



TRABAJO FIN DE GRADO

Grado en Ingeniería Civil

UPCT

CONSOLIDACIÓN 1-D EN MEDIOS MULTICAPA. UNA SOLUCIÓN NUMÉRICA A PARTIR DE MEDIDAS DE LOS COEFICIENTES DE CONSOLIDACIÓN EN LABORATORIO.

Alumno: Pedro Alguacil Raymundo

Director: Iván Alhama Manteca

Codirector: Gonzalo García Ros

ÍNDICE

Capítulo 1. Introducción y objetivos.....	pág. 3
Capítulo 2. Fundamentos teóricos.....	pág. 5
2.1 La teoría de la consolidación y el análisis de asentamientos	pág. 5
2.2 Teoría de Terzaghi para la consolidación vertical	pág. 7
2.2.1 Deducción de la ecuación de comportamiento	pág. 7
2.2.2 Solución de la ecuación de comportamiento	pág. 12
Capítulo 3. Ensayo de consolidación	pág. 15
3.1 Aparato y procedimiento	pág. 15
3.2 Equipos y materiales	pág. 17
3.3 Ensayo de consolidación	pág. 18
Capítulo 4. Simulaciones	pág. 39
4.1 Simulaciones. Caso 01	pág. 41
4.2 Simulaciones. Caso 02	pág. 43
4.3 Análisis de resultados	pág. 46
Capítulo 5. Conclusiones y Bibliografía	pág. 47

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

Al someter una masa de suelo saturado a un incremento de carga, ésta es soportada inicialmente por el agua contenida en los poros, ya que ella es incompresible en comparación con la estructura del suelo. La presión que resulta en el agua a causa del incremento de la carga es llamada exceso de presión hidrostática. A medida que el agua drena de los poros del suelo, el incremento de carga es transmitido a la estructura del suelo. La transferencia de carga es acompañada por un cambio en el volumen del suelo igual al volumen de agua drenada. Este proceso es conocido como consolidación.

Este es un proceso que tiene un tiempo acotado de ocurrencia, comienza cuando se aplica el incremento de carga, y finaliza cuando la presión de los poros es igual a la hidrostática, o lo que es lo mismo, cuando se ha producido la totalidad de la transferencia de carga del agua a la estructura de suelo. Terminado este proceso llamado consolidación primaria, el suelo continúa deformándose, aunque en menor magnitud, debido a un reacomodamiento de los granos. A este último proceso se lo denomina consolidación secundaria.

El asiento total, suponiendo que el último valor medido coincide con el momento en que desaparece toda la sobrepresión intersticial creada al aplicar la carga, es una medida de la deformación del esqueleto del suelo. Si se realizan varios escalones de carga, se obtendrá una curva de compresibilidad, que relaciona la presión efectiva (en escala logarítmica) con la deformación del esqueleto mineral, expresada por el índice de poros o relación de vacíos.

El propósito fundamental del ensayo de consolidación es determinar ciertos parámetros que se utilizan para predecir la velocidad y la magnitud del asentamiento de estructuras fundadas sobre arcillas. Además, el ensayo permite obtener información acerca de la historia de presiones a que ha sido sometido el suelo.

Los principales objetivos de este proyecto son:

- Conocer los fundamentos teóricos en los que está basado el problema que se aborda, la teoría del problema de consolidación lineal 1-D vertical, basados en la teoría de consolidación de Terzaghi (Terzaghi & Frölich, 1933) y las ecuaciones descritas por Berry (Mecánica de Suelos, P.L. Berry).
- Realizar en el laboratorio el ensayo de consolidación unidimensional a partir del cual se obtendrán las curvas de consolidación y edométricas de dos muestras de arcilla distintas. A partir de las curvas de consolidación se deducirán los distintos coeficientes de consolidación para cada escalón de carga.
- Con los datos anteriormente recogidos, se realizarán simulaciones numéricas mediante ordenador para un caso real de consolidación, obteniendo soluciones de forma gráfica para el grado de consolidación promedio, asientos locales, asientos en superficie y evolución del exceso de presión intersticial.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 La teoría de la consolidación y el análisis de asentamientos

Cuando un depósito de suelo se somete a un incremento de esfuerzos totales, por ejemplo, como resultado de la carga aplicada por la construcción de un edificio o un terraplén, se produce en el suelo un exceso de presión intersticial. Puesto que el agua no puede resistir esfuerzos cortantes, el exceso de presión intersticial se disipa mediante un flujo de agua hacia el exterior. La velocidad a la cual se produce este proceso depende principalmente de la permeabilidad de la masa de suelo.

La disipación del exceso de presión intersticial debida al flujo de agua hacia el exterior se denomina *consolidación*, proceso que tiene dos consecuencias importantes:

a) Conduce a una reducción del volumen de poros y, por tanto, a una reducción del volumen total de la masa de suelo, lo cual se manifiesta en el asentamiento de la estructura.

b) Durante la disipación del exceso de presión intersticial, el esfuerzo efectivo de la masa de suelo aumenta y por tanto se incrementa su resistencia al cortante. La consolidación y la resistencia al cortante son, por tanto, procesos que se relacionan mutuamente.

De lo anterior se deduce que cuando un suelo se consolida se produce una disminución de la relación de vacíos acompañada por un incremento del esfuerzo efectivo.

En un suelo granular, tal como una arena, la permeabilidad es relativamente alta y por ello el exceso de presión intersticial puede disiparse al instante. En consecuencia, el asentamiento de la estructura por lo general se termina al final de la construcción. En contraste, los depósitos de arcilla a menudo tienen una permeabilidad muy baja y por ello la disipación del exceso de presión intersticial es un proceso muy lento. En consecuencia, una estructura puede continuar asentándose durante varios años después de terminada la construcción.

El proceso de consolidación se aplica a todos los suelos, pero en la práctica sólo tiene interés en el caso de estructuras cimentadas en depósitos de arcilla. En tales casos se necesita predecir:

- a) el asentamiento total de la estructura, y
- b) la velocidad a la cual se produce dicho asentamiento.

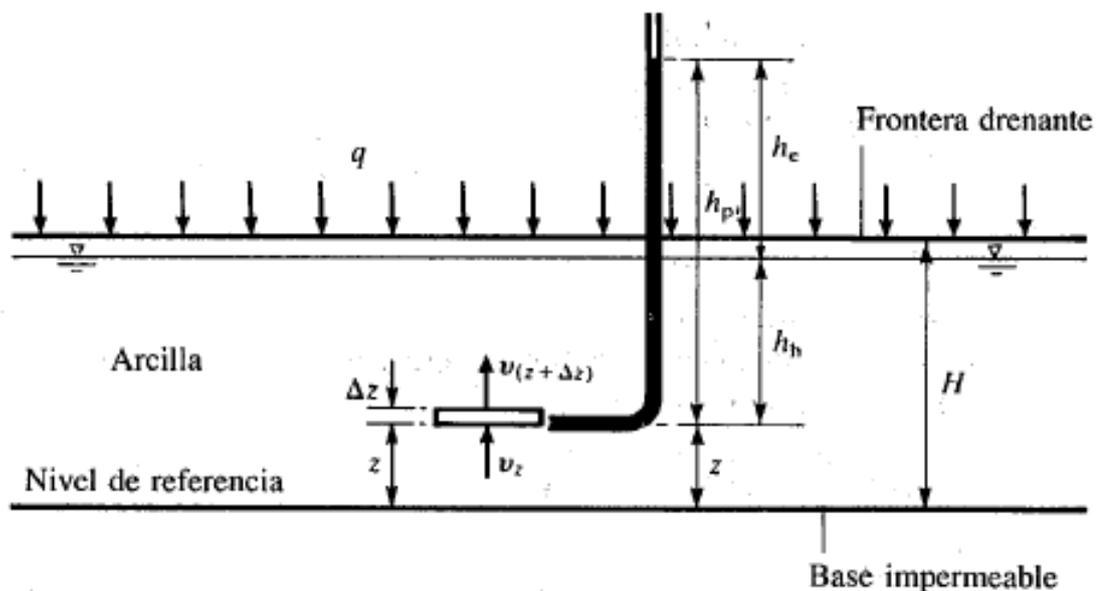
Estas predicciones pueden hacerse mediante una teoría apropiada para la consolidación.

En general, el proceso de la consolidación involucra en tres dimensiones el flujo del agua intersticial y las deformaciones de la masa de suelo. Sin embargo, las teorías tridimensionales son muy complejas y difíciles de aplicar en la práctica y es la base de la casi totalidad de los cálculos de asentamientos.

2.2 Teoría de Terzaghi para la consolidación vertical

2.2.1 Deducción de la ecuación de comportamiento

Considérese un depósito de suelo homogéneo, saturado, de longitud lateral infinita y sometido a una carga uniforme q aplicada en toda el área superficial. El suelo reposa sobre una base impermeable y drena libremente por su cara superior. La disipación del exceso de presión intersticial en sentido vertical ascendente hacia la superficie, ya que el gradiente hidráulico únicamente se presenta en la dirección vertical. Como resultado se producirán deformaciones en la dirección vertical.



Esquema de consolidación vertical de una capa de suelo.

Si se supone que las partículas de suelo y el agua intersticial son incompresibles, entonces la velocidad de cambio de volumen del elemento dV/dt es igual a la velocidad de cambio de volumen de vacíos dV_v/dt . Entonces

$$V \frac{\partial v_z}{\partial z} = - \frac{\partial V_v}{\partial t}$$

Si V_s es el volumen de sólidos en el elemento y e es la relación de vacíos, entonces por definición $V_v = eV_s$. Si se reemplaza en la ecuación anterior y se tiene en cuenta que V_s es una constante, se obtiene

$$V \frac{\partial v_z}{\partial z} = -V_s \frac{\partial e}{\partial t}$$

De donde

$$V \frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t}$$

A partir de la ecuación de Darcy se obtiene para el flujo vertical del agua intersticial a través del elemento

$$v_z = -k_z \frac{\partial h}{\partial z}$$

Donde h es la cabeza total en el elemento y k_z es el coeficiente de permeabilidad vertical del suelo. En terminología de Terzaghi el coeficiente de permeabilidad vertical se designa con k_v . Si se adopta esta notación, de la ecuación se obtiene

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[k_v \frac{\partial h}{\partial z} \right] = -\frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t}$$

En la práctica, las deformaciones verticales por lo general son pequeñas y por tanto es razonable suponer que la permeabilidad del suelo permanece constante durante la aplicación del incremento de carga. Por tanto, se obtiene

$$k_v \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = -\frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t}$$

Si se toma la base del suelo como nivel de referencia, la cabeza total h del elemento está dada por

$$h = z + h_h + h_e$$

donde z es la cabeza de posición, h_h es la cabeza hidrostática y h_e el exceso de cabeza de presión. En la teoría de pequeñas deformaciones puede suponerse que $z + h_h$ permanece constante.

Entonces

$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 h_e}{\partial z^2}$$

El exceso de presión intersticial u_e en el elemento está dado por

$$u_e = \rho_w g h_e$$

De donde se obtiene

$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{1}{\rho_w g} \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2}$$

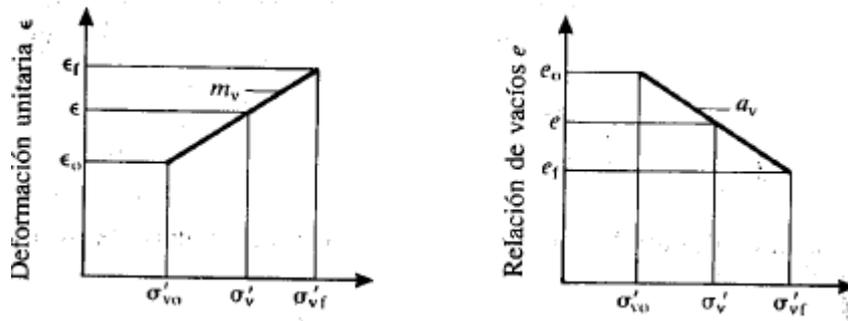
Si se sustituye la ecuación anterior en la anterior a ella y se reordenan, se obtiene

$$\frac{k_v(1+e)}{\rho_w g} \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} = \frac{\partial e}{\partial t}$$

Se tiene entonces una ecuación con dos incógnitas (u_e y e) y para plantear el problema completamente se necesita una ecuación adicional que relacione el exceso de presión intersticial y la relación de vacíos. Ésta se obtiene al considerar el comportamiento del suelo bajo esfuerzo vertical-deformación. Terzaghi tomó este comportamiento como lineal para un incremento de carga en particular.

Puesto que el cambio de deformación es proporcional al cambio de relación de vacíos, esto es completamente razonable siempre que la relación de incrementos de presión sea casi igual a la unidad. La pendiente de la línea se designa con α_v y se denomina coeficiente de compresibilidad. Se tiene entonces

$$\alpha_v = - \frac{\partial e}{\partial \sigma'_v}$$



Deformación unitaria frente al esfuerzo vertical efectivo σ'_v

Si σ_v es el esfuerzo vertical total sobre el elemento, σ'_v el esfuerzo vertical efectivo en el elemento y u la presión intersticial correspondiente, entonces a partir del principio de esfuerzos efectivos se tiene

$$\sigma_v = \sigma'_v + u$$

La presión intersticial u está dada por la presión hidrostática u_h y por el exceso de presión u_e . Esto es

$$u = u_h + u_e$$

Por tanto

$$\sigma_v = \sigma'_v + u_h + u_e$$

Al derivar con respecto al tiempo t

$$\frac{\partial \sigma'_v}{\partial t} + \frac{\partial u_e}{\partial t} = 0$$

De donde se obtiene

$$\frac{\partial \sigma'_v}{\partial t} = - \frac{\partial u_e}{\partial t}$$

Además

$$\frac{\partial e}{\partial t} = - \frac{\partial u_e}{\partial t}$$

Por consiguiente, al sustituir las ecuaciones

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \alpha_v \frac{\partial u_e}{\partial t}$$

y al sustituir la ecuación se obtiene

$$\frac{k_v(1+e)}{\rho_w g \alpha_v} \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} = \frac{\partial u_e}{\partial t}$$

Esta ecuación se expresa de manera más conveniente así:

$$c_v \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} = \frac{\partial u_e}{\partial t}$$

donde

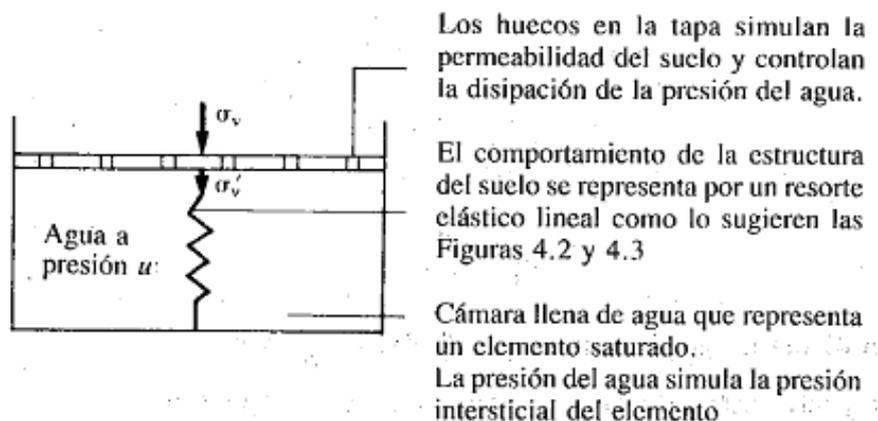
$$c_v = \frac{k_v(1+e)}{\rho_w g \alpha_v}$$

que se denomina coeficiente de consolidación vertical. También se define

$$m_v = \frac{\alpha_v}{1+e}$$

donde m_v se conoce como coeficiente de compresibilidad volumétrica.

La ecuación antepenúltima es la ecuación de comportamiento de la consolidación unidimensional derivada por Terzaghi en 1923. La siguiente figura muestra el modelo reológico equivalente que se utiliza para ayudar a visualizar el proceso de consolidación.



Modelo reológico para el proceso de consolidación vertical.

2.2.2 Solución de la ecuación de comportamiento

Para un área cargada de extensión ilimitada, la presión aplicada q es constante con la profundidad e inicialmente es absorbida por el agua intersticial en la forma de un exceso de presión u_{oe} . Se tiene entonces

Condición inicial para $t = 0$: $u_e = u_{oe} = q$ para $0 \leq z \leq H$

Condición frontera para todo t : $\frac{\partial u_e}{\partial z} = 0$ en $z = 0$, $u_e = 0$ en $z = H$

Condición final para $t = \infty$: $u_e = 0$ para $0 \leq z \leq H$

La solución de la ecuación está dada por

$$\frac{u_e}{u_{oe}} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M} \operatorname{sen} \left[M \left(1 - \frac{z}{H} \right) \right] \exp(-M^2 T_v)$$

donde $M = \frac{\pi}{2} (2m + 1)$ con $m = 0, 1, 2, \dots, \infty$

H = la longitud máxima de la trayectoria de drenaje
 T_v = un factor adimensional denominado factor de tiempo vertical definido como:

$$T_v = \frac{cvt}{H^2}$$

Ahora, el grado de consolidación de un elemento de suelo U_v se define como:

$$U_v = \frac{e_0 - e}{e_0 - e_f}$$

donde e_0 y e_f corresponden a los valores inicial y final de la relación de vacíos respectivamente.

El grado de consolidación es por tanto igual al grado de disipación del exceso de presión intersticial si se sustituye por u_e/u_{oe} en la ecuación antepenúltima se obtiene

$$U_v = 1 - \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{2}{M} \operatorname{sen} \left[M \left(1 - \frac{z}{H} \right) \right] \exp(-M^2 T_v)$$

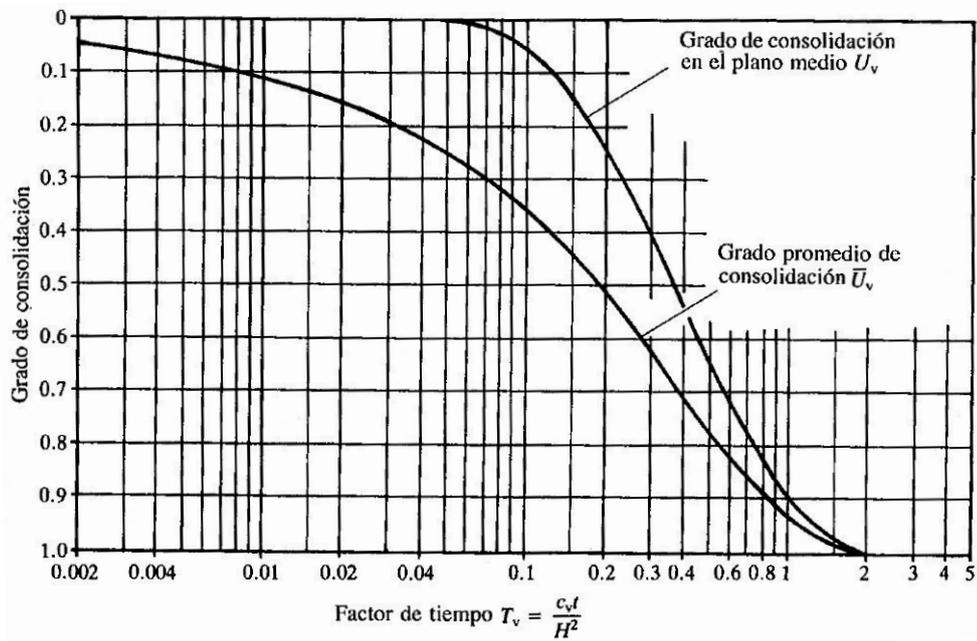
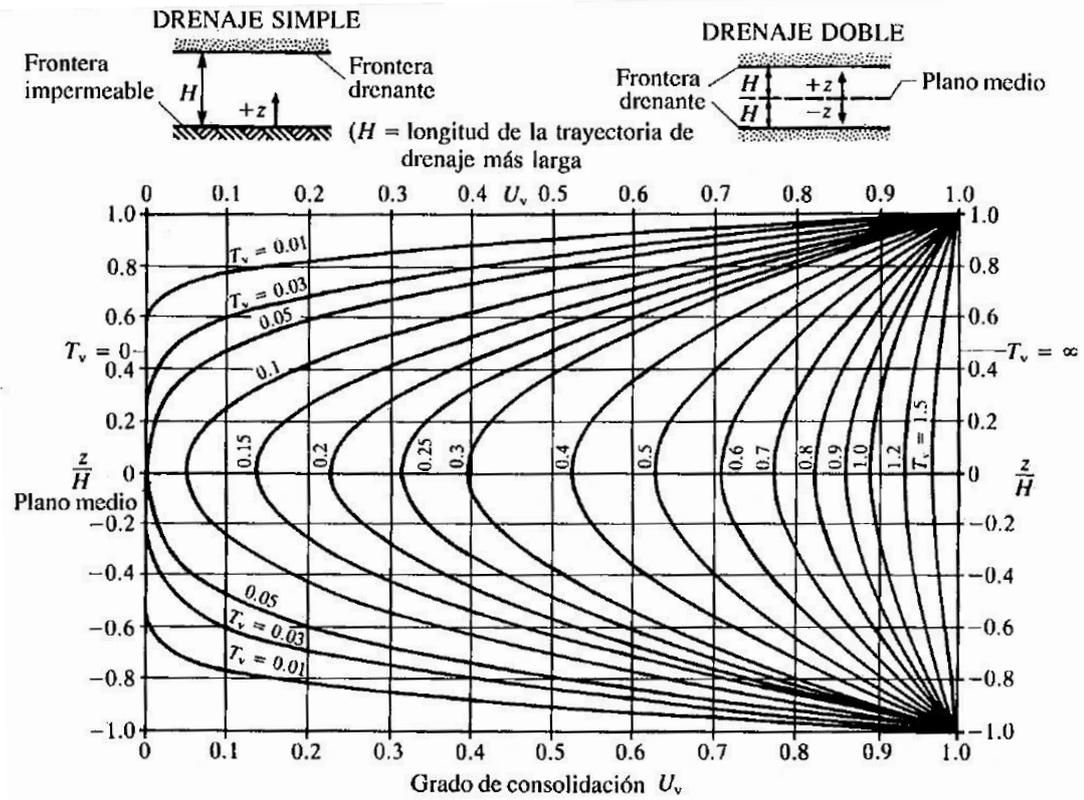
Además de los valores del grado de consolidación U_v , también es necesario calcular el grado promedio de consolidación. Este refleja el asentamiento en la superficie de la capa y, por tanto, el asentamiento de la estructura ingenieril.

$$\bar{U}_v = 1 - \frac{\bar{u}_e}{u_{oe}} = 1 - \frac{1}{H} \int_0^H \frac{u_e}{u_{oe}} dz$$

También podemos expresarlo como

$$U_v = 1 - \frac{1}{H} \int_0^H \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{2}{M} \operatorname{sen} \left[M \left(1 - \frac{z}{H} \right) \right] \exp(-M^2 T_v) dz = 1 - \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{2}{M^2} \exp(-M^2 T_v)$$

Por tanto, para valores dados del factor de tiempo T_v pueden calcularse los valores correspondientes del grado promedio de consolidación. La relación teórica entre ambas se muestra en la figura de escala semilogarítmica. También se muestra el grado de consolidación en el plano medio. Este corresponde al grado de consolidación en el centro de una lámina de suelo que drena por ambos lados, o en la frontera impermeable de una lámina de suelo que experimenta un drenaje simple.



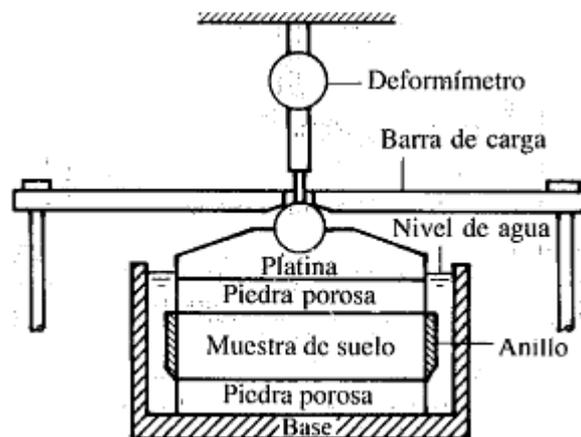
Grado de consolidación local U_v y grado medio de consolidación \bar{U}_v en función de T_v . Figura original del libro "Mecánica de Suelos" (Berry y Reid, [1993])

CAPÍTULO 3

ENSAYO DE CONSOLIDACIÓN

3.1 Aparato y procedimiento

Los parámetros de consolidación c_v y a_v se obtienen en el laboratorio a partir de un ensayo de consolidación que simula las principales hipótesis de Terzaghi, las cuales son la deformación vertical y el flujo vertical del agua intersticial.



Celda convencional para consolidación con pesas.

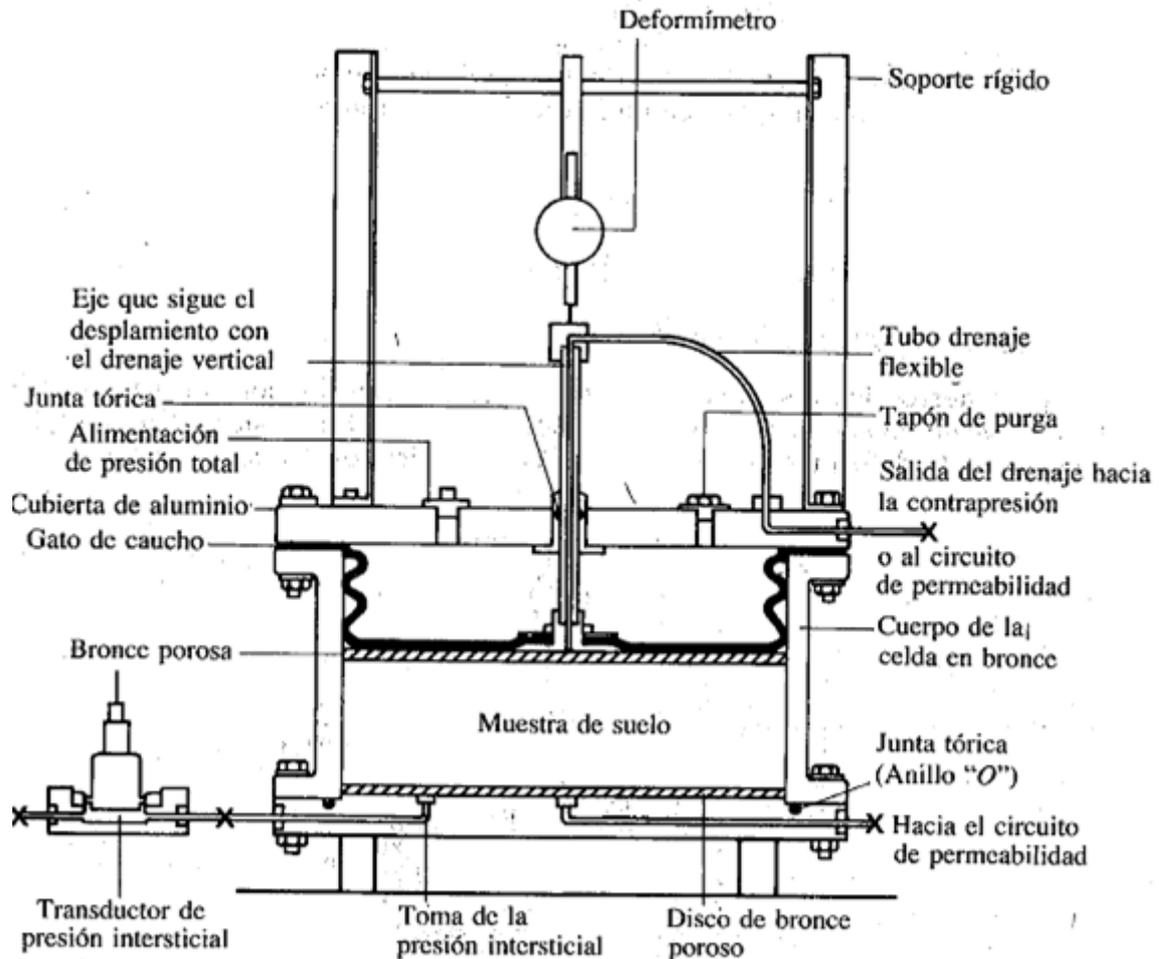
En la figura anterior se muestra la celda para la consolidación en laboratorio desarrollada por Terzaghi, Casagrande et al, en la década de los años treinta. En este aparato se introduce al interior de un anillo de bronce una muestra de suelo de 75 mm de diámetro por 20 mm de espesor; arriba y abajo de la muestra se colocan dos piedras porosas saturadas.

La carga se aplica al suelo por medio de una platina superior, una barra de carga, un brazo de palanca y pesas. Para realizar el ensayo de consolidación se aplica al suelo una carga (generalmente se adopta una relación unitaria de incremento de carga) y se toman lecturas del asentamiento a intervalos de tiempo adecuados.

El ensayo se describe por completo en las normas BS 1377: 1975, Ensayo 17 y ASTM D-2435-70.

Existe otra alternativa de celda de consolidación, la cual fue desarrollada por Rowe et al en la década de los años sesenta (Rowe y Barden, 1966). La diferencia más significativa es que en este aparato la presión de consolidación se aplica de manera hidráulica con un gato formado por una membrana de caucho.

El drenaje de la muestra se produce en sentido vertical ascendente hacia un disco poroso situado encima de la muestra. El agua intersticial se evacua por un orificio para el drenaje vertical como se muestra en la siguiente figura.



Celda hidráulica de consolidación de Rowe

3.2 Equipos y materiales

Los equipos y materiales necesarios para el desarrollo del ensayo son los siguientes:

- **Dispositivos de carga** – Un dispositivo adecuado para aplicar cargas verticales a la muestra. El dispositivo deberá ser capaz de mantener las cargas especificadas durante períodos prolongados y deberá permitir la aplicación de un incremento de carga.
- **Consolidómetro** – Un dispositivo para mantener la muestra dentro de un anillo el cual puede estar fijado a la base o puede ser flotante (sostenido por fricción sobre la periferia de la muestra) con piedras porosas sobre cada

cara de la muestra. El consolidómetro deberá proporcionar también medios para sumergir la muestra, aplicar la carga vertical, y medir el cambio de espesor de la misma.

- **Piedras porosas** – Las piedras porosas podrán ser de carburo de sílice, o de óxido de aluminio, o de un metal que no sea atacado ni por el suelo, ni por la humedad del mismo. La constitución de su porosidad deberá ser lo suficientemente fina para evitar la intrusión del suelo dentro de sus poros.
- **Balanza** – Con aproximación a 0.1 g o a 0.1% del peso total de la muestra.
- **Horno** – Que pueda mantener una temperatura uniforme de $60^{\circ} \pm 5^{\circ} \text{C}$.
- **Deformímetro** – Para medir el cambio de espesor de la muestra con una sensibilidad de 0.0025 mm (0.0001").
- **Equipamiento misceláneo** – Incluye espátulas, navajas y sierras de alambre para la preparación de la muestra. Además, cronómetro.
- **Recipientes** – Para el contenido de humedad, los cuales deberán estar de acuerdo con la norma.

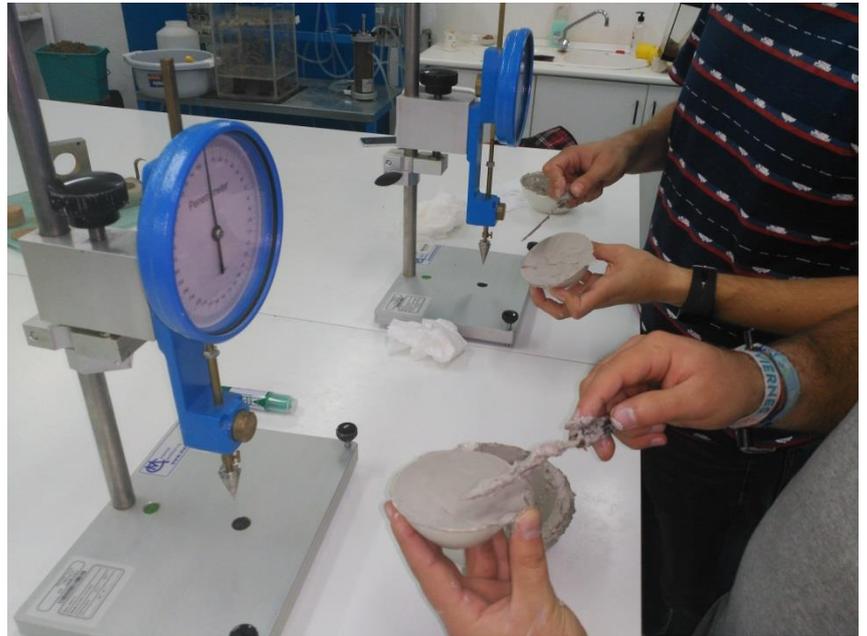
3.3 Ensayo de consolidación

Para este ensayo generalmente se utilizan muestras inalteradas obtenidas de bloques inalterados grandes fabricados y sellados con parafina en el campo. De esta forma conseguimos que no pierdan humedad. Es importante que no haya evidencia de secamiento parcial ni de contracción de los extremos de la muestra. El tiempo de almacenamiento debería reducirse al mínimo.

En nuestro caso estamos analizando muestras arcillosas que estaban previamente en el laboratorio y que queríamos estudiar para clasificarlas. Para llevar a cabo el estudio cogimos dos arcillas distintas y de cada una de las arcillas cogimos dos muestras, una para realizar los ensayos de

determinación de humedad inicial, densidad seca y peso específico relativo de las partículas y otra para realizar el ensayo de consolidación propiamente dicho.

Previamente, las muestras de suelo fueron manipuladas con el objetivo de llevarlas a la humedad correspondiente a su límite líquido. Para ello, se emplea el ensayo del penetrómetro (normativa británica) y se comprueba que la penetración del cono, trascurridos 5 segundos, esté en torno a 20mm. En nuestro caso nos dieron resultados de 21mm para la arcilla B16_11_07_02 y 18,5mm



para la arcilla M16_11_21_01, por lo que dada la proximidad a los 20mm establecidos, dimos por finalizado el procedimiento.

Determinación del índice de poros inicial. Humedad inicial, densidad seca y peso específico relativo de las partículas

Seleccionamos una muestra de cada arcilla, cogemos dos recipientes y los pesamos completamente vacíos y limpios. Una vez anotado el peso introducimos una muestra en cada recipiente y las pesamos. Con los nuevos datos anotados introducimos los recipientes en la estufa a una temperatura constante de 60°C durante 24 horas, con esto conseguimos eliminar el agua existente en las muestras y así poder calcular la humedad inicial. Transcurridas las 24 horas pesamos ambas muestras y ya podemos calcular ambas humedades iniciales. En nuestro caso los datos recogidos de las dos muestras los recogemos en estas dos tablas.

Muestra antes de consolidar	
Humedad inicial (w_o)	
Peso recipiente	60,99 g
Peso recipiente + muestra (0h)	156,61 g
Peso recipiente + muestra (24h)	117,63 g
Peso muestra (0h)	95,62 g
Peso muestra (24h)	56,64 g
Peso del agua (W_w)	38,98 g
Peso del suelo (W_s)	56,64 g
Humedad inicial	68,82 %

Datos Muestra Arcilla I (B16_11_07_02)

Muestra antes de consolidar	
Humedad inicial (w_o)	
Peso recipiente	60,99 g
Peso recipiente + muestra (0h)	167,18 g
Peso recipiente + muestra (24h)	137,16 g
Peso muestra (0h)	106,19 g
Peso muestra (24h)	76,17 g
Peso del agua (W_w)	30,02 g
Peso del suelo (W_s)	76,17 g
Humedad inicial	39,41 %

Muestra Arcilla II (M16_11_21_01)

En este momento procedimos a calcular la densidad seca inicial (ρ_d) que con los datos anteriores y al haber usado un recipiente de dimensiones conocidas, el cálculo es directo.

<u>Densidad seca inicial (ρ_d)</u>	
Masa seca de la probeta (m_d)	56,64 g
Diámetro anillo de corte	5 cm
Área (A)	19,634 m ²
Altura del anillo (H_o)	3 cm
ρ_d	0,962 g/cm ³

Datos Muestra Arcilla I (B16_11_07_02)

<u>Densidad seca inicial (ρ_d)</u>	
Masa seca de la probeta (m_d)	76,17 g
Diámetro anillo de corte	5 cm
Área (A)	19,634 m ²
Altura del anillo (H_o)	3 cm
ρ_d	1,293 g/cm ³

Muestra Arcilla II (M16_11_21_01)

Para determinar la densidad relativa de las partículas (G_s) de cada muestra utilizamos el ensayo del picnómetro. Para desarrollar este ensayo necesitamos llenar el picnómetro con agua hasta el enrase y pesamos (M1). Vaciamos el picnómetro hasta la mitad aproximadamente y pesamos (M2). Añadimos cada muestra a un picnómetro diferente y pesamos (M3). En este momento debemos eliminar todas las burbujas de aire, para ello dejamos reposar los dos picnómetros 24h. Llenamos el picnómetro hasta enrasar, es conveniente usar una jeringuilla para introducir el agua lentamente y sin formar burbujas, lo pesamos (M4).



Tenemos por tanto que la masa del árido será M3-M2, y su volumen el del líquido que desaloja (o el cociente de su masa y densidad): (M3-M2)-(M4-M1)/ρ. Tener en cuenta que la densidad depende de la temperatura.

Densidad relativa de las partículas (G_s)	
M1	173,71 g
M2	114,61 g
M3	130,22 g
M4	182,67 g
G_s	2,35

Datos Muestra Arcilla I (B16_11_07_02)

Densidad relativa de las partículas (G_s)	
M1	172,78 g
M2	111,72 g
M3	118,55 g
M4	175,81 g
G_s	1,79

Muestra Arcilla II (M16_11_21_01)

Para calcular el índice de poros inicial (e_0), basta con utilizar la ecuación siguiente con los datos de cada muestra.

$$e_0 = \frac{G_s}{\rho_d} - 1$$

$$e_{0 \text{ Muestra Arcilla I}} = 1,441$$

$$e_{0 \text{ Muestra Arcilla II}} = 0,389$$

Ensayo de consolidación

Para realizar este ensayo, tomamos el anillo de consolidación, lo pesamos y anotamos dicho peso. Medimos la altura y el diámetro y comprobamos que estaban acorde a la norma UNE 103-405-9.

Introducimos la muestra en el anillo de consolidación enrasando dicho anillo con cuidado de no aplastar la muestra. Una vez enrasada la muestra, esta fue pesada con el anillo, al tener por un lado el peso del anillo y por otro lado el peso de la muestra y el anillo, podíamos calcular fácilmente el peso de la muestra.

Con la muestra en el anillo de consolidación procedemos a armar la cámara de consolidación poniendo dos filtros de piedra porosa a ambos lados del anillo de consolidación para que el agua drene tanto por arriba como por abajo.

Llevamos la cámara de consolidación montada hacia el cabezal de carga y una vez ubicada procedemos a nivelar el brazo de palanca, vertemos agua en la cámara de consolidación hasta cubrir completamente la piedra porosa de la parte superior.

En este momento ajustamos el micrómetro en cero y colocamos la carga.

Para ambas muestras se empezó colocando una precarga de 0,25kg que por el brazo multiplicador y referida a su área se traducía en una presión de 12,5 KN/m². Pasadas 24h anotamos la deformación obtenida por la precarga y comenzamos con el primer escalón de carga que en nuestro caso era nuevamente 0,25kg y transmitían 12,5 KN/m² de presión a la muestra.

En este escalón de carga se toman las deformaciones que va sufriendo la muestra en los tiempos recomendados, estos son: 5 seg, 10 seg, 15 seg, 20 seg, 30 seg, 45 seg, 1 min, 1,5 min, 2 min, 3 min, 5 min, 7 min, 10 min, 15 min, 20 min, 30 min, 45 min, 60 min, 90 min, 120 min, 480 min, 900 min y 1440 min. Estos tiempos son cronometrados al momento de hacer el incremento de carga y se toman lecturas de deformación hasta que la curva

Tiempo-Deformación entre a su consolidación secundaria (tramo recto de la curva); entonces se podrá hacer el siguiente incremento de carga.

Una vez obtenidos los datos de este primer escalón de carga, pasamos los datos a nuestra hoja programada y realizamos dos gráficas una para el Método del Logaritmo del Tiempo, y otra para el Método de la raíz del tiempo.

Realizamos las mismas mediciones y gráficas para cada uno de los escalones de carga, y realizamos los mismos escalones de carga para ambas muestras



de arcilla. Las mediciones se realizan hasta que la velocidad de deformación se reduzca prácticamente a cero, o sea cuando se haya sobrepasado la consolidación primaria y se encuentra la consolidación secundaria, lo que podrá determinarse en los gráficos de consolidación, realizados durante la ejecución del mismo. Para la mayoría de las arcillas el período necesario de aplicación de la carga para obtener el cien por ciento de consolidación es de 24 horas. Tras obtener la lectura final de un escalón, se prosigue el ensayo aplicando cargas en una progresión, registrándose

lecturas de tiempo y de deformaciones verticales como en el punto anterior.

Se sigue aplicando incrementos de carga hasta que en la gráfica de compresibilidad se esté en el tramo recto o virgen. Luego se podrá descargar en dos o tres decrementos de carga hasta la presión inicial.

Posteriormente se recargará hasta llegar a una presión superior a la lograda en la etapa de carga, de manera de ingresar a la prolongación del tramo virgen correspondiente al primer ciclo de carga.

En el momento de retirada de toda la carga, se deja que la muestra expanda hasta que no se registre expansión en el extensiómetro por un período de 24 horas.

Los escalones de carga realizados fueron los mismos para ambas arcillas, quedando recogidos en la tabla que se muestra a continuación:

	Carga inicial (kN/m ²)	Carga final (kN/m ²)
Precarga	0	12,5
Escalón de carga nº 1	12,5	25
Escalón de carga nº 2	25	50
Escalón de carga nº 3	50	100
Escalón de carga nº 4	100	50
Escalón de carga nº 5	50	25
Escalón de carga nº 6	25	50
Escalón de carga nº 7	50	100
Escalón de carga nº 8	100	200
Escalón de carga nº 9	200	400
Escalón de carga nº 10	400	200
Escalón de carga nº 11	200	100

Donde se puede comprobar que los escalones de carga N^o 4, 5, 10 y 11 corresponden a procesos de descarga.

A continuación mostramos unos ejemplos de escalones de carga para mostrar cómo hemos desarrollado y analizado cada escalón de carga.

Escalón de carga N°8

Escalón de carga N°	8
Fecha	17/11/2016
H_{muestratrainicial}	15,41 mm

Escalón de carga						
	Peso aplicado	Relación de carga	Carga aplicada	Presión	Presión	Presión
	kg		kg	kg/cm ²	N/m ²	kN/m ²
Carga inicial	2	10	20	1,019	99923,8	99,92
Incremento de carga	2	10	20	1,019	99923,8	99,92
Carga final	4	10	40	2,037	199847,7	199,85

Ejemplo de Escalón de carga 8 Muestra Arcilla I (B16_11_07_02)

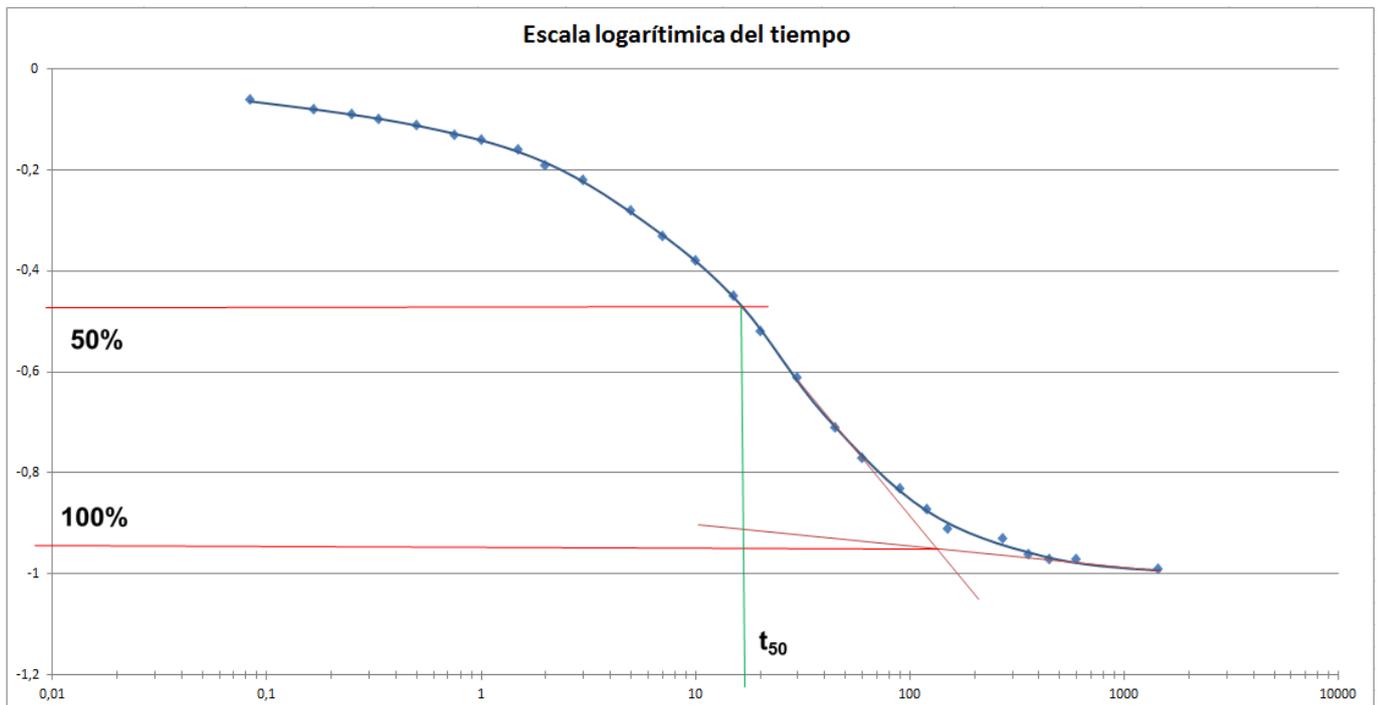
Tiempo		Tiempo (minutos)	Deformación muestra mm	H instantáneo mm
5	s	0,083333333	-0,06	15,35
10	s	0,166666667	-0,08	15,33
15	s	0,25	-0,09	15,32
20	s	0,333333333	-0,1	15,31
30	s	0,5	-0,11	15,3
45	s	0,75	-0,13	15,28
1	min	1	-0,14	15,27
1,5	min	1,5	-0,16	15,25
2	min	2	-0,19	15,22
3	min	3	-0,22	15,19
5	min	5	-0,28	15,13
7	min	7	-0,33	15,08
10	min	10	-0,38	15,03
15	min	15	-0,45	14,96
20	min	20	-0,52	14,89
30	min	30	-0,61	14,8
45	min	45	-0,71	14,7
1	hora	60	-0,77	14,64
1,5	horas	90	-0,83	14,58
2	horas	120	-0,87	14,54
2,5	horas	150	-0,91	14,5
4,5	horas	270	-0,93	14,48
6	horas	360	-0,96	14,45
7,5	horas	450	-0,97	14,44
10	horas	600	-0,97	14,44
20	horas	1200		
24	horas	1440	-0,99	14,42

Ejemplo de Escalón de carga 8 Muestra Arcilla I (B16_11_07_02)

Con los datos recogidos de la deformación por instante de tiempo de cada escalón construimos dos gráficas una poniendo el tiempo en escala logarítmica y otra poniendo en las ordenadas la raíz del tiempo. Así podremos obtener un C_v para el método del logaritmo y otro para el método de la raíz del tiempo.

Método del logaritmo del tiempo

El coeficiente de consolidación, C_v , en este método, se obtiene, para cada incremento de carga, a partir de la gráfica de la deformación contra el logaritmo del tiempo, extrayendo de cada una el valor del tiempo correspondiente al 50% de la consolidación primaria, tal como se puede apreciar en la gráfica mostrada más adelante.



Ejemplo de Escalón de carga 8 Muestra Arcilla I (B16_11_07_02)

Una vez obtenido el tiempo para un grado de consolidación promedio del 50%, se utiliza la siguiente expresión para la determinación del coeficiente de consolidación para cada incremento de carga:

$$C_v = \frac{0,197H^2}{t_{50}}$$

Donde t_{50} sacada de la gráfica observamos que es 17,5 minutos y H es igual a la trayectoria de drenaje promedio más larga durante la consolidación. Teniendo en cuenta de que en nuestro caso drena por arriba y por abajo, en este escalón de carga el valor de H lo calcularíamos como:

$$H = \frac{H_{media}}{2} = \frac{H_{inicial} - H_{final}}{2} = \frac{15,41 - 14,42}{2} = 7,4575mm$$

Por tanto, c_v en este caso sería:

$$C_v = \frac{0,197 \times 7,4575^2}{17,5} = 0,626 \text{ mm}^2/\text{min} = 0,329 \text{ m}^2/\text{año}$$

Método de la raíz del tiempo

Taylor propuso un método para poder el tiempo de consolidación, para un porcentaje de consolidación del 90%, a partir de la curva Deformación $-\sqrt{t}$, correspondiente al escalón de carga que presente la situación in situ. Determinado ese tiempo de consolidación, puede luego estimarse el coeficiente de consolidación, utilizando la ecuación:

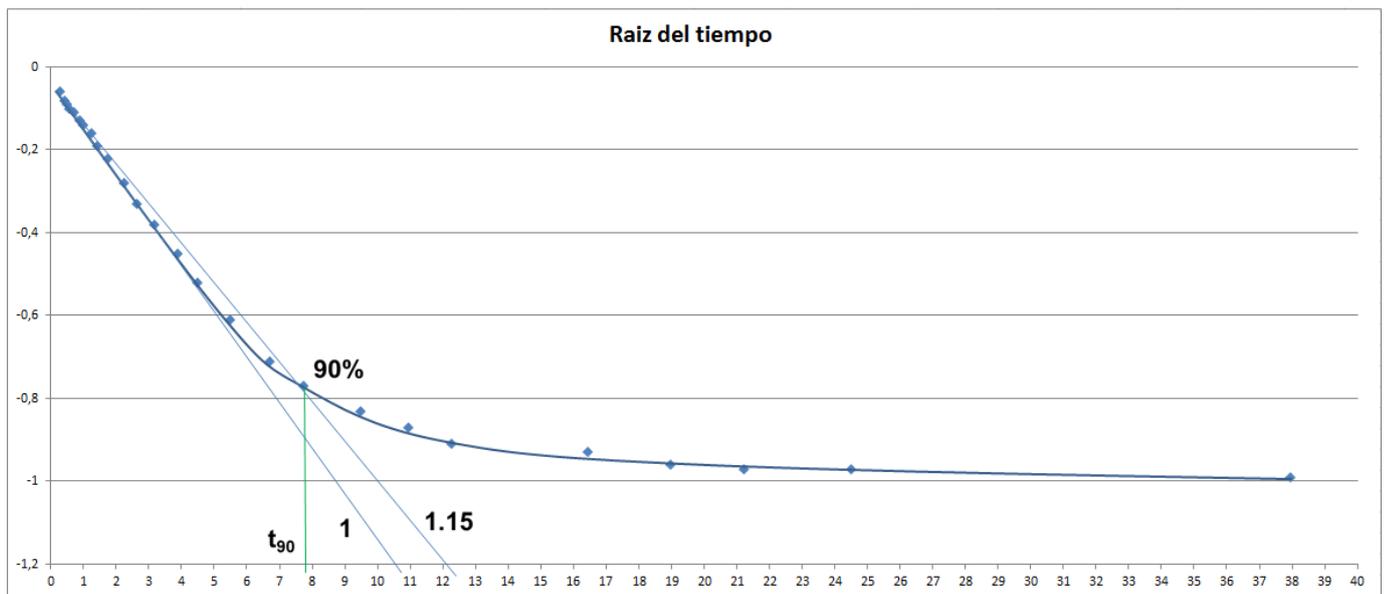
$$C_v = \frac{0,848H^2}{t_{90}}$$

Para obtener t_{90} se tiene que trazar una línea que una 5 puntos. (tangente inicial). Luego, se prolonga la línea y la distancia obtenida será multiplicado por 1,15, con ello se trazara una nueva línea, cuya intersección con la curva será t_{90} .

La variable H es la misma que la del método del Logaritmo, mientras que el t_{90} tiene el valor de 60,84 minutos, pues la lectura en la gráfica es de 7,8 (raíz cuadrada).

Será por tanto en este caso C_v :

$$C_v = \frac{0,848 \times 7,457^2}{60,84} = 0,775 \text{ mm}^2/\text{min} = 0,407 \text{ m}^2/\text{año}$$



Ejemplo de Escalón de carga 8 Muestra Arcilla I (B16_11_07_02)

Escalón de carga N°4

A continuación se muestra, a modo de ejemplo, un escalón de descarga para mostrar cómo hemos desarrollado y analizado cada escalón de descarga.

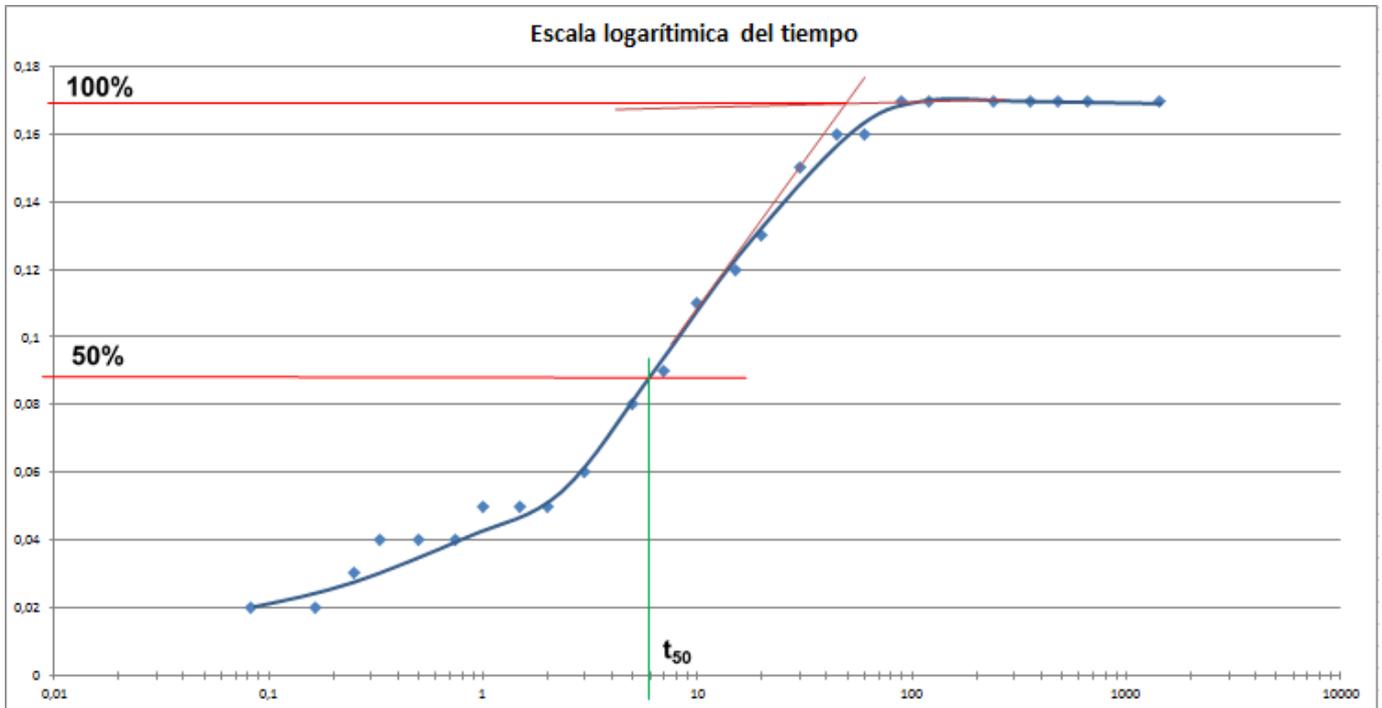
Escalón de carga N°	4
Fecha	11/11/2016
H_{muestratrainicial}	15,54 mm

Escalón de carga	Peso aplicado	Relación de carga	Carga aplicada	Presión	Presión	Presión
	kg		kg	kg/cm ²	N/m ²	kN/m ²
Carga inicial	2	10	20	1,019	99923,8	99,92
Incremento de carga	-1	10	-10	-0,509	-49961,9	-49,96
Carga final	1	10	10	0,509	49961,9	49,96

Tiempo		Tiempo (minutos)	Deformación muestra mm	H instantáneo mm
5	s	0,083333333	0,02	15,56
10	s	0,166666667	0,02	15,56
15	s	0,25	0,03	15,57
20	s	0,333333333	0,04	15,58
30	s	0,5	0,04	15,58
45	s	0,75	0,04	15,58
1	min	1	0,05	15,59
1,5	min	1,5	0,05	15,59
2	min	2	0,05	15,59
3	min	3	0,06	15,6
5	min	5	0,08	15,62
7	min	7	0,09	15,63
10	min	10	0,11	15,65
15	min	15	0,12	15,66
20	min	20	0,13	15,67
30	min	30	0,15	15,69
45	min	45	0,16	15,7
1	hora	60	0,16	15,7
1,5	horas	90	0,17	15,71
2	horas	120	0,17	15,71
4	horas	240	0,17	15,71
6	horas	360	0,17	15,71
8	horas	480	0,17	15,71
11	horas	660	0,17	15,71
24	horas	1440	0,17	15,71

Ejemplo de Escalón de carga (descarga) 4 Muestra Arcilla I (B16_11_07_02)

Método del logaritmo del tiempo



Ejemplo de Escalón de carga (descarga) 4 Muestra Arcilla I (B16_11_07_02)

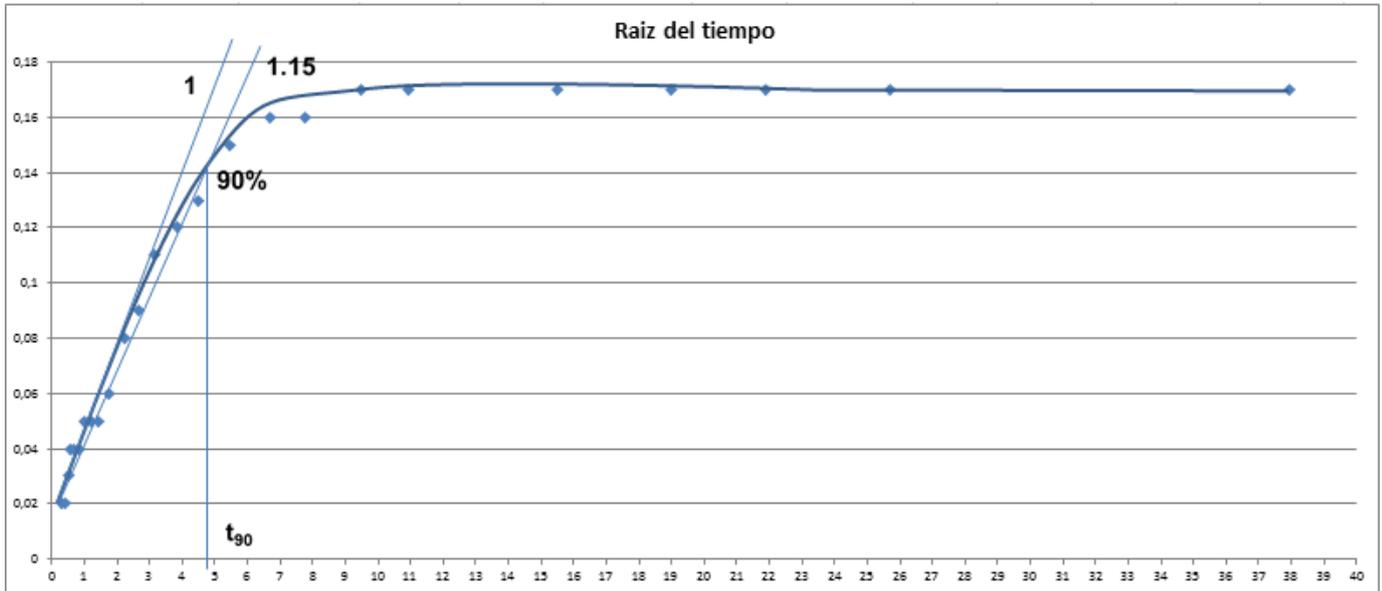
Calculamos H :

$$H = \frac{H_{media}}{2} = \frac{H_{inicial} - H_{final}}{2} = \frac{15,71 - 15,54}{2} = 7,8125 \text{ mm}$$

Y obtenemos en este caso un C_v :

$$C_v = \frac{0,197 \times 7,8125^2}{6} = 2,004 \text{ mm}^2/\text{min} = 1,053 \text{ m}^2/\text{año}$$

Método de la raíz del tiempo



Ejemplo de Escalón de carga (descarga) 4 Muestra Arcilla I (B16_11_07_02)

Obtenemos en este caso un C_v :

$$C_v = \frac{0.848 \times 7,8125^2}{23,04} = 2,246 \text{ mm}^2/\text{min} = 1,181 \text{ m}^2/\text{año}$$

De manera análoga a los dos ejemplos de escalones de carga y descarga mostrados, realizamos los cálculos para cada escalón de carga y para cada una de las muestras obteniendo así los resultados que de manera esquemática mostramos a continuación. Las curvas edométricas se han obtenido a partir de todos los datos de σ' (kN/m²) y e de todos los escalones de carga de cada una de las muestras.

Resumen de resultados

A continuación se presentan los resultados que se derivan de los ensayos realizados:

Coefficientes de consolidación

Coeficiente de consolidación c_v					
Escalón de carga	Logaritmo del tiempo	Raíz del tiempo	Media	σ'_o (kN/m ²)	σ'_f (kN/m ²)
1	0,173	0,158	0,166	12,5	25
2	0,236	0,364	0,300	25	50
3	0,271	0,360	0,316	50	100
4 (c_s)	1,053	1,181	1,117	100	50
5 (c_s)	0,382	0,386	0,384	50	25
6	0,816	1,220	1,018	25	50
7	0,631	0,706	0,669	50	100
8	0,329	0,407	0,368	100	200
9	0,237	0,243	0,240	200	400
10(c_s)	0,587	0,809	0,698	400	200
11 (c_s)	0,327	0,396	0,362	200	100

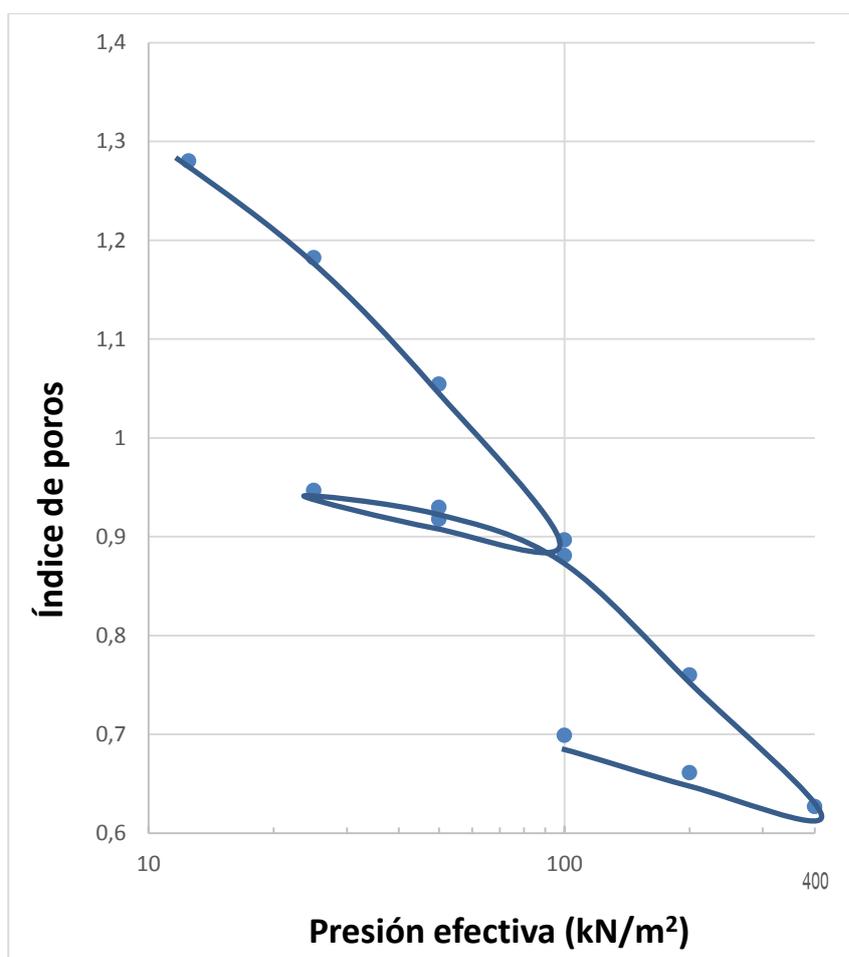
Tabla resumen Coeficiente de Consolidación Muestra Arcilla I (B16_11_07_02)

Coeficiente de consolidación c_v					
Escalón de carga	Logaritmo del tiempo	Raíz del tiempo	Media	σ'_o (kN/m ²)	σ'_f (kN/m ²)
1	0.566	0.661	0.614	12,5	25
2	0.891	0.911	0.901	25	50
3	0.626	0.545	0.586	50	100
4 (c_s)	1.432	1.356	1.394	100	50
5 (c_s)	0.578	0.612	0.595	50	25
6	1.123	1.345	1.234	25	50
7	0.931	0.877	0.904	50	100
8	0.766	0.679	0.723	100	200
9	0.655	0.889	0.772	200	400
10(c_s)	0.788	0.765	0.777	400	200
11 (c_s)	0.432	0.511	0.472	200	100

Tabla resumen Coeficiente de Consolidación Muestra Arcilla II (M16_11_21_01)

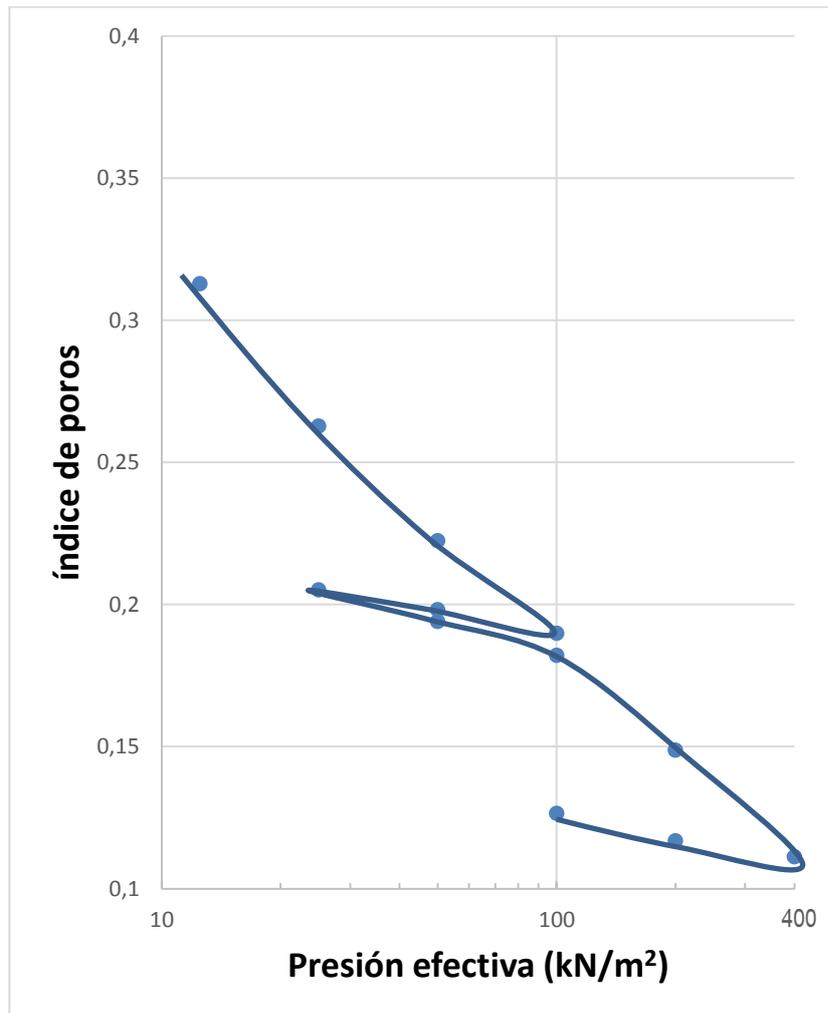
Curvas edométricas

B16_11_07_02	H _f (mm)	σ' (kN/m ²)	e
Inicio	20	0	1.44
Precarga	18.68	12.5	1.28
Escalón 01	17.88	25	1.18
Escalón 02	16.83	50	1.05
Escalón 03	15.54	100	0.89
Escalón 04	15.71	50	0.92
Escalón 05	15.95	25	0.94
Escalón 06	15.81	50	0.92
Escalón 07	15.41	100	0.88
Escalón 08	14.42	200	0.76
Escalón 09	13.33	400	0.62
Escalón 10	13.61	200	0.66
Escalón 11	13.92	100	0.69



Curva Edométrica Muestra Arcilla I (B16_11_07_02)

M16_11_07_02	H_f (mm)	σ' (kN/m ²)	e
Inicio	20	0	0.38
Precarga	18.89	12.5	0.31
Escalón 01	18.17	25	0.26
Escalón 02	17.59	50	0.22
Escalón 03	17.12	100	0.18
Escalón 04	17.24	50	0.19
Escalón 05	17.34	25	0.20
Escalón 06	17.18	50	0.19
Escalón 07	17.01	100	0.18
Escalón 08	16.53	200	0.14
Escalón 09	15.99	400	0.11
Escalón 10	16.07	200	0.11
Escalón 11	16.21	100	0.12



Curva Edométrica Muestra Arcilla II (M16_11_21_01)

Coeficiente de compresibilidad, índice de poros y permeabilidad

	a_v (m ² /kN)	c_v (m ² /año)	e	k_v (m/año)
B16_11_07_02			(e_m)	
Escalón 01	0.0078	0.166	1.23	0.0056
Escalón 02	0.0051	0.300	1.12	0.0071
Escalón 03	0.0031	0.316	0.98	0.0049
Escalón 04	0.0004	1.117	0.91	0.0023
Escalón 05	0.0011	0.384	0.93	0.0022
Escalón 06	0.0006	1.018	0.94	0.0035
Escalón 07	0.0009	0.669	0.91	0.0033
Escalón 08	0.0012	0.368	0.82	0.0023
Escalón 09	0.0006	0.240	0.69	0.0009
Escalón 10	0.0001	0.698	0.64	0.0007
Escalón 11	0.0003	0.362	0.68	0.0007

Muestra Arcilla I (B16_11_07_02)

	a_v (m ² /kN)	c_v (m ² /año)	e	k_v (m/año)
M16_11_21_01			(e_m)	
Escalón 01	0.0040	0.614	0.29	0.01870
Escalón 02	0.0016	0.901	0.24	0.01146
Escalón 03	0.0006	0.586	0.21	0.00311
Escalón 04	0.0001	1.394	0.19	0.00190
Escalón 05	0.0002	0.595	0.20	0.00135
Escalón 06	0.0004	1.234	0.20	0.00448
Escalón 07	0.0002	0.904	0.19	0.00176
Escalón 08	0.0003	0.723	0.17	0.00223
Escalón 09	0.00018	0.772	0.13	0.00151
Escalón 10	0.00002	0.777	0.11	0.00024
Escalón 11	0.000097	0.472	0.12	0.00056

Muestra Arcilla II (M16_11_21_01)

CAPÍTULO 4

SIMULACIONES

Una vez recopilados todos los datos de los ensayos, se procede a realizar las simulaciones correspondientes a dos casos de consolidación propuestos para las arcillas analizadas. En ambos casos se va a analizar un suelo completamente saturado cuyo espesor total es de 3 m. El suelo va a estar formado por dos capas de 1.5 m de espesor de cada una de las arcillas. En el primer caso, la arcilla que ha sido codificada como B16_11_07_02 formará el estrato superior, quedando la arcilla M16_11_21_01 como capa inferior. En el segundo caso analizado, se invertirá el orden de estos estratos. La carga a aplicar al terreno en superficie es de 25kN/m².

Las simulaciones se han llevado a cabo mediante un programa que traduce los datos y propiedades del terreno a un circuito eléctrico y que es resuelto mediante el código de resolución de circuitos Ngspice. Posteriormente, los resultados obtenidos se exportan a Matlab que, mediante una serie de

rutinas de cálculos programadas para el problema de consolidación, traduce los valores de voltajes del circuito a presión intersticiales del suelo.

A partir de los datos recogidos para los ensayos de humedad inicial, se pueden obtener los valores de la densidad aparente de cada muestra de suelo:

Densidades aparentes de las dos muestras de suelo:

B/16/11/07/02	
ρ_{ap}	1.62329551 g/cm ³
	1623.29551 kg/m ³
	15908.296 N/m ³
	15.908296 kN/m ³

M/16/11/21/01	
ρ_{ap}	1.8027374 g/cm ³
	1802.7374 kg/m ³
	17666.8266 N/m ³
	17.6668266 kN/m ³

De esta manera, y con los espesores dados, se deduce que en promedio, la tensión efectiva del terreno es de 25.18 kN/m².

De esta manera, la tensión efectiva final e inicial tienen los siguientes valores:

σ'_o (kN/m ²)	ΔQ (kN/m ²)	σ'_f (kN/m ²)
25	25	50

Por lo tanto, a partir de los resultados del Capítulo 3, las propiedades de nuestro suelo, para el escalón de carga considerado, son:

	c_v (m ² /año)	a_v (m ² /kN)	e	k_v (m/año)
B/16/11/07/02	0.30	0.0051305	1.12	0.00712546
M/16/11/21/01	0.90	0.00161359	0.24	0.03439723

4.1 Simulaciones. Caso 01

Los datos introducidos al programa son:

Capa superior: B16_11_07_02. Espesor = 1.5 m.

Capa inferior: M16_11_21_01. Espesor = 1.5 m.

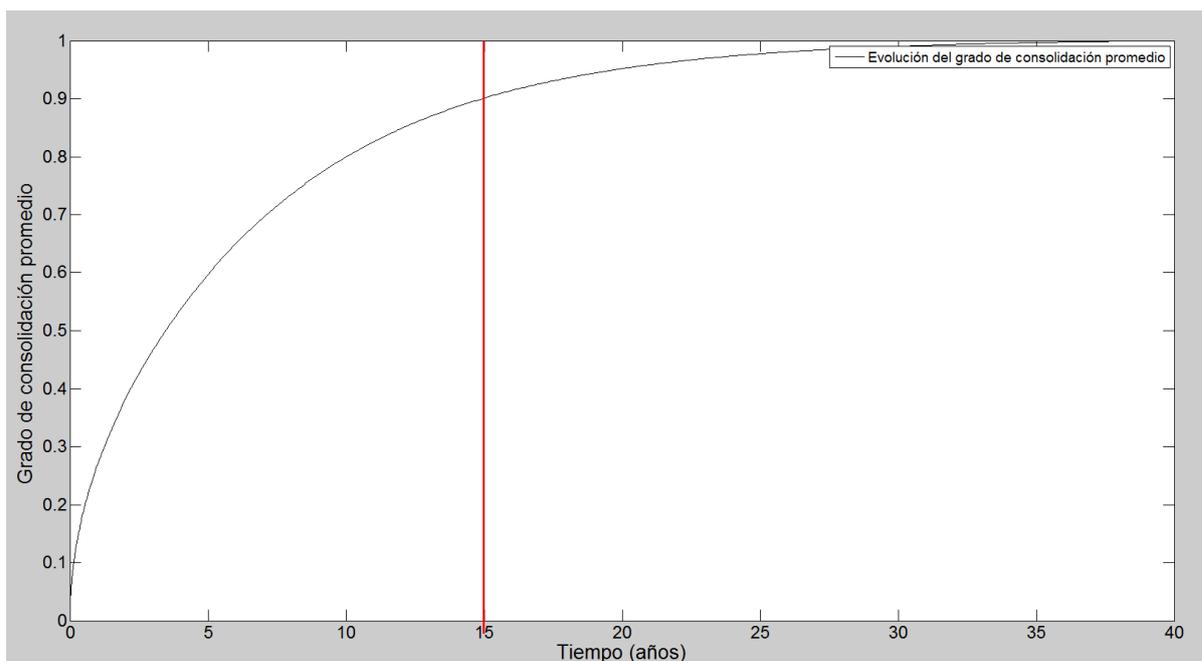
Con sus respectivas propiedades (a_v , e , k_v y c_v)

El número de celdas elegido es de 60. Con esta reticulación se obtiene una precisión en los resultados muy elevada, con errores relativos inferiores al 1%.

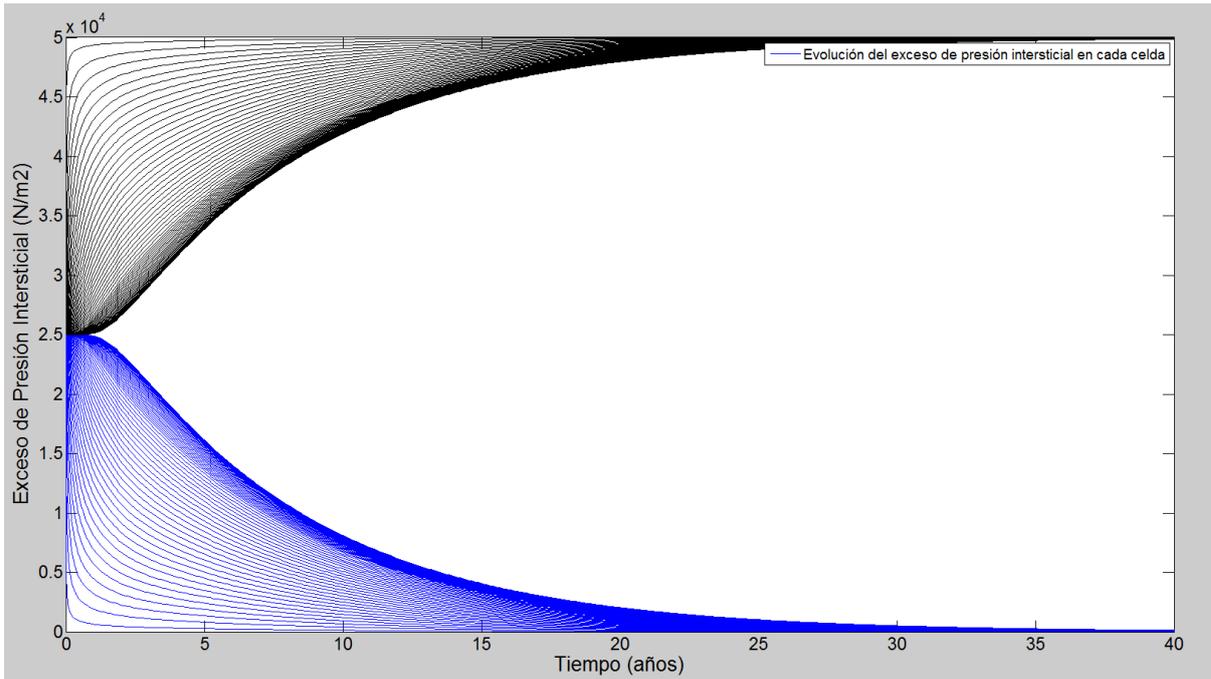
Resultados

De entre la gran variedad de resultados (en forma gráfica) que nos ofrece el programa, vamos a presentar las 4 gráficas que, bajo nuestro criterio, son las de mayor interés.

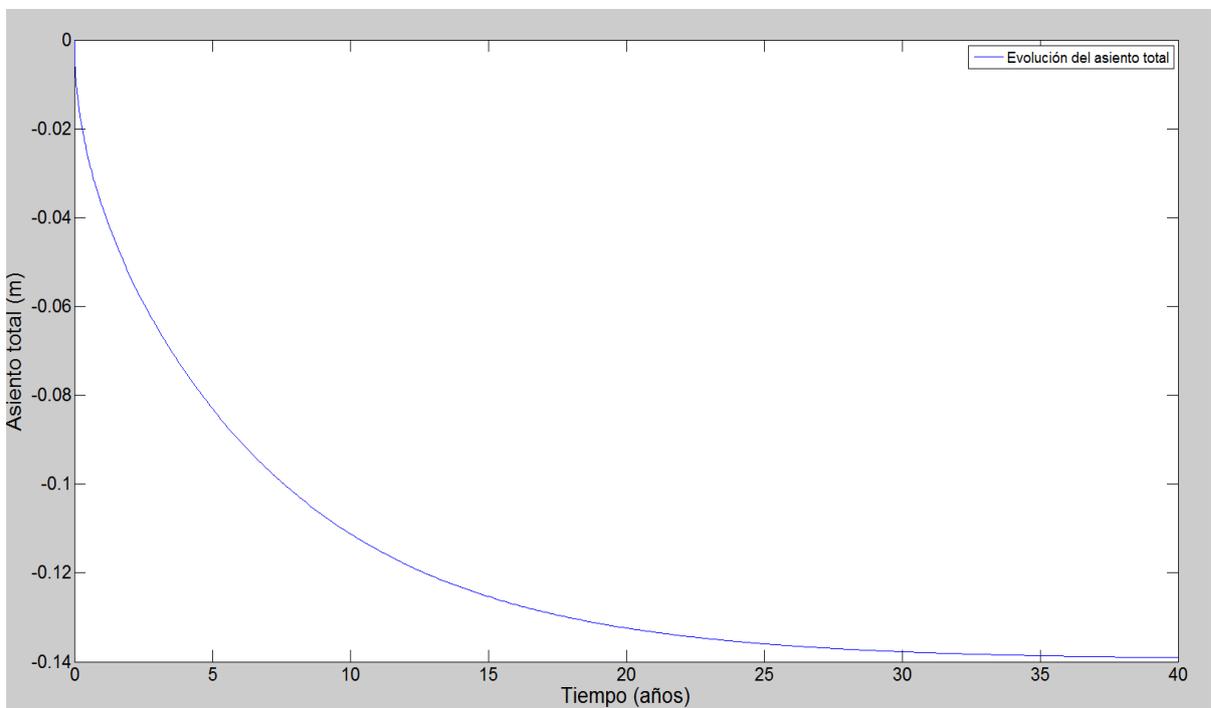
- Grado de consolidación promedio (\bar{U}_v).
- Evolución del exceso de presión intersticial (u) y tensión efectiva (σ')
- Evolución del asiento total en superficie.
- Evolución del asiento local en cada celda.



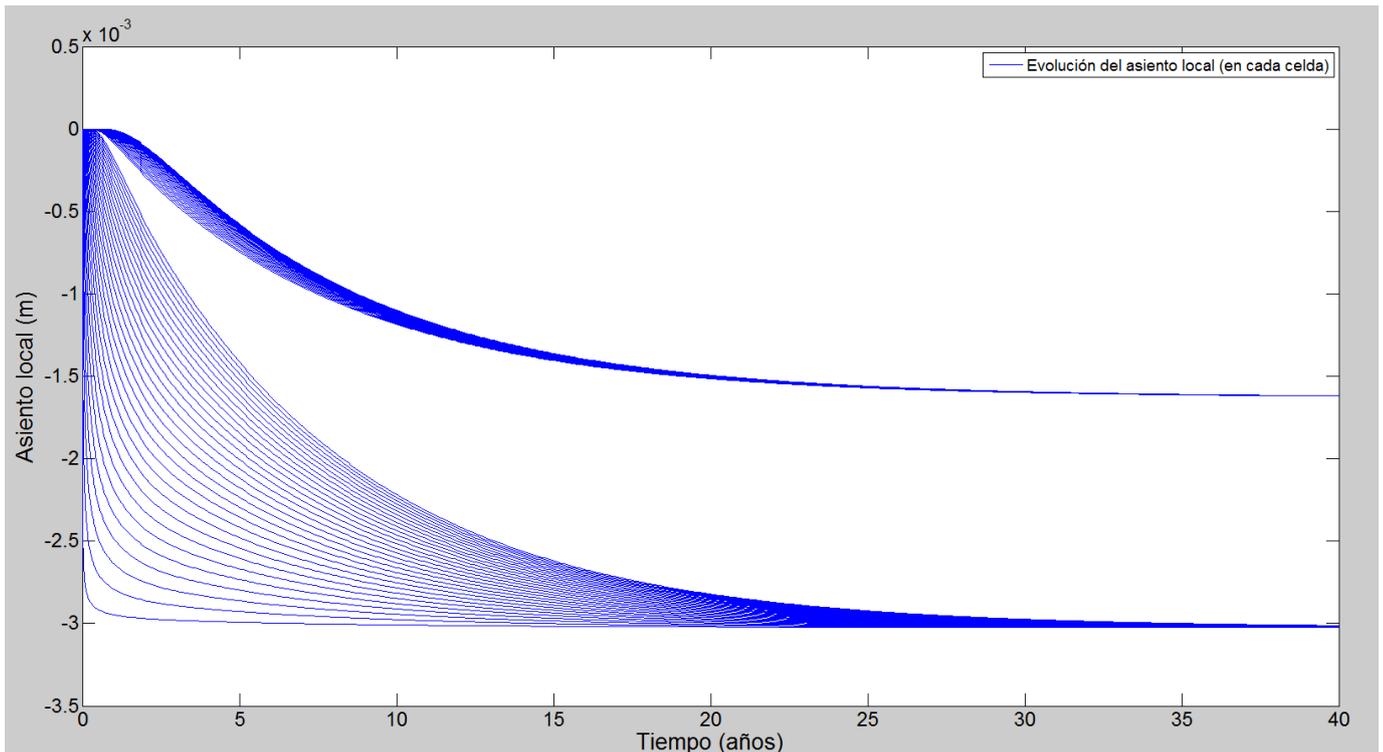
Evolución del grado de consolidación promedio (caso 01)



Evolución del exceso de presión intersticial (azul) y tensión efectiva (negro) en cada una de las celdas del suelo (caso 01)



Evolución del asiento total en superficie (caso 01)



Evolución del asiento local en cada una de las celdas del suelo (caso 01)

4.2 Simulaciones. Caso 02

Los datos introducidos al programa son:

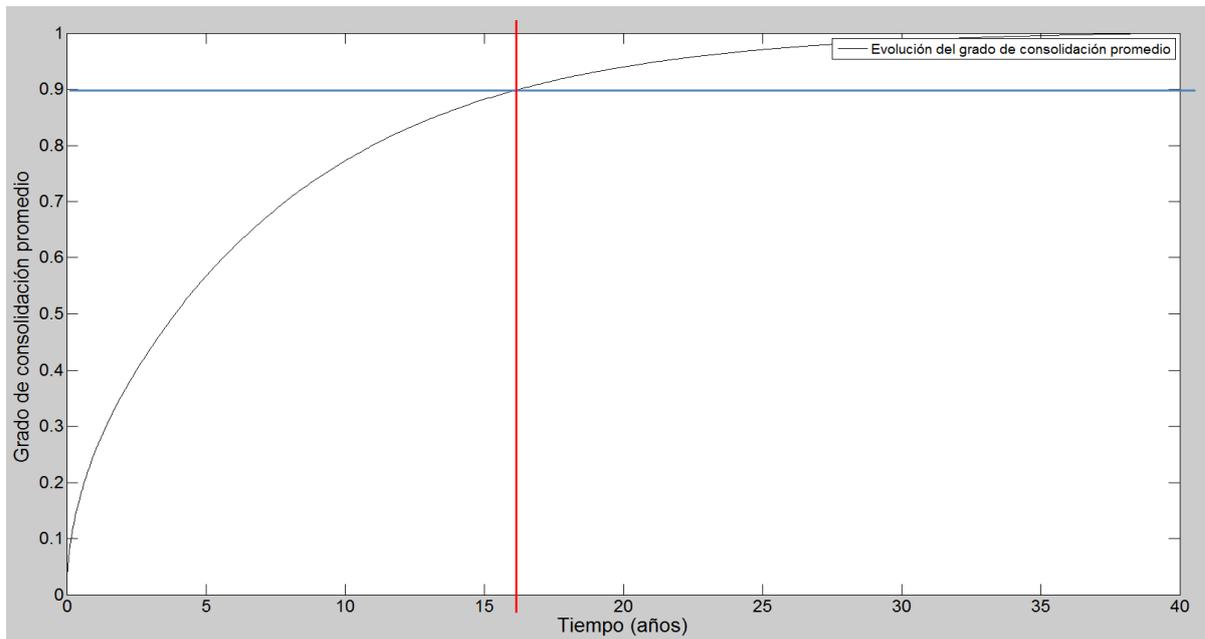
Capa superior: M16_11_21_01. Espesor = 1.5 m.

Capa inferior: B16_11_07_02. Espesor = 1.5 m.

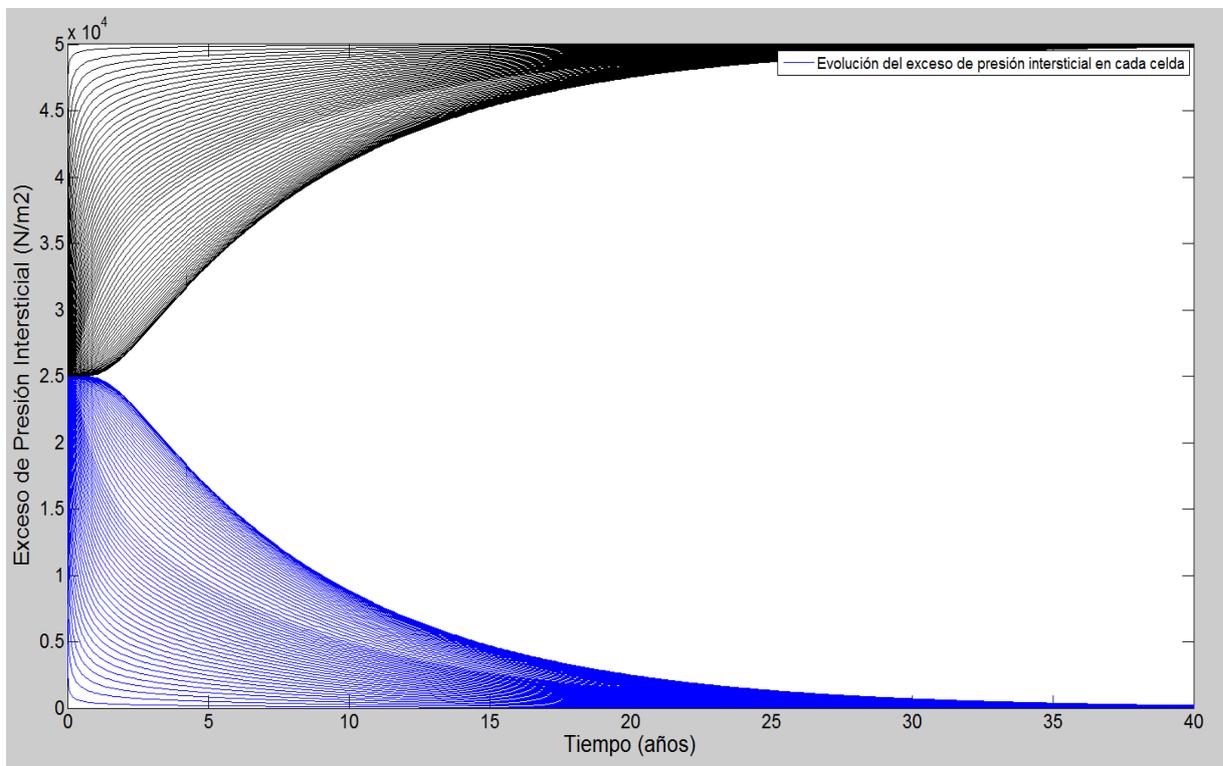
Con sus respectivas propiedades (a_v , e , k_v y c_v)

El número de celdas elegido es de 60. Con esta reticulación se obtiene una precisión en los resultados muy elevada, con errores relativos inferiores al 1%.

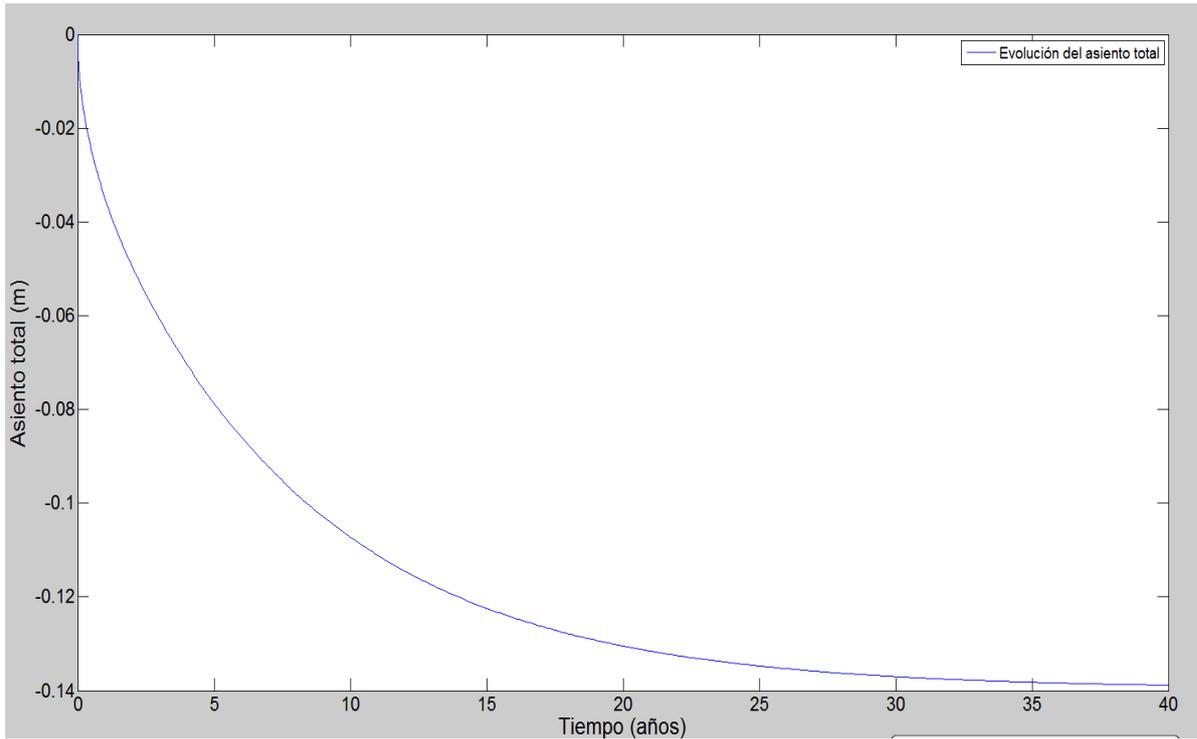
Resultados



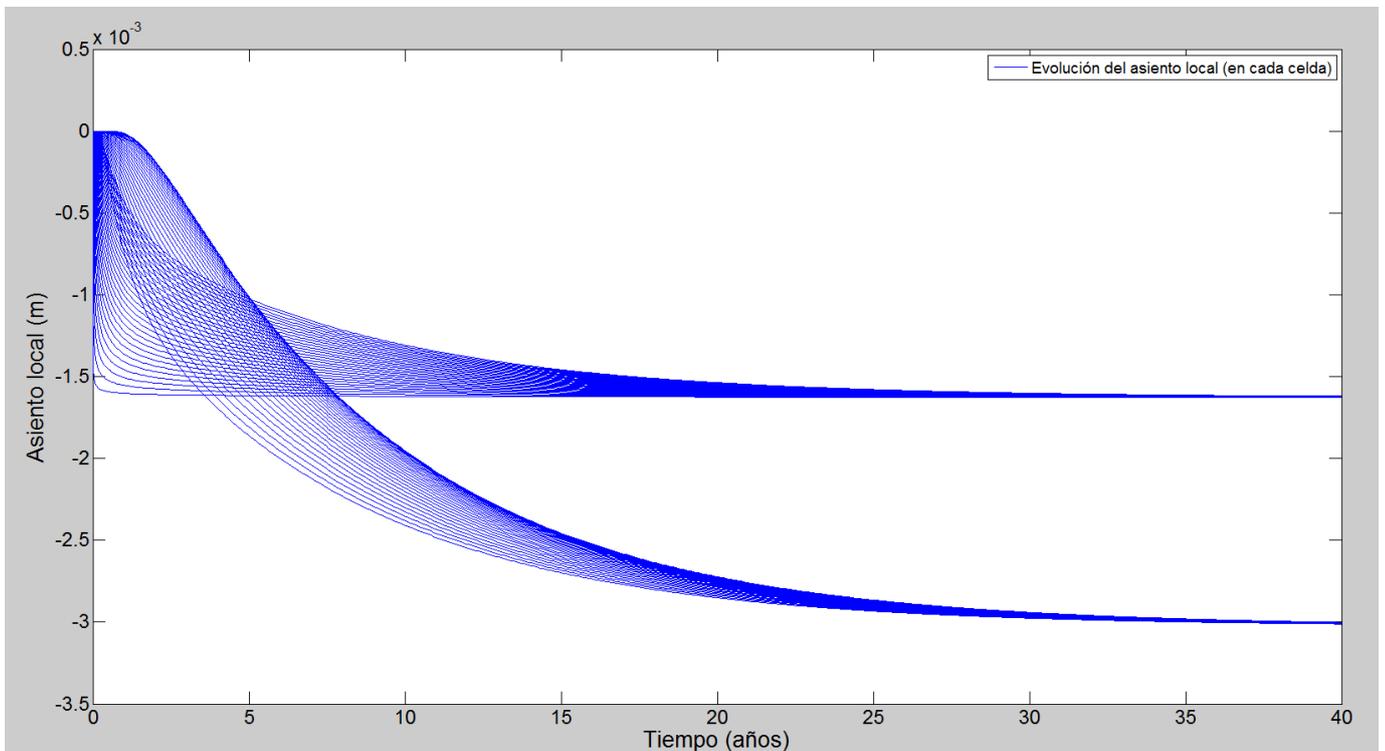
Evolución del grado de consolidación promedio (caso 02)



Evolución del exceso de presión intersticial (azul) y tensión efectiva (negro) en cada una de las celdas del suelo (caso 02)



Evolución del asiento total en superficie (caso 02)



Evolución del asiento local en cada una de las celdas del suelo (caso 02)

4.3 Análisis de resultados

A la vista de los resultados obtenidos se comprueba que para el caso 01, asiento final obtenido es de unos 14 cm, alcanzándose un 90 % de este valor (se considera que el proceso de consolidación ha terminado de forma práctica) a los 15 años.

Cuando invertimos el orden de los estratos, manteniendo constante el valor de los espesores, el valor del asiento final obtenido es el mismo. Sin embargo, un 90 % de este valor es alcanzado a los 16 años, más tarde, cuando lo que, en principio, se esperaba era una aceleración del proceso, ya que en este segundo caso se encuentra más cerca de la superficie drenante el estrato con c_v mayor (0.9 frente a 0.3).

Esto es debido a que, a pesar de tener un c_v mayor, debido al valor de a_v el asiento final para este estrato (5 cm aproximadamente) es menor que para el otro estrato (9 cm), de manera que a pesar de consolidar más rápido, su influencia en el asiento final es menor. Esto se puede comprobar en las figuras del grado de consolidación promedio, asiento total en superficie y asientos locales.

También, por otro lado, se comprueba que (para los dos casos) las líneas que representan la evolución del exceso de presión intersticial (o tensión efectiva), para distintas profundidades, se encuentran más cercanas unas de otras (en comparación con el otro estrato) en aquella capa de suelo cuyo c_v es mayor.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y BIBLIOGRAFÍA

Conclusiones

La compresibilidad de los suelos, tal como se determina en algún ensayo, es una de las propiedades más útiles que pueden ser obtenidas de los ensayos de laboratorio.

Cuando un depósito se somete a un incremento de esfuerzos totales, como resultado de cargas externas aplicadas, se produce un exceso de presión intersticial. Puesto que el agua no resiste al corte la presión neutra se disipa mediante un flujo de agua al exterior, cuya velocidad de drenaje depende de la permeabilidad del suelo.

La práctica de consolidación que se llevó a cabo fue con el propósito de evaluar la reducción del volumen, en dos muestras de suelo que estaban en el laboratorio y necesitábamos clasificar. Pudimos observar cómo se comportan estos de suelos así como sus contenidos de agua antes y después del proceso.

Los datos del ensayo de consolidación pueden ser utilizados para desarrollar una estimación de la velocidad y la cantidad de los asentamientos totales y diferenciales de una estructura o un terraplén. De esta manera, los valores calculados son frecuentemente de importancia clave, en primer lugar en la selección del tipo de cimentación y en segundo lugar en la evaluación de su competencia.

Se recomienda tomar las lecturas de tiempo-asentamiento durante un mínimo de 24 horas, incluso si se piensa interpretar los resultados del ensayo mediante la metodología de Taylor, ya que al definir el tiempo teórico de consolidación t_{90} , en un instante de tiempo cercano al inicio del ensayo bajo la premisa de que la muestra ya alcanzó el 100% de su consolidación primaria, se corre el riesgo de sobrestimar c_v .

Bibliografía

- Atkinson, J. *The mechanics of soils and foundations*. Mc Graw-Hill (1993)
- Berry, P.L. and Reid, D. *An Introduction to Soil Mechanics*. McGraw-Hill, London (1987)
- Berry, P.L. y Reid, D. *Mecánica de Suelos*. McGraw-Hill Int. Santa Fe de Bogotá, Colombia (1993)
- Di Francesco, R. Exact Solution of Terzaghi's Consolidation Equation and Extension to Two/Three-Dimensional Cases. *Applied Mathematics*, 4, 713-717 (2013)
- Lambe, T. W. and Withman, R. V. *Soil Mechanics, SI version*. Ed. Wiley, New York (1979)
- Muir Wood, D. *Soils Mechanics (A one-dimensional introduction)*. Cambridge (2009)
- Sagaseta, C., Cañizal, J., y da Costa, A. *Geotecnia I. Propiedades del Terreno*. E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Santander (2007)
- Scott, R.F. *Principles of Soils Mechanics*. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts (1963)
- Terzaghi K. *Theoretical Soil Mechanics*. Ed. Wiley, New York (1943)