



Laboratorio de Hidráulica de la UPCT

PROYECTO FINAL DE CARRERA

CÉSAR SÁNCHEZ ARÉVALO

**RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE FLUJO
ESPACIALMENTE VARIADO CON CAUDALES
DECRECIENTES (F.E.V.) MEDIANTE MÉTODOS
NUMÉRICOS. CASO DE UNA REJA DE CAPTACIÓN DE
FONDO EN CANAL EN LÁMINA LIBRE**



Autor	César Sánchez Arévalo
E-mail	cesaringer@gmail.com
Directores	Juan Carlos Trillo Moya Juan Tomás García Bermejo
E-mail de los Directores	jctrillo@upct.es Juan.gbermejo@upct.es
Título del PFC	Resolución de ecuaciones de flujo espacialmente variado con caudales decrecientes (F.E.V.) mediante métodos numéricos. Caso de una reja de captación de fondo en canal en lámina libre.
Resumen	<p>El presente proyecto resuelve las ecuaciones de Flujo Espacialmente Variado con Caudales Decrecientes (Sotelo, 1998) para el caso de una reja de captación de fondo situada en un canal que funciona en lámina libre y con un régimen de aproximación subcrítico ($Fr < 1$). La reja es de perfiles longitudinales al flujo. La resolución se lleva a cabo mediante métodos numéricos, programados sobre el paquete informático MATLAB.</p> <p>Los valores de caudal pasante sobre la reja, y el perfil adoptado por la lámina de agua a lo largo de la coordenada longitudinal de la reja son calculados mediante métodos numéricos, y comparados con valores medidos en modelo físico disponible en el Laboratorio de Hidráulica de la Escuela de Ingeniería de Caminos Canales y Puertos y de Ingeniería de Minas (en la UPCT).</p>
Titulación	Ingeniería Técnica de Obras Públicas, Especialidad en Hidrología
Departamentos	Departamento Matemática Aplicada Ingeniería Civil
Fecha de presentación	10 de Octubre de 2013



Desearía agradecer encarecidamente a toda mi familia y amigos, por el apoyo recibido durante todo este tiempo. Agradecer al Grupo de Investigación y Desarrollo Hidr@m – Ingeniería Hidráulica, Marítima y Medioambiental. Sin olvidarme por supuesto de mis dos Directores que han hecho posible la realización de este proyecto: Juan Carlos Trillo Moyá y Juan Tomás García Bermejo. Unificando así en este proyecto el Departamento de Matemática Aplicada y Estadística con el Departamento de Ingeniería Civil.



ÍNDICE GENERAL

1	Introducción.	6
2	Flujo en un canal.	12
	2.1 Geometría de un canal.	13
	2.2 Tipos de flujo.	15
	2.2.1. Flujo permanente y no permanente.	15
	2.2.2. Flujo uniforme y variado.	15
	2.2.3. Flujo laminar y turbulento.	18
	2.2.4. Flujo subcrítico y supercrítico.	18
3	Flujo espacialmente variado.	20
	3.1 Consideraciones generales.	20
	3.2 Canales de gasto decreciente.	21
	3.2.1. Aspectos generales.	21
	3.2.2. Perfiles del flujo.	23
	3.2.4. Canal con una reja de fondo.	24
4	Integración de la ecuación dinámica de flujo.	26
	4.1 Métodos numéricos.	26
	4.2 Método de Euler.	27
	4.3 Método Mejorado de Euler.	28
	4.4 Método Modificado de Euler.	29
	4.5 Método de Runge Kutta de cuarto orden.	30
5	Explicación términos influyentes en el cálculo.	31
6	Obtención de ecuaciones de cálculo.	37
	6.1 Obtención ecuación algoritmo 1.	37
	6.2 Obtención ecuación algoritmo 2.	39
	6.3 Obtención ecuación algoritmo 3.	39
7	Definición y cálculo de algoritmos.	40
	7.1 Algoritmo 1 (Matlab).	40
	7.2 Algoritmo 2 (Matlab).	44
	7.3 Algoritmo 3 (Matlab).	49



8	Vista y explicación de la funcionalidad de la interfaz.	54
8.1	Representación gráfica.	54
8.2	Gráfica de comparación de caudales.	58
8.2.1.	Gráfica de comparación de caudales.	58
8.2.2.	Gráfica de comparación de calado.	59
9	Conclusión.	60
10	Imágenes de laboratorio.	61
11	Bibliografía.	67



Índice de figuras

1.1 Imagen Laboratorio hidráulica UPCT.	5
1.2 Imagen Laboratorio hidráulica UPCT.	6
1.3 Reja de barras paralelas.	7
1.4 Esquema esclarecedor de la variación de caudal que sufre el fluido.	8
1.5 Esquema de la curva de caudal al paso por la reja e inclinación de dicha reja.	8
1.6 Esquema esclarecedor de los términos empleados.	9
2.1 Corte longitudinal y sección transversal de un canal.	13
2.2 Flujo variado.	14
2.3 Flujo uniforme.	16
3.1 Flujo sobre una reja de fondo.	21
3.2 Vertedor tirolés.	22
3.3 Flujo sobre una reja de fondo.	23
4.1 Representación geométrica del Método de Euler.	25
4.2 Representación geométrica del método mejorado de Euler.	27
4.3 Representación geométrica del método modificado de Euler.	28
5.1 Curvas de energía específica-tirante para gasto constante.	32
5.2 Gráfico de las mediciones realizadas por Nosedá para tipo de reja B.	34
5.3 Imagen Laboratorio hidráulica UPCT.	35
8.1 Interfaz gráfica.	53
8.2 Interfaz gráfica.	54
8.3 Interfaz gráfica.	56
8.4 Interfaz gráfica.	57
8.5 Interfaz gráfica.	58
10.1 Imagen Laboratorio hidráulica UPCT.	62
10.2 Imagen Laboratorio hidráulica UPCT.	63
10.3 Imagen Laboratorio hidráulica UPCT.	64
10.4 Imagen Laboratorio hidráulica UPCT.	65



Índice de tablas

1.1 Explicación términos influyentes en el cálculo.	6
8.1 Ecuaciones empleadas.	56
9.1 Explicación términos influyentes en el cálculo.	59

1. Introducción

El Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Politécnica de Cartagena posee un modelo físico para el estudio de sistemas de captación de fondo en cauces efímeros. Más concretamente rejas de captación de fondo de barras longitudinales planas y que pueden adoptar varios espaciamientos entre barrotes. El canal donde se sitúan las rejas es de 50 cm de ancho, y la reja tienen una longitud de 90 cm. Dichas rejas pueden adoptar diferentes pendientes longitudinales variando desde la pendiente nula hasta el 33% de pendiente aproximadamente. Dicho modelo físico está construido con las mismas dimensiones que el modelo empelado por Nosedá en 1956.

A continuación se puede observar una fotografía del laboratorio donde se han llevado a cabo las mediciones con las que se compararán los datos obtenidos mediante cálculo numérico, Se puede apreciar perfectamente el canal de estudio con paredes transparentes para la perfecta medición de diversos parámetros.



Figura 1.1: Laboratorio hidráulica UPCT

Se dispone de tres tipos de rejas, en las que podemos observar diferentes separaciones entre barras y por lo tanto una diferencia en el índice de porcentaje de huecos. Como podemos observar a continuación tenemos tres rejas de barras longitudinales, utilizando la reja de tipo de barras longitudinales resaltada en la imagen para nuestro estudio tenemos:

Tabla 1.1: Tipos de rejas empleadas en el estudio del Doctor Nosedá en 1956

Designación * * *	Longitud (m)	Anchura (m)	Tipo de reja (mm)	Direcciones de las barras	Distancia entre barras (mm)	Porcentaje de huecos
A	0,9	0,5	T 30//25/2	Longitudinales	5,7	0,16
B	0,9	0,5	T 30//25/2	Longitudinales	8,5	0,22
C	0,9	0,5	T 30//25/2	Longitudinales	11,7	0,28

(L) Longitud total de la reja igual a 90 cm, (b) un ancho de la reja igual al ancho de nuestro canal de laboratorio de 50 cm. La reja que se va a emplear para comparar con los resultados numéricos es la reja C, de separación entre barras de 11,7 mm, y un porcentaje de huecos (m) de 0,28. SE utilizará con pendiente nula, horizontal, y para el caudal específico de 53,8 l/s.m



Figura 1.2: Laboratorio hidráulica UPCT



Se Observa en la foto el tipo de reja de trabajo y su posición de partida no sufriendo ningún tipo de variación de la inclinación a lo largo de todas las mediciones

Así, en resumen, el presente proyecto se centra en el caudal específico de 53,8 l/s.m, pendiente de la reja nula, reja de barras paralelas y longitudinales al flujo con índice de huecos 0,28 y con régimen de aproximación subcrítico.

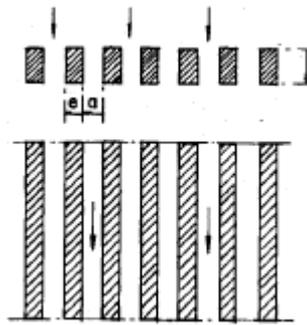


Figura 1.3: Reja de barras paralelas

Definición del flujo

Al tener una reja de fondo en nuestro canal enmarcamos dicho canal dentro de los canales de gasto decreciente. Generando un flujo espacialmente variado. (Sotelo, 1998)

Para el cálculo de las ecuaciones que lo definen se parte de la ecuación de Bernoulli en una línea de corriente y de la ecuación de captación de un tramo de reja que se iguala a la ecuación de un orificio. A estas ecuaciones se añade el supuesto de que la energía se mantiene constante a lo largo de la reja aun cuando los caudales son decrecientes. Algunos autores consideran: a) la energía específica constante y otros consideran b) que el valor de la energía no se modifica, es decir que no hay pérdidas.

Se toma como referencia el caudal por metro lineal de ancho de canal, es decir se trabaja con caudal específico Con lo que tendremos nuestro caudal expresado en m^2/s ó $m^3/s.m$.

Teniendo en cuenta que nuestro fluido se trata de **agua limpia**, despreciaremos en este caso el coeficiente de obstrucción producida por arenas y gravas que se incrustan entre las rejillas (f) y que se tomaría en el caso de que no hubiéramos trabajado con agua limpia un valor de 15 a 30 por ciento (0,15 a 0,30). (Gilberto Sotelo Ávila, Hidráulica de Canales 2002)

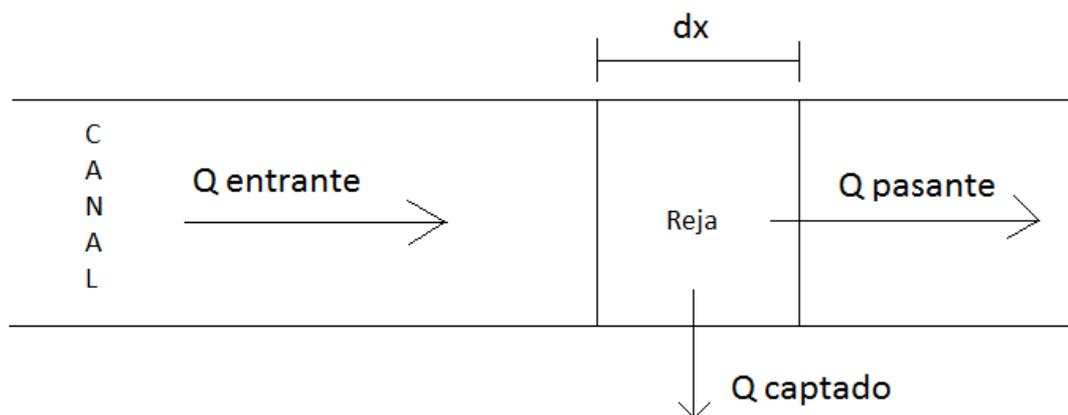


Figura 1.4: Esquema esclarecedor de la variación de caudal que sufre el fluido



Posición de La Reja

También debemos resaltar la posición de nuestra reja, dado que está situada en posición horizontal haremos que sea coincidente con nuestro eje de abscisas. Siendo nuestro origen el inicio de la reja y partiendo de este eje para fijar la cota "Z" (altura en la dirección de la gravedad desde una cota de referencia). Siendo $Z=0$ en el eje horizontal de la reja, que tomaremos como referencia a la hora de medir el calado del canal.

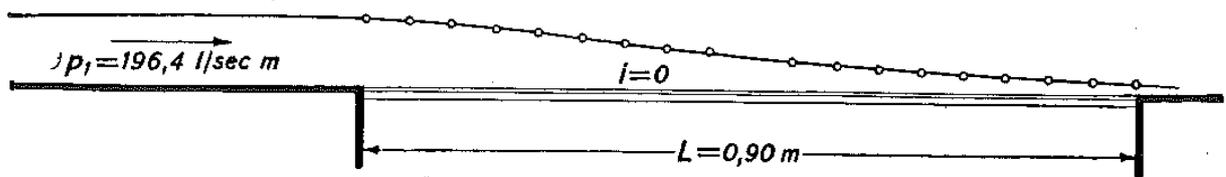


Figura 1.5: Esquema de la curva de caudal al paso por la reja e inclinación de dicha reja.

Datos para resolución numérica de ecuaciones

Una vez definido el modelo físico de trabajo formado por: canal, reja, y se hayan calculado las ecuaciones que gobiernan el flujo, y a partir de los datos obtenidos en el laboratorio pasaremos al cálculo matemático para su posterior comparación.

Sabiendo que:

- Porcentaje de huecos $\rightarrow m = 0,28$
- Inclinación $\rightarrow \alpha = 0$
- Posición inicial en que se discretiza la reja $\rightarrow x_0 = 0 \text{ m}$
- Caudal inicial $\rightarrow q_0 = 0,0538 \text{ m}^2/\text{s}$
- Longitud de la reja $\rightarrow L = 0,9 \text{ m}$
- Paso de discretización espacial $\rightarrow h = 0,01 \text{ m}$

Y dónde:

- H = Energía total por unidad de peso.
- E = Energía específica del flujo al iniciar la reja
- v = velocidad del fluido en la sección considerada.
- y = presión hidrostática en el fondo o altura de la lámina de agua.
- g = aceleración gravitatoria.
- z = altura en la dirección de la gravedad desde una cota de referencia.
- C_q - coeficiente de descarga.

**Algoritmo 1** (M. Bouvard, 1954) (M. Bouvard, 1954)

El Algoritmo 1 consiste en la resolución de la ecuación de primer orden y de grado 6, de la cual obtendremos unos valores de caudal según en la posición de la reja que nos encontremos (según los pasos de discretización).

La ecuación a resolver es:

$$\left(\frac{dq}{dx}\right)^6 - 2 \cdot g \cdot (m Cq)^2 \cdot \cos \alpha \cdot (x \cdot \sin \alpha + H) \cdot \left(\frac{dq}{dx}\right)^4 + 4 \cdot g^2 \cdot q^2 \cdot (m Cq)^6 \cdot \cos \alpha^2 = 0 \quad (\text{ec. 1.1})$$

Que convertiremos en una ecuación de primer orden de grado 3 para su correcta resolución.

Formulas con las que trabajaremos para el cálculo de (ec. 1.1):

$$\frac{dq}{dx} = \frac{mCq2\sqrt{y \cos \alpha(H_0+x \sin \alpha-y \cos \alpha)}+y \sin \alpha}{3y \cos \alpha-2(H_0+x \sin \alpha)} \quad (\text{ec. 1.2})$$

$$\frac{dq}{dx} = -m Cq\sqrt{2g y \cos \alpha} \quad (\text{ec. 1.3})$$

Algoritmo 2

El Algoritmo 2 consiste en la resolución de dos ecuaciones, una dependiente de la otra. Y suponiendo la Energía total del fluido constante (H cte) a lo largo de toda la reja.

Formulas con las que trabajaremos:

$$\frac{dq}{dx} = \frac{mCq2\sqrt{y \cos \alpha(H_0+x \sin \alpha-y \cos \alpha)}+y \sin \alpha}{3y \cos \alpha-2(H_0+x \sin \alpha)} \quad (\text{ec. 1.2})$$

$$\frac{dq}{dx} = -m Cq\sqrt{2g y \cos \alpha} \quad (\text{ec. 1.3})$$



Algoritmo 3

El algoritmo dos consiste en la resolución de dos ecuaciones, una dependiente de la otra. Y suponiendo la Energía específica del flujo (E cte) constante a lo largo de toda la reja.

Formulas con las que trabajaremos:

$$\frac{dq}{dx} = -m Cq \sqrt{2g y \cos \alpha} \quad (\text{ec. 1.2})$$

$$\frac{dq}{dx} = \frac{mCq2\sqrt{y \cos \alpha (E_0 - y \cos \alpha)}}{3 y \cos \alpha - 2(E_0)} \quad (\text{ec. 1.3})$$

Utilizaremos estos algoritmos para calcular el caudal restante al pasar por nuestra reja horizontal (reja de barras paralelas).

Y compararemos posteriormente los resultados obtenidos en nuestra interfaz gráfica de MATLAB, con los datos empíricos del laboratorio.



2. Flujo en un canal

(Reinius E. "Steady Flow in Open Channels" 1961)

El flujo de un canal se produce, principalmente por la acción de la fuerza de la gravedad y se caracteriza porque expone una superficie libre a la presión atmosférica, siendo el fluido siempre líquido, por lo general agua.

El movimiento de un líquido a superficie libre se ve afectado por las mismas fuerzas que intervienen en el flujo dentro de un tubo, a saber:

- La fuerza de gravedad, como la más importante en el movimiento.
- La fuerza de resistencia ocasionada en las fronteras rígidas por la fricción y la naturaleza casi siempre turbulenta del flujo.
- La fuerza producida por la presión que se ejerce sobre las fronteras del canal, particularmente en las zonas donde cambia su geometría.
- La fuerza debida a la viscosidad del líquido, de poca importancia si el flujo es turbulento.

A estas se agregan, excepcionalmente, las siguientes:

- La fuerza de tensión superficial, consecuencia directa de la superficie libre.
- Las fuerzas ocasionadas debidas al movimiento del sedimento arrastrado.

La superficie libre se considera como la intercara entre dos fluidos. El superior, que es aire estacionario o en movimiento. Las fuerzas de gravedad y de tensión superficial resisten cualquier fuerza tendiente a distorsionar la intercara, la cual constituye una frontera sobre la que se tiene un control parcial.

La aparente simplicidad resultante de la superficie libre es irreal, ya que su tratamiento es, en la práctica, más complejo que el de un conducto a presión. La interacción entre las fuerzas da lugar a la complejidad, y únicamente a base de simplificaciones y generalizaciones es posible entender su mecánica.

De acuerdo con su origen, los canales pueden ser naturales o artificiales (como es en nuestro caso dentro del laboratorio). Los naturales son las conducciones hidráulicas que existen para el drenaje natural sobre la tierra, como arroyos, ríos, estuarios, etc. Los artificiales son los construidos por el hombre para fines de riego, drenaje, generación de energía, navegación, etc.

El flujo en un canal natural se aloja dentro de lo que se llama cauce, producido por el movimiento del agua al paso de siglos. Su perfil longitudinal es sinuoso, su sección transversal es irregular, y tiene forma y dimensiones que varían continuamente a lo largo del mismo.

Los canales artificiales tienen, por lo general, secciones geométricas de forma y dimensiones constantes en tramos más o menos largos.

La superficie o línea generada en el fondo por la base o vértice inferior de la sección, se conoce como plantilla o solera. Su inclinación, en el sentido de la corriente y respecto de la horizontal, puede ser constante en tramos largos.



Cuando el tramo de un canal tiene sección e inclinación de plantilla constantes, se denomina prismático.

Un canal natural nunca es prismático. El flujo en un río por lo general arrastra material sólido (materia en suspensión, arena, gravas e incluso grandes piedras), que modifica continuamente la forma, dimensiones de la sección y perfil del cauce e impide una definición precisa de su rugosidad.

2.1 Geometría de un canal

En lo relativo a la geometría en el sentido longitudinal, la pendiente de un canal es el cociente S_0 del desnivel entre dos puntos sobre la plantilla y la distancia horizontal que los separa. De acuerdo con la figura 1, la $S_0 = \tan \theta$, donde θ es el ángulo de inclinación de la plantilla respecto de la horizontal. En canales naturales la definición equivalente a la pendiente media entre los dos puntos.

En la práctica es común que θ sea menor o igual a 0.14 rad (8°). Esto es, canales de pendiente pequeña, para los que $\tan \theta \leq 0.14054$ y $\sin \theta \leq 0.13917$, de modo que la pendiente se puede confundir con $\sin \theta$, sin incurrir en error mayor del uno por ciento.

De acuerdo con la definición general de una conducción, la sección transversal de un canal se refiere a la sección perpendicular al fondo o a la línea de inclinación media de su plantilla (figura 2.1).

La sección de los canales naturales es de forma muy irregular y varía continuamente de un sitio a otro. Los artificiales con frecuencia se diseñan con secciones geométricas regulares, siendo las más comunes: la trapezoidal, la rectangular, la triangular y la semicircular. La parabólica se usa como aproximación en los naturales. En túneles donde el flujo sea a superficie libre, es frecuente encontrar las formas circular y de herradura. La sección de la forma de la sección depende del tipo de canal que se va a construir, siendo la trapezoidal la más común en los revestidos y no revestidos, la rectangular en los revestidos con materiales estables (cemento, mampostería, madera, etc.) la triangular en los pequeños y en cunetas de carreteras, y la circular en alcantarillas, colectores y túneles. Existen formas compuestas de las anteriores que son de gran utilidad en conductos abovedados, como grandes alcantarillas y emisores, que por sus dimensiones se permite el paso del hombre a su interior.

La sección transversal de un canal se localiza mediante la coordenada x sobre la plantilla según su eje. Los elementos geométricos más importantes de la sección se describen a continuación.

Tirante: es la distancia y perpendicular a la plantilla, medida desde el punto más bajo de la sección hasta la superficie libre del agua. Es decir, es normal a la coordenada x .

h : es la distancia vertical desde la superficie libre al punto más bajo de la sección, es decir, la profundidad de dicho punto, y se satisface la relación.

$$y = h \cos \theta$$

Siempre que la superficie libre sea paralela a la plantilla o θ sea pequeño. De no ser así, la relación entre h e y es más complicada.

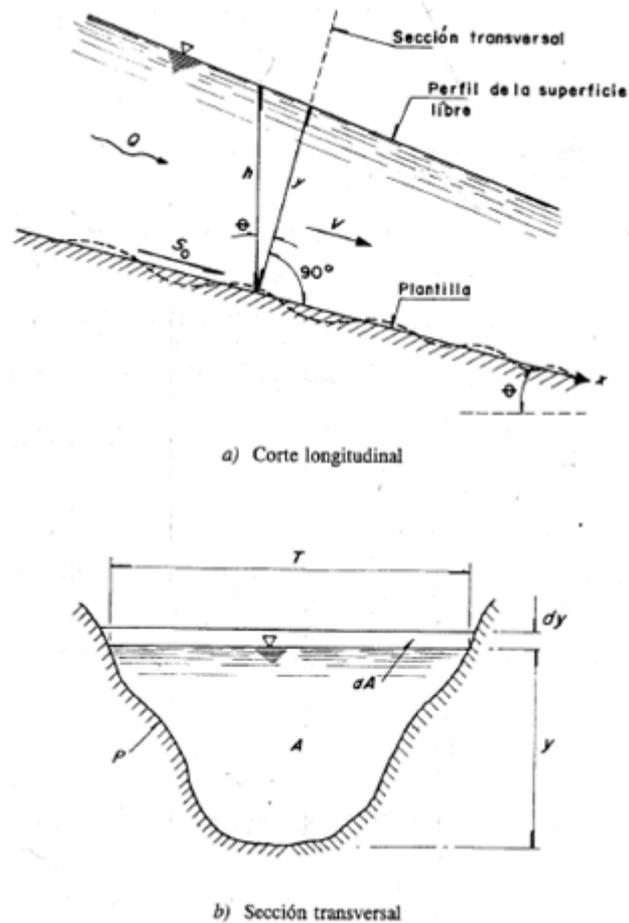


Figura 2.1: Corte longitudinal y sección transversal de un canal

Ancho de la superficie libre: es el ancho T de la sección del canal, medido al nivel de la superficie libre.

Área hidráulica: es el área A ocupada por el flujo en la sección del canal.

Es fácil observar que el incremento diferencial del área dA , producido por el incremento dy del tirante, es $dA = T dy$, y por tanto:

$$T = \frac{dA}{dy}$$

Perímetro mojado: es la longitud P de la línea de contacto entre el agua y las paredes del canal, es decir, no incluye a la superficie libre.

Radio hidráulico: es el cociente R_h del Área hidráulica y el perímetro mojado.

$$R_h = \frac{A}{P}$$

Tirante medio o tirante hidráulico: es la relación Y entre el área hidráulica y el ancho de la superficie libre.

$$Y = \frac{A}{T}$$

Talud: designa la inclinación de las paredes de la sección y corresponde a la distancia k recorrida horizontalmente desde un punto sobre la pared, para ascender la unidad de longitud a otro punto sobre la misma. Por lo general se expresa como $k: 1$, sin embargo, es suficiente con indicar el valor de k .

2.2 Tipos de flujo

Los tipos que se indican a continuación tienen principal interés, sobre la base de que, en todos los casos, se trata de flujo unidimensional. Su importancia radica en que el comportamiento hidráulico se analiza bajo distintas concepciones o modelos de flujo cuyo grado de dificultad aumenta en la medida que las hipótesis se ajustan mejor a la realidad.

2.2.1. Flujo permanente y no permanente. Esta clasificación obedece a la utilización del tiempo como criterio. Es permanente cuando la velocidad media V en una sección dada se mantiene constante en el tiempo o en el lapso especificado ($\partial V / \partial t = 0$). Lo contrario sucede cuando es permanente o no lo es ($\partial V / \partial t \neq 0$).

El caso más común del flujo no permanente se presenta en los canales donde transita una onda de avenida, como en los ríos o en las cunetas o bordillos en carreteras.

2.2.2. Flujo uniforme y variado. Esta clasificación obedece a la utilización del espacio como criterio. El flujo uniforme se presenta cuando la velocidad media permanece constante en cualquier sección del canal, es decir, ($\partial V / \partial x = 0$). Esto significa que su área hidráulica y tirante también son constantes con x (figura 2.2). En el flujo variado ocurre lo contrario.

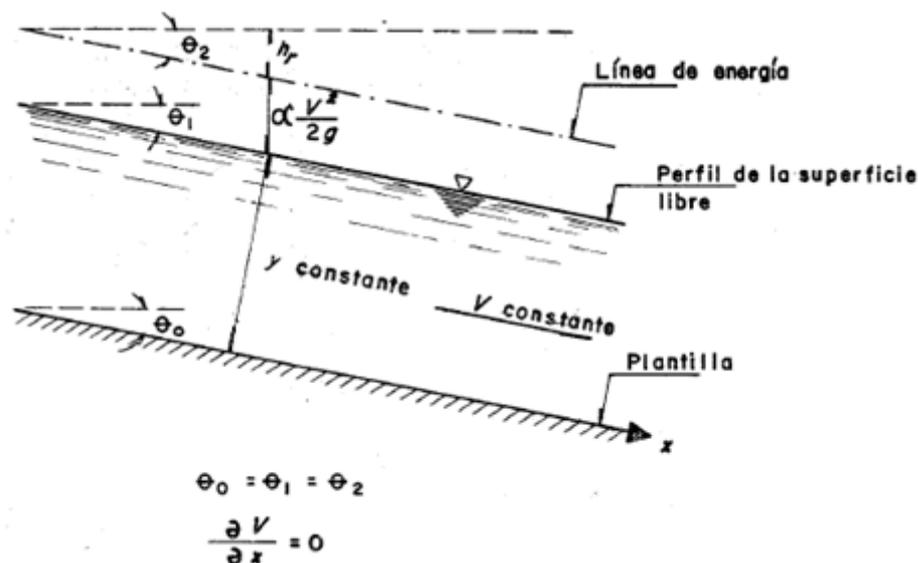


Figura 2.2: Flujo variado



Sobre la superficie libre del agua hay presión constante igual a la atmosférica pero dicha superficie no coincide con la línea de cargas piezométricas aun si el flujo es rectilíneo. Sin embargo, mediante la corrección adecuada, el valor de la carga de velocidad separa verticalmente dicha superficie libre de la línea de energía. Como consecuencia, dicha línea, el perfil de la superficie libre de agua y la plantilla del canal son paralelos cuando el flujo es uniforme. En este caso, el hecho de que la velocidad media permanezca constante se asocia estrictamente a que la velocidad en un mismo punto de cada sección también lo sea en toda la longitud del canal, es decir, la distribución de la velocidad no se altera de una sección a otra.

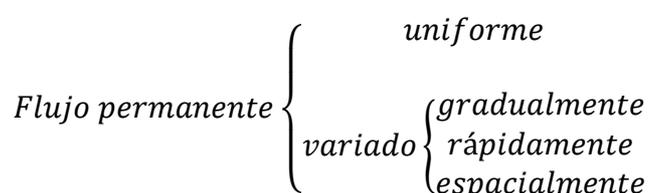
Las características del flujo uniforme se satisfacen únicamente si el canal es prismático, esto es, sólo puede ocurrir en los artificiales y no en los naturales. Si la velocidad se incrementa a valores muy grandes (más de 6 m/s), se produce arrastre de aire al interior del flujo, y éste, en sentido estricto, adquiere un carácter no permanente y pulsatorio. De manera incidental, a velocidades excepcionales del orden de 30 m/s, el incremento de área hidráulica por el aire arrastrado puede llegar a ser hasta del 50 por ciento del área original.

En teoría es posible que un flujo uniforme sea permanente o no permanente. El uniforme permanente es el flujo más sencillo de la hidráulica de canales, donde el tirante no cambia con el tiempo. El uniforme no permanente necesitaría que la superficie libre fluctuara de un instante a otro permaneciendo siempre paralela a la plantilla del canal, lo que es difícil que ocurra en la práctica. Por lo tanto el flujo uniforme es casi siempre permanente.

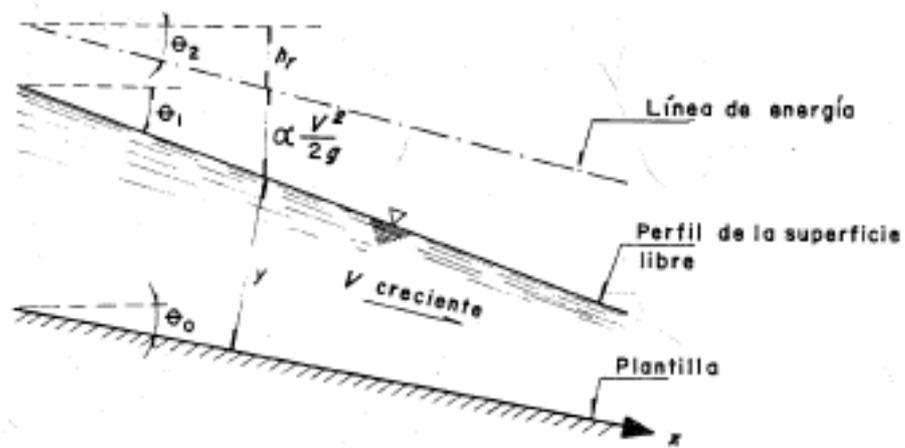
Debido a las razones antes mencionadas, así como los cambios de sección y de pendiente, y a la presencia de estructuras de control, el flujo uniforme es un estado ideal que difícilmente se alcanza en la práctica. Es razonable suponerlo sólo en canales rectos y largos, de sección pendiente, geometría y rugosidad constante; es muy útil porque simplifica el análisis y sirve de base para la solución de otros problemas.

El flujo es variado cuando la velocidad media cambia en las secciones a lo largo del canal, es decir, $(\partial V / \partial x) \neq 0$, y por lo mismo posee características opuestas a las del uniforme, como se indica en la figura 2.3. El cambio de velocidad es para acelerar o desacelerar el movimiento y ocurre por una vibración en la sección, por un cambio en la pendiente, o por la presencia de una estructura hidráulica, como un vertedor o una compuerta, interpuesta en la línea de flujo. La línea de energía, el perfil de la superficie y la plantilla tienen inclinaciones distintas entre sí.

El flujo variado se puede, a su vez, clasificar en gradual, rápida y **espacialmente variado** (que es donde está enmarcado nuestro proyecto). En el gradualmente variado el tirante cambia en forma gradual a lo largo del canal. En el rápidamente variado acontece lo contrario, como en el salto hidráulico. En el espacialmente variado cambia además el gasto a lo largo del canal, o en un tramo del mismo. La clasificación se indica a continuación:



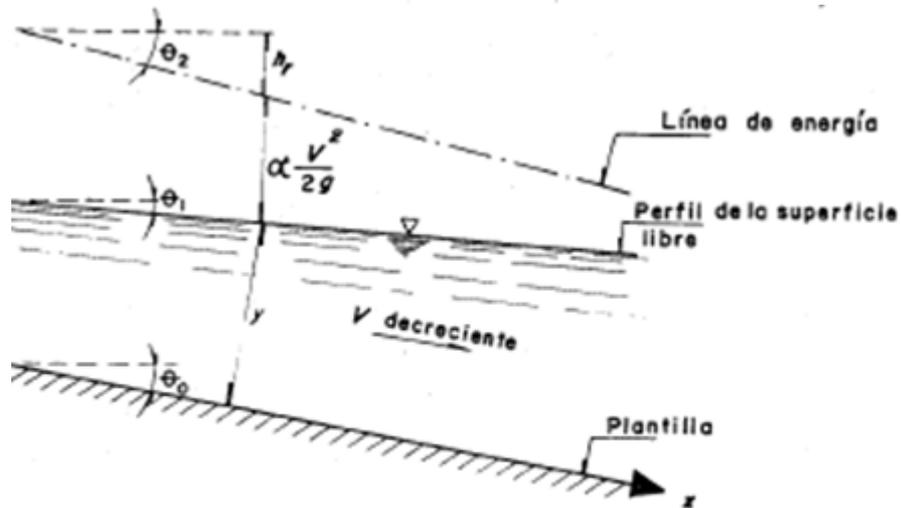
Flujo no permanente variado $\left\{ \begin{array}{l} \text{gradualmente} \\ \text{rápidamente} \\ \text{espacialmente} \end{array} \right.$



$$\theta_0 < \theta_1, \theta_0 \neq \theta_2, \theta_1 > \theta_2$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} > 0$$

a) Acelerado



$$\theta_0 > \theta_1, \theta_0 \neq \theta_2, \theta_2 > \theta_1$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} < 0$$

b) Desacelerado

Figura 2.3: Flujo uniforme



2.2.3. Flujo laminar y turbulento. El movimiento del agua en un canal se rige por la importancia de las fuerzas viscosa o de gravedad, respecto a la de inercia. La tensión superficial del agua afecta el comportamiento en el caso de velocidad y tirante (o sección transversal) pequeños, pero no tiene una función importante en la mayoría de los problemas.

En la relación con el efecto de la viscosidad, el flujo puede ser laminar, de transición o turbulento, de manera semejante a los conductos a presión. La importancia de la fuerza de inercia respecto de la viscosa, ambas por unidad de masa, se mide con el número de Reynolds, definido de la siguiente manera:

$$R_e = \frac{V R_h}{\nu}$$

Dónde:

- R_h radio hidráulico de la sección en metros
- V velocidad media en la sección en m/s
- ν viscosidad cinemática del agua en m/s^2

En canales se han comprobado resultados semejantes a los de los conductos a presión. Para fines prácticos se tiene:

- Flujo laminar, cuando $R_e \leq 500$
- Flujo de transición, cuando $500 \leq R_e \leq 12500$
- Flujo turbulento, cuando $R_e \leq 12500$

Las diferencias entre estos valores y los que se manejan en conductos circulares a presión se deben a que R_e en los últimos se define con el diámetro D en lugar del radio hidráulico, y siendo $R_h = D/4$, los intervalos cambian en la misma proporción.

El flujo laminar en canales ocurre muy rara vez debido a sus dimensiones relativamente grandes y a la baja viscosidad cinemática del agua. La única posibilidad se presenta cuando el flujo es en láminas muy delgadas, con poca velocidad, como en el movimiento del agua de lluvia sobre cubiertas y superficies pavimentadas. La rugosidad de la frontera en canales naturales es normalmente tan grande, que ni siquiera ocurre el de transición.

2.2.4 Flujo subcrítico y supercrítico. La importancia de la fuerza de inercia respecto de la de gravedad, ambas por unidad de masa, se mide a través del número de Froude, definido de la siguiente manera:

$$F = \frac{V}{\sqrt{(g \cos \theta / \alpha) (A/T)}} = \frac{V}{\sqrt{g' A/T}}$$



Dónde:

- g' $g \cos \theta / \alpha$
- g aceleración de gravedad en m/s^2
- A área hidráulica de la sección en m^2
- T ancho de superficie libre de la sección en metros
- V velocidad media en la sección en m/s
- α ángulo de inclinación de la plantilla respecto de la horizontal
- θ inclinación del canal respecto de la horizontal

El término A/T es también el tirante hidráulico y solo en canales rectangulares es igual al tirante.

Si $\theta \leq 8^\circ$, $\cos \theta \geq 0.99027$, es decir, $\cos \theta \approx 1$ con error menor del uno por ciento. Además, con $\alpha = 1$, $g' = g$ y resulta:

$$F = \frac{V}{\sqrt{g A/T}}$$

Cuando $F = 1$, $V = \sqrt{g A/T}$, el flujo es en régimen crítico.

Cuando $F < 1$, $V < \sqrt{g A/T}$, el régimen es subcrítico, siendo entonces más importante la fuerza de gravedad que la de inercia, ya que el flujo ocurre con poca velocidad, es decir, tranquilo.

Por último, cuando $F > 1$, $V > \sqrt{g A/T}$, el régimen es supercrítico y la fuerza de inercia domina sobre la gravedad, toda vez que ocurre a gran velocidad, es decir, rápido o torrencial.



3. FLUJO ESPACIALMENTE VARIADO

(Gilberto Sotelo Ávila ``Hidráulica de canales`` 2002)

3.1 CONSIDERACIONES GENERALES

En el flujo gradualmente variado lo consideramos que el gasto permanece constante en la dirección del movimiento. En la práctica ocurre otro flujo variado en que el caudal del canal aumenta o disminuye en la dirección del movimiento, por la entrada o salida de un gasto que se aporta o se desvía del mismo. Estas son las condiciones en que ocurre el llamado flujo espacialmente variado, es decir, uno gradualmente variado en el que el gasto varía en la dirección del flujo y se generan o no modificaciones en su cantidad de movimiento y energía, con un comportamiento más complicado que el de gasto constante.

En el flujo espacialmente variado de gasto creciente el agua que se agrega a la que originalmente fluye en el canal produce fuertes corrientes transversales, un mezclado turbulento y un flujo de forma espiral. Estos efectos se transmiten hacia aguas abajo, incluso más allá de la última sección en que se aporta gasto al canal, e inducen una pérdida de energía mayor que la de fricción, conocida como pérdida por impacto, que solo se puede cuantificar por media del principio del momentum, más conveniente para su análisis que el de la energía. En dicho análisis no se consideran los efectos de la inclinación transversal de la superficie libre en el canal, resultante de los fenómenos antes mencionados cuando el agua entra por un solo lado, siendo más notable cuando el canal es angosto.

El modelo de flujo espacialmente variado de gasto creciente es útil en el diseño de estructuras como el vertedor de canal lateral utilizado para eliminar las excedencias en un almacenamiento; también en cunetas, bordillos y canales de drenaje en carreteras, aeropuertos y tierras agrícolas, permeables o impermeables. Además, en sistemas de aguas residuales, plantas de tratamiento y sistemas de drenaje de áreas pavimentadas y cubiertas de techo.

La observación experimental del flujo de gasto decreciente muestra que la desviación de caudal hacia el exterior no produce cambios importantes en la energía específica del flujo, siendo el principio de energía más conveniente en su análisis. El modelo de flujo tiene utilidad en el desafío de vertedores laterales construidos en los bordos de un canal para eliminar las excedencias del gasto que conduce, en los cauces de alivio de ríos, en la desviación de caudal mediante rejas en el fondo, o bien, en el de drenes porosos o permeables para infiltrar aguas en el subsuelo.

Para el análisis del flujo espacialmente variado se establecen hipótesis similares a las del gradualmente variado pero que no son limitativas, ya que es posible corregir algunos de sus efectos cuando las condiciones se aparten demasiado de las supuestas. Aun en este nuevo flujo variado, el tratamiento es como si fuera unidimensional, es decir, las características de tirante y velocidad del movimiento corresponden a los valores sobre el eje del canal aun cuando haya asimetría del flujo que entra o sale, es decir, que este fuera por uno solo de los lados. Un resumen de las hipótesis se presenta a continuación.



- a) La pendiente del canal es uniforme y el caudal que entra o sale induce solo pequeñas curvaturas en el perfil del flujo y líneas de corriente casi paralelas. Hay distribución hidrostática de la presión en cada sección, sin eliminar con ello pendientes supercríticas.
- b) La distribución de la velocidad se mantiene igual en cada sección y los coeficientes α de energía cinética y β de cantidad de movimiento son constantes.
- c) La pérdida de fricción en un tramo se incluye mediante el cálculo de la pendiente de fricción resultante en cada sección.
- d) El efecto de arrastre de aire no se incluye en el tratamiento.
- e) El momentum del caudal que entra se forma solo del componente de cantidad de movimiento; la asimetría que pueda tener dicho caudal en la dirección transversal no influye en las características del flujo. Cuando el caudal sale lo hace a sitios más bajos sin restarle energía específica al flujo principal.

Las diferencias anotadas en la última hipótesis obligan a que el análisis sea distinto en gasto creciente que en gasto decreciente, por lo que ambos se tratan por separado.

Ubicándonos en canales de gasto decreciente.

3.2 CANALES DE GASTO DECRECIENTE

3.2.1 Aspectos generales

Un ejemplo tradicional del flujo en canales de gasto decreciente es el vertedor lateral que se construye sobre el borde de un canal o de un conducto colector o alcantarilla, paralelo al flujo principal. Se ha usado ampliamente para controlar los niveles del agua en irrigación y en sistemas de canales de drenaje, como un medio de desviar el exceso del gasto a canales de alivio en las obras de protección contra avenidas. Se utiliza con frecuencia para desalojar el gasto excedente al de diseño que se acumula en un canal de conducción por el ingreso del agua de lluvia sobre la superficie o por entradas accidentales en su curso. También se usa en sistemas urbanos de alcantarillado, donde es costumbre desviar el gasto que excede de seis veces el de la época de estiaje hacia un río o corriente y tratar el resto en plantas de tratamiento. En algunos casos, el vertedor ha caído en desuso por la eficacia de otras estructuras, como los sifones de cebado automático.

En otros casos, el gasto en el canal puede también decrecer por la existencia de una toma lateral o por una **reja en el fondo**. En la figura 3.2.1 se muestra la disposición de una reja en el fondo de un canal para extraer una parte o el total del caudal, así como la conformación del flujo a lo largo de la misma.

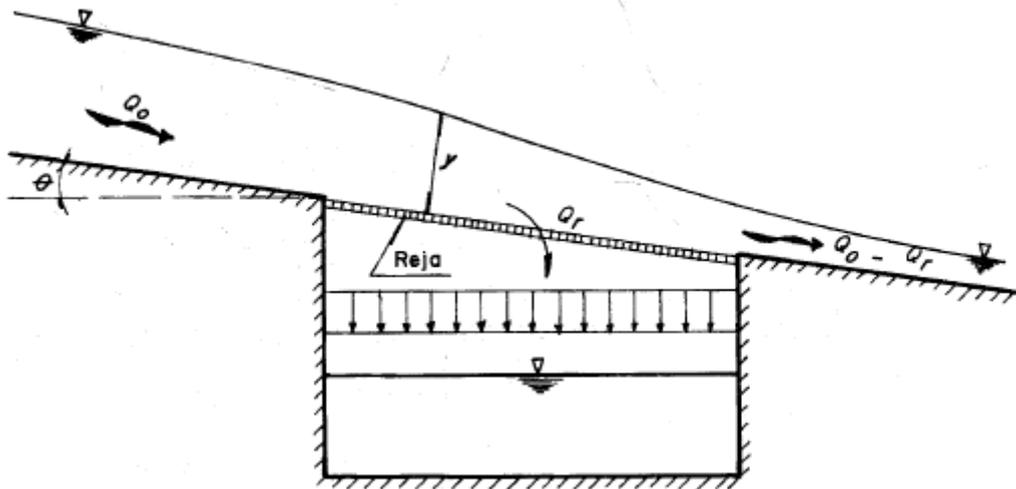


Figura 3.1: Flujo sobre una reja de fondo

3.2.2 Perfiles del flujo

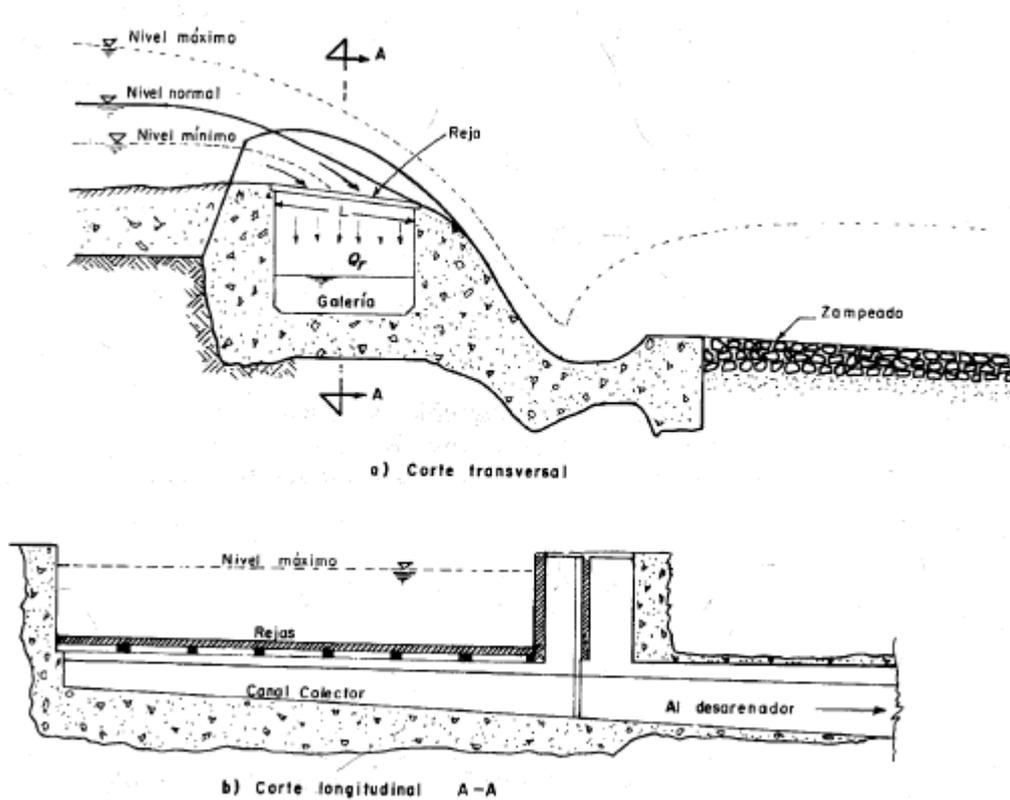
Los perfiles del flujo espacialmente variado de gasto decreciente fueron analizados por de Marchi y por Schmidt. En dicho flujo ocurre que $dQ/dx < 0$ y, en ausencia de fricción.

Las características de los perfiles se explican a continuación:

- Subcrítico. El régimen antes y después del flujo espacialmente variado es subcrítico y el tirante en el inicio es mayor que el crítico, siendo $F < 1$. El tirante aumenta después en forma gradual hacia aguas abajo manteniendo el tipo de régimen, para aproximarse asintóticamente al tirante normal correspondiente al gasto.
- Supercrítico. El flujo uniforme después de verter es supercrítico, siendo $F > 1$. El tirante del canal en la sección inicial es igual o menor que el crítico para el gasto aguas arriba y disminuye gradualmente hacia aguas abajo.
- Mixto. El flujo aguas arriba es supercrítico y aguas abajo subcrítico. El tirante del canal en la sección inicial es menor que el crítico, disminuye gradualmente hacia aguas abajo hasta formar un resalto y después aumenta gradualmente. El perfil de tipo supercrítico antes del resalto y subcrítico después del mismo, lo que combina los dos tipos de perfil. El primero está controlado desde aguas arriba y el segundo desde aguas abajo.

3.2.3 Canal con una reja de fondo

Otro caso de flujo espacialmente variado de gasto decreciente ocurre cuando se instala una reja en el fondo de un canal, a través de la cual se capta un caudal hacia un nivel inferior.



Figurara 3.2: Vertedor tirolés

Tiene aplicación en algunos problemas de drenaje superficial y en captaciones realizadas en corrientes naturales de alta montaña. Dichas captaciones reciben el nombre genérico de vertedor tirolés (figura 3.2). Cuando se combinan con infiltraciones a través de la pared de una galería se conocen como tomas caucásicas.

Estas estructuras permiten desviar caudales hasta de $10 \text{ m}^3/\text{s}$, mediante rejas de fondo ubicadas en posición horizontal o con inclinación según el flujo, sobre una galería construida en el cuerpo de un vertedor a través del cauce. Las rejas se construyen con perfiles de acero alineados en dirección de la corriente, de longitud estructural no mayor de 1.25 m y separaciones que varían de 2 a 6 cm. Su pendiente es hasta del 20 por ciento ($\cos \theta = 0.98$), a fin de arrastrar el material grueso. Este tipo de toma compite con alguna otra convencional en un río debido a la poca altura (20 a 50 cm) que necesita el vertedor, lo que simplifica la obra disipadora a tan solo un zampeado aguas abajo.

El perfil del flujo sobre rejas tiene gran parecido con el del vertedor lateral, ya que el tirante disminuye en la dirección del movimiento y controla el gasto que cae a través de ellas, si bien con una ley distinta.

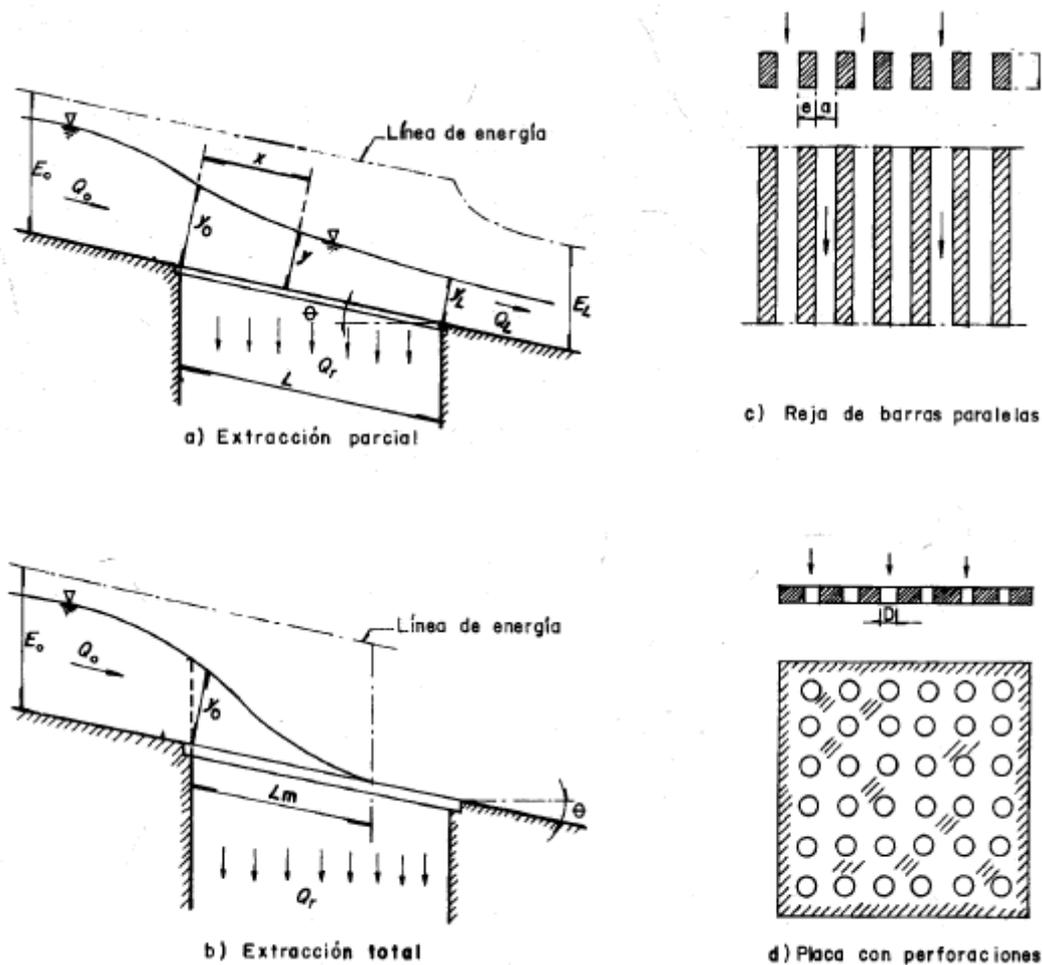


Figura 3.3: Flujo sobre una reja de fondo

La curvatura de las líneas de corriente al inicio de las rejillas es apreciable, como se muestra en la figura 3.3, lo que significa que la presión sobre el fondo no es hidrostática. Para tomar en cuenta este efecto se considera que la carga de presión real sobre el fondo al inicio de la reja es $p_0/g\rho = \alpha'y_0$ donde α' depende de muchos factores; cuando la presión corresponde a la hidrostática su valor es uno.

La energía específica al inicio de la reja se mantiene constante a lo largo de ella.

Para el caso que aquí se presenta se considera un canal rectangular de ancho b , longitud y pendiente pequeñas, donde $S_0 \approx S_f$ y $\alpha = 0$.

Según Mostkow, en el caso de rejillas construidas con barras paralelas a la corriente, como en la figura 6.37c, el flujo a través de las aberturas es aproximadamente vertical, la pérdida de energía es despreciable y la carga efectiva sobre ellas es prácticamente igual a la energía específica E_0 con que el flujo llega a la reja. En cambio, en el caso de rejillas formadas a base de una retícula de perforaciones practicadas sobre una placa, como en la figura 6.37d, la dirección del flujo a través de los orificios tiene un ángulo apreciable con la vertical y se ve afectado por los cantos de las perforaciones, que producen una pérdida de energía apreciable por el cambio de dirección, de inclinada eventualmente a vertical. Dicha pérdida es casi igual a la carga de velocidad del flujo sobre la reja, por lo que la carga efectiva es igual a la carga estática o se puede confundir con el tirante.



Por estas razones, es necesario presentar por separado los dos tipos de flujo.

a) Reja de barras paralelas al flujo

En este caso, la carga efectiva sobre las aberturas de la reja es la energía específica del flujo sobre ellas y la variación del caudal desviado a través de la reja se expresa en la forma

$$-\frac{dQ}{dx} = mCq b\sqrt{2gE_0} = m b\sqrt{2gE_0} \quad (3.1)$$

Dónde:

E_0 energía específica del flujo al iniciar la reja, constante a lo largo de ella

b ancho total de rejas, medido en dirección perpendicular al flujo

m coeficiente global de descarga ($m = \varepsilon C_d$)

C_d coeficiente de descarga a través del espacio entre rejas

$m = (1 - f) A_n/A_t$, cociente del área de paso entre rejas y su área total

A_n área neta de paso a través de rejas

A_t área total de rejas

f coeficiente de obstrucción producida por arenas y gravas que se incrustan entre las rejas y que se toma de 15 a 30 por ciento (0.15 a 0.30).



4. INTEGRACION DE LA ECUACION DINAMICA DEL FLUJO

(Chapra S.C., Canale R.P. "Numerical methods for engineers"1988)

4.1 Métodos numéricos

El círculo del perfil del flujo en un canal prismático se puede hacer mediante la integración de la ecuación diferencial:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - F^2} = \phi(x, y) \tag{ec. 4.1}$$

Por métodos gráficos o numéricos, ya que $\phi(x, y)$ es una función no lineal.

Algunos métodos numéricos se han usado en el pasado para integrar ecuaciones similares pero otros se han introducido para la ecuación anterior. Se conocen como métodos de pasos individuales y son similares a los métodos por pasos discutidos en los subcapítulos previos. El tirante desconocido en una sección se expresa en términos de la función $\phi(x, y)$ en un punto cercano donde se conoce un tirante inicial de frontera o bien se ha calculado en un paso previo.

Existen varios métodos de pasos individuales pero solo cuatro de ellos se presentan. Para ello, se considera conocido el tirante y_i a la distancia x_i (figura siguiente) y se desea determinar el tirante a la distancia x_{i+1} . Sea $y = y(x)$ la solución exacta de la ecuación diferencial la que se representa mediante la curva mostrada en la figura 4.1.

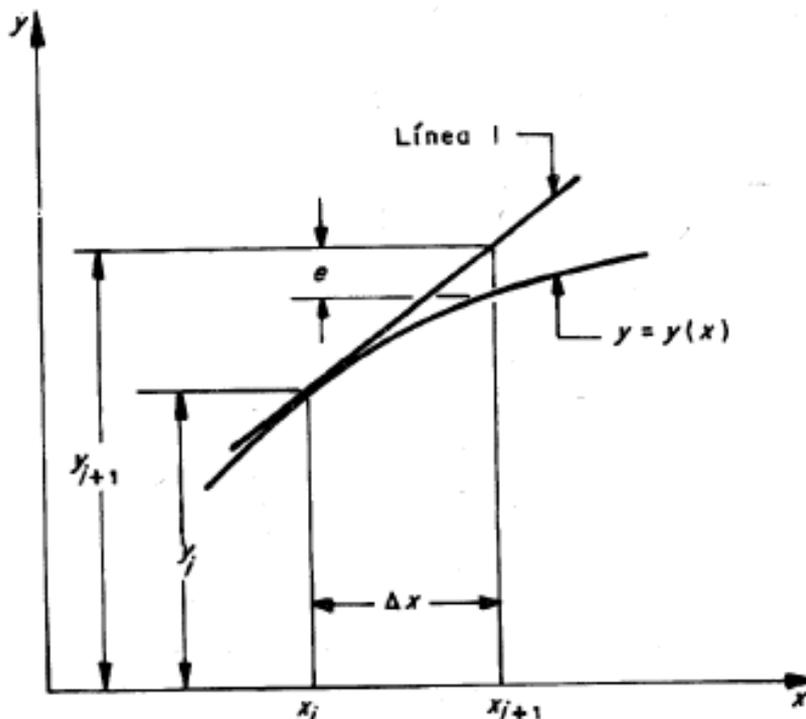


Figura 4.1: Representación geométrica del Método de Euler



4.2 Método de Euler

$$y'_i = \left. \frac{dy}{dx} \right|_i = \phi(x_i, y_i) \quad (\text{ec. 4.2})$$

Donde el subíndice i se aplica a las variables a la distancia x_i . El supra índice prima en y significa la derivada de y con respecto a x .

Todas las variables a la derecha de la ecuación anterior se conocen y es posible calcular $\phi(x_i, y_i)$. Si el monto de variación de y en el punto (x_i, y_i) se considera constante en el intervalo de x_i a x_{i+1} es posible determinar el tirante en x_{i+1} de la ecuación:

$$y_{i+1} = y_i + y'_i \Delta x \quad (4.3)$$

donde $\Delta x = x_{i+1} - x_i$.

Al sustituir la ecuación 4.2 en la anterior, resulta

$$y_{i+1} = y_i + \phi(x_i, y_i) \Delta x \quad (4.4)$$

Conocido el valor de y_{i+1} , se puede determinar igualmente y_{i+2} en la posición x_{i+2} . Su precisión se discute brevemente al expandir y_{i+1} en forma de una serie de Taylor, como sigue:

$$y_{i+1} = y_i + \Delta x + O(\Delta x)^2 \quad (\text{ec. 4.5})$$

Donde $O(\Delta x)^2$ representa a los términos del orden $(\Delta x)^2$ o más pequeños.

La comparación de las ecuaciones (4.3) y (4.6) muestra que la solución incluye solo términos hasta la primera potencia de Δx , por lo cual, se considera que el método de Euler es con precisión de primer orden.

La ecuación 4.4 se representa por la línea recta 1 en la figura 4.1 y toda vez que la derivada no es constante en el intervalo x_i a x_{i+1} , se introduce un error e en cada paso, a menos que la superficie del agua sea también recta, ya que entonces $e = 0$. Al introducir el error en cada paso, el valor numérico calculado diverge de la solución correcta. Además, el método es comúnmente inestable, es decir, un error pequeño (redondeo o truncamiento) se magnifica a medida que x se incrementa.

En el método de Euler se usa la pendiente de la curva en el punto (x_i, y_i) para calcular el valor de y_{i+1} pero la precisión se puede mejorar si se usa la pendiente en más de un punto. Con esta idea se presentan a continuación los métodos mejorado y modificado de Euler.

4.3 Método mejorado de Euler

Sea el tirante obtenido en x_{i+1} mediante el método de Euler, es decir:

$$y_{i+1}^* = y_i + y_i' \Delta x \quad (\text{ec. 4.7})$$

Con este valor se calcula la pendiente de la curva $y = y(x)$ en $x = x_{i+1}$. Un valor más preciso de y_{i+1} se obtiene con la media de las pendientes de la curva en x_i y x_{i+1} en la forma:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2} (y_i' + y_{i+1}') \Delta x \quad (\text{ec. 4.8})$$

Esta ecuación se expresa también como sigue:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2} [\phi(x_i, y_i) + \phi(x_{i+1}, y_{i+1}^*)] \Delta x \quad (\text{ec. 4.9})$$

El procedimiento se conoce como método mejorado de Euler y tiene precisión de segundo orden. En la figura 4.2 se muestra una representación gráfica del método, donde la línea 1 es tangente en (x_i, y_i) tiene la pendiente y_i' . La línea 3 se traza en el punto (x_i, y_i) con pendiente:

$$\left(\frac{1}{2}\right)(y_i' + y_{i+1}')$$

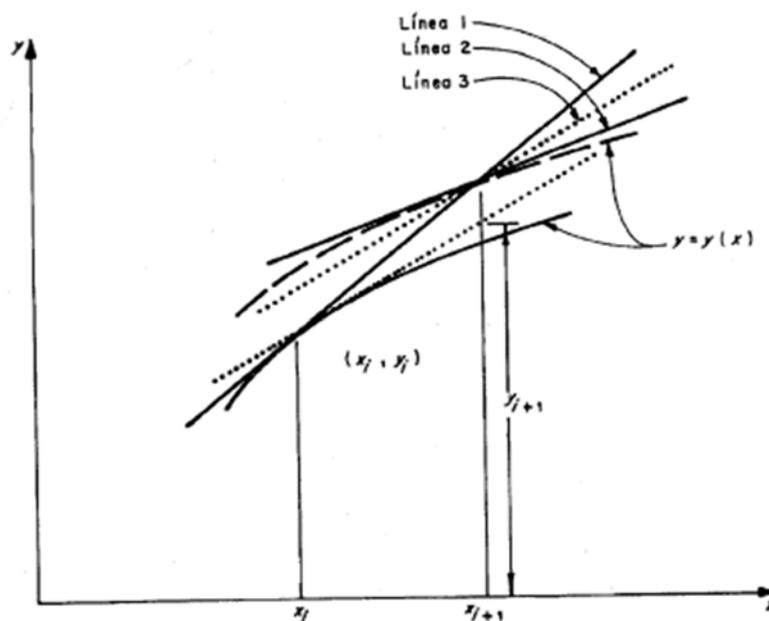


Figura 4.2: Representación geométrica del método mejorado de Euler



4.4 Método modificado de Euler

La precisión del método de Euler también se mejora si se usa la pendiente de la curva $y = y(x)$ en $x = x_{i+1/2}$ y $y = y_{i+1/2}$ donde $x_{i+1/2} = (x_i + x_{i+1})/2$ y $y_{i+1/2} = y_i + y'(\Delta x/2)$. La pendiente en el último punto es $y'_{i+1/2}$ y entonces:

$$y_{i+1} = y_i + y'_{i+1/2} \Delta x \quad (4.10)$$

O bien

$$y_{i+1} = y_i + \phi(x_{i+1/2}, y_{i+1/2}) \Delta x \quad (4.11)$$

El procedimiento se conoce como método modificado de Euler y tiene precisión de segundo orden. En la figura 4.3 se muestra una representación geométrica del método, donde la línea 1 es tangente a la curva en (x_i, y_i) y tiene la pendiente y'_i , mientras que la línea 2 es tangente en $(x_{i+1/2}, y_{i+1/2})$ y tiene la pendiente $y'_{i+1/2}$. La línea 3 pasa por el punto (x_i, y_i) y su pendiente es $y'_{i+1/2}$.

Mediante la expansión de la solución numérica en serie de Taylor, se demuestra que los métodos mejorado y modificado de Euler tienen precisión de segundo orden.

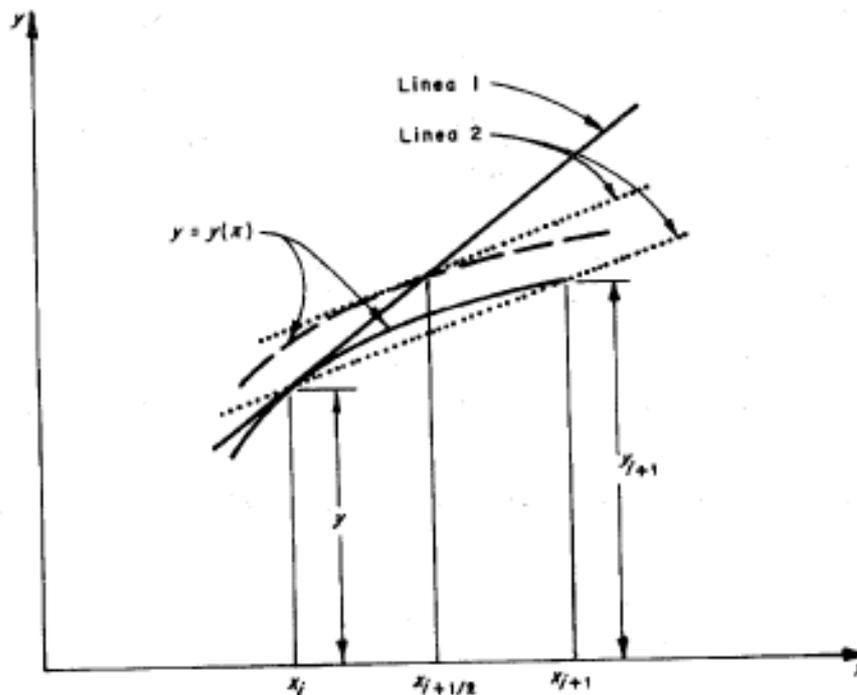


Figura 4.3: Representación geométrica del método modificado de Euler



4.5 Método de Runge-Kutta de cuarto orden

La pendiente de la curva $y = y(x)$ se determina a partir de las ecuaciones:

$$k_1 = \phi(x_i, y_i) \quad (4.12a)$$

$$k_2 = \phi\left(x_i + \frac{1}{2} \Delta x, y_i + \frac{1}{2} k_1 \Delta x\right) \quad (4.12b)$$

$$k_3 = \phi\left(x_i + \frac{1}{2} \Delta x, y_i + \frac{1}{2} k_2 \Delta x\right) \quad (4.12c)$$

$$k_4 = \phi(x_i + \Delta x, y_i + k_3 \Delta x) \quad (4.12d)$$

De modo que:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \Delta x \quad (4.13)$$



5. Explicación términos influyentes en el cálculo

ENERGÍA ESPECÍFICA

(Blalock M.E. y Sturm T.W. "Minimum Specific Energy in Open Channel" 1981)

El análisis de la influencia de fenómenos físicos para la ecuación de la energía en un flujo rectilíneo a superficie libre se obtiene una buena aproximación si se tienen en cuenta únicamente los términos de carga de presión de valor calculado como la presión hidrostática, y energía cinética. En flujo curvilíneo habría que incluir el coeficiente de corrección α de la carga de presión, ya que ésta se desvía de la presión hidrostática, cuyo valor se debe conocer previamente. En ambos casos, la energía de posición no interviene porque es constante, una vez elegido el nivel de referencia.

La energía específica en una sección de un canal es la que corresponde al flujo por unidad de peso del líquido a través de ella, y se mide con respecto al fondo de dicho canal. Para una sección de forma cualquiera y área hidráulica A , donde fluye el gasto Q , con $V = Q/A$ y $z = 0$ en la ecuación:

Queda expresada la energía específica en la forma:

$$E = y \cos \theta + \alpha \frac{V^2}{2g} = y \cos \theta + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (\text{ec. 5.1})$$

Es decir, equivale a la suma de la carga de presión en el fondo y la carga de velocidad. El valor de θ corresponde al ángulo de inclinación del fondo de la sección respecto de la horizontal. Si θ es pequeño $\cos \theta \approx 1$.

Siendo A función únicamente del tirante, la energía específica lo es también de él si Q es constante. En la figura 5.1b (parte b de la figura 5.1 (E - $y \cos \theta$)) se presenta de manera gráfica la ecuación 5.1 mediante la curva ACB con dos ramas. La abscisa de cualquier punto P sobre la curva representa la energía específica en la sección donde ocurre la carga de presión y $\cos \theta$, esta a su vez representada por la ordenada. La rama AC se aproxima asintóticamente al eje horizontal, y la BC a la línea OD que pasa por el origen con inclinación de 45° . Existe una tercera rama de la curva, no mostrada en la figura, que corresponde a las soluciones con tirante negativo sin interés práctico. (Gilberto Sotelo Ávila, Hidráulica de Canales 2002)

La curva muestra que, para una determinada energía específica, existen dos valores del tirante, llamados tirantes alternos, el menor y_1 y el mayor y_2 así como dos valores de la velocidad: V_1 y V_2 . En el punto C la energía específica E_c es la mínima con la que puede pasar el gasto a través de la sección y , por consecuencia, existe un solo tirante $y = y_c$ y una sola velocidad $V = V_c$, de modo que:

$$E_c = y_c \cos \theta + \alpha \frac{V_c^2}{2g} \quad (\text{ec 5.2})$$



Esta equivale también a la condición de flujo en régimen o estado crítico.

Cuando el tirante es mayor que Y_c , la velocidad es menor que V_c para el gasto dado, esto es, la rama superior de la curva $E-y \cos \theta$ corresponde a un régimen de flujo con tirante grande y velocidad pequeña, conocido como subcrítico o tranquilo. Por el contrario, cuando el tirante es menor que y_c , la velocidad es mayor que V_c , es decir, un régimen de flujo con tirante pequeño y gran velocidad, conocido como supercrítico o rápido, representado por la rama inferior de la curva. El tirante o la velocidad en cada régimen adquieren el nombre que corresponda: subcrítico o supercrítico.

Si el gasto adquiere otro valor (pero de todos modos se mantiene constante), la curva de energía específica cambia a las posiciones $A' C' B'$ y $A'' C'' B''$, según el gasto sea menor o mayor, respectivamente, que el usado para la construcción de la curva ACB . Por otra parte, debido a que la carga de velocidad depende del gasto pero también de las dimensiones de la sección, un cambio de alguna de estas tiene un efecto similar de desplazamiento de la curva de energía específica, representa que habrá un cambio en el gasto. Por ejemplo, en un canal rectangular:

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g b^2 y^2} = \frac{q^2}{2g y^2} \quad (\text{ec. 5.3})$$

Donde $q = Q/b$ es el gasto unitario. Al disminuir b aumenta q y aunque el gasto total se mantenga constante, el efecto en el desplazamiento de las curvas es idéntico al que ocurre cuando Q aumenta y b permanece constante. En canales no rectangulares cualquier cambio en alguna de las dimensiones de su sección tiene efectos similares, si bien no es posible definir propiamente un gasto unitario.

También se observa que al elegir una energía específica E_0 constante, el punto C'' indica la última curva $E-y \cos \theta$ intersecada por la vertical de abscisa E_0 . Puesto que el gasto para cada curva crece o las dimensiones de la sección disminuyen a medida que la curva se desplaza a la derecha, dicho punto señala la condición correspondiente al gasto máximo que podría fluir con energía específica mínima igual a E_0 , esto es, $E_0 = E_c$ para el gasto Q_c que corresponde a la curva que pasa por C'' . Idéntico razonamiento se sigue si la dimensión de la sección disminuye, en cuyo caso, se obtiene la dimensión mínima con la misma E_c .

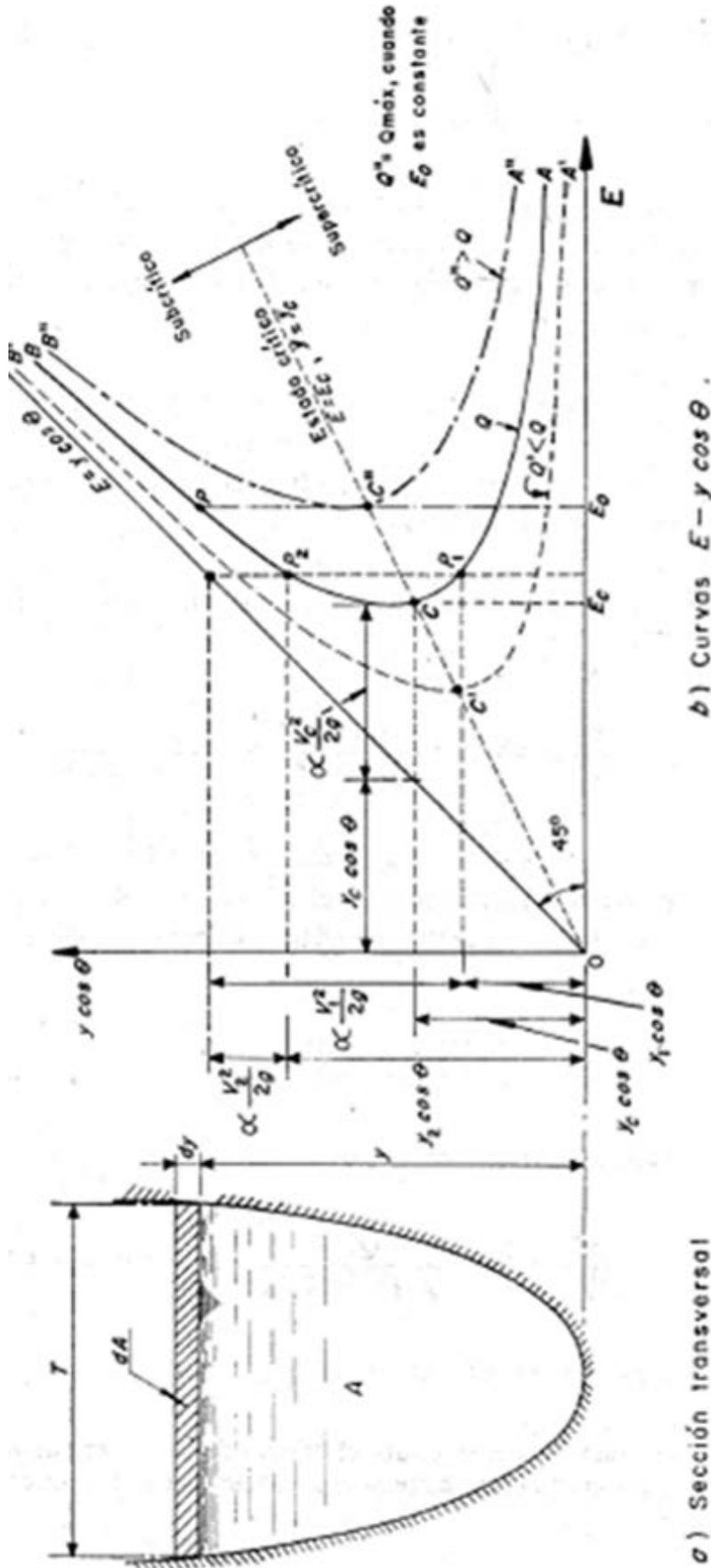


Figura 5.1: Curvas energía específica-tirante para gasto constante, en la sección de un canal con pendiente. Si θ es pequeño, $\cos \theta = 1$

Formulas con las que trabajaremos suponiendo Energía total del fluido constante (H cte)



COEFICIENTE DE DESCARGA (C_q)

El coeficiente de descarga es la constante que relaciona el caudal entrante en la reja con la carga, energía, o calado disponible sobre ésta. Así, influye de forma directa sobre el caudal que pasa a través de nuestra reja. A su vez el coeficiente de descarga está condicionado por el tipo y forma de la reja así como de sus barrotes y espaciamiento.

El coeficiente de descarga aumenta cuando disminuye el calado, al disminuir el área ineficaz generada por el fluido al caer.

A su vez es importante conocer la separación entre barras de la reja, ya que de ello dependerá nuestra área total de paso a través de la reja (A_n) con respecto al área total de la reja (A_t). Y del que obtendremos el porcentaje de huecos (m)

Despreciamos f argumentando como hicimos antes, diciendo que se trataba de agua limpia

k coeficiente global de descarga ($k = m C_q$)

C_q coeficiente de descarga a través del espacio entre rejas

$m = (1 - f) A_n / A_t$, cociente del área de paso entre rejas y su área total

A_n área neta de paso a través de rejas

A_t área total de rejas

f coeficiente de obstrucción producida por arenas y gravas que se incrustan entre las rejas y que se toma de 15 a 30 por ciento (0.15 a 0.30).

Se suele aproximar el valor del caudal captado por la reja mediante la ecuación de un orificio, en la que se equilibra la igualdad mediante el coeficiente de descarga:

$$q_{\text{captado}} = C_q \cdot m \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (\text{ec. 5.4})$$

En este caso se ha considerado la carga sobre la reja igual al calado.

Nosedá (1955) propuso un valor para el coeficiente de descarga variable a lo largo de la reja, es decir conforme varía la carga sobre ésta. Mediante mediciones experimentales en modelo físico, similar al disponible en el Laboratorio de Hidráulica de la UPCT, ajustó de forma potencial el valor de C_q a la siguiente ecuación:

$$C_q = 0,66 m^{-0,16} \left(\frac{h(x)}{l} \right)^{-0,013} \quad (\text{ec. 5.5})$$

Dónde:

- C_q
- m (porcentaje de huecos)
- h = paso de discretización en función de x
- l = inter-eje \rightarrow Siendo el inter-eje la distancia entre los ejes de cada barra



Tabla 1.1: Tipos de rejas empleadas en el estudio del Doctor Nosedá en 1956

Designación * * *	Longitud (m)	Anchura (m)	Tipo de reja (mm)	Direcciones de las barras	Distancia entre barras (mm)	Porcentaje de huecos
A	0,9	0,5	T 30//25/2	Longitudinales	5,7	0,16
B	0,9	0,5	T 30//25/2	Longitudinales	8,5	0,22
C	0,9	0,5	T 30//25/2	Longitudinales	11,7	0,28

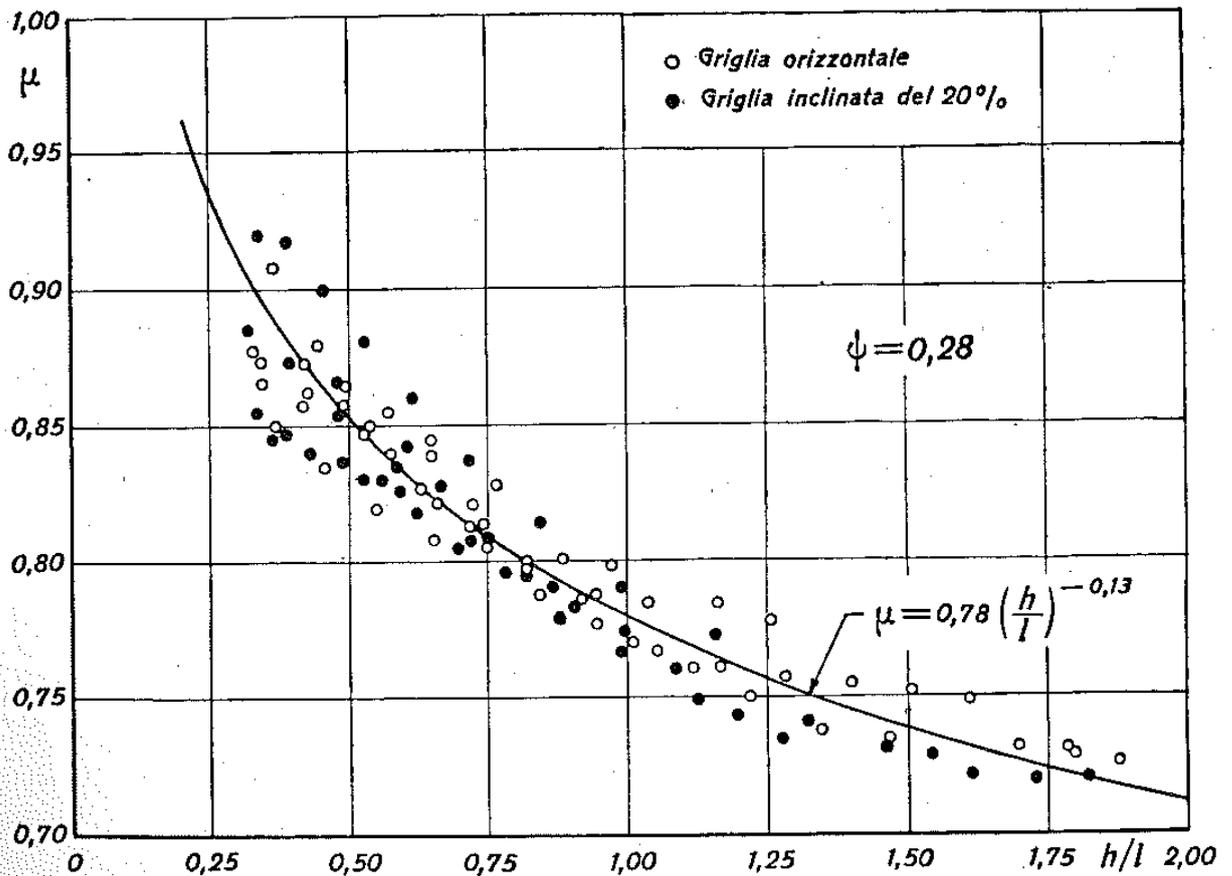


Figura 5.2: Gráfico de las mediciones realizadas por Nosedá para tipo de reja B.

Donde el Doctor Nosedá obtiene, basándose en resultados obtenidos para una reja de las mismas dimensiones que la nuestra, una fórmula más directa ajustando un resultado determinado de los primeros términos de la ecuación.

$$Cq = 0,78 \left(\frac{h(x)}{l} \right)^{-0,013} \quad (\text{ec. 2.6})$$

Viendo que cada barra tiene 30 mm de ancho y la separación entre barras es de 11,7, obtendremos que la separación entre ejes será la suma de la mitad de cada ancho de barra y la separación entre barras.

Siendo: $l = 15 + 15 + 11,7 = 41,7\text{mm}$

Nos queda:
$$Cq = 0,66 m^{-0,16} \left(\frac{h(x)}{0,0417} \right)^{-0,013} \quad (\text{ec. 2.7})$$



ÁNGULO DE INCLINACIÓN

Ángulo que forma con respecto a la horizontal la posición de la reja. En nuestro caso, dado que la posición de la reja está completamente en horizontal, la inclinación resultara nula ($\alpha = 0$).

Con respecto de la horizontal, en canales naturales la definición equivalente a la pendiente media entre dos puntos.

Posiciones en que se discretiza la reja (x)

Para la resolución de las ecuaciones planteadas mediante métodos numéricos apoyándonos en el paquete informático Matlab tomaremos intervalos a lo largo de x de 0,01 m. Para cada intervalo habrá un caudal entrante, un caudal captado y un caudal rechazado o pasante hacia el siguiente intervalo.

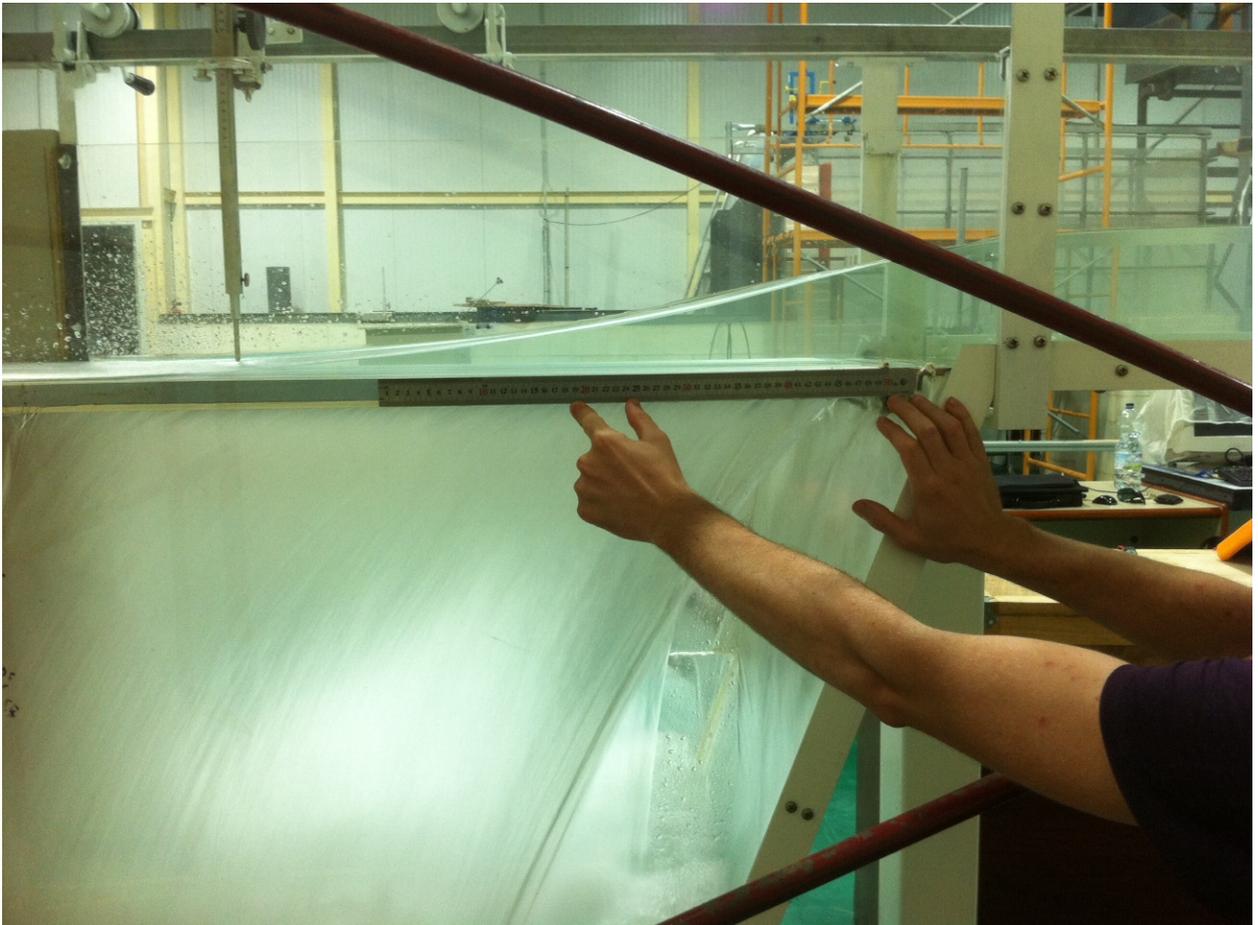


Figura 5.3: Laboratorio hidráulica UPCT

Paso de discretización espacial (h)

El paso de discretización espacial es la distancia entre mediciones que realizamos sobre la reja, siendo por ejemplo la distancia en posición en que se discretiza x_1 y x_2 , siendo en nuestro estudio un longitud de 0,01 metros.

6. Obtención de Ecuaciones de cálculo

6.1 Obtención ecuación Algoritmo 1.

Obtención de la ecuación de primer orden y de grado 6 correspondiente al Algoritmo 1

$$\left(\frac{dq}{dx}\right)^6 - 2 \cdot g \cdot m^2 \cdot \cos \alpha \cdot (x \cdot \sin \alpha + H) \cdot \left(\frac{dq}{dx}\right)^4 + 4 \cdot g^2 \cdot q^2 \cdot m^6 \cdot \cos^2 \alpha = 0 \quad (\text{ec. 1.1})$$

Esta fórmula esta referenciada en un artículo del ingeniero M. Bouvard (1954).

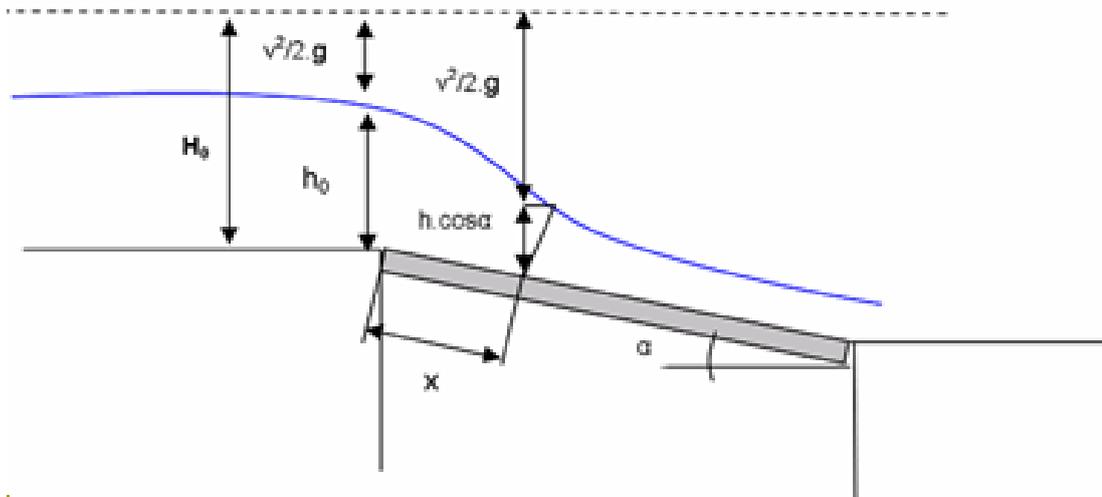


Figura 1.6: Esquema esclarecedor de los términos empleados

Obteniéndose dicha ecuación a través de:

Ecuaciones De Energía:

$$x \sin \alpha + H = \frac{v^2}{2g} + h \cos \alpha \quad (\text{ec. 6.1})$$

$$x \sin \alpha + H = \frac{q^2}{2gh^2} + h \cos \alpha \quad (\text{ec. 6.2})$$

Ecuaciones de captación reja:

$$V = \sqrt{2gh \cos \alpha} \quad (\text{ec. 6.3})$$

$$dq = m \sqrt{2gh \cos \alpha} dx \quad (\text{ec. 6.4})$$



Despejando de $[dq = m\sqrt{2gh \cos \alpha} dx] h$ y $\frac{1}{h^2}$:

$$h = \left(\frac{dq}{dx}\right)^2 \frac{1}{m^2 2g \cos \alpha}$$

$$\frac{1}{h^2} = \left(\frac{dq}{dx}\right)^4 4g^2 m^4 (\cos \alpha)^2$$

Sustituyendo a continuación en $x \sin \alpha + H = \frac{q^2}{2gh^2} + h \cos \alpha$ y quedándonos:

$$x \sin \alpha + H = \frac{q^2}{2g} \left(\frac{dq}{dx}\right)^4 4g^2 m^4 (\cos \alpha)^2 + \left(\frac{dq}{dx}\right)^2 \frac{1}{m^2 2g \cos \alpha} \cos \alpha$$

Simplificando:

$$m^2 2g (x \sin \alpha + H) - \left(\frac{dq}{dx}\right)^4 4g^2 q^2 m^6 (\cos \alpha)^2 = \left(\frac{dq}{dx}\right)^2$$

Multiplicando por $\left(\frac{dq}{dx}\right)^4$ nos queda:

$$\left(\frac{dq}{dx}\right)^6 - 2 \cdot g \cdot m^2 \cdot \cos \alpha \cdot (x \cdot \sin \alpha + H) \cdot \left(\frac{dq}{dx}\right)^4 + 4 \cdot g^2 \cdot q^2 \cdot m^6 \cdot \cos \alpha^2 = 0 \quad (\text{ec. 1.1})$$

Y resolveremos este polinomio de grado 6 por Runge-Kutta de orden 4 programándolo en MATLAB.



6.2 Obtención ecuación Algoritmo 2.

Ecuación energía específica para $H = \text{cte}$

$$(1) H_0 + x \sin \alpha = y \cos \alpha + \frac{q^2}{2gy^2} \rightarrow q = \sqrt{2g(H_0 + x \sin \alpha - y \cos \alpha)} \quad y \quad (\text{ec. 6.5})$$

$$(2) \frac{dq}{dx} = -m Cq \sqrt{2g y \cos \alpha} \quad (\text{ec. 1.2})$$

Si derivamos (1) obtenemos:

$$(3) \frac{dq}{dx} = \frac{2g(\sin \alpha - dy/dx \cos \alpha)}{2\sqrt{2g(H_0 + x \sin \alpha - y \cos \alpha)}} y + \sqrt{2g(H_0 + x \sin \alpha - y \cos \alpha)} \left(\frac{dy}{dx}\right) \quad (\text{ec. 6.7})$$

Igualando (2) y (3) obtenemos:

$$\begin{aligned} -mCq\sqrt{2gy \cos \alpha} \\ = \frac{2g(\sin \alpha - dy/dx \cos \alpha)}{2\sqrt{2g(H_0 + x \sin \alpha - y \cos \alpha)}} y \\ + \sqrt{2g(H_0 + x \sin \alpha - y \cos \alpha)} \left(\frac{dy}{dx}\right) \end{aligned}$$

Y finalmente simplificando tenemos:

$$\frac{dq}{dx} = \frac{mCq2\sqrt{y \cos \alpha (H_0 + x \sin \alpha - y \cos \alpha)} + y \sin \alpha}{3y \cos \alpha - 2(H_0 + x \sin \alpha)} \quad (\text{ec. 1.3})$$

6.3 Obtención ecuación algoritmo 3.

Siendo el mismo procedimiento que en el Algoritmo 2, pero manteniendo E cte en vez de H cte.

Quedándonos la siguiente formula:

$$\frac{dq}{dx} = \frac{mCq2\sqrt{y \cos \alpha (E_0 - y \cos \alpha)}}{3y \cos \alpha - 2(E_0)} \quad (\text{ec. 1.3})$$

Y manteniendo la formula en común:

$$\frac{dq}{dx} = -m Cq \sqrt{2g y \cos \alpha} \quad (\text{ec. 1.2})$$



7. Definición y cálculo de Algoritmos

7.1 Algoritmo 1 (MATLAB)

El Algoritmo 1 consiste en la resolución de la ecuación de primer orden y de grado 6, de la cual obtendremos unos valores de caudal según en la posición de la reja que nos encontremos (según los pasos de discretización).

La ecuación a resolver es:

$$\left(\frac{dq}{dx}\right)^6 - 2 \cdot g \cdot (m Cq)^2 \cdot \cos \alpha \cdot (x \cdot \sin \alpha + H) \cdot \left(\frac{dq}{dx}\right)^4 + 4 \cdot g^2 \cdot q^2 \cdot (m Cq)^6 \cdot \cos \alpha^2 = 0 \quad (\text{ec. 1.1})$$

Que convertiremos en una ecuación de primer orden de grado 3 para su correcta resolución.

Pasamos a su realización transformando la función de la ecuación en un polinomio cúbico $z^3 - b \cdot z^2 + d = 0$, siendo $z = \left(\frac{dq}{dx}\right)^2$. Hallamos posteriormente sus raíces y nos quedamos con la menor de las raíces positivas.

Formulas con las que trabajaremos para el cálculo de (ec. 1.1):

$$\frac{dq}{dx} = \frac{m C q 2 \sqrt{y \cos \alpha (H_0 + x \sin \alpha - y \cos \alpha)} + y \sin \alpha}{3 y \cos \alpha - 2 (H_0 + x \sin \alpha)} \quad (\text{ec. 1.2})$$

$$\frac{dq}{dx} = -m C q \sqrt{2 g y \cos \alpha} \quad (\text{ec. 1.3})$$

Nuestras ecuaciones dependen de unos datos de partida, que son:

- Porcentaje de huecos $\rightarrow m = 0,28$
- Inclinación $\rightarrow \alpha = 0$
- Posición inicial en que se discretiza la reja $\rightarrow x_0 = 0 \text{ m}$
- Caudal inicial $\rightarrow q_0 = 0,0538 \text{ m}^2/\text{s}$
- Longitud de la reja $\rightarrow L = 0,9 \text{ m}$
- Paso de discretización espacial $\rightarrow h = 0,01 \text{ m}$
- y = presión hidrostática en el fondo o la altura de la lámina de agua (calado).
- Cq = coeficiente de descarga

Obteniendo las (ec. 1.2 y 1.3) en el apartado 7.2.

Resolviendo finalmente la ecuación por el método matemático de de Runge Kutta de orden 4.



```
function
[q,x,y,xaux]=variacion_caudal_Algoritmo1(m,alfa,H,x0,q0,L,h,y0)

% Esta función resuelve las ecuaciones
%  $dy/dx = (m \cdot Cq^2 \cdot \sqrt{y \cdot \cos(\alpha) \cdot (H + x \cdot \sin(\alpha) - y \cdot \cos(\alpha))} +$ 
%  $y \cdot \sin(\alpha)) / (3 \cdot y \cdot \cos(\alpha) - 2 \cdot (H + x \cdot \sin(\alpha)))$ 
%  $(dq/dx)^6 - 2 \cdot g \cdot (m \cdot Cq)^2 \cdot \cos(\alpha) \cdot (x \cdot \sin(\alpha) + H) \cdot (dq/dx)^4 +$ 
%  $4 \cdot g^2 \cdot q^2 \cdot (m \cdot Cq)^6 \cdot \cos(\alpha)^2 = 0$ 
% [q,x,y,xaux]=variacion_caudal_Algoritmo1(m,alfa,H,x0,q0,L,h,y0)
% Variables de entrada:
% m porcentaje de agujeros en la reja
% alfa inclinación de la reja
% H energía total del fluido
% x0 punto espacial donde empieza la reja
% q0 caudal inicial
% L longitud de la reja
% h paso de discretización espacial
% y0 altura inicial de la columna de agua
% Variables de salida:
% q valores del caudal en las diferentes posiciones espaciales x
% x posiciones en que se discretiza la reja para el caudal
% y valores del calado en diferentes posiciones espaciales xaux
% xaux posiciones en que se discretiza la reja para el calado

% constante de gravitación universal

g=9.81;

% discretización espacial de la reja

x=x0:h:L;
n=length(x); % número de pasos

haux=h/2;
xaux=x0:haux:L;
naux=length(xaux);

% inicializamos el vector de caudales

q=zeros(1,n);
q(1)=q0;

% inicializamos el vector de alturas de las columnas de agua

y=zeros(1,naux);
y(1)=y0;

% parámetro del coeficiente de descarga Cq
p_Cq=0.0417;

% Resolvemos la primera ecuación por Runge Kutta de orden 4
%  $dy/dx = (m \cdot Cq^2 \cdot \sqrt{y \cdot \cos(\alpha) \cdot (H + x \cdot \sin(\alpha) - y \cdot \cos(\alpha))} +$ 
%  $y \cdot \sin(\alpha)) / (3 \cdot y \cdot \cos(\alpha) - 2 \cdot (H + x \cdot \sin(\alpha)))$ 

for i=1:naux-1
```



```

% componemos la función f(x,y) para resolver y'=f(x,y), y(x0)=y0

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%   k1=haux*f(xi,yi)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% coeficiente de calado
Cq(i)=0.66*m^(-0.16)*(y(i)/p_Cq)^(-0.13);

k1=haux*(m*Cq(i)*2*sqrt(y(i)*cos(alfa)*(H+xaux(i)*sin(alfa)-
y(i)*cos(alfa)))+...
y(i)*sin(alfa))/(3*y(i)*cos(alfa)-2*(H+xaux(i)*sin(alfa)));

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%   k2=h*f(xi+h/2,yi+k1/2)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Cqaux=0.66*m^(-0.16)*((y(i)+k1/2)/p_Cq)^(-0.13);

k2=haux*(m*Cqaux*2*sqrt((y(i)+k1/2)*cos(alfa)*(H+(xaux(i)+haux/2)*sin(
alfa)-(y(i)+k1/2)*cos(alfa)))+...
(y(i)+k1/2)*sin(alfa))/(3*(y(i)+k1/2)*cos(alfa)-
2*(H+(xaux(i)+haux/2)*sin(alfa)));

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%   k3=h*f(xi+h/2,yi+k2/2)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Cqaux=0.66*m^(-0.16)*((y(i)+k2/2)/p_Cq)^(-0.13);

k3=haux*(m*Cqaux*2*sqrt((y(i)+k2/2)*cos(alfa)*(H+(xaux(i)+haux/2)*sin(
alfa)-(y(i)+k2/2)*cos(alfa)))+...
(y(i)+k2/2)*sin(alfa))/(3*(y(i)+k2/2)*cos(alfa)-
2*(H+(xaux(i)+haux/2)*sin(alfa)));

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%   k4=h*f(xi+h,yi+k3)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Cqaux=0.66*m^(-0.16)*((y(i)+k3)/p_Cq)^(-0.13);

k4=haux*(m*Cqaux*2*sqrt((y(i)+k3)*cos(alfa)*(H+(xaux(i)+haux)*sin(alfa)
)-(y(i)+k3)*cos(alfa)))+...
(y(i)+k3)*sin(alfa))/(3*(y(i)+k3)*cos(alfa)-
2*(H+(xaux(i)+haux)*sin(alfa)));

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%   Generamos el siguiente valor de la altura de
%   agua mediante el metodo Runge Kutta 4
%   y(i+1)=y(i)+1/6(k1+2*k2+2*k3+k4)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

y(i+1)=y(i)+1/6*(k1+2*k2+2*k3+k4);
end

```



```
% calculamos el último coeficiente de calado
Cq(naux)=0.66*m^(-0.16)*(y(naux)/p_Cq)^(-0.13);

% Imprimimos los resultados

Cq(1:10:end)
y(1:10:end)

% Resolvemos la segunda ecuación por Runge Kutta de orden 4

for i=1:n-1

    % componemos la función f(q,x) para resolver q'=f(x,q), q(x0)=q0

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    % k1=h*f(xi,qi)
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

    % transformamos la función de la ecuación en un polinomio cúbico
    z^3-b*z^2+d=0
    % y hallamos sus raíces

    b=-2*g*(m*Cq(2*i-1))^2*cos(alfa)*(x(i)*sin(alfa)+H);
    d=4*g^2*q(i)^2*(m*Cq(2*i-1))^6*cos(alfa)^2;

    p=[1 b 0 d];
    raices=roots(p)

    % nos quedamos con la menor de las raíces positivas
    raices_ordenadas=sort(raices)
    raiz=raices_ordenadas(2)

    % calculamos el primer peso k1
    k1=-h*sqrt(raiz)

    clear raices raices_positivas raiz;

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    % k2=h*f(xi+h/2,qi+k1/2)
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

    % transformamos la función de la ecuación en un polinomio cúbico
    z^3-b*z^2+d=0
    % y hallamos sus raíces

    b=-2*g*(m*Cq(2*i))^2*cos(alfa)*((x(i)+h/2)*sin(alfa)+H);
    d=4*g^2*(q(i)+k1/2)^2*(m*Cq(2*i))^6*cos(alfa)^2;

    p=[1 b 0 d];
    raices=roots(p)
```



```
% nos quedamos con la menor de las raíces positivas
raices_ordenadas=sort(raices)
raiz=raices_ordenadas(2)

% calculamos el segundo peso k2
k2=-h*sqrt(raiz)

clear raices raices_positivas raiz;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%   k3=h*f(xi+h/2,qi+k2/2)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% transformamos la función de la ecuación en un polinomio cúbico
z^3+b*z^2+d=0
% y hallamos sus raíces

b=-2*g*(m*Cq(2*i))^2*cos(alfa)*((x(i)+h/2)*sin(alfa)+H);
d=4*g^2*(q(i)+k2/2)^2*(m*Cq(2*i))^6*cos(alfa)^2;

p=[1 b 0 d];
raices=roots(p);

% nos quedamos con la menor de las raíces positivas
raices_ordenadas=sort(raices);
raiz=raices_ordenadas(2);

% calculamos el peso k3
k3=-h*sqrt(raiz);

clear raices raices_positivas raiz;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%   k4=h*f(xi+h,qi+k3)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% transformamos la función de la ecuación en un polinomio cúbico
z^3-b*z^2+d=0
% y hallamos sus raíces

b=-2*g*(m*Cq(2*i+1))^2*cos(alfa)*((x(i)+h)*sin(alfa)+H);
d=4*g^2*(q(i)+k3)^2*(m*Cq(2*i+1))^6*cos(alfa)^2;

p=[1 b 0 d];
raices=roots(p);

% nos quedamos con la menor de las raíces positivas
raices_ordenadas=sort(raices);
raiz=raices_ordenadas(2);

% calculamos el peso k4
k4=-h*sqrt(raiz);

clear raices raices_positivas raiz;
```



```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
% Generamos el siguiente valor del caudal  
% mediante el metodo Runge Kutta 4  
%  $q(i+1)=q(i)+1/6(k1+2*k2+2*k3+k4)$   
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
q(i+1)=q(i)+1/6*(k1+2*k2+2*k3+k4);
```

```
end
```



7.2 Algoritmo 2 (MATLAB)

El Algoritmo 2 consiste en la resolución de dos ecuaciones, una dependiente de la otra. Y suponiendo H constante a lo largo de toda la reja.

H = Energía total por unidad de peso justo al inicio de la reja.

$$\frac{dq}{dx} = \frac{mCq2\sqrt{y \cos \alpha (H_0 + x \sin \alpha - y \cos \alpha)} + y \sin \alpha}{3y \cos \alpha - 2(H_0 + x \sin \alpha)} \quad (\text{ec. 1.3})$$

$$\frac{dq}{dx} = -m Cq \sqrt{2g y \cos \alpha} \quad (\text{ec. 1.2})$$

Nuestras ecuaciones dependen de unos datos de partida, que son:

- Porcentaje de huecos $\rightarrow m = 0,28$
- Inclinación $\rightarrow \alpha = 0$
- Posición inicial en que se discretiza la reja $\rightarrow x_0 = 0 \text{ m}$
- Caudal inicial $\rightarrow q_0 = 0,0538 \text{ m}^2/\text{s}$
- Longitud de la reja $\rightarrow L = 0,9 \text{ m}$
- Paso de discretización espacial $\rightarrow h = 0,01 \text{ m}$
- y = presión hidrostática en el fondo o la altura de la lámina de agua (calado).
- Cq = coeficiente de descarga

Por lo tanto resolveremos primero (1) ya que la ecuación (2) depende de h , siendo $h = y$ (calado), en la ecuación.

Además tanto (1) como (2) dependen del coeficiente de descarga (Cq), siendo:

$$Cq = 0,66 \text{ m}^{-0.16} \left(\frac{h(x)}{0,0417} \right)^{-0,013} \quad (\text{ec. 2.7})$$

Dándonos un coeficiente de descarga distinto con forme vaya variando nuestra posición en la reja (según paso de discretización)

Resolviéndolo también por Runge Kutta de orden 4.

`function [q,x,y,xaux]=variacion_caudal_Algoritmo2(m,alfa,H,x0,q0,L,h,y0)`



```
% Esta función resuelve las ecuaciones
% dy/dx=(m*Cq*2*sqrt(y*cos(alfa)*(H+x*sin(alfa)-y*cos(alfa)))+
%   +y*sin(alfa))/(3*y*cos(alfa)-2*(H+x*sin(alfa)))
% dq/dx=-m*Cq*sqrt(2*g*y*cos(alfa))
% suponiendo la energía total H constante
% [q,x,y,xaux]=variacion_caudal_Algoritmo2(m,alfa,H,x0,q0,L,h,y0)
% Variables de entrada:
% m porcentaje de agujeros en la reja
% alfa inclinación de la reja
% H energía total del fluido
% x0 punto espacial donde empieza la reja
% q0 caudal inicial
% L longitud de la reja
% h paso de discretización espacial
% y0 altura inicial de la columna de agua
% Variables de salida:
% q valores del caudal en las diferentes posiciones espaciales x
% x posiciones en que se discretiza la reja para el caudal
% y valores del calado en diferentes posiciones espaciales xaux
% xaux posiciones en que se discretiza la reja para el calado

% constante de gravitación universal

g=9.81;

% discretización espacial de la reja

x=x0:h:L;
n=length(x); % número de pasos

haux=h/2;
xaux=x0:haux:L;
naux=length(xaux);

% inicializamos el vector de caudales

q=zeros(1,n);
q(1)=q0;

% inicializamos el vector de alturas de las columnas de agua

y=zeros(1,naux);
y(1)=y0;

% parámetro del coeficiente de descarga Cq
```



p_Cq=0.0417;
%p_Cq=0.001;

% Resolvemos la primera ecuación por Runge Kutta de orden 4
% dy/dx=(m*Cq*2*sqrt(y*cos(alfa)*(H+x*sin(alfa))-y*cos(alfa)))+
% +y*sin(alfa))/(3*y*cos(alfa)-2*(H+x*sin(alfa)))

for i=1:nax-1

% componemos la función f(x,y) para resolver y'=f(x,y), y(x0)=y0

%%
% k1=haux*f(xi,yi)
%%

% coeficiente de calado

Cq(i)=0.66*m^(-0.16)*(y(i)/p_Cq)^(-0.13);

k1=haux*(m*Cq(i)*2*sqrt(y(i)*cos(alfa)*(H+xaux(i)*sin(alfa))-y(i)*cos(alfa))+...
y(i)*sin(alfa))/(3*y(i)*cos(alfa)-2*(H+xaux(i)*sin(alfa)));

%%
% k2=h*f(xi+h/2,yi+k1/2)
%%

Cqaux=0.66*m^(-0.16)*((y(i)+k1/2)/p_Cq)^(-0.13);
k2=haux*(m*Cqaux*2*sqrt((y(i)+k1/2)*cos(alfa)*(H+(xaux(i)+haux/2)*sin(alfa))-
(y(i)+k1/2)*cos(alfa)))+...
(y(i)+k1/2)*sin(alfa))/(3*(y(i)+k1/2)*cos(alfa)-2*(H+(xaux(i)+haux/2)*sin(alfa)));

%%
% k3=h*f(xi+h/2,yi+k2/2)
%%

Cqaux=0.66*m^(-0.16)*((y(i)+k2/2)/p_Cq)^(-0.13);
k3=haux*(m*Cqaux*2*sqrt((y(i)+k2/2)*cos(alfa)*(H+(xaux(i)+haux/2)*sin(alfa))-
(y(i)+k2/2)*cos(alfa)))+...
(y(i)+k2/2)*sin(alfa))/(3*(y(i)+k2/2)*cos(alfa)-2*(H+(xaux(i)+haux/2)*sin(alfa)));

%%
% k4=h*f(xi+h,yi+k3)
%%

Cqaux=0.66*m^(-0.16)*((y(i)+k3)/p_Cq)^(-0.13);



$$k4 = \frac{h \cdot a_{ux} \cdot (m \cdot C_{q_{aux}} \cdot 2 \cdot \sqrt{(y(i) + k3) \cdot \cos(\alpha)} \cdot (H + (x_{aux}(i) + h_{aux}) \cdot \sin(\alpha) - (y(i) + k3) \cdot \cos(\alpha))) + \dots}{(y(i) + k3) \cdot \sin(\alpha)} \cdot \frac{1}{3 \cdot (y(i) + k3) \cdot \cos(\alpha) - 2 \cdot (H + (x_{aux}(i) + h_{aux}) \cdot \sin(\alpha))};$$

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Generamos el siguiente valor de la altura de
% agua mediante el metodo Runge Kutta 4
% y(i+1)=y(i)+1/6(k1+2*k2+2*k3+k4)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

y(i+1)=y(i)+1/6*(k1+2*k2+2*k3+k4);
end

```

```

% calculamos el último coeficiente de calado
Cq(naux)=0.66*m^(-0.16)*(y(naux)/p_Cq)^(-0.13);

```

```

% Resolvemos la segunda ecuación por Runge Kutta de orden 4
% dq/dx=-m*Cq*sqrt(2*g*y*cos(alfa))

```

```

for i=1:n-1

```

```

% componemos la función f(x,q) para resolver y'=f(x,q), q(x0)=q0

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% k1=h*f(xi,qi)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

k1=-h*m*Cq(2*i-1)*sqrt(2*g*y(2*i-1)*cos(alfa));

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% k2=h*f(xi+h/2,qi+k1/2)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

k2=-h*m*Cq(2*i)*sqrt(2*g*y(2*i)*cos(alfa));

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% k3=h*f(xi+h/2,qi+k2/2)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

k3=k2;

```



```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
% k4=h*f(xi+h,qi+k3)  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

$$k4=-h*m*Cq(2*i+1)*sqrt(2*g*y(2*i+1)*cos(alfa));$$

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
% Generamos el siguiente valor del caudal de  
% agua mediante el metodo Runge Kutta 4  
% q(i+1)=q(i)+1/6(k1+2*k2+2*k3+k4)  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

$$q(i+1)=q(i)+1/6*(k1+2*k2+2*k3+k4);$$

end



7.3 Algoritmo 3 (MATLAB)

El algoritmo dos consiste en la resolución de dos ecuaciones, una dependiente de la otra. Y suponiendo E constante a lo largo de toda la reja.

E = Energía específica del flujo al iniciar la reja.

$$\frac{dq}{dx} = \frac{mCq2\sqrt{y \cos \alpha (E_0 - y \cos \alpha)}}{3y \cos \alpha - 2(E_0)} \quad (\text{ec. 1.3})$$

$$\frac{dq}{dx} = -m Cq \sqrt{2g y \cos \alpha} \quad (\text{ec. 1.2})$$

Nuestra ecuación depende de unos datos de partida, que son:

- Porcentaje de huecos $\rightarrow m = 0,28$
- Inclinación $\rightarrow \alpha = 0$
- Posición inicial en que se discretiza la reja $\rightarrow x_0 = 0 \text{ m}$
- Caudal inicial $\rightarrow q_0 = 0,0538 \text{ m}^2/\text{s}$
- Longitud de la reja $\rightarrow L = 0,9 \text{ m}$
- Paso de discretización espacial $\rightarrow h = 0,01 \text{ m}$

Añadiendo estos 3 términos en dicho algoritmo:

- y = presión hidrostática en el fondo o la altura de la lámina de agua (calado).
- Cq = coeficiente de descarga
- E = Energía específica del flujo al iniciar la reja.

Por lo tanto resolveremos primero (1) ya que la ecuación (2) depende de h, siendo $h = y$ (calado), en la ecuación.

Además tanto (1) como (2) dependen del coeficiente de descarga (Cq), siendo:

$$Cq = 0,66 \text{ m}^{-0.16} \left(\frac{h(x)}{0,0417} \right)^{-0,013} \quad (\text{ec. 2.7})$$

Dándonos un coeficiente de descarga distinto con forme vaya variando nuestra posición en la reja (según paso de discretización).

Debemos notar que el Algoritmo 2 y el Algoritmo 3 son el mismo para inclinación de la reja $\alpha = 0$ y valores iniciales tales que $E = H$.

Resolviéndolo también por Runge Kutta de orden 4.



```
function [q,x,y,xaux]=variacion_caudal_Algoritmo3(m,alfa,E,x0,q0,L,h,y0)
```

```
% Esta función resuelve las ecuaciones
%  $dy/dx=(m*Cq*2*\sqrt{y*\cos(\alpha)*(E-y*\cos(\alpha))})/(3*y*\cos(\alpha)-2*E)$ 
%  $dq/dx=-m*Cq*\sqrt{2*g*y*\cos(\alpha)}$ 
% suponiendo la energía total H constante
% [q,x,y,xaux]=variacion_caudal_Algoritmo2(m,alfa,E,x0,q0,L,h,y0)
% Variables de entrada:
% m porcentaje de agujeros en la reja
% alfa inclinación de la reja
% E energía específica de flujo o energía media con respecto
% al fondo del canal
% x0 punto espacial donde empieza la reja
% q0 caudal inicial
% L longitud de la reja
% h paso de discretización espacial
% y0 altura inicial de la columna de agua
% Variables de salida:
% q valores del caudal en las diferentes posiciones espaciales x
% x posiciones en que se discretiza la reja para el caudal
% y valores del calado en diferentes posiciones espaciales xaux
% xaux posiciones en que se discretiza la reja para el calado

% constante de gravitación universal

g=9.81;

% discretización espacial de la reja

x=x0:h:L;
n=length(x); % número de pasos

haux=h/2;
xaux=x0:haux:L;
naux=length(xaux);

% inicializamos el vector de caudales

q=zeros(1,n);
q(1)=q0;

% inicializamos el vector de alturas de las columnas de agua

y=zeros(1,naux);
y(1)=y0;
```



% Resolvemos la primera ecuación por Runge Kutta de orden 4
% $dy/dx = (m \cdot Cq \cdot 2 \cdot \sqrt{y \cdot \cos(\alpha) \cdot (E - y \cdot \cos(\alpha))}) / (3 \cdot y \cdot \cos(\alpha) - 2 \cdot E)$

for i=1:naux-1

% componemos la función f(x,y) para resolver $y'=f(x,y)$, $y(x_0)=y_0$

%%
% k1=haux*f(xi,yi)
%%

% coeficiente de calado

Cq(i)=0.66*m^(-0.16)*(y(i)/0.0417)^(-0.13);

k1=haux*(m*Cq(i)*2*sqrt(y(i)*cos(alfa)*(E-y(i)*cos(alfa))))/...
(3*y(i)*cos(alfa)-2*E);

%%
% k2=h*f(xi+h/2,yi+k1/2)
%%

Cqaux=0.66*m^(-0.16)*((y(i)+k1/2)/0.0417)^(-0.13);
k2=haux*(m*Cqaux*2*sqrt((y(i)+k1/2)*cos(alfa)*(E-(y(i)+k1/2)*cos(alfa))))/...
(3*(y(i)+k1/2)*cos(alfa)-2*E);

%%
% k3=h*f(xi+h/2,yi+k2/2)
%%

Cqaux=0.66*m^(-0.16)*((y(i)+k2/2)/0.0417)^(-0.13);
k3=haux*(m*Cqaux*2*sqrt((y(i)+k2/2)*cos(alfa)*(E-(y(i)+k2/2)*cos(alfa))))/...
(3*(y(i)+k2/2)*cos(alfa)-2*E);

%%
% k4=h*f(xi+h,yi+k3)
%%

Cqaux=0.66*m^(-0.16)*((y(i)+k3)/0.0417)^(-0.13);
k4=haux*(m*Cqaux*2*sqrt((y(i)+k3)*cos(alfa)*(E-(y(i)+k3)*cos(alfa))))/...
(3*(y(i)+k3)*cos(alfa)-2*E);



```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Generamos el siguiente valor de la altura de
% agua mediante el metodo Runge Kutta 4
%  $y(i+1)=y(i)+1/6(k1+2*k2+2*k3+k4)$ 
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

 $y(i+1)=y(i)+1/6*(k1+2*k2+2*k3+k4);$ 

```

end

```

% calculamos el último coeficiente de calado
 $Cq(naux)=0.66*m^{(-0.16)}*(y(naux)/0.0417)^{(-0.13)};$ 

```

```

% Resolvemos la segunda ecuación por Runge Kutta de orden 4
%  $dq/dx=-m*Cq*\sqrt{2*g*y*\cos(\alpha)}$ 

```

for i=1:n-1

```

% componemos la función f(x,q) para resolver  $y'=f(x,q)$ ,  $q(x0)=q0$ 

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%  $k1=h*f(xi,qi)$ 
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

 $k1=-h*m*Cq(2*i-1)*\sqrt{2*g*y(2*i-1)*\cos(\alpha)};$ 

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%  $k2=h*f(xi+h/2,qi+k1/2)$ 
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

 $k2=-h*m*Cq(2*i)*\sqrt{2*g*y(2*i)*\cos(\alpha)};$ 

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%  $k3=h*f(xi+h/2,qi+k2/2)$ 
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

 $k3=k2;$ 

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%  $k4=h*f(xi+h,qi+k3)$ 
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

 $k4=-h*m*Cq(2*i+1)*\sqrt{2*g*y(2*i+1)*\cos(\alpha)};$ 

```



```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
% Generamos el siguiente valor del caudal de  
% agua mediante el metodo Runge Kutta 4  
%  $q(i+1)=q(i)+1/6(k1+2*k2+2*k3+k4)$   
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
  
q(i+1)=q(i)+1/6*(k1+2*k2+2*k3+k4);  
  
end
```



8. Interfaz Gráfica

8.1 Vista y Explicación de la funcionalidad de la interfaz

Una vez programados los algoritmos, pasaremos a la realización de nuestra interfaz. La interfaz gráfica será la que represente los valores numéricos obtenidos en la resolución de las ecuaciones resueltas en cada algoritmo.

Primera fase de la interfaz:

Nuestra interfaz gráfica consta de unos valores iniciales que intervienen en todos nuestros algoritmos, los podemos llamar como datos de partida.

Estos datos es necesario introducirlos para la representación de cualquiera de nuestros algoritmos.

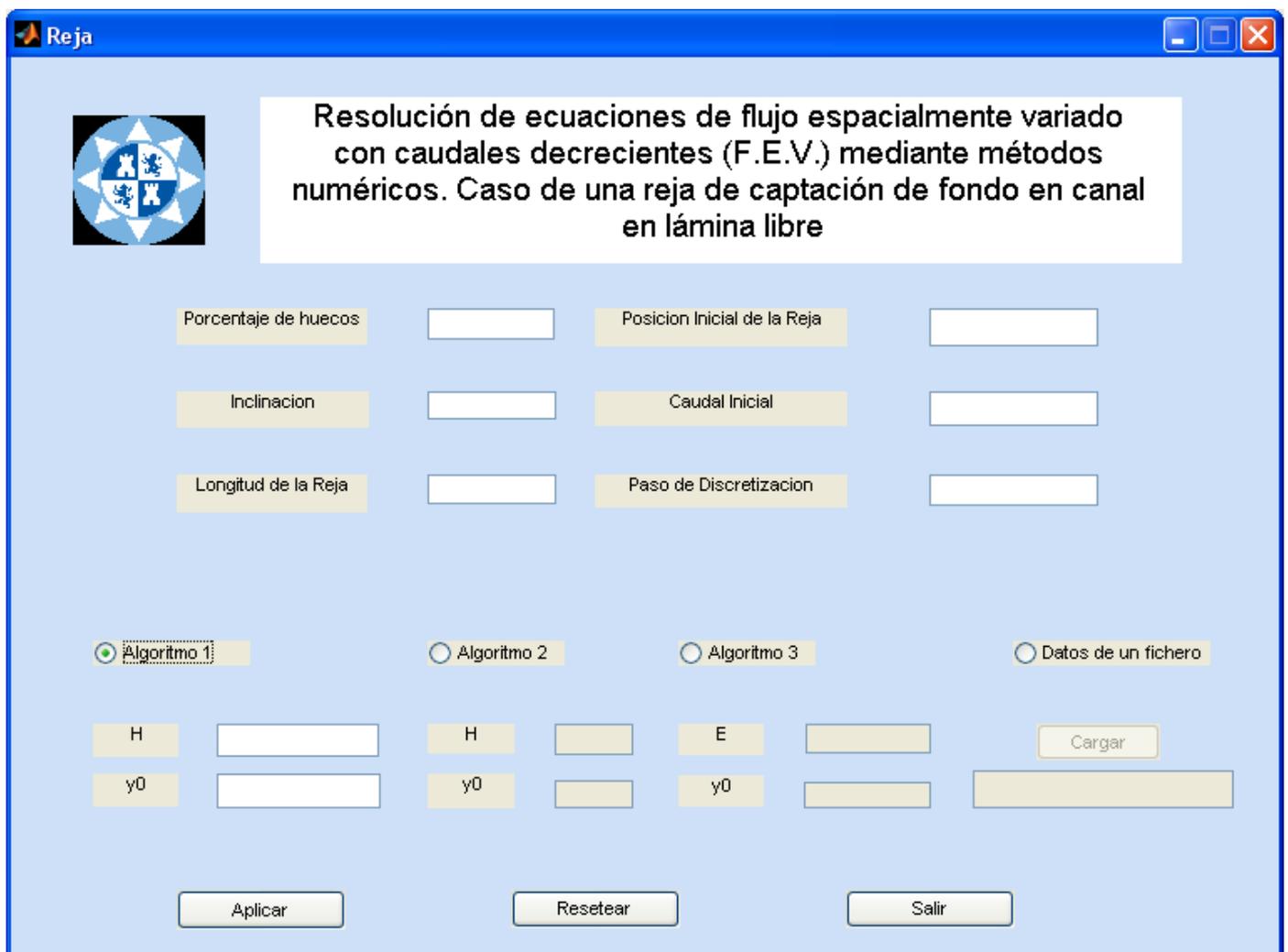


Figura 8.1: Interfaz gráfica



Como podemos observar en la interfaz se ve claramente a que valores nos referimos, ya que son los únicos que no se pueden desactivar u activar con ningún Radiobutton.

Nuestros valores de partida en el estudio realizado serán:

The screenshot shows a software window titled 'Reja' with a blue header. The main area has a light blue background. At the top left is a circular logo with a star and the text 'UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA'. To the right of the logo is a white box containing the title: 'Resolución de ecuaciones de flujo espacialmente variado con caudales decrecientes (F.E.V.) mediante métodos numéricos. Caso de una reja de captación de fondo en canal en lámina libre'. Below this are several input fields and buttons. The parameters are: 'Porcentaje de huecos' (0.28), 'Posición Inicial de la Reja' (0), 'Inclinación' (0), 'Caudal Inicial' (0.0538), 'Longitud de la Reja' (0.9), and 'Paso de Discretización' (0.01). There are four radio buttons for 'Algoritmo 1' (selected), 'Algoritmo 2', 'Algoritmo 3', and 'Datos de un fichero'. Below these are three columns of input fields for 'H' and 'y0', and a 'Cargar' button. The 'Cargar' button is labeled with the file name 'caudal_calado_pendiente0.xls'. At the bottom are three buttons: 'Aplicar', 'Resetear', and 'Salir'.

Porcentaje de huecos	0.28	Posición Inicial de la Reja	0
Inclinación	0	Caudal Inicial	0.0538
Longitud de la Reja	0.9	Paso de Discretización	0.01

Algoritmo 1 (selected), Algoritmo 2, Algoritmo 3, Datos de un fichero

H	0.099859589	H	0.099859	E	0.099859589	Cargar
y0	0.0534	y0	0.0534	y0	0.0534	caudal_calado_pendiente0.xls

Aplicar, Resetear, Salir

Figura 8.2: Interfaz gráfica

- Porcentaje de huecos $\rightarrow m = 0,28$
- Inclinación $\rightarrow \alpha = 0$
- Posición inicial en que se discretiza la reja $\rightarrow x_0 = 0 \text{ m}$
- Caudal inicial $\rightarrow q_0 = 0,0538 \text{ m}^2/\text{s}$
- Longitud de la reja $\rightarrow L = 0,9 \text{ m}$
- Paso de discretización espacial $\rightarrow h = 0,01 \text{ m}$

Introduciendo los valores en las mismas unidades que mostramos.



A continuación explicamos la **segunda fase de la interfaz gráfica**, donde se aprecia una separación apreciable entre los datos de entrada (primera fase) y esta segunda fase, constituida por los tres algoritmos que hemos programado anteriormente y un cuarto Radiobutton. En este Radiobutton se encuentra un Pushbutton-Cargar con la opción de cargar directamente desde Excel un fichero que refleje de forma directa los resultados empíricos obtenidos en el laboratorio pudiéndolo comparar a su vez con los resultados obtenidos en cualquiera de nuestros algoritmos.

Hay que tener en cuenta que estén activados los algoritmos que me interesan comprobar. También recordamos que el Algoritmo 1 sólo nos representara los datos referenciados al caudal (caudal en función de la posición de la reja).

En la segunda fase de la interfaz tenemos nuestros tres primeros Radiobutton. Si los activamos nos aparece el casillero en blanco donde nos dejara escribir.

Aquí escribiremos en el caso de los Algoritmos 1 y 2, ya que la Energía Total se mantiene constante a lo largo de toda la reja, el valor de dicha energía justo al empezar la reza:

$$H = 0.099859589$$

En el Algoritmo 2 también introducimos el valor del calado inicial siendo:

$$y_0 = 0.0534$$

Y finalmente para el Algoritmo 3, el valor de la Energía Específica que también se mantiene constante a lo largo de toda la reja. Además del valor inicial del calado.

$$E = 0.099859589$$

$$y_0 = 0.0534$$

Introduciendo todo los valores, que hemos definido anteriormente y dándole posteriormente al Pushbutton – Aplicar, nos saldrá de forma inmediata las gráficas correspondientes, tanto de calado como de caudal.

También se pueden observar dos Pushbutton más en la parte inferior de la interfaz:

- Resetear: este botón nos da la oportunidad de dejar en blanco todos los casilleros, si así lo deseamos.
- Salir: este botón nos permite salir de forma directa de la interfaz gráfica.

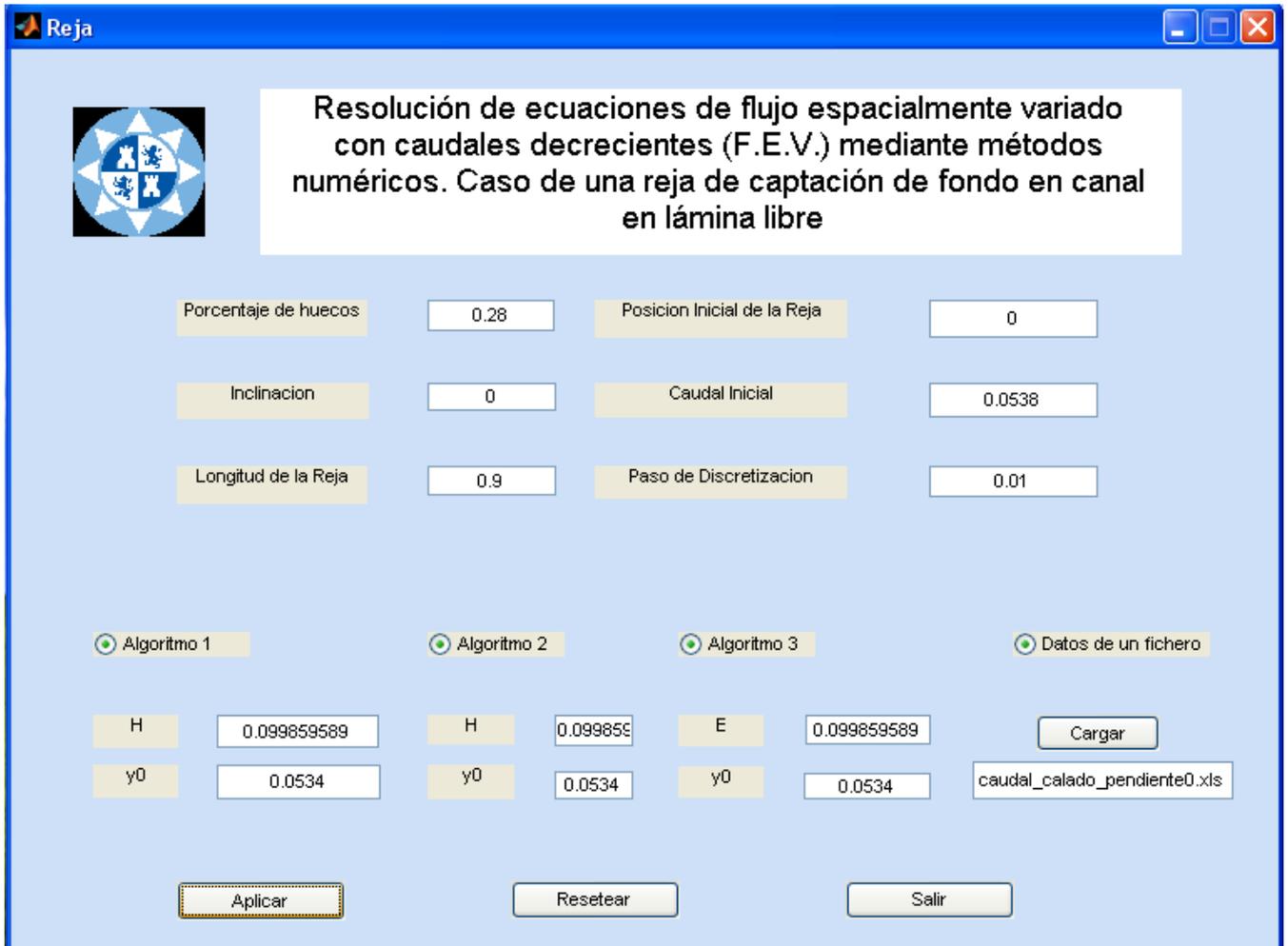


Figura 8.3: Interfaz gráfica

Tabla en Excel de las mediciones realizadas en el laboratorio:

Tabla 8.1: Tabla en Excel de las mediciones realizadas en el laboratorio

0	0,0538	0,0534
0,05	0,04348304	0,0421
0,1	0,03379351	0,0317
0,15	0,0251518	0,0222
0,2	0,01755655	0,016
0,25	0,01080829	0,0114
0,3	0,0049394	0,0071
0,35	-0,001444	0,0049
0,4	-0,0049571	0,0038
x	caudal	calado



8.2 Representación grafica

8.2.1. Grafica de comparación de caudales

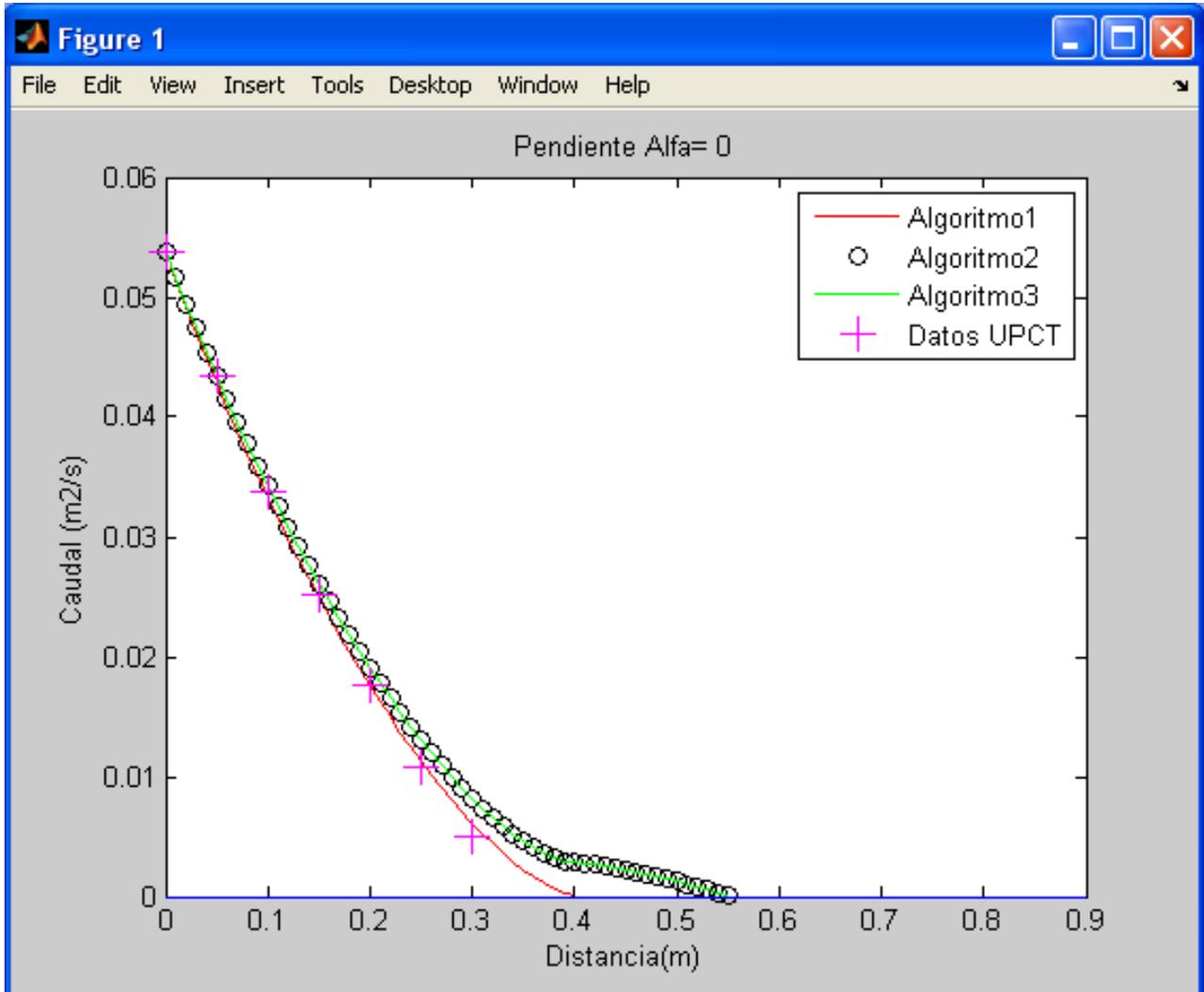


Figura 8.4: Interfaz gráfica

Observamos que los datos de laboratorio obtenidos mediante mediciones, no difiere mucho de los resultados matemáticos calculados en MATLAB.

Mencionando que en los resultados sobre el caudal del Algoritmo 1 se parece apreciar una mayor aproximación a los datos obtenidos en laboratorio. Pudiendo decir que el Algoritmo 1 funciona mejor para el cálculo de caudal.

Hemos despreciado los valores de caudal negativo, siendo manifiesto que en los Algoritmos 2 y 3 nuestro caudal se hace negativo en una posición avanzada de la reja.



8.2.2. Grafica de comparación de calado

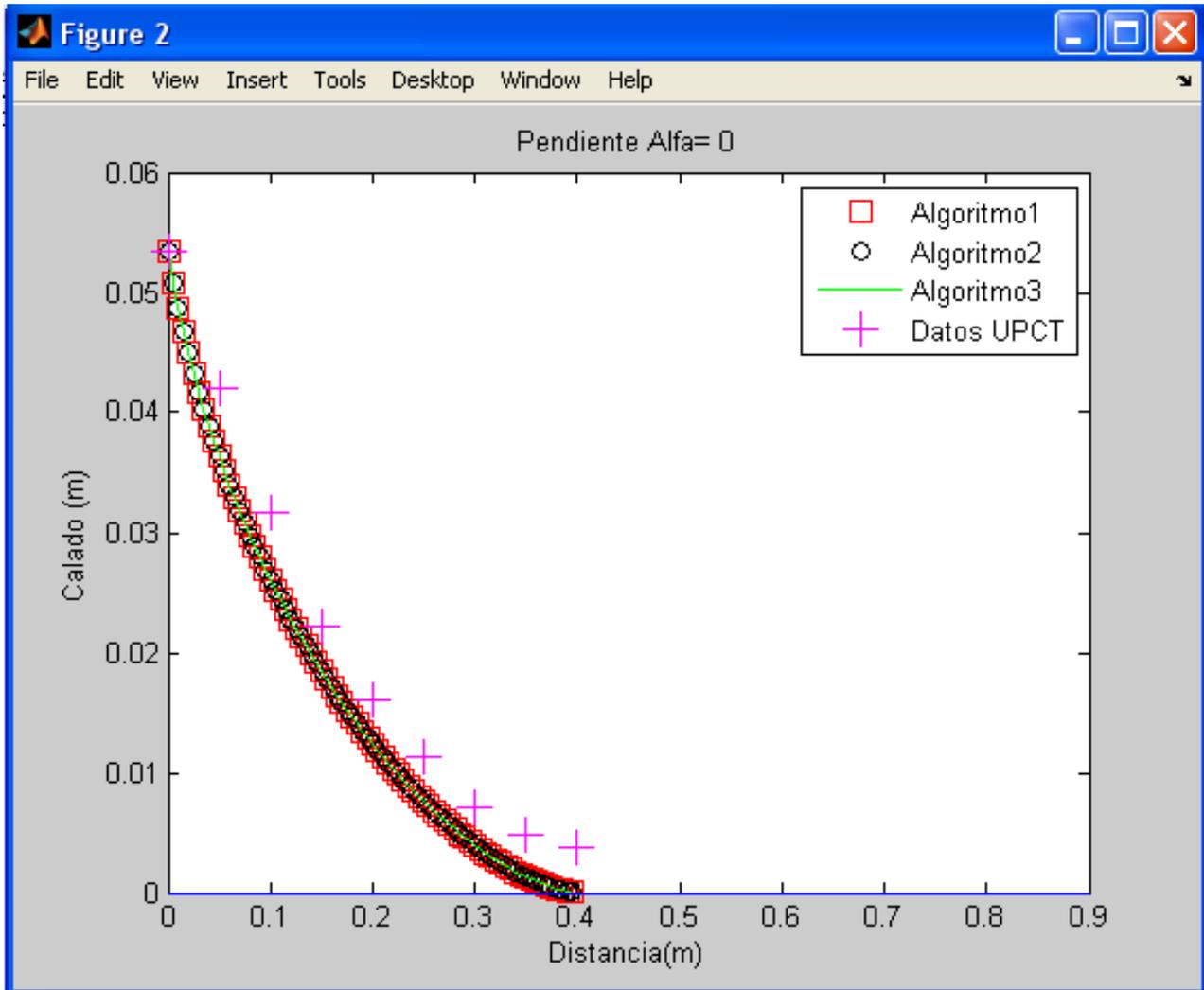


Figura 8.5: Interfaz gráfica

Representando los valores positivos del calado de los Algoritmos 2 y 3, vemos que se encuentran superpuestos describiendo la misma curva. Pudiendo apreciar que nuestro calado se hace cero a la distancia de 0,4 m del comienzo de la reja, un poco antes de los valores de laboratorio.



9. Conclusión

Al terminar de programar todos los algoritmos intervinientes en el proyecto dentro de MATLAB y ejecutando correctamente la interfaz gráfica explicada en el capítulo anterior. Obtendremos los valores siguientes mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 9.1: Tabla comparativa de las mediciones de laboratorio con respecto a los valores numéricos obtenidos en la resolución de nuestros Algoritmos

Datos de laboratorio UPCT			Datos numéricos resueltos en MATLAB								
x	Caudal	Calado	Algoritmo 1			Algoritmo 2			Algoritmo 3		
			Cq	Calado	Caudal	Calado	Caudal	Cq	Calado	Caudal	Cq
0	0,0538	0,0534	0,7835	0,0534	0,0538	0,0534	0,0538	0,7835	0,0534	0,0538	0,7835
0,05	0,043483	0,0421	0,8237	0,0363	0,0428	0,0363	0,0434	0,8237	0,0363	0,0434	0,8237
0,1	0,033794	0,0317	0,8599	0,0261	0,0333	0,0261	0,0342	0,8599	0,0261	0,0342	0,8599
0,15	0,025152	0,0222	0,8996	0,0184	0,0249	0,0184	0,0261	0,8996	0,0184	0,0261	0,8996
0,2	0,017557	0,016	0,9472	0,0124	0,0176	0,0124	0,0191	0,9472	0,0124	0,0191	0,9472
0,25	0,010808	0,0114	1,1006	0,0039	0,0061	0,0076	0,0131	1,0093	0,0076	0,0131	1,0093
0,3	0,004939	0,0071	1,272	0,0013	0,0022	0,0039	0,0082	1,1006	0,0039	0,0082	1,1006
0,35	-0,00144	0,0049				0,0013	0,0046	1,272	0,0013	0,0046	1,272
0,4	-0,00496	0,0038									

Esta tabla nos sirve como referencia a la hora de comparar de forma más exacta los valores numéricos obtenidos con los de laboratorio en la UPCT.

Teniendo los diferentes valores experimentales y numéricos según la posición exacta de la reja en la que nos encontremos.

Observando que en los datos numéricos resueltos por MATLAB en los tres algoritmos se nos hace negativo tanto el caudal como el calado en torno a una posición de la reja de 0,4 m desde el inicio de ella.

Mencionando que en los resultados sobre el caudal del Algoritmo 1 se parece apreciar una mayor aproximación a los datos obtenidos en laboratorio. Pudiendo decir que el Algoritmo 1 funciona mejor para el cálculo de caudal.

Y sufriendo un incremento del coeficiente de descarga con forme va disminuyendo el caudal, como nombramos anteriormente.

Esta tabla nos sirve para la obtención de una valoración más exhaustiva de nuestros datos. Aunque nos convenga quizá mejor la interpretación gráfica para ver de forma más rápida el comportamiento del fluido tanto en referencia al caudal como al calado.

En esta tabla despreciamos los valores negativos ya que no serían representativos.



10. Imágenes de laboratorio



Figura 1.1: Laboratorio hidráulica UPCT



Figura 1.2: Laboratorio hidráulica UPCT

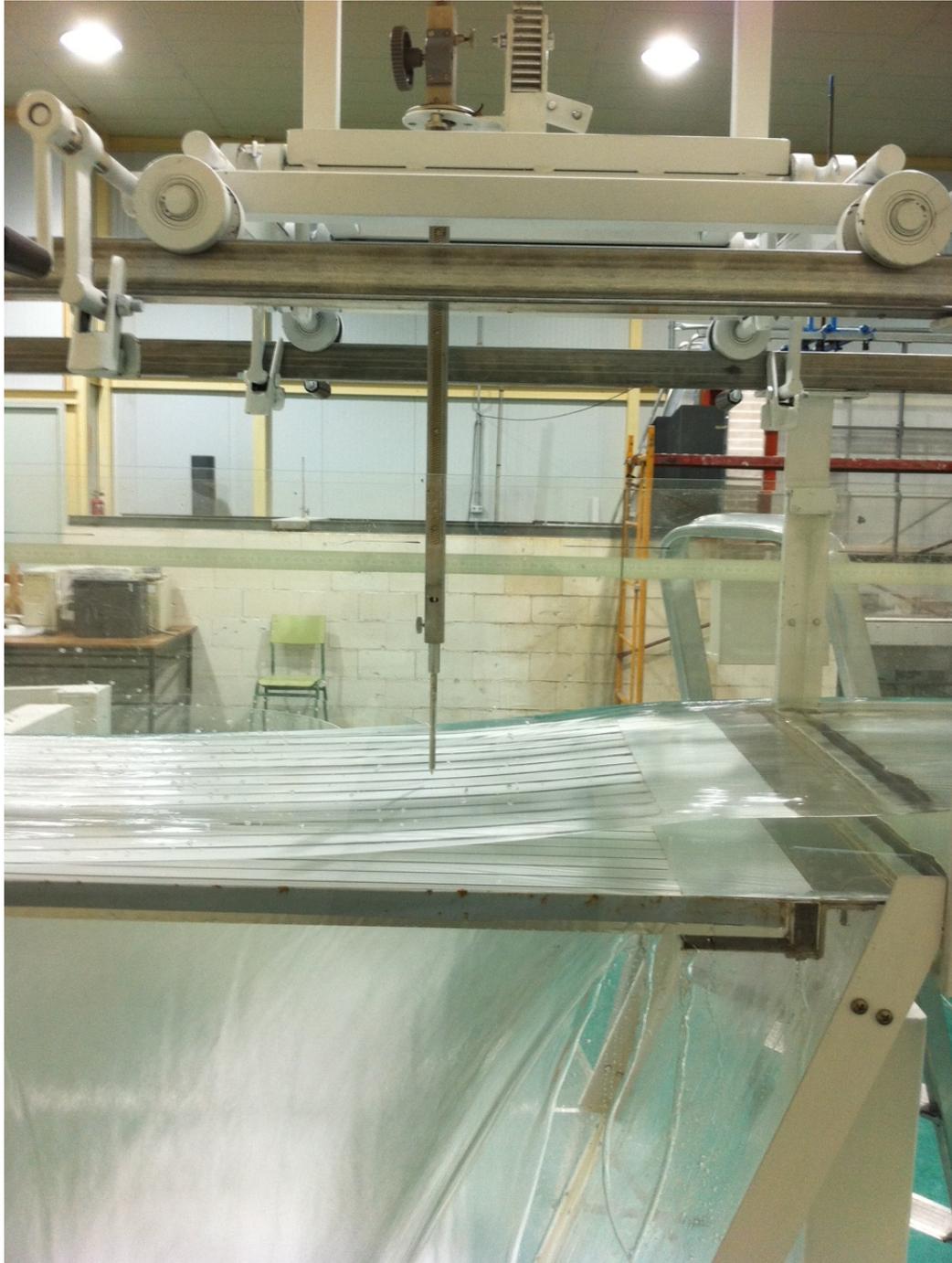


Figura 10.1: Laboratorio hidráulica UPCT

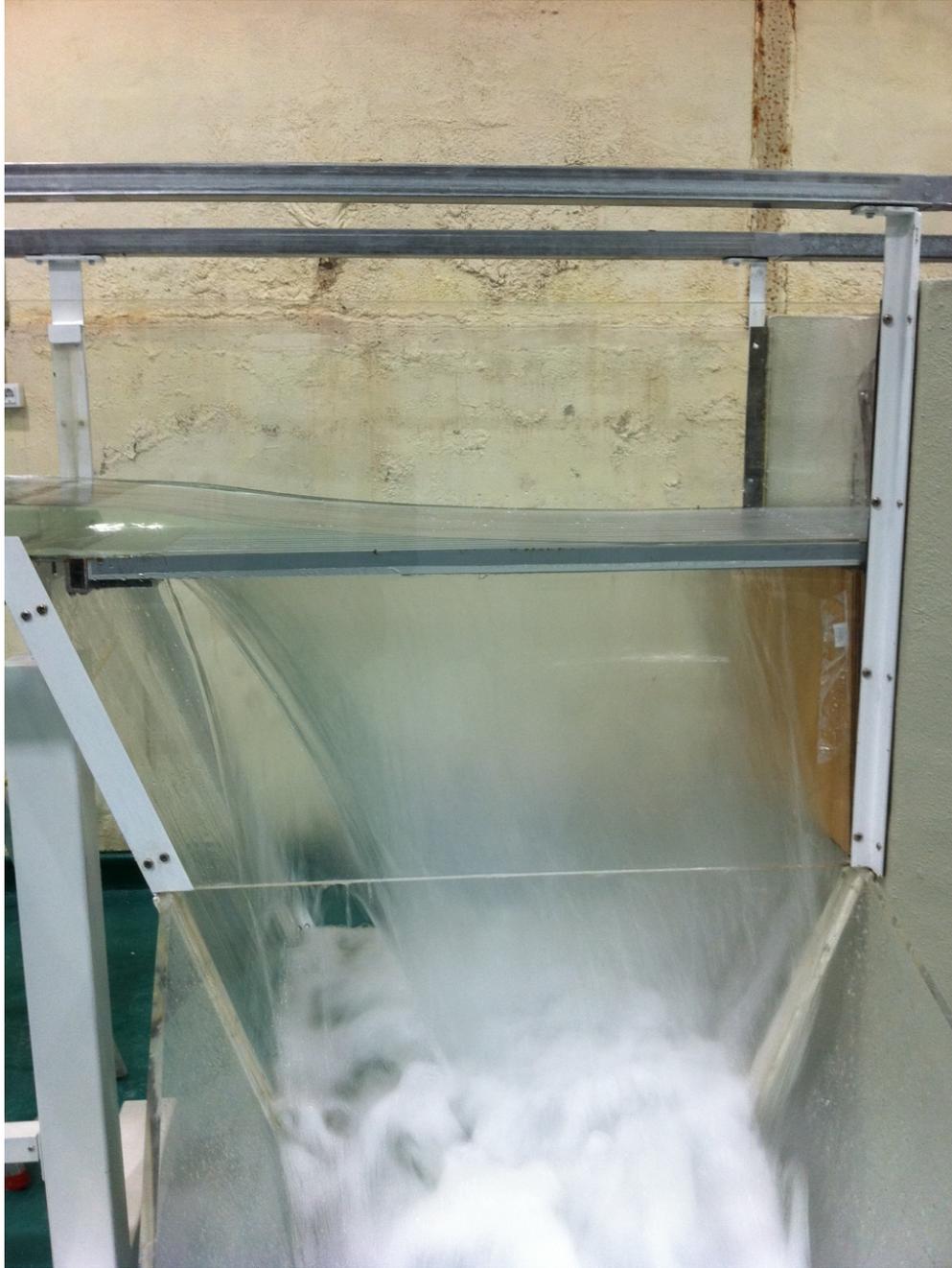


Figura 10.2: Laboratorio hidráulica UPCT



Figura 10.3: Laboratorio hidráulica UPCT

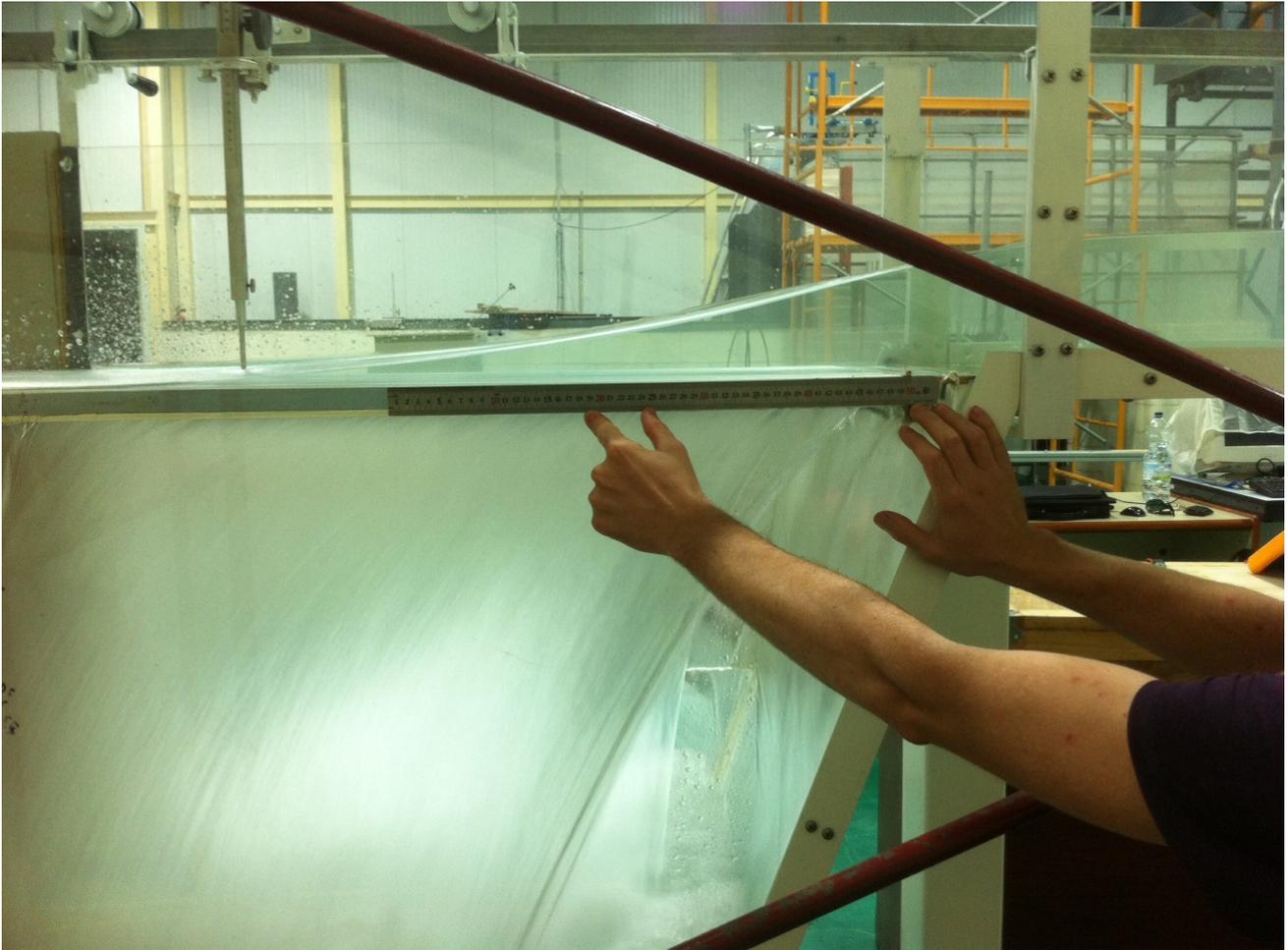


Figura 10.4: Laboratorio hidráulica UPCT



11. Bibliografía

1. Doctor Giorgio Nosedà (1956) "Correnti permanente con portata professionalmente decrescente, defluenti su griglie di fondo" (Articòlo).
2. M. Bouvard (1954) "Dèbit d'une grille par en dessous. Discharge passing through a bottom grid" (Article)
3. Gilberto Sotelo Àvila "HidrÀulica de canales", pÀginas 541 a 648, Mexico, UNAM, Facultad de IngenierÌa, 2002.
4. Reinius E. "Steady Flow in Open Channels", Transactions RIT, pÀginas 179 a 211, Estocolmo, 1961.
5. Chapra S.C., Canale R.P. "Numerical methods for engineers", segunda edici3n, McGraw-Hill, Nueva York NY., 1988.
6. 2. Blalock M.E. y Sturm T.W. "Minimum Specific Energy in Open Channel", Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Journal of the Hydraulics Division, volumen 107, nÙmero HY6, pÀginas 699 a 717, Junio 1981.
7. Amat S., Ruiz J. and Trillo J.C, Fast multiresolution algorithms and their related variational problems for image denoising. Submitted.
8. Amat S., Donat R. and Trillo J.C (2009), On specific stability bounds for linear multiresolution schemes based on piecewise polynomial Lagrange interpolation, Journal of Math. Anal. And Appl., doi: 10.1016/j.jmaa.2009.04.038
9. Di Stefano C. and Ferro V. (2013). Experimental Study of the Stage-Discharge Relationship for Uptream Inclined Grid with Longitudinal Bars. "J. Irrig. Drain Eng.", 139(8), 691-695.
10. Schmidt M. "Gerinnehydraulik", Bauverlag GMBH, Wiesbaden, 1957.
11. Ven te Chow. "Open-Channel Hydraulics", McGraw Hill-Kogakusha, Nueva York, 1959.
12. Fuentes R. y Carrasquel S. "Una ecuaci3n empÌrica para zonas de transici3n", Publicaci3n del Laboratorio Nacional de Hidrulica, nÙmero 78-10, Caracas, Noviembre 1978.



13. Keulegan G.H. "Laws of Turbulent Flow in Open Channels", Journal of the National Bureau of Standards, Washington D.C., Research Paper 1151, volumen 21, Diciembre 1938.
14. Weh-Hsiung Li. "Open Channels with Nonuniform Discharge", Transactions of the American Society of Civil Engineers, volumen 120, páginas 255 a 274, 1955.
15. Keulegan G.H. "Determination of Critical Depth in Spatially Variable Flow", Proceedings of the 2d. Midwestern Conference of Fluid Mechanics, The Ohio State University, Engineering Experiment Station, Boletín 149, páginas 67 a 80, Septiembre 1952.
16. Bleij K.H. "Flow in Roof Gutters", Journal Research del U.S. National Bureau of Standards, volumen 12, página 193, 1934.
17. Hager W.H. "Open Channel Hydraulics of Flows with Increasing Discharge", Journal of Hydraulic Research de IAHR, volumen 21, número 3, páginas 177 a 193, 1983.
18. Naudascher E. "Hydraulik der Gerinne und Gerinnebauwerke", Springer Verlag, Viena, Nueva York, segunda edición, 1992.
19. Hinds J. "Side Channel Spillways. Hydraulic Theory, Economic Factors and Experimental Determination of Losses", Transactions ASCE, volume 89, 1926.
20. Chow Vente. "Open-Channel Hydraulics", McGraw-Hill Book Company, Nueva York, 1959.
21. U.S. Bureau of Reclamation. "Design of Small Dams", U.S. Department of the Interior, primera edición, Washington, 1960.
22. De Marchi G. "Saggio di teoria del funzionamento degli stramassi laterali", L'Energia Ellettrica, Milan, volumen II, número 11, página 849, noviembre, 1934.
23. Schmidt M. "Gerinnehydraulik", Bauverlag GMBH, Wiesbaden, 1957.
24. Ehrenberger R. "Streichwehre", Osterreichische Wasserwirtschaft, Viena, 1934.



25. Coleman G.S., Smith D. "The Discharging Capacity of Side Weirs", Proceedings of the Institution of Civil Engineers, volumen 6, página 305, Londres, 1957.
26. Zchiesche O. "Die Berechnung von Streichwehren auf Grund von Modellversuchen mit geraden und schraggestellten Streichwehren",
27. Forschungsanstalt für Schifffahrt, Wasser- und Grundbau, Akademie Verlag, Berlin, 1954.
28. Frazer W. "The Behaviour of Side Weirs in Prismatic Rectangular Channels", Proceedings of the Institution of Civil Engineers, volumen 6, página 305, Londres, 1957.
29. Ackers P. "A Theoretical Consideration of Side Weirs as Stormwater Overflows", Proceedings of the Institution of Civil Engineers, volumen 6, páginas 250 a 269, Londres, febrero, 1957.
30. Subramanya K., Awasthy S.C. "Spatially Varied Flow Over Side Weirs", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, volumen 98, número HY1, 1972.
31. Ranja Raju K.G., Prasad B. y Gupta S. "Side weir in rectangular channel", ASCE, Journal of the Hydraulics Division, volumen 105, número HY5, 1979.
32. Ramamurthy A.S. y Carballada L. "Lateral weir flow model", ASCE, Journal of the Irrigation and Drainage Division, volumen 106, número IR1, 1980.
33. El-Khashab A., Smith K.V.H. "Experiment investigation of flow over side weirs", ASCE, Journal of the Hydraulics Division, volumen 102, número HY9, 1976.
34. Hager W.H., Hager K., Weyermann H. "Die hydraulische Berechnung von Streichwehren in Entlastungsbauwerken der Kanalisationstechnik"; Gas, Wasser, Abwasser, Jahrgang 63, número 7, páginas 309 a 329, 1983.
35. Ishikawa T. "Water surface profile of stream with side overflow", ASCE, Journal of the Hydraulics Division, volumen 110, número 12, 1984.
36. Jain S.C., Fisher E.E. "Uniform flow over skew side-weir", ASCE, Journal of the Irrigation and Drainage Division, volumen 108, número IR2, 1982.



37. Uyumaz A., Muslu Y. "Flow over side weirs in circular channels", ASCE, Journal of the Hydraulics Division, volumen III, número 1, páginas 144 a 160, Enero, 1985.
38. Uyumaz A. "Side Weir in U-Shaped Channels", ASCE, Journal of Hydraulic Engineering, volumen 123, número 7, páginas 639 a 646, Julio 1997.
39. Mostkow M.A. "Handbuchder Hydraulik", VEB VerlagTechnik. Berlin, 1956.
40. Zamarin E.A., PopowK.W. y Fandjew W.W. "Wasserbau", VEB Verlag fur Bauwesen, Berlin, 1961.
41. Frank J. "Hydraulische Untersuchungen fur das tiroler Wehr", Der Bauingenieur, Heft 3, páginas 96 a 101, 1956.
42. Sassoli F. "Canali collettori laterali a forte pendeza", L'Energia elettrica, volumen 36, páginas 26 a 39, 1971.
43. Chaudhry M. Hanif y Bhallamudi S. Murty, "Computation of critical Depth in symmetrical compound Channels", Jourval of Hydraulic Research, IARH, volumen 26, número 4, 1988.
44. Shearman J. O. "User's Guide Step Backwater and Floodway Analyses", U. S. Geological Survey, Water Resources Division, Reston, Va., mayo 1977.
45. Ezra A. A. "A Direct Step Method for Computing Water Surfaces Profiles", Transactions of the American Society of Civil Engineers, volumen 119, páginas 453 a 462, 1954.
46. Grimm C. I. "Backwater Slopes above Dams", Engineering News-Record, volumen 100, número 23, página 902, Junio 7, 1928.
47. Escoffier F. F. "Graphic Calculation of Backwater eliminates Solution by Trial", Engineering News-Record, volumen 136, número 26, página 71, Junio 27, 1946.
48. Wylie E. B. "Water Surface Profiles in Divided Channels", Journal of Hydraulic Research (IARH), volumen 96, número HY3, páginas 801 a 814, Marzo 1970.
49. McCracken D. D., Dorn W. S. "Numerical Methods and FORTRAN programming", John Wiley, Nueva York, NY., 1964.



50. Prasad R. "Numerical method of computing flow profiles", Journal of Hydraulics Division, American Society of Civil Engineers, volumen 96, número 1, páginas 75 a 86, 1970.
51. Blalock M. E., Sturm T.W. Closure to "Minimum Specific Energy in Compound Open Channel", ASCE, Journal of Hydraulic Division, volume 109 (3), páginas 483 a 487, 1983.
52. Sturm T. W., Sadiq A. "Water Surface Profiles in Compound Channel with Multiple Critical Depths", ASCE, Journal of Hydraulic Engineering, volumen 122, número 12, páginas 703 a 709, Diciembre de 1996.
53. Konemann N. "Discussion of Minimum Specific Energy in Compound Open Channel", Proceedings of the American Society of Civil Engineers. Journal of the Hydraulics Division, volumen 108, número HY3, páginas 462 a 464, Marzo 1982.