



industriales
etsii

Escuela Técnica
Superior
de Ingeniería
Industrial

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial

Solución numérica del problema de tomografía. Solución universal para suelos homogéneos de profundidad variable

TRABAJO FIN DE GRADO

GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES



Universidad
Politécnica
de Cartagena

Autor: Ana Hernández López
Director: Juan Francisco Sánchez Pérez
Codirector: Francisco Javier Alhama López

Cartagena, 29 de Septiembre de 2017

Agradecimientos

Quiero agradecer a D. Juan Francisco Sánchez Pérez su apoyo, confianza y disponibilidad durante todo este periodo.

También quisiera agradecer a mi familia y amigos por el apoyo recibido en todo este tiempo. Y especialmente a mi padre y hermana toda la confianza que han depositado en mí durante todos mis estudios universitarios, pero sobretodo en estos últimos años que han sido bastante difíciles. Sin ellos, esto habría sido imposible.

Y por último, mencionar a mi madre, que siempre creyó en mí, aun en los momentos más difíciles que he pasado a lo largo de mi etapa universitaria y que aunque ya no está con nosotros, sé que allí donde esté, me está apoyando y dando fuerza.

ÍNDICE

ÍNDICE

1. Objetivos	2
1.1 Objetivo principal	2
1.2 Objetivos específicos	2
2. Fundamentos de la tomografía	4
2.1 Antecedentes	4
2.1.1 Antecedentes de la tomografía eléctrica	4
2.1.2 Esquema básico del funcionamiento del método	5
2.1.3 Factores que afectan a la resistividad	6
2.1.4 La inversión	7
2.2 Fundamentos Teóricos	9
2.2.1 Los problemas directo e inverso en tomografía	9
2.2.1.1 <i>El problema directo</i>	9
2.2.1.2 <i>El problema inverso</i>	10
2.3 El método de Redes	13
2.3.1 Descripción del método	13
2.3.2 El método de simulación por redes (MESIR) como método numérico	15
2.3.3 Simulación. El programa Spice	16
2.4 Modelos en Red	22
3. Programa para resolver el problema directo	25
3.1 Introducción al programa	25
3.2 Cálculo del problema directo. Caso general	26
3.3 Cálculo del problema directo. Caso Punto Único	28
3.4 Gráficos disponibles	29
4. Ecuaciones generales y análisis dimensional discriminado	33
4.1 Ecuación general de consolidación del suelo	33
4.2 Obtención de los parámetros adimensionales	33
5. Simulaciones y resultados	36
5.1 Etapa 1: valores de las diferentes variables	36
5.2 Etapa 2: valores obtenidos en las simulaciones	37

5.2.1 Profundidad de 1 m, longitud de 10 m y K 5	37
5.2.2 Profundidad de 2 m, longitud de 9 m y K 10	39
5.2.3 Profundidad de 3 m, longitud de 8 m y K 15	40
5.2.4 Profundidad de 4 m, longitud de 7 m y K 20	41
5.2.5 Profundidad de 5 m, longitud de 6 m y K 25	42
5.2.6 Profundidad de 6 m, longitud de 5 m y K 30	44
5.2.7 Profundidad de 7 m, longitud de 4 m y K 35	45
5.2.8 Profundidad de 8 m, longitud de 3 m y K 40	46
5.2.3 Profundidad de 9 m, longitud de 2 m y K 45	47
5.2.3 Profundidad de 10 m, longitud de 1 m y K 50	49
5.3 Etapa 3: Generación de la curva y ajuste	50
5.3.1 Diagrama de dispersión	50
5.3.2 Curva de ajuste	51
5.3.3 Ecuación de la curva de ajuste	51
5.3.4 Valoración de la bondad del ajuste	52
6. Conclusiones	54
7. Bibliografía	56

CAPÍTULO 1. OBJETIVOS

CAPÍTULO 1. OBJETIVOS

1.1 Objetivo principal

El objetivo principal del presente trabajo es la elaboración de una función que permita la obtención de las variables características en suelos homogéneos, profundidad y resistividad aparente del suelo, a partir de parámetros experimentales conocidos.

1.2 Objetivos específicos

El objetivo global del mismo, comporta la consecución de los siguientes objetivos específicos, atendiendo a los resultados obtenidos:

- 1) Estudio del problema de tomografía. Ecuación de Laplace y condiciones de frontera.
- 2) Aplicación de la metodología de adimensionalización discriminada al problema de tomografía.
- 3) Estudio del método de simulación por redes y del software de tomografía elaborado por el grupo de simulación por redes.
- 4) Simulación del software para la obtención de los distintos resultados necesarios para la elaboración de la función que relaciona los distintos monomios obtenidos por adimensionalización discriminada.
- 5) Establecimiento de conclusiones y elaboración de la Memoria del trabajo realizado.

CAPÍTULO 2: FUNDAMENTOS DE LA TOMOGRAFÍA

CAPÍTULO 2. FUNDAMENTOS DE LA TOMOGRAFÍA

2.1 Antecedentes

2.1.1 Antecedentes de la tomografía eléctrica

La tomografía eléctrica es un instrumento cuyo objetivo es obtener la resistividad a fin de caracterizar el subsuelo. Este proceso consiste en introducir una corriente eléctrica continua en el terreno a través de un par de electrodos, que se ubican en unas determinadas posiciones, obteniendo así la diferencia de potencial en localizaciones concretas, mediante otro par de electrodos, colocados en la superficie del terreno.

A partir del valor de la corriente aplicada, y el voltaje medido, mediante la Ley de Ohm, se obtiene la resistividad aparente del subsuelo. Dicha resistividad, es el parámetro característico de cada tipo de material.

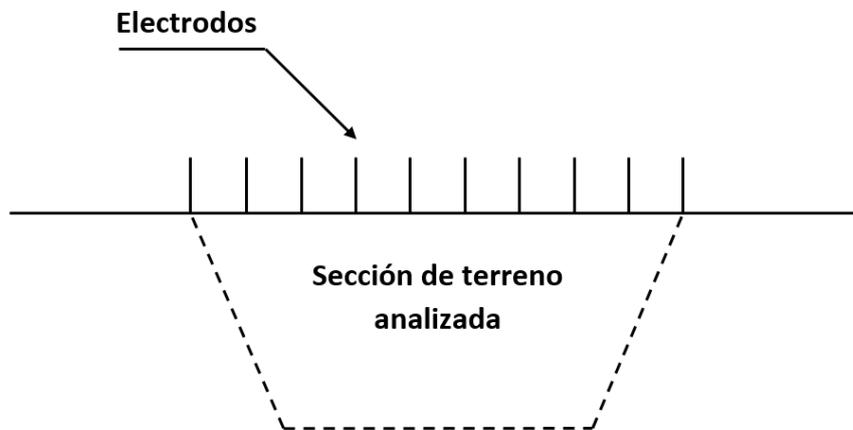


Figura 1. Esquema de funcionamiento del tomógrafo

El estudio de los terrenos ha experimentado una evolución notable gracias a la aparición de la tomografía eléctrica, y es por ello, que podemos afirmar que las conclusiones que obtenemos son cada vez más exactas.

Este método de estudio, para el caso de problema directo, se basa en la obtención del campo de potenciales y de corriente eléctrica producidos por escenarios de subsuelo que se caracterizan, a su vez, por distintas capas de diversas geometrías y naturaleza. Un estudio detallado del mapa o patrón de potenciales y corrientes, alcanzado como resultado de la tomografía, permite deducir la estructura del suelo, y en ocasiones, determinar una primera aproximación hacia su resistividad o resistividades de las diversas capas, presencia de filtraciones, oquedades, secciones de conductividad elevada y otras anomalías que se hallan presentes en el terreno.

Mediante programas de inversión, los resultados logrados anteriormente pueden refinarse y, de esta manera, reconstruir con mayor precisión la estructura real del subsuelo. En realidad, ésta se erige como la base del problema inverso en este ámbito,

es decir, determinar la estructura del subsuelo a partir de un cierto número de medidas afectadas de error (medidas reales).

Por otro lado, la resistividad eléctrica es una característica que se relaciona con la composición y disposición de los constituyentes sólidos del suelo, así como la temperatura y el contenido de agua del mismo. De hecho, es un parámetro físico estrechamente relacionado con los tipos de suelos y las diversas características y propiedades físicas que presentan.

2.1.2 Esquema básico del funcionamiento del método

La base teórica del funcionamiento de la tomografía eléctrica es análoga a la de los métodos de resistividad convencionales, a pesar de que es una técnica multielectródica.

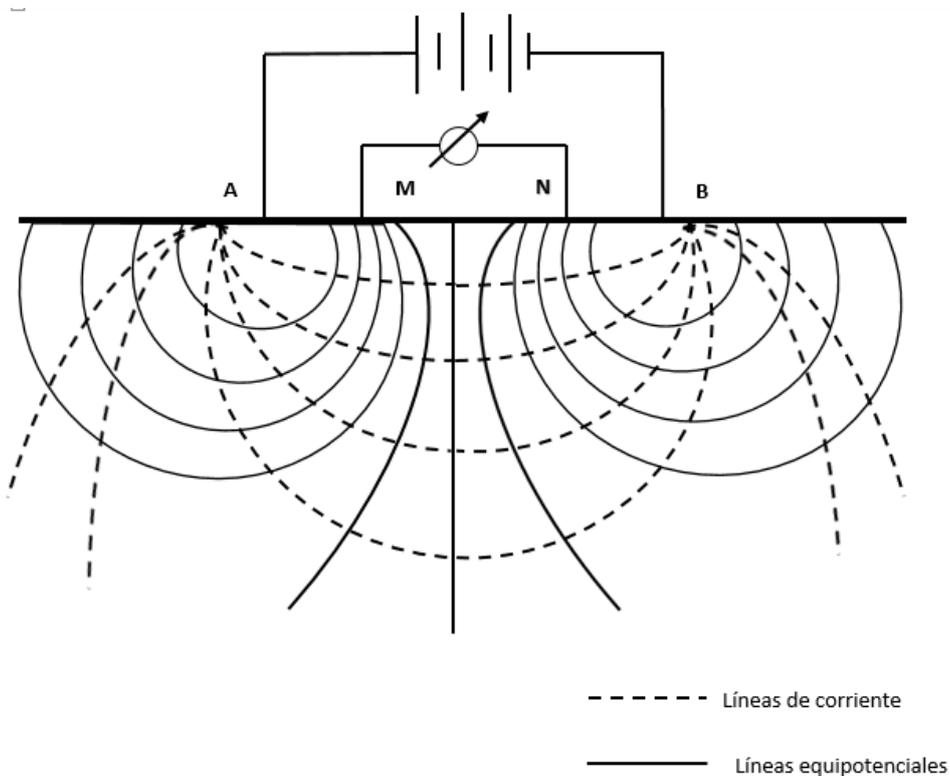


Figura 2. Esquema básico de los métodos de resistividad

A través de este método, buscamos obtener la diferencia de potencial eléctrica ΔV . Este parámetro a partir del cual podremos calcular el valor de la resistividad media asociada a la profundidad de influencia del equipo, depende, a su vez, de la distancia de los electrodos de alimentación.

Para aplicar este método, solo es preciso el uso de 4 electrodos. El método para medir la diferencia de potencial ΔV estipula la infiltración de un campo eléctrico de corriente continua

en el terreno: dos electrodos de corriente (A, B) se encuentran conectados a un miliamperímetro; y dos electrodos (M, N), se encuentran conectados a un milivoltímetro.

2.1.3. Factores que afectan a la resistividad

Como se ha mencionado anteriormente, la resistividad eléctrica es un parámetro que varía en función de las características del terreno. Ahora, y más en profundidad, se indicaran cuáles son algunos de los factores que determinan las características del suelo y que, por ende, afectan a la medición de la resistividad eléctrica empleando el método de la tomografía eléctrica. Algunos de estos factores son:

- Saturación acuosa;
- Salinidad del fluido;
- Temperatura;
- Porosidad y forma de los poros.
- Procesos geológicos que actúan sobre la formación del subsuelo;
- Tipo de roca y su naturaleza;
- La presencia de materiales arcillosos, en concreto, por ser los más comunes desde el punto de vista del interés geotécnico, con alta capacidad de intercambio catiónico;

En primer lugar, indicar que existe una estrecha relación entre el grado de saturación acuosa del terreno (grado de humedad) y la resistividad eléctrica. Esta correlación permite emplear los métodos de tomografía para la búsqueda de focos de filtraciones de agua en el subsuelo. Cuanto mayor sea el grado de saturación acuosa del terreno, generalmente, menor será la resistividad eléctrica.

De los factores extraídos, la salinidad del fluido, la porosidad del terreno y la temperatura presentan un comportamiento semejante al del grado humedad. Como peculiaridad destacar el caso de la sal, que es un excelente aislante en estado seco, mientras que en disolución se convierte en un buen conductor.

Tal y como se ha mencionado, una de las grandes utilidades de la tomografía eléctrica es su aplicación para la detección de filtraciones en el subsuelo. Esta detección, se basa en la localización de valores de la resistividad eléctrica que han sufrido una disminución anómala. Sin embargo, determinar el rango de valores que son suficientemente bajos como para considerar que, en ese punto, existe una filtración, dependerá de cada problema en concreto y, muy especialmente, de la composición del terreno derivada, a su vez, de los procesos geológicos que actúan sobre la formación del subsuelo.

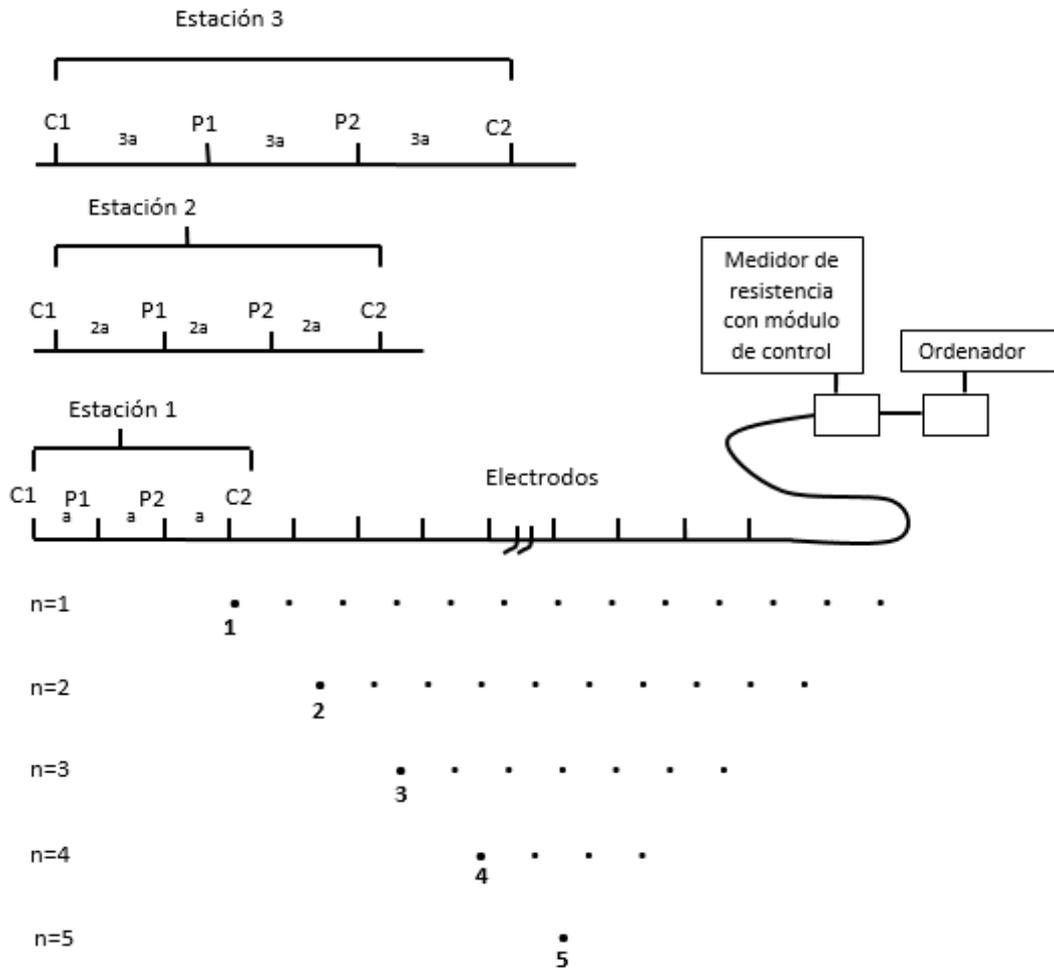


Figura 3. Secuencia de medidas con dispositivo Wenner

2.1.4 La inversión

Hoy en día existen dos grandes grupos en lo que a técnicas de inversión se refiere, son los siguientes:

- Block inversion method
- Smoothness-constrained inversion method

Además de cuestiones de funcionamiento interno de ambos métodos de inversión, podemos decir que la gran diferencia entre ambos reside en el tipo de problemas en el que cada una de estas técnicas de inversión resulta más eficiente.

El método "Block inversion method" resulta muy indicado para aquellos casos en los que el terreno presenta grandes contrastes de resistividades, es decir, donde existen regiones en las que la resistividad es homogénea en su interior y, a su vez, muy diferenciada respecto a otras regiones del mismo terreno circundante en estudio. Podemos afirmar, por tanto, que este método es ideal para delimitar con bastante precisión la geometría de cuerpo con resistividades muy diferenciadas entre sí, como

ejemplo, al investigar la ubicación de tuberías en un terreno. Sin embargo, el gran inconveniente de este método reside en la necesidad de introducir un modelo previo a partir del cual el ordenador, mediante iteraciones, procederá a ajustar dicho modelo calculado al campo. Por otro lado, en problemas de filtraciones de agua en el subsuelo, las variaciones de resistividad se producen de manera gradual y no de forma repentina, por lo que este método, aunque efectivo, en la aplicación real resulta un tanto inconsistente.

El método "Smoothness-constrained", en contraposición al método "Block inversion method" se perfila como el mejor método de inversión para el análisis de problemas que presentan variaciones graduales de la resistividad en el terreno. Es decir, no se requiere una presencia anómala de grandes contraste de resistividades, sino que pueden aparecer de forma aislada y gradual. Los vertidos contaminantes y las filtraciones de agua en el subsuelo, pueden ser un ejemplo de ello, es decir, no se presentan de forma abrupta, sino que su presencia es paulatina y gradual. Del mismo modo, y fundamentado sobre el "Gauss-Newton least-squares method", el método "Smoothness-constrained" no precisa un modelo previo sobre el que construir el proceso iterativo.

A pesar de las grandes ventajas que presentaba el método "Smoothness-constrained", éste también presentaba ciertas carencias atendiendo a la época y herramientas de las que se disponía en la época en la que se desarrolló. Dichas carencias incidían, sobre todo, en el coste que acarrea tanto el hardware y el software, como su mantenimiento, es decir, el empleo de este método se traducía en grandes costes en términos computacionales. Por este motivo, se desarrollaron posteriormente otros métodos, como por ejemplo, el método "Quasi-Newton least-squares".

En síntesis, se pueden agrupar los pasos a seguir en la resolución del problema de inversión de la siguiente manera:

1. El software crea un modelo homogéneo de resistividades.
2. A continuación, este software calcula el modelo de resistividades que se deriva del modelo de resistividades reales.
3. Se realiza una comparación entre el modelo aparente calculado y el medido en el campo.
4. Se inicia el proceso iterativo cuyo objetivo es encontrar un modelo de resistividades reales, que nos conduzca a una diferencia mínima entre el modelo de resistividades aparentes calculado y resistividades en el medido. El proceso termina cuando se alcance un valor RMS inferior al predefinido.
5. Por último, se llega a la visualización de los resultados: pseudo-sección de resistividades aparentes medida en el campo, modelo de resistividades aparentes calculado por el ordenador y el modelo de resistividades reales.

2.2 Fundamentos Teóricos

2.2.1 Los problemas directo e inverso en tomografía

2.2.1.1 El problema directo

Se considera "problema directo" a aquel que gracias a su buena fundamentación posee una solución única. En ingeniería, la mayoría de problemas que encontramos son de tipo directo. En tomografía, este tipo de problema, se centra en hallar la distribución de potenciales eléctricos y corrientes en todo el dominio, especialmente en la superficie del terreno, teniendo en cuenta la geometría y propiedades del medio a estudio, las condiciones de contorno, la diferencia de potencial entre dos puntos o la diferencia entre un conjunto de puntos alineados, sobre el que se colocan los electrodos superficiales, generalmente simétricos.

A fin de que la condición de contorno se aplique de forma óptima, las celdas en las que se aplican los potenciales deben estar suficientemente lejos, tanto de las fronteras como del fondo.

El primer aspecto a estudio, será averiguar el cociente ' L_a/L_b ' límite para el que la condición adiabática se pueda considerar asumible. Se define ' L_a ' como la distancia entre el punto de aplicación de la tensión $+1$ (o -1) V y ' L_b ' como la mitad de la longitud horizontal del dominio. Para valores pequeños de este cociente ' L_a/L_b ' (que equivalen a puntos de aplicación de la polaridad cercanos a los bordes del dominio), las líneas de flujo eléctrico se distorsionan cerca de la frontera, debido a la condición adiabática y, por tanto, no proporcionan patrones ni valores que se puedan considerar fiables.

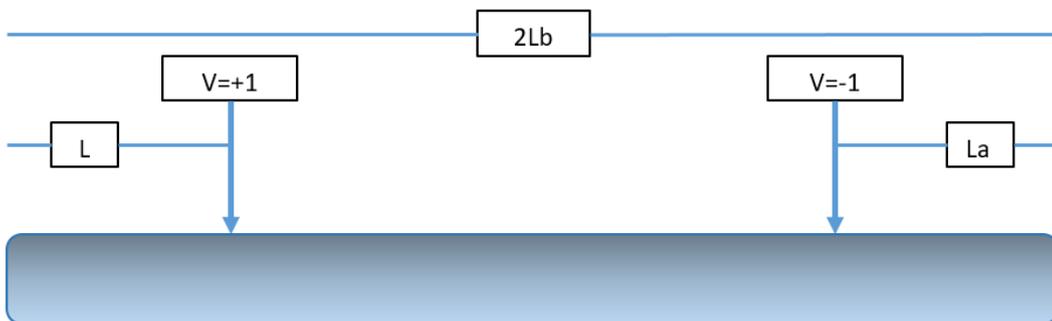


Figura 4. Esquema de medición del tomógrafo

El interés de la resolución del problema directo resulta más bien académico y este modelo nos permite visualizar tanto las líneas de corriente como las equipotenciales de tensión eléctrica analizando las distorsiones de los patrones de estas líneas asociados a la presencia de capas, subregiones, etc. de diferentes conductividades eléctricas. Por ello, la solución del problema directo se limita al estudio de los campos eléctricos que se crean en el semi-espacio de un dipolo eléctrico, el del suelo; el otro semi-espacio se asume de conductividad nula.

Otro aspecto clave, es que el efecto 3D se desecha en este proyecto, dejando su influencia para estudios ulteriores. Esto quiere decir, que los resultados que obtenemos serían válidos para problemas directos 2D, es decir, los potenciales +1 y -1 se aplicarían a sendas líneas infinitas perpendiculares a la superficie del dominio y sobre la superficie del terreno. Las representaciones gráficas, pueden obtenerse procesando las matrices de potenciales resultantes de la solución a través de unas rutinas de programación apropiadas. Los potenciales de los centros de cada celda se leen directamente en el archivo de salida que obtenemos de Spice, mientras que las corrientes eléctricas (que también pueden leerse del archivo de salida ya que son las corrientes en las resistencias de las celdas) se obtienen de forma más directa, trazando los gradientes de las curvas equipotenciales mediante sentencias directas del programa de post-procesado que se use (por ejemplo, Matlab).

Las posibilidades de trabajo con este modelo son enormes. Nos permite entre otras cosas variar la posición de los electrodos recorriendo todas las posibilidades, permitiendo la lectura de potenciales y corrientes no solo en las celdas superficiales, sino en celdas interiores del dominio que no son accesibles en la realidad. Por otro lado, también podemos aplicar potenciales a más de dos electrodos si interesa. Todo ello puede ser muy ilustrativo desde el punto de vista académico y de forma puntual, para un punto de vista investigador.

Con respecto a la definición de sub-regiones dentro del dominio las posibilidades también son extraordinarias. La oportunidad de implementar regiones de forma aleatoria y seleccionar los electrodos también de forma arbitraria es un campo infinito de posibilidades de estudio y una herramienta muy potente para el aprendizaje. Como ejemplo podemos comentar, la existencia de una discontinuidad en el terreno en forma de rectángulo, con conductividad eléctrica marcadamente diferente a la del resto del dominio; el estudio sistemático de la alteración de los patrones de tensión y corriente eléctrica para una sucesión de pares de selección de electrodos podría marcar las reglas más adecuadas a seguir para estudiar el caso como problema inverso.

2.2.1.2 El problema inverso

El caso de "problema inverso" es aquel en el que no se conoce la totalidad de la solución, y, en general, se ve afectada por un error que viene causado por las mediciones instrumentales, buscando como incógnitas lo que se denominaría "datos", que deberían estar contenidos en el enunciado. Estos datos son de varios tipos: parámetros físicos del medio, geometría, condiciones de contorno, etc. En el problema inverso en tomografía, los datos que conocemos son las medidas de campo realizadas con el tomógrafo, esto es, las tensiones eléctricas en puntos de la superficie del terreno distribuidos de forma regular; estas tensiones no son valores exactos ya que, como se ha mencionado, están afectados por un error que procede de la medida y que puede variar entre 1%-5%. Asimismo, se tiene que tener en cuenta, que el error está altamente influenciado en este campo por las complejidades y variaciones naturales

del subsuelo. Al no ser constantes a lo largo de la línea de electrodos, las incógnitas serán las conductividades de las capas subterráneas y sus espesores serán variables.

Por tanto la solución del problema inverso, in inglés 'ill-posed', es una solución estimada. Con ello, se desprende que pueden existir otras muchas soluciones al problema que podrían ser igualmente aceptables, aunque esta posibilidad se dé raras ocasiones. Los problemas relacionados con la convergencia del cálculo numérico, muy habituales en este campo, son indicativo de la dificultad que implica resolverlos.

En el diagrama que se muestra a continuación, se presenta de forma esquemática cómo se opera en un problema inverso:

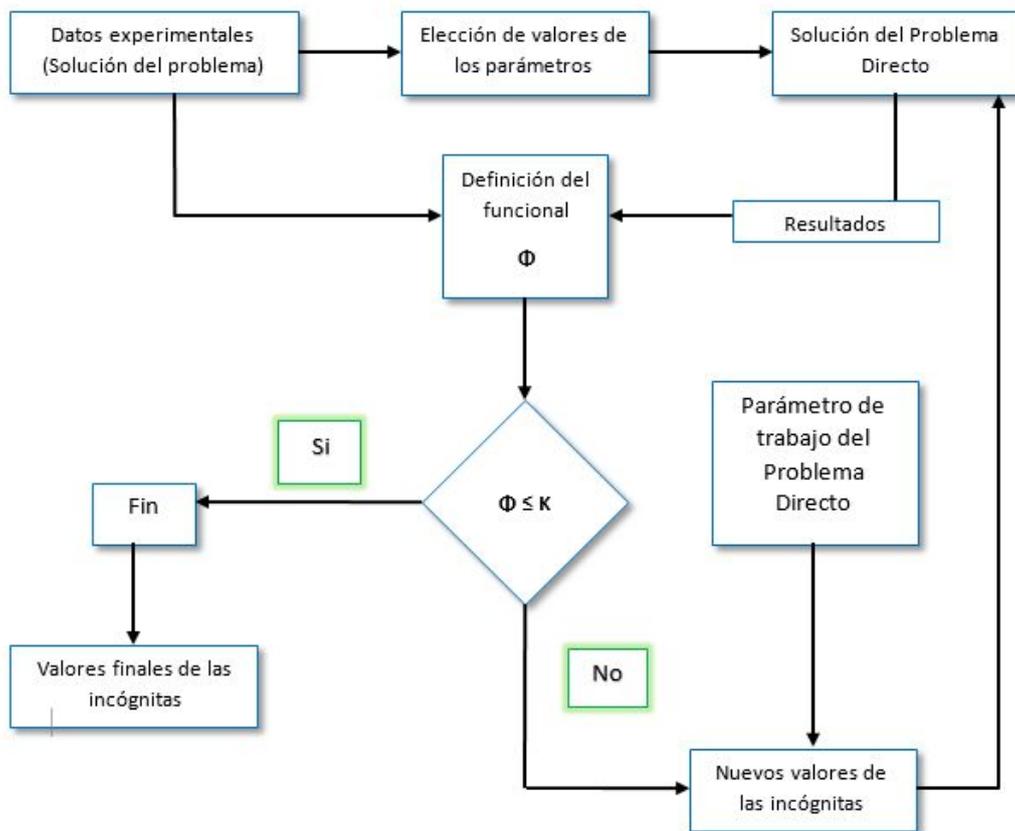


Figura 5. Esquema de operación del problema inverso

Los datos experimentales, los denominaremos ' $\xi_{exp,x,n}$ ', entendiendo el subíndice exp como experimentales, donde x indica la posición en la que se toman y donde n indica otra referencia, si existiera, como por ejemplo, el tiempo. Estos datos experimentales o parte de ellos, permiten asignar un valor inicial a la variable incógnita, pudiendo haber más de una, valor con el que se procede a la solución del problema directo que proporciona un conjunto de datos (que podríamos denominar datos experimentales asociados a la primera simulación), tantos como datos experimentales ' $\xi_{exp,x,n}$ '. Llamaremos ' $\xi_{sim-1,x,n}$ ' al conjunto de ellos.

A partir de ‘ $\xi_{exp,x,n}$ ’ y ‘ $\xi_{sim-1,x,n}$ ’, podemos construir un funcional que arroje información sobre el margen de las desviaciones entre estos datos. En general, definiremos el funcional de la siguiente forma:

$$\psi_{sim-1}(\xi_{exp,x,n}, \xi_{sim-1,x,n}) = \sum_i (\xi_{exp,x,n,i} - \xi_{sim-1,x,n,i})^2, 1 \leq i \leq N$$

donde N es el número total de datos e i es el índice relativo a cada dato concreto. La forma cuadrática de este funcional nos asegura que siempre va a haber un valor positivo asociado al valor cuadrático medio de las desviaciones, por lo que el hecho de que sean desviaciones superiores o inferiores al valor experimental no modifica el valor del funcional.

Si las medidas que obtenemos de las simulaciones se han separado demasiado de las que se obtuvieron de forma experimental, el funcional será grande. Si por el contrario, las medidas no se han separado mucho, el funcional será pequeño. Para ajustar los resultados, seleccionamos un valor de referencia para este funcional (ψ_{ref}), suficientemente pequeño, y lo comparamos con el funcional obtenido. Si $\psi_{sim-1} > \psi_{ref}$, reajustamos el valor (o valores) de la variable (o variables) incógnita, incrementándola en una cantidad previamente seleccionada. Con este nuevo valor, se procede a una segunda simulación que nos proporcionara una nueva tanda de valores $\xi_{sim-2,x,n}$ que, a su vez, determinan un nuevo valor del funcional:

$$\psi_{sim-2}(\xi_{exp,x,n}, \xi_{sim-2,x,n}) = \sum_i (\xi_{exp,x,n,i} - \xi_{sim-2,x,n,i})^2, 1 \leq i \leq N$$

Este valor vuelve a compararse con ‘ ψ_{ref} ’ repitiéndose el proceso h veces hasta que la diferencia sea:

$$\psi_{sim-h} < \psi_{ref}$$

Los valores de las variables incógnitas correspondientes a la última simulación son los valores estimados como solución del problema inverso.

La sensibilidad del problema al valor del incremento de la variable incógnita aplicado a cada paso de la simulación es notable y, con frecuencia, origina problemas de falta de convergencia. Del mismo modo, resulta muy importante definir de forma correcta el funcional, seleccionando los datos de forma conveniente, aunque no necesariamente tienen que ser todos los datos experimentales. Por lo general se busca una forma de mejorar el protocolo, con el objeto de obtener soluciones más precisas. En ocasiones, al incrementar el número de datos introducidos en el funcional, nos lleva a mayores problemas de convergencia. Por tanto, es necesario conjugar muchos aspectos y la experiencia en estos problemas se convierte en una herramienta fundamental para una elección adecuada del protocolo, incluyendo la elección de los diferentes parámetros que intervienen.

Con el fin de evitar la realización práctica (real) de la medida para obtener los datos experimentales, se recurre a la técnica que utilizan los investigadores en el caso de problemas inversos con el objeto de verificar los protocolos que se proponen para obtener las soluciones a este problema. Los pasos a seguir son los siguientes:

1. Se enuncia un problema directo, con unos valores concretos de la geometría y propiedades físicas que serán objeto del problema inverso asociado;
2. Se lleva a cabo la resolución del problema de forma numérica, obteniendo soluciones cuasi-exactas;
3. Se alteran las soluciones obtenidas anteriormente mediante un error aleatorio para convertirlas en hipotéticas medidas experimentales;
4. Por último, se plantea el problema inverso de la forma indicado en la figura 5.

Finalmente, se debe apuntar que en relación con el problema de tomografía se aplica la siguiente secuencia de operación:

1. Se determina la conductividad eléctrica de la primera capa a partir de un funcional definido con los datos de corriente eléctrica de las fuentes;
2. Se verifica y corrige de forma parcial esta conductividad en base al funcional definido con las medidas de potencial eléctrico en ciertas posiciones en superficie;
3. Se determina la existencia de una segunda capa a partir de los cambios de perfil de las curvas de potencial eléctrico en superficie;
4. Se comprueba si la conductividad de la segunda capa es mayor o menor que la conductividad de la primera capa;
5. Se asignan valores de conductividad a la segunda capa;
6. Se determina la profundidad de la segunda capa corrigiendo al mismo tiempo su valor de conductividad.

2.3 El método de Redes

2.3.1 Descripción del método

El método de simulación por redes es una técnica empleada para el estudio de cualquier proceso físico que pueda definirse mediante un modelo matemático o conjunto completo de ecuaciones, generalmente en derivadas parciales acopladas o no. Partiendo de dichas derivadas, el procedimiento se estratifica en dos etapas bien diferenciadas: en primer lugar, se elabora un “modelo en red” o circuito eléctrico equivalente al proceso; en segundo lugar, se simula dicho proceso obteniendo la solución del modelo en red a través de un programa adecuado de resolución de circuitos eléctricos.

En el libro de González-Fernández [2002], se puede encontrar una descripción detallada del método, con numerosas aplicaciones a los campos de transporte a través de membranas, transferencia de calor, sistemas de reacción química, transferencia de masa en soluciones electrolíticas y no electrolíticas, y fenómenos electrocinéticos en

suspensiones coloidales. En los tiempos, este método se ha aplicado con éxito en otros campos de investigación, como transporte de calor en fluidos, sistemas caóticos, vibraciones mecánicas, elasticidad, problemas inversos, etc., incluyendo el campo que nos ocupa de flujo asociado a densidad variable con transporte de soluto, Alhama y col. [2010] y Soto y col. [2007]), así como en el diseño de programas educativos, Alhama y Del Cerro [2010]).

La equivalencia entre el modelo en red y el proceso físico, reside en que ambos se rigen por las mismas ecuaciones discretizadas en el espacio, es decir, por las mismas ecuaciones diferenciales en diferencias finitas, referidas a un elemento de volumen o celda, y las mismas ecuaciones discretizadas para las condiciones de contorno.

La técnica de elaboración del modelo en red radica en reticular el espacio en elementos de volumen o celdas elementales. Al aplicar a estas celdas, cuyo tamaño es finito, se obtienen un conjunto de ecuaciones diferenciales en diferencias finitas que se constituyen en el punto de partida para la consecución del modelo en red correspondiente. Una vez que se fija la relación entre variables dependientes del problema y variables eléctricas, tensiones e intensidades, los resultados de la simulación se pueden interpretar en términos del proceso que se modela. La asociación de celdas, atendiendo a la geometría del problema, configura el modelo en red correspondiente a todo el medio finito, que se perfila más preciso cuanto mayor sea el número de variables (Alhama [1999]). Las condiciones iniciales y de contorno se incorporan al modelo de forma sencilla.

En los procesos de transporte se establece una relación entre, por un lado variables flujo (densidad de corriente eléctrica con flujo de calor, flujo de masa,...) y, por otro lado, variables tipo potencial (potencial eléctrico con temperatura, concentración,...). Sin embargo, es posible establecer otras semejanzas aún en procesos físicos que describan el transporte de una determinada magnitud. Por ello, el hecho de que los procesos de flujo, dada la densidad y el transporte de soluto, admitan redes eléctricas equivalentes, supone tanto la equivalencia matemática como la equivalencia física entre las variables propias de unos y otros procesos.

El planteamiento que sirve como base para el desarrollo del MESIR es la “teoría de redes” de Peusner [1987], en la que se sustenta su “termodinámica de redes”. El MESIR es un método de simulación ya que incluye la resolución numérica del modelo en red. La teoría de redes a su vez se apoya en la teoría de circuitos a partir de una generalización de sus variables conjugadas, corriente eléctrica y diferencia de potencial (d.d.p.). Para Peusner, los modelos en red son una representación exacta de las características matemáticas de los procesos que describen. Por tanto, las variables de flujos y fuerzas características deben satisfacer las leyes de Kirchhoff, y sus relaciones constitutivas determinarán los elementos de circuito correspondientes. Se debe tener en cuenta, que en cada proceso concreto y una vez elegidas las variables conjugadas, la información de qué elementos de circuito intervienen en el modelo en red y cómo

se conectan entre sí, se obtiene a través del modelo matemático y no de consideraciones de tipo físico sobre el papel que juegan estas variables.

Como resumen, en la teoría de redes, la viabilidad de un modelo en red supone:

- a) La existencia de una red independiente del tiempo;
- b) La existencia de una magnitud $j_{N-N'}$ denominada flujo, asociada a cada rama que conecta los nudos $N-N'$ y que va de N a N' . $j_{N-N'}$ obedece las leyes de Kirchhoff para corrientes (LCK);
- c) La existencia de una magnitud asociada a cada nudo, tal que la fuerza, obedezca a la ley de los voltajes de Kirchhoff (LVK).

Por tanto, las relaciones entre flujo y fuerza asociados a una rama y sus nudos límite, que pueden incluir o no variaciones temporales de estas variables que se dicen conjugadas, definen los elementos concretos del circuito equivalente a esa rama. La relación causa-efecto entre las variables conjugadas es completamente aleatoria, siempre y cuando sea consistente con los puntos anteriores b) y c).

2.3.2 El método de simulación por redes (MESIR) como método numérico

Como punto de partida para la ejecución del MESIR, se utiliza un modelo matemático de un cierto proceso, es decir, un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales (EDP) espacio-temporales. Se puede establecer el modelo en red o red eléctrica equivalente, gracias a la discretización de la variable espacial. Ésta es la única manipulación directa que se hace sobre las ecuaciones.

Al modelo matemático, se le debe conferir un formato de modelo en red para que pueda ser utilizado como entrada (fichero) en un programa de resolución de circuitos eléctricos tal como Spice, Nagel [1975 y 1977], Spice [1994], Vladimirescu [1994] y Kielkowsky [1994]. Este software resuelve las ecuaciones de la red proporcionando la solución numérica del modelo matemático.

Por lo tanto se desprende que, dado que al realizar la simulación del modelo en red mediante ordenador se presupone la resolución matemática de sus ecuaciones, el método de simulación por redes, se considera un método numérico. A continuación se explican las diferencias más notables que se pueden encontrar en las estrategias al compararlo con otros métodos numéricos.

Cuando en la resolución de una ecuación en derivadas parciales se hace una doble reticulación, espacial y temporal, se reemplazan las derivadas parciales por aproximaciones algebraicas, lo que lleva a un conjunto de "ecuaciones algebraicas" que aproximan las EDP. Para la solución numérica de éstas se emplea un software matemático apropiado. Este procedimiento es la base de los bien conocidos métodos numéricos de diferencias finitas, elementos finitos y volúmenes finitos, para la solución de las EDP.

La elaboración del modelo en red contempla la reticulación espacial, pero no la reticulación temporal. Se parte, por tanto, de un sistema de ecuaciones en derivadas parciales cuya reticulación espacial las convierte en ecuaciones diferenciales ordinarias en el tiempo, que son las del circuito correspondiente a una celda elemental. La principal diferencia se puede apreciar es que en los métodos numéricos convencionales se realiza una reticulación simultánea de las dos variables independientes, espacio y tiempo, mientras que en el MESIR la reticulación es sucesiva, comenzando con la reticulación espacial de la que se obtiene el modelo en red, y finalizando con una reticulación temporal, realizada por el propio software en el proceso de simulación.

En el MESIR es preciso definir previamente la variable flujo, $j(q, t) = \partial\phi(q, t)/\partial q$ y las EDP toman la forma que se muestra a continuación:

$$f_i[\Phi, \partial\Phi/\partial t, \partial^2\Phi/\partial t^2, j, \partial j/\partial q, \partial j/\partial t, q, t] = 0$$

Que con la discretización espacial se convierten en:

$$F_i[\Phi, d\Phi/dt, d^2\Phi/dt^2, j, dj/dt, t] = 0$$

Estas son las ecuaciones del circuito. La conexión entre $j(q, t)$ y $\phi(q, t)$ no se deshace.

La expresión $j(q, t) = \partial\phi(q, t)/\partial q_i$ no es una definición, sino que es una relación física entre variables definidas de forma independiente. Por tanto, se puede considerar la red como una descripción alternativa del sistema. Si, además, se conoce que j corresponde a un flujo de transporte de una cierta magnitud, junto con lo explicado anteriormente, los elementos del circuito y ciertos parámetros derivados del conjunto de la red (como la impedancia), puede dotarse de un significado físico equivalente al que tienen en el transporte de la carga eléctrica. En estos casos resulta claro que el MESIR proporciona más información que la estricta respuesta numérica del sistema.

2.3.3 Simulación. El programa Spice

Una vez obtenido el modelo en red, se lleva a cabo su análisis. Es necesario un software adecuado para la solución de circuitos eléctricos, Spice [1994]. Las dificultades para su empleo residen en la dificultad de aprender un lenguaje de programación, que puede ser de texto o gráfico. No obstante, estas dificultades son salvables, ya que son muy pocas las reglas de programación que se necesitan.

Otros autores han empleado Spice para resolver problemas de otras disciplinas. Como ejemplo, Baker y Shortt [1990] analizan el comportamiento de componentes integrados en diferentes rangos de temperatura; Bello [1991] lo aplica a la resolución de problemas mecánicos; Herber [1992] lo destina a la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias; y Hamill [1993], lo dedica a problemas estadísticos y relacionados con el caos, etc.

Para procesos de simulación, se transforma el circuito en un conjunto de ecuaciones matemáticas que se introducirán en el software y éste, a través de procedimientos de

análisis numérico, proporcionará toda la información solicitada para cada tipo de análisis. De este modo, se pueden obtener datos correspondientes a medidas típicas de laboratorio con un margen de error casi despreciable y que no afectan al circuito. Además, se pueden cambiar las condiciones iniciales de contorno, y las características térmicas del medio mediante sencillos cambios en el programa, y el análisis puede aportar datos sobre el comportamiento del circuito más allá de los límites que virtualmente se pueden obtener con medidas reales.

Se divide la simulación en cinco subprogramas principales, que interactúan entre ellos a través de una estructura de datos que se almacena en un área común del software. Estos subprogramas son: entrada, organización, análisis, salida y utilidades. A continuación explica brevemente la función de cada uno de los subprogramas mencionados:

- 1) Entrada: lee el archivo de entrada, construye una estructura de datos y comprueba el circuito;
- 2) Organización: una vez que el programa se ha ejecutado con éxito, construye las estructuras adicionales de datos que serán precisas en el programa de análisis;
- 3) Salida: genera y organiza en la memoria central los resultados solicitados por el usuario en forma tabulada o gráfica;
- 4) Análisis: es la parte fundamental del programa de simulación. Ejecuta los análisis del circuito requeridos, de conformidad con las indicaciones del archivo de entrada; la información resultante se almacena en la memoria central para su posterior procesamiento en los archivos de salida;
- 5) Utilidades: son aspectos secundarios no relacionados directamente con la simulación. Éstas permiten, por ejemplo, almacenar componentes o partes de modelos para ser compartidos con otros usuarios.

Aunque el uso del software resulta sencillo en los subprogramas de entrada y salida, el subprograma de análisis, con contenido de algoritmos más complejos, se lleva la mayor parte del tiempo de computación, determinando la eficiencia de la simulación.

En el proceso de simulación, se obtiene la solución numérica de la representación matemática del modelo en red. Esta solución contempla:

- i) Ecuaciones matemáticas de los diferentes tipos de monopuertas;
- ii) Ecuaciones correspondientes a las restricciones impuestas por las leyes de Kirchhoff, que han de satisfacerse entre las ramas y nudos del circuito;
- iii) Información concreta sobre la interconexión de los diferentes componentes eléctricos de cada modelo.

Toda esta información compone un extenso sistema de ecuaciones algebraico-diferenciales del siguiente tipo:

$$F(\Phi, j, d\Phi/dt, dj/dt, t) = 0$$

donde $\phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n)$ y $j = (j_1, j_2, \dots, j_m)$ son vectores formados por las variables dependientes del circuito, corrientes y tensiones, y F , en general, un operador no lineal.

Las tareas que componen el proceso de simulación se pueden agrupar en las siguientes:

1. Formulación de ecuaciones;
2. Solución de ecuaciones lineales;
3. Solución de ecuaciones no lineales;
4. Integración numérica.

Spice forma parte de la familia de programas de simulación de circuitos. Spice2 (Nagel, [1975]) es mucho más potente y rápido que sus predecesores, y se desarrolló en los años setenta en la Universidad de California, utilizando algoritmos numéricos más refinados con formatos de entrada-salida idénticos.

Gracias a la capacidad que presenta para el tratamiento de una amplia variedad de problemas en simulación, el empleo de Spice se ha extendido de forma notable. Aunque también por su capacidad para resolver los siguientes tipos de problemas:

- Respuesta en corriente continua;
- Respuesta transitoria en el tiempo y análisis de Fourier en el dominio de la frecuencia;
- Análisis de pequeña señal en corriente alterna y distorsión.

De estos tres problemas indicados, el interés se centra en el estudio de problemas transitorios y estacionarios.

En la siguiente imagen, se muestra un diagrama del programa de simulación Spice, donde aparecen los cinco subprogramas anteriormente definidos, y los problemas que puede resolver:

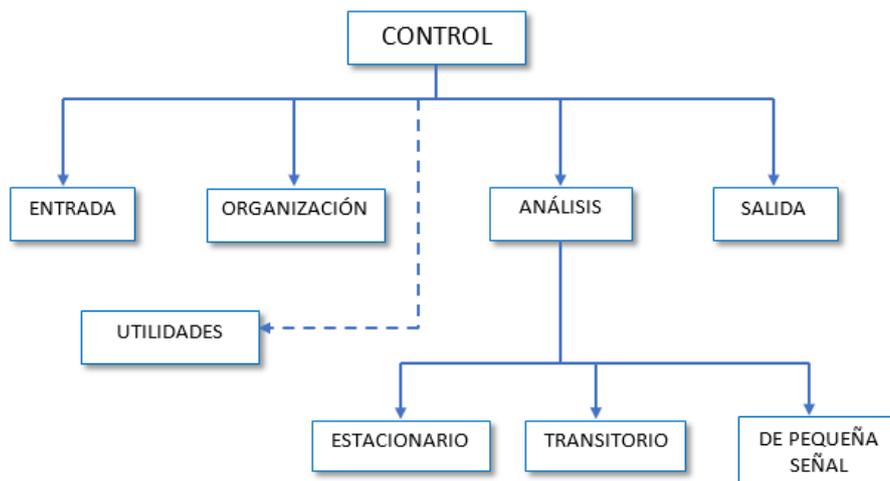


Figura 6. Diagrama de bloques del programa de simulación de circuitos Spice

Para el análisis de continua, Spice determina el punto de trabajo, es decir, los valores de polarización de sus componentes en ausencia de excitaciones alternas. Para este cálculo se elimina la acción de los condensadores y bobinas, quedando los condensadores como circuitos abiertos y cortocircuitándose las bobinas.

Mientras en el análisis transitorio, Spice parte de un intervalo de tiempo $(0, T)$ solicitado, que puede ser menor o mayor que la duración del transitorio. Esto nos arroja los datos de varias formas, por un lado, en forma de listado; por otro lado, si se necesitan los datos de forma tabular, será necesario indicar el instante inicial, el final, el paso temporal y el número de variables listadas; y por último, si se solicitan en forma gráfica, una sentencia de programa permite organizarlos y almacenarlos para ser utilizados con ese propósito en cada momento.

La formulación de las ecuaciones del circuito se realiza a través del método conocido como "Análisis Nodal Modificado" que permite crear un sistema de ecuaciones casi simétrico que se resuelve con un esfuerzo computacional comparable a otros métodos más simples.

La capacidad de análisis transitorio que proporciona un programa de simulación requiere dos pasos fundamentales:

1. Transformar las ecuaciones diferenciales de las monpuertas con capacidad de almacenamiento energético en un sistema de ecuaciones algebraicas correspondientes a un estado de "cuasi corriente-continua". Este proceso facilita, mediante un algoritmo de integración, los datos de partida de las mencionadas monpuertas cada vez que se produce un incremento de la variable tiempo.

2. Establecer un error local de truncamiento (dependiente directamente del intervalo de tiempo) en el algoritmo de integración anterior, y reajustar el intervalo de tiempo mediante iteración hasta conseguir niveles de error prácticamente nulos.

Obtenemos la solución transitoria de manera computacional, extrayendo del intervalo temporal un conjunto discreto de instantes (0, t_1 , t_2 , ..., T). En cada intervalo, empezando por 0, el tiempo se incrementa una pequeña porción o paso, δt , y utilizando métodos de integración (algoritmo implícito de Backward-Euler) y procesos de iteración, se continúa hasta conseguir la convergencia, y se resuelven las ecuaciones algebraicas equivalentes de las monpuertas que contienen derivadas temporales. Cada iteración requiere de la linealización de las ecuaciones del modelo y de su solución. El método de linealización es el de Newton-Raphson que utiliza una serie de Taylor truncada después del término de primer orden.

Se utiliza el método de factorización LU para la solución del sistema matricial de ecuaciones lineales. Este método elimina directamente las incógnitas, descomponiendo la matriz de coeficientes en producto de matrices triangulares, "lower and upper" (LU), cuyas inversas no precisan ser calculadas. Para minimizar el esfuerzo de cálculo, las ecuaciones se reordenan usando el método de Markowitz.

La implantación del método iterativo de Newton-Raphson para la resolución de las ecuaciones no lineales requiere algunas modificaciones dada la naturaleza exponencial de las ecuaciones que modelan ciertos dispositivos eléctricos y que pueden dar lugar a desbordamientos u "overflows" numéricos. Nagel, en su tesis, concluye que el método de Colom, enmarcado dentro de los denominados "simple-limiting methods" es el más fácil de implementar y requiere el menor número de ecuaciones para converger. Asimismo, se incorpora un nuevo criterio de convergencia basado en el grado de aproximación de las ecuaciones de rama linealizadas respecto de las ecuaciones originales no linealizadas, criterio que es independiente de qué variables del circuito sean elegidas como incógnitas en el algoritmo de formulación de las ecuaciones.

En Spice, los métodos de integración que son implantados incorporan un proceso de variación dinámica del paso del tiempo de integración para poder mantener una exactitud en la solución y reducir lo máximo posible el tiempo de computación. Los métodos de integración que utiliza Spice son polinomiales, fundamentados en el análisis de error de truncamiento local y en la estabilidad.

Ya que se puede obtener un sistema de ecuaciones "stiff", como en el caso de circuitos que contienen constantes de tiempo de valores muy diferentes, resulta conveniente que el algoritmo de integración sea "stiff-estable". Para ello, se emplean métodos de integración trapezoidal y Gear de orden variable de dos a seis.

Una vez se ha obtenido la convergencia, la solución se almacena y se reinicia el proceso para el instante siguiente. El paso δt , es diferente de unos tramos del intervalo a otros. Según la precisión requerida en los resultados, el software ajusta δt de manera

que el tiempo de computación sea el mínimo posible. Los datos de simulación correspondientes a tiempos fuera del conjunto discreto de instantes $0, t_1, t_2, \dots, T$ se obtienen por interpolación.

Los algoritmos utilizados en Spice y que se documentan en la tesis de Nagel, son el resultado de implementaciones, modificaciones y comparaciones minuciosas de los métodos numéricos existentes en el contexto especial de la simulación de circuitos.

El estilo que se emplea en Spice a la hora de la sintaxis de entrada, se podría catalogar como libre, ya que no requiere una disposición ordenada de los datos, y dispone de una razonable fuente de datos que se adjudican por omisión a los componentes cuando éstos no se detallan. A fin de asegurar que el circuito se ha introducido correctamente y que el resto de las sentencias de programa están bien escritas, el programa realiza un gran número de comprobaciones. En caso de encontrar algo incorrecto, advierte mediante mensajes previos a la ejecución. En resumen y enfocado a un usuario principiante, se necesita especificar un número mínimo de parámetros y controles de simulación de modo que los resultados de simulación se consideren aceptables.

El software se estructura como un listado que contiene todos los componentes eléctricos del circuito, resistencias, condensadores, fuentes, interruptores, etc., que se introducen uno por uno, indicando nombre, valor, nudos de conexión y resto de valores de los parámetros característicos.

En la versión clásica, el software Spice se programa por sentencias, creando archivos de texto, con un lenguaje relativamente simple. Otra posibilidad que existe es elaborar archivos por medio de la opción gráfica "schematics" seleccionando directamente los elementos de circuito y conectándolos eléctricamente entre sí en forma de esquema eléctrico.

El programa Spice, como en general, cualquier otro software de resolución de circuitos eléctricos, ofrece amplias y variadas posibilidades para el estudio de sistemas térmicos:

- Permite conocer directamente el estacionario del sistema térmico (BIAS POINT), mediante el análisis en continua del circuito. La opción '.TRANS' proporciona el transitorio del proceso;
- A través del análisis en alterna se obtiene de forma inmediata el análisis de respuesta en frecuencia del sistema térmico;
- De forma gráfica, la aplicación "Probe" muestra los resultados de la simulación con la máxima precisión que ofrece el programa. Esta aplicación permite también la representación de funciones resultado de operaciones entre variables de la simulación. Por ejemplo, las curvas de la admitancia o la impedancia del sistema pueden ser directamente obtenidas de esta aplicación;
- El software admite la parametrización del modelo en red (sentencia PARAM), lo que constituye un modo ventajoso de utilizar la técnica de cambiar de valores

de los componentes del circuito para obtener soluciones de problemas similares;

- Las sentencias ".PARAM" y ".STEP" combinadas obtienen la variación secuencial de la respuesta del sistema ante la variación de un parámetro, lo que es una herramienta muy útil para problemas sencillos de optimización, de una o dos variables;
- La aplicación "Stimulus" permite la confección de fuentes de tensión o corriente de prácticamente cualquier forma, permitiendo representar cualquier estímulo del sistema;
- Admite la "ejecución sucesiva" de programas, técnica que permite arrancar indefinidamente Spice por otro programa y resolver el circuito para una amplia gama de valores de los componentes. En este caso el programa actúa como un solucionador o "solver", cuya misión es resolver las ecuaciones diferenciales del sistema, mientras que al otro programa se le confía la resolución de un problema más amplio.

Spice permite acceder a los resultados de la simulación, es decir, a temperaturas y flujos de calor en todo el medio, de dos formas diferentes:

- 1) Empleando su propio entorno gráfico, muy intuitivo y potente; y
- 2) Accediendo a los archivos de salida de datos, los cuales muestran los resultados de forma tabulada.

Por lo general, los datos obtenidos resultan muy útiles en problemas transitorios, ya que los resultados vienen dados usando como variable independiente el tiempo, pero no tanto en problemas estacionarios.

2.4 Modelos en Red

Se dispone como dominio del problema una región rectangular (2-D), que se dividirá en $N_x \times N_y$ celdas o volúmenes elementales, cuya geometría también será rectangular. El dominio global, podrá estar formado, a su vez, por diversas regiones homogéneas de diferente tamaño y conductividad eléctrica.

Las celdas en las que se ha dividido el dominio son simétricas (con dos ejes de simetría), de dimensiones $\Delta x \times \Delta y$, y el modelo eléctrico para estado transitorio está formado por cuatro resistencias y un condensador. En la siguiente imagen se muestran las conexiones de los elementos de cada celda:

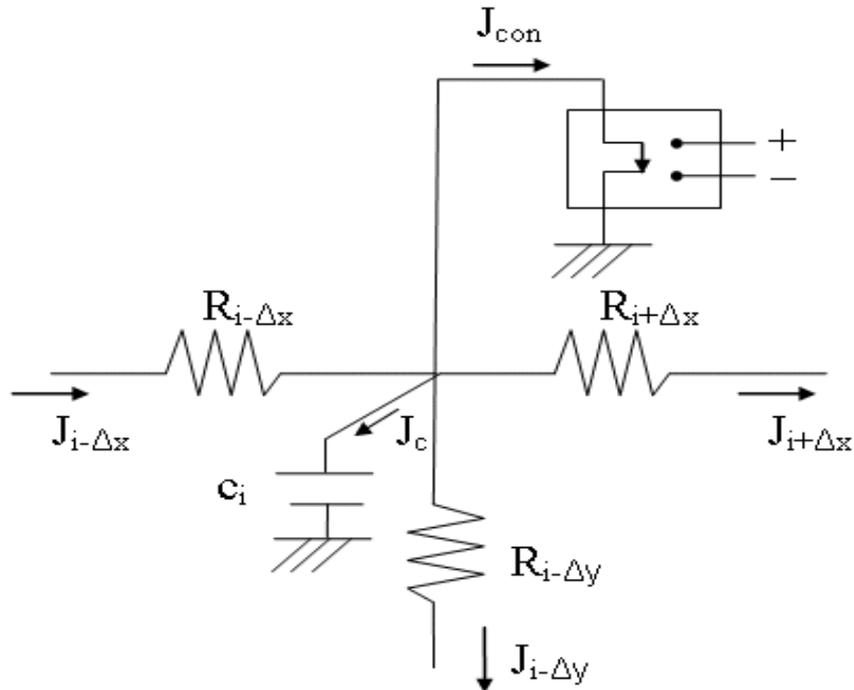


Figura 7. Modelo en red de la celda elemental¹

El modelo se centrará en la obtención de la situación para el caso transitorio, aunque más tarde puede abordarse la solución transitoria. Por tanto, el valor de la capacidad eléctrica es irrelevante y se adoptará un valor suficientemente pequeño para optimizar lo máximo posible el tiempo de computación numérica. El valor de las resistencias, adoptando un valor unidad para la longitud en profundidad de la celda (normal al dominio bidimensional), es:

$$R_{x, i-\Delta} = R_{x, i+\Delta} = (\Delta x/2) \times (1/k_i \Delta y) = [\Delta x/\Delta y]/2k_i$$

$$R_{y, i-\Delta} = R_{y, i+\Delta} = (\Delta y/2) \times (1/k_i \Delta x) = [\Delta y/\Delta x]/2k_i$$

donde k_i es la conductividad eléctrica de la celda.

Para celdas en forma cuadrada estos valores se reducen a:

$$R_{x, i-\Delta} = R_{x, i+\Delta} = R_{y, i-\Delta} = R_{y, i+\Delta} = (2k_i)^{-1}$$

Se somete al contorno del dominio a una condición adiabática, es decir, una resistencia infinita y en las celdas donde se aplican los potenciales V (-1 y -1), se conectan sendas baterías de este valor con una adecuada polaridad.

¹ Fuente: Sánchez Pérez, J. F. [2015]

***CAPÍTULO 3: PROGRAMA
PARA RESOLVER EL
PROBLEMA DIRECTO***

CAPÍTULO 3. PROGRAMA PARA RESOLVER EL PROBLEMA DIRECTO

3.1 Introducción al programa

Para iniciar el software o programa, es necesario, a su vez, tener instalado el programa Matlab. Al ejecutar el programa DITPRO, se abre la ventana principal en la que, lo primero que se introducirá, es el tipo de problema:

- Problema directo: es el módulo que permite recrear una situación virtual o real, que se puede obtener mediante un aparato de mediciones para realizarse un estudio en campo.
- Problema inverso: este módulo permite, a partir de las medidas o registro de una medición efectuada con un aparato por tomografía eléctrica, determinar las características existentes en el terreno, a partir de una serie de simulación en el módulo directo hasta igualar los resultados.

En la ventana principal, una vez elegido el tipo de problema, en nuestro caso, directo, se introduce la información necesaria para ejecutar una simulación mediante el tipo de análisis elegido, en tomografía eléctrica de suelo.

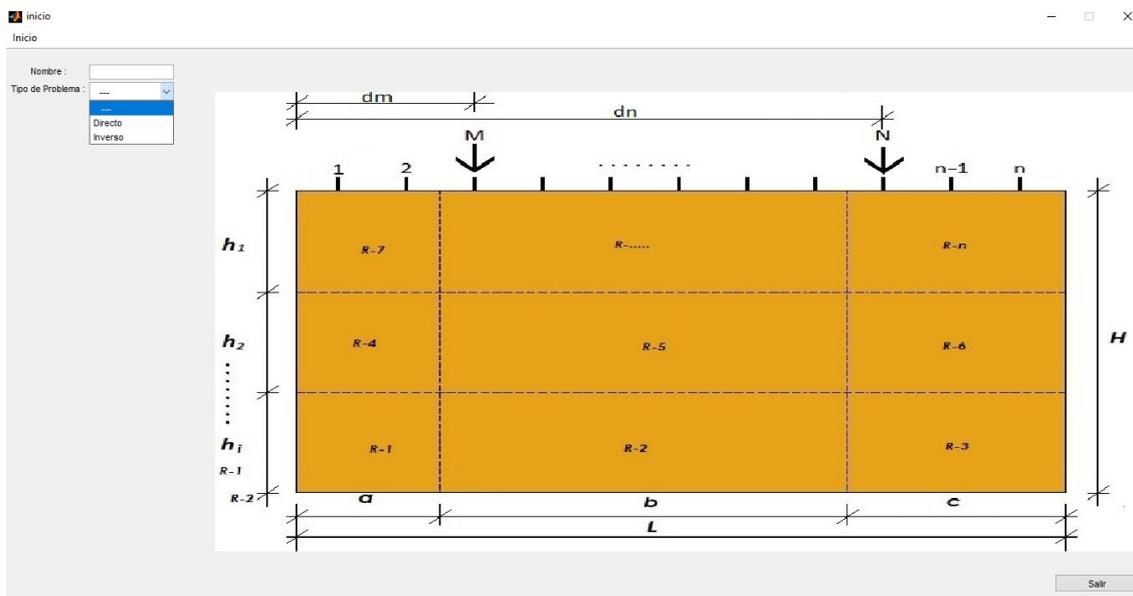


Figura 8. Selección de módulo

Los datos básicos que es necesario suministrar al programa se dividen en tres grupos. El primer grupo son 'Datos de Tomografía': número de diodos, separación entre diodos, profundidad del terreno a estudiar y la posibilidad de estudio de punto único. El segundo grupo corresponde a 'Parámetros Geométricos' que son: ancho de las regiones verticales (a, b, c); cantidad y espesor de las capas o extractos dentro del

terreno y un factor de mallado (f_a , f_b , f_c , f_{y1} , f_{y2} y f_{y3}). El tercer y último grupo de parámetros que tenemos que introducir son 'Parámetros Físicos' de cada región, que al tener un medio isótropo $K_x=K_y$.

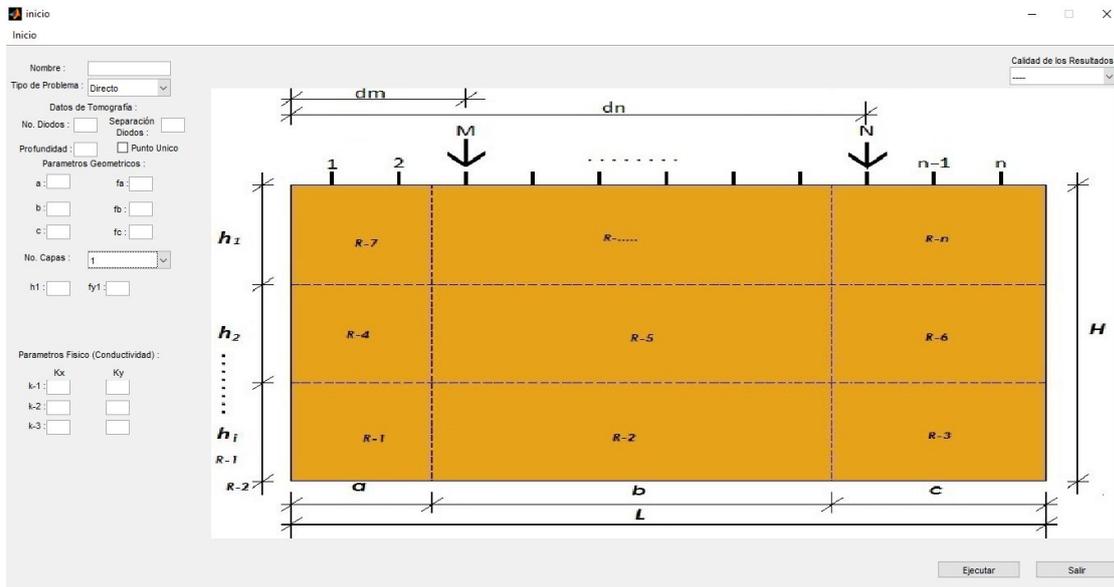


Figura 9. Datos del terreno

3.2 Cálculo del problema directo. Caso general

A continuación, se selecciona el tipo y calidad de resultado, es decir, Intensidad Máxima, Potencial Superficial y Potencial en el terreno en baja o alta calidad, y se ejecuta el software. Una vez que se ejecuta, el programa comienza a realizar múltiples simulaciones, variando la posición de los diodos activos desde los diodos centrales y, con cada simulación abriéndose hacia los próximos hasta llegar a los diodos de máxima apertura.

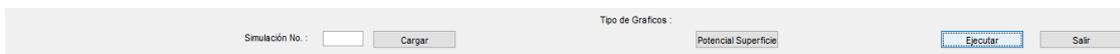


Figura 10. Botón "ejecutar"

Una vez que la simulación ha finalizado, se siguen los pasos que se describen a continuación a fin de visualizar la tabla de datos arrojados:

1) Cargar:

Carga dentro del programa todos los datos almacenados con anterioridad (datos y resultados); al cargar los resultados se habilita la pestaña del mismo nombre mediante la cual podemos visualizar éstos, tanto de forma tabulada como gráficamente, dentro del software.



Figura 11. Botón "cargar"

2) Exportar (Inicio → Exportar)

Al hacer clic en "Inicio" → "Exportar", se podrán almacenar los resultados obtenidos de las simulaciones en un archivo de formato ".xls", donde la primera columna ($d/2$) representa la mitad de la distancia entre los diodos activos y la segunda columna (I_{max}) corresponde al valor medido (resultado) para dicha distancia o separación.

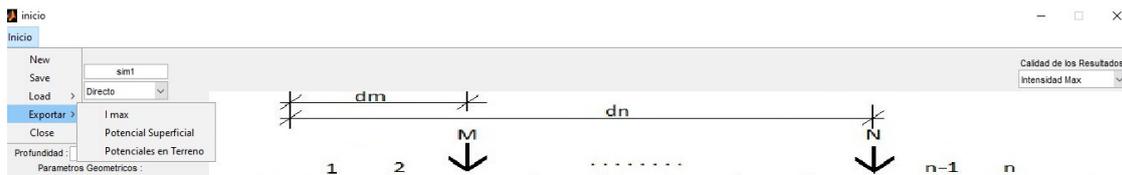


Figura 12. Botón "exportar"

Una vez ejecutada la exportación como se indica en el párrafo anterior, se visualizarán los datos, como se ha mencionado anteriormente, es decir, en dos columnas que determinan $d/2$ e I_{max} .

	A	B	C
1	d/2	Imax	
2	0,5	-1	
3	1,5	-0,5	
4	2,5	-0,3333333	
5	3,5	-0,25	
6	4,5	-0,2	
7	5,5	-0,1666667	
8	6,5	-0,1428571	
9	7,5	-0,125	
10	8,5	-0,1111111	
11	9,5	-0,1	
12	10,5	-0,09090909	
13	11,5	-0,08333333	
14	12,5	-0,07692308	
15	13,5	-0,07142857	
16	14,5	-0,06666667	
17	15,5	-0,0625	
18	16,5	-0,05882353	
19	17,5	-0,05555556	
20	18,5	-0,05263158	
21	19,5	-0,05	
22	20,5	-0,04761905	
23	21,5	-0,04545455	

Figura 13. Visualización de tabla de valores exportados

3.3 Cálculo del problema directo. Caso Punto Único

El software nos permite, entre otras cosas, la posibilidad de estudiar únicamente un par de diodos con carga eléctrica, diodos activos. Para ello, se hace clic en "Punto Único" y se activa la casilla, situada dentro en la opción de selección de datos geométricos, lo que habilitará las casillas de número de diodo y voltaje, tal y como se muestra en la siguiente imagen:

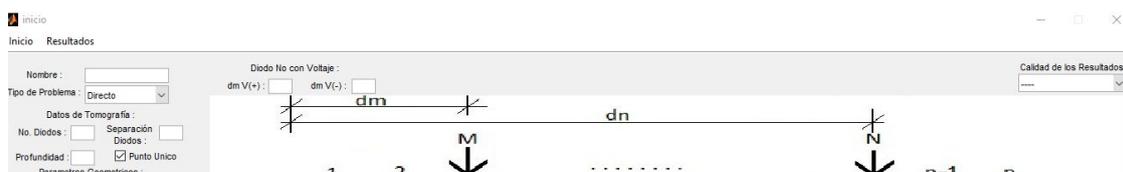


Figura 14. Selección de punto único

3.4 Gráficos disponibles

Del mismo modo que se pueden exportar los resultados tras la simulación, también se puede visualizar los resultados en forma de gráfica. Para visualizar dichas gráficas, solo hay que clic en el botón "cargar" y, a continuación, indicar el tipo de gráfico disponible con el que se quiere ver la representación gráfica.



Figura 15. Botones de gráficos disponibles

A continuación, se muestran algunas de las opciones de gráficos disponibles del programa.

a) Potencial en Terreno

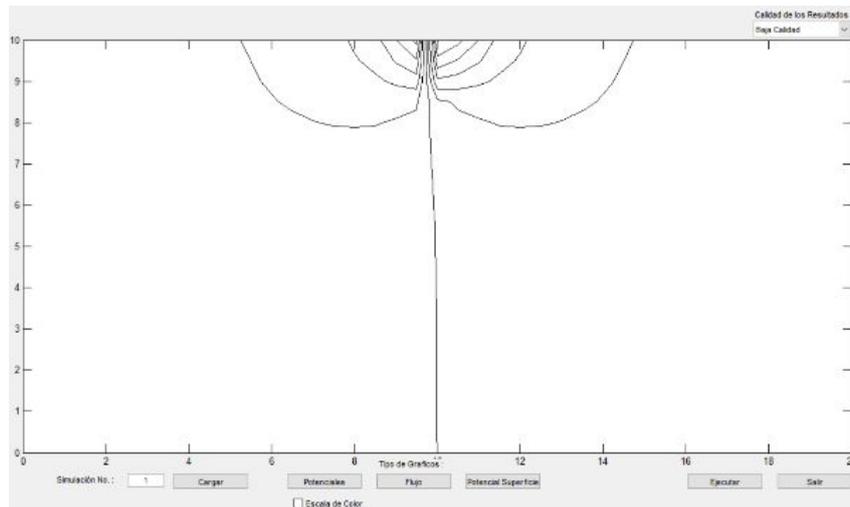


Figura 16. Grafico del potencial²

² Fuente: Sánchez Pérez, J. F [2015]

b) Potencial y Flujo

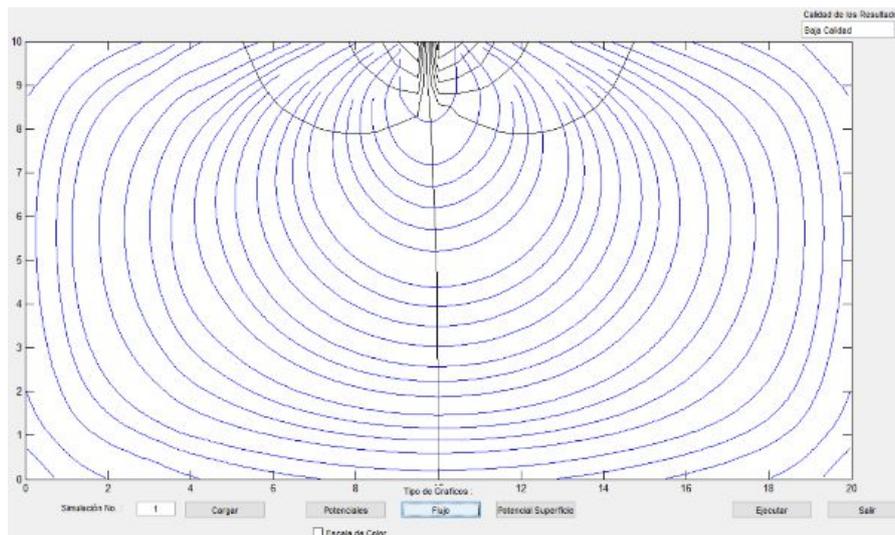


Figura 17. Grafico del potencial y flujo³

c) Potencial con escalas de colores

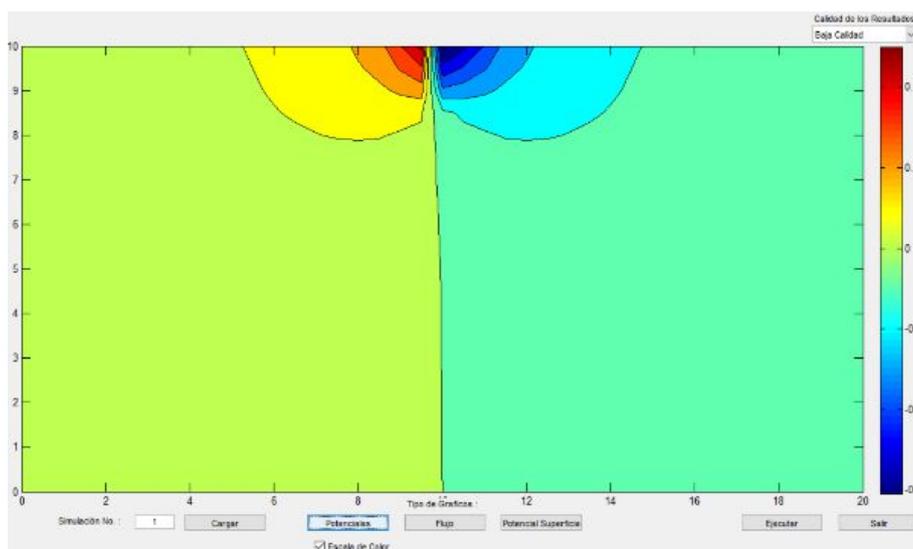


Figura 18. Grafico del potencial con escala de colores⁴

³ Fuente: Sánchez Pérez, J. F [2015]

⁴ Fuente: Sánchez Pérez, J. F [2015]

d) Potencial en superficie

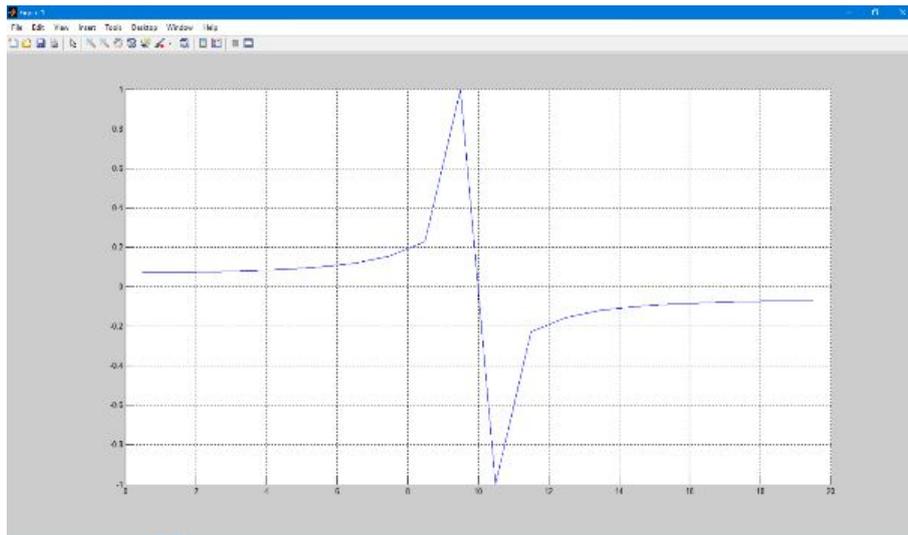


Figura 19. Grafico del potencial en la superficie⁵

⁵ Fuente: Sánchez Pérez, J. F [2015]

**CAPÍTULO 4: ECUACIONES
GENERALES Y ANÁLISIS
DIMENSIONAL DISCRIMINADO**

CAPÍTULO 4. ECUACIONES GENERALES Y ANÁLISIS DIMENSIONAL DISCRIMINADO

4.1 Ecuación general de consolidación del suelo

En tomografía, el problema directo consiste en encontrar la distribución de potenciales eléctricos y corrientes en todo el dominio, particularmente en la superficie del terreno, a partir de las propiedades y geometría del medio y de las condiciones de contorno, una diferencia de potencial entre dos puntos, de entre el conjunto de puntos alineados en donde se colocan los electrodos superficiales, generalmente simétricos respecto de la vertical que separa el dominio en dos partes iguales.

Por otro lado, el dominio del problema se asume una región rectangular (2-D). El dominio global puede estar formado, a su vez, por regiones homogéneas de diferente conductividad eléctrica y tamaño.

Así, para un caso general de estudio, problema anisotrópico y varias capas, los parámetros que definen el problema son la profundidad y longitud de las capas del terreno, las características de los mismos, su conductividad, la distancia entre los diodos, la diferencia de potencial aplicado y su correspondiente intensidad de corriente.

4.2 Obtención de los parámetros adimensionales

Una vez que ya tenemos establecidas las variables y parámetros generales del problema necesitamos adimensionalizarlo para establecer una relación entre ellas.

Inicialmente hemos seleccionado un dominio anisotrópico, es el caso más general y corresponde al medio que varía sus propiedades según la dirección en las que son estudiadas. Ahora vamos a particularizar al caso de dominio isotrópico, es decir, un medio que mantiene el comportamiento de sus propiedades de forma independiente a la dirección de estudio y una sola capa de terreno.

Para poder aplicar el Teorema de Pi de Vaschy-Buckingham, necesitamos establecer las variables características del problema isotrópico y una capa de terreno. Estas variables son las siguientes:

- L , es la longitud del terreno.
- H , es la profundidad del terreno.
- K , es la conductividad características del tipo de terreno.
- d , es la separación que tenemos entre los diodos.
- i , es la intensidad que medimos en los diferentes diodos que hay sobre el terreno.
- V , es el voltaje entre los diodos.

Una vez que tenemos las variables seleccionadas, aplicamos el Teorema de Pi de Vaschy-Buckingham y obtenemos los siguientes monomios:

$$\pi_1 = \frac{i}{k} \frac{d}{hV} \quad \pi_2 = \frac{d}{H}$$

Finalmente, combinando ambos monomios se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{i}{k} \frac{d}{hV} = f\left(\frac{d}{H}\right)$$

CAPÍTULO 5: SIMULACIONES Y RESULTADOS

CAPÍTULO 5. SIMULACIONES Y RESULTADOS

El objetivo principal de este proyecto es la obtención de la curva universal de medios isotrópos. Para ello se ha dividido el trabajo en tres fases o etapas, que siguen el orden que se indica a continuación:

Etapa 1: basada en la obtención de los valores de intensidad mediante diversas simulaciones, para distintos valores de profundidad "H" y longitud del terreno "L", y también variando una constante, que se denomina 'K', que presenta variación según el tipo de terreno.

Etapa 2: comporta la obtención de los valores numéricos de las dos variables, calculados mediante análisis dimensional (ver capítulo 4). Para comenzar esta segunda etapa es preciso haber completado previamente la etapa uno, es decir, haber obtenido los valores de intensidad.

Etapa 3: obtención de la curva y ajuste de la misma.

5.1 Etapa 1: valores de las diferentes variables

Existen varios parámetros que no van a variar y que serán fijos a lo largo de las simulaciones. Estos parámetros son:

- Número de diodos: 100
- Factores de mallado (f_a, f_b, f_c, f_{y1}): 1
- Número de capas: 1

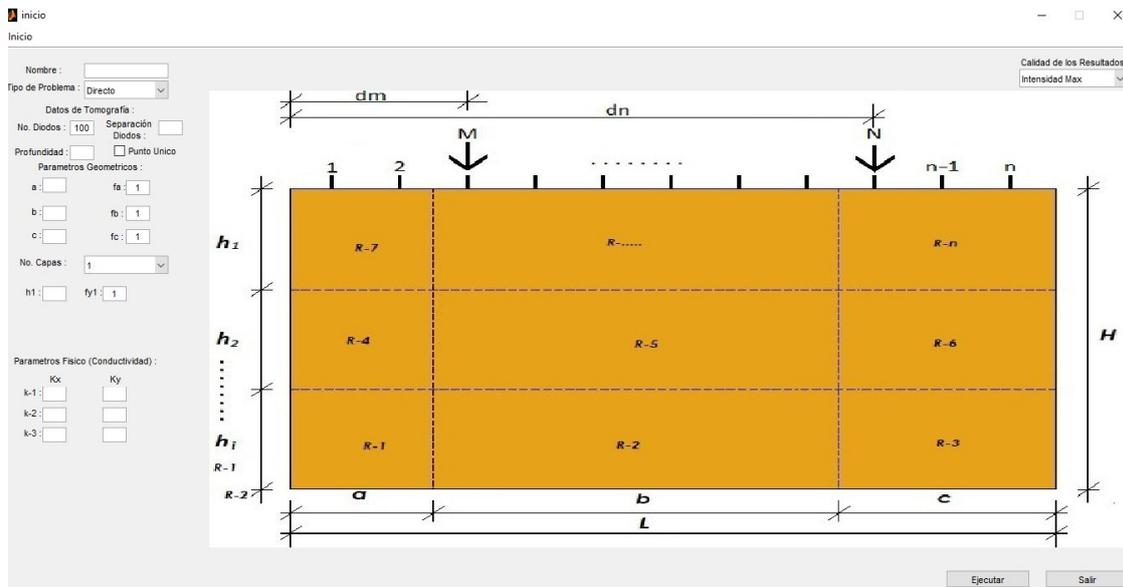


Figura 20. Datos del terreno

El voltaje (V) entre los diodos, es un parámetro que también mantenemos fijo, con un valor de 1V. Es un valor que no tenemos que introducir nosotros, ya va incluido en la programación del software 'DITPRO'.

Los parámetros que sí variaremos con objeto de obtener los resultados precisos son:

- Separación de los diodos "d", lo que conlleva variar los parámetros 'a', 'b', y 'c', que relacionan la separación de los diodos con el número total de diodos. La relación entre estas dos variables es la siguiente:

$$\text{Longitud del terreno} = (\text{Separación diodos}) \times (N^{\circ} \text{diodos}) = a + b + c$$

El rango de valores que se ha seleccionado para variar la 'Separación de los diodos (d)' es de 1 a 10.

- Profundidad del terreno "H", este rango se variará de 1 a 10.
- Conductividad del terreno "K", este valor indica el tipo de terreno que tenemos y se ha variado de 1 a 50.

5.2 Etapa 2: valores obtenidos en las simulaciones.

Como hemos visto anteriormente, en las simulaciones se obtiene una tabla de resultados en que las dos primeras columnas representan la separación media entre diodos (d/2) en metros, (columna 1) y la intensidad máxima en valor negativo, que es el que obtenemos de las simulaciones, en miliamperios (columna 2). Esta tabla se completa con la intensidad máxima en valor absoluto, en miliamperios (columna 3); la separación entre diodos (d) en metros, (columna 4); constante característica del tipo de terreno (K) en miliamperios (columna 5); la profundidad del terreno (H) en metros, (columna 6). Las últimas dos columnas (columnas 7 y 8), corresponden a los parámetros adimensionales con los que construiremos la curva buscada en este trabajo.

5.2.1 Profundidad de 1 m, longitud de 10 m y K 5.

d/2(m)	I _{max} (mA)	I _{max} (mA)	d(m)	K(mS)	H(m)	I _{max} * d / K * H * V	H/d
5	-0,9090909	0,9090909	10	5	1	1,8181818	0,1
15	-0,3225806	0,3225806	30	5	1	1,9354836	0,033333333
25	-0,1960784	0,1960784	50	5	1	1,960784	0,02
35	-0,1408451	0,1408451	70	5	1	1,9718314	0,014285714
45	-0,1098901	0,1098901	90	5	1	1,9780218	0,011111111
55	-0,090091	0,09009009	110	5	1	1,98198198	0,009090909
65	-0,0763359	0,07633588	130	5	1	1,98473288	0,007692308
75	-0,0662252	0,06622517	150	5	1	1,9867551	0,006666667
85	-0,0584796	0,05847953	170	5	1	1,98830402	0,005882353
95	-0,0523560	0,05235602	190	5	1	1,98952876	0,005263158

105	-0,0473934	0,04739336	210	5	1	1,99052112	0,004761905
115	-0,0432900	0,04329004	230	5	1	1,99134184	0,004347826
125	-0,0398407	0,03984064	250	5	1	1,992032	0,004
135	-0,0369004	0,03690037	270	5	1	1,99261998	0,003703704
145	-0,0343643	0,03436426	290	5	1	1,99312708	0,003448276
155	-0,0321543	0,03215434	310	5	1	1,99356908	0,003225806
165	-0,0302115	0,03021148	330	5	1	1,99395768	0,003030303
175	-0,0284900	0,02849003	350	5	1	1,9943021	0,002857143
185	-0,0269542	0,02695418	370	5	1	1,99460932	0,002702703
195	-0,0255755	0,02557545	390	5	1	1,9948851	0,002564103
205	-0,0243309	0,0243309	410	5	1	1,9951338	0,002439024
215	-0,0232019	0,02320186	430	5	1	1,99535996	0,002325581
225	-0,0221729	0,02217295	450	5	1	1,9955655	0,002222222
235	-0,0212314	0,02123142	470	5	1	1,99575348	0,00212766
245	-0,0203666	0,0203666	490	5	1	1,9959268	0,002040816
255	-0,0195695	0,01956947	510	5	1	1,99608594	0,001960784
265	-0,0188324	0,01883239	530	5	1	1,99623334	0,001886792
275	-0,0181488	0,01814882	550	5	1	1,9963702	0,001818182
285	-0,0175131	0,01751313	570	5	1	1,99649682	0,001754386
295	-0,0169205	0,01692047	590	5	1	1,99661546	0,001694915
305	-0,0163666	0,01636661	610	5	1	1,99672642	0,001639344
315	-0,0158479	0,01584786	630	5	1	1,99683036	0,001587302
325	-0,0153609	0,01536098	650	5	1	1,9969274	0,001538462
335	-0,0149031	0,01490313	670	5	1	1,99701942	0,001492537
345	-0,0144718	0,01447178	690	5	1	1,99710564	0,001449275
355	-0,0140647	0,0140647	710	5	1	1,9971874	0,001408451
365	-0,0136799	0,01367989	730	5	1	1,99726394	0,001369863
375	-0,0133156	0,01331558	750	5	1	1,997337	0,001333333
385	-0,0129702	0,01297017	770	5	1	1,99740618	0,001298701
395	-0,0126422	0,01264223	790	5	1	1,99747234	0,001265823
405	-0,0123305	0,01233046	810	5	1	1,99753452	0,001234568
415	-0,0120337	0,01203369	830	5	1	1,99759254	0,001204819
425	-0,0117509	0,01175088	850	5	1	1,9976496	0,001176471
435	-0,0114811	0,01148106	870	5	1	1,99770444	0,001149425
445	-0,0112233	0,01122334	890	5	1	1,99775452	0,001123596
455	-0,0109769	0,01097695	910	5	1	1,9978049	0,001098901
465	-0,0107411	0,01074114	930	5	1	1,99785204	0,001075269
475	-0,0105153	0,01051525	950	5	1	1,9978975	0,001052632
485	-0,0102987	0,01029866	970	5	1	1,99794004	0,001030928
495	-0,0100908	0,01009082	990	5	1	1,99798236	0,001010101

5.2.2 Profundidad de 2 m, longitud de 9 m y K 10.

d/2(m)	I _{max} (mA)	I _{max} (mA)	d(m)	K(mS)	H(m)	I _{max} *d/K*H*V	H/d
13,5	-1,352386	1,352386	27	10	2	1,8257211	0,07407407
22,5	-0,8407362	0,8407362	45	10	2	1,89165645	0,04444444
31,5	-0,6099667	0,6099667	63	10	2	1,92139511	0,03174603
40,5	-0,4785986	0,4785986	81	10	2	1,93832433	0,02469136
49,5	-0,3937886	0,3937886	99	10	2	1,94925357	0,02020202
58,5	-0,3345115	0,3345115	117	10	2	1,95689228	0,01709402
67,5	-0,2907455	0,2907455	135	10	2	1,96253213	0,01481481
76,5	-0,2571068	0,2571068	153	10	2	1,96686702	0,0130719
85,5	-0,2304448	0,2304448	171	10	2	1,97030304	0,01169591
94,5	-0,2087929	0,2087929	189	10	2	1,97309291	0,01058201
103,5	-0,1908603	0,1908603	207	10	2	1,97540411	0,00966184
112,5	-0,1757644	0,1757644	225	10	2	1,9773495	0,00888889
121,5	-0,1628815	0,1628815	243	10	2	1,97901023	0,00823045
130,5	-0,1517581	0,1517581	261	10	2	1,98044321	0,00766284
139,5	-0,1420569	0,1420569	279	10	2	1,98169376	0,00716846
148,5	-0,1335214	0,1335214	297	10	2	1,98279279	0,00673401
157,5	-0,1259536	0,1259536	315	10	2	1,9837692	0,00634921
166,5	-0,1191976	0,1191976	333	10	2	1,98464004	0,00600601
175,5	-0,1131294	0,1131294	351	10	2	1,98542097	0,00569801
184,5	-0,1076492	0,1076492	369	10	2	1,98612774	0,00542005
193,5	-0,1026754	0,1026754	387	10	2	1,98676899	0,00516796
202,5	-0,0981409	0,09814088	405	10	2	1,98735282	0,00493827
211,5	-0,0939899	0,09398996	423	10	2	1,98788765	0,00472813
220,5	-0,0901759	0,09017593	441	10	2	1,98837926	0,00453515
229,5	-0,0866594	0,08665936	459	10	2	1,98883231	0,0043573
238,5	-0,0834068	0,08340677	477	10	2	1,98925146	0,00419287
247,5	-0,0803895	0,08038951	495	10	2	1,98964037	0,0040404
256,5	-0,0775829	0,07758293	513	10	2	1,99000215	0,00389864
265,5	-0,0749657	0,0749657	531	10	2	1,99033934	0,00376648
274,5	-0,0725193	0,07251929	549	10	2	1,99065451	0,00364299
283,5	-0,0702275	0,07022751	567	10	2	1,99094991	0,00352734
292,5	-0,0680761	0,06807614	585	10	2	1,9912271	0,0034188
301,5	-0,0660527	0,06605267	603	10	2	1,991488	0,00331675
310,5	-0,0641460	0,06414601	621	10	2	1,99173361	0,00322061
319,5	-0,0623463	0,06234634	639	10	2	1,99196556	0,00312989
328,5	-0,0606449	0,0606449	657	10	2	1,99218497	0,00304414
337,5	-0,0590339	0,05903385	675	10	2	1,99239244	0,00296296
346,5	-0,0575062	0,05750619	693	10	2	1,99258948	0,002886
355,5	-0,0560556	0,05605559	711	10	2	1,99277622	0,00281294
364,5	-0,0546764	0,05467638	729	10	2	1,99295405	0,00274348
373,5	-0,0533634	0,05336341	747	10	2	1,99312336	0,00267738
382,5	-0,0521120	0,05211201	765	10	2	1,99328438	0,00261438

391,5	-0,0509179	0,05091796	783	10	2	1,99343813	0,00255428
400,5	-0,0497774	0,04977741	801	10	2	1,99358527	0,00249688
409,5	-0,0486868	0,04868683	819	10	2	1,99372569	0,002442
418,5	-0,0476430	0,04764302	837	10	2	1,99386039	0,00238949
427,5	-0,0466430	0,04664302	855	10	2	1,99398911	0,00233918
436,5	-0,0456841	0,04568414	873	10	2	1,99411271	0,00229095
445,5	-0,0447639	0,04476389	891	10	2	1,9942313	0,00224467

5.2.3 Profundidad de 3 m, longitud de 8 m y K 15.

d/2(m)	I _{max} (mA)	I _{max} (mA)	d(m)	K(mS)	H(m)	I _{max} *d/K*H*V	H/d
4	-7,166105	7,166105	8	15	3	1,27397422	0,375
12	-3,151308	3,151308	24	15	3	1,6806976	0,125
20	-2,019775	2,019775	40	15	3	1,79535556	0,075
28	-1,486148	1,486148	56	15	3	1,84942862	0,05357143
36	-1,175563	1,175563	72	15	3	1,8809008	0,04166667
44	-0,9723535	0,9723535	88	15	3	1,90149129	0,03409091
52	-0,9723535	0,9723535	104	15	3	2,24721698	0,02884615
60	-0,7225514	0,7225514	120	15	3	1,92680373	0,025
68	-0,640303	0,640303	136	15	3	1,93513796	0,02205882
76	-0,5748657	0,5748657	152	15	3	1,94176859	0,01973684
84	-0,5215634	0,5215634	168	15	3	1,94717003	0,01785714
92	-0,4773068	0,4773068	184	15	3	1,95165447	0,01630435
100	-0,4399734	0,4399734	200	15	3	1,95543733	0,015
108	-0,4080566	0,4080566	216	15	3	1,95867168	0,01388889
116	-0,3804572	0,3804572	232	15	3	1,96146823	0,01293103
124	-0,3563547	0,3563547	248	15	3	1,96391035	0,01209677
132	-0,3351242	0,3351242	264	15	3	1,96606197	0,01136364
140	-0,3162811	0,3162811	280	15	3	1,96797129	0,01071429
148	-0,2994442	0,2994442	296	15	3	1,9696774	0,01013514
156	-0,2843093	0,2843093	312	15	3	1,97121115	0,00961538
164	-0,2706307	0,2706307	328	15	3	1,9725971	0,00914634
172	-0,2582079	0,2582079	344	15	3	1,97385595	0,00872093
180	-0,2468755	0,2468755	360	15	3	1,975004	0,00833333
188	-0,236496	0,236496	376	15	3	1,97605547	0,00797872
196	-0,2269541	0,2269541	392	15	3	1,97702238	0,00765306
204	-0,2181523	0,2181523	408	15	3	1,97791419	0,00735294
212	-0,2100078	0,2100078	424	15	3	1,97874016	0,00707547
220	-0,2024495	0,2024495	440	15	3	1,97950622	0,00681818
228	-0,1954163	0,1954163	456	15	3	1,98021851	0,00657895
236	-0,1888554	0,1888554	472	15	3	1,98088331	0,00635593
244	-0,1827207	0,1827207	488	15	3	1,98150448	0,00614754
252	-0,1769721	0,1769721	504	15	3	1,98208752	0,00595238

260	-0,1715741	0,1715741	520	15	3	1,98263404	0,00576923
268	-0,1664957	0,1664957	536	15	3	1,98314878	0,00559701
276	-0,1617093	0,1617093	552	15	3	1,98363408	0,00543478
284	-0,1571904	0,1571904	568	15	3	1,98409216	0,00528169
292	-0,1529172	0,1529172	584	15	3	1,98452544	0,00513699
300	-0,1488701	0,1488701	600	15	3	1,98493467	0,005
308	-0,1450318	0,1450318	616	15	3	1,9853242	0,00487013
316	-0,1413864	0,1413864	632	15	3	1,98569344	0,00474684
324	-0,1379198	0,1379198	648	15	3	1,98604512	0,00462963
332	-0,1346191	0,1346191	664	15	3	1,98637961	0,00451807
340	-0,1314727	0,1314727	680	15	3	1,98669858	0,00441176
348	-0,12847	0,12847	696	15	3	1,98700267	0,00431034
356	-0,1256014	0,1256014	712	15	3	1,98729326	0,00421348
364	-0,1228581	0,1228581	728	15	3	1,98757104	0,00412088
372	-0,1202321	0,1202321	744	15	3	1,98783739	0,00403226
380	-0,117716	0,117716	760	15	3	1,98809244	0,00394737
388	-0,115303	0,115303	776	15	3	1,98833618	0,00386598
396	-0,1129869	0,1129869	792	15	3	1,98856944	0,00378788

5.2.4 Profundidad de 4 m, longitud de 7 m y K 20.

d/2(m)	I _{max} (mA)	I _{max} (mA)	d(m)	K(mS)	H(m)	I _{max} *d/K*H*V	H/d
3,5	-11,62306	11,62306	7	20	4	1,01701775	0,57142857
10,5	-5,760182	5,760182	21	20	4	1,51204778	0,19047619
17,5	-3,829868	3,829868	35	20	4	1,67556725	0,11428571
24,5	-2,868571	2,868571	49	20	4	1,75699974	0,08163265
31,5	-2,293023	2,293023	63	20	4	1,80575561	0,06349206
38,5	-1,909834	1,909834	77	20	4	1,83821523	0,05194805
45,5	-1,636378	1,636378	91	20	4	1,86137998	0,04395604
52,5	-1,431423	1,431423	105	20	4	1,87874269	0,03809524
59,5	-1,272094	1,272094	119	20	4	1,89223983	0,03361345
66,5	-1,144681	1,144681	133	20	4	1,90303216	0,03007519
73,5	-1,040468	1,040468	147	20	4	1,91185995	0,02721088
80,5	-0,9536474	0,9536474	161	20	4	1,91921539	0,02484472
87,5	-0,8801999	0,8801999	175	20	4	1,92543728	0,02285714
94,5	-0,8172568	0,8172568	189	20	4	1,93076919	0,02116402
101,5	-0,7627151	0,7627151	203	20	4	1,93538957	0,01970443
108,5	-0,7149978	0,7149978	217	20	4	1,93943153	0,01843318
115,5	-0,6728997	0,6728997	231	20	4	1,94299788	0,01731602
122,5	-0,6354832	0,6354832	245	20	4	1,9461673	0,01632653
129,5	-0,6020087	0,6020087	259	20	4	1,94900317	0,01544402
136,5	-0,5718842	0,5718842	273	20	4	1,95155483	0,01465201
143,5	-0,544631	0,544631	287	20	4	1,95386371	0,01393728

150,5	-0,5198571	0,5198571	301	20	4	1,95596234	0,01328904
157,5	-0,4972389	0,4972389	315	20	4	1,95787817	0,01269841
164,5	-0,4765069	0,4765069	329	20	4	1,95963463	0,01215805
171,5	-0,4574344	0,4574344	343	20	4	1,96124999	0,01166181
178,5	-0,43983	0,43983	357	20	4	1,96274138	0,01120448
185,5	-0,4235304	0,4235304	371	20	4	1,96412223	0,01078167
192,5	-0,4083957	0,4083957	385	20	4	1,96540431	0,01038961
199,5	-0,3943053	0,3943053	399	20	4	1,96659768	0,01002506
206,5	-0,3811548	0,3811548	413	20	4	1,96771166	0,00968523
213,5	-0,3688532	0,3688532	427	20	4	1,96875396	0,00936768
220,5	-0,3573208	0,3573208	441	20	4	1,96973091	0,00907029
227,5	-0,3464877	0,3464877	455	20	4	1,97064879	0,00879121
234,5	-0,3362921	0,3362921	469	20	4	1,97151244	0,00852878
241,5	-0,3266794	0,3266794	483	20	4	1,97232688	0,00828157
248,5	-0,3176009	0,3176009	497	20	4	1,97309559	0,00804829
255,5	-0,3090134	0,3090134	511	20	4	1,97382309	0,00782779
262,5	-0,3008781	0,3008781	525	20	4	1,97451253	0,00761905
269,5	-0,2931601	0,2931601	539	20	4	1,97516617	0,00742115
276,5	-0,2858282	0,2858282	553	20	4	1,97578743	0,00723327
283,5	-0,278854	0,278854	567	20	4	1,97637773	0,00705467
290,5	-0,2722121	0,2722121	581	20	4	1,97694038	0,00688468
297,5	-0,2658793	0,2658793	595	20	4	1,97747729	0,00672269
304,5	-0,2598344	0,2598344	609	20	4	1,97798937	0,00656814
311,5	-0,2540582	0,2540582	623	20	4	1,97847823	0,00642055
318,5	-0,2485333	0,2485333	637	20	4	1,9789464	0,00627943
325,5	-0,2432436	0,2432436	651	20	4	1,9793948	0,00614439
332,5	-0,2381743	0,2381743	665	20	4	1,97982387	0,00601504
339,5	-0,233312	0,233312	679	20	4	1,9802356	0,00589102
346,5	-0,2286407	0,2286407	693	20	4	1,98060006	0,00577201

5.2.5 Profundidad de 5 m, longitud de 6 m y K 25.

d/2(m)	I _{max} (mA)	I _{max} (mA)	d(m)	K(mS)	H(m)	I _{max} *d/K*H+V	H/d
3	-16,57001	16,57001	6	25	5	0,79536048	0,83333333
9	-9,204289	9,204289	18	25	5	1,32541762	0,27777778
15	-6,383854	6,383854	30	25	5	1,53212496	0,16666667
21	-4,886506	4,886506	42	25	5	1,64186602	0,11904762
27	-3,95812	3,95812	54	25	5	1,70990784	0,09259259
33	-3,32618	3,32618	66	25	5	1,75622304	0,07575758
39	-2,868245	2,868245	78	25	5	1,78978488	0,06410256
45	-2,521145	2,521145	90	25	5	1,8152244	0,05555556
51	-2,248984	2,248984	102	25	5	1,83517094	0,04901961
57	-2,029858	2,029858	114	25	5	1,8512305	0,04385965

63	-1,849642	1,849642	126	25	5	1,86443914	0,03968254
69	-1,698816	1,698816	138	25	5	1,87549286	0,03623188
75	-1,570734	1,570734	150	25	5	1,8848808	0,03333333
81	-1,460611	1,460611	162	25	5	1,89295186	0,0308642
87	-1,364917	1,364917	174	25	5	1,89996446	0,02873563
93	-1,280992	1,280992	186	25	5	1,9061161	0,02688172
99	-1,206789	1,206789	198	25	5	1,91155378	0,02525253
105	-1,140712	1,140712	210	25	5	1,91639616	0,02380952
111	-1,081496	1,081496	222	25	5	1,9207369	0,02252252
117	-1,028124	1,028124	234	25	5	1,92464813	0,02136752
123	-0,9797724	0,9797724	246	25	5	1,92819208	0,0203252
129	-0,9357643	0,9357643	258	25	5	1,93141752	0,01937984
135	-0,8955396	0,8955396	270	25	5	1,93436554	0,01851852
141	-0,8586306	0,8586306	282	25	5	1,93707063	0,0177305
147	-0,8246435	0,8246435	294	25	5	1,93956151	0,0170068
153	-0,7932446	0,7932446	306	25	5	1,94186278	0,01633987
159	-0,7641491	0,7641491	318	25	5	1,94399531	0,01572327
165	-0,7371124	0,7371124	330	25	5	1,94597674	0,01515152
171	-0,7119236	0,7119236	342	25	5	1,94782297	0,01461988
177	-0,6883993	0,6883993	354	25	5	1,94954682	0,01412429
183	-0,66638	0,66638	366	25	5	1,95116064	0,0136612
189	-0,6457257	0,6457257	378	25	5	1,95267452	0,01322751
195	-0,6263132	0,6263132	390	25	5	1,95409718	0,01282051
201	-0,6080339	0,6080339	402	25	5	1,95543702	0,01243781
207	-0,5907913	0,5907913	414	25	5	1,95670079	0,01207729
213	-0,5744996	0,5744996	426	25	5	1,95789464	0,01173709
219	-0,5590824	0,5590824	438	25	5	1,95902473	0,01141553
225	-0,544471	0,544471	450	25	5	1,9600956	0,01111111
231	-0,5306039	0,5306039	462	25	5	1,96111201	0,01082251
237	-0,5174255	0,5174255	474	25	5	1,9620775	0,01054852
243	-0,504886	0,504886	486	25	5	1,96299677	0,01028807
249	-0,4929398	0,4929398	498	25	5	1,96387216	0,01004016
255	-0,4815459	0,4815459	510	25	5	1,96470727	0,00980392
261	-0,4706668	0,4706668	522	25	5	1,96550456	0,00957854
267	-0,4602684	0,4602684	534	25	5	1,9662666	0,0093633
273	-0,4503196	0,4503196	546	25	5	1,96699601	0,00915751
279	-0,4407917	0,4407917	558	25	5	1,96769415	0,00896057
285	-0,4316587	0,4316587	570	25	5	1,96836367	0,00877193
291	-0,4228964	0,4228964	582	25	5	1,96900564	0,00859107
297	-0,414422	0,414422	594	25	5	1,96933334	0,00841751

5.2.6 Profundidad de 6 m, longitud de 5 m y K 30.

d/2(m)	I _{max} (mA)	I _{max} (mA)	d(m)	K(mS)	H(m)	I _{max} *d/K*H*V	H/d
2,5	-21,9569	21,9569	5	30	6	0,60991389	1,2
7,5	-13,49533	13,49533	15	30	6	1,12461083	0,4
12,5	-9,815227	9,815227	25	30	6	1,36322597	0,24
17,5	-7,712427	7,712427	35	30	6	1,49963858	0,17142857
22,5	-6,351658	6,351658	45	30	6	1,5879145	0,13333333
27,5	-5,399057	5,399057	55	30	6	1,64971186	0,10909091
32,5	-4,694927	4,694927	65	30	6	1,69539031	0,09230769
37,5	-4,153269	4,153269	75	30	6	1,73052875	0,08
42,5	-3,723666	3,723666	85	30	6	1,75839783	0,07058824
47,5	-3,374606	3,374606	95	30	6	1,78104206	0,06315789
52,5	-3,08538	3,08538	105	30	6	1,799805	0,05714286
57,5	-2,841817	2,841817	115	30	6	1,81560531	0,05217391
62,5	-2,633895	2,633895	125	30	6	1,82909375	0,048
67,5	-2,454324	2,454324	135	30	6	1,840743	0,04444444
72,5	-2,297675	2,297675	145	30	6	1,85090486	0,04137931
77,5	-2,159823	2,159823	155	30	6	1,85984758	0,03870968
82,5	-2,037576	2,037576	165	30	6	1,867778	0,03636364
87,5	-1,928426	1,928426	175	30	6	1,87485861	0,03428571
92,5	-1,830376	1,830376	185	30	6	1,88121978	0,03243243
97,5	-1,741814	1,741814	195	30	6	1,88696517	0,03076923
102,5	-1,661426	1,661426	205	30	6	1,89217961	0,02926829
107,5	-1,588131	1,588131	215	30	6	1,89693425	0,02790698
112,5	-1,52103	1,52103	225	30	6	1,9012875	0,02666667
117,5	-1,459369	1,459369	235	30	6	1,90528731	0,02553191
122,5	-1,402513	1,402513	245	30	6	1,90897603	0,0244898
127,5	-1,349921	1,349921	255	30	6	1,91238808	0,02352941
132,5	-1,30113	1,30113	265	30	6	1,9155525	0,02264151
137,5	-1,255744	1,255744	275	30	6	1,91849778	0,02181818
142,5	-1,213417	1,213417	285	30	6	1,92124358	0,02105263
147,5	-1,17385	1,17385	295	30	6	1,92380972	0,02033898
152,5	-1,136782	1,136782	305	30	6	1,92621394	0,01967213
157,5	-1,101984	1,101984	315	30	6	1,928472	0,01904762
162,5	-1,069253	1,069253	325	30	6	1,93059569	0,01846154
167,5	-1,03841	1,03841	335	30	6	1,93259639	0,01791045
172,5	-1,009296	1,009296	345	30	6	1,934484	0,0173913
177,5	-0,9817709	0,9817709	355	30	6	1,93627039	0,01690141
182,5	-0,9557069	0,9557069	365	30	6	1,93796121	0,01643836
187,5	-0,930991	0,930991	375	30	6	1,93956458	0,016
192,5	-0,9075213	0,9075213	385	30	6	1,94108723	0,01558442
197,5	-0,8852057	0,8852057	395	30	6	1,94253473	0,01518987
202,5	-0,8639613	0,8639613	405	30	6	1,94391293	0,01481481
207,5	-0,8437127	0,8437127	415	30	6	1,9452265	0,01445783

212,5	-0,8243915	0,8243915	425	30	6	1,94647993	0,01411765
217,5	-0,8059354	0,8059354	435	30	6	1,94767722	0,0137931
222,5	-0,7882876	0,7882876	445	30	6	1,94882212	0,01348315
227,5	-0,7713961	0,7713961	455	30	6	1,94991792	0,01318681
232,5	-0,7552133	0,7552133	465	30	6	1,95096769	0,01290323
237,5	-0,7396955	0,7396955	475	30	6	1,95197424	0,01263158
242,5	-0,7248003	0,7248003	485	30	6	1,95293414	0,01237113
247,5	-0,7101031	0,7101031	495	30	6	1,95278353	0,01212121

5.2.7 Profundidad de 7 m, longitud de 4 m y K 35.

d/2(m)	I _{max} (mA)	I _{max} (mA)	d(m)	K(mS)	H(m)	I _{max} *d/K*H*V	H/d
2	-27,9678	27,9678	4	35	7	0,45661714	1,75
6	-18,64495	18,64495	12	35	7	0,91322204	0,58333333
10	-14,28527	14,28527	20	35	7	1,16614449	0,35
14	-11,58343	11,58343	28	35	7	1,32382057	0,25
18	-9,741164	9,741164	36	35	7	1,43135471	0,19444444
22	-8,404492	8,404492	44	35	7	1,50937816	0,15909091
26	-7,39039	7,39039	52	35	7	1,56857257	0,13461538
30	-6,594666	6,594666	60	35	7	1,61502024	0,11666667
34	-5,953637	5,953637	68	35	7	1,65243802	0,10294118
38	-5,426189	5,426189	76	35	7	1,68322598	0,09210526
42	-4,984591	4,984591	84	35	7	1,70900263	0,08333333
46	-4,60946	4,60946	92	35	7	1,73089927	0,07608696
50	-4,286841	4,286841	100	35	7	1,74973102	0,07
54	-4,006429	4,006429	108	35	7	1,76609931	0,06481481
58	-3,760449	3,760449	116	35	7	1,78045749	0,06034483
62	-3,542926	3,542926	124	35	7	1,79315438	0,05645161
66	-3,349193	3,349193	132	35	7	1,80446317	0,0530303
70	-3,175548	3,175548	140	35	7	1,81459886	0,05
74	-3,019022	3,019022	148	35	7	1,82373574	0,0472973
78	-2,877201	2,877201	156	35	7	1,8320137	0,04487179
82	-2,748107	2,748107	164	35	7	1,83954918	0,04268293
86	-2,6301	2,6301	172	35	7	1,84643755	0,04069767
90	-2,52181	2,52181	180	35	7	1,85275837	0,03888889
94	-2,422085	2,422085	188	35	7	1,85857951	0,03723404
98	-2,329947	2,329947	196	35	7	1,8639576	0,03571429
102	-2,244562	2,244562	204	35	7	1,86894142	0,03431373
106	-2,165215	2,165215	212	35	7	1,8735738	0,03301887
110	-2,091285	2,091285	220	35	7	1,87788857	0,03181818
114	-2,022238	2,022238	228	35	7	1,88191944	0,03070175
118	-1,957604	1,957604	236	35	7	1,88569202	0,02966102
122	-1,896974	1,896974	244	35	7	1,88923125	0,02868852

126	-1,839986	1,839986	252	35	7	1,89255703	0,02777778
130	-1,786323	1,786323	260	35	7	1,89568971	0,02692308
134	-1,735701	1,735701	268	35	7	1,89864436	0,0261194
138	-1,68787	1,68787	276	35	7	1,90143722	0,02536232
142	-1,642603	1,642603	284	35	7	1,90407858	0,02464789
146	-1,599702	1,599702	292	35	7	1,90658361	0,0239726
150	-1,558984	1,558984	300	35	7	1,90896	0,02333333
154	-1,520288	1,520288	308	35	7	1,9112192	0,02272727
158	-1,483466	1,483466	316	35	7	1,91336839	0,0221519
162	-1,448385	1,448385	324	35	7	1,91541527	0,02160494
166	-1,414926	1,414926	332	35	7	1,91736911	0,02108434
170	-1,382977	1,382977	340	35	7	1,91923339	0,02058824
174	-1,35244	1,35244	348	35	7	1,92101682	0,02011494
178	-1,323221	1,323221	356	35	7	1,92272113	0,01966292
182	-1,295239	1,295239	364	35	7	1,92435509	0,01923077
186	-1,268416	1,268416	372	35	7	1,92592144	0,0188172
190	-1,242679	1,242679	380	35	7	1,92742049	0,01842105
194	-1,217899	1,217899	388	35	7	1,92875433	0,01804124
198	-1,19166	1,19166	396	35	7	1,92611167	0,01767677

5.2.8 Profundidad de 8 m, longitud de 3 m y K 40.

d/2(m)	$I_{max}(mA)$	$ I_{max} (mA)$	d(m)	K(ms)	H(m)	$ I_{max} * d / K * H * V$	H/d
1,5	-35,11879	35,11879	3	40	8	0,32923866	2,66666667
4,5	-24,74185	24,74185	9	40	8	0,69586453	0,88888889
7,5	-19,9982	19,9982	15	40	8	0,93741563	0,53333333
10,5	-16,83505	16,83505	21	40	8	1,10480016	0,38095238
13,5	-14,53977	14,53977	27	40	8	1,22679309	0,2962963
16,5	-12,79557	12,79557	33	40	8	1,31954316	0,24242424
19,5	-11,42504	11,42504	39	40	8	1,39242675	0,20512821
22,5	-10,3197	10,3197	45	40	8	1,45120781	0,17777778
25,5	-9,409367	9,409367	51	40	8	1,49961787	0,15686275
28,5	-8,646624	8,646624	57	40	8	1,5401799	0,14035088
31,5	-7,998268	7,998268	63	40	8	1,57465901	0,12698413
34,5	-7,440361	7,440361	69	40	8	1,60432784	0,11594203
37,5	-6,955212	6,955212	75	40	8	1,63012781	0,10666667
40,5	-6,529458	6,529458	81	40	8	1,65276906	0,09876543
43,5	-6,152821	6,152821	87	40	8	1,67279821	0,09195402
46,5	-5,817265	5,817265	93	40	8	1,69064264	0,08602151
49,5	-5,516417	5,516417	99	40	8	1,70664151	0,08080808
52,5	-5,245157	5,245157	105	40	8	1,72106714	0,07619048
55,5	-4,999323	4,999323	111	40	8	1,73414017	0,07207207
58,5	-4,775502	4,775502	117	40	8	1,74604292	0,06837607

61,5	-4,570863	4,570863	123	40	8	1,75692547	0,06504065
64,5	-4,383041	4,383041	129	40	8	1,7669134	0,0620155
67,5	-4,210046	4,210046	135	40	8	1,77611316	0,05925926
70,5	-4,050189	4,050189	141	40	8	1,78461453	0,05673759
73,5	-3,902027	3,902027	147	40	8	1,79249365	0,05442177
76,5	-3,764322	3,764322	153	40	8	1,79981646	0,05228758
79,5	-3,636006	3,636006	159	40	8	1,80664048	0,05031447
82,5	-3,516149	3,516149	165	40	8	1,81301433	0,04848485
85,5	-3,403942	3,403942	171	40	8	1,81898151	0,04678363
88,5	-3,298674	3,298674	177	40	8	1,82457906	0,04519774
91,5	-3,199723	3,199723	183	40	8	1,82984159	0,04371585
94,5	-3,106535	3,106535	189	40	8	1,83479723	0,04232804
97,5	-3,018621	3,018621	195	40	8	1,83947217	0,04102564
100,5	-2,935546	2,935546	201	40	8	1,84388983	0,039801
103,5	-2,856922	2,856922	207	40	8	1,84807142	0,03864734
106,5	-2,782399	2,782399	213	40	8	1,85203433	0,03755869
109,5	-2,711665	2,711665	219	40	8	1,85579573	0,03652968
112,5	-2,644439	2,644439	225	40	8	1,85937117	0,03555556
115,5	-2,580465	2,580465	231	40	8	1,86277317	0,03463203
118,5	-2,519513	2,519513	237	40	8	1,86601432	0,03375527
121,5	-2,461374	2,461374	243	40	8	1,86910588	0,03292181
124,5	-2,405858	2,405858	249	40	8	1,87205826	0,03212851
127,5	-2,352791	2,352791	255	40	8	1,87488033	0,03137255
130,5	-2,302015	2,302015	261	40	8	1,87758098	0,03065134
133,5	-2,253384	2,253384	267	40	8	1,88016728	0,02996255
136,5	-2,206764	2,206764	273	40	8	1,88264554	0,02930403
139,5	-2,162025	2,162025	279	40	8	1,88501555	0,02867384
142,5	-2,118982	2,118982	285	40	8	1,88721834	0,02807018
145,5	-2,076792	2,076792	291	40	8	1,88858273	0,02749141
148,5	-2,02653	2,02653	297	40	8	1,88087316	0,02693603

5.2.9 Profundidad de 9 m, longitud 6 de 2 m y K 45.

d/2(m)	I_{max}(mA)	 I_{max} (mA)	d(m)	K(mS)	H(m)	 I_{max} *d/K*H*V	H/d
1	-44,71085	44,71085	2	45	9	0,22079432	4,5
3	-32,30489	32,30489	6	45	9	0,47859096	1,5
5	-27,3306	27,3306	10	45	9	0,67482963	0,9
7	-23,98577	23,98577	14	45	9	0,82913773	0,64285714
9	-21,42697	21,42697	18	45	9	0,95230978	0,5
11	-19,3729	19,3729	22	45	9	1,05235506	0,40909091
13	-17,68057	17,68057	26	45	9	1,13504894	0,34615385
15	-16,26066	16,26066	30	45	9	1,20449333	0,3
17	-15,05196	15,05196	34	45	9	1,26362133	0,26470588

19	-14,01055	14,01055	38	45	9	1,31457012	0,23684211
21	-13,10393	13,10393	42	45	9	1,35892607	0,21428571
23	-12,30751	12,30751	46	45	9	1,39789002	0,19565217
25	-11,60235	11,60235	50	45	9	1,43238889	0,18
27	-10,97361	10,97361	54	45	9	1,463148	0,16666667
29	-10,40952	10,40952	58	45	9	1,49074607	0,15517241
31	-9,900586	9,900586	62	45	9	1,51564526	0,14516129
33	-9,439096	9,439096	66	45	9	1,53822305	0,13636364
35	-9,018713	9,018713	70	45	9	1,5587899	0,12857143
37	-8,634178	8,634178	74	45	9	1,57760289	0,12162162
39	-8,281093	8,281093	78	45	9	1,59487717	0,11538462
41	-7,955751	7,955751	82	45	9	1,61079403	0,1097561
43	-7,655007	7,655007	86	45	9	1,62550766	0,10465116
45	-7,376172	7,376172	90	45	9	1,63914933	0,1
47	-7,116936	7,116936	94	45	9	1,65183206	0,09574468
49	-6,875304	6,875304	98	45	9	1,66365381	0,09183673
51	-6,64954	6,64954	102	45	9	1,67469896	0,08823529
53	-6,438132	6,438132	106	45	9	1,68504196	0,08490566
55	-6,239752	6,239752	110	45	9	1,69474746	0,08181818
57	-6,053232	6,053232	114	45	9	1,70387271	0,07894737
59	-5,877539	5,877539	118	45	9	1,71246815	0,07627119
61	-5,711758	5,711758	122	45	9	1,72057895	0,07377049
63	-5,555072	5,555072	126	45	9	1,72824462	0,07142857
65	-5,406753	5,406753	130	45	9	1,73550096	0,06923077
67	-5,266148	5,266148	134	45	9	1,74237983	0,06716418
69	-5,132671	5,132671	138	45	9	1,74891012	0,06521739
71	-5,005793	5,005793	142	45	9	1,75511755	0,06338028
73	-4,885036	4,885036	146	45	9	1,76102532	0,06164384
75	-4,769968	4,769968	150	45	9	1,76665481	0,06
77	-4,660196	4,660196	154	45	9	1,77202515	0,05844156
79	-4,555363	4,555363	158	45	9	1,77715396	0,05696203
81	-4,455143	4,455143	162	45	9	1,7820572	0,05555556
83	-4,359237	4,359237	166	45	9	1,78674899	0,05421687
85	-4,26737	4,26737	170	45	9	1,79124173	0,05294118
87	-4,179287	4,179287	174	45	9	1,79554553	0,05172414
89	-4,094733	4,094733	178	45	9	1,79966043	0,0505618
91	-4,013403	4,013403	182	45	9	1,80355394	0,04945055
93	-3,93474	3,93474	186	45	9	1,80706578	0,0483871
95	-3,857142	3,857142	190	45	9	1,80952341	0,04736842
97	-3,774343	3,774343	194	45	9	1,80795689	0,04639175
99	-3,648151	3,648151	198	45	9	1,78354049	0,04545455

5.2.10 Profundidad de 10 m, longitud de 1 m y K 50.

d/2(m)	I _{max} (mA)	I _{max} (mA)	d(m)	K(mS)	H(m)	I _{max} *d/K*H*V	H/d
0,5	-61,00356	61,00356	1	50	10	0,12200712	10
1,5	-44,15368	44,15368	3	50	10	0,26492208	3,33333333
2,5	-38,12795	38,12795	5	50	10	0,3812795	2
3,5	-34,55013	34,55013	7	50	10	0,48370182	1,42857143
4,5	-31,95189	31,95189	9	50	10	0,57513402	1,11111111
5,5	-29,86965	29,86965	11	50	10	0,6571323	0,90909091
6,5	-28,11036	28,11036	13	50	10	0,73086936	0,76923077
7,5	-26,57839	26,57839	15	50	10	0,7973517	0,66666667
8,5	-25,21977	25,21977	17	50	10	0,85747218	0,58823529
9,5	-24,0005	24,0005	19	50	10	0,912019	0,52631579
10,5	-22,89719	22,89719	21	50	10	0,96168198	0,47619048
11,5	-21,89257	21,89257	23	50	10	1,00705822	0,43478261
12,5	-20,97324	20,97324	25	50	10	1,048662	0,4
13,5	-20,12842	20,12842	27	50	10	1,08693468	0,37037037
14,5	-19,34923	19,34923	29	50	10	1,12225534	0,34482759
15,5	-18,62823	18,62823	31	50	10	1,15495026	0,32258065
16,5	-17,95908	17,95908	33	50	10	1,18529928	0,3030303
17,5	-17,33636	17,33636	35	50	10	1,2135452	0,28571429
18,5	-16,75539	16,75539	37	50	10	1,23989886	0,27027027
19,5	-16,2121	16,2121	39	50	10	1,2645438	0,25641026
20,5	-15,70294	15,70294	41	50	10	1,28764108	0,24390244
21,5	-15,22479	15,22479	43	50	10	1,30933194	0,23255814
22,5	-14,7749	14,7749	45	50	10	1,329741	0,22222222
23,5	-14,35083	14,35083	47	50	10	1,34897802	0,21276596
24,5	-13,95043	13,95043	49	50	10	1,36714214	0,20408163
25,5	-13,57177	13,57177	51	50	10	1,38432054	0,19607843
26,5	-13,21312	13,21312	53	50	10	1,40059072	0,18867925
27,5	-12,87293	12,87293	55	50	10	1,4160223	0,18181818
28,5	-12,54983	12,54983	57	50	10	1,43068062	0,1754386
29,5	-12,24254	12,24254	59	50	10	1,44461972	0,16949153
30,5	-11,94994	11,94994	61	50	10	1,45789268	0,16393443
31,5	-11,67101	11,67101	63	50	10	1,47054726	0,15873016
32,5	-11,40479	11,40479	65	50	10	1,4826227	0,15384615
33,5	-11,15044	11,15044	67	50	10	1,49415896	0,14925373
34,5	-10,90718	10,90718	69	50	10	1,50519084	0,14492754
35,5	-10,67428	10,67428	71	50	10	1,51574776	0,14084507
36,5	-10,4511	10,4511	73	50	10	1,5258606	0,1369863
37,5	-10,237	10,237	75	50	10	1,53555	0,13333333
38,5	-10,03139	10,03139	77	50	10	1,54483406	0,12987013
39,5	-9,833689	9,833689	79	50	10	1,55372286	0,12658228
40,5	-9,643302	9,643302	81	50	10	1,56221492	0,12345679
41,5	-9,459549	9,459549	83	50	10	1,57028513	0,12048193

42,5	-9,281589	9,281589	85	50	10	1,57787013	0,11764706
43,5	-9,108244	9,108244	87	50	10	1,58483446	0,11494253
44,5	-8,937674	8,937674	89	50	10	1,59090597	0,11235955
45,5	-8,766726	8,766726	91	50	10	1,59554413	0,10989011
46,5	-8,589495	8,589495	93	50	10	1,59764607	0,10752688
47,5	-8,39368	8,39368	95	50	10	1,5947992	0,10526316
48,5	-8,14886	8,14886	97	50	10	1,58087884	0,10309278
49,5	-7,753607	7,753607	99	50	10	1,53521419	0,1010101

5.3 Etapa 3: Generación de la curva y ajuste.

Para esta última parte del trabajo, se va a emplear un programa de análisis de datos.

5.3.1 Diagrama de dispersión

Con los datos que se han obtenido en las simulaciones se realizará una representación mediante un diagrama de dispersión, a fin de visualizar de forma aproximada qué tipo de ajuste se tendrá.

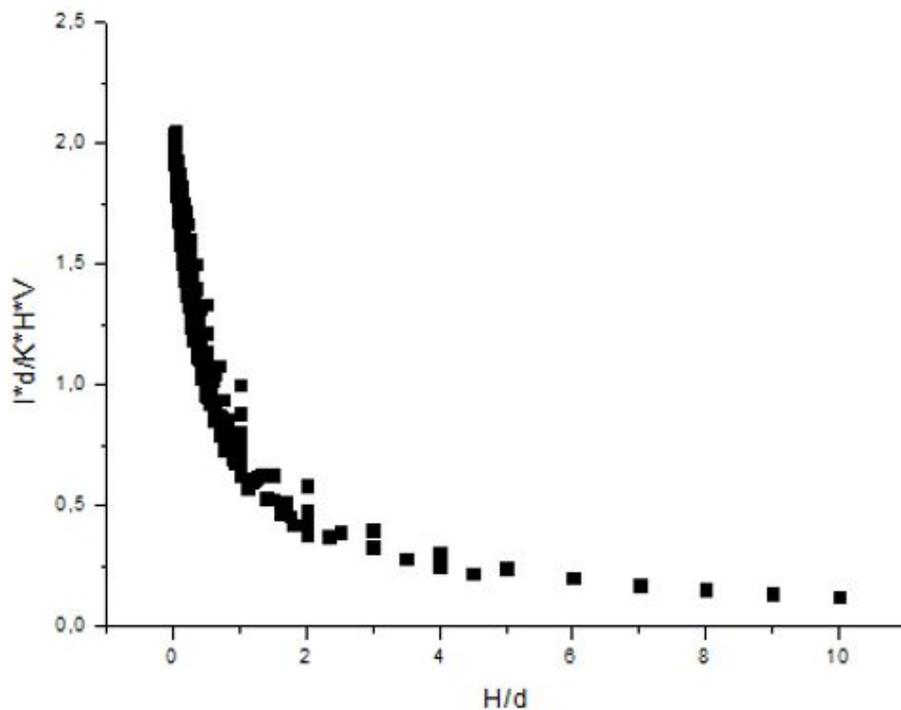


Figura 21. Diagrama de dispersión

Como se puede observar, por la forma de la curva obtenida, se considera que va a ser una curva tipo exponencial.

5.3.2 Curva de ajuste

Una vez que se conoce qué tipo de curva de ajuste se va a obtener, se busca gráficamente una curva que mejor se ajuste.

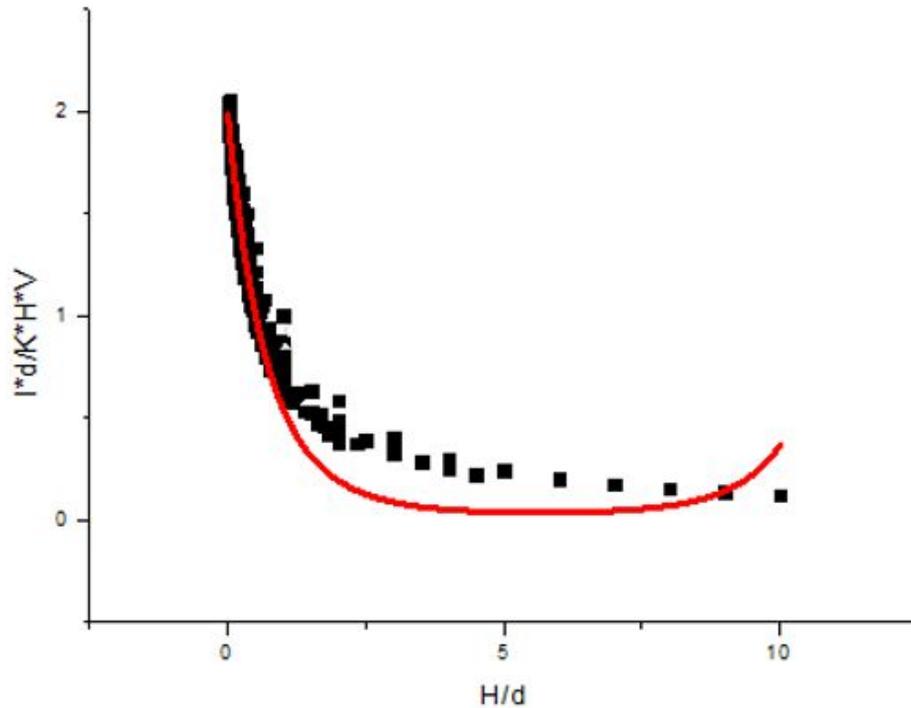


Figura 22. Curva de ajuste

5.3.3 Ecuación de la curva de ajuste

Una vez que se ha elegido la curva que más se ajusta a nuestros datos de forma gráfica, pasamos a obtener la ecuación matemática que le corresponde.

La ecuación es del tipo siguiente:

$$|I_{max}| * d / K * H * V = e^{(a+b(H/d)+c(H/d)^2)}$$

Como ya se había deducido de la forma que tenía el diagrama de dispersión, es de tipo exponencial.

Los valores de las constantes y su error de la curva para nuestros datos son los que aparecen en la siguiente tabla:

	Valor	Error
a	0,68557	7,58338E-5
b	-1,41871	9,97965E-4
c	0,12497	2,23889E-4

5.3.4 Valoración de la bondad del ajuste

Para terminar de confirmar que la curva de ajuste que se ha obtenido a partir de los datos de las simulaciones es adecuada, se realiza un estudio estadístico de bondad. Para ello se estudia el valor del parámetro estadístico R^2 . Este parámetro varía entre 0 y 1, sabiendo que cuanto más cercano es a 1, mejor es el ajuste.

El valor que se obtiene en este estudio es el siguiente:

$$R^2 = 0,96411$$

Por tanto podemos confirmar que la curva de ajuste que se ha obtenido es aceptable y buena, atendiendo a su cercanía a 1.

CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES

CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES

Como conclusiones de este trabajo podemos obtener las siguientes:

1. Sobre el programa 'DITPRO'.

Se efectúa un trabajo detallado del programa, gracias al cual hemos podido realizar el objetivo de este trabajo fin de grado. Podemos decir, que el programa es muy útil, ya que la precisión de los resultados obtenidos es bastante buena y nos permite solucionar una gran cantidad de problemas. El tiempo de simulación, para la cantidad de datos que obtenemos, es bastante reducido.

2. Sobre la adimensionalización:

Gracias al Teorema de Pi de Vaschy-Buckingham, hemos conseguido una relación de las distintas variables del problema. Hemos obtenido dos monomios adimensionales, que se relacionan entre sí mediante una curva de ajuste. Dicha curva ha sido obtenida al final de este Trabajo Fin de Grado.

3. Sobre el objetivo de este trabajo.

El objetivo principal de este trabajo, era encontrar una función que nos permitiera relacionar unas variables características de suelos homogéneos y así poder obtener la profundidad (H) y conductividad aparente del terreno (K), de forma más sencilla.

Para ello, hemos realizado con el programa 'DITPRO' **3650 simulaciones**, y de estas simulaciones hemos obtenido **182500 pares de datos experimentales**, que una vez tratados, hemos podido obtener la función buscada.

La función resultante, como hemos comentado en el capítulo anterior es bastante buena y se ajusta bien a la realidad, y por tanto podemos decir, que el error que cometeríamos al utilizarla es mínimo.

Gracias a esta función obtenemos las características del terreno sin necesidad de utilizar complejos programas de cálculo.

CAPÍTULO 7: BIBLIOGRAFÍA

CAPÍTULO 7. BIBLIOGRAFÍA

- ✓ Alhama, I., Soto Meca, A. y Alhama, F. (2010a). Programa FATSIM-A (Flow and Transport Simulator). © UPCT (Universidad Politécnica de Cartagena), Cartagena
- ✓ Alhama, I., Soto Meca, A. y Alhama, F. (2010b). Simulador de flujo y transporte FATSIM-A. Manejo y aplicaciones docentes y de investigación. MORPI Ed. UPCT (Universidad Politécnica de Cartagena), Cartagena
- ✓ Alhama, I., Soto Meca, A. y Alhama, F. (2010a). Programa FAHET (Flow and Heat Transport Simulator). © UPCT (Universidad Politécnica de Cartagena), Cartagena
- ✓ Alhama, F. (1999). Estudio de respuestas térmicas transitorias en procesos no lineales de transmisión de calor mediante el método de simulación por redes. Tesis Doctoral. Universidad de Murcia
- ✓ Alhama, F. y del Cerro Velázquez, F. (2010a). PROCCA-09, Programa de conducción de calor. © UPCT (Universidad Politécnica de Cartagena), Cartagena
- ✓ Alhama, F. y del Cerro Velázquez, F. (2010b). Simulación y diseño de problemas de conducción térmica con PROCCA-09. (193 p). Ed. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Murcia (UMU)
- ✓ Baker, W. E. y Shortt, D. J. (1990). Integrated electrical/thermal component modelling. Naval Res. Lab., Washington
- ✓ Bello, V. G. (1991). Electrical models of mechanical units widen simulator's scope. Electronics Design News, March
- ✓ González-Fernández, C.F. (2002). Applications of the network simulation method to transport processes, in Network Simulation Method. Ed. J. Horno, Research Signpost, Trivandrum, India
- ✓ Hamill, D. C. (1993), Learning about chaotic circuits with Spice. IEEE Transactions on education, 36, 28-35
- ✓ Herbert, D. B. (1992). Simulations differential equations with Spice2. IEEE Circuits and devices 8, 11-14
- ✓ Kielkowsky, R. (1994). Inside Spice. McGraw-Hill, New York 80
- ✓ Nagel, L. W. (1975). SPICE2: A computer program to simulate semiconductor circuits. Memo. Nº. UCB/ERL M520. Electronic Research Laboratory, Univ. de California, Berkeley, CA 94720

- ✓ Nagel, L.W. (1977). SPICE (Simulation program with integrated circuit emphasis). Berkeley, CA; University of California, Electronics Res. Lab., ERL-M382
- ✓ Peusner, L. (1987). The principles of network thermodynamics: Theory and biophysical applications. Entropy, Lincoln, Massachusetts
- ✓ SPICE, versión 6.0 (1994): Microsim Corporation, 20 Fairbanks, Irvine, California 92718
- ✓ Soto Meca, A., Alhama, F. y González-Fernández, C. F. (2007b). An efficient model for solving density driven groundwater flow problems based on the network simulation method. J. Hidrol., 339, 39-53
- ✓ Soto Meca, A., Alhama, I. y Alhama, F. (2007c). Numerical simulation of saltwater intrusion with velocity dependent dispersion coefficient by network method. TIAC'07, III Int. Symp. Om Tech. of Sea Water Intrusion into Coastal Aquifers. Almeria. Serie: Hidrología y Aguas Subterráneas, nº 23. Inst. Geológico y Minero (2007), p. 491-500
- ✓ Soto Meca, A., Alhama, F. y González-Fernández, C. F. (2007d). Density-driven flow and solute transport problems. A 2-D numerical model based on the network simulation method, Computer Physics Communications)
- ✓ Vladimirescu, A. (1994). The spice book. John Wiley & Sons, Inc., New York
- ✓ Tema 3: Tomografía Eléctrica, UPC(Universitat Politècnica de Catalunya BarcelonaTechn). Citado Septiembre 2017. Disponible en <https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2099.1/6231/07.pdf?sequence=8&isAllowed=y>
- ✓ Sánchez Pérez, Juan Francisco, Alhama Manteca, Iván y Ramírez Medrano, Freddy Antonio (2015). Memoria Del Software DITPRO. UPCT(Universidad Politécnica de Cartagena), Cartagena
- ✓ Díaz Sánchez, Santos (Noviembre 2015). Trabajo Fin de Carrera 'Modelo en red del problema directo de Tomografía. Aplicaciones a suelos Heterogéneos'. UPCT(Universidad Politécnica de Cartagena), Cartagena
- ✓ Ramírez Medrano, Freddy Antonio (2014). Trabajo Final de Máster . UPCT(Universidad Politécnica de Cartagena), Cartagena