

Análisis de Estructuras Microtira Finitas Usando una Implementación Eficiente de la Técnica de Ecuación Integral

F. D. Quesada Pereira, D. Cañete Rebenaque, J. L. Gómez Tornero, F. Losilla López y A. Alvarez Melcón
Departamento de Tecnologías de la Información y las Comunicaciones
Universidad Politécnica de Cartagena

e-mail: fernando.quesada@upct.es,david.canete@upct.es,josel.gomez@upct.es,fernando.losilla@upct.es,alejandro.alvarez@upct.es

Abstract—An efficient numerical implementation of the Integral Equation technique (IE) has been developed for the analysis of the electrical characteristics of finite microstrip structures. The technique formulates a volume version of the IE for the finite dielectric objects. The numerical implementation combines rooftop basis and testing functions for the conducting metallic areas, and two different choices for the dielectric objects. The first is based on a classical approach, combining pulse basis functions and deltas for testing. The second is a novel full Galerkin approach which employs rooftop functions defined on brick cells inside the dielectrics. The input impedances of two microstrip antennas have been computed with the new technique, showing good agreement with respect measurements. Also the radiation patterns of the antennas have been evaluated, showing again good agreement with respect measurements. The practical value of the approach is that microstrip circuits can be designed minimizing the volume and size of the dielectric substrates. In addition, it is possible to accurately predict the backward radiation of practical microstrip radiators.

I. INTRODUCCIÓN

Para el análisis de estructuras microtira, el uso de la técnica de ecuación integral (IE) en combinación con las funciones de Green para medios multicapa, formulada tanto en el dominio espectral [1] como en el espacial [2], es muy popular. Mediante este método la información de las capas dieléctricas está dentro de la función de Green, de modo que el tratamiento numérico del problema queda reducido a la superficie conductora impresa sobre los sustratos, incrementándose así la eficiencia de la técnica. Una gran limitación de este procedimiento es que las capas dieléctricas se consideran infinitas en la direcciones transversales [2]. Los circuitos reales, sin embargo, son de tamaño finito. Para obtener resultados que concuerden con el modelo infinito, el sustrato debe ser mucho mayor que el circuito impreso y grande eléctricamente, aproximando así la hipótesis de tamaño infinito. Una contrapartida de este proceso de diseño es que el tamaño y volumen del circuito total no se puede optimizar convenientemente, lo que puede no ser aceptable en muchas aplicaciones espaciales. Además, del análisis de tamaño infinito no puede extraer otra información importante como la radiación trasera de las antenas impresas microtira [3].

Las técnicas actualmente disponibles para el análisis completo de estructuras finitas microstrip 3D son elementos finitos,

diferencias finitas y el método de las líneas. Estas técnicas, sin embargo, requieren de computaciones numéricas muy costosas, especialmente porque todo el volumen alrededor de la estructura se debe discretizar, a menudo en combinación con alguna clase de condición de contorno absorbente [4]. En cuanto a la técnica de ecuación integral, se han publicado algunas propuestas para el análisis de estructuras microtira, usando ambas formulaciones equivalentes, de superficie y de volumen [5], [6]. Sin embargo, únicamente se han presentado resultados preliminares de estructuras muy simples en [6].

En esta comunicación presentamos dos implementaciones numéricas eficientes de la técnica de ecuación integral equivalente de volumen aplicada al análisis de estructuras microtira finitas. Ambas implementaciones combinan funciones rooftop de base y de test para las superficies conductoras con dos posibilidades para los objetos dieléctricos finitos. La primera se basa en utilizar pulsos como funciones de base y deltas como funciones de test, de forma similar a como se presenta en [6]. A diferencia de la técnica en [6], sin embargo, el uso de funciones rooftop de base y de test para las zonas conductoras aumenta la estabilidad numérica del método, y se pueden obtener resultados precisos tanto para la impedancia de entrada como para el diagrama de radiación de antenas microstrip. La segunda posibilidad para tratar los objetos dieléctricos finitos es la implementación de tipo Galerkin completa, la cual emplea funciones de base y de test definidas en el volumen de las celdas con forma de prismas rectangulares utilizadas en la discretización de los dieléctricos. La ventaja de esta segunda formulación es que se evita derivar la función de Green del potencial escalar, reduciendo de este modo considerablemente el nivel de la singularidad en el proceso de integración posterior.

II. DESARROLLO TEÓRICO

La formulación de la ecuación integral de volumen para una estructura microtira de tamaño finito, como la mostrada en la figura Fig. 1, sigue el desarrollo presentado en [6].

Para las áreas metalizadas la condición de contorno que se impone es la nulidad del campo eléctrico tangencial, concretamente:

$$\bar{E}^{(\text{tot})} = [\bar{E}_t^{(\text{exc})} + \bar{E}_t^{(\text{scat})}] \Big|_{S_e} = 0 \quad (1)$$

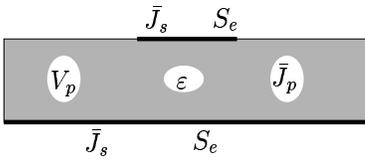


Fig. 1. Estructura microtira genérica de tamaño finito analizada en esta comunicación.

En la ecuación anterior, $\bar{E}_t^{(\text{exc})}$ es el campo eléctrico de la excitación, que representa la excitación de la estructura microtira de la figura Fig. 1. En esta comunicación el circuito se alimenta con un cable coaxial, y se utiliza un modelo de excitación delta-gap como el descrito en [7], [8]. Además $\bar{E}_t^{(\text{scat})}$ es el campo reflejado, que para la estructura microtira de la figura Fig. 1 es debido a corrientes de polarización en el dieléctrico y a corrientes de superficie en las áreas metálicas:

$$\bar{E}^{(\text{scat})} = \int_{V_p} \bar{G}_{E_J} \cdot \bar{J}_p dV' + \int_{S_e} \bar{G}_{E_J} \cdot \bar{J}_s dS' \quad (2)$$

donde \bar{G}_{E_J} es la función de Green genérica de campo eléctrico producida por una corriente eléctrica, J_p son las corrientes de polarización definidas en el volumen del dieléctrico, y J_s son las corrientes de superficie inducidas en las zonas metalizadas de la estructura. En la presente comunicación, se usan funciones de Green de potenciales mixtos en lugar de funciones de Green de campo, para reducir el comportamiento singular [9]. Además, en la región del dieléctrico el equivalente de volumen impone las siguientes restricciones al campo total:

$$\bar{J}_p = j \omega (\varepsilon - \varepsilon_0) \bar{E}^{(\text{tot})} \Big|_{V_p} \quad (3)$$

Si utilizamos el modelo de excitación delta-gap [7], [8], el campo eléctrico excitador $\bar{E}_t^{(\text{exc})}$ sólo existe en la zona de contacto entre el conector y la sonda coaxial, siendo nulo en el interior del dieléctrico. Utilizando (1) podemos simplificar (3) como sigue:

$$\bar{J}_p = j \omega (\varepsilon - \varepsilon_0) \bar{E}^{(\text{scat})} \Big|_{V_p} \quad (4)$$

Combinando las expresiones (1), (2) y (4), se obtiene fácilmente el siguiente sistema de ecuaciones integrales acopladas:

$$\bar{E}_t^{(\text{exc})} = \left\{ - \int_{V_p} \bar{G}_{E_J} \cdot \bar{J}_p dV' - \int_{S_e} \bar{G}_{E_J} \cdot \bar{J}_s dS' \right\}_{S_e} \quad (5a)$$

$$0 = \left\{ \frac{\bar{J}_p}{j \omega (\varepsilon - \varepsilon_0)} - \int_{V_p} \bar{G}_{E_J} \cdot \bar{J}_p dV' - \int_{S_e} \bar{G}_{E_J} \cdot \bar{J}_s dS' \right\}_{V_p} \quad (5b)$$

La resolución del sistema de ecuaciones integrales produce como resultado la corriente de polarización de volumen dentro del dieléctrico \bar{J}_p y la densidad de corriente inducida \bar{J}_s en la zona metalizada. Una vez conocidas éstas, los campos electromagnéticos en la estructura se calculan fácilmente con (2).

Para la solución numérica de (5), la superficie de las áreas metalizadas se discretiza en celdas rectangulares utilizando siempre funciones base y test de tipo rooftop. Esto ha demostrado ser con diferencia la mejor elección para representar las corrientes inducidas en las superficies metalizadas impresas de las estructuras microtira [9]. En la presente comunicación, dicha elección ha conducido a resultados precisos para la obtención de los parámetros de scattering y las impedancias de entrada de circuitos impresos microtira.

Para el tratamiento de objetos dieléctricos finitos, se presentó una primera opción en [6]. En este caso se selecciona una combinación de funciones de base pulso con deltas para el test. Esta formulación conduce a una matriz del sistema que es no simétrica, ya que el proceso de test en la superficie de las áreas metalizadas se ejecuta de forma distinta al test en el volumen dieléctrico. En particular, cuando la base se toma en las superficies metalizadas y el test en el dieléctrico, no se puede evitar el gradiente de la función de Green del potencial escalar. En este caso las integrales contienen una singularidad del orden de $(1/r^3)$, que no es fácilmente extraíble con métodos numéricos. Para evitar la singularidad, se aplica el test usando deltas en el punto central de la celda de volumen. La ventaja de hacerlo de este modo, es que el punto de test nunca cae dentro de la base de integración. Sin embargo, si el espesor del sustrato dieléctrico es eléctricamente muy pequeño, entonces se ha de integrar una función de Green que exhibe variaciones rápidas, ya que los puntos de test permanecen muy cerca de la base de integración. Para los ejemplos que se muestran en este artículo (grosor del dieléctrico $t < 0.0001\lambda$), se necesitan 240 puntos de integración en las superficie impresas metálicas para tratar convenientemente esta situación quasi-singular. Cuando el grosor del dieléctrico se incrementa hasta ($t > 0.01\lambda$), entonces sólo se necesitan 24 puntos para lograr un grado de precisión similar.

Para superar esta limitación, se ha implementado un nuevo tratamiento numérico de los objetos dieléctricos finitos. En este caso se formulación es de tipo Galerkin, empleando funciones rooftop en el interior de los objetos dieléctricos (ver Fig. 2 para la formulación de las funciones de base y de test). La primera ventaja de esta técnica es que produce una matriz del sistema completamente simétrica. Además, para todas las interacciones el gradiente del potencial escalar eléctrico se transfiere a la función de test, resultando en una carga eléctrica constante definida dentro del volumen de la celda de prisma rectangular usada para la discretización de la geometría. Consecuentemente, la evaluación de todas las integrales requiere el tratar con singularidades débiles del tipo $(1/r)$. En la presente comunicación estas singularidades débiles se tratan numéricamente siguiendo procesos sencillos. Las integrales de superficie singulares se evalúan usando coordenadas polares, puesto que el Jacobiano de la transformación polar compensa exactamente la singularidad débil de la función de Green. Empleando la misma idea, las integrales singulares de volumen se evalúan usando coordenadas esféricas. En este caso el

Jacobiano de la transformación es proporcional a (r^2) , el cual compensa completamente la singularidad débil $(1/r)$ de la función de Green. La función total a integrar tiene un comportamiento suave, por lo que necesita sólo 64 puntos para que cada integral de volumen converja, incluso para sustratos dieléctricos de espesor muy reducido. El resto de integrales no singulares se resuelven empleando reglas de integración específicas para cubos [10].

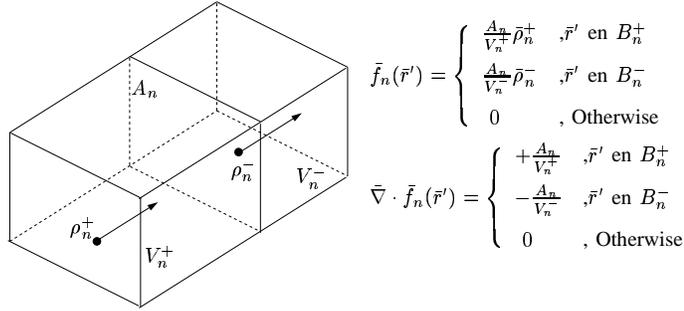


Fig. 2. Funciones base definidas en dos celdas contiguas con forma de prisma rectangular.

IV. RESULTADOS

La implementación numérica eficiente de la técnica de ecuación integral con equivalente de volumen empleada en esta comunicación, ha permitido evaluar de forma precisa por primera vez la impedancia de entrada y las características de radiación de antenas microtira finitas.

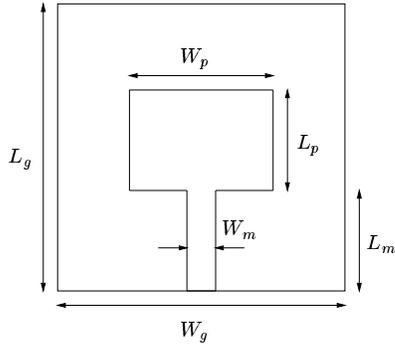


Fig. 3. Antena de parche impresa introducida en [6]. Las dimensiones son $L_g = 15.0\text{cm}$, $W_g = 15.0\text{cm}$, $L_p = 5.0\text{cm}$, $W_p = 5.0\text{cm}$, $L_m = 5.0\text{cm}$, $W_m = 1.0\text{cm}$. La permitividad dielectrica es $\epsilon_r = 2.56$ y el grosor $h = 0.2\text{cm}$.

La primera estructura estudiada es una antena microtira de parche presentada en [6] (Fig. 3). Sin embargo, en [6] no se mostraban resultados de la impedancia de entrada de la antena, y en [6] los diagramas de radiación obtenidos con un equivalente de volumen y con una formulación con un equivalente de superficie no concuerdan bien, siendo esto un indicativo de imprecisiones. En la figura Fig. 4 presentamos por primera vez la impedancia de entrada de esta antena. La figura Fig. 4 muestra los resultados obtenidos con las dos propuestas desarrolladas en esta comunicación; y los resultados obtenidos empleando la función de Green del medio

multicapa en el dominio espacial para un modelo de dieléctrico infinito [9]. Se puede ver que en este caso las tres técnicas concuerdan muy bien, en particular aparece una resonancia de radiación en 1.875GHz . Los diagramas de radiación de esta estructura a la frecuencia de resonancia se muestran en la Fig. 5a (plano E) y Fig. 5b (plano H). Las figuras sólo

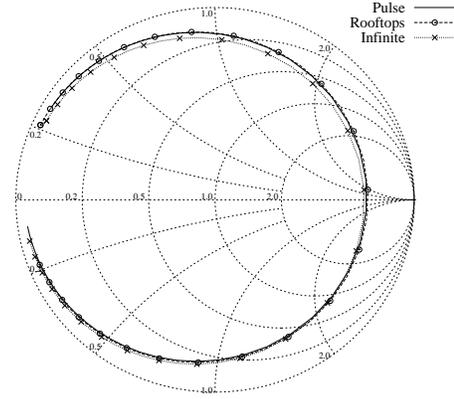


Fig. 4. Impedancia de entrada de la antena presentada en [6].

presentan los resultados obtenidos con rooftop en el sustrato ya que los resultados obtenidos con pulsos son muy similares. La figuras también muestran los resultados obtenidos con el modelo de sustrato infinito, y los resultados presentados en [6]. Los diagramas de radiación son similares en todos los casos en el semiespacio superior, pero no en el semiespacio inferior. En particular, con el modelo de sustrato infinito no hay información sobre la radiación trasera de la antena.

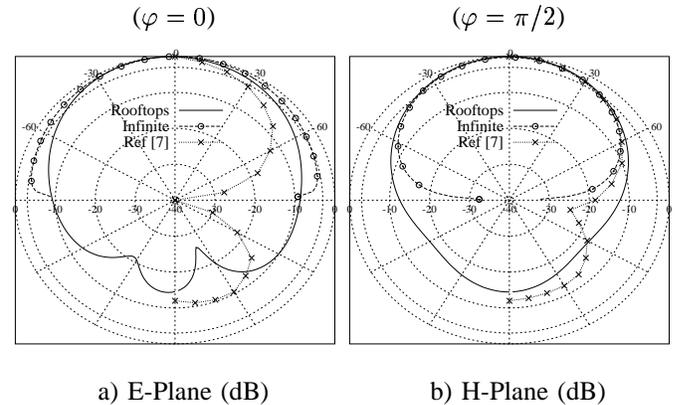


Fig. 5. Diagramas de radiación de la antena presentada en [6].

Para verificar los resultados obtenidos con la nueva implementación numérica de ecuación integral equivalente de volumen, se analiza una segunda antena microtira (Fig. 6) presentada en [11]. Primero, presentamos en la figura Fig. 7 la impedancia de entrada de esta antena, y comparamos los resultados con los datos obtenidos procedentes de medidas. También los resultados obtenidos con el modelo de dieléctrico

infinito se incluyen como referencia. Se puede ver que en todos los casos los resultados son buenos, pero la impedancia de entrada obtenida con el nuevo modelo de dieléctrico finito está más próxima a las medidas que el modelo de dieléctrico finito. En este caso, por lo tanto, es importante tener en cuenta los efectos laterales del sustrato de tamaño finito si se desean resultados precisos.

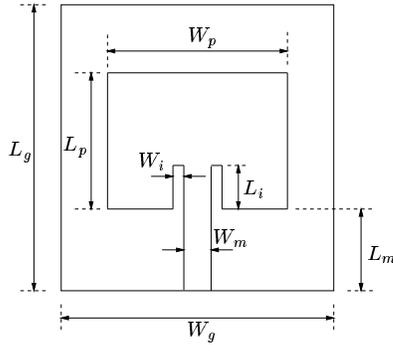


Fig. 6. Antena de parche impresa presentada en [?]. Las dimensiones son $L_g = 40.0\text{mm}$, $W_g = 40.0\text{mm}$, $L_p = 15.70\text{mm}$, $W_p = 24.0\text{mm}$, $L_m = 13.0\text{mm}$, $W_m = 4.90\text{mm}$, $L_i = 3.30\text{mm}$, $W_i = 0.55\text{mm}$. La permitividad dieléctrica del sustrato es $\epsilon_r = 2.33$, y el grosor $h = 1.57\text{mm}$.

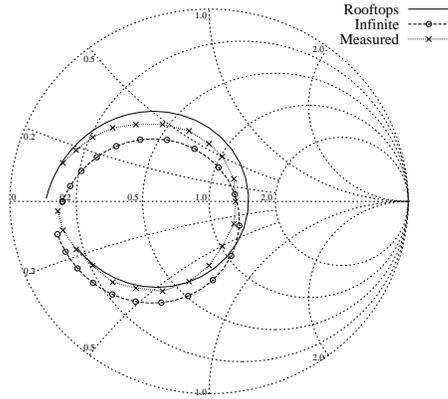


Fig. 7. Impedancia de entrada de la estructura mostrada en la Fig. 6.

Finalmente, presentamos los diagramas de radiación de esta estructura en 5.94GHz en la Fig. 7a (plano E) y Fig. 7b (plano H). Las figuras comparan los resultados obtenidos con la nueva propuesta, con los resultados de sustrato infinito, y con medidas. Se puede ver que la concordancia es buena, y en particular la radiación trasera que predice el nuevo modelo numérico está muy próxima a los diagramas de radiación medidos experimentalmente.

V. CONCLUSIONES

En esta comunicación presentamos dos implementaciones numéricas eficientes de una formulación de ecuación integral de equivalente de volumen. Los nuevos modelos se han aplicado al cálculo de las características eléctricas de estructuras microstrip de tamaño finito. Tanto la impedancia de entrada de antenas de parche microtira como los diagramas de radiación

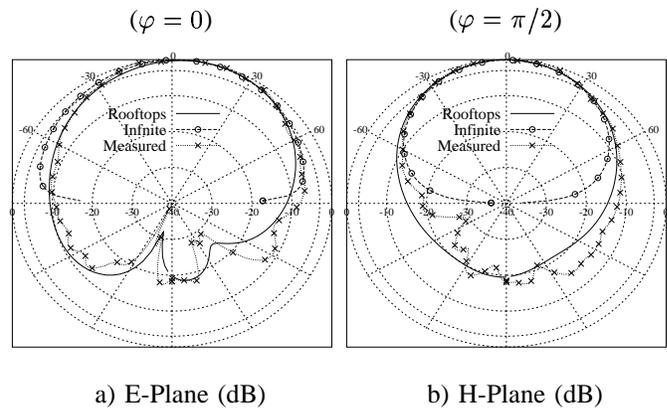


Fig. 8. Diagramas de radiación de la antena mostrada en Fig. 6.

presentan buena concordancia al comparar con las medidas. La nueva técnica se puede usar para el diseño de circuitos microstrip de volumen reducido, y para la predicción de la radiación trasera de antenas microtira reales.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido desarrollado gracias a los proyectos nacionales ESP2001-4546-PE, TIC2000-0591-C03-03, proyecto Séneca 2003, y soporte de la *Agencia Espacial Europea*.

REFERENCES

- [1] F. Mesa and R. Marques, "Integral representation of spatial green's function and spectral domain analysis of leaky covered strip-like lines," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 43, pp. 828–837, April 1995.
- [2] N. Kinayman and M. I. Aksun, "Efficient use of closed form green's functions for the analysis of planar geometries with vertical connections," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 45, pp. 593–603, May 1997.
- [3] J. R. Mosig and F. E. Gardiol, *A Dynamic Radiation Model for Microstrip Structures*, ch. 3, pp. 139–237. Academic Press, 1982.
- [4] M. I. Aksun and G. Dural, "Comparative evaluation of absorbing boundary conditions using green's functions for layered media," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 44, pp. 152–156, February 1996.
- [5] T. K. Sarkar and E. Arvas, "An integral equation approach to the analysis of finite microstrip antennas: Volumen/surface formulation," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 38, pp. 305–312, March 1990.
- [6] T. K. Sarkar, S. M. Rao, and A. R. Djordjevic, "Electromagnetic scattering and radiation from finite microstrip structures," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 38, pp. 1568–1575, November 1990.
- [7] G. V. Eleftheriades and J. R. Mosig, "On the network characterization of planar passive circuits using the method of moments," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 44, pp. 438–445, March 1996.
- [8] A. A. Melcon, J. R. Mosig, and M. Guglielmi, "Efficient CAD of boxed microwave circuits based on arbitrary rectangular elements," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 47, pp. 1045–1058, July 1999.
- [9] J. R. Mosig, "Arbitrarily shaped microstrip structures and their analysis with a mixed potential integral equation," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 36, pp. 314–323, February 1988.
- [10] R. Cools, "Monomial cubature rules since stroud: A compilation, part. 2," *J. Comput. Appl. Math.*, vol. 112, no. 1-2, pp. 21–27, 1999.
- [11] F. Tiezzi, A. A. Melcon, and J. R. Mosig, "A new excitation model for microstrip antennas on finite size ground planes," in *Proceedings of IEEE, AP-2000 Symposium*, AP-S, 2000. 1A9, No. 0277.