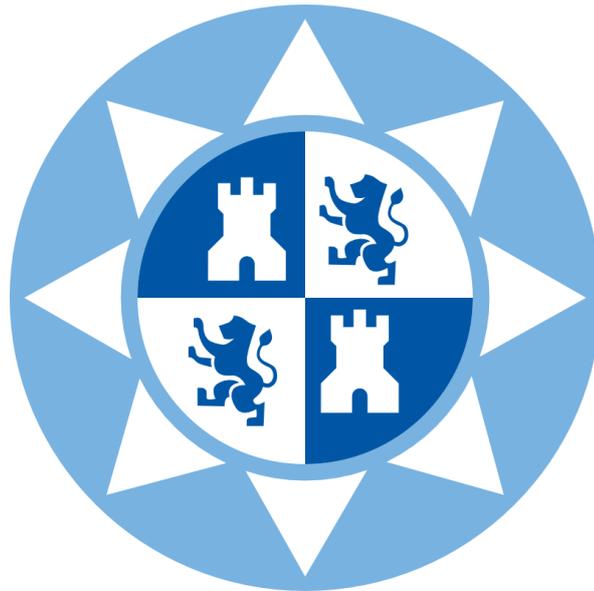


**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA INDUSTRIAL  
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA**



**Trabajo Fin de Máster**

**Plataforma de simulación dinámica y control de  
movimiento humano basado en OpenSim y MATLAB**

**AUTOR:** Carlos Alberto Díaz Hernández

**DIRECTORES:** Juan Suardíaz Muro  
Fernando Cerdán Cartagena

**Septiembre 2013**



# Resumen

El sistema músculo-esquelético humano es un sistema complejo y debido a esta complejidad conserva muchos mecanismos en su funcionamiento aún no entendidos o descubiertos. Aunque hay numerosos trabajos al respecto no hay una descripción precisa y unificada que explique el mecanismo subyacente para activar un movimiento en específico. Lo anterior conlleva a la pregunta de qué cantidad de fuerza provee cada músculo sobre las articulaciones en cada uno de los movimientos.

El objetivo de este trabajo ha sido desarrollar un modelo de unidad músculo-tendón para ser utilizado en simulaciones de control óptimo. El modelo ha sido diseñado para manejar problemas de optimización en movimientos de estiramiento/acortamiento en el ámbito deportivo.

El trabajo se ha concentrado en el desarrollo de un modelo de unidad músculo-tendón, que consiste en el músculo y la estructura de tendón a la que pertenece. El modelo incluye características para relaciones fuerza-velocidad y fuerza-longitud, elasticidad de los puentes cruzados y las estructuras pasivas en los músculos. El modelo fue hecho sin dimensiones de tal manera que pueda ser reutilizado en casi cualquier músculo del cuerpo aplicando los respectivos parámetros específicos. Se ha omitido en la modelización la actividad variable en el músculo y la influencia de los ángulos pinales.

El propósito del diseño del modelo de unidad músculo-tendón (MT) es que éste sea incorporado en un modelo músculo-esquelético (MS). El modelo músculo-esquelético implementado y utilizado consiste de un grado de libertad, dos segmentos y un músculo. Este modelo fue utilizado en simulaciones de saltos en cascada donde se evaluó la fase de contacto. Se asumió que el músculo fue activado durante el contacto completo con el suelo. Los resultados obtenidos son consistentes.



# Agradecimientos

Agradezco a mis supervisores del trabajo de fin de Máster, el Sr. Don Juan Suardíaz Muro y Sr. Don Fernando Cerdán Cartagena, por el gran soporte que me han concedido, tanto en la elaboración de este trabajo como en las asignaturas de “Tendencias en el Diseño de Sistemas Electrónicos” y “Calidad de Servicio en Redes Heterogéneas”, respectivamente.

Asimismo, quiero extender el agradecimiento al Sr. Don Juan López Coronado, Director del Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática, por el apoyo que me ha otorgado para combinar mis actividades profesionales con el Máster y haberme motivado a ampliar mis conocimientos ingresando al Máster.

Aprovecho la oportunidad para agradecer a mis compañeros de Máster por las experiencias intercambiadas tanto en el aula como en actividades extraacadémicas.



# Contenido

<b>1. Introducción</b> .....	<b>1</b>
1.1. Biomecánica.....	2
1.2. Propósito.....	2
1.3. Objetivos.....	3
<b>2. Biomecánica humana</b> .....	<b>4</b>
2.1. Huesos y articulaciones.....	4
2.2. Unidades esqueléticas músculo-tendón.....	4
2.3. Ciclo de estiramiento-contracción.....	5
<b>3. Modelado del sistema músculo-esquelético</b> .....	<b>7</b>
3.1. Sistema músculo-esquelético.....	8
3.2. Algoritmo para la estimación de fuerza del músculo.....	12
3.3. Validación.....	16
3.4. Modelos músculo-esqueléticos en la literatura.....	17
3.5. Software disponible.....	20
<b>4. El modelo de unidad músculo-tendón</b> .....	<b>23</b>
4.1. Unidad MT.....	24
4.2. Cálculo numérico.....	32
<b>5. Simulación</b> .....	<b>36</b>
5.1. Modelo músculo-esquelético.....	36
5.2. Simulación del salto en cascada.....	41
<b>6. Conclusiones</b> .....	<b>46</b>
<b>7. Trabajos citados</b> .....	<b>47</b>

# Lista de Figuras

Figura 2.1 . La imagen superior representa una miofibrilla, la imagen inferior presenta un sarcómero de un músculo esquelético [2]. .....	5
Figura 3.1 . Relación fuerza velocidad [2]. .....	12
Figura 4.1 . La unidad músculo-tendón. El símbolo de la rigidez <b>ki</b> no es utilizado en este reporte pero representa la rigidez tangente [37]. .....	24
Figura 4.2 . Relación fuerza-longitud de PE, Ecuación 4.6. ....	27
Figura 4.3 . Relación fuerza-longitud de PE. Los símbolos utilizados en esta gráfica se corresponden a los de la gráfica Figura 4.2 [37]. .....	27
Figura 4.4 . Relación fuerza-longitud de SE, Ecuación 4.9. ....	28
Figura 4.5 Gráfico de fuerza-rigidez de SE [37]. .....	28
Figura 4.6 Relación fuerza-longitud de CE, Ecuación 4.9. ....	28
Figura 4.7 Relación fuerza longitud [37]. .....	28
Figura 4.8 Relación fuerza-velocidad de CE, Ecuación 4.14. ....	30
Figura 4.9 Relación fuerza velocidad [37]. .....	30
Figura 4.8 Relación fuerza-velocidad de CE, Ecuación 4.14. ....	32
Figura 4.9 Relación fuerza velocidad [37]. .....	32
Figura 5.1 Modelo MS. ....	37
Figura 5.2 Modelo MS [32]. ....	39
Figura 5.3 Los ángulos del pie (rojo) y del tobillo (azul). ....	42
Figura 5.4 Brazo de momento de la unidad MT. ....	42
Figura 5.3 Esquemático del salto. Posición inicial en $\theta_{Pie} = 20.0^\circ$ y $\theta_{Tobillo} = 6.3^\circ$ . Posición más baja en $\theta_{Pie} = 7.8^\circ$ y $\theta_{Tobillo} = -9.7^\circ$ . Posición final $\theta_{Pie} = 19.7^\circ$ y $\theta_{Tobillo} = 6.0^\circ$ . ....	43
Figura 5.6 Longitud de la unidad MT. ....	44
Figura 5.7 Longitud de la unidad CE. ....	44
Figura 5.8 Elongación del tendón. ....	44
Figura 5.9 Elongación de la unidad SE. ....	44
Figura 5.10 Fuerza en la unidad MT. ....	45
Figura 5.11 Velocidad en la unidad CE. ....	45

# Lista de Tablas

Tabla 3.1 Estudios previos simulando saltos verticales y teniendo como objetivo la altura máxima. Dim = dimensiones, SEG = segmentos, y DoF = grados de libertad. ..	20
Tabla 5.1 Parámetros específicos del músculo sóleo. ....	38
Tabla 5.2 Datos antropométricos del humano de referencia [32]. HAT hace referencia a la cabeza, brazos y tronco. La masa para las partes de ambas piernas han sido añadidas juntas. ....	39

# 1. Introducción

El sistema músculo-esquelético del ser humano es un sistema complejo al que no se han identificado por completo su funcionamiento. En la actualidad se realiza una investigación profunda al respecto que tiene como propósito comprender el mecanismo del movimiento humano. A pesar de esto, el esfuerzo dedicado no ha generado una descripción precisa y unificada de que fenómenos determinan cuántos y cuáles músculos son activados en cada movimiento. Esto implica también la pregunta acerca de qué cantidad de fuerza aporta cada músculo sobre las diferentes articulaciones en cada uno de los diferentes movimientos. La respuesta a estas preguntas podría ser de gran interés para diversos dominios de profesiones y de personas. Entre los profesionistas que estarían interesados es este conocimiento están los entrenadores personales, instructores de gimnasio, entrenadores-entrenadores, entrenadores de élite, enfermeros, fisioterapeutas, biomecánicos del deporte e instructores. Es importante resaltar que a pesar de que no está totalmente claro cómo se activan los músculos y qué fuerzas se producen, se han hecho descubrimientos muy importantes.

Al principio de este trabajo, en lo personal, el conocimiento en el campo era insuficiente y se ha dedicado un gran esfuerzo en comprender los mecanismos relacionados. En lo personal, estoy interesado en el estudio de los patrones de movimiento humano. Debido a este interés, en este trabajo se han planteado algunas preguntas antes de elaborar este trabajo. ¿Es posible simular matemáticamente una

lesión e investigar las consecuencias en el patrón de movimiento? Si es posible, entonces podría ser de gran valor para decidir cuándo un atleta se ha recuperado de una lesión. ¿Qué tipo de técnica para correr es la más económica? ¿Es posible responder a esas cuestiones a través de las simulaciones computacionales? [1].

## **1.1. Biomecánica**

El dominio de interés de la biomecánica es amplio: cubre desde la fisiología (enfocándose especialmente en los sistemas músculo-esquelético, cardiovascular, respiratorio y digestivo), patología (ortopedia y traumatología, cirugía maxilofacial, odontología y ortodoncia, cirugía cardiovascular y respiratoria), forense (reconstrucción de accidentes, investigación de la escena del crimen), seguridad vehicular (seguridad en coches, cascos), ergonomía y seguridad del área de trabajo, seguridad social y defensa, deporte (optimización del rendimiento, dispositivos de protección).

Su principal revista científica, *The Journal of Biomechanics*, fue fundado en 1968; un poco después, en 1973, fue fundado la “*International Society of Biomechanics*”, la “*European Society of Biomechanics*” en 1977. Debido a que la investigación en estos últimos 45 años ha sido intensa, el impacto de la biomecánica en la vida cotidiana es importante, pero faltan por responder muchas cuestiones prácticas, se requiere la creación de un modelo global [1].

## **1.2. Propósito**

El propósito inicial de este trabajo era desarrollar una interfaz entre MATLAB/Simulink y SimTK OpenSim para simular modelos músculo-esqueléticos; el fin era combinar las capacidades para el diseño rápido basado en modelos, sistemas de control y métodos numéricos potentes de MATLAB/Simulink con las de simulación de la dinámica del movimiento biomecánico de OpenSim.

Sin embargo, antes de pasar al desarrollo de la interfaz software se ha requerido desarrollar un modelo de músculo-tendón que permita desarrollar un modelo músculo-esquelético. Por lo tanto, se ha decidido profundizar en el modelo músculo-tendón para en un futuro realizar el desarrollo de la interfaz MATLAB/Simulink y OpenSim.

### **1.3. Objetivos**

#### **1.3.1. Objetivo general**

Desarrollo de un modelo reducido de músculo-esquelético humano en dos dimensiones.

#### **1.3.2. Objetivos específicos**

- Desarrollar un modelo músculo-tendón en dos dimensiones,
- Mejorar el modelo desarrollado de acuerdo con los últimos resultados en el ciclo de estiramiento-contracción del músculo, y
- Validar el modelo.

## 2. Biomecánica humana

El conocimiento de la fisiología humana y especialmente la biomecánica humana tiene gran relevancia cuando se aborda el modelado del sistema músculo-esquelético humano. Las descripciones generales presentadas en este capítulo son relativamente dispersas y han sido enfocadas sobre las principales propiedades específicas para este trabajo. Este capítulo está dividido en tres partes: huesos y articulaciones, unidades esqueléticas músculo-tendón y ciclos de estiramiento/contracción.

### 2.1. Huesos y articulaciones

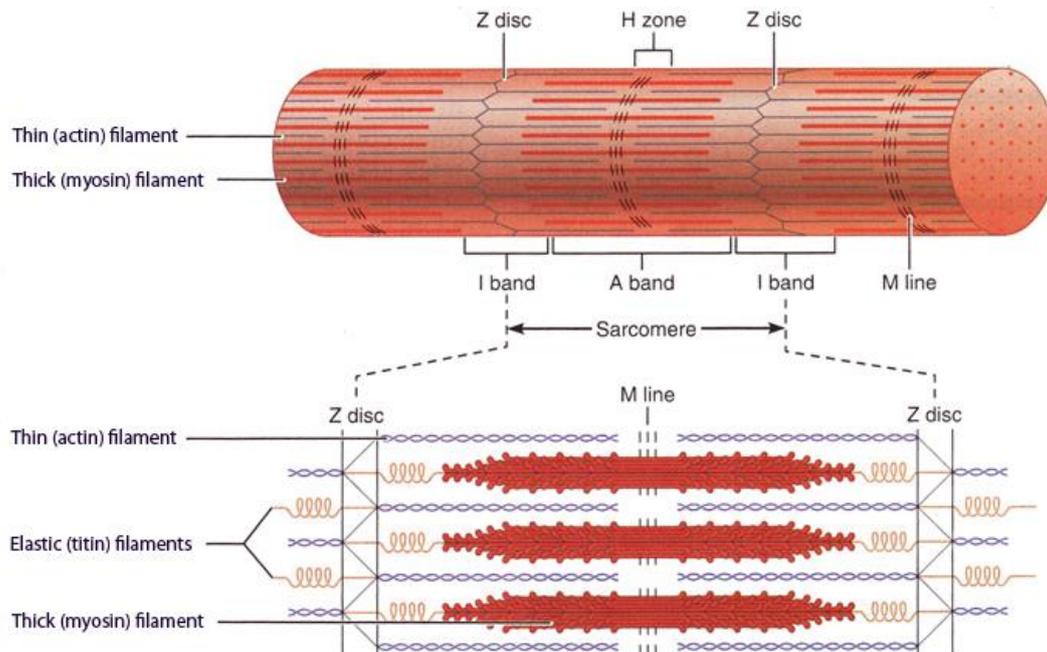
El esqueleto en el cuerpo humano consiste de huesos conectados con articulaciones para permitir el movimiento. El hueso es un material duro que da al esqueleto muy buenas propiedades mecánicas [2].

La estructura anatómica de una articulación dada, así como la dirección en que se mueven los segmentos respecto a la articulación, tiene pequeñas variaciones entre las personas. Más aún, las diferencias en el ajuste o relajamiento de los tejidos suaves circundando restringe el rango de movimiento (ROM) [3].

### 2.2. Unidades esqueléticas músculo-tendón

La estructura de una unidad esquelética músculo-tendón consiste de un músculo y de un tendón. Los tendones consisten de colágeno y elastina, éstos conectan el músculo con el hueso. El músculo está dividido en porciones más y más pequeñas

empezando con el músculo completo, fascículos, fibras y finalmente miofibrillas. Las miofibrillas están construidas por sarcómeros, como se muestra en la Figura 2.1, el cual consiste de actina, miosina y filamentos elásticos. El movimiento del músculo es debido a los movimientos activos entre los filamentos de actina y miosina y los filamentos elásticos del músculo [2].



**Figura 2.1 . La imagen superior representa una miofibrilla, la imagen inferior presenta un sarcómero de un músculo esquelético [2].**

### 2.3. Ciclo de estiramiento-contracción

Una acción muscular excéntrica se define como una acción del músculo realizada durante el estiramiento y una acción muscular concéntrica se define como una acción del músculo durante su contracción. La combinación de una acción excéntrica seguida inmediatamente por una acción concéntrica forma un tipo natural de función muscular denominada ciclo de estiramiento-contracción (SSC) [4]. Esta función o fenómeno, está presente en las actividades de la vida diaria como caminar, correr y saltar. Diversos

estudios han probado que la mejora obtenida en esta función se debe principalmente a la energía elástica almacenada [4].

La literatura ha descrito diversos factores que influyen el SSC de diferentes maneras. La cantidad de activación del músculo antes del impacto, denominada preactivación, ha sido considerada como importante [4]. Además, el cambio de longitud de los fascículos musculares respecto a la estructura de los tendones durante la fase funcional así como el reflejo del estiramiento afecta el SSC [4]. Los experimentos realizados in-vivo en gatos revelan que la fuerza se incrementa a altas velocidades [5]. A pesar de que se conoce desde hace tiempo esta capacidad y se ha aplicado directamente al movimiento natural incluyendo el SSC, esta aplicación no es un proceso directo.

Se ha demostrado en un estudio [6] que hasta una velocidad de 14 km/h la duración del trabajo externo positivo es mayor que la duración del trabajo externo negativo, lo que sugiere una contribución de las fibras musculares para el cambio de longitud de las unidades músculo-tendón. Por encima de esta velocidad, las dos duraciones ( $<0.1$  s) son similares, lo que sugiere que el cambio de longitud es debido totalmente al estiramiento de retroceso de los tendones con fibras de contracción quasi isométricamente [6].

### **El músculo tríceps sural**

El músculo tríceps sural en humanos es un músculo con fibras cortas y un tendón largo. En este músculo, los cursos de tiempo de la longitud total (músculo y el tendón) y de la longitud de la componente contráctil (CC) por sí sola en el funcionamiento son completamente diferentes. La complejidad del tendón-músculo muestra primero una fase excéntrica con trabajo negativo, seguido de una fase concéntrica. La componente contráctil, por otro lado, es concéntrica todo el tiempo. El trabajo realizado se lleva a cabo a una velocidad que garantiza una alta eficiencia energética. Se considera que esta alta eficiencia es una propiedad incorporada de la mecánica del músculo para aquellos músculos con un tendón compatible y a una velocidad máxima baja [7].

# 3. Modelado del sistema músculo-esquelético

En la actualidad, la investigación en el modelado del sistema músculo-esquelético presenta un incremento exponencial y aunado a esto existen muchos trabajos importantes en este campo [8] [9] [1] [10]. Una de las áreas más grandes relacionadas al estudio del movimiento humano es la marcha y es también en esta área donde hay muchos trabajos importantes publicados [9] [10]. Debido a estas dos razones, hay un buen avance en la investigación en ambos dominios. Se ha puesto un interés especial en la habilidad para simular lo mejor posible los movimientos involucrados en escenarios que implican movimientos a alta velocidad y que requieren la generación de fuerzas relativamente grandes tales como aquellos producidos durante un salto de altura, una carrera veloz y en muchas otras actividades deportivas. Una propiedad que adquiere importancia cuando los movimientos implican altas velocidades es el fenómeno del ciclo de relajamiento-contracción [4].

La primera pregunta a responder es por qué existe la necesidad de desarrollar modelos del sistema músculo-esquelético. El enfoque alternativo consiste en realizar mediciones directamente y/o en entornos de laboratorio sobre el cuerpo humano. Ambos métodos son necesarios debido a que en muchos casos la medición directa es el único método posible, pero la medición directa de, por ejemplo, las fuerzas musculares que generalmente no es posible en una configuración clínica y en estos casos los métodos no-invasivos basados en el modelado músculo-esquelético son entonces muchas veces considerados [11]. Las simulaciones dinámicas del movimiento, utilizando un modelo músculo-esquelético, permiten el estudio de la coordinación neuromuscular,

el análisis del rendimiento de los atletas y estimar la carga interna del sistema músculo-esquelético. Las simulaciones también pueden ser utilizadas para identificar las fuentes de movimientos patológicos y establecer una base científica para la planificación de tratamiento quirúrgico [12].

#### 3.1. Sistema músculo-esquelético

Los modelos fenomenológicos y numéricos del sistema músculo-esquelético son elaborados de diferentes maneras dependiendo de cuál será su uso. Los modelos de músculos más precisos y sofisticados descritos en la literatura conllevan tiempos de cálculo imposibles, aún en supercomputadoras modernas, especialmente si son combinados con técnicas de control óptimo [13]. Sin embargo, muchos modelos han sido desarrollados y se requiere un análisis riguroso para seleccionar qué modelo y qué método son los mejores y bajo qué casos. Cuando se utiliza una solución de dinámica inversa con optimización estática se puede usar un modelo mucho más avanzado comparado a una solución de control óptimo, pero esta optimización solamente considera condiciones estáticas. Diversas medidas anatómicas extremadamente importantes para el modelado biomecánico, tales como longitud de la fibra-músculo, longitud del tendón en reposo y los ángulos pinales del músculo-fibra, pueden ser actualmente obtenidos solamente a través de la disección [1]. Debido a esto, se han utilizado herramientas de escalado avanzados para conseguir las dimensiones correctas.

Hay diversos modelos en la literatura pero la posibilidad de replicarlos es casi imposible principalmente porque en muchos de los casos los autores no les han dado continuidad. Como parte de la revisión se ha elegido uno de los trabajos hallados en la literatura para realizar un análisis más meticuloso. Para poder reconstruir el modelo se requirió consultar 26 referencias. De esas 26 referencias la mitad fue fácilmente conseguida y el resto fue material no publicado que fue solicitado directamente al autor.

#### 3.1.1. Modelo simple contra modelo complejo

Una pregunta que podría ser de gran interés para un investigador es saber cuán complicado debe ser el modelo de interés. El nivel de complejidad del modelo depende de la pregunta de investigación a responder. Mientras que los modelos simples pueden ser útiles en la identificación de características básicas de la función de los músculos, los modelos más complejos son necesarios para discernir los roles funcionales de los músculos específicos en el movimiento [14]. Uno de los modelos más simples a utilizar es el modelo masa-resorte que fueron utilizados por Bullimore y Burn [15] para analizar la tarea de correr (3-5 m/s). Este modelo mostró buenas predicciones del tiempo de postura, impulso vertical, longitud de contacto, longitud de zancada relativa, fuerza de pico relativa pero sobreestima sistemáticamente el impulso horizontal, cambios en la energía mecánica, tiempo en el aire y desplazamiento vertical pico [15]. El modelo masa-resorte es usualmente utilizado para predecir las variables cinemáticas y cinéticas externas de interés [16] [17], o el momento de las articulaciones [18].

En el estudio realizado por Pandy [14] se realizó una comparación entre un modelo simple y un modelo complejo para la tarea de la marcha. Las variables de interés fueron cómo las fuerzas musculares, las fuerzas gravitacionales y las fuerzas centrífugas (fuerzas que surgen del movimiento de las articulaciones) se combinan para generar el patrón de fuerza ejercido sobre el suelo. Este estudio mostró que el modelo simple da resultados razonables para responder a la pregunta principal de comprender pero el modelo más complejo da información importante más detallada [14].

El interés de saber qué es lo que pasa dentro del cuerpo conlleva al desarrollo de modelos más complejos que incluyen los músculos. Muchos modelos son construidos en dos dimensiones (ver Tabla 3.1) haciendo el modelo menos complejo. Lo cual introduce inconvenientes debido a que la musculatura del cuerpo humano tiene características tridimensionales que son difíciles de reducir a dos dimensiones. Especialmente, cuando se está analizando la localización de los puntos del origen, inserción y de pasos de muchos músculos, se ha observado que los vectores 3D a diferencia de los 2D representan mejor la línea de acción de muchos músculos [19].

Debido a esta razón y en la mejora de las capacidades computacionales muchos de los modelos recientes son desarrollados en 3D.

Uno de los último enfoques para el desarrollo de modelos que ha tomado interés recientemente consiste en crear modelos de elementos finito 3D que permiten representar la geometría muscular compleja y las variaciones en brazos de momento a través de las fibras dentro de un músculo. Este nuevo marco para representar los músculos mejora la precisión de los modelos computacionales del sistema músculo-esquelético [20].

#### **3.1.2. Huesos y articulaciones**

El modelado de los huesos y articulaciones es dependiente de la complejidad del modelo, pero generalmente se asume que los huesos son infinitamente rígidos y que las articulaciones del cuerpo son uniones ideales [1]. El grado de libertad en un articulación es también muy importante debido que los resultados pueden diferir mucho. Se ha mostrado por ejemplo que las articulaciones tipo bisagras son inapropiadas para modelar la función de articulación dinámica de la rodilla y del tobillo. Una representación de articulación más flexible predice mucha sinergia así como la activación muscular antagonista que también ha sido identificada en los patrones EMG [21].

Cuando no se imponen las restricciones fisiológicas de las articulaciones, por ejemplo modelando la articulación del tobillo como una articulación esférica, las fuerzas musculares puede entonces ser sobreestimadas. Respecto a la cinemática, un modelo músculo-esquelético 2D generará diferentes resultados que un modelo 3D, debido a los movimientos realizados por las articulaciones, que son naturalmente 3D, en el plano [11]. Por lo tanto, es importante utilizar un modelo con el número apropiado de grados de libertad para evitar la sobreestimación de las fuerzas musculares. Esto significa que el momento 3D de la articulación no es necesariamente un buen punto de inicio.

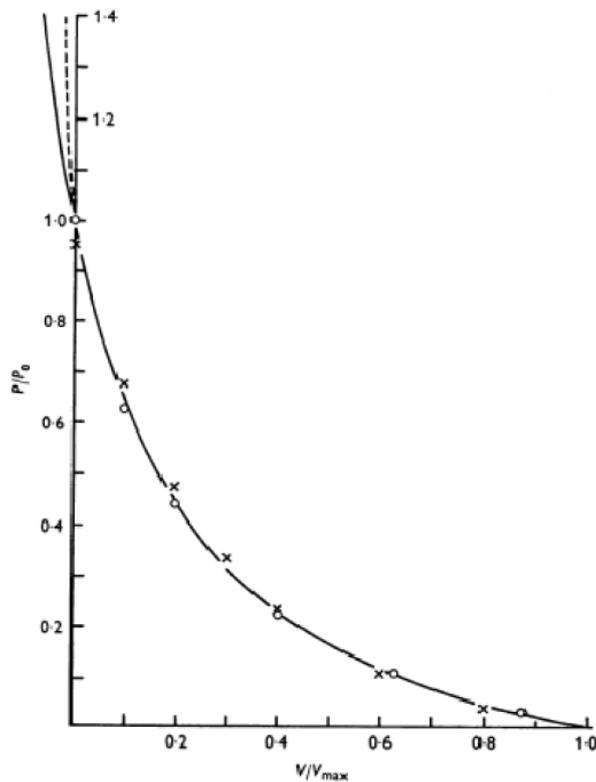
#### 3.1.3. Músculos esqueléticos

En el contexto del modelado de músculos esqueléticos existen al menos dos tipos de modelos músculos muy importantes. El primero es un tipo molecular, es decir, los modelos de filamento deslizantes por Huxley [22] en el que las acciones de los músculos son descritas a nivel sarcómero utilizando el conocimiento de procesos biofísicos. El segundo son modelos fenomenológicos o macroscópicos, por ejemplo el tipo Hill [23], donde los modelos matemáticos y sus respectivos parámetros son derivados a partir de funciones de transferencias entre datos de entrada/salidas sin un análisis de los procesos biomecánicos/bioquímicos. Ambos enfoques tienen sus fortalezas y debilidades. El primer enfoque presenta una abstracción elevada y un modelado de las estructuras biológicas complejas así como también la determinación de los parámetros del modelo parecen ser complicadas. El segundo enfoque presenta una gran falta de precisión para ciertas situaciones específicas [13]. La complejidad del tipo molecular podría estar más allá de lo razonable. Por lo tanto, en la mayoría de los casos de modelado músculo-esquelético se utiliza algún tipo de modelo fenomenológico y usualmente se utiliza el de tipo Hill [8].

Los músculos son los únicos elementos activos que pueden aplicar fuerzas al esqueleto. Estos son contralados por el sistema nervioso central. Por lo tanto, su descripción matemática precisa resulta más importante que un enfoque muy detallado de esqueleto [13]. La fuerza isométrica pico del músculo es comúnmente obtenida multiplicando el área de la sección cruzada fisiológica del músculo (PCSA) por un valor genérico de tensión específica [8]. La longitud de la fibra correspondiente a la fuerza máxima y el ángulo pinal están muchas veces basadas en datos obtenidos a partir de la disección de cadáveres [8].

Un estudio realizado para estimar las fuerzas musculares durante la marcha ha mostrado que la propiedad más sensible a los cambios fue la longitud del tendón en reposo y la menos sensitiva fueron las PCSA del músculo. Estos resultados enfatizan la importancia de obtener estimados precisos de la longitud en reposo del tendón y de la

longitud músculo-fibra, particularmente para aquellos actuadores que funcionan como generadores de movimientos durante la locomoción [24].



**Figura 3.1 . Relación fuerza velocidad [2].**

Como se ha establecido antes, el modelo de Hill es un modelo fenomenológico. El modelo fue publicado por primera vez en 1939. Utilizando este modelo, es posible describir cuantitativamente la respuesta fuerza–tiempo del músculo [25].

### 3.2. Algoritmo para la estimación de fuerza del músculo

La estimación basada en modelo de fuerza musculares requiere usualmente la optimización independientemente de la estrategia (dinámica directa o inversa) seleccionada para resolver las ecuaciones describiendo el sistema músculo-esquelético. La adopción de ya sea un enfoque de dinámica inversa o directa es típicamente

dependiente de la disponibilidad de datos experimentales o de la problemática de investigación/clínica a resolver [11].

En la literatura existen tres métodos diferentes, los cuales se explican a continuación. Uno de estos utiliza dinámica inversa con optimización estática los otros dos modelos utilizan dinámica directa, uno combinado con el seguimiento asistido de datos y la otra con una formulación de control óptimo.

#### **3.2.1. Optimización estática basada en dinámica inversa**

La estimación de fuerza muscular utilizando datos de la marcha combinada con la dinámica inversa y la optimización estática ha sido aplicada ampliamente y ha llegado a ser una herramienta rutinaria en el análisis de la marcha clínica [11]. El problema de la distribución de la carga muscular es resuelta a cada instante de tiempo a través de la minimización de una función objetivo (por ejemplo fuerza muscular total) sujeta a restricciones representando la igualdad de la suma de los momentos musculares individuales a los momentos de las articulaciones calculados a partir del análisis dinámico inverso [11]. Modelos cinemáticos inadecuados para representar el movimiento de interés y las imprecisiones de los datos experimentales han sido identificados como debilidades de la metodología [11].

#### **3.2.2. Dinámica directa asistida por seguimiento**

La optimización dinámica directa puede ser realizada de tal manera que las soluciones sean menos dependientes de la cinemática medida y de las fuerzas de reacción del suelo, y son consistentes con conocimiento adicional tales como las relaciones fuerza–longitud–velocidad–activación de los músculos y con señales electromiografías (EMG) observadas durante el movimiento.

Cuando la excitación de los músculos o los momentos de las articulaciones están disponibles o son asumidos, un enfoque de dinámica inversa puede ser utilizado que integre las ecuaciones del sistema para calcular los patrones de movimiento. Un conjunto inicial de activaciones musculares son alimentados en un modelo dinámico

directo del sistema músculo-esquelético. La solución es comparada respecto a datos experimentales y el proceso es iterado actualizando las activaciones musculares que mejor reproducen la cinemática experimental y en algunos casos la cinética [11].

La técnica ha sido utilizada en diversas actividades y particularmente ha encontrado aplicación para movimientos de ritmo elevado en biomecánica de deporte. Un uso común ha sido identificar un conjunto de activaciones musculares que puedan reproducir confiablemente el patrón de movimiento, y subsecuentemente perturbar los parámetros de la solución óptima para explorar mecanismos de lesión. Esta estrategia es ventajosa debido a que implica una inclusión más directa de la dinámica muscular respecto a la optimización estática basada en dinámica inversa [11]. Aunque la dinámica del músculo (propiedades de activación y generación de fuerza) podría no ser influyente para movimientos de bajo ritmo, la estimación de fuerza muscular para actividades de alto rendimiento podría beneficiarse a partir de esa propiedad de la dinámica directa asistida por el seguimiento de datos [11].

Es posible que existan múltiples soluciones para seguir el mismo conjunto de datos experimentales. Un criterio multiobjetivo probablemente incrementaría los errores de seguimientos en favor de estimar fuerzas musculares basadas en los objetivos de tarea [11].

El enfoque es ventajoso debido a que se predice el movimiento. Sin embargo, un conocimiento preciso de la excitación muscular (fuerzas) o momentos de las articulaciones es raro, eliminando la aplicación separada de esta técnica [11].

#### **3.2.3. Estrategias de control óptimo**

Ocasionalmente los datos experimentales podrían estar incompletos, por ejemplo algunas investigaciones relacionadas el movimiento requieren simulaciones predictivas del sistema músculo-esquelético en nuevas situaciones en las que no hay datos del movimiento disponible. Bajo estas circunstancias, las estrategias de control óptimo que utilizan dinámica directa son alternativas para resolver las excitaciones musculares y las

fuerzas durante el movimiento. Dado un conjunto inicial de excitaciones musculares, las ecuaciones del sistema son primero resueltas con la dinámica directa. Entonces, el objetivo del movimiento y las restricciones relacionadas a la tarea, por ejemplo equilibrio estático en el instante final, son calculados. El objetivo puede ser una función de la fuerza muscular y de la cinemática. Ésta puede estar relacionada al rendimiento de la tarea, por ejemplo máxima altura de salto y es comúnmente representada en forma integral para introducir la dependencia temporal [11]. El proceso es iterado hasta que se encuentra un conjunto óptimo de patrones de excitación muscular que minimiza el objetivo y satisface las restricciones [11].

La técnica permite cambios en el movimiento y adaptaciones a nivel control muscular siguiendo alteraciones en el sistema. Esta ventaja importante puede llevar a simulaciones predictivas para evaluar cambios en el control de músculos y fuerzas musculares como resultado de una intervención terapéutica, cirugía y rehabilitación [11]. Sin embargo, la selección de una función objetivo puede ser controversial; el criterio es claro para movimientos que tienen como propósito el rendimiento óptimo (por ejemplo la altura de salto máximo) pero no para otras actividades (que descansan en funciones fisiológicas) tales como caminar a diferentes velocidades y en movimientos no balísticos [11]. La complejidad computacional y las dificultades de la implementación impiden también el uso rutinario de esta técnica en configuraciones clínicas y limita su uso a entornos de investigación [11]. Los patrones de movimiento similares pueden ser obtenidos utilizando simulaciones de control óptimo con funciones objetivos diferentes mientras se investigan actividades no balísticas, pero los patrones de activación muscular podrían ser diferentes [11].

Cuando se utilizan técnicas de optimización para predecir las fuerzas musculares, se debe reconocer que la solución es sensible a muchas suposiciones y variables tales como el PCSA. Por otro lado, las soluciones de fuerza de la articulación son menos sensibles a tales variaciones y los valores absolutos son más confiables [26].

### 3.3. Validación

Todos los resultados generados a partir de un modelo computacional han sido validados para mostrar que dan resultados razonables. Debido a diversas razones es difícil validar exitosamente los cálculos músculo-esqueléticos de los estimados de fuerza muscular [11].

Estudios de las predicciones de las fuerzas musculares comúnmente comparan la carga muscular o los patrones de activación respecto a datos EMG como un estimado de validez. Aunque evaluando las características temporales y la intensidad de la activación del músculo durante un movimiento es útil, tales comparaciones no pueden verificar la magnitud de la fuerza muscular calculada. Afortunadamente, existen análisis alternativos y más avanzados, que incorporan la cuantificación de la sensibilidad de la fuerza muscular sobre los parámetros de modelado y la comparación de las fuerzas musculares respecto a las mediciones directas de la carga de los tendones [11].

Las validaciones directas están limitadas a modelos músculo-esqueléticos simples, por ejemplo con uno o dos grados de libertad, y las mediciones de fuerza del tendón son realizadas en animales a través de la implantación quirúrgica de dispositivos de medición de fuerza en tendones. No obstante los resultados de estos estudios pueden ser utilizados para evaluar la validez de las funciones objetivo utilizado en la optimización estática basada en dinámica inversa y la repartición de carga entre músculos sinérgicos [11].

Es posible predecir fuerzas musculares similares y fuerzas de reacción de las articulaciones para la marcha utilizando el enfoque de optimización estática basada en dinámica inversa y el enfoque de simulación de control óptimo. La consistencia observada en esas predicciones de fuerza muscular sugiere que si la precisión experimental puede ser mejorada, entonces las fuerzas musculares resultantes podrían no depender de las características de la simulación [11].

El análisis de aceleración inducida (IAA) provee una plataforma para establecer el vínculo entre un cambio aislado en una fuerza muscular y los cambios correspondientes en el movimiento. Esta representación de dinámica acoplada puede explicar algunas de las funciones contraintuitivas de los músculos biarticulados, tales como el músculo gastrocnemio funcionando como un extensor de la rodilla en ciertas condiciones específicas [11].

#### 3.4. Modelos músculo-esqueléticos en la literatura

La cantidad de modelos músculo-esqueléticos existentes en la literatura es abundante debido a la variedad e implementaciones realizadas. Existen modelos muy simples que solamente utilizan modelos masa-resorte [15] hasta modelos muy avanzados con muchos grados de libertad y grupos de músculos incluidos [27]. Dependiendo de la elección de los algoritmos para estimar la fuerza de los músculos se permite diferente complejidad del modelo donde los métodos de dinámica inversa pueden tener modelos muy complejos comparados a las estrategias de control óptimo.

En este trabajo se le ha dado un interés especial al movimiento explosivo que implica alta velocidad y fuerzas grandes. Consecuentemente, la dinámica inversa que utiliza una optimización estática no es considerada como una alternativa debido al resultado pobre que se obtiene en condiciones de movimiento rápido. Una configuración de dinámica directa es más apropiada para este caso. Más aún, muchas veces el propósito es identificar patrones de movimiento óptimo y por lo tanto no existen datos de medición disponible para utilizar una configuración de seguimiento. El método comúnmente utilizado es por lo tanto una estrategia de control óptimo. Los modelos presentados previamente, por las razones previamente mencionadas, son utilizados en estrategias de control óptimo para estimar las fuerzas musculares en movimientos a alta velocidad y fuerzas grandes (saltos verticales).

#### 3.4.1. Estudios abordando saltos verticales (Estrategia de control óptimo)

En un estudio realizado en 1993 [28], los sujetos saltaban en promedio 5% más alto durante el salto de contramovimiento (CMJ) que cuando realizaban el salto en cuclillas (SJ), es importante resaltar que algunos sujetos ejecutaban ambos saltos igualmente bien. El modelo, por otro lado, predijo saltos 2% más alto durante SJ que el realizado durante el CMJ. En este estudio la energía total liberada al esqueleto fue casi la misma para el CMJ y SJ. Los autores también reportaron que se almacenó casi la misma energía de esfuerzo elástico durante el SJ y CMJ. Los cálculos indican que se pierde bastante más energía como calor durante el CMJ que el SJ. Con estos resultados analíticos en mente, en conjunto con sus propios descubrimientos analíticos y experimentales, los autores propusieron que los humanos realizan contramovimientos no solamente para almacenar y reutilizar energía de esfuerzo elástica durante el salto sino más bien para incrementar el tiempo de contacto con el suelo durante la fase de propulsión del salto.

Muchos años después los mismos investigadores realizaron un modelo más avanzado [27]. El modelo fue categorizado por diversas características claves: primero, fue un modelo de cuerpo completo; segundo, se posibilitó el movimiento 3D completo a través de una pelvis de 6 grados de libertad, 3 grados de libertad en las articulaciones en la espalda y la cadera, y 2 grados de libertad para los tobillos; tercera, el pie era libre para realizar y perder contacto con el suelo; y cuarto el número de músculos fue mucho mayor que el considerado en estudios de optimización dinámica previos. Este incremento en la complejidad ha mejorado la fidelidad del modelo en diversas maneras: (1) la fuerza reacción-suelo vertical mostró un decremento más gradual cerca al despegue comparado con los resultados obtenidos en previas simulaciones [29]; (2) la fuerza de reacción-suelo tangencial fue reproducida más precisamente que antes [29]; y (3) el modelo fue capaz de predecir no solamente los movimientos principales de los segmentos del cuerpo en el plano sagital, sino que también aquellos que ocurrían en los planos frontal y transversal. La limitación principal del modelo fue su fallo para reproducir las cinéticas del salto cercano al despegue. Este resultado puede ser

explicado por el tiempo de elevación relativamente rápido para la activación del músculo utilizado en el modelo. En general, sin embargo, el alto nivel de concordancia entre el modelo y los experimentos valida mucho de los parámetros asumidos en el modelo. Debido a que la interacción del pie con el suelo fue modelada eficientemente, el modelo es adecuado para simular la marcha 3D [28].

El estudio realizado por Bobbert [30] tuvo el objetivo de determinar la dependencia del rendimiento del salto de cuclilla humano en concordancia con la serie de elementos elásticos (SEEs) del músculo Tríceps Surae y explicar su dependencia. El modelo tridimensional de Nagano [31] fue desarrollado utilizando DADS-3D<sup>1</sup> con la opción USER.FORCE basada en FORTRAN. El modelo neuromuscular tiene nueve segmentos del cuerpo, 20 grados de libertad, 32 actuadores musculares de los miembros inferiores tipo Hill.

---

<sup>1</sup> LMS CADSI, Coralville, IA, USA)

Tipo de cálculo	Dim	Seg	DoF	Driven	Control	Año	Referencias
Control óptimo	3D	9	20	32MG		2005	[19]
Control óptimo	3D	9	20	32MG	Modelado como funciones step con duración constante.	2005	[31]
Control óptimo	2D	4	4	6MG	Definido por el instante de máxima activación.	2001	[30]
Control óptimo	3D	10	23	54MG	Interpolación lineal	1999	[27]
Dinámica directa asistida por seguimiento de datos	2D	4	3	9MG	Aproximado por polinomios	1999	<sup>2</sup>
Control óptimo	2D	4	4	8MG	Interpolación lineal	1992	[8]
Control óptimo	2D	4	4	8MG	Control todo/nada	1991	[29]
Control óptimo	2D	4	4	8MG	Control todo/nada	1990	[32]

**Tabla 3.1 Estudios previos simulando saltos verticales y teniendo como objetivo la altura máxima. Dim = dimensiones, SEG = segmentos, y DoF = grados de libertad.**

### 3.5. Software disponible

Ha habido un incremento en la investigación en el área de sistema músculo-esquelético. El avance continuo de los ordenadores y debido a que es tedioso construir los propios modelos han dado lugar al desarrollo de aplicaciones software comerciales y de código abierto. En seguida se presentan algunos de los más importantes y conocidos.

- SIMM

Delp & Loan [33] han creado un sistema software gráfico que permite a los usuarios desarrollar y analizar modelos músculo-esqueléticos sin programar. El origen del programa puede ser hallado en la tesis doctoral de Delp [34]. Para definir un modelo utilizando ese sistema, el usuario especifica la superficie de los huesos, la cinemática de

<sup>2</sup> Spägele et al. (1999)

las articulaciones y las líneas de acción y fuerza generando parámetros de los músculos. Después de que el modelo ha sido definido, la función de cada músculo puede ser analizada a través del cálculo de su longitud, brazos de momento, momento de la fuerza y de las articulaciones. El software ha sido implementado en un entorno gráfico de tal manera que los usuarios puedan ver el modelo desde cualquier perspectiva y manipular gráficamente la cinemática de las articulaciones y la geometría músculo-esquelética. Los modelos pueden ser animados para visualizar los resultados de los experimentos de análisis de movimiento [33].

- AnyBody

En el 2006, un grupo de investigación danés [35] puso en el mercado el software AnyBody Modelling System, el cual es capaz de analizar el sistema músculo-esquelético de humanos y de otras criaturas como sistemas de cuerpo rígido. El software incluye características como análisis de dinámica inversa que resuelve la indeterminación fundamental de la configuración del músculo. Además del sistema músculo-esquelético, un modelo puede incluir objetos externos, cargas y especificaciones de movimiento, por lo tanto provee un conjunto completo de las condiciones de contorno para una tarea dada [35].

- Modelado músculo-esquelético en MATLAB/Simulink y Virtual Muscle.

Los modelos MATLAB/Simulink del sistema músculo-esquelético pueden ser creados utilizando dos paquetes de software: Musculoskeletal Modelling en MATLAB/Simulink (MMS) y Virtual Muscle (VM). Además, se requiere el uso de un paquete comercial SIMM<sup>3</sup> para importar los modelos. MMS convierte los modelos músculo-esqueléticos precisos generados por SIMM en bloques MATLAB/Simulink. Este también elimina las restricciones en tiempo de ejecución de las simulaciones cinéticas de SIMM, y permite el desarrollo de modelos músculo-esqueléticos complejos sin escribir una línea de código [36].

---

<sup>3</sup> Musculographics Inc., USA.

Virtual Muscle construye modelos MATLAB/Simulink realistas de músculos respondiendo ya sea al reclutamiento natural o a través de la estimulación eléctrica funcional (FES). Los modelos de sistemas de control sensorimotor pueden ser desarrollados utilizando diversos paquetes de herramientas de MATLAB<sup>4</sup> y se integran fácilmente con los bloques músculo-esqueléticos en el entorno gráfico de MATLAB/Simulink [36].

- OpenSim

SimTK OpenSim es un sistema software de código abierto gratuito que permite a los usuarios desarrollar modelos de estructuras músculo-esqueléticas y crear simulaciones dinámicas de una amplia variedad de movimientos. El grupo de investigación de Delp [12] ha colaborado en el desarrollo de esta herramienta y lo han utilizado para simular la dinámica de individuos con marcha patológica y explorar los efectos biomecánicos del tratamiento. OpenSim provee una plataforma sobre la cual la comunidad internacional de biomecánica puede construir una librería de simulaciones que pueden ser intercambiadas, evaluadas, analizadas y mejoradas a través de la colaboración multiinstitucional [12].

---

<sup>4</sup> Mathworks Inc., USA)

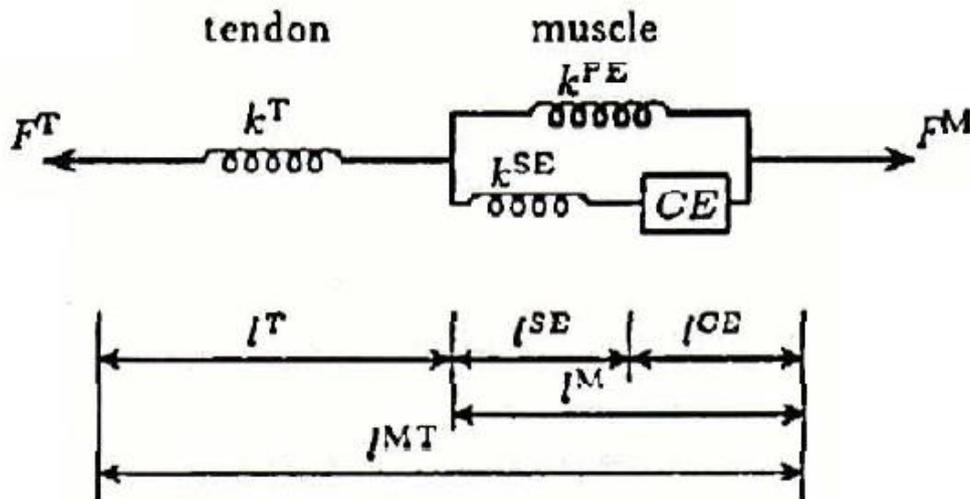
# 4. El modelo de unidad músculo-tendón

Como se ha mencionado previamente, el desarrollo de un nuevo modelo músculo-esquelético no es trivial y por lo tanto no es realista abarcar ese desarrollo en este trabajo. El trabajo aquí presentado se ha concentrado en el desarrollo de un modelo de unidad músculo-tendón. Como el nombre lo describe esta unidad consiste del músculo y su estructura de tendón. Un criterio importante para el modelo ha sido no indicar las dimensiones de tal manera que el mismo modelo puede ser utilizado para describir diferentes músculos en el cuerpo aún en aquellos que tienen diferentes propiedades y dimensiones. Los parámetros de escalado utilizados fueron la fuerza muscular isométrica máxima ( $F_{ISO,Max}$ ) y la longitud del músculo correspondiente a la fuerza isométrica máxima ( $I_{M,opt}$ ). Durante la revisión de la literatura, se han identificado diversos modelos de unidad músculo-tendón (ver Sección 3.3). Se ha tomado la decisión de inspirarse en el modelo propuesto por Pandy [32]. Este modelo sigue siendo utilizado y la tarea que abordaba el artículo son los saltos verticales los que incluyen tanto alta velocidad y fuerza grande [37].

Otro tema de discusión importante a abordar es el tipo de entorno de programación a utilizar. En la literatura se identifican diversos entornos de desarrollo. La decisión final tomada ha sido desarrollar el modelo de unidad músculo-tendón en Mathematica. La decisión está fundamentada principalmente por la familiaridad con el programa y su habilidad para resolver tanto matemática simbólica como numérica.

### 4.1. Unidad Músculo-Tendón

La unidad músculo-tendón aquí desarrollada está basada en el modelo tipo Hill [37]. El modelo consiste de un tendón y un músculo. Estos dos componentes se describirán a detalle a continuación.



**Figura 4.1 . La unidad músculo-tendón. El símbolo de la rigidez  $k^i$  no es utilizado en este reporte pero representa la rigidez tangente [37].**

La idea del modelo fue sintetizarlo utilizando resortes y actuadores. La representación se da básicamente de forma esquemática de la representación de una unidad músculo-tendón humana real. El modelo de tendón (T) está dispuesto en serie con el modelo del músculo (M) que está representado por un resorte. El modelo del músculo consiste de un elemento elástico paralelo (PE), un elemento elástico serial (SE) y un elemento contráctil (CE) como se muestra en la Figura 4.1. Ambos elementos elásticos son representados por resorte simples y el elemento contractil es representado como un actuador.

En este capítulo se utilizan diversos símbolos y algunos de estos se explican a continuación:

- $F_i$  Fuerza en el elemento- $i$ ,
- $\lambda_i$  Longitud normalizada en el elemento-  $i$ ,

- $l_i$  Longitud del elemento-  $i$ ,
- $l_{M,opt}$  Longitud del músculo en  $F_{ISO,Max}$ ,
- $\mu_i$  Velocidad normalizada en elemento-  $i$ ,
- $v_i$  Velocidad del elemento-  $i$ ,
- $\phi_i$  Fuerza normalizada en el elemento-  $i$ ,
- $F_{ISO,Max}$  Fuerza isométrica máxima,
- $a$  Activación muscular normalizada,
- $i = MT, M, T, PE, SE, CE$ .

Todas las longitudes fueron hechas sin dimensiones por las longitud del músculo en la contracción isométrica máxima ( $\lambda_{M,opt}$ ) y las fuerzas por la fuerza isométrica ( $F_{ISO,Max}$ ).

#### 4.1.1. Músculo

Los componentes del músculo son: los elementos elásticos paralelos (PE) descritos previamente, el elemento elástico serial (SE) y el elemento contráctil (CE). Las propiedades individuales de los componentes son descritas separadamente en las secciones subsecuentes.

La longitud de elemento elástico paralelo PE ( $\lambda_{PE}$ ) es la misma que para M y la longitud del elemento elástico serial SE y del elemento elástico contractil CE, en conjunto, da la longitud de M y ésta se representa en la siguiente ecuación:

$$\lambda_{PE} = \lambda_M \quad \text{Ecuación 4.1}$$

$$\lambda_M = \lambda_{SE} + \lambda_{CE} \quad \text{Ecuación 4.2}$$

La fuerza de M es la suma de la fuerza en SE y PE, y la fuerza en CE es igual a la de SE y se muestra a continuación.

$$\phi_{CE} = \phi_{SE} \quad \text{Ecuación 4.3}$$

$$\phi_M = \phi_{SE} + \phi_{PE} \quad \text{Ecuación 4.4}$$

Esto da que en la contracción isométrica máxima la longitud de M es exactamente 1 debido a que fueron definidas sin dimensiones.

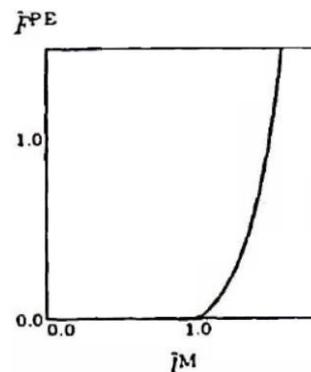
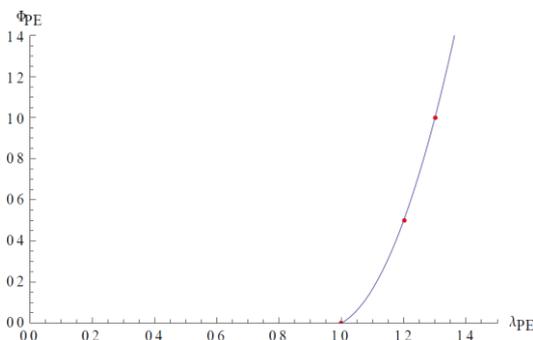
#### 4.1.1.1. Elemento elástico paralelo

El propósito del elemento elástico paralelo fue para simular la fuerza proveniente ya sea de las conexiones intrafibras o de las estructura elásticas internas a la fibra del músculo [37]. Esto fue simulado por un resorte simple y la fuerza fue asumida como cero cuando el músculo era más corto que el de la longitud óptima. Además, se ha sumido que esta relación era la misma entre todos los músculos [37].

$$F_{PE} = k_{PE} + l_{PE} \quad \text{Ecuación 4.5}$$

La ecuación constitutiva del músculo pasivo fue viscoelástica, como es el caso de muchos de los tejidos suaves. Para movimientos lentos, la contribución viscosa fue ignorada y se utilizaron modelos hiperelásticos para la ecuación constitutiva. Para movimientos más rápidos, la combinación de fuerzas viscosas y deformaciones grandes hace al modelo extremadamente no-lineal, y ha sido necesario adoptar esquemas de integración explícitos para resolverlos [1]. En este caso la ecuación para PE fue derivada utilizando un gráfico del artículo original. La ecuación de fuerza, Ecuación 4.6, fue construida localizando los puntos (1.0, 0.0), (1.3, 1.0) y (1.2, 0.5) del gráfico original, Figura 4.3, y entonces ajustándolos a una curva de un polinomio de segundo grado.

$$\phi_{PE} = \begin{cases} 7.5 - 15.8 \lambda_{PE} + 8.3 \lambda_{PE}^2 & \text{cuando } \lambda_{PE} > 1 \\ 0 & \text{cuando } \lambda_{PE} \leq 1 \end{cases} \quad \text{Ecuación 4.6}$$



**Figura 4.2 . Relación fuerza-longitud de PE, Ecuación 4.6.**

**Figura 4.3 . Relación fuerza-longitud de PE. Los símbolos utilizados en esta gráfica se corresponden a los de la gráfica Figura 4.2 [37].**

#### 4.1.1.2. Elemento elástico serial

La rigidez de un músculo activo es simulado por el elemento elástico serial (SE). Esta elasticidad es debida a los componentes elásticos de los puentes cruzados [22].

$$\phi_{SE} = k_{SE} l_{SE} \quad \text{Ecuación 4.7}$$

Estudiando el gráfico original (Figura 4.5) se obtiene la siguiente ecuación diferencial.

$$\phi'_{SE}(l) = 10 + 100\phi'_{SE}(l_{SE}) \quad \text{Ecuación 4.8}$$

Esta ecuación puede ser resuelta y la constante  $Q_1$  puede ser resuelta estableciendo la longitud a uno en la contracción isométrica máxima ( $\lambda_{SE,ISO} = 0.284546$ ) y la fuerza en la contracción isométrica máxima ( $F_{SE,ISO} = 1$ ). La ecuación y constante se muestran a continuación.

$$\phi_{SE} = \phi_{SE}(\lambda_{SE}) = -\frac{1}{10} + Q_1 e^{100\lambda_{SE}} \quad \text{Ecuación 4.9}$$

Donde  $Q_1 = 4.83 \times 10^{-13}$  y  $\lambda_{SE,ISO} = 0.284546$ . Para calcular la longitud de distensión exacta del tendón de SE, se estableció la fuerza a cero y  $\lambda_{SE}$  fue resuelta dando el siguiente resultado.

$$\lambda_{SE0} = 0.260567 \quad \text{Ecuación 4.10}$$

Debido a que SE controla solamente el estiramiento tensorial, no fue posible generar alguna fuerza cuando la longitud de SE fue menos corta que la longitud de distensión ( $\lambda_{SE} < \lambda_{SE0}$ ). Por cuestiones numéricas, la fuerza en SE no se le permitió alcanzar el valor de cero, bajo estas condiciones se asignó un valor muy pequeño  $10^{-3}$ .

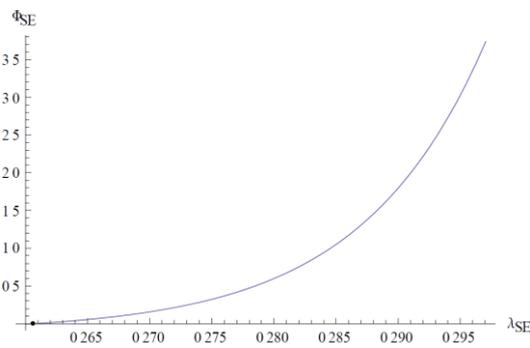


Figura 4.4 . Relación fuerza-longitud de SE, Ecuación 4.9.

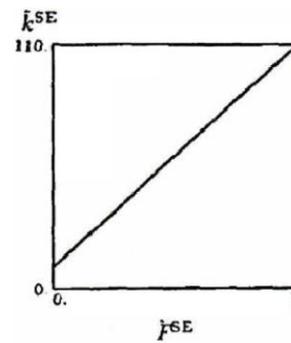


Figura 4.5 Gráfico de fuerza-rigidez de SE [37].

#### 4.1.1.3. Elemento contráctil

El elemento contráctil es el único elemento activo en la unidad MT. La fuerza del elemento contráctil depende de su longitud, velocidad y activación [37], [11].

$$\phi_{CE} = \phi_{CEL} \cdot \phi_{CEV} \cdot a \quad \text{Ecuación 4.11}$$

Donde  $\phi_{CEL}$  es la fuerza normalizada en CE dependiente de la longitud y  $\phi_{CEV}$  dependiente de la velocidad.

#### 4.1.1.4. Dependencia fuerza-longitud

La dependencia fuerza-longitud está basada en la cantidad de traslape de los miofilamentos bajo la suposición de homogeneidad de sarcómero y fibra muscular. La misma curva de fuerza longitud podría ser utilizada para todos los músculos [37].

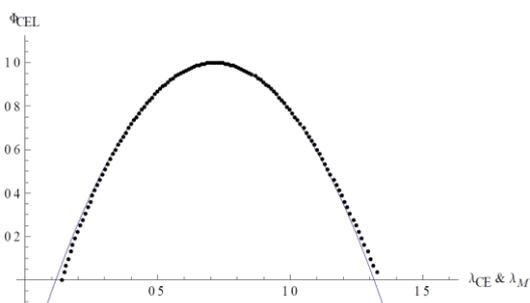


Figura 4.6 Relación fuerza-longitud de CE, Ecuación 4.9.

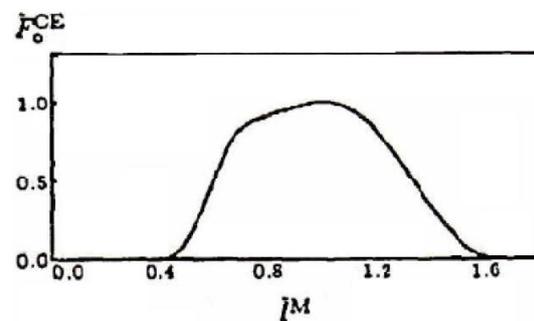


Figura 4.7 Relación fuerza longitud [37].

La definición de la relación fuerza-longitud ha sido más complicada que para las otras partes de la unidad MT. El artículo original solamente presenta un gráfico donde la fuerza depende de la longitud total del músculo, Ecuación 4.2, y no de la longitud del elemento contráctil como debería ser el caso. Una razón para esta representación podría ser que no es común incluir un elemento elástico serial (SE) en modelo de músculo tipo Hill. Por esta razón, el gráfico del artículo original ha sido transformado para depender de  $\lambda_{SE}$  en vez de  $\lambda_M$ .

A partir del gráfico existente, Figura 4.7, se han utilizado los puntos (0.4, 0.0), (1.0, 1.0) y (1.6, 0.0). Estos puntos fueron utilizados para ajustar una función sinusoidal utilizando la función FIT de Mathematica.

$$\phi_{CEL}(\lambda_M) = \max[-1.27 - 3.46\lambda_M + 6.08 \sin(\lambda_M), 0] \quad \text{Ecuación 4.12}$$

Donde max devuelve el valor algebraico máximo de sus argumentos.

La Ecuación 4.12 fue utilizada para la dependencia de la longitud en conjunto con la utilización de fuerza de SE, Ecuación 4.9. La fuerza en SE y CE debería ser siempre la misma y ésta es utilizada en la transformación de  $F_{CEL}$  para depender de CE en vez de M. Si la velocidad es cero y la activación es máxima constante (= 1) la única variable es la dependencia de longitud (Ecuación 4.11). La dependencia es calculada utilizando un bucle-for donde  $\lambda_M$  es incrementada desde 0.4 hasta 1.6 con una longitud de paso de 0.02. Dentro del bucle-for la fuerza para  $\phi_{CEL}(\lambda_M)$  fue calculada y esto da  $F_{SE}$  y entonces la longitud  $\lambda_{SE}$  puede ser calculada, Ecuación 4.9. El paso final consistió en restar  $\lambda_{SE}$  de  $\lambda_M$  para conseguir  $\lambda_{CE}$ , Ecuación 4.1, y a través de esto conseguir la dependencia fuerza-longitud en función de  $\lambda_{CE}$ .

$$\phi_{CEL}(\lambda_{CE}) = \max[-0.419 - 3.97\lambda_{CE} - 2.77\lambda_{CE}^2, 10^{-3}] \quad \text{Ecuación 4.13}$$

Donde max devuelve el valor algebraico máximo de sus argumentos.

Esta ecuación fue trazada en la Ecuación 4.10. Debido a cuestiones numéricas, la fuerza ( $\phi_{CEL}$ ) no se le permite alcanzar el valor de cero en vez de eso se le asigna un valor muy pequeño  $10^{-3}$  en esa condición.

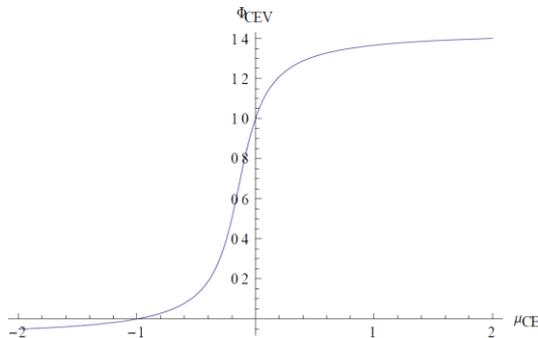
#### 4.1.1.5. Dependencia fuerza velocidad

Debido a la dinámica de puente cruzado el elemento contráctil depende de la velocidad de contracción y estiramiento respecto a la temperatura [22].

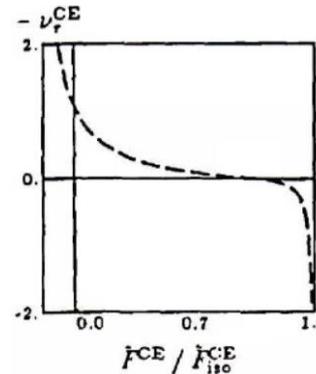
En la Figura 4.9 se muestra el gráfico de la relación fuerza-velocidad del artículo original. Debido a razones de conveniencia, este gráfico fue rotado 90 grados en el sentido contrario al reloj. Se seleccionaron los puntos  $(-1.0, 0.0)$ ,  $(0.0, 1.0)$ ,  $(2.0, 1.4)$  y  $(-0.2, 0.5)$ . La curva fuerza-velocidad tiene forma similar a una función arco-tangente y por lo tanto se ha elegido una función de este tipo para ajustar los puntos:

$$\phi_{CEV} = \phi_{CEV}(\lambda_{CE}) = a + \frac{atan(b + c v_{CE})}{d} \quad \text{Ecuación 4.14}$$

Donde  $a = 0.672$ ,  $b = 0.796$ ,  $c = 5.808$  y  $d = 2.046$ . La ecuación se ha trazado en la Figura 4.8.



**Figura 4.8** Relación fuerza-velocidad de CE, Ecuación 4.14.



**Figura 4.9** Relación fuerza-velocidad [37].

De acuerdo al artículo original la contracción más rápida posible para un músculo es  $\mu = -1$  y la elongación más rápida del músculo es  $\mu_{CE} = 2$ .

La velocidad de contracción máxima ( $v_{max}$ ) de los músculos puede ser ajustada a sus valores óptimos para la tarea requerida [38]. Cuando los músculos son estirados y realizan trabajos negativos, surge la fuerza y la tasa de ATP cae rápidamente, de esta manera se economiza más [38].

#### 4.1.1.6. Activación

La activación es solamente un amplificador lo cual significa que la cantidad de fuerza producida se incrementa pero no cambia las curvas de fuerza-longitud o de fuerza- velocidad. La activación se establece a un valor constante antes de la simulación lo cual significa que el músculo no puede cambiar su nivel de activación durante la simulación. El caso de activación constante en un músculo tiene un campo de aplicación muy estrecho. Los casos sugeridos donde este podría ser una buena aproximación es el caso de las pantorrillas durante el contacto con el suelo de un salto vertical máximo.

La razón para tener una activación constante es reducir la complejidad del modelo pero la implementación debería ser desarrollada mucho más si el modelo está planeado en un contexto más complejo

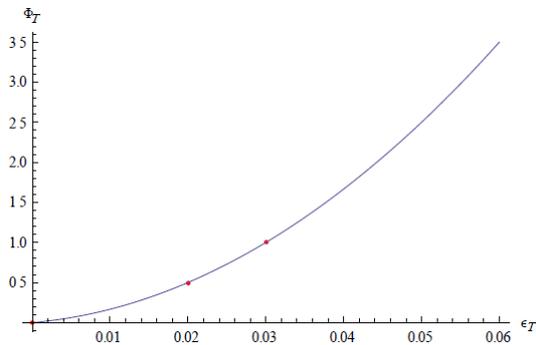
#### 4.1.2. Tendón

Elemento tendón (T) del modelo representa el tendón fisiológico interno y externo del músculo. La tensión en el tendón se asume que es la misma en cualquier punto del tendón. Además, se asume que la fuerza-tensión es la misma entre todas las unidades músculo-tendón. La longitud de distensión del tendón es variante y depende principalmente del músculo [32] y es por tanto cambia para cada unidad músculo tendón específica.

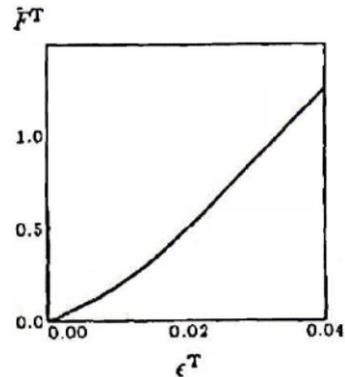
$$\epsilon_T = \frac{\lambda_T - \lambda_{T_0}}{\lambda_{T_0}} \quad \text{Ecuación 4.15}$$

El artículo de referencia presenta un gráfico (Figura 4.11) sobre las relaciones entre la fuerza y la tensión, a partir de este gráfico se tomaron 3 puntos: (0.0, 0.0), (0.03, 1.0) y (0.02, 0.5). A partir de estos puntos se realizó un ajuste polinomial de segundo orden.

$$\phi_T = \begin{cases} \frac{25}{3} \epsilon_T + \frac{2500}{3} \epsilon_T^2 & \text{cuando } \epsilon_T > 0 \\ 10^{-5} & \text{Cuando } \epsilon_T \leq 0 \end{cases} \quad \text{Ecuación 4.16}$$



**Figura 4.10** Relación fuerza-velocidad de CE, Ecuación 4.14.



**Figura 4.11** Relación fuerza-velocidad [37].

Los tendones son representados comúnmente como un elemento elástico. Aunque la fuerza varía no linealmente con un cambio en la longitud conforme el tendón es estirado a partir de su estado de reposo, una curva fuerza-longitud lineal se utiliza en algunos casos. Esta simplificación sobreestima la cantidad de rigidez almacenada en el tendón [8].

## 4.2. Cálculo numérico

La última subsección describió uno a uno los componentes que conformarán un sistema representando una unidad músculo-tendón. Debido a la complejidad del sistema dos configuraciones de cálculo numérico fueron utilizadas. La configuración inicial y la configuración dinámica. Como lo indica el nombre la configuración inicial fue utilizada antes de la simulación para identificar un equilibrio inicial estable para la unidad MT. Los valores de equilibrio de la configuración inicial fueron entonces utilizados como valores iniciales en la configuración dinámica. Estos dos pasos han sido realizados porque la configuración dinámica necesita valores de inicio exactos y no ha sido posible generarlos por sí mismo.

La sección de cálculos numéricos está dividida en dos partes: configuración inicial y configuración dinámica.

### 4.2.1. Configuración inicial

La idea básica de la configuración inicial fue realizar una simulación en el tiempo donde ningún valor de entrada fuera modificado y un equilibrio estable final fuera encontrado.

Esta configuración fue desarrollada debido a la complejidad del cálculo numérico y porque muchos valores de entradas no requieren una explicación fisiológica. Debido a que el propósito era identificar un equilibrio estable, la velocidad de CE fue establecida a cero  $\mu_{CE} = 0$ . El tiempo de simulación fue establecido a 4.5 segundos con un intervalo de tiempo relativamente grande ( $= 0.1$ ), esta configuración fue elegida definitivamente debido a que ha generado valores consistentes en los casos evaluados. El único valor de entrada que fue dependiente del cambio durante la simulación fue la longitud de la unidad MT,  $\lambda_{MT}$ . Esta longitud fue modificada dependiendo de la posición inicial.

Para ser capaz de resolver la unidad MT completa se utilizó un algoritmo de resolución de parámetros. Esto es debido a que el sistema es altamente no-lineal e incluye muchas instrucciones condicionales. En cada iteración se necesitó un algoritmo especial para resolver el equilibrio entre las fuerzas  $\phi_M = \phi_T$  y  $\phi_{CE} = \phi_{SE}$ .

La longitud del tendón fue utilizada en el bucle, con un valor previo ( $\lambda_{TG}$ ) y un valor presente ( $\lambda_T$ ) de la longitud del tendón. Estos dos valores fueron comparados en el bucle y cuando las diferencias entre estos alcanzó el límite de la tolerancia límite ( $\alpha_s = 10^{-12}$ ) se consideró que la solución era satisfactoria.

Dentro del bucle, la media de  $\lambda_{TG}$  y  $\lambda_T$  fueron calculadas y llegaron a ser el nuevo valor  $\lambda_T$ . Como resultado de cambiar  $\lambda_T$  las longitudes que dependen de ésta debían ser actualizadas ( $\lambda_M, \lambda_{PE}, \lambda_{SE}$ ).

El problema fue que la longitud de SE depende de la fuerza la cual por si misma depende de la fuerza de CE. Consecuentemente, el mismo procedimiento que fue explicado previamente para el tendón fu utilizado aquí también para  $\lambda_{SE}$ . Después el nuevo valor de  $\lambda_{SE}$  permite calcular la longitud de CE.

La velocidad de CE fue entonces calculada restando el valor presente  $\lambda_{CE}$  con el del instante previo, este fue entonces dividido por la longitud del instante del tiempo. Esta fórmula es utilizada para todos los instantes de tiempos salvo el primero cuando la velocidad fue considera nula. La fuerza de CE puede entonces calculadas y debido a que la fuerza de SE debería ser la misma fuerza, esta fue utilizada en la ecuación de fuerza para SE (Ecuación 4.16) y el nuevo valor  $\lambda_{SE}$  fue resuelto. Este valor fue iterado hasta que satisfizo la tolerancia límite.

Así, todas las longitudes fueron actualizadas y consecuentemente la fuerza de M podría ser actualizado. Debido a que la fuerza M debería ser igual a la fuerza en T, la fuerza en M fue utilizada para resolver  $\lambda_T$  usando la ecuación para calcular la fuerza del tendón. Ésta también fue iterada hasta que satisfizo la tolerancia.

Otra cosa que se implementó en cada instancia de tiempo fue actualizar  $\lambda_{CE}$  para calcular la velocidad en CE en el siguiente instante del tiempo.

#### 4.2.2. Configuración dinámica

Se requiere un valor inicial de la longitud de CE para realizar la configuración dinámica. Este valor es la salida más importante de la configuración inicial. Debido a que la configuración inicial estaba en equilibrio estático, la velocidad de CE fue establecida a cero. El instante de tiempo fue establecido a una constante con longitud de  $10^{-4}s$ .

El valor de entrada fue la longitud de la unidad MT que podría provenir de una función simple o partir de una simulación de un sistema músculo-esquelético mayor. La variable que controla la simulación fue la longitud de CE, la cual fue actualizada de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$\lambda_{CE}^n = \lambda_{CE}^{n-1} + v_{CE} dt \quad \text{Ecuación 4.17}$$

Esta ecuación fue válida para todos los casos excepto cuando se alcanza el valor mínimo de  $\lambda_{CE}$ . En este caso la longitud fue mantenida constante a la longitud mínima.

Se utilizó un bucle para resolver la distribución de la longitud entre T y SE. Tiene la misma idea básica que en el algoritmo de la configuración inicial. Aquí, el bucle fue controlado por un valor previo y un valor actual de  $\lambda_{SE}$ . Se tomó la media de estos dos valores y se generó un nuevo valor de  $\lambda_{SE}$ , el cual fue utilizado para calcular  $\lambda_M$  y actualizar  $\lambda_T$  y  $\lambda_{PE}$ . Teniendo todas las longitudes, la fuerza en SE fue calculada utilizando las ecuaciones de fuerza de T (Ecuación 4.16) y de PE (Ecuación 4.6). Utilizando la ecuación de fuerza para SE (Ecuación 4.9), la longitud de SE fue resuelta. Cuando se consigue el valor de tolerancia límite ( $\alpha = 10^{-10}$ ) se detiene el bucle.

Al final de cada paso de iteración se calcula la velocidad CE la cual fue utilizada para actualizar la longitud de CE en el próximo instante. La fuerza generada debido a la velocidad fue calculada de acuerdo con

$$\phi_{CEV} = \frac{\phi_{SE}}{\phi_{CEL} a} \quad \text{Ecuación 4.18}$$

La velocidad de CE podría ser entonces calculada utilizando la ecuación de fuerza (Ecuación 4.14). Si esta ecuación generara un valor mayor que 2 o menor que -1 los valores fueron corregidos a estos valores extremos. En la situación con valores de 2 se notifica debido a que es el caso de la ruptura del músculo.

# 5. Simulación

El modelo desarrollado en la sección previa no se puede utilizar de manera aislada. El propósito del modelo de unidad MT es que este puede ser incorporado en un modelo músculo-esquelético (MS). El modelo MS podría incluir hasta 54 grupos de músculos (MG), cada uno representado por una unidad MT y sus propiedades de músculos específicas. Es cuando estos tipos de modelos MS son incluidos de simulaciones que una buena unidad MT es de gran uso.

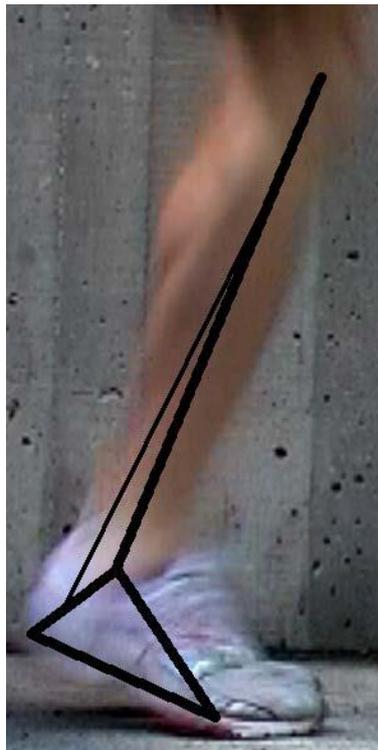
La selección de la simulación fue principalmente dependiente de la cantidad de horas trabajando que pueden ser dispuestas en simulación. El consumo de tiempo para construir y ejecutar una simulación compleja con un modelo músculo-esquelético complejo es una manera muy costosa para ser cubierta en este proyecto. Por lo tanto, la simulación se realiza utilizando un modelo músculo-esquelético que consiste de solamente un grado de libertad, dos segmentos y un músculo, el músculo sóleo (musculus soleus).

Esta sección describe el modelo MS desarrollado que incluye la unidad MT, hace una descripción de la simulación ejecutada y presenta los resultados de simulación.

## 5.1. Modelo músculo-esquelético

Como se había establecido antes, el modelo músculo-esquelético (MS) fue seleccionado por ser simple y por lo tanto se hacen muchas suposiciones. La primera suposición fue que el modelo fue desarrollado en 2D en vez de 3D como es el caso de un humano real. El movimiento en el plano transversal fue asumido pequeño e ignorado.

Más aún, solamente dos segmentos fueron incluidos en el modelo, el pie y la pantorrilla. En la Figura 5.1 se puede observar los dos segmentos, donde la pantorrilla inicia en la rodilla y termina en el tobillo y los segmentos del pie inician en el tobillo y finalizan en la superficie de contacto. Las otras dos líneas gruesas en el pie son solamente para claridad visual. La línea delgada, iniciando en la pantorrilla al pie representa el único músculo incluido en el modelo, el músculo Sóleo.



**Figura 5.1 Modelo MS.**

El modelo de unidad MT requiere tres parámetros específicos del músculo: la fuerza isométrica máxima, la longitud óptima de la fibra en la fuerza isométrica máxima y la longitud del tendón en distensión (Tabla 5.1). La Tabla 5.1 muestra los diferentes valores de tres fuentes y con valores no concordantes. Una razón podría ser que para obtener estos valores, se han utilizado diferentes tamaños de humanos y la otra es que los ángulos pinales son diferentes. Los valores utilizados en este trabajo son los provistos por OpenSim.

Parámetro específico	OpenSim	Ref. 1 [39]	Ref. 2 [32]
Fuerza isométrica máxima	4000N	3150N	4235
Longitud óptima de la fibra	0.08m	0.030m	0.034
Longitud del tendón en reposo	0.22m	0.264m	0.360
% tendón	73.3%	89.8%	91.4

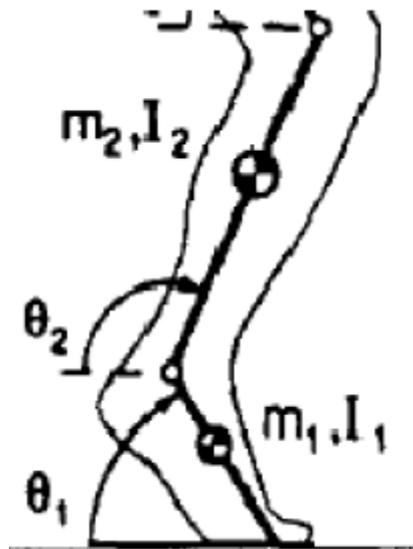
**Tabla 5.1 Parámetros específicos del músculo sóleo.**

Los segmentos fueron numerados de tal manera que el pie tenga el valor de 1 y la pantorrilla el valor de 2. Estos números fueron utilizados para su masa ( $m_i$ ) longitud al centro de gravedad ( $L_{CI}$ ), longitud ( $L_i$ ) e inercia ( $I_i$ ). También dos ángulos absolutos fueron incluidos de acuerdo con la Figura 5.2,  $\theta_1$  y  $\theta_2$ . Estos ángulos fueron muy convenientes cuando se realizaban los cálculos pero no son acordes a las funciones anatómicas tal como los brazos de momento de la unidad MT. Por lo tanto, dos ángulos adicionales fueron introducidos y calculados según:

$$\theta_{pie} = \frac{180\theta_1}{\pi} - 34 \quad \text{Ecuación 5.1}$$

$$\theta_{tobillo} = \frac{180\theta_1}{\pi} - 34 + 90 - \frac{180\theta_2}{\pi} \quad \text{Ecuación 5.2}$$

El ángulo del pie,  $\theta_{pie}$ , es el ángulo entre el suelo y la planta del pie. El ángulo tobillo  $\theta_{tobillo}$ , es el ángulo entre la pantorrilla y la planta del pie, es cero cuando estos son perpendiculares. Cuando la longitud es menor que  $90^\circ$  ésta da un valor negativo y mayor que  $90^\circ$  un valor positivo.



**Figura 5.2 Modelo MS [32].**

La información antropométrica de referencia está basada en un individuo con una masa total de 76 kgs. Revisando la Tabla 5.2 se identifican 4 cuatro segmentos, pero en el modelo aquí tratado solamente la pantorrilla y el pie son modelados. El muslo y el HAT fueron sólo integrados como puntos de masa en la rodilla por lo que la longitud y la inercia para estos segmentos no fueron implementadas en el modelo.

	Masa (kg)	Longitud a COG (m)	Longitud (m)	Inercia (m4)
Pie	2.2	0.095	0.175	0.008
Pantorrilla	7.5	0.274	0.435	0.065
Muslo	15.15	0.251	0.400	0.126
HAT	51.22	0.343	0.343	6.814

**Tabla 5.2 Datos antropométricos del humano de referencia [32]. HAT hace referencia a la cabeza, brazos y tronco. La masa para las partes de ambas piernas han sido añadidas juntas.**

Al principio de esta sección se estableció que el modelo tiene solamente 1 grado de libertad, pero ahora se han agregado dos nuevos grados de libertad,  $\theta_1$  y  $\theta_2$ . El modelo fue simplificado introduciendo una restricción en la rodilla donde el movimiento horizontal fuera restringido y puesto a cero (igual al contacto pie-suelo) esto hace posible expresar  $\theta_1$  y  $\theta_2$ :

$$\theta_2 = \cos^{-1}\left(-\frac{l_1}{l_2} \cos \theta_1\right) \quad \text{Ecuación 5.3}$$

Todos los parámetros requeridos por el modelo MS han sido introducidos, el siguiente paso consiste en resolver el sistema y derivar la ecuación de movimiento la cual se realizó el método de Lagrange:

$$L = T(q, \dot{q}) - V(q) \quad \text{Ecuación 5.4}$$

Donde L es el Lagrangiano, T la energía cinética, V la energía potencial y q las coordenadas generalizadas.

### 5.1.1. Brazo de Momento de la unidad MT

Un factor importante en un buen modelo MS es dar los brazos de momento apropiados de las unidades MT. El brazo del momento cambia en función del ángulo de la articulación, la contracción del músculo y el camino del músculo. En el modelo presentado solamente la dependencia del ángulo de la articulación fue abordada ya que se considera que tiene la mayor influencia. La relación del momento del ángulo fue tomada de SIMM (un modelo genérico). Esto implica una fuente de error debido a que el brazo del momento depende del tamaño del humano. SIMM genera una tabla de puntos que pueden ser ajustados con un polinomio de segundo orden utilizando Mathematica.

$$r_{MT} = 0.0414 - 2.37 \times 10^{-4} \theta_{Tobillo} - 5.55 \times 10^{-6} \theta_{Tobillo}^2 \quad \text{Ecuación 5.5}$$

Donde  $\theta_{Tobillo}$  está representado en grados.

### 5.1.2. Cambio de longitud de la unidad Músculo-Tendón

Una parte del modelado del MS fue dada por las unidades MT, solamente en este caso, una longitud real y un cambio de longitud, esto significa que los orígenes apropiados y las inserciones deben ser elegidos. Además, muchos músculos no tienen una trayectoria de músculo recto entre esos dos puntos lo cual influencia la longitud y el cambio de longitud.

En este modelo solamente el músculo sóleo fue modelado y es un músculo simple en el sentido de origen, inserción y trayectoria del músculo. La longitud depende principalmente de los ángulos de las articulaciones y en este caso del ángulo del tobillo ( $\theta_{Tobillo}$ ).

$$l_{MT} = \sqrt{\left( l_1 \cos(\theta_1) + 0.7l_2 \cos(\pi - \theta_2) - 1.1l_1 \cos\left(\theta_1 - \frac{2\pi}{18}\right) \right)^2 + \left( l_1 \sin(\theta_1) + l_2 \sin(\pi - \theta_2) + 1.1l_1 \sin\left(\theta_1 - \frac{2\pi}{18}\right) \right)^2} \quad \text{Ecuación 5.6}$$

Esta ecuación proveyó valores razonables de longitud y de cambio de longitud.

## 5.2. Simulación del salto en cascada

La simulación tiene como propósito replicar las fases de contacto durante el salto de cascada. Este es un movimiento rápido con fuerzas grandes que está presente en muchos deportes [40]. El músculo se asume estar activados completamente durante el contacto completo con el suelo, lo cual se considera razonable.

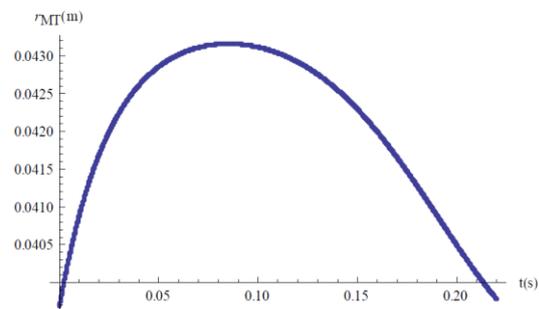
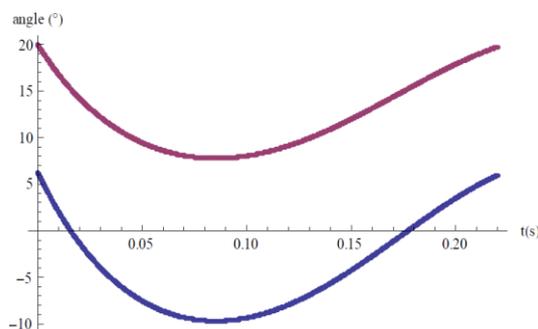
La fuerza isométrica máxima para el músculo sóleo fue establecida a 7000N en vez del valor inicialmente establecido de 4000N, por el hecho que más músculos flexores plantares están usualmente activos durante este tipo de actividad y porque el músculo sóleo fue el único músculo implementado en esta simulación, se le ha asignado más fuerza.

La velocidad angular inicial del pie ( $\theta_{Pie}$ ) y el ángulo del tobillo ( $\theta_{Tobillo}$ ) fueron -353°/s y 471°/s respectivamente. Esto corresponde a un salto en cascada desde 50 cms. Se presenta esta información en grados para ser fácilmente comparables a los resultados publicados en otros trabajos.

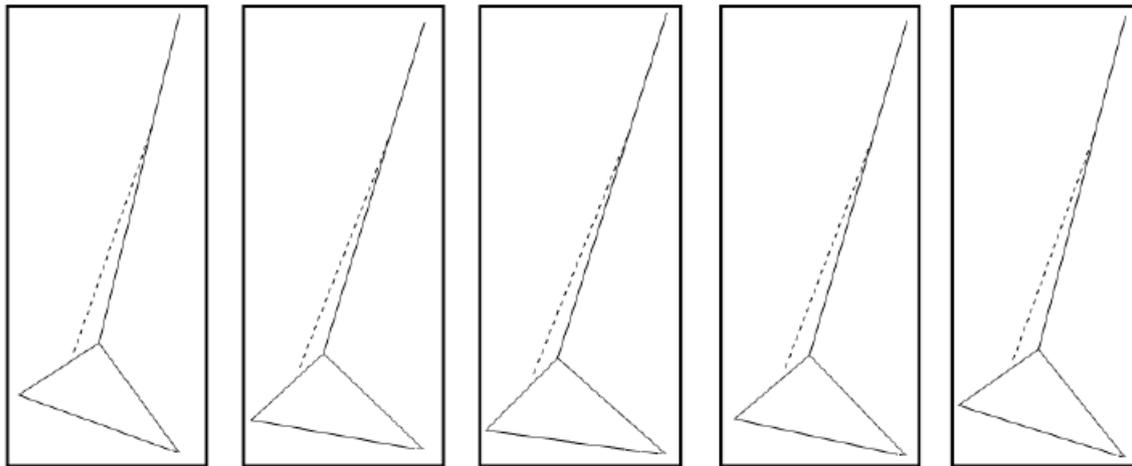
### 5.2.1. El modelo MS

El modelo MS fue desarrollado para ser simple y con el propósito principal de servir como una herramienta para evaluar la unidad MT desarrollada. Aunque el modelo se asume simple, este tiene el propósito de servir como herramienta para evaluar la unidad MT. Los resultados del modelo MS tienen dos roles importantes: describir la simulación realizada y dar una breve idea de la habilidad para generar valores precisos para la evaluación MT.

El tiempo de contacto durante este análisis puede ser de 0.22 s. La Figura 5.3 muestra los dos ángulos usados para describir la posición de la pantorrilla y el pie en grados. La curva superior representa el ángulo del pie y la inferior el ángulo de la pantorrilla. Como puede observarse el movimiento hacia abajo va más rápido que el movimiento hacia arriba. El brazo de momento más grande para la unidad MT fue más corto antes de la parte más pequeña del salto (Figura 5.4).



**Figura 5.3 Los ángulos del pie (rojo) y del tobillo (azul).** **Figura 5.4 Brazo de momento de la unidad MT.**



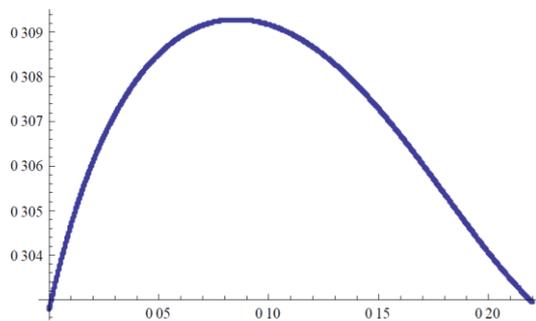
**Figura 5.5 Esquemático del salto. Posición inicial en  $\theta_{Pie} = 20.0^\circ$  y  $\theta_{Tobillo} = 6.3^\circ$ . Posición más baja en  $\theta_{Pie} = 7.8^\circ$  y  $\theta_{Tobillo} = -9.7^\circ$ . Posición final  $\theta_{Pie} = 19.7^\circ$  y  $\theta_{Tobillo} = 6.0^\circ$ .**

La Figura 5.5 muestra cinco imágenes, de izquierda a derecha, la primera visualiza la posición inicial y la última la posición final. El rango de movimiento estuvo aproximadamente dentro de la misma región como se puede esperar en una prueba empírica fundamental.

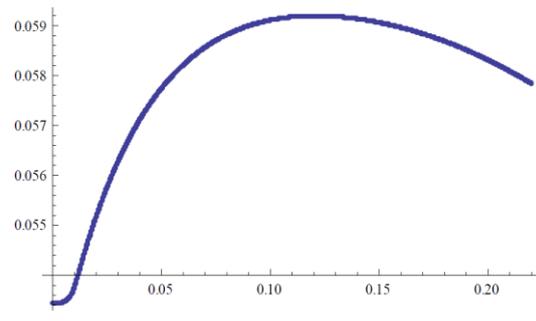
### 5.2.2. Unidad MT

Los resultados más interesantes fueron para la unidad MT debido a que este modelo fue analizado durante el desarrollo uno de los propósitos del modelo de unidad MT fue que este trabaje a altas velocidades y fuerzas grandes. Se ha establecido que bajo estas condiciones la estructura pasiva consiga un rol más importante y debería ser cuidadosamente modelado.

La Figura 5.6 y Figura 5.7 muestran la longitud de la unidad MT completa y la unidad CE respectivamente. El eje X muestra el tiempo y el eje Y la longitud real en metros.

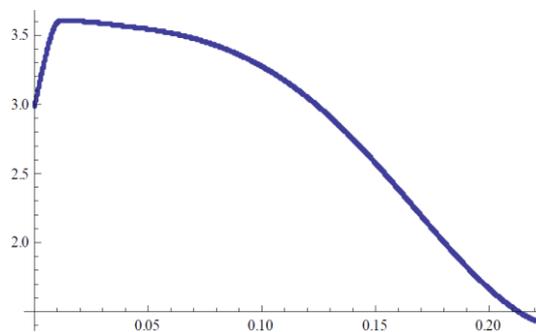


**Figura 5.6 Longitud de la unidad MT.**

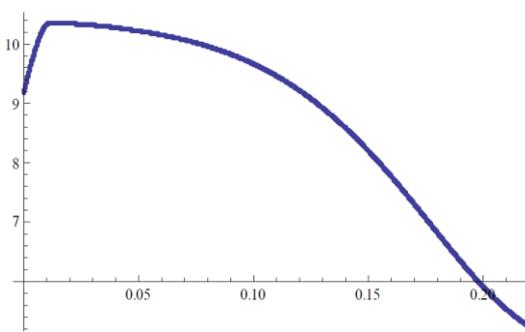


**Figura 5.7 Longitud de la unidad CE.**

El modelo consiste de tres tendones o estructuras de tendones los cuales están modelados como resortes. Dos de estos se muestran abajo. Estos están representados como el porcentaje de la longitud de los tendones en distensión. Como puede apreciarse, se inicia con un alargamiento rápido seguido de un acortamiento lento que no es lineal.

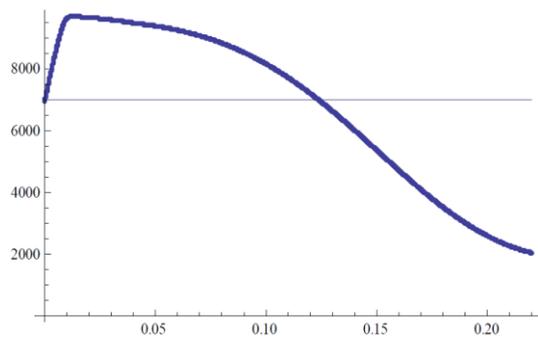


**Figura 5.8 Elongación del tendón.**

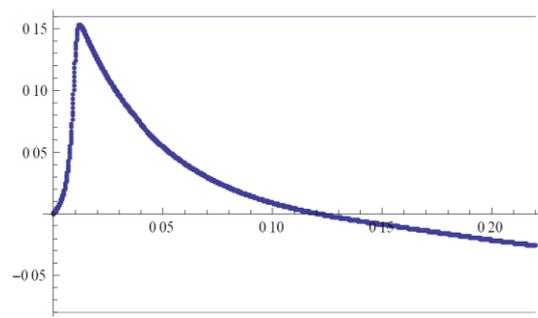


**Figura 5.9 Elongación de la unidad SE.**

Cuando se estudia el gráfico para la fuerza en la unidad MT (Figura 5.10) puede verse que también aquí hay un incremento rápido en el inicio seguido por un decremento en la fuerza. La velocidad, mostrada en la Figura 5.11, claramente muestra un incremento muy rápido en la unidad CE la cual podría deberse a la inestabilidad en el cálculo numérico de la fase inicial. El resto de los resultados parecen ser realistas, así el incremento rápido en todas la gráficas debería ser utilizado con precaución.



**Figura 5.10 Fuerza en la unidad MT.**



**Figura 5.11 Velocidad en la unidad CE.**

# 6. Conclusiones

Este trabajo ha presentado un modelo matemático de una unidad músculo-tendón inspirado en un modelo de la literatura. El modelo incluye características para las relaciones de fuerza-velocidad y fuerza-longitud, elasticidad de los puentes cruzados y las estructuras pasivas en los músculos. El modelo es sin dimensiones lo cual hace posible su uso para todos los músculos esqueléticos en el cuerpo junto con los parámetros específicos del músculo. Se excluye del modelo la posibilidad de actividad variable del músculo y ángulos pinales. La simulación del modelo de unidad músculo-tendón con la tarea de saltos en cascada genera resultados realísticos.

La parte introductoria presenta preguntas interesantes acerca de las fuerzas musculares, patrones de movimientos óptimos y cambios en los patrones de movimientos debido a lesiones. Dentro de este trabajo no se responde a estas cuestiones pero tampoco eran el objetivo del mismo debido a las restricciones de tiempo. Adicionalmente, surge la pregunta si es posible responder a estas cuestiones utilizando simulaciones computacionales validadas.

# 7. Trabajos citados

- [1] M. Viceconti and D. Testi, "Biomechanics modeling of the musculoskeletal apparatus: Status and key issues," *Proceedings of the IEEE*, vol. 94, no. 4, pp. 725-739, 2006.
- [2] E. N. Marieb, *Human Anatomy & Physiology*. San Francisco: Daryl Fox, 2004.
- [3] S. J. Hall, *Basic Biomechanics*. Delaware: McGraw-Hill, 2003.
- [4] P. V. Komi, "Stretch-shortening cycle: a powerful model to study normal and fatigued muscle," *Journal of Biomechanics*, vol. 33, no. 10, pp. 1197-1206, 2000.
- [5] R. J. Gregor and et al. R. R. Roy, "Mechanical output of the cat soleus during treadmill locomotion - in vivo vs in situ characteristics," *Journal of Biomechanics*, vol. 21, no. 9, pp. 721-732, 1988.
- [6] G. A. Cavagna, "The landing-take-off asymmetry in human running," *Journal of Experimental Biology*, vol. 209, no. 20, 2006.
- [7] A. L. Hof, "Muscle mechanics and neuromuscular control," *Journal of Biomechanics*, vol. 36, pp. 1031-1038, 2003.
- [8] M. G. Pandy, "Computer modeling and simulation of human movement," *Annual Review of Biomedical Engineering*, vol. 3, pp. 245-273, 2001.
- [9] F. E. Zajac and R. R. et al. Neptune, "Biomechanics and muscle coordination of human walking - Part I: Introduction to concepts, power transfer, dynamics and simulations.," *Gait & Posture*, vol. 16, no. 3, pp. 215-232, 2002.

- [10] F. E. Zajac and R. R. Neptune, "Biomechanics and muscle coordination of human walking - Part II: Lessons from dynamical simulations and clinical implications," *Gait & Posture*, vol. 17, no. 1, pp. 1-17, 2003.
- [11] A., S. McLean, et al. Erdemir, "Model-based estimation of muscle forces exerted during movements," *Clinical Biomechanics*, vol. 22, no. 2, pp. 131-154, 2007.
- [12] S. L., F. C. Anderson, et al. Delp, "OpenSim: open-source software to create and analyze dynamic Simulations of movement," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 54, no. 11, pp. 1940-1950, 2007.
- [13] P., T. Spägele, et al. Eberhard, "Investigations for the dynamical analysis of human motion," *Multibody System Dynamics*, vol. 3, no. 1, pp. 1-20, 1999.
- [14] M. G. Pandy, "Simple and complex models for studying muscle function in walking," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series B-Biological Sciences*, vol. 358, no. 1437, pp. 1501-1509, 2003.
- [15] S. R. Bullimore and J. F. Burn, "Ability of the planar spring-mass model to predict mechanical parameters in running humans," *Journal of Theoretical Biology*, vol. 248, no. 4, pp. 686-695, 2007.
- [16] K. B. Cheng and M. Hubbard, "Optimal jumping strategies from compliant surfaces: A simple model of springboard standing jumps," *Human Movement Science*, vol. 23, no. 1, pp. 35-48, 2004.
- [17] J. J. and A. M. Wilson Robilliard, "Prediction of kinetics and kinematics of running animals using an analytical approximation to the planar spring-mass system," *Journal of Experimental Biology*, vol. 208, no. 23, pp. 4377-4389, 2005.
- [18] K. Y. B. Cheng and M. Hubbard, "Optimal compliant-surface jumping: a multi-segment model of springboard standing jumps," *Journal of Biomechanics*, vol. 38, no. 9, pp. 1822-1829, 2005.

- [19] A. Nagano and et al. B. R. Umberger, "Neuromusculoskeletal computer modeling and simulation of upright, straight-legged, bipedal locomotion of *Australopithecus afarensis*," *American Journal of Physical Anthropology*, vol. 126, no. 1, pp. 2-13, 2005.
- [20] S. S. Blemker and S. L. Delp, "Three-dimensional representation of complex muscle architectures and geometries," *Annals of Biomedical Engineering*, vol. 33, no. 5, pp. 661-673, 2005.
- [21] U. and W. Baumann Glitsch, "The three-dimensional determination of internal loads in the lower extremity," *Journal of Biomechanics*, vol. 30, no. 11-12, pp. 1123-1131, 1997.
- [22] A. F. Huxley, "Muscular contraction," *J Physiol*, vol. 243, no. 1, pp. 1-43, 1974.
- [23] J. M. Winters and S. L. Y. Woo, "Multiple muscle systems : biomechanics and movement organization," vol. 16, no. 3, 1990.
- [24] C. Redl and et al. M. Gfoehler, "Sensitivity of muscle force estimates to variations in muscletendon properties," *Human Movement Science*, vol. 26, no. 2, pp. 306-319, 2007.
- [25] G. K., A. J. van den Bogert, et al. Cole, "Modelling of force production in skeletal muscle undergoing stretch," *Journal of Biomechanics*, vol. 29, no. 8, pp. 1091-1104, 1996.
- [26] R. A. Brand and D. R. et al. Pedersen, "THE SENSITIVITY OF MUSCLE FORCE PREDICTIONS TO CHANGES IN PHYSIOLOGICAL CROSS-SECTIONAL AREA," *Journal of Biomechanics*, vol. 19, no. 8, pp. 589-596, 1986.
- [27] F. C. Anderson and M. G. Pandy, "A Dynamic Optimization Solution for Vertical Jumping in Three Dimensions," *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, vol. 2, no. 3, pp. 201-231, 1999.

- [28] F. C. Anderson and M. G. Pandy, "Storage and utilization of elastic strain-energy during jumping," *Journal of Biomechanics*, vol. 26, no. 12, pp. 1413-1427.
- [29] M. G. Pandy and F. E. Zajac, "Optimal muscular coordination strategies for jumping," *Journal of Biomechanics*, vol. 24, no. 1, pp. 1-10, 1991.
- [30] M. F. Bobbert, "Dependence of human squat jump performance on the series elastic compliance of the triceps," *Journal of Experimental Biolog*, vol. 204, no. 3, pp. 533-542, 2001.
- [31] A., T. Komura, et al. Nagano, "Force, work and power output of lower limb muscles during human maximal-effort countermovement jumping," *Journal of Electromyography and Kinesiology*, vol. 15, no. 4, pp. 367-376, 2005.
- [32] M. G. Pandy and et al. F. E. Zajac, "An optimal-control model for maximum-height human jumping," *Journal of Biomechanics*, vol. 23, no. 12, pp. 1185-1198, 1990.
- [33] S. L. and J. P. Loan Delp, "A Graphics-based Software system to develop and analyze models of musculoskeletal structures," *Computers in Biology and Medicine*, vol. 25, no. 1, pp. 21-34, 1995.
- [34] S. L. Delp, "Surgery simulation: A computer graphics system to analyze and design musculoskeletal reconstructions of the lower limb," Department of Mechanical Engineering, Stanford University, Stanford, PhD 1990.
- [35] M., J. Rasmussen, et al. Damsgaard, "Analysis of musculoskeletal systems in the AnyBody Modeling System," *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 14, no. 8, pp. 1100-1111, 2006.
- [36] R., I. E. Brown, et al. Davoodi, "Advanced modeling environment for developing and testing FES control systems," *Medical Engineering & Physics*, vol. 25, no. 1, pp. 3-9, 2003.

- [37] F. E. Zajac and E. L. et al. Topp, "Musculotendon actuator models for use in computer studies and design of neuromuscular stimulation systems," in *RESNA '86: Association for the Advancement of Rehabilitation Technology*, Minneapolis, 1986.
- [38] R. M. Alexander, "Energy-saving mechanisms in walking and running," *Journal of Experimental Biology*, vol. 160, no. 1, pp. 55-69, 1991.
- [39] D. G. Thelen, "Adjustment of muscle mechanics model parameters to simulate dynamic contractions in older adults," *TRANSACTIONS-AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS JOURNAL OF BIOMECHANICAL ENGINEERING*, vol. 125, no. 1, pp. 70-77, 2003.
- [40] M. Stålbom and et al. D. J. Holm, "Reliability of kinematics and kinetics associated with Horizontal Single leg drop jump assessment. A brief report," vol. 6, no. 2, pp. 261-264, 2007.
- [41] F. C. Anderson and M. G. Pandy, "Dynamic optimization of human walking," *Journal of Biomechanical Engineering-Transactions of the ASME*, vol. 123, no. 5, pp. 381-390, 2001.
- [42] J. W. Fernandez and and M. G. Pandy, "Integrating modelling and experiments to assess dynamic musculoskeletal function in humans," *Experimental Physiology*, vol. 91, no. 2, pp. 371-382, 2006.