



# UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA

## Escuela Universitaria de Ingeniería Naval y Oceánica



## PROYECTO FIN DE CARRERA

---

### ESTUDIO DE LA MANIOBRABILIDAD CON MODELOS MATEMÁTICOS

---



**Titulación:** Ingenierío Técnico Naval, Especialidad en Estructuras Marinas.

**Alumno:** Rafael A. Tur Ahuir

**Directores:** Sergio Amat Plata





En primer lugar quiero manifestar mi agradecimiento a Dr. Sergio Amat Plata y Dr. Sonia Busquier Sáez cuya colaboración fue fundamental en el desarrollo de este proyecto.

---





## **ÍNDICE**

- 1. Glosario de imágenes**
- 2. Importancia de la maniobrabilidad**
- 3. Concepto de maniobrabilidad**
  - 3.1. Mantenimiento de rumbo o gobierno**
  - 3.2. Maniobra**
  - 3.3. Cambio de velocidad**
- 4. Un buque con buena maniobrabilidad debe:**
- 5. Dos puntos de vista que han de converger: proyecto y los reglamentos.**
  - 5.1. Proyecto**
    - 5.1.1. Economía de explotación.**
    - 5.1.2. Operatividad**
    - 5.1.3. Seguridad.**
  - 5.2. Criterios de maniobrabilidad**
    - 5.2.1. Estabilidad dinámica inherente**
    - 5.2.2. Capacidad para mantener un rumbo**
    - 5.2.3. Habilidad de giro inicial/cambio de rumbo**
    - 5.2.4. Aptitud para corregir la guiñada**
    - 5.2.5. Capacidad de giro**
    - 5.2.6. Capacidad de parada**
- 6. Cualidades de maniobrabilidad.**
  - 6.1. Facilidad de evolución.**
  - 6.2. Estabilidad de ruta.**
  - 6.3. Facilidad de cambio de rumbo.**
- 7. Maniobras definitivas.**
  - 7.1. Maniobras de giro o círculo de evolución.**
  - 7.2. Maniobra de zig-zag.**
  - 7.3. Maniobra de espiral directa o de Dieudonné.**



## **8. Ejemplo de cómo afecta el cambio de los parámetros principales a la maniobrabilidad**

### **8.1. Las variaciones efectuadas han sido las siguientes:**

- 8.1.1. Efecto de la manga y calado**
- 8.1.2. Efecto de la posición del centro de carena**
- 8.1.3. Efecto del área del timón**
- 8.1.4 Efecto global de las variaciones**
- 8.1.5 Variación múltiple de parámetros**

### **8.2. Conclusiones obtenidas que dan importancia a la maniobrabilidad**

## **9. Justificación de la necesidad de los modelos matemáticos**

## **10. Ecuaciones diferenciales ordinarias**

### **10.1. Introducción**

### **10.2. Ecuaciones diferenciales ordinarias lineales y no lineales.**

- 10.2.1. Métodos Runge-Kutta.**
- 10.2.2. Método de Euler.**
- 10.2.3. Método de Runge.**
- 10.2.4. Método General.**
- 10.2.5. Método Runge-Kutta de Cuarto Orden.**

### **10.3. Exactitud de los métodos**

### **10.4. Ajustes**

- 10.4.1. Por mínimos cuadrados.**
- 10.4.2. Ajuste lineal:**
- 10.4.3. Ajuste de Tipo Exponencial**
- 10.4.4. Ajuste de Tipo Polinomial**
- 10.4.5. Ajuste de Tipo Polinomial**
- 10.4.6. Ajuste de Tipo Cuadrático**

## **11. Descripción y notación de los movimientos del buque**

## **12. Explicación del modelo no lineal**

- 12.1. Resumen de la nomenclatura utilizada para describir el movimiento del buque:**
- 12.2. Fuerzas y Momentos hidrodinámicos**
- 12.3. Simplificaciones aplicadas.**



**13. Aplicación de los métodos para el caso del Cybership II**

**14. Resultados obtenidos en el ensayo del modelo Cybership II**

**15. Graficas obtenidas**

**Grafica 15.1.**

**Grafica 15.2.**

**Grafica 15.3.**

**Grafica 15.4.**

**Grafica 15.5.**

**Grafica 15.6.**

**Grafica 15.7.**

**16. Conclusión**

**17. Bibliografía**



## **1.- GLOSARIO DE IMÁGENES.**

**Imagen 7.1** Circulo de evolución (Pág. 7).

**Imagen 7.2** Maniobra de Zig-Zag  $20^{\circ}/20^{\circ}$  (Pág. 9).

**Imagen 7.3** Curva de velocidad de giro-ángulo de timón (Pág. 10).

**Imagen 7.4** Muestra un buque direccional mente estable (Pág. 10).

**Imagen 7.5** Trayectoria seguida por el buque durante las maniobras de espiral, en el caso un buque estable (Pág. 11).

**Imagen 7.6** Trayectoria para un buque inestable (Pág. 11).

**Imagen 8.1** La maniobra de giro del buque para distintas variaciones B y T (Pág. 13).

**Imagen 8.2** Maniobra de zig-zag  $20^{\circ}$  para distintas variaciones B y T (Pág. 14).

**Imagen 8.3** La maniobra de giro para distintos desplazamientos de la posición del centro de carena (Pág. 14).

**Imagen 8.4** Maniobra de zig-zag  $20^{\circ}$  para distintos desplazamientos de la posición del centro de carena (Pág. 15).

**Imagen 8.5** Efecto de la variación del área del timón para la maniobra de giro (Pág. 15).

**Imagen 8.6** Efecto de la variación del área del timón para la maniobra de zig-zag  $20^{\circ}$  (Pág. 16).

**Imagen 8.7** Se muestra los resultados de la optimización de parámetros (Pág. 17).

**Imagen 10.1** División del rango en que se desea conocer la solución (Pág. 21).

**Imagen 10.2** Representación del método de resolución de Euler (Pág. 22).

**Grafica 10.3** Comparación de los distintos métodos (Pág. 25).

**Grafica 10.4** Representación grafica del Método de Ajuste por Mínimos Cuadrados (Pág. 25).



**Grafica 10.5** Grafica donde se comparan tres tipos de ajustes por mínimos cuadrados (Pág. 27).

**Imagen 11.1** Representación de los seis grados de libertad (Pág. 28).

**Imagen 11.2** Representación de los grados de libertad en el plano longitudinal (Pág. 29).

**Imagen 11.3** Representación de los grados de libertad en el plano xy (Pág. 29).

**Imagen 11.4** Representación de los grados de libertad en el plano transversal (Pág. 29).

**Imagen 12.1** Representación de la aproximación del modelo de maniobra (Pág. 30).

**Imagen 13.1** Representación del CyberShip II (Pág. 35).

**Imagen 13.2** Resultado del ensayo del propulsor aislado para un propulsor de la serie B de Wageningen (Pág. 36).

**Imagen 14.1** Disposición de los sensores de medición de resistencia (Pág. 38).



## **2-Importancia de la maniobrabilidad**

A pesar de los cada vez más sofisticados medios de ayuda a la navegación y de detección de otros buques o elementos extraños dentro de su trayectoria, los riesgos de colisión o varada de los buques aún existen. Un accidente de cualquier tipo puede producir no sólo daño para la carga o tiempo perdido en reparar el buque en dique, sino que puede llevar a la pérdida del mismo y hasta tener consecuencias igual de graves, y por desgracia más frecuentes en nuestros días, como es el desastre ecológico en la zona en que se produce el accidente, como es el caso del transporte de crudos, derivados del petróleo o productos químicos.

Todo esto se traduce en elevadas cifras monetarias a tener en cuenta a la hora de considerar la explotación del buque en un determinado tráfico y la aparición del riesgo para las vidas humanas, tanto la tripulación del propio buque como para personas externas a éste, y el medio marino.

Entre las causas de accidentes figuran en primer lugar los choques (colisiones con otros buques, varadas...) con un 40% del total de buques accidentados. Como es lógico, un cierto número de los accidentes son debidos a errores humanos o a causas inevitables, pero según un estudio realizado por encargo de la U.S. Coast Guard sobre los accidente producidos en la década de los 70, más de 800 casos, alrededor del 35%, podrían haberse evitado si el buque hubiera maniobrado de forma más adecuada a las circunstancias.

Sin llegar a las dramáticas consecuencias antes expresadas, existe otro problema de gran importancia relacionado con la explotación del buque, y en concreto con la rentabilidad del mismo.

Generalmente el buque está destinado a moverse la mayor parte de su vida en línea recta, y por eso es lógico elegir las dimensiones principales en el anteproyecto de forma que se optimice la propulsión y a la resistencia al avance en esta dirección.

Ciertos buques poseen una gran tendencia a abandonar la trayectoria rectilínea ante una pequeña perturbación. Se dice que el buque presenta inestabilidad de ruta. Para obtener el rumbo deseado, es preciso actuar sobre el timón frecuentemente y con ángulos de timón excesivamente grandes. El buque avanzará entonces con una trayectoria de tipo sinusoidal o zigzag, más o menos acusada en función de la tendencia que tenga a perder el rumbo.

El tener el timón metido unos grados a una banda causa un aumento de la resistencia al avance del buque además y si este realiza guiñadas apreciables, el efecto se hace de mayor importancia. Lógicamente el camino recorrido es más largo debido al abandono de la trayectoria rectilínea.



La consecuencia final, es que aparte del excesivo desgaste al que se puede someter al sistema de gobierno con el consiguiente aumento de consumo por parte del mismo, la velocidad media de servicio es menor pudiéndose llegar a contrarrestar las pequeñas mejoras alcanzadas en la velocidad por un correcto estudio del bulbo de proa, las mejoras en la estela, o un sofisticado estudio de la hélice. En definitiva, el consumo de combustible aumenta y la rentabilidad disminuye si la maniobrabilidad es mala.

El buque cuando es considerado como elemento de transporte de mercancías o pasajeros debe cumplir unos requisitos operacionales, es decir, desarrollar una determinada misión en unas determinadas condiciones ambientales. Si no cumple adecuadamente estos requerimientos se tendrá una baja calidad del buque en cuanto a la misión que tiene que cumplir, y se puede llegar en algunos casos a la incapacidad para realizar dicha misión. Por ejemplo una patrullera debe ser capaz de maniobrar con agilidad a alta velocidad, un pesquero debe ser capaz de faenar en un caladero y un remolcador de desenvolverse con soltura cerca de los buques sobre los que actuará.

Todas las consideraciones anteriores sobre la capacidad para maniobrar de un buque, no son nuevas ni desconocidas. Sin embargo, no suelen ser tomadas en cuenta para la elección de las tres dimensiones principales que mas influyen poderosamente en la maniobrabilidad y en la facilidad de gobierno.

Ciertos organismos internacionales han puesto requisitos sobre maniobrabilidad para evitar accidentes. Así por ejemplo la U.S. Coast Guard exige desde los finales de los 70 a los buques que van a atracar en puertos norteamericanos unos gráficos en el puente con las características de maniobrabilidad del mismo. La I.M.O. impone unos límites para ciertos parámetros de las maniobras, como puede ser el avance y el diámetro táctico en la maniobra de giro, o el ángulo de rebasamiento en la maniobra de zig-zag. Veremos en los puntos siguientes un recordatorio de los conceptos y nomenclatura relacionado con la maniobrabilidad, basado en la teoría enseñada por el Dr. Antonio Baquero en algunas de sus publicaciones.

### **3- Concepto de maniobrabilidad**

Es muy difícil de determinar lo que se debe entender por un buque con buena maniobrabilidad, dado que no solo influyen fenómenos hidrodinámicos, sino que se añade la dimensión humana del Capitán, pilotos, tripulación y las máquinas como son los sistemas de gobierno y propulsión que a su vez tienen sistemas de control que afectan la maniobrabilidad.

La maniobrabilidad, se entiende como la habilidad de un buque y sus controles, tanto humanos, electrónicos y mecánicos, de controlar su movimiento,



es decir, controlar la trayectoria del buque, velocidad y aceleración. El estudio de la maniobrabilidad del buque, se divide en tres áreas distintas:

**3.1-Mantenimiento de rumbo o gobierno:** El mantenimiento de un rumbo promedio, teniendo en cuenta la facilidad que el buque puede mantener el rumbo a pesar de los factores externos ambientales.

**3.2-Maniobra:** El cambio controlado en la dirección del movimiento (giro o cambio de rumbo) con énfasis en la facilidad y exactitudes para alcanzar el rumbo deseado y en la distancia y trayectoria barrida hasta alcanzar el cambio.

**3.3-Cambio de velocidad:** El cambio controlado de velocidad, incluida la aceleración, desaceleración, parada y marcha atrás, teniendo en cuenta la facilidad, rapidez, distancia y tiempo requerido para alcanzar los cambios sin pérdida de control del rumbo.

#### **4- Un buque con buena maniobrabilidad debe:**

- Mantener una ruta con un error pequeño de rumbo y desviación de la misma, actuando lo mínimo posible sobre el timón.
- Iniciar rápidamente un cambio de rumbo.
- Realizar un cambio de ruta con pequeños rebasamientos del rumbo y del abatimiento.
- Ejecutar un giro con valores bajos de diámetro de evolución, avance y desviación.
- Acelerar y frenar rápidamente con un buen control del buque.
- Maniobra en los puertos y proximidades, avante y cuando a baja velocidad sin ayuda de remolcadores.

Las características de mantenimiento de rumbo y de maniobrabilidad, dependen en gran medida de la geometría y del asiento del buque, para buques convencionales estas cualidades son antagónicas, es decir, un buque altamente maniobrable tiene dificultades para mantener su rumbo y un buque que mantiene su rumbo fácilmente, tiene dificultades para virar. Debido a lo anterior se debe lograr una situación de compromiso, desde las primeras etapas del diseño en función de la misión del buque.



## **5- Dos puntos de vista que han de converger: proyecto y los reglamentos.**

Las características han de ser satisfactorias para ambas partes tanto para los reglamentos como las especificaciones del proyecto.

### **5.1-Proyecto**

El proyecto ha de tener en cuenta la importancia que tienen las condiciones de maniobrabilidad para la economía de explotación, operatividad y la seguridad.

#### **5.1.1 Economía de explotación.**

Un buque que esta destinado a moverse la mayor parte de su vida en línea recta, deben elegirse las dimensiones principales para conseguir un buen comportamiento en este aspecto. Sin embargo, algunos buques tienen tendencia a abandonar la trayectoria rectilínea ante la menor perturbación, o de forma espontánea. Se dice que presentan inestabilidad de ruta. Para mantener el rumbo deseado es preciso actuar sobre el timón con frecuencia, describiendo el buque una trayectoria de zig-zag, lo que aumenta la resistencia al avance y el trayecto recorrido, lo que en definitiva disminuye la velocidad media. Lo que supone menos viajes al año con el mismo consumo, con lo que produce una menor rentabilidad.

#### **5.1.2 Operatividad.**

El buque como elemento de transporte de mercancías o pasajeros debe tener unas características adecuadas para llevar a cabo de manera eficiente la misión para la que ha sido concebido. No se trata de rentabilidad sino de valer o no valer para lo que sido concebido.

#### **5.1.3 Seguridad.**

A pesar de los sofisticados equipos de ayuda a la navegación y de detección de otros buques y elementos extraños dentro de la trayectoria, al cabo del año se producen cantidad de accidentes que ocasionan pérdida de vidas humanas, buques y mercancías, daños ecológicos y por tanto reclamaciones por todos estos daños. Muchos de estos accidentes podrían ser evitados si los buques hubiesen tenido unas mejores condiciones de maniobrabilidad.



## **5.2-Criterios de maniobrabilidad**

Todo esto provoca que las condiciones sobre la maniobrabilidad tengan que estar muy presentes en el diseño de un buque. Los Organismos Internacionales están tomando cartas en el asunto. Por ejemplo, la Administración Marítima Estadounidense programó una serie de estudios e investigaciones con objeto de establecer una serie de valores mínimos que deban cumplir los buques en cuanto a maniobrabilidad.

La Organización Marítima Internacional, OMI, adoptó mediante la resolución A.751 (18) en el año de 1.993, los estándares para maniobrabilidad de buques y en Junio de 1.994, publicó la circular MSC/Circ.644 [12], con las notas explicativas para la aplicación de dichos estándares. La resolución es aplicable a buques mayores de 100 m. de eslora y para cualquier buque Quimiquero o transporte de gas, construidos a partir de julio de 1994, consideran una serie de condiciones mínimas que aseguren la maniobrabilidad del buque.

Para evaluar las características de maniobrabilidad de los buques, se definieron los siguientes parámetros:

### **5.2.1 Estabilidad dinámica inherente:**

Un buque tiene estabilidad dinámica sobre un rumbo recto si este, después de una pequeña perturbación, retorna pronto a un nuevo rumbo recto sin la acción correctiva del timón.

### **5.2.2 Capacidad para mantener un rumbo:**

Es la medida de la habilidad de un buque para mantener una trayectoria recta sobre un rumbo, sin excesivas oscilaciones del timón o de su proa.

### **5.2.3 Habilidad de giro inicial/cambio de rumbo:**

El giro inicial se define como el cambio de la proa como respuesta a una orden de timón moderada, en términos de la variación de la proa sobre la distancia navegada o en términos de la distancia navegada hasta que se alcance cierta desviación de la proa.

### **5.2.4 Aptitud para corregir la guiñada:**

Es la medida de la respuesta del buque al aplicar el timón a la banda opuesta en cierta etapa del giro de tal forma que el primer ángulo de rebasamiento sea alcanzado antes que la tendencia de guiñada sea anulada por la acción del timón a la banda opuesta en una maniobra de zig-zag.



### **5.2.5 Capacidad de giro:**

Es la medida de la capacidad de un buque para virar con el timón todo a una banda. Está caracterizado por el círculo evolutivo, donde se evalúa el avance, transferencia y diámetro táctico.

### **5.2.6 Capacidad de parada:**

Es medido mediante la trayectoria seguida y el tiempo requerido para detener el buque dando toda la marcha atrás, cuando se aproxima a la máxima velocidad avante. Para valorar estas cualidades, la OMI, establece la realización de pruebas de diámetro evolutivo a las dos bandas con ángulo de timón de 35°, pruebas de zig-zag 10/10 y 20/20, en la cual se aplica un ángulo de timón de manera alternativa hasta que se alcanza una desviación de la proa o rebasamiento y finalmente, prueba de parada.

Los estándares anteriormente descritos, sin embargo, dejan muchos vacíos, por cuanto no cubren a todos los tipos de buques ni a las circunstancias operacionales en las que navegan algunos de ellos.

## **6-Cualidades de maniobrabilidad.**

Las principales cualidades de maniobrabilidad de que debe gozar un buque pueden englobarse en las siguientes:

### **6.1-Facilidad de evolución.**

Capacidad de realizar una maniobra con un fuerte Angulo de cambio de rumbo (de al menos 180°) en un espacio físico reducido. Una buena facilidad de evolución es importante en pesqueros, remolcadores, buques de guerra y, en general en aquellos buques que por sus características o rutas de navegación puedan verse obligados a realizar maniobras con grandes ángulos de timón en el menor espacio posible.

### **6.2-Estabilidad de ruta.**

Esta cualidad junto con la estabilidad dinámica y la rapidez de respuesta dan lugar a la facilidad de gobierno. Es la capacidad de mantener el buque en una ruta determinada accionando el timón. Mejor cuanto menos haya que actuar sobre el timón, tanto en amplitud como en frecuencia. Esta cualidad es importante en cualquier tipo de buque pero sobre todo en aquellos que realizan largas travesías. Mejora las condiciones de explotación del buque por la influencia que tiene en el consumo de combustible.

### **6.3-Facilidad de cambio de rumbo.**

Esta cualidad participa de las dos anteriores. Es la facilidad para cambiar de ruta o trayectoria en el menor espacio posible y con la mayor rapidez posible. Es importante para cualquier tipo de buque y su aplicación mas importante está en las maniobras anticollisión.

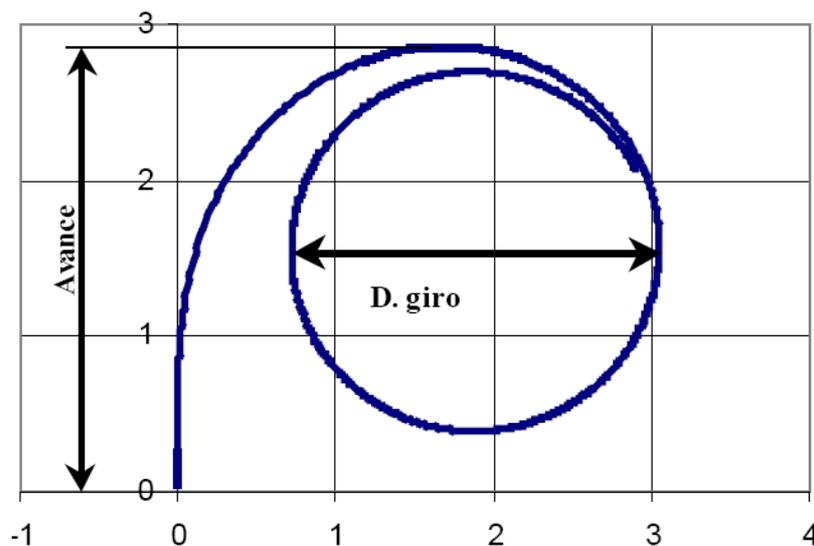
Las cualidades de maniobrabilidad pueden ser evaluadas mediante unas pruebas en las que se obliga al buque, o a un modelo del mismo, a realizar una serie de maniobras, durante las cuales se realizan una serie de medidas que, convenientemente analizadas, proporcionan datos representativos de las citadas cualidades.

### **7- Maniobras definitorias.**

La mayor o menor bondad del buque en cuanto a maniobrabilidad puede ser evaluada mediante unas pruebas en las que se obliga al buque o a un modelo del mismo a realizar ciertas maniobras durante las cuales se toman mediciones que convenientemente analizadas suministran datos representativos de las anteriormente citadas cualidades. Las maniobras más importantes son las siguientes:

#### **7.1- Maniobras de giro o circulo de evolución.**

Con el buque o el modelo, en rumbo recto y marcha avante, se mete la caña un cierto ángulo y se deja al buque realizar un circulo en el que el rumbo cambia por lo menos 540°.



**Imagen 7.1:** Circulo de evolución.



- A – Accionamiento del timón.
- B – Cambio de rumbo de 90°.
- C – Cambio de rumbo de 180°.

Se mide la trayectoria del buque y, sobre ella, las siguientes magnitudes:

- Se miden:
- D** = Diámetro de giro.
  - DE** = Diámetro de evolución.
  - AV** = Avance.
  - DV** = Desviación.

Los ángulos de timón en esta maniobra deben ser, al menos, de 35° a estribor y a babor, pero es muy conveniente realizarla también a otros ángulos inferiores (10° y 20°, o bien 15° y 25°, tanto a estribor como a babor) con objeto de tener las curvas de variación de las anteriores magnitudes con el ángulo del timón.

### 7.2- Maniobra de zig-zag.

Con el buque en rumbo recto y marcha avante, se mete la caña un cierto ángulo,  $\delta_0$  y se espera a que el rumbo cambie un ángulo  $\psi_0$ . En este momento se lleva el timón a un ángulo  $\delta_0$  a la banda contraria y se espera a que el rumbo haya cambiado  $\psi_0$  a esa banda respecto a la del rumbo inicial. Se repiten estos cambios al menos dos veces a cada banda. Los registro de rumbo y timón se analizan en base a la conocida **ecuación lineal de primer orden** de Nomoto.

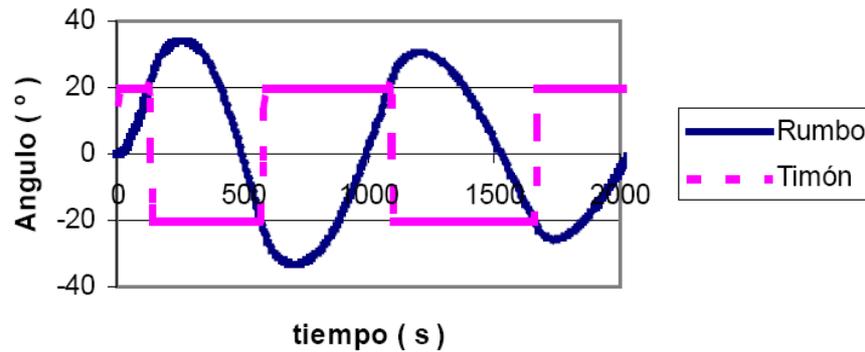
$$T \frac{d^2 \psi}{dt^2} + \frac{d\psi}{dt} = K (\delta - \delta^*)$$

- $\psi$  = Ángulo de rumbo.
- $\delta$  = Ángulo de timón.
- T, K,  $\delta^*$  = Parámetros de la ecuación

Los parámetros K y T son adimensionales. Están en función de la eslora y la velocidad según:

$$K' = K \frac{L}{V} \qquad T' = T \frac{V}{L}$$

A partir de  $K'$  y  $T'$  se obtiene el parámetro P de Norrbín que es una medida de la facilidad de rumbo y que se define como el ángulo de rumbo girado por unidad de ángulo de timón empleando cuando el buque ha recorrido una distancia igual a la eslora del buque desde el accionamiento del buque.



**Imagen 7.2** Maniobra de Zig-Zag 20°/20°

### 7.3- Maniobra de espiral directa o de Dieudonné.

Se mete el timón a una banda un cierto ángulo (normalmente 15° estribor) y se mantiene en esa posición hasta que se consigue una velocidad de giro uniforme. Se reduce el ángulo del timón en 5° y se espera hasta conseguir que la velocidad de giro sea constante. Se repite la fase anterior realizándose una secuencia de ángulos desde 15° estribor a 15° babor y viceversa.

Los resultados se representan mediante:

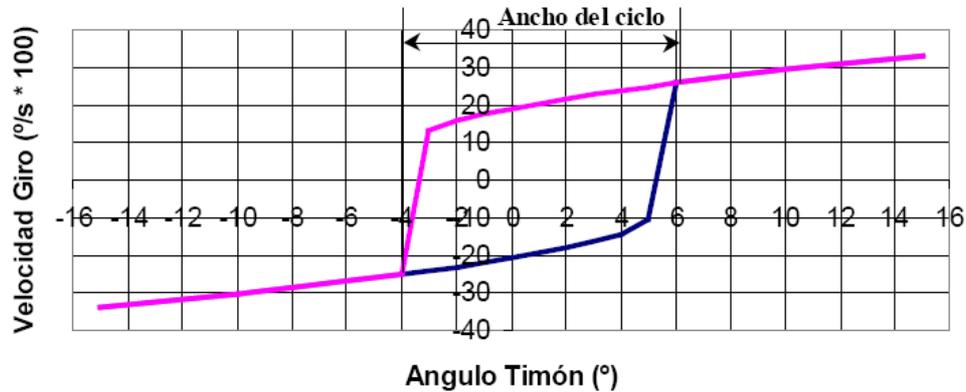
$$\frac{d\psi}{dt} = f(\delta)$$

Se pueden presentar dos casos:

**Buque estable:** Para cada ángulo del timón existe un solo valor de la velocidad de giro en régimen permanente y la representación de la maniobra en espiral es una curva simple.

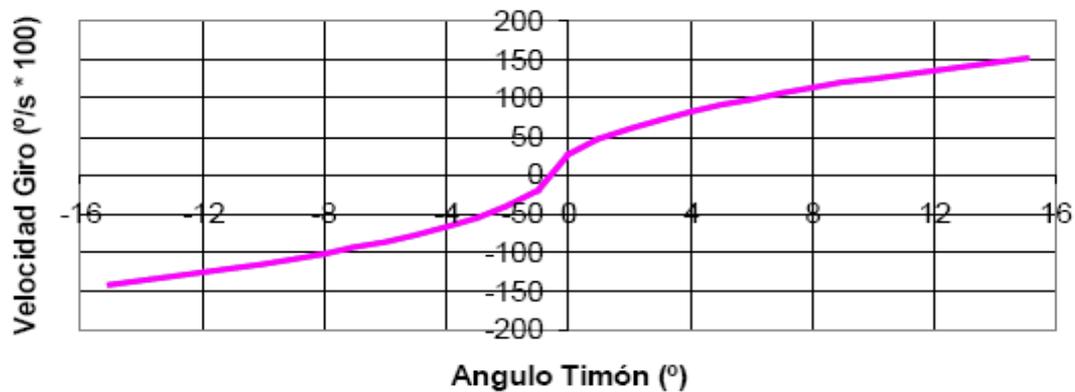
**Buque inestable:** Se presenta un ciclo de histéresis. Para ángulos del timón próximos a cero existen dos valores de la velocidad de giro, uno positivo y otro negativo. En esta zona del ciclo de histéresis no se puede mantener la velocidad de giro. La inestabilidad suele medirse en función de la anchura del ciclo de histéresis. Cuanto mas grande sea el ciclo de histéresis más inestable es el buque.

En la imagen 7.3 se representa la curva de velocidad de giro-ángulo de timón, que en este caso posee un ciclo de histéresis.



**Imagen 7.3**

En la imagen 7.4 figura la curva anteriormente descrita, pero para un buque direccionalmente estable, es decir, sin ciclo de histéresis.



**Imagen 7.4**

Las cualidades de maniobrabilidad pueden evaluarse cuantitativamente ya que están relacionadas con las magnitudes que se miden en las maniobras antes reseñadas.

Las relaciones entre dichas cualidades y las magnitudes que mejor las representan son las siguientes:

- Facilidad de evolución ↔ Diámetro de giro.
- Estabilidad de ruta ↔ Anchura del ciclo de histéresis.
- Facilidad de cambio de rumbo ↔ Avance y Número P.

En las imagen 7.5 y 7.6, representan las trayectorias seguidas por el buque durante las maniobras de espiral, en el caso un buque estable (Ima. 7.5) y de un buque inestable (Ima.7.6).

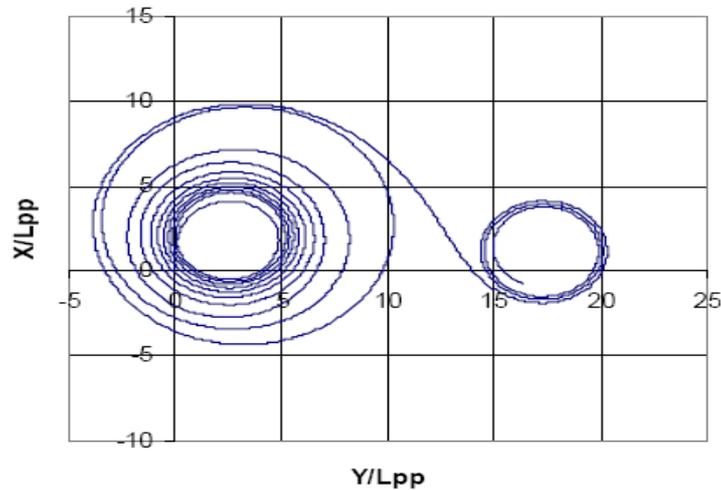


Imagen 7.5

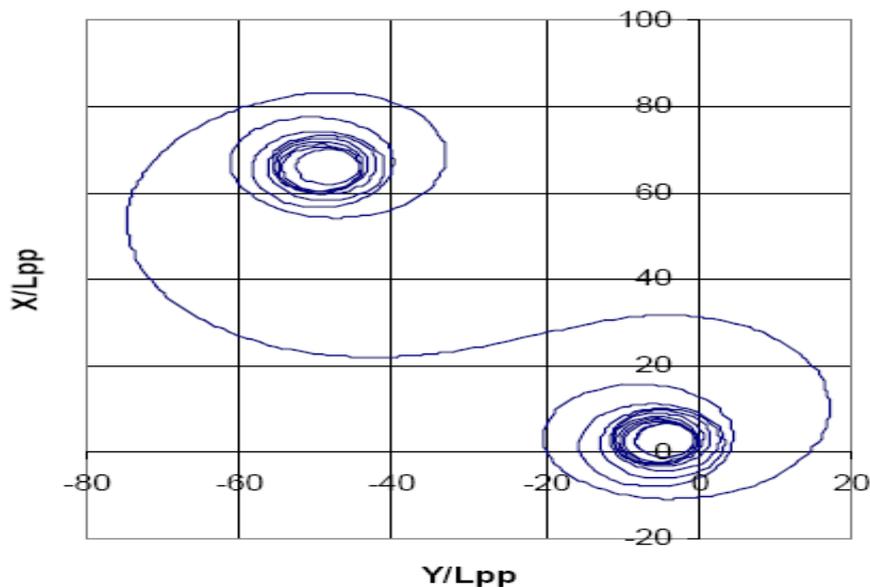


Imagen 7.6

### **8- Ejemplo de cómo afecta el cambio de los parámetros principales a la maniobrabilidad**

Este ejemplo es estudiado en el proyecto de investigación I+D B-09 firmado entre Astilleros Españoles y la Universidad Politécnica de Madrid, y desarrollado en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Navales de Madrid.

En este caso se aplicado a un buque de alta velocidad, el modelo de maniobrabilidad siguiente.



$$\text{Surge : } m \cdot (u - vr) = X_H + X_P + X_R$$

$$\text{Sway : } m \cdot (v + ur) = Y_H + Y_P + Y_R$$

$$\text{Yaw : } I_Z \cdot r = N_H + N_P + N_R$$

Los subíndices significan: H: casco, P: propulsor y R timón. X, Y y N son respectivamente las fuerzas y momentos en el caso de la guiñada, según las direcciones de los ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$ . Las fuerzas que aparecen en la ecuación son:

**X<sub>h</sub>** sería la fuerza que ejerce el casco en la dirección de  $x$ , es decir la resistencia al avance a la velocidad  $u$  de avance.

**X<sub>p</sub>** será la fuerza que ejerce el propulsor en la dirección de  $x$  o el empuje del propulsor a la velocidad de avance  $u$  afectado por la velocidad de giro  $r$ , que afectará al flujo que entra al propulsor y por tanto al coeficiente de estela.

**X<sub>r</sub>** será la fuerza del timón según la dirección de avance o drag del timón, que se obtendrá descomponiendo la fuerza normal a la cara del timón en la dirección del eje  $x$ .

**Y<sub>h</sub>** será la fuerza (amortiguamiento) del casco según la dirección del eje  $y$ .

**Y<sub>p</sub>** será la fuerza transversal ejercida por la propulsión.

**Y<sub>r</sub>** será la fuerza perpendicular a la cara del timón, descompuesta según la dirección del eje  $y$ .

**N<sub>h</sub>** momento ejercido por **Y<sub>h</sub>** respecto al centro de gravedad del buque.

**N<sub>p</sub>** momento ejercido por **Y<sub>p</sub>** respecto al centro de gravedad del buque.

**N<sub>r</sub>** momento ejercido por **Y<sub>r</sub>** respecto al centro de gravedad del buque.

En la ecuación no se han tenido en cuenta las condiciones ambientales (corrientes, olas y viento). Las derivadas son respecto al tiempo y los sumandos de **vr** y **ur** representan la aceleración centrífuga.

Las variaciones a los parámetros principales que se ha decidido aplicar mantienen el desplazamiento del buque constante y por tanto el peso muerto, variable importante en cualquier tipo de buque. Cada una de las variaciones se estudia trata de un nuevo buque, ya que se vuelven a rediseñar la propulsión a calcular resistencia al avance.

Las maniobras que se han estudiado han sido: la maniobra de giro con un ángulo de timón de  $35^\circ$ , que suele ser normalmente el máximo para el que se diseña el sistema de gobierno, y la de Zigzag  $20^\circ$ , ambas descritas anteriormente. Ambas maniobras se estudian con trimado nulo. Además se varía el área del

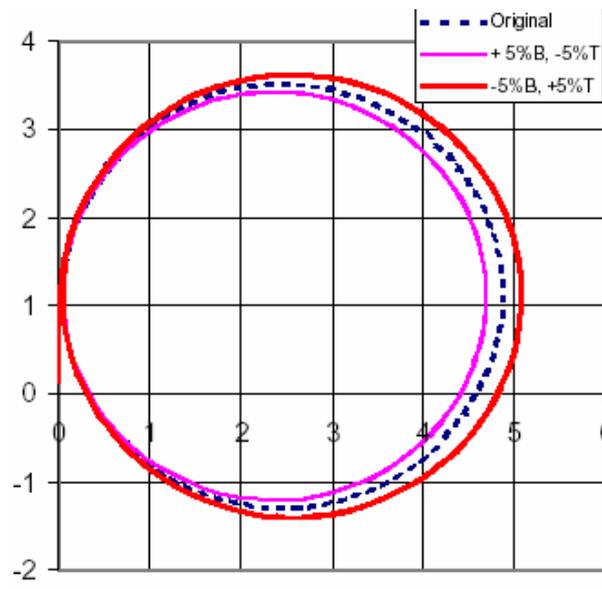
timón para ver el efecto comparado de modificar parámetros globales de las formas del buque, con parámetros relacionados exclusivamente con la maniobrabilidad como es el área del timón.

### **8.1 Las variaciones efectuadas han sido las siguientes:**

- 1) + 5% Manga y – 5% Calado
- 2) – 5% Manga y + 5% Calado
- 3) + 5% LCB (a proa)
- 4) – 5% LCB (a popa)
- 5) + 5% Área timones
- 6) – 5% Área timones

#### **8.1.1 Efecto de la manga y calado**

De las figuras se ve que el aumentar la manga y disminuir un calado tiene un efecto positivo en la maniobra de giro del buque pues se reduce el avance y el diámetro de giro. El efecto de las variaciones efectuadas en la maniobra de zig-zag  $20^\circ$  es de menor importancia.



**Imagen 8.1**

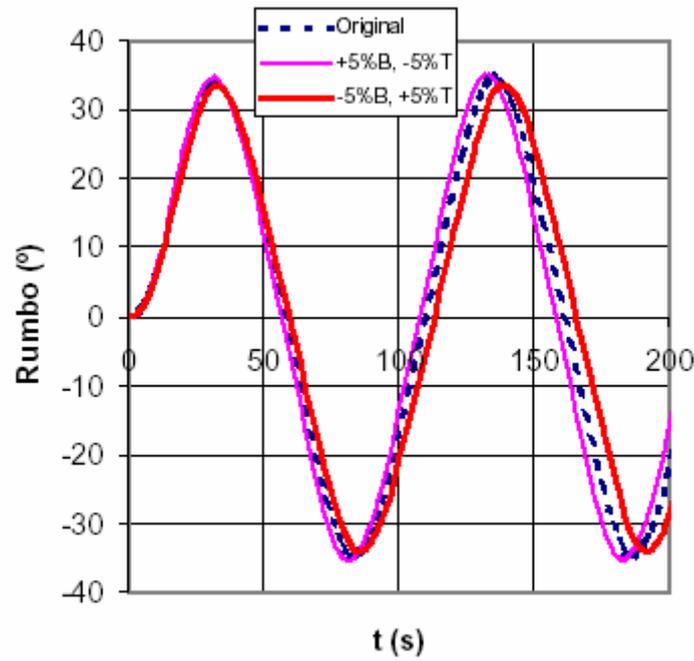


Imagen 8.2

### 8.1.2 Efecto de la posición del centro de carena

De las imagen 8.3 y 8.4 se ve que el desplazamiento de la posición del centro de carena hacia proa tiene un efecto positivo en la maniobra de giro (Ima. 8.3) mientras que el efecto sobre la maniobra de Zig-Zag 20 es pequeño.

Imagen 8.3

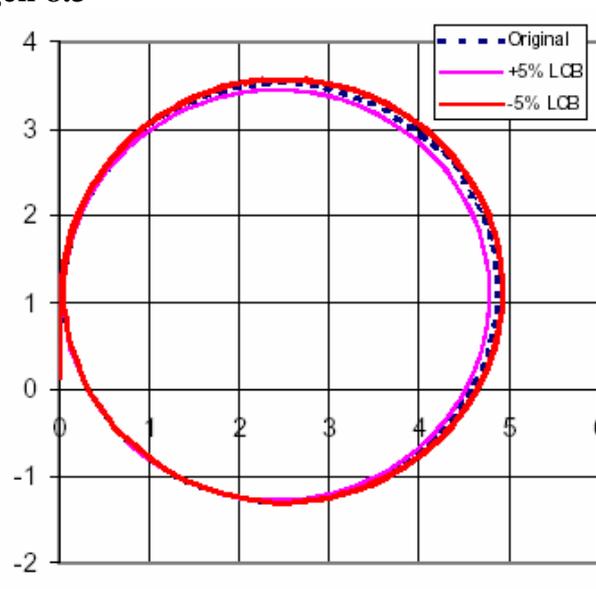
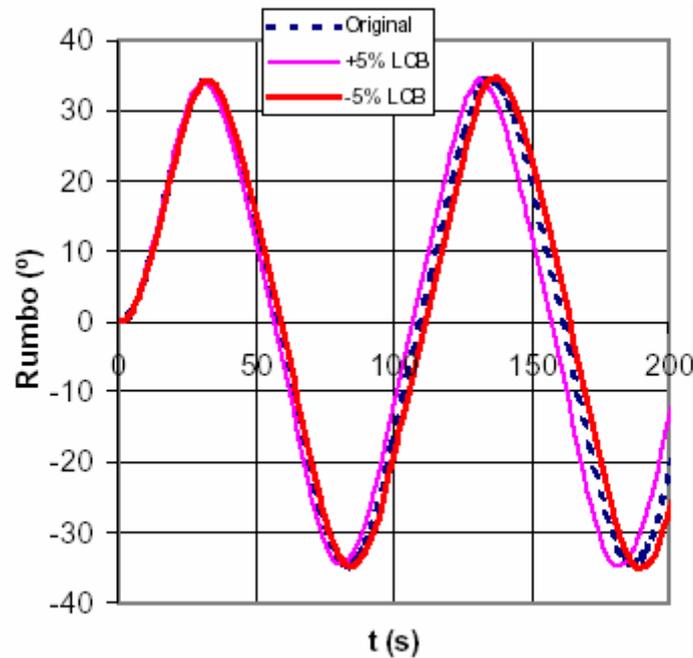


Imagen 8.4

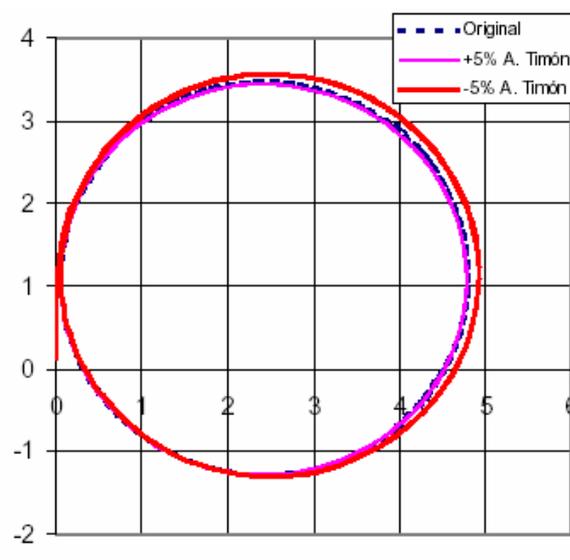


Zag 20

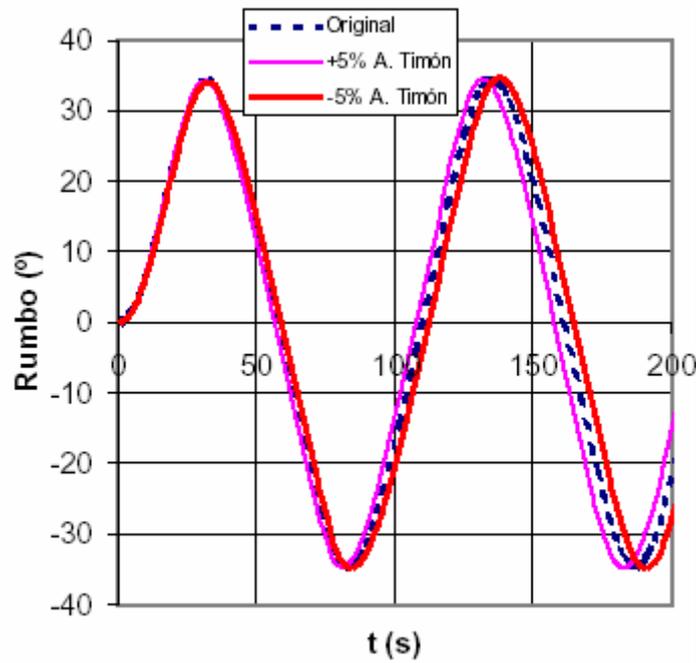
### 8.1.3 Efecto del área del timón

De las figuras 8.5 y 8.6 se ve la lógica mejora que el aumento del área del timón tiene sobre la maniobra de giro y la poca importancia que tiene en la maniobra de zig-zag 20°. El giro empeora de forma importante al reducir el área del timón.

Imagen 8.5



**Imagen 8.6**



**8.1.4 Efecto global de las variaciones**

El efecto de las variaciones sobre algunos parámetros globales de las maniobras como son el avance, diámetro de giro (ambos en esloras del buque) y ángulo de rebasamiento (grados) de la maniobra de Zig-Zag 20 se recoge en la siguiente tabla:

	Original	+5% B y -5%T	-5% B y +5% T	+5% LCB a pr	-5% LCB a pp	+5% A. tims	-5% A. tims
Avance	3.44	3.35	3.56	3.37	3.50	3.39	3.49
D. Giro	4.80	4.61	5.01	4.71	4.85	4.73	4.48
Rebasamiento	14.10	14.80	13.50	14.20	14.20	14.20	14

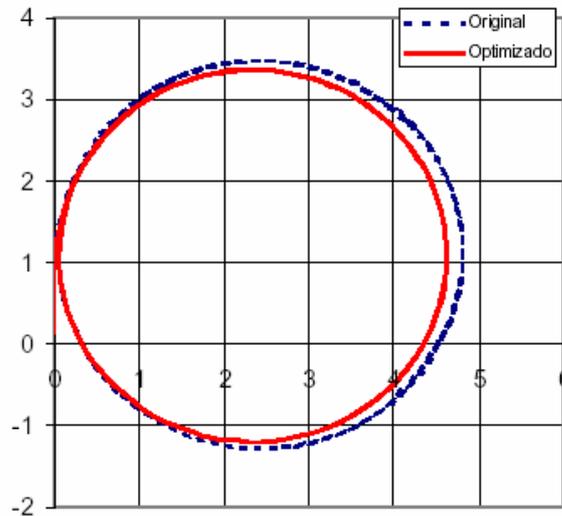
Se ve que el efecto sobre el Zig-Zag es pequeño y que las mayores mejoras en la maniobra de giro se producen al disminuir el calado, aumentar la manga y desplazando el centro de carena a proa, a parte de la obvia mejora de aumentar el área del timón. El aumento del área del timón lleva consigo un aumento de potencia del sistema de gobierno pues a mayor área se necesita ejercer mayor par en la mecha del timón para conseguir mover el timón.

**8.1.5 Variación múltiple de parámetros**

La mejora de la maniobrabilidad puede aumentarse si se varían múltiples parámetros a la vez. En este caso, si se recurre a aumentar la manga, disminuir el

calado y desplazar a proa el centro de carena, todo un 5%, la mejora obtenida en la maniobra de giro se recoge en la figura 8.7.

**Imagen 8.7**



Los parámetros globales de la maniobra son un avance de 3.29 esloras frente a las 3.44 del buque original (mejora del 4.4%) y un diámetro de giro de 4.54 esloras frente al original de 4.8 esloras (mejora del 5.4%).

## **9- Justificación de la necesidad de los modelos matemáticos**

Un buque es un sistema multi-variable complejo que actúa en un medio donde existe una gran variedad de perturbaciones (olas, vientos, corrientes, aguas poco profundas...). Debido a esta gran diversidad por lo que se deben obtener modelos de comportamiento de un buque.

El desarrollo de los ordenadores ha revolucionado los métodos usados para predecir el comportamiento de sistemas complejos. Una técnica más importantes de predicción del comportamiento del buque, es la simulación en el dominio del tiempo, en el que el comportamiento del sistema se determina por integración numérica de un sistema de ecuaciones de movimiento. Esta solución numérica da una descripción de la evolución del comportamiento del sistema en respuesta a una o más perturbaciones dependientes del tiempo. En el campo marítimo las simulaciones en el dominio del tiempo han encontrado su mayor aplicación en lo referente a la predicción del control y la maniobrabilidad de los diferentes tipos de buques.

La aplicación de la simulación por ordenador en el control de buques, comenzó a utilizarse en los años cincuenta, es el método más empleado para



evaluar la maniobrabilidad. Se ha incentivado la mejora y el desarrollo de modelos dinámicos que conserven las principales características del comportamiento del buque, permitiendo una implementación lo mas sencilla posible.

Tanto los métodos iniciales como los métodos actuales, utilizan coeficientes hidrodinámicos basados en datos obtenidos de forma aproximada a partir de la teoría hidrodinámica, con experimentos utilizando modelos en los canales de experiencias o mediante métodos de identificaron de sistemas realizando experimentos en los buques. Es decir, definitivamente por propias experiencias.

Los modelos matemáticos son una herramienta aceptada y utilizada ampliamente para la investigación y diseño de buques, la selección y diseño de su equipamiento, en el diseño e investigación de canales y puertos y el entrenamiento de los oficiales del buque.

La simulación numérica a partir de un modelo matemático que describa los movimientos de maniobra de un buque, es un método muy útil en las etapas de diseño, utilizado para predecir aproximativa mente el comportamiento del buque durante una maniobra. Las predicciones se contrastaran con los resultados obtenidos en el canal de experiencias y las pruebas de mar. Con esta aproximación obtenemos determinadas características del buque que nos permitirán hacer una aproximación “económica” que cumpla los requisitos del contrato. Estas aproximaciones serán probadas en el canal de experiencias de forma más directa, con lo que conseguimos un considerable ahorro tanto de tiempo como de coste en el canal de experiencias.

Para los modelos de gobernabilidad se consideran inicialmente tres grados de libertad, ya que el movimiento se realiza en el plano horizontal. Los modelos no lineales a los que dan lugar según distintas expresiones de las fuerzas y momentos hidrodinámicos, se pueden linealizar en un pequeño intervalos alrededor del estado de equilibrio. Pero los modelos lineales solo permiten describir el movimiento del buque en línea recta. Si deseamos aumentar el intervalo de validez, es necesario introducir términos no lineales al modelo.

## **10- Ecuaciones diferenciales ordinarias**

### **10.1 Introducción**

Muchos fenómenos físicos se pueden describir mediante ecuaciones diferenciales ordinarias. Por ejemplo la caída libre de un cuerpo en un medio viscoso, el movimiento de un sistema masa resorte, la oscilación de un péndulo, movimientos del buque (balance, cabeceo y arfada), entre otros muchos movimientos mas. Diferenciamos entre dos tipos de ecuaciones según sea el



movimiento que estemos analizando, cuando la ecuación o el sistema de ecuaciones diferenciales son lineales y su solución analítica puede encontrarse fácilmente mediante varios métodos matemáticos y otro tipo de ecuaciones diferenciales son las no lineales, que se utilizan en movimientos como por ejemplo, el movimiento de oscilación del péndulo.

Una forma de resolver las ecuaciones diferenciales lineales y no lineales son los métodos numéricos. Los métodos Runge-Kutta están entre los más utilizados para la solución de estos problemas. Aunque se pueden utilizar otros métodos numéricos para la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias como el método de los residuos ponderados y las diferencias finitas, estos métodos utilizan algoritmos complicados y algunos están restringidos a ecuaciones diferenciales lineales. Debido a que los métodos Runge-Kutta son sencillos y se pueden aplicar a una gran variedad de problemas, será el que aplicaremos en este proyecto.

Los métodos Runge-Kutta tienen muchas variaciones, entre ellas están los métodos de paso fijo, de paso variable, de orden superior, etc.

Este movimiento de amortiguamiento lo podríamos asemejar con los movimientos del buque, balanceo, cabeceo y arfada, por lo que esta ecuación también nos describiría estos movimientos de buque.

La ecuación que describe las vibraciones libres de un sistema masa-resorte con amortiguamiento es:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (10.1)$$

En esta ecuación **m** es la masa (peso del buque), **c** es el coeficiente de amortiguamiento y **k** es la constante del resorte.

Esta ecuación, la cual está compuesta por una función no conocida y sus derivadas, se denomina ecuación diferencial. La cantidad a la cual  $x$  es derivada,  $t$ , se llama variable independiente. Cuando la función solo involucra una variable dependiente, la ecuación es llamada ecuación diferencial ordinaria. Esto contrasta con las ecuaciones diferenciales parciales en las que la función desconocida es función de varias variables.

Las ecuaciones diferenciales se pueden clasificar según su orden, el cual está determinado por la derivada de más alto orden presente en la ecuación. Por ejemplo, la ecuación (10.1) es una ecuación diferencial ordinaria de segundo

orden, debido al término  $\frac{d^2 x}{dt^2}$ . Las ecuaciones diferenciales ordinarias de orden superior se pueden descomponer en un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden.



## **10.2- Ecuaciones diferenciales ordinarias lineales y no lineales.**

Se denomina a una ecuación diferencial ordinaria lineal cuando la función o sus derivadas están multiplicadas solamente por funciones de la variable independiente. Cuando en la ecuación diferencial se encuentran potencias de la función o sus derivadas y multiplicadas entre las derivadas la ecuación es no lineal.

En ingeniería la linealización es una herramienta muy adecuada para resolver problemas, pero en algunas ocasiones no se puede utilizar esta herramienta. Como por ejemplo ocurre en el caso del movimiento del péndulo para grandes desplazamientos y movimientos del buque (balance, cabeceo y arfada) para grandes ángulos. En estos casos los métodos numéricos ofrecen una fácil alternativa para obtener una solución aproximada a este problema de estos movimientos.

### **10.2.1-Métodos Runge-Kutta.**

En este apartado veremos todos los métodos que se aplicaran a la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, debido a que todas las ecuaciones diferenciales ordinarias se pueden separar en sistemas de ecuaciones diferenciales de primer orden. La forma de expresar normalmente las ecuaciones diferenciales de primer orden es de la siguiente forma:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

Con condiciones de borde  $y(x_0) = (y_0)$ .

La base de los métodos Runge-Kutta son las series de Taylor, la cual nos permite encontrar el valor de una función en punto  $x$ , si se conocen los valores de la función y sus derivadas en un punto  $a$ . La serie de Taylor se expresa de la siguiente manera:

$$y(x) = y(a) + y'(x)(x-a) + \frac{1}{2!} y''(x-a)^2 + \dots + \frac{1}{n!} y^n(x-a)^n$$

La forma más fácil de resolver el método Runge-Kutta es mediante el método de Euler, el cual toma únicamente los dos primeros términos de la serie de Taylor.

### 10.2.2 Método de Euler.

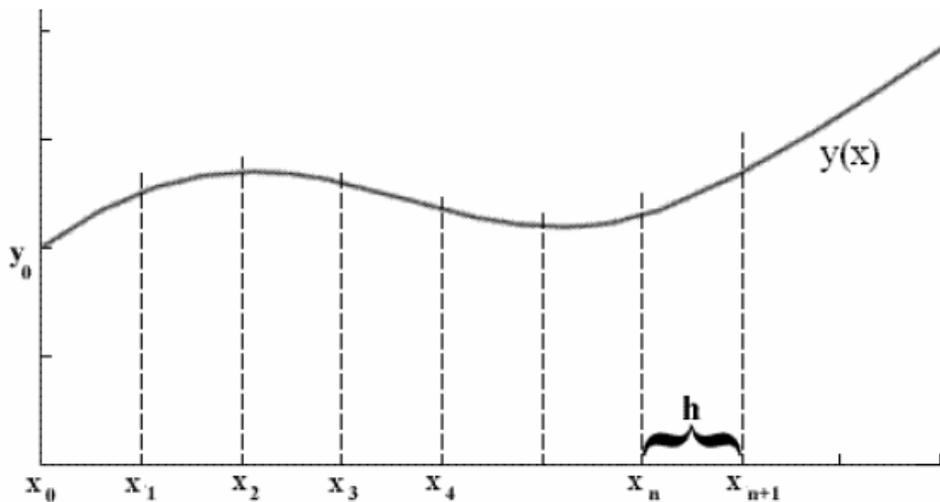
La forma de resolver el método de Euler es dividiendo el rango en varios intervalos de longitud  $h$  en el cual se quiere conocer la solución y hallamos el valor de la función al final de cada uno de los intervalos (imagen 10.1) consideramos los dos primeros términos de la serie de Taylor, el valor de la función en los puntos  $x_1$  y  $x_2$  se pueden obtener de forma aproximada de la forma siguiente:

$$y_1 = y(x_1) = y_0 + f(x_0, y_0)h$$

$$y_2 = y_1 + f(x_1, y_1)h$$

Y para el término  $i$ -ésimo se tiene:

$$y_i = y_{i-1} + f(x_{i-1}, y_{i-1})h.$$

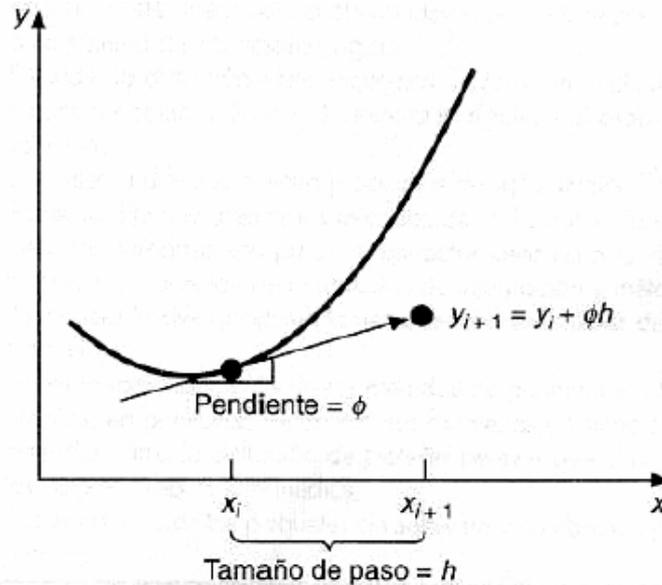


**Imagen 10.1:** División del rango en que se desea conocer la solución.

El error que se produce en la solución mediante el método de Euler se debe a que solo se toman los dos primeros términos de la serie de Taylor, por lo tanto el error de “truncamiento” es proporcional a  $h^2$  (Figura 32), es decir:

$$y_i = y_{i-1} + f_{i-1}h + Oh^2$$

El método de Euler se muestra en la siguiente figura:



**Imagen 10.2:** Método de Euler.

### **10.2.3 Método de Heún.**

El método de Euler es método predictor, ya que no realiza una corrección de los valores encontrados. Este método de Heún es una mejora al método de Euler el cual incluye correcciones del valor  $y_i$  encontrado en cada paso.

El método se puede resumir en los siguientes pasos:

1. realizar una predicción inicial del valor  $y_i$  usando el método de Euler.
2. calcular la pendiente  $(f_i)$  en el punto  $x_i$ .
3. calcular el promedio de las pendientes  $f_{i-1}$  y  $f_i$ .
4. predecir nuevamente el valor de  $y_i$  usando esta nueva pendiente.
5. repetir los pasos 2, 3 y 4 las veces que se desee.

El valor de la función en el punto  $x_i$  se puede obtener de forma aproximada mediante el método de Heún así:

$$y_1^0 = y_0 + f(x_0, y_0)h \quad (\text{Predicción inicial})$$



$$y_1^1 = y_0 + \frac{f(x_0, y_0) + f(x_1, y_1^0)}{2} h \quad (\text{Primera corrección})$$

$$y_1^2 = y_0 + \frac{f(x_0, y_0) + f(x_1, y_1^1)}{2} h \quad (\text{Segunda corrección})$$

Donde el superíndice indica el número de correcciones realizadas. En forma general, el método de Heún se puede formular de la siguiente manera:

$$y_i^0 = y_{i-1} + f(x_{i-1}, y_{i-1})h$$

$$y_i^n = y_{i-1} + \frac{f(x_{i-1}, y_{i-1}) + f(x_i, y_i^{n-1})}{2} h \quad (\text{n-ésima corrección})$$

Aunque el valor exacto de la función en un punto  $X_i$  se alcanza cuando las correcciones son infinitas, en la práctica no es posible realizar ese número de correcciones, por lo tanto se debe definir un criterio el cual nos indique cuando se ha obtenido un valor suficientemente exacto.

#### **10.2.4 Método General.**

El método Runge-Kutta se puede escribir de forma general de la siguiente manera:

$$y_i = y_{i-1} + \phi(x_{i-1}, y_{i-1}, h)h,$$

Donde  $\phi(x_{i-1}, y_{i-1}, h)$  se conoce como fundón de incremento, la cual puede interpretarse como una pendiente equivalente sobre el intervalo. La función de incremento se puede escribir así:

$$\phi = a_1 k_1 + a_2 k_2 + \dots + a_n k_n$$

Donde  $n$  representa el orden del método, los  $a_i$  son constantes y los  $k_i$  se definen de la siguiente manera:



$$\begin{aligned}
 k_1 &= f(x_{i-1}, y_{i-1}) \\
 k_2 &= f(x_{i-1} + p_1 h, y_{i-1} + q_{11} k_1 h) \\
 k_3 &= f(x_{i-1} + p_2 h, y_{i-1} + q_{21} k_1 h + q_{22} k_2 h) \\
 k_n &= f(x_{i-1} + p_{n-1} h, y_{i-1} + q_{n-1,1} k_1 h + \dots + q_{n-1,n-1} k_{n-1} h)
 \end{aligned}$$

Donde, p y q son constantes. El método de Euler es un método Runge-Kutta de primer orden donde, es decir  $\phi = a_1 k_1$ , donde  $a_1 = 1$ . Por lo tanto:

$$y_i = y_{i-1} + \phi(x_{i-1}, y_{i-1}, h)h = y_{i-1} + a_1 k_1 h = y_{i-1} + f(x_{i-1}, y_{i-1})h.$$

El método de Heún, cuando usa una sola corrección (n = 1), se puede considerar como un método Runge –Kutta de segundo orden. En este caso  $a_1 = a_2 = 1/2$  y  $p_1 = q_{11} = 1$ . Por lo tanto la ecuación general se puede escribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 y_i &= y_{i-1} + (a_1 k_1 + a_2 k_2)h \\
 &= y_{i-1} + (1/2 f(x_{i-1}, y_{i-1}) + 1/2 f(x_{i-1} + h, y_{i-1} + f(x_{i-1}, y_{i-1})h))h \\
 &= y_{i-1} + \frac{f(x_{i-1}, y_{i-1}) + f(x_i, y_i^0)}{2} h
 \end{aligned}$$

El orden de los métodos Runge-Kutta esta relacionado con el error de truncamiento. Por ejemplo, para los métodos de segundo orden el error de truncamiento es  $O(h^3)$ , en general se puede decir que un método Runge-Kutta es de orden n si tiene un error de truncamiento igual a  $O(h^{n+1})$ .

### **10.2.5 Método Runge-Kutta de Cuarto Orden.**

El método Runge-Kutta más popular de cuarto orden se conoce como método Runge-Kutta clásico de cuarto orden. Este método se define de la siguiente manera:

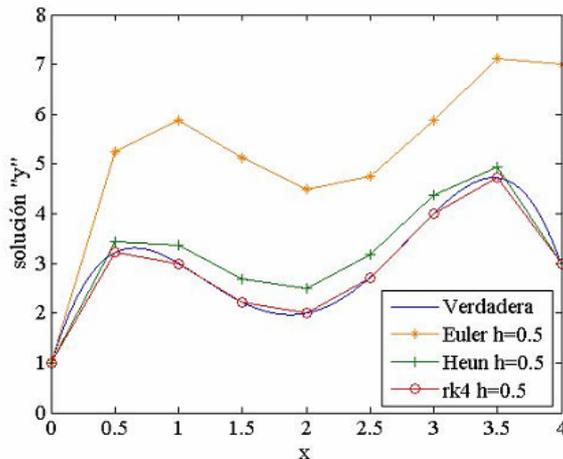
$$y_i = y_{i-1} + 1/6(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h$$

Donde:

$$\begin{aligned}
 k_1 &= f(x_{i-1}, y_{i-1}) \\
 k_2 &= f(x_{i-1} + h/2, y_{i-1} + k_1 h/2) \\
 k_3 &= f(x_{i-1} + h/2, y_{i-1} + k_2 h/2) \\
 k_4 &= f(x_i, y_{i-1} + k_3 h)
 \end{aligned}$$

### 10.3 - Exactitud de los métodos

Grafica 10.3

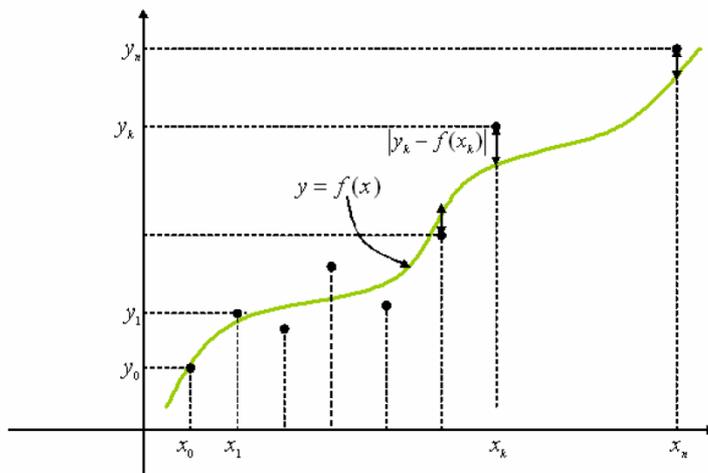


Grafica 10.3 se representa la comparación entre los métodos Euler, Heún y Runge-Kutta 4° orden clásico. Donde puede observarse la gran precisión del método Runge-Kutta 4°.

### 10.4- Ajustes

#### 10.4.1 por mínimos cuadrados.

Este método es de gran importancia en las distintas ramas de la ingeniería, las ciencias y las matemáticas. Este método consiste en encontrar una función cuya grafica sea la más aproximada a los datos obtenidos. Este método nos permite predecir la existencia de otros valores o el inferir valores futuros (ver grafica).



Grafica 10.4: Representación grafica del Método de Ajuste por Mínimos Cuadrados.



Este método consiste en sumar el cuadrado de todas las distancias de los valores  $y_i$  al modelo ideal  $f(x)$  y encontrar la función que minimiza el error cuadrático definido por:

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i))^2$$

Dependiendo del modelo  $f$  que uno quiera analizar da lugar a varios casos del método de mínimos cuadrados. Tenemos los siguientes casos:

**10.4.2 Ajuste lineal:**  $f(x) = ax + b$

Observamos que en este caso vamos a buscar funciones en el sub-espacio generado por las funciones  $\{1, x\}$ . La idea es encontrar los valores de  $(a, b)$  tales que minimice la función.

$$S(a, b) = \sum_{i=1}^n (y_i - (ax_i + b))^2$$

Encontrar el mínimo, implica hallar el gradiente de  $S$  y hallar sus puntos críticos.

**10.4.3 Ajuste de Tipo Exponencial:**  $f(t) = Ce^{kt}$

**10.4.4 Ajuste de Tipo Cuadrático:**  $f(x) = ax^2 + bx + c$

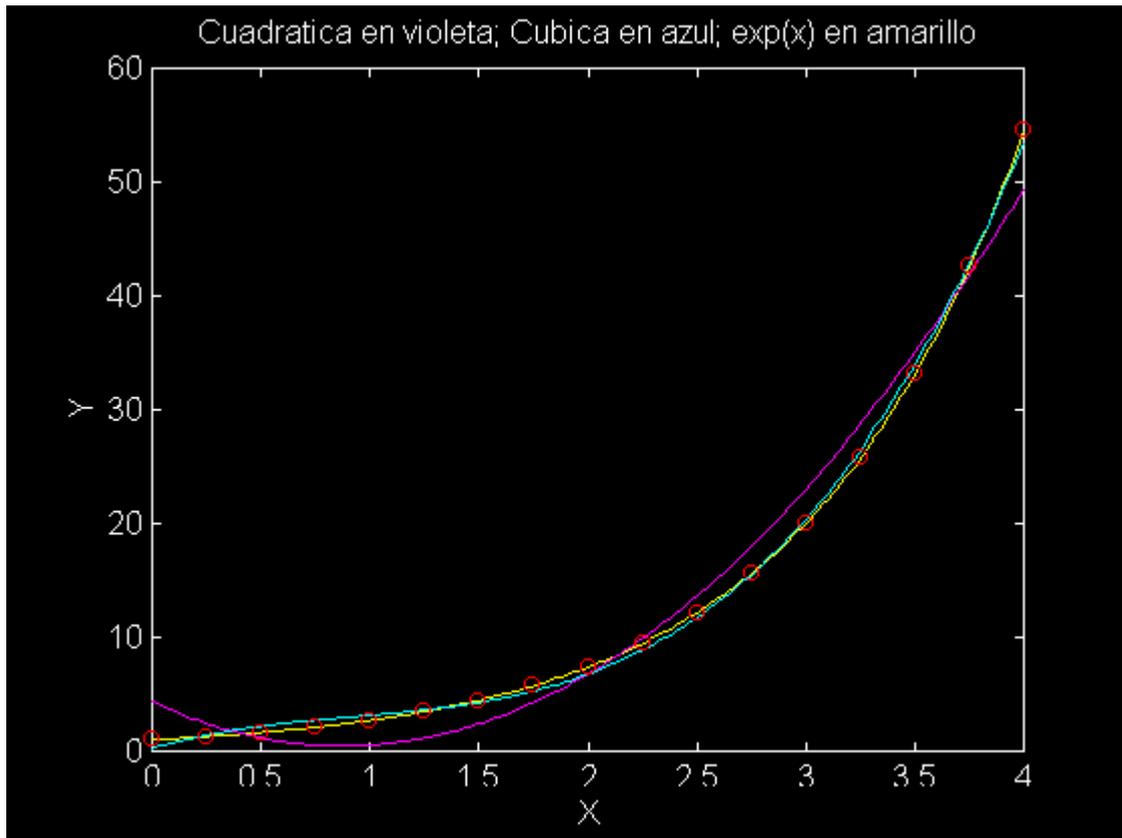
Observamos que en este caso buscamos funciones en el subespacio generado por las funciones  $\{1, x, x^2\}$ . Se observa también que en este caso tenemos que minimizar una función que depende de 3 variables.

$$S(a, b, c) = \sum_{i=1}^n (y_B - (ax_B^2 + bx_B + c))^2$$

**10.4.5 Ajuste de Tipo Polinomial:**  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$

Este tipo de funciones pertenecen al subespacio de polinomios de grado  $n$  generado por los vectores  $\{1, x, x^2, \dots, x^n\}$ .

A continuación muestra una grafica donde se comparan tres tipos de ajustes por mínimos cuadrados (ajuste cuadrático, ajuste cúbico y ajuste exponencial).



**Gráfica 10.5:** se representa el ajuste de distintos puntos por las distintas formas del Método de Mínimos Cuadrados.

Este método va a ser utilizado en este proyecto para poder estimar los valores de los coeficientes hidrodinámicos del buque, a través de los datos obtenidos en los ensayos de canal realizados. Más concretamente utilizaremos en el ajuste de nuestros datos el método de mínimos cuadrados lineal y el método de mínimos cuadrados cuadrático.

## **11 - Descripción y notación de los movimientos del buque**

Dinámicamente un buque se puede considerar como un sólido rígido con seis grados de libertad, con sus coordenadas. Tres de ellas describen los movimientos de traslación respecto a los tres ejes, y las otras tres los de rotación.

El movimiento de un buque en el mar se describe respecto a un eje de referencia inercial. Normalmente se supone que la aceleración de un punto en la superficie de la Tierra afecta muy poco al movimiento con baja velocidad de los vehículos marinos. Así, se puede considerar que un sistema de referencia situado en tierra  $O$  es un sistema inercial.

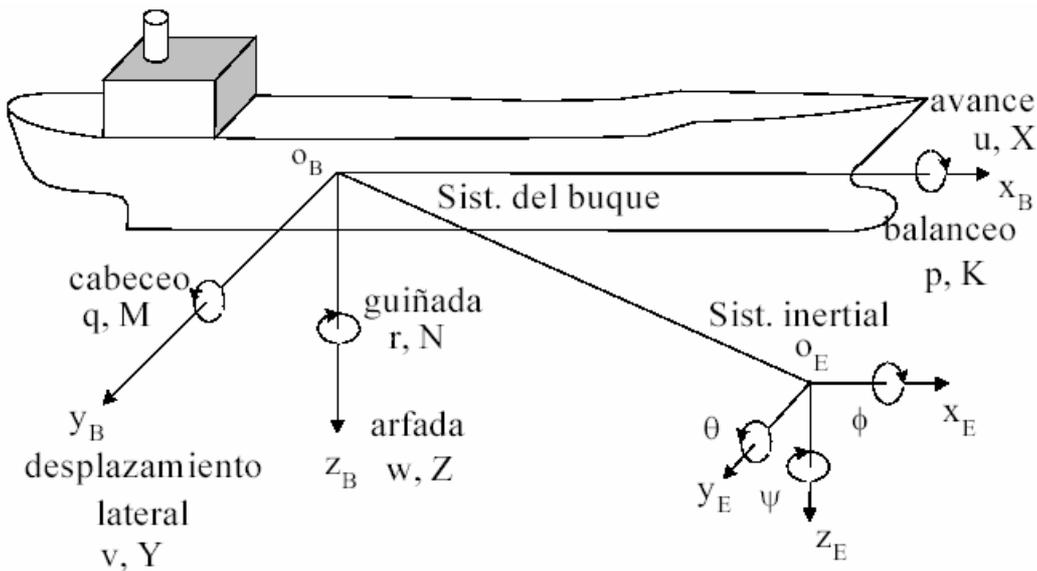
Para representar el movimiento de un buque se necesitan seis coordenadas independientes. Se utilizan tres coordenadas independientes. Se utilizan tres coordenadas para describir los movimientos de traslación sobre los ejes

$x_b, y_b, z_b$  (avance, desplazamiento lateral y arfada respectivamente), referidos a un sistema de coordenadas móvil situado en el buque  $O_b$ . Las otras tres coordenadas describen los movimientos de rotación (balanceo, cabeceo y guiñada respectivamente) del sistema de coordenadas móvil del buque respecto al sistema de coordenadas inercial de referencia situado en tierra  $O$ .

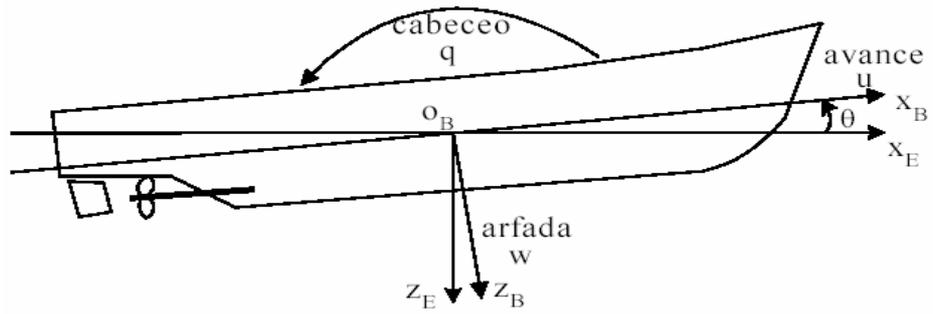
En la figura se representan los sistemas de coordenadas y la definición de los movimientos de traslación y rotación del buque.

El origen del sistema de coordenadas del buque se puede elegir coincidiendo con el Centro de gravedad, si este está situado en el plano principal de simetría. Sin embargo, en general, no es una buena elección porque el CG no está situado en un punto fijo del buque sino que cambia de posición con las condiciones de carga. La opción más utilizada es la descrita por T. I. Fossen en su libro (Guía y Control de Vehículos Oceánicos, 1994). Con esta descripción se logra una reducción de la complejidad de las ecuaciones, mediante la elección de un sistema de coordenadas ortogonales paralelas a los ejes principales de inercia.

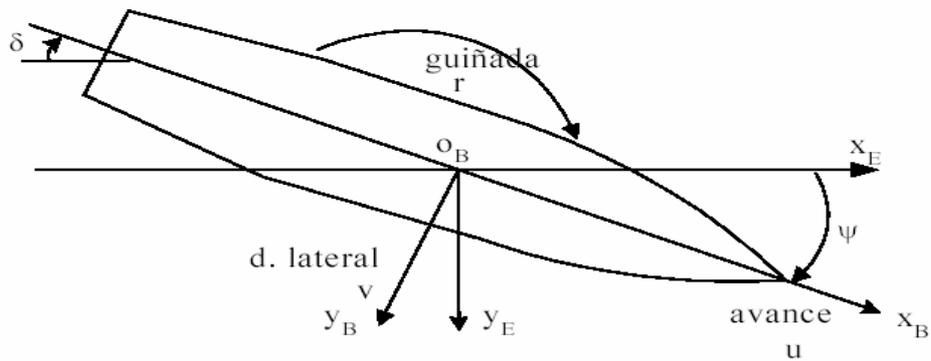
**Imagen 11.1** Representación de los seis grados de libertad.



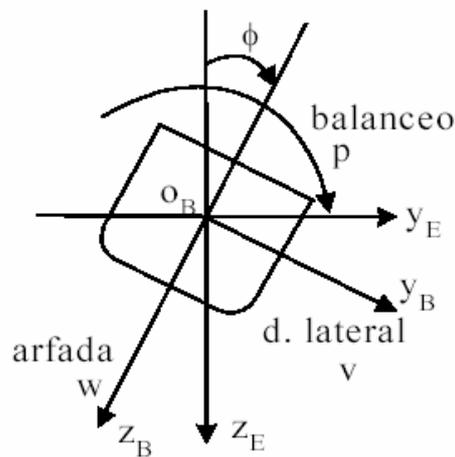
**Imagen 11.2** Representación de los grados de libertad en el plano longitudinal.



**Imagen 11.3** Representación de los grados de libertad en el plano xy.



**Imagen 11.4** Representación de los grados de libertad en el plano transversal.



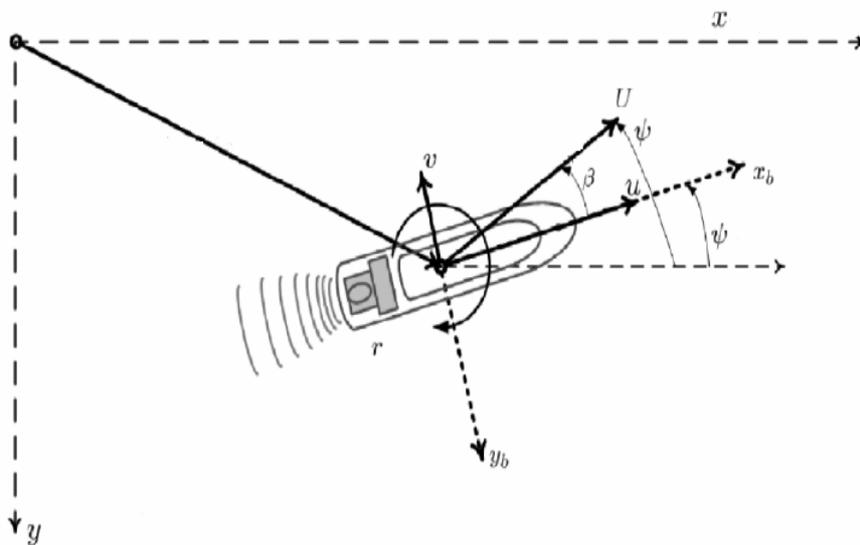
## 12 - Explicación del modelo no lineal

En este trabajo se introduce el modelado del control de gobierno de buques, con técnicas no lineales. Planteamos las ecuaciones del movimiento obtenidas a partir de las leyes de Newton y se desarrolla un modelo no lineal.

**12.1 - Resumen de la nomenclatura utilizada para describir el movimiento del buque:**

Traslación	Fuerza	Velocidad lineal	Posición
Avance	X	u	x
Desplaza. Lateral	Y	v	y
Arfada	Z	w	z
Rotación	Momento	Velocidad angular	Angulo
Balanceo	K	p	$\Phi$
Cabeceo	M	q	$\theta$
Guiñada	N	r	$\Psi$

En las primeras consideraciones tomaremos longitudinalmente y lateralmente la nave como metacéntrica mente estable con  $\Phi = \theta \cong 0$  y como el buque se encuentra flotando en un medio de aguas tranquilas también se puede despreciar la Arfada ( $Z=0$ ). Con esta aproximación el modelo maniobra en un plano horizontal, quedando el modelo con tres grados de libertad.



**Imagen 12.1** Representación de la aproximación del modelo de maniobra.

Representación de las primeras consideraciones.

Definiciones:

Vector Velocidad:



$$v = [v_1^T, v_2^T]^T; v_1 = [u, v]^T; v_2 = [r]^T$$

Vector de Posición respecto al sistema inercial de referencia:

$$\eta = [\eta_1^T, \eta_2^T]^T; \eta_1 = [x, y, 0]^T; \eta_2 = [0, 0, \psi]^T$$

Derivada del vector de posición  $\dot{\eta}$  nos permite describir la trayectoria seguida por el buque.

$$\dot{\eta} = R(\psi)v$$

Donde  $R(\psi)$  es una matriz de transformación que depende de los ángulos de Euler.

$$R(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Con la segunda ley de Newton y las aproximaciones anteriores Fossen demuestra que las ecuaciones de movimiento del cuerpo rígido pueden ser descritas por:

$$M_{RB} \cdot \dot{v} + C_{RB}(v)v = \tau_{RB}$$

Donde:

$M_{RB}$  Es la matriz de masas e inercia del sistema.

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & m \cdot x_g \\ 0 & m \cdot x_g & I_z \end{bmatrix}$$

$C_{RB}$  Es la matriz centrípeta y de Coriolis de acuerdo con el teorema 3.2 de Fossen.

$\tau_{RB}$  Es el vector generalizado de las fuerzas y momentos externos que esta compuesto por las fuerzas y momentos hidrodinámicos producidos por fuerzas externas (timones, aletas, olas, viento, corrientes....)  $\tau_{RB} = [X, Y, N]^T$ .

## **12.2 - Fuerzas y Momentos hidrodinámicos**

Los efectos producidos por el timón se suelen incluir en la literatura en las fuerzas y momentos hidrodinámicos que se suelen representar como una función no lineal de los estados y coeficientes como por ejemplo:



$$\left. \begin{matrix} X \\ Y \\ N \end{matrix} \right\} = f(u, v, r, p, \varphi, \dot{u}, \dot{v}, \dot{r}, \dot{p}, \delta, u^2, \dots, uv, v|r, u\delta^2, \dots)$$

Donde la función  $f$  se calcula mediante el desarrollo en serie de Taylor de las funciones  $X$ ,  $Y$  y  $N$  que por ejemplo para la fuerza  $X$  sería:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= \frac{\partial X}{\partial u}u + \frac{\partial X}{\partial v}v + \dots + \frac{\partial X}{\partial \dot{u}}\dot{u} + \frac{\partial X}{\partial \dot{v}}\dot{v} + \dots + \\ &+ \frac{1}{2}\frac{\partial^2 X}{\partial u^2}u^2 + \dots + \frac{1}{6}\frac{\partial^3 X}{\partial u^3}u^3 + \dots \end{aligned}$$

y las derivadas parciales del desarrollo, denominadas “derivadas hidrodinámicas” o “coeficientes hidrodinámicos”, están representadas por términos del tipo:

$$X_{uu} = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 X}{\partial u^2}, \quad Y_{vv} = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 Y}{\partial v^2}, \quad N_{v|r} = \frac{\partial^2 N}{\partial v \partial |r|}$$

Las derivadas hidrodinámicas las determinaremos de forma aproximada a partir de experimentos utilizando modelos a escala.

El vector  $\tau_{RB}$  esta compuesto por:

$$\tau_{RB} = \tau + \tau_H + w(t)$$

$\tau_H$  El vector es el resultado de varios fenómenos hidrodinámicos, algunos no se llegan a comprender del todo, dependientes de la velocidad relativa ( $v_R = v - R(\psi)^T v_c$ ). Sorensen define  $\tau_H$  como:

$$\tau_H = -M_A \cdot \dot{v}_r - C_A(v_r)v_r - d(v_r)$$

$M_A$  Es una matriz de carácter experimental.

$C_A$  Corresponde a Coriolis que esta deducido del teorema 3.2 de Fossen.

$d(v_r)$  Es de los parámetros más inciertos del modelo, es un vector de amortiguamiento, en el cual muchos fenómenos hidrodinámicos están incluidos. Hay varias representaciones no lineales del vector,  $d(v_r) = [X_D(V_R), Y_D(V_R), N_D(V_R)]^T$ .

Una de ellas es la propuesta por Abkowitz (1964) consistente en una serie de Taylor del  $d(v_r)$ , la peculiaridad de esta serie es que para  $V_R$  positivas y



negativas se disipa, por lo tanto se concluye que debe ser una función impar. Lo que provoca que quede reducido al primer y tercer orden.

Otra representación no lineal es la propuesta por Norribin, aunque no sea una función continuamente diferenciable, la experiencia a demostrado ser muy útil. Los datos experimentales obtenidos con la experiencia los utilizaremos en el modelo, aplicándolo en el vector de amortiguamiento siguiente debido a que con el se obtiene el mejor ajuste:

$$d(v_r) = D_L \cdot v_r + D_{NL}(v_r)v_r =: D(v_r)v_r$$

$$\tau = Bf_c(v_r, n, \delta)$$

Donde:

- B:** es la matriz de configuración del actuador.
- N:** son las revoluciones por minuto de la hélice.
- $\delta$ :** ángulo del timón.

$\omega_E$  Es la frecuencia de encuentro dada por:

$$\omega_e = \left| \omega_0 - \frac{\omega_0^2}{g} U \cos \beta \right|$$

$\omega_0$  Es la frecuencia de onda dominante.

**g** es la aceleración de la gravedad.

**U** velocidad total del buque.

**$\beta$**  es el ángulo de encuentro definido por  $\beta = 0^\circ$  para los diferentes estados de mar.

Para un mejor control del diseño es común asumir que  $M_A = \lim_{\omega_e \rightarrow 0} M_A(\omega_e)$  es constante y estrictamente positiva.

### 12.3 - Simplificaciones aplicadas.

Aplicando todo lo anterior nos queda:

$$M_{RB} \dot{v} + M_A \dot{v}_r + C_{RB}(v)v + C_A(v_r)v_r + D(v_r)v_r = \tau + w(t)$$

Se aplica la simplificación de Fossen & Strand (1999), quienes utilizan  $v$  como la velocidad de estado y suponiendo que la dinámica relacionada con la actual velocidad corriente  $v_c$  (y otra dinámica inmodelada) es medida por una variable  $B$  que tiende lentamente en el marco de la tierra.

$$M := M_{RB} + M_A \quad \text{y} \quad C(v) := C_{RB}(v) + C_A(v)$$



Nos quedamos con esta simplificación:

$$M \cdot \dot{v} + C(v)v + D(v)v = Bf_c(v, n, \delta)$$

Debemos identificar los siguientes parámetros:

$M_A$ ,  $M_{RB}$  y  $B$  definen las características del buque (peso, longitud, área.), véase tabla 1.

$D_L$  Y  $D_{NL}(v)$  para hallar estos parámetros de amortiguamiento interpolaremos la media de los datos de las fuerzas de remolque obtenidos tras realizar el ensayo del modelo con diferentes oleajes constantes y velocidades.

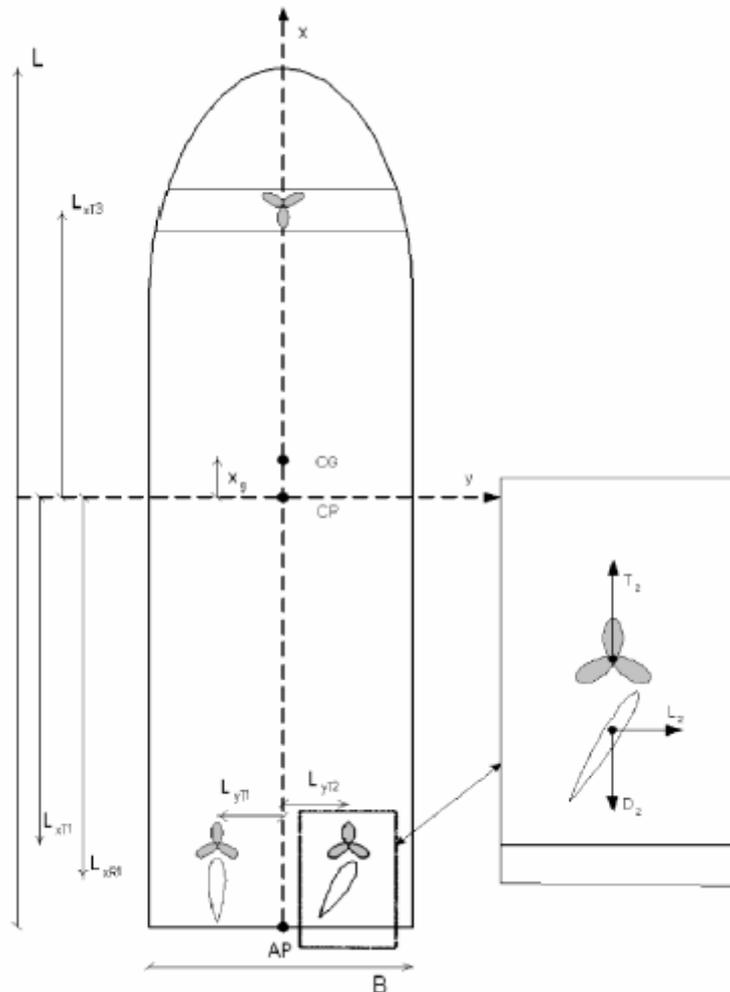
$f_c(v, n, \delta)$ . Una vez calculados los parámetros de amortiguamiento, calculamos  $f_c(v, n, \delta)$  repitiendo el experimento a diferentes revoluciones y ángulos del timón.

El resto de parámetros se utiliza una aproximación calculada mediante la experiencia del canal, por carecer de equipo de experimentación y de medida.

### **13 - Aplicación de los métodos para el caso del Cybership II**

En el caso del CyberShip II, contaremos con dos propulsores principales ( $T_1, T_2$ ) y otra hélice a proa ( $T_3$ ), dos timones con sus respectivas fuerzas de elevación ( $L_1, L_2$ ) y sustentación ( $D_1, D_2$ ). Sin con las fuerzas de fricción, el vector queda como:

$$f_c(v_r, n, \delta) = [T_1(n_1, u_r), T_2(n_2, u_r), T_3(n_3), L_1(\delta_1, u_r), L_2(\delta_2, u_r)]^T$$



**Imagen 13.1** Representación del CyberShip II

La fórmula del empuje del propulsor es expresada como la utilizada en clase:

$$T = \rho \cdot d^4 \cdot K_T \cdot n^2$$

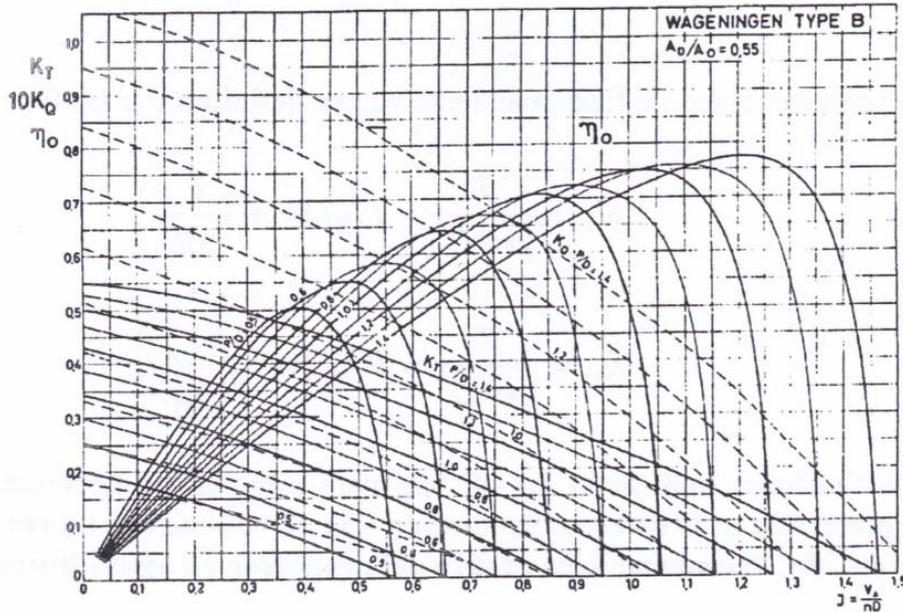
$\rho$  Densidad

d diámetro del propulsor

n las revoluciones

$K_T$  es un coeficiente cuya finalidad obtener los valores de T cuando la  $V_A = 0$ , ya que con el coeficiente  $C_T = F(F_N, J)$  obtenido apartir del Análisis Dimensional, tiene valores  $\infty$  para  $V_A = 0$ .  $K_T = F(F_N, J)$ ,  $K_T$  queda en función de J (Grado de avance), debido a que  $F_N$  (nº de Froude) esta gobernado por el fenómeno de formación de olas. Por tanto su influencia es prácticamente nula si la hélice esta lo suficientemente sumergida y no se produzca cavitación.

Para una gama de valores de  $J = \frac{V_A}{n \cdot D}$ ,  $K_T$  es lineal, como se ve en el grafico.



**Imagen 13.2** Resultado del ensayo del propulsor aislado para un propulsor de la serie B de Wageningen.

Con los resultados experimentales observamos que el valor de  $n$  (revoluciones) es mucho mas influyente en los resultados obtenidos del  $T$  (empuje) que la  $V_A$ . Por esta razón es mas frecuente realizar el ensayo del propulsor aislado a la mayor velocidad posible del carro cubriendo una amplia gama de variación de grados de avance variando las revoluciones.

Formula con que expresa la sustentación y la fricción tanto para la hélice como para el timón:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot C_L(\delta) \cdot V^2$$

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot C_D(\delta) \cdot V^2$$

$A$  es el área efectiva del timón o el área de la sección hélice.

$C_L$  Coeficiente de sustentación en función lineal del ángulo de giro o ángulo de incidencia o de ataque con la sección de la hélice.

$C_D$  Coeficiente de resistencia a la fricción de las superficies.



### 14 - Resultados obtenidos en el ensayo del modelo Cybership II

La foto nos indica el lugar de colocación de los sensores que serán los encargados de medir los parámetros. Los sensores a popa y el de proa medirán las fuerzas de fricción y de la propulsión al ser remolcado y los cuatro sensores laterales se encargaran de medir la fuerza y el momento de los movimientos laterales.

Nos quedamos con esta simplificación:

$$M \cdot \dot{v} + C(v)v + D(v)v = Bf_c(v, n, \delta)$$

Debemos identificar los siguientes parámetros para el caso que nos ocupa.

$M_A$ ,  $M_{RB}$  y B definen las características del buque (peso, longitud, área.), véase tabla 1.

$D_L$  Y  $D_{NL}(v)$  para hallar estos parámetros de amortiguamiento interpolaremos la media de los datos de las fuerzas de remolque obtenidos tras realizar el ensayo del modelo con diferentes oleajes constante y velocidades.

$f_c(v, n, \delta)$  una vez calculados los parámetros de amortiguamiento, calculamos  $f_c(v, n, \delta)$  repitiendo el experimento a diferentes revoluciones y ángulos del timón.

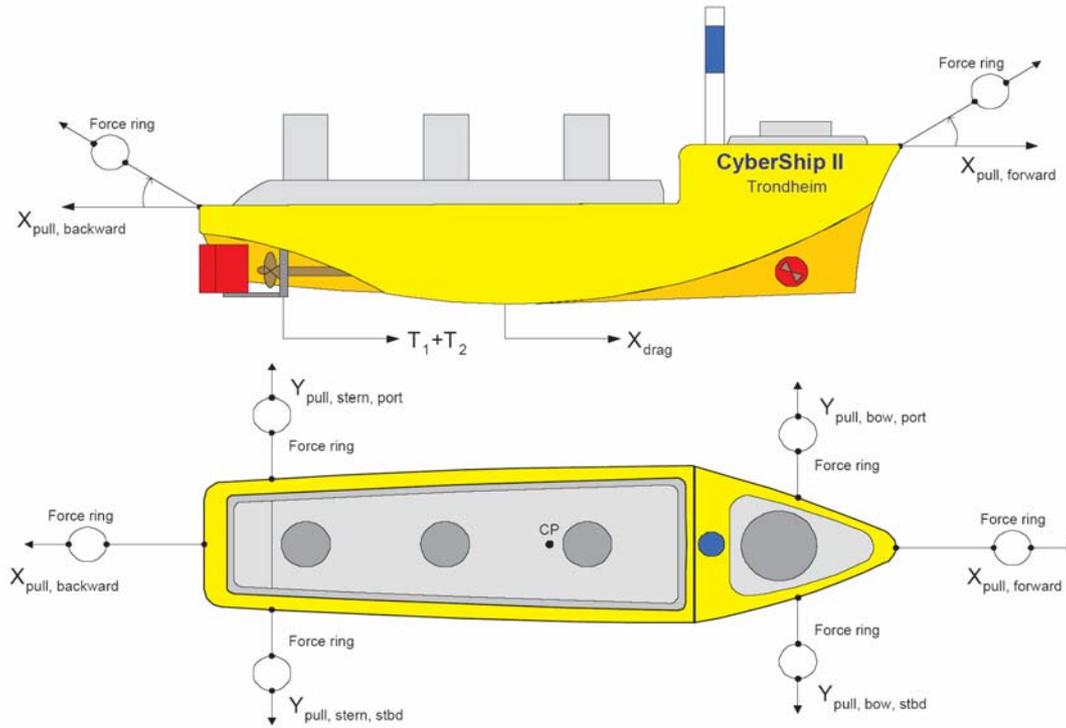
El resto de parámetros se utiliza una aproximación calculada por experiencia por carecer de equipo de experimentación y medida.

**Tabla 1** valores obtenidos mediante un programa de análisis geometría.

m	23.800
$I_z$	1.760
$x_g$	0.046
$Y_v$	-10.0
$Y_r$	-0.0
$N_v$	-0.0
$N_r$	-1.0
$X_u$	-2.000

$(l_{xT1}, l_{yT1})$	(-0.499, -0.078)
$(l_{xT2}, l_{yT2})$	(-0.499, 0.078)
$(l_{xT3}, l_{yT3})$	(0.466, 0.000)
$(l_{xR1}, l_{yR1})$	(-0.549, -0.078)
$(l_{xR2}, l_{yR2})$	(-0.549, 0.078)

**Imagen 14.1** Disposición de los sensores de medición de resistencia.



Los parámetros a identificar en la dirección al avance son:

$$\{X_u, X_{|u|u}, X_{uuu}\}_y \{T^+_{|n|n}, T^+_{|n|u}, T^-_{|n|n}, T^-_{|n|u}\}$$

Realización del ensayo de resistencia al avance; el carro es movido adelante y atrás con diversas velocidades constantes. Para cada pasada obtenemos una fuerza media hacia delante y hacia atrás  $X_{pull}$ . Se irán modificando las distintas variables (n, u...).

$$0 = \begin{cases} X_{pull} + X_{drag} + 2T^-_{|n|n}|n_1|n_1 - 2T^-_{|n|u}|n_1|u & n_1 < 0 \\ X_{pull} + X_{drag} + 2T^+_{|n|n}|n_1|n_1 - 2T^+_{|n|u}|n_1|u & n_1 \geq 0 \end{cases}$$

Nos queda que la resistencia al avance es:

$$X_{drag} = -X_{pull}$$

$$X_{drag} = X_u u + X_{|u|u} |u|u + X_{uuu} u^3$$

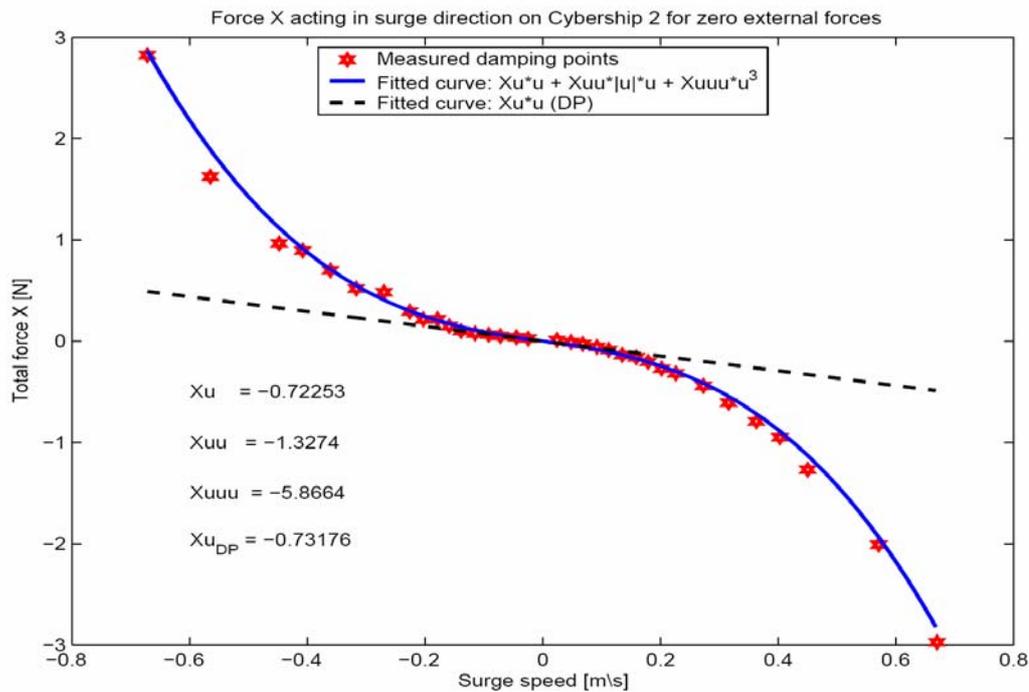
Si configuramos esta ecuación como una serie de ecuaciones lineales,  $Ax = b$ , donde x contiene los parámetros desconocidos, A contiene la velocidades



$u$  que se aplican y las revoluciones  $n_1$  de la hélice en rps, y  $b$  contiene las correspondientes fuerzas  $X_{pull}$  medidas, los coeficientes desconocidos se podrán calcular mediante el método de los mínimos cuadrados.

**15 -Graficas obtenidas**

**Grafica 15.1:**



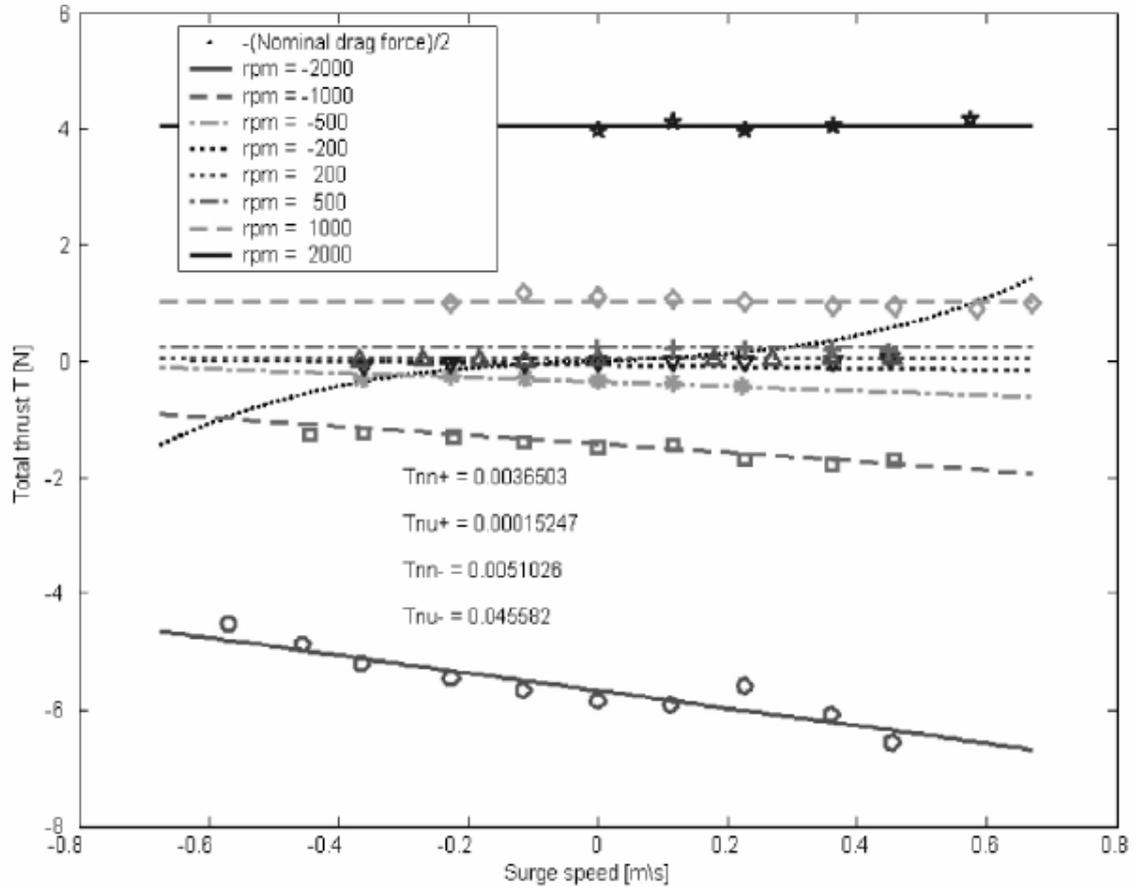
**Leyenda:**

- ★ Datos obtenidos del ensayo.
- Curva no lineal obtenida de la ecuación  $X_{drag} = X_u u + X_{|u|u} |u| u + X_{uuu} u^3$ .
- - Recta obtenida de la ecuación lineal  $X_{drag} = X_u u$ .

Muestra la fuerzas de fricción en la dirección de avance del buque, a diferentes velocidades, con las revoluciones igual a cero. Vemos que para intervalos de velocidad pequeña  $u \in [-0.15, 0.15]$  nos encontramos ante una linealidad donde se cumple  $X_{drag} = X_u u$  de la curva DP. Para velocidades más altas hay una enorme discrepancia.

**Grafica 15.2**

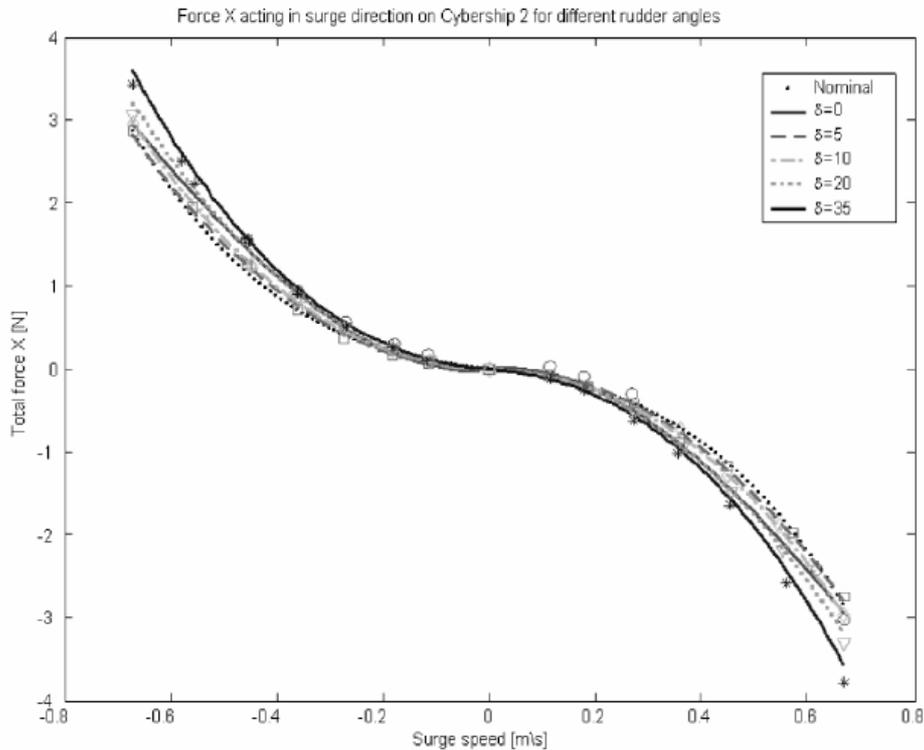
Con las fuerzas de fricción nominales obtenidas para  $n = 0$ , se repiten los mismos experimentos para diversas revoluciones de la hélice.



El empuje es estimado mediante la ecuación  $2T_1 = -X_{drag} - X_{pull}$ , para  $T_1 = T_2$ . En el grafico se observa que para revoluciones positivas la pendiente de la recta es muy pequeña, mientras que para revoluciones negativas la pendiente aumenta conforme disminuye la velocidad.

### Grafica 15.3

En la grafica se observa como afecta la fricción a velocidades y ángulos diferentes.

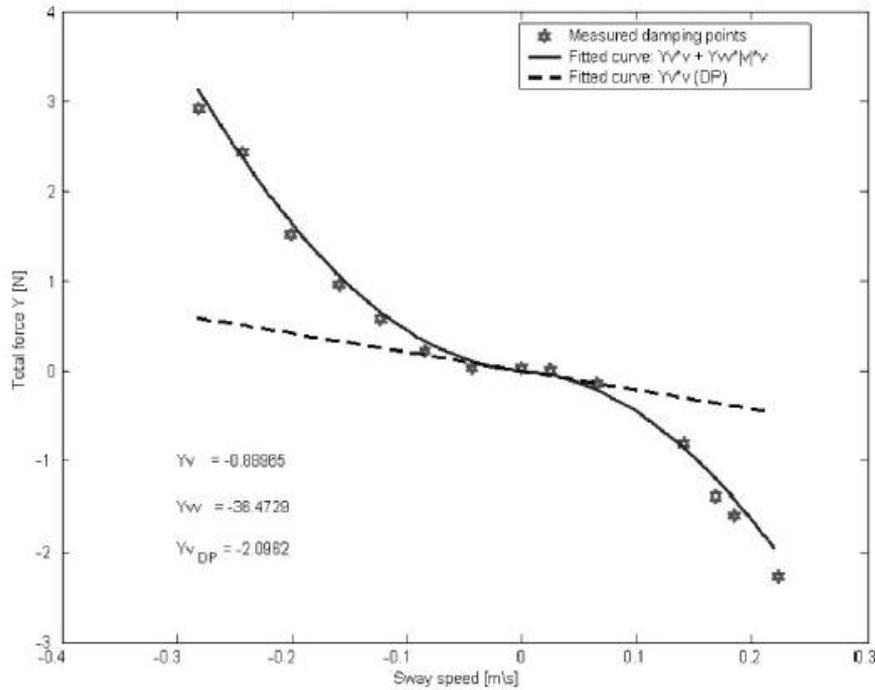


Anteriormente hemos eliminado la resistencia de fricción ( $D_i$ ) del timón debido a que dependía  $T_i(u_{rud,i})$ , con lo que la expresión se hacia muy complicada. Este echo será compensado con un diseño robusto, recordemos que esto no es una ciencia exacta, pretendemos simplificarla al máximo, pero acercándonos el máximo a la solución real que es nuestro buque.

En el ensayo se calculan los parámetros  $\{Y_v, Y_{|v|v}, N_v, N_{|v|v}\}$ , donde N es el momento e Y es una coordenada transversal, estos para una  $v = u = r = 0$ . La ecuación de la fuerza es  $Y_{pull} + Y_{drag} = 0$ , donde  $Y_{drag} = Y_v v + Y_{|v|v} |v|v$ , estas ecuación es reciproca para los N (para mayor entendimiento de las ecuaciones mirar figura 4). Antes el ajuste del sistema lineal venia dado por  $n_1 = n_2 = 0$ , ahora por  $v = u = r = 0$ . El sistema completo de medidas constituye un sistema de ecuaciones lineales.



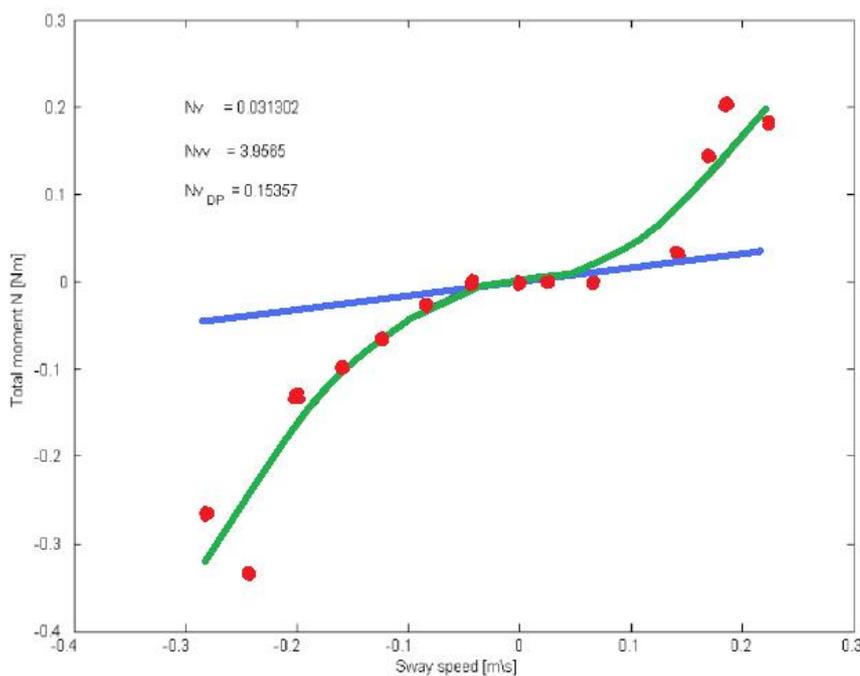
**Grafica 15.4**



En la grafica podemos observar las fuerzas de fricción en el movimiento de guiñada con ninguna fuerza externa. En el intervalo de velocidades donde la ecuación lineal se iguala con la no lineal.

**Grafica 15.5**

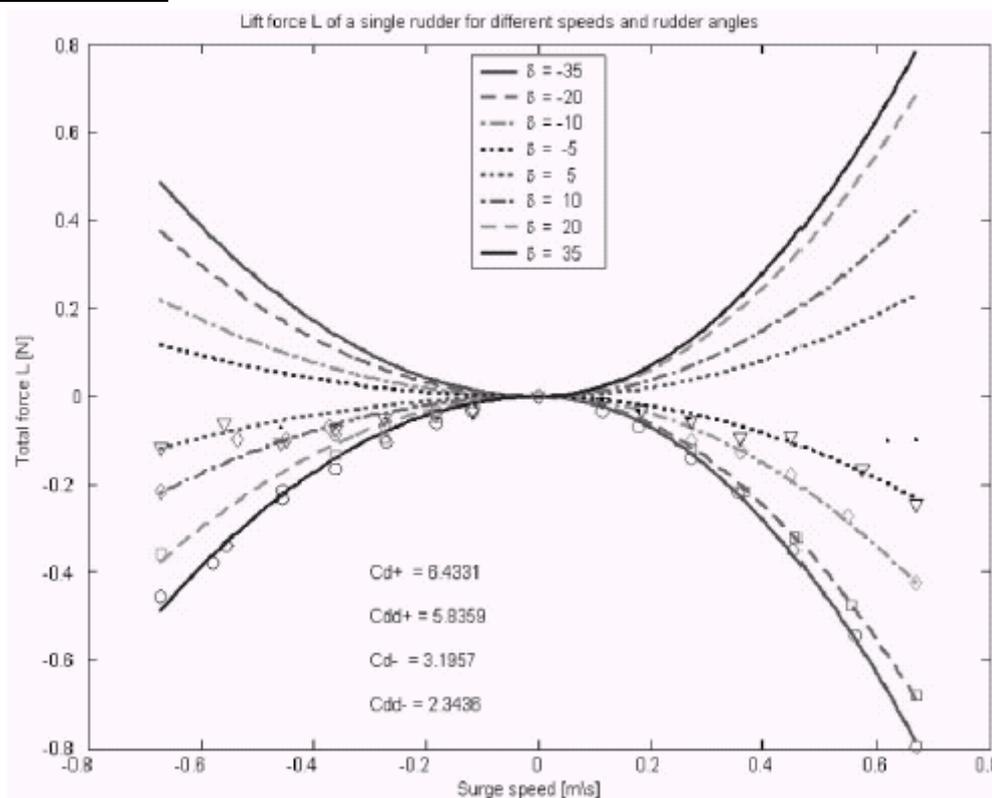
Vemos los momentos medidos producidos por las fuerzas de fricción, para  $r=0$ .



En el experimento para medir las fuerzas de sustentación del timón  $\{L_{\delta}^+, L_{|\delta|\delta}^+, L_{\delta}^-, L_{|\delta|\delta}^-\}$ , se remolca hacia delante con un ángulo de timón  $\delta_1 = \delta_2 < 0$  y hacia atrás  $\delta_1 = \delta_2 > 0$ , obteniendo fuera media a popa  $Y_{pull}$ . Quedando la ecuación del momento en  $N_{pull} + N_{lift} = 0$  donde  $N_{lift} = 2|I_{xR1}| \cdot L_1$ . Se calcula con la ecuación de sustentación antes expuesta.

Los resultados no se ven afectados por el momento de fuerza  $X_{pull}$  debido a que consideramos el ángulo de desplazamiento lateral igual a cero  $\left(\beta = \arctan\left(\frac{u}{v}\right) \approx 0\right)$ . Con lo que podemos asumir que  $N_{pull} \approx -Y_{pull} \cdot I_{stern}$ .

**Grafica 15.6**



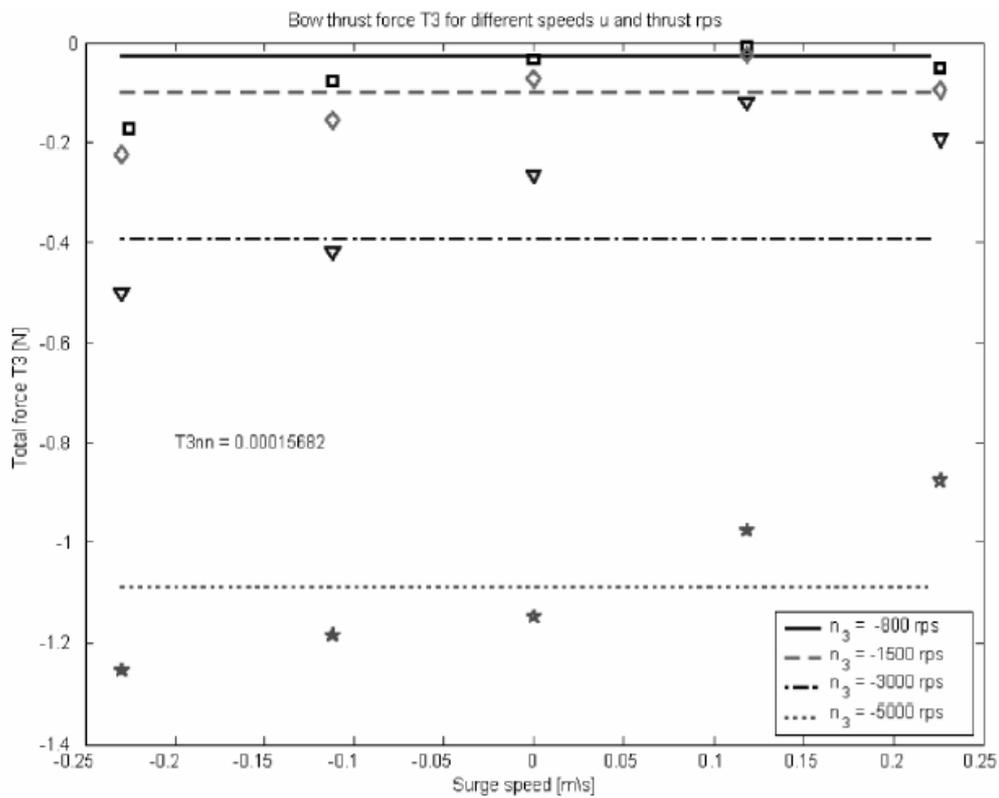
Se identifica claramente en la grafica la demostración de como los timones son mas eficaces cuando el movimiento hacia delante.



### Grafica 15.7

Repetimos el experimento para la tercera hélice  $[T_{|n_3|n_3}]$ . El problema del experimento es que el ángulo  $\beta$  era algo alto para velocidades altas, por lo que provocaba un desplazamiento lateral del buque.

Para revoluciones negativas elevadas se produce unas enormes desviaciones.





## **16. Conclusión**

Una de las principales intenciones de este proyecto hacer hincapié de la gran importancia de la maniobrabilidad en todas la etapas de proyecto y desarrollo de la vida del buque. Como conclusiones obtenidas que dan importancia a la maniobrabilidad tenemos:

Primera conclusión, maniobrabilidad es un factor a tener en cuenta a la explotación del buque. Se debe a la mejora de la seguridad de las operaciones, la operatividad y el ahorro de combustible. Esto se consigue con una adecuada maniobrabilidad.

Segundo, la maniobrabilidad puede estudiarse en etapas de anteproyecto del buque y ver si el buque cumplirá con los requerimientos de maniobrabilidad impuestos. Esto puede hacerse numéricamente o bien a partir de ensayos.

Tercero con pequeñas variaciones de algunos parámetros globales del buque conllevan mejoras en la maniobrabilidad. Así por ejemplo favorece la maniobrabilidad manteniendo el desplazamiento del buque un aumento de la manga, una disminución del calado, desplazar el centro de carena a proa y lógicamente aumentar el área del timón.

Cuarto podemos mejorar la maniobrabilidad jugando con múltiples parámetros al mismo tiempo, lográndose un mayor efecto que al variar los parámetros individualmente.

Las intenciones secundarias es poder compartir los resultados obtenidos para posteriores estudios de casos y simulaciones relacionados con la maniobrabilidad de buques. Para definir el modelo se han utilizado una gran variedad de referencias, las cuales han proporcionado una serie de simplificaciones oportunas.

Los ensayos realizados para la identificación de parámetros fueron realizados Marine Cybernetics Laboratory en Trondheim, Noruega, estos parámetros fueron identificados realizando diferentes ensayos de remolque a distintas velocidades con el modelo Cybership II. Se registraron las distintas fuerzas de remolque y se obtuvieron las funciones matemáticas que las representaban.

En resumen, a través de ensayos realizados con el modelo del buque se han obtenido una serie de valores numéricos que le proporcionan al CyberShip II una maniobrabilidad muy completa. Se cree que los valores de los parámetros obtenidos en los ensayos están muy cerca de los valores reales, por lo que es



posible cuantificar el movimiento no lineal del modelo de un buque, que aun hoy en día es una simplificación del movimiento real del buque.

## **17. Bibliografía**

### **17.1 Libros consultados:**

“Principles of Naval Architecture”. The Society of Naval Architects and Marine Engineers. COMSTOCK, JOHN P.

“Apuntes de la Asignatura de Métodos Numéricos”, UPCT.

“Modeling, Identificación and Control”, 2004.

“Hydrodynamics in Ship Desing”. The Society of Naval Architects and Marine Engineers. SAUNDERS, HAROLD E.

### **17.2 Artículos consultados:**

“A Nonlinear Ship Manoeuvring Model: Identification and adaptive control with experiments for a model ship”.

Autores: ROGER SKJETNE, DYVIND N. SMOGELI y THOR I. FOSSEN.

“Influencia de los parámetros generales del buque en sus características de maniobrabilidad”.

Autores: Francisco Pérez Arribas y Ricardo Zamora Rodríguez.

“Simulación de pruebas de mar de un buque contenedor” Autor: Francisco J. Velasco González.