



industriales
etsii

Escuela Técnica
Superior
de Ingeniería
Industrial

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA

Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Industrial

Distribución y representación de tensiones tangenciales en secciones cerradas de pared delgada multicelulares con la ayuda del programa de elementos finitos ANSYS

TRABAJO FIN DE GRADO

GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS
INDUSTRIALES

Autor: María Rubio Martínez
Director: Dña. Concepción Díaz Gómez
Codirector: D. Mariano Victoria Nicolás

Cartagena, 10 de diciembre del 2017



Universidad
Politécnica
de Cartagena

Contenido

Capítulo 1. Introducción.....	1
1.1. Introducción.....	1
1.2. Objeto del proyecto.....	1
1.3. Estructura del proyecto	2
1.4. Medios utilizados.....	3
Capítulo 2. Tensiones tangenciales en perfiles de pared delgada	5
2.1. Introducción.....	5
2.2. Relaciones cinemáticas.....	6
2.3. Cálculo de tensiones normales.....	9
2.4. Cálculo de tensiones tangenciales.....	9
2.4.1. <i>Cálculo de tensiones tangenciales en secciones abiertas</i>	11
2.4.2. <i>Cálculo de tensiones tangenciales en secciones cerradas unicelulares</i>	11
Capítulo 3. El Método de Elementos Finitos	13
3.1. Introducción al Método de Elementos Finitos (MEF)	13
3.2. Aspectos generales del MEF	14
3.3. Formulación general del MEF	15
3.3.1. <i>Introducción</i>	15
3.3.2. <i>Características de los elementos</i>	16
3.4. Elementos viga para el análisis de tensiones.....	23
Capítulo 4. El Método de Elementos Finitos en ANSYS.....	25
4.1. Introducción.....	25
4.1.1. <i>ANSYS a través del Método de los Elementos Finitos</i>	26
4.1.2. <i>Tipos de elementos finitos</i>	26
4.2. Arquitectura del programa ANSYS.....	26
4.2.1. <i>Los ficheros de ANSYS</i>	28
4.2.2. <i>La base de datos de ANSYS</i>	29
4.3. La Interfaz Gráfica de Usuario (GUI)	30
4.4. Operaciones básicas	33
4.4.1. <i>Conceptos básicos sobre el menú principal</i>	33
4.4.2. <i>Introducir información en la ventana de entrada</i>	33
4.4.3. <i>Barra de comandos “Pan, Zoom, Rotate”</i>	33

4.5. El sistema de ayuda	38
4.6. Procedimiento para un análisis con ANSYS	39
4.7. Técnicas para el modelado	40
4.7.1. <i>Ventajas del modelado sólido</i>	41
4.7.2. <i>Planificación del trabajo</i>	42
4.8. Sistemas de coordenadas	43
4.9. Modelado de abajo hacia arriba	44
4.9.1. <i>Definición de puntos clave</i>	45
4.9.2. <i>Definición de líneas</i>	46
4.9.3. <i>Definición de áreas</i>	49
4.9.4. <i>Definición de volúmenes</i>	52
4.10. Modelado desde arriba hacia abajo	54
4.11. Esculpir el modelo con operaciones booleanas	55
4.11. BEAM188 elemento viga	56
4.11.1. <i>Descripción del elemento</i>	57
4.11.2. <i>Tecnología del elemento y recomendaciones de uso</i>	57
4.11.3. <i>Datos de entrada</i>	60
4.11.4. <i>Secciones transversales</i>	61
4.11.5. <i>Cargas</i>	63
4.11.6. <i>Resumen de entradas</i>	65
4.11.7. <i>Datos de salida</i>	71
Capítulo 5. Modelo de elementos finitos para el análisis de vigas con perfiles de pared delgada.	81
5.1. Introducción	81
5.2. Descripción del modelo	81
5.3. Viga 1. Sección abierta	82
5.3.1. <i>Modelo analítico</i>	82
5.3.2. <i>Modelo de elementos finitos</i>	87
5.3.3. <i>Análisis de los resultados</i>	89
5.4. Viga 2. Sección cerrada unicelular	90
5.4.1. <i>Modelo analítico</i>	90
5.4.2. <i>Modelo de elementos finitos</i>	94
5.4.3. <i>Análisis de los resultados</i>	96
5.5. Viga 3. Sección cerrada multicelular	96
5.5.1. <i>Modelo analítico</i>	96
5.5.2. <i>Modelo de elementos finitos</i>	101
5.5.3. <i>Análisis de los resultados</i>	105
5.6. Viga 4. Sección cerrada multicelular híbrida	106

5.6.1. <i>Modelo analítico</i>	106
5.6.2. <i>Modelo de elementos finitos</i>	113
5.6.3. <i>Análisis de los resultados</i>	117
Capítulo 6. Conclusiones y trabajos futuros	119
6.1. Conclusiones	119
6.2. Trabajos futuros.....	123
Referencias bibliográficas	125

Capítulo 1. Introducción.

1.1. Introducción.

El presente proyecto consiste en el estudio de la distribución y representación de las tensiones tangenciales en secciones cerradas de pared delgada multicelulares utilizando el Método de los Elementos Finitos.

Las fases para la consecución del objetivo global del proyecto son las siguientes:

1) Búsqueda de información: en esta fase se recopila información tanto del programa "ANSYS" como de aquellas secciones estructurales que después se llevarán a estudio, contando siempre con la ayuda de los directores del trabajo Dña. Concepción Díaz Gómez y D. Mariano Victoria Nicolás.

2) Definición de las variables y parámetros: en esta fase se plantean todos los elementos (variables y parámetros) que intervendrán en el trabajo, como pueden ser los tipos de tensiones a calcular y representar, teorías de análisis que se van a considerar, base de datos para perfiles, etc.

3) Propuesta de todas las posibles secciones que se estudiarán: en esta fase se propondrán, con exactitud, las distintas secciones que pueden formar parte del objetivo del estudio, teniendo en cuenta para ello, dimensiones generales y sus espesores, tipología, etc.

4) Análisis y validación de modelos numéricos de forma analítica: una vez realizado el estudio individual de las secciones, se realizará su valoración y la elección definitiva de las mismas. Estudio de una sección elemental multicelular.

5) Análisis de secciones multicelulares complejas.

6) Elaboración de la presente memoria.

1.2. Objeto del proyecto.

El presente trabajo ha sido elaborado por la alumna María Rubio Martínez, con DNI 48698195L, con el objeto de finalizar los estudios de Grado de Ingeniería en Tecnologías Industriales. El presente proyecto reúne la documentación necesaria para la distribución y representación de tensiones tangenciales en secciones cerradas de pared delgada multicelulares además de la comprobación con el programa de simulación ANSYS y los cálculos analíticos realizados.

El objetivo de este proyecto es el análisis de una estructura real mediante el método de los elementos finitos, la distribución y representación de sus tensiones tangenciales. Se harán distintos ejemplos con distintas secciones en la viga. El programa de elementos finitos que se ha usado para este análisis es el programa de simulación ANSYS. En este análisis de la estructura, se va a comprobar si se obtienen los mismos resultados analíticamente y con el programa citado. Estará centrado en las tensiones tangenciales de secciones cerradas. El cálculo de la estructura según el modelo de los elementos finitos permite un análisis más riguroso que el realizado analíticamente, con el método de elementos finitos se podrá obtener el comportamiento real.

A pesar de las diferencias que puede haber entre ambos procedimientos el objetivo es comprobar que los resultados sean similares tanto en el cálculo analítico como en el programa objetivo que será explicado en las conclusiones.

Los objetivos generales de este proyecto son:

- Calcular, distribuir y representar de forma analítica las tensiones tangenciales de los 4 ejemplos de viga biapoyada con distintas secciones cerradas de pared delgada.
- Calcular, distribuir y representar las tensiones tangenciales de esas mismas secciones con el programa de elementos finitos ANSYS.
- Análisis de los resultados y comprobación de los mismos.

1.3. Estructura del proyecto.

En este capítulo, Introducción, se describen las generalidades del proyecto, prestando especial atención al objetivo. Además, se describe la estructura del trabajo, así como los medios necesarios para realizarlo.

En el Capítulo 2, Tensiones tangenciales en perfiles de pared delgada, se exponen las principales metodologías empleadas para el análisis de tensiones normales y tangenciales. En primer lugar, se describen las relaciones cinemáticas, y finalmente el cálculo de las tensiones normales y tangenciales.

En el Capítulo 3, El método de los elementos finitos, se presentan los pasos generales necesarios para la construcción de modelos de elementos finitos, haciendo especial énfasis en los aspectos relacionados con el planteamiento del problema.

En el Capítulo 4, Modelo de elementos finitos en ANSYS, se describen los fundamentos y organización del programa. Además, se describen los elementos viga que serán necesarios para este proyecto.

En el Capítulo 5, Modelo de elementos finitos para el análisis de vigas con perfiles de pared delgada, se presentan los resultados de varios estudios analíticos y su posterior comprobación con ANSYS.

En el Capítulo 6, Conclusiones y trabajos futuros, se recogen las conclusiones extraídas a raíz del desarrollo del proyecto. También se enumeran los trabajos futuros necesarios para seguir desarrollando el campo de estudio de este trabajo.

Al final de esta memoria se recogen las referencias bibliográficas consultadas para la realización del trabajo.

1.4. Medios utilizados.

El proyecto se ha llevado a cabo en colaboración con el Departamento de Estructuras y Construcción, situado en la Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial (ETSII) de la Universidad Politécnica de Cartagena.

Para la realización del mismo ha sido necesaria la utilización de los siguientes equipos y software:

Ordenador con las siguientes características técnicas

- Procesador Intel® Core™ i7-4510U 2.00GHz
- 3.1GHz, 8 GB de memoria RAM

Sistema Operativo:

- Windows 10

Software:

- ANSYS versión 18

Capítulo 2. Tensiones tangenciales en perfiles de pared delgada.

2.1. Introducción.

Algunas de las barras que se utilizan en las estructuras metálicas se pueden calcular como barras con sección de pared delgada (figura 2.1.1). La característica común de estos perfiles es que las dimensiones de los espesores de las paredes son mucho menores que la menor de las otras dimensiones que definen la geometría de la sección. Se considerará incluida en este grupo de perfiles a toda barra cuya sección tenga espesores de pared que sean como máximo la décima parte de la menor dimensión característica ($e_i \leq \min(h, b)/10$).

Con secciones de este tipo se pueden proyectar estructuras de acero muy resistentes y de poco peso propio, pues la forma geométrica de la sección de cada barra se diseña de modo que la capacidad resistente del material sea aprovechada convenientemente en función de la clase de esfuerzos que deba soportar.

Con respecto al análisis de barras de pared delgada existen algunas particularidades relativas a la cinemática de la barra y al cálculo de tensiones tangenciales que serán estudiadas en este capítulo.

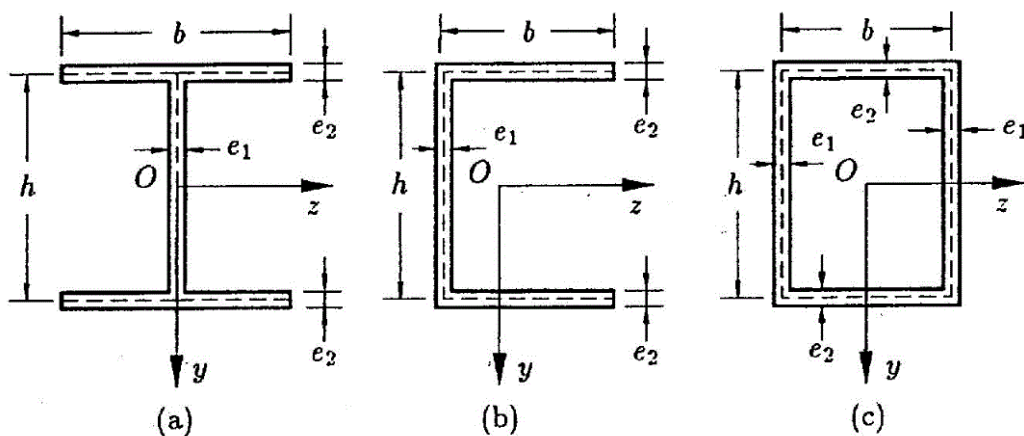


Figura 2.1.1. Perfiles de pared delgada. (Garrido y Foces, 1999)

2.2. Relaciones cinemáticas.

A fin de definir la cinemática de las barras con sección de pared delgada sometidas a tracción (compresión)-flexión, se considerará un sistema de coordenadas curvilíneas que se adapte a la forma geométrica de cada sección. Así, con referencia a la figura 2.2.1.a, se tomará la coordenada curvilínea s sobre la línea media del perfil con origen en un punto arbitrario y se definirá un triedro de referencia ortogonal $O'xns$ en los puntos de dicha línea. El eje local $O'x$ es paralelo al eje longitudinal de la barra, el s es tangente a la línea media en O' y el $O'n$, que al igual que el $O's$ está contenido en el plano de la sección, es normal al eje $O's$. En lo que sigue, el término en el espesor se usará para referirse a los puntos que, para un determinado valor de la coordenada curvilínea s , están alineados en la dirección $O'n$.

Para obtener las relaciones cinemáticas se parte de las siguientes hipótesis:

$$u_y(x, y, z) \approx u_y(x, 0, 0) = u_{y0}(x) \quad (2.1)$$

$$u_z(x, y, z) \approx u_z(x, 0, 0) = u_{z0}(x) \quad (2.2)$$

$$u_x(x, y, z) \approx u_x(x, s) \quad (2.3)$$

Las hipótesis relativas a los desplazamientos en el plano de la sección ($u_{y0}(x)$, $u_{z0}(x)$) son las mismas que se admitían en el caso de barras de sección maciza sometidas a tracción (compresión) - flexión. La aproximación relativa a los desplazamientos normales, ecuación (2.3), que se justifica en base a los pequeños espesores de las paredes, equivale a suponer que el desplazamiento u_x es constante en el espesor ($u_x(x, s)$, figura 2.2.1.c)

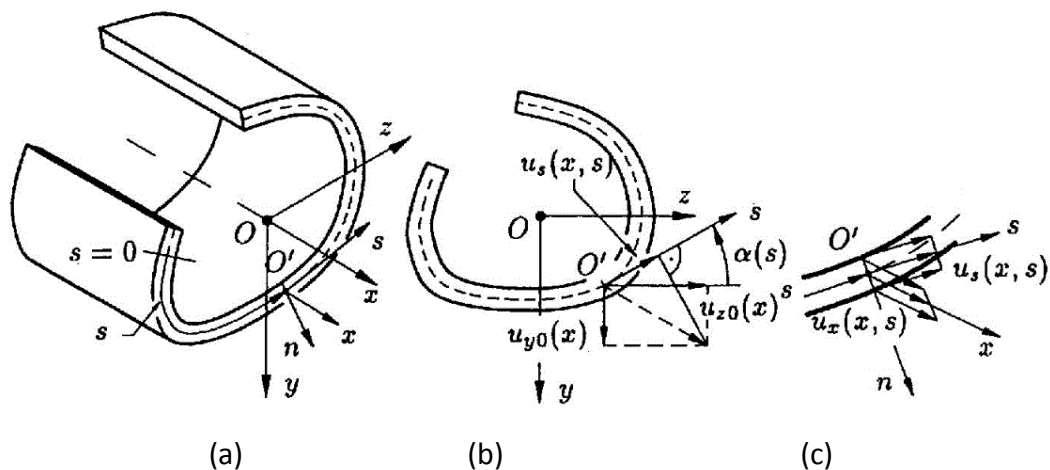


Figura 2.2.1. Perfil de pared delgada. (a) Sistemas de coordenadas.

(b) Desplazamientos. (c) Hipótesis de desplazamiento constante. (Garrido y Foces, 1999)

El objetivo es buscar una ecuación para el desplazamiento $u_x(x, s)$ en secciones de pared delgada. Se considerarán los valores medios de las deformaciones angulares, en este caso valores medios en el espesor ($\gamma_{xs}(x, s)$). Obsérvese que esta aproximación, se justifica

en base a los pequeños espesores de las paredes. La ecuación de compatibilidad asociada a $\gamma_{xs}(x,s)$ es

$$\gamma_{xs}(x,s) = \frac{\partial u_x(x,s)}{\partial s} + \frac{\partial u_s(x,s)}{\partial x} \quad (2.4)$$

Integrando obtenemos

$$u_x(x,s) = - \int_0^s \frac{\partial u_s(x,s')}{\partial x} ds' + \int_0^s \gamma_{xs}(x,s') ds' + F(x) \quad (2.5)$$

donde s' es una coordenada muda de integración definida en la misma dirección y sentido que s .

La segunda integral del segundo miembro de la ecuación anterior depende de la distribución de deformaciones angulares medias y representa los desplazamientos axiales de alabeo. A continuación, calcularemos el valor de la primera integral. Con referencia a la figura 2.2.1.b

$$u_s(x,s) = -u_{y0}(x) \operatorname{sen} \alpha(s) + u_{z0}(x) \operatorname{cos} \alpha(s) \quad (2.6)$$

siendo $\alpha(s)$ el ángulo que forma la tangente a la línea media de la sección en el punto considerado con el eje z . Considerando que $\operatorname{cos} \alpha(s) = dz/ds$ y que $\operatorname{sen} \alpha(s) = -dy/ds$

$$u_s(x,s) = u_{y0}(x) \frac{dy}{ds} + u_{z0}(x) \frac{dz}{ds} \quad (2.7)$$

Derivando respecto de x obtenemos el integrando de la primera integral del segundo miembro de la ecuación (2.5)

$$\frac{\partial u_s(x,s)}{\partial x} = \frac{du_{y0}(x)}{dx} \frac{dy}{ds} + \frac{du_{z0}(x)}{dx} \frac{dz}{ds} \quad (2.8)$$

por lo que dicha integral es

$$\int_0^s \frac{\partial u_s(x,s')}{\partial x} ds' = \frac{du_{y0}(x)}{dx} (y(s) - y(0)) + \frac{du_{z0}(x)}{dx} (z(s) - z(0)). \quad (2.9)$$

Sustituyendo este resultado en la ecuación (2.5)

$$u_x(x,s) = F(x) - \frac{du_{y0}(x)}{dx} (y(s) - y(0)) - \frac{du_{z0}(x)}{dx} (z(s) - z(0)) + \int_0^s \gamma_{xs}(x,s) ds \quad (2.10)$$

Particularizando la expresión anterior para $s = 0$, se deduce que $F(x)$ es el valor de u_x en el origen de la coordenada curvilínea s ($F(x) = u_x(x, 0)$). Agrupando términos dependientes y no dependientes de s

$$u_x(x,s) = u_x(x,0) + \frac{du_{y0}(x)}{dx} y(0) + \frac{du_{z0}(x)}{dx} z(0) \quad (2.11)$$

$$- \frac{du_{y0}(x)}{dx} y(s) - \frac{du_{z0}(x)}{dx} z(s) + \int_0^s \gamma_{xs}(x,s') ds'$$

La suma de los tres primeros términos del segundo miembro de la ecuación anterior es una cantidad constante que representa una traslación $u_{x0}(x)$ de todos los puntos de la sección

$$u_x(x, s) = u_{x0}(x) - \frac{du_{y0}(x)}{dx} y(s) - \frac{du_{z0}(x)}{dx} z(s) + \int_0^s \gamma_{xs}(x, s') ds' \quad (2.12)$$

Como generalmente se trabaja con barras esbeltas, se suelen despreciar los desplazamientos normales de alabeo originados por las deformaciones angulares asociadas a los esfuerzos cortantes. Esta simplificación, implica

$$u_x(x, s) = u_{x0}(x) - \frac{du_{y0}(x)}{dx} y(s) - \frac{du_{z0}(x)}{dx} z(s), \quad (2.13)$$

o bien

$$u_x(x, s) = u_{x0}(x) + \varphi_z(x)y(s) + \varphi_y(x)z(s). \quad (2.14)$$

En definitiva, la cinemática de la barra consiste en unas traslaciones ($u_{x0}(x)$, $u_{y0}(x)$ y $u_{z0}(x)$) de toda la sección y en unos giros ($\varphi_y(x)$ y $\varphi_z(x)$) alrededor de los ejes y y z . Como se ha despreciado el alabeo, estos giros son iguales y de signo contrario a las pendientes de la línea media deformada de la barra en la sección ($du_{z0}(x)/dx$ y $du_{y0}(x)/dx$).

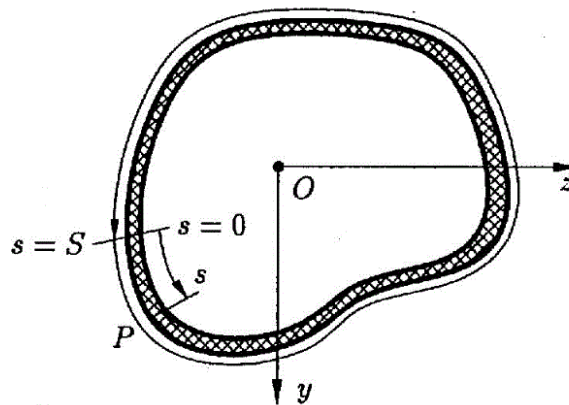


Figura 2.2.2. Perfil cerrado de pared delgada. (Garrido y Foces, 1999)

Por último, se comprobará que la integral de las deformaciones angulares a lo largo de todo el perímetro (S) de la línea media es nula en secciones cerradas de pared delgada (figura 2.2.2). En efecto, el desplazamiento del punto P es único y la ecuación (2.12) debe implicar valores iguales para s y para $s+S$

$$u_x(x, s + S) - u_x(x, s) = 0 \quad (2.15)$$

Por lo tanto

$$\int_0^{s+S} \gamma_{xs}(x, s') ds' - \int_0^s \gamma_{xs}(x, s') ds' = \int_s^{s+S} \gamma_{xs}(x, s') ds' = \int_0^S \gamma_{xs}(x, s') ds' = 0 \quad (2.16)$$

Esta propiedad la utilizaremos más adelante cuando tratemos el cálculo de tensiones tangenciales en perfiles cerrados de pared delgada.

2.3. Cálculo de tensiones normales.

En este apartado se deducen las ecuaciones relativas al cálculo de tensiones en secciones de pared delgada. Partiendo de la ecuación de compatibilidad relativa al alargamiento unitario $\varepsilon_x(x, s)$

$$\varepsilon_x(x, s) = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad (2.17)$$

aplicando la ecuación de comportamiento

$$\sigma_x(x, s) = E \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad (2.18)$$

y considerando la ecuación (2.14), obtenemos

$$\sigma_x(x, s) = E \left(\frac{\partial u_{x0}(x)}{\partial x} + \frac{d\varphi_z(x)}{dx} y(s) + \frac{d\varphi_y(x)}{dx} z(s) \right). \quad (2.19)$$

Finalmente, considerando las ecuaciones en la ecuación (2.19), se llega a una con $y \equiv y(s)$ y $z \equiv z(s)$

$$\sigma_x(x, s) = \frac{N_x(x)}{A} + \frac{M_z(x)I_y - M_y(x)I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} y(s) + \frac{M_y(x)I_z - M_z(x)I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} z(s) \quad (2.20)$$

2.4. Cálculo de tensiones tangenciales.

El cálculo de tensiones tangenciales sí presenta diferencias respecto al caso de secciones macizas. En perfiles de pared delgada solamente tiene sentido considerar la tensión tangencial $\tau_{xs}(x, s)$, la cual se supone constante en el espesor. La tensión tangencial τ_{sn} se considera nula, puesto que se ha admitido que la sección no se deforma en su plano (Ecs. (2.1) y (2.2)). En cuanto a la tensión tangencial τ_{xn} , se sabe que por condición de contorno debe ser nula o igual a $\overline{b_x}$ en $n = \pm e(s)/2$ y su valor en el espesor será de un orden parecido, por lo que se despreciará dicha tensión.

Para deducir la expresión de $\tau_{xs}(x, s)$ en función de los esfuerzos cortantes $V_y(x)$ y $V_z(x)$ se planteará el equilibrio de fuerzas según la dirección x en el trozo de barra representado en la figura 2.4.1.

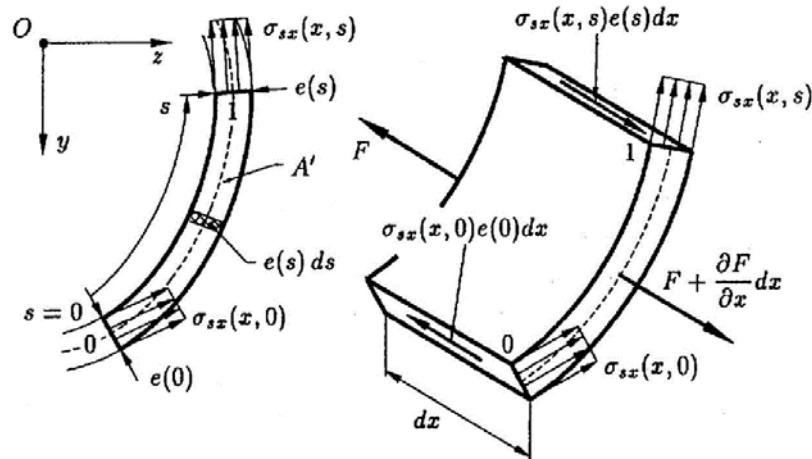


Figura 2.4.1. Tensiones y flujo de tensiones en un trozo de barra. (Garrido y Foces, 1999)

$$F + \frac{\partial F}{\partial x} dx - F + \tau_{xs}(x, s)e(s)dx - \tau_{sx}(x, 0)e(0)dx = 0 \quad (2.21)$$

Simplificando y despejando $\tau_{sx}(x, s)$ obtenemos

$$\tau_{sx}(x, s)e(s) = \tau_{sx}(x, 0)e(0) - \frac{\partial F}{\partial x} \quad (2.22)$$

siendo F la fuerza resultante de las tensiones normales en el área A'

$$F = \int_{A'} \sigma_x(x, s)dA \quad (2.23)$$

Por equilibrio $\tau_{xs}(x, s) = \tau_{sx}(x, s)$. Además, se han despreciado las fuerzas superficiales $\overline{b_x}$ en la ecuación de equilibrio (2.22). Considerando el valor de F .

$$\tau_{xs}(x, s)e(s) = \tau_{xs}(x, 0)e(0) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{A'} \sigma_x(x, s)dA \right) \quad (2.24)$$

El valor de la integral que aparece en la expresión anterior a la que se llega partiendo de la ecuación (2.20). Despreciando el primer sumando del segundo miembro de la ecuación (2.13) y procediendo como en secciones macizas, se obtiene una expresión análoga a la (2.19)

$$\tau_x(x, s)e(s) = \tau_x(x, 0)e(0) - \frac{V_y(x)I_y - V_z(x)I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} Q_z(s) - \frac{V_z(x)I_z - V_y(x)I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} Q_y(s) \quad (2.25)$$

Siendo:

$$Q_z(s) = \int_{A'} y(s)dA = \int_0^s y(s')e(s')ds \quad (2.26)$$

$$Q_y(s) = \int_{A'} z(s)dA = \int_0^s z(s')e(s')ds \quad (2.27)$$

los momentos estáticos del área A' respecto de los ejes de la sección.

Es usual expresar la ecuación (2.25) en términos de flujos de tensiones en lugar de en tensiones. El flujo de tensiones tangenciales debidas a los esfuerzos cortantes es la fuerza tangencial (según s) por unidad de longitud de línea media

$$q_V(x, s) = \tau_{xs}(x, s)e(s) \quad (2.28)$$

Así pues, podemos escribir la ecuación (2.25) del siguiente modo

$$q_V(x, s) = q_V(x, 0) - \frac{V_y(x)I_y - V_z(x)I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} Q_z(s) - \frac{V_z(x)I_z - V_y(x)I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} Q_y(s) \quad (2.29)$$

2.4.1 Cálculo de tensiones tangenciales en secciones abiertas.

Se dice que una sección es abierta cuando su línea media no forma ninguna curva cerrada. Los perfiles representados en las figuras 2.1a y 2.1b son ejemplos de secciones abiertas de pared delgada. Dado que por lo general no suelen existir fuerzas tangenciales \bar{b}_x aplicadas en los bordes, si se toma el origen de la coordenada curvilínea s en uno de los extremos tenemos que:

$$\tau_{xs}(x, 0) = \tau_{xs}(x, S) \quad (2.30)$$

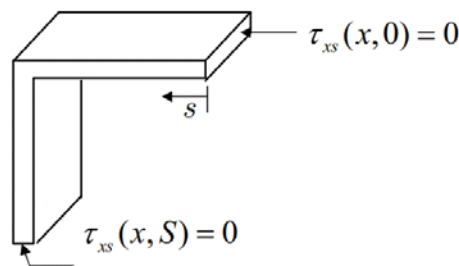


Figura 2.4.2. Puntos de tensión tangencial cero. (Garrido y Foces, 1999)

En este caso, la ecuación (2.29) es:

$$q_V(x, s) = -\frac{V_y(x)I_y - V_z(x)I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} Q_z(s) - \frac{V_z(x)I_z - V_y(x)I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} Q_y(s) \quad (2.31)$$

Como $Q_y(0) = Q_z(0) = 0$ (pues $A' = 0$) y $Q_y(S) = Q_z(S) = 0$ (ya que son los momentos estáticos de la sección completa respecto a unos ejes que pasan por el centro de gravedad), la ecuación (2.31) da flujos nulos en los puntos extremos de la línea media de la sección.

2.4.2 Cálculo de tensiones tangenciales en secciones cerradas unicelulares.

El flujo de tensiones tangenciales viene dado por la ecuación (2.31)

$$q_V(x, s) = q_V(x, 0) + q_{V_A}(x, s), \quad (2.32)$$

siendo $q_{V_A}(x, s)$ el flujo en s si la sección estuviese abierta en $s = 0$ (la elección del origen de la coordenada s es arbitraria)

$$q_{V_A}(x, s) = -\frac{V_y(x)I_y - V_z(x)I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} Q_z(s) - \frac{V_z(x)I_z - V_y(x)I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} Q_y(s) \quad (2.33)$$

El cálculo de $q_{V_A}(x, s)$ es directo, como se indicó anteriormente. Para determinar $q_V(x, 0)$ se usa la de propiedad que se dedujo al final del apartado relativo a las relaciones cinemáticas

$$\int_0^S \gamma_{xs}(x, s) ds = \int_0^S \frac{\tau_{xs}(x, s)}{G} ds = \int_0^S \frac{q_V(x, s)}{e(s)G} ds = 0 \quad (2.34)$$

Sustituyendo el valor de $q_V(x, s)$ de la ecuación (2.32)

$$q_V(x, 0) \int_0^S \frac{1}{e(s)} ds + \int_0^S \frac{q_{V_A}(x, s)}{e(s)} ds = 0 \quad (2.35)$$

y despejando $q_V(x, 0)$

$$q_V(x, 0) = \frac{-\int_0^S \frac{q_{V_A}(x, s)}{e(s)} ds}{\int_0^S \frac{ds}{e(s)}} \quad (2.36)$$

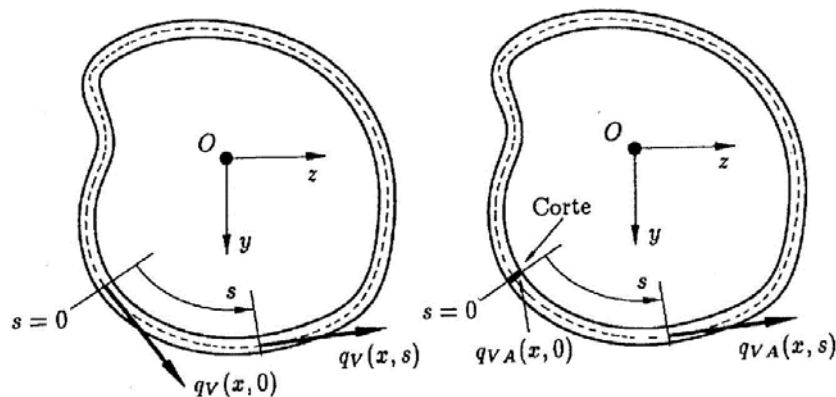


Figura 2.4.3. Flujo de tensiones en perfiles cerrados de pared delgada. (Garrido y Foces, 1999)

En definitiva, para calcular las tensiones tangenciales estáticamente equivalentes a los esfuerzos cortantes que actúan en una sección cerrada de pared delgada, hay que definir en primer lugar el origen de la coordenada curvilínea s y suponer que el perfil está abierto en dicho origen. Después se calcula $q_{V_A}(x, s)$ aplicando la ecuación (2.33) y finalmente, tras deducir $q_V(x, 0)$ usando la ecuación (2.36), se puede determinar el flujo $q_V(x, s)$ mediante la ecuación (2.32).

Capítulo 3. El Método de Elementos Finitos.

3.1. Introducción al Método de Elementos Finitos (MEF).

El método de los elementos finitos (MEF en castellano o FEM en inglés) es un método numérico general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales muy complejas utilizado en diversos problemas de ingeniería y física.

El MEF está pensado para ser usado en ordenadores y permite resolver ecuaciones diferenciales asociadas a un problema físico sobre geometrías complicadas. El MEF se usa en el diseño y mejora de productos y aplicaciones industriales, así como en la simulación de sistemas físicos y biológicos complejos. La variedad de problemas a los que puede aplicarse ha crecido enormemente, siendo el requisito básico que las ecuaciones constitutivas y ecuaciones de evolución temporal del problema sean conocidas de antemano

Este método tiene gran importancia en la solución de problemas de ingeniería, física, arquitectura, etc. ya que permite resolver casos que hasta hace poco tiempo eran prácticamente imposibles de resolver por métodos matemáticos tradicionales. Este avance se ha producido gracias a la progresión en el desarrollo de los ordenadores y del nuevo software creado al efecto. El método tradicional obligaba a realizar prototipos, ensayarlos e ir realizando mejoras de forma iterativa, lo que suponía un elevado coste tanto económico como en tiempo de desarrollo.

En la década de 1950 se produce el desarrollo de los primeros ordenadores, el cálculo de estructuras se encontraba en un punto en el que los métodos de cálculo predominantes consistían en métodos iterativos (métodos de Cross y Kani) que se realizaban de manera manual y, por tanto, resultaban bastante tediosos. El cálculo de una estructura de edificación de varios pisos, por ejemplo, podía llevar varias semanas, lo cual suponía un coste sustancial de tiempo en detrimento de la posibilidad de invertir este en la optimización de la estructura.

Por tanto, la llegada de la computadora permitió el resurgimiento del método de los desplazamientos ya conocidos en siglos anteriores (Navier, Lagrange, Cauchy), pero que eran difíciles de aplicar dado que al final conducían a la resolución de enormes sistemas de ecuaciones inabordables desde el punto de vista manual.

El Método de los Elementos Finitos apoyados con potentes ordenadores permite realizar un modelo matemático-científico de cálculo del sistema real, más fácil y económico de

modificar que un prototipo. Es un método aproximado de cálculo debido a las hipótesis básicas del método.

Los prototipos, por lo tanto, siguen siendo necesarios, pero en menor número, ya que el primero que se obtenga con ayuda de este método puede acercarse bastante más al diseño óptimo.

El Método de los Elementos Finitos como formulación matemática es relativamente nuevo. Aunque su estructura básica es conocida desde hace bastante tiempo, en las últimas décadas ha tenido un gran avance debido a los desarrollos informáticos. Han sido precisamente estos desarrollos informáticos los que han puesto a disposición de los usuarios gran cantidad de programas que permiten realizar cálculos con elementos finitos.

Sin embargo, el manejo correcto de este tipo de programas exige un profundo conocimiento no sólo del material con el que se trabaja, sino también de los principios del MEF. Sólo en este caso se estará en condiciones de garantizar que los resultados obtenidos en los análisis se ajustan a la realidad. Podríamos decir, sin equivocarnos que para poder realizar un buen diseño con elementos finitos primero debemos conocer los fundamentos científicos y matemáticos de los problemas que queremos resolver.

3.2. Aspectos generales del MEF.

El método de elementos finitos ha sido ampliamente usado en la discretización de cualquier tipo de estructura, mecanismo, sistema. Una de sus ventajas más importantes consiste en que las aproximaciones de tipo físico realizadas en el proceso de discretización siguen una metodología unitaria y sistemática.

El sistema continuo analizado es sustituido por un nuevo sistema constituido por un número finito de subdominios interconectados entre sí, en un número finito de puntos denominados nodos.

El comportamiento dinámico del sistema continuo original está gobernado por las leyes de la Mecánica del Medio Continuo. En el Método de los Elementos Finitos las funciones solución no se definen en todo el continuo, sino que sus valores numéricos se calculan únicamente en los nodos. La función solución se obtiene en cualquier otro punto del sistema continuo utilizando unas funciones de interpolación adecuadas. Un elemento finito es un subdominio en el cual se definen las funciones de interpolación. La exactitud de la solución depende del número de elementos empleados en la discretización del continuo, así como del tipo de funciones de interpolación utilizadas (Barbat y Canet, 1994).

Como es lógico y debido al avance de los ordenadores y del software cada vez es posible tomar un número mayor de elementos a estudiar y por tanto el tamaño de estos elementos disminuye aproximándose más exactamente al sistema continuo real.

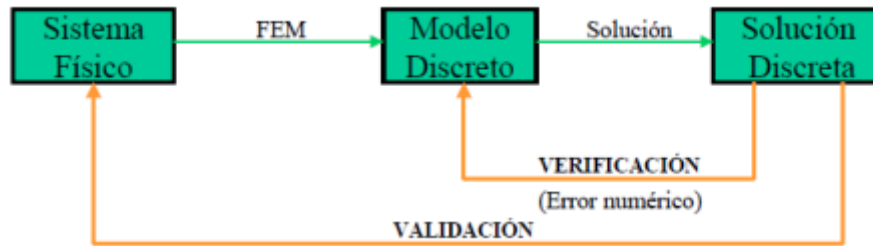


Figura 3.2.1 Flujograma aspectos generales MEF

3.3. Formulación general del MEF.

3.3.1. Introducción.

Antes de comenzar a resolver un problema mediante cualquier programa de Elementos Finitos conviene reflexionar sobre una serie de puntos.

¿Qué se pretende con el análisis?

Determinar tensiones, obtener distribuciones de temperatura, ver cómo evoluciona el sistema, calcular frecuencias y modos propios, etc. Esta pregunta nos condicionará el tipo de análisis a realizar.

¿Cómo va a ser la geometría que vamos a analizar?

Seguramente conocemos la geometría real del problema, pero a la hora de realizar su análisis deberemos simplificarla al máximo en función del objetivo del análisis, ya que la mayoría de los detalles son superfluos y lo único que conllevan es un consumo excesivo de tiempo de cálculo y de espacio de almacenamiento. Para ello deberemos buscar posibles simetrías, antisimetrías, axisimetrías del problema, problemas de tensión o deformación planas, eliminación de detalles superfluos: radios de acuerdo, entallas, etc. Una vez estudiada la geometría podremos decidir el o los tipos de elementos a utilizar, las características de los mismos, así como las propiedades de el o los materiales (módulo de elasticidad, conductividad, ...) a emplear.

¿Qué condiciones de contorno imponemos sobre el sistema a estudiar?

También serán conocidas, pero deberemos estudiar si son o no importantes o influyentes en el tipo de análisis que vamos a realizar. Una vez decididas las condiciones de contorno hemos de estudiar la forma de aplicarlas, si representan las condiciones reales del problema, si existe equilibrio (en el caso de que sea un análisis estático), etc. La imposición de condiciones de contorno apropiadas es una de las decisiones más complejas a la hora de realizar un análisis por elementos finitos.

¿Qué resultados esperamos obtener?

Para poder saber si hemos realizado correctamente el análisis o si representa bien la realidad, deberemos tener una idea de cómo va a responder. Por ejemplo, si estamos analizando una tubería sometida a presión interior y los resultados nos indican que disminuye el radio deberemos pensar que hemos modelado mal el sistema, bien en la aplicación de las cargas, en el mallado, etc. Una vez estudiados estos puntos estamos en disposición de realizar un Análisis por Elementos Finitos.

El método de los elementos finitos tuvo sus primeros éxitos en su aplicación a problemas bidimensionales. En el presente proyecto se aplica el método de los elementos finitos a problemas de tensión o deformación plana. Se va a presentar un procedimiento totalmente general aplicado a un elemento triangular lineal.

En ambos problemas de tensión plana y deformación plana, el campo de desplazamientos viene expresado unívocamente en función de los desplazamientos u y v en las direcciones de los ejes cartesianos ortogonales x e y , respectivamente.

Además, las únicas tensiones y deformaciones que se han de considerar en ambos casos son las tres componentes en el plano. En el caso de un problema de tensión plana, las otras tres componentes de la tensión son nulas por definición y, por consiguiente, no contribuyen al trabajo interno. En la deformación plana, la tensión en la dirección perpendicular al plano no es nula. Sin embargo, por definición, la deformación en dicha dirección es nula, y por tanto dicha tensión no contribuye al trabajo interno, pero si se desea puede ser evaluada explícitamente al final del cálculo a partir de las tres componentes principales de tensión.

3.3.2. Características de los elementos.

3.3.2.1. Función de desplazamientos.

En la figura 3.1 se muestra el elemento triangular típico considerado, con los nodos i , j y m numerados en sentido antihorario.

Los desplazamientos de cualquier punto de un elemento se aproximan en función de los desplazamientos de los nodos

$$u = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \approx N a^e = [N_i \quad N_j \quad N_m] \begin{Bmatrix} a_i \\ a_j \\ a_m \end{Bmatrix}$$

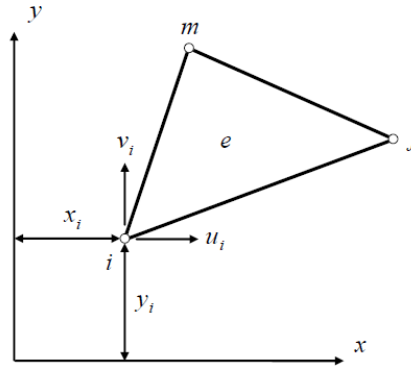


Figura 3.3.1. Elemento de un medio continuo bajo tensión o deformación plana

y los desplazamientos de cada nodo tienen dos componentes:

$$\mathbf{a}_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix}$$

Usando las mismas funciones de forma para la interpolación del desplazamiento horizontal que para el vertical

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_m & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_m \\ v_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_i u_i + N_j u_j + N_m u_m \\ N_i v_i + N_j v_j + N_m v_m \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

Los desplazamientos horizontal y vertical se interpolan de forma independiente. Utilizando una aproximación polinómica para el desplazamiento horizontal (para el vertical el razonamiento es el mismo) y teniendo en cuenta que hay tres incógnitas de desplazamiento horizontal

$$u = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y$$

que particularizando para cada nodo

$$\begin{cases} u_i = \alpha_0 + \alpha_1 x_i + \alpha_2 y_i \\ u_j = \alpha_0 + \alpha_1 x_j + \alpha_2 y_j \\ u_m = \alpha_0 + \alpha_1 x_m + \alpha_2 y_m \end{cases} \quad (3.2)$$

Resolviendo el sistema (3.2) se obtienen las expresiones de los coeficientes en función de las coordenadas de los nodos

$$u = \frac{a_i + b_i x + c_i y}{2\Delta} u_i + \frac{a_j + b_j x + c_j y}{2\Delta} u_j + \frac{a_m + b_m x + c_m y}{2\Delta} u_m \quad (3.3)$$

Siendo

$$a_i = x_j y_m - x_m y_j; \quad a_j = x_m y_i - x_i y_m; \quad a_m = x_i y_j - x_j y_i$$

$$b_i = y_j - y_m; \quad b_j = y_m - y_i; \quad b_m = y_i - y_j$$

$$c_i = x_m - x_j; \quad c_j = x_i - x_m; \quad c_m = x_j - x_i$$

y

$$\Delta = \frac{a_i + a_j + a_m}{2} = \text{área del triángulo } ij m \quad (3.4)$$

De las ecuaciones (3.1) y (3.3) se obtienen las expresiones de las funciones de forma

$$N_i = \frac{a_i + b_i x + c_i y}{2\Delta} \quad (3.5)$$

$$N_j = \frac{a_j + b_j x + c_j y}{2\Delta} \quad (3.6)$$

$$N_m = \frac{a_m + b_m x + c_m y}{2\Delta} \quad (3.7)$$

La función de desplazamientos elegida garantiza de manera automática continuidad de desplazamientos entre elementos adyacentes, debido a que los desplazamientos varían linealmente a lo largo de cualquiera de los lados del triángulo y, al imponer los mismos desplazamientos en los nodos para dos elementos contiguos, evidentemente existirá el mismo desplazamiento a lo largo del contorno de separación.

3.3.2.2. Deformación.

La deformación, para tensión o deformación plana, en cualquier punto del elemento se define mediante sus tres componentes que contribuyen al trabajo interno

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \mathbf{S} \mathbf{u} \cong \mathbf{S} \mathbf{N} \mathbf{a}^e = \mathbf{B} \mathbf{a}^e \quad (3.8)$$

Para elemento triangular lineal

$$\mathbf{B} = \mathbf{S} \mathbf{N} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_j}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_m}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_j}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_m}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_j}{\partial y} & \frac{\partial N_j}{\partial x} & \frac{\partial N_m}{\partial y} & \frac{\partial N_m}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_m & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_m \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_m & b_m \end{bmatrix}$$

Se advertirá que, para elemento triangular lineal, la matriz es independiente de la posición del punto dentro del elemento y, por consiguiente, las deformaciones son constantes en todo el mismo.

3.3.2.3. Deformación inicial.

Las deformaciones iniciales, las deformaciones independientes de las tensiones, pueden deberse a muchas causas: retracción, cristalización, o con más frecuencia, a cambios de temperatura, y en general darán por resultado un vector de deformación inicial

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

Aunque esta deformación inicial puede ser, en general, función de la posición dentro del elemento, normalmente se definirá por su valor medio constante en todo el elemento. Así, para el caso de *tensión plana* en un elemento de material isótropo sujeto a un incremento de temperatura, si el coeficiente de dilatación térmica es, se tendrá:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \begin{Bmatrix} \alpha\theta^e \\ \alpha\theta^e \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

ya que una dilatación térmica no produce deformaciones transversales.

En el caso de *deformación plana*, a causa de la dilatación térmica, se desarrollan tensiones perpendiculares al plano xy , y consiguientemente las deformaciones iniciales estarán afectadas por las constantes elásticas.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = (1+\nu) \begin{Bmatrix} \alpha\theta^e \\ \alpha\theta^e \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

Donde ν es el coeficiente de Poisson.

3.3.2.4. Matriz de elasticidad.

Para comportamiento lineal y suponiendo que no hay deformaciones ni tensiones iniciales (no influyen en el cálculo de la matriz de elasticidad).

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.13)$$

En el caso de *tensión plana* y para material isótropo

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E}\sigma_x - \frac{\nu}{E}\sigma_y \\ \varepsilon_y &= -\frac{\nu}{E}\sigma_x + \frac{1}{E}\sigma_y \\ \gamma_{xy} &= \frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{xy} \end{aligned} \quad (3.14)$$

donde E es el módulo de elasticidad longitudinal

Resolviendo el sistema de ecuaciones, se obtiene la matriz de elasticidad para tensión plana.

$$D = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

En el caso de *deformación plana* y para material isótropo

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E} \sigma_x - \frac{\nu}{E} \sigma_y - \frac{\nu}{E} \sigma_z \\ \epsilon_y &= -\frac{\nu}{E} \sigma_x + \frac{1}{E} \sigma_y - \frac{\nu}{E} \sigma_z \\ \gamma_{xy} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy} \end{aligned} \quad (3.16)$$

pero, además

$$\epsilon_z = 0 = -\frac{\nu}{E} \sigma_x - \frac{\nu}{E} \sigma_y + \frac{1}{E} \sigma_z \quad (3.17)$$

Eliminando y resolviendo el sistema de ecuaciones, se obtiene la matriz de elasticidad para deformación plana z

$$D = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

3.3.2.5. Matriz de rigidez

La expresión de la matriz de rigidez del elemento es

$$K^e = \int_{V^e} B^T D B d(vol) \quad (3.19)$$

Para elemento triangular lineal (**B** constante)

$$K^e = B^T D B \int_{V^e} d(vol) \quad (3.20)$$

por lo tanto, la matriz de rigidez para un elemento triangular lineal es

$$K^e = B^T D B t \Delta \quad (3.21)$$

3.3.2.6. Fuerzas nodales debidas a deformaciones iniciales

La expresión del vector de fuerzas nodales equivalentes para deformaciones iniciales es

$$f_{\epsilon_0}^e = - \int_{V^e} B^T D \epsilon_0 d(vol) \quad (3.22)$$

Para elemento triangular lineal (**B** constante)

$$f_{\epsilon_0}^e = -B^T D \epsilon_0 \int_{V^e} d(vol) \quad (3.23)$$

por lo tanto, el vector de fuerzas nodales equivalentes para deformaciones iniciales para un elemento triangular lineal es

$$f_{\varepsilon_0}^e = -B^T D \varepsilon_0 t \Delta \quad (3.24)$$

3.3.2.7. Fuerzas nodales debidas a tensiones iniciales.

La expresión del vector de fuerzas nodales equivalentes para tensiones iniciales es

$$f_b^e = - \int_{V^e} N^T b d(vol) \quad (3.25)$$

como el elemento es plano y de espesor constante

$$f_b^e = - \int_{A^e} N^T b t d(\text{área}) = -t \iint_{A^e} N^T b dx dy \quad (3.26)$$

entonces el vector de fuerzas másicas por unidad de volumen es

$$b = \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \end{Bmatrix} \quad (3.27)$$

Suponiendo que es constante b

$$f_b^e = -t \left(\iint_{A^e} N^T dx dy \right) b \quad (3.28)$$

Para elemento triangular lineal, los cálculos se simplifican si se sitúa el origen de coordenadas en el centro de gravedad del elemento. Entonces

$$\iint_{A^e} x dx dy = \iint_{A^e} y dx dy = 0 \quad (3.29)$$

Y

$$a_i = a_j = a_m = \frac{2}{3} \Delta$$

Sustituyendo

$$f_b^e = - \left(\iint_{A^e} dx dy \right) \frac{t}{2\Delta} \begin{bmatrix} a_i & 0 \\ 0 & a_i \\ a_j & 0 \\ 0 & a_j \\ a_m & 0 \\ 0 & a_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \end{Bmatrix} \quad (3.30)$$

por lo tanto, el vector de fuerzas nodales equivalentes para fuerzas másicas para un elemento triangular lineal es

$$f_b^e = - \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_x \\ b_y \\ b_x \\ b_y \end{Bmatrix} \frac{t\Delta}{3} \quad (3.31)$$

Como cabía esperar, para elementos lineales, cada nodo absorbe la tercera parte de la carga total.

3.3.2.8. Fuerzas nodales debidas a cargas superficiales.

La expresión del vector de fuerzas nodales equivalentes para tensiones iniciales es

$$f_b^e = - \int_{V^e} N^T b d(vol) \quad (3.32)$$

como el elemento es plano y de espesor constante

$$f_b^e = - \int_{A^e} N^T b t d(área) = -t \iint_{A^e} N^T b dx dy \quad (3.33)$$

entonces el vector de fuerzas másicas por unidad de volumen es

$$b = \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \end{Bmatrix} \quad (3.34)$$

Suponiendo que es constante b

$$f_b^e = -t \left(\iint_{A^e} N^T dx dy \right) b \quad (3.35)$$

Para elemento triangular lineal, los cálculos se simplifican si se sitúa el origen de coordenadas en el centro de gravedad del elemento. Entonces

$$\iint_{A^e} x dx dy = \iint_{A^e} y dx dy = 0 \quad (3.36)$$

Y

$$a_i = a_j = a_m = \frac{2}{3} \Delta$$

Sustituyendo:

$$f_t^e = - \left(\iint_{A^e} dx dy \right) \frac{t}{2\Delta} \begin{bmatrix} a_i & 0 \\ 0 & a_i \\ a_j & 0 \\ 0 & a_j \\ a_m & 0 \\ 0 & a_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \end{Bmatrix} \quad (3.37)$$

por lo tanto, el vector de fuerzas nodales equivalentes para fuerzas másicas para un elemento triangular lineal es:

$$f_t^e = - \frac{L_{jm}}{2} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho_x \\ \rho_y \\ \rho_x \\ \rho_y \end{Bmatrix} \quad (3.38)$$

Como cabía esperar, para elementos lineales, cada nodo absorbe la tercera parte de la carga total.

3.3.2.9. Cálculo de las tensiones

La tensión de un punto de un elemento es

$$\sigma = D(\epsilon - \epsilon_0) + \sigma_0 \cong D(B\alpha^e - \epsilon_0) + \sigma_0 \quad (3.39)$$

Al igual que ocurre con la deformación, para elemento triangular lineal, la tensión en los puntos de cada elemento es constante.

Dada la discontinuidad en las tensiones (y deformaciones), es corriente obtener el valor de las tensiones de los nodos como media de los valores en los elementos adyacentes, e interpolar las tensiones en los puntos de los elementos en función de las tensiones de los nodos.

3.4. Elementos viga para el análisis de tensiones.

Sabemos que en los elementos tipo viga las fuerzas internas involucran tres incógnitas: una fuerza axial, una fuerza cortante y un momento, por lo tanto, conociendo las fuerzas de extremo y aplicando el método de las secciones en cualquier punto de la viga nos daría como resultado un tramo de viga estáticamente determinado con tres ecuaciones estáticas disponibles y tres incógnitas por determinar. Observemos que la clave es conocer las fuerzas de extremo de elemento, es decir, aquellas que se ejercen en las uniones con otros elementos pertenecientes al sistema estructural y de ahí proceder a determinar las fuerzas internas por la estática. Podemos concluir que el elemento a analizar es estáticamente determinado, aun cuando pertenezca a un sistema indeterminado.

Esto explica porque la metodología y el objetivo de los métodos de análisis es determinar las fuerzas de unión y de ahí seguir con el análisis independiente de cada elemento.

Teniendo en cuenta estas consideraciones podemos aislar un elemento tipo viga, considerarlo con sus fuerzas extremas como fuerzas de reacción y analizarlo hasta encontrar las fuerzas internas:

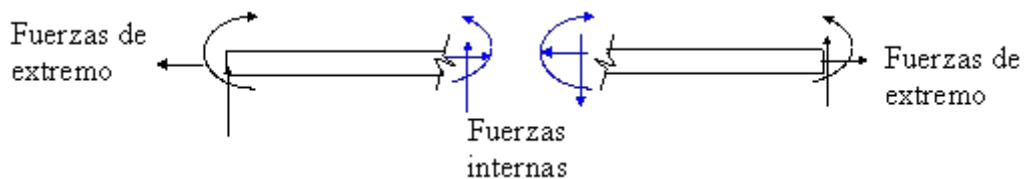


Figura 3.4.1. Distribución de fuerzas

Notemos que al partir el elemento una sección ejerce sobre la otra fuerzas equivalentes a un apoyo de empotramiento, podemos decir, que las conexiones que se generan a lo largo del elemento son uniones rígidas y las fuerzas en cada sección son iguales y de sentido contrario.

Para el estudio de los elementos tipo viga se utilizará la siguiente convención:

Cortante: Las fuerzas cortantes positivas son aquellas que producen una rotación horaria del elemento

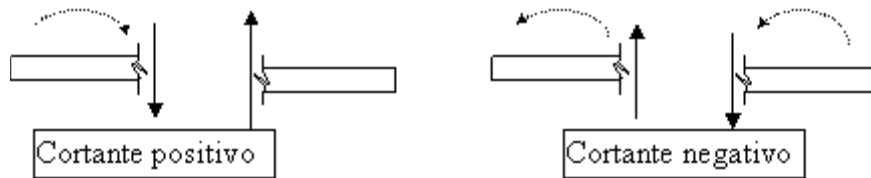


Figura 3.4.2. Distribución de cortantes

Momento: Los momentos positivos son aquellos que producen concavidad hacia arriba en el elemento horizontal o tracciones en la fibra inferior. Para elementos verticales esta convención se puede complicar un poco por lo tanto regiré el criterio de dibujar el diagrama de momentos para la cara traccionada.

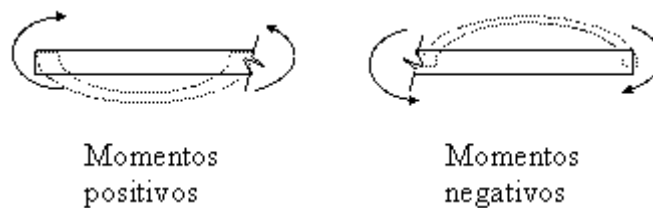


Figura 3.4.3. Distribución de momentos

Fuerza axial: Se considera una fuerza axial positiva cuando ella implica tracción en el elemento.

Las acciones de las fuerzas internas en vigas se ilustran mejor por medio de diagramas de fuerza axial (P), diagramas de fuerza cortante (V) y diagramas de momento flector (M). Los diagramas representan la variación de estas fuerzas a lo largo del elemento, dibujando en las abscisas la longitud del elemento y en las ordenadas el valor de la fuerza interna. Para axial y cortante los valores positivos se dibujan por encima del elemento, pero para los momentos se dibujará el diagrama para el lado traccionado del elemento, así, si el elemento es horizontal el lado positivo del diagrama estará para abajo. La convención para momentos rige para cualquier ubicación de este en el espacio y es independiente del origen escogido, ya sea este en el extremo derecho o izquierdo del elemento.

Capítulo 4. El Método de Elementos Finitos en ANSYS.

4.1. Introducción.

Del curso de formación específica “Aplicaciones del método de los elementos finitos en ingeniería” se extrae que:

ANSYS es un programa (software) de “uso general” en ingeniería por:

- Contener muchas capacidades y funciones de utilidad (preprocesador, solución, postprocesadores, gráficos).
- Resolver muchos tipos de problemas: estructurales, térmicos, eléctricos, magnéticos, fluidos, etc.
- Ser utilizado en multitud de campos de la Ingeniería, incluyendo el aeroespacial, el del automóvil, biomecánico, electrónico, mecánica, energía, etc.

ANSYS/Multiphysics es la estrella de los productos de ANSYS, este incluye todas las capacidades.

Hay tres productos principales dentro de ANSYS/Multiphysics:

- ANSYS/Mechanical (capacidades para el análisis estructural y térmico).
- ANSYS/Emag (análisis electromagnético).
- ANSYS/FLOTRAN (dinámica de fluidos computacional “CFD”).

Otras líneas de productos:

- ANSYS/LS-DYNA (resolución de problemas estructurales altamente no lineales).
- DesignSpace (entorno para CAD, y análisis rápidos).
- ANSYS/ED, ANSYS/ProFEA, ANSYS/University, ANSYS/Prepost, ANSYS/Professional, etc.

4.1.1. ANSYS a través del Método de los Elementos Finitos.

El término elemento finito resume el concepto básico del método: la transformación de un sistema físico, con un número infinito de incógnitas, en otro con un número finito de incógnitas. El modelo de elementos finitos cuenta con un número finito de incógnitas, pudiendo solamente aproximar la respuesta del sistema físico, el cual tiene infinitas incógnitas. La pregunta que de inmediato nos surge es: ¿Es lo suficientemente “buena” dicha aproximación? No hay una respuesta fácil para responder a esta cuestión, dependiendo la respuesta enteramente del tipo de problema, y de las herramientas que dispongamos para su estudio.

4.1.2. Tipos de elementos finitos.

Elemento **LÍNEA** dentro de los cuales podemos distinguir:

- Elemento VIGA (beam): se utilizan para modelizar tornillos, vigas, tubos, etc. Ejemplos: BEAM3, BEAM4, BEAM24, BEAM44, BEAM188, etc.
- Elemento BARRA (spar): se emplean para representar barras biarticuladas, cables, etc. Ejemplos: LINK1, LINK8, LINK10, LINK11, etc.
- Elemento MUELLE (COMBIN): muelles, o sustitución de partes del modelo por su rigidez equivalente, con opción a incluir efectos de amortiguamiento). Ejemplos: COMBIN7, COMBIN14, COMBIN37, COMBIN39, etc.

Elemento **PLACA**

- Elemento PLACA (shell): modelización de paneles, pletinas, chapas, superficies curvas. Ejemplos: SHELL63, SHELL93, SHELL41, SHELL43, etc.

Elemento **SÓLIDO**, dentro de los mismos se presentan:

- Elemento SÓLIDO bidimensional (plane): capacidad para el estudio de estados bajo tensión plana, tensión plana con espesor, deformación plana, y axilsimetría (armónicos y no armónicos). Ejemplos: PLANE42, PLANE82, PLANE2, PLANE35, etc.
- Elemento SÓLIDO tridimensional (solid): empleados en estructuras que, por su geometría, estado de cargas, o nivel de detalle, no pueden ser representados con elementos más simples. Ejemplos: SOLID45, SOLID46, SOLID62, etc.

4.2. Arquitectura del programa ANSYS.

A continuación, se presentan muchos de los conceptos imprescindibles, para poder utilizar el programa ANSYS, tales como: organización, introducción de datos, etc.

El programa ANSYS se organiza en dos niveles:

- Nivel inicial ó (Begin Level), cuando entramos en ANSYS.
- Nivel de procesador (Processor Level). Un procesador es una colección de comandos relacionados, que se usan para ejecutar una función general. El paso entre dos procesadores exige una transición por el nivel inicial (comando: FINISH).

Los procesadores que por su empleo se convierten en habituales, son:

- **PREP7** (comando: /PREP7). Construcción del modelo (geometría, material, condiciones de contorno, etc.).
 - **SOLUTION** (comando: /SOLUTION). Aplicación de cargas, condiciones de contorno, y obtención de la solución mediante el Método de los Elementos Finitos.
 - **POST1** (comando: /POST1). Revisión de resultados.
 - **POST26** (comando: /POST26). Revisión de resultados en puntos específicos en el tiempo.
 - **OPT** (comando: /OPT). Mejora del diseño inicial.
 - **AUX15** (comando /AUX15): Integración de un modelo CAD, en el programa FEA. 2.1
- Modos de operación
- Modo INTERACTIVO (por defecto), activa y ejecuta comandos desde el menú de ANSYS, siendo introducidos directamente desde el teclado ó el ratón.
 - Modo BATCH, procesa un fichero de comandos.

Los comandos se usan para introducir datos y controlar el programa. ANSYS se utiliza mediante comandos:

- Hay más de 1000 comandos.
- Normalmente se encuentran asociados con un procesador (/PREP7, /SOLU, /POST1, etc.), aunque también están relacionados: sesión, control de base de datos, gráficos, parámetros, etc.
- No se necesita memorizar los comandos, podemos acceder a la documentación de los mismos de forma directa.
- El formato de entrada de un comando consta de: nombre del comando, y unos argumentos separados por comas (comas sucesivas indican argumentos no usados o de valor cero).

K, NPT, X, Y, Z

K define los puntos clave que se emplea para la definición de líneas, áreas y volúmenes. NP número de referencia para el keypoint (ver comando: NUMSTR). X, Y, Z localización del keypoint en el sistema de coordenadas activo (siendo sustituidos por R, θ , Z para un sistema cilíndrico, y como R, θ , Φ para sistemas esféricos y toroidales).

- Casi todos los nombres de los comandos de ANSYS pueden abreviarse bajo los cuatro primeros caracteres (excepciones: /PREP7, /POST1, /POST26 /AUX15).
- Los comandos que comienzan con una barra inclinada (/), son comandos pertenecientes al nivel inicial, o para la definición de gráficos.
- Los comandos que comienzan con un asterisco (*), pertenecen al Lenguaje de Diseño Paramétrico (APDL).

4.2.1. Los ficheros de ANSYS.

Durante el proceso de análisis, ANSYS lee y escribe ficheros. Los nombres de los ficheros tienen la forma "jobname.ext", donde:

Jobname: nombre a definir (por defecto "file"). Ext: extensión exclusiva de ANSYS que identifica el tipo, y la función del fichero.

Alguno de los ficheros típicos:

- Log file: file.LOG (código ASCII).
- Error file: file.ERR (código ASCII).
- Output file: file.OUT (código ASCII).
- Database file: file.DB (binario).
- Results file: file.Rxx (binario), ejemplos: estructural (file.RST), térmico (file.RTH), magnético (file.RMG).
- Graphics file: file.GRPH (código ASCII).
- Element matriz: file.EMAT (binario).

A continuación, se detallan algunas de las principales características de los ficheros: file.log, file.err, file.out.

Archivo de sesión: file.LOG

- Se abre de forma inmediata al entrar en el programa ANSYS.
- Es una lista completa de una sesión con el programa ANSYS. Graba todos los comandos que se ejecutan.

- Formato ASCII: se puede leer, editar, y reintroducir más adelante.
- Sí existe un "File.LOG" anterior, cuando se comienza una sesión con el programa ANSYS esta será añadida a la ya existente.

Archivo de errores: file.ERR

- Se abre de forma inmediata al entrar en el programa ANSYS.
- Captura todos los mensajes de advertencia y error dados por ANSYS.
- Se puede editar mientras se encuentre en ANSYS.
- Formato ASCII: se puede leer, editar, y reintroducir más adelante.

Archivo de salida: file.OUT

- Utilizado solo si está activo en el menú.
- Se abre inmediatamente al entrar en el programa ANSYS.
- Se escriben en él: respuestas a cada comando ejecutado, mensajes de advertencia y error, así como información acerca de los resultados.

4.2.2. La base de datos de ANSYS.

La base de datos del programa ANSYS guarda datos en memoria mientras se diseña, registrando las dimensiones del modelo, propiedades de los materiales, cargas, etc.

Mediante la ejecución del comando "SAVE", la base de datos de ANSYS se copia desde la memoria, a un fichero con extensión ".db".

El comando "RESUME" (figura 4.2.1.) recupera la base de datos previamente almacenada.



Figura 4.2.1. Barra de herramientas. Acceso a "RESUME".

Los comandos "SAVE" y "RESUME" se encuentran accesibles desde la barra de herramientas. Si pretendemos recuperar la base de datos anterior a la que guardó la última vez que activamos el comando "SAVE", elija la opción (Files> Resume from), y después (jobname.dbb).

Consejos para utilizar "SAVE" y "RESUME":

- Para guardar la base de datos en un fichero utilice "SAVE".
- Guarde cada cierto tiempo la base de datos a medida que vaya avanzando en el

análisis.

- Asegúrese de guardar la base de datos antes de probar un comando que no haya utilizado, o que introduzca grandes cambios.
- Sí antes de efectuar una operación ha guardado la base de datos, entonces puede “deshacer” los cambios ejecutando simplemente “RESUME”.

4.3. La Interfaz Gráfica de Usuario (GUI).

Para iniciar ANSYS activar el Launcher: Inicio > programas > ANSYS release 18 > ANSYS Interactive.

El sistema de menús de ANSYS es una interfaz con el usuario que le permite introducir datos en el programa por medio de un ratón, un teclado, ó una combinación de ambos. El propósito del sistema de menús es el siguiente (figura 4.3.1.):

- Obtener un acceso directo y organizado, a la ayuda y a la documentación.
- Suministrar las herramientas convenientes para el uso del programa.



Figura 4.3.1. Barra de menús. ANSYS Interactive.

- Animate y Display: utilidad para la animación de video, y edición de imagen.
- ANSYS batch: inicio en modo batch.
- ANS_ADMIN: herramientas para la administración y control de licencias.
- ANSYS Help: ayuda on-line.
- ANSYS Interactive: inicio de sesión interactiva.
- ANSYS README y Site information: léeme, info., y soporte técnico para la aplicación.

- ANSYS: inicio directo sesión interactiva.

Tras presionar en el launcher “ANSYS Interactive”, se abre un cuadro de dialogo (figura 4.3.2.), el cual contiene las opciones de arranque:

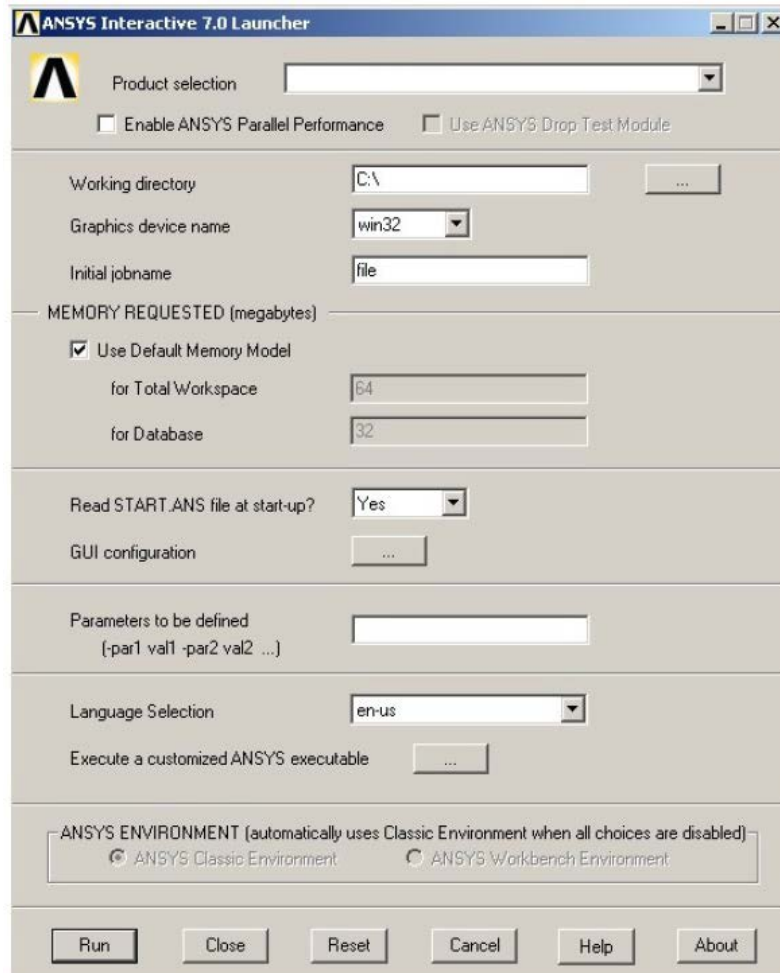


Figura 4.3.2. Cuadro de dialogo opciones de arranque. “ANSYS Interactive”.

- Product selection: especifique el producto.
- Working directory: especifique el directorio de trabajo donde se almacenarán todos los archivos.
- Graphics device name: seleccionar un adaptador gráfico.
- Initial jobname: especifique el nombre con el cual se registrará la sesión en ANSYS. Por defecto “file”.
- MEMORY REQUESTED: especificar los recursos para la gestión de la memoria.
- GUI configuration: configuración personalizada para la interfaz gráfica de usuario.

- Language selection: idioma para la versión.
- ANSYS ENVIRONMENT: seleccione el entorno gráfico (entorno clásico cuando el resto de las opciones se encuentran deshabilitadas).
- Run: para hacer efectivos los cambios efectuados. El cuadro de dialogo se cierra, y comienza una sesión con ANSYS.

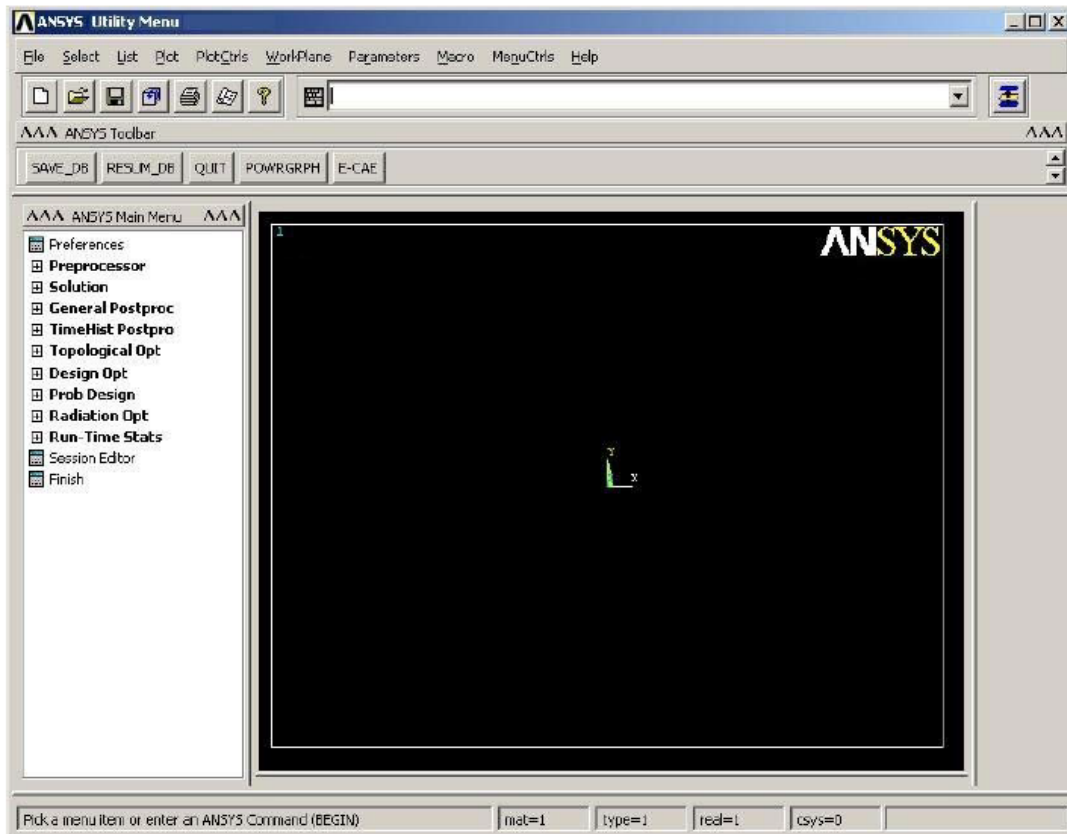


Figura 4.3.3. Pantalla principal. Sesión ANSYS.

El programa está listo para utilizarse (figura 4.3.3.), cuando las seis ventanas principales de ANSYS aparecen:


- Entrada (INPUT): muestra mensajes del programa, y un campo para escribir los comandos.
- Menú principal (MAIN MENU): contiene las funciones básicas de ANSYS, organizadas por procesadores (preprocessor, solution, general postprocesor, etc.)
- Salida (OUTPUT): muestra las respuestas a operaciones realizadas. Generalmente se encuentra detrás de otras ventanas, pero puede hacerse visible en el momento que sea necesario.
- Menú de utilidades (UTILITY MENU): contiene funciones que se pueden utilizar a lo largo de toda una sesión (control de ficheros, gráficos, parámetros, selección, etc.).

- Barra de herramientas (Toolbar): contiene iconos que ejecutan comandos y funciones.
- Gráficos: muestra los gráficos que se han creado o importado con ANSYS.

4.4. Operaciones básicas.

A continuación, se resumen algunas de las operaciones que resultan básicas a la hora de abordar cualquier proyecto con el programa ANSYS.

4.4.1 Conceptos básicos sobre el menú principal.

El símbolo  significa, que al pinchar sobre el mismo se despliega un submenú.

El símbolo  significa, que al pinchar sobre el mismo se repliega el submenú.

El símbolo  significa, que al pinchar sobre el mismo se despliega un cuadro de diálogo.

La ausencia de símbolos adicionales, quiere decir que, al pinchar sobre los mismos, se llevará a cabo una acción.

4.4.2 Introducir información en la ventana de entrada.

El color de la ventana input “salta” cuando se le solicita información, indicando en todo momento la secuencia de datos a introducir.

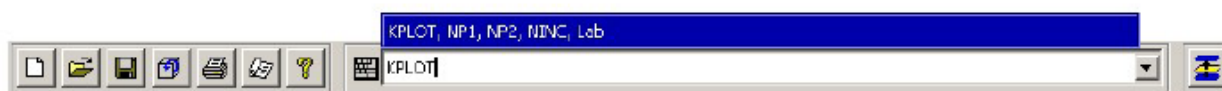


Figura 4.4.1. Ventana de entrada de comandos.

Para introducir información en la ventana de entrada (figura 4.4.1.):

- Asegúrese primero que el cursor aparece en el campo de entrada.
- En caso contrario, sitúe el cursor en el campo, y presione el botón izquierdo del ratón, teclee la información y presione “intro”.

4.4.3. Barra de comandos “Pan, Zoom, Rotate”.

El menú “Pan, Zoom, Rotate” es una herramienta de gran potencia, que sirve para cambiar la presentación gráfica de un modelo. Podemos llamar al menú “Pan, Zoom, Rotate”:

- Desde el Menú de utilidades: Plotctrls>Pan, Zoom, Rotate.
- Ó a través del icono situado en la barra del menú de utilidades.

El menú “Pan, Zoom, Rotate” se encuentra estructurado en cuatro niveles:

Nivel 1 (figura 4.4.2.): activar ventanas y controles para la dirección de las vistas.



Figura 4.4.2. Menú de botones. Vistas

- Window: identifica la/s ventana/s en las cuales las funciones “Pan, Zoom, Rotate” se ejecutan.
- Top: muestra la parte superior del modelo (dirección +Y).
- Bot: muestra la parte inferior del modelo (dirección -Y).
- Left: muestra el lateral izquierdo del modelo (dirección -X).
- Front: muestra la parte anterior del modelo (dirección +Z).
- Back: muestra la parte posterior del modelo (dirección -Z).
- Right: muestra el lateral derecho del modelo (dirección +X).
- Iso: muestra el lado superior izquierdo (dirección 1, 1, 1).
- Obliq: muestra el lado superior derecho del modelo (dirección 1, 2, 3).
- WP: muestra el modelo como se dibujó en un principio en el plano de trabajo.

Nivel 2: opciones de zoom y botones “Pan” y “Zoom” (figura 4.4.3.).

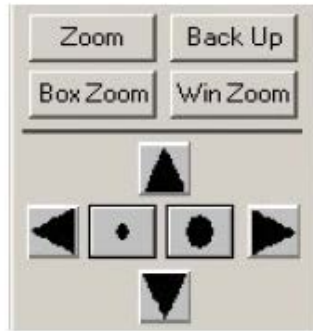


Figura 4.4.3. Menú de botones. Zoom.

- Pulsando “<” desplazamos el modelo una unidad hacia a la izquierda.
- Pulsando “•” alejamos en profundidad el modelo una unidad.
- Pulsando “v” desplazamos el modelo una unidad hacia abajo.
- Pulsando “.” nos acercamos en profundidad una unidad.
- Pulsando “>” desplazamos el modelo una unidad hacia a la derecha.
- Pulsando “^” desplazamos el modelo una unidad hacia arriba.
- La unidad distancia para las distintas opciones de “Pan” y “Zoom” dependen de la posición de la barra de unidades “Rate”.
- Zoom: acerca el modelo al hacer clic en el centro de un cuadrado.
- Box Zoom: acerca el modelo al hacer clic en dos esquinas de un cuadrado
- Back up: vuelve a la última posición de zoom almacenado.
- Win Zoom: acerca el modelo al hacer clic en dos esquinas de un cuadrado proporcional a la ventana.

Nivel 3: barra de unidades, modo independiente y botones de ejecución (figura 4.4.4.).

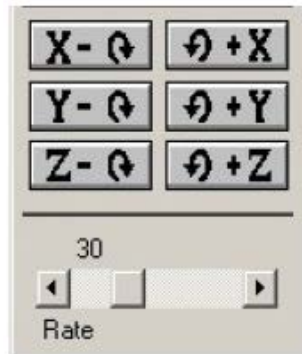


Figura 4.4.4. Menú de botones. Rotación de modelo.

- Botones para rotar el modelo una unidad alrededor de los ejes coordenados X, Y, Z.
- Rate: la barra de unidades se emplea para establecer la unidad de rotación o distancia. Cuanto menor sea su número, menor es el valor de la unidad.

Nivel 4: modo para el control dinámico (Figura 4.4.5.).

- Al activar “Dynamic Mode” la orientación y posición del modelo, o de la fuente de luz pueden variarse mediante los botones del ratón.



Figura 4.4.5. Control dinámico.

- Fit: Cambia el zoom de forma que el modelo encaje en la ventana activa.
- Reset: devuelve el modelo a su posición original (vista frontal).
- Close: salir del menú “Pan, Zoom, Rotate”.
- Help: acceso a la ayuda on-line.

NOTA: también podemos hacer funcionar estos comandos y funciones, con la ayuda del ratón. Para ello mantener pulsada la tecla “Ctrl.” (en lugar de picar en la casilla “Dynamic Mode”).

- Ctrl.+ botón izquierdo del ratón: sí mantiene pulsado el botón izquierdo y mueve el ratón, podrá desplazar el modelo en la dirección del puntero.
- Ctrl. + botón central del ratón: sí mantiene pulsado el botón central y mueve el botón hacia arriba o abajo, el modelo se acercará o alejará respectivamente.
- Ctrl. + botón central del ratón: sí mantiene pulsado el botón central y mueve el ratón hacia la derecha o hacia la izquierda, el modelo rotará sobre el eje Z de la pantalla.
- Ctrl. + botón derecho del ratón: sí mantiene pulsado el botón derecho y mueve el ratón, el modelo rotará sobre los ejes X ó Y de la pantalla.

Pulsación gráfica: es el hecho de utilizar el ratón dentro de la ventana de gráficos para identificar entidades del modelo, o localizar coordenadas de puntos.

- Pulsación para posicionar: localiza las coordenadas de un punto nuevo (punto clave o nudo).
- Pulsación extractiva: identifica y extrae las entidades del modelo que se emplearán en las operaciones con ANSYS.

Menú de “pulsación” figura (4.10): el menú de pulsación aparece siempre que se pulsa sobre una opción de un menú que tiene el símbolo m.

Ejemplos de las utilidades, y funciones incluidas en un menú de pulsación:

- Función (seleccionar o deseleccionar).
- Modos de pulsación (individual, caja, polígono, círculo, bucle).
- Estatus de las pulsaciones.
- Datos activados.
- Opciones de entrada desde el teclado.
- Botones de acción:
 - Botón izquierdo: selecciona o deselecciona la entidad, o la ubicación más cercana al puntero. Al pulsar el botón, y arrastrar por la ventana de gráficos obtendrá una vista previa del objeto/s activado/s o desactivado/s.
 - Botón central (en un ratón de dos botones shift + botón derecho): activa los objetos pulsados para ejecutar la función.

– Botón derecho: cambia el modo pulsación de “selección o activación” a “deselección o desactivación”.

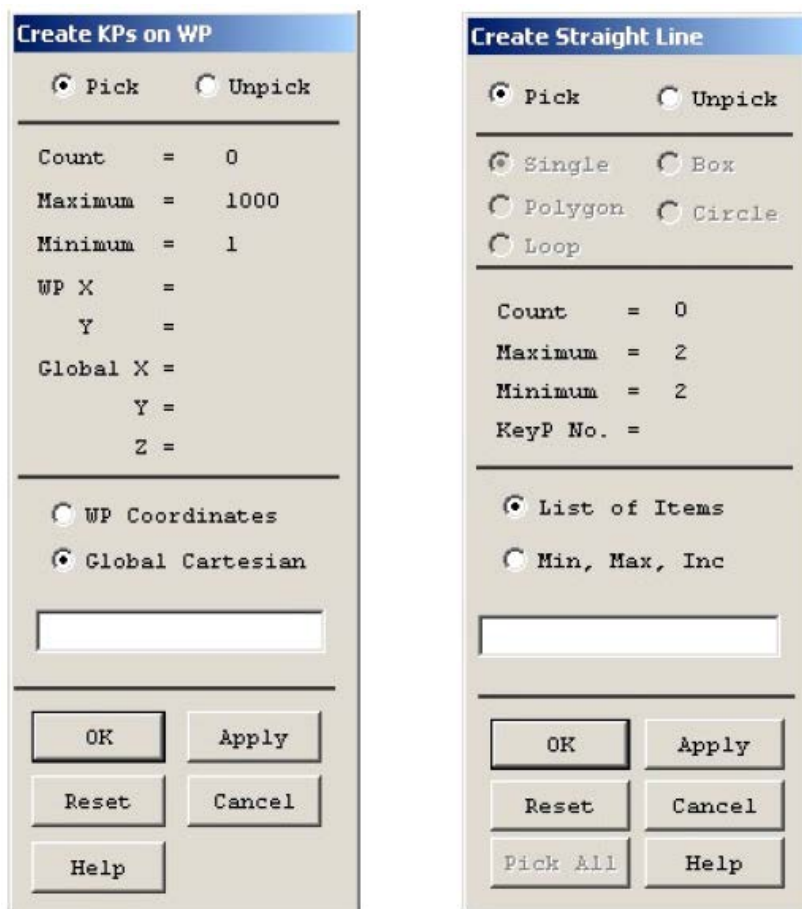


Figura 4.4.6. Menú de pulsación.

4.5. El sistema de ayuda.

El sistema de ayuda recoge todos los procedimientos necesarios para poder realizar un proyecto con el programa ANSYS.

- ANSYS 18 pone a disposición un sistema de ayuda estructurado en formato HTML (figura 4.5.1).

- Se pueden realizar búsquedas e imprimir los resultados de la misma.

- Existen diferentes formas para acceder al sistema de ayuda:

1. Launcher>Help system
2. Utility menu>Help>Help topics
3. Desde cualquier cuadro de dialogo >Help.
4. Tecleando en la ventana de introducción de datos: HELP y el nombre del comando o elemento a consulta.

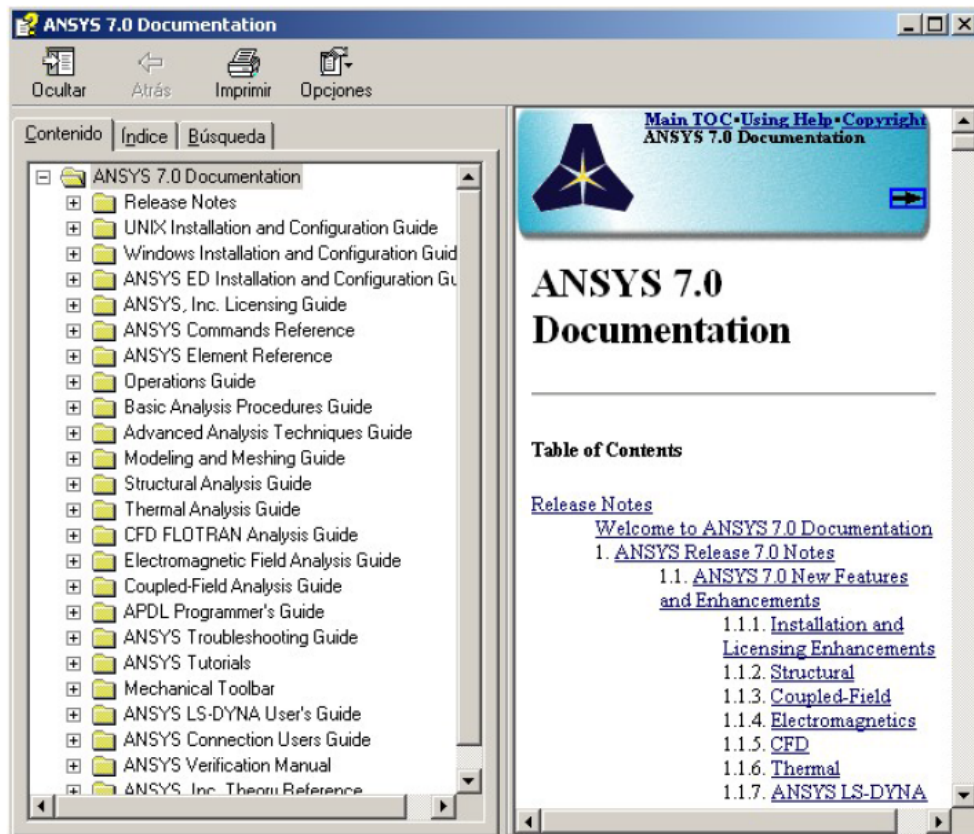


Figura 4.5.1. Menú de ayuda.

- La “ventana de navegación” contiene una tabla de contenidos, índices, y utilidades de búsqueda. Podemos encontrar referencias acerca de notas sobre la versión, instalación, licenciado, comandos, elementos, procedimientos para el análisis (básicos y avanzados), tutoriales, ejemplos de verificación, etc.).
- La “ventana de documentación” contiene la información de la ayuda, y a la cual hace referencia la “ventana de navegación”.

4.6. Procedimiento para un análisis con ANSYS.

El procedimiento para un análisis típico con ANSYS consta de tres fases:

FASE I: construcción del modelo.

FASE II: aplicación de cargas, condiciones de contorno, y obtención de resultados.

FASE III: revisión de los resultados.

Esquema básico para realizar un análisis mediante el programa ANSYS:

- Entrar en el programa ANSYS.
- Construcción del modelo.
 1. Especificar el nombre del trabajo (/FILENAME). 2. Especificar el título del análisis (/TITLE).
 3. Grabar el sistema de unidades (/UNITS). 4. Entrar en el preprocesador de datos (/PREP7).
 5. Definir el tipo de elemento/s, atributos y opciones (ET). 6. Definir las constantes reales del elemento/s (R). 7. Definir las propiedades del material/es (MP). 8. Crear el modelo geométrico (modelado sólido o generación directa).
 - Construir el modelo. – Emplear los controles de mallado (ESIZE, ESHAPE, etc.). – Salvar la base de datos (SAVE). – Mallar (xmesh).
- Salir del preprocesador de datos (FINISH).
- Entrar en la fase de solución (/SOLU).
- 9. Definir el tipo de análisis y las opciones del mismo (ANTYPE).
- 10. Aplicar las cargas.
 - Restringir grados de libertad “GDL” (D, DK, etc.). – Cargas puntuales (F, FK). – Cargas de superficie (SF, SFL). – Cargas de inercia (ACEL, etc.).
- 11. Salvar la base de datos (SAVE). 12. Comenzar la solución (SOLVE). 13. Salir del procesador solución (FINISH).
- Revisión de los resultados.
- 14. Entrar en el postprocesador general (/POST1). 15. Leer los resultados provenientes del fichero de resultados (SET). 16. Leer los resultados obtenidos con elementos de línea (ETABLE). 17. Dibujar resultados (PLDISP, PLNSOL, PLESOL, etc.). 18. Listar los resultados (PRNSOL, PRESOL, PRETAB). 19. Salir del postprocesador (FINISH).
- Salir del programa ANSYS (/EXIT).

NOTA: algunos de estos pasos no son estrictamente necesarios para la resolución de un análisis.

4.7. Técnicas para el modelado.

Podemos agrupar las técnicas de modelado en dos grupos principales: generación directa y modelado sólido.

La “generación directa” emplea los comandos del procesador (/PREP7), relativos a las entidades nudos y elementos.

- El primer elemento es creado por medio de los comandos “N” y “E”.
- El resto de elementos del modelo son generados con la ayuda de los comandos “NGEN”, “EGEN”, etc.

Esta técnica es potente y fácil de comprender, pero puede llegar a ser ineficiente en el caso de grandes modelos y/u objetos con formas complejas.

El “modelado sólido” emplea entidades matemáticas de alto orden para describir el objeto. Posteriormente estas entidades son completadas, con nudos y elementos.

Etapas básicas para el “modelado sólido”:

1. Planificación del trabajo: determinar los objetivos del análisis, dimensión y complejidad del modelo, tipo de elemento, estrategia para el modelado, y parametrización. 2. Construcción del modelo sólido. 3. Mallado del modelo mediante nudos y elementos: definir tipos de elementos, atributos de los elementos, constantes reales, propiedades de los materiales, sistemas de coordenadas, densidad de la malla, forma de los elementos, etc.

En este contexto, las fases correspondientes al modelado y mallado (generación del modelo de elementos finitos), se enmarcan con el término general “modelado sólido”. En un modelo sólido los vértices, las aristas, las caras y el interior de un objeto, se representan mediante una estructura jerárquica de entidades: puntos clave, líneas, áreas, y volúmenes, respectivamente.

4.7.1. Ventajas del modelado sólido.

El modelado sólido presenta sobre la generación directa, las siguientes ventajas:

- Resulta apropiado para grandes modelos, especialmente sin estos son de naturaleza tridimensional.
- Permite trabajar con un número inferior de entidades.
- Permite realizar operaciones geométricas, tales como: barridos, rotaciones, etc.
- Permite modificar de forma sencilla la geometría del modelo.
- Facilita el cambio de la distribución de los elementos. No se encuentra limitado a único modelo de análisis.

- Facilita el cumplimiento de requisitos necesarios para la optimización del diseño.
- Es necesario, si se desea realizar un mallado adaptativo.

4.7.2. Planificación del trabajo.

La planificación se estructura en tres bloques fundamentales: determinar los objetivos del análisis, decidir la dimensión y complejidad del modelo, y establecer la estrategia de modelado.

4.7.2.1. Determinar los objetivos del análisis.

Establecer que conceptos necesitamos determinar: desplazamientos, tensiones ó deformaciones, etc. Así como el tipo de análisis a realizar: estático, dinámico, estabilidad, térmico, magnético, acoplado, etc.

4.7.2.2. Decidir la dimensión y complejidad del modelo.

Debemos de tener en cuenta los objetivos del análisis, cuando se decida la dimensión y complejidad del modelo. Resulta muy recomendable aprovechar propiedades como la simetría (figura 4.7.1.) para reducir el alcance y el tamaño del modelo.

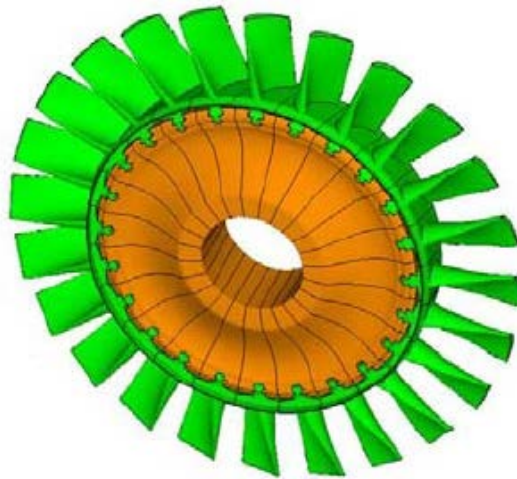


Figura 4.7.1. Ejemplo ANSYS, simetría circular

Tipos de simetría:

- Axilsimetría o simetría respecto a un eje central.
- Simetría rotacional. Se presenta cuando el modelo está compuesto por segmentos iguales que se repiten en torno a un eje central

- Simetría plana o reflexiva. Se utiliza cuando existe un plano de simetría.
- Simetría repetitiva o traslacional. Cuando en una estructura un segmento se repite a lo largo de una fila.

NOTA: se deben de omitir aquellos detalles geométricos que carezcan de importancia. Por el contrario, alguno de estos pequeños detalles (p. Ej: radios de acuerdo), pueden dar a lugar a una elevada concentración de tensiones si son obviados.

4.7.2.3 Estrategia de modelado.

El programa ANSYS proporciona diferentes caminos para construir la geometría del modelo:

1. Modelado “de abajo hacia arriba”: define entidades comenzando desde las entidades más simples, hacia entidades cada vez más complejas (puntos clave → líneas → áreas → volúmenes). 2. Construcción “de arriba hacia abajo”: a partir de primitivas, o entidades de orden superior.

- La primitiva CYLIND (cilindro), crea de forma automática: 1 volumen, 4 áreas, 10 líneas y 8 puntos clave. La primitiva CONE (cono), crea de forma automática: 1 volumen, 3 áreas, 6 líneas y 5 puntos clave.
- Permite el empleo de operaciones booleanas para esculpir el modelo.

NOTAS:

- Las operaciones basadas en el álgebra de Boole (adición, substracción, solape, pegado, intersección, etc.), permiten esculpir rápidamente entidades del modelo sólido independientemente de cómo fueron creadas.

- Otras operaciones: rotación, barrido y recubrimiento.

3. Transferencia de datos desde sistemas CAD, mediante el empleo de formatos (IGES, SAT, PARASOLID, etc.).

4. Generación directa de nudos y elementos.

5. Combinación de cualquiera de las técnicas anteriores.

4.8. Sistemas de coordenadas.

Para poder situar el modelo o parte del mismo, empleamos los sistemas de referencia y/o los planos de trabajo

- El sistema de referencia global puede ser cartesiano, cilíndrico ó esférico.
- Los sistemas de referencia locales (figura 4.8.1.) pueden ser cartesianos, cilíndricos, esféricos ó toroidales.

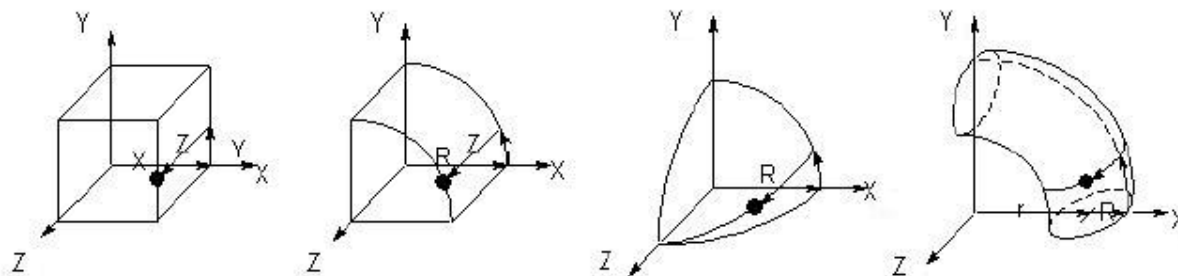


Figura 4.8.1. Sistemas de referencia locales.

Los sistemas de coordenadas locales pueden ser trasladados y/o girados con respecto al origen global. Se crean mediante los comandos “LOCAL”, “CLOCAL”, “CS”, “CSKP”, “CSWPLA”. Para cambiar de sistema de coordenadas “activo” utilizamos el comando “CSYS”.

Los planos de trabajo se emplean para:

- Definir y orientar primitivas.
- Facilitar la pulsación posicional.

Un plano de trabajo o “Working Plane”, es un plano 2D imaginario e infinito, con origen y un sistema de coordenadas cartesiano. Ejemplos de funciones comúnmente empleadas cuando se trabaja con planos de trabajo son: traslación y rotación. Comandos relacionados:

- WPAVE: redefine el origen del plano de trabajo, usando el sistema de coordenadas activo.
- WPOFFS: redefine el origen de coordenadas del plano de trabajo, a partir de las coordenadas del plano de trabajo.
- WPROTA: rota el plano de trabajo hacia una nueva orientación, sobre el plano actual de trabajo.

4.9. Modelado de abajo hacia arriba.

La técnica de modelado “de abajo hacia arriba”, implica definir en primer lugar puntos clave, en segundo líneas, y en tercer, y cuarto lugar, áreas y volúmenes.

4.9.1. Definición de puntos clave.

El punto clave ó “keypoint”, es la entidad de orden menor en el seno del modelado sólido. Representan generalmente vértices.

K, NPT, X, Y, Z

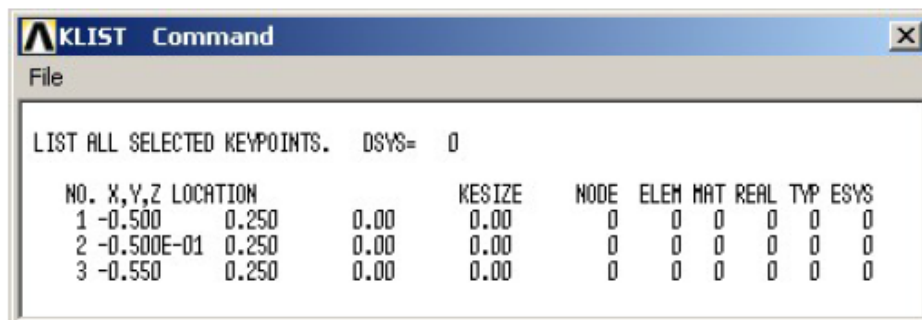
K quizás, la forma más sencilla de definir puntos clave. NPT número del punto clave. X, Y, Z coordenadas para el punto clave en el sistema de coordenadas activo.

KGEN, ITIME, NP1, NP2, NINC, DX, DY, DZ

KGEN genera puntos clave adicionales mediante la copia de un patrón de puntos clave. ITIME número total de conjuntos de puntos clave a ser generados, incluyendo el conjunto original.

NP1, NP2, NINC conjunto de puntos clave a ser copiados. Sí NP1=ALL, todos los puntos clave seleccionados son copiados. Sí NP1=P use el ratón para seleccionarlos.

El comando KLIST lista los puntos clave (figura 4.9.1.), donde se especifica:



NO.	X, Y, Z LOCATION	KESIZE	NODE	ELEM	MAT	REAL	TYP	ESYS
1	-0.500 0.250	0.00	0	0	0	0	0	0
2	-0.500E-01 0.250	0.00	0	0	0	0	0	0
3	-0.550 0.250	0.00	0	0	0	0	0	0

Figura 4.9.1. Listado de puntos clave (keypoints).

- Número del punto clave.
- Coordenadas globales cartesianas del punto clave.
- Longitud del lado de los elementos más cercanos a este punto clave (KSIZE).
- Número de los nodos (elementos asociados a este punto clave, KMESH).
- Valores de los atributos de los elementos asignados (KATT, KMESH).

Existen muchos otros comandos agrupados bajo:

Main Menu>Preprocessor>Modeling>Create>Keypoints

Main Menu>Preprocessor>Modeling>Move/Modify>Keypoints

Main Menu>Preprocessor>Modeling>copy>Keypoints

que se pueden utilizar para definir, generar y modificar puntos clave; siendo los más utilizados:

KSYMM, Ncomp, NP1, NP2, NINC, KINC, NOELEM, IMOVE

KSYMM: genera puntos clave mediante la reflexión de un patrón de puntos clave.

KTRAN, KCNTO, NP1, NP2, NINC, KINC, NOELEM, IMOVE

KTRAN: copia y transfiere puntos clave de un sistema de coordenadas a otro.

KFILL, NP1, NP2, NFILL, NSTRT, NINC, SPACE

KFILL: genera una línea de puntos clave entre dos iniciales.

KNODE, NPT, NODE

KNODE: define un punto clave en la posición de un nodo existente.

KL, NL1, RATIO, NK1

KL: genera un punto clave en una línea ya existente.

KMODIF, NPT, X, Y, Z

KMODIF: modifica la posición de un punto clave.

KMOVE, NPT, KC1, X1, Y1, Z1, KC2, X2, Y2, Z2

KMOVE: traslada un punto clave a la intersección de dos líneas.

KPSCALE, NP1, NP2, NINC, RX, RY, RZ, KINC, NOELEM, IMOVE

KSCALE: genera un grupo de puntos clave escalados a partir de un patrón de puntos clave.

KSCON, NPT, DELR, KCTIP, NTHET, RRAT

KSCON: define una concentración de puntos clave para mallas en abanico.

KATT, MAT, REAL, TYPE, ESYS

KATT: asocia atributos de elementos con los puntos clave seleccionados.

KSUM: calcula y lista valores geométricos, relativos a los puntos clave.

KPLOT, NP1, NP2, NINC, Lab

KPLO: dibuja los puntos clave.

KLIST, NP1, NP2, NINC, Lab

KLIST: lista puntos clave.

KDELE, NP1, NP2, NINC

KDELE: elimina los puntos clave seleccionados.

4.9.2 Definición de líneas.

Las líneas se usan para representar los bordes de un objeto. Los comandos de creación de líneas se encuentran agrupados en el submenú:

Main Menu>Preprocessor>Modeling>Create>Lines

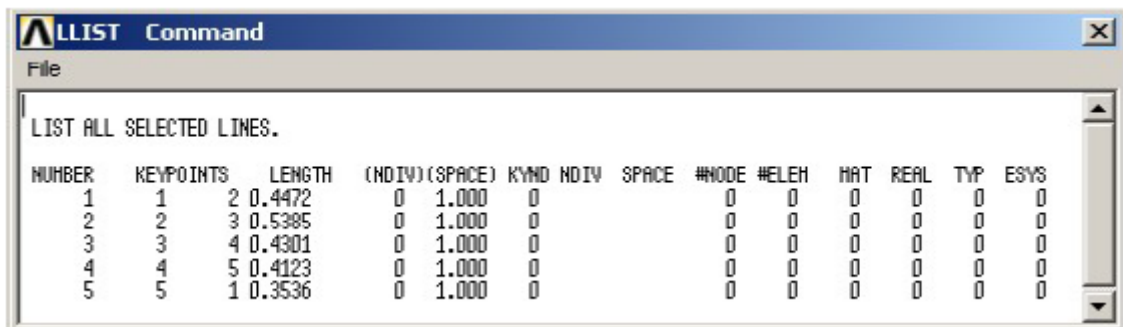
-

L, P1, P2, NDIV, SPACE, XV1, YV1, ZV1, XV2 L: es la forma más sencilla de definir una línea.

Por defecto, una línea es generada “recta” en el sistema de coordenadas activo. Una línea curva entre dos puntos clave seguirá el camino más corto en la dirección angular positiva (las líneas curvas no pueden superar los 180°). Resaltar que en el comando “L” no presenta argumentos para especificar el número de la línea, ANSYS lo asigna de forma automática.

El orden en el cual se indican los puntos clave determina la “dirección de la línea”. Este dato es del todo relevante en el caso de realizar una malla a partir de elementos línea.

El comando “LLIST” lista la información referente a las líneas (figura 4.9.2.), especificando:



The screenshot shows a window titled "LLIST Command" with a "File" menu. The main area contains the text "LIST ALL SELECTED LINES." followed by a table with the following data:

NUMBER	KEYPOINTS	LENGTH	(NDIV)	(SPACE)	KVND	NDIV	SPACE	#NODE	#ELEH	HAT	REAL	TYP	ESYS
1	1	2 0.4472	0	1.000	0			0	0	0	0	0	0
2	2	3 0.5385	0	1.000	0			0	0	0	0	0	0
3	3	4 0.4301	0	1.000	0			0	0	0	0	0	0
4	4	5 0.4123	0	1.000	0			0	0	0	0	0	0
5	5	1 0.3536	0	1.000	0			0	0	0	0	0	0

Figura 4.9.2. Listado de líneas seleccionadas.

- Número de la línea.
- Puntos clave situados en los extremos de la línea.
- Número de divisiones, y ratio para estas divisiones.
- Número de nodos y elementos interiores a la línea (LMESH).
- Asignación de valores para los atributos de los elementos (LATT, LMESH).

Los comandos de líneas más utilizados, son:

LSTR, P1, P2

LSTR: define una línea recta entre dos puntos clave.

LDIV, NL1, RATIO, PDIV, NDIV, KEEP

LDIV: divide una línea existente en dos o más líneas.

LCOB, NL1, NL2, KEEP

LCOB: convierte dos líneas adyacentes en una.

LEXTND, NL1, NK1, DIST, KEEP

LEXTND: alarga el extremo de una línea manteniendo su pendiente.

CIRCLE, PCENT, RAD, PAXIS, PZERO, ARC, NSEG

CIRCLE: genera arcos circulares.

LARC, P1, P2, PC, RAD

LARC: define un arco circular desde P1 a P2.

LGEN, ITIME, NL1, NL2, NINC, DX, DY, DZ, KINC, NOELEM, IMOVE

LGEN: genera líneas mediante la copia de un patrón.

LSYMM, Ncomp, NL1, NL2, NINC, KINC, NOELEM, IMOVE

LSYMM: genera líneas mediante la reflexión de patrón de líneas.

LTRAN, KCNTD, NL1, NL2, NINC, KINC, NOELEM, IMOVE

LTRAN: transfiere líneas de un sistema de coordenadas a otro.

LROTAT, NK1, NK2, NK3, NK4, NK5, NK6, PAX1, PAX2, ARC, NSEG

LROTAT: genera líneas mediante la rotación de puntos clave, con respecto a un eje.

LDRAG, NK1, NK2, NK3, NK4, NK5, NK6, NL1, NL2, NL3, NL4, NL5, NL6

LDRAG: genera las líneas mediante el desplazamiento de una serie de puntos clave paralelos a una trayectoria.

LFILLT, NL1, NL2, RAD, PCENT

LFITT: genera un chaflán o acuerdo entre dos líneas concurrentes.

LTAN, NL1, P3, XV3, YV3, ZV3

LTAN: genera una línea cúbica tangente a otra línea.

L2TAN, NL1, NL2

L2TAN: genera una línea cúbica tangente a otras dos líneas.

LANG, NL1, P3, ANG, PHIT, LOCAT

-

LANG: genera una línea incidente a otra dada, con un ángulo determinado.

L2ANG, NL1, NL2, ANG1, ANG2, PHIT1, PHIT2

L2ANG: genera una línea incidente a otras dos dadas, con ángulos determinados.

BSPLIN, P1, P2, P3, P4, P5, P6, XV1, YV1, ZV1, XV6, YV6, ZV6

BSPLIN: genera una línea única que pasa por una serie de puntos clave.

SPLINE, P1, P2, P3, P4, P5, P6, XV1, YV1, ZV1, XV6, YV6, ZV6

SPLINE: genera múltiples líneas que pasan por una serie de puntos clave.

LAREA, P1, P2, NAREA

LAREA: genera la línea más corta entre dos puntos paralela a un área.

LATT, MAT, REAL, TYPE, --, KB, KE, SECNUM

LATT: asocia a las líneas seleccionadas atributos para los elementos.

LSUM: calcula y lista los datos geométricos relativos a las líneas.

LPLOT, NL1, NL2, NINC LPLO: dibuja las líneas.

LLIST, NL1, NL2, NINC, Lab

LLIST: lista las líneas.

LDELE, NL1, NL2, NINC, KSWP

LDELE: elimina las líneas no malladas.

4.9.3 Definición de áreas.

Las áreas son empleadas para representar: objetos sólidos 2D, caras en objetos sólidos 3D, y superficies tridimensionales. La gran mayoría de los comandos con capacidad para generar áreas, a su vez crean líneas y puntos clave.

Los comandos para definir áreas están agrupados dentro del submenú:

Main Menu>Preprocessor>Modeling>Create>Areas

Los dos comandos más sencillos son "A", y "AL".

A, P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P10, P11, P12, P13, P14, P15, P16, P17, P18

-

A: el comando define un área mediante una serie de puntos clave.

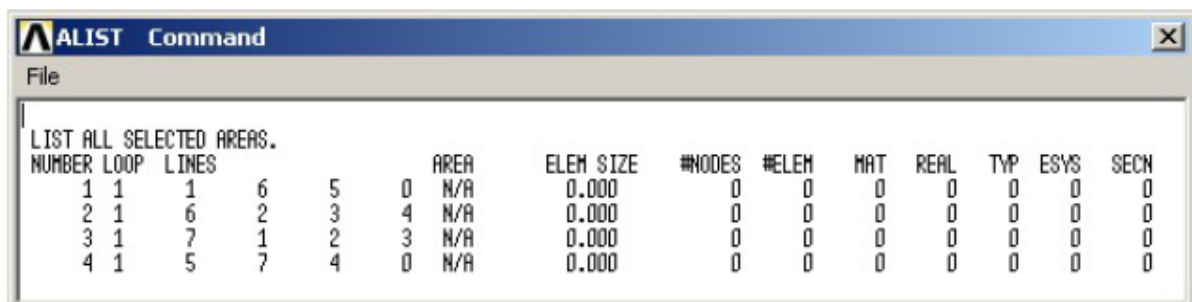
- Al menos 3 puntos clave para definir un área. Introduzca “P” para pulsar un número cualquiera de puntos clave.
- Los puntos clave han de ser introducidos en orden consecutivo alrededor del contorno.
- El sentido en el cual se introducen los puntos determina el sentido positivo del área (regla de la mano derecha).
- Para áreas con más de 4 lados, las líneas deben situarse en el mismo plano.

AL, L1, L2, L3, L4, L5, L6, L7, L8, L9, L10

AL: el comando define un área a partir de líneas existentes.

- Líneas que delimitan el área (al menos 3 han de ser especificadas. Indique “ALL” para L1 para usar todas las líneas previamente seleccionadas. Indique “P” en L1 para pulsar las líneas mediante el ratón.
- El sentido positivo de la normal del área se encuentra determinado por la dirección de la primera línea nombrada con el comando “AL”.
- En el comando “AL” las líneas pueden ser introducidas en cualquier orden, pero satisfaciendo:
 - Las líneas han de estar conectadas, es decir constituir un contorno cerrado.
 - Para áreas que tengan más de 4 lados, las líneas deben situarse en el mismo plano o en una coordenada de valor constante.

El comando “ALIST” lista las áreas (figura 4.9.3.), donde se especifica:



NUMBER	LOOP	LINES	AREA	ELEM SIZE	#NODES	#ELEM	MAT	REAL	TYP	ESYS	SECN
1	1	6 5	0 N/A	0.000	0	0	0	0	0	0	0
2	1	6 2 3	4 N/A	0.000	0	0	0	0	0	0	0
3	1	7 1 2	3 N/A	0.000	0	0	0	0	0	0	0
4	1	5 7 4	0 N/A	0.000	0	0	0	0	0	0	0

Figura 4.9.3. Listado de áreas seleccionadas.

- Número del área.
- Número del loop, cadena de líneas cerradas que definen los bordes de un área.

- Número de las líneas que delimitan el área.
- Área, medida matemática de la entidad modelada.
- Número de los nodos y elementos interiores en el área.
- Valores de los atributos para los elementos asignados (AATT o AMESH).

Hay muchos otros comandos que se pueden utilizar para definir, generar y modificar áreas, los más utilizados son:

ASKIN, NL1, NL2, NL3, NL4, NL5, NL6, NL7, NL8, NL9

ASKIN: genera un área mediante el recubrimiento de una serie de líneas.

AGEN, ITIME, NA1, NA2, NINC, DX, DY, DZ, KINC, NOELEM, IMOVE AGEN: genera áreas adicionales mediante la copia de un patrón de áreas.

ARSYM, Ncomp, NA1, NA2, NINC, KINC, NOELEM, IMOVE

ARSYM: genera áreas mediante la reflexión de un patrón de áreas.

ATRAN, KCNTO, NA1, NA2, NINC, KINC, NOELEM, IMOVE ATRAN: transfiere áreas de un sistema de coordenadas a otro.

AROTAT, NL1, NL2, NL3, NL4, NL5, NL6, PAX1, PAX2, ARC, NSEG

AROTA: genera áreas cilíndricas mediante la rotación de un patrón de líneas.

ADRAG, NL1, NL2, NL3, NL4, NL5, NL6, NLP1, NLP2, NLP3, NLP4, NLP5, NLP6

ADRAG: genera áreas por desplazamiento de un patrón de líneas, a lo largo de una trayectoria.

ASUB, NA1, P1, P2, P3, P4

ASUB: genera un área empleando la forma de un área existente.

AFILLT, NA1, NA2, RAD

AFILLT: crea un área en chaflán en la intersección de dos áreas.

AOFFST, NAREA, DIST, KINC

AOFFST: genera un área paralela a otra.

AATT, MAT, REAL, TYPE, ESYS, SECN

AATT: asocia a las áreas seleccionadas atributos para los elementos.

ASUM: calcula y lista datos geométricos asociados a las áreas.

APLOT, NA1, NA2, NINC, DEGEN, SCALE

APLOT: dibuja las áreas.

ALIST, NA1, NA2, NINC, Lab

ALIST: lista las áreas.

ADELE, NA1, NA2, NINC, KSWP

ADELE: borra áreas no malladas.

4.9.4 Definición de volúmenes.

Los volúmenes se utilizan para representar objetos en 3D, la mayoría de los comandos de volúmenes también crean áreas, líneas y puntos clave.

Los comandos para la definición de volúmenes se encuentran en el submenú:

Main Menu>Preprocessor>Modeling>Create>Volumes

Los dos comandos más sencillos son “V” y “VA”.

V, P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8

V: volumen a partir de 8 (ó menos) puntos clave existentes.

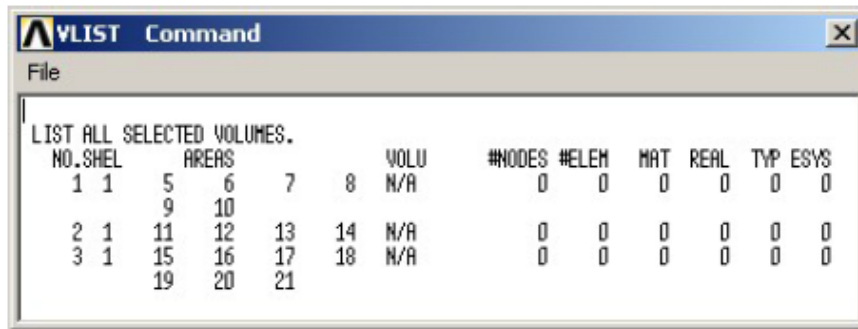
- Los puntos clave definen las 8 esquinas del volumen. Introduzca “P” para P1 para indicar los puntos claves mediante el ratón.
- Los puntos deben ser introducidos en orden, primero el borde de la parte inferior y posteriormente la parte superior.

VA, A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10

VA: define un volumen delimitado por áreas existentes.

- Para definir un volumen al menos deben ser indicadas 4 áreas. Especifique “ALL” para A1 de cara a usar todas las áreas seleccionadas. Especifique “P” para A1 para indicar las áreas mediante el ratón.
- Las áreas pueden ser introducidas en cualquier orden.

El comando “VLIST” lista los volúmenes (figura 4.9.4.), aportando:



NO.	SHEL	AREAS			VOLU	#NODES	#ELEM	MAT	REAL	TYP	ESYS
1	1	5	6	7	8	N/A	0	0	0	0	0
		9	10								
2	1	11	12	13	14	N/A	0	0	0	0	0
3	1	15	16	17	18	N/A	0	0	0	0	0
		19	20	21							

Figura 4.9.4.. Listado de volúmenes seleccionados.

- Número de volumen.
- Número de envolvente.
- Número de las áreas que delimitan el volumen.
- Volumen (medida matemática del objeto).
- Número de los nodos y elementos interiores en el volumen.
- Valores de los atributos para los elementos asignados (VATT, VMESH).

Hay otros muchos comandos que pueden ser utilizados para definir, generar y modificar, volúmenes, los más utilizados:

VGEN, ITIME, NV1, NV2, NINC, DX, DY, DZ, KINC, NOELEM, IMOVE

VGEN: genera volúmenes adicionales mediante la copia de un patrón de volúmenes.

VSYMM, Ncomp, NV1, NV2, NINC, KINC, NOELEM, IMOVE

VSYMM: genera volúmenes mediante la reflexión de un patrón de volúmenes.

VTRAN, KCNTO, NV1, NV2, NINC, KINC, NOELEM, IMOVE

VTRAN: transfiere volúmenes de un sistema de coordenadas a otro.

VROTAT, NA1, NA2, NA3, NA4, NA5, NA6, PAX1, PAX2, ARC, NSEG

VROTAT: genera volúmenes cilíndricos mediante la rotación de un patrón de área.

VDRAG, NA1, NA2, NA3, NA4, NA5, NA6, NLP1, NLP2, NLP3, NLP4, NLP5, NLP6

VDRAG: genera volúmenes por desplazamiento de un patrón de áreas a lo largo de una

trayectoria.

VATT, MAT, REAL, TYPE, ESYS

VATT: asocia a los volúmenes seleccionados atributos de los elementos.

VSUM: calcula y lista datos geométricos asociados a los volúmenes.

VPLOT, NV1, NV2, NINC, DEGEN, SCALE

VPLOT: dibuja los volúmenes.

VLIST, NV1, NV2, NINC

VLIST: lista los volúmenes.

VDELE, NV1, NV2, NINC, KSWP

VDELE: borra los volúmenes no mallados.

4.10. Modelado desde arriba hacia abajo.

Una primitiva es una entidad geométrica utilizada en el modelado sólido. Usar primitivas para la creación del modelo, es lo que se denomina como “modelar de arriba hacia abajo”. Las primitivas son entidades de orden superior que pueden ser construidas sin definir previamente ninguna entidad de orden inferior (puntos clave, líneas y áreas).

Los comandos para definir primitivas están agrupados en el submenú:

Main Menu>Preprocessor>Modeling>Create>Volumes

Las primitivas se posicionan dependiendo de la localización, y orientación del plano de trabajo.

- Puede crear un bloque usando el comando de primitivas “BLOCK”. Main Menu>Preprocessor>Modeling>Create>Volumes>Block>By Dimensions BLOCK, X1, X2, Y1, Y2, Z1, Z2
- Para crear un área circular use el comando “PCIRC”. Main Menu>Preprocessor>Modeling>Create>Areas>Circle>By Dimensions PCIRC, RAD1, RAD2, THETA1, THETA2
- La primitiva “RECTANG” crea un área rectangular referida a las coordenadas del plano de trabajo. Main Menu>Preprocessor>Modeling>Create>Areas>Rectangle>By Dimen...

RECTNG, X1, X2, Y1, Y2

- La primitiva “POLY”, crea un polígono basado en una serie de vértices definidos con el comando PTXY. PTXY, X1, Y1, X2, Y2, X3, Y3, X4, Y4

- Use la primitiva “RPOLY” para definir a partir del plano de trabajo una figura poligonal regular. Main Menu>Preprocessor>Modeling>Create>Areas>Polygon>By Circumscr... Main Menu>Preprocessor>Modeling>Create>Areas>Polygon>By Inscribed...

Main Menu>Preprocessor>Modeling>Create>Areas>Polygon>By Side Length RPOLY, NSIDES, LSIDE, MAJRAD, MINRAD

- Use la primitiva “CONE” para definir un volumen cónico a partir del plano de trabajo. Main Menu>Preprocessor>Modeling>Create>Volumes>Cone>By Dimensions CONE, RBOT, RTOP, Z1, Z2, THETA1, THETA2

- Use la primitiva “CYLIND” para definir con respecto al plano de trabajo un volumen cilíndrico. Main Menu>Preprocessor>Modeling>Create>Volumes>Cylinder>By Dimen... CYLIND, RAD1, RAD2, Z1, Z2, THETA1, THETA2

- Use el comando “PRISM” para crear un volumen prismático recto basado en los pares de coordenadas definidos con “PTXY”. PRISM, Z1, Z2

- Use la primitiva “RPRISM” para crear un prisma regular. Main Menu>Preprocessor>Modeling>Create>Volumes>Prism>By Circums... Main Menu>Preprocessor>Modeling>Create>Volumes>Prism>By Inscribed... Main Menu>Preprocessor>Modeling>Create>Volumes>Prism>By Side... RPRISM, Z1, Z2, NSIDES, LSIDE, MAJRAD, MINRAD

- La primitiva “SPHERE” define respecto del plano de trabajo un volumen esférico. Main Menu>Preprocessor>Modeling>Create>Volumes>Sphere>By Dimen... SPHERE, RAD1, RAD2, THETA1, THETA2

- Use el comando “TORUS” para definir un volumen toroidal. Main Menu>Preprocessor>Modeling>Create>Volumes>Torus TORUS, RAD1, RAD2, RAD3, THETA1, THETA2

4.11. Esculpir el modelo con operaciones booleanas.

Las operaciones booleanas permiten modificar el modelo sólido. Estas se encuentran agrupadas en el submenú:

Main Menu> Preprocessor> Modeling> Operate> Booleans

-

- Las operaciones booleanas pueden aplicarse entre entidades de similar o diferente dimensionalidad.
- El comando "BOPTN" especifica las opciones de las operaciones booleanas.
- Las operaciones de INTERSECCION (xINx), definen un conjunto nuevo de entidades comunes a todas las entidades incluidas en la operación.
- Las operaciones de SUBSTRACCION (xSBx), crean nuevas entidades que reflejan la substracción de la zona donde se solapaban.
- Las operaciones de SOLAPE (xOVLAP), unen entidades para crear un conjunto de entidades que abarcan todos los elementos de las entidades iniciales.
- Las operaciones de PARTICION (xPTN), unirán dos o más entidades para crear tres ó más nuevas entidades.
- Las operaciones de PEGADO (xGLUE), unen entidades para crear un nuevo conjunto que comparte contornos comunes.
- Las operaciones de ADICION (xADx), producen una sola entidad compleja.

Los comandos más utilizados para realizar operaciones booleanas son:

AADD adiciona áreas separadas para generar una única área. AGLUE genera nuevas áreas mediante su pegado. AINA encuentra la intersección de áreas. AINV encuentra la intersección de un área con un volumen. AOVLAP solape de áreas. APTN partición de áreas. ASBA substracción áreas de áreas. ASBL substracción líneas de áreas. ASBV substracción volúmenes de áreas. ASBW substraer la intersección entre áreas y el plano de trabajo (divide áreas). LGLUE genera nuevas líneas mediante pegado de líneas. LINA encuentra la intersección de una línea con un área. LINL encuentra la intersección entre líneas. LINV encuentra la intersección de una línea con un volumen. LOVLAP solape entre líneas. LPTN partición entre líneas. LSBA substraer áreas de líneas. LSBL substraer líneas de líneas. LSBV substraer volúmenes de líneas. LSBW substraer la intersección del plano de trabajo con líneas (divide líneas). VADD añade volúmenes separados para crear un volumen único. VGLUE genera nuevos volúmenes mediante pegado. VINV intersecciona volúmenes. VOVLAP solape entre volúmenes. VPTN partición de volúmenes. VSBV substraer volúmenes de volúmenes. VSBW substraer la intersección del plano de trabajo con volúmenes (divide volúmenes).

4.11. BEAM188 Elemento viga.

4.11.1. Descripción del elemento.

BEAM188 es adecuado para analizar estructuras formadas por vigas esbeltas y de gran canto. El elemento está basado en la teoría de vigas de Timoshenko que incluye efectos de deformación por corte. El elemento proporciona opciones para alabeo sin restricciones y alabeo restringido en la sección transversal.

El elemento es un elemento viga de dos nodos lineal, cuadrático o cúbico, en 3-D. BEAM188 tiene seis o siete grados de libertad en cada nodo. Esto incluye deformaciones en las direcciones x , y , y z y rotaciones sobre las direcciones x , y , z . Un séptimo grado de libertad (magnitud de pandeo) es opcional. Este elemento es muy adecuado para aplicaciones lineales, de gran rotación y / o grandes tensiones no lineales.

El elemento incluye términos de rigidez de tensión, por defecto, en cualquier análisis con gran deformación. Los términos proporcionados de rigidez de tensión permiten a los elementos analizar problemas de estabilidad de flexión, lateral y de torsión (utilizando el pandeo de autovalores o estudios de colapso con métodos de longitud de arco o estabilización no lineal).

Se admiten modelos de elasticidad, plasticidad, fluencia y otros materiales no lineales. Una sección transversal asociada con este tipo de elemento puede ser una sección acumulada que hace referencia a más de un material. Se dispone de masa añadida, masa y carga hidrodinámica añadida y carga flotante.

Para obtener información más detallada sobre este elemento, consulte BEAM188 - Haz 3-D 2-Node en la Referencia teórica de APDL mecánica.

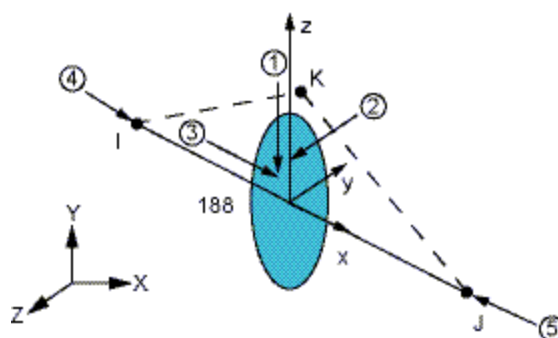


Figura 4.11.1. Elemento viga. (Ansys: user's manual, 2017).

4.11.2. Tecnología del elemento y recomendaciones de uso.

El elemento admite una relación elástica entre las fuerzas de corte transversales y las tensiones de corte transversales. Puede anular los valores predeterminados de las rigideces transversales mediante el comando SECCONTROL.

BEAM188 no utiliza teorías de orden superior para tener en cuenta la variación en la distribución de los esfuerzos de corte. Use elementos sólidos si se deben considerar tales efectos.

BEAM188 admite el análisis de "deformación restringida" al poner a disposición un séptimo grado de libertad en cada nodo de haz. Por defecto, los elementos BEAM188 suponen que el alabeo de una sección transversal es lo suficientemente pequeño como para que pueda descuidarse (KEYOPT (1) = 0). Puede activar el grado de libertad de deformación utilizando KEYOPT (1) = 1. Con el grado de libertad de deformación activado, cada nodo tiene siete grados de libertad: UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ y WARP. Con KEYOPT (1) = 1, se emiten bimomentos y bicurvaturas.

Cuando KEYOPT (3) = 0 (lineal, por defecto), BEAM188 se basa en funciones de forma lineal. Utiliza un punto de integración a lo largo de la longitud; por lo tanto, todas las cantidades de solución de elementos son constantes a lo largo de la longitud. Por ejemplo, cuando se solicitan cantidades SMISC en los nodos I y J, los valores centroidales se informan para ambos nodos finales. Esta opción se recomienda si el elemento se usa como refuerzo y es necesario para mantener la compatibilidad con un elemento de superficie de primer orden (como SHELL181). Solo los momentos de flexión constantes se pueden representar exactamente con esta opción. El refinamiento de malla generalmente se requiere en aplicaciones típicas.

Cuando KEYOPT (3) = 2 (cuadrático), BEAM188 tiene un nodo interno en el esquema de interpolación, lo que lo convierte en un elemento viga basado en funciones de forma cuadrática. Se utilizan dos puntos de integración, lo que da como resultado una variación lineal de las cantidades de solución de elementos a lo largo de la longitud. Los momentos de flexión lineales varían exactamente.

Cuando KEYOPT (3) = 3 (cúbico), BEAM188 tiene dos nodos internos y adopta funciones de forma cúbica. Los momentos de flexión de variación cuadrática están representados exactamente. Se utilizan tres puntos de integración a lo largo de la longitud, lo que da como resultado una variación cuadrática de las cantidades de solución de elementos a lo largo de la longitud. A diferencia de las formulaciones cúbicas típicas (hermitianas), la interpolación cúbica se usa para todos los desplazamientos y rotaciones.

Se recomiendan las opciones cuadrática y cúbica cuando se desean interpolaciones de elementos de orden superior en situaciones en las que:

- El elemento está asociado con secciones transversales cónicas.
- Las cargas no uniformes (incluidas las cargas distribuidas cónicas) existen dentro del elemento; en este caso, la opción cúbica brinda resultados superiores sobre la opción

cuadrática. (Para cargas parcialmente distribuidas y cargas puntuales no nodales, solo la opción cúbica es válida).

- El elemento puede sufrir una deformación no uniforme (por ejemplo, cuando los elementos de armazón individuales en las estructuras de ingeniería civil se modelan con elementos individuales).

En la práctica, cuando dos elementos con alabeo se unen en un ángulo agudo, es necesario acoplar los desplazamientos y las rotaciones, pero dejar desacoplado el alabeo fuera del plano. Esto normalmente se logra teniendo dos nodos en una ubicación física y usando restricciones apropiadas. Este proceso es más fácil (o automatizado) por el comando ENDRELEASE, que desacopla el alabeo fuera del plano para cualquier elemento adyacente con secciones transversales que se intersectan en un ángulo mayor de 20 grados.

BEAM188 permite cambios en las propiedades de inercia de sección transversal en función del alargamiento axial. Por defecto, el área de la sección transversal cambia de tal manera que el volumen del elemento se conserva después de la deformación. El valor predeterminado es adecuado para aplicaciones elastoplásticas. Al usar KEYOPT (2), puede optar por mantener la sección transversal constante o rígida. La escala no es una opción para las secciones de viga general no lineal (SECTYPE ,, GENB) o por su efecto sobre la carga oceánica

Dos limitaciones están asociadas con las opciones cuadrática y cúbica en BEAM188:

- Aunque los elementos emplean interpolaciones de orden superior, la geometría inicial de BEAM188 se trata como recta.
- Debido a que los nodos internos son inaccesibles, no se permite ningún límite / carga / condiciones iniciales en estos nodos internos.

Como resultado de las limitaciones asociadas con las opciones cuadrática y cúbica, observará discrepancias en los resultados entre BEAM189 y la opción cuadrática de BEAM188 si los nodos intermedios del modelo BEAM189 han especificado condiciones de límite / carga / inicial y / o el lado medio los nodos no se encuentran exactamente en el punto medio del elemento. De manera similar, la opción cúbica de BEAM188 puede no ser idéntica a un elemento de viga cúbico tradicional (hermitiano).

Para la matriz de masa y la evaluación de vectores de carga consistentes, se emplea una regla de integración de orden superior a la utilizada para la matriz de rigidez. Los elementos son compatibles con matrices de masa agrupadas y consistentes. Use LUMPM, ON para activar la matriz de masa agrupada. La matriz de masa consistente se usa por defecto. Puede agregar masa por unidad de longitud mediante los valores ADDMAS del comando SECCONTROL. Consulte "Resumen de entrada de BEAM188".

Cuando se aplica carga oceánica, la carga no es lineal (es decir, se basa en el cuadrado de la velocidad relativa entre la estructura y el agua). En consecuencia, la opción completa de Newton-Raphson (NROPT, FULL) puede ser necesaria para lograr resultados óptimos. (Full Newton-Raphson se aplica automáticamente en un análisis que implica efectos de gran deflexión [NLGEOM, ON]).

Las funciones de deformación de St. Venant para el comportamiento de torsión se determinan en el estado no deformado, y se usan para definir la deformación por corte incluso después de ceder. No hay opciones disponibles para volver a calcular en configuración deformada la distribución de cizallamiento torsional en las secciones transversales durante el análisis y la posible deformación parcial de plástico de las secciones transversales. Como tal, la gran deformación inelástica debida a la carga torsional debe tratarse y verificarse con precaución. Bajo tales circunstancias, se recomienda el modelado alternativo usando elementos sólidos o de superficie.

4.11.3. Datos de entrada.

La geometría, las ubicaciones de los nodos, el sistema de coordenadas y las direcciones de presión para este elemento se muestran en la Figura 4.11.1: Geometría BEAM188. BEAM188 está definido por los nodos I y J en el sistema de coordenadas global.

El nodo K es una forma preferida de definir la orientación del elemento. Para obtener información acerca de los nodos de orientación y el mallado de la viga, consulte Generación de una malla de rayo con nodos de orientación en la guía de modelado y mallado. Consulte las descripciones de los comandos LMESH y LATT para obtener detalles sobre cómo generar el nodo K automáticamente.

BEAM188 también se puede definir sin el nodo de orientación K . En este caso, el elemento *eje x* se orienta desde el nodo I (extremo 1) hacia el nodo J (extremo 2). Si no se utiliza ningún nodo de orientación, la orientación predeterminada del elemento *eje y* se calcula automáticamente para que sea paralela al plano X - Y global. Para el caso donde el elemento es paralelo al *eje Z* global (o dentro de una pendiente de 0,01%), el elemento *eje y* está orientado paralelo al eje Y global (como se muestra). Para controlar la orientación del elemento sobre el *eje x* del elemento, use la opción de nodo de orientación. Si ambos están definidos, la opción de nodo de orientación tiene prioridad. El nodo de orientación K , si se usa, define un plano (con I y J) que contiene los ejes x y z (como se muestra). Si usa este elemento en un análisis de gran deflexión, tenga en cuenta que la ubicación del nodo de orientación K se usa solo para orientar inicialmente el elemento.

La cantidad de grados de libertad depende del valor de KEYOPT (1). Cuando KEYOPT (1) = 0 (el valor predeterminado), se producen seis grados de libertad en cada nodo. Esto incluye

traslaciones en las direcciones x , y , y z y rotaciones sobre las direcciones x , y , z . Cuando KEYOPT (1) = 1, también se considera un séptimo grado de libertad (magnitud de pandeo).

El elemento de viga es un elemento de línea unidimensional en el espacio. Los detalles de la sección transversal se proporcionan por separado a través de los comandos SECTYPE y SECDATA. Una sección está asociada con los elementos de la viga especificando el número de identificación de la sección (SECNUM). Un número de sección es un atributo de elemento independiente. Además de una sección transversal constante, también puede definir una sección transversal cónica utilizando la opción TAPER en el comando SECTYPE (consulte Definición de un haz cónico).

BEAM188 ignora cualquier dato constante real. Vea el comando SECCONTROL para definir la rigidez de cizallamiento transversal y la masa añadida.

4.11.4. Secciones transversales.

BEAM188 se puede asociar con estos tipos de sección transversal:

- Tipos de sección de biblioteca estándar o mallas de usuario que definen la geometría de la sección transversal del rayo (SECTYPE ,, BEAM). El material de la viga se define como un atributo de elemento (MAT) o como parte de la acumulación de sección (para secciones transversales de varios materiales).
- Secciones transversales de haz generalizadas (SECTYPE ,, GENB), donde las relaciones de tensiones generalizadas a cepas generalizadas se ingresan directamente.
- Secciones transversales de viga cónica (SECTYPE, TAPER), donde una sección de biblioteca estándar o malla de usuario define cada extremo de la viga.

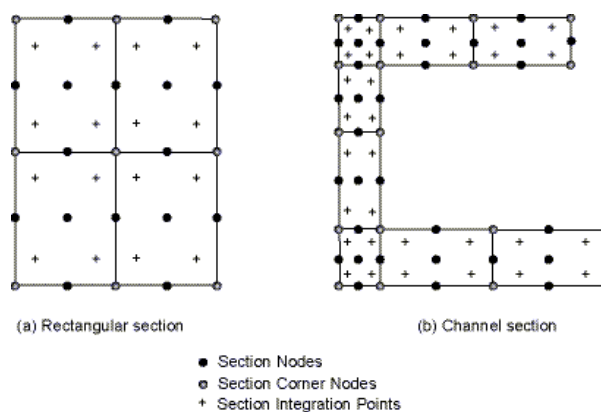


Figura 4.11.2. Secciones transversales. (Ansys: user's manual, 2017).

El número de celdas en las secciones transversales influye en la precisión de las propiedades de sección y la capacidad de modelar la relación no lineal de tensión-

deformación a través de la sección transversal. El elemento tiene una estructura anidada de integración (a lo largo y en la sección transversal).

Cuando el material asociado con los elementos tiene un comportamiento inelástico o cuando la temperatura varía a lo largo de la sección, los cálculos constitutivos se realizan en los puntos de integración de la sección. Para aplicaciones elásticas más comunes, el elemento usa propiedades precalculadas de la sección en los puntos de integración del elemento; sin embargo, las tensiones y las tensiones se calculan en el pase de salida en los puntos de integración de la sección. La salida del elemento está disponible en los puntos de integración, así como los valores extrapolados al elemento y los nodos de sección.

Si a la sección se le asigna el subtipo ASEC, solo las tensiones y esfuerzos generalizados (fuerza axial, momentos flectores, cizallas transversales, curvaturas y deformaciones de cizalladura) están disponibles para la salida. Los diagramas de contorno tridimensionales y las formas deformadas no están disponibles. El subtipo ASEC se muestra solo como un rectángulo delgado para verificar la orientación del haz.

BEAM188 es útil para analizar las vigas empotradas (es decir, aquellos fabricados con dos o más piezas de material unidas para formar un único haz sólido). Se supone que las piezas están perfectamente unidas; por lo tanto, la viga se comporta como un solo miembro.

La capacidad de sección transversal de múltiples materiales es aplicable solo cuando se cumplen las suposiciones de un comportamiento de viga (teoría de haz de Timoshenko o Bernoulli-Euler).

En otras palabras, lo que se admite es una simple extensión de una teoría de viga de Timoshenko. Se puede usar en aplicaciones tales como:

- Tiras bimetálicas
- Vigas con refuerzo metálico
- Sensores donde se han depositado capas de un material diferente

BEAM188 no tiene en cuenta el acoplamiento de flexión y torsión en el nivel de rigidez de la sección. Las cizallas transversales también se tratan de forma desacoplada. Esto puede tener un efecto significativo en el compuesto en capas y en las vigas en sándwich si el balanceo no está equilibrado.

Valide siempre la aplicación de BEAM188, ya sea con experimentos u otro análisis numérico. Utilice la opción de pandeo restringido con secciones acumuladas después de la debida verificación.

KEYOPT (15) especifica el formato del primer archivo de resultados. Para KEYOPT (15) = 0, el formato proporciona solo un resultado promediado en cada nodo de esquina de sección; por lo tanto, esta opción generalmente se aplica a secciones homogéneas.

Para KEYOPT (15) = 1, el formato proporciona un resultado para cada punto de integración de sección; por lo tanto, esta opción generalmente se aplica a secciones creadas con múltiples materiales (y genera un archivo de resultados más grande).

Secciones transversales de viga generalizadas

Cuando se usan secciones de viga general no lineales, ni las propiedades geométricas ni el material se especifican explícitamente. La tensión generalizada implica la fuerza axial, los momentos de flexión, el torque y las fuerzas de cizalla transversales. De manera similar, la tensión generalizada implica la deformación axial, las curvaturas de flexión, la curvatura de torsión y las deformaciones transversales. (Para obtener más información, consulte las secciones de viga general no lineal.) Este es un método abstracto para representar el comportamiento de sección transversal; por lo tanto, la información a menudo consiste en datos experimentales o los resultados de otros análisis.

En general, BEAM188 admite una relación elástica entre las fuerzas de cizallamiento transversal y las deformaciones de cizallamiento transversal. Puede anular los valores predeterminados de las rigideces transversales mediante el comando SECCONTROL.

Cuando el elemento de viga se asocia con un tipo de sección transversal de haz generalizado (SECTYPE, GENB), la relación entre la fuerza de corte transversal y la tensión de corte transversal puede ser elástica no lineal o plástica, una capacidad especialmente útil cuando las soldaduras de punto flexibles son modeladas. En tal caso, el comando SECCONTROL no se aplica.

Secciones transversales de una viga cónica

Una viga linealmente cónica se define especificando una sección de biblioteca estándar o una malla de usuario en cada extremo del haz. Las geometrías de sección se especifican en coordenadas globales, luego se interpolan linealmente y se evalúan en el elemento. Las secciones en los puntos finales deben ser topológicamente idénticas. (Para obtener más información, consulte Definición de un haz afinado).

4.11.5. Cargas.

Las fuerzas se aplican en los nodos (que también definen el elemento de eje x). Si el eje centroidal no es colineal con el elemento eje x , las fuerzas axiales aplicadas causarán flexión. Las fuerzas de cizallamiento aplicadas causan esfuerzos y momentos de torsión si el centroide y el centro de corte de la sección transversal son diferentes. Por lo tanto, los

nodos deben ubicarse en los puntos deseados en los que desea aplicar las fuerzas. Utilice los argumentos `OFFSETY` y `OFFSETZ` del comando `SECOFFSET` de forma adecuada. Por defecto, el programa usa el centroide como eje de referencia para los elementos de la viga.

Las cargas de elementos se describen en Carga Nodal. Las presiones se pueden ingresar a medida que las cargas de superficie en las caras del elemento se muestran con los números en un círculo en la Figura 4.11.1: Geometría BEAM188. Las presiones normales positivas actúan en el elemento. Las presiones laterales se introducen como fuerza por unidad de longitud. Las "presiones" finales se ingresan como fuerzas.

En ambos extremos del elemento, las temperaturas se pueden ingresar en estas ubicaciones:

- En el elemento del eje x ($T(0,0)$)
- En una unidad del eje x en el elemento y -dirección ($T(1,0)$)
- En una unidad desde el eje x en el elemento z -dirección ($T(0,1)$)

Las ubicaciones de los elementos ($T(y, z)$) se dan de acuerdo con la convención utilizada en la Figura 4.11.1: Geometría BEAM188.

Para los elementos de viga, los comandos de carga del cuerpo del elemento (BFE) aceptan un número de elemento y una lista de valores, 1 a 6 para las temperaturas $TI(0,0)$, $TI(1,0)$, $TI(0,1)$, $TJ(0,0)$, $TJ(1,0)$ y $TJ(0,1)$. Esta entrada se puede usar para especificar gradientes de temperatura que varían linealmente tanto en la sección transversal como a lo largo del elemento.

Los siguientes valores predeterminados se aplican a la entrada de temperatura del elemento:

- Si todas las temperaturas posteriores a la primera no están especificadas, se establecen por defecto a la primera. Este patrón aplica una temperatura uniforme en todo el elemento. (La primera temperatura de coordenadas, si no se especifica, está predeterminada en TUNIF).
- Si se ingresan las tres temperaturas en el nodo I , y todas las temperaturas en el nodo J no están especificadas, las temperaturas del nodo J por defecto son las correspondientes a la temperatura del nodo I . Este patrón aplica un gradiente de temperatura que varía linealmente sobre la sección transversal, pero permanece constante a lo largo del elemento.
- Para cualquier otro patrón de entrada, las temperaturas no especificadas se ajustan por defecto a TUNIF.

Alternativamente, las temperaturas en los nodos I y J se pueden definir utilizando cargas corporales nodales (BF, NODE, TEMP, VAL1). Cuando se utiliza una carga corporal nodal para definir una temperatura, se aplica una temperatura uniforme sobre la sección transversal en el nodo especificado.

Los gradientes de temperatura en la sección transversal no están permitidos cuando la sección del haz tiene un subtipo arbitrario (ASEC), donde las propiedades de inercia de la sección transversal integrada son definidas por el usuario (SECTYPE ,, BEAM, ASEC).

Puede aplicar un estado de esfuerzo inicial a este elemento mediante el comando INISTATE. Para obtener más información, vea Estado inicial en la Guía de análisis básico.

Los efectos de la rigidez de la carga de presión se incluyen automáticamente para este elemento. Si se necesita una matriz asimétrica para los efectos de la rigidez de la carga de presión, use NROPT, UNSYM.

Para la carga en el océano, la carga y la masa hidrodinámica agregada y la carga flotante están disponibles a través de los comandos OCDATA y OCTABLE.

Si la carga oceánica está presente, el origen global normalmente está en el nivel medio del mar, con el eje Z global apuntando lejos del centro de la tierra; sin embargo, la ubicación vertical se puede ajustar a través de Zmsl (Val6) en el comando OCDATA (siguiendo el comando OCTYPE, BASIC).

4.11.6. Resumen de entradas.

Nodos

I, J, K (K , el nodo de orientación, es opcional pero recomendado)

Grados de libertad

$UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ$ si KEYOPT (1) = 0

$UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ, WARP$ si KEYOPT (1) = 1

Controles de sección

$TXZ, TXY, ADDMAS$ (Ver SECCONTROL)

(TXZ y TXY por defecto son $A * GXZ$ y $A * GXY$, respectivamente, donde A = área de sección transversal)

Propiedades materiales

-

Comando TB: ver Soporte de elementos para Modelos de materiales para este elemento.

Comando MP: EX, (PRXY o NUXY), GXY, GXZ, ALPX, (o CTEX o THSX), DENS, ALPD, BETD.

Cargas superficiales

Presión --

cara 1 (I-J) (-z dirección normal)

cara 2 (I-J) (-y dirección normal)

cara 3 (I-J) (+ x dirección tangencial)

cara 4 (I) (+ x dirección axial)

cara 5 (J) (-x dirección axial)

I y J denotan los nodos finales.

Use un valor negativo para cargar en la dirección opuesta.

Emita el comando SFBEAM para especificar cargas superficiales.

Para las caras 1, 2 y 3, las compensaciones se aplican solo si está utilizando la opción cúbica (KEYOPT (3) = 3).

Cargas corporales

Temperaturas -

T (0,0), T (1,0), T (0,1) en cada nodo final

Características especiales

Nacimiento y muerte (requiere KEYOPT (11) = 1)

Elemento de tecnología autoselect

Sección transversal generalizada

Estado inicial

Gran desviación

Gran tensión

-

Perturbación lineal

Estabilización no lineal

Carga oceánica

Stress rigidez

KEYOPT (1)

Warping grado de libertad:

0 -

Seis grados de libertad por nodo, warping sin restricciones (predeterminado)

1 -

Siete grados de libertad por nodo (incluido el combeo). Bimoment y bicurvature se producen.

KEYOPT (2)

La escala de sección transversal se aplica solo si se ha invocado NLGEOM, ON:

0 -

La sección transversal se escala en función del estiramiento axial (predeterminado)

1 -

Se supone que la sección es rígida (teoría del haz clásico)

KEYOPT (3)

Funciones de forma a lo largo de la longitud:

0 -

Lineal (predeterminado)

2 -

Cuadrático

3 -

-

Cúbico

KEYOPT (4)

Salida de esfuerzo cortante:

0 -

Solo tensiones de corte relacionadas con la torsión (por defecto)

1 -

Solo tensiones de cizalladura transversales relacionadas con la flexión

2 -

Salida un estado combinado de los dos tipos anteriores

KEYOPT (6), KEYOPT (7) y KEYOPT (9)

activo solo cuando OUTPR, ESOL está activo:

KEYOPT (6)

Control de salida para fuerzas / momentos de sección y deformaciones / curvaturas:

0 -

Fuerzas / momentos de la sección de salida y deformaciones / curvaturas en los puntos de integración a lo largo de la longitud (predeterminado)

1 -

Igual que KEYOPT (6) = 0 más área de sección actual

2 -

Igual que KEYOPT (6) = 1 más las direcciones de la base del elemento (X, Y, Z)

3 -

Fuerzas / momentos de la sección de salida y deformaciones / curvaturas extrapoladas a los nodos de los elementos

KEYOPT (7)

-

Control de salida en puntos de integración (no disponible cuando subtipo de sección = ASEC):

0 -

Ninguno (predeterminado)

1 -

Tensiones / tensiones máximas y mínimas

2 -

Igual que KEYOPT (7) = 1 más tensiones y tensiones en cada punto de la sección

KEYOPT (9)

Control de salida para valores extrapolados al elemento y nodos de sección (no disponible cuando subtipo de sección = ASEC):

0 -

Ninguno (predeterminado)

1 -

Tensiones / tensiones máximas y mínimas

2 -

Igual que KEYOPT (9) = 1 más tensiones y tensiones a lo largo del límite exterior de la sección transversal

3 -

Igual que KEYOPT (9) = 1 más tensiones y tensiones en todos los nodos de sección

KEYOPT (11)

Establecer propiedades de sección:

0 -

Determinar automáticamente si se pueden usar propiedades de sección preintegradas (predeterminado)

1 -

-

Usar la integración numérica de la sección

KEYOPT (12)

Tratamiento de sección cónica:

0 -

Análisis de sección cónica lineal; Las propiedades de sección transversal se evalúan en cada punto de Gauss (predeterminado). Esto es más preciso, pero computacionalmente intensivo.

1 -

Promedio de análisis de sección transversal; para elementos con secciones cónicas, las propiedades de sección transversal se evalúan solo en el centroide. Esta es una aproximación del orden del tamaño de malla; sin embargo, es más rápido.

KEYOPT (13)

Salida hidrodinámica (no disponible en análisis de armónicos que incluyen efectos de ola oceánica (HROCEAN)):

0 -

Ninguno (predeterminado)

1 -

Impresión hidrodinámica centroidal adicional

KEYOPT (15)

Formato de archivo de resultados:

0 -

Almacene los resultados promediados en cada nodo de esquina de sección (predeterminado).

1 -

Almacene resultados no promediados en cada punto de integración de la sección. (El volumen de datos puede ser excesivo. Esta opción suele ser útil para secciones creadas con múltiples materiales únicamente).

-

4.11.7. Datos de salida.

La salida de la solución asociada a estos elementos tiene dos formas:

- Desplazamientos nodales y reacciones incluidas en la solución nodal general
- Salida de elemento adicional como se describe en la Tabla 4.1: Definiciones de salida del elemento BEAM188

Para ver formas deformadas en 3-D para BEAM188, emita un comando OUTRES, MISC u OUTRES, ALL para análisis estáticos o transitorios. Para ver las formas modales 3D en el caso de un análisis modal o de pandeo mediante autovalores, debe expandir los modos con el cálculo de resultados del elemento activo (a través de la opción Elcalc = YES del comando MXPAND).

Tensión linealizada

Es habitual en el diseño de vigas emplear componentes de tensión axial que contribuyan a las cargas axiales y a la flexión en cada dirección por separado; por lo tanto, BEAM188 proporciona un resultado de esfuerzo linealizado como parte de su registro de salida SMISC, como se indica en las siguientes definiciones:

SDIR es el componente de tensión debido a la carga axial.

SDIR = F_x / A , donde F_x es la carga axial (SMISC cantidades 1 y 14) y A es el área de la sección transversal.

SByT y SByB son componentes de tensión de flexión.

$$SByT = \frac{-M_z \cdot y_{max}}{I_{zz}} \quad (4.1)$$

$$SByB = \frac{-M_z \cdot y_{min}}{I_{zz}} \quad (4.2)$$

$$SBzT = \frac{M_y \cdot z_{max}}{I_{yy}} \quad (4.3)$$

$$SBzB = \frac{M_y \cdot z_{min}}{I_{yy}} \quad (4.4)$$

donde M_y , M_z son momentos de flexión en el sistema de coordenadas del haz (SMISC cantidades 2,15,3,16), como se muestra en la Figura 4.11.1: Geometría BEAM188. Las coordenadas y_{max} , y_{min} , z_{max} y z_{min} son las coordenadas máxima y mínima y , z en la sección transversal medidas desde el centroide. Los valores I_{yy} e I_{zz} son momentos de inercia de la sección transversal. Excepto por el tipo de sección transversal del haz de ASEC, el programa usa las dimensiones de sección transversal máxima y mínima. Para el tipo de sección

transversal de ASEC, se supone que el máximo y el mínimo en cada una de las direcciones y e y son +0.5 a -0.5, respectivamente.

Las definiciones correspondientes para las variedades componentes son:

$$EPELDIR = E_x \quad (4.5)$$

$$EPELByT = -K_z \cdot y_{max} \quad (4.6)$$

$$EPELByB = -K_z \cdot y_{min} \quad (4.7)$$

$$EPELBzT = K_y \cdot z_{max} \quad (4.8)$$

$$EPELBzB = K_y \cdot z_{min} \quad (4.9)$$

donde E_x , K_y y K_z son deformaciones y curvaturas generalizadas (cantidades SMISC 7,8,9, 20,21 y 22).

Las tensiones reportadas son estrictamente válidas solo para el comportamiento elástico de los miembros. BEAM188 siempre emplea tensiones combinadas para admitir el comportamiento de materiales no lineales. Cuando los elementos están asociados con materiales no lineales, las tensiones de los componentes pueden considerarse, en el mejor de los casos, aproximaciones linealizadas y deben interpretarse con precaución.

Cuando se utiliza KEYOPT (7) con la opción cúbica (KEYOPT (3) = 3), el punto de integración en el medio del elemento se informa por última vez en la impresión del punto de integración.

La tabla de Definiciones de salida de elementos usa la siguiente notación:

Un signo de dos puntos (:) en la columna Nombre indica que se puede acceder al elemento mediante el método del nombre del componente (ETABLE, ESOL). La columna O indica la disponibilidad de los elementos en el archivo Jobname.OUT. La columna R indica la disponibilidad de los elementos en el archivo de resultados.

En las columnas O o R, "Y" indica que el artículo siempre está disponible, un número hace referencia a una nota al pie de la tabla que describe cuándo el artículo está disponible condicionalmente, y "-" indica que el artículo no está disponible.

Tabla 4.11.1: BEAM188 Definición de elementos de salida			
Nombre	Definición	O	R
EL	Número del elemento	Y	Y
NODES	Conectividad del elemento	Y	Y
MAT	Número del material	Y	Y
C.G.:X, Y, Z	Centro de gravedad del elemento	Y	1

Área	Área de la sección transversal	2	Y
SF:y, z	Fuerzas tangenciales de la sección	2	Y
SE:y, z	Desplazamientos tangenciales de la sección	2	Y
S:xx, xy, xz	Esfuerzos puntuales de la sección	3	Y
EPEL:xx, xy, xz	Desplazamientos elásticos	3	Y
EPTO:xx, xy, xz	Desplazamientos totales del punto (EPEL + EPPL + EPCR)	3	Y
EPTT:xx, xy, xz	Desplazamientos totales del punto de la sección (EPEL + EPPL + EPCR+EPTH)	3	Y
EPPL:xx, xy, xz	Desplazamientos elásticos del punto de la sección	3	Y
EPCR:xx, xy, xz	Desplazamientos por creep del punto de la sección	3	Y
EPTH:xx	Desplazamientos térmicos del punto de la sección	3	Y
NL:SEPL	Límite de esfuerzo plástico	-	4
NL:EPEQ	Deformación plástica equivalente	-	4
NL:CREQ	Accumulated equivalent creep strain	-	4
NL:SRAT	Esfuerzo plástico (1 = actively yielding, 0 = not yielding)	-	4
NL:PLWK	Volumen/trabajo plástico	-	4
NL:EPEQ	Deformaciones plásticas acumuladas	-	4
SEND:ELASTIC, PLASTIC, CREEP	Densidades de energía plásticas	-	4
TQ	Momento torsional	Y	Y
TE	Deformación torsional	Y	Y
Ky, Kz	Curvatura	Y	Y
Ex	Deformación axial	Y	Y
Fx	Fuerza axial	Y	Y
My, Mz	Momentos de flexión	Y	Y
BM	Bimomento de pandeo	6	6
BK	Bicurvatura de pandeo	6	6
EXT PRESS	Presión exterior en el punto de integración	5	5
EFFECTIVE TENS	Tensión efectiva en la viga	5	5
SDIR	Esfuerzo axial directo	-	2
SByT	Esfuerzo de flexión en el lado +Y de la viga	-	Y
SByB	Esfuerzo de flexión en el lado -Y de la viga	-	Y
SBzT	Esfuerzo de flexión en el lado +Z de la viga	-	Y
SBzB	Esfuerzo de flexión en el lado -Z de la viga	-	Y
EPELDIR	Deformación axial al final	-	Y
EPELByT	Deformación de flexión en el lado +Y de la viga	-	Y
EPELByB	Deformación de flexión en el lado -Y de la viga	-	Y
EPELbZT	Deformación de flexión en el lado +Z de la viga	-	Y
EPELbZB	Deformación de flexión en el lado -Z de la viga	-	Y
TEMP	Temperaturas en todos los nodos de esquina de la sección	-	Y
LOCI:X, Y, Z	Localización de los puntos de integración	-	8
SVAR:1, 2, ... , N	Variables de estado	-	9
Los siguientes valores se aplican solamente a la carga oceánica:			

GLOBAL COORD	Localización del centroide del elemento	7	Y
VR, VZ	Velocidad radial y vertical de las partículas del fluido	7	Y
AR, AZ	Aceleración radial y vertical de las partículas del fluido	7	Y
PHDYN	Presión de cabeza del fluido	7	Y
ETA	Amplitud de onda en el punto de aplicación	7	Y
TFLUID	Temperatura del fluido	7	Y
VISC	Viscosidad	7	Y
REN, RET	Reynolds normal y tangencial	7	Y
CT	Entrada de los coeficientes de arrastre tangencial evaluados en el número de reynolds	7	Y
CDY, CDZ	Entrada de los coeficientes de arrastre normal evaluados en el número de reynolds	7	Y
CMY, CMZ	Entrada coeficientes de inercia evaluados en el número de reynolds	7	Y
URT, URN	velocidades tangenciales y normales relativas	7	Y
ABURN	Vector suma de las velocidades normales	7	Y
AN	Aceleraciones normales al elemento	7	Y
FX, FY, FZ	Fuerzas hidrodinámicas tangenciales y normales en las coordenadas del elemento	7	Y
ARGU	Posición efectiva de la onda	7	Y

1. Disponible solo en el centroide como un elemento * GET.
2. Ver la descripción de KEYOPT (6).
3. Vea las descripciones KEYOPT (7) y KEYOPT (9).
4. Disponible si el elemento tiene un material no lineal.
5. Disponible solo si hay carga oceánica.
6. Ver la descripción de KEYOPT (1).
7. Se aplica a la carga oceánica solamente.
8. Disponible solo si se utiliza el comando OUTRES, LOCI.
9. Disponible solo si se utilizan la subrutina UserMat y el comando TB, STATE.

Se describe más salida a través de los comandos PRESOL y * GET ,, SECR en POST1.

Tabla 4.2: BEAM188 Números de elemento y secuencia enumera la salida disponible a través de ETABLE utilizando el método del número de secuencia. Consulte Creación de una tabla de elementos en la Guía de análisis básico y tabla de números de artículos y secuencias en este manual para obtener más información. Tabla 4.2: El artículo BEAM188 y los números de secuencia usan la siguiente notación:

Nombre, cantidad de salida como se define en la tabla 4.1: Definiciones de salida del elemento BEAM188, ítem, Etiqueta de artículo predeterminada para ETABLE I, J número de secuencia para los datos en los nodos I y J

Tabla 4.11.2.				
Output Quantity Name	ETABLE and ESOL Command Input			
	Item	E	I	J
Fx	SMISC	--	1	14
My	SMISC	--	2	15
Mz	SMISC	--	3	16
TQ	SMISC	--	4	17
SFz	SMISC	--	5	18
SFy	SMISC	--	6	19
Ex	SMISC	--	7	20
Ky	SMISC	--	8	21
Kz	SMISC	--	9	22
TE	SMISC	--	10	23
SEz	SMISC	--	11	24
SEy	SMISC	--	12	25
Area	SMISC	--	13	26
BM	SMISC	--	27	29
BK	SMISC	--	28	30
SDIR	SMISC	--	31	36
SByT	SMISC	--	32	37
SByB	SMISC	--	33	38
SBzT	SMISC	--	34	39
SBzB	SMISC	--	35	40
EPELDIR	SMISC	--	41	46
EPELByT	SMISC	--	42	47
EPELByB	SMISC	--	43	48
EPELBzT	SMISC	--	44	49
EPELBzB	SMISC	--	45	50
TEMP	SMISC	--	51-53	54-56
EXT PRESS [<u>1</u>]	SMISC	--	62	66
EFFECTIVE TENS [<u>1</u>]	SMISC	--	63	67
S:xx, xy, xz	LS	--	CI[1], DI[2]	CJ[1], DJ[2]
EPEL:xx, xy, xz	LEPEL	--	CI[1], DI[2]	CJ[1], DJ[2]
EPTH:xx	LEPTH	--	AI[3], BI[4]	AJ[3], BJ[4]
EPPL:xx, xy, xz	LEPPL	--	CI[1], DI[2]	CJ[1], DJ[2]
EPCR:xx, xy, xz	LEPCR	--	CI[1], DI[2]	CJ[1], DJ[2]
EPTO:xx, xy, xz	LEPTO	--	CI[1], DI[2]	CJ[1], DJ[2]
EPTT:xx, xy, xz	LEPTT	--	CI[1], DI[2]	CJ[1], DJ[2]
Las siguientes cantidades de salida son válidas solo para carga oceánica:				
GLOBAL COORD	NMISC	1, 2, 3	--	--
VR, VZ	NMISC	4, 5	--	--

AR, AZ	NMISC	6, 7 [6]	--	--
PHDYN	NMISC	8 [6]	--	--
ETA	NMISC	9 [6]	--	--
TFLUID	NMISC	10	--	--
VISC	NMISC	11	--	--
REN, RET	NMISC	12, 13 [7]	--	--
CT	NMISC	14	--	--
CDY, CDZ	NMISC	15, 16	--	--
CMY, CMZ	NMISC	17, 18 [6]	--	--
URT, URN	NMISC	19, 20, 21	--	--
ABURN	NMISC	22 [6]	--	--
AN	NMISC	23, 24 [6]	--	--
FX, FY, FZ	NMISC	25, 26, 27	--	--
ARGU	NMISC	28 [6]	--	--

1. La presión externa (EXT PRESS) y la tensión efectiva (EENS EFECTIVO) ocurren en los puntos de integración, y no en los nodos finales.

2. CI y CJ son los números de secuencia para acceder a las cantidades de solución de elemento de línea promediada (LS, LEPEL, LEPL, LEPCR, LEPTO y LEPTT) en nodos de sección RST (nodos de esquina de sección donde los resultados están disponibles), en el elemento Nodo I y J respectivamente. CI y CJ son aplicables solo cuando KEYOPT (15) = 0. Para un nodo de esquina de sección dada nn, CI y CJ se dan de la siguiente manera:

$$CI = (nn - 1) \cdot 3 + COMP \quad (4.10)$$

$$CJ = (nn_{Max} - 1) \cdot 3 + COMP \quad (4.11)$$

Donde nn_{Max} es el número total de nodos de sección RST, y COMP es el componente de tensión o deformación (1 - xx, 2 - xy, 3 - xz). Las ubicaciones de los nodos de la sección RST se pueden visualizar con SECPLLOT ,, 6.

3. DI y DJ son los números de secuencia para acceder a las cantidades de solución de elementos de línea no promediados (LS, LEPEL, LEPL, LEPCR, LEPTO y LEPTT) en los puntos de integración de la sección RST (puntos de integración de sección donde los resultados están disponibles), en el elemento Nodo I y J respectivamente. DI y DJ son aplicables solo cuando KEYOPT (15) = 1. Para el *i*-ésimo punto de integración (*i* = 1, 2, 3 o 4) en la sección celda nc, DI y DJ se dan de la siguiente manera:

$$DI = (nc - 1) \cdot 12 + (i - 1) \cdot 3 + COMP \quad (4.12)$$

$$DJ = (nc_{Max} + nc - 1) \cdot 12 + (i - 1) \cdot 3 + COMP \quad (4.13)$$

Donde nc_{Max} es el número total de celdas de sección RST, y COMP es el componente de tensión o deformación (1 - xx, 2 - xy, 3 - xz). Las ubicaciones de las celdas de sección RST se pueden visualizar con SECPLLOT ,, 7.

4. AI y AJ son los números de secuencia para acceder a las cantidades de deformación térmica del elemento de línea promediado LEPTH en los nodos de sección RST (nodos de esquina de sección donde los resultados están disponibles), en el elemento Nodo I y J respectivamente. AI y AJ son aplicables solo cuando KEYOPT (15) = 0. Para un nodo de esquina de sección dado nn , AI y AJ se dan de la siguiente manera:

$$AI = nn \quad (4.14)$$

$$AJ = nn_{Max} + nn \quad (4.15)$$

Donde nn_{Max} es la cantidad total de nodos de sección RST. Las ubicaciones de los nodos de la sección RST se pueden visualizar con SECPLLOT, 6.

5. BI y BJ son los números de secuencia para acceder a las cantidades de deformación térmica del elemento de línea no promediado LEPTH en los puntos de integración de la sección RST (puntos de integración de sección donde los resultados están disponibles), en el elemento Nodo I y J respectivamente. BI y BJ son aplicables solo cuando KEYOPT (15) = 1. Para el i -ésimo punto de integración ($i = 1, 2, 3$ o 4) en la sección celda nc , BI y BJ se dan de la siguiente manera:

$$BI = (nc - 1) \cdot 4 + i \quad (4.16)$$

$$BJ = (nc_{Max} + nc - 1) \cdot 4 + i \quad (4.17)$$

Donde nc_{Max} es la cantidad total de celdas de sección RST. Las ubicaciones de las celdas de sección RST se pueden visualizar con SECPLLOT ,, 7.

6. Se aplica a la carga oceánica solamente.

7. Estas cantidades solo se envían si se usa la dependencia de número de Reynolds.

Archivo de salida del esfuerzo tangencial transversal

Las tensiones tangenciales son causadas por cargas transversales y torsionales. BEAM188 se basa en la teoría de deformación por cizalladura de primer orden, también popularmente conocida como teoría de viga de Timoshenko. La deformación de cizallamiento transversal es constante para la sección transversal; por lo tanto, la energía de corte se basa en una fuerza de corte transversal. La fuerza de corte se redistribuye mediante coeficientes de distribución de esfuerzo de corte predeterminados a lo largo de la sección transversal del haz, y se pone a disposición para fines de salida. Por defecto, el

programa emite solo las tensiones de cizallamiento causadas por la carga torsional. Use KEYOPT (4) para activar la salida de las tensiones de cizallamiento causadas por flexión o carga transversal.

La precisión de la distribución del corte transversal es directamente proporcional a la densidad de la malla del modelado de sección transversal (para la determinación del alabeo, el centro de corte y otras propiedades geométricas de la sección). El estado libre de tracción en los bordes de una sección transversal se cumple solo en un modelo bien refinado de la sección transversal.

De forma predeterminada, el programa usa una densidad de malla (para modelado de sección transversal) que proporciona resultados precisos para la rigidez torsional, la rigidez de deformación, las propiedades de inercia y la determinación del centro de corte. La malla predeterminada empleada también es apropiada para cálculos de materiales no lineales; sin embargo, modelos de sección transversal más refinados pueden ser necesarios si la distribución de la tensión de corte debida a cargas transversales debe capturarse con mucha precisión. El aumento del tamaño de la malla de la sección transversal no implica un mayor costo computacional si la sección transversal es homogénea y el material asociado es lineal. Utilice los comandos SECTYPE y SECDATA para ajustar la densidad de malla de la sección transversal.

El cálculo de la distribución de cizallamiento transversal ignora los efectos de la relación de Poisson. La relación de Poisson afecta el factor de corrección de corte y la distribución de esfuerzo cortante ligeramente, y este efecto se ignora.

BEAM188 Suposiciones y restricciones

- La viga no debe tener longitud cero.
- Por defecto (KEYOPT (1) = 0), se supone que el efecto de restricción de pandeo es insignificante.
- La falla de la sección transversal o plegado no se tiene en cuenta.
- Los grados de libertad rotacionales no están incluidos en la matriz de masa agrupada si existen compensaciones.
- El elemento funciona mejor con el esquema de solución completo de Newton-Raphson (es decir, la opción predeterminada en el control de la solución).
- Solo se pueden analizar vigas moderadamente "gruesas". Consulte "Recomendaciones sobre la tecnología y el uso de elementos de BEAM188" para obtener más información.

- La rigidez por tensión siempre se incluye en los análisis geoméricamente no lineales (NLGEOM, ON). Los efectos de pretensado se pueden activar con el comando PSTRES.
- Cuando el elemento está asociado con secciones de haz general no lineales (SECTYPE ,, GENB), se aplican restricciones adicionales. Para obtener más información, vea Consideraciones sobre el uso de secciones de haz general no lineal.
- La fuerza axial de salida puede no ser exacta cuando se usa carga oceánica con materiales no lineales.
- Para un análisis de vibración aleatoria (PSD), no se calcula la tensión equivalente.

Cuando el elemento se usa en un ambiente oceánico:

- Para el subtipo ASEC, el perímetro calculado incluye las superficies de cualquier vacío interno.
- La salida hidrodinámica a través de KEYOPT (13) no está disponible en análisis de armónicos que incluyen efectos de ola oceánica (HROCEAN).
- El efecto tridimensional de la presión del agua sobre el elemento se ajusta, ya que el elemento tiene una sola tensión directa. Para obtener más información, vea Cargas hidrostáticas en Mechanical APDL Theory Reference.
- Espacios cerrados utilizados por los subtipos CTUBE o HREC se supone que tienen la misma presión que el océano circundante (es decir, como si la opción de inundación utilizada con PIPE288 o PIPE289 siempre está habilitada).
- Generalmente, es mejor usar un elemento de tubería (PIPE288 o PIPE289) en lugar del subtipo de haz CTUBE, ya que el elemento de tubería tiene un grado de libertad para tener en cuenta la compresión transversal y también puede tener una presión interna independiente aplicada.

BEAM188 Restricciones del producto

Cuando se utiliza en los productos enumerados a continuación, las restricciones específicas del producto especificadas se aplican a este elemento además de las suposiciones y restricciones generales que figuran en la sección anterior.

ANSYS Professional.

- Las únicas características especiales permitidas son el endurecimiento de la tensión y las grandes deflexiones.

Capítulo 5. Modelo de elementos finitos para el análisis de vigas con perfiles de pared delgada.

5.1. Introducción.

El cálculo numérico basado en el Método de Elementos Finitos se ha convertido en una herramienta fundamental para el cálculo del comportamiento de estructuras. En los siguientes apartados se realiza la modelización de secciones de vigas de sección cerrada unicelulares y multicelulares con distintas características geométricas con el objetivo de obtener un modelo numérico fiable que nos permita predecir las tensiones tangenciales que soportan. Se ha utilizado el programa de elementos finitos ANSYS para modelizar cuatro vigas, sobre las cuales se ha realizado un cálculo analítico teórico. A partir de los resultados se realizará una validación para ver si los resultados tienen diferencias y si estas son significativas o no.

5.2. Descripción del modelo.

El trabajo consiste en el estudio de 4 modelos de viga. Se busca calcular las tensiones tangenciales que se originan en los mismos. Lo que cambiará es la sección de la viga y la carga P .

El objetivo es comparar los resultados analíticos con los del MEF. El modelo de MEF va a ser el mismo para los cuatro casos, solamente va a cambiar la sección y la carga P .

Para el modelo analítico se considera sección de pared delgada, ya que se tiene que realizar en secciones unicelulares y multicelulares.

Para el desarrollo del proyecto partimos del modelo de la figura 5.2.1 consistente en una viga apoyada de longitud L_2 con 2 cargas puntuales P situadas a una distancia L_1 de los extremos. Todo el estudio lo realizaremos en el punto 3 (distancia L_1) que es el punto de máximo momento y el esfuerzo cortante también es máximo.

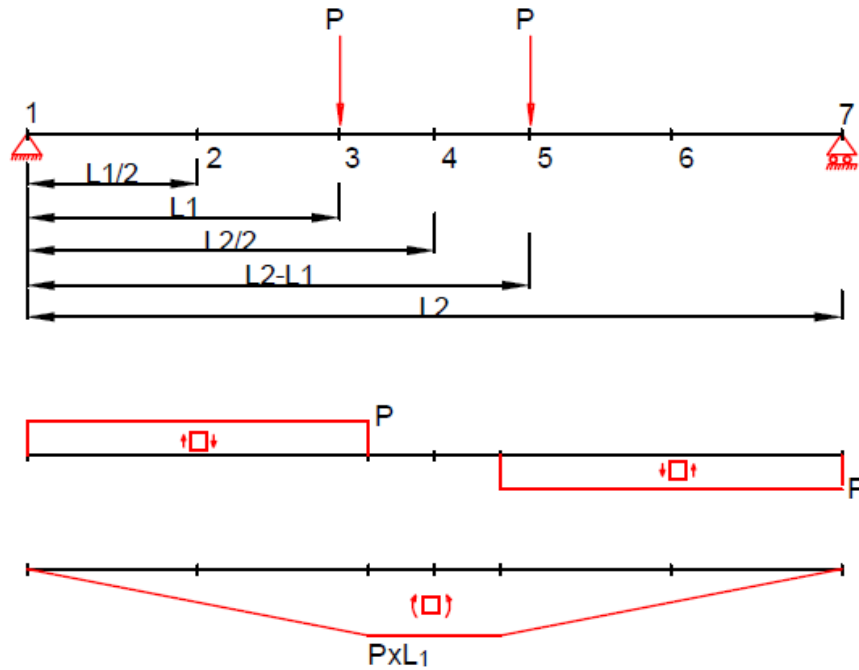


Figura 5.2.1. Modelo viga biapoyada con distribución de esfuerzos.

En la tabla 5.2.1 se resumen los 4 modelos estudiados indicando el tipo de sección y las cargas aplicadas.

Tabla 5.2.1. Modelos a estudiar y sus secciones.				
	Sección	Celularidad	Carga P (kN)	Boceto
Viga 1	abierta	-	0,001	
Viga 2	cerrada	única	0,001	
Viga 3	cerrada	múltiple	100	
Viga 4	híbrida	múltiple	2500	

5.3. Viga 1. Sección abierta.

5.3.1. Modelo analítico.

En este primer modelo de pared delgada y sección abierta se ha elegido una sección con forma de Z. Se calculan las tensiones tangenciales que se originan en la viga, siendo sus dimensiones las mostradas en la figura 5.3.1.

Solución: La carga P aplicada en la sección actúa según la dirección positiva del eje OZ y en cualquier sección provoca unos esfuerzos de valor P .

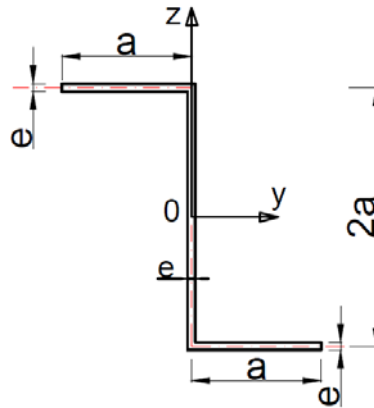


Figura 5.3.1. Viga Z. Dimensiones.

$$M_y(x) = -P(L-x) \tag{5.1}$$

$$V_z(x) = P \tag{5.2}$$

El análisis de tensiones debe hacerse en la sección donde se producen las máximas tensiones normales al ser máximo el momento flector.

$$q_v(s) = -K_y(P)Q_y(s) - K_z(P)Q_z(s) \tag{5.3}$$

Siendo:

$$K_y(P) = \frac{PI_z}{I_z I_y - I_{zy}^2} \tag{5.4}$$

$$K_z(P) = \frac{-PI_y}{I_z I_y - I_{zy}^2} \tag{5.5}$$

Las constantes estáticas de la sección son:

$$I_y = \frac{1}{12} e(2a-e)^3 + 2 \left(\frac{1}{12} ae^3 + ae a^2 \right) \approx \frac{8}{3} ea^3 \tag{5.6}$$

$$I_z = \frac{1}{12} ae^3 + 2 \left(\frac{1}{12} ea^3 + ea \frac{a^2}{4} \right) \approx \frac{2}{3} ea^3 \tag{5.7}$$

$$I_{zy} = \int_A z y dA = 2 \int_0^a (-a) z e dz = -ea^3 \tag{5.8}$$

Donde se ha despreciado el término en e^3 y se ha aproximado $(2a - e)^3$ por $8a^3$.

Sustituyendo estos valores en las expresiones de $K_y(P)$ y de $K_z(P)$:

$$K_y(P) = \frac{6P}{7ea^3} \tag{5.9}$$

$$K_z(P) = \frac{9P}{7ea^3} \tag{5.10}$$

Y éstas en la expresión del flujo de cortantes:

$$q_v(s) = \frac{-6Q_y(s) - 9Q_z(s)}{7ea^3} \tag{5.11}$$

Tomando como referencia la figura 5.3.2, el cálculo de $Q_z(s)$ y $Q_y(s)$ se realiza como sigue:

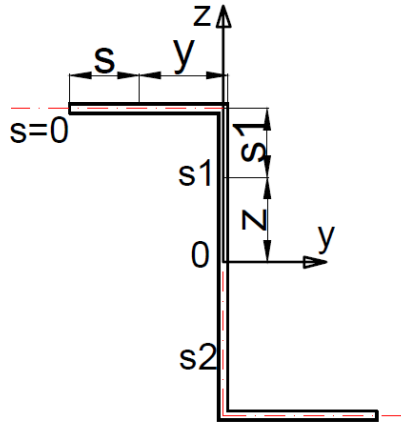


Figura 5.3.2. Viga Z. Flujos cortantes.

- Ala Superior ($0 \leq s \leq a$):

$$Q_y(s) = \int_0^s z(s') e(s') ds' = -aes \tag{5.12}$$

$$Q_z(s) = \int_0^s y(s') e(s') ds' = \int_0^s (a-s') eds' = aes - \frac{1}{2} es^2 \tag{5.13}$$

- Alma ($0 \leq s_1 \leq 2a$):

$$Q_y(s_1) = (Q_y(s))_{s=a} + \int_0^{s_1} (-a+s'_1) eds'_1 = -a^2e - aes_1 + \frac{1}{2} es_1^2 \tag{5.14}$$

$$Q_z(s_1) = (Q_z(s))_{s=a} = a^2e - \frac{1}{2} a^2e = \frac{1}{2} a^2e \tag{5.15}$$

- Ala inferior ($0 \leq s_2 \leq a$):

$$Q_y(s_2) = (Q_y(s_1))_{s_1=2a} + \int_0^{s_2} aeds'_2 = -a^2e + aes_2 \tag{5.16}$$

$$Q_z(s_2) = (Q_z(s_1))_{s_1=2a} + \int_0^{s_2} (-s'_2) eds'_2 = \frac{1}{2} a^2e - \frac{1}{2} es_2^2 \tag{5.17}$$

Por tanto, se tienen los siguientes flujos de cortantes y tensiones tangenciales:

- Ala superior ($0 \leq s \leq a$); figura 5.3.2:

$$q_v(s) = \frac{-P}{7a^3} (3as - \frac{9}{2} s^2) \tag{5.18}$$

$$\sigma_{xs}(s) = \frac{-P}{7ea^3} (3as - \frac{9}{2} s^2) \tag{5.19}$$

Obsérvese que:

$$\sigma_{xs}(0) = \sigma_{xs}(2a/3) = 0 \tag{5.20}$$

$$\sigma_{xs}(a) = \frac{3P}{14ea} \tag{5.21}$$

El signo positivo indica que la tensión $\sigma_{xs}(s)$ lleva la dirección de s y el signo negativo indica que $\sigma_{xs}(s)$ es contraria a s .

- Alma ($0 \leq s_1 \leq 2a$); figura 5.3.2:

$$q_V(s_1) = \frac{-P}{7a^3} \left(\frac{-3}{2} a^2 - 6as_1 + 3s_1^2 \right) \tag{5.22}$$

$$\sigma_{xs}(s_1) = \frac{-P}{7ea^3} \left(\frac{-3}{2} a^2 - 6as_1 + 3s_1^2 \right) \tag{5.23}$$

Nótese que:

$$(\sigma_{xs}(s_1))_{s_1=0} = (\sigma_{xs}(s_1))_{s_1=3a} = (\sigma_{xs}(s))_{s=a} = \frac{3P}{14ea}$$

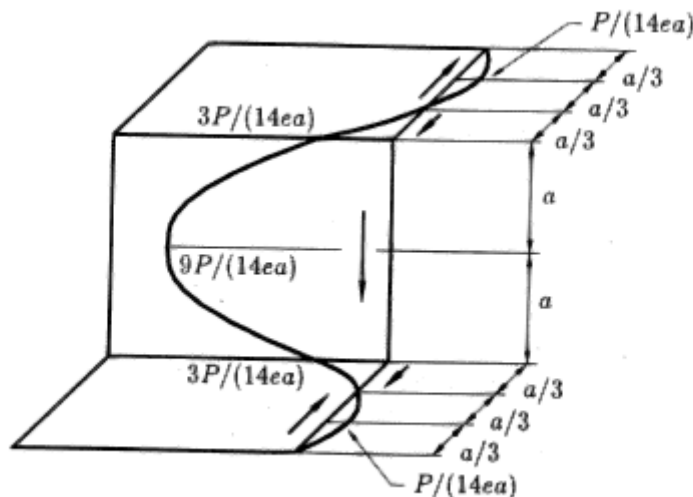


Figura 5.3.3. Viga Z. Tensiones tangenciales teóricas. (Garrido y Foces, 1999)

El máximo valor de $\sigma_{xs}(s_1)$ se produce en el centro del alma (centro de gravedad):

$$\sigma_{xs}(a) = \frac{9P}{14ea}$$

- Ala inferior ($0 \leq s_2 \leq a$); figura 5.3.2:

$$q_V(s_2) = \frac{-P}{7a^3} \left(\frac{-3}{2} a^2 + 6as_2 - \frac{9}{2} s_2^2 \right)$$

$$\sigma_{xs}(s_2) = \frac{-P}{7ea^3} \left(\frac{-3}{2} a^2 + 6as_2 - \frac{9}{2} s_2^2 \right)$$

De la última expresión se deduce:

$$(\sigma_{xs}(s_2))_{s_2=0} = (\sigma_{xs}(s_1))_{s_1=2a} = (\sigma_{xs}(s_1))_{s_1=0} = (\sigma_{xs}(s))_{s=a} = \frac{3P}{14ea}$$

$$(\sigma_{xs}(s_2))_{s_2=a} = (\sigma_{xs}(s_2))_{s_2=a/3} = (\sigma_{xs}(s))_{s=0} = (\sigma_{xs}(s))_{s=2a/3} = 0$$

$$(\sigma_{xs}(s_2))_{s_2=2a/3} = (\sigma_{xs}(s))_{s=a/3} = \frac{-P}{14ea}$$

Los resultados de las tensiones tangenciales quedan reflejados en la figura 5.3.4:

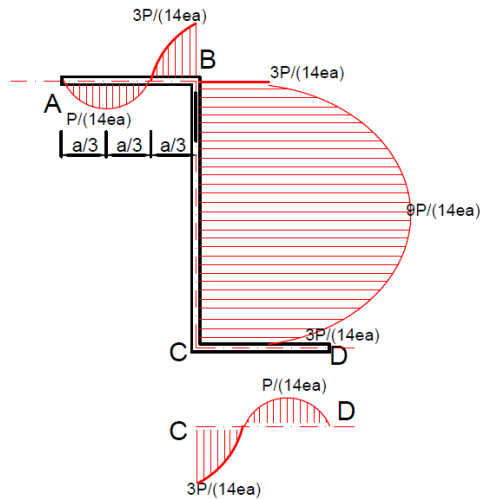


Figura 5.3.4. Tensiones tangenciales modelo analítico.

Cálculo analítico con los siguientes valores para comparativa, en la tabla 5.3.1 se indican los valores concretos con los que se realiza tanto el cálculo analítico con el cálculo con el MEF:

Propiedades	Valores
a (mm)	100
e (mm)	10
P (kN)	1x10 ⁻³
L ₁ (mm)	350
L ₂ (mm)	835
Área (mm ²)	4000
I _{yy} (mm ⁴)	2,67x10 ⁷

Sustituyendo estos valores en las fórmulas obtenidas anteriormente para la sección en Z, figura 5.3.5, se obtienen las tensiones tangenciales en el punto 3, L₁=350 mm del apoyo que es donde se aplica la fuerza de 1 N, donde el cortante es igual a P= 1 N.

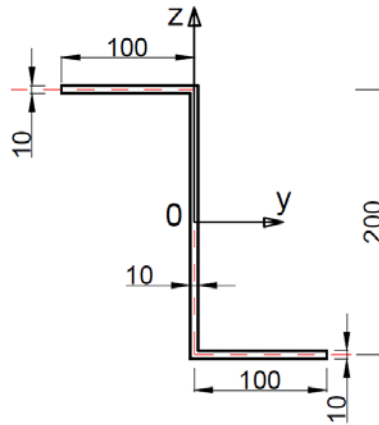


Figura 5.3.5. Perfil Z acotado (mm).

En la figura 5.3.6 se han representado los resultados:

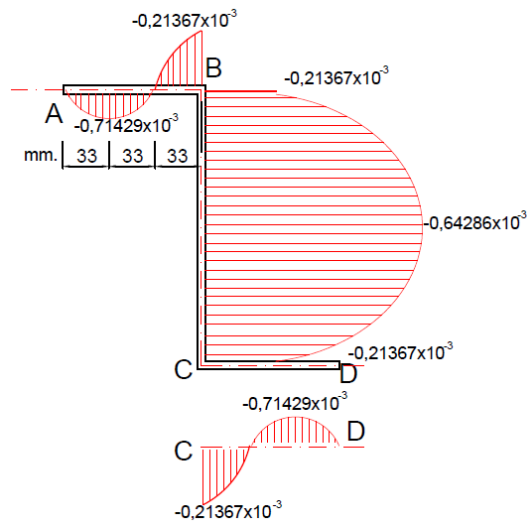


Figura 5.3.6. Resultado analítico: tensiones tangenciales (MPa).

En la tabla 5.3.2. se presentan también los resultados obtenidos analíticamente.

Tabla 5.3.2. Viga 1, sección Z, resultados analíticos.			
Nº	Punto estudiado	Fórmula	MPa
1	Tensión tangencial máxima alma	$9P/14ea$	0,0006429
2	Tensión tangencial alma nudo B-ALMA	$3P/14ea$	0,0002137
3	Tensión tangencial alma nudo C-ALMA	$P/14ea$	0,0002137

5.3.2. Modelo de elementos finitos.

En la figura 5.3.7 se muestran las propiedades estáticas de la sección Z considerada.

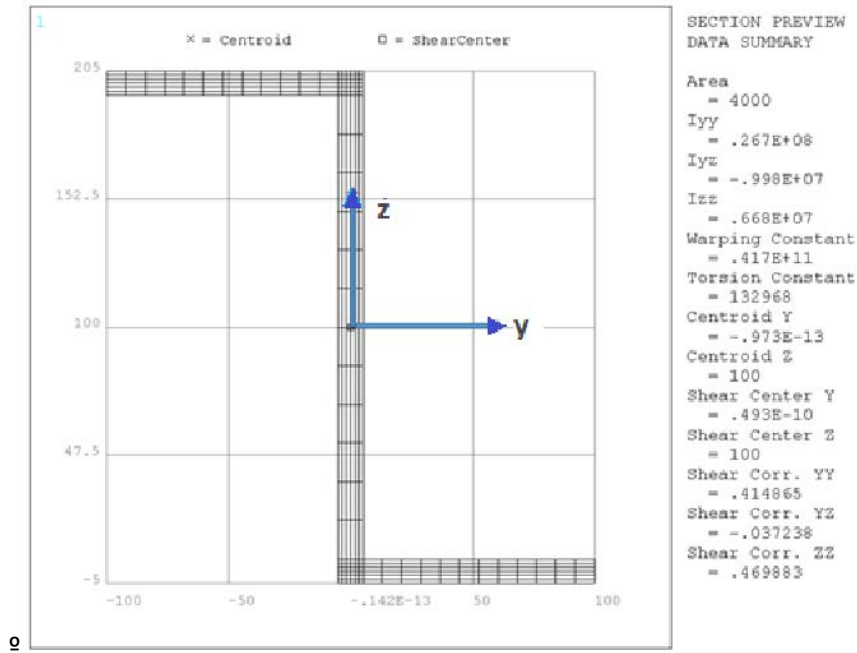


Figura 5.3.7. Sección Z con sus propiedades estáticas (mm, mm², mm⁴).

En la figura 5.3.8 se muestran las tensiones tangenciales SXZ.

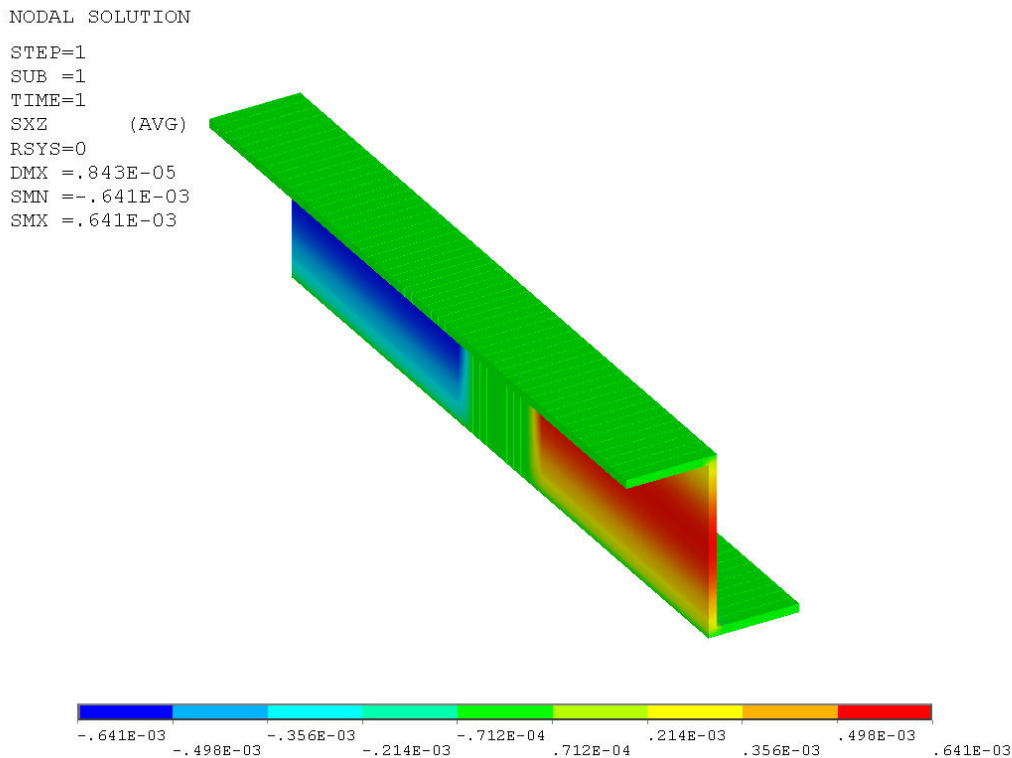


Figura 5.3.8. Tensiones tangenciales SXZ (MPa) en la viga Z.

En la figura 5.3.9 se muestran las tensiones tangenciales a una distancia L_1 SXZ en MPa, el color azul oscuro representa la máxima tensión tangencial negativa y el color rojo la máxima tensión tangencial positiva.

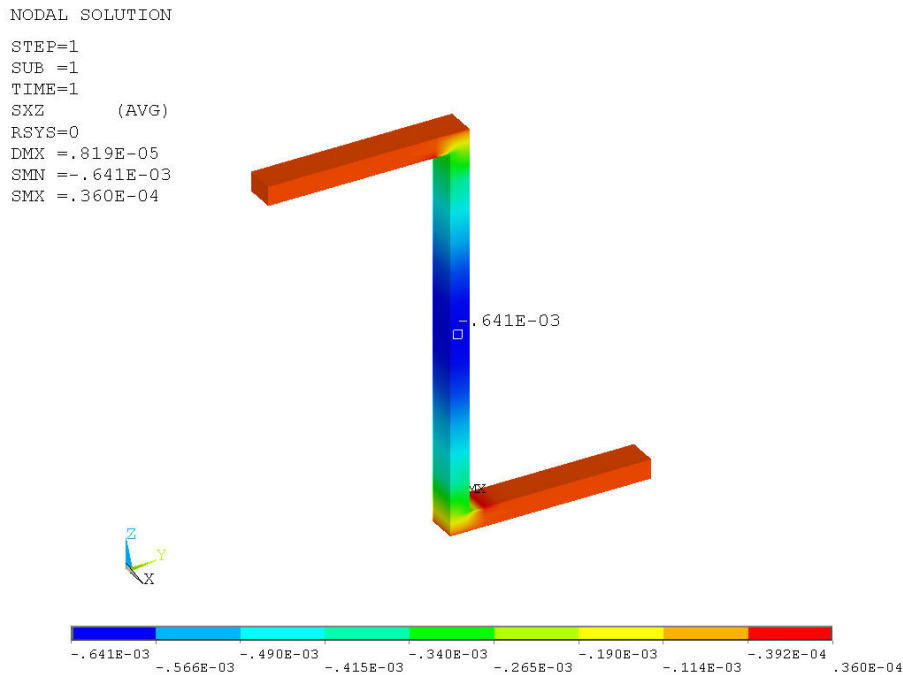


Figura 5.3.9. Tensiones tangenciales SXZ (MPa) en la viga Z a una distancia L₁

En la tabla 5.3.3. se presentan los resultados obtenidos con el MEF.

Tabla 5.3.3. Viga 1, sección Z, resultados MEF		
Nº	Punto estudiado	MPa
1	Tensión tangencial máxima alma	0,000641

5.3.3. Análisis de los resultados.

En la tabla 5.3.4 se presentan los resultados obtenidos y se comparan entre el valor calculado analíticamente y el valor que ofrece el MEF.

La fórmula utilizada para el cálculo del error es:

$$\text{Diferencia \%} = 100 * (\text{MEF} - \text{Cálculo analítico}) / \text{MEF}$$

Tabla 5.3.4. Viga 1, sección Z, comparativa resultados.					
		Cálculo analítico	MEF	Diferencia	Dif %
Nº	Punto estudiado	MPa	MPa	MPa	%
1	Tensión tangencial máxima alma	0,0006429	0,000641	0,000002	-0,29

Del análisis de la tabla 5.3.4 se desprende que el resultado nº 1 implica un error de solo el 0,29 % lo que significa que el método analítico y el MEF prácticamente coinciden, siendo menores las tensiones tangenciales que da el MEF que las que da el método analítico para las almas de la viga.

No comparamos el resto de resultados obtenidos en el método analítico porque en este método se calculan las tensiones al eje mientras que al utilizar mallados en los métodos de elementos finitos las zonas conflictivas (como pueden ser los codos y las esquinas) no son comparables al ser cada nodo una extrapolación de los nodos adyacentes.

5.4. Viga 2. Sección cerrada unicelular.

5.4.1. Modelo analítico.

Para el modelo analítico se va a considerar sección de pared delgada. Para el cálculo analítico se ha seguido el procedimiento del problema 4.4 de Garrido y Foces (1999).

Se calculan las tensiones tangenciales que se originan en la viga de pared delgada representada en la figura 5.4.1, siendo sus dimensiones las mostradas en la figura.

Solución: La carga P aplicada en la sección actúa según la dirección positiva del eje OZ y en cualquier sección provoca unos esfuerzos de valor P.

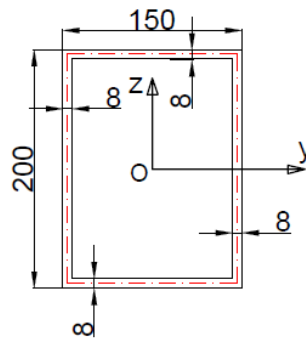


Figura 5.4.1. Sección Viga 2 (mm).

Se pretende calcular y representar gráficamente la distribución de tensiones tangenciales estáticamente equivalente a una carga P actuando en la sección rectangular de pared delgada de la figura 5.4.1. a una distancia $L_1 = 350$ mm.

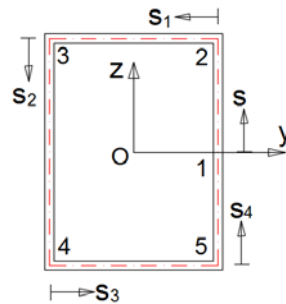


Figura 5.4.2. Sección Viga 2, flujos de tensiones tangenciales.

Solución: El flujo de tensiones está dado por la ecuación (2.32).

Para calcular $q_{VA}(s)$ se tomará el origen de la coordenada s en el punto 1 (figura 5.4.2) y se supondrá que el perfil está abierto (cortado) en dicho punto.

Como $I_{zy}=0$ y $V_y(x)=0$:

$$K_y(V_z) = \frac{V_z}{I_y}$$

$$K_z = 0$$

Por lo que $q_{VA}(s)$ queda:

$$q_{VA}(s) = \frac{-V_z}{I_y} Q_y(s)$$

A continuación, se aplicará esta ecuación a cada uno de los cinco tramos de la figura 5.4.2:

- Tramo 1-2:

$$Q_y(s) = \int_0^s z(s') eds' = \int_0^s (-s') eds' = -4s^2 \quad (5.24)$$

$$q_{VA}(s) = 4 \frac{V_z}{I_y} s^2 \quad (5.25)$$

- Tramo 2-3:

$$Q_y(s_1) = -4 \cdot 9216 + \int_0^{s_1} (-96) eds'_1 = -36864 - 768s_1 \quad (5.26)$$

$$q_{VA}(s) = \frac{V_z}{I_y} (36864 + 768s_1) \quad (5.27)$$

- Tramo 3-4:

$$Q_y(s_2) = -36864 - 768 \cdot 142 + \int_0^{s_2} \left(s'_2 - \frac{1}{2}h \right) eds'_2 = -145920 - 768s_2 + 4s_2^2 \quad (5.28)$$

$$q_{VA}(s) = \frac{V_z}{I_y} (145920 + 768s_2 - 4s_2^2) \quad (5.29)$$

- Tramo 4-5:

$$Q_y(s_3) = -145920 + \int_0^{s_3} \frac{1}{2} h eds'_3 = -145920 + 768s_3 \quad (5.30)$$

$$q_{VA}(s) = \frac{V_z}{I_y} (145920 - 768s_3) \quad (5.31)$$

- Tramo 5-1:

$$Q_y(s_4) = -36864 + \int_0^{s_4} \left(\frac{1}{2}h - s'_4 \right) eds'_4 = -36864 + 768s_4 - 4s_4^2 \quad (5.32)$$

$$q_{VA}(s) = \frac{V_z}{I_y} (36864 - 768s_4 + 4s_4^2) \quad (5.33)$$

La distribución del flujo q_{VA} ha sido representada en la figura 5.4.3.

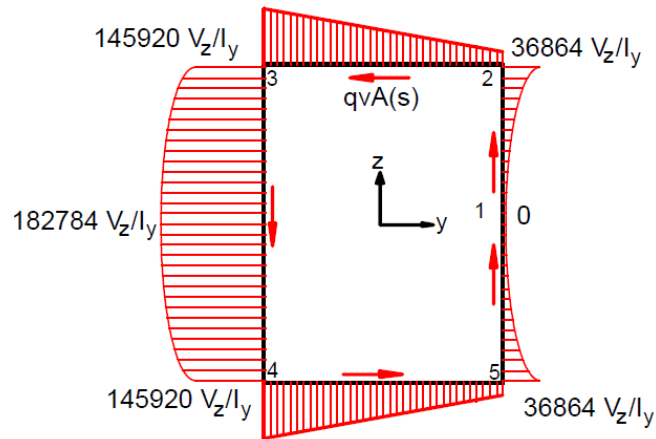


Figura 5.4.3. Flujo de tensiones tangenciales sección abierta (kN/mm).

Para calcular $q_V(0)$ se aplica la ecuación (4.28):

$$q_V(x,0) = \frac{-\int_0^S \frac{q_{VA}(x,s)}{e(s)} ds}{\int_0^S \frac{1}{e(s)} ds} \tag{4.28}$$

$$q_V(0) = \frac{-\int_0^S \frac{q_{VA}(s)}{e(s)} ds}{\int_0^S \frac{1}{e(s)} ds} = \frac{-1}{S} \int_0^S q_{VA}(s) ds \tag{5.34}$$

Siendo $S=668$ mm el perímetro de la línea media del perfil. Operando:

$$q_V(0) = \frac{-V_z}{668I_y} \left(\int_0^{96} 4s^2 ds + \int_0^{142} (36864+768s_1) ds_1 + \int_0^{192} (145920+768s_2-4s_2^2) ds_2 + \int_0^{142} (145920-768s_3) ds_3 + \int_0^{96} (36864-768s_4+4s_4^2) ds_4 \right) = -91392 \frac{V_z}{I_y} \tag{5.35}$$

Por tanto, el flujo de tensiones tangenciales es (figura 5.4.4):

$$q_V(s) = \frac{V_z}{I_y} (-91392+4s^2) = 54528 \frac{V_z}{I_y} \tag{5.36}$$

$$q_V(s_1) = \frac{V_z}{I_y} (-54528+768s_1) = 54528 \frac{V_z}{I_y} \tag{5.37}$$

$$q_V(s_2) = \frac{V_z}{I_y} (54528+768s_2-4s_2^2) = 54528 \frac{V_z}{I_y} \tag{5.38}$$

$$q_V(s_3) = \frac{V_z}{I_y} (54528-768s_3) = -54528 \frac{V_z}{I_y} \tag{5.39}$$

$$q_V(s_4) = \frac{V_z}{I_y} (-54528-768s_4+4s_4^2) = 91392 \frac{V_z}{I_y} \tag{5.40}$$

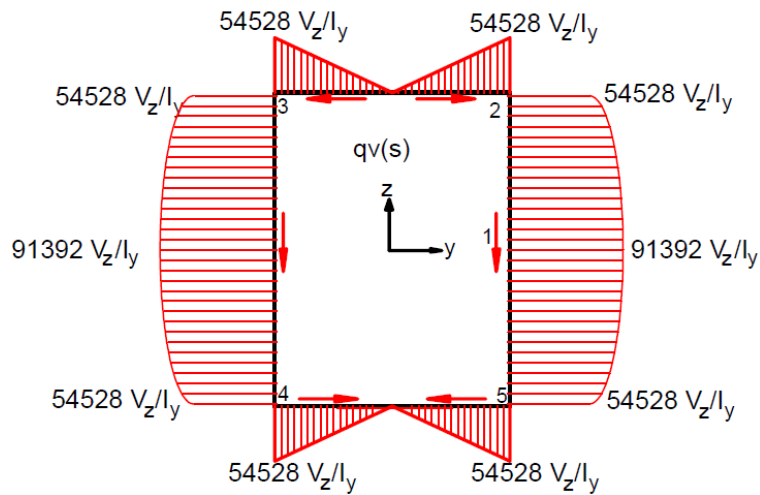


Figura 5.4.4. Flujo de tensiones tangenciales (kN/mm).

Las tensiones tangenciales (figura 5.4.5) se obtienen dividiendo el flujo por el espesor (e=8 mm). Como puede apreciarse, la máxima tensión tangencial se produce en los puntos del perfil contenidos en el eje OZ, siendo su valor:

$$(\sigma_{xs})_{MAX} = -(\sigma_{xs}(s))_{s=0} = (\sigma_{xs}(s_2))_{s_2=10} = \frac{91392V_z}{8I_y} = 11424 \frac{V_z}{I_y}$$

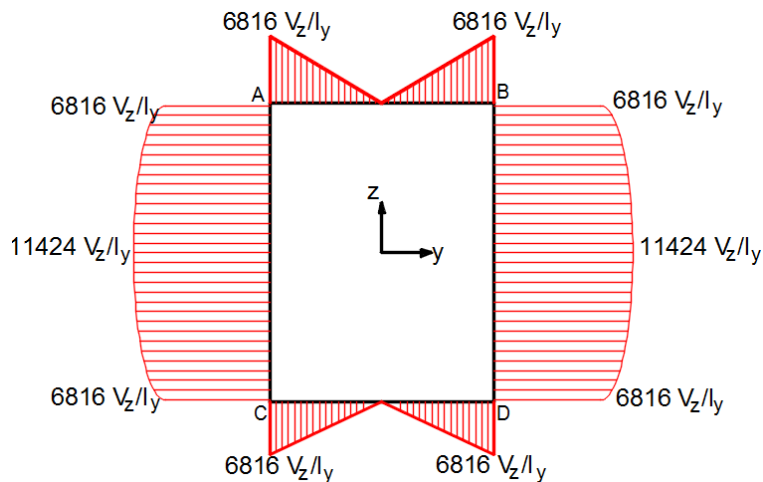


Figura 5.4.5. Viga 2. Resultado analítico, tensiones tangenciales (MPa).

Cálculo analítico para comparativa:

Tabla 5.4.1. Viga 2, sección unicelular, propiedades.	
Propiedades	Valores
h (mm)	192
a (mm)	96
e (mm)	8
P (kN)	1x10 ⁻³
L1 (mm)	350
L2 (mm)	835
Area (mm ²)	5344
I _{yy} (mm ⁴)	3,04x10 ⁷

Al tratarse de una carga aplicada al eje y una viga con sección simétrica los resultados para las 2 almas son iguales.

En la tabla 5.4.2 se muestran los resultados analíticos para la viga 2.

Tabla 5.4.2. Viga 2, sección unicelular, resultados analíticos.			
Nº	Punto estudiado	Fórmula	MPa
1	Tensión tangencial máxima alma (2 iguales)	$11424x1/lz$	0,0003758
2	Tensión tangencial nudos ALMA-ALA (4 iguales)	$6816x1/lz$	0,0002242

5.4.2. Modelo de elementos finitos.

En la figura 5.4.6 se representa la sección correspondiente a la viga 2 tal y como la muestra el programa ANSYS una vez introducidos los datos de definición, en la misma figura aparecen las principales propiedades calculadas por el programa.

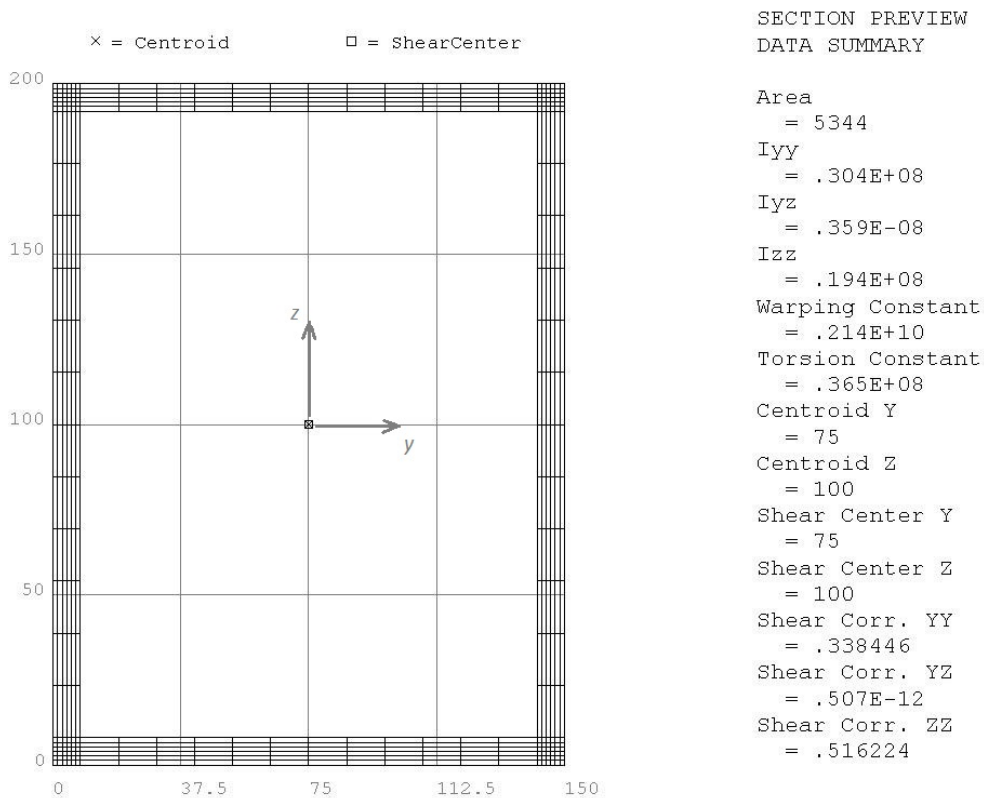


Figura 5.4.6. Sección unicelular con las propiedades estáticas. (mm, mm², mm⁴).

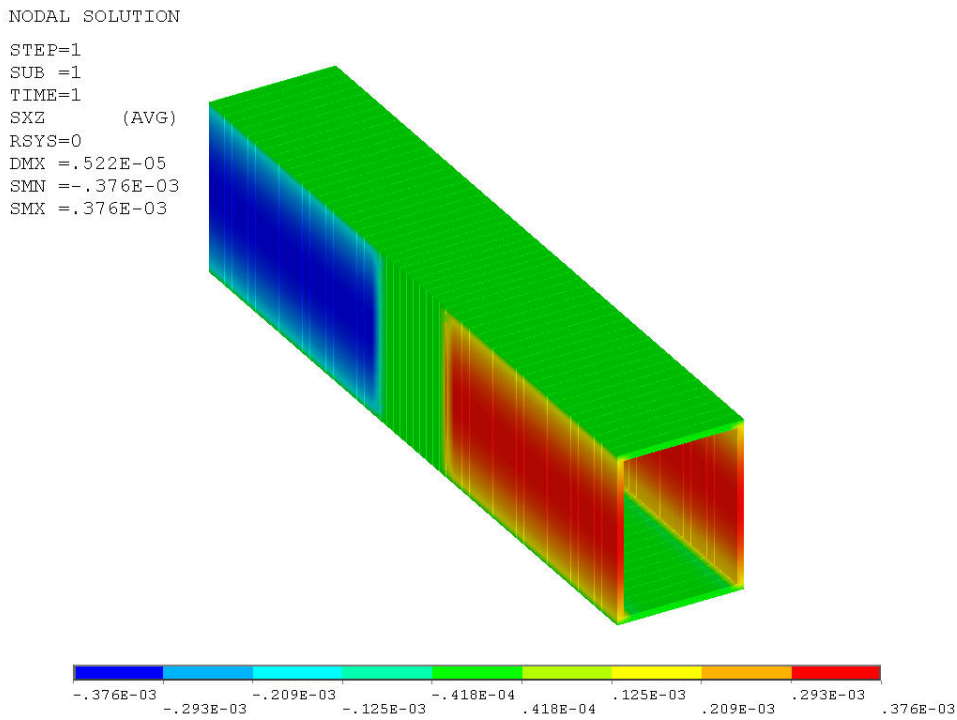


Figura 5.4.7. Tensiones tangenciales SXZ (MPa) en la viga unicelular.

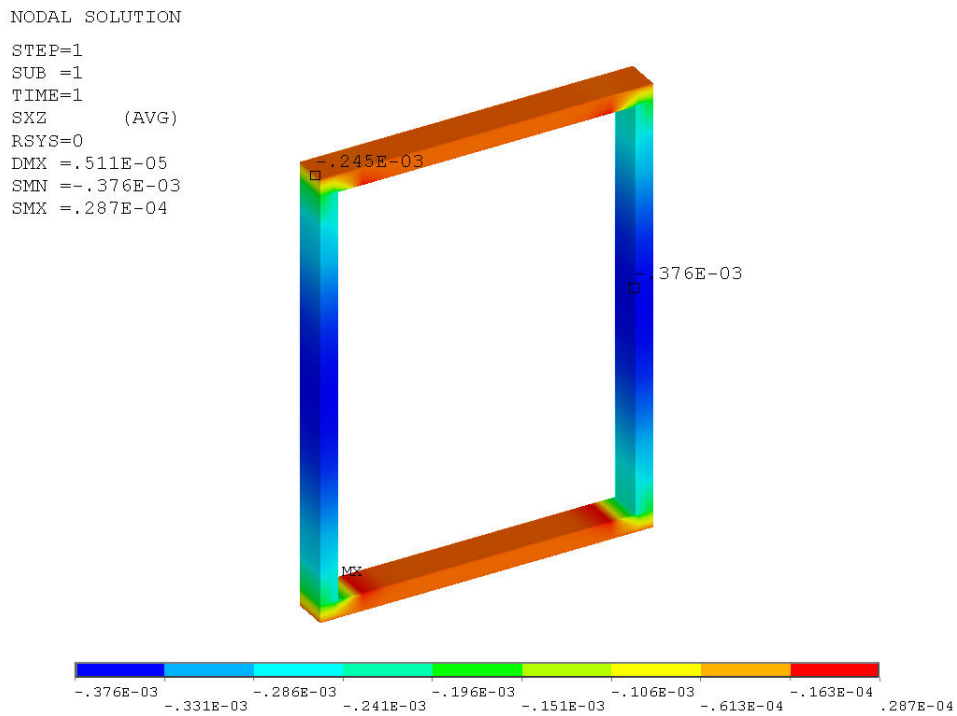


Figura 5.4.8. Tensiones tangenciales SXZ (MPa) en la viga unicelular para $L_1=350$ mm.

En la tabla 5.4.3 se presentan los resultados obtenidos con el MEF.

Tabla 5.4.3. Viga 2, sección unicelular, resultados MEF.		
Nº	Punto estudiado	MPa
1	Tensión tangencial máxima alma (2 iguales).	0,000376
2	Tensión tangencial nudo ALMA-ALA (4 iguales).	0,000245

5.4.3. Análisis de los resultados.

En la tabla 5.4.4 se presentan los resultados obtenidos y se comparan entre el valor calculado analíticamente y el valor que ofrece el MEF.

La fórmula utilizada para el cálculo del error es:

$$\text{Diferencia \%} = 100 * (\text{MEF} - \text{Cálculo analítico}) / \text{MEF}$$

Tabla 5.4.4. Viga 2, sección unicelular, comparativa de resultados.					
		Cálculo analítico	MEF	Diferencia	Dif %
Nº	Punto estudiado	MPa	MPa	MPa	%
1	Tensión tangencial máxima alma (2 iguales)	0,0003758	0,000376	0,0000002	0,06
2	Tensión tangencial nudo ALMA-ALA (4 iguales)	0,0002242	0,000245	0,0000208	8,49

Del análisis de la tabla 5.4.4 se desprende que el resultado del registro nº 1 tiene un error de solo el 0,06 % lo que significa que el método analítico y el MEF, prácticamente coinciden siendo menores las tensiones tangenciales que da el MEF que las que da el método analítico para las almas de la viga.

En cuanto al resultado nº 2 el error es del 8,49 % es un error admisible dando el MEF un resultado superior ya que en el método analítico se miden las tensiones al eje mientras que al utilizar mallados en los métodos de elementos finitos las zonas conflictivas (como pueden ser los codos y las esquinas) no son comparables al ser cada nodo una extrapolación de los nodos adyacentes.

5.5. Viga 3. Sección cerrada multicelular.

5.5.1. Modelo analítico.

Determinar la distribución de tensiones tangenciales en la sección que se acota, figura 5.5.1, cuando actúa un esfuerzo cortante vertical ascendente de valor 100 kN. Se conocen:

Espesor alas: 15 mm.

Espesor almas: 8 mm.

$I_2 = 457 \times 10^6 \text{ cm}^4$.

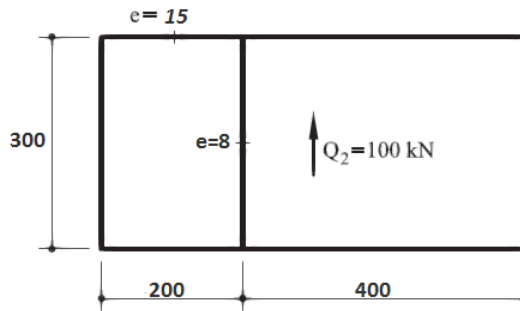


Figura 5.5.1. Sección bicelular sometida a esfuerzo cortante (mm). (Miquel 2012)

Solución:

Al existir dos celdas, la sección será dos veces hiperestática, por lo que para determinar la distribución de tensiones tangenciales será preciso realizar dos cortes, uno por celda. En la figura 5.5.2 puede verse que los cortes se han situado en los puntos medios de AB y de BC, en donde se tendrán unos flujos hiperestáticos de tensiones tangenciales de valor ϕ_1^0 y ϕ_2^0 respectivamente.

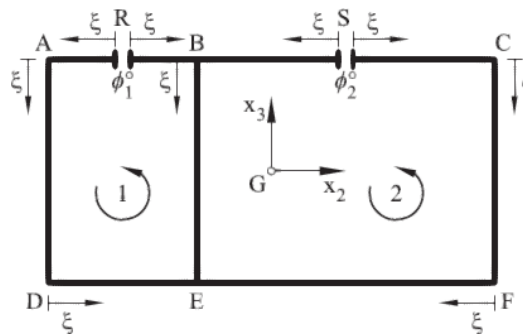


Figura 5.5.2. Sección bicelular doblamente abierta. (Miquel, 2012)

El flujo de tensiones tangenciales en la sección abierta valdrá:

$$\phi^a|_R^A = -\frac{Q_3 m_{e2} |_R^A}{I_2} = -\frac{100}{457 \cdot 10^6} 15 \cdot \xi \cdot 150 = -4,922 \cdot 10^{-4} \xi$$

$$\phi^a|_A^D = -\frac{Q_3 m_{e2} |_A^D}{I_2} = -\frac{100}{457 \cdot 10^6} \left[15 \cdot 100 \cdot 150 + 0,8 \xi \left(150 - \frac{\xi}{2} \right) \right] = -2,188 \cdot 10^{-5} [225 \cdot 10^3 + 8 \xi (150 - \xi/2)]$$

$$\phi^a|_D^E = -\frac{Q_3 m_{e2} |_D^E}{I_2} = -4,922 \cdot 10^{-4} (100 - \xi)$$

$$\phi^a|_R^B = -\frac{Q_3 m_{e2} |_R^B}{I_2} = -4,922 \cdot 10^{-4} \xi$$

$$\phi^a|_B^E = -\frac{Q_3 m_{e2}|_B^E}{I_2} = -\frac{100}{457 \cdot 10^6} \left[15 \cdot 300 \cdot 150 + 8\xi \left(150 - \frac{\xi}{2} \right) \right] = -2,188 \cdot 10^{-5} [675 \cdot 10^3 + 8\xi(150 - \xi/2)]$$

$$\phi^a|_B^S = -\frac{Q_3 m_{e2}|_B^S}{I_2} = -4,922 \cdot 10^{-4} \xi$$

$$\phi^a|_S^C = -\frac{Q_3 m_{e2}|_S^C}{I_2} = -4,922 \cdot 10^{-4} \xi$$

$$\phi^a|_F^C = -\frac{Q_3 m_{e2}|_F^C}{I_2} = -2,188 \cdot 10^{-5} [450 \cdot 10^3 + 8\xi(150 - \xi/2)]$$

$$\phi^a|_F^E = -\frac{Q_3 m_{e2}|_F^E}{I_2} = -4,922 \cdot 10^{-4} (200 - \xi)$$

Este flujo de tensiones tangenciales de la sección abierta puede verse representado en la figura 5.5.3. Asimismo, en la figura 5.5.4 puede verse representado el flujo de tensiones tangenciales debido a los flujos hiperestáticos.

Se impone seguidamente que los desplazamientos relativos de los labios del corte en R y S sean nulos, es decir:

$$0 = \frac{1}{G} \oint_1 \phi_1^{tot} \frac{d\xi}{e} = \frac{1}{G} \oint_1 \phi^a \frac{d\xi}{e} + \frac{1}{G} \oint_1 \phi_1^0 \frac{d\xi}{e} - \frac{1}{G} \oint_{BE} \phi_2^0 \frac{d\xi}{e}$$

$$0 = \frac{1}{G} \oint_2 \phi_2^{tot} \frac{d\xi}{e} = \frac{1}{G} \oint_2 \phi^a \frac{d\xi}{e} + \frac{1}{G} \oint_2 \phi_1^0 \frac{d\xi}{e} - \frac{1}{G} \oint_{BE} \phi_1^0 \frac{d\xi}{e}$$

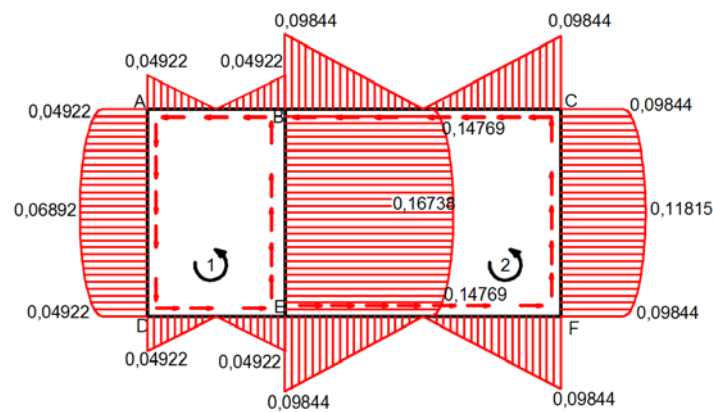


Figura 5.5.3. Flujo tangencial de la sección abierta (kN/mm).

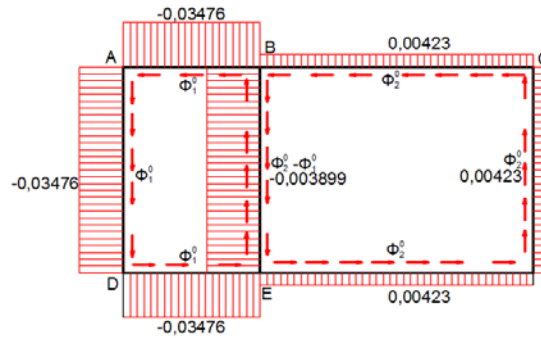


Figura 5.5.4. Flujos tangenciales hiperestáticos (kN/mm).

Sustituyendo por los valores obtenidos y prescindiendo del módulo G :

$$0 = - \int_0^{100} 4,922 \cdot 10^{-4} \xi \frac{d\xi}{15} - \int_0^{300} 2,188 \cdot 10^{-5} \left[225 \cdot 10^3 + 8\xi \left(150 - \frac{\xi}{2} \right) \right] \frac{d\xi}{8} -$$

$$\int_0^{200} 4,922 \cdot 10^{-4} (100 - \xi) \frac{d\xi}{15} + \int_0^{300} 2,188 \cdot 10^{-5} \left[675 \cdot 10^3 + 8\xi \left(150 - \frac{\xi}{2} \right) \right] \frac{d\xi}{8} +$$

$$\int_0^{100} 4,922 \cdot 10^{-4} \xi \frac{d\xi}{15} + \phi_1^0 \left[\frac{200}{15} + \frac{300}{8} + \frac{200}{15} + \frac{300}{8} \right] - \phi_2^0 \frac{300}{8}$$

$$0 = - \int_0^{200} 4,922 \cdot 10^{-4} \xi \frac{d\xi}{15} - \int_0^{300} 2,188 \cdot 10^{-5} \left[675 \cdot 10^3 + 8\xi \left(150 - \frac{\xi}{2} \right) \right] \frac{d\xi}{8} -$$

$$\int_0^{400} 4,922 \cdot 10^{-4} (200 - \xi) \frac{d\xi}{15} + \int_0^{300} 2,188 \cdot 10^{-5} \left[450 \cdot 10^3 + 8\xi \left(150 - \frac{\xi}{2} \right) \right] \frac{d\xi}{8} +$$

$$\int_0^{200} 4,922 \cdot 10^{-4} \xi \frac{d\xi}{15} + \phi_2^0 \left[\frac{400}{15} + \frac{300}{8} + \frac{400}{15} + \frac{300}{8} \right] - \phi_1^0 \frac{300}{8}$$

Es decir:

$$\begin{cases} 369,3 + 1016,67\phi_1^0 - 375\phi_2^0 = 0 \\ -184,7 - 375\phi_1^0 + 123,3\phi_2^0 = 0 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones:

$$\phi_1^0 = -0,03476 \text{ kN/mm}$$

$$\phi_2^0 = 0,00423 \text{ kN/mm}$$

Obtenidos estos flujos hiperestáticos, se corrigen los flujos correspondientes a la sección abierta, resultando

$$\phi^a|_R^A = -4,922 \cdot 10^{-4} \xi + (-0,03476) = -0,03476 - 4,922 \cdot 10^{-4} \xi$$

$$\phi^a|_A^D = -2,188 \cdot 10^{-5} \left[225 \cdot 10^3 + 8\xi \left(150 - \frac{\xi}{2} \right) \right] + (-0,03476) = -0,08399 - 1,7504 \cdot 10^{-3} \xi (150 - \xi/2)$$

$$\phi^a|_D^E = -4,922 \cdot 10^{-4} (100 - \xi) + (-0,03476) = -0,08399 + 4,922 \cdot 10^{-4} \xi$$

$$\phi^a|_R^B = -4,922 \cdot 10^{-4} \xi - (-0,03476) = -4,922 \cdot 10^{-4} \xi + 0,03476$$

$$\Phi^a|_B^E = -2,188 \cdot 10^{-5} \left[675 \cdot 10^3 + 8\xi \left(150 - \frac{\xi}{2} \right) \right] + (0,03476 - 0,00423) = -0,1172 - 1,7504 \cdot 10^{-3} \xi (150 - \xi/2)$$

$$\phi^a|_B^S = -4,922 \cdot 10^{-4} \xi + 0,00423$$

$$\phi^a|_S^C = -4,922 \cdot 10^{-4} \xi - 0,00423$$

$$\Phi^a|_F^C = -2,188 \cdot 10^{-5} \left[450 \cdot 10^3 + 8\xi \left(150 - \frac{\xi}{2} \right) \right] - 0,00423 = -0,10241 - 1,7504 \cdot 10^{-3} \xi (150 - \xi/2)$$

$$\phi^a|_E^F = -4,922 \cdot 10^{-4} (200 - \xi) - 0,00423 = -0,10267 + 4,922 \cdot 10^{-4} \xi$$

En la figura 5.5.5 puede verse la distribución del flujo de tensiones tangenciales en la sección cerrada. Asimismo, dividiendo los flujos de tensiones tangenciales por el espesor, se determina la distribución de tensiones tangenciales.

Es interesante señalar, en primer lugar, que el sentido de los flujos es con referencia al eje local ξ de la figura 5.5.2 De esta forma, se entiende que la expresión del flujo en

S tenga distinto signo, según se considere que dicho punto pertenece a SB o a SC . En segundo lugar, es importante observar que en cada nudo la suma de flujos en dirección x_1 (eje de la pieza) vale cero. Sea, por ejemplo, el nudo E (figura 5.5.2). La suma de flujos vale $-0,01446 - 0,09421 + 0,10870 = 0$.

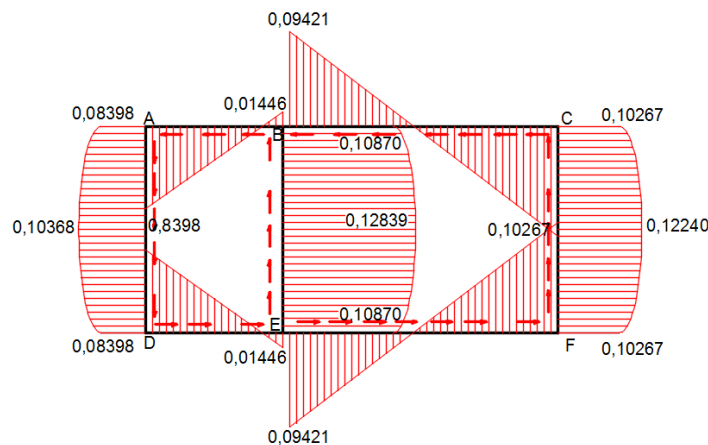


Figura 5.5.5. Flujos tangenciales de la sección cerrada a una distancia L_1 (kN/mm).

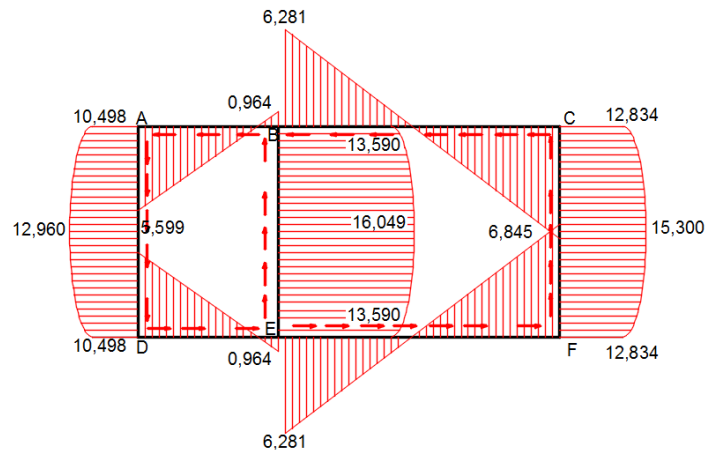


Figura 5.5.6. Tensiones tangenciales de la sección cerrada a una distancia L_1 (MPa).

Cálculo analítico para comparativa:

En la tabla 5.5.1 se indican las propiedades de la viga 2.

Tabla 5.5.1. Viga 3, sección bicelular, propiedades.	
Propiedades	Valores
h (mm)	315
a (mm)	608
E1 (mm)	8
e2 (mm)	15
P (kN)	100
L1 (mm)	835
L2 (mm)	350
Area (mm ²)	25080
I _{yy} (mm ⁴)	457x10 ⁶

En la tabla 5.5.2 se indica un resumen de los resultados obtenidos por el método analítico:

Tabla 5.5.2. Viga 3, sección bicelular, resultados analíticos.			
Nº	Punto estudiado	Fórmula	MPa
1	Tensión tangencial máxima alma central	(*)	16,049
2	Tención tangencial máxima alma izquierda	(*)	12,960
3	Tención tangencial máxima alma derecha	(*)	15,300
4	Tención tangencial alma central nudo B-ALMA Y E-ALMA	(*)	13,590
5	Tensión tangencial alma izquierda nudo A-ALMA = D-ALMA	(*)	10,498
6	Tensión tangencial alma derecha nudo C-ALMA=F-ALMA	(*)	12,834

(*) Cálculo analítico realizado en página anterior. Se ha dividido el flujo de tensiones entre el espesor correspondiente.

5.5.2. Modelo de elementos finitos.

En la figura 5.5.7 se muestran las propiedades estáticas de la sección considerada.

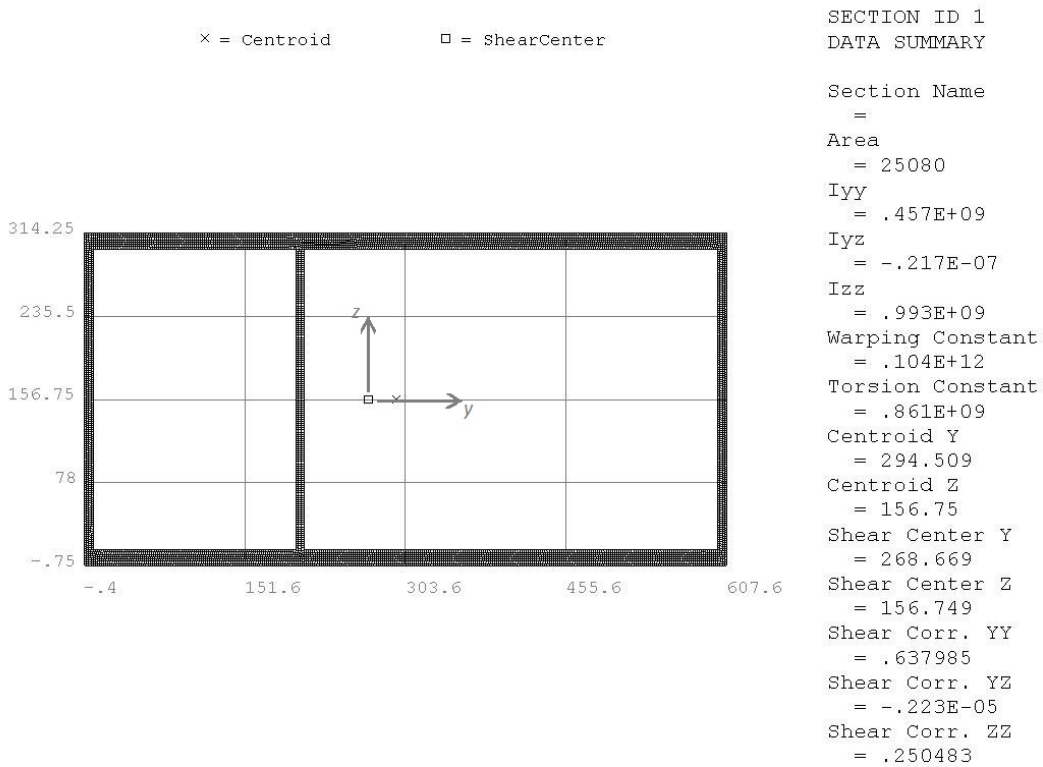


Figura 5.5.7. Sección bicelular con las propiedades estáticas. (mm, mm², mm⁴).

En la figura 5.5.8 se presentan los resultados obtenidos en el MEF para las tensiones tangenciales contenidas en los planos XY.

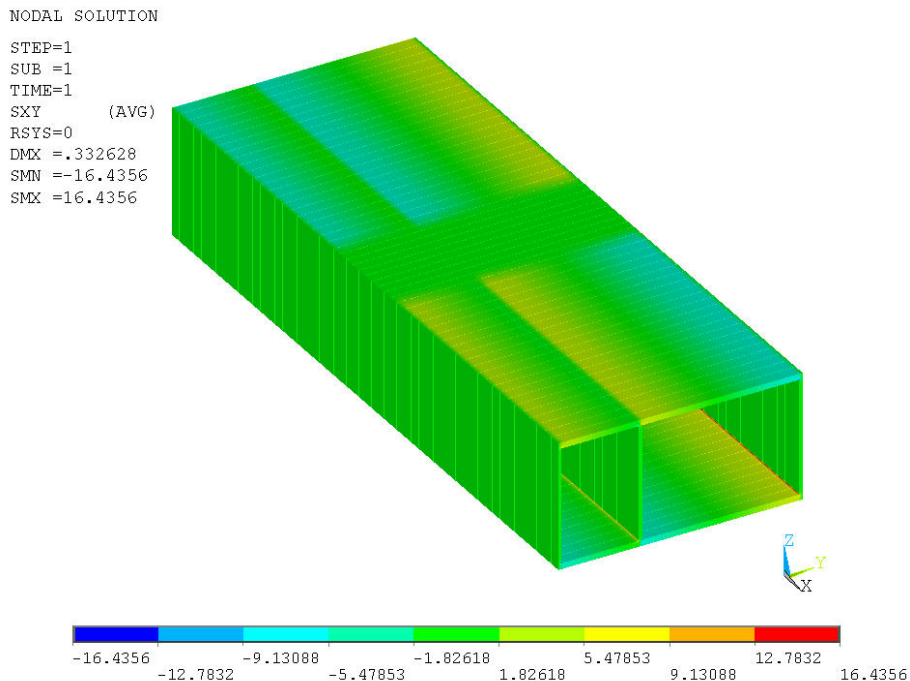


Figura 5.5.8. Tensiones tangenciales SXY (MPa) en la viga bicelular.

En la figura 5.5.9 se presentan los resultados obtenidos en el MEF para las tensiones tangenciales contenidas en los planos XY para $L_1=350$ mm y en la figura 5.5.10 se puede observar una imagen de detalle del nudo C.

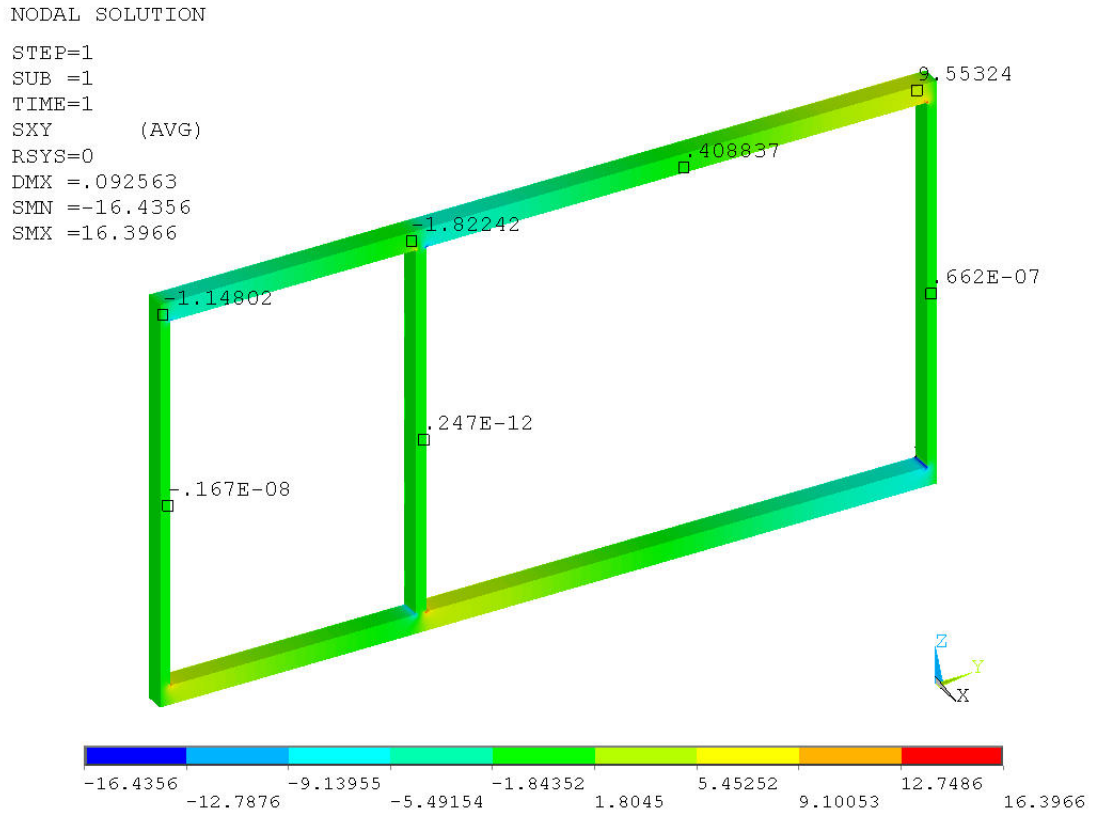


Figura 5.5.9. Tensiones tangenciales SXY (MPa) en la viga bicelular a una distancia L_1 .

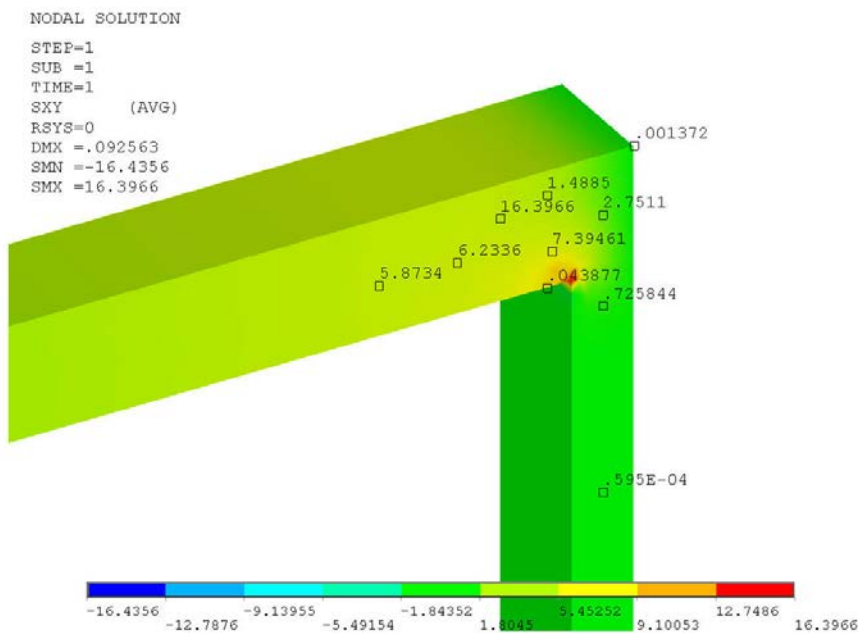


Figura 5.5.10. Tensiones tangenciales SXY (MPa) en la viga bicelular para $L_1=350$ mm.

En la figura 5.5.11 se presentan los resultados obtenidos en el MEF para las tensiones tangenciales contenidas en los planos XZ.

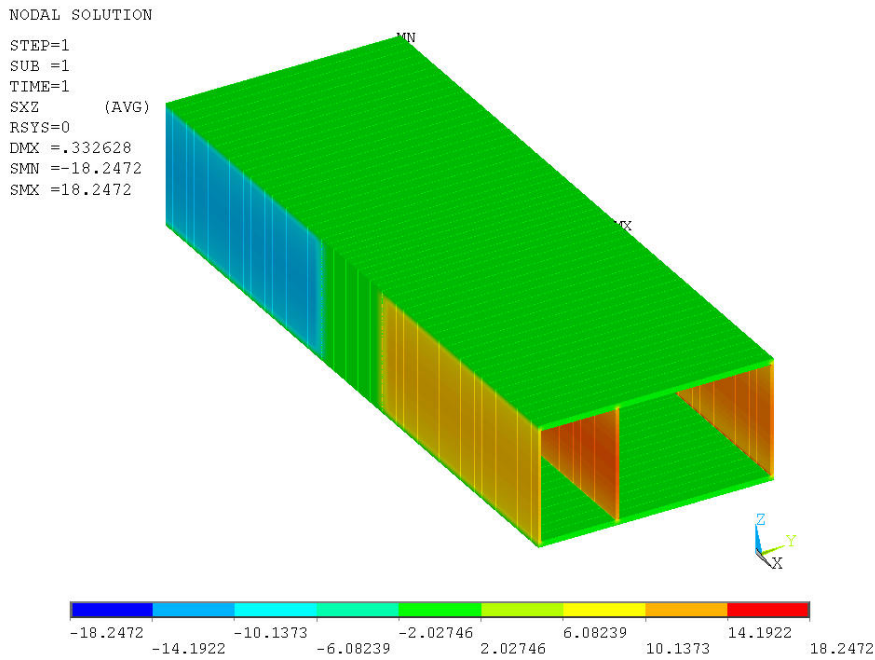


Figura 5.5.11. Tensiones tangenciales SXZ (MPa) en la viga bicelular.

En la figura 5.5.12 se presentan los resultados obtenidos en el MEF para las tensiones tangenciales contenidas en los planos XZ para $L_1=350$ mm y en la figura 5.5.13 se puede observar una imagen de detalle del nudo C.

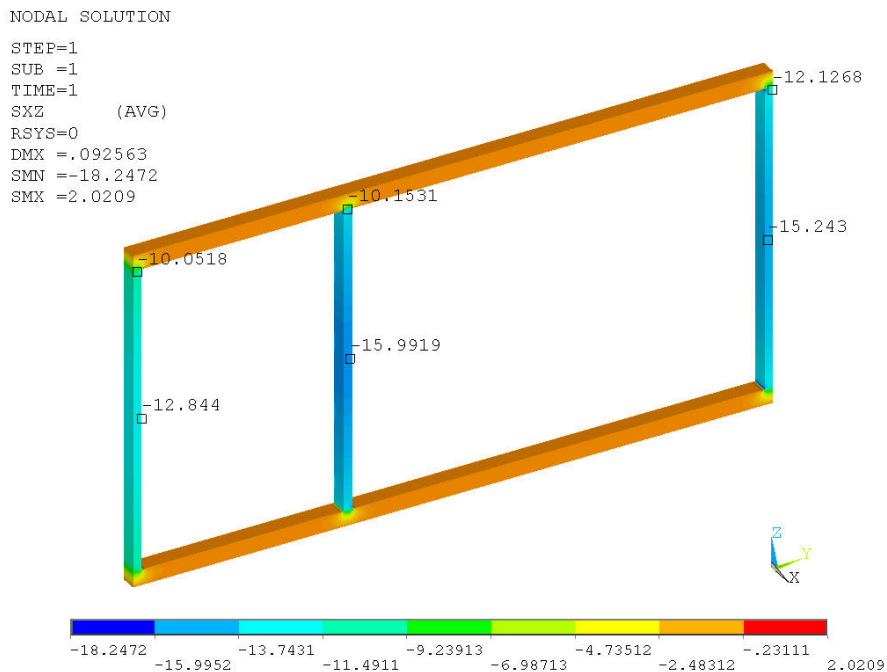


Figura 5.5.12. Tensiones tangenciales SXZ (MPa) en la viga bicelular para $L_1=350$ mm.

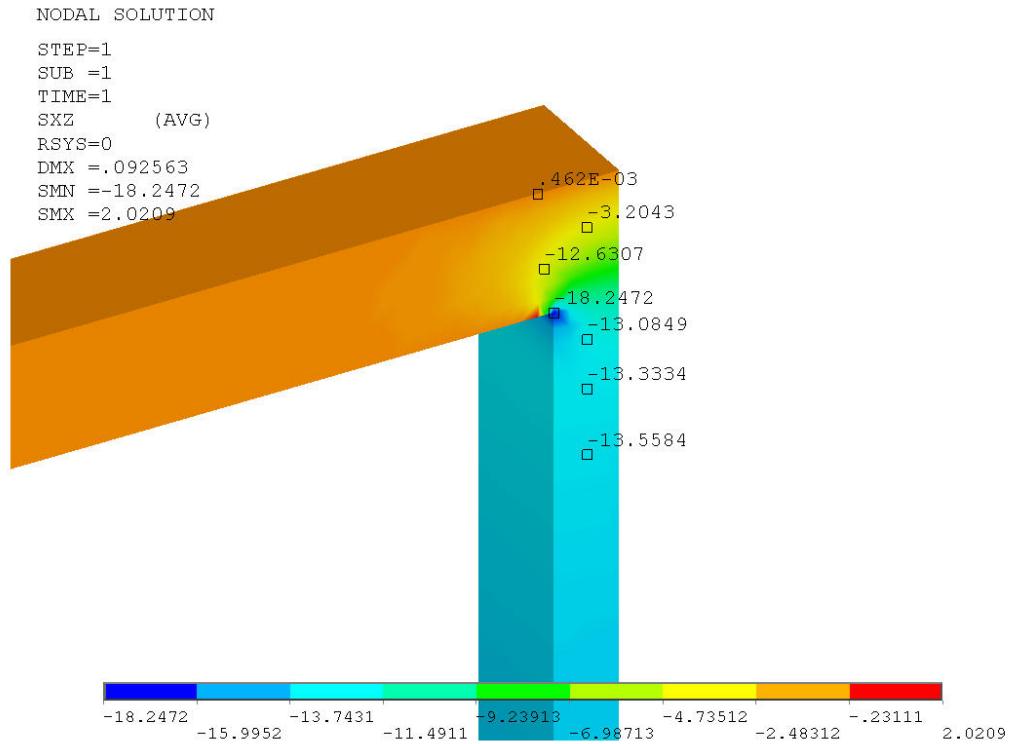


Figura 5.5.13. Tensiones tangenciales SXZ (MPa) en la viga bicelular L₁=350 mm.

En la tabla 5.5.3 se presenta un resumen de los resultados obtenidos por el MEF, que han sido tomados de las distintas pantallas algunas de ellas constan en las figuras anteriores:

Tabla 5.5.3.
Viga 3, sección bicelular, resultados MEF.

Nº	Punto estudiado	MPa
1	Tensión tangencial máxima alma central.	15,9919
2	Tensión tangencial máxima alma izquierda.	12,8440
3	Tensión tangencial máxima alma derecha.	15,2430
4	Tensión tangencial alma central nudo B-ALMA Y E-ALMA.	10,1531
5	Tensión tangencial alma izquierda nudo A-ALMA = D-ALMA.	10,0518
6	Tensión tangencial alma derecha nudo C-ALMA=F-ALMA.	12,1268

5.5.3. Análisis de los resultados.

En la tabla 5.5.4 se presentan los resultados obtenidos y se comparan entre el valor calculado analíticamente y el valor que ofrece el MEF:

La fórmula utilizada para el cálculo del error, tomando valores absolutos es:

$$\text{Diferencia \%} = 100 * (\text{MEF} - \text{Cálculo analítico}) / \text{MEF}$$

Tabla 5.5.4
Viga 3, sección bicelular, comparativa de resultados.

		Cálculo analítico	MEF	Diferencia	Dif %
Nº	Punto estudiado	MPa	MPa	MPa	%
1	Tensión tangencial máxima alma central.	16,049	15,9919	0,0571	0,36
2	Tensión tangencial máxima alma izquierda.	12,960	12,8440	0,1160	0,90
3	Tensión tangencial máxima alma derecha.	15,300	15,2430	0,0570	0,37
4	Tensión tangencial alma central nudo B-ALMA Y E-ALMA.	13,590	10,1531	3,4369	33,85
5	Tensión tangencial alma izquierda nudo A-ALMA = D-ALMA	10,498	10,0518	0,4462	4,44
6	Tensión tangencial alma derecha nudo C-ALMA=F-ALMA.	12,834	12,1268	0,7072	5,83

Del análisis de la tabla 5.5.4 se desprende que el resultado nº 1, 2 Y 3 tiene una diferencia entorno al 6% lo que significa que en este tipo de vigas bicelulares el método analítico por las simplificaciones que realizamos puede que no obtenga los resultados completamente precisos, siendo mayores las tensiones tangenciales que da el MEF.

Es significativo el error que se produce en el registro 4. No comparamos estos resultados obtenidos en el método analítico porque en este método se miden las tensiones al eje mientras que al utilizar mallados en el método de elementos finitos las zonas conflictivas (como pueden ser los codos y las esquinas) no son comparables al ser cada nodo una extrapolación de los nodos adyacentes.

Sin embargo, el registro 5 y 6 correspondiente a los nudos alma-ala extremos los errores son muy pequeños, menores del 6,00%, lo que confirma que en estos al no haber salto de tensiones tangenciales el cálculo analítico coincide con el MEF.

5.6. Viga 4. Sección cerrada multicelular híbrida.

5.6.1. Modelo analítico.

Determinar la expresión analítica y representación gráfica de la distribución de las tensiones tangenciales ($\tau_{x,s}$) en la sección mostrada en la figura. El esfuerzo cortante vertical que actúa tiene un valor de $V_z = 2500$ kN. Se conocen:

- Área= 79650 mm²
- $I_y = 5560 \cdot 10^6$ mm⁴
- $I_z = 5180 \cdot 10^6$ mm⁴

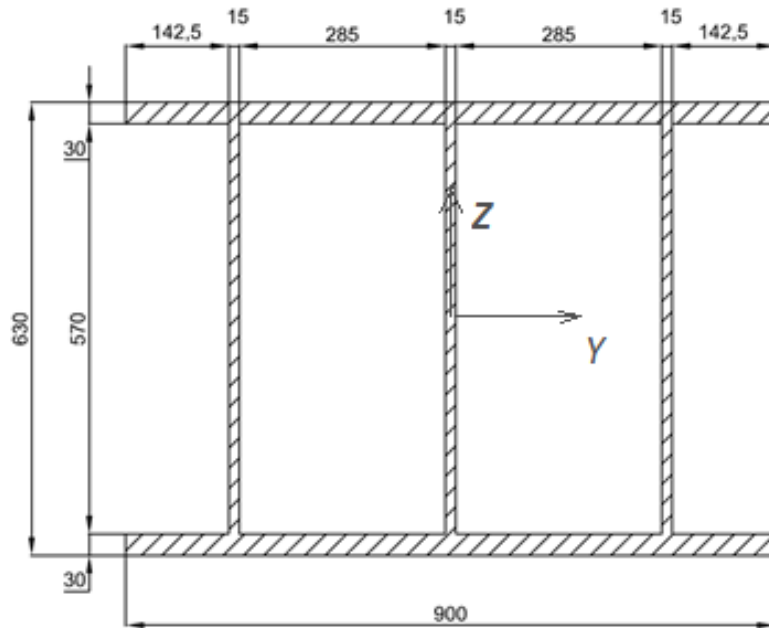


Figura 5.6.1. Sección híbrida. Cotas en mm.

En la tabla 5.6.1 se indican las propiedades de la viga 4.

Tabla 5.6.1. Viga 4, sección híbrida, propiedades.	
Propiedades	Valores
h (mm)	630
a (mm)	900
e1 (mm)	30
e2 (mm)	15
P (kN)	2500
L ₁ (mm)	350
L ₂ (mm)	835
Área (mm ²)	79650
I _{yy} (mm ⁴)	5560x10 ⁶

Cálculo analítico:

$$q_{VA}(x,s_i) = \tau(x,s_i) \cdot e(s_i) = - \frac{V_y(x)I_y - V_z(x)I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} Q_z(s) - \frac{V_z(x)I_z - V_y(x)I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} Q_y(s)$$

$$q_{VA}(x,s_i) = - \frac{V_z}{I_y} Q_y(s) = - \frac{2500}{I_y} Q_y(s)$$

Se calcula el flujo de tensiones en cada tramo:

$$Q_y(s) = \int_0^s z \cdot e(s) ds$$

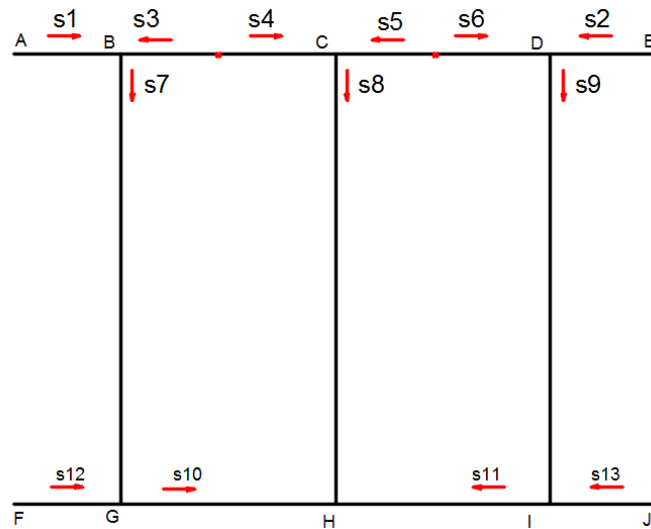


Figura 5.6.2. Sección abierta.

- Tramo 1:

$$Q_y(s_1) = \int_0^{s_1} -300 \cdot 30 \, ds = -9000s_1$$

$$q_{VA}(s_1) = 9000s_1 \frac{2500}{I_y}$$

- Tramos 2, 3, 4, 5 y 6:

$$Q_y(s_2) = Q_y(s_3) = Q_y(s_4) = Q_y(s_5) = Q_y(s_6) = -9000s_i$$

$$q_{VA}(s_i) = 9000s_i \frac{2500}{I_y}$$

- Tramo 7:

$$Q_y(s_7) = \int_0^{s_7} (-300+57) \cdot 15 \, ds_7 + Q_y(s_1=150) +$$

$$Q_y(s_3=150) = -1350000 - 1350000 - 4500s_7 + 15 \frac{s_7^2}{2} = -2700000 - 4500s_7 + 7,5s_7^2$$

$$q_{VA}(s_7) = (7,5s_7^2 - 4500s_7 - 2700000) \cdot \frac{(-2500)}{I_y}$$

- Tramo 8, 9:

$$Q_y(s_8) = Q_y(s_9) = Q_y(s_7) = 7,5s_i^2 - 4500s_i - 2700000$$

$$q_{VA}(s_i) = (7,5s_i^2 - 4500s_i - 2700000) \cdot \frac{(-2500)}{I_y}$$

- Tramo 12:

$$Q_y(s_{12}) = \int_0^{s_{12}} 300 \cdot 30 \, ds_{12} = 9000s_{12}$$

$$q_{VA}(s_{12})=9000s_{12} \cdot \frac{(-2500)}{I_y}$$

- Tramo 10:

$$Q_y(s_{10}) = \int_0^{s_{10}} 300 \cdot 30 \, ds_{10} + Q_y(s_7=600) + Q_y(s_{12}=150) = -2700000 + 1350000 + 9000s_{10}$$

$$q_{VA}(s_{10}) = (9000s_{10} - 1350000) \cdot \frac{(-2500)}{I_y}$$

- Tramo 13:

$$Q_y(s_{13}) = 9000s_{13}$$

$$q_{VA}(s_{13}) = 9000s_{13} \cdot \frac{(-2500)}{I_y}$$

- Tramo 11:

$$Q_y(s_{11}) = 9000s_{11} - 1350000$$

$$q_{VA}(s_{11}) = (9000s_{11} - 1350000) \cdot \frac{(-2500)}{I_y}$$

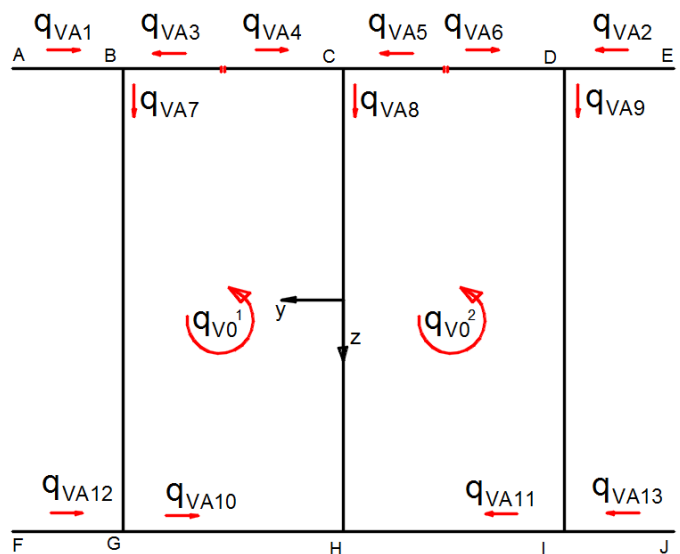


Figura 5.6.3. Flujo tangencial de la sección abierta.

Entonces resulta:

$$q_V(s_1) = q_{VA1}$$

$$q_V(s_2) = q_{VA2}$$

$$q_V(s_3) = q_{VA3} + q'_{V0}$$

$$q_V(s_4) = q_{VA4} - q'_{V0}$$

$$q_V(s_5) = q_{VA5} + q_{V0}^2$$

$$q_V(s_6) = q_{VA6} - q_{V0}^2$$

$$q_V(s_7) = q_{VA7} + q'_{V0}$$

$$q_V(s_8) = q_{VA8} + q_{V0}^2 - q'_{V0}$$

$$q_V(s_9) = q_{VA9} - q_{V0}^2$$

$$q_V(s_{10}) = q_{VA10} + q'_{V0}$$

$$q_V(s_{11}) = q_{VA11} - q_{V0}^2$$

$$q_V(s_{12}) = q_{VA12}$$

$$q_V(s_{13}) = q_{VA13}$$

Las incógnitas son q'_{V0} y q_{V0}^2
 Se plantean dos ecuaciones, una para cada célula.

- Célula 1

$$\int_0^{s_3=150} \frac{q_V(s_3)}{30} ds_3 + \int_0^{s_7=600} \frac{q_V(s_7)}{15} ds_7 - \int_0^{s_8=600} \frac{q_V(s_8)}{15} ds_8 -$$

$$\int_0^{s_4=150} \frac{q_V(s_4)}{30} ds_4 + \int_0^{s_{10}=300} \frac{q_V(s_{10})}{30} ds_{10} = 0$$

- Célula 2:

$$\int_0^{s_5=150} \frac{q_V(s_5)}{30} ds_5 + \int_0^{s_8=600} \frac{q_V(s_8)}{15} ds_8 - \int_0^{s_{11}=300} \frac{q_V(s_{11})}{30} ds_{11} -$$

$$\int_0^{s_9=600} \frac{q_V(s_9)}{15} ds_9 + \int_0^{s_6=150} \frac{q_V(s_6)}{30} ds_6 = 0$$

Se realizan las integrales:

- Tramo 3:

$$\int_0^{s_3=150} q_V(s_3) ds_3 = \int_0^{150} \frac{1}{30} \left[\frac{225 \cdot 10^5}{I_y} s_3 + q'_{V0} \right] ds_3 = \left[\frac{75 \cdot 10^4}{I_y} \cdot \frac{s_3^2}{2} + \frac{q'_{V0}}{30} \cdot s_3 \right]_0^{150} = 1,5175 + 5q'_{V0}$$

- Tramo 4:

$$\int_0^{s_4=150} q_V(s_4) ds_4 = \int_0^{150} \frac{1}{30} \left[\frac{225 \cdot 10^5}{I_y} s_4 - q'_{V0} \right] ds_4 = \left[\frac{75 \cdot 10^4}{I_y} \cdot \frac{s_4^2}{2} + \frac{q'_{V0}}{30} \cdot s_4 \right]_0^{150} = 1,5175 - 5q'_{V0}$$

- Tramo 5:

$$\int_0^{s_5=150} q_V(s_5) ds_5 = 1,5175 + 5q'_{v0}$$

- Tramo 6:

$$\int_0^{s_6=150} q_V(s_6) ds_6 = 1,5175 - 5q'_{v0}$$

- Tramo 7:

$$\int_0^{s_7=600} q_V(s_7) ds_7 = \int_0^{600} \frac{1}{15} \left[\frac{-18750 \cdot s_7^2 + 1125 \cdot 10^4 \cdot s_7 + 675 \cdot 10^7}{I_y} \right] ds_7 = \left[\frac{-1250}{I_y} \cdot \frac{s_7^3}{3} + \right.$$

$$\left. \frac{75 \cdot 10^4}{I_y} \cdot \frac{s_7^2}{2} + \frac{45 \cdot 10^7}{I_y} \cdot s_7 + \right.$$

$$\left. \frac{q'_{v0}}{15} \cdot s_7 \right]_0^{600} = -16,187 + 24,2805 + 48,5611 + 40q'_{v0} = 56,6546 + 40q'_{v0}$$

- Tramo 8:

$$\int_0^{s_8=600} q_V(s_8) ds_8 = 56,6546 + 40q_{v0}^2 - 40q'_{v0}$$

- Tramo 9:

$$\int_0^{s_9=600} q_V(s_9) ds_9 = 56,6546 - 40q_{v0}^2$$

- Tramo 10:

$$\int_0^{s_{10}=300} q_V(s_{10}) ds_{10} = \int_0^{300} \frac{1}{30} \left[\frac{-225 \cdot 10^5 \cdot s_{10} + 3375 \cdot 10^6}{I_y} + q'_{v0} \right] ds_{10} =$$

$$\left[\frac{-75 \cdot 10}{I_y} \cdot \frac{s_{10}^2}{2} + \frac{1125 \cdot 10^5}{I_y} \cdot s_{10} + \frac{q'_{v0}}{30} \cdot s_{10} \right]_0^{300} = -6,7014 + 6,0701 + 10q'_{v0} = 10q'_{v0}$$

- Tramo 11:

$$\int_0^{s_{11}=300} q_V(s_{11}) ds_{11} = -10q_{v0}^2$$

Se plantea el sistema de ecuaciones:

- Célula 1:

$$1,5175 + 5q'_{v0} + 56,6546 + 40q'_{v0} - 56,6546 - 40q_{v0}^2 + 40q'_{v0} - 1,5175 + 5q'_{v0} - 6,7014 + 6,0701 + 10q'_{v0} = 0$$

$$100q'_{v0} - 40q^2_{v0} = 0$$

- Célula 2:

$$1,5175 + 5q^2_{v0} + 56,6546 + 40q^2_{v0} - 40q'_{v0} + 10q^2_{v0} - 56,6546 + 40q^2_{v0} - 1,5175 + 5q^2_{v0} = 0$$

$$100q^2_{v0} - 40q'_{v0} = 0$$

Si se resuelve el sistema de ecuaciones se obtiene:

$$q'_{v0} = 0$$

$$q^2_{v0} = 0$$

Los flujos en cada tramo quedan:

$$q_v(s_1) = \frac{9000 \cdot 2500}{5560 \cdot 10^6} s_1 = q_v(s_2) = q_v(s_3) = q_v(s_4) = q_v(s_5) = q_v(s_6)$$

$$q_v(s_7) = -(7.5s_7^2 - 4500s_7 - 2700000) \cdot \frac{2500}{5560 \cdot 10^6} = q_v(s_8) = q_v(s_9)$$

$$q_v(s_{10}) = -(9000s_{10} - 1350000) \cdot \frac{2500}{5560 \cdot 10^6} = q_v(s_{11})$$

$$q_v(s_{12}) = \frac{-9000 \cdot 2500}{5560 \cdot 10^6} s_{12} = q_v(s_{13})$$

Para representar las tensiones es necesario:

$$\tau_{xy} = \frac{q_v(s_i)}{e}$$

Se calculan:

$$q_v(s_3=150) = \frac{900 \cdot 150 \cdot 2500}{5560 \cdot 10^6} = 0,607 \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$\tau_{xy} = \frac{0,607}{30} = 0,0202 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2} = 20,2 \text{ MPa}$$

$$q_v(s_3=0) = 0$$

$$\tau_{xy} = 0$$

$$q_v(s_7=0) = \frac{-2700000 \cdot (-2500)}{5560 \cdot 10^6} = 1,214 \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$\tau_{xy} = \frac{1,214}{15} = 0,08093 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2} = 80,93 \text{ MPa}$$

$$q_v(s_7=300) = -(7,5 \cdot 300^2 - 4500 \cdot 300 - 2700000) \frac{2500}{5560 \cdot 10^6} = 1,517 \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$$

$$\tau_{xy} = \frac{1,517}{15} = 0,10116 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2} = 101,16 \text{ MPa}$$

Los resultados analíticos se han representado gráficamente en la figura 5.6.4

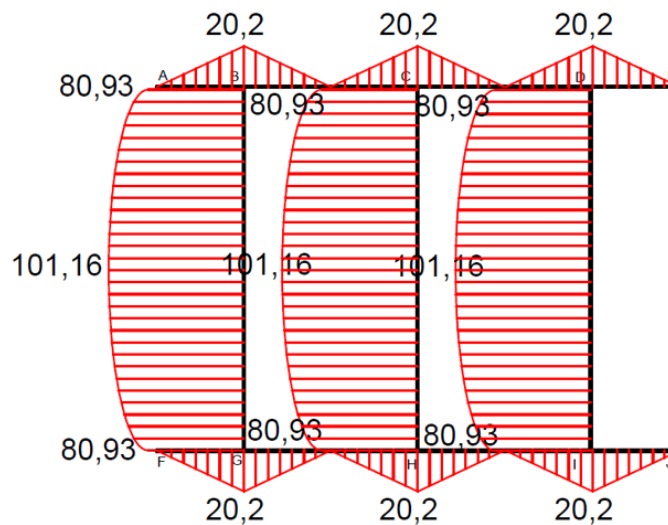


Figura 5.6.4. Tensiones tangenciales de la sección cerrada (MPa).

En la tabla 5.6.2 se indica un resumen de los resultados obtenidos por el método analítico desarrollado en las líneas anteriores:

Tabla 5.6.2. Viga 4, sección híbrida, resultados analíticos.		
Nº	Punto estudiado	MPa
1	Tensión tangencial máxima alma central	101,16
2	Tensión tangencial máxima alma izquierda	101,16
3	Tensión tangencial máxima alma derecha	101,16
4	Tensión tangencial alma central nudo C-ALMA = H-ALMA	80,93
5	Tensión tangencial alma izquierda nudo B-ALMA = G-ALMA	80,93
6	Tensión tangencial alma derecha nudo D-ALMA = I-ALMA	80,93
7	Tensión tangencial nudos alas (6 iguales)	20,20

5.6.2. Modelo de elementos finitos.

En la figura 5.6.5 se representa la sección correspondiente a la viga 4 tal y como la muestra el programa ANSYS una vez introducidos los datos, en la misma figura aparecen las principales propiedades calculadas por el programa.

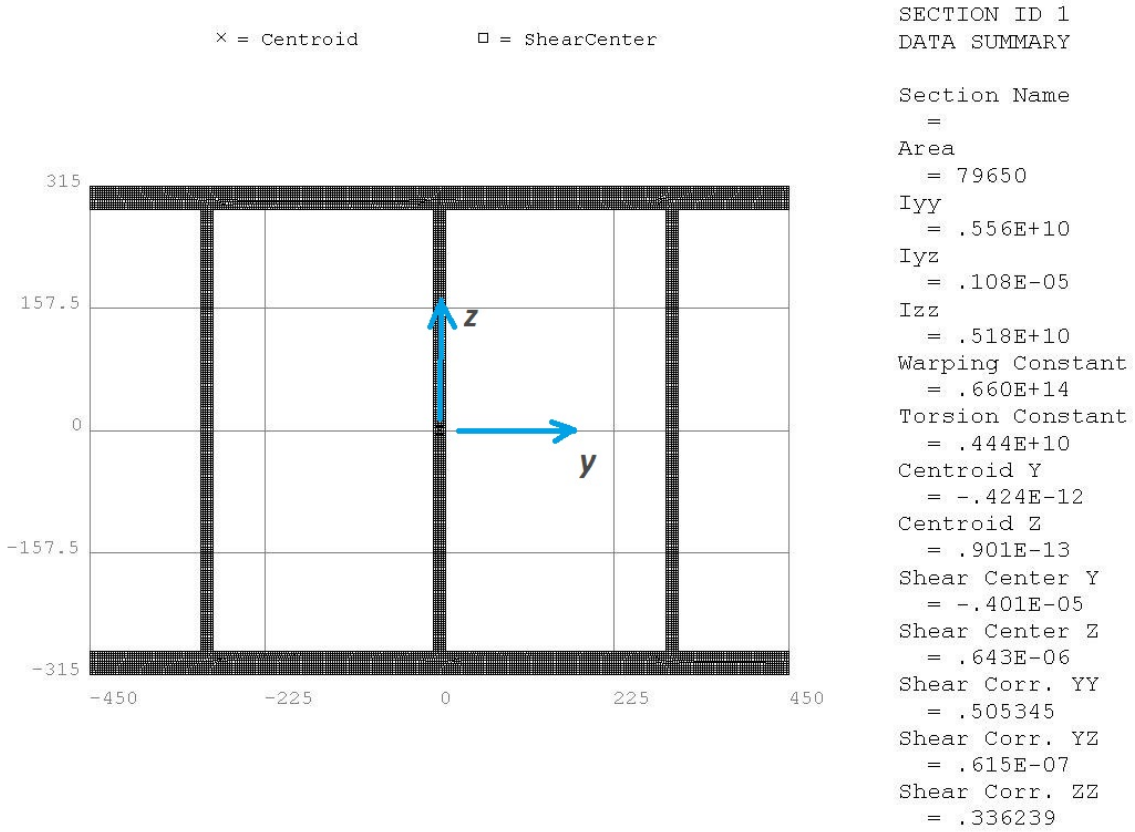


Figura 5.6.5. Viga 4. Sección híbrida con las propiedades estáticas. (mm, mm², mm⁴).

En la figura 5.6.6 se presentan los resultados obtenidos en el MEF para las tensiones tangenciales contenidas en los planos XY.

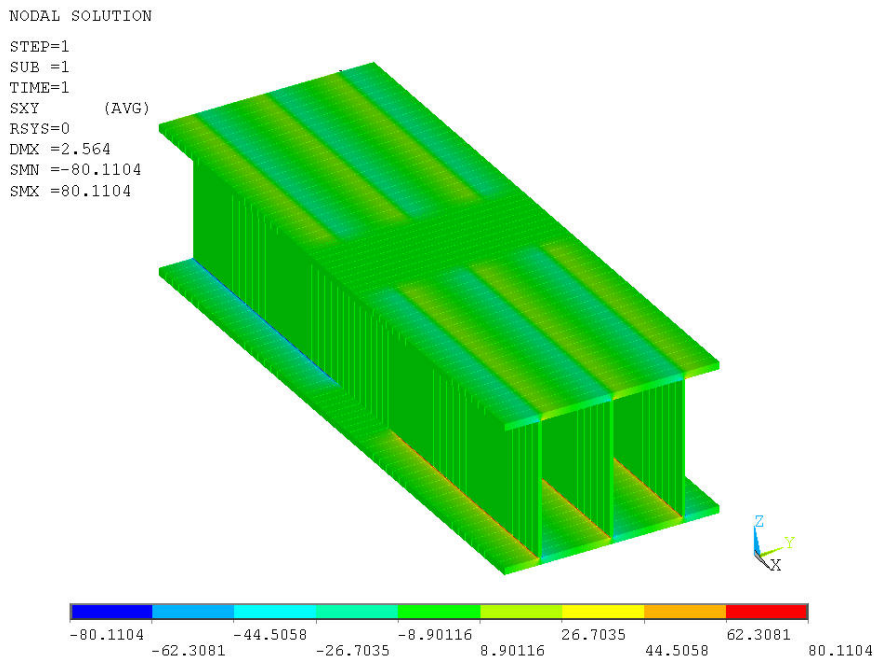


Figura 5.6.6. Tensiones tangenciales SXY(MPa), viga híbrida.

En la figura 5.6.7 se presentan los resultados obtenidos en el MEF para las tensiones tangenciales contenidas en los planos XY para $L_1=350$ mm y en la figura 5.6.8 se puede observar una imagen de detalle.

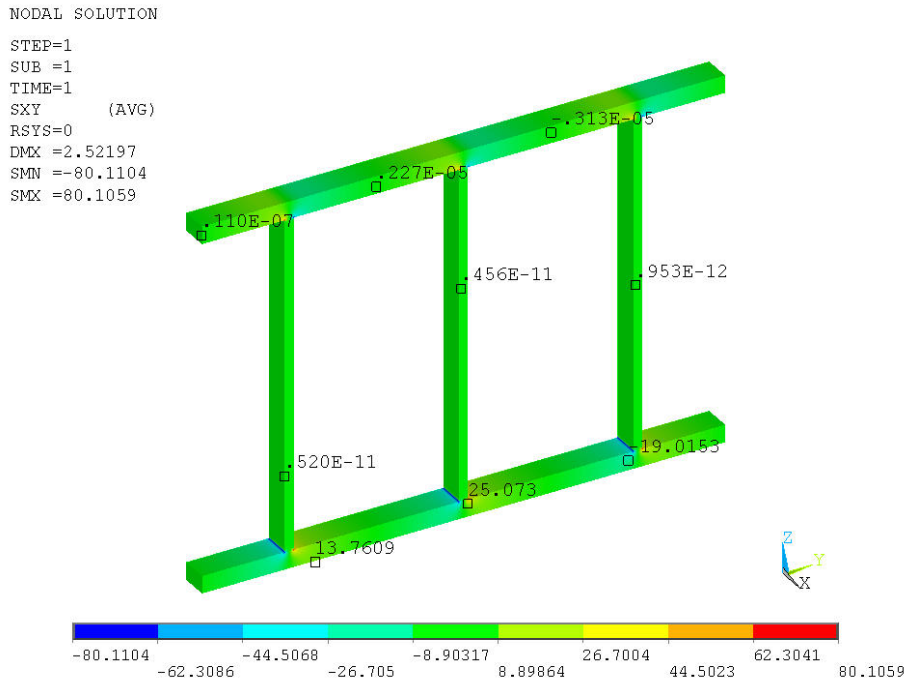


Figura 5.6.7. Viga híbrida. Tensiones tangenciales SXY(MPa) a una distancia L_1 .

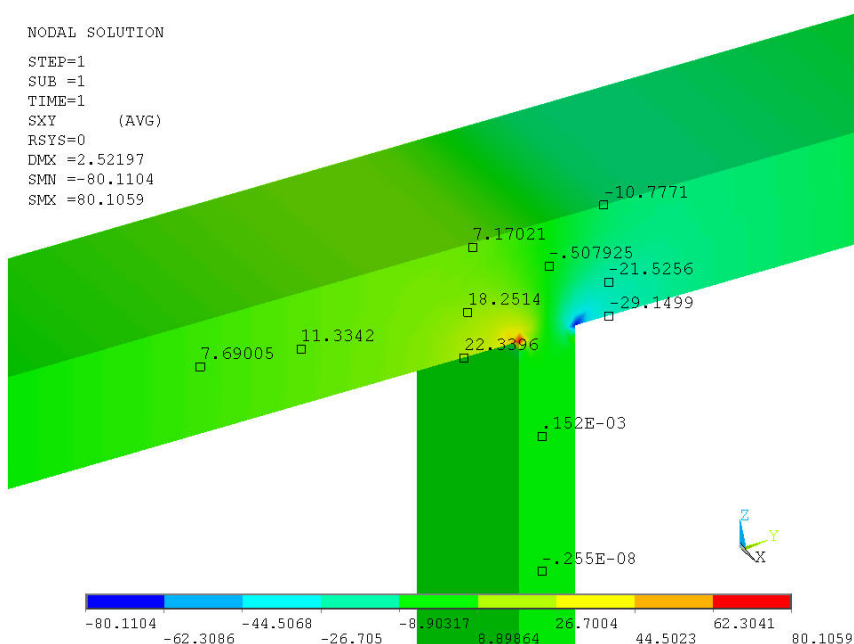


Figura 5.6.8. Viga híbrida. Tensiones tangenciales SXY(MPa) a una distancia L_1 . Nudo.

En la figura 5.6.9 se presentan los resultados obtenidos en el MEF para las tensiones tangenciales contenidas en los planos XZ.

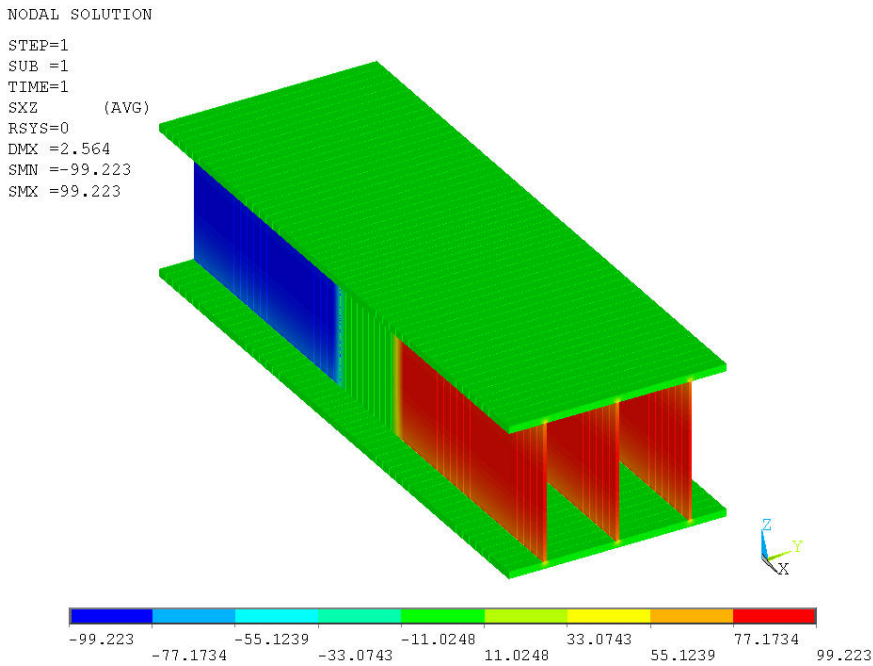


Figura 5.6.9. Viga híbrida. Tensiones tangenciales SXZ(MPa).

En la figura 5.6.10 se presentan los resultados obtenidos en el MEF para las tensiones tangenciales contenidas en los planos XZ para $L_1=350$ mm y en la figura 5.6.12 se puede observar una imagen de detalle.

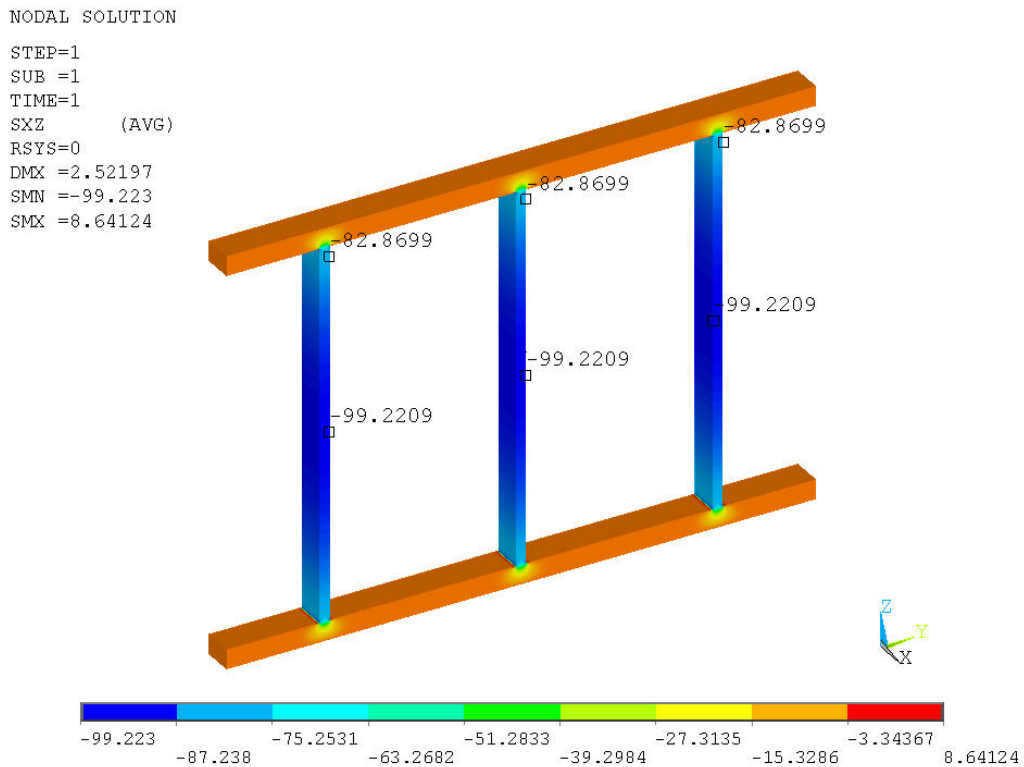


Figura 5.6.10. Viga híbrida. Tensiones tangenciales SXZ (MPa) a una distancia L_1 .

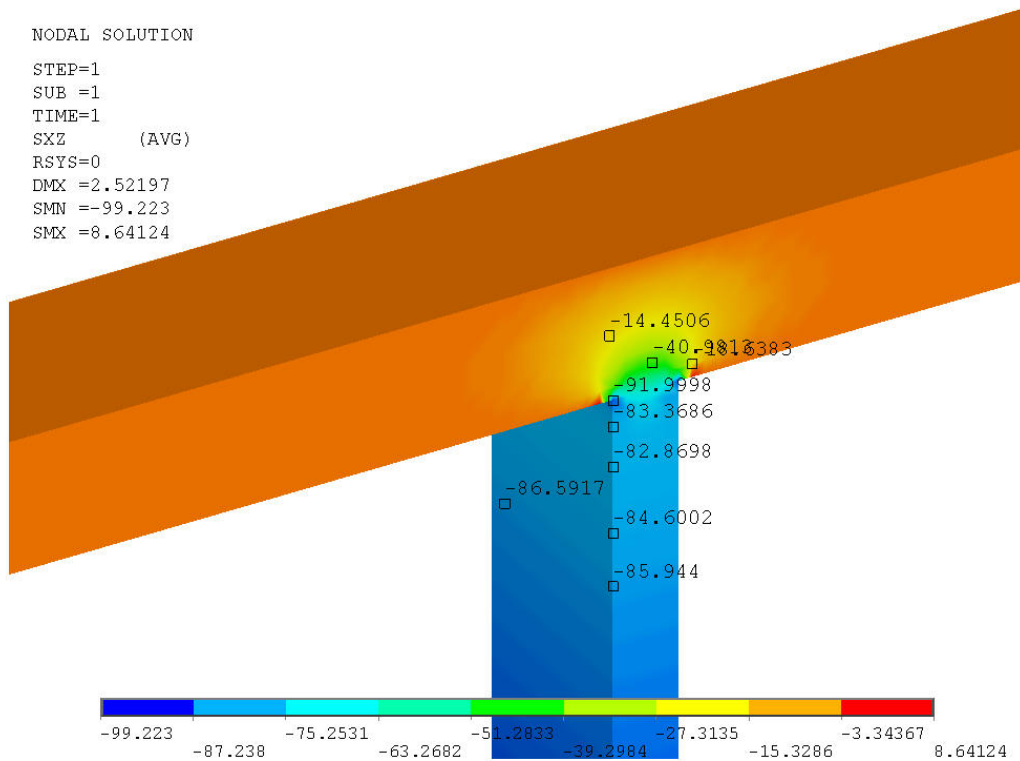


Figura 5.6.11. Viga híbrida. Tensiones tangenciales SXZ(MPa) a una distancia L₁. Detalle nudo.

En la tabla 5.6.3 se indica un resumen de los resultados obtenidos por el MEF, que han sido tomados de las distintas pantallas las más constan en las figuras anteriores.

Tabla 5.6.3.
Viga 4, sección híbrida, resultados MEF.

Nº	Punto estudiado	MPa
1	Tensión tangencial máxima alma central	99,2209
2	Tensión tangencial máxima alma izquierda	99,2209
3	Tensión tangencial máxima alma derecha	99,2209
4	Tensión tangencial alma central nudo C-ALMA = H-ALMA	82,8699
5	Tensión tangencial alma izquierda nudo B-ALMA = G-ALMA	82,8699
6	Tensión tangencial alma derecha nudo D-ALMA = I-ALMA	82,8699
7	Tensión tangencial nudos alas (6 iguales)	21,5256

5.6.3. *Análisis de los resultados.*

En la tabla 5.6.4 se presentan los resultados obtenidos y se comparan entre el valor calculado analíticamente y el valor que ofrece el MEF.

La fórmula utilizada para el cálculo del error es:

$$\text{Diferencia \%} = 100 * (\text{MEF} - \text{Cálculo analítico}) / \text{MEF}$$

Tabla 5.6.4.
Viga 4, sección unicelular, comparativa de resultados.

		Cálculo analítico	MEF	Diferencia	Dif %
Nº	Punto analizado	MPa	MPa	MPa	%
1	Tensión tangencial máxima alma central	101,16	99,2209	1,9391	1,92
2	Tensión tangencial máxima alma izquierda	101,16	99,2209	1,9391	1,92
3	Tensión tangencial máxima alma derecha	101,16	99,2209	1,9391	1,92
4	Tensión tangencial alma central nudo C-ALMA = H-ALMA	80,93	82,8699	1,9399	2,40
5	Tensión tangencial alma izquierda nudo B-ALMA = G-ALMA	80,93	82,8699	1,9399	2,40
6	Tensión tangencial alma derecha nudo D-ALMA = I-ALMA	80,93	82,8699	1,9399	2,40
7	Tensión tangencial nudos alas (6 iguales)	20,20	21,5256	1,3256	6,56

Del análisis de la tabla 5.6.4 se desprende que los resultados de los registros nº 1 al 6 tiene una diferencia entorno al 2 % lo que significa que en este tipo de vigas híbridas el método analítico, por las simplificaciones que realizamos, puede que no obtenga los resultados completamente precisos, siendo menores las tensiones tangenciales que da el MEF.

El registro 7 correspondiente a los nudos ALMA-ALA, el error es del 6,56%. Esto se debe a que en estos nudos vistos desde el ala no se sabe con precisión lo que ocurre en el salto de tensión desde 80,93 hasta 20,20 MPa. No comparamos estos resultados obtenidos en el método analítico porque en este método se miden las tensiones al eje mientras que al utilizar mallados en los métodos de elementos finitos las zonas conflictivas (como pueden ser los codos y las esquinas) no son comparables al ser cada nodo una extrapolación de los nodos adyacentes.

Capítulo 6. Conclusiones y trabajos futuros.

6.1. Conclusiones.

Utilizando el método de los elementos finitos, se han resuelto cuatro problemas referidos al cálculo de tensiones tangenciales en secciones de pared delgada.

Objetivos:

Como se puede ver en el capítulo 1, el objetivo de este proyecto era el análisis de una estructura real mediante el método de los elementos finitos, la distribución y representación de sus tensiones tangenciales. Se han realizado distintos ejemplos con distintas secciones en la viga. El programa de elementos finitos que se ha usado para este análisis es el programa de simulación ANSYS. En este análisis de la estructura, se ha comprobado si se obtienen los mismos resultados analíticamente y con el programa citado. Se ha centrado en las tensiones tangenciales de secciones cerradas. El cálculo de la estructura según el modelo de los elementos finitos permite un análisis más riguroso que el realizado analíticamente, con el método de elementos finitos se ha podido estudiar el comportamiento real que tiene.

A pesar de las pequeñas diferencias que ha habido entre el cálculo analítico y el programa, el objetivo ha sido comprobar que los resultados son los mismos en ambos procedimientos.

Los objetivos generales de este proyecto eran:

- Calcular, distribuir y representar de forma analítica las tensiones tangenciales de los 4 ejemplos de viga con distintas secciones cerradas de pared delgada.
- Calcular, distribuir y representar las tensiones tangenciales de esas mismas secciones con el programa de elementos finitos ANSYS.
- Comparar ambos resultados y comprobar que son correctos y coherentes.

Estos objetivos han sido cumplidos satisfactoriamente como se puede comprobar en los capítulos anteriores.

Conclusiones del análisis de los resultados:

VIGA 1:

En la tabla 5.3.4 se presentan los resultados obtenidos y se comparan entre el valor calculado analíticamente y el valor que ofrece el MEF.

La fórmula utilizada para el cálculo del error es:

$$\text{Diferencia \%} = 100 * (\text{MEF} - \text{Cálculo analítico}) / \text{MEF}$$

		Cálculo analítico	MEF	Diferencia	Dif %
Nº	Punto estudiado	MPa	MPa	MPa	%
1	Tensión tangencial máxima alma	0,0006429	0,000641	0,000002	-0,29

Del análisis de la tabla 5.3.4. se desprende que el resultado nº 1 tiene un error de solo el 0,29 % lo que significa que el método analítico y el MEF prácticamente coinciden, siendo menores las tensiones tangenciales que da el MEF que las que da el método analítico para las almas de la viga.

No comparamos el resto de resultados obtenidos en el método analítico porque en este método se miden las tensiones al eje mientras que al utilizar mallados en los métodos de elementos finitos las zonas conflictivas (como pueden ser los codos y las esquinas) no son comparables al ser cada nodo una extrapolación de los nodos adyacentes.

VIGA 2:

En la tabla 5.4.4 se presentan los resultados obtenidos y se comparan entre el valor calculado analíticamente y el valor que ofrece el MEF.

La fórmula utilizada para el cálculo del error es:

$$\text{Diferencia \%} = 100 * (\text{MEF} - \text{Cálculo analítico}) / \text{MEF}$$

		Cálculo Analítico	MEF	Diferencia	Dif %
Nº	Punto estudiado	MPa	MPa	MPa	%
1	Tensión tangencial máxima alma (2 iguales)	0,0003758	0,000376	0,0000002	0,06
2	Tensión tangencial nudos ALMA-ALA (4 iguales)	0,0002242	0,000245	0,0000208	8,49

Del análisis de la tabla 5.4.4 se desprende que el resultado del registro nº 1 tiene un error de solo el 0,06 % lo que significa que el método analítico y el MEF, prácticamente coinciden siendo menores las tensiones tangenciales que da el MEF que las que da el método analítico para las almas de la viga.

En cuanto al resultado nº 2 el error es del 8,49 % es un error admisible dando el MEF un resultado superior ya que en el método analítico se miden las tensiones al eje mientras que al utilizar mallados en los métodos de elementos finitos las zonas conflictivas (como pueden ser los codos y las esquinas) no son comparables al ser cada nodo una extrapolación de los nodos adyacentes.

VIGA 3:

En la tabla 5.5.4 se presentan los resultados obtenidos y se comparan entre el valor calculado analíticamente y el valor que ofrece el MEF:

La fórmula utilizada para el cálculo del error, tomando valores absolutos es:

$$\text{Diferencia \%} = 100 * (\text{MEF} - \text{Cálculo analítico}) / \text{MEF}$$

		Cálculo analítico	MEF	Diferencia	Dif %
Nº	Punto estudiado	MPa	MPa	MPa	%
1	Tensión tangencial máxima alma central.	16,049	15,9919	0,0571	0,36
2	Tensión tangencial máxima alma izquierda.	12,960	12,8440	0,1160	0,90
3	Tensión tangencial máxima alma derecha.	15,300	15,2430	0,0570	0,37
4	Tensión tangencial alma central nudo B-ALMA Y E-ALMA.	13,590	10,1531	3,4369	33,85
5	Tensión tangencial alma izquierda nudo A-ALMA = D-ALMA	10,498	10,0518	0,4462	4,44
6	Tensión tangencial alma derecha nudo C-ALMA=F-ALMA.	12,834	12,1268	0,7072	5,83

Del análisis de la tabla 5.5.4 se desprende que el resultado nº 1, 2 Y 3 tiene una diferencia entorno al 6% lo que significa que en este tipo de vigas bicelulares el método analítico por las simplificaciones que realizamos puede que no obtenga los resultados completamente precisos, siendo mayores las tensiones tangenciales que da el MEF.

Es significativo el error que se produce en el registro 4. No comparamos estos resultados obtenidos en el método analítico porque en este método se miden las tensiones al eje mientras que al utilizar mallados en el método de elementos finitos las zonas conflictivas (como pueden ser los codos y las esquinas) no son comparables al ser cada nodo una extrapolación de los nodos adyacentes.

Sin embargo, el registro 5 y 6 correspondiente a los nudos alma-ala extremos los errores son muy pequeños, menores del 6,00%, lo que confirma que en estos al no haber salto de tensiones tangenciales el cálculo analítico coincide con el MEF.

VIGA 4:

En la tabla 5.6.4 se presentan los resultados obtenidos y se comparan entre el valor calculado analíticamente y el valor que ofrece el MEF.

La fórmula utilizada para el cálculo del error es:

$$\text{Diferencia \%} = 100 * (\text{MEF} - \text{Cálculo analítico}) / \text{MEF}$$

		Cálculo analítico	MEF	Diferencia	Dif %
Nº	Punto analizado	MPa	MPa	MPa	%
1	Tensión tangencial máxima alma central	101,16	99,2209	1,9391	1,92
2	Tensión tangencial máxima alma izquierda	101,16	99,2209	1,9391	1,92
3	Tensión tangencial máxima alma derecha	101,16	99,2209	1,9391	1,92
4	Tensión tangencial alma central nudo C-ALMA = H-ALMA	80,93	82,8699	1,9399	2,40
5	Tensión tangencial alma izquierda nudo B-ALMA = G-ALMA	80,93	82,8699	1,9399	2,40
6	Tensión tangencial alma derecha nudo D-ALMA = I-ALMA	80,93	82,8699	1,9399	2,40
7	Tensión tangencial nudos alas (6 iguales)	20,20	21,5256	1,3256	6,56

Del análisis de la tabla 5.6.4 se desprende que los resultados de los registros nº 1 al 6 tiene una diferencia entorno al 2 % lo que significa que en este tipo de vigas híbridas el método analítico, por las simplificaciones que realizamos, puede que no obtenga los resultados completamente precisos, siendo menores las tensiones tangenciales que da el MEF.

El registro 7 correspondiente a los nudos ALMA-ALA, el error es del 6,56%. Esto se debe a que en estos nudos vistos desde el ala no se sabe con precisión lo que ocurre en el salto de tensión desde 80,93 hasta 20,20 MPa. No comparamos estos resultados obtenidos en el método analítico porque en este método se miden las tensiones al eje mientras que al utilizar mallados en los métodos de elementos finitos las zonas conflictivas (como pueden ser los codos y las esquinas) no son comparables al ser cada nodo una extrapolación de los nodos adyacentes.

Conclusiones:

De los resultados alcanzados se concluye que se han encontrado niveles de aproximación buenos con respecto a los que proporcionan las correspondientes teorías, si bien es cierto que, obteniendo algún punto con error más elevado, pero casos aislados. No comparables al resto de resultados obtenidos en el método analítico porque en este método se miden las tensiones al eje mientras que al utilizar mallados en los métodos de elementos finitos

las zonas conflictivas (como pueden ser los codos y las esquinas) no son fiables al ser cada nodo una extrapolación de los nodos adyacentes.

En las tres primeras vigas los resultados del MEF han sido superiores al resultado analítico, sin embargo, en la viga multicelular híbrida el resultado de ANSYS ha sido inferior al resultado analítico.

El programa utilizado ha sido Ansys que dispone de un módulo de estática estructural muy adecuado para la aplicación del MEF a la resolución de problemas de análisis de tensiones y deformaciones, pues cuenta con infinidad de opciones y variables de modo que puede aplicarse a cálculos estáticos, dinámicos, con materiales de diferente comportamiento, etc.

Con este trabajo también me ha ayudado a recordar y profundizar en contenidos de las asignaturas relacionadas con la Resistencia de materiales en la parte de los ejercicios que hemos resuelto teóricamente.

Por otra parte, este proyecto ha servido para iniciarme en el conocimiento del método de los elementos finitos, de tanta importancia hoy en día en el campo de la Ingeniería Industrial. Me ha permitido, además, iniciarme en el manejo de un programa informático para la resolución de problemas mediante la aplicación del método de los elementos finitos como es Ansys. Los resultados han sido los esperados, teniendo un error menor al 10% de media quitando en algún punto concreto. Los problemas principales que han producido esos errores han sido la homogeneidad de la malla y los contactos creados entre las piezas.

La conclusión final del proyecto sería muy satisfactoria por lo explicado anteriormente. He reforzado conceptos aprendidos a lo largo de la carrera a la vez que he aprendido a utilizar un programa de diseño por el método de los elementos finitos como es Ansys.

Por lo tanto, el objetivo del proyecto ha sido cumplido.

6.2. Trabajos futuros.

A la vista de los resultados obtenidos se proponen los siguientes trabajos para el futuro.

- 1 Repetir el proceso con otros perfiles, otras cargas y otras dimensiones para corroborar los resultados comparativos entre el método analítico y el MEF.
- 2 Comparativa de resultados de tensiones tangenciales mediante cálculo analítico y MEF en puntos singulares (vértices, esquinas, etc) de secciones de perfiles de paredes delgadas.

Referencias bibliográficas.

- 1) Victoria, M. y Díaz, C. Ampliación de Resistencia de Materiales. Ejercicios Resueltos, ETS de Ingeniería Industrial, Universidad Politécnica de Cartagena, 2009.
- 2) Martí, P. y Torrano, S. Apuntes Elasticidad y Resistencia de Materiales, Departamento de Estructuras y Construcción, Universidad Politécnica de Cartagena, 2006.
- 3) Garrido, J.A. y Foces, A. Resistencia de Materiales. Valladolid: Servicio de Publicaciones e intercambio científico de la Universidad de Valladolid, 1999.
- 4) Swanson Analysis Systems. ANSYS. User's manual, versión 18 and theory reference, 2017.
- 5) Miquel, J. Resistencia de Materiales y Estructuras. Ediciones CIMNE, 2012.
- 6) Zamora, B. y García, L.P. Notas al curso de formación específica. Aplicaciones del método de los elementos finitos en ingeniería, UPCT, 2003.
- 7) Oñate, E. Cálculo de estructuras por el método de elementos finitos. Análisis estático lineal, Ed UPC, 2004.