



industriales  
etsii

Escuela Técnica  
Superior  
de Ingeniería  
Industrial

# UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial

## *Caracterización, obtención y validación del modelo dinámico de un motor de inducción para tracción eléctrica, según la IEC 60034.*

TRABAJO FIN DE GRADO

GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES

**Autor:** Juan Carlos Gómez Sánchez

**Director:** Francisco Ruz Vila



Universidad  
Politécnica  
de Cartagena

Cartagena, julio de 2016

*“Sucede que he descubierto una relación directa entre el magnetismo y la luz, también entre la electricidad y la luz, y el campo que se abre es muy grande y creo que rico”*

*Michael Faraday*

## AGRADECIMIENTOS

El presente proyecto significa la consecución de una meta que me propuse hace años y recoge el resumen de una parte muy importante de mi vida. Estudiar ingeniería no es una cosa sencilla, sin embargo, el hecho de estudiar una teoría muy densa con una gran aplicación práctica es algo que te llena de satisfacción y más cuando sabes que tus conocimientos luego van a poder ser usados en la sociedad.

La realización del trabajo no hubiera sido posible sin el optimismo y la ayuda mostrada por mis padres, amigos, compañeros y todas aquellas personas que han sido un gran apoyo para llegar al final de esta etapa y a quienes indiscutiblemente dedico este trabajo tan importante para mí.

En primer lugar, se lo dedico a mi familia, a mis padres, a mi hermana y a mi cuñado. Por saber aguantarme cuando no me salían las cosas bien, por haberme ayudado a llevar con fuerza estos años de universidad, por esa infinidad de muestras de optimismo y apoyo, por esas noches de Telepizza en casa y por esos ratos sentados en el balcón de casa tomando el fresco. Pero también agradecerles por haberme traído a este mundo, por haber hecho en mí la persona que soy y por saber que os voy a tener allí siempre que os necesite.

En segundo lugar, agradecer este trabajo a mi tutor Paco y a mis compañeros de clase. Principalmente a Beatriz, a Daniel, a Ana, a María Pilar y a Salva. A todos ellos agradecerles esos buenos ratos que hemos pasado en la cafetería bebiendo quintos tras los minipuntos de fluidos y por esos ratos de cordura, y no cordura, estudiando térmica, análisis de circuitos y diseño de máquinas. A todos ellos desearles lo mejor.

En tercer lugar, agradecerles a mis amigos por estar allí siempre que lo he necesitado, por cada día de apoyo, por la gran dedicación incondicional y paciencia que muestran, porque siempre me sacan una sonrisa. Además, porque están en los buenos y malos momentos y porque son unos perfectos compañeros de viajes, barbacoas, partidas de Cluedo y fiestas. Agradecer este trabajo a Fran, a Nerea, a María Dolores, a Francisco y a Lidia. Sé que sin ellos no soy nada y que por ellos haría cualquier cosa. Se merecen todo lo mejor y siempre estaré allí donde y cuando me necesiten.

Finalmente dedicarle especialmente el proyecto a esas personas que ya no están en este mundo como son mis dos abuelos, a mi abuela Pura y a mis tíos Pedro José y Antonio, y también, por último, a aquellas personas que se aferran a la vida con todas sus fuerzas, si lo digo por ti, prima Adelina. Aprendí de todos vosotros a disfrutar los pequeños momentos que vivimos y que nos toca vivir y a darle sentido a la vida.

*“Lo difícil se consigue. Lo imposible se intenta”*

*Juan Carlos Gómez*

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

Resumen .....	XIII
Abstract.....	XIII
Introducción .....	XIV
<b>Capítulo 1. Objetivos y planteamiento del problema.....</b>	<b>15</b>
1.1.  Objetivos .....	16
1.1.1.  Objetivo general del proyecto. ....	16
1.1.2.  Objetivos específicos .....	16
1.2.  Estructura del proyecto .....	16
1.3.  Alcance del proyecto.....	17
1.4.  Justificación del proyecto.....	18
1.5.  Aplicación del modelo de una máquina de inducción.....	18
<b>Capítulo 2. Determinación de las magnitudes del circuito equivalente.....</b>	<b>19</b>
2.1.  Introducción a la determinación de magnitudes de la máquina asíncrona.....	20
2.2.  Principio de funcionamiento y aspectos constructivos del motor asíncrono .....	20
2.3.  Circuito monofásico equivalente en régimen permanente.....	22
2.4.  Obtención de los parámetros del circuito equivalente según la normativa .....	22
2.4.1.  Consideraciones a tener en cuenta con la UNE-EN 60034-28. ....	22
2.4.2.  Procedimiento de ensayo propuesto por la normativa.....	23
2.4.3.  Aparatos y materiales utilizados en los ensayos. ....	24
2.4.4.  Ensayos para la determinación de la resistencia del estátor.....	27
2.4.5.  Ensayo de carga a la carga asignada.....	29
2.4.6.  Ensayo de la curva de carga.....	32
2.4.7.  Ensayo de vacío.....	33
2.4.8.  Determinación de las magnitudes del motor.....	36
2.4.9.  Resumen de resultados de los ensayos y limitaciones encontradas. ....	43
2.5.  Determinación de la inercia del rotor .....	44
2.5.1.  Métodos aplicables para la obtención de la inercia del rotor.....	44
2.5.2.  Determinación del momento de inercia rotatorio. ....	44
<b>Capítulo 3. Modelado dinámico del motor de inducción.....</b>	<b>47</b>
3.1.  Modelado dinámico de motores de inducción .....	48
3.1.1.  Teoría de la máquina eléctrica generalizada. ....	49
3.1.2.  Arranque de los motores en jaula de ardilla. ....	51
3.2.  Modelo dinámico del motor de inducción implementado en MatLab.....	52
3.2.1.  Ecuaciones del modelo dinámico.....	52
3.2.2.  Análisis del motor en régimen permanente. ....	55
3.2.3.  Introducción del modelo del motor asíncrono en Simulink. ....	56
3.2.4.  Introducción de los parámetros finales en el modelo.....	63
<b>Capítulo 4. Validación del modelo dinámico .....</b>	<b>64</b>
4.1.  Planteamiento de ensayos en laboratorio y simulación.....	65

4.1.1.	Ensayo de vacío.....	65
4.1.2.	Ensayo de la curva de carga.....	66
4.1.3.	Ensayo de cortocircuito.....	67
4.1.4.	Arranque directo.....	67
4.2.	Análisis de resultados y validación del modelo .....	69
<b><i>Bibliografía.....</i></b>		<b>71</b>
<b><i>Anexos.....</i></b>		<b>73</b>
Anexo 1. Tablas de cálculo de los parámetros del circuito equivalente. ....		74
Anexo 2. Determinación del efecto pelicular en conductores. ....		78
Anexo 3. Determinación de la inercia del rotor de un motor en jaula de ardilla.....		80
Anexo 4. Modos de servicio. Control de par aplicado en el eje con ActiveServo.....		82

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Datos tomados en el ensayo de medida de resistencias.....	29
Tabla 2. Valores nominales del motor de ensayo .....	30
Tabla 3. Datos obtenidos en el primer ensayo de carga a la carga asignada. ....	32
Tabla 4. Datos obtenidos en el ensayo de la curva de carga. ....	33
Tabla 5. Datos obtenidos en el ensayo de vacío.....	35
Tabla 6. Parámetros del circuito equivalente del motor conectado en triángulo.....	43
Tabla 7. Parámetros del circuito equivalente del motor conectado en estrella.....	43
Tabla 8. Obtención de la deceleración a la velocidad nominal. ....	46
Tabla 9. Obtención de la constante de deceleración y el momento de inercia.....	46
Tabla 10. Simulación de la corriente en el ensayo de la curva de carga.....	58
Tabla 11. Simulación de la velocidad de rotación en el ensayo de la curva de carga.....	59
Tabla 12. Simulación de la corriente máxima variando la inercia. ....	60
Tabla 13. Simulación del tiempo de arranque variando la inercia.....	60
Tabla 14. Toma de datos en laboratorio y simulación del ensayo de vacío. ....	65
Tabla 15. Toma de datos en laboratorio y simulación del ensayo de la curva de carga. ....	66
Tabla 16. Toma de datos en laboratorio y simulación del ensayo de cortocircuito.....	67
Tabla 17. Simulación de la corriente máxima en función de la carga inicial.....	68
Tabla 18. Simulación del tiempo de arranque en función de la carga inicial. ....	68
Tabla 19. Parámetros del circuito equivalente del motor conectado en estrella.....	70
Tabla 20. Obtención de la constante de deceleración y el momento de inercia.....	70
Tabla 21. Obtención coeficientes a y b conocido el peso y la velocidad de sincronismo.....	80

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Máquina de inducción con rotor en jaula de ardilla.....	22
Figura 2. Circuito monofásico equivalente reducido al estátor en régimen permanente.....	22
Figura 3. Esquema del circuito equivalente según la UNE 60034-28.....	23
Figura 4. Placa de características del motor de ensayo.....	24
Figura 5. Motor de inducción a ensayar.....	24
Figura 6. Alzado del servomotor.....	25
Figura 7. Placa de características del servomotor.....	25
Figura 8. Placa de medidas y control del servomotor.....	26
Figura 9. Vista del alzado del acoplamiento.....	26
Figura 10. Vista de planta del acoplamiento.....	26
Figura 11. Características del acoplamiento dadas por el catálogo del fabricante.....	26
Figura 12. Cubierta de acoplamiento.....	27
Figura 13. Conexión para la medición de resistencias del estátor.....	28
Figura 14. Instantánea de la medición de resistencias del estátor en el laboratorio.....	28
Figura 15. Configuración de ActiveServo.....	29
Figura 16. Toma de datos del ensayo de carga asignada con ActiveServo.....	30
Figura 17. Conexión del ensayo de carga asignada.....	31
Figura 18. Rotor del motor de ensayo desacoplado del servo.....	33
Figura 19. Conexión para el ensayo de vacío.....	34
Figura 20. Gráfica de toma de datos del ensayo de vacío.....	35
Figura 21. Inductancia total del estátor en función de la corriente de magnetización.....	37
Figura 22. Pérdidas constantes en función de la tensión al cuadrado.....	38
Figura 23. Inductancia del rotor en función de la corriente en el estátor.....	40
Figura 24. Método de la cuerda.....	45
Figura 25. Medición de la velocidad del rotor en el ensayo de deceleración.....	45
Figura 26. Representación de los ejes magnéticos del rotor y del estátor.....	48
Figura 27. Circuito eléctrico propuesto en la teoría de la máquina generalizada. [5].....	50
Figura 28. Transformación Clarke sistema abc a $\alpha\beta 0$ (izqu.) y transformación Park $\alpha\beta 0$ a dq0 (dcha.).....	51

Figura 29. Arranque directo con conexión en triángulo. [1].....	52
Figura 30. Relación de las variables $\theta$ , $\theta_r$ y $\beta$ .....	53
Figura 31. Modelado eléctrico del eje q del motor de inducción. ....	54
Figura 32. Modelado eléctrico del eje d del motor de inducción. ....	54
Figura 33. Introducción del modelo del motor, la fuente de tensión y elementos de medida en MatLab. ....	57
Figura 34. Representación de la corriente medida en el laboratorio y la simulada variando J.....	59
Figura 35. Representación de la velocidad medida en el laboratorio y la simulada variando J. ...	60
Figura 36. Representación de la corriente máxima en el laboratorio y la simulada variando J. ...	61
Figura 37. Representación del tiempo de arranque en el laboratorio y la simulada variando J. ...	61
Figura 38. Forma de onda de la corriente en el arranque con carga nula en el eje. ....	62
Figura 39. Simulación de la forma de onda de la corriente en el arranque con carga nula en el eje. ....	62
Figura 40. Introducción de los parámetros finales en el bloque de Simulink. ....	63
Figura 41. Comparación de la medida de corriente en el laboratorio y en la simulación.....	65
Figura 42. Comparación de la medida de corriente en el laboratorio y en la simulación.....	66
Figura 43. Comparación de la medida de la velocidad del rotor en el laboratorio y en la simulación. ....	67
Figura 44. Comparación de la corriente máxima en el laboratorio y en la simulación.....	68
Figura 45. Comparación de tiempo de arranque en el laboratorio y en la simulación. ....	68
Figura 46. Disminución de la densidad de corriente en el interior de un conductor. [9] .....	78



## ÍNDICE DE SÍMBOLOS Y ABREVIATURAS

$\cos \varphi$	factor de potencia
$\cos \varphi_N$	factor de potencia asignado
C	constante de deceleración
d	diámetro del rotor, m
F	coeficiente de fricción, N·m·s
f	frecuencia de alimentación del estator, Hz
$f_r$	frecuencia de la corriente del rotor (frecuencia de deslizamiento), Hz
$f_N$	frecuencia asignada, Hz
fem	fuerza electromotriz inducida, V
H	altura del eje, mm. En el modelado dinámico equivale a la constante de inercia, s.
h	altura de la barra de los conductores del rotor, m
I	intensidad de línea del estator, A también es la constante de carga de ActiveServo
$I_s$	intensidad de fase del estator, A
$I_{sa}$	componente a de la intensidad de fase del estator, A
$I_{sb}$	componente b de la intensidad de fase del estator, A
$I'_r$	intensidad de fase del rotor, A
$I_m$	intensidad de magnetización, A
$I_N$	intensidad asignada del estator, A
$i_{qs}$	intensidad en el estator y en el eje q, A
$i_{ds}$	intensidad en el estator y en el eje d, A
$i'_{qr}$	intensidad en el rotor y en el eje q, A
$i'_{dr}$	intensidad en el rotor y en el eje d, A
$i_{as}, i_{bs}, i_{cs}$	intensidad en el estator, A
$i'_{ar}, i'_{br}, i'_{cr}$	intensidad en el rotor, A
J	momento de inercia o coeficiente de inercia combinado de la carga y el rotor, Kg·m <sup>2</sup>
$k_i$	factor de efecto pelicular (o skin) para las inductancias
$k_r$	inversa del coeficiente de temperatura de la resistencia a 0 °C del material conductor del rotor
$k_s$	inversa del coeficiente de temperatura de la resistencia a 0 °C del material conductor del estator
$k_\sigma$	relación entre las inductancias de dispersión del estator y del rotor
$L_m$	inductancia magnetizante, H

## Índice de símbolos y abreviaturas.

$L_{1s}=L_{\sigma s}$	inductancia de dispersión del estátor, H
$L_{1r}'=L_{\sigma r}'$	inductancia de dispersión del rotor, H
$L_{t\sigma}$	inductancia de dispersión total ( $= L_{\sigma s} + L_{\sigma r}'$ ), H
$L_{\sigma a}$	inductancia de dispersión total sin considerar el efecto pelicular, H
$L_s=L_{1s}$	inductancia total del estátor ( $= L_m + L_{\sigma s}$ ), H
$L_r'=L_{1r}'$	inductancia total del rotor ( $= L_m + L_{\sigma r}'$ ), H
m	masa del rotor, Kg
n	velocidad de funcionamiento, $\text{min}^{-1}$
$n_N$	velocidad asignada, $\text{min}^{-1}$
$n_{\text{syn}}$	velocidad síncrona asignada, $\text{min}^{-1}$
p	número de pares de polos
P	número de polos
$P_1$	potencia eléctrica de entrada, W
$P_{2N}$	potencia mecánica de salida, W
$P_k$	pérdidas constantes, W
$P_{fw}$	pérdidas por rozamiento y ventilación, W
$P_{fe}$	pérdidas en el hierro, W
$P_t$	pérdidas totales de la máquina eléctrica, W
r	radio del rotor, m
R	resistencia entre fases, $\Omega$
$R_{fe}$	resistencia de pérdidas en el hierro del circuito equivalente, $\Omega$
$R_{fe\Gamma}$	resistencia de pérdidas en el hierro del circuito equivalente en $\Gamma$ , $\Omega$
$R_{ll'm}$	resistencia entre fases del estátor a la temperatura inicial del devanado, $\Omega$
$R_s$	resistencia de fase del estátor, $\Omega$
$R_{s,25^\circ}$	resistencia de fase del estátor corregida a una temperatura de 25 °C, $\Omega$
$R_{s=0}$	resistencia de fase del estátor en vacío, $\Omega$
$R_r'$	resistencia del rotor, $\Omega$
$R_{r,25^\circ}'$	resistencia del rotor corregida a una temperatura ambiente de 25 °C, $\Omega$
$R_{r'm}'$	resistencia del rotor a la temperatura inicial del devanado, $\Omega$
S	sección del conductor, $\text{mm}^2$
s	deslizamiento

$s_N$	deslizamiento asignado
$t$	tiempo, s
$T_e$	par electromagnético, N·m
$T_m = M$	par mecánico aplicado en el eje, N·m
$U$	tensión en bornes, V
$U_i$	tensión interna de la máquina, V
$U_{i,s=0}$	tensión interna de la máquina, V
$U_{ia}$	componente a de la tensión interna de la máquina, V
$U_{ib}$	componente b de la tensión interna de la máquina, V
$U_s$	tensión de fase del estátor, V
$U_m$	caída de tensión en la inductancia de magnetización, V
$U_N$	tensión en bornes asignada, V
$V$	volumen del rotor, m <sup>3</sup>
$V_{qs}, V_{ds}$	tensión del estátor en los ejes d y q, V
$V'_{qr}, V'_{dr}$	tensión del rotor en los ejes d y q, V
$V_{abs}, V_{bcs}$	tensión del estátor, V
$X$	reactancia de la línea, $\Omega$
$X_m$	reactancia magnetizante, $\Omega$
$X_{\sigma s}$	reactancia de dispersión del estátor, $\Omega$
$X_{\sigma r}'$	reactancia de dispersión del rotor, $\Omega$
$X_{t\sigma}$	reactancia total de dispersión, $\Omega$
$X_{\sigma a}$	reactancia total de dispersión sin considerar el efecto pelicular, $\Omega$
$X_{ts}$	reactancia total de estátor, $\Omega$
$X_{tr}'$	reactancia total del rotor, $\Omega$
$Z$	impedancia de línea, $\Omega$
$Z_{s=0}$	impedancia de línea en vacío, $\Omega$
$Z_y$	impedancia en estrella, $\Omega$
$Z_{\Delta}$	impedancia en triángulo, $\Omega$
$\beta$	diferencia de la posición eléctrica del marco de referencia y la posición eléctrica del rotor, rad
$\gamma_r$	conductividad de los conductores del rotor, S/m
$\theta$	posición angular eléctrica del marco de referencia, rad
$\theta_e$	posición angular eléctrica del marco de sincronismo, rad

$\theta_0$	temperatura del devanado frío en la medición de resistencia inicial, °C
$\theta_L$	temperatura del devanado al final del ensayo térmico en carga, °C
$\theta_m$	posición mecánica angular del rotor, rad
$\theta_{NL}$	temperatura del devanado al final del ensayo térmico en vacío, °C
$\theta_r$	ángulo eléctrico del eje del rotor, rad
$\varphi_{qs}, \varphi_{ds}$	flujo en los ejes del estátor en el sistema d y q, Wb
$\varphi'_{qr}, \varphi'_{dr}$	flujo en los ejes del rotor en el sistema d y q, Wb
$\delta$	espesor de la cáscara, m e intervalo para el cálculo de la constante de deceleración
$\Psi$	flujo de inducción magnética, Wb
$\mu$	permeabilidad que vale $4\pi \cdot 10^{-7}$ en el vacío
$\rho$	resistividad del material, $\Omega/m$ y la densidad del material del rotor, $Kg/m^3$
$\omega$	velocidad angular eléctrica del marco de referencia, rad/s
$\omega_e$	velocidad angular eléctrica del marco de sincronismo, rad/s
$\omega_m$	velocidad mecánica angular del rotor, rad/s
$\omega_r$	velocidad angular eléctrica. Se calcula como $p \cdot \omega_m$ , rad/s

### Índices y subíndices

e	sincronismo
L, NL, 0	condiciones de ensayo
m, ma, mb	magnitudes magnetizantes o mecánicas
N	valor asignado
r, tr	magnitudes lado rotor
s, ts	magnitudes lado estátor
$\sigma, \tau\sigma$	magnitudes de fuga

## Resumen

En este proyecto se va a analizar y aplicar la norma UNE-EN 60034-28 para determinar los parámetros del circuito equivalente de un motor de inducción de jaula de ardilla simple de baja tensión. Se presentarán los aspectos teóricos y los procedimientos de ensayo que propone la norma anteriormente mencionada, tanto para los ensayos de laboratorio, como para los cálculos de los parámetros. Finalmente, se aplicará la normativa a un motor de inducción trifásico de 300W con conexión del estátor en triángulo y conectado a una red eléctrica de 400V de tensión de línea.

Una vez concluida la caracterización, obtendremos un modelo dinámico que se ajuste tanto como sea posible a este motor y que será validado comparando los resultados de las simulaciones con los resultados de los ensayos que programaremos en el laboratorio.

**Palabras clave:** Motor asíncrono, rotor jaula de ardilla simple, circuito equivalente, modelo dinámico y simulink.

## Abstract

The aim of this project is to analyze and apply the European standard UNE-EN 60034-28 to an induction simple squirrel cage of low tension motor to determine the parameters of its equivalent circuit. We present the main theoretical aspects and the essays established by the norm, both laboratory test programs and the estimation of the parameters. Finally, the standard will be applied to a 300W power induction motor, with delta stator connection to an electricity 400V line network.

Once parameters are defined we obtained a dynamic model that fits as much as possible to the engine. Finally, we validate it by comparing the results of the simulations with the results of the tests that are to be programmed in the laboratory.

**Keywords:** Asynchronous motor, simple squirrel cage rotor, equivalent circuit, dynamic model and Simulink.

## Introducción

Las máquinas de inducción trifásicas o asíncronas, en particular aquellas con rotor tipo jaula de ardilla, son, en la actualidad, las máquinas eléctricas con mayor aplicación industrial debido a su bajo costo de adquisición, mantenimiento, altas prestaciones y elevada fiabilidad. La operación típica de estas máquinas es como motor, en cuyo caso el funcionamiento básico consiste en alimentar el devanado del estator, desde una fuente trifásica, para producir un campo magnético rotatorio, el cual induce corrientes en el rotor, produciéndose así un par motriz en el eje de la máquina.

La mayoría de las aplicaciones del motor de inducción operan a velocidad constante y cercana a la velocidad síncrona; sin embargo, en muchas aplicaciones es necesario operar con diferentes velocidades o poder variar éstas continuamente por lo que se hace necesario desarrollar controladores de velocidad para la máquina asíncrona. El control de la velocidad de los motores eléctricos se está usando ampliamente; sin embargo, este control es un asunto muy complicado de tratar y que, poco a poco, se está superando con el continuo avance de la electrónica.

En estos controladores se hace necesario obtener un modelo del motor de inducción trifásico que posteriormente será implementado en él. Hay que añadir que la eficacia de un controlador depende de la exactitud con que el modelo elegido se ajusta a la realidad, por este motivo, se deberá tener un modelo muy preciso de la máquina.

Finalmente abordando el aspecto dinámico de las máquinas de inducción, decir que el estudio del comportamiento dinámico de las máquinas eléctricas tiene especial importancia en el propio diseño externo del motor (dimensiones, peso, etc), características eléctricas y mecánicas de sus componentes internos, así como en la programación de los algoritmos de control.

# Capítulo 1

## Objetivos y planteamiento del problema



## 1.1. Objetivos

### 1.1.1. Objetivo general del proyecto.

El objetivo general del proyecto es, en primer lugar, caracterizar una máquina asíncrona de inducción según la normativa UNE 60034. Una vez obtenidos los parámetros del motor mediante la norma, vamos a plantear el modelo dinámico para ver qué ocurre en régimen transitorio. Este modelo permitirá ver el desarrollo en tiempo real del motor para distintas maniobras de funcionamiento sin tener físicamente el motor.

Una vez realizados los ensayos y programado el modelo dinámico en MatLab, vamos a realizar verificaciones del modelo en diferentes puntos de trabajo. Para ello se harán comparaciones de los resultados del modelo en MatLab con los resultados obtenidos en los ensayos de laboratorio. Hemos elegido MatLab por su fácil introducción de expresiones matemáticas, precisión y rapidez de cálculo.

### 1.1.2. Objetivos específicos

Los objetivos específicos, ya expuestos en la propuesta del proyecto, que se pretenden desarrollar son los siguientes:

- Planteamiento teórico de los ensayos usados en la caracterización de motores asíncronos.
- Realización de los ensayos de vacío y curva de carga para la obtención de los parámetros del motor de inducción que establece la normativa UNE 60034-28.
- Planteamiento teórico del modelo en régimen transitorio de los motores de inducción.
- Implementación del modelo dinámico y realización de simulaciones en MatLab.
- Validación del modelo dinámico comparando los resultados obtenidos en las simulaciones anteriores con los resultados obtenidos en el laboratorio.

## 1.2. Estructura del proyecto

Para poder llevar a cabo de manera efectiva el trabajo vamos a dividir este documento en varios capítulos. Estos van a ir ordenados de forma coherente para una fácil asimilación del procedimiento y de los resultados obtenidos. Las diferentes partes que van a componer el documento son:

- Capítulo 1: recogerá el planteamiento del problema, los objetivos generales y específicos para la consecución del trabajo y el alcance del proyecto.
- Capítulo 2: en este capítulo se recogen los fundamentos físicos de los motores de inducción y los aspectos constructivos. Se abordará la normativa utilizada en la obtención de los parámetros del motor y serán expuestos los procedimientos seguidos en el laboratorio, los instrumentos utilizados y las descripciones técnicas del motor a caracterizar. También se presentará la obtención de los parámetros del motor, así como los datos tomados en los ensayos.



- Capítulo 3: tratará sobre el modelado dinámico del motor de inducción, se aplicará a nuestro caso de estudio y se explicará el código MatLab implementado para la simulación de variables. Una vez realizado esto se analizará la precisión del modelo si tenemos en cuenta o no la inercia del servo acoplado en los ensayos de carga.
- Capítulo 4: se simularán los ensayos realizados para la determinación de parámetros. Es aquí donde vamos a recoger, comparar y discutir todos los resultados obtenidos, en consecuencia, validaremos el modelo propuesto en el capítulo anterior.
- Bibliografía: todo el documento se mantiene sobre una bibliografía considerable que es recogida en este capítulo.
- Anexos: recogen las tablas en bruto de los ensayos realizados, la obtención del momento de inercia según la bibliografía de referencia y la determinación del efecto skin usado en el ensayo de cortocircuito planteado en la normativa.

### 1.3. Alcance del proyecto

Para poder cumplir los objetivos propuestos en el trabajo, se deben realizar una serie de actividades que, de manera aproximada, son las siguientes:

- Comenzaremos planteando el problema y estableceremos los objetivos generales y particulares que queremos alcanzar.
- Plantearemos los fundamentos teóricos de los motores de inducción. Para ello estableceremos las generalidades, hipótesis, el circuito equivalente, el ensayo de vacío, de carga asignada y el ensayo de la curva de carga.
- Presentaremos la metodología seguida en el laboratorio para la realización de los ensayos propuestos por la norma con el objetivo de caracterizar el motor. A continuación, procederemos a obtener los parámetros de este.
- Plantearemos el modelado matemático para observar el comportamiento del motor en régimen transitorio.
- Implementaremos el modelo dinámico y permanente en MatLab. A continuación, realizaremos simulaciones para ver la respuesta del modelo dinámico propuesto.
- Validaremos el modelo dinámico del motor de inducción comparando los resultados de las simulaciones con los ensayos que propondremos y realizaremos en el laboratorio.
- Analizaremos de forma conjunta todos los resultados obtenidos y plantearemos las conclusiones al problema planteado.

La bibliografía básica que se va a seguir en cuanto al modelado matemático y planteamiento de las ecuaciones del circuito equivalente son los libros *Analysis of Electric Machinery* de P. C. Krause, O. Wasynczuk y S. D. Sudhoff y *Control of electrical drives* de W. Leonhard. Además, utilizaremos como base principal para la obtención de los parámetros la norma IEC 60034 (o su equivalente UNE-EN 60034: Máquinas eléctricas rotativas). Como bibliografía adicional citaremos secciones de los siguientes libros en algunos puntos del documento.

1. Máquinas Eléctricas. Jesús Fraile Mora, Ed. Mc Graw-Hill.
2. Máquinas Eléctricas. Stephen Chapman, Ed. Mc Graw-Hill.
3. Electric Machinery. Fitzgerald, A.E., Kingsley, C., Umans, S., 6th edition, McGraw-Hill.

#### 1.4. Justificación del proyecto

Debido al gran avance de los estudios en motores eléctricos y la informática se pueden realizar simulaciones del comportamiento de un motor eléctrico teniendo como datos sus parámetros característicos, dados por el fabricante u obtenidos mediante los ensayos que se proponen en la norma UNE 60034. La utilización de estos modelos se debe a que son relativamente sencillos de obtener y además no hace falta tener físicamente un motor eléctrico para saber cómo se va a comportar, siempre y cuando el modelo se ajuste mucho a la máquina de estudio.

Además, estos modelos nos van a permitir estudiar el motor en distintas situaciones que reflejen maniobras de trabajo reales, pudiéndose ver de forma gráfica el desarrollo de las variables más características de la máquina. Esto va a permitir realizar estudios sobre el funcionamiento de motores en condiciones extremas sin necesidad de construirlas físicamente, las cuales podrían dar lugar a la rotura de estas, y, por lo tanto, a una pérdida de dinero.

Finalmente añadir que otro de los objetivos de hacer un modelo se debe a la utilidad que tienen estos de ser usados en cualquier proceso que involucre la presencia de un motor, es decir, el modelo se puede estudiar conjuntamente con otros sistemas electromecánicos, lo cual es realmente útil en la práctica. Algunos programas de simulación como Simulink, entre otros, hacen uso de este tipo de modelo para la construcción de sistemas.

#### 1.5. Aplicación del modelo de una máquina de inducción

El uso de estos modelos es muy común en la práctica ya que se usan para ver el comportamiento de los motores ante determinadas circunstancias. Estos modelos son aproximados y tienen una precisión elevada, pero los resultados no son los mismos que si tuviéramos un modelo exacto de la máquina. Los modelos en máquinas eléctricas se usan para:

- Estudio del arranque de motores. Hay varios modelos que nos permiten ver el comportamiento del motor durante el arranque. El análisis de los procesos transitorios de las máquinas eléctricas se puede realizar por la teoría de la máquina generalizada, la teoría de los vectores espaciales y la teoría de los fasores espaciales.
- Estudios del funcionamiento de la máquina en régimen permanente. La práctica habitual en este tipo de modelos es obtener las principales variables de trabajo del motor en condiciones estacionarias.
- Conexión y desconexión de fuentes de excitación o cargas. Los modelos nos permitirán obtener en las simulaciones como se van a ver afectadas las principales variables de estudio del motor con el cambio de las fuentes de excitación o las cargas que tenga conectadas tanto en el rotor como en el estátor.

# Capítulo 2

## Determinación de las magnitudes del circuito equivalente



## 2.1. Introducción a la determinación de magnitudes de la máquina asíncrona

Para la determinación de las magnitudes del circuito equivalente en régimen permanente del motor de inducción de jaula de ardilla vamos a utilizar la parte 28 de la norma UNE-EN 60034. Las distintas secciones de esta norma están dedicadas principalmente a definir distintos parámetros de normalización referentes al diseño y a las dimensiones de los motores eléctricos. Además, se proponen en ella distintos ensayos a partir de los cuales se puede obtener el rendimiento y la inercia de las máquinas eléctricas rotativas.

Una vez obtenido el circuito equivalente vamos a obtener la inercia de la máquina, para ello podemos utilizar el procedimiento propuesto en el ensayo de deceleración que podemos encontrar en la norma IEC 60034-2-2 o en su equivalente UNE-EN 60034-2-2.

## 2.2. Principio de funcionamiento y aspectos constructivos del motor asíncrono

Según Fraile Mora [2], el principio de funcionamiento del motor asíncrono o de inducción se basa en el concepto de campo magnético giratorio. Este concepto fue publicado en 1888 por Galileo Ferraris en Italia y Nikola Tesla en los EE.UU. Desgraciadamente, el motor bifásico de Ferraris tenía un circuito magnético abierto y un rotor en forma de disco de cobre, por lo que desarrollaba una potencia muy baja y no tenía interés comercial. Sin embargo, Tesla, que dio a conocer su motor dos meses más tarde que Ferraris, utilizó devanados concentrados tanto en el estátor como en el rotor, logrando con ello un motor más práctico.

La patente de Tesla fue adquirida por G. Westinghouse, sin embargo, en ese mismo año el ingeniero Dobrowolsky inventó el motor asíncrono trifásico empleando un rotor en forma de jaula de ardilla y utilizando un devanado distribuido en el estátor. En el año 1891 Dobrowolsky presentó en Frankfurt un motor asíncrono con rotor devanado que disponía de un reóstato de arranque a base de resistencias líquidas. Dos años más tarde desarrolló también motores asíncronos con doble jaula de ardilla.

Partiendo de que el motor asíncrono funciona según el principio de inducción de Faraday, al aplicar corriente alterna trifásica a las bobinas inductoras se produce un campo magnético giratorio cuya frecuencia será igual a la de la corriente alterna con la que se alimenta al motor. Este campo al girar alrededor del rotor en estado de reposo, inducirá corrientes en el mismo que producirán a su vez un campo magnético que seguirá el movimiento del campo estático, produciendo un par motor que hace que el rotor gire. Las fuerzas electromotrices inducidas en el rotor vienen dadas por la expresión:

$$f_{em} = (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot L \quad \text{Ec. 1}$$

Como consecuencia de la ley de Faraday, la interacción entre las corrientes inducidas y el flujo magnético en el entrehierro dan lugar a un par de giro sobre el rotor, cuyo sentido tratándose de un motor, será el mismo que tiene el campo magnético rotatorio. Cuanto más se aproxime la velocidad del rotor a la del campo magnético estático más reducida será la velocidad relativa

(deslizamiento) entre ambos y, por tanto, menores las intensidades de las corrientes inducidas en el rotor. Es evidente que, manteniéndose el giro gracias a la presencia de un par motor, el rotor nunca girará a la velocidad de sincronismo ya que, si iguala la velocidad de giro del campo del estátor, las líneas de fuerza no cortarían a los conductores y, por tanto, no se generarían f.e.m., ni corrientes, ni par para mantener el movimiento. De ahí la denominación de motores asíncronos.

Si se denomina  $n_s$  a la velocidad de sincronismo del campo inductor (dado en rpm),  $f$  a la frecuencia de las corrientes que lo producen (Hz) y  $p$  el número de pares de polos:

$$n_s = \frac{60 \cdot f}{p} \quad \text{Ec. 2}$$

La diferencia de velocidades entre devanados, anteriormente justificada, hacen que se induzcan en el devanado rotórico fuerzas y corrientes de una frecuencia  $f_r$  con una velocidad angular del campo magnético producida por esas corrientes dada por:

$$n_r = \frac{60 f_r}{p} \quad \text{Ec. 3}$$

El campo magnético total en el entrehierro, debido al efecto conjunto de las corrientes del estátor y del rotor, gira a la velocidad de sincronismo. Esta viene dada por:

$$n_s = n + n_r \quad \text{Ec. 4}$$

La frecuencia de las corrientes rotóricas es producida por la diferencia de velocidades entre el campo magnético del estátor y la mecánica del rotor.

$$f_r = \frac{p \cdot (n_s - n)}{60} \quad \text{Ec. 5}$$

Al final, se obtiene que si se tiene en cuenta la definición de deslizamiento  $s$  como la diferencia relativa de velocidades entre el rotor y el campo magnético inductor:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \quad \text{Ec. 6}$$

Se obtiene que las frecuencias rotóricas vienen dadas por la expresión:

$$f_r = s \cdot f \quad \text{Ec. 7}$$

En cuanto a los aspectos constructivos de la máquina de inducción, decir que esta está formada por un estátor y un rotor. En el estátor se coloca normalmente el inductor, alimentado por una red mono o trifásica. El rotor es el inducido, y las corrientes que circulan por él aparecen como consecuencia de la interacción con el flujo del estátor. Dependiendo del tipo de rotor, estas máquinas se clasifican en: [2]

- Rótor en jaula de ardilla o en cortocircuito.

- Rotor devanado o con anillos.

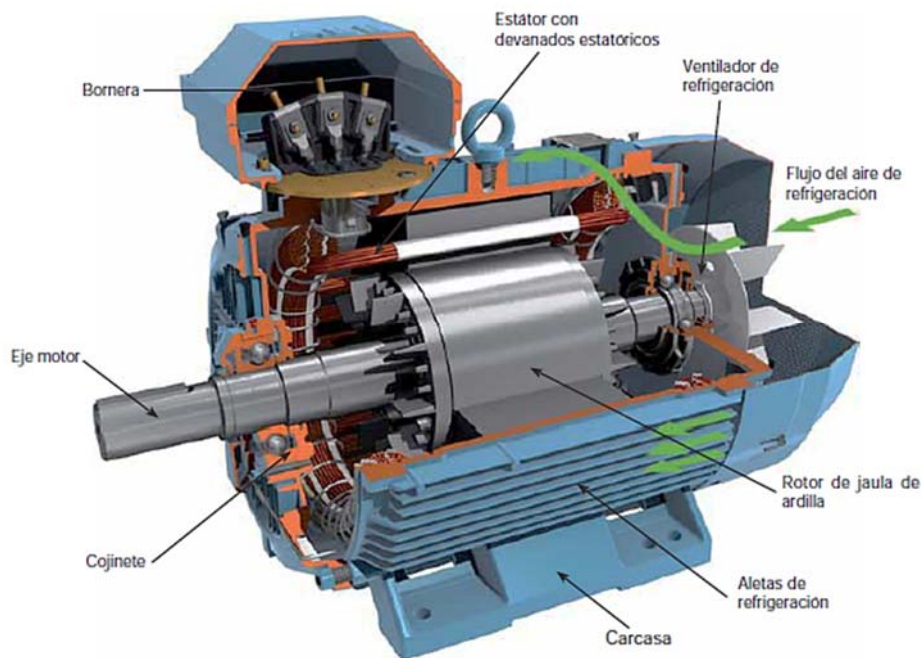


Figura 1. Máquina de inducción con rotor en jaula de ardilla.

### 2.3. Circuito monofásico equivalente en régimen permanente

Es fácil encontrar en la bibliografía de máquinas eléctricas la demostración del circuito monofásico equivalente. Por ello, a modo de resumen decir que, partiendo del hecho de que tanto una fase del estátor como del rotor pueden ser modelizadas cada una de ellas como una reactancia devanada en torno a un núcleo ferromagnético y, reduciendo los términos del rotor al estátor, llegamos a (véase Figura 2):

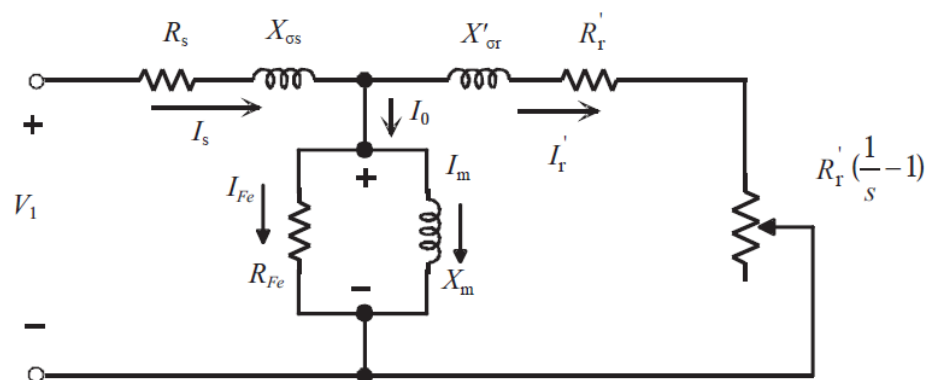


Figura 2. Circuito monofásico equivalente reducido al estátor en régimen permanente.

### 2.4. Obtención de los parámetros del circuito equivalente según la normativa

#### 2.4.1. Consideraciones a tener en cuenta con la UNE-EN 60034-28.

La norma que estamos usando fue aprobada por CENELEC a principios del 2013. Esta norma nos proporciona un procedimiento de ensayo normalizado para determinar los parámetros de los motores de inducción de jaula trifásicos de baja tensión.

El modelo matemático de la máquina se recoge en el apartado 7.1 de ella y es normativo para los motores a los que se refiere esta norma. Las magnitudes del esquema del circuito equivalente deben presentarse como los **valores por fase de la conexión en estrella equivalente** y como tenemos conectado el motor en triángulo, tomaremos de la normativa las fórmulas para los cálculos de los parámetros que van dadas en forma de notas.

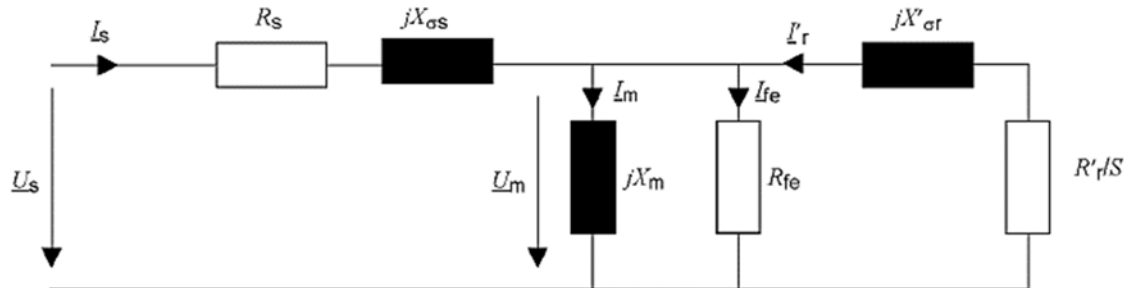


Figura 3. Esquema del circuito equivalente según la UNE 60034-28.

Para poder llevar a cabo la caracterización con esta normativa se deben cumplir una serie de requisitos expuestos en el punto 4 de la norma UNE-EN 60034-28. No obstante, para obtener el modelo debemos tener en cuenta las siguientes aproximaciones e incertidumbres:

- Las inductancias las vamos a obtener en función de la intensidad con el objeto de tener en cuenta los efectos de saturación del núcleo de hierro.
- Se desprecian las pérdidas en el hierro en todas las expresiones usadas para las determinaciones de las inductancias y los efectos de las corrientes de Foucault sobre las inductancias y resistencias.
- Se supondrá que la resistencia en el rotor está cortocircuitada durante la determinación de la inductancia total de dispersión.
- Se despreciará la diferencia de temperaturas entre las temperaturas del rotor y del devanado.
- En los ensayos de cortocircuito o rotación inversa se ha de utilizar el efecto pelicular en la determinación de la inductancia total. En los demás ensayos tomará el valor de la unidad.
- Las pérdidas en el hierro del estátor si se tienen en cuenta, pero las del rotor no.

#### 2.4.2. Procedimiento de ensayo propuesto por la normativa.

El procedimiento de ensayo que se expone en el apartado 6 de la norma UNE 60034-28 se debe hacer en el orden que se indica. En el caso que transcurra un intervalo de tiempo considerable entre ensayos, lo que debemos hacer es reestablecer las condiciones térmicas antes de coger datos. A modo de resumen, el procedimiento expuesto viene dado por los siguientes ensayos:

1. Medición de la resistencia entre fases del estátor en corriente continua.
2. Ensayo de carga a la carga asignada.
3. Ensayo de la curva de carga.

4. Ensayo de cortocircuito o de rotación inversa (alternativa al ensayo de la curva de carga).
5. Ensayo de vacío.

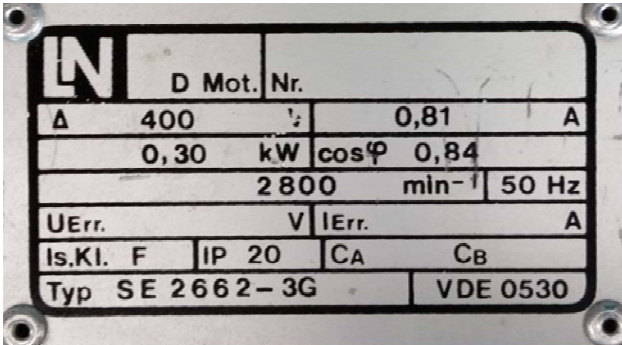
Teniendo en cuenta que en la normativa dice que el ensayo de la curva de carga se puede usar como alternativa al ensayo de cortocircuito, vamos a optar por realizar el ensayo de la curva de carga. Esto se debe a que los motores de dos polos se calientan rápidamente si trabajan con corrientes elevadas.

### 2.4.3. Aparatos y materiales utilizados en los ensayos.

#### 2.4.3.1. Motor de inducción.

El motor que vamos a caracterizar es un motor de inducción trifásico en jaula de ardilla, modelo SE2662-3G de Lucas-Nülle.

A la vista de la placa de características podemos decir que este motor conectado en triángulo y en condiciones nominales trabaja a: 400 V, 50 Hz, 0.81 A, 300 W, tiene un factor de potencia de 0.84 y una velocidad nominal de 2800 rpm. Es necesario añadir que dicho motor lleva en su perfil izquierdo un acoplamiento para conectar un servomotor controlado por una placa y en la parte delantera una placa para la conexión de los conductores, aparatos de medida, protecciones, etc.



LN		D Mot. Nr.	
$\Delta$	400		0,81 A
	0,30 kW	$\cos\varphi$	0,84
		2800 min <sup>-1</sup>	50 Hz
UErr.	V	IErr.	A
Is.Kl. F	IP 20	CA	CB
Typ SE 2662-3G		VDE 0530	

Figura 4. Placa de características del motor de ensayo.



Figura 5. Motor de inducción a ensayar.



### 2.4.3.2. Servomotor.

Para poder controlar la velocidad y el par del motor es necesario utilizar un servomotor controlado por una placa de control. En nuestro caso el servomotor utilizado es el modelo CO3636-6V de la empresa Lucas-Nülle. Como se puede apreciar en las fotografías, el servomotor se alimenta de la corriente general y es controlado por un panel de control. Acudiendo al catálogo del fabricante, este nos dice que el enganche del servo es por medio de un acoplamiento dentado y que la temperatura del motor se controla de forma continua a través de un sensor KTY de temperatura. A la vista de la placa de características podemos decir que este servo trabaja en el punto nominal a: 390 V, 4.4 A, 1700 W y a 4050 rpm.



Figura 6. Alzado del servomotor.


<b>Lenze</b>		Hans-Lenze-Straße 1 31855 Aerzen GERMANY		Made in Germany	EAC	C7	US	CE
3~MOT		Typ MCA 13141-RS0B0-B19N-ST5S00N-R0SU						
390 V~	1.7 kW	4.0 Nm	140 Hz	4050 r/min				
4.4 A	2.3 HP	Mo 4.6 Nm	cos φ 0.76	C86: 1364				
	IP 54	I.CL. F	Ta 40°C	KTY				
Geber Feedback RS	C416:52826185			Id.Nr.	15035820			
Bremse Brake	V-	A	Nm					
SN	1503582010000173188848							

Figura 7. Placa de características del servomotor.

### 2.4.3.3. Placa de control del servomotor.

La placa de control que vamos a utilizar en el proyecto controla el par y la velocidad del rotor del motor a ensayar. Es el modelo C03636-6V de la empresa Lucas-Nülle y las características que tiene son las siguientes:

- La unidad se controla con los botones de la placa o con un ordenador (mediante el software ActiveServo y una conexión USB).
- La velocidad y el par se pueden medir desde los paneles digitales localizados en la parte superior izquierda de la placa o mediante los valores que nos muestre el software en el ordenador.
- Cuenta con un control de temperatura para evitar calentamientos.

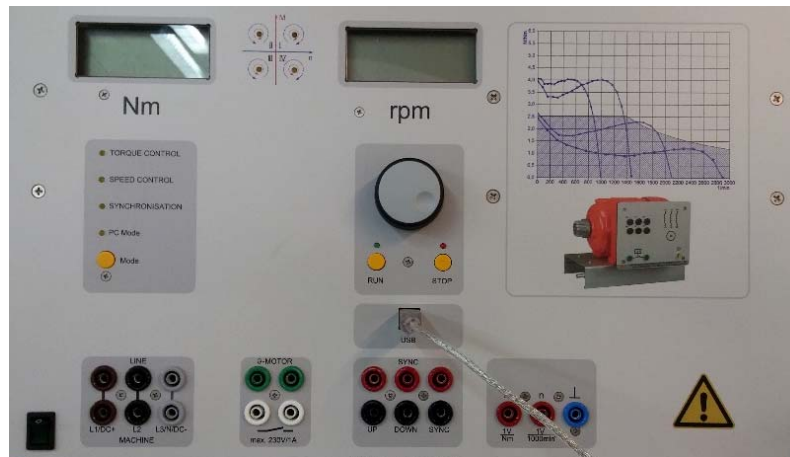


Figura 8. Placa de medidas y control del servomotor.

#### 2.4.3.4. Acoplamiento y cubierta de seguridad.

Para acoplar el servomotor al motor vamos a usar un acoplamiento flexible y una cubierta de protección. En nuestro caso utilizaremos el acoplamiento Powergrip© 43SF para motores con potencia de 300W (referencia SE2662-2A). Unas instantáneas de él son las siguientes:



Figura 9. Vista del alzado del acoplamiento.



Figura 10. Vista de planta del acoplamiento.

Acudiendo al catálogo del fabricante, las características más importantes de este acoplamiento son las siguientes:

	<b>0.1/0.3 kW</b>
<b>Material:</b>	rubber (neoprene)
<b>Dimensions:</b>	40 x 45
<b>(in mm):</b>	(length x diameter)
<b>Weight:</b>	0.1 kg
<b>Order No.:</b>	<b>SE2662-2A</b>

Figura 11. Características del acoplamiento dadas por el catálogo del fabricante.

En nuestros ensayos el acoplamiento que hemos usado tiene unas dimensiones de 40x45 mm y un peso de 100 g.



Figura 12. Cubierta de acoplamiento.

#### 2.4.3.5. Software ActiveServo.

El software utilizado para el control del servo se llama ActiveServo y este nos permite obtener la tensión de línea, corriente de línea y potencia eléctrica trifásica de entrada del motor a ensayar. Además, nos permite obtener el par mecánico y la velocidad de rotación del rotor.

Este software se puede utilizar en cualquier sistema operativo. Para poder utilizarlo debemos instalar el contenido del CD que viene con la placa de control e instalar los drivers correctamente en el ordenador que queramos usar como controlador. Al inicio de usar el software suele dar problemas de compatibilidad, pero ejecutando el programa con permisos de administrador y en modo de compatibilidad con XP funcionará sin problemas.

#### 2.4.4. Ensayos para la determinación de la resistencia del estátor.

Utilizando el procedimiento que indica el apartado 6.2 y 7.2 de la norma UNE 60034-28 vamos a determinar experimentalmente la resistencia por fase del estátor.

##### 2.4.4.1. Materiales necesarios.

Los materiales empleados en este ensayo son los siguientes:

- Dos multímetros AMPROBE AM-510-EUR.
- Motor trifásico de inducción con rotor en jaula de ardilla modelo SE2662-3G.
- Conductores.
- Fuente de continua EX355R.

##### 2.4.4.2. Conexión de elementos y procedimiento operativo.

Para la medición de la resistencia en corriente continua hemos utilizado los elementos anteriormente mencionados y medido la intensidad de fase en serie y la tensión de fase en paralelo.

El conexionado de elementos que se ha realizado es el que se puede ver en la siguiente imagen (se puede observar el conexionado de la fase U1-U2). El valor de la resistencia a utilizar en los cálculos es la media de las tres fases medidas y se notará como  $R_{II,m}$ .

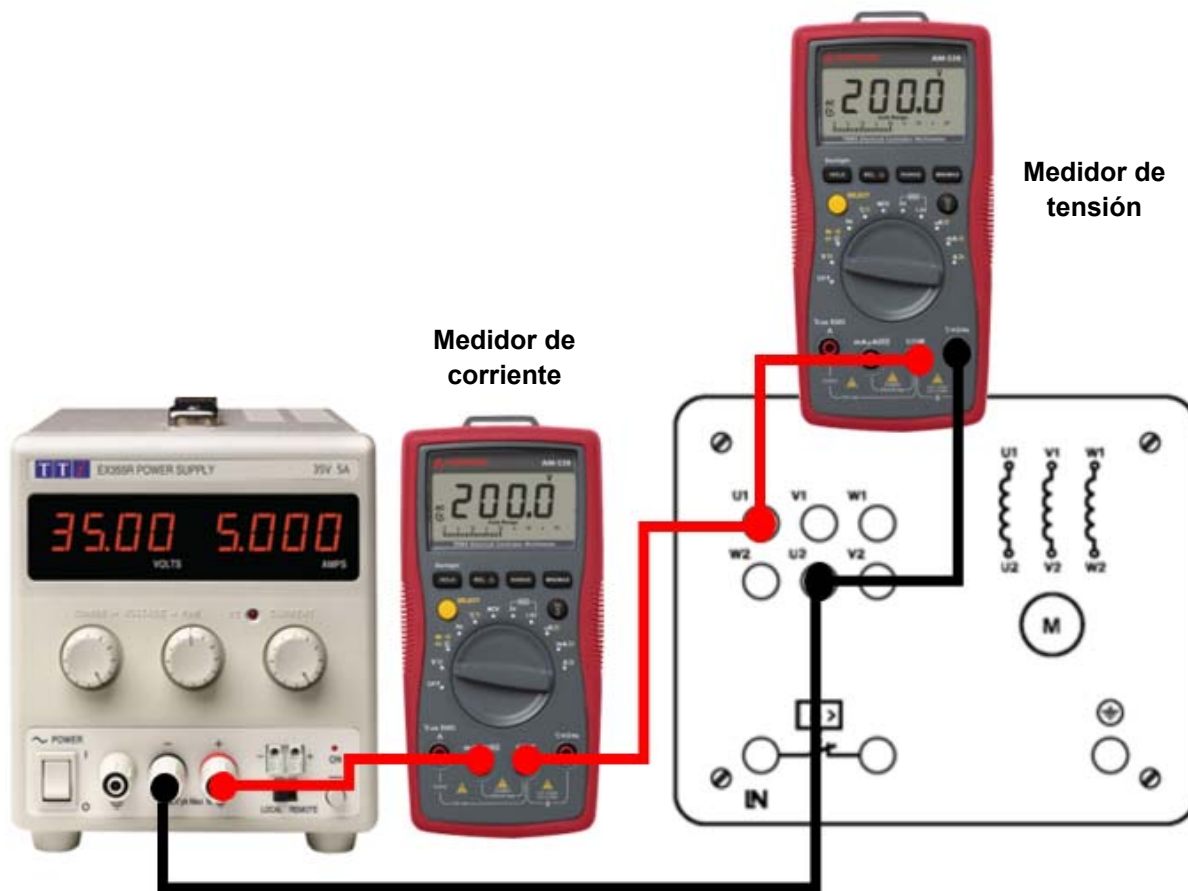


Figura 13. Conexionado para la medición de resistencias del estator.

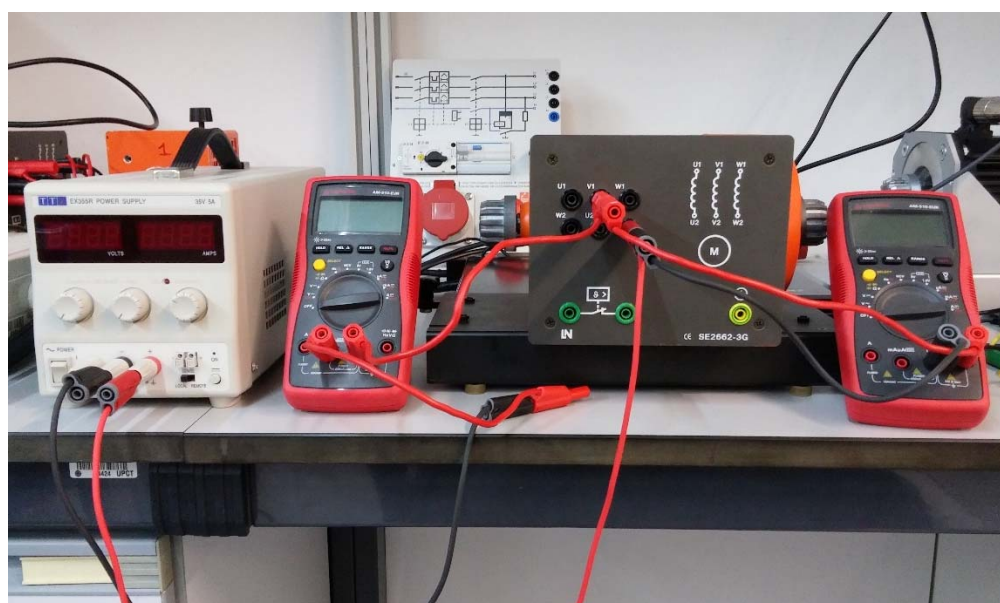


Figura 14. Instantánea de la medición de resistencias del estator en el laboratorio.

### 2.4.4.3. Resultados obtenidos.

Tal y como se puede ver en el anexo 1, los resultados obtenidos para la medida de la resistencia del estátor son los siguientes:

Tabla 1. Datos tomados en el ensayo de medida de resistencias.

	$V_{dc}$ (V)	$I_{dc}$ (mA)	$R_s$ ( $\Omega$ )	$R_s$ ( $\Omega$ )·K		
U1-U2	4,00	31,88	125,47	125,47	$R_{s,m}$ ( $\Omega$ )	125,75
V1-V2	8,69	68,70	126,49	126,49	Factor skin (K)	1
W1-W2	13,38	106,80	125,28	125,28	$R_{s,25}$ ( $\Omega$ )	125,75
$\theta_0$ ( $^{\circ}$ C)	25					

### 2.4.5. Ensayo de carga a la carga asignada.

En este ensayo lo que pretendemos es obtener la tensión, corriente y potencia de la máquina en el punto de trabajo donde la máquina opera en condiciones nominales.

#### 2.4.5.1. Materiales necesarios.

Los materiales que vamos a emplear para la realización de este ensayo son los siguientes:

- Motor de inducción de jaula de ardilla modelo SE2662-3G.
- Servomotor Lucas-Nülle y placa de control modelo C03636-6V.
- Cubierta de protección.
- Acoplamiento Powergrip 43SF y conductores.
- Dos alimentaciones de corriente trifásica 400V/16A con disyuntor de protección FI modelo CO3212-1B.

#### 2.4.5.2. Conexión de elementos y procedimiento operativo.

Lo primero que vamos a hacer es configurar el software de toma de datos. Para ello introduciremos los valores nominales de trabajo en la pestaña de preajustes de ActiveServo.

Velocidad síncrona [rpm]:	<input type="text" value="3000"/>	Máxima velocidad en el rango de debilitación del campo [rpm]:
Velocidad nominal [rpm]:	<input type="text" value="2800"/>	
Potencia nominal [W]:	<input type="text" value="300"/>	<input type="text" value="2980"/>
Tensión nominal [V]:	<input type="text" value="380"/>	
Corriente nominal [A]:	<input type="text" value="0,81"/>	
Factor de potencia nom.:	<input type="text" value="0,84"/>	

Figura 15. Configuración de ActiveServo.

Tabla 2. Valores nominales del motor de ensayo

Datos Asignados			
Modelo	SE 2662-3G	Altura del eje (mm)	71
$P_N$ (W)	300	$K_r$ (°C) Al	225
Conexión	$\Delta$	$K_s$ (°C) Cu	235
$f_N$ (Hz)	50	$\gamma_r$ (S/m)	3,3E+07
P (n° polos)	2	$m_e$	3
$U_N$ (V)	400	p (pares polos)	1
$I_N$ (A)	0,81	$n_{syn}$ (rpm)	3000
$\cos(\phi_N)$	0,84	$n_N$ (rpm)	2800

Una vez configurado el software se conecta el motor y el servo a la placa de control, acoplamos ambos motores, conectamos el USB a nuestro ordenador, activamos el diferencial y los interruptores automáticos a los cuales hemos conectado tanto el servo como el motor de ensayo. Procedemos a tomar mediciones con ActiveServo subiendo la constante de carga hasta que la corriente de línea se aproxime a la corriente nominal marcada en la placa. En nuestro caso hemos empezado en cero y hemos subido hasta doce (veremos que la potencia mecánica coincide con la de la placa de características).

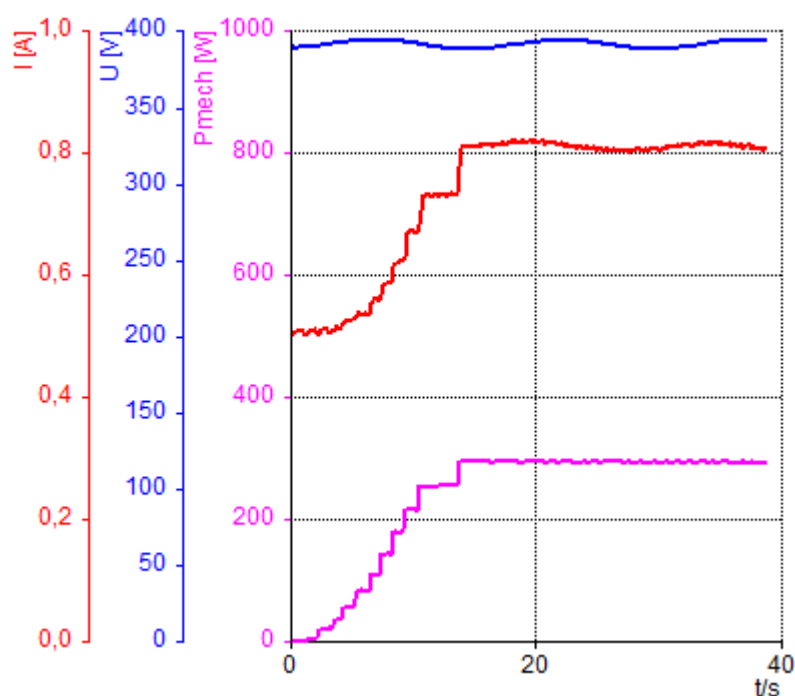


Figura 16. Toma de datos del ensayo de carga asignada con ActiveServo.

Una vez realizado el ensayo medimos la resistencia del estator para conocer la temperatura  $\theta_2$  de trabajo. Dicha temperatura se obtiene aplicando la relación que podemos encontrar en el ensayo de carga térmica de la norma UNE 60034-2-1. La relación es la siguiente:

$$\frac{\theta_2 + K_s}{\theta_1 + K_s} = \frac{R_2}{R_1}$$

Ec. 8

El conexionado a realizar para el ensayo de carga a la carga asignada es el mostrado en la figura siguiente:

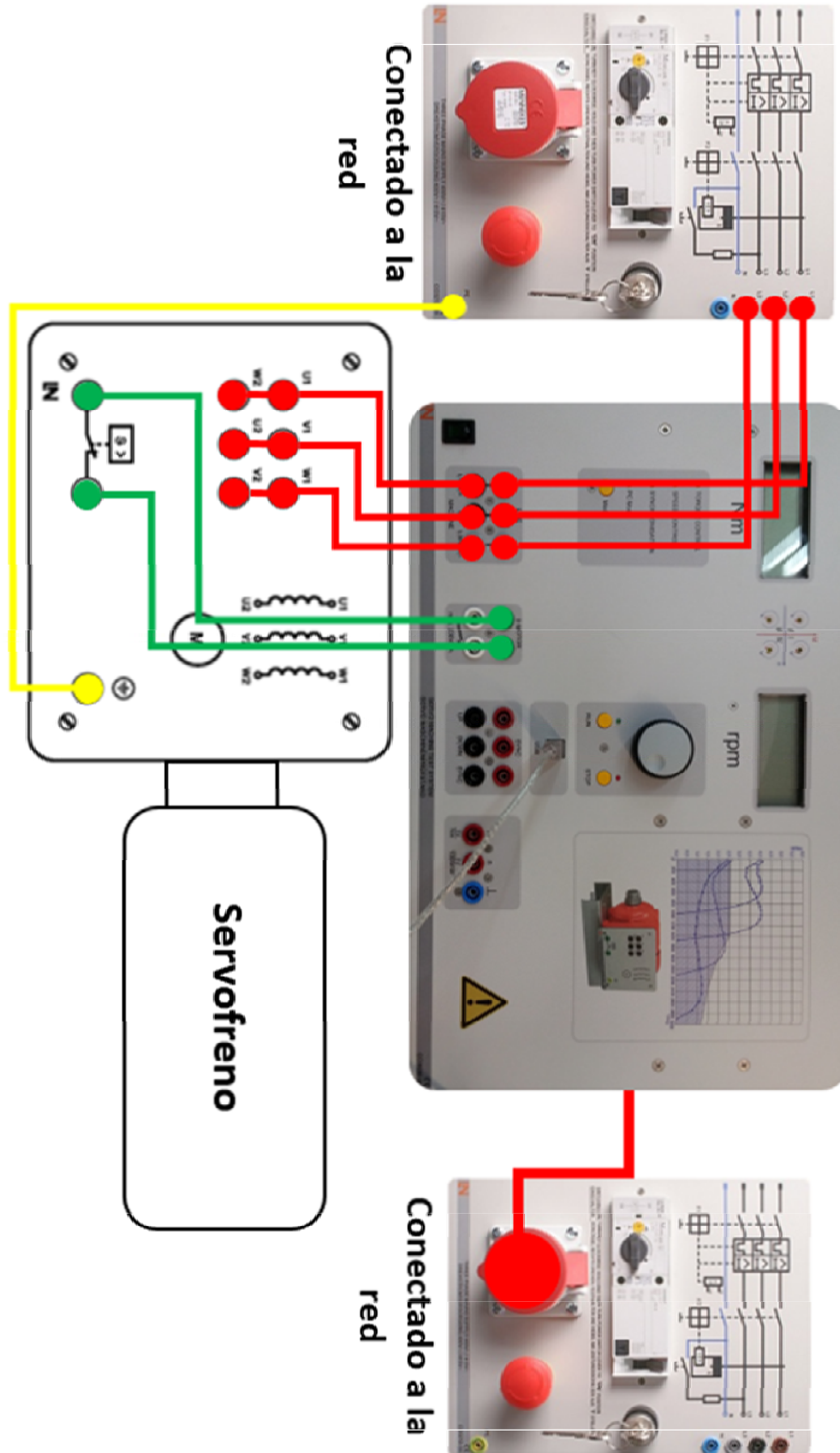


Figura 17. Conexionado del ensayo de carga asignada.

### 2.4.5.3. Resultados obtenidos.

Realizando el anterior procedimiento los resultados obtenidos son los siguientes:

Tabla 3. Datos obtenidos en el primer ensayo de carga a la carga asignada.

U (V)	I (A)	P <sub>1</sub> (W)	n (rpm)	θ <sub>L</sub> (°C)	f <sub>N</sub> (Hz)	R final (Ω)	R final·K (Ω)
393	0,81	479	2814	49,09	50	137,40	137,40

### 2.4.6. Ensayo de la curva de carga.

En este ensayo vamos a obtener los mismos valores que se piden en el ensayo de antes, pero con diferentes valores de carga que nosotros controlaremos desde el ordenador.

#### 2.4.6.1. Materiales necesarios.

Los materiales que vamos a emplear para la realización de este ensayo son los siguientes:

- Motor de inducción en jaula de ardilla modelo SE2662-3G.
- Servomotor Lucas-Nülle y placa de control modelo modelo C03636-6V.
- Cubierta de protección, acoplamiento Powergrip 43SF y conductores.
- Dos alimentaciones de corriente trifásica 400V/16A con disyuntor de protección FI modelo CO3212-1B.

#### 2.4.6.2. Conexión de elementos y procedimiento operativo.

El procedimiento para llevar a cabo este ensayo comienza con la medición de la resistencia del estátor con la fuente de continua y activación, a continuación, del servo y del motor. Llevamos la máquina a condiciones de trabajo nominales y medimos corriente, tensión, par aplicado al eje, velocidad y potencia eléctrica de entrada. Establecemos los puntos de medición en función de la potencia eléctrica obtenida en el ensayo anterior eligiendo la carga máxima como la obtenida en el punto nominal y la carga mínima en un 25% la P<sub>máx.</sub> Para ello bajaremos la constante de carga hasta acercarnos a los valores establecidos anteriormente y tomamos las mismas mediciones: tensión, corriente, par aplicado al eje, velocidad de rotación y potencia eléctrica de entrada.

Una vez lleguemos al punto de carga mínima volvemos a medir la resistencia del estátor. Los valores de las resistencias para cada uno de los valores de carga establecidos se obtienen como interpolación de la resistencia al final y al inicio del ensayo con la intensidad de línea del estátor.

En cuanto al conexionado señalar que es el mismo que hemos realizado en el ensayo de carga asignada (Véase la Figura 17).

#### 2.4.6.3. Resultados obtenidos.

Los valores obtenidos en el ensayo de la curva de carga son los siguientes:



Tabla 4. Datos obtenidos en el ensayo de la curva de carga.

P objetivo (W)	M (Nm)	I (A)	U (V)	P <sub>1</sub> (W)	n (rpm)	R (Ω)		
479	1,02	0,81	389	469	2822	136,80	R antes ens. (Ω)	136,80
439	0,86	0,74	393	416	2846	136,76	R fin ens. (Ω)	136,40
399	0,75	0,73	393	409	2848	136,71	K	1
359	0,68	0,68	390	359	2875	136,67		
319	0,59	0,63	390	311	2891	136,62		
279	0,48	0,59	389	264	2914	136,58		
240	0,37	0,57	392	239	2925	136,53		
200	0,27	0,54	388	199	2939	136,49		
160	0,19	0,52	389	151	2959	136,44		
120	0,12	0,51	388	122	2968	136,40		

### 2.4.7. Ensayo de vacío.

Este ensayo se hace inmediatamente después del ensayo de la curva de carga. Tal y como podemos leer en el apartado 6.5 de la norma dicho ensayo se hace con el deslizamiento más próximo a cero, por tanto, deberemos desacoplar todos los elementos del motor.

#### 2.4.7.1. Materiales necesarios.

Los mismos que hemos utilizado en el ensayo de la curva de carga más un autotransformador trifásico de tensión de 0 a 400 V de línea.

#### 2.4.7.2. Conexión de elementos y procedimiento operativo.

Como hemos dicho anteriormente debemos desacoplar el servo de la máquina a ensayar y aunque este esté desacoplado debemos usar la cubierta de protección para poder tomar medidas.

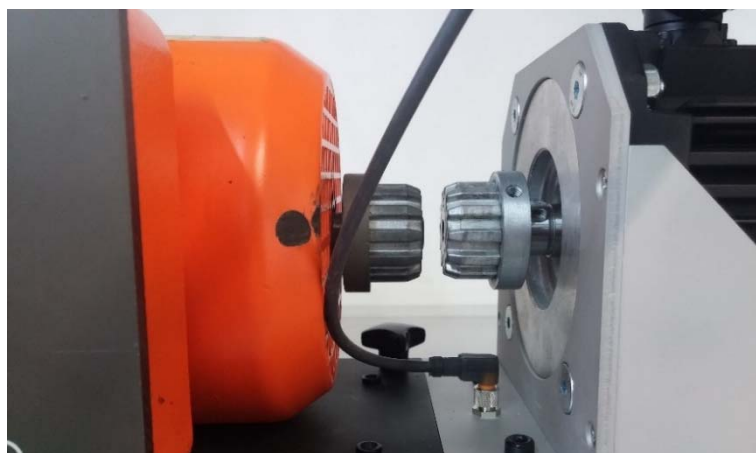


Figura 18. Rotor del motor de ensayo desacoplado del servo.

El conexionado que hemos empleado en los ensayos es el siguiente:

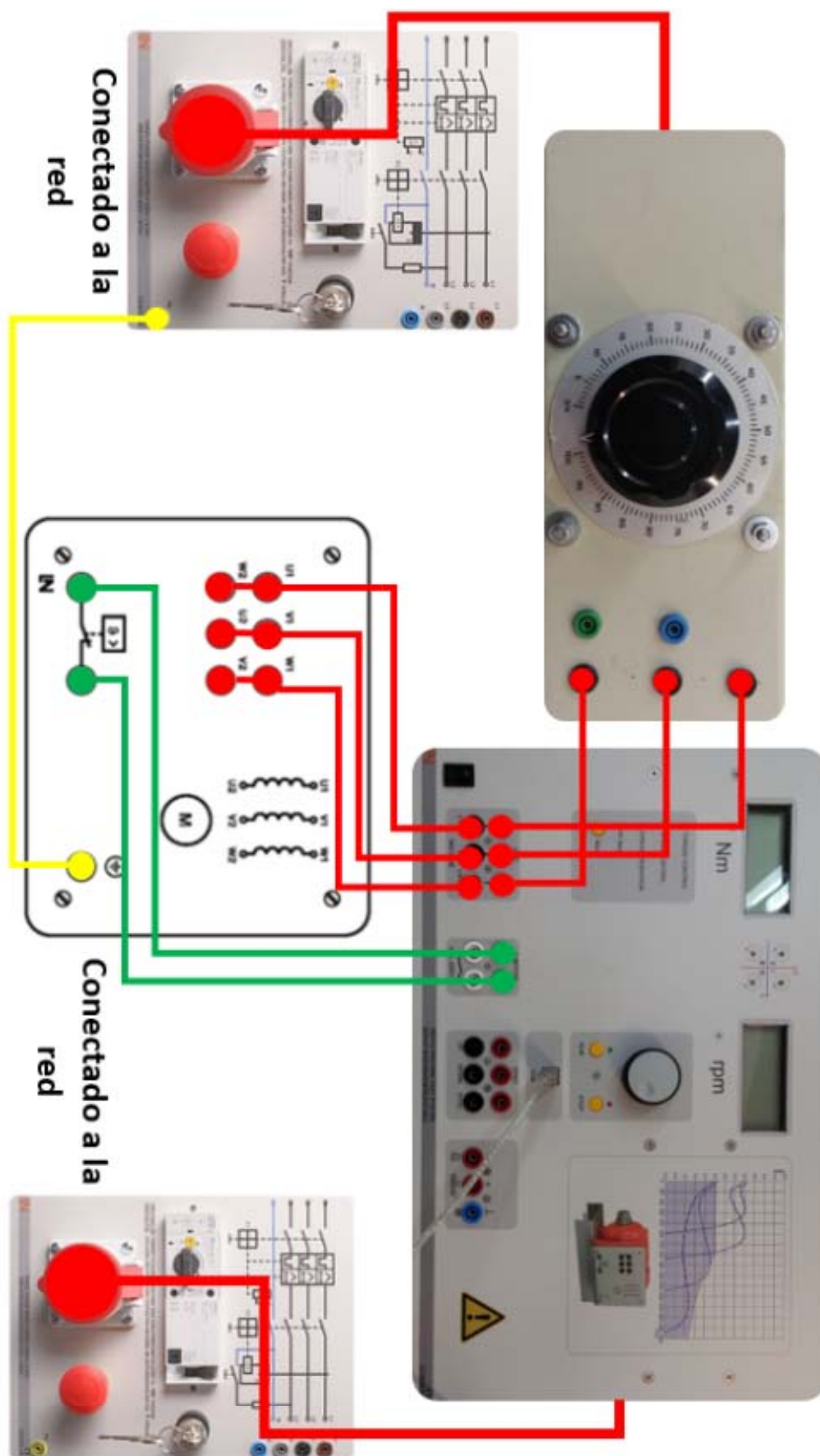


Figura 19. Conexión para el ensayo de vacío.

Para la realización del ensayo de vacío realizamos el conexionado anteriormente expuesto. Una vez conectados los elementos activamos ActiveServo, subimos desde cero a la tensión nominal (no podemos subir más la tensión debido a las condiciones del laboratorio) y anotamos los valores que pide la norma (corriente del estátor, tensión y potencia eléctrica de entrada).

Como la norma dice que la tensión mínima a ensayar tiene que ser el 20% de la nominal, obtenemos los puntos intermedios de tensión equidistantes para tomar las restantes mediciones. Finalmente, cuando alcancemos la tensión mínima de ensayo y anotemos los valores pedidos por la norma, medimos la resistencia por fase del estátor.

### 2.4.7.3. Resultados obtenidos.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

Tabla 5. Datos obtenidos en el ensayo de vacío.

U objet. (V)	U (V)	I (A)	P <sub>1</sub> (W)		
400	385	0,51	61	R fin ensayo (Ω)	131,50
364	362	0,46	52	R fin ens-K (Ω)	131,50
329	329	0,40	39	θ <sub>NL</sub> (°C)	36,89
293	290	0,33	31		
258	252	0,28	25		
222	222	0,24	22		
187	189	0,20	20		
151	153	0,16	16		
116	117	0,13	14		
80	80	0,11	12		

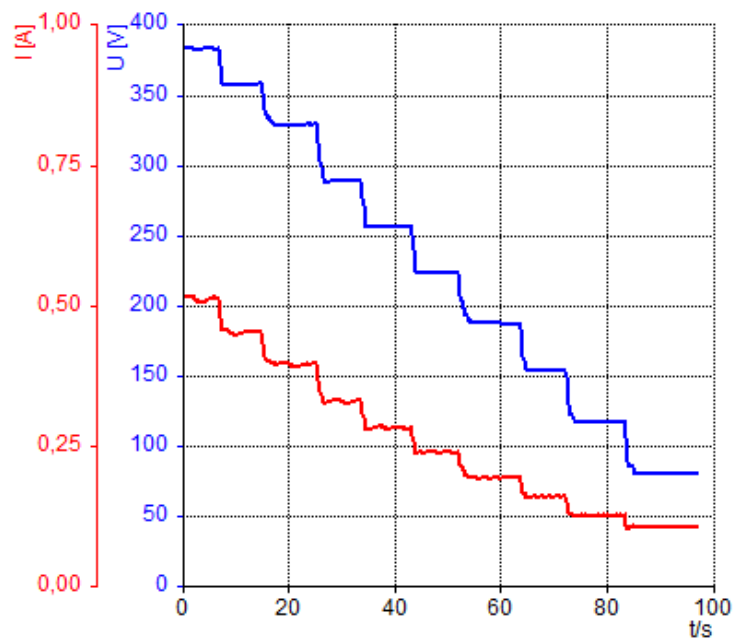


Figura 20. Gráfica de toma de datos del ensayo de vacío.

### 2.4.8. Determinación de las magnitudes del motor.

Una vez que tenemos los datos de los tres ensayos vamos a proceder a obtener las magnitudes del motor, véase la norma UNE-EN 60034-28 [4]. Para determinarlas, se han implementado los cálculos que propone la normativa en una hoja de Microsoft Excel.

#### 2.4.8.1. Determinación de la resistencia del devanado del estátor $R_s$ .

Una vez medidas las resistencias por fase, hacemos la media de las tres fases  $R_{ll,m}$ , medimos la temperatura del ambiente ( $\theta_0$ ) y referimos la  $R_{ll,m}$  a 25°C. Debemos usar la expresión:

$$R_{s,25} = R_{ll,m} \cdot \frac{K_s + 25}{K_s + \theta_0} \quad \text{Ec. 9}$$

Donde las temperaturas se expresan en °C y la  $K_s$  es 235, ya que el estátor es de cobre.

Añadir a todo lo anterior que, teniendo en cuenta las aproximaciones que nos dice la norma que cumplamos, el efecto skin será igual a uno siempre que usemos el ensayo de la curva de carga. Será distinto de uno cuando estemos con deslizamientos iguales a 1 (ensayo de cortocircuito) o a 2 (ensayo de rotación inversa).

#### 2.4.8.2. Determinación de la inductancia total del estator.

Esta inductancia se obtiene a partir del triángulo de impedancias obtenido con los valores medidos en el ensayo de vacío. En primer lugar, se calcula la impedancia de la línea en  $s=0$ :

$$Z_{s=0} = \frac{U \cdot \sqrt{3}}{I} \quad \text{Ec. 10}$$

Determinamos el factor de potencia:

$$\cos(\varphi) = \frac{P_1}{U \cdot I \cdot \sqrt{3}} \quad \text{Ec. 11}$$

Determinamos la resistencia en un deslizamiento nulo a partir de la expresión:

$$R_{s=0} = Z_{s=0} \cdot \cos(\varphi) \quad \text{Ec. 12}$$

La intensidad de magnetización para una conexión en triángulo es:

$$I_m = I / \sqrt{3} \quad \text{Ec. 13}$$

Determinamos la reactancia total del estator con el triángulo de impedancias:

$$X_{ts} = \sqrt{Z_{s=0}^2 - R_{s=0}^2} \quad \text{Ec. 14}$$

Finalmente obtenemos la inductancia total del estátor:

$$L_{ts} = \frac{X_{ts}}{f_N \cdot 2\pi} \quad \text{Ec. 15}$$

Se observa claramente que la inductancia total del estátor disminuye conforme aumenta la corriente porque, aunque se aumente la tensión la corriente también sube, con el factor de potencia ocurre lo contrario haciendo que la resistencia para  $s=0$  aumente. Si esto lo llevamos a los cálculos expuestos, nos damos cuenta que la reactancia va a disminuir con la corriente creciente debido a este aumento de  $R_{s=0}$ . Para el ensayo se obtiene la siguiente curva de la inductancia del estátor:

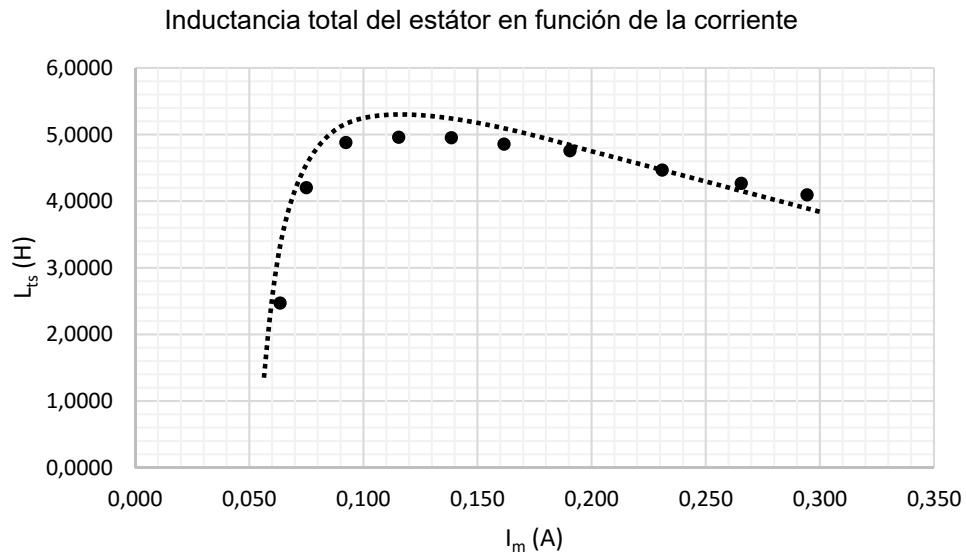


Figura 21. Inductancia total del estátor en función de la corriente de magnetización.

Una vez que tenemos los valores de la inductancia total del estátor obtenemos la tensión interna de la máquina para la conexión del motor en triángulo.

$$U_{i,s=0} = \sqrt{(U - R_{s=0} \cdot I_m \cdot \cos(\varphi))^2 + (\sqrt{1 - (\cos(\varphi))^2} \cdot R_{s=0} \cdot I_m)^2} \quad \text{Ec. 16}$$

### 2.4.8.3. Determinación de la resistencia equivalente de pérdidas en el hierro.

Obtenemos en primer lugar las pérdidas constantes, para ello vamos a restar la potencia eléctrica de entrada y las pérdidas del devanado del estátor en vacío. Debemos tener en cuenta que para la conexión del motor que tenemos la corriente a considerar es la de línea entre raíz de tres.

$$P_K = P_1 - 3 \cdot \left( \frac{I}{\sqrt{3}} \right)^2 \cdot R_{s=0} \cdot \frac{K_s + \theta_{NL}}{K_s + 25} \quad \text{Ec. 17}$$

Si representamos las pérdidas constantes en función de la tensión de vacío al cuadrado podremos obtener las pérdidas por rozamiento y ventilación  $P_{fw}$ . Para ello solo deberemos extrapolar la recta obtenida hasta que pase por el valor de tensión nula. En el ensayo se ha obtenido lo siguiente:

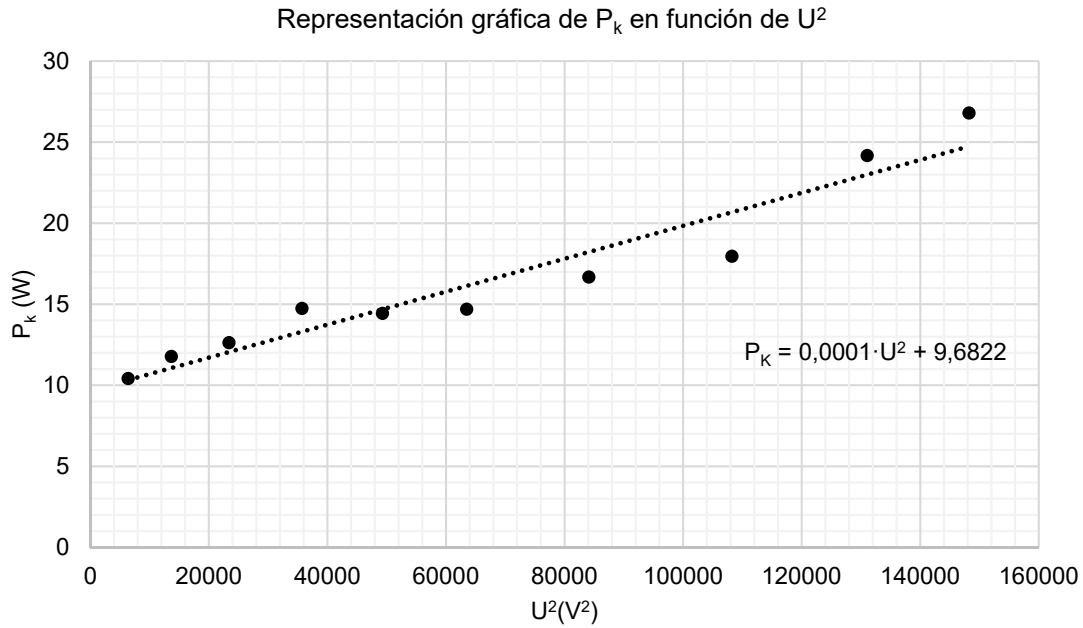


Figura 22. Pérdidas constantes en función de la tensión al cuadrado.

Las pérdidas en el hierro serán la diferencia de las pérdidas constantes menos las pérdidas por rozamiento y ventilación  $P_{fw}$ .

Para concluir el apartado nos queda calcular las pérdidas en el hierro para el esquema del circuito equivalente de tipo  $\Gamma$  propuesto por la norma (esta resistencia no debe corregirse por temperatura para el circuito equivalente). Para ello, utilizando la tensión interna en  $s=0$  en el punto de tensión nominal tendremos que:

$$R_{fe\Gamma} = \frac{3 \cdot U_{i,s=0}^2}{P_{fe}} \quad \text{Ec. 18}$$

#### 2.4.8.4. Inductancia de dispersión total a partir del ensayo de la curva de carga.

La inductancia de dispersión total se puede obtener a partir del ensayo de cortocircuito, del ensayo de rotación inversa o del ensayo de la curva de carga. Este último ensayo es más preciso y no requiere del uso de la corrección por efecto pelicular.

Para motores en jaula de ardilla simple, como el fabricante no nos da datos de diseño, tenemos que suponer que la relación  $K_{\sigma} = L_{\sigma s} / L_{\sigma r}' = 1$  (véase apartado 7.5.2 de la norma UNE 60034-28).

Para cada una de las cargas medidas en los ensayos determinamos el factor de potencia:

$$\cos(\varphi) = \frac{P_1}{U \cdot I \cdot \sqrt{3}} \quad \text{Ec. 19}$$

Determinamos el deslizamiento a partir de la ecuación definición:

$$s = \frac{n_{\text{syn}} - n}{n_{\text{syn}}} \quad \text{Ec. 20}$$

Como hemos conectado en triángulo el motor la corriente de fase es:

$$I_s = \frac{I}{\sqrt{3}} \quad \text{Ec. 21}$$

Determinamos las componentes de la intensidad del estátor:

$$I_{sa} = I_s \cdot \cos(\varphi) \quad \text{Ec. 22}$$

$$I_{sb} = -I_s \cdot \sqrt{1 - \cos^2(\varphi)} \quad \text{Ec. 23}$$

Una vez tenemos las componentes de la intensidad obtenemos las componentes de la tensión interna de la máquina:

$$U_{ia} = U - 3 \cdot \frac{R}{2} \cdot I_{sa} \quad \text{Ec. 24}$$

$$U_{ib} = -3 \cdot \frac{R}{2} \cdot I_{sb} \quad \text{Ec. 25}$$

$$U_i = \sqrt{U_{ia}^2 + U_{ib}^2} \quad \text{Ec. 26}$$

Se obtienen las inductancias totales del estátor (a partir del ensayo de vacío) interpolando entre dos tensiones adyacentes  $U_{i,s=0}$  a la tensión interna de la máquina. Una vez obtenida, determinamos la reactancia total del estátor:

$$X_{ts} = 2\pi \cdot f_N \cdot L_{ts} \quad \text{Ec. 27}$$

Obtenemos ahora el valor de las resistencias de pérdidas en el hierro corregida usando la  $U_{i,s=0}$  obtenida para la tensión nominal:

$$R_{fe\Gamma}' = R_{fe\Gamma} \cdot \frac{U_i^2}{U_{i,s=0}^2} \quad \text{Ec. 28}$$

Determinamos las componentes de la intensidad magnetizante:

$$I_{ma} = \frac{U_{ia}}{R_{fe\Gamma}'} + \frac{U_{ib}}{X_{ts}} \quad \text{Ec. 29}$$

$$I_{mb} = \frac{U_{ib}}{R_{fe\Gamma}'} - \frac{U_{ia}}{X_{ts}} \quad \text{Ec. 30}$$

Con estos últimos valores obtenemos la reactancia total de dispersión:

$$X_{t\sigma}' = \frac{U_{ib} \cdot (I_{sa} - I_{ma}) - U_{ia} \cdot (I_{sb} - I_{mb})}{(I_{sa} - I_{ma})^2 + (I_{sb} - I_{mb})^2} \quad \text{Ec. 31}$$

Una vez que tenemos los valores de la reactancia del rotor debemos comprobar que estos valores crecen conforme la intensidad decrece. Si se da el caso que la reactancia no decrece, lo que se hace es eliminar el dato e interpolar entre los dos valores adyacentes a la corriente del dato eliminado. Así obtendremos los nuevos valores corregidos  $X_{t\sigma}''$ .

Con estos valores se obtiene la inductancia del rotor:

$$L_{t\sigma}'' = \frac{X_{t\sigma}''}{2\pi \cdot f_N} \quad \text{Ec. 32}$$

Se transforma la inductancia del rotor a este esquema en  $L$ , ya que se desprecian las pérdidas en el hierro (esquema en L. Apartado 7.1 UNE 60034-28):

$$L_{t\sigma} = L_{t\sigma}'' \cdot \frac{L_{ts}}{L_{ts} - L_{t\sigma}''} \quad \text{Ec. 33}$$

Si se trazan los valores de la inductancia del rotor se cumple crecen conforme la corriente de fase en el estátor disminuye. Esto se debe a que conforme va disminuyendo la  $I_s$  la  $L_{ts}$  se va haciendo más pequeña, en consecuencia, como  $L_{ts}$  y  $L_{t\sigma}$  son proporcionales, si uno disminuye el otro también. Si representamos estos valores de  $L_{t\sigma}$  en función de  $I_s$  para el ensayo tenemos:

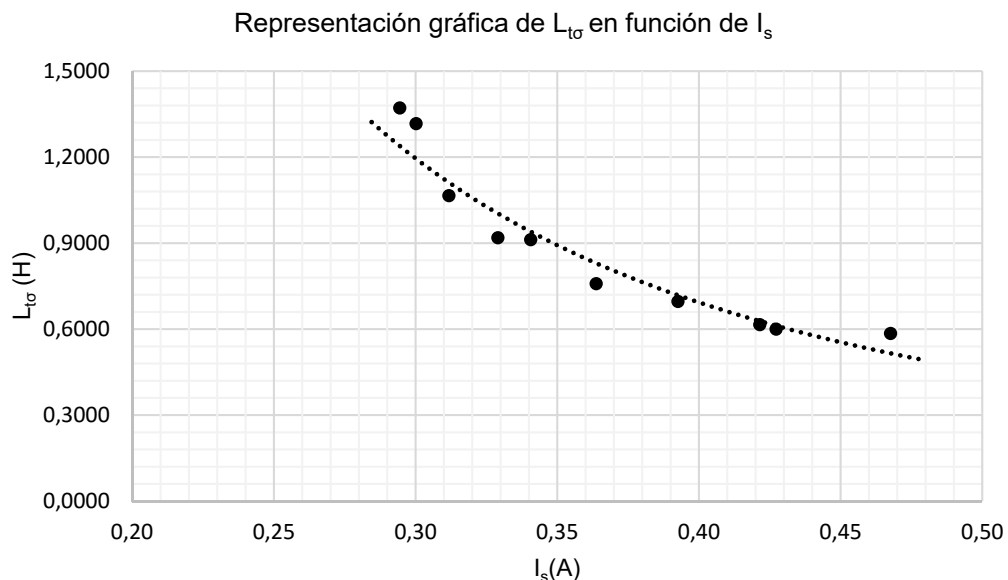


Figura 23. Inductancia del rotor en función de la corriente en el estátor.

#### 2.4.8.5. Inductancia y tensión de magnetización.

Teniendo en cuenta los valores de la inductancia total del estátor y de la inductancia de dispersión total, determinaremos los valores de la tensión e inductancia de magnetización.



En primer lugar, determinamos la inductancia magnetizante teniendo en cuenta la aproximación de que  $K_{\sigma}=1$  (apartado 7.5.2. de la norma UNE 60034-28):

$$L_m = L_{ts} - \frac{L_{t\sigma}}{1 + 1/K_{\sigma}} \quad \text{Ec. 34}$$

Determinamos la inductancia de dispersión del estátor:

$$L_{\sigma s} = L_{ts} - L_m \quad \text{Ec. 35}$$

Se determina la tensión de magnetización:

$$U_m = \sqrt{U_{ma}^2 + U_{mb}^2} \quad \text{Ec. 36}$$

Donde las componentes de la tensión de magnetización son las siguientes:

$$U_{ma} = U - 3 \cdot \frac{R}{2} \cdot I_{sa} + 2\pi \cdot f_N \cdot L_{\sigma s} \cdot I_{sb} \quad \text{Ec. 37}$$

$$U_{mb} = -3 \cdot \frac{R}{2} \cdot I_{sb} - 2\pi \cdot f_N \cdot L_{\sigma s} \cdot I_{sa} \quad \text{Ec. 38}$$

#### 2.4.8.6. Inductancias de dispersión del estator y del rotor.

Usando los valores obtenidos en el apartado anterior obtendremos ambas inductancias. Para ello deberemos utilizar las siguientes expresiones:

$$L_{\sigma s} = L_{ts} - L_m \quad \text{Ec. 39}$$

$$L_{\sigma r}' = L_{t\sigma} - L_{\sigma s} \quad \text{Ec. 40}$$

Como hemos tenido en cuenta la aproximación de que  $K_{\sigma}=1$  se va a cumplir que ambas inductancias son iguales.

#### 2.4.8.7. Cálculo de inductancias para cálculos a carga asignada.

Hasta ahora, todas las inductancias se han calculado en función de la intensidad que las recorre. Con el fin de determinar las inductancias para el funcionamiento asignado, es por tanto necesario obtener  $I_s$ ,  $I_r'$  e  $I_m$  (o  $U_m$ ) para la carga asignada. Se determina la intensidad del estátor para el funcionamiento asignado:

$$I_s = I_N / \sqrt{3} \quad \text{Ec. 41}$$

Se determina la inductancia  $L_{\sigma s}$ , por interpolación lineal con la intensidad del estátor  $I_s$ . Una vez la tenemos, determinamos la tensión por fase:

$$U_s = U_N \quad \text{Ec. 42}$$

Usando los valores anteriormente obtenidos, determinamos las componentes y la tensión de magnetización para el punto de trabajo nominal:

$$U_{ma} = U_s - I_s \cdot \left( \cos(\varphi) \cdot R_{s,25^\circ} \cdot \frac{K_s + \theta_L}{K_s + 25} + \sqrt{1 - \cos^2(\varphi)} \cdot 2\pi \cdot f_N \cdot L_{\sigma s} \right) \quad \text{Ec. 43}$$

$$U_{mb} = I_s \cdot \left( R_{s,25^\circ} \cdot \sqrt{1 - \cos^2(\varphi)} \cdot \frac{K_s + \theta_L}{K_s + 25} - \cos(\varphi) \cdot 2\pi \cdot f_N \cdot L_{\sigma s} \right) \quad \text{Ec. 44}$$

$$U_m = \sqrt{U_{ma}^2 + U_{mb}^2} \quad \text{Ec. 45}$$

Se determina la inductancia  $L_m$  (utilizando los datos del apartado anterior) mediante interpolación lineal con la tensión de magnetización  $U_m$ . Esta inductancia la vamos a utilizar para obtener la corriente que pasa por el rotor:

$$I_r' = \sqrt{\left( \frac{U_{mb}}{2\pi \cdot f_N \cdot L_m} - I_s \cdot \cos(\varphi) \right)^2 + \left( I_s \cdot \sqrt{1 - \cos^2(\varphi)} - \frac{U_{ma}}{2\pi \cdot f_N \cdot L_m} \right)^2} \quad \text{Ec. 46}$$

Se determina la inductancia  $L_r'$  (utilizando los valores del apartado anterior) mediante interpolación lineal con la intensidad del rotor  $I_r'$ . Obtenemos la impedancia de línea para la conexión en triángulo:

$$Z = U \cdot \sqrt{3} / I \quad \text{Ec. 47}$$

Se determina la reactancia de la línea a partir del triángulo de impedancias:

$$X = Z \cdot \sqrt{1 - \cos^2(\varphi)} \quad \text{Ec. 48}$$

Se determinan las reactancias:

$$X_{\sigma r}' = 2\pi \cdot f_N \cdot L_{\sigma r}' \quad \text{Ec. 49}$$

$$X_{\sigma s} = 2\pi \cdot f_N \cdot L_{\sigma s} \quad \text{Ec. 50}$$

$$X_m = 2\pi \cdot f_N \cdot L_m \quad \text{Ec. 51}$$

Finalmente se determina la resistencia del rotor referida al devanado y a la frecuencia del estátor, y corregida a una temperatura de referencia de 25 °C:

$$R_{r,25^\circ}' = s \cdot (X_{\sigma r}' + X_m) \cdot \frac{K_s + 25}{K_s + \theta_L} \cdot \sqrt{\frac{X_{\sigma r}' \cdot X_m - (X - X_{\sigma s})}{X_{\sigma r}' + X_m - X + X_{\sigma s} - X_m}} \quad \text{Ec. 52}$$

#### 2.4.8.8. Determinación de la resistencia equivalente de pérdidas en el hierro.

Se determina la resistencia equivalente de las pérdidas en el hierro para el esquema del circuito equivalente de tipo T (Figura 3), para la tensión asignada  $U_N$  y la frecuencia asignada  $f_N$ :

$$R_{fe} = R_{fer} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{X_{os}}{X_m}\right)^2} \quad \text{Ec. 53}$$

### 2.4.9. Resumen de resultados de los ensayos y limitaciones encontradas.

A continuación, se muestra una tabla resumen donde se exponen los parámetros del motor en jaula de ardilla para una conexión equivalente en triángulo y los cuales hemos obtenido usando las expresiones anteriormente expuestas.

Tabla 6. Parámetros del circuito equivalente del motor conectado en triángulo.

$R_s$ ( $\Omega$ )	$R'_r$ ( $\Omega$ )	$L_{os}$ (H)	$L'_{or}$ (H)	$L_m$ (H)
125.750	37.750	0.215	0.304	3.457

Cómo el equivalente a obtener se debe suponer conectado en estrella, y nosotros hemos obtenido un equivalente conectado en triángulo, deberemos transformar este a estrella y poder así utilizarlo en el modelo dinámico. Para ello usaremos el teorema de Kenelly el cual, a modo de resumen, nos dice la relación entre la impedancia en estrella y triángulo.

$$Z_Y = \frac{Z_{\Delta}}{3} \quad \text{Ec. 54}$$

Quedando finalmente que los parámetros del circuito equivalente conectado en estrella son:

Tabla 7. Parámetros del circuito equivalente del motor conectado en estrella.

$R_s$ ( $\Omega$ )	$R'_r$ ( $\Omega$ )	$L_{os}$ (H)	$L'_{or}$ (H)	$L_m$ (H)
41,916	13,250	0,072	0,101	1,152

Las limitaciones que nos hemos encontrado en la realización de los ensayos son las siguientes:

- La red de suministro tiene 400 V de tensión de línea y 240 V de tensión de fase. Debido a las características nominales del motor (400 V / 690V), teniendo en cuenta las propiedades del conexionado en triángulo, hemos tenido que conectar el motor en triángulo y así conseguir los 400 V línea requeridos.
- El regulador de tensión que usamos no puede dar valores de tensiones superiores al 100%, es decir, tensiones superiores a 400 V.
- El software ActiveServo no permite guardar en un archivo extraíble los valores de potencia eléctrica de entrada en los diferentes puntos de trabajo, pero si los de tensión, velocidad y corriente de entrada.
- No se puede medir la velocidad de rotación del rotor cuando el motor está desacoplado del servo. Se deben buscar métodos alternativos, por ejemplo, el uso de un tacómetro.

- La toma de medidas de las resistencias del estátor tras un ensayo se deben hacer en un tiempo muy pequeño, ya que la medición varía considerablemente conforme va aumentando el tiempo que se tarda en hacer la medición.
- Siempre que usemos la placa de control para hacer mediciones debemos utilizar la cubierta de protección. En caso contrario la placa mostrará ERROR y no se encenderá.

## 2.5. Determinación de la inercia del rotor

### 2.5.1. Métodos aplicables para la obtención de la inercia del rotor.

Para la determinación del momento de inercia de la máquina de inducción se pueden usar diferentes métodos. Estos métodos son los siguientes:

- Determinación del momento de inercia a partir de las pérdidas y la constante de deceleración expuesto en la normativa UNE 60034-2-2.
- Obtención del momento de inercia en función de la altura del eje y del peso de la máquina de inducción trifásica en jaula de ardilla simple. Véase [5] y anexo.
- Obtención del momento de inercia mediante el despiece del rotor. Véase [6].
- Petición de datos técnicos al fabricante.

Por no tener datos del fabricante y por no poder despiezar el motor usaremos el primer método.

### 2.5.2. Determinación del momento de inercia rotatorio.

Este método lo podemos encontrar en el apartado 7.2 de la norma UNE-EN 60034-2-2. Es un método de ensayo en el que las pérdidas de una máquina eléctrica se deducen de la constante de deceleración.

El total de las pérdidas  $P_t$  que frenan la máquina es proporcional al producto de la velocidad a la que corresponden esas pérdidas por la deceleración a esa velocidad:

$$P_t = -C \cdot n \cdot \frac{dn}{dt} \quad \text{Ec. 55}$$

Para la determinación de la deceleración se aplicará el método de la cuerda. Este método requiere la medición de la velocidad en el intervalo de tiempo  $(t_2-t_1)$  durante el cual la velocidad de la máquina ensayada cambia desde  $n_N \cdot (1+\delta)$  a  $n_N \cdot (1-\delta)$ . La relación entre el intervalo de velocidad  $2 \cdot \delta \cdot n_N$  y el intervalo de tiempo  $t_2-t_1$  es aproximadamente la desaceleración a  $n_N$ :

$$\frac{2 \cdot \delta \cdot n_N}{t_2 - t_1} \approx - \left. \frac{dn}{dt} \right|_{n=n_N} \quad \text{Ec. 56}$$

El valor de  $\delta$  no debe ser superior a 0.1 y puede tener que ser menor dependiendo de la velocidad nominal de la máquina.

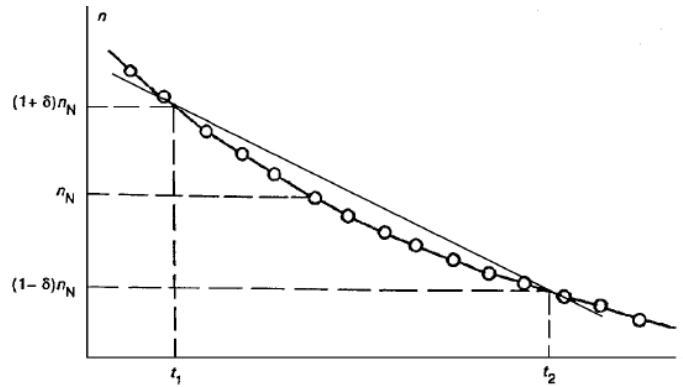


Figura 24. Método de la cuerda.

Los métodos de ensayo para la determinación de las pérdidas  $P_t$  y la constante de deceleración  $C$  se dividen en dos bloques expuestos a continuación. Nosotros utilizaremos el segundo de ellos.

- Determinación de pérdidas siendo conocido el momento de inercia.
- Determinación de las pérdidas siendo desconocido el momento de inercia.

Mediremos la velocidad del rotor (en rpm) en función del tiempo y, conocidas las pérdidas mecánicas y las pérdidas en el hierro, podremos determinar la constante  $C$ :

$$C = - \frac{P_{fw} + P_{fe}}{n_N \cdot \left. \frac{dn}{dt} \right|_{n=n_N}} \quad \text{Ec. 57}$$

Podemos obtener finalmente el valor de  $J$ , ya que cuando  $n$  se expresa en rpm y  $P_t$  se da en  $W$ , la constante de deceleración  $C$  con  $J$  dado en  $\text{Kg} \cdot \text{m}^2$  es:

$$C = \frac{4\pi^2 \cdot J}{60^2} = 10.97 \cdot 10^{-3} \cdot J \quad \text{Ec. 58}$$

Teniendo el motor acoplado al servo y desconectándolo de la red eléctrica a los 4 segundos, se obtiene que la curva de deceleración es la que se muestra en la derecha.

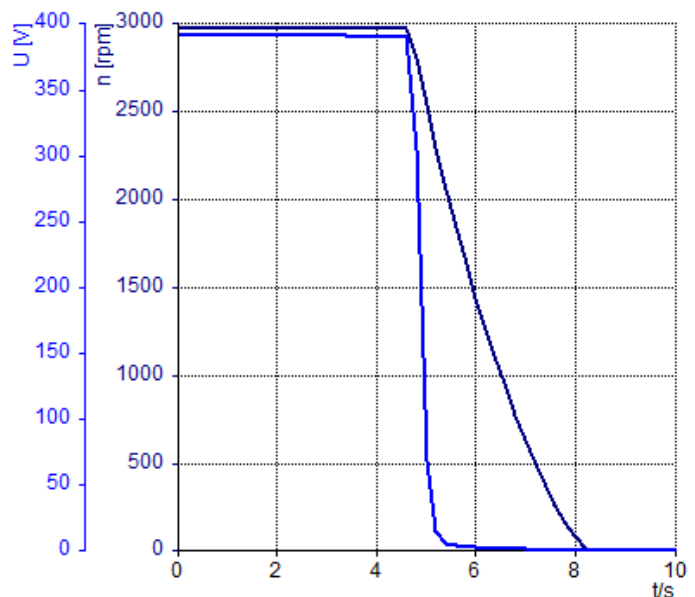


Figura 25. Medición de la velocidad del rotor en el ensayo de deceleración.

Lo primero que debemos obtener es la deceleración, para ello, a partir de los datos registrados ( $n$  en función de  $t$ ), conociendo  $\delta$  (suponer 0.06) y  $n_N$  (2800 rpm), obtenemos  $n_N \cdot (1+\delta)$  y  $n_N \cdot (1-\delta)$ . Para las velocidades que acabamos de sacar  $y$ , mediante interpolaciones, se obtienen  $t_1$  y  $t_2$ . Utilizando la ecuación de deceleración (Ec. 57) obtenemos  $-dn/dt$ :

Tabla 8. Obtención de la deceleración a la velocidad nominal.

Obtención de la desaceleración a la velocidad nominal			
$t$ (s)	$n$ (rpm)	$\delta$	0,06
4,60	2979	$n_N$ (rpm)	2800
4,80	2806	$n_N \cdot (1+\delta)$ (rpm)	2968
5,00	2541	$n_N \cdot (1-\delta)$ (rpm)	2632
<b><math>t_1</math></b>	<b>4,61</b>	<b>2968</b>	$t_2-t_1$ (s)
<b><math>t_2</math></b>	<b>4,93</b>	<b>2632</b>	<b><math>-dn/dt</math> (rpm/s)</b>
			1054,601

Una vez obtenida la deceleración, y teniendo como datos las pérdidas en el hierro y las pérdidas mecánicas, obtenemos  $C$  y  $J$ . Los resultados obtenidos son los siguientes:

Tabla 9. Obtención de la constante de deceleración y el momento de inercia.

$P_{fe}$ (W)	17,12
$P_{fw}$ (W)	9,68
$n_N$ (rpm)	2800
$-dn/dt$ (rpm/s)	1054,601
$C$	$9,075 \cdot 10^{-6}$
<b><math>J</math> (kg·m<sup>2</sup>)</b>	<b><math>8,27 \cdot 10^{-4}</math></b>

Los resultados obtenidos dependerán de la incertidumbre de los datos de partida considerados (que serán las pérdidas mecánicas, las pérdidas en el hierro, la velocidad nominal y la potencia eléctrica de entrada). Se recomienda para la medición de la velocidad del rotor utilizar un tacogenerador que de una tensión proporcional a la velocidad de rotación o un tacómetro. Si no se puede conseguir una medición fiable de la deceleración se puede acoplar el rotor al servofreno.

# Capítulo 3

## Modelado dinámico del motor de inducción



### 3.1. Modelado dinámico de motores de inducción

En el capítulo anterior hemos obtenido el circuito equivalente del motor de inducción para régimen permanente, sin embargo, es necesario obtener el comportamiento dinámico del motor en situaciones no estacionarias, como puede ser el arranque. Esto se debe a que al conectar el motor se crean transitorios que no se pueden estudiar con los modelos permanentes, es por ello que se han propuesto diferentes teorías para explicar el análisis de los procesos transitorios de las máquinas eléctricas [5]. Estas son las siguientes:

- La teoría de la máquina generalizada.
- La teoría de los vectores espaciales.
- La teoría de los fasores espaciales.

Tanto los modelos de régimen permanente como los modelos dinámicos de la máquina de inducción necesitan utilizar un conjunto de hipótesis que simplifiquen razonablemente el problema, garantizando la exactitud y la simplicidad. Las principales hipótesis que se utilizan según Krause, 2012 [6] son las siguientes:

- Las bobinas del estátor y del rotor son simétricas y están repartidas uniformemente  $120^\circ$ .
- La distribución espacial de la fuerza magnetomotriz producida por las corrientes inyectadas en cada una de las fases es prácticamente senoidal.
- Se desprecia la no linealidad introducida por la histéresis.
- Se pueden considerar las pérdidas originadas en el núcleo magnético por efecto Joule.
- Los números de fases y pares de polos tanto en el rotor como en el estátor son iguales.

Los ejes magnéticos de las bobinas del rotor se encuentran desfasados de los ejes magnéticos de las bobinas del estátor un ángulo  $\theta_r$  ( $\theta_r$  es el ángulo de giro eléctrico del rotor).

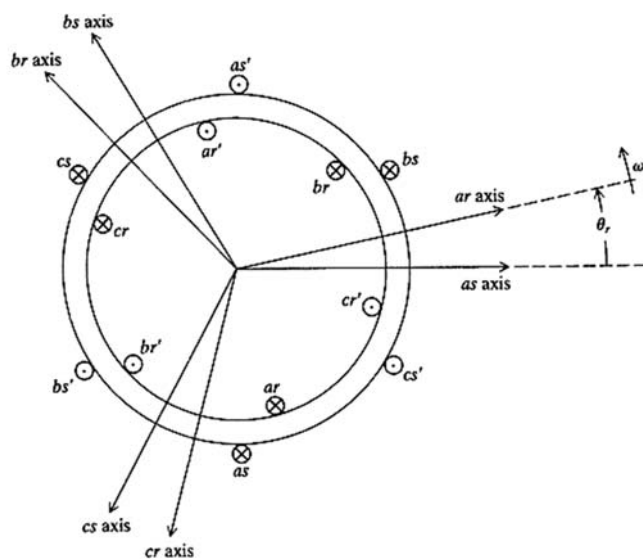


Figura 26. Representación de los ejes magnéticos del rotor y del estátor.

Si se recorren cada una de las seis bobinas (as, ar, bs, br, cs y cr) se obtienen seis ecuaciones de malla. Estas ecuaciones, de modo general, son:



$$[u] = [R][i] + \frac{d}{dt}[\psi] \quad \text{Ec. 59}$$

El primero de los términos corresponde a la caída de tensión en la resistencia propia de la bobina y el otro término es la fuerza electromotriz inducida en el circuito magnético de esa bobina relacionada con los enlaces de flujo de las bobinas.

Durante la operación transitoria o permanente, es posible encontrar una dependencia entre los enlaces de flujo y las intensidades dada por la expresión:

$$[\psi] = [L][i] \quad \text{Ec. 60}$$

Además, se puede definir el conjunto de ecuaciones que define el comportamiento mecánico de la máquina. El par eléctrico que realiza la máquina  $T_e$  y la velocidad angular del rotor  $\omega_m$  vienen relacionados por las ecuaciones:

$$T_e = p \cdot [i]^T \cdot \frac{d[L]}{d\theta_r} \cdot [i] \quad \text{Ec. 61}$$

$$T_e = J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} + F \cdot \omega_m + T_m \quad \text{Ec. 62}$$

$$\omega_m = \frac{d\theta_m}{dt} \quad \text{Ec. 63}$$

Donde  $T_m$  es el par resistente de la carga,  $p$  es el número de pares de polos,  $J$  el momento de inercia y  $F$  el coeficiente de fricción (lo supondremos nulo por no ser dado por el fabricante).

Cuando se determinan las fuerzas electromotrices inducidas, o el par eléctrico sobre el eje mecánico, se hace explícita la dependencia no lineal y funcional con la posición eléctrica angular del rotor  $\theta_r$  (se relaciona con la velocidad mecánica mediante  $p \cdot \theta_m = \theta_r$ ). Las matrices de inductancias mutuas estátor-rotor, dependen de  $\theta_r$ , y, por esta razón, el par eléctrico y las fuerzas electromotrices también. Este ángulo varía continuamente durante la operación de la máquina, con la única excepción de la condición correspondiente al rotor bloqueado (donde  $\theta_r$  es constante).

### 3.1.1. Teoría de la máquina eléctrica generalizada.

Hemos justificado que las ecuaciones de las inductancias del rotor y del estátor varían en función de  $\theta_r$ , el cual depende del tiempo. Esto introduce una considerable complicación en la resolución de las ecuaciones que rigen el comportamiento de la máquina, por lo que se propone transformar este sistema trifásico abc a un nuevo sistema bifásico denominado dq0. El circuito eléctrico de la máquina generalizada consta de cuatro bobinas, cada una con su resistencia, autoinducción y acopladas magnéticamente entre sí. Este modelo<sup>1</sup> considera que el campo magnético puede descomponerse en dos componentes ortogonales dq y viene dado de manera esquemática en la siguiente figura:

<sup>1</sup> No se desarrolla este apartado porque está explicado en el punto 3.2 de este capítulo.

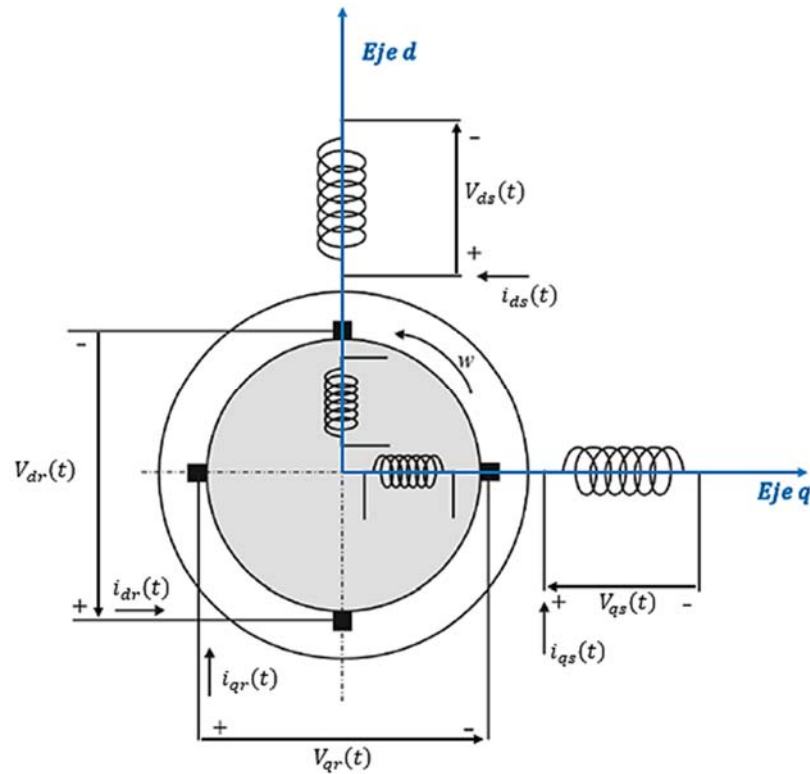


Figura 27. Circuito eléctrico propuesto en la teoría de la máquina generalizada. [5]

Para poder llevar a cabo esta simplificación en la resolución de las ecuaciones hemos de introducir la transformada de Park y la transformada de Clarke.

### 3.1.1.1. Transformada de Clarke, Park y Blondel.

La transformada de Clarke nos va a permitir transformar un devanado trifásico (abc) en la suma de un devanado bifásico ( $\alpha\beta 0$ ) por el que circula un sistema bifásico ( $x_\alpha$  e  $x_\beta$ ) más un devanado independiente por el que circula una corriente ( $x_0$ ) cuyo valor es nulo en el caso de que el sistema original esté equilibrado. La transformación que permite el cambio de variable es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ x_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & -\sqrt{3}/2 & \sqrt{3}/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 64}$$

La transformada de Blondel consiste en usar los resultados de la transformada de Clarke y combinarlos con la transformación de Park ( $\alpha\beta\gamma$  a  $dq0$ ) para obtener un sistema de ejes perpendiculares llamados d y q, los cuales supondremos estacionarios (aunque estos giren). La transformación abc a  $dq0$  se hace mediante la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \sin(\theta) & \sin(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 65}$$

El resultado de aplicar esta transformación a las corrientes y tensiones del rotor y estátor es:

$$\begin{bmatrix} V_{qs} \\ V_{ds} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 \cdot \cos(\theta) & \cos(\theta) + \sqrt{3} \cdot \sin(\theta) \\ 2 \cdot \sin(\theta) & \sin(\theta) - \sqrt{3} \cdot \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{abs} \\ V_{bcs} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 66}$$

$$\begin{bmatrix} V'_{qr} \\ V'_{dr} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 \cdot \cos(\beta) & \cos(\beta) + \sqrt{3} \cdot \sin(\beta) \\ 2 \cdot \sin(\beta) & \sin(\beta) - \sqrt{3} \cdot \cos(\beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V'_{abr} \\ V'_{bcr} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 67}$$

$$\begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\cos(\theta)}{2} & \frac{\sin(\theta)}{2} \\ \frac{-\cos(\theta) + \sqrt{3} \cdot \sin(\theta)}{2} & \frac{-\sqrt{3} \cdot \cos(\theta) - \sin(\theta)}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 68}$$

$$\begin{bmatrix} i'_{ar} \\ i'_{br} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\cos(\beta)}{2} & \frac{\sin(\beta)}{2} \\ \frac{-\cos(\beta) + \sqrt{3} \cdot \sin(\beta)}{2} & \frac{-\sqrt{3} \cdot \cos(\beta) - \sin(\beta)}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i'_{qr} \\ i'_{dr} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 69}$$

La componente homopolar no se considera debido a que suponemos que el sistema trifásico es equilibrado. De aquí podemos deducir que:

$$i_{cs} = -i_{as} - i_{bs} \quad \text{Ec. 70}$$

$$i'_{cr} = -i'_{ar} - i'_{br} \quad \text{Ec. 71}$$

En las ecuaciones anteriores  $\theta$  es el ángulo eléctrico del marco de referencia, mientras que  $\beta = \theta - \theta_r$  es la diferencia entre la posición eléctrica angular del marco de referencia y la posición eléctrica angular del rotor del motor. Una figura que representa el cambio de sistema expuesto es la siguiente:

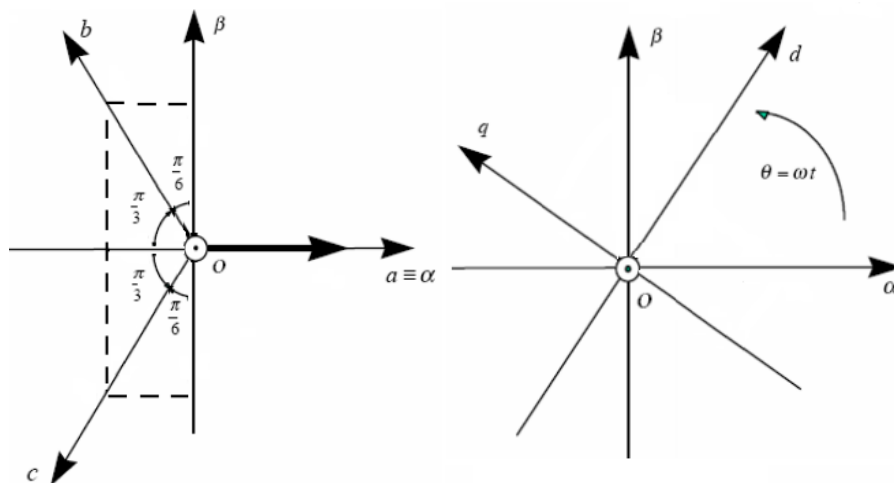


Figura 28. Transformación Clarke sistema abc a  $\alpha\beta 0$  (izqu.) y transformación Park  $\alpha\beta 0$  a dq0 (dcha.).

Una vez hemos estudiado las generalidades del modelo dinámico, vamos a estudiar los diferentes tipos de arranques que se pueden utilizar con motores eléctricos.

### 3.1.2. Arranque de los motores en jaula de ardilla.

Durante el arranque del motor se consume una corriente muy elevada que puede hacer caer la tensión de la red principal lo suficiente como para afectar al funcionamiento normal de los

receptores conectados a ella. Para evitar esto algunas normativas prohíben el uso de motores con arranque directo a partir de una cierta potencia. Los principales modos de arranque que nos encontramos son los siguientes:

- Arranque directo.
- Arranque estrella-triángulo.
- Arranque mediante inserción de impedancias en el estátor.
- Arranque por autotransformador.
- Arranque electrónico.
- Arranque por convertidor de frecuencia.

Para la validación de nuestro modelo vamos a usar solamente el arranque directo, por lo que los demás métodos de arranque se pueden consultar en la bibliografía relacionada con este tema.

### 3.1.2.1. Arranque directo.

Como su propio nombre indica, el motor se conecta directamente a la red a su tensión nominal, y con la conexión adecuada para dicha tensión (estrella o triángulo). Se emplea en los motores de pequeña potencia. El esquema de conexiones se indica en la figura siguiente, donde se ha supuesto que el estátor está conectado en triángulo.

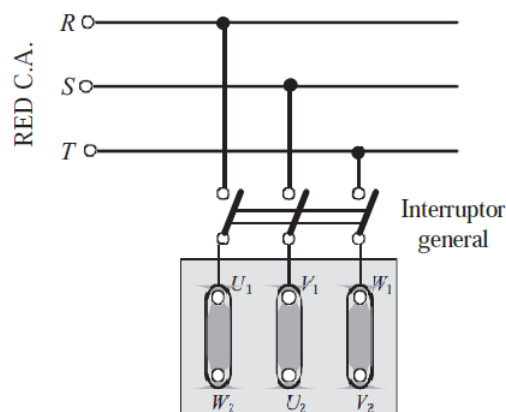


Figura 29. Arranque directo con conexión en triángulo. [1]

## 3.2. Modelo dinámico del motor de inducción implementado en MatLab

### 3.2.1. Ecuaciones del modelo dinámico.

El programa MatLab permite la simulación dinámica de motores eléctricos utilizando [7]:

- Simulink: es una plataforma que proporciona un entorno gráfico y un conjunto de bibliotecas de bloques que permiten simular sistemas variables en el tiempo.
- SimPowerSystems: es una extensión de bloques de Simulink, que permite modelar circuitos eléctricos, máquinas eléctricas, sistemas eléctricos y dispositivos semiconductores de electrónica de potencia.

El bloque de la máquina asíncrona implementado en MatLab usa la teoría de la máquina generalizada (modelo dq) y puede modelar motores con jaula de ardilla simple, doble jaula de ardilla y rotor devanado. El bloque puede funcionar como motor o generador, esto depende del signo del par de carga  $T_m$ . Si  $T_m < 0$  la máquina funciona como generador y si  $T_m > 0$  como motor.

Hay varios marcos de referencia que podemos usar en las ecuaciones del modelo dinámico de la máquina asíncrona para transformar las tensiones y corrientes del sistema abc a dq0 (o al revés), estos son los siguientes: el marco síncrono, el marco estacionario y el marco referenciado al rotor. El marco de referencia a utilizar dependerá de las condiciones de nuestros ensayos y afectará a las formas de onda de todas las variables dq.

Las transformaciones de las ecuaciones 66 a 69 se verán afectadas por el marco de referencia elegido. Los valores de  $\theta$  y  $\beta$  tomarán estos valores (donde  $\theta_e$  es la posición eléctrica angular del marco de referencia síncrono):

- Marco referido al rotor:  $\theta = \theta_r$ ,  $\omega = \omega_r$  y  $\beta = 0$ .
- Marco síncrono:  $\theta = \theta_e$ ,  $\omega = \omega_e$  y  $\beta = \theta_e - \theta_r$ .
- Marco estacionario:  $\theta = 0$ ,  $\omega = 0$  y  $\beta = -\theta_r$ .

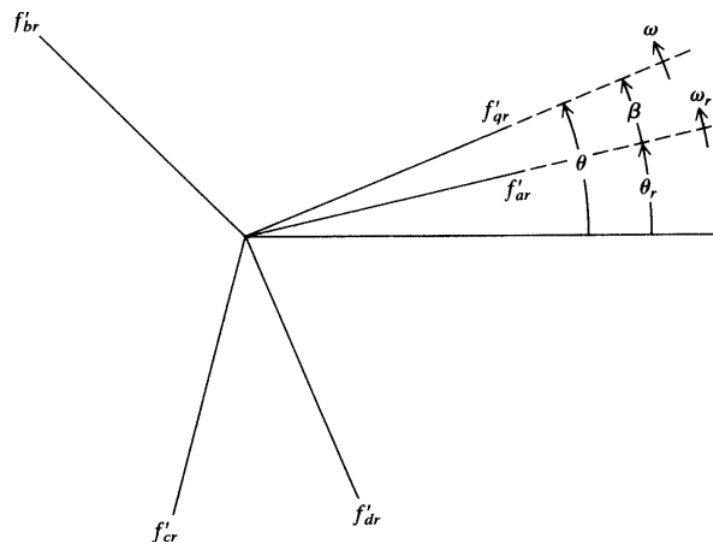


Figura 30. Relación de las variables  $\theta$ ,  $\theta_r$  y  $\beta$ .

La ayuda de MatLab [6] aconseja tener en cuenta en la elección del marco de referencia que:

- Se use el marco de referencia estacionario si las tensiones del estátor están desequilibradas y las tensiones del rotor equilibradas o nulas.
  - Se use el marco de referencia del rotor si las tensiones del rotor son desequilibradas y las tensiones del estátor equilibradas.
  - Se use el marco de referencia síncrono cuando todas las tensiones sean equilibradas.
- Este será el que elijamos nosotros para las simulaciones.

El modelo eléctrico y mecánico que se implementa en MatLab [8] consta de un sistema de seis ecuaciones diferenciales. Las ecuaciones del modelo eléctrico son las siguientes:

$$V_{ds} = R_s \cdot i_{ds} + \frac{d\varphi_{ds}}{dt} - \omega \cdot \varphi_{qs} \tag{Ec. 72}$$

$$V_{qs} = R_s \cdot i_{qs} + \frac{d\varphi_{qs}}{dt} + \omega \cdot \varphi_{ds} \tag{Ec. 73}$$

$$V'_{qr} = R'_r \cdot i'_{qr} + \frac{d\varphi'_{qr}}{dt} + (\omega - \omega_r) \varphi'_{dr} \tag{Ec. 74}$$

$$V'_{dr} = R'_r \cdot i'_{dr} + \frac{d\varphi'_{dr}}{dt} - (\omega - \omega_r) \cdot \varphi'_{qr} \tag{Ec. 75}$$

Los circuitos que componen el modelo eléctrico son:

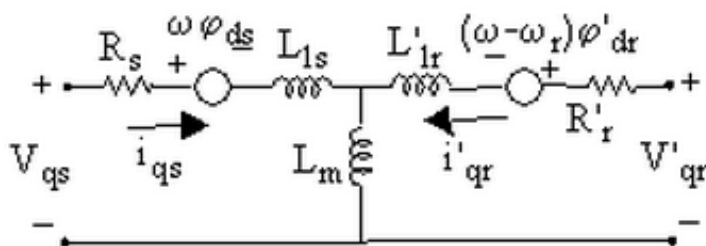


Figura 31. Modelado eléctrico del eje q del motor de inducción.

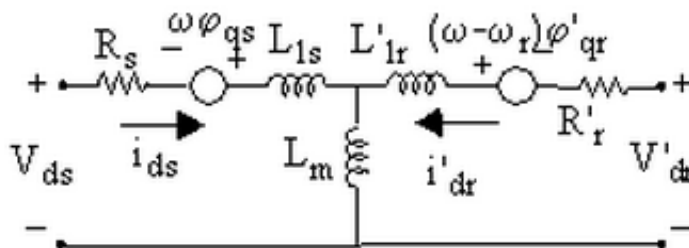


Figura 32. Modelado eléctrico del eje d del motor de inducción.

La componente homopolar no se representa por tener un sistema equilibrado de tensiones tanto en el rotor como en el estator ( $V_{0s}$ ,  $i_{0s}$ ,  $V'_{0r}$  y  $i'_{0r}$  valen 0).

Las ecuaciones de los flujos e inductancias del rotor y del estátor en los ejes dq son:

$$\varphi_{ds} = L_s \cdot i_{ds} + L_m \cdot i'_{dr} \tag{Ec. 76}$$

$$\varphi_{qs} = L_s \cdot i_{qs} + L_m \cdot i'_{qr} \tag{Ec. 77}$$

$$\varphi'_{dr} = L'_r \cdot i'_{dr} + L_m \cdot i_{ds} \tag{Ec. 78}$$

$$\varphi'_{qr} = L'_r \cdot i'_{qr} + L_m \cdot i_{qs} \tag{Ec. 79}$$

$$L_s = L_{1s} + L_m \tag{Ec. 80}$$

$$L'_r = L'_{1r} + L_m \tag{Ec. 81}$$

A partir de estas ecuaciones se obtiene el par eléctrico como:

$$T_e = 1.5 \cdot p \cdot (\varphi_{ds} \cdot i_{qs} - \varphi_{qs} \cdot i_{ds}) \quad \text{Ec. 82}$$

Las ecuaciones que modelan el sistema mecánico son dos ecuaciones diferenciales de primer orden y son estas:

$$\frac{d(\omega_m)}{dt} = \frac{1}{2 \cdot H} \cdot (T_e - T_m - F \cdot \omega_m) \quad \text{Ec. 83}$$

$$\frac{d(\theta_m)}{dt} = \omega_m \quad \text{Ec. 84}$$

H se define como la constante de inercia combinada del rotor y la carga y es función de la inercia J y del número de polos. El programa la calcula con un algoritmo interno que no viene especificado en la ayuda del programa. La relación entre el ángulo eléctrico y mecánico del rotor viene dado por:  $\theta_m = \theta_r/p$ . La misma relación hay entre las velocidades eléctricas y mecánicas:  $\omega_m = \omega_r/p$ .

### 3.2.2. Análisis del motor en régimen permanente.

Una vez obtenido el modelo dinámico del motor, se puede obtener el comportamiento de este en régimen estacionario. Para ello se pueden particularizar las ecuaciones del modelo dinámico obtenido en el apartado 3.2.1 en régimen permanente. Esta particularización del modelo dinámico en régimen estacionario lleva al circuito equivalente en estrella propuesto en el capítulo anterior.

Las expresiones particularizadas para el régimen permanente (donde  $d(\varphi)/dt = 0$ ) son:

$$V_{ds} = R_s \cdot i_{ds} - \omega \cdot (L_s \cdot i_{qs} + L_m \cdot i'_{qr}) \quad \text{Ec. 85}$$

$$V_{qs} = R_s \cdot i_{qs} + \omega \cdot (L_s \cdot i_{ds} + L_m \cdot i'_{dr}) \quad \text{Ec. 86}$$

$$V'_{qr} = R'_r \cdot i'_{qr} + (\omega - \omega_r) \cdot (L'_r \cdot i'_{dr} + L_m \cdot i_{ds}) \quad \text{Ec. 87}$$

$$V'_{dr} = R'_r \cdot i'_{dr} - (\omega - \omega_r) \cdot (L'_r \cdot i'_{qr} + L_m \cdot i_{qs}) \quad \text{Ec. 88}$$

Donde las ecuaciones de las inductancias totales son:

$$L_s = L_{1s} + L_m \quad \text{Ec. 89}$$

$$L'_r = L'_{1r} + L_m \quad \text{Ec. 90}$$

Como las tensiones de estátor son valores constantes, la respuesta dinámica también lo es:

$$T_e = T_m = 1.5 \cdot p \cdot (\varphi_{ds} \cdot i_{qs} - \varphi_{qs} \cdot i_{ds}) \quad \text{Ec. 91}$$

$$\frac{d(\omega_m)}{dt} = 0 = \frac{1}{2 \cdot H} \cdot (T_e - T_m - F \cdot \omega_m) \quad \text{Ec. 92}$$

$$\frac{d(\theta_m)}{dt} = \omega_m = \text{cte} \quad \text{Ec. 93}$$

Si para el circuito con el rotor en cortocircuito sabemos que  $V'_{dr}$  y  $V'_{qr}$  valen 0 y además transformamos el sistema de ecuaciones 85-88 en dq al sistema abc, obtendremos el circuito equivalente propuesto en el capítulo 2. El desarrollo de esta antitransformación al sistema abc se puede ver en la bibliografía de referencia.

### 3.2.3. Introducción del modelo del motor asíncrono en Simulink.

Hay que hacer una serie de observaciones antes de obtener los parámetros finales a introducir en Simulink. Estas son las siguientes:

- La primera de ellas es que los valores que hemos obtenido con la normativa son del circuito equivalente conectado en triángulo. La ayuda del bloque motor en Simulink dice que el modelo está conectado en estrella, por lo que vamos a transformar nuestros datos al circuito equivalente en estrella pedido por el programa.
- En cuanto a la inercia del motor, decir que la inercia a considerar en el bloque es la del motor solamente, sin embargo, nosotros hacemos las simulaciones acopladas al servo, el cual tiene también una inercia asociada y que podríamos tener en cuenta en el modelo. La inercia del servo a considerar es  $0.0016 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$ . Vamos a justificar después si se considera o no.

Introducimos en Simulink la fuente de tensión trifásica, el bloque motor, el bloque que modela la carga acoplada al rotor y los aparatos de medición. Si buscamos en las referencias del programa ActiveServo la modelización de la carga (tomaremos la que viene por defecto: bomba/ventilador<sup>2</sup>) que se aplica al motor, nos dice que se puede calcular (en función de la constante de carga  $l$ ) según la siguiente fórmula:

$$M(\text{N}\cdot\text{m}) = \left( \frac{n(\text{rpm}) \cdot l}{4000 \cdot 27} \right)^2 \cdot 10 \quad \text{Ec. 94}$$

Introduciendo todo esto en Simulink vemos que los bloques verdes son la entrada de tensión al sistema, los bloques azules son los modelos del servofreno y del motor y los bloques de color amarillo son los medidores de tensión, corriente y velocidad. Debido a que la norma nos dice que cuando hacemos los ensayos de vacío, carga o cortocircuito las tomas de medidas de corrientes y tensiones de línea son la media de las tres, en el modelo de Simulink hemos de hacer lo mismo y dar como resultado la media de las 3 corrientes de línea que da el bloque motor tras hacer la simulación.

El bloque motor que hemos introducido en Simulink pide dos tipos de parámetros para la simulación. Estos son los siguientes:

- Parámetros eléctricos: potencia nominal, tensión de línea nominal, frecuencia nominal, número de pares de polos, resistencia del estátor y del rotor referida al estátor, inductancia del estátor y del rotor referida al estátor e inductancia de magnetización.

<sup>2</sup> El programa ActiveServo ofrece otros métodos para cargar el eje. Véase el anexo 4.



- Parámetros mecánicos: sólo se introduce el momento de inercia  $J$  ( $\text{Kg}\cdot\text{m}^2$ ).

El modelo introducido en Simulink es el siguiente:

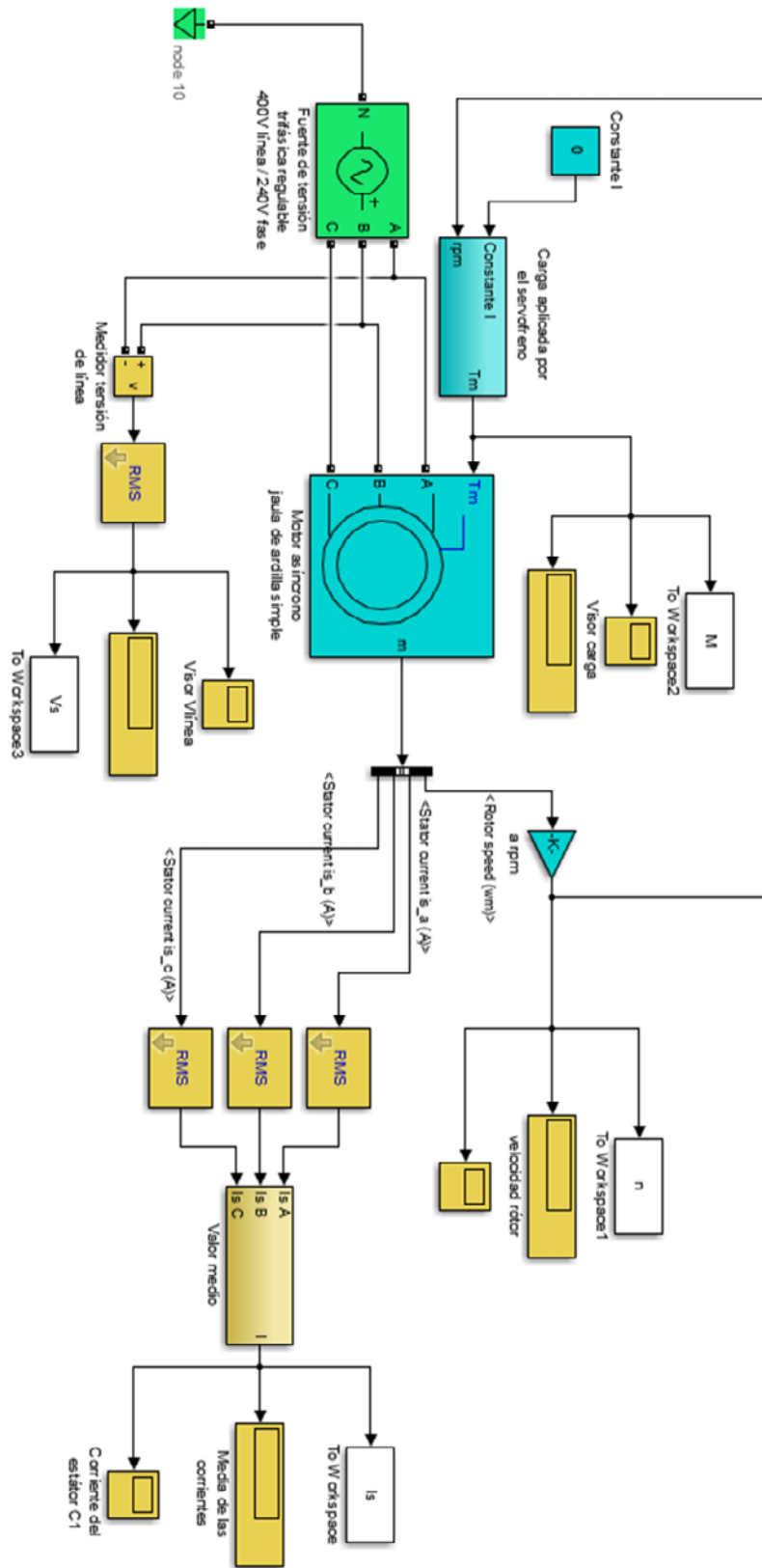


Figura 33. Introducción del modelo del motor, la fuente de tensión y elementos de medida en MatLab.

**Es importante destacar que este modelo dinámico de máquina asíncrona no tiene en cuenta el efecto de las pérdidas en el hierro y se justifica en la ayuda del programa.**

La ventana de introducción de parámetros tiene las siguientes pestañas:

- Configuration. Permite introducir el tipo de motor, el par conectado al rotor y el marco de referencia para la transformación de variables.
- Parameters. En esta ventana se introducen todos los parámetros eléctricos del motor (potencia, tensión nominal, frecuencia nominal, resistencia del rotor y estator e inductancia de magnetización. A esto añadirle que se introducirán aspectos mecánicos como son el momento de inercia y el factor de fricción.
- En la ventana Advanced y Load flow no se modifica ni se introduce ningún parámetro.

### 3.2.3.1. Consideración de la inercia del servo en los ensayos de carga.

Para ver si tenemos que considerar o no la inercia del servo en los ensayos de carga vamos a simular los ensayos en los que carguemos el eje. Estos ensayos son el ensayo de carga asignada, el ensayo de la curva de carga y el arranque directo.

En el ensayo de la curva de carga y carga asignada vamos a hacer simulaciones de la corriente del estátor y la velocidad mecánica considerando únicamente la inercia del rotor  $J$  o la inercia combinada con la del servo ( $J + S$ ). Esta inercia es suma de la inercia del rotor más la del servo y tiene un valor de  $0.0024 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$ , estos datos los expondremos juntos con los datos medidos en el laboratorio. Los resultados obtenidos son:

Tabla 10. Simulación de la corriente en el ensayo de la curva de carga.

$M_{\text{lab}}$ (Nm)	$I_{\text{lab}}$ (A)	$U_{\text{lab}}$ (V)	$I_{\text{Matlab J}}$ (A)	Error $I_{\text{Matlab J}}$ (%)	$I_{\text{Matlab J+S}}$ (A)	Error $I_{\text{Matlab J+S}}$ (%)
1,02	0,81	389	0,80	1	0,80	1
0,86	0,74	393	0,74	0	0,74	0
0,75	0,73	393	0,70	4	0,70	4
0,68	0,68	390	0,67	1	0,67	1
0,59	0,63	390	0,66	5	0,65	3
0,48	0,59	389	0,64	8	0,62	5
0,37	0,57	392	0,60	5	0,60	5
0,27	0,54	388	0,58	7	0,58	7
0,19	0,52	389	0,57	10	0,58	12
0,12	0,51	388	0,57	12	0,58	14
Error promedio				<b>5</b>		<b>5</b>
				$J = 0,000827 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$	$J = 0,0024 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$	

Observamos que cometemos el mismo error en la corriente al variar el momento de inercia del modelo en Simulink. Si representamos gráficamente los resultados en función de la carga tendemos que:

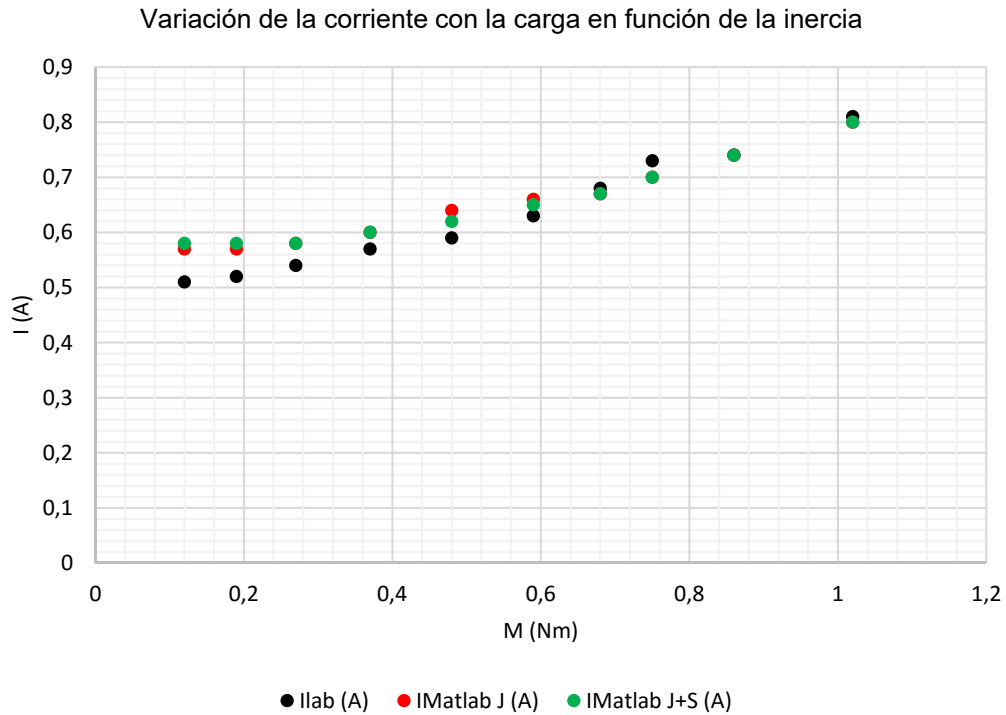


Figura 34. Representación de la corriente medida en el laboratorio y la simulada variando  $J$ .

Si hacemos la simulación de la velocidad variando la carga. Tendremos que:

Tabla 11. Simulación de la velocidad de rotación en el ensayo de la curva de carga.

$M_{lab}$ (Nm)	$U_{lab}$ (V)	$n_{lab}$ (rpm)	$n_{Matlab J}$ (rpm)	Error $n J$ (%)	$n_{Matlab J+S}$ (rpm)	Error $n J+S$ (%)
1,02	389	2822	2881	2	2881	2
0,86	393	2846	2904	2	2903	2
0,75	393	2848	2919	2	2919	2
0,68	390	2875	2927	2	2928	2
0,59	390	2891	2933	1	2938	2
0,48	389	2914	2937	1	2950	1
0,37	392	2925	2963	1	2963	1
0,27	388	2939	2973	1	2973	1
0,19	389	2959	2981	1	2981	1
0,12	388	2968	2988	1	2988	1
Error promedio				<b>1</b>	<b>2</b>	
$J = 0,000827 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$				$J = 0,0024 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$		

De nuevo nos damos cuenta que el error que cometemos es muy pequeño. Aunque en el caso de la inercia combinada este error es un poquito mayor. Si repetimos la representación gráfica de la velocidad medida en el laboratorio y la obtenida en las simulaciones variando el momento de inercia, se tiene que:

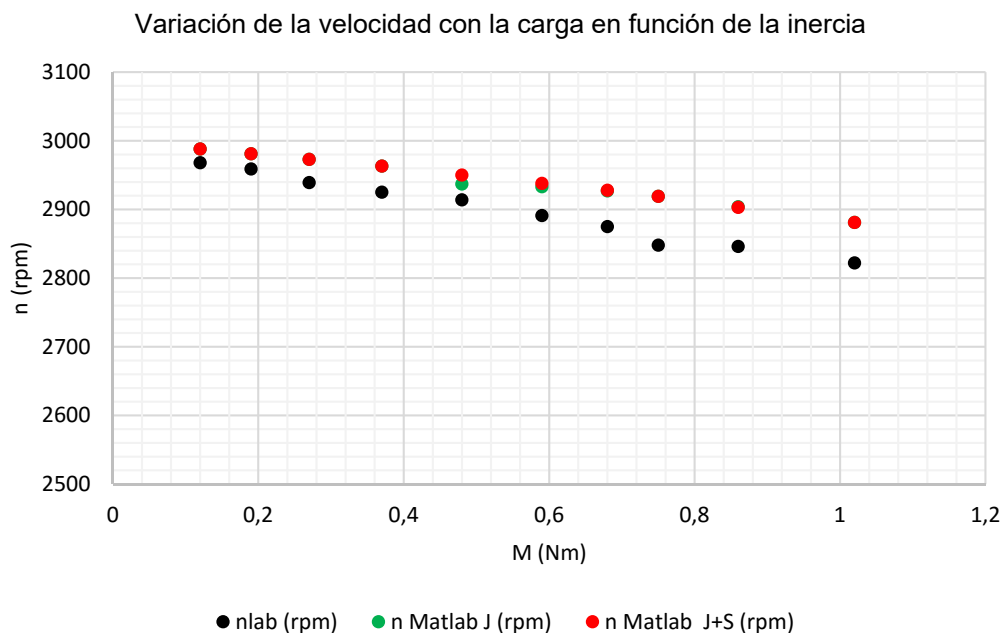


Figura 35. Representación de la velocidad medida en el laboratorio y la simulada variando J.

Vamos a comprobar ahora que ocurre con el error de la corriente y la velocidad cuando arrancamos el motor. Para ello vamos a simular el arranque a la tensión nominal (400 V) y con el eje acoplado al servofreno. Mediremos el tiempo de arranque y la corriente máxima que se alcanza cuando cargamos el eje. Hemos realizado cuatro ensayos en el laboratorio y cuatro simulaciones. Los datos obtenidos son los siguientes:

Tabla 12. Simulación de la corriente máxima variando la inercia.

Ensayo	I	M <sub>inicial</sub> (N·m)	I <sub>máx,lab</sub> (A)	I <sub>máx,MatLab J</sub> (A)	I <sub>máx,MatLab J+S</sub> (A)	Error I J (%)	Error I J+S (%)
1	0	0,00	2,46	2,59	2,62	5	6
2	5	0,19	2,67	2,48	2,45	7	8
3	6	0,27	2,36	2,63	2,45	11	3
4	9	0,60	2,45	2,72	2,84	11	15
Error promedio						<b>8</b>	<b>8</b>

Tabla 13. Simulación del tiempo de arranque variando la inercia.

Ensayo	I	M <sub>inicial</sub> (N·m)	t <sub>arr, Lab</sub> (s)	t <sub>arr, MatLab J</sub> (s)	t <sub>arr, MatLab J+S</sub> (s)	Error t <sub>arr J</sub> (%)	Error t <sub>arr J+S</sub> (%)
1	0	0,00	0,52	0,38	0,28	27	46
2	5	0,19	0,77	0,42	0,34	45	56
3	6	0,27	0,81	0,44	0,35	46	57
4	9	0,60	0,84	0,39	0,42	54	50
Error promedio						<b>43</b>	<b>52</b>

Si representamos gráficamente estos resultados obtenemos lo siguiente:

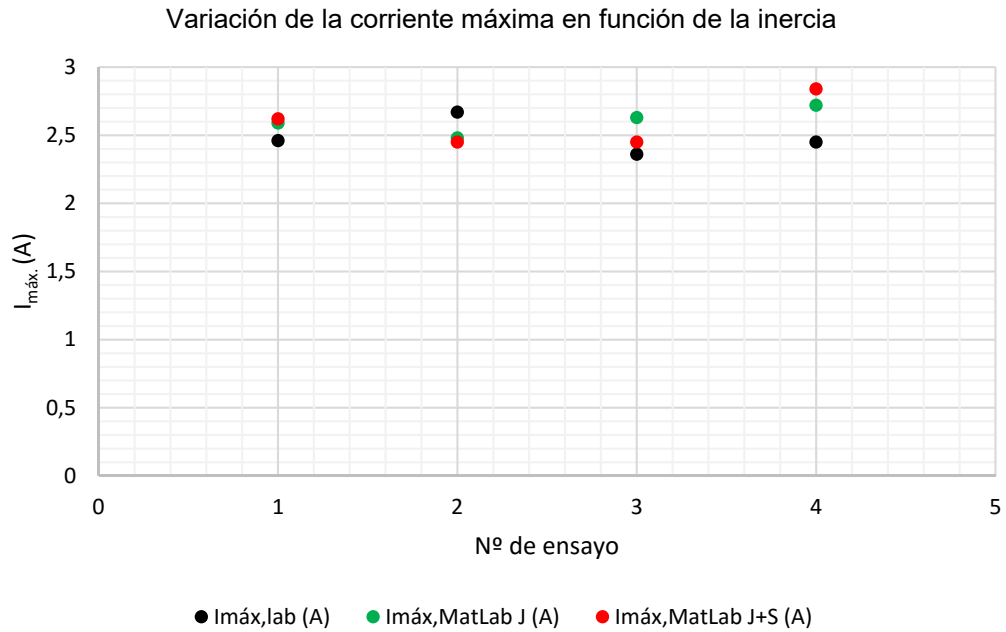


Figura 36. Representación de la corriente máxima en el laboratorio y la simulada variando  $J$ .

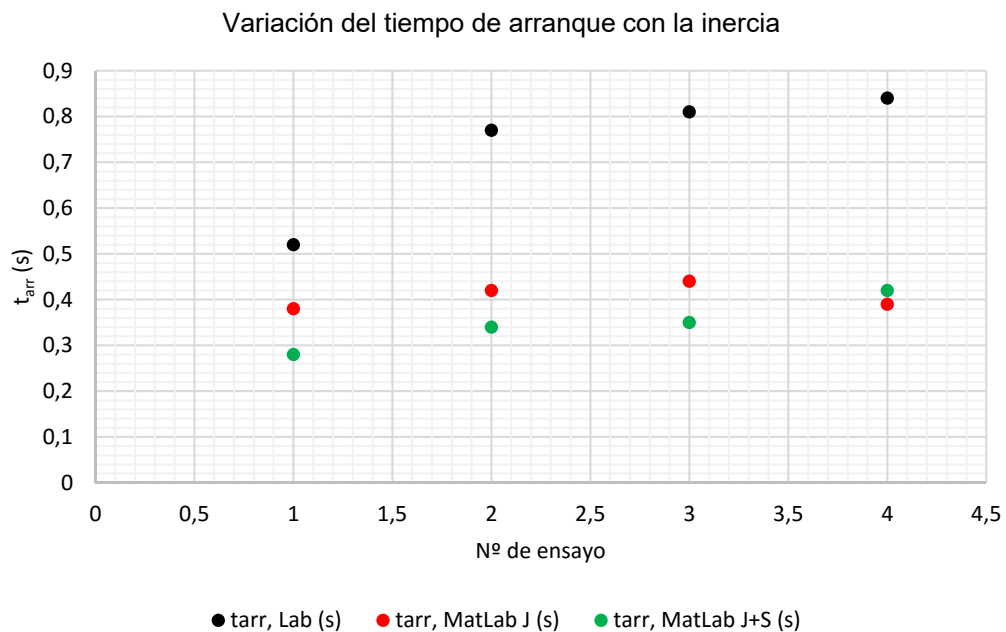


Figura 37. Representación del tiempo de arranque en el laboratorio y la simulada variando  $J$ .

El tiempo de arranque del ensayo de laboratorio lo hemos medido directamente del software ActiveServo. El tiempo de arranque de la simulación se mide usando las herramientas que ofrece el bloque Scope.

La forma característica de la corriente en el arranque, tanto medida en el laboratorio como en la simulación, es la siguiente (usaremos el ensayo de arranque con carga nula en el eje a modo de ejemplo):

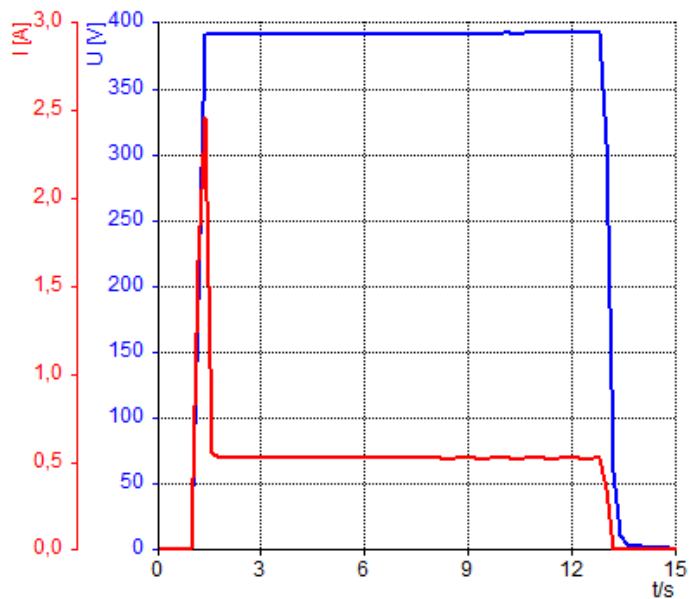


Figura 38. Forma de onda de la corriente en el arranque con carga nula en el eje.

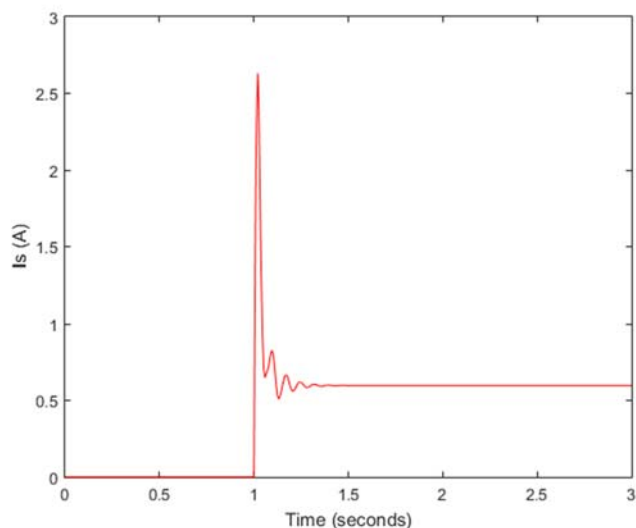



Figura 39. Simulación de la forma de onda de la corriente en el arranque con carga nula en el eje.

Decir a la vista de estos resultados que ya se comete un error notable en la medición de la corriente máxima, sin embargo, estos errores se disparan en la medición de la velocidad. Esto último se debe a las imprecisiones del modelo implementado en el programa y las hipótesis que este utiliza (por ejemplo, el hecho de despreciar las pérdidas en el hierro, el paso usado en el método de iteración, la precisión del cálculo iterativo, etc).

**A la vista de los resultados obtenidos vamos a realizar las simulaciones considerando sólo la inercia del rotor.**

### 3.2.4. Introducción de los parámetros finales en el modelo.

Finalmente hemos llegado a la conclusión de que los mejores resultados se alcanzan para un valor de inercia  $J$  que sólo considera el rotor del motor y que el coeficiente de fricción  $F$  es nulo (la normativa no contempla como obtenerlo). Los valores que hemos introducido en el modelo son una inercia de  $0.000827 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$  y los parámetros obtenidos al final del capítulo 2 (véase Tabla 7).

 Block Parameters: Motor asíncrono jaula de ardilla simple

Asynchronous Machine (mask) (link)

Implements a three-phase asynchronous machine (wound rotor, squirrel cage or double squirrel cage) modeled in a selectable dq reference frame (rotor, stator, or synchronous). Stator and rotor windings are connected in wye to an internal neutral point.

Configuration Parameters Advanced Load Flow

Nominal power, voltage (line-line), and frequency [ Pn(VA),Vn(Vrms),fn(Hz) ]:

[300 400 50]

Stator resistance and inductance [ Rs(ohm) Lls(H) ]:

[41.916 0.072]

Rotor resistance and inductance [ Rr'(ohm) Llr'(H) ]:

[13.25 0.101]

Mutual inductance Lm (H):

1.152

Inertia, friction factor, pole pairs [ J(kg.m<sup>2</sup>) F(N.m.s) p() ]:

[0.000827 0 1]

Figura 40. Introducción de los parámetros finales en el bloque de Simulink.

Para realizar las simulaciones se ha configurado Simulink con los siguientes parámetros:

- Solver: Ode45 (Dormand-Prince). Es un método para la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias y pertenece a la familia de métodos Runge-Kutta. Este método es el que mejores resultados da entre los diferentes algoritmos de cálculo que tiene MatLab y tiene una precisión media-alta además de un tiempo de ejecución rápido.
- Paso variable (variable step) con tolerancia relativa de 0.001.
- Tiempo de simulación para régimen permanente: 3 s.
- Tiempo de simulación para régimen transitorio: 1 s.

# Capítulo 4

## Validación del modelo dinámico





## 4.1. Planteamiento de ensayos en laboratorio y simulación

En el laboratorio hemos realizado una serie de pruebas para la determinación de los parámetros del circuito equivalente. Estas son: el ensayo de vacío, el ensayo de carga asignada, el ensayo de la curva de carga, el ensayo de cortocircuito y el arranque directo. Una vez efectuados en el laboratorio estos ensayos vamos a comparar los datos tomados con los resultados de las simulaciones realizadas con las mismas condiciones.

### 4.1.1. Ensayo de vacío.

En el ensayo de vacío hemos tomado como única variable la corriente ya que, aunque en los demás ensayos estamos también comparando la velocidad, en este ensayo la normativa no pide la medición de esta variable. En las simulaciones pondremos como constante de carga  $I$  el valor 0. Los resultados obtenidos son:

Tabla 14. Toma de datos en laboratorio y simulación del ensayo de vacío.

U (V)	$I_{lab}$ (A)	$I_{MatLab}$ (A)	Error I (%)
385	0,51	0,57	12
362	0,46	0,54	17
329	0,40	0,49	23
290	0,33	0,43	30
252	0,28	0,37	32
222	0,24	0,33	38
189	0,20	0,28	40
153	0,16	0,22	38
117	0,13	0,17	31
80	0,11	0,12	9
Error promedio			<b>27</b>

Corriente del estátor en función de la tensión. Ensayo de vacío.

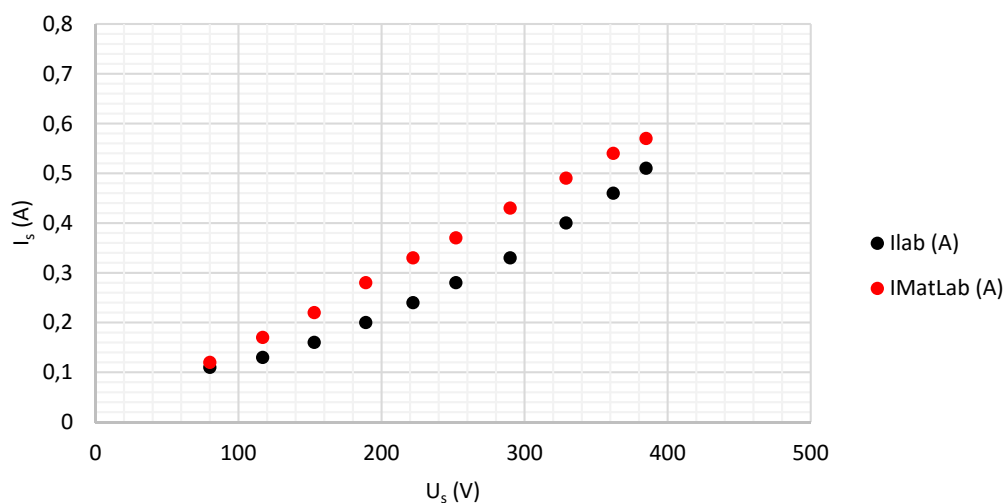


Figura 41. Comparación de la medida de corriente en el laboratorio y en la simulación.

### 4.1.2. Ensayo de la curva de carga.

Para el ensayo de la curva de carga introduciremos en MatLab diferentes valores para la constante I, la cual variará el par mecánico sobre el eje. En las siguientes tablas se recoge el valor del par medido directamente en el eje a partir de ActiveServo. La primera fila de la siguiente tabla es la simulación del ensayo de carga asignada. Los demás valores de carga compondrán el ensayo de la curva de carga que propone la normativa.

Tabla 15. Toma de datos en laboratorio y simulación del ensayo de la curva de carga.

$M_{lab}$ (Nm)	$I_{lab}$ (A)	$I_{Matlab}$ (A)	Error I (%)	$n_{lab}$ (rpm)	$n_{Matlab}$ (rpm)	Error n (%)
1,02	0,81	0,80	1	2822	2881	2
0,86	0,74	0,74	0	2846	2904	2
0,75	0,73	0,70	4	2848	2919	2
0,68	0,68	0,67	1	2875	2927	2
0,59	0,63	0,66	5	2891	2933	1
0,48	0,59	0,64	8	2914	2937	1
0,37	0,57	0,60	5	2925	2963	1
0,27	0,54	0,58	7	2939	2973	1
0,19	0,52	0,57	10	2959	2981	1
0,12	0,51	0,57	12	2968	2988	1
Error promedio			<b>5</b>			<b>1</b>

Corriente del estátor en función de la carga en el eje. Ensayo de la curva de carga.

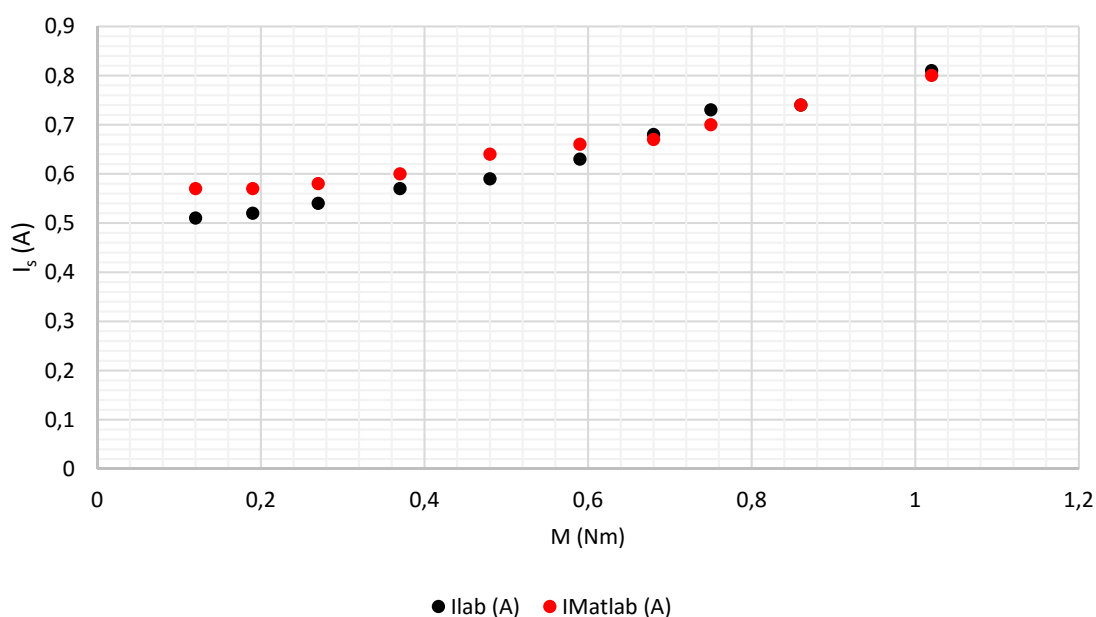


Figura 42. Comparación de la medida de corriente en el laboratorio y en la simulación.

Ahora representamos gráficamente la velocidad del rotor en función de la carga:

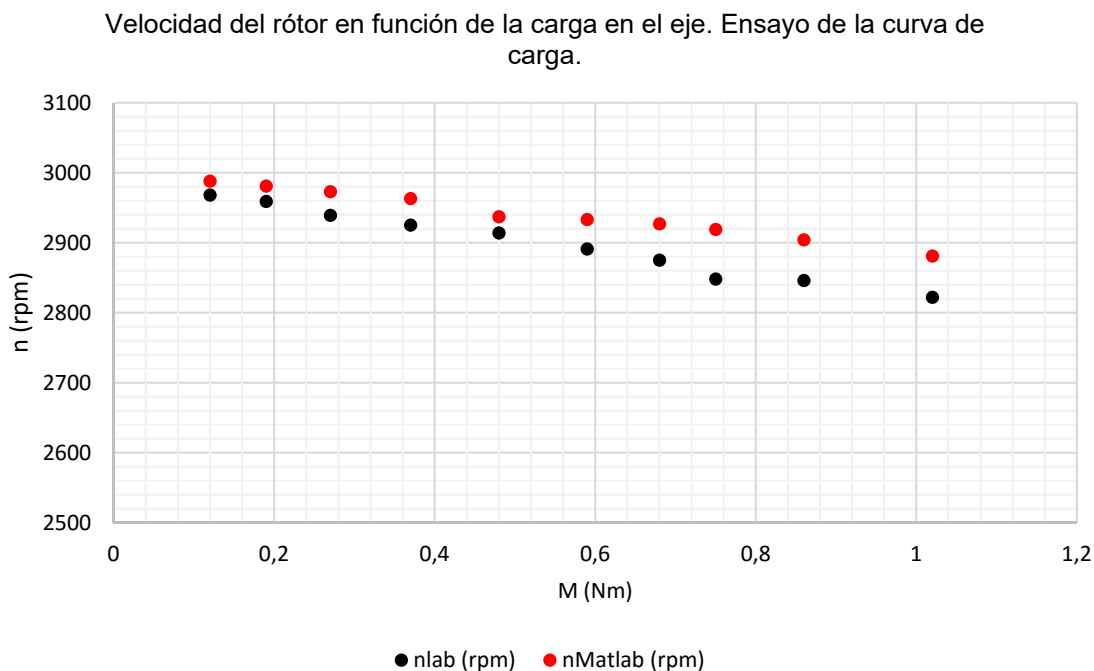


Figura 43. Comparación de la medida de la velocidad del rotor en el laboratorio y en la simulación.

### 4.1.3. Ensayo de cortocircuito.

Para simular el ensayo de cortocircuito y suponer que el rotor está bloqueado introduciremos en MatLab la constante I muy grande. Otra manera es poner en los parámetros una inercia J muy grande. Indistintamente de la opción que elijamos, los resultados van a ser similares. Para ello realizar la simulación hay que darle a I un valor en torno a 3000, o introducir una carga de 1,5 Nm en la entrada T<sub>m</sub> del bloque. Los resultados obtenidos son los siguientes:

Tabla 16. Toma de datos en laboratorio y simulación del ensayo de cortocircuito.

U <sub>cc, lab</sub> (V)	U <sub>cc, MatLab</sub> (V)	Error U <sub>cc</sub> (%)	I <sub>cc,lab</sub> (A)	I <sub>cc, MatLab</sub> (A)	Error I <sub>cc</sub> (%)	n <sub>cc,lab</sub> (rpm)	n <sub>cc,MatLab</sub> (rpm)
96	93	3	0,81	0,80	1	0	0

### 4.1.4. Arranque directo.

Por último, simulamos el arranque del motor. Estableceremos la tensión nominal (400 V), mediremos el tiempo de arranque y la corriente máxima que se alcanza cuando cargamos el eje al arrancar. Hemos realizado cuatro ensayos en el laboratorio y cuatro simulaciones. En las siguientes tablas se muestran por separado los resultados para la corriente máxima y los resultados para el tiempo de arranque. Decir que el tiempo de arranque es una medición muy imprecisa, ya que en MatLab y ActiveServo la medición de esta variable es manual. No hay ningún método ni algoritmo en MatLab implementado que calcule este tiempo con un error muy pequeño.

Los resultados son los siguientes:

Tabla 17. Simulación de la corriente máxima en función de la carga inicial.

Ensayo	I	M <sub>inicial</sub> (N·m)	I <sub>máx,lab</sub> (A)	I <sub>máx,MatLab</sub> (A)	Error I (%)
1	0	0	2,46	2,59	5
2	5	0,19	2,67	2,48	7
3	6	0,27	2,36	2,63	11
4	9	0,6	2,45	2,72	11
Error promedio					<b>8</b>

Tabla 18. Simulación del tiempo de arranque en función de la carga inicial.

Ensayo	I	M <sub>inicial</sub> (N·m)	t <sub>arr, Lab</sub> (s)	t <sub>arr, MatLab</sub> (s)	Error tarr (%)
1	0	0	0,52	0,38	27
2	5	0,19	0,77	0,42	45
3	6	0,27	0,81	0,44	46
4	9	0,6	0,84	0,39	54
Error promedio					<b>43</b>

Corriente máxima en el arranque en función de la carga inicial.

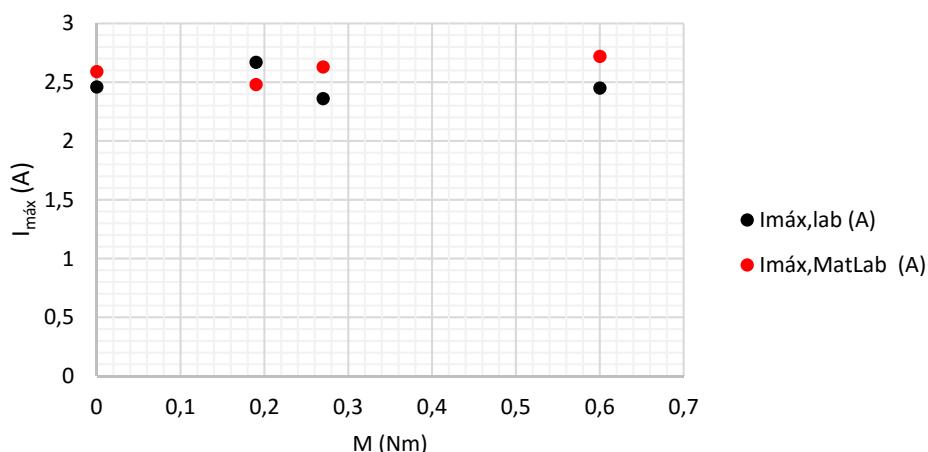


Figura 44. Comparación de la corriente máxima en el laboratorio y en la simulación.

Tiempo de arranque en función de la carga inicial.

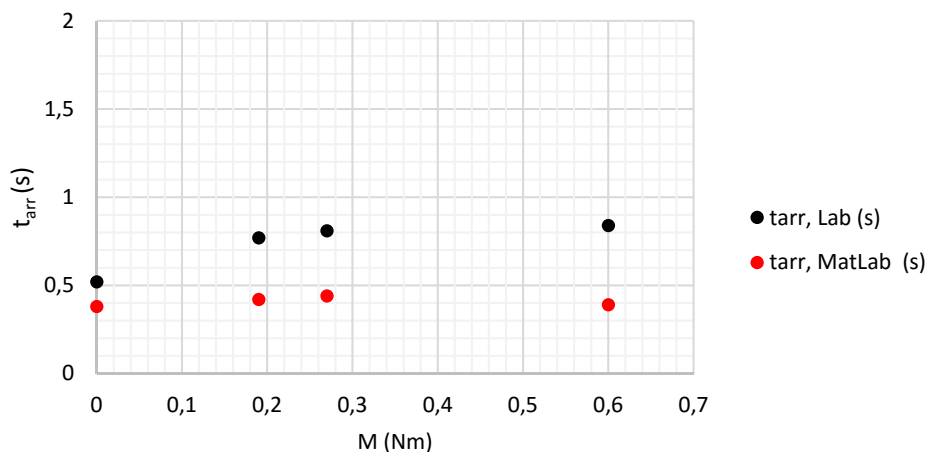


Figura 45. Comparación de tiempo de arranque en el laboratorio y en la simulación.

## 4.2. Análisis de resultados y validación del modelo

Si tenemos en cuenta los resultados obtenidos anteriormente podemos afirmar que el modelo dinámico propuesto nos dará un bajo error en la medición de la corriente y la velocidad en el ensayo de la curva de carga. Estos valores están en torno a 1 y 5 %. Sin embargo, cuando simulamos el ensayo de vacío, nos damos cuenta de que los errores son más elevados. Esto se debe a la imprecisión del modelo de MatLab, ya que, como también se puede comprobar con la simulación, la velocidad del rotor es siempre 3000 rpm., sin embargo, en el laboratorio se puede comprobar que conforme vamos subiendo la tensión el eje va subiendo también la velocidad. Esta imprecisión se puede justificar por las hipótesis simplificadoras que utiliza el modelo dq implementado en el bloque motor y por las imprecisiones de los valores del circuito equivalente (estos han sido obtenidos de una normativa que propone un circuito equivalente aproximado). Además, el sistema de ecuaciones diferenciales se resuelve por un método de Runge-Kutta, el cual también tiene un error asociado y depende del paso de iteración definido en la configuración del programa.

El error del cálculo de la velocidad del programa estriba fundamentalmente en que el cálculo de la velocidad mecánica depende de la constante de inercia y de la constante de fricción. Como ya hemos mencionado en capítulos anteriores, este valor  $J$  obtenido según la norma no es exacto y tiene una incertidumbre elevada (depende del cálculo de las pérdidas mecánicas y en el hierro). Además, no contamos con valores exactos del valor del momento de inercia de la máquina ni del coeficiente de fricción, ya que en el catálogo del motor no aparece.

Si en el ensayo de vacío el modelo dinámico no da valores de velocidad ajustados a los reales, en el ensayo de la curva de carga ocurre todo lo contrario. Viendo las tablas de resultados se observa que el error en las simulaciones ronda el 1 %, es decir, un error muy pequeño. De nuevo repetir que este error se debe a la imprecisión del modelo y a la inercia considerada.

Si analizamos que ocurre en el arranque del motor llegamos a la conclusión de que el modelo matemático da una buena aproximación del valor real de la corriente del estátor. Sin embargo, con el tiempo de arranque no ocurre lo mismo. El programa da un error de tiempo de  $\pm 0,4$  s, error que en la práctica se puede suponer despreciable.

Para mejorar la toma de medidas en los ensayos de laboratorio que nos propone la norma en la obtención de parámetros se pueden adquirir tacómetros que se puedan conectar al rotor del motor y den una velocidad proporcional a la tensión que produce el giro del rotor. También dice la norma que para hacer el ensayo de vacío se deben tomar las primeras mediciones de tensión, potencia y corriente en el valor de 110% la tensión nominal, para ello deberemos dotar el laboratorio de variadores de tensión que alcancen estos valores necesarios.

También se debe tener en cuenta que las mediciones de las resistencias tras los ensayos se deben realizar lo más rápidamente posible, ya que estas varían rápidamente con el tiempo y, en consecuencia, los cálculos que realicemos después y que utilicen estos datos. La medición se

hace con un polímetro, aunque lo suyo sería hacerlo con la fuente de continua. Esto no se hace así porque se tardaría mucho tiempo en medir la resistencia y deberíamos reestablecer las condiciones térmicas para seguir con los ensayos, hecho que, de nuevo, también introduce una imprecisión en las mediciones posteriores.

Por último, tener en cuenta que cuando se realiza el ensayo de deceleración, la norma dice que se debe tener desacoplado el motor de cualquier elemento rodante o carga en el eje. Por ello se debería de haber realizado este ensayo sin el servo conectado. Salta rápidamente el inconveniente de que no podemos medir la deceleración del motor si no lo tenemos conectado al servofreno. En el capítulo 3 hemos justificado que la inercia del servo junto a la del motor afecta en un error muy pequeño a las medidas en el caso que sólo hubiéramos considerado la inercia de la máquina.

Finalmente podemos concluir el objetivo principal del proyecto y validar que los siguientes parámetros conforman el modelado matemático del motor de inducción que ha sido objeto de estudio.

Tabla 19. Parámetros del circuito equivalente del motor conectado en estrella.

$R_s$ ( $\Omega$ )	$R'_r$ ( $\Omega$ )	$L_{\sigma s}$ (H)	$L'_{\sigma r}$ (H)	$L_m$ (H)
41,916	13,250	0,072	0,101	1,152

Tabla 20. Obtención de la constante de deceleración y el momento de inercia.

$P_{fe}$ (W)	17,12
$P_{fw}$ (W)	9,68
$n_N$ (rpm)	2800
$-dn/dt$ (rpm/s)	1054,601
C	$9,075 \cdot 10^{-6}$
J ( $kg \cdot m^2$ )	$8,27 \cdot 10^{-4}$

# Bibliografía



- [1] J. Fraile Mora, Máquinas eléctricas, Madrid: McGraw Hill Interamericana de España, 2008.
- [2] AENOR, Norma UNE 60034-28. Métodos de ensayo para la determinación de las magnitudes de los esquemas del circuito equivalente para motores de inducción de jaula trifásicos de baja tensión., 2013.
- [3] M. Cereijo Neira, Método para la estimación del momento de inercia de máquinas de inducción trifásicas a partir de su peso y altura de eje., Universidad Rovira I Virgili, 2011.
- [4] E. P. Sánchez Canton, Estudio de frenado dinámico para motores eléctricos., Universidad Politécnica de Cartagena, 2012.
- [5] F. Ruz Vila, F. J. Cánovas Rodríguez y J. M. Molina Martínez, Motores y máquinas eléctricas, Marcombo Universitaria, 2012.
- [6] P. C. Krause, O. Wasynczuk y S. D. Sudhoff, Analysis of Electric Machinery, IEEE® Press, 2012.
- [7] J. F. Ardanuy, Estudio del comportamiento de la máquina asíncrona utilizando MATLAB, 2007.
- [8] W. Leonhard, Control of electrical drives, Berlin: Springer-Verlag, 1985.
- [9] Schneider Electric, Cuaderno técnico nº83: pérdidas suplementarias en los conductores de grandes intensidades por los efectos pelicular y de proximidad., 2003.
- [10] AENOR, Norma UNE 60034-2-1. Métodos normalizados para la determinación de las pérdidas y el rendimiento a partir de ensayos., 2009.
- [11] AENOR, Norma UNE 60034-2-2. Métodos específicos para determinar las pérdidas separadas de máquinas de gran tamaño a partir de ensayos. Complemento a la IEC 60034-2-1., 2011.



# Anexos



### Anexo 1. Tablas de cálculo de los parámetros del circuito equivalente.

Datos asignados					
Modelo	SE 2662-3G	Altura del eje (mm)	71		
P (W)	300	$K_r$ (°C)	225	Al	
Conexión	$\Delta$	$K_s$ (°C)	235	Cu	
$f_N$ (Hz)	50	$\gamma_r$ (S/m)	3,3E+07	Al	
2p	2	$m_e$	3	Número de fases	
$U_N$ (V)	400	p	1	Número de pares de polos	
$I_N$ (A)	0,81	$n_{syn}$ (rpm)	3000		
$\cos(\phi_N)$	0,84				
n (rpm)	2800				

Medición de la resistencia entre fases del estátor en corriente continua						
	$V_{dc}$ (V)	$I_{dc}$ (mA)	$R_s$ ( $\Omega$ )	$R_s \cdot K$ ( $\Omega$ )		
U1-U2	4,00	31,88	125,47	125,47	$R_{s,m}$ ( $\Omega$ )	125,75
V1-V2	8,69	68,70	126,49	126,49	Factor skin (K)	1
W1-W2	13,38	106,80	125,28	125,28	$R_{s,25}$ ( $\Omega$ )	125,75

Ensayo de carga a la carga asignada							
U (V)	I (A)	$P_1$ (W)	n (rpm)	$\theta_L$ (°C)	$f_N$ (Hz)	R final ( $\Omega$ )	R final·K ( $\Omega$ )
393	0,81	479	2814	49,09	50	137,40	137,4

Ensayo de vacío							
U objet. (V)	U (V)	I (A)	$P_1$ (W)				
400	385	0,51	61				
364	362	0,46	52				
329	329	0,4	39				
293	290	0,33	31				
258	252	0,28	25				
222	222	0,24	22				
187	189	0,2	20				
151	153	0,16	16			R fin ensayo ( $\Omega$ )	131,50
116	117	0,13	14			R fin ens·K ( $\Omega$ )	131,50
80	80	0,11	12			$\theta_{NL}$ (°C)	36,89

Ensayo de la curva de carga							
<b>P<sub>objetivo</sub> (W)</b>	<b>M (Nm)</b>	<b>I (A)</b>	<b>U (V)</b>	<b>P<sub>1</sub> (W)</b>	<b>n (rpm)</b>	<b>R (<math>\Omega</math>)</b>	
479	1,02	0,81	389	469	2822	136,80	<b>R antes ens. (<math>\Omega</math>)</b> 136,80
439	0,86	0,74	393	416	2846	136,76	<b>R fin ens. (<math>\Omega</math>)</b> 136,40
399	0,75	0,73	393	409	2848	136,71	<b>K</b> 1
359	0,68	0,68	390	359	2875	136,67	
319	0,59	0,63	390	311	2891	136,62	
279	0,48	0,59	389	264	2914	136,58	
240	0,37	0,57	392	239	2925	136,53	
200	0,27	0,54	388	199	2939	136,49	
160	0,19	0,52	389	151	2959	136,44	
120	0,12	0,51	388	122	2968	136,40	

Determinación de la inductancia total del estator						
<b>Z<sub>s=0</sub> (<math>\Omega</math>)</b>	<b>cos(<math>\phi</math>)</b>	<b>R<sub>s=0</sub> (<math>\Omega</math>)</b>	<b>I<sub>m</sub> (A)</b>	<b>X<sub>ts</sub> (<math>\Omega</math>)</b>	<b>L<sub>ts</sub> (H)</b>	<b>U<sub>i,s=0</sub> (V)</b>
1307,53	0,18	234,53	0,294	1286,32	4,0945	378,76
1363,05	0,18	245,75	0,266	1340,71	4,2676	356,07
1424,61	0,17	243,75	0,231	1403,60	4,4678	324,15
1522,11	0,19	284,66	0,191	1495,25	4,7595	284,88
1558,85	0,20	318,88	0,162	1525,88	4,8570	246,67
1602,15	0,24	381,94	0,139	1555,95	4,9528	215,60
1636,79	0,31	500,00	0,115	1558,55	4,9610	179,97
1656,27	0,38	625,00	0,092	1533,82	4,8823	141,69
1558,85	0,53	828,40	0,075	1320,51	4,2033	99,11
1259,67	0,79	991,74	0,064	776,68	2,4723	49,33

Resistencia equivalente de las pérdidas en el hierro					
<b>I<sub>s</sub> (A)</b>	<b>P<sub>k</sub> (W)</b>	<b>(U<sub>i,s=0</sub>)<sup>2</sup> (V<sup>2</sup>)</b>	<b>P<sub>fe</sub> (W)</b>	<b>U<sup>2</sup> (V<sup>2</sup>)</b>	
0,2944	26,80	143456	17,12	148225	
0,2656	24,17	126784	14,49	131044	
0,2309	17,96	105072	8,28	108241	
0,1905	16,68	81158	7,00	84100	<b>U<sub>i,s=0</sub> (V)</b> 378,76
0,1617	14,69	60847	5,01	63504	
0,1386	14,43	46483	4,74	49284	
0,1155	14,74	32388	5,06	35721	<b>correlación</b> 0,92
0,0924	12,63	20076	2,95	23409	<b>P<sub>fw</sub> (W)</b> 9,68
0,0751	11,78	9823	2,10	13689	<b>P<sub>fe</sub> (W)</b> 17,12
0,0635	10,41	2433	0,73	6400	<b>R<sub>feF</sub> (<math>\Omega</math>)</b> 25145,13

Inductancia de dispersión total a partir de un ensayo de curva de carga								
$\cos(\phi)$	s	$I_s$ (A)	$I_{sa}$ (A)	$I_{sb}$ (A)	$U_{ia}$ (V)	$U_{ib}$ (V)	$U_i$ (V)	$L_{ts}$ (H)
0,86	0,06	0,47	0,40	-0,24	306,53	49,07	310,44	4,5697
0,83	0,05	0,43	0,35	-0,24	320,62	49,42	324,41	4,4662
0,82	0,05	0,42	0,35	-0,24	321,86	49,08	325,58	4,4588
0,78	0,04	0,39	0,31	-0,24	327,10	50,21	330,93	4,4253
0,73	0,04	0,36	0,27	-0,25	335,53	50,88	339,36	4,3724
0,66	0,03	0,34	0,23	-0,25	342,65	52,17	346,60	4,3270
0,62	0,03	0,33	0,20	-0,26	350,38	53,01	354,37	4,2783
0,55	0,02	0,31	0,17	-0,26	353,00	53,38	357,01	4,2604
0,43	0,01	0,30	0,13	-0,27	362,52	55,45	366,73	4,1862
0,36	0,01	0,29	0,10	-0,28	366,56	56,30	370,85	4,1548
$X_{ts}$ ( $\Omega$ )	$R_{fe}''$ ( $\Omega$ )	$I_{ma}$ (A)	$I_{mb}$ (A)	$I_m$ (A)	$X_{\sigma}'$ ( $\Omega$ )	$X_{\sigma}''$ ( $\Omega$ )	$L_{\sigma}''$ (H)	$L_{\sigma}$ (H)
1435,61	16891,91	0,05	-0,21	0,22	210,54	210,54	0,6702	0,5845
1403,10	18446,48	0,05	-0,23	0,23	217,67	217,67	0,6929	0,5998
1400,78	18580,47	0,05	-0,23	0,23	211,63	224,36	0,7142	0,6156
1390,24	19195,72	0,05	-0,23	0,24	259,58	259,58	0,8263	0,6963
1373,63	20186,52	0,05	-0,24	0,25	288,32	288,32	0,9177	0,7585
1359,36	21057,25	0,05	-0,25	0,26	362,89	362,89	1,1551	0,9117
1344,07	22010,87	0,06	-0,26	0,26	367,47	367,47	1,1697	0,9186
1338,45	22340,75	0,06	-0,26	0,27	446,19	446,19	1,4203	1,0652
1315,15	23574,11	0,06	-0,27	0,28	603,26	603,26	1,9202	1,3164
1305,27	24106,81	0,06	-0,28	0,28	643,00	643,00	2,0467	1,3712

Inductancia y tensión de magnetización, inductancias de dispersión del estátor y del rotor. A partir de un ensayo de la curva de carga								
$I_s$ (A)	$L_{ts}$ (H)	$L_{\sigma}$ (H)	$L_m$ (H)	$L_{\sigma s}$ (H)	$L'_{\sigma r}$ (H)	$U_{ma}$ (V)	$U_{mb}$ (V)	$U_m$ (V)
0,4677	4,5697	0,5845	4,2775	0,2922	0,2922	284,58	12,18	284,84
0,4272	4,4662	0,5998	4,1663	0,2999	0,2999	297,92	16,17	298,36
0,4215	4,4588	0,6156	4,1510	0,3078	0,3078	298,72	15,54	299,12
0,3926	4,4253	0,6963	4,0772	0,3481	0,3481	300,31	16,65	300,77
0,3637	4,3724	0,7585	3,9931	0,3793	0,3793	305,94	19,21	306,55
0,3406	4,3270	0,9117	3,8711	0,4559	0,4559	306,18	19,78	306,82
0,3291	4,2783	0,9186	3,8190	0,4593	0,4593	313,03	23,69	313,93
0,3118	4,2604	1,0652	3,7278	0,5326	0,5326	309,38	24,77	310,37
0,3002	4,1862	1,3164	3,5280	0,6582	0,6582	306,50	28,69	307,84
0,2944	4,1548	1,3712	3,4692	0,6856	0,6856	307,29	33,72	309,13

Inductancias para cálculos a flujo constante (carga asignada) a partir del ensayo de carga								
$I_s$ (A)	$L_{\sigma s}$ (H)	$U_s$ (V)	$U_{ma}$ (V)	$U_{mb}$ (V)	$U_m$ (V)	$L_m$ (H)	$L'_{\sigma r}$ (H)	$I'_r$ (A)
0,468	0,2148	393	370,11	5,40	370,15	2,2259	0,2018	0,474

Resistencia de la jaula del rotor a partir de un ensayo de curva de carga. Equival. en triángulo							
$n_{syn}$ (rpm)	3000	$U_{ma}$ (V)	321,551	$I'_r$ (A)	0,407	$Z$ ( $\Omega$ )	840,365
$s$	0,06	$U_{mb}$ (V)	4,411	$L'_{\sigma r}$ (H)	0,304	$X$ ( $\Omega$ )	416,184
$U_s$ (V)	393	$U_m$ (V)	321,582	$X'_{\sigma r}$ ( $\Omega$ )	95,406	$R'_{r,25}$ ( $\Omega$ )	39,751
$I_s$ (A)	0,468	$L_m$ (H)	3,457	$L_{\sigma s}$ (H)	0,215	$R_{s,25}$ ( $\Omega$ )	125,75
$\cos(\phi)$	0,869	$X_m$ ( $\Omega$ )	1085,950	$X_{\sigma s}$ ( $\Omega$ )	67,470		

Resistencia de pérdidas en el hierro a partir del ensayo de la curva de carga	
$R_{fe}$ ( $\Omega$ )	22289,421

Parámetros del circuito equivalente en estrella	
$R_{r,25'}$ ( $\Omega$ )	13,250
$R_{s,25}$ ( $\Omega$ )	41,916
$L'_{\sigma r}$ (H)	0,101
$L_{\sigma s}$ (H)	0,072
$L_m$ (H)	1,152

## Anexo 2. Determinación del efecto pelicular en conductores.

Teniendo en cuenta el cuaderno técnico nº28 de Schneider Electric [9], podemos decir que el efecto pelicular, cortical o skin consiste en el aumento de la densidad de corriente en la periferia de los conductores macizos en corriente alterna. Esto se debe a que la inductancia de la zona central de un conductor es mayor que la de la zona periférica. Para equilibrar las caídas de tensión inductivas entre los diversos filetes, circula una corriente más elevada por los filetes periféricos. Estas corrientes generadas en los extremos hacen que su suma aritmética sea superior a la corriente total medida provocando pérdidas adicionales por efecto Joule.

Para la determinación del efecto pelicular debemos conocer el espesor de la cáscara  $\delta$ . Buscando simplificar la interpretación del efecto pelicular, Boucherot propuso en 1905 la noción de «cáscara o envoltente ficticia». Para él este efecto consiste en suponer que la totalidad de la corriente que transporta el conductor circula por una cáscara periférica, de espesor  $\delta$ . El espesor se calcula con la expresión (donde  $\rho$  es la resistividad,  $f$  la frecuencia y  $\mu$  la permeabilidad):

$$\delta = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot \rho}{\mu \cdot f}} \quad \text{Ec. 95}$$

La densidad de corriente cumple una tendencia exponencial con el espesor de la cáscara  $\delta$ . Una curva representativa es la siguiente:

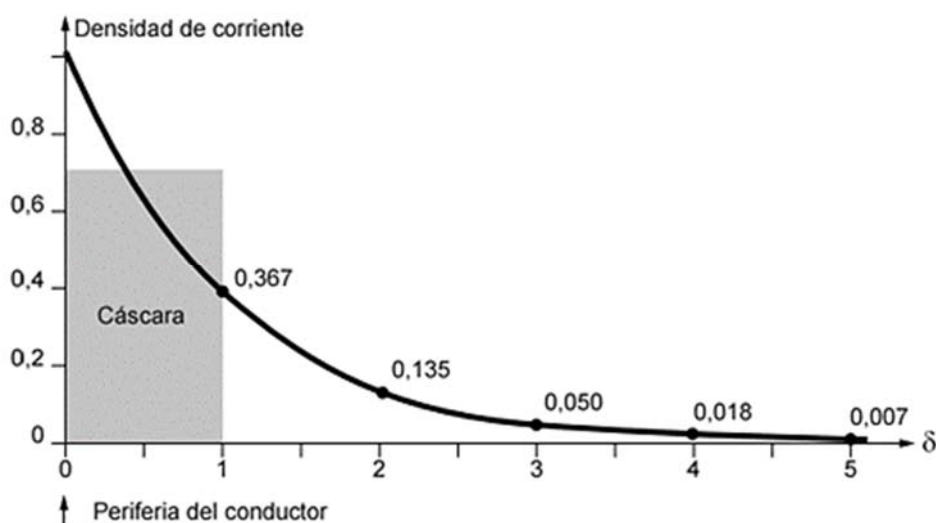


Figura 46. Disminución de la densidad de corriente en el interior de un conductor. [9]

Para conductores cilíndricos, los cálculos son más sencillos y los resultados más precisos. En general, el único dato de interés es la razón entre resistencia alterna y continua que llamaremos efecto pelicular  $K$ .

$$K = \frac{R_{ac}}{R_{dc}} \quad \text{Ec. 96}$$

Esta expresión pone en evidencia, cuando vale más de 1, una geometría inadecuada del conductor. Ahora bien, se han propuesto varias fórmulas empíricas pero la de Levasseur es especialmente simple y da errores inferiores al 2 %. Esta es la siguiente:

$$K = \sqrt[6]{\left(\frac{3}{4}\right)^6 + \left(\frac{S}{p \cdot \delta}\right)^6} + 0.25 \quad \text{Ec. 97}$$

Donde S es la sección del conductor, p su perímetro y  $\delta$  el espesor de la película o envolvente. La frecuencia de referencia tomada para la ecuación anterior es 50 Hz. Para cualquier otro valor de frecuencia distinto hay que corregir el valor de  $R_{dc}$  por  $R'_{dc}$ . Donde  $R'_{dc}$  es:

$$R'_{dc} = R_{dc} \cdot \frac{50}{f} \quad \text{Ec. 98}$$

La norma UNE-EN 60034-28 plantea un procedimiento alternativo para la determinación del efecto pelicular basándose en la altura de la barra del rotor H. El cálculo se basa en el supuesto de que las barras del rotor tienen forma rectangular.

Se determina la altura estimada de la barra del rotor conocida la altura del eje H (en mm) y p el número de pares de polos. Para ello usaremos la expresión:

$$h = \left(0.21 - \frac{2p}{100}\right) \cdot \frac{H}{1000} \quad \text{Ec. 99}$$

Debe utilizarse la altura real de la barra conductora si se conoce el diseño interno del motor. Especialmente, en el caso de máquinas de rotor con doble jaula, debe utilizarse el factor de efecto pelicular real K si está disponible por el fabricante.

Conocida h determinamos  $h'$  en función del ensayo elegido. Si elegimos el ensayo de rotor bloqueado la  $h'$  será ( $\gamma_r$  es la conductividad de las barras del rotor):

$$h' = h \cdot \sqrt{2\pi \cdot f_N \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \gamma_r} \quad \text{Ec. 100}$$

Si por el contrario elegimos el ensayo de rotación inversa, la  $h'$  vendrá dada por:

$$h' = h \cdot \sqrt{\pi \cdot f_N \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \gamma_r} \quad \text{Ec. 101}$$

Finalmente determinamos el efecto pelicular K utilizando el valor de  $h'$  obtenido (sinh y cosh denotan el seno y el coseno hiperbólico respectivamente):

$$K = \frac{3}{2h'} \cdot \frac{\sinh(2h') - \sin(2h')}{\cosh(2h') - \cos(2h')} \quad \text{Ec. 102}$$

### Anexo 3. Determinación de la inercia del rotor de un motor en jaula de ardilla.

La bibliografía de referencia expone diferentes métodos para la determinación de la inercia del motor de inducción trifásico en jaula de ardilla simple.

Un método consiste en usar las conclusiones del proyecto fin de carrera de Manuel Cereijo, 2011 [3], el cual llega a una expresión que permite estimar el momento de inercia con un error promedio del 10%.

La expresión que propone relaciona el momento de inercia con la altura del eje y el peso de la máquina junto con la utilización de los parámetros a y b. Estos parámetros se obtienen en las tablas del documento citado y se sustituyen en la fórmula:

$$J = a \cdot (M \cdot h^2) + b \quad \text{Ec. 103}$$

Teniendo en cuenta los datos de nuestro motor (9 Kg de masa, 50 Hz y 3000 rpm de velocidad de sincronismo), a vale 0.0194 y b -0.0006. Los parámetros a y b se obtienen de la siguiente tabla:

Tabla 21. Obtención coeficientes a y b conocido el peso y la velocidad de sincronismo.

f (Hz)	Peso (Kg)	n <sub>s</sub> (rpm)	a	b
50 Hz	0 - 50 kg	3000	<b>0,0194</b>	<b>-0,0006</b>
		1500	0,0287	-0,0002
		1000	0,0313	0,0001
		750	0,0300	0,0002
	51 - 200 kg	3000	0,0151	0,0059
		1500	0,0264	0,0021
		1000	0,0361	-0,0047
		750	0,0411	-0,0194
	201 -1000 kg	3000	0,0184	-0,0227
		1500	0,0315	-0,0522
		1000	0,0435	-0,0498
		750	0,0427	-0,0371
	1001 – 5000 kg	3000	0,0227	-0,8053
		1500	0,0302	0,3917
		1000	0,0444	0,6926
		750	0,0408	2,1319

El momento de inercia J obtenido será:

$$J(\text{Kg} \cdot \text{m}^2) = 2.8 \cdot 10^{-4} \pm 2.8 \cdot 10^{-5} \quad \text{Ec. 104}$$



El último método que podemos utilizar es la determinación de la inercia del rotor mediante el despiece del motor. La masa giratoria que tendremos en cuenta será el eje del rotor junto con sus barras y bobinado. La inercia la calcularemos suponiendo una densidad uniforme y teniendo como datos las longitudes, diámetros de las diferentes secciones que componen el eje y su peso. De forma general, el momento de inercia se calcula a partir de la siguiente expresión:

$$J = M \cdot r^2 \quad \text{Ec. 105}$$

Podemos deducir que este parámetro depende de la geometría y las propiedades del material que componen la masa giratoria.

Para la determinación de la densidad tomamos como datos el volumen y el peso del eje. El peso  $M$  lo mediremos con una balanza de precisión y el volumen  $V$  lo obtendremos a partir de la siguiente expresión ( $n$  es cada una de las divisiones del eje del rotor debidas a los cambios de sección que tiene):

$$V = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\pi \cdot d_i^2}{4} \cdot L_i \right) \quad \text{Ec. 106}$$

Se obtiene la densidad del rotor utilizando la siguiente expresión:

$$\rho = \frac{M}{V} \quad \text{Ec. 107}$$

Partiendo de la definición de momento de inercia  $J$  y teniendo en cuenta la bibliografía referente a obtención de momentos de inercia de cilindros con sección llena, la expresión del momento de inercia de un cilindro se puede reescribir como:

$$J_{\text{cil}} = \frac{1}{2} \cdot M \cdot r^2 \quad \text{Ec. 108}$$

Particularizando el momento de inercia a cada sección constante del eje se tiene que:

$$J_i = \frac{1}{2} \cdot M_i \cdot r_i^2 \quad \text{Ec. 109}$$

Donde la  $M_i$  se va a obtener, teniendo en cuenta que vamos a tomar la densidad uniforme, como:

$$M_i = \rho \cdot V_i \quad \text{Ec. 110}$$

El momento de inercia total será la suma de todos los momentos de inercia de los cilindros en los que hemos descompuesto el eje del rotor.

$$J = \sum_{i=1}^n J_i \quad \text{Ec. 111}$$

Este método es el más preciso de los que hemos expuesto anteriormente, pero cuenta con el inconveniente de que sólo se va a poder aplicar cuando el motor se pueda despiezar, y esto, no siempre es posible.

## Anexo 4. Modos de servicio. Control de par aplicado en el eje con ActiveServo.

ActiveServo es un programa que permite investigar la respuesta estática y dinámica de máquinas de trabajo. Se dispone de los siguientes modelos de máquina:

- Bomba/Ventilador.
- Calandria.
- Accionamiento elevador.
- Masa volante.
- Carga en función del tiempo.

### Funcionamiento como bomba/ventilador

En este modo de servicio, el freno presenta el comportamiento de par de una bomba o de un ventilador que muestran, con el número de revoluciones en aumento, un aumento cuadrado del par. El modelo corresponde a la curva característica ideal, es decir no se tienen en cuenta ni la fricción ni masas volantes.

$$M(\text{N}\cdot\text{m}) = \left( \frac{n(\text{rpm}) \cdot l}{4000 \cdot 27} \right)^2 \cdot 10 \quad \text{Ec. 112}$$

### Funcionamiento como calandria

En este modo se simula el comportamiento del par de una calandria del freno. El momento de carga se incrementa linealmente con respecto al número de revoluciones. El modelo corresponde a la curva característica ideal, o sea no se tienen en cuenta ni la fricción ni masas volantes.

$$M(\text{N}\cdot\text{m}) = \left( \frac{n(\text{rpm}) \cdot l}{4000 \cdot 50} \right) \cdot 10 \quad \text{Ec. 113}$$

### Accionamiento elevador

Este modo de servicio sirve para cargar motores con un **par constante** sobre todo el margen del número de revoluciones. En el campo de diálogo Parámetros se puede ajustar el par.

### Funcionamiento como masa volante

En este modo de servicio, el servomotor muestra el comportamiento de una masa volante inerte. La modificación de la masa en el campo de diálogo Parámetros permite investigar el comportamiento de las máquinas en arranque pesado, así como el comportamiento de frenado con una masa volante grande. El momento de inercia simulado se puede modificar, sin escalones y por medio de las teclas de valor teórico en el campo de diálogo Parámetros, de 3-3000, correspondiendo 1000 a 14.000 kg cm<sup>2</sup> en la versión de 300 W y a 35.000 kg cm<sup>2</sup> en la versión de 1 kW.

Además del momento de inercia es posible ajustar la fricción del 1 al 100%. Al trabajar en el modo Masa volante se deberá prestar atención a que no sea superado el momento máximo del freno, porque en este caso el modelo no suministraría valores correctos.

### **Funcionamiento a partir de la definición de la carga en función del tiempo**

En el caso de esta máquina de carga se puede definir previamente una curva de par de giro en función del tiempo. De esta manera, por ejemplo, se pueden analizar saltos de carga.