

Aplicación de técnicas de ingeniería inversa en el proceso de diseño de transmisiones de engranajes cónicos espirales

Ramón Ruiz Orzáez, Alfonso Fuentes Aznar, Ignacio González Pérez
Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Politécnica de Cartagena
Campus Universitario Muralla del Mar, C/ Doctor Fleming s/n, 30202 Cartagena (Murcia)
Teléfono: 968 33 8889
Email: rro0@alu.upct.es

Resumen. Durante la última década se han desarrollado distintas técnicas de diseño y optimización de transmisiones de engranajes cónicos espirales, todas ellas con el fin de obtener los valores de los parámetros de máquina-herramienta requeridos para la mecanización de las superficies de sus dientes con unas propiedades particulares de patrón de contacto y de nivel de ruido de operación. En el presente trabajo se describe una metodología de diseño y optimización de transmisiones de engranajes cónicos espirales mecanizados mediante fresa frontal circular. Dicha metodología se fundamenta en la obtención de una topografía superficial “ease-off” óptima y en la aplicación de un algoritmo de optimización matemática. La metodología expuesta se ilustra por medio de un ejemplo práctico de aplicación.

1. Introducción

Los engranajes cónicos espirales poseen un campo de aplicación muy extenso y, en términos generales, se emplean en la transmisión de potencia entre ejes que se intersectan. La industria de mecanización de éstos demanda continuamente nuevas técnicas de diseño que permitan incrementar su capacidad de carga y, al mismo tiempo, reducir su sensibilidad frente a errores de transmisión, así como su nivel de ruido y vibración de operación. La optimización de la microgeometría de las superficies del diente se presenta como la estrategia principal para alcanzar los objetivos anteriormente mencionados. Una de las primeras contribuciones en este campo vino de la mano de Faydor L. Litvin [1] con su propuesta del método de síntesis local. En la última década diversos autores han propuesto nuevos enfoques fundamentados en la topografía superficial, siendo los trabajos más destacados los presentados por Alessio Artoni [2] y por Yi-Pei Shih [3]. Por otro lado, diversos autores han publicado modelos matemáticos de generación computacional de las superficies de engranajes cónicos espirales, siendo posiblemente el modelo propuesto por Qi Fan [4] uno de los más completos de todos.

En el presente trabajo se propone una metodología de diseño óptimo de transmisiones de engranajes cónicos espirales basada, por un lado, en la búsqueda de la topografía “ease-off” óptima y, por otro lado, en la aplicación del algoritmo de Levenberg-Marquardt para la búsqueda de los parámetros de máquina que permitan fabricar la geometría óptima deseada.

2. Generación de transmisiones de engranajes cónicos espirales

Los actuales modelos matemáticos de generación de las superficies de engranajes cónicos espirales se

fundamentan en el funcionamiento de las primeras máquinas de fabricación de engranajes cónicos espirales, a pesar de que hoy día su mecanizado se lleve a cabo en modernas máquinas-herramientas de control numérico por ordenador (CNC). Una esquematización del modelo cinemático de dichos sistemas primitivos de mecanizado aparece recogida en la Fig. 1, donde ω_t representa la velocidad de rotación del eje del cabezal porta-herramientas y ω_w la velocidad de rotación del eje del cabezal porta-engranajes. Asimismo, también aparecen esquematizados cada uno de los ajustes de máquina-herramienta, siendo X_b , X_p , γ_m y E_m los parámetros de posición del cabezal porta-engranajes, mientras que q , s , i y j representan los parámetros de posición del cabezal porta-herramientas.

3. Metodología de diseño óptimo

La metodología de diseño óptimo de transmisiones de engranajes cónicos espirales propuesta en el presente trabajo está formada por un total 4 etapas claramente diferenciadas, las cuales aparecen descritas a continuación.

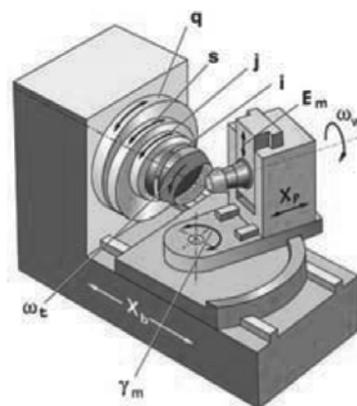


Fig. 1: Modelo cinemático de una máquina-herramienta de mecanizado de engranajes cónicos espirales (Fuente: [4])

3.1. Representación de las superficies del diente en engranajes cónicos espirales

El modelo matemático de las superficies que componen el diente de un engranaje cónico espiral está representado por el sistema de ecuaciones (1).

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{r}_w(s, \theta, \psi) &= \mathbf{M}_{wt}(\psi)\mathbf{r}_t(s, \theta) \\ \left(\frac{\partial \mathbf{r}_w}{\partial s} \times \frac{\partial \mathbf{r}_w}{\partial \theta}\right) \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_w}{\partial \psi} &= f_{wt}(s, \theta, \psi) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Tal como se puede apreciar, el sistema de ecuaciones (1) está formado por una ecuación vectorial y una ecuación escalar. La ecuación vectorial corresponde a la representación de la superficie de la herramienta de tallado Σ_t , dada por el vector $\mathbf{r}_t(s, \theta)$, en el sistema de referencia S_w solidario al engranaje que está siendo tallado en función del parámetro generalizado del movimiento ψ , mientras que la ecuación escalar corresponde a la llamada ecuación de engrane, la cual define la condición necesaria de existencia de la superficie del diente [1]. Ambas ecuaciones representan conjuntamente la superficie de envolvente a la familia de superficies dada por el vector $\vec{r}_w(s, \theta, \psi)$. Por otro lado, las variables s y θ representan las coordenadas paramétricas de caracterización de un punto de la superficie de la herramienta de tallado Σ_t .

3.2. Obtención de la superficie conjugada en un engranaje cónico espiral

Cuando las superficies de contacto del piñón y de la rueda de una transmisión de engranajes son conjugadas entre sí, éstas permanecen en contacto lineal a lo largo del ciclo de engrane completo bajo una función de errores de transmisión nula.

En el caso de transmisiones de engranajes cónicos espirales, la condición teórica de superficies de contacto conjugadas se alcanza cuando las superficies de uno de los elementos de la transmisión actúan como superficies generadoras o “mecanizadoras” de las superficies del otro elemento bajo una relación de transmisión constante. En el presente trabajo se va a considerar a la rueda de la transmisión (subíndice 2), como elemento generador del piñón de la misma (subíndice 1). Dicha condición puede expresarse analíticamente por medio del sistema de ecuaciones (2).

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{r}_1(s, \theta, \psi, \phi_1, \phi_2) &= \mathbf{M}_{12}(\phi_1, \phi_2)\mathbf{r}_2(s, \theta, \psi) \\ \left(\frac{\partial \mathbf{r}_2}{\partial s} \times \frac{\partial \mathbf{r}_2}{\partial \theta}\right) \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_2}{\partial \psi} &= f_{2t}(s, \theta, \psi) = 0 \\ \left(\frac{\partial \mathbf{r}_1}{\partial s} \times \frac{\partial \mathbf{r}_1}{\partial \theta}\right) \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_1}{\partial \phi_2} &= f_{12}(s, \theta, \psi, \phi_1, \phi_2) = 0 \\ \phi_2 &= \frac{N_1}{N_2} \phi_1 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

En este caso, el sistema de ecuaciones (2) está formado por una ecuación vectorial y tres ecuaciones escalares. La ecuación vectorial corresponde a la representación de la familia de superficies de la rueda Σ_2 (superficie de tallado) en el sistema de referencia S_I solidario al piñón que está siendo tallado por ésta en función de las variables ϕ_1 y ϕ_2 . En cuanto a la

terna de ecuaciones escalares, la primera representa la ecuación de engrane correspondiente al proceso de generación de la rueda, la segunda representa la ecuación de engrane correspondiente al proceso de generación del piñón, tomando la rueda como herramienta de tallado, y la tercera corresponde a la relación de transmisión ideal entre el piñón y la rueda. Las variables ϕ_1 y ϕ_2 representan los ángulos de rotación del piñón y de la rueda, respectivamente, mientras que N_1 y N_2 corresponden al número de dientes del piñón y de la rueda, respectivamente.

De este modo, y a raíz de todo lo expuesto con anterioridad, las superficies de contacto de la rueda cónica espiral aparecen representadas a través del sistema de ecuaciones (1), mientras que las correspondientes al piñón cónico espiral conjugado lo hacen mediante el sistema de ecuaciones (2).

3.3. Definición de una topología superficial “ease-off” objetivo

La topología superficial “ease-off” representa las desviaciones entre la superficie de contacto real del diente de un engranaje y su correspondiente superficie conjugada. En el presente trabajo, se hace uso de esta técnica de introducción de micro-modificaciones sobre las superficies de contacto del piñón conjugado con dos fines principales:

1. **Introducción de una función prediseñada de errores de transmisión.** Este objetivo se alcanza a través de la introducción de un efecto de abombamiento parabólico en la dirección longitudinal de la trayectoria de contacto. Para ello, resulta preciso modificar la relación de transmisión ideal recogida en el sistema de ecuaciones (2) por la ecuación (3), representando el término δ_{TE} el nivel máximo de error de transmisión deseado.
$$\phi_2 = \frac{N_1}{N_2} \phi_1 - \delta_{TE} \frac{N_1^2}{\pi^2} \phi_1^2 \quad (3)$$
2. **Orientación de la trayectoria de contacto y localización del contacto.** Este objetivo se alcanza a través de la introducción de un efecto de abombamiento en la dirección transversal a la trayectoria de contacto. Para ello, en primer lugar se fija la orientación deseada de la trayectoria de contacto respecto a la proyección radial del cono primitivo, caracterizada ésta mediante un ángulo α , y a continuación se consigue un grado de localización del contacto determinado por medio de la introducción de un abombamiento de tipo parabólico en la dirección tangencial a las líneas de contacto, tal que se logre una anchura prefijada de las elipses de contacto.

La suma de las topografías micro-superficiales resultantes de los efectos de abombamiento longitudinal y transversal a la trayectoria de contacto resultará en una superficie de contacto óptima final del piñón que poseerá unas propiedades de contacto y de nivel máximo de errores de transmisión predefinidas.

3.4. Determinación de la superficie del diente mecanizable óptima

Una vez obtenida la geometría objetivo de las superficies de contacto de los dientes del piñón, se aplicará un procedimiento de síntesis que permita obtener los valores apropiados de la totalidad o parte de los ajustes de máquina-herramienta requeridos para la mecanización de dichas superficies de contacto. Para tal fin, se ha hecho uso del método de Levenberg-Marquardt, un algoritmo de optimización matemática empleado en problemas no lineales formulados en términos de mínimos cuadrados.

La formulación del problema de optimización matemática en términos de la minimización de distancias entre una superficie objetivo (superficie de contacto “ease-off”) y una superficie optimizada aparece recogida en la ecuación (4).

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m h_k^2(\mathbf{x}) \\ h_k(\mathbf{x}) = (\mathbf{r}_1^* - \mathbf{r}_1(s_k, \theta_k, \mathbf{x})) \cdot \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_1 = \left(\frac{\partial \mathbf{r}_1}{\partial s} \times \frac{\partial \mathbf{r}_1}{\partial \theta} \right)_k \\ \mathbf{x} = (R_a, X_b, s, E_m, X_p, \gamma_m, i, j) \end{cases} \quad (4)$$

El problema ha sido aplicado a un número m de puntos de discretización de ambas superficies de contacto. El vector \mathbf{x} contiene las variables de optimización, \mathbf{n}_1 representa el vector normal a la superficie optimizada en el punto k caracterizado por el vector de posición \mathbf{r}_1 , \mathbf{r}_1^* representa la superficie objetivo y $h_k(\mathbf{x})$ representa la distancia entre la superficie optimizada y la superficie objetivo en el punto k .

4. Ejemplo práctico de aplicación

La metodología de diseño óptimo planteada ha sido aplicada al caso de una transmisión de engranajes cónicos espirales con relación de transmisión 14×43 . El modelo de dicha transmisión aparece recogido en la Fig. 2.

La aplicación de las tres primeras etapas del procedimiento de diseño para la obtención de un patrón de contacto orientado favorablemente y con un nivel máximo de error de transmisión de 8 seg. ang ha resultado en una topografía superficial de contacto teórica del piñón cuyo patrón de contacto correspondiente aparece reflejado en la Fig. 3.



Fig. 2: Modelo de la transmisión de engranajes



Fig. 3: Patrón de contacto del piñón óptimo teórico

Finalmente, los ajustes de máquina-herramienta resultantes de la aplicación del algoritmo de optimización de Levenberg-Marquardt permiten la generación virtual de un piñón cuyo patrón de contacto aparece reflejado en la Fig. 4.



Fig. 4: Patrón de contacto del piñón generado

La comparación entre los patrones de contacto representados en la Fig. 3 y en la Fig. 4 refleja unas diferencias despreciables entre ambos, quedando pues demostrado el éxito de la aplicación de la metodología de diseño propuesta.

5. Conclusiones.

Se ha propuesto una metodología de ingeniería inversa para el diseño óptimo de transmisiones de engranajes cónicos espirales, siendo aplicada a un caso práctico de manera satisfactoria.

Referencias

- [1] Litvin, F. L., Fuentes, A. (2004) “Gear Geometry and Applied Theory”, second edition. Cambridge University Press. ISBN: 0-521-81517-7.
- [2] Artoni, A., Gabiccini, M., Guiggiani, M. (2008) “Nonlinear Identification of Machine Settings for Flank Form Modifications in Hypoid Gears”. Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME, pp. 1126021-1126028, vol. 130. ISSN: 10500472.
- [3] Shih Y.-P. (2010) “A novel ease-off flank modification methodology for spiral bevel and hypoid gears”. Mechanism and Machine Theory, pp. 1108-1124, vol. 45. ISSN: 0094114X.
- [4] Fan, Q. (2006) “Computerized Modeling and Simulation of Spiral Bevel and Hypoid Gears Manufactured by Gleason Face Hobbing Process”. Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME, pp. 1315-1327, vol. 128. ISSN: 10500472.