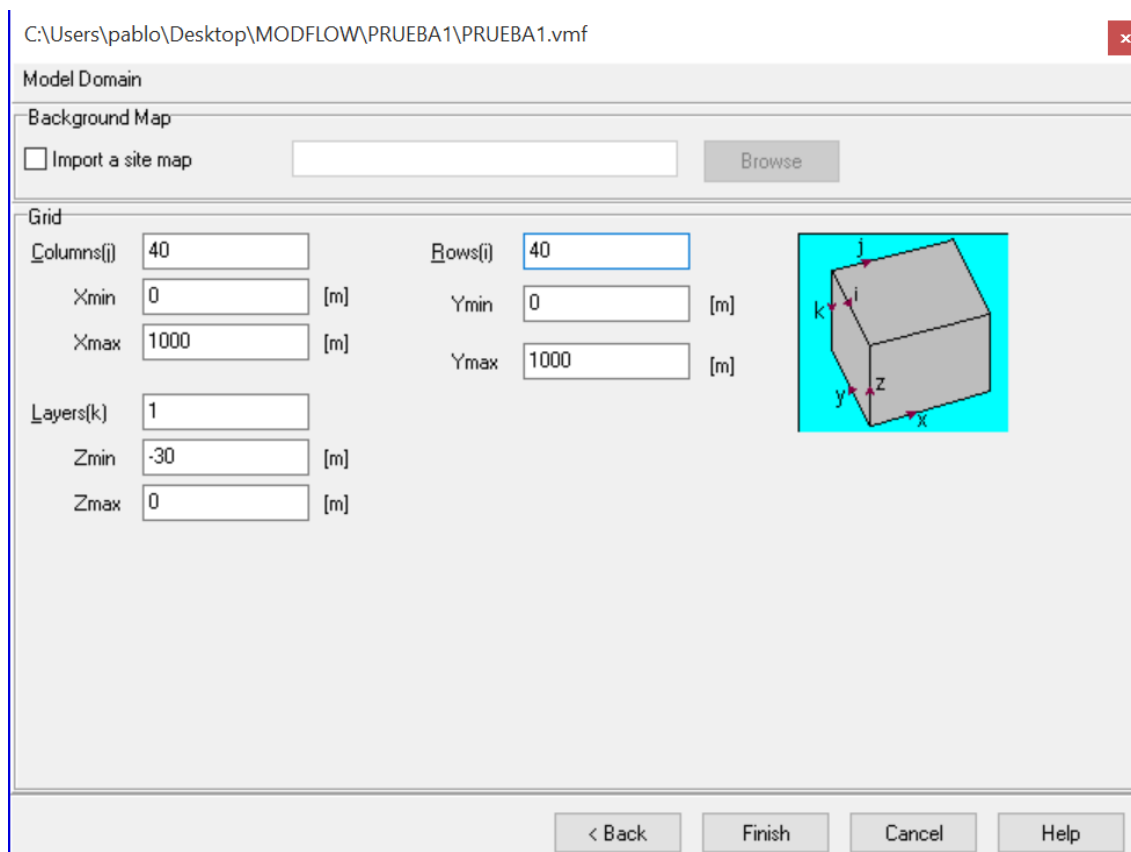


Figura 5.4. Mallado

Una vez completada esta primera etapa de introducción de datos, vamos a continuación a ajustar e introducir los datos del ejercicio, de manera que podamos obtener los resultados de forma numérica. Para ello, vamos a crear e introducir:

- Mallado:

Una vez introducido el mallado anteriormente explicado, procedemos a refinar (dividir en 2) aquellas celdas en las que se precise de mayor detalle, con el fin de aproximarnos con mayor rigor a la resolución analítica.

En este caso refinamos las zonas en las que tendremos los pozos de bombeo y en la que situaremos la condición de contorno (Figuras 5.5 y 5.6).

- Condiciones iniciales de piezometría:

Situamos el nivel freático inicial en la malla a la cota -1 m (Figura 5.7), como se indica en el enunciado del modelo.

- Compruebo conductividad:

Se trata de evaluar que los datos de permeabilidad introducidos en la creación del modelo son los correctos (Figura 5.8).

- Condición de contorno para establecer el gradiente hidráulico:

Se ha situado esta condición de borde alrededor del mallado de manera que se mantenga el nivel freático inicial todo el tiempo. (Figuras 5.9. y 5.10)

- Pozos de extracción:

Colocamos 16 pozos, con la misma distribución que en la solución analítica. Éstos quedarán inscritos en un rectángulo de 236 x 116 m. (Figuras 5.11 y 5.12).

Cada uno de estos pozos tendrá una capacidad de bombeo de $8.10 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$, o lo que es lo mismo $7000 \text{ m}^3/\text{día}$ (éstas son las unidades en las que trabaja el programa).

- Pozos de observación:

Se han colocado 5 pozos de observación, con el fin de representar donde se encuentra el nivel piezométrico y donde se encuentra el respectivo a la solución analítica (Figura 5.13).

Estos 5 pozos son

POZO-0: situado en el centro de la excavación

POZO-4: situado en la posición del pozo 4 de extracción

POZO-6: situado en la posición del pozo 6 de extracción

POZO-12: situado en la posición del pozo 12 de extracción

POZO-14: situado en la posición del pozo 14 de extracción

Todos tienen la rejilla para la medición a una profundidad de 14 metros.

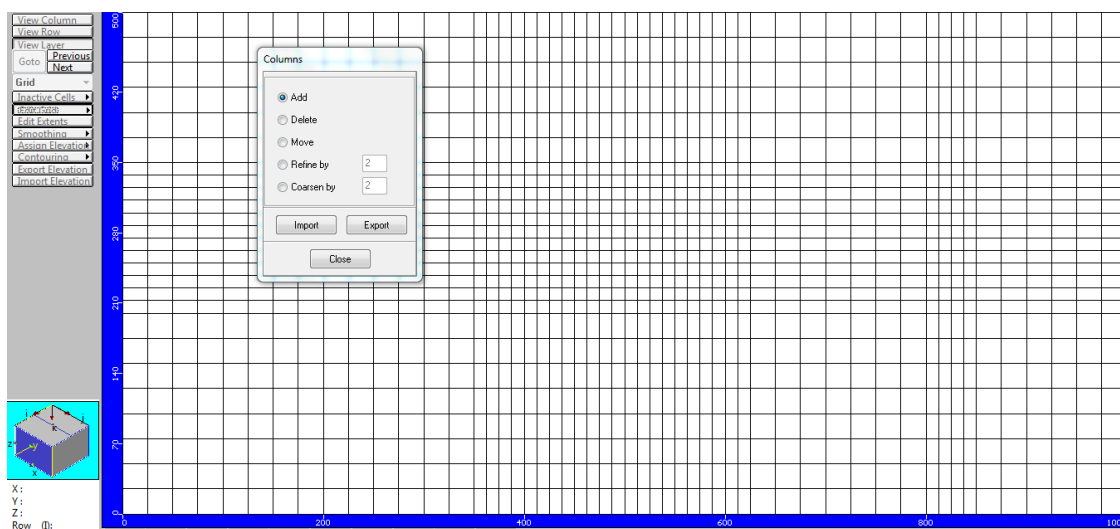


Figura 5.5. Planta del mallado y refine del mismo

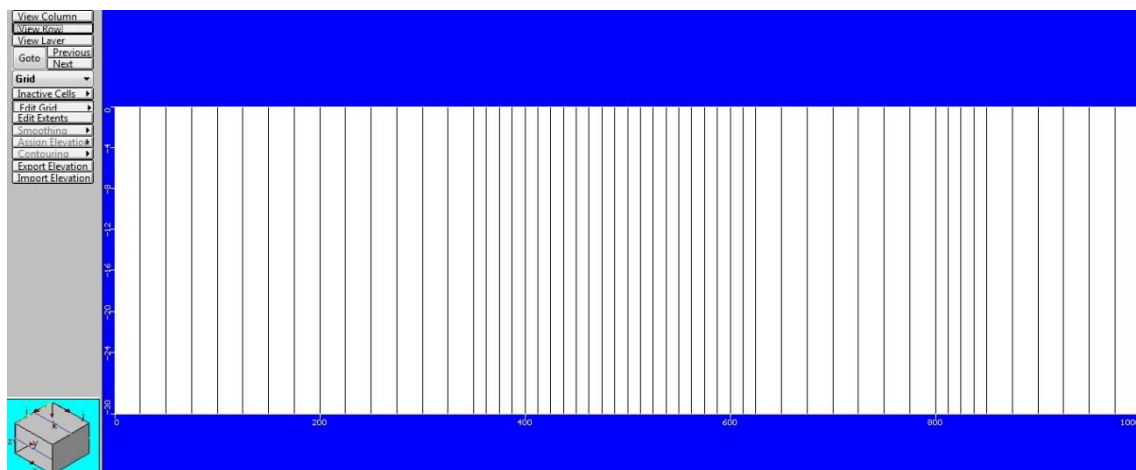


Figura 5.6. Alzado del mallado

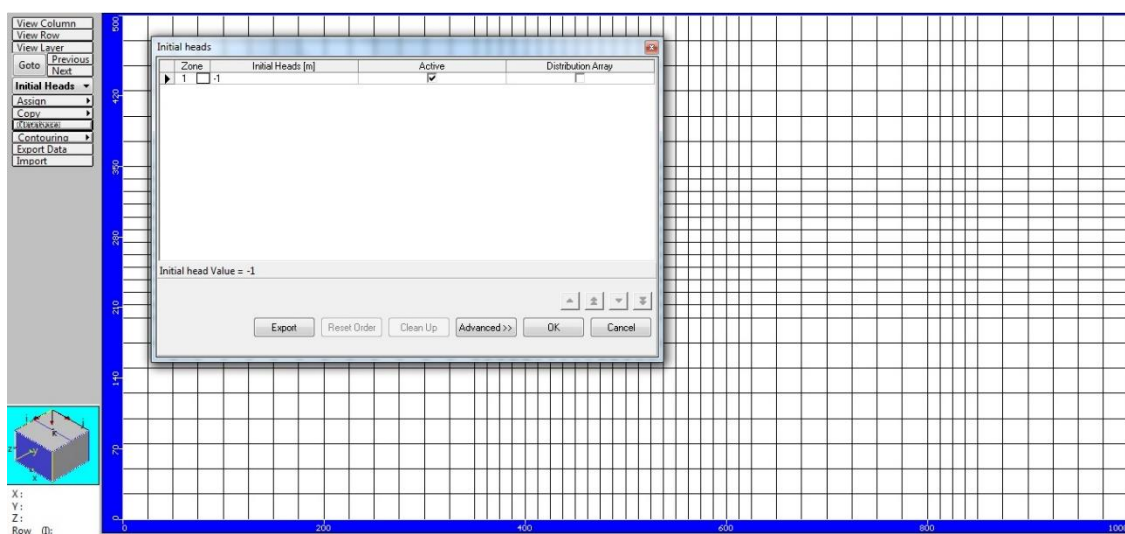


Figura 5.7. Nivel freático inicial

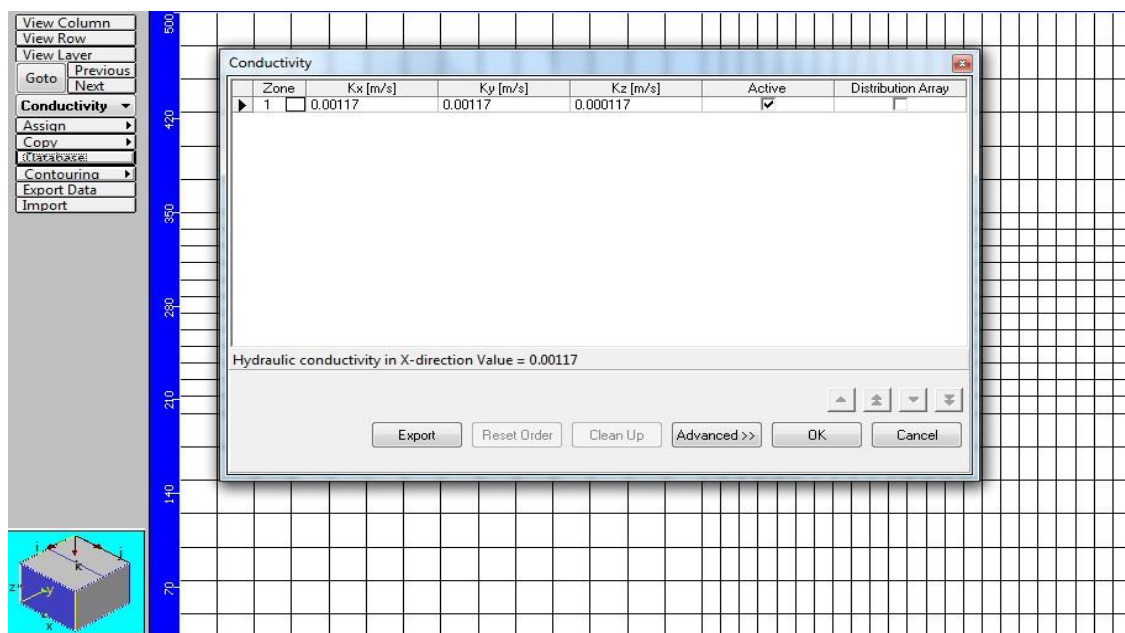


Figura 5.8. Parámetros de conductividad

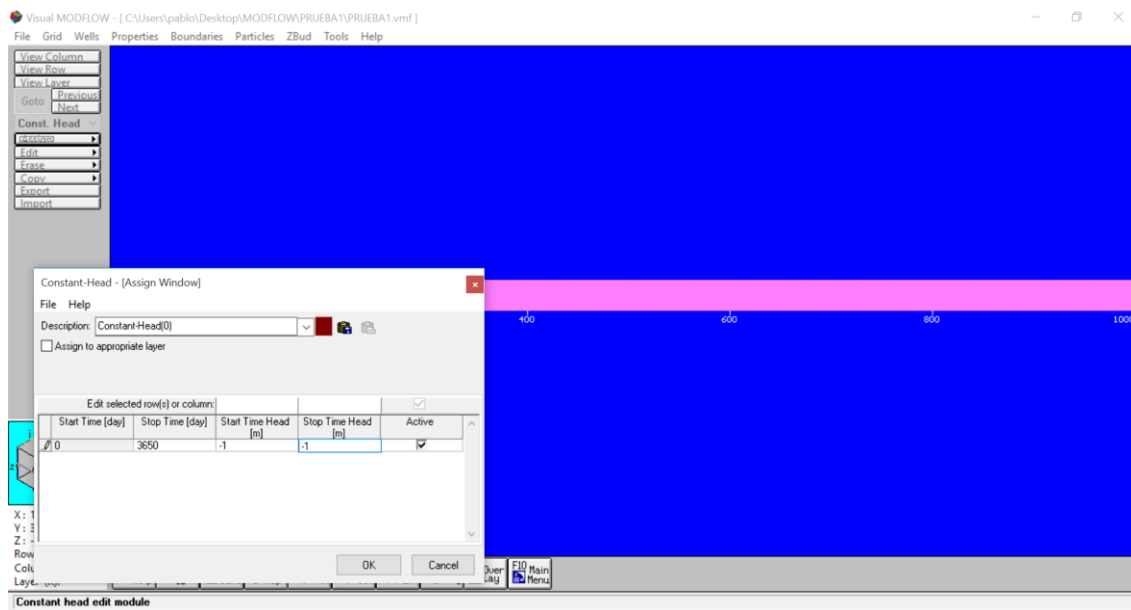


Figura 5.9. Condiciones de contorno para establecer gradiente hidráulico

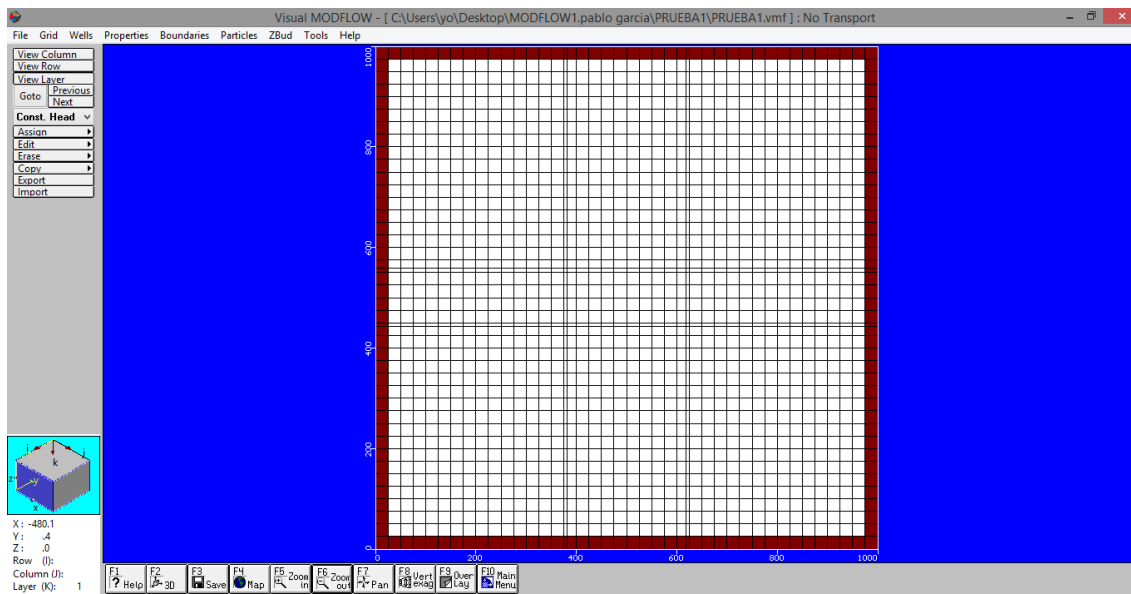


Figura 5.10. Condiciones de contorno para establecer gradiente hidráulico

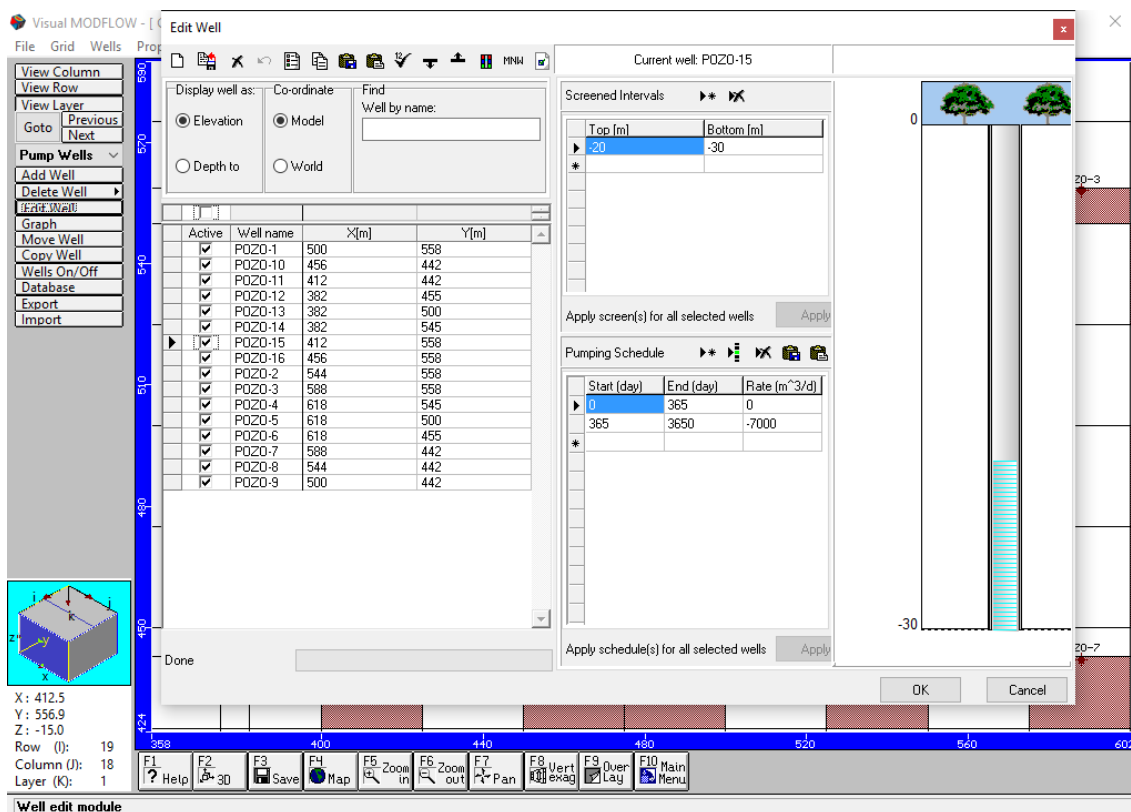


Figura 5.11. Pozos de extracción

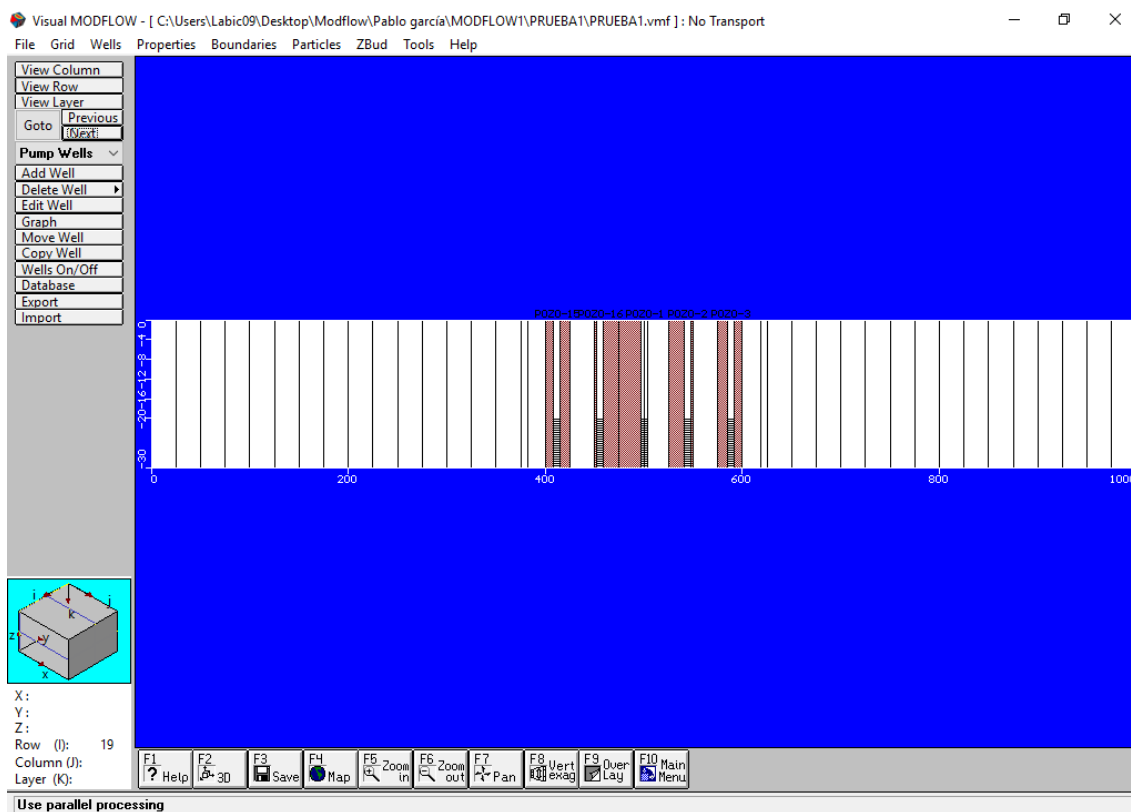


Figura 5.12. Pozos de extracción (alzado)

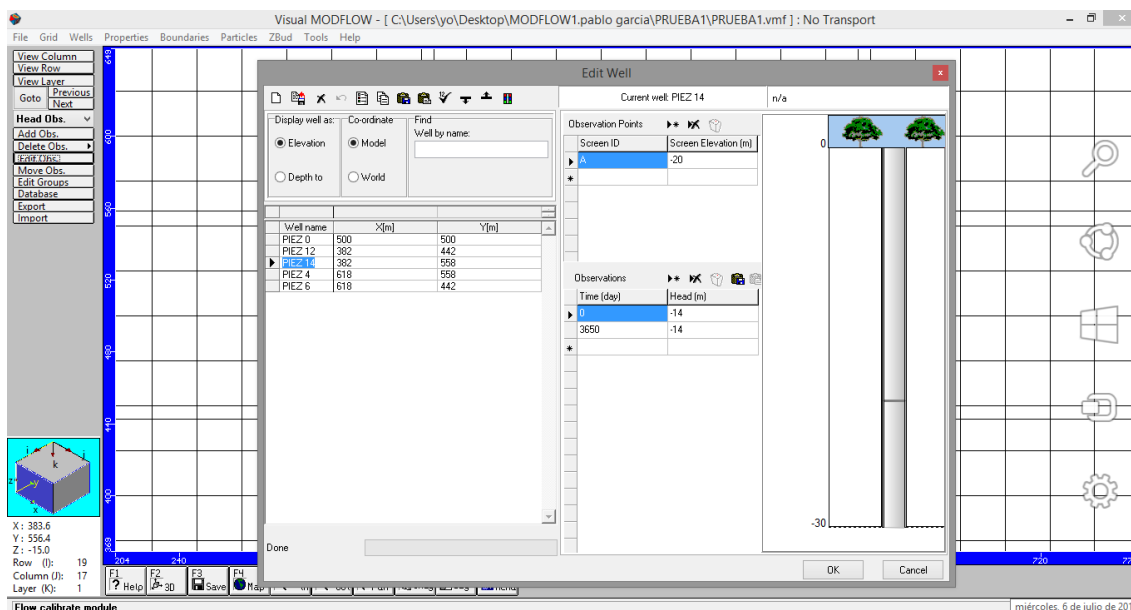


Figura 5.13. Pozos de observación

Una vez introducidos todos los datos del ejercicio a resolver, se muestra en las Figuras 5.13., 5.14. y 5.15. como quedaría el modelo acorde al ejercicio.

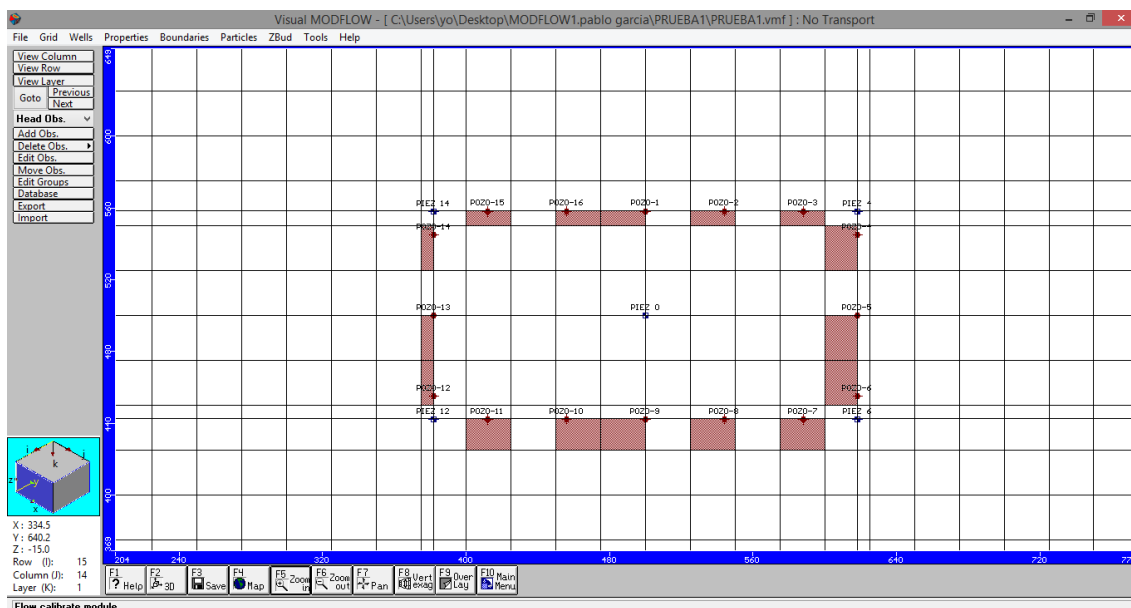


Figura 5.13. Vista general del modelo (planta)

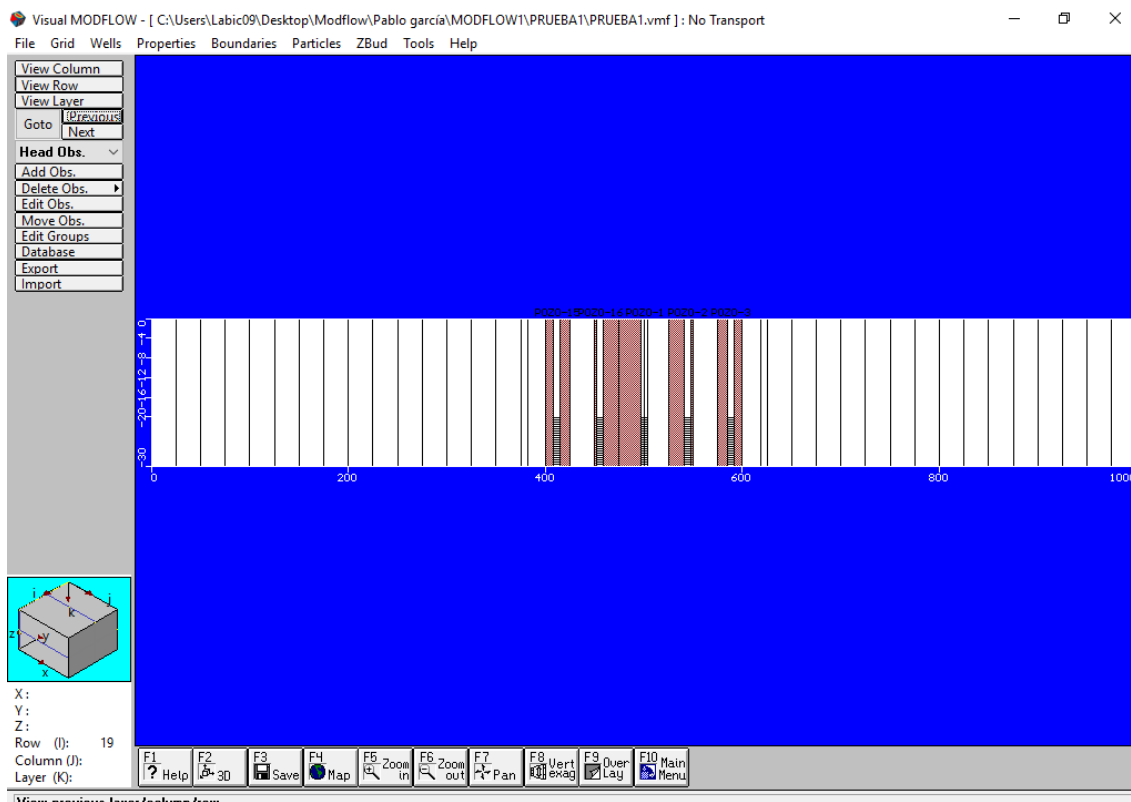


Figura 5.14. Vista general del modelo (alzado)

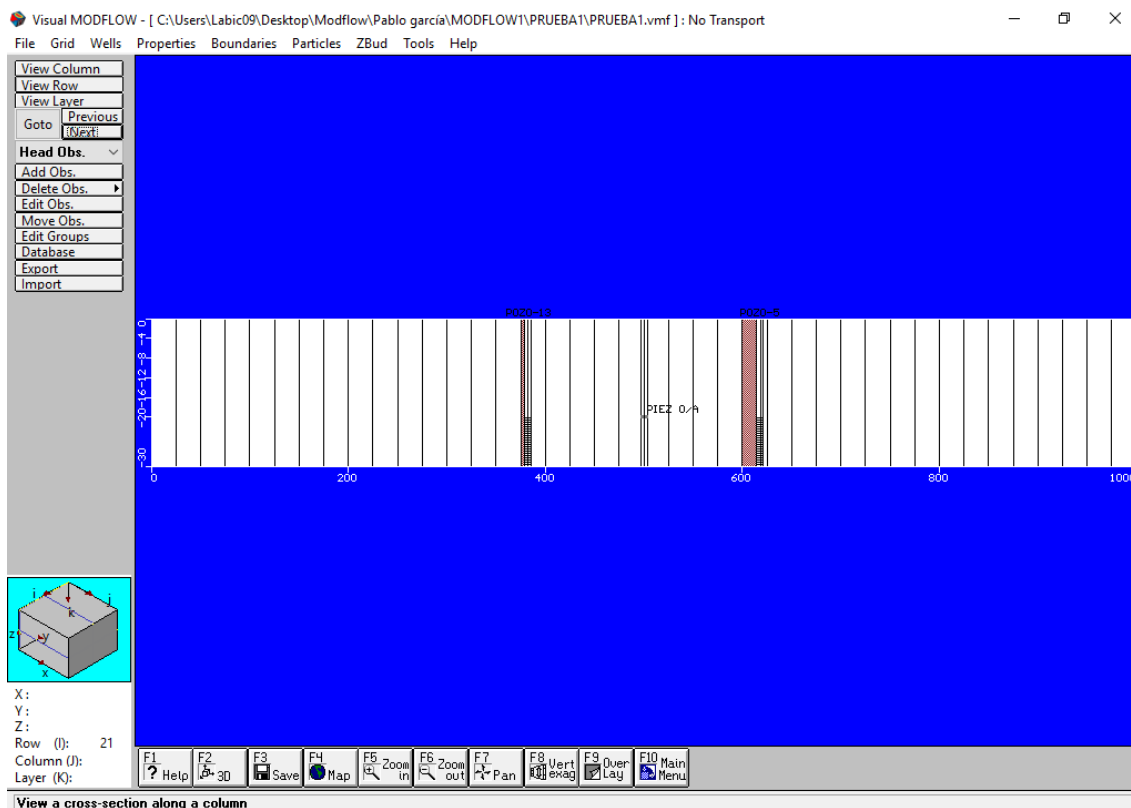


Figura 5.15. Vista general del modelo (alzado)

5.2.2 Ejecución del modelo (Run)

En este apartado, ya con los datos introducidos, vamos a elegir como representar la solución que nos da el programa.

Se divide el tiempo total en 2 periodos de tiempo con 10 intervalos de tiempo el primero y 20 intervalos el segundo. Se selecciona que se represente tanto el nivel piezométrico como el abatimiento en cada punto (Figuras 5.16 y 5.17).

Por último, se seleccionan los *engines to run* de *Modflow 2000* (para representar lo anteriormente dicho) y *Modpath* (para representar el movimiento de las partículas), y corro el programa, de manera que obtenga los resultados (Figura 5.18).

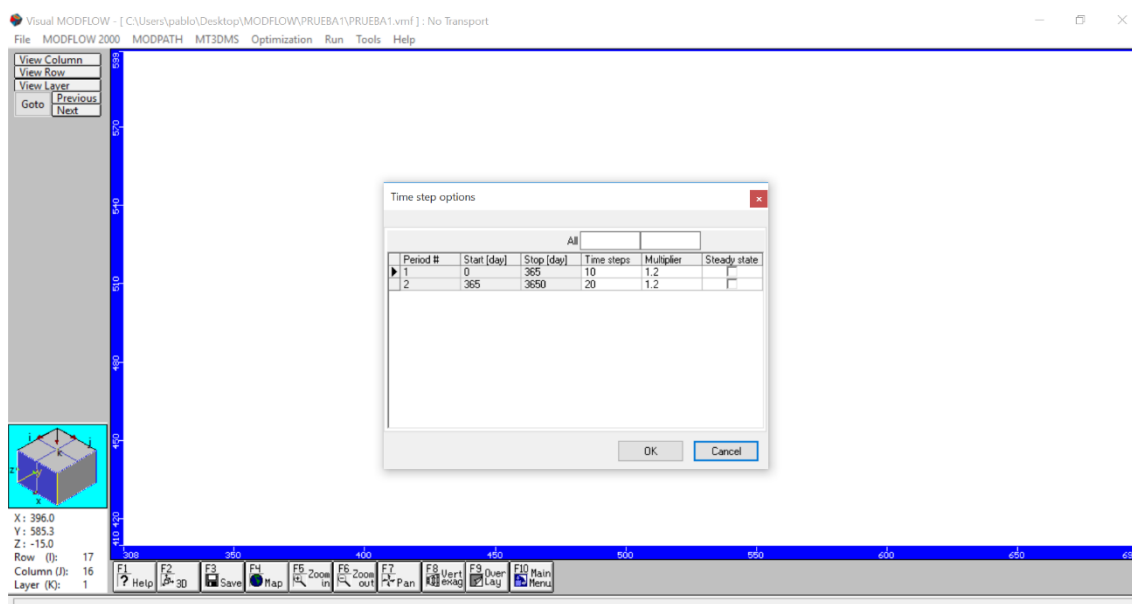


Figura 5.16. *Time steps* en los que se divide

				Save to binary			Print to .LST			
All				<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Time	Stress period	Time step		Heads	DDown	F.Term	Heads	DDown	F.Term	Budget
▶ 14.060806	1	1		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
30.933774	1	2		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
51.181335	1	3		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
75.478408	1	4		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
104.6349	1	5		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
139.62268	1	6		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
181.60802	1	7		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
231.99043	1	8		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
292.44933	1	9		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
365	1	10		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
367.77947	2	1		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
371.11483	2	2		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
375.11726	2	3		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
379.99019	2	4		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Each N-th step in each stress period

Save .FLO file

Figura 5.17. Datos temporales que se van a representar

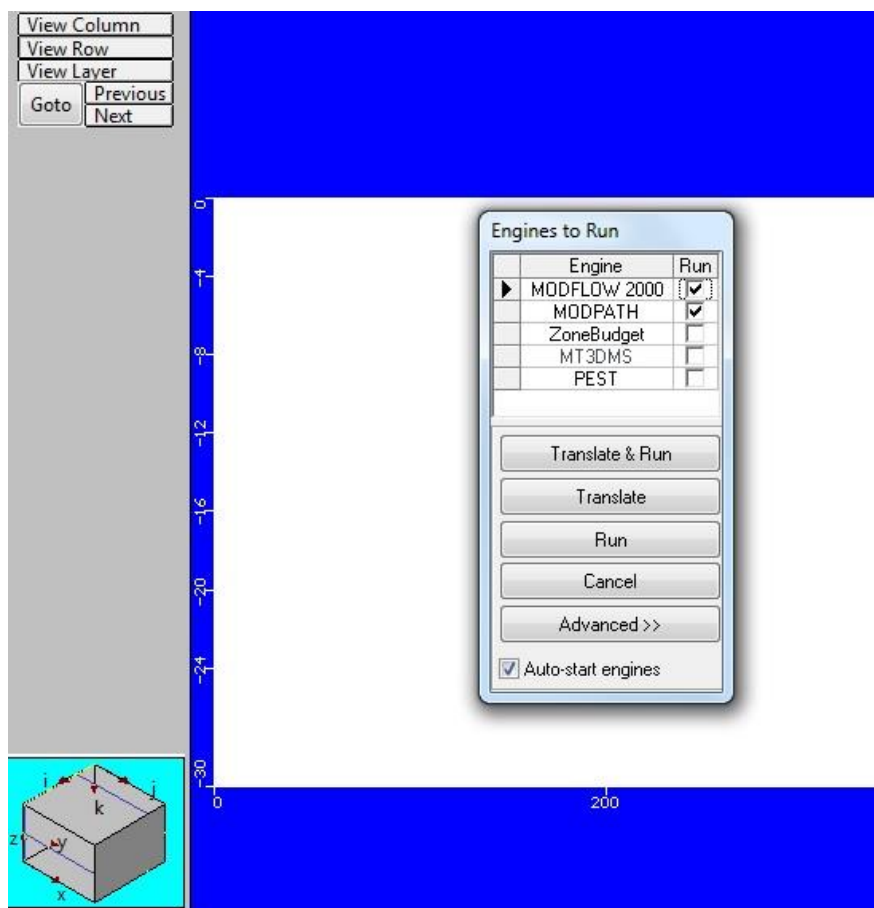


Figura 5.18. Selección de *engines to run*.

5.2.3 Resultados

A continuación, se muestran los resultados al tiempo final (3650 días) del bombeo. En la Figura 5.19 se muestran las líneas equipotenciales del entorno de nuestra excavación.

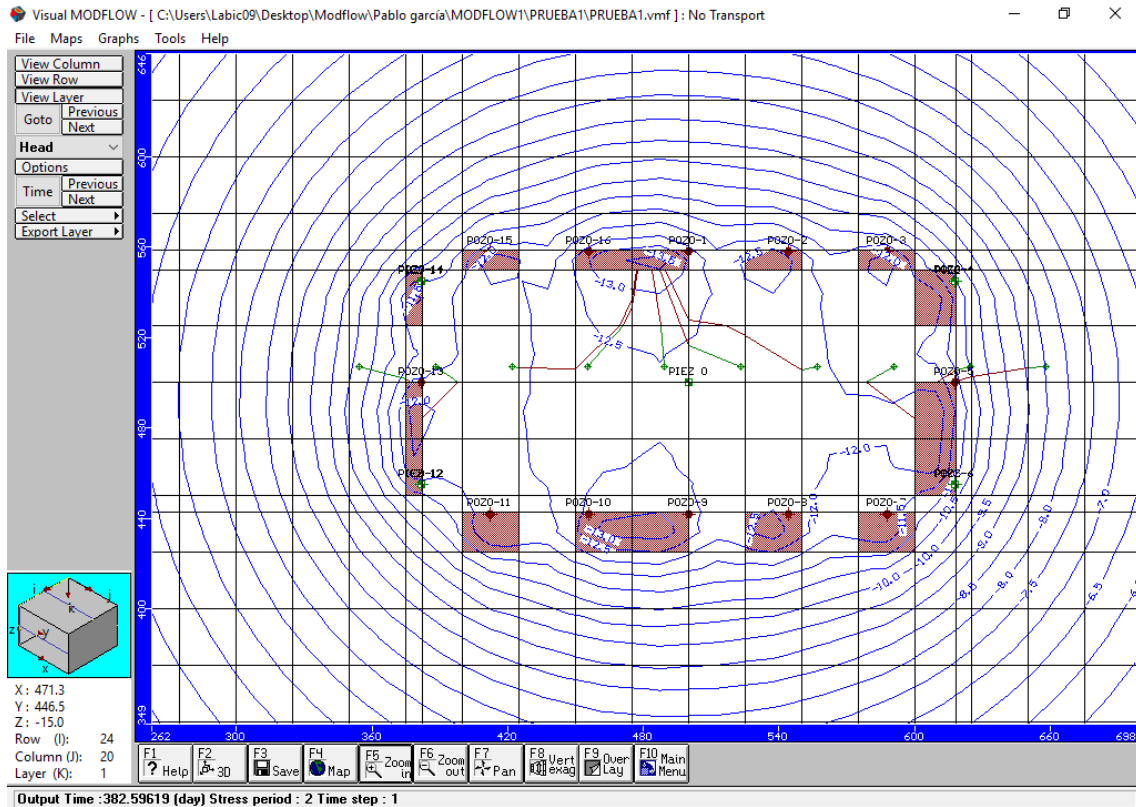


Figura 5.19. Vista en planta de la zona de abatimiento para 3650 días

También se han querido detallar tres secciones de la excavación en alzado, en las que se representan las variaciones de piezometría causada por los pozos de extracción.

Se representan la sección central de la excavación (Figura 5.20), donde se encuentra el pozo de observación POZO-0; la sección correspondiente a la zona de pozos superior (Figura 5.21); la sección los pozos de la zona inferior (Figura 5.24); y las secciones por encima (Figura 5.22) y por abajo (Figura 5.23) del centro de la excavación.

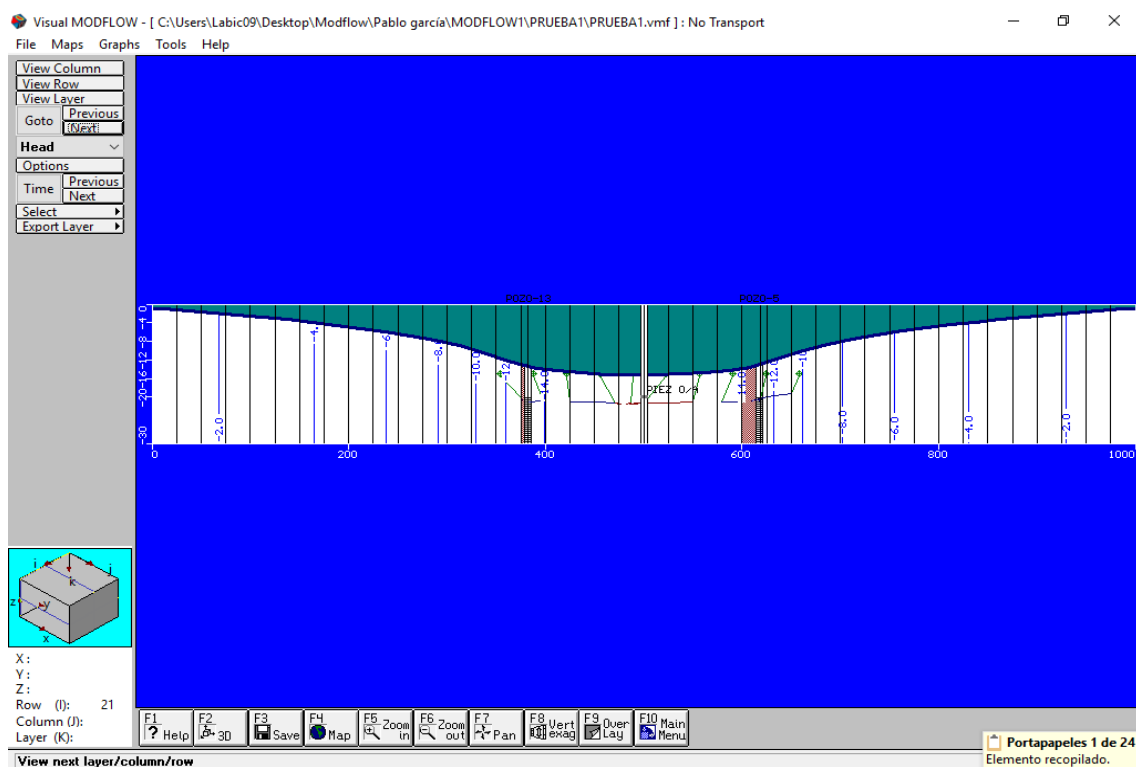


Figura 5.20. Vista en alzado de la zona de abatimiento para 3650 días. Centro de excavación

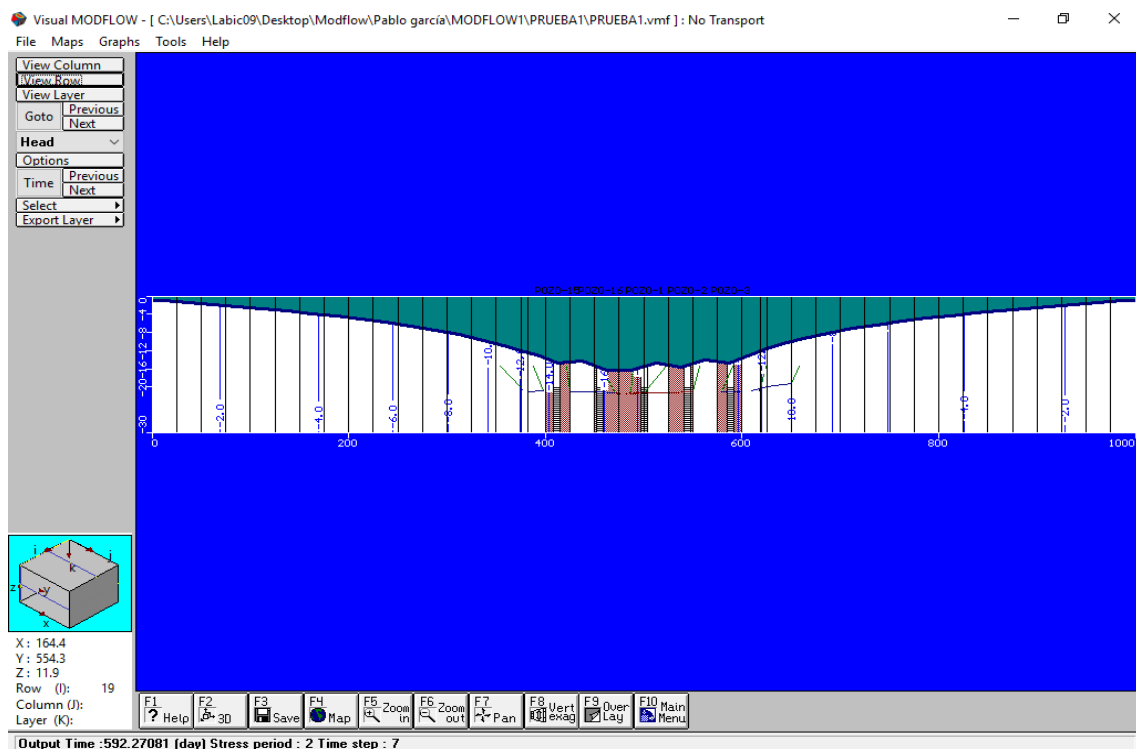


Figura 5.21. Vista en alzado de la zona de abatimiento para 3650 días. Sección de los pozos POZO-15, POZO-16, POZO-1, POZO-2 y POZO-3

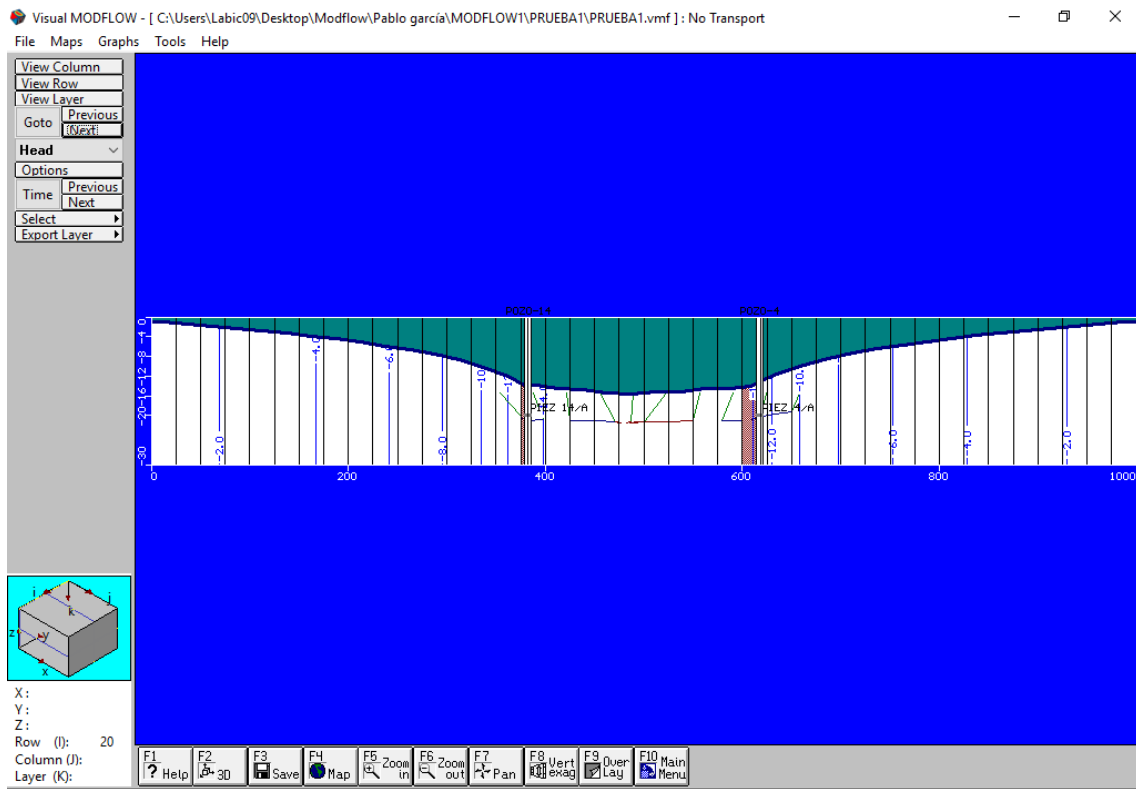


Figura 5.22. Vista en alzado de la zona de abatimiento para 3650 días. Sección de los pozos de observación POZO 14 y POZO-6

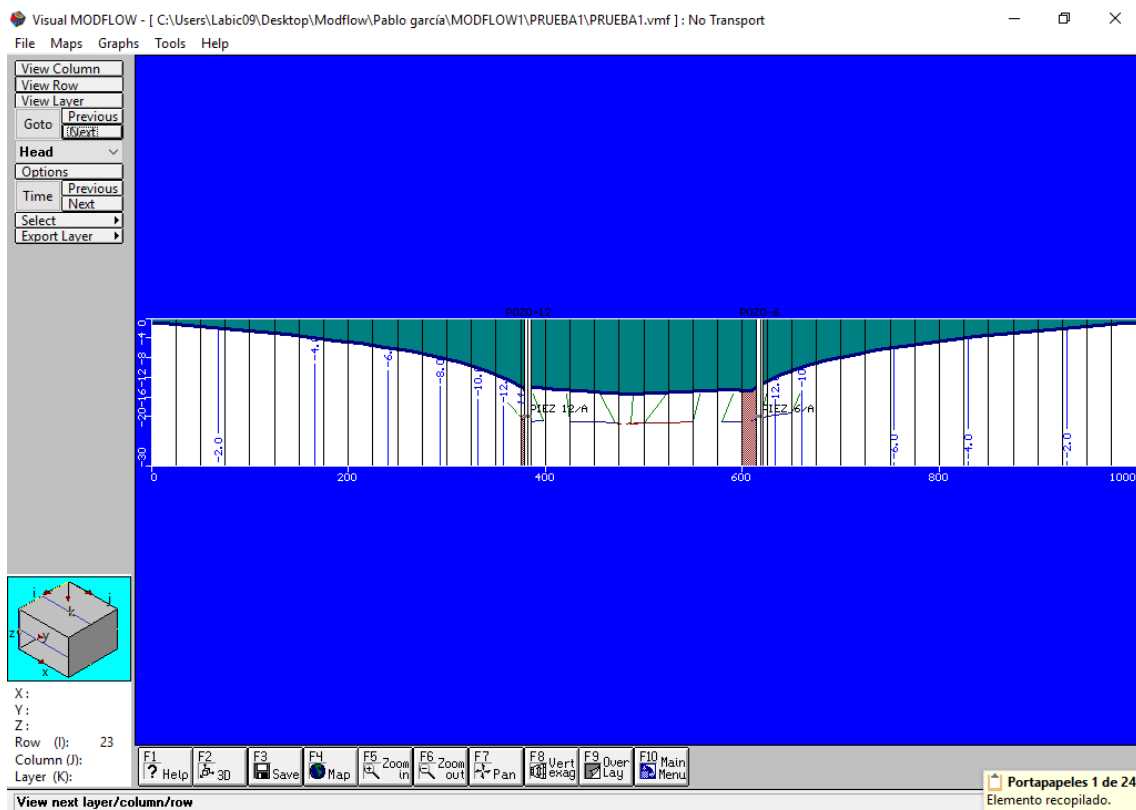


Figura 5.23. Vista en alzado de la zona de abatimiento para 3650 días. Sección de los pozos de observación POZO-12 y POZO-6

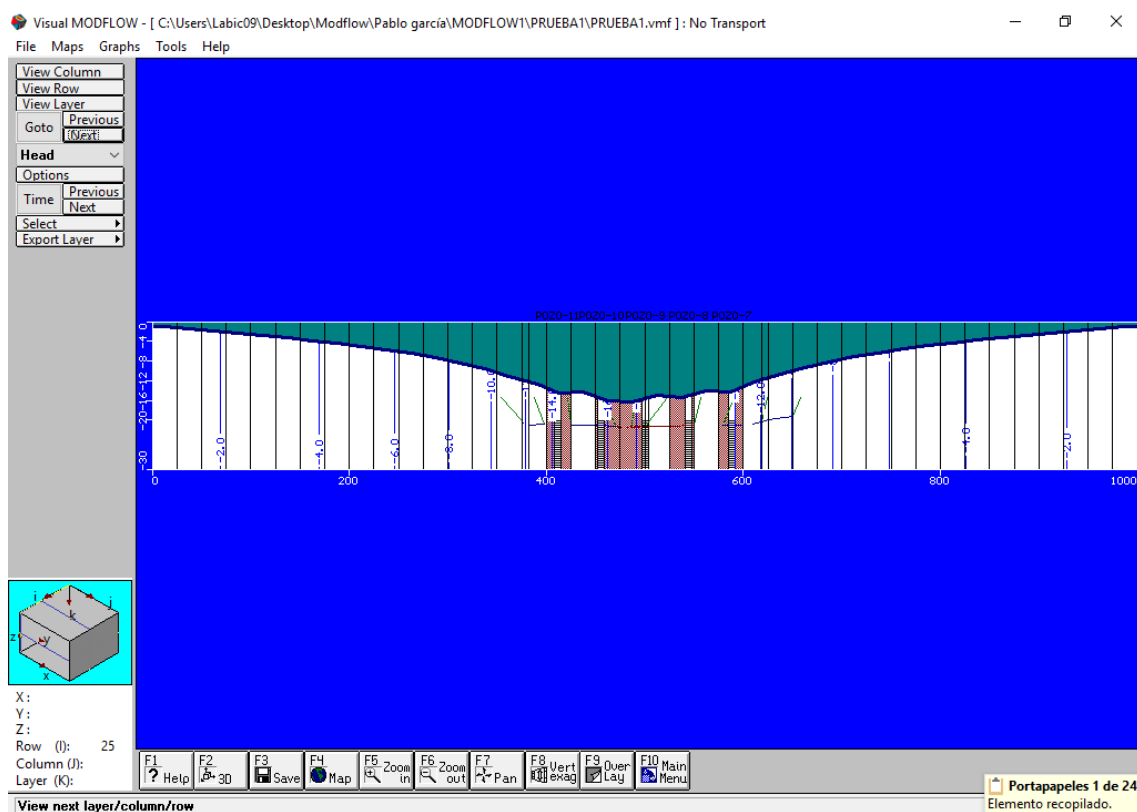


Figura 5.24. Vista en alzado de la zona de abatimiento para 3650 días. Sección de los pozos POZO-11, POZO-10, POZO-9, POZO-8 y POZO-7

Con el fin de visualizar mejor el proceso, también se ha representado la dirección en la que se desplazan las partículas a medida que se produce el bombeo. (Figuras 5.25., 5.26. y 5.27).

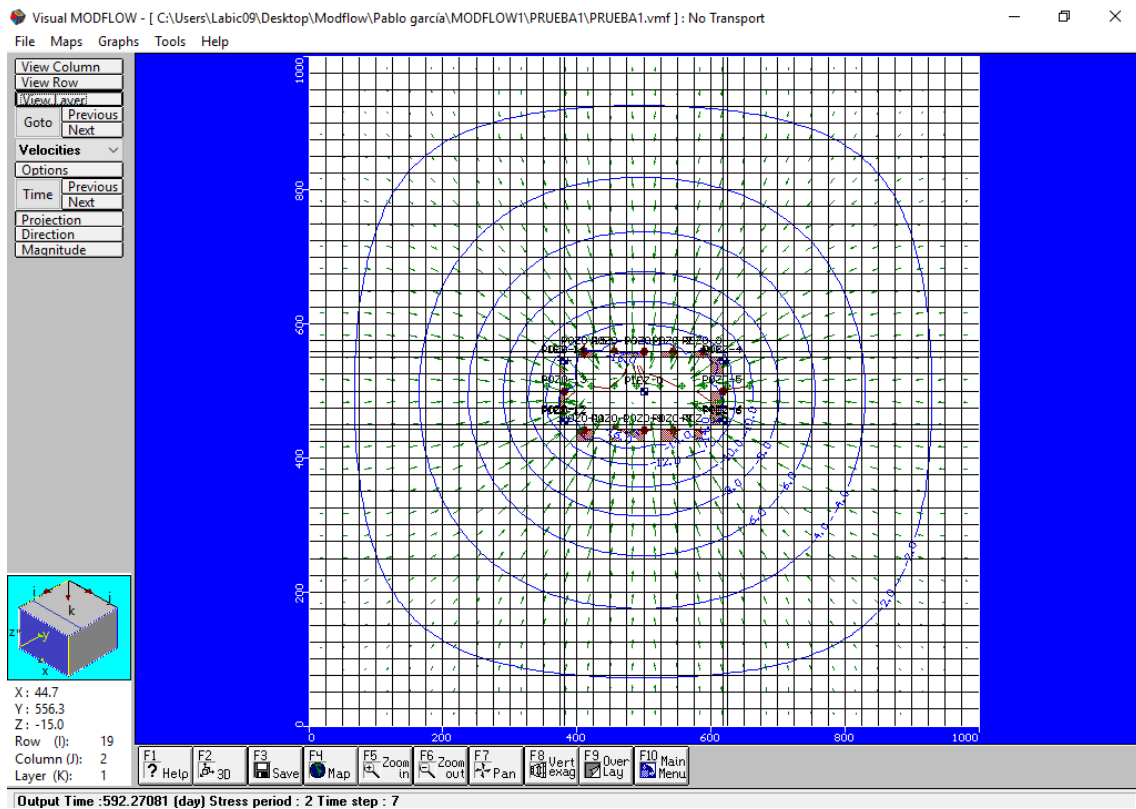


Figura 5.25. Movimiento de las partículas a 3650 días de bombeo (planta)

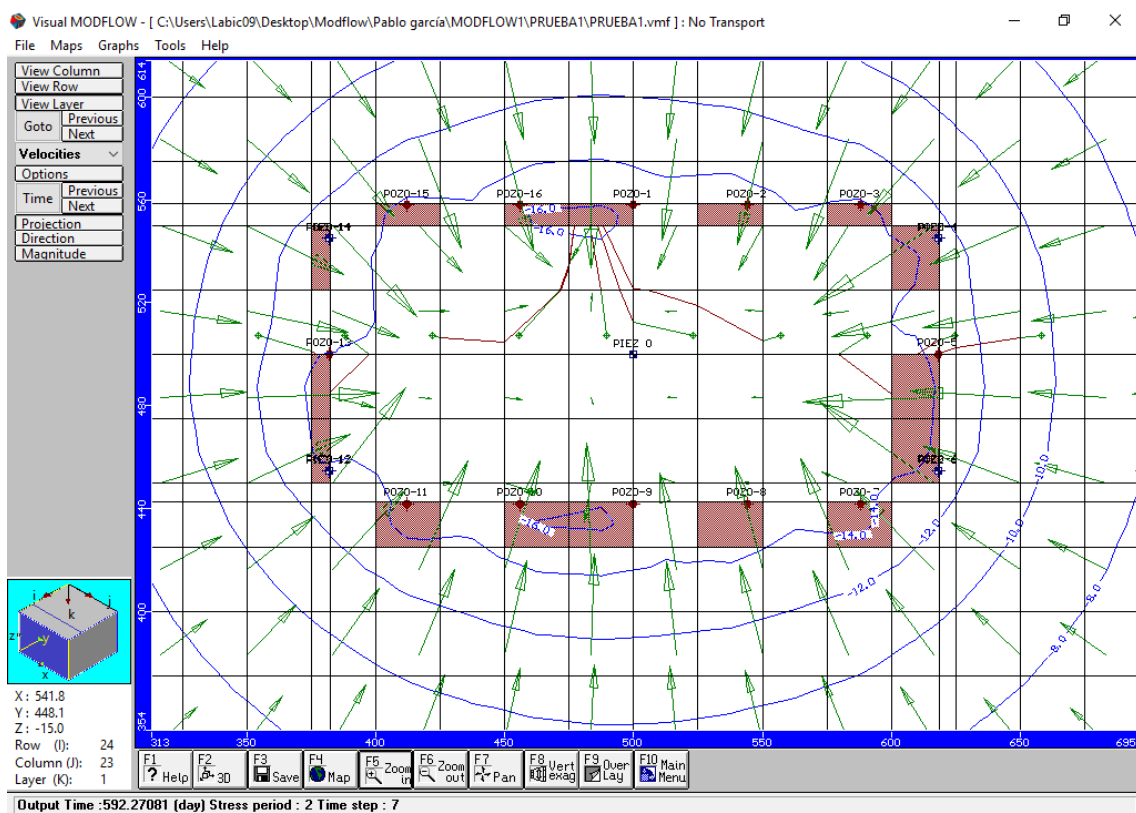


Figura 5.26. Movimiento de las partículas a 3650 días de bombeo (planta) con mayor detalle

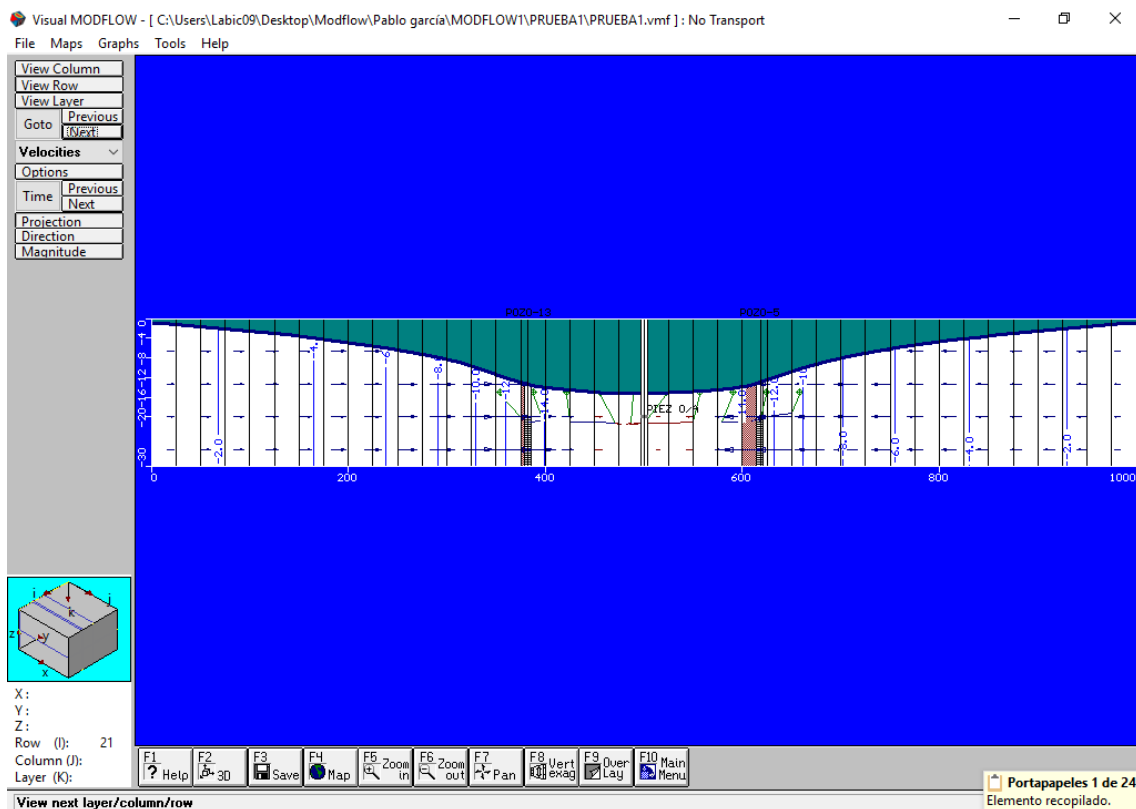


Figura 5.27. Movimiento de las partículas a 3650 días de bombeo (alzado)

Por último, se ha obtenido la gráfica de la Figura 5.29, en la que se relaciona el nivel piezométrico obtenido (*Interpolated*) y los correspondientes valores en la solución analítica (*Observed*).

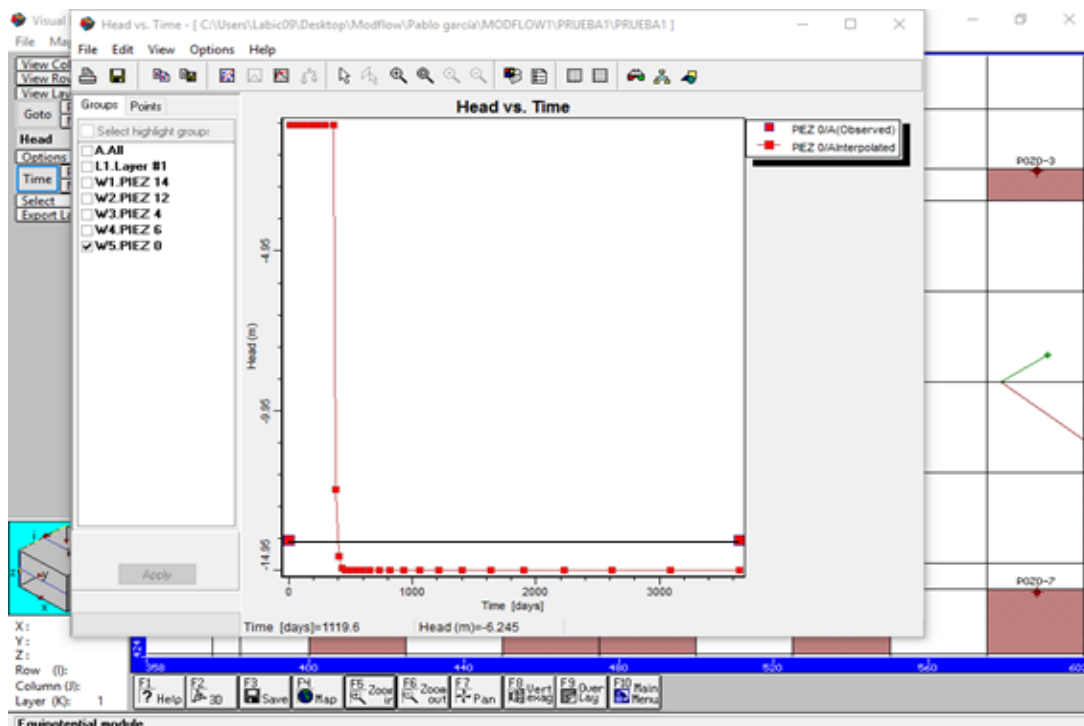


Figura 5.29. Gráfica Nivel piezométrico-Tiempo, con todos los pozos de observación activos

5.2.4 Visualización del modelo en 3D

Merece la pena comentar los resultados que ofrece un modo muy gráfico que tiene el programa, que consiste en poder visualizar tanto el modelo como los resultados en 3D, lo cual resulta muy gráfico e interactivo y es de gran utilidad a la hora de poder ver con más perspectiva el modelo que se está analizando. Pulsando la tecla F2 o en la barra de herramientas inferior la opción 3D, aparecerá una nueva ventana donde podemos trabajar con las distintas opciones que ofrece.

El menú principal para manejar este modo es el que se puede observar en la Figura 5.28. En este menú se puede seleccionar la carpeta que se desee introducir o modificar y aparecerán justo debajo las distintas características del parámetro que se pretende introducir o modificar.

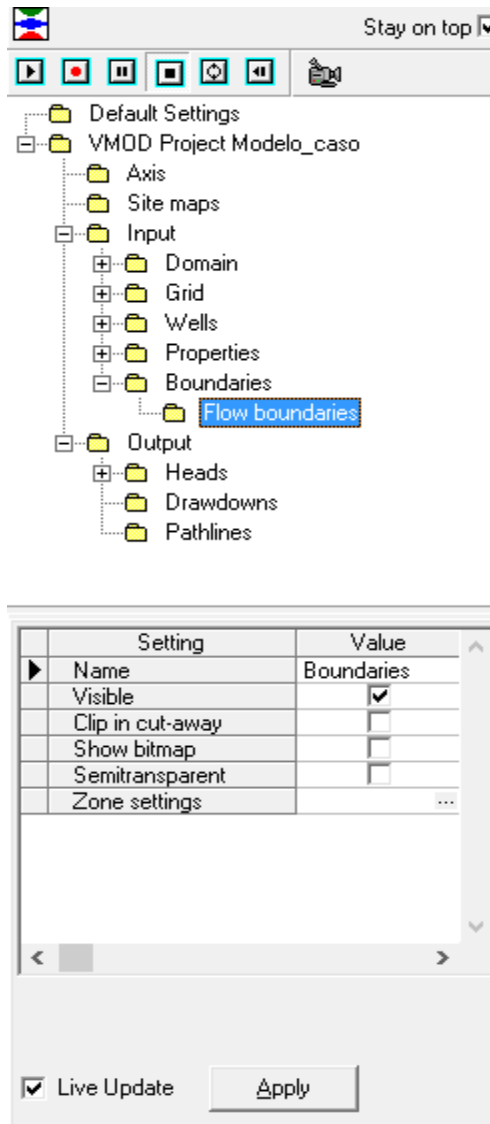


Figura 5.28. Menú principal de manejo del modo 3D

Además, se puede modificar la vista en un menú del mismo tipo del que aparece en la Figura 5.29, pudiendo rotar 'Rotate' o mover 'Shift' la posición en cualquiera de los 3 ejes, cambiar la posición de incidencia de la luz 'light position' o modificar el periodo de tiempo 'time' al que pertenece la imagen en pantalla, según los periodos en que fue dividida anteriormente en la fase de 'Run'.

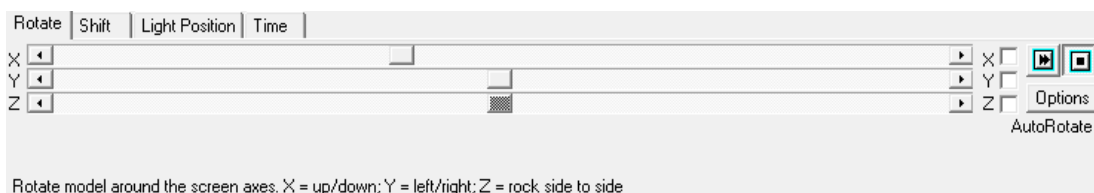


Figura 5.29. Menú para modificar la visualización del modelo en 3D

Así pues, una vez explicado de forma breve el manejo del modo 3D de *Modflow*, ya se puede ver el modelo que se está estudiando en el presente trabajo en 3D. En la Figura 5.30 se ven las dimensiones generales que se introdujeron al principio de la modelización (1000m x 1000m x 30m):

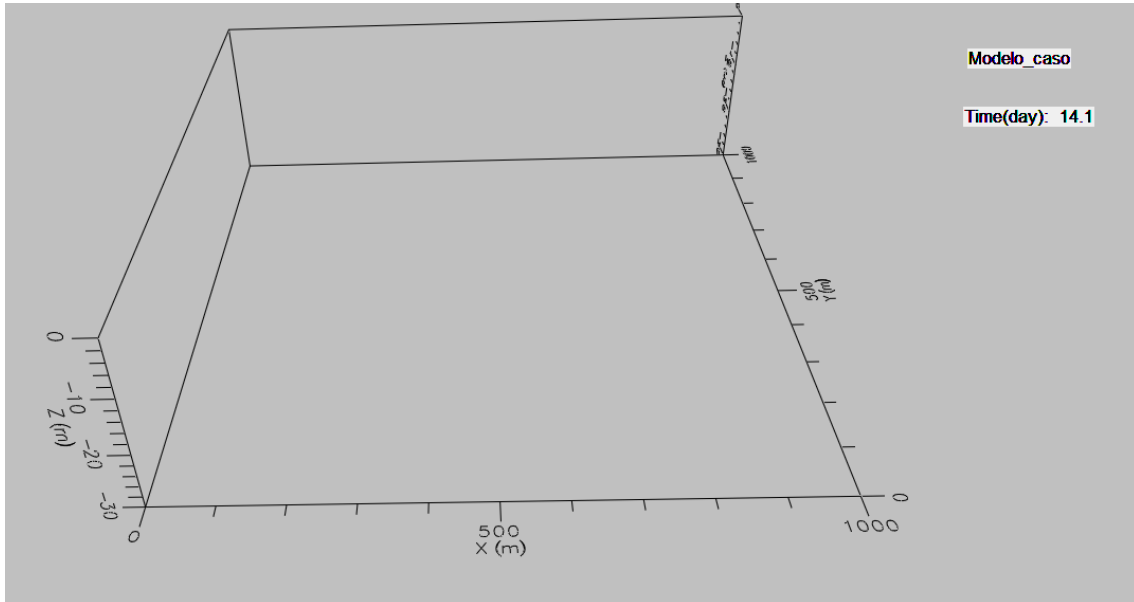


Figura 5.30. Dimensiones del modelo a estudio visto en 3D

Recordando un poco, también se colocaron anteriormente un total de 5 piezómetros situados uno en cada esquina de la excavación y otro en el centro de la misma. En la Figura 5.31. se observa en 3 dimensiones donde quedan:

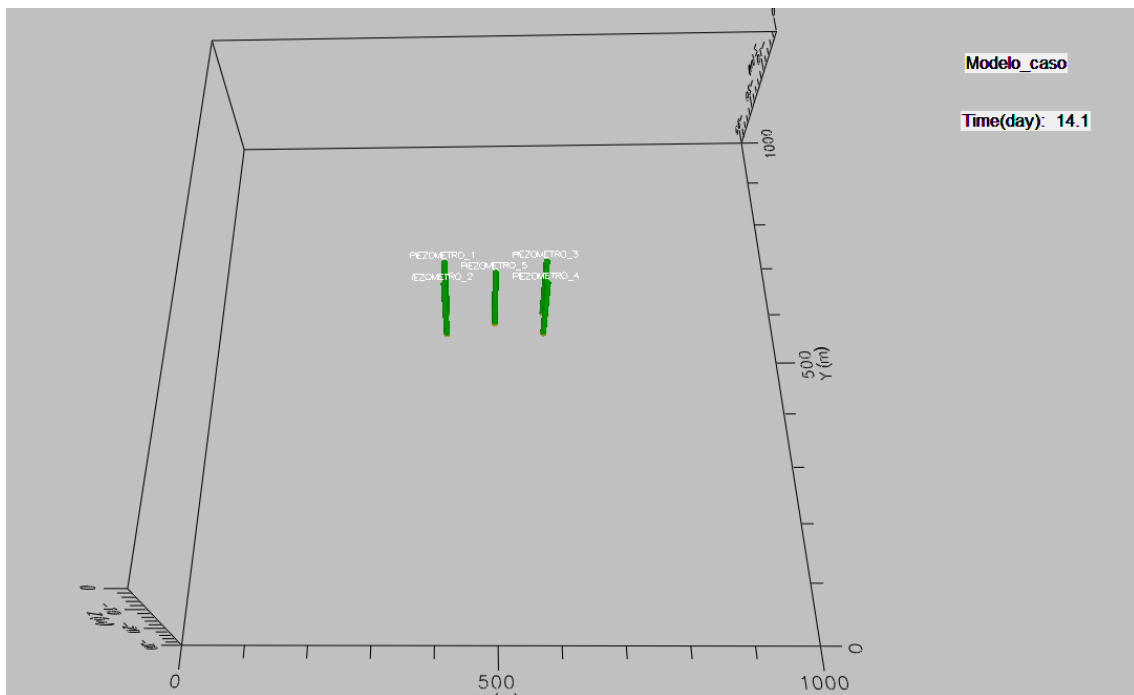


Figura 5.31. Visualización en 3D de la posición de los pozos de observación

En la Figura 5.32. se ve como está el nivel de la masa de agua en el acuífero en el instante inicial del proceso simulado:

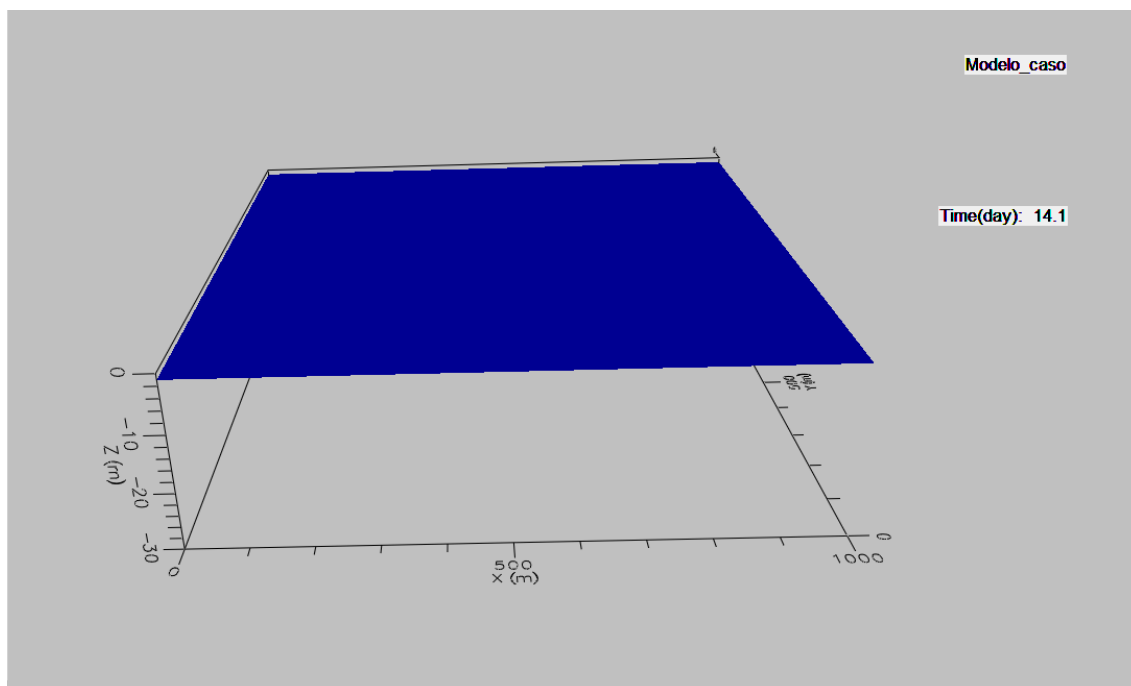


Figura 5.32. Nivel inicial de la masa de agua en el modelo

Una de las funciones de las que se pueden disponer en el modo 3D de *Modflow* es la de poder poner una escala de colores que varíe según la profundidad del agua en el modelo, siendo de esta manera mucho más gráfico y de apreciación mucho más directa de los resultados. En las Figuras 5.34. y 5.35. se puede apreciar como estaría el proceso de rebajamiento del nivel freático en un instante justo después de que los pozos comiencen a funcionar:

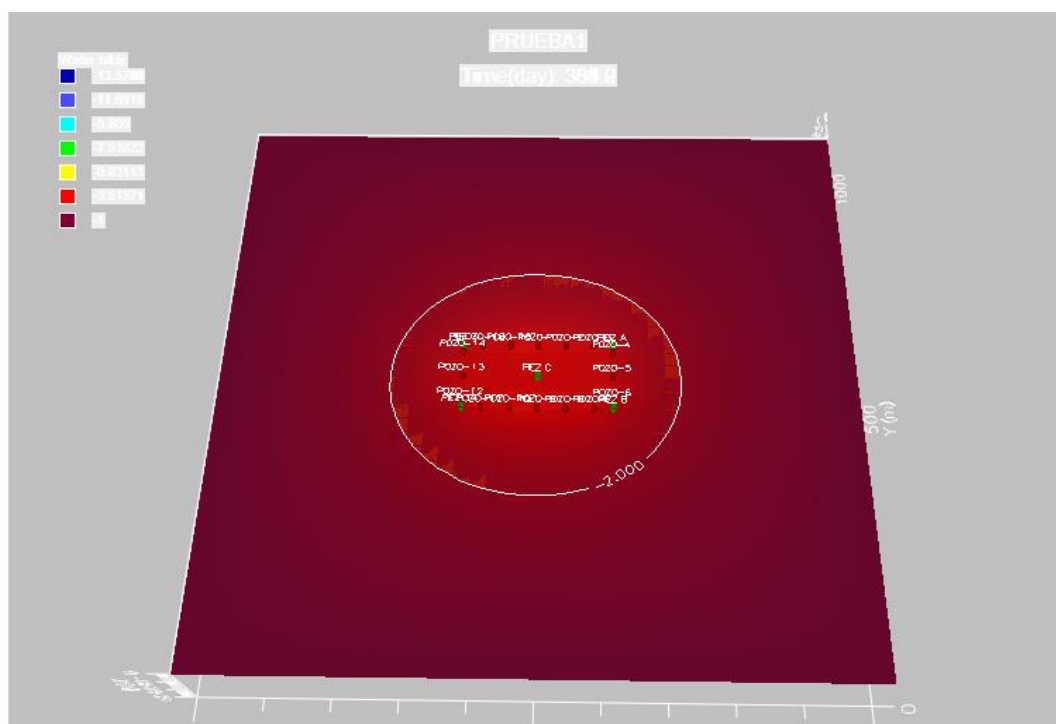


Figura 5.34. Vista del modelo en un instante determinado (planta)

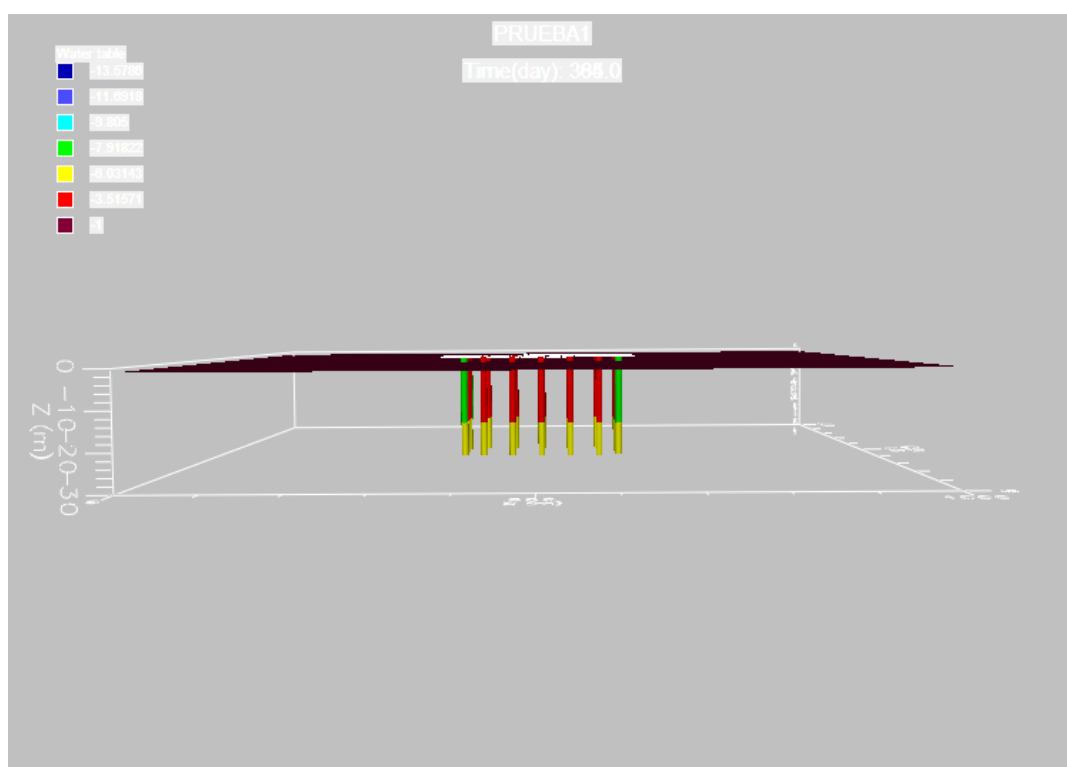


Figura 5.35. Vista del modelo en un instante determinado (alzado)

Pero vayamos a lo que realmente nos interesa que es visualizar el resultado de la simulación del modelo creado al final del proceso, con estado estacionario. En las

Figuras 5.36. y 5.37. se puede ver cómo queda el modelo al final del tiempo de simulación, es decir, al cabo de 10 años o 3650 días.

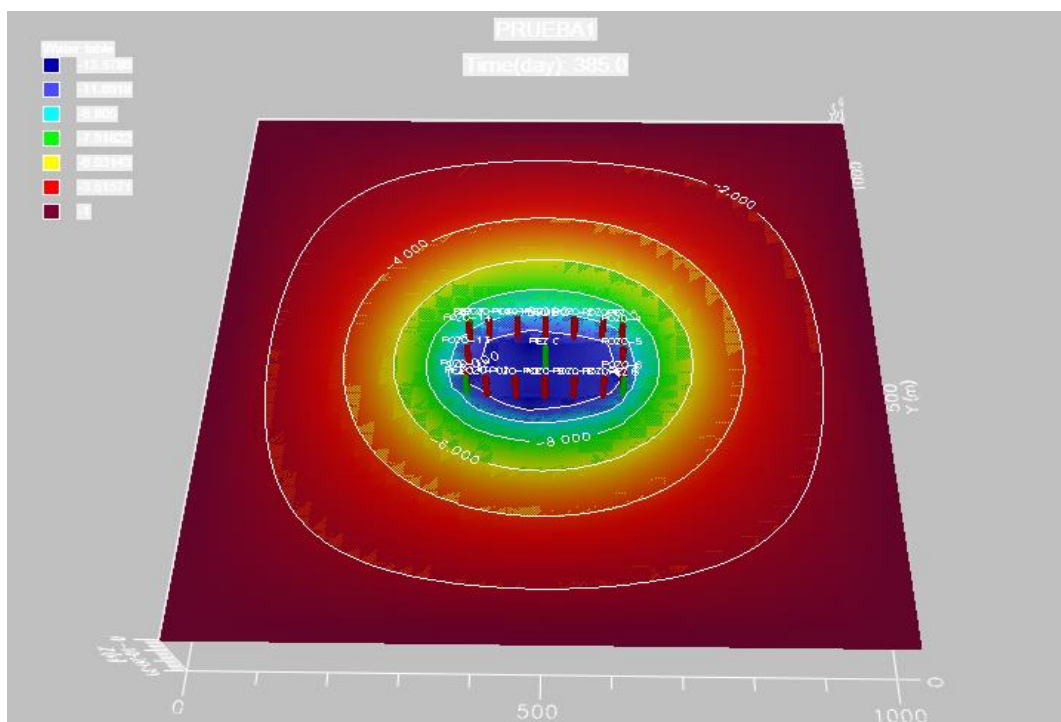


Figura 5.36. Estado final del modelo de estudio (planta)

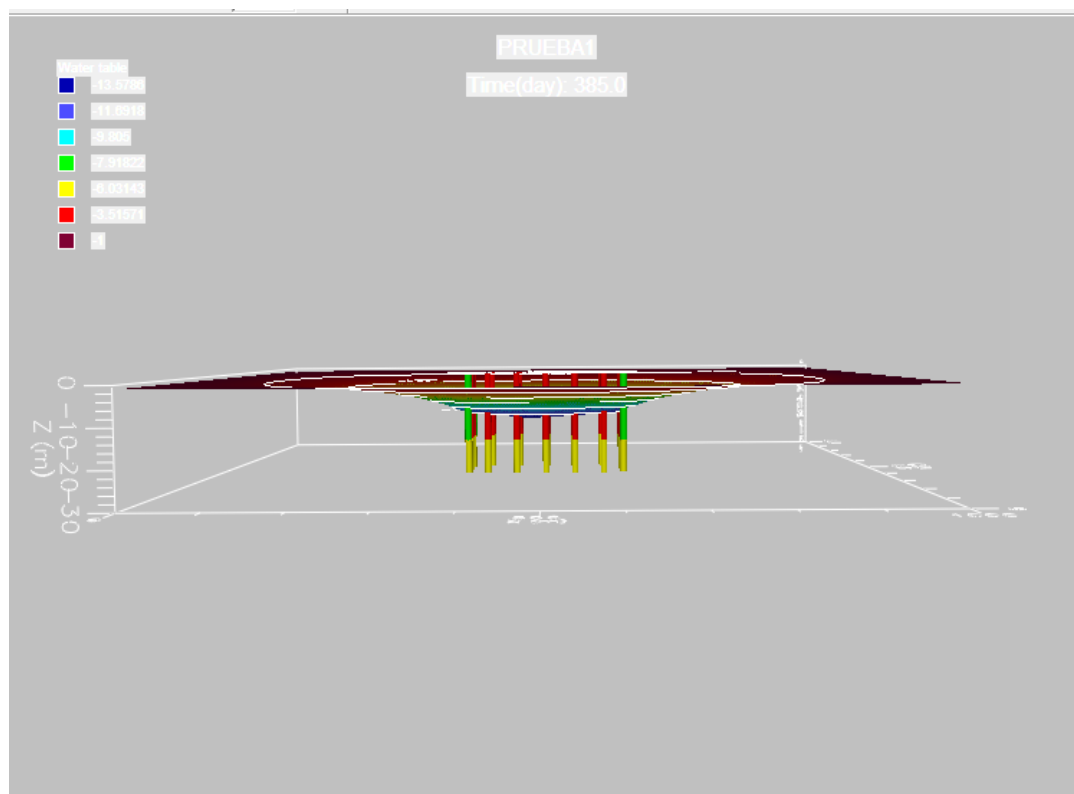


Figura 5.37. Estado final del modelo de estudio (alzado)

Otra función de enorme utilidad que ofrece el modo 3D de *Modflow* es la posibilidad de realizar cortes en la situación que se crea conveniente con objeto de tener más detalle de los resultados obtenidos en esa zona. En este caso, se ha procedido a realizar un corte que pase por el centro. El resultado de esto se observa en las Figuras 5.38., 5.39 y 5.40.:

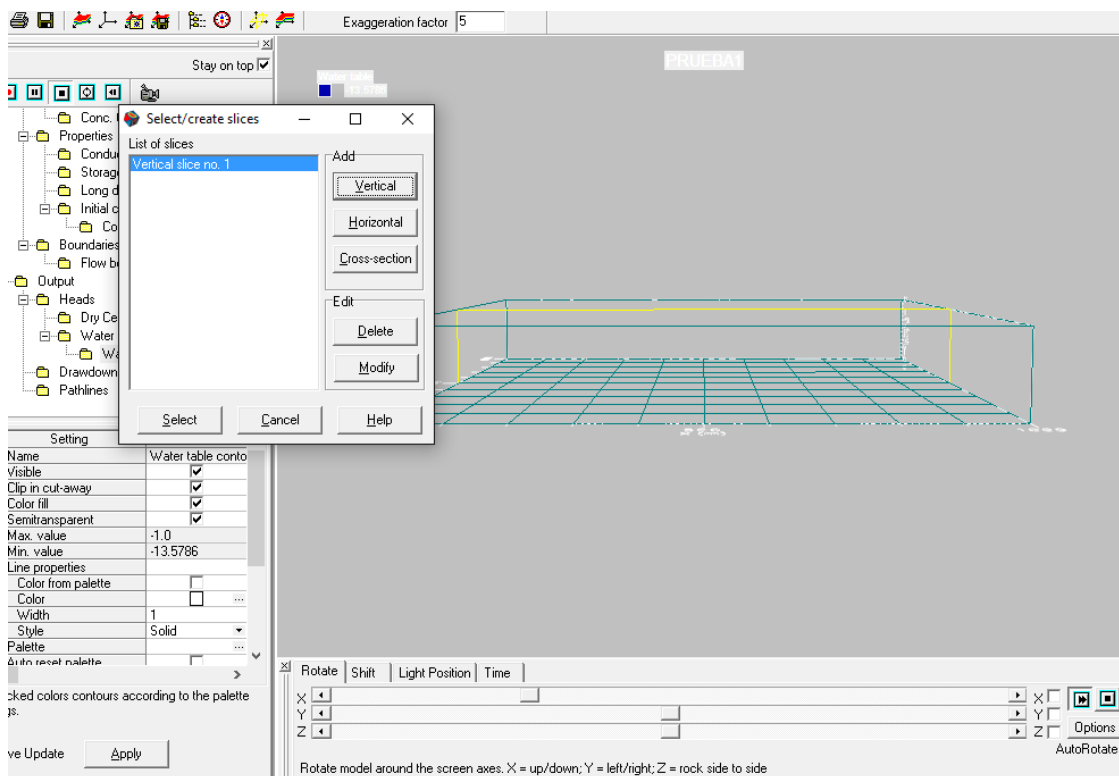


Figura 5.38. Corte del modelo que pasa por el centro (ejecución)

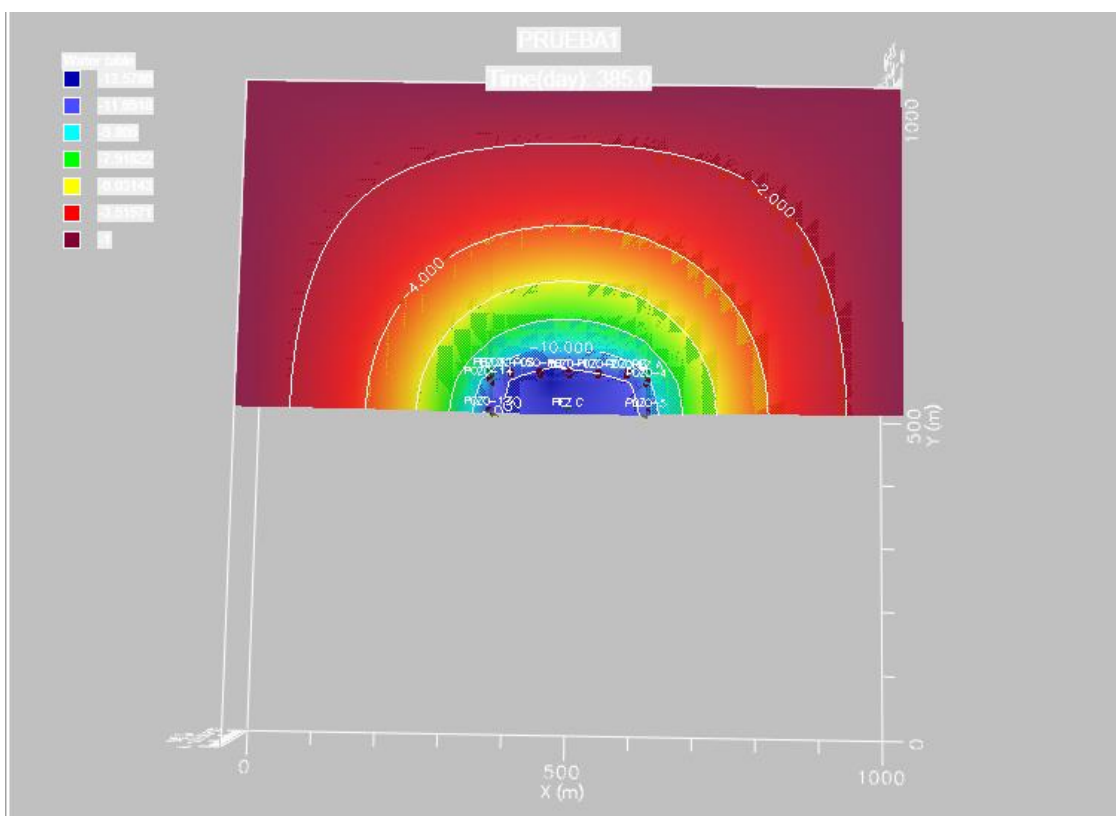


Figura 5.39. Corte del modelo que pasa por el centro (planta)

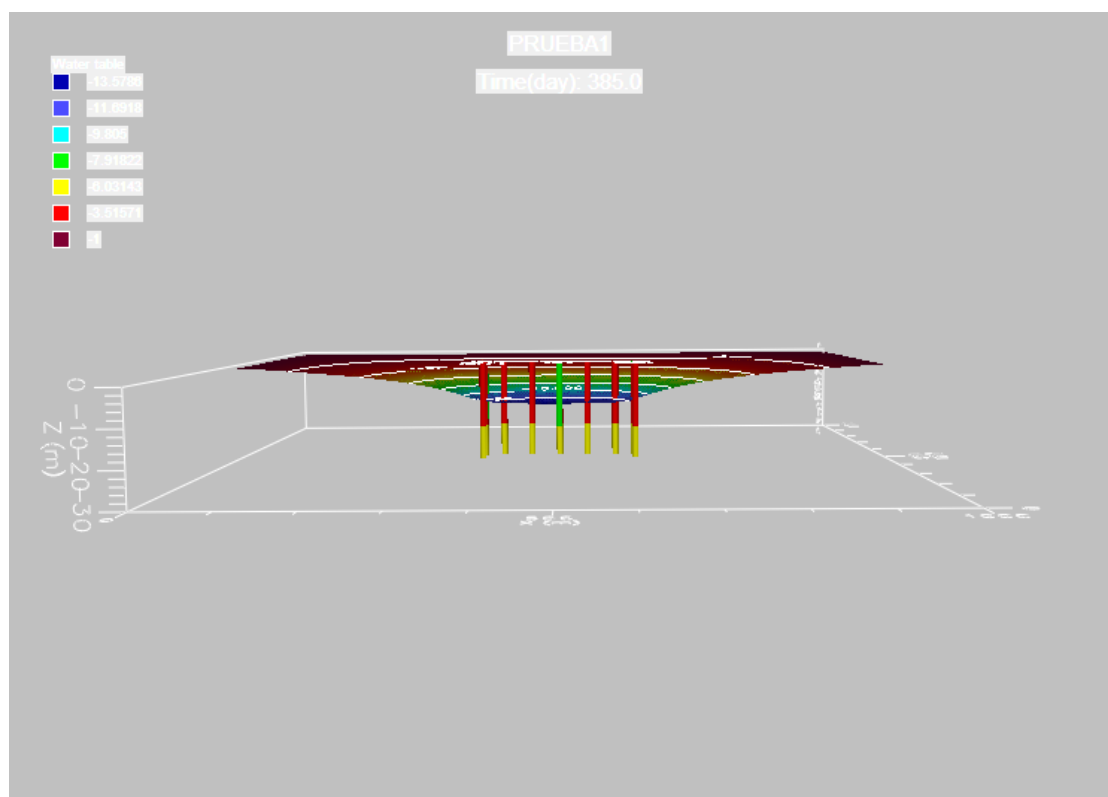


Figura 5.40. Corte del modelo que pasa por el centro (alzado)

5.2.5 Realización del modelo con diferente número de pozos

Para ampliar información se ha comprobado la variabilidad de descenso del nivel piezométrico observado por el pozo de observación POZO-0 en función del número de pozos de extracción.

Para ello, se han realizado cuatro ensayos con diferente número de pozos de extracción. Para 8 pozos se obtiene un caudal de 14273,28 m³/día, para 12 pozos se obtiene un caudal de 9515,52 m³/día, para 20 pozos se obtiene un caudal de 5709,31 m³/día y para 24 pozos se obtiene un caudal de 4757,76 m³/día,

Para el primer ensayo de 8 pozos, con caudal de bombeo de 14273,28 m³/día, se puede comprobar que el descenso de nivel piezométrico llega hasta un nivel superior a 15,068 metros, quedando 1,068 metros más del nivel piezométrico que se ha adoptado (14 metros).

En la Figura 5.41. se muestra la vista general del modelo en planta para 8 pozos de extracción.

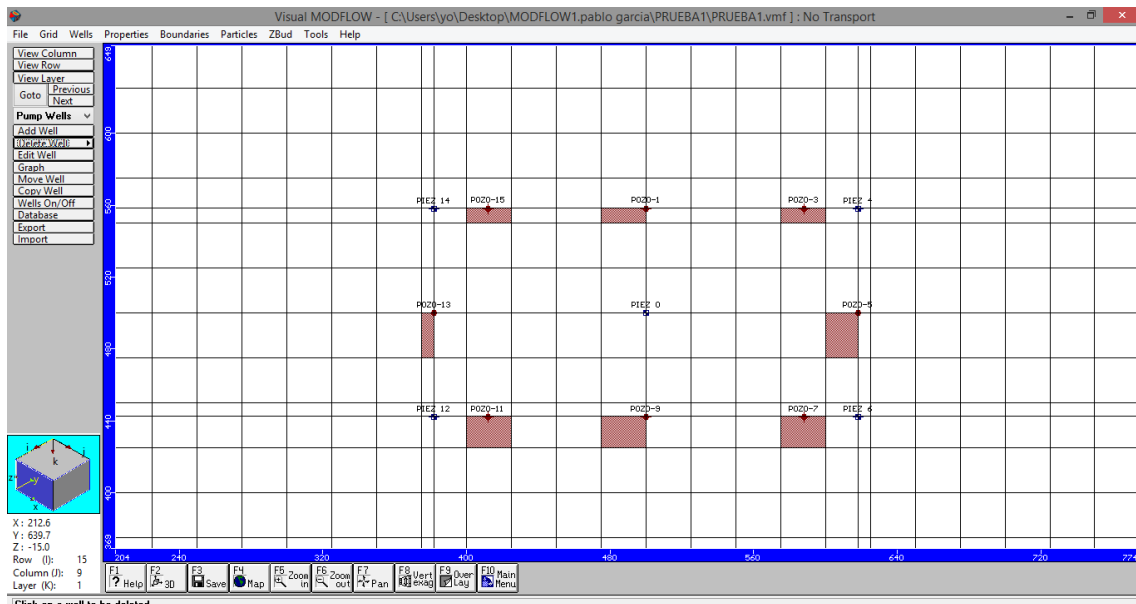


Figura 5.41. Vista general del modelo (planta) para 8 pozos

En la Figura 5.42. se muestra la posición que tienen en el plano de *Modflow* cada uno de los pozos.

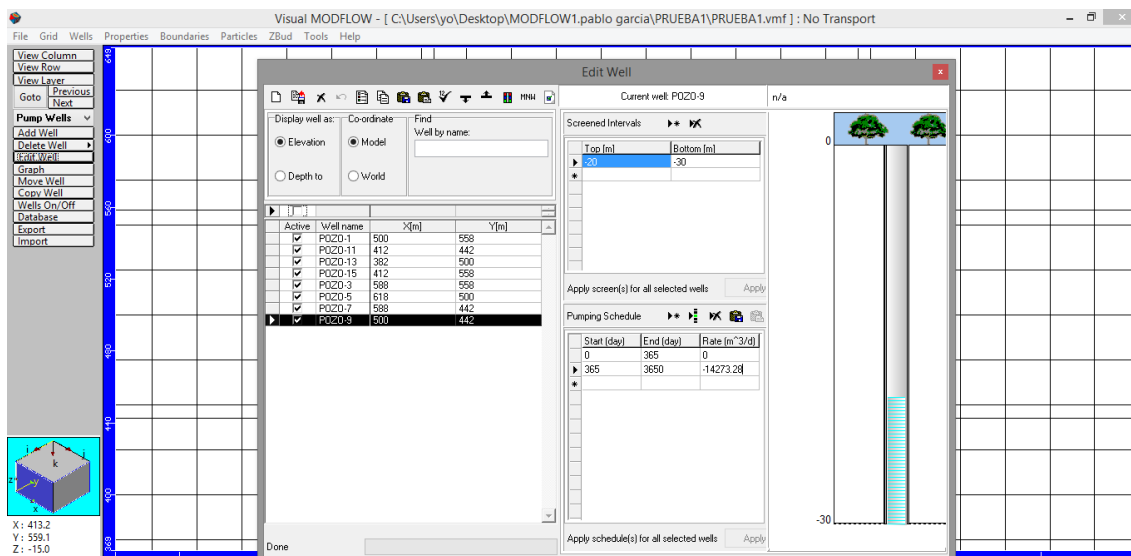


Figura 5.42. Pozos de extracción: 8 pozos

En la Figura 5.43. se muestran las líneas equipotenciales del entorno de nuestra excavación para 8 pozos de extracción.

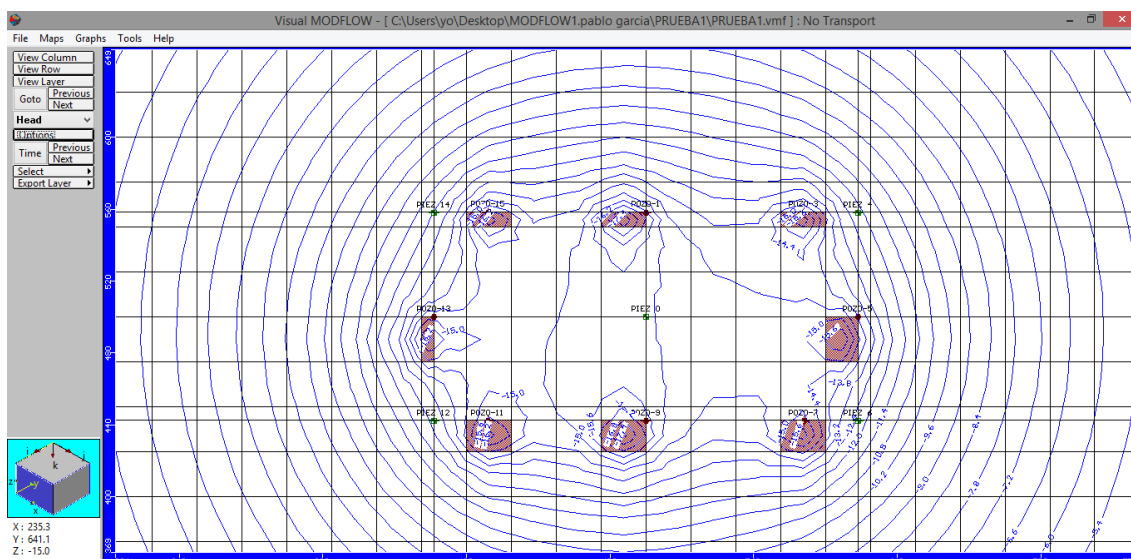


Figura 5.43. Vista en planta de la zona de abatimiento para 3650 días, para 8 pozos

Por último, se ha obtenido la gráfica de la Figura 5.44., en la que se relaciona el nivel piezométrico obtenido (*Interpolated*) y los correspondientes valores en la solución analítica (*Observed*).

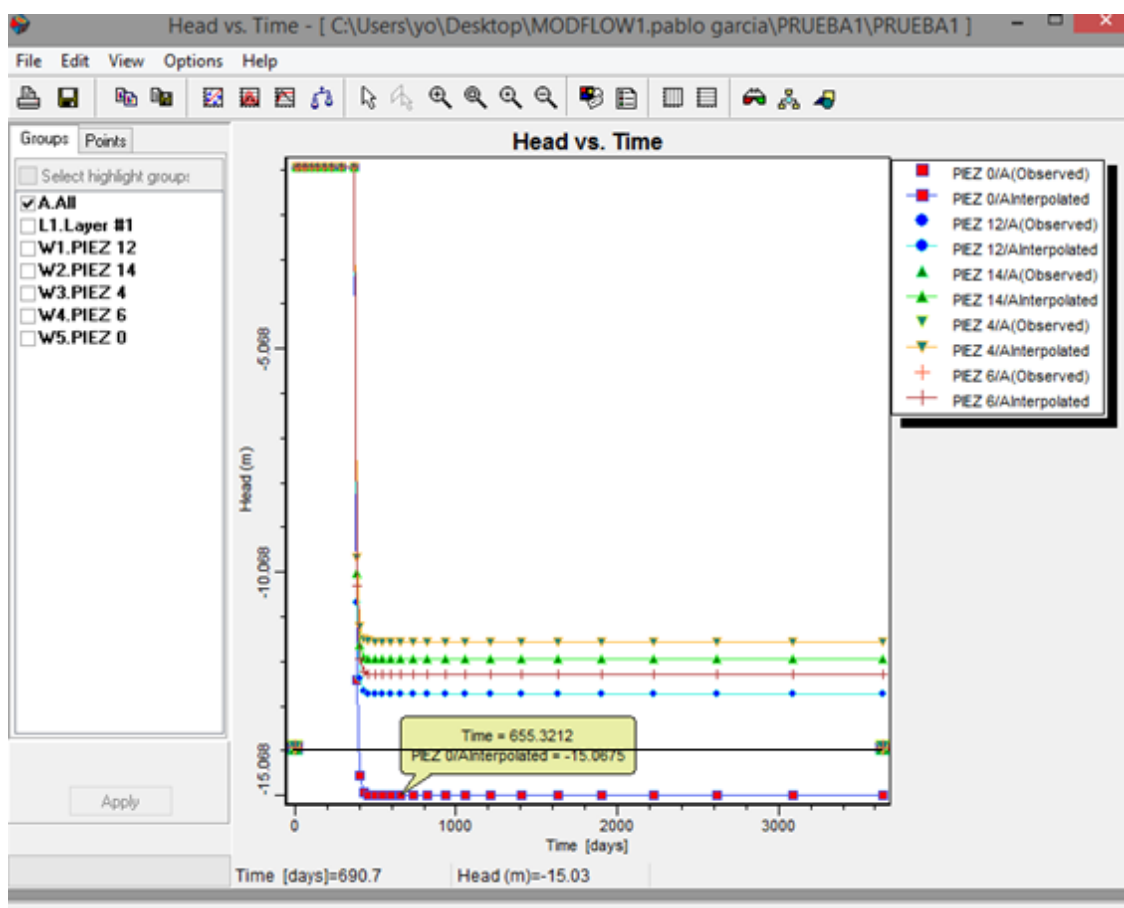


Figura 5.44. Gráfica Nivel piezométrico-Tiempo, con todos los pozos de observación activos: PIEZ-0, para 8 pozos

Para el segundo ensayo de 12 pozos, con caudal de bombeo de $9515,52 \text{ m}^3/\text{día}$, se puede comprobar que el descenso de nivel piezométrico llega hasta un nivel superior a 14,863 metros, quedando 0,863 metros más del nivel piezométrico que se ha adoptado (14 metros).

En la Figura 5.45. se muestra la vista general del modelo en planta para 12 pozos de extracción.

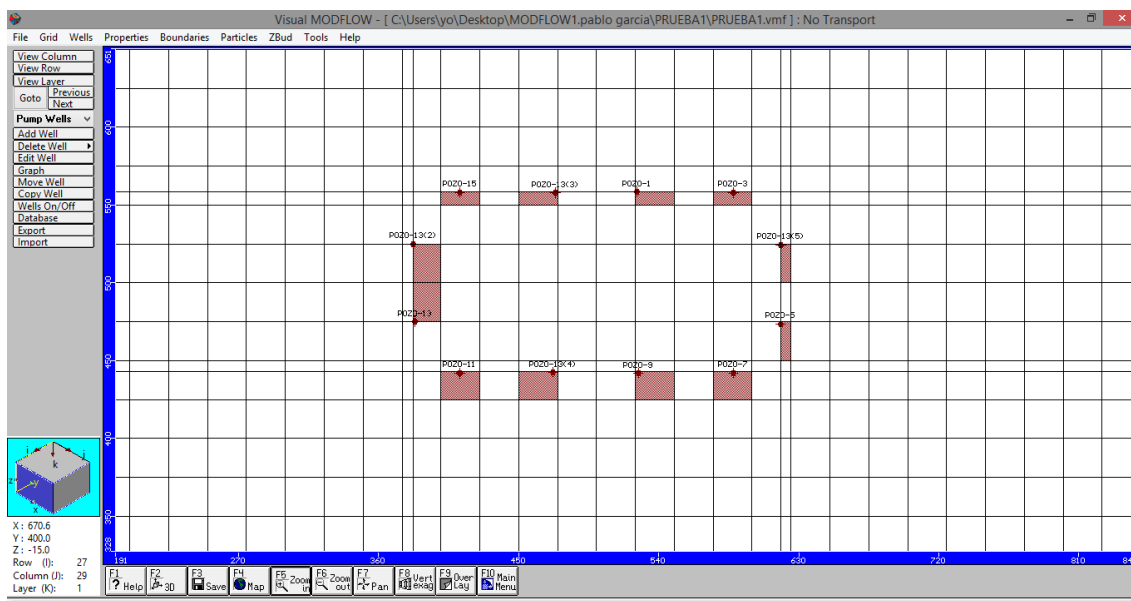


Figura 5.45. Vista general del modelo (planta) para 12 pozos

En la Figura 5.46. se muestra la posición que tienen en el plano de *Modflow* cada uno de los pozos.

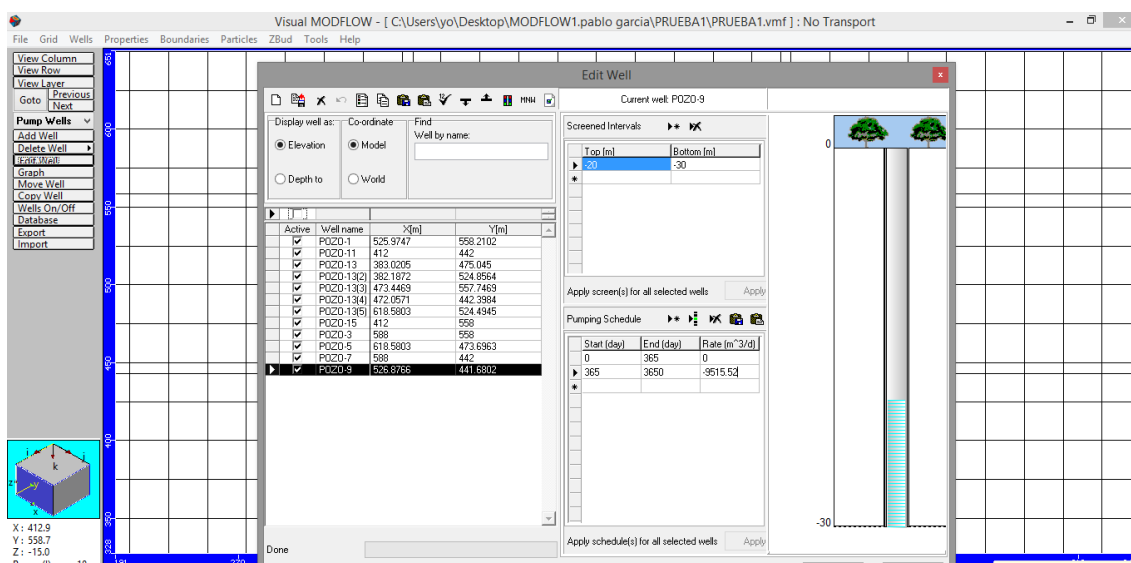


Figura 5.46. Pozos de extracción: 12 pozos

En la Figura 5.47. se muestran las líneas equipotenciales del entorno de nuestra excavación para 12 pozos de extracción.

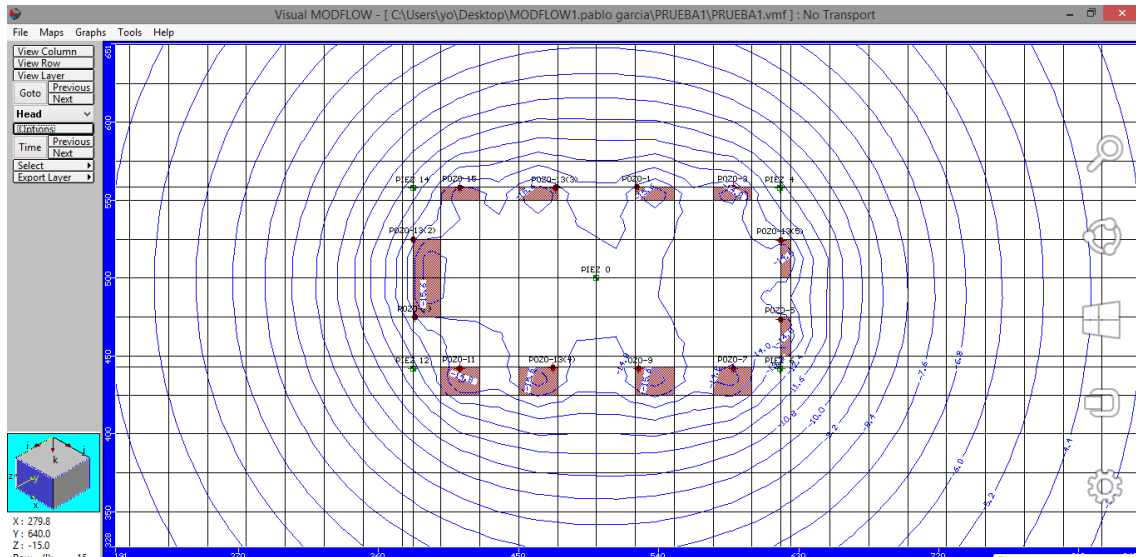


Figura 5.47. Vista en planta de la zona de abatimiento para 3650 días, para 12 pozos

Por último, se ha obtenido la gráfica de la Figura 5.48., en la que se relaciona el nivel piezométrico obtenido (*Interpolated*) y los correspondientes valores en la solución analítica (*Observed*).

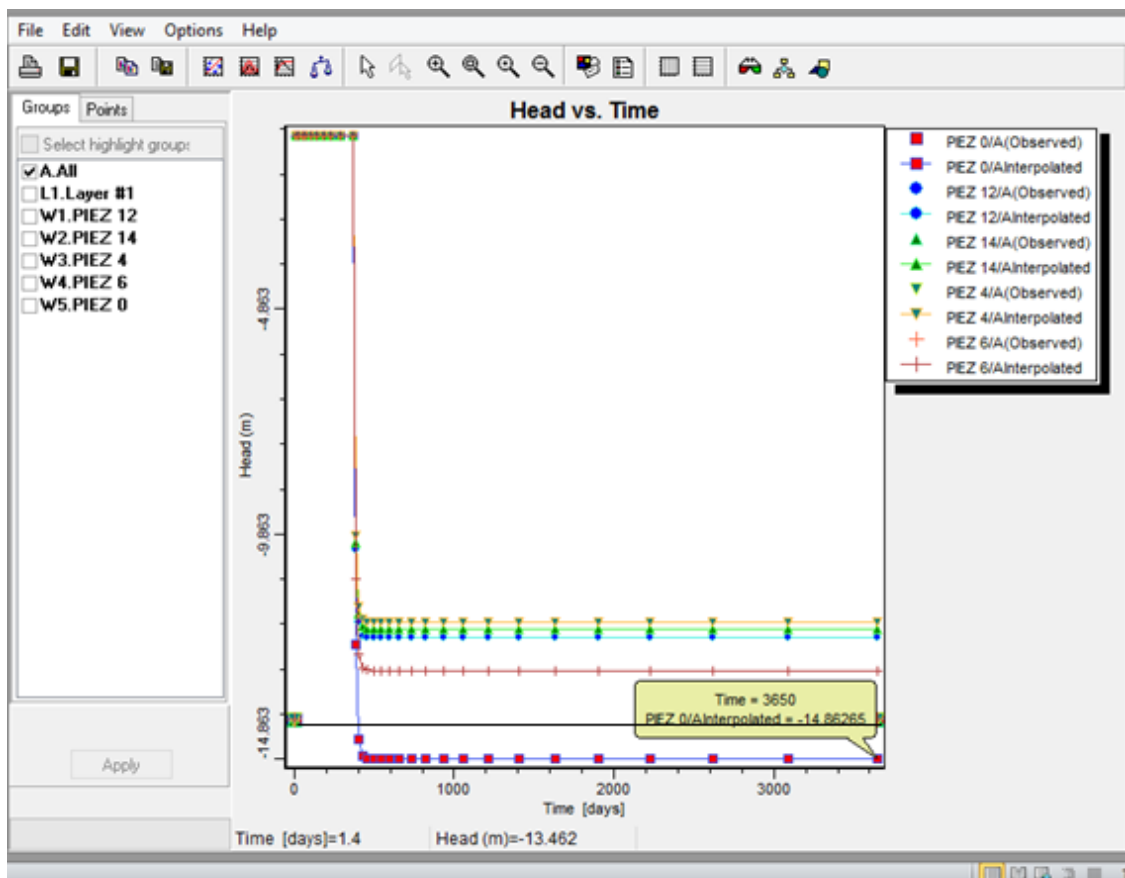


Figura 5.48. Gráfica Nivel piezométrico-Tiempo, con todos los pozos de observación activos: PIEZ-0, para 12 pozos

Para el tercer ensayo de 20 pozos, con caudal de bombeo de 9515,52 m³/día, se puede comprobar que el descenso de nivel piezométrico llega hasta un nivel superior a 14,947 metros, quedando 0,947 metros más del nivel piezométrico que se ha adoptado (14 metros).

En la Figura 5.49. se muestra la vista general del modelo en planta para 20 pozos de extracción.

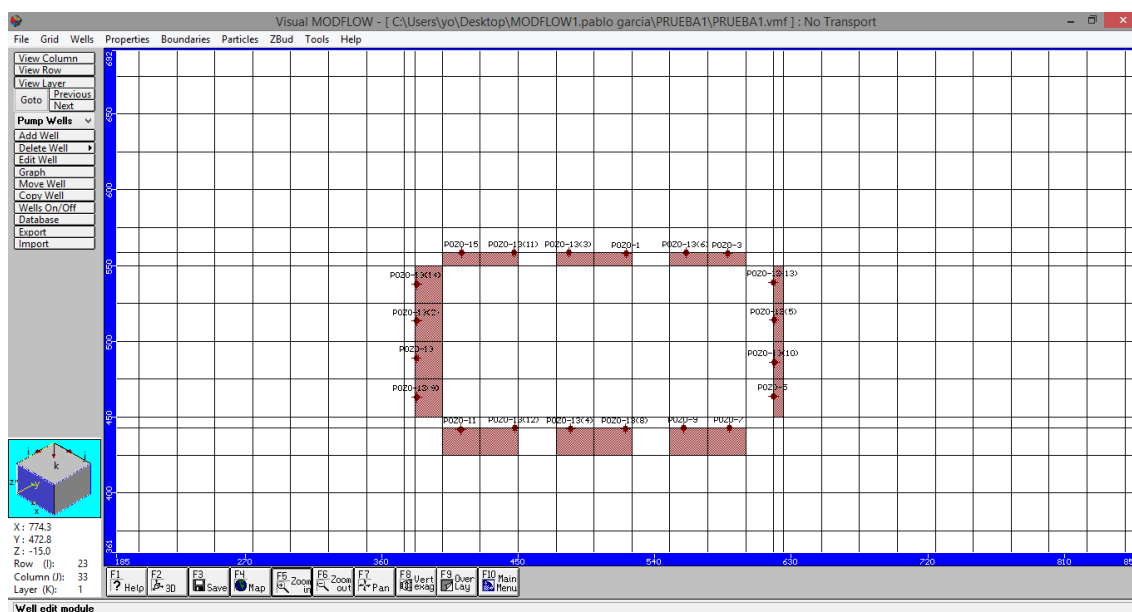


Figura 5.49. Vista general del modelo (planta) para 20 pozos

En la Figura 5.50. se muestra la posición que tienen en el plano de *Modflow* cada uno de los pozos.

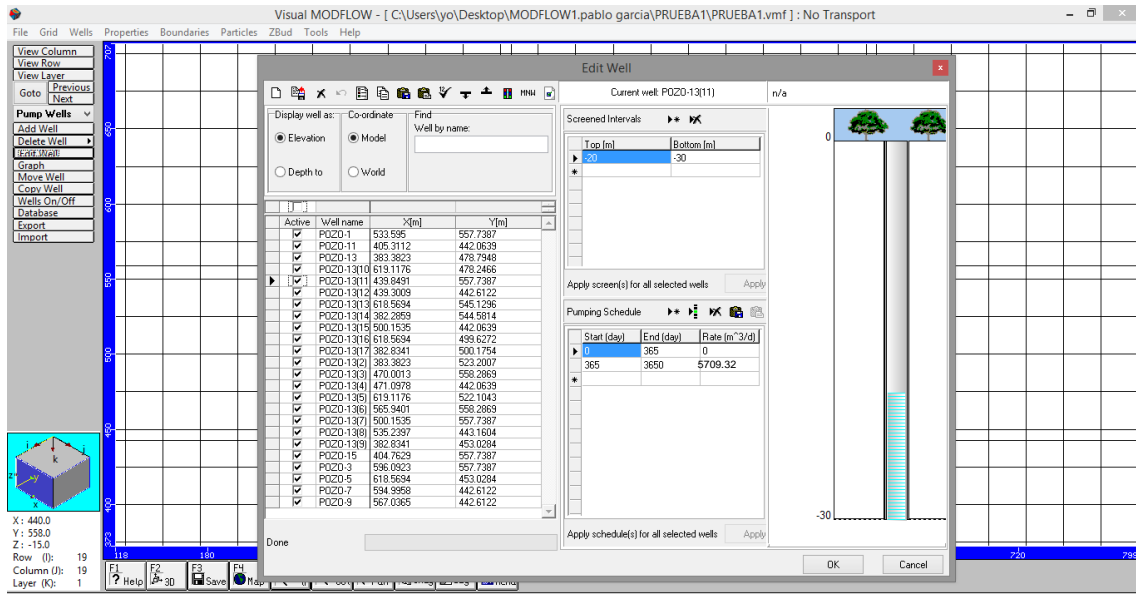


Figura 5.50. Pozos de extracción: 20 pozos

En la Figura 5.51. se muestran las líneas equipotenciales del entorno de nuestra excavación para 20 pozos de extracción.

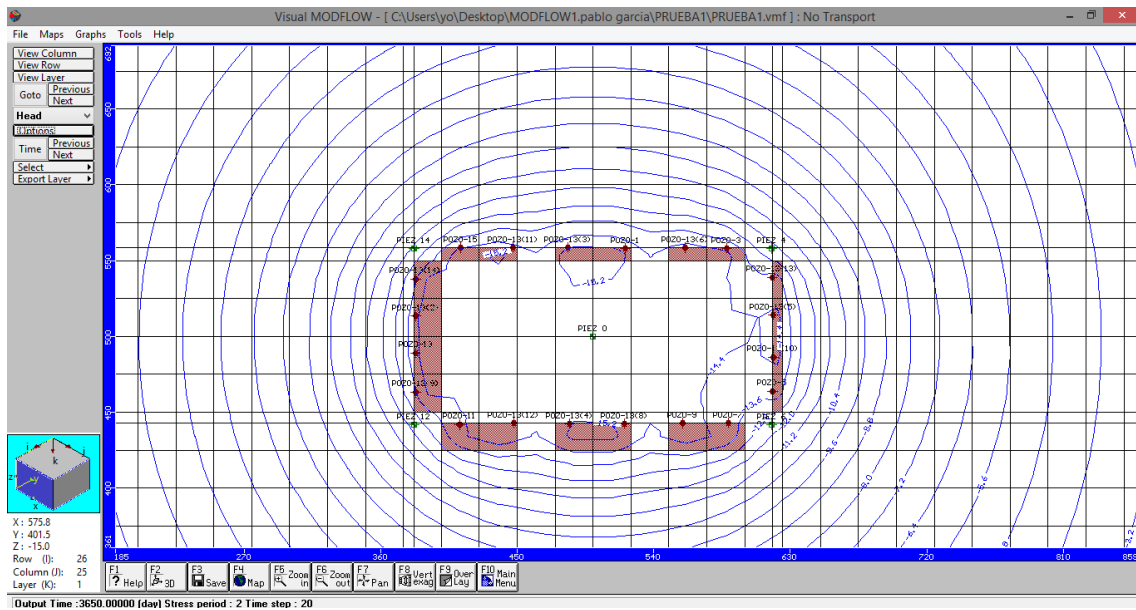


Figura 5.51. Vista en planta de la zona de abatimiento para 3650 días, para 20 pozos

Por último, se ha obtenido la gráfica de la Figura 5.52., en la que se relaciona el nivel piezométrico obtenido (*Interpolated*) y los correspondientes valores en la solución analítica (*Observed*).

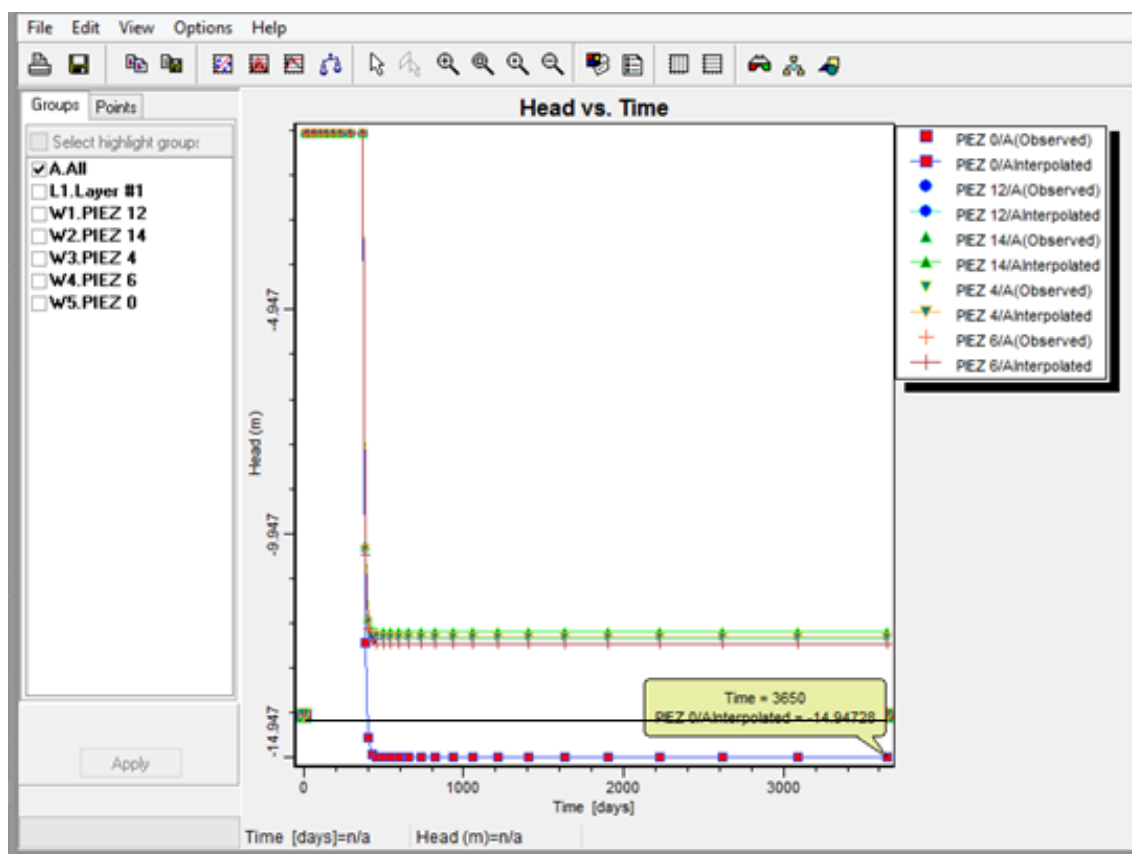


Figura 5.52. Gráfica Nivel piezométrico-Tiempo, con todos los pozos de observación activos: PIEZ-0, para 20 pozos

Para el cuarto y último ensayo de 24 pozos, con caudal de bombeo de 4757,76 m³/día, se puede comprobar que el descenso de nivel piezométrico llega hasta un nivel superior a 14,961 metros, quedando 0,961 metros más del nivel piezométrico que se ha adoptado (14 metros).

En la Figura 5.53. se muestra la vista general del modelo en planta para 24 pozos de extracción.

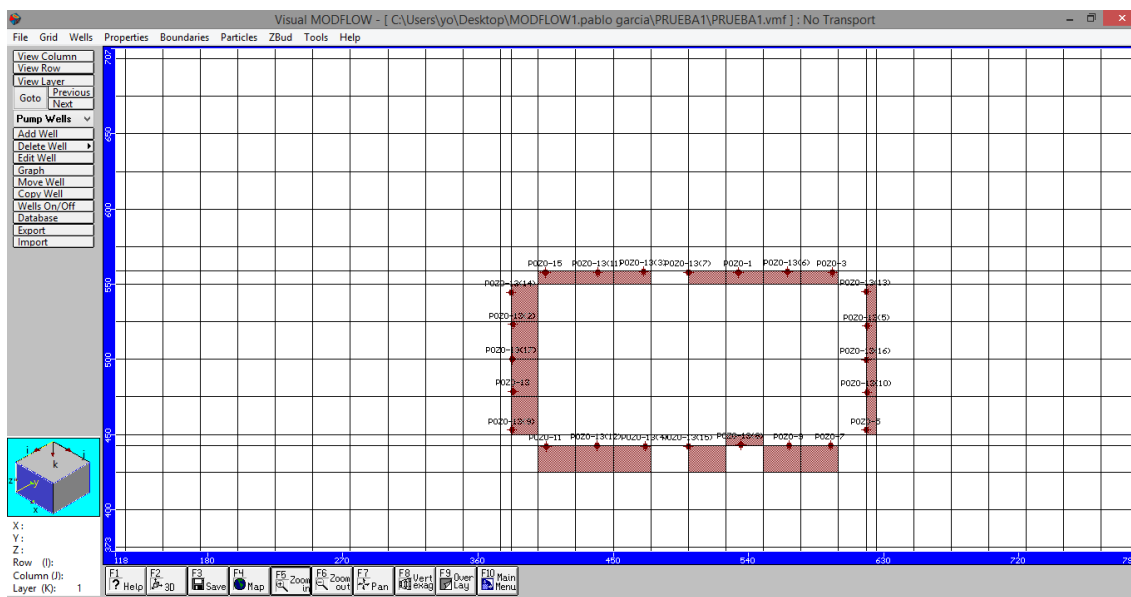


Figura 5.53. Vista general del modelo (planta) para 24 pozos

En la Figura 5.54. se muestra la posición que tienen en el plano de *Modflow* cada uno de los pozos.

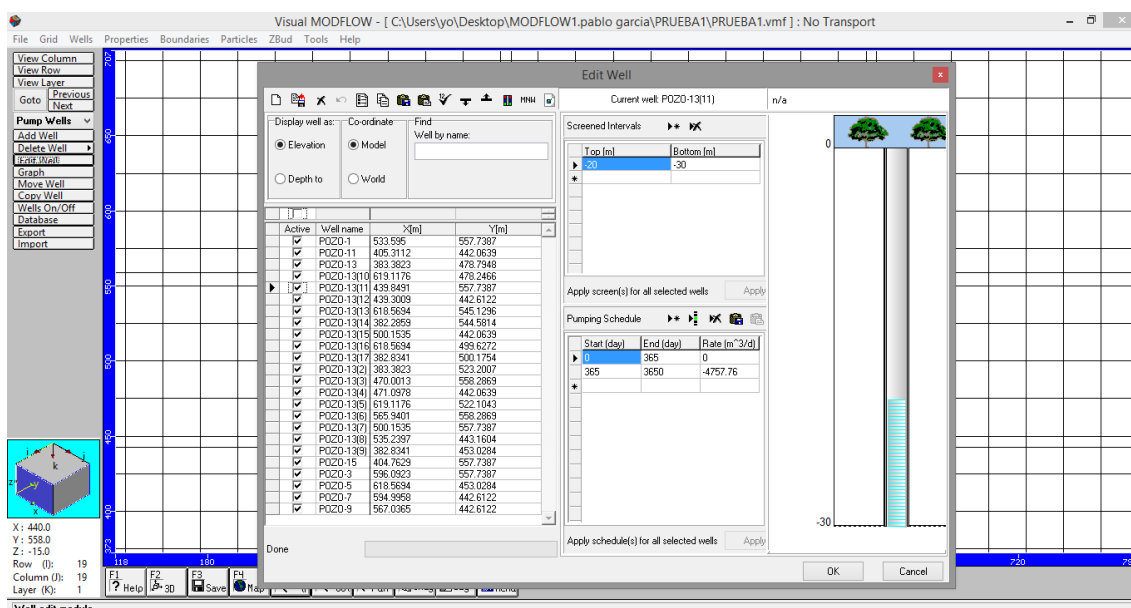


Figura 5.54. Pozos de extracción: 24 pozos

En la Figura 5.55. se muestran las líneas equipotenciales del entorno de nuestra excavación para 24 pozos de extracción.

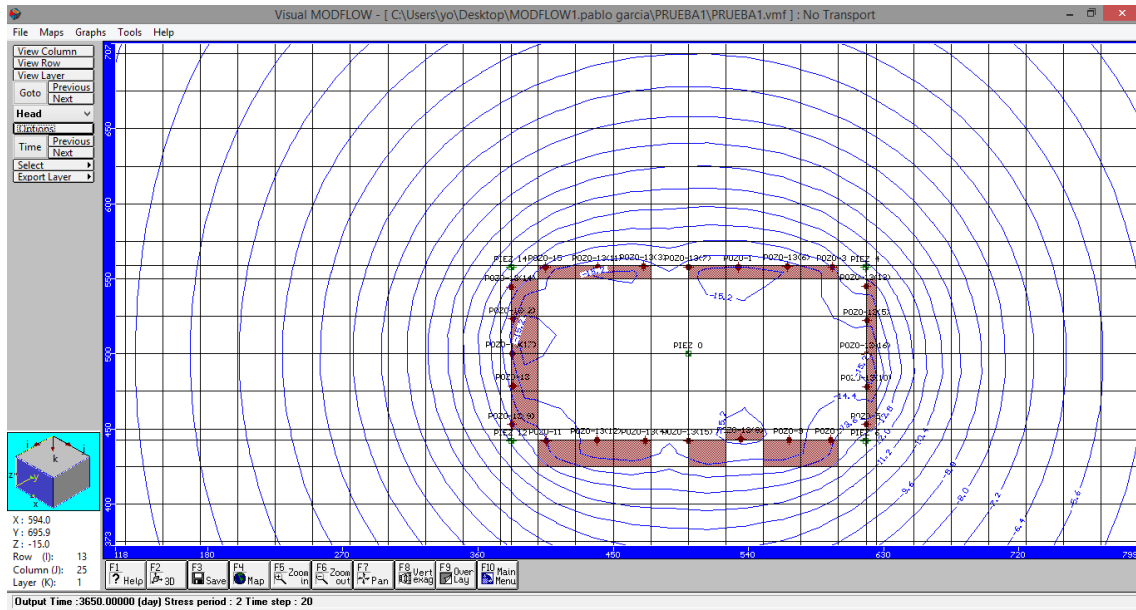


Figura 5.55. Vista en planta de la zona de abatimiento para 3650 días, para 24 pozos

Por último, se ha obtenido la gráfica de la Figura 5.56., en la que se relaciona el nivel piezométrico obtenido (*Interpolated*) y los correspondientes valores en la solución analítica (*Observed*).

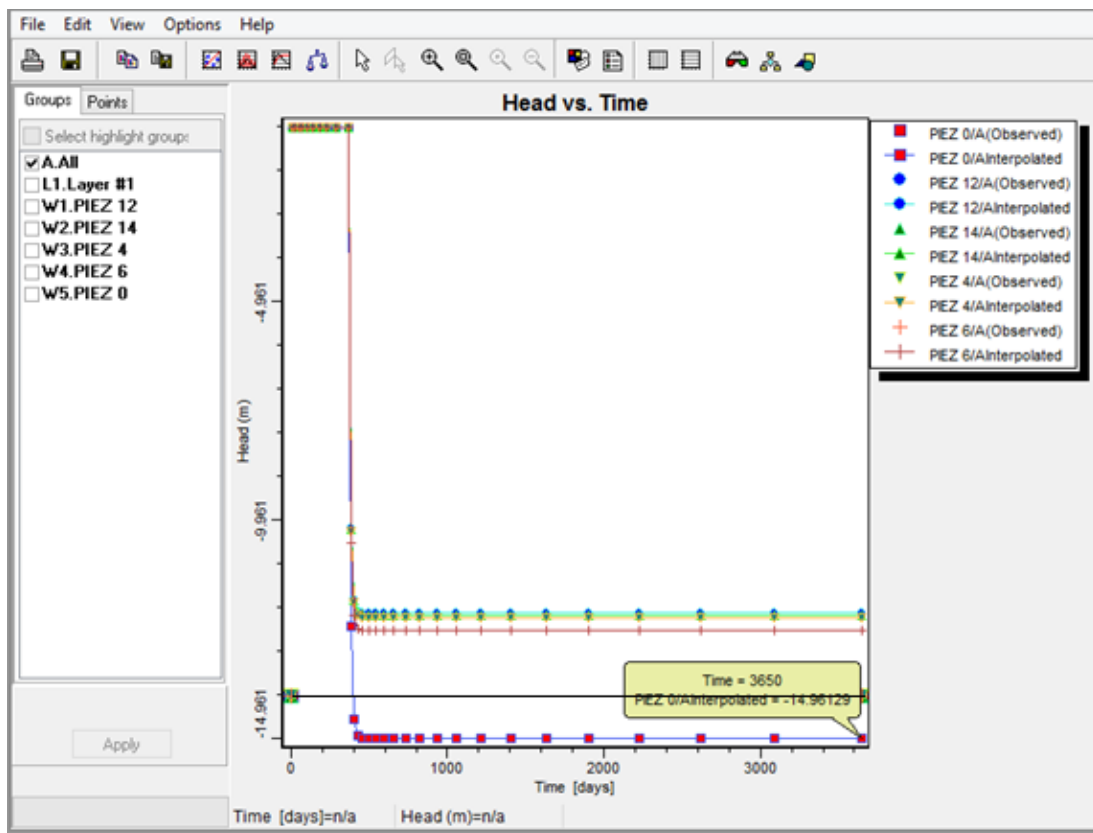


Figura 5.56. Gráfica Nivel piezométrico-Tiempo, con todos los pozos de observación activos: PIEZ-0, para 24 pozos

5.3 Comparación entre la solución analítica y numérica

A continuación, se muestra la relación entre el número de pozos de extracción y el caudal de bombeo Q de cada uno de los pozos que se adopta.

En la Tabla 5.2. se muestran los cálculos realizados del descenso del nivel piezométrico en función del número de pozos y , por lo tanto, en función del caudal de bombeo Q de cada pozo de extracción.

Nº Pozos	Q (m ³ /s)	Q (m ³ /día)	Descenso	
			nivel piezométrico	
8	0.05506	14273.28	14.961	
12	0.06608	9515.52	14.947	
16	0.08121	7000	14.95	
20	0.11013	5709.31	14.863	
24	0.16521	4757.76	15.068	

Tabla 5.2. cálculos realizados del descenso del nivel piezométrico en función del número de pozos y del caudal de bombeo Q de cada pozo de extracción.

Es evidente que para mayor número de pozos es necesario un caudal de bombeo Q menor de cada pozo de extracción y viceversa. En la Figura 5.57., se muestra la relación entre el número de pozos y el caudal de bombeo Q adoptado de cada pozo de extracción.

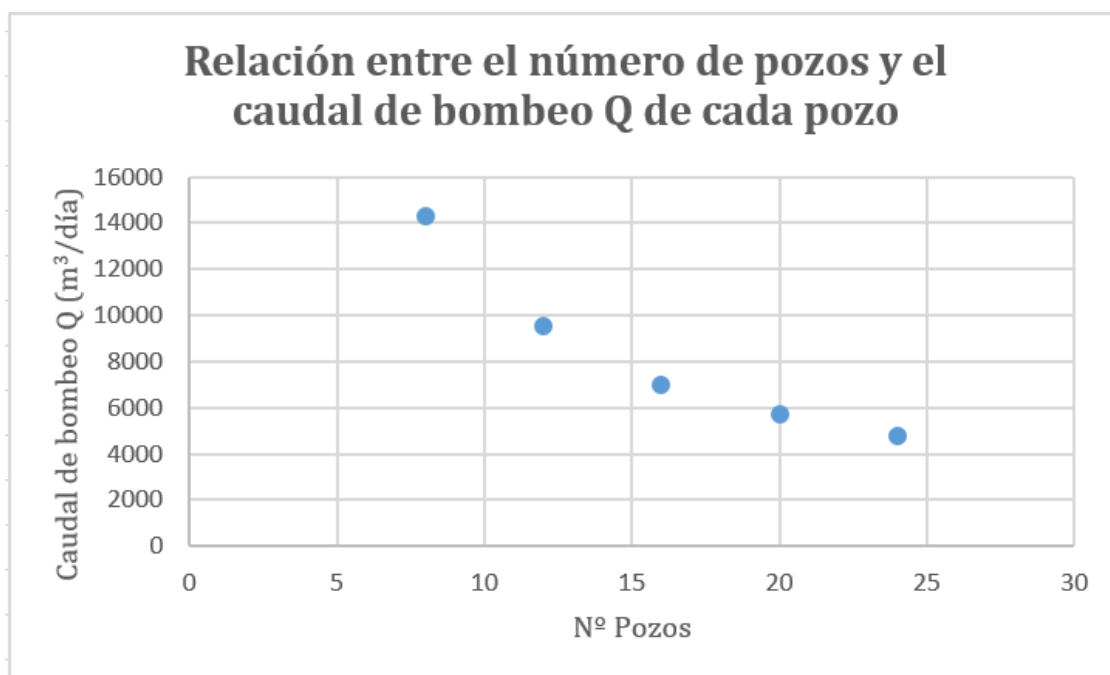


Figura 5.57. Relación entre el número de pozos y el caudal de bombeo Q adoptado por cada pozo de extracción

Se puede comprobar que el descenso del nivel piezométrico en todos los ensayos queda alrededor de 1 metro de la solución numérica de 14,95 metros para 16 pozos de extracción. El ensayo de 20 pozos de extracción con un descenso de 14,947 metros es la solución numérica más cercana a la solución numérica obtenida (14,95 metros) en nuestro problema.

Para poder realizar una mejor correlación de datos se propone el ajuste de la anterior relación. Para ello, es necesario proponer un ajuste con el fin de poder obtener un caudal de bombeo Q para cada pozo de extracción en función del número de pozos. A continuación, se realiza el ajuste de manera lineal y exponencial.

En la Figura 5.58. se realiza el ajuste lineal de la relación entre el número de pozos y el caudal de bombeo Q adoptado por cada pozo de extracción.

Relación entre el número de pozos y el caudal de bombeo Q de cada pozo

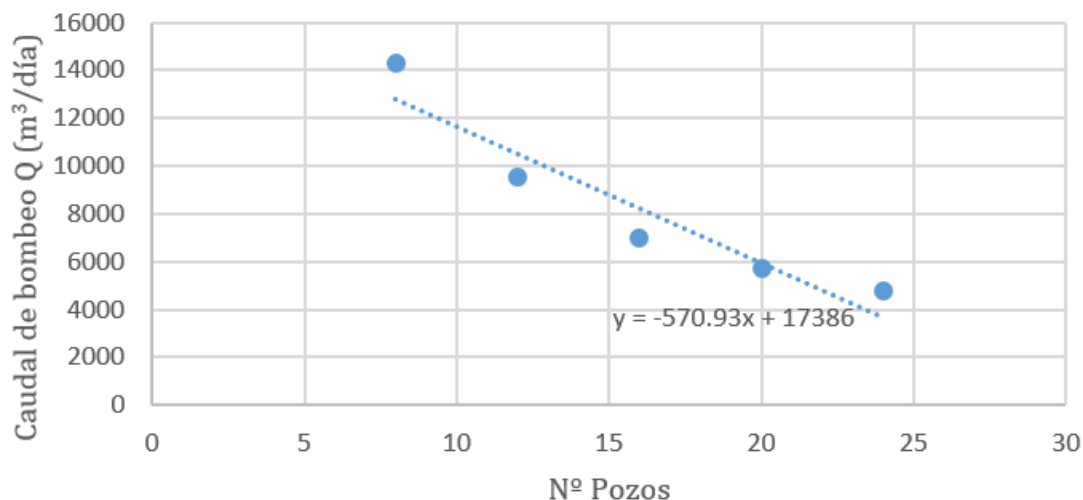


Figura 5.58. Ajuste lineal de la relación entre el número de pozos y el caudal de bombeo Q adoptado por cada pozo de extracción

Realizando la comprobación sustituyendo el número de pozos (16 en nuestro problema) en la expresión de la distribución lineal de la Figura 5.58. resulta:

$$y = -570.93x + 17386 = -570.93 * (16) + 17386 = 8251.12 \text{ m}^3/\text{día}$$

Se observa una solución alejada a nuestro caudal de bombeo Q adoptado (7000 m³/día) por lo que se procede a realizar un ajuste exponencial.

En la Figura 5.59. se realiza el ajuste exponencial de la relación entre el número de pozos y el caudal de bombeo Q adoptado por cada pozo de extracción.

Relación entre el número de pozos y el caudal de bombeo Q de cada pozo

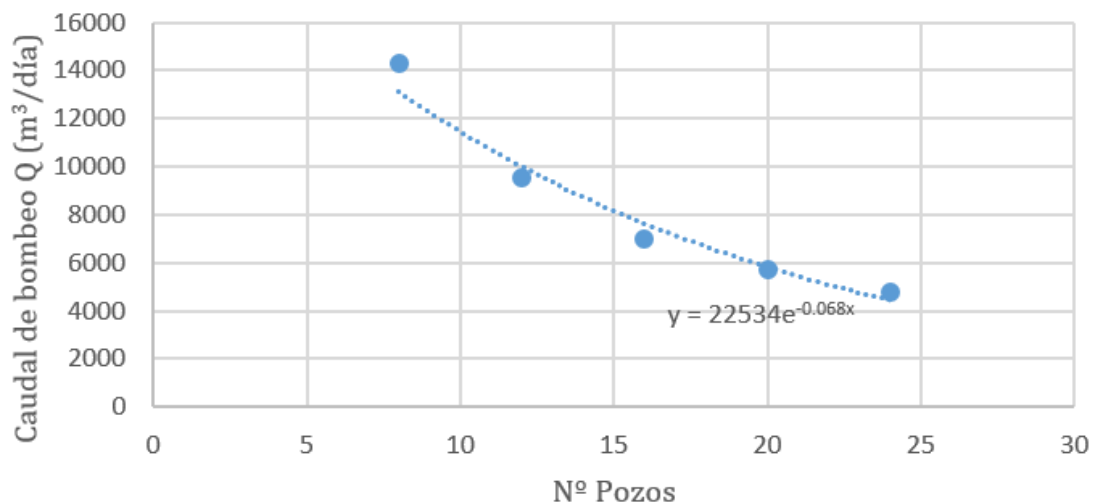


Figura 5.59. Ajuste exponencial de la relación entre el número de pozos y el caudal de bombeo Q adoptado por cada pozo de extracción

Realizando la comprobación sustituyendo el número de pozos (16 en nuestro problema) en la expresión de la distribución exponencial de la Figura 5.59. resulta:

$$y = 22534 * e^{-0.068x} = 22534 * e^{-0.068*16} = 7591,47 \text{ m}^3/\text{día}$$

Se observa una solución más cercana a nuestro caudal de bombeo Q adoptado (7000 m³/día) que si se realiza por un ajuste lineal.

5.3.1 Cálculo de error absoluto y relativo del descenso del nivel piezométrico

Para realizar este cálculo, se considera el valor exacto V_e como el valor obtenido en la solución numérica mediante *Modflow*, siendo así $V_e = 14.95$ metros de descenso de nivel piezométrico. Para el valor aproximado V_a , se considera el valor obtenido en la solución analítica, siendo así $V_a = 14$ metros de descenso de nivel piezométrico.

Por lo tanto, el error absoluto ε_a se calcula de la siguiente manera

$$\varepsilon_a = |V_e - V_a| = |14.95 - 14| = 0.95$$

Para el error relativo ε_r , se relaciona el valor obtenido en el error absoluto ε_a con el valor exacto V_e y lo expresamos en porcentaje

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_a}{V_e} * 100 = \frac{0.95}{14.95} * 100 = 6.35 \%$$

Se obtiene así un valor de 6.35 % de error relativo, por lo tanto, se obtiene un resultado aceptable.

6 CONCLUSIONES

Se ha planteado un caso de estudio de un abatimiento del nivel freático de un acuífero libre de 29 metros de espesor en arenas de $k = 1.17 \times 10^{-3} \text{ m/s}$. La excavación tiene unas dimensiones de 236 x 116 m. Mediante la aplicación del método analítico, se obtiene una solución que consiste en una red de 16 pozos completamente penetrantes dispuestos perimetralmente, con una caudal de $8.10 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$ cada uno. El descenso en el centro de la excavación es de 14 metros.

Se ha realizado un modelo con Modflow teniendo en cuenta las condiciones de contorno planteadas en el problema (excavación, parámetros hidráulicos...) y la solución analítica proporcionada por el método (disposición de pozos y caudales de extracción). Se han alcanzado resultados satisfactorios, puesto que la solución analítica proporciona 14 metros para el POZO-0 situado en el centro de la excavación, mientras que la solución numérica proporciona valores de 14.95 en el POZO-0 por lo que la diferencia se encuentra alrededor de 1 m en el pozo. Como se puede comprobar, las diferencias entre ambos métodos son muy leves y, en cualquier caso, ambas suponen que el nivel piezométrico se sitúe por debajo de los 1,5 m de profundidad.

Para ampliar información se ha comprobado la variabilidad de descenso del nivel piezométrico observado por el pozo de observación POZO-0 en función del número de pozos de extracción.

Para ello, se han realizado cuatro ensayos con diferente número de pozos de extracción. Para 8 pozos se obtiene un caudal de 14273,28 $\text{m}^3/\text{día}$, para 12 pozos se obtiene un caudal de 9515,52 $\text{m}^3/\text{día}$, para 20 pozos se obtiene un caudal de 5709,31 $\text{m}^3/\text{día}$ y para 24 pozos se obtiene un caudal de 4757,76 $\text{m}^3/\text{día}$,

Para el primer ensayo de 8 pozos, con caudal de bombeo de 14273,28 $\text{m}^3/\text{día}$, se puede comprobar que el descenso de nivel piezométrico llega hasta un nivel superior a 15,068 metros, quedando 1,068 metros más del nivel piezométrico que

se ha adoptado (14 metros). En el segundo ensayo de 12 pozos, con caudal de bombeo de 9515,52 m³/día, se puede comprobar que el descenso de nivel piezométrico llega hasta un nivel superior a 14,863 metros, quedando 0,863 metros más del nivel piezométrico que se ha adoptado (14 metros). En el tercer ensayo de 20 pozos, con caudal de bombeo de 9515,52 m³/día, se puede comprobar que el descenso de nivel piezométrico llega hasta un nivel superior a 14,947 metros, quedando 0,947 metros más del nivel piezométrico que se ha adoptado (14 metros). En el cuarto y último ensayo de 24 pozos, con caudal de bombeo de 4757,76 m³/día, se puede comprobar que el descenso de nivel piezométrico llega hasta un nivel superior a 14,961 metros, quedando 0,961 metros más del nivel piezométrico que se ha adoptado (14 metros). El descenso del nivel piezométrico en todos los ensayos queda alrededor de 1 metro de la solución numérica obtenida para 16 pozos de extracción quedando el ensayo de 20 pozos de extracción con un descenso de 14,947 metros la solución numérica más cercana a la solución numérica obtenida (14,95 metros) en nuestro problema.

Se realiza un ajuste de la relación para poder realizar una mejor correlación de datos. Para la expresión del ajuste lineal se obtiene un valor de caudal de bombeo $Q = 8251.12 \text{ m}^3/\text{día}$. Se observa así una solución alejada a nuestro caudal de bombeo Q adoptado (7000 m³/día). Para el ajuste exponencial se obtiene un valor de caudal de bombeo $Q = 8251.12 \text{ m}^3/\text{día}$. Se observa una solución más cercana a nuestro caudal de bombeo Q adoptado que si lo realizamos mediante un ajuste lineal.

Esta correlación de datos, podrá sernos útil para hallar el caudal de bombeo Q de cada pozo de extracción en función del número de pozos, siempre que se tenga el mismo caudal total de bombeo de extracción que el problema adoptado en este trabajo.

7 REFERENCIAS

GONZÁLEZ DE VALLEJO, Luis Ignacio. *Ingeniería Geológica*. Luis Ortuño Abad, Mercedes Ferrer Gijón y Carlos Oteo Mazo. Pearson Educación, Madrid, 2002. ISBN: 84-205-3104-9.

BERRY, Peter L. & REID, David. *Mecánica de suelos*. Editado por Martha Edna Suárez R. *McGraw Hill*: Santafé de Bogotá, 1993. Traducido de la primera edición en inglés de *An introduction to soil mechanics*. ISBN: 958-600-172-5.

WATERLOO HIDROGEOLOGIC, Inc. *Visual Modflow v.4.2 User's Manual*. *Schlumberger Company, Waterloo (Ontario)*, 2006.