

TRABAJO FIN DE GRADO

**Estudio de estructuras de derivación de
caudal en Redes de Saneamiento con
vertedero lateral mediante las hipótesis del
Flujo Espacialmente Variado con Caudales
Decrecientes.**

MOISES ARMANDO DÁVILA QUISPE

Proyecto Fin de Grado

Autor: Moises Armando Dávila Quispe

Director de Proyecto: Juan Tomas García Bermejo

Título de Proyecto: Estudio de estructuras de derivación de caudal en Redes de Saneamiento con vertedero lateral mediante las hipótesis del Flujo Espacialmente Variado con Caudales Decrecientes.

Titulación: Grado en Ingeniería Civil

Objetivos:

- La finalidad del presente proyecto es aportar mayor información para la calibración y predicción de caudales derivados a través de un vertedero lateral en conductos circulares.
- Obtener el porcentaje de caudal desviado a través del vertedero lateral para los distintos caudales de entrada, variando la altura de la cresta del vertedero y las longitudes de vertedero lateral.
- Definir los distintos tipos de flujo, y en especial el tipo de flujo espacialmente variado con caudales decrecientes.
- Definir y Analizar los perfiles de flujo espacialmente variado con caudal decreciente a través de un vertedero lateral en redes de saneamiento.
- Resolución de la ecuación diferencial ordinaria de primer orden para el tipo de flujo espacialmente variado con caudales decrecientes a través de un vertedero lateral en redes de saneamiento.
- Comparar los diferentes coeficientes de descarga a través de un vertedero lateral en canales de sección rectangular con los de canales de sección circular y determinar cómo se obtienen y de que depende el coeficiente de descarga en canales circulares.
- Resolución de los perfiles de flujo espacialmente variado con caudal decreciente a través de un vertedero lateral en redes de saneamiento. Mediante el método matemático Runge Kutta de orden 4, representado mediante una platilla Excel.
- Representar gráficamente los perfiles de flujo para distintos caudales de entrada a través de las redes de saneamiento en el tramo donde se encuentra el vertedero lateral, variando la altura de la cresta del vertedero y la longitud del vertedero.

- Resolución analítica de cómo se obtienen la longitud de vertedero para que el flujo se mantenga en régimen subcrítico (L_p) y la longitud de vertedero para que se produzca un resalto hidráulico (L_g).
- Hallar la longitud de L_p y L_g de vertedero lateral para los diferentes caudales de entrada variando la altura de la cresta y para las distintas longitudes iniciales de vertedero lateral (L) variando las condiciones del calado aguas abajo de vertedero.

Resumen:

El presente proyecto trata del estudio y análisis de los perfiles de flujo espacialmente variado con caudal decreciente a través de un vertedero lateral en una conducción de sección circular, considerando el flujo de aproximación a la entrada del vertedero en régimen Subcrítico.

Donde utilizaremos un coeficiente de descarga (μ) que dependen:

- Del Número de Froude (F_o) obtenido con el flujo a la entrada del vertedero.
- De la relación (L/D) longitud de vertedero (L) con el Diámetro del canal (D)
- Y de la relación (w/D) altura de la cresta del vertedero (w) y Diámetro (D).

Obtenido por los autores Uyumaz y Muslu para canales circulares mediante varios estudios experimentales, este coeficiente de descarga calculamos a la entrada al vertedero lateral donde se tiene el tipo de flujo de aproximación en régimen Subcrítico.

El objetivo principal del presente proyecto es determinar qué porcentaje de caudal es desviado a través del vertedero lateral para una serie de caudales de entrada, para ello crearemos una plantilla Excel donde estarán planteados todas las ecuaciones necesarias para su resolución.

También analizaremos los distintos comportamientos de los perfiles de flujo de varios caudales de entrada y distintos coeficientes de Descarga, variando la altura de la cresta y la longitud del vertedero lateral. Representando gráficamente los perfiles de flujo en el tramo donde se encuentra el vertedero obtenido mediante la ecuación diferencial de un flujo espacialmente variado de caudal decreciente a través de un vertedero lateral planteado mediante el método matemático Runge Kutta de Orden 4, representado en nuestra plantilla Excel.

Por otro lado hallamos una longitud de vertedero (L_p) para que se mantenga el flujo de entrada al vertedero lateral en régimen Subcrítico y otra longitud (L_g) para que se produzca un resalto hidráulico. Variando la altura de la cresta y longitud inicial del vertedero para distintas condiciones de calado aguas abajo del vertedero lateral.

Para obtener la Longitud de vertedero para que se mantenga el flujo de aproximación en régimen subcrítico “Lp”, aplicaremos la conservación de energía a la entrada y salida del vertedero ($E_1 = E_2$).

Y para obtener la longitud del vertedero para que se produzca un resalto hidráulico “Lg”, aplicaremos el conjugado de Belanger, esta ecuación se deduce de la conservación del momentum, ya que en un resalto hidráulico solo se conserva el momentum, la energía específica por el contrario por ser un fenómeno muy turbulento se disipa energía y por tanto la energía específica no se conserva.

Agradecimientos:

Primeramente agradecer a toda mi familia en especial a mis padres y hermanos (Armando, Esther, Nicolás y Ricky) por el apoyo recibido en todo este tiempo, también a mis amigos y personas cercanas que han estado presentes apoyándome día a día en el transcurso de toda mi carrera (Maritza y Carla), también un especial agradecimiento al director de mi proyecto, Juan Tomás García Bermejo por su tiempo y dedicación para que dicho proyecto salga adelante, por otra parte también agradecer a todos mis profesores que han contribuido con mi formación profesional, a la escuela de Caminos, Canales y Puertos y a la Universidad Politécnica de Cartagena.

A todos ellos Muchas Gracias.

INDICE

1. INTRODUCCIÓN	Pág. 7
2. FLUJO EN UN CANAL	Pág. 12
2.1. Geometría de un canal	Pág. 13
2.2. Geométricos de un canal de sección Circular	Pág. 15
3. TIPOS DE FLUJO	Pág. 19
3.1. Flujo permanente y no permanente	Pág. 19
3.2. Flujo uniforme y variado	Pág. 20
3.3. Flujo laminar y turbulento	Pág. 24
3.4 Flujo Subcrítico y Supercrítico.	Pág. 25
4. FLUJO ESPACIALMENTE VARIADO	Pág. 26
4.1. Canales de Gasto Decreciente	Pág. 28
4.2. Ecuaciones Básicas	Pág. 29
4.3. Canal con Vertedero Lateral	Pág. 30
4.4. Método Matemático Runge Kutta de orden 4.	Pág. 36
5. PERFILES DE FLUJO	Pág. 37
6. COEFICIENTES DE DESCARGA	Pág. 39
6.1. Coeficientes de Descarga para canales Rectangulares.	Pág. 39
6.2. Coeficientes de Descarga para canales Circulares.	Pág. 41
7. DESARROLLO DEL CÁLCULO Y SIMULACIÓN DE LOS PERFILES DE FLUJO	Pág. 42
7.1. Datos de Entrada	Pág. 45
7.2. Introducción y Cálculo de Datos, en nuestra plantilla Excel	Pág. 48
7.2.1. Cálculo del Caudal de Entrada (Q)	Pág. 48
7.2.2. Cálculo del Número de Froude (F_o) y del Coeficiente de Descarga (μ)	Pág. 50
7.2.3. Calculo del Calado Crítico (y_c)	Pág. 51
7.2.4. Datos adicionales	Pág. 53
7.3. Método Matemático Runge Kutta de 4to. Orden, diseñado en una plantilla Excel.	Pág. 54
8. PROCEDIMIENTO DE OBTENCIÓN DE RESULTADOS	Pág. 55
8.1. Perfil de flujo que atraviesa el vertedero lateral, representado tanto numérico como gráficamente.	Pág. 55
8.2. Caudal por unidad de longitud unitario y acumulado	Pág. 56
8.3. Gasto instantáneo y porcentaje de flujo que pasa a través del vertedero lateral.	Pág. 57

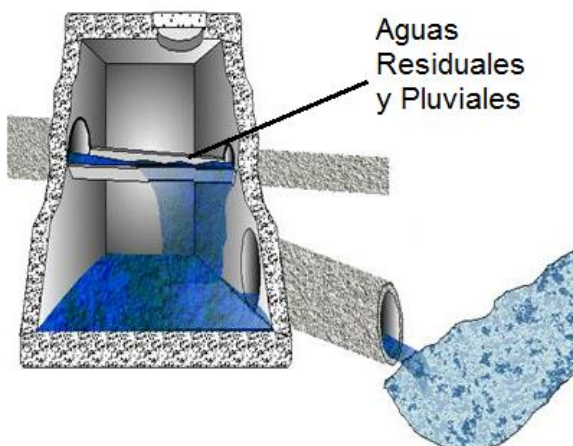
8.4. Cálculo de la longitud de vertedero (L_p) para que el flujo se mantenga en régimen Subcrítico.	Pág. 59
8.5. Cálculo de la longitud de vertedero (L_g) para que se produzca un resalto hidráulico	Pág. 60
8.6. Esquema resumen del procedimiento a seguir para la obtención de los resultados.	Pág. 61
9. RESULTADOS	Pág. 63
9.1. Tablas de los resultados obtenidos	Pág. 65
9.2. Gráficas de algunos de los resultados obtenidos indicados en las tablas anteriores.	Pág. 71
10. CONCLUSIONES	Pág. 82
11. BIBLIOGRAFÍA	Pág. 85

1 .INTRODUCCIÓN

Debido a las fuertes precipitaciones producidas en nuestra región, municipio de Murcia Capital, lo cual producen la llegada de grandes caudales de agua, generando inundaciones en calles y colapso en nuestras redes de saneamiento, de ahí la importancia del diseño de los aliviaderos en redes de saneamiento y principalmente su estudio y análisis de los perfiles de flujo que nos muestra el comportamiento del flujo de agua a través de un vertedero lateral.

Teniendo una red de alcantarillado unitario, es decir que los caudales residuales y Pluviales circulan por el mismo conducto, para ello se analiza una serie de Caudales de entrada considerando los más bajos en épocas de estiaje (Nivel más bajo o caudal mínimo de una corriente de agua durante una época del año) el cual corresponde solamente a las aguas residuales y por otro lado tenemos unos caudales mayores en épocas de precipitaciones.

Red de Saneamiento Unitario



Vertedero Lateral Sección Circular



Debido a la complejidad de diseño y cálculo de estas estructuras de derivación de caudales en redes de saneamiento (vertederos) la finalidad es dotar de herramientas que nos permitan calibrar el comportamiento del flujo circulante a través de los vertederos ya que actualmente este tipo de estructuras sigue careciendo de más estudios y análisis para obtener resultados más precisos a la hora de diseñarlos, por otro lado no es tanto así en los aliviaderos de Presas, ya que en este campo el estudio de dichas estructuras está dotado de más información y análisis a la hora de su diseño; por lo que en el presente proyecto se hará una revisión y demostración de la obtención de las ecuaciones para el cálculo y análisis del comportamiento del flujo a través de un vertedero lateral.

Uyumaz y Muslu en 1985 obtuvieron una solución numérica general en canales circulares con un vertedor lateral, para la determinación de los perfiles de flujo, lo cual se escribe en forma adimensional de la siguiente manera.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{4}{3}\sqrt{\alpha}\mu\sqrt{\frac{E-y}{D}-\frac{y}{D}}\left(\frac{y-w}{D}\right)^{3/2}}{\frac{A}{D^2}-\frac{2T}{D}\left(\frac{E-y}{D}\right)} \quad (\text{Ecuación 1})$$

Dónde:

- E, es la energía específica constante en el canal circular.
- y, calado en cada tramo de la sección a determinar.
- w, altura de la cresta del vertedero lateral.
- D, diámetro de la sección
- A, área hidráulica de la sección en cada tramo a determinar.
- T, tirante hidráulico de la sección en cada tramo a determinar.
- μ ó Cd, coeficiente de descarga del vertedero lateral.

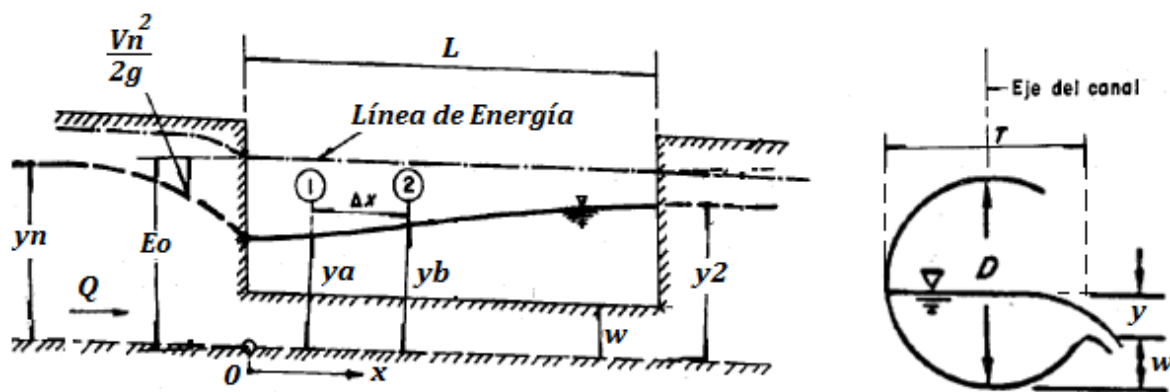


Figura 1. Perfil Longitudinal de Flujo Espacialmente Variado en régimen subcrítico permanente

Investigaciones experimentales muy detalladas, sobre diversos factores que influyen en la descarga de caudal a través de un vertedero lateral. Ellos hicieron una gran cantidad de experimentos con vertedores en canales circulares parcialmente llenos, que cubrieron desde flujo Subcrítico hasta flujo supercrítico.

Presentaron una serie de **coeficientes de descarga (μ)**, que depende de tres parámetros fundamentalmente, número de Froude (Fo), altura relativa del vertedero (w/L) y longitud relativa del vertedero (L/D), donde el vertedero era de cresta afilada (es decir de pared delgada) con:

$$0.24 < w/D < 0.56 \quad 1 < L/D < 3.4 \quad \text{y} \quad Fo < 2.$$

$$\mu = f \left(F_0, \frac{w}{D}, \frac{L}{D} \right)$$

- **Número de Froude (Fo):** Que depende de la relación entre las fuerzas de inercia y las fuerzas de gravedad, lo cual el valor obtenido nos clasifica si el flujo está en régimen; subcrítico, crítico o supercrítico.

- Régimen Subcrítico, $F_0 < 1$
- Régimen crítico; $F_0 = 1$
- Régimen supercrítico; $F_0 > 1$

$$F_0 = \frac{V_0}{\sqrt{g \frac{A_0}{T_0}}}$$

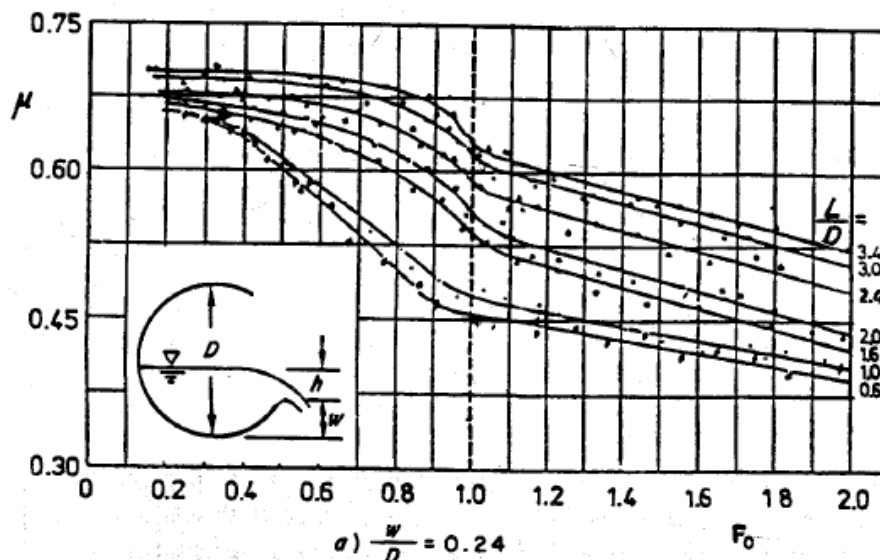
Dónde:

- V_0 , es la velocidad en la entrada al vertedero lateral, (velocidad inicial).
- g , es la aceleración de gravedad.
- A_0 , es el área hidráulica en la entrada al vertedero lateral (área inicial).
- T_0 , ancho de la superficie libre, en la entrada al vertedero lateral (ancho inicial)

- **Altura relativa del vertedero (w/D):** relación de la altura de la cresta del vertedero y el diámetro de la tubería.

- **Longitud Relativa del Vertedero (L/D):** relación de la longitud del vertedero y el diámetro de la tubería.

Una representación conjunta de los resultados experimentales de Uyumaz y Muslu se muestra en las figuras siguientes (Figuras 2; a, b, c, d, e.) donde nos indica el valor del coeficiente de descarga de vertederos laterales en conductos circulares.



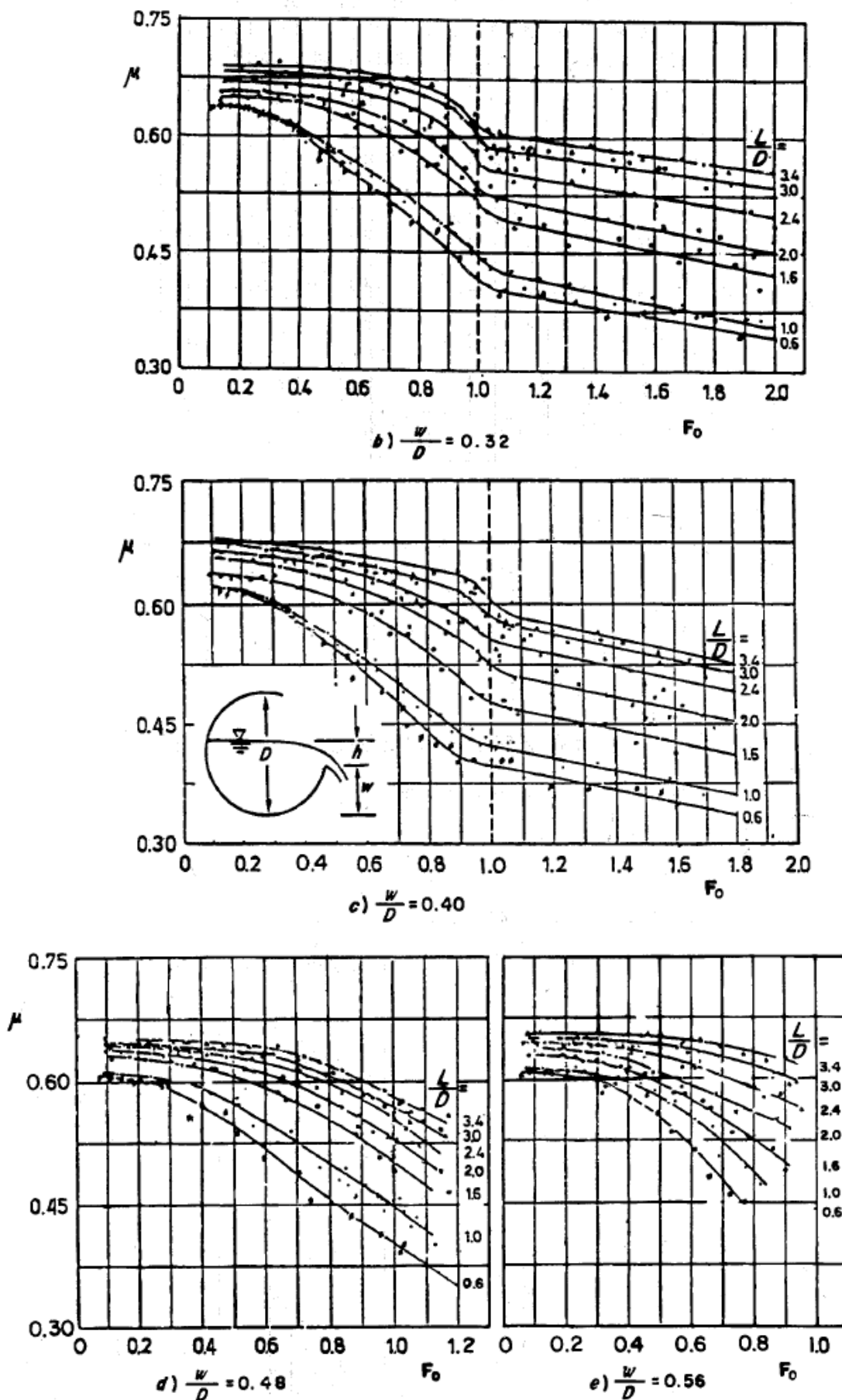


Figura 2. Coeficientes de Descarga, con distintos valores de F_o , w/D y L/D (a, b, c, d y e).

Los autores obtuvieron también ecuaciones que se ajustan a las curvas mostradas en las figuras anteriores con errores menores del 5 por ciento, y que son:

- **Para, $Fo < 1$ (Flujo Subcrítico)**

$$\mu = 0.315 + 0.141 \sqrt{1.75 \frac{L}{D} - 1} + \left[0.33 - 0.12 \sqrt{1.68 \frac{L}{D} - 1} \right] \sqrt{1 - Fo}$$

- **Para, $Fo > 1$ (Flujo Supercrítico)**

$$\mu = 0.36 + 0.0315 \sqrt{35.3 \frac{L}{D} + 1} - \left[0.069 + 0.081 \sqrt{1.67 \frac{L}{D} - 1} \right] Fo$$

Observaron que los perfiles de flujo, para el caso de flujo Subcrítico ($Fo < 1$) al inicio del vertedor, el calado crecía a lo largo del vertedor solo si el calado inicial (y_0) es mayor que el calado crítico y en el caso de flujo supercrítico ($Fo > 1$) el calado decrecía solo si el calado al inicio del vertedor (y_0) es menor o igual que el calado crítico (y_c).

- **Flujo Subcrítico**

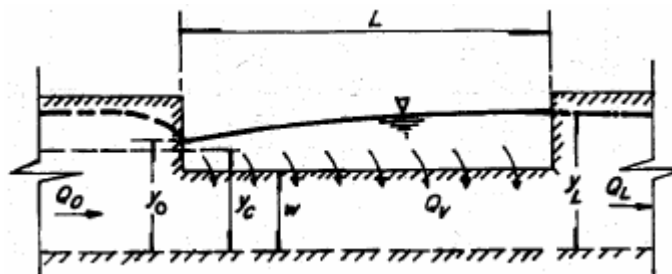


Figura 3.a. Perfil de Flujo espacialmente Variado de caudal decreciente en régimen Subcrítico.

- **Flujo Supercrítico**

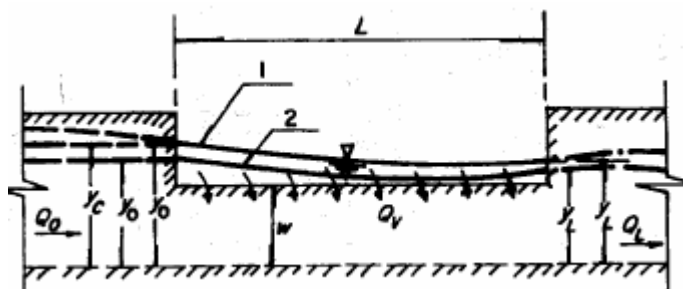


Figura 3.b. Perfil de Flujo espacialmente Variado de caudal decreciente en régimen Supercrítico.

2. FLUJO EN UN CANAL

El flujo de un canal se produce, principalmente por la acción de la fuerza de la gravedad y se caracteriza porque expone una superficie libre a la presión atmosférica, siendo el fluido siempre líquido, por lo general agua. El movimiento de un líquido a superficie libre se ve afectado por las mismas fuerzas que intervienen en el flujo dentro de un tubo (El cual es nuestro caso, tubería de alcantarillado), a saber.

- La fuerza de gravedad, como la más importante en el movimiento.
- La fuerza de resistencia ocasionada en las fronteras rígidas por la fricción y la naturaleza casi siempre turbulenta del flujo.
- La fuerza producida por la presión que se ejerce sobre las fronteras del canal, particularmente en las zonas donde cambia su geometría.
- La fuerza debida a la viscosidad del líquido, de poca importancia si el flujo es turbulento.

A estas se agregan, excepcionalmente, las siguientes:

- La fuerza de tensión superficial, consecuencia directa de la superficie libre.
- Las fuerzas ocasionadas debidas al movimiento del sedimento arrastrado.

La superficie libre se considera como la intercara entre dos fluidos. El superior, que es aire estacionario o en movimiento. Las fuerzas de gravedad y de tensión superficial resisten cualquier fuerza tendiente a distorsionar la intercara, la cual constituye una frontera sobre la que se tiene un control parcial.

La aparente simplicidad resultante de la superficie libre es irreal, ya que su tratamiento es, en la práctica, más complejo que el de un conducto a presión. La interacción entre las fuerzas da lugar a la complejidad, y únicamente a base de simplificaciones y generalizaciones es posible entender su mecánica.

De acuerdo con su origen, los canales pueden ser naturales o artificiales (como es en nuestro caso dentro del laboratorio). Los naturales son las conducciones hidráulicas que existen para el drenaje natural sobre la tierra, como arroyos, ríos, estuarios, etc.

Los artificiales son los construidos por el hombre para fines de riego, drenaje, generación de energía, navegación, etc. El flujo en un canal natural se aloja dentro de lo que se llama cauce, producido por el movimiento del agua al paso de siglos. Su perfil longitudinal es sinuoso, su sección transversal es irregular, y tiene forma y dimensiones que varían continuamente a lo largo del mismo.

Los canales artificiales tienen, por lo general, secciones geométricas de forma y dimensiones constantes en tramos más o menos largos. La superficie o línea generada en el fondo por la base o vértice inferior de la sección, se conoce como plantilla o solera. Su inclinación, en el sentido de la corriente y respecto de la horizontal, puede ser constante en tramos largos.

Un canal natural nunca es prismático. El flujo en un río por lo general arrastra material sólido (materia en suspensión, arena, gravas e incluso grandes piedras), que modifica continuamente la forma, dimensiones de la sección y perfil del cauce e impide una definición precisa de su rugosidad.

2.1. Geometría de un canal

En lo relativo a la geometría en el sentido longitudinal, la pendiente de un canal es el cociente S_0 del desnivel entre dos puntos sobre la plantilla y la distancia horizontal que los separa. De acuerdo con la figura 4.a, la $S_0 = \tan \theta$, donde θ es el ángulo de inclinación de la plantilla respecto de la horizontal. En canales naturales la definición equivalente a la pendiente media entre los dos puntos.

En la práctica es común que θ sea menor o igual a 0.14 rad (8°). Esto es, canales de pendiente pequeña, para los que **$\tan \theta \leq 0.14054$ y $\text{sen } \theta \leq 0.13917$** , de modo que la pendiente se puede remplazar con $\text{sen } \theta$, sin incurrir en error mayor del uno por ciento. De acuerdo con la definición general de una conducción, la sección transversal de un canal se refiere a la sección perpendicular al fondo o a la línea de inclinación media de su plantilla (figura 4.b). La sección de los canales naturales es de forma muy irregular y varía continuamente de un sitio a otro.

Los artificiales con frecuencia se diseñan con secciones geométricas regulares, siendo las más comunes: la trapecial, la rectangular, la triangular y la semicircular. La parabólica se usa como aproximación en los naturales. En túneles donde el flujo sea a superficie libre, es frecuente encontrar las formas circular y de herradura.

La sección de la forma de la sección depende del tipo de canal que se va a construir, siendo la trapecial la más común en los revestidos y no revestidos, la rectangular en los revestidos con materiales estables (cemento, mampostería, madera, etc.) la triangular en los pequeños y en cunetas de carreteras, y la sección circular en alcantarillas (lo cual es el tema de estudio), colectores y túneles. Existen formas compuestas de las anteriores que son de gran utilidad en conductos abovedados, como grandes alcantarillas y emisores, que por sus dimensiones se permite el paso del hombre a su interior.

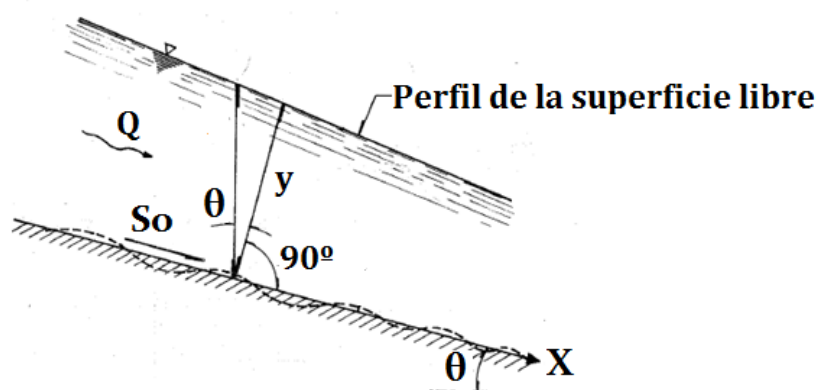


Figura 4.a. Corte Longitudinal de un Canal.

La sección transversal de un canal se localiza mediante la coordenada x sobre la plantilla según su eje. Los elementos geométricos más importantes de la sección se describen a continuación.

- **Calado (y):** es la distancia y perpendicular a la plantilla, medida desde el punto más bajo de la sección hasta la superficie libre del agua. Es decir, es normal a la coordenada x , donde:

h , es la distancia vertical desde la superficie libre al punto más bajo de la sección, es decir, la profundidad de dicho punto, y se satisface la relación.

$$y = h \cdot \cos \theta$$

Siempre que la superficie libre sea paralela a la plantilla o θ sea pequeño. De no ser así, la relación entre h e y es más complicada.

- **Ancho de la superficie libre (T):** es el ancho T de la sección del canal, medido al nivel de la superficie libre.

- **Área hidráulica (A):** es el área A ocupada por el flujo en la sección del canal. Es fácil observar que el incremento diferencial del área dA , producido por el incremento dy del tirante, es:

$$dA = T dy$$

Y por tanto:

$$T = dA/dy$$

- **Perímetro mojado (P):** es la longitud P de la línea de contacto entre el agua y las paredes del canal, es decir, no incluye a la superficie libre.

- **Radio hidráulico (R_h):** es el cociente R_h del Área hidráulica y el perímetro mojado.

$$R_h = A/P$$

- **Calado medio ó calado hidráulico:** es la relación " y^* " entre el área hidráulica (A) y el ancho de la superficie libre (T).

$$y^* = A/T$$

- **Talud:** designa la inclinación de las paredes de la sección y corresponde a la distancia k recorrida horizontalmente desde un punto sobre la pared, para ascender la unidad de longitud a otro punto sobre la misma. Por lo general se expresa como $k:1$, sin embargo, es suficiente con indicar el valor de k .

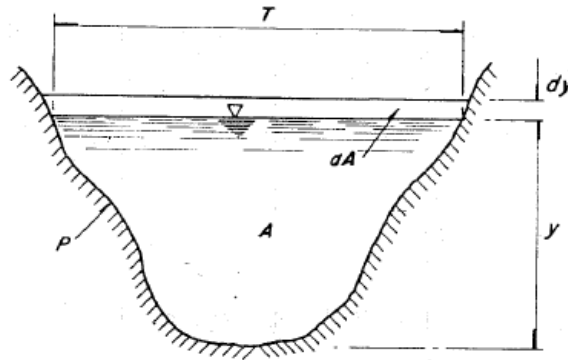


Figura 4.b. Corte Transversal de un canal

2.2. Parámetros Geométricos de un canal de sección Circular.

En nuestro caso el canal en estudio son las redes de saneamiento de sección circular por lo que los parámetros Geométricos que utilizaremos teniendo en cuenta la figura 5, son:

- T: Ancho de la superficie libre de la sección.
- D: Diámetro de la Sección
- $\theta/2$; mitad del ángulo, que forma el tirante hidráulico con el centro de la sección.
- y; calado

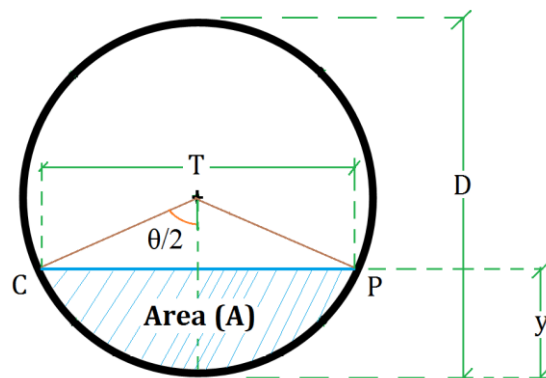


Figura 5. Canal de sección circular (Alcantarillado)

Procedimiento para obtener los diferentes parámetros geométricos.

1. **Obtención del Área Hidráulica (A).** También conocido como área de la sección mojada que es la diferencia entre el área 1 de la figura 5.a y el área 2 de la figura 5.b.

$$\text{Area} = \text{Area1} - \text{Area2}$$

$$A = A1 - A2$$

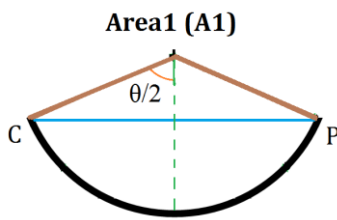


Figura 5.a. Sub área 1 de la sección circular.

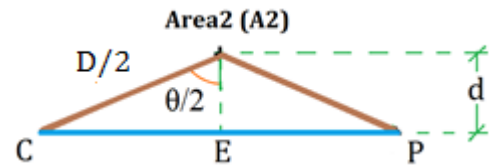


Figura 5.b. Sub área 2 de la sección circular.

- Dónde el área 1 y área 2 equivalen lo siguiente:

* Area1

$$A1 = \frac{2(\theta/2)}{2\pi} \cdot \frac{\pi D^2}{4}$$

$$A1 = \frac{\theta \cdot D^2}{8}$$

* Area2

$$A2 = 2 \left(\frac{CE \cdot d}{2} \right)$$

$$A2 = CE \cdot d$$

- Operando con el $\text{Sen}(\theta/2)$, en la figura 5.b. se tiene lo siguiente:

$$\text{Sen}(\theta/2) = \frac{CE}{D/2}$$

$$CE = \frac{D}{2} \text{Sen}(\theta/2)$$

- Y dónde “d” es igual a:

$$d = \frac{D}{2} - y$$

- Ahora que se conocen CE y d sustituimos en A2 y se tiene:

$$A2 = CE \cdot d$$

$$A2 = \left[\frac{D}{2} \text{Sen}(\theta/2) \right] \cdot \left[\frac{D}{2} \text{Cos}(\theta/2) \right]$$

$$A2 = \frac{D^2}{4} [\text{Sen}(\theta/2) \cdot \text{Cos}(\theta/2)]$$

- Como se tiene; $\text{Sen}(\theta/2) \cdot \text{Cos}(\theta/2)$, aplicamos una propiedad o razón trigonométrica de un ángulo doble el cual se expresa de la siguiente manera:

$$2 \cdot \text{Sen}(\alpha) \cdot \text{Cos}(\alpha) = \text{Sen}(2\alpha)$$

- Siendo “α” un ángulo cualquiera, en nuestro caso “α” será igual a: $\theta/2$

- Operando nuestra ecuación anterior se tiene:

$$A2 = \frac{D^2}{8} 2[\text{Sen}(\theta/2) \cdot \text{Cos}(\theta/2)]$$

$$A2 = \frac{D^2}{8} \text{Sen}(2 \cdot \theta/2)$$

$$A2 = \frac{D^2}{8} \text{Sen}(\theta)$$

- Por último, una vez conocidos Area1 (A1) y el Area2 (A2), calculamos nuestra Área Hidráulica o Área de la Sección mojada (A).

$$\text{Area (A)} = \text{Area1 (A1)} - \text{Area2 (A2)}$$

$$A = \frac{\theta \cdot D^2}{8} - \frac{D^2}{8} \text{Sen}(\theta)$$

$$A = \frac{D^2}{8} (\theta - \text{Sen}(\theta))$$

Lo cual esta Área "A", será la que utilizaremos más adelante para obtener los perfiles de flujo en función del calado "y".

2. **Obtención del Angulo hidráulico (θ);** trabajando en la [figura 5.b](#) se tiene:

$$\text{Cos}(\theta/2) = \frac{d}{D/2}$$

donde "d" es igual a: $d = \frac{D}{2} - y$

$$\text{Cos}(\theta/2) = \frac{D/2 - y}{D/2}$$

$$\text{Cos}(\theta/2) = 1 - \frac{y}{D/2}$$

$$\theta/2 = \text{arcos}\left(1 - \frac{2y}{D}\right)$$

$$\theta = 2\text{arcos}\left(1 - \frac{2y}{D}\right)$$

θ , es el ángulo que forma el ancho de la superficie libre (T) con el centro de la sección, el cual utilizaremos para obtener los perfiles de flujo en función del calado “ y ”.(veremos más adelante).

3. **Obtención del Ancho de la superficie libre de la sección (T)**, si nos fijamos en la figura 5.b. se tiene:

$$T = CE + EP$$

- Dónde: $CE = EP$
- Por lo tanto “ T ” será igual a: $T = 2 CE$
- Sustituyendo CE , obtenido previamente, se tiene:

$$T = 2 CE = 2 \cdot \left(\frac{D}{2} \text{Sen}(\theta/2) \right)$$

- Operando tenemos: $T = D \cdot \text{Sen}(\theta/2)$

T , es el ancho de la superficie libre de la sección, el cual utilizaremos más adelante para el cálculo de los perfiles de flujo en función del calado “ y ”.

4. **Obtención del Perímetro hidráulico**, o Perímetro de la sección mojada, el cual será:

$$P = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot (n/2 \pi)$$

- Siendo:

n = Proporción del ángulo que forma la película de agua y el centro de la tubería. El cual será nuestro ángulo hidráulico “ θ ”

$$P = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot (\theta/2 \pi)$$

$$P = R \cdot (\theta / 1)$$

$$P = (D/2) \cdot \theta$$

3. TIPOS DE FLUJO

Los tipos que se indican a continuación tienen principal interés, sobre la base de que, en todos los casos, se trata de flujo unidimensional. Su importancia radica en que el comportamiento hidráulico se analiza bajo distintas concepciones o modelos de flujo cuyo grado de dificultad aumenta en la medida que las hipótesis se ajustan mejor a la realidad, la siguiente clasificación se hace de acuerdo con el cambio en la profundidad de flujo con respecto al tiempo y al espacio.

3.1. Flujo permanente y no permanente

Esta clasificación obedece a la utilización del tiempo como criterio. Se dice que el flujo en un canal abierto es **permanente** si la profundidad de flujo no cambia o puede suponerse constante durante el intervalo de tiempo en consideración. El flujo es **no permanente** si la profundidad cambia con el tiempo. Es decir, considerando la velocidad media en una sección, el flujo es permanente cuando la velocidad media V en una sección dada se mantiene constante en el tiempo o en el lapso especificado ($\partial V / \partial t = 0$). Lo contrario sucede cuando es no permanente ($\partial V / \partial t \neq 0$).

El caso más común del **flujo no permanente** se presenta en los canales donde transita una onda de avenida, como en los ríos o en las cunetas o bordillos en carreteras. En la mayor parte de los problemas de canales abiertos es necesario estudiar el comportamiento del flujo solo bajo condiciones permanentes.

Sin embargo, si el cambio en la condición de flujo con respecto al tiempo es importante, el flujo debe tratarse como no permanente. En crecidas y oleadas, por ejemplo, que son casos comunes de flujo no permanente, el nivel de flujo cambia de manera instantánea a medida que las ondas pasan, y el elemento tiempo se vuelve de vital importancia para el diseño de estructuras de control.

Para cualquier flujo, el caudal Q en una sección del canal se expresa por:

$$Q = V \cdot A$$

Donde, V es la velocidad media y A es el área de la sección transversal de flujo perpendicular a la dirección de éste, debido a que la velocidad media está definida como el caudal dividido por el área de la sección transversal. En la mayor parte de los problemas de flujo permanente el caudal es constante a través del tramo de canal en consideración; en otras palabras, el flujo es continuo.

$$Q = V_1 \cdot A_1 = V_2 \cdot A_2 = \dots$$

Donde, los subíndices designan diferentes secciones del canal. Esta es la *ecuación de continuidad* para flujo continuo permanente. Sin embargo la ecuación dicha expresión ($Q = V_1 \cdot A_1 = V_2 \cdot A_2 = \dots$) obviamente no es válida cuando el caudal de un flujo permanente no es uniforme a lo largo del canal, es decir, cuando parte del agua sale o entra a lo largo del curso del flujo. Este tipo de flujo, conocido como **flujo espacialmente variado o**

discontinuo, se presenta en cunetas a lo largo de carreteras, en vertederos de canal lateral, en canaletas de agua de lavado de filtros, en canales de efluentes alrededor de tanques de plantas de tratamiento de agua residuales y en canales principales de riego y drenaje en sistemas de irrigación.

La ley de continuidad para flujo no permanente requiere la consideración del tiempo. Por consiguiente, la ecuación de continuidad para flujo continuo no permanente debe incluir el elemento tiempo como una de sus variables.

3.2. Flujo uniforme y variado.

Esta clasificación obedece a la utilización del espacio como criterio. Se dice que el flujo en canales abiertos es **uniforme** si la profundidad del flujo es la misma en cada sección del canal.

Un **flujo uniforme** puede ser permanente o no permanente, según cambie o no la profundidad con respecto al tiempo. Es decir considerando la velocidad media, el flujo uniforme se presenta cuando la velocidad media permanece constante en cualquier sección del canal, $\partial V / \partial x = 0$. Esto significa que su área hidráulica y tirante también son constantes con x (figura 6.a o figura 8.a).

En el **flujo variado** ocurre lo contrario, cuando la velocidad media cambia en las secciones a lo largo del canal, ($\partial V / \partial x \neq 0$), El cambio de velocidad es para acelerar o desacelerar el movimiento y ocurre por una vibración en la sección, por un cambio en la pendiente, o por la presencia de una estructura hidráulica, como un vertedor o una compuerta, interpuesta en la línea de flujo. La línea de energía, el perfil de la superficie y la plantilla tienen inclinaciones distintas entre sí. (Figura 7 ó figura 8.a y 8.b)

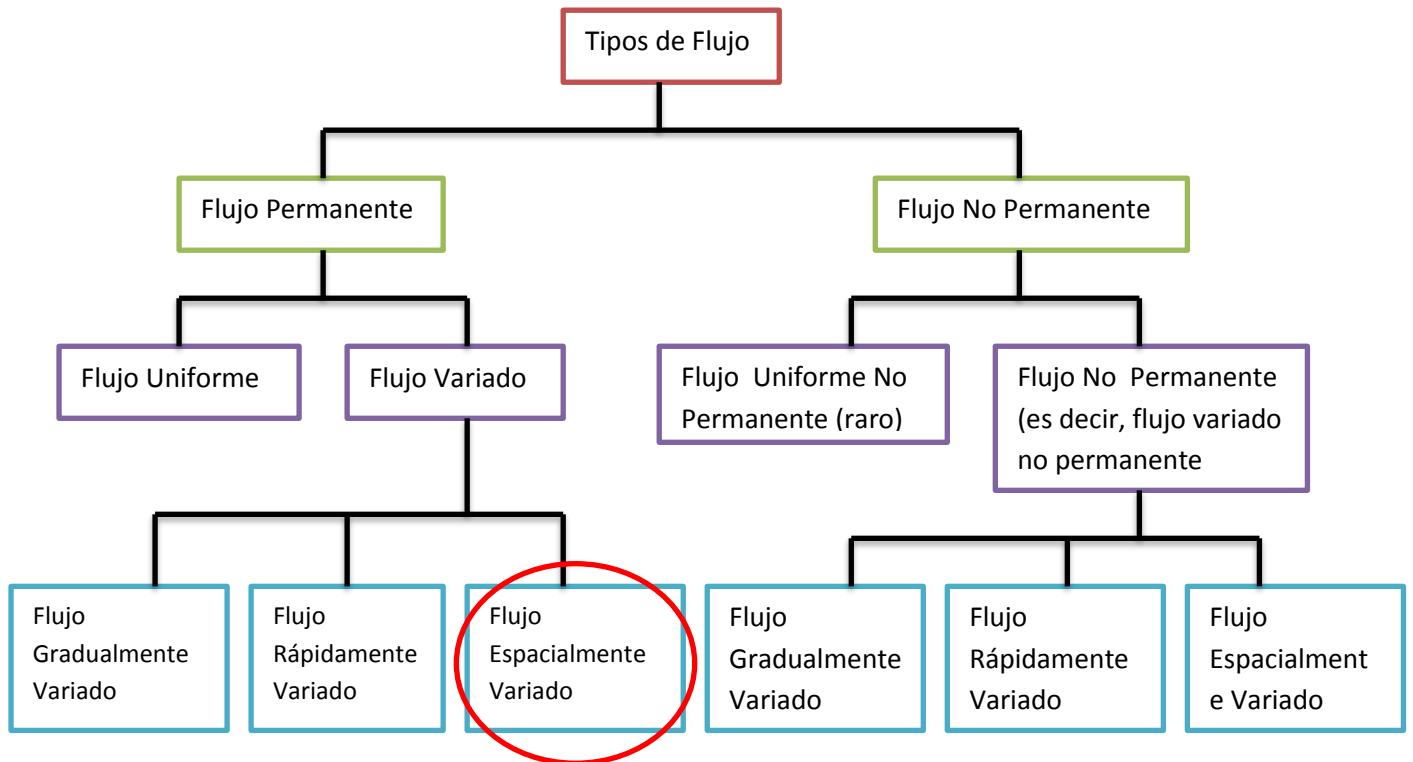
El **flujo uniforme permanente** es el tipo de flujo fundamental que se considera en la hidráulica de canales abiertos. La profundidad del flujo no cambia durante el intervalo de tiempo bajo consideración. El establecimiento de un **flujo uniforme no permanente** requeriría que la superficie del agua fluctuara de un tiempo a otro pero permaneciendo paralela al fondo del canal. En efecto, ésta es una condición prácticamente imposible. Por tanto, el término "**flujo uniforme**" se utilizará de aquí en adelante para designar el **flujo uniforme permanente** (por lo explicado anteriormente el flujo uniforme es casi siempre permanente.)

El **flujo es variado** si la profundidad de flujo cambia a lo largo del canal. El flujo variado puede ser permanente o no permanente. Debido a que el **flujo uniforme no permanente** es poco frecuente (definido anteriormente), el término "**flujo no permanente**" se utilizará de aquí en adelante para designar exclusivamente el **flujo variado no permanente**. Además el flujo variado puede clasificarse como rápidamente variado, gradualmente variado o espacialmente variado.

El **flujo es rápidamente variado** si la profundidad del agua cambia de manera abrupta en distancias comparativamente cortas; de otro modo, es **flujo gradualmente variado**. Un flujo

rápidamente variado también se conoce como fenómeno local; algunos ejemplos son el resalto hidráulico y la caída hidráulica. En el flujo espacialmente variado, (Figura 7.a.) cambia además el caudal a lo largo del canal o en un tramo del mismo.

Para mayor claridad, la clasificación del flujo en canales abiertos se resume de la siguiente manera.



Los diferentes tipos de flujo se esquematizan en las siguientes figuras (figura 6 y 7) con propósitos ilustrativos, esto diagramas, se han dibujado con una escala vertical exagerada, debido a que los canales comunes tienen bajas pendientes de fondo.

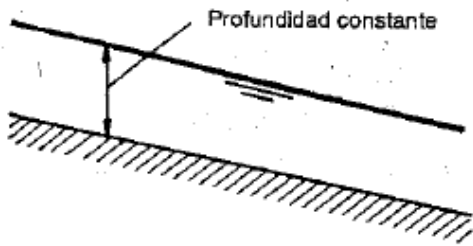


Figura 6.a. Flujo Uniforme, Flujo en un canal de laboratorio.

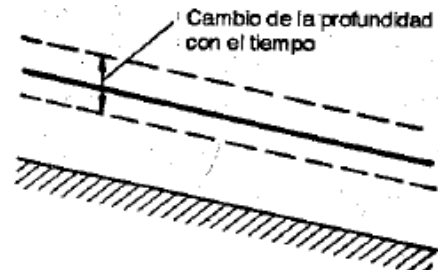


Figura 6.b. Flujo Uniforme no permanente, raro.

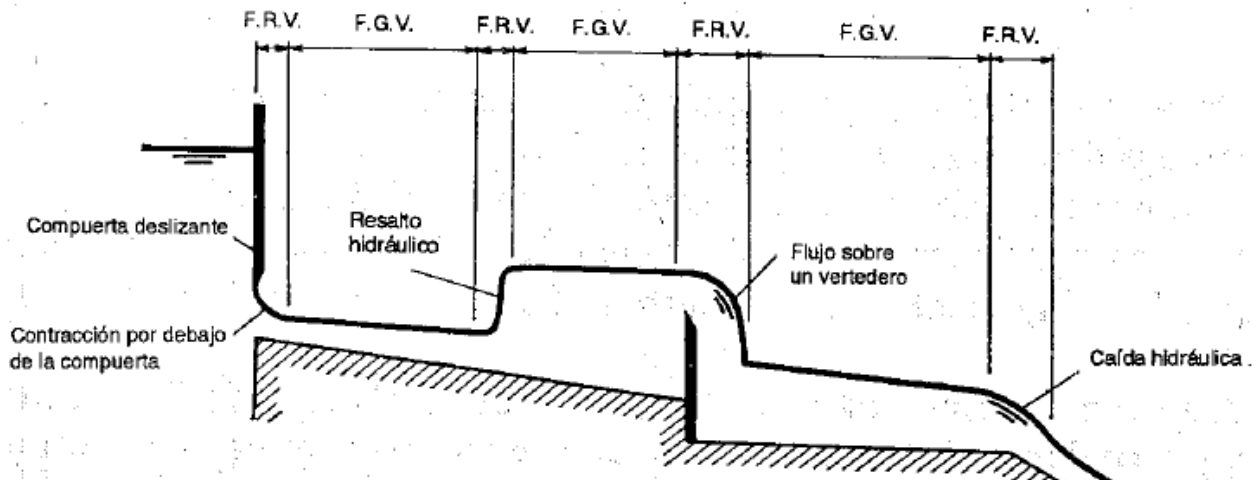


Figura 7. Flujo Variado
 (F.R.V. = Flujo rápidamente variado; F.G.V = Flujo Gradualmente variado.)

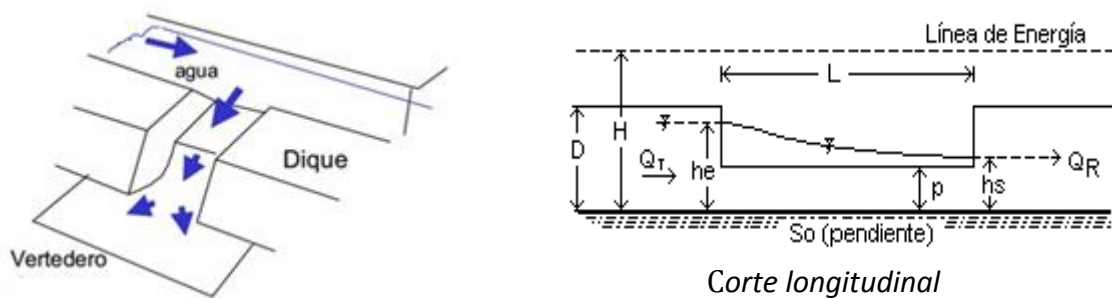


Figura 7.a. Flujo Espacialmente Variado (F.E.V.)

Por otro como se estudia un flujo en lámina libre (teniendo siempre nuestra tubería parcialmente llena), se tiene sobre la superficie libre del agua hay presión constante igual a la atmosférica pero dicha superficie no coincide con la línea de cargas piezométricas aun si el flujo es rectilíneo.

Sin embargo, mediante la corrección adecuada, el valor de la carga de velocidad separa verticalmente dicha superficie libre de la línea de energía. Como consecuencia, dicha línea, el perfil de la superficie libre de agua y la plantilla del canal son paralelos cuando el flujo es uniforme. En este caso, el hecho de que la velocidad media permanezca constante se asocia estrictamente a que la velocidad en un mismo punto de cada sección también lo sea en toda la longitud del canal, es decir, la distribución de la velocidad no se altera de una sección a otra.

Las características del flujo uniforme se satisfacen únicamente si el canal es prismático, esto es, sólo puede ocurrir en los artificiales y no en los naturales. Si la velocidad se incrementa a valores muy grandes (más de 6 m/s), se produce arrastre de aire al interior del flujo, y éste, en sentido estricto, adquiere un carácter no permanente y pulsatorio.

De manera incidental, a velocidades excepcionales del orden de 30 m/s, el incremento de área hidráulica por el aire arrastrado puede llegar a ser hasta del 50 por ciento del área original.

Debido a las razones antes mencionadas, así como los cambios de sección y de pendiente, y a la presencia de estructuras de control, el flujo uniforme es un estado ideal que difícilmente se alcanza en la práctica. Es razonable suponerlo sólo en canales rectos y largos, de sección pendiente, geometría y rugosidad constante; es muy útil porque simplifica el análisis y sirve de base para la solución de otros problemas.

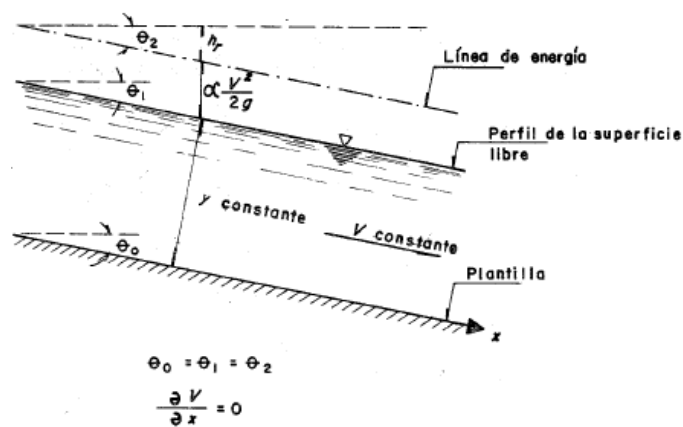


Figura 8.a. Flujo Uniforme

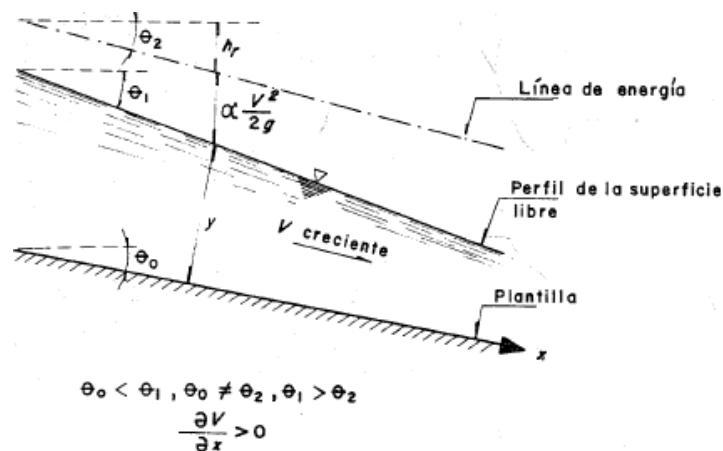


Figura 8.b. Flujo Variado, acelerado

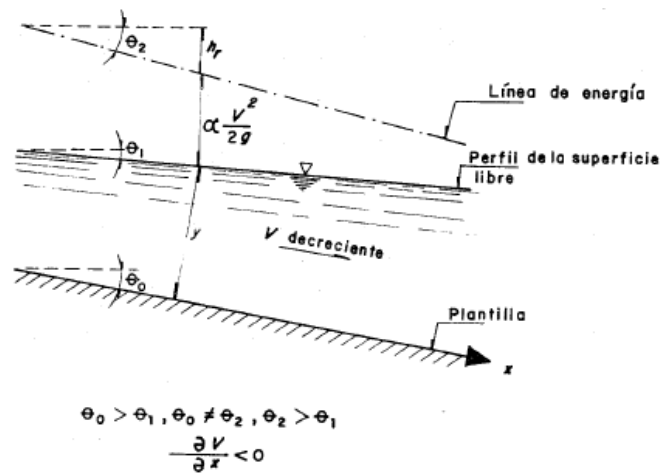


Figura 8.c. Flujo Variado, Desacelerado.

3.3. Flujo laminar y turbulento.

El movimiento del agua en un canal se rige por la importancia de las fuerzas viscosa o de gravedad, respecto a la de inercia. La tensión superficial del agua afecta el comportamiento en el caso de velocidad y tirante (o sección transversal) pequeños, pero no tiene una función importante en la mayoría de los problemas.

En la relación con el efecto de la viscosidad, el flujo puede ser laminar, de transición o turbulento, de manera semejante a los conductos a presión. La importancia de la fuerza de inercia respecto de la viscosa, ambas por unidad de masa, se mide con el número de Reynolds, definido de la siguiente manera:

$$Re = \frac{V * Rh}{\nu}$$

Dónde:

- Rh; es el radio hidráulico de la sección en metros
- V; es la velocidad media en la sección en m/s.
- ν ; es la viscosidad cinemática del agua en m/s².

En canales se han comprobado resultados semejantes a los de los conductos a presión. Para fines prácticos se tiene:

- Flujo laminar, cuando $Re \leq 500$
- Flujo de transición, cuando $500 \leq Re \leq 12500$
- Flujo turbulento, cuando $Re \leq 12500$

Las diferencias entre estos valores y los que se manejan en conductos circulares a presión se deben a que Re en los últimos se define con el diámetro D en lugar del radio hidráulico, y siendo $Rh = D/4$, los intervalos cambian en la misma proporción.

El flujo laminar en canales ocurre muy rara vez debido a sus dimensiones relativamente grandes y a la baja viscosidad cinemática del agua. La única posibilidad se presenta cuando el flujo es en láminas muy delgadas, con poca velocidad, como en el movimiento del agua de lluvia sobre cubiertas y superficies pavimentadas. La rugosidad de la frontera en canales naturales es normalmente tan grande, que ni siquiera ocurre el de transición.

3.4. Flujo Subcrítico y Supercrítico.

La importancia de la fuerza de inercia respecto de la de gravedad, ambas por unidad de masa, se mide a través del número de Froude, definido de la siguiente manera:

$$F = \frac{V}{\sqrt{g \cdot A/T}}$$

Dónde:

- g , es la aceleración de gravedad en m/s^2
- A , es el área hidráulica de la sección en m^2
- T , es el ancho de superficie libre de la sección en metros
- V , es la velocidad media en la sección en m/s

- a) Cuando $F = 1$, $V = \sqrt{g A/T}$, el flujo es en régimen crítico.
- b) Cuando $F < 1$, $V < \sqrt{g A/T}$, el régimen es subcrítico, siendo entonces más importante la fuerza de gravedad que la de inercia, ya que el flujo ocurre con poca velocidad, es decir, tranquilo.
- c) Por último, cuando $F > 1$, $V > \sqrt{g A/T}$, el régimen es supercrítico y la fuerza de inercia domina sobre la gravedad, toda vez que ocurre a gran velocidad, es decir, rápido o torrencial.

El término A/T , es también el tirante hidráulico y solo en canales rectangulares es igual al tirante. Si $\theta \leq 8^\circ$, $\cos \theta \geq 0.99027$, es decir, $\cos \theta \approx 1$ con error menor del uno por ciento.

4. FLUJO ESPACIALMENTE VARIADO

En el flujo gradualmente variado consideramos que el gasto (flujo ó caudal) permanece constante en la dirección del movimiento. En la práctica ocurre otro flujo variado en que el caudal del canal aumenta o disminuye en la dirección del movimiento, por la entrada o salida de un caudal que se aporta o se desvía del mismo. Estas son las condiciones en que ocurre el llamado **flujo espacialmente variado**, es decir, uno gradualmente variado en el que el gasto varía en la dirección del flujo y se generan o no modificaciones en su cantidad de movimiento y energía, con un comportamiento más complicado que el de gasto constante.

En el flujo espacialmente variado de caudal creciente el agua que se agrega a la que originalmente fluye en el canal produce fuertes corrientes transversales, un mezclado turbulento y un flujo de forma espiral. Estos efectos se transmiten hacia aguas abajo, incluso más allá de la última sección en que se aporta gasto al canal, e inducen una pérdida de energía mayor que la de fricción, conocida como pérdida por impacto, que solo se puede cuantificar por media del principio del momentum, más conveniente para su análisis que el de la energía.

En dicho análisis no se consideran los efectos de la inclinación transversal de la superficie libre en el canal, resultante de los fenómenos antes mencionados cuando el agua entra por un solo lado, siendo más notable cuando el canal es angosto.

El modelo de flujo espacialmente variado de gasto creciente es útil en el diseño de estructuras como el vertedor de canal lateral utilizado para eliminar las excedencias en un almacenamiento; también en cunetas, bordillos y canales de drenaje en carreteras, aeropuertos y tierras agrícolas, permeables o impermeables. Además, en sistemas de aguas residuales, plantas de tratamiento y sistemas de drenaje de áreas pavimentadas y cubiertas de techo.

La observación experimental del flujo de gasto decreciente muestra que la desviación de caudal hacia el exterior no produce cambios importantes en la energía específica del flujo, siendo el principio de energía más conveniente en su análisis.

El modelo de flujo tiene utilidad en el desafío de vertedores laterales construidos en los bordos de un canal para eliminar las excedencias del gasto que conduce, en los cauces de alivio de ríos, en la desviación de caudal mediante rejas en el fondo, o bien, en el de drenes porosos o permeables para infiltrar aguas en el subsuelo.

Para el análisis del flujo espacialmente variado se establecen hipótesis similares a las del gradualmente variado pero que no son limitativas, ya que es posible corregir algunos de sus efectos cuando las condiciones se aparten demasiado de las supuestas.

Aun en este nuevo flujo variado, el tratamiento es como si fuera unidimensional, es decir, las características de tirante y velocidad del movimiento corresponden a los valores sobre el eje del canal aun cuando haya asimetría del flujo que entra o sale, es decir, que este fuera por uno solo de los lados.

Un resumen de las hipótesis se presenta a continuación.

a) La pendiente del canal es uniforme y el caudal que entra o sale induce solo pequeñas curvaturas en el perfil del flujo y líneas de corriente casi paralelas. Hay distribución hidrostática de la presión en cada sección, sin eliminar con ello pendientes supercríticas.

b) La distribución de la velocidad se mantiene igual en cada sección y los coeficientes α de energía cinética y β de cantidad de movimiento son constantes.

c) La pérdida de fricción en un tramo se incluye mediante el cálculo de la pendiente de fricción resultante en cada sección.

d) El efecto de arrastre de aire no se incluye en el tratamiento.

e) El momentum del caudal que entra se forma solo del componente de cantidad de movimiento; la asimetría que pueda tener dicho caudal en la dirección transversal no influye en las características del flujo. Cuando el caudal sale lo hace a sitios más bajos sin restarle energía específica al flujo principal.

Las diferencias anotadas en la última hipótesis obligan a que el análisis sea distinto en gasto creciente que en gasto decreciente, por lo que ambos se tratan por separado.

En nuestro caso a continuación analizamos el **flujo espacialmente variado de gasto decreciente, en canales de sección circular (en redes de saneamiento, alcantarillado)**, ver figura 9; a través de un vertedero lateral. Lo cual es uno de nuestros objetivos del presente trabajo.

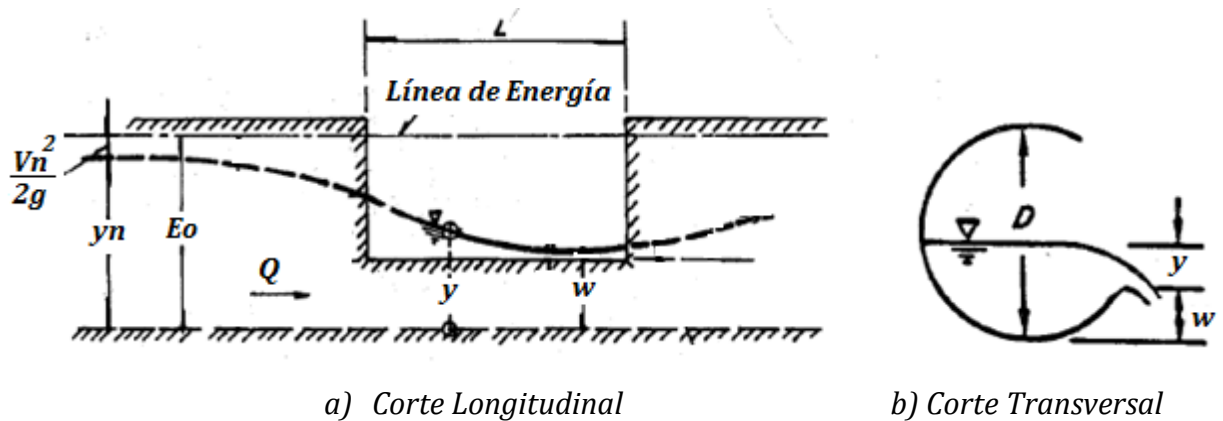


Figura 9. Flujo espacialmente variado, de gasto decreciente en un canal de sección circular con vertedero lateral. (En régimen Subcrítico en la entrada al vertedero.)

4.1. Canales de Gasto Decreciente.

Uno de nuestros objetivos es el estudio del Flujo Espacialmente Variado de Caudal decreciente a través de un **vertedero lateral** (ver figura 10, muestra el flujo en un canal, con descarga lateral a través de distintos vertederos laterales más comunes) que se construye sobre el borde de un canal o de un conducto colector o alcantarilla, paralelo al flujo principal.

Se usa ampliamente para controlar los niveles del agua en irrigación y en sistemas de canales de drenaje, como un medio de desviar el exceso del gasto, a canales de alivio en las obras de protección contra avenidas. Se utiliza con frecuencia para desalojar el gasto excedente al de diseño que se acumula en un canal de conducción por el ingreso del agua de lluvia sobre la superficie o por entradas accidentales en su curso.

También se usa en sistemas urbanos de alcantarillado, donde es costumbre desviar el gasto que excede de seis veces el de la época de estiaje hacia un río o corriente y tratar el resto en plantas de tratamiento.

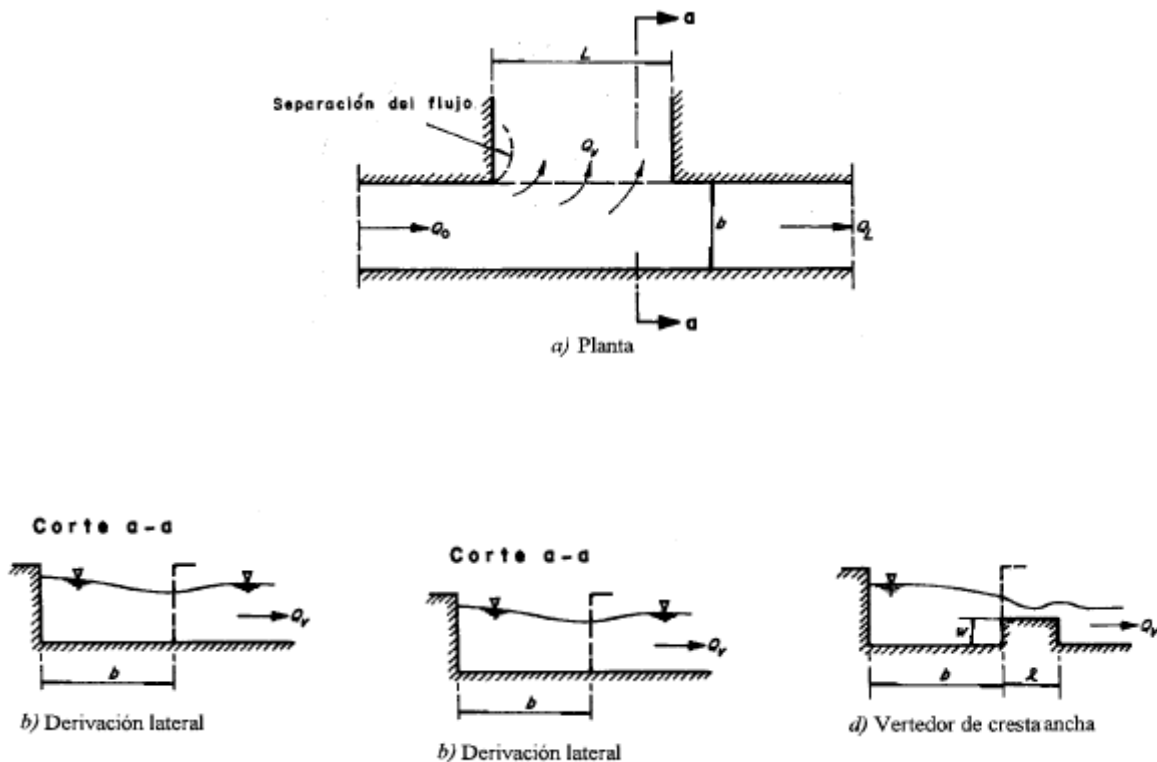
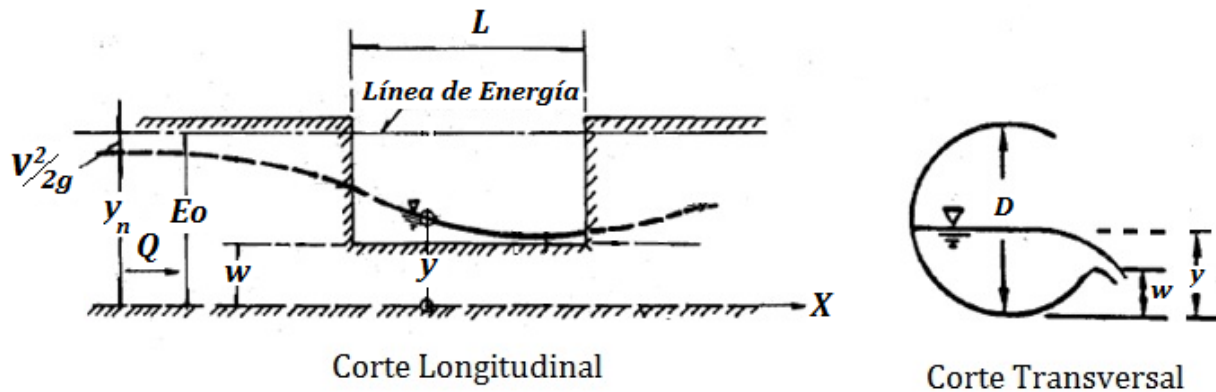


Figura 10. Flujo espacialmente variado de gasto decreciente en un canal de sección rectangular con descarga lateral (a, b, c y d)

4.2. Ecuaciones Básicas

Para Analizar el flujo espacialmente variado de caudal decreciente a través de un vertedero lateral, partimos del principio de **Bernoulli**, también denominado **ecuación de Bernoulli o trinomio de Bernoulli**, (Ecuación 2) para obtener la ecuación principal que rige el flujo espacialmente variado.



$$H = z + y + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (\text{Ecuación 2})$$

Dónde:

- H, representa la altura Total Hidráulica ó energía Total del Flujo.
- y, representa a la energía del Flujo ó altura de Presión. **El cual será el calado en la sección perpendicular a la base del canal.**
- z, representa a la energía Potencial del Flujo ó altura geométrica.
- $\alpha \frac{V^2}{2g}$, representa la energía cinética del flujo ó altura de Velocidad.

1er. Paso. Expresando de otra manera la energía total del flujo en una sección transversal del canal, medido desde un nivel de referencia cualquiera, es:

$$H = z + y \cos\theta + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2}$$

2do Paso. Derivando esta ecuación con respecto a x con Q variable, se tiene:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \frac{dy}{dx} \cos\theta + \frac{\alpha}{2g} \left[\frac{2Q}{A^2} \frac{dQ}{dx} - \frac{2Q^2}{A^3} \frac{dA}{dx} \right]$$

Dónde:

- $dH/dx = -Sf$ (pendiente de fricción)
- $dz/dx = -sen\theta = -So$ (pendiente del canal) y

$$- \frac{dA}{dx} = \frac{dA}{dy} \frac{dy}{dx} + \frac{\partial A}{\partial x} = T \frac{dy}{dx} + \frac{\partial A}{\partial x}$$

- T es el ancho de la superficie libre de la sección.
- $\partial A/\partial x = 0$, para un canal prismático; y también como vamos a tener una inclinación de canal pequeño entonces el $cos \theta \approx 1$.

3er Paso. Ahora sustituyendo las expresiones antes mencionadas se tiene:

$$-Sf = -So + \frac{dy}{dx} + \frac{\alpha}{2g} \left[\frac{2Q}{A^2} \frac{dQ}{dx} - \frac{2Q^2}{A^3} T \frac{dy}{dx} \right]$$

$$-Sf + So = \frac{\alpha}{2g} \frac{2Q}{A^2} \frac{dQ}{dx} + \frac{dy}{dx} \left[1 - \frac{\alpha}{2g} \frac{2Q^2}{A^3} T \right]$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-Sf + So - \frac{\alpha}{g} \frac{Q^2}{A^2} \frac{dQ}{dx}}{1 - \frac{\alpha}{g} \frac{Q^2}{A^3} T} \quad (\text{Ecuación 3})$$

La ecuación 3 es la ecuación dinámica del flujo espacialmente variado de gasto decreciente, el cual entre otras aplicaciones no sirve para la determinación analítica del perfil de flujo.

4.3. Canal con Vertedero Lateral

Otro de los objetivos del presente proyecto es la descripción y el análisis de canales con vertedero lateral, lo cual produce un flujo espacialmente variado (FEV) de caudal decreciente.

Un vertedor es un dique o pared que intercepta una corriente de un líquido con superficie libre, causando una elevación del nivel del fluido aguas arriba de la misma.

Se pueden emplear para mantener un nivel aguas arriba que no exceda un valor límite en un almacenamiento de agua o un canal o bien, para medir el caudal transportado por un canal.

El vertedero lateral en canales rectangulares fue probado experimentalmente por Schaffernak de 1915 a 1918, Engels de 1917 a 1918, Ehrenberger en 1934 y Coleman y

Smith en 1957, entre otros. El interés general fue determinar la relación entre el gasto que sale del canal, la longitud del vertedor, los tirantes o calado al inicio y final del mismo y el coeficiente de descarga.

Sin embargo, los resultados tuvieron poca utilidad debido principalmente al desconocimiento de los intervalos y formas del perfil a los que se aplicaban.

Se ha confirmado que no es posible una solución analítica completa de las ecuaciones que gobiernan el flujo en canales de cualquier sección con vertedero lateral. Es por eso que, aún en tiempos muy recientes, se han usado métodos aproximados que se basan en experimentos realizados dentro de un intervalo limitado de las muchas variables que intervienen.

En la mayoría de los casos, el uso de dichos métodos ha significado errores sustanciales en el cálculo del gasto vertido. Otros métodos se han desarrollado para ciertos casos, a fin de dar mayor seguridad en los cálculos.

Cuando el vertedor lateral es recto, el tirante sobre el eje del canal varía con la distancia a lo largo de dicho eje. Se ha comprobado que con régimen Subcrítico en el canal antes y después del vertedor, el perfil del flujo siguiendo dicho eje asciende del lado aguas arriba hacia aguas abajo, como se ve en la figura 11.

Cuando el régimen en el canal antes y después del vertedor es supercrítico, éste se mantiene en todo el tramo del vertedor y el tirante desciende de aguas arriba hacia aguas abajo, como se ve en la figura 13.

De Marchi en 1934, obtuvo por primera vez la solución analítica de la ecuación dinámica de flujo espacialmente variado de gasto decreciente, para determinar el perfil del flujo en canales rectangulares.

Para ello consideró que el canal era de pendiente pequeña y el vertedor no demasiado largo, lo cual significó igualar dicha pendiente con la de fricción, es decir, $S_o = S_f$. Si se observa el desarrollo de la ecuación mencionada, esto equivale a considerar **constante la energía específica (E)** en el tramo de canal donde se aloja el vertedor.

Los perfiles del flujo obtenidos con la solución de De Marchi (1934) han sido plenamente comprobados experimentalmente cuando se sustituye el valor adecuado del coeficiente de vertido. Esto mismo se ha comprobado con soluciones para canales circulares y en forma de U, al grado que se acepta que los perfiles analíticos del flujo son más precisos que los experimentales, por las dificultades en la medición.

Al agregar nuevos conocimientos en el comportamiento de los perfiles del flujo y el coeficiente de vertido, es válido aceptar que el flujo en un canal de gasto decreciente y cualquier forma de sección se analiza con base en las siguientes consideraciones:

- a) El flujo en el canal es aproximadamente bidimensional y la distribución de la presión es casi hidrostática, si se desprecia la curvatura e irregularidades de la superficie libre.
- b) La pendiente del canal es pequeña ($\cos \theta = 1$) e igual a la pendiente de fricción ($S_o = S_f$). Por lo tanto: **La energía específica (E) en el tramo del canal que contiene el vertedor y el coeficiente α permanecen constantes.** Es decir, de la ecuación de energía específica (Ecuación 4), despejando el **Caudal (Q) en cualquier sección** vale:

$$E = H = y + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (\text{Ecuación 4})$$

$$E - y = \alpha \frac{(Q/A)^2}{2g}$$

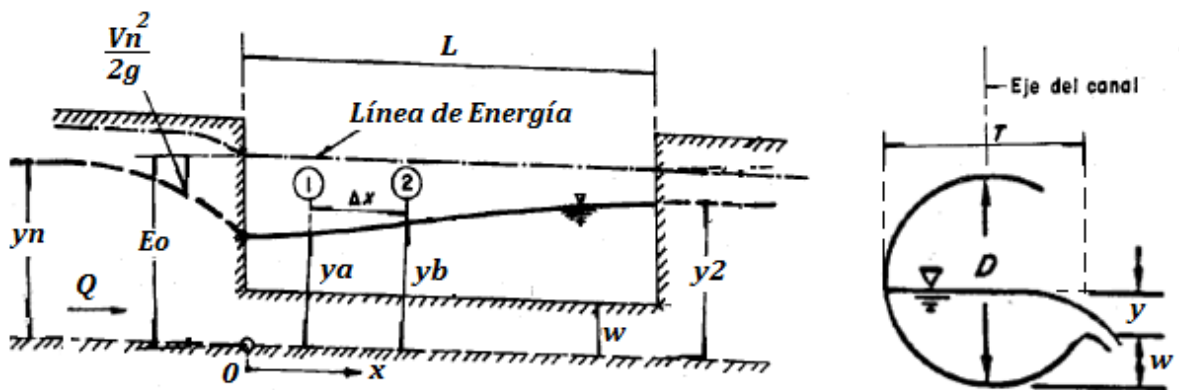
$$(E - y) \frac{2g}{\alpha} = \frac{Q^2}{A^2}$$

$$Q^2 = \frac{A^2}{\alpha} 2g (E - y)$$

$$Q = \sqrt{\frac{A^2}{\alpha} 2g (E - y)}$$

$$Q = A \sqrt{\frac{2g}{\alpha} (E - y)} \quad (\text{Ecuación 5})$$

Donde “A” es el área hidráulica en la sección a la distancia “x” y función del tirante “y” en la misma, como se muestra en la figura 11.



a) Corte Longitudinal

b) Sección Transversal

Figura 11. Flujo Subcrítico en un canal con vertedor lateral.

- c) El calado “y” varía sólo con la distancia x sobre el eje del canal, ya que se desprecia la variación en la dirección lateral, debido al comportamiento extremadamente complejo en esa dirección. El flujo sobre el vertedor lateral forma un ángulo de $\pi/2$ con la cresta y se asume la ecuación convencional del **Caudal por unidad de longitud**, la siguiente:

$$-\frac{dQ}{dx} = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} (y - w)^{\frac{3}{2}} \quad (\text{Ecuación 6})$$

Dónde: w , es la altura de la cresta respecto del fondo del canal y μ es el coeficiente de descarga (adimensional) que permanece constante, ya que depende de las condiciones del flujo en la sección del canal donde inicia el vertedor.

- d) El Caudal total desviado por un vertedor lateral de longitud L (Q_v) se obtiene al integrar la ecuación 6 en la forma siguiente:

$$Q_v = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} \int_0^L (y - w)^{\frac{3}{2}} dx$$

$$Q_v = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} \cdot L \cdot h^{\frac{3}{2}}$$

Donde “h” es la carga media (calado medio) en la distancia L y se define por la expresión.

$$h = \frac{1}{L} \int_0^L (y - w) dx \approx \frac{1}{L} \sum (y_m - w) \Delta x$$

Ya que “y” varía con “x” y debe conocerse previamente; y_m es el tirante medio en el tramo Δx (ver figura 11)

Cuando el cálculo del perfil del flujo se efectúa por el método numérico de integración, la ecuación 6 (**Caudal por unidad de longitud**) se expresa en diferencias finitas y el decremento del gasto entre las dos secciones contiguas 1 y 2 de la figura 11 es:

$$-\Delta Q = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} (y_m - w)^{\frac{3}{2}} \Delta x \quad \text{Ecuación 6.1}$$

Dónde: $y_m = 0.5 (y_a + y_b)$ es el calado medio en el tramo Δx .

- e) La longitud del vertedor no debe ser muy grande. Según diferentes investigadores, se debe cumplir que la proporción del caudal total vertido al caudal en el canal de aproximación (antes del vertedor) sea igual o menor de 0.75.

Una vez descrita las anteriores consideraciones en referencia a la pendiente del canal, la energía específica y el caudal desviado a través de un vertedero lateral. Sustituimos la ecuación 5, la ecuación 6 y que $S_o = S_f$ en la ecuación 3 y desarrollando esta ecuación se tiene lo siguiente:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-S_f + S_o - \frac{\alpha A \sqrt{\frac{2g}{\alpha}} (E - y)}{g A^2} \left(-\frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} (y - w)^{\frac{3}{2}}\right)}{1 - \frac{\alpha}{g} \frac{\left(A \sqrt{\frac{2g}{\alpha}} (E - y)\right)^2}{A^3} T}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\frac{\alpha \sqrt{\frac{2g}{\alpha}} (E - y)}{g A} \left(-\frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} (y - w)^{\frac{3}{2}}\right)}{1 - \frac{\alpha}{g} \frac{A^2 \left(\frac{2g}{\alpha} (E - y)\right)}{A^3} T}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\alpha/\sqrt{\alpha} \sqrt{2g} \sqrt{(E - y)}}{g A} \left(\frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} (y - w)^{\frac{3}{2}}\right)}{1 - \frac{2(E - y)}{A} T}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\sqrt{\alpha} 2g \sqrt{(E - y)}}{g A} \left(\frac{2}{3} \mu (y - w)^{\frac{3}{2}}\right)}{1 - \frac{2(E - y)}{A} T}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{4}{3} \frac{\sqrt{\alpha} \sqrt{(E - y)}}{A} \left(\mu (y - w)^{\frac{3}{2}}\right)}{1 - \frac{2(E - y)}{A} T}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{4}{3} \sqrt{\alpha} \sqrt{(E - y)} \left(\mu (y - w)^{\frac{3}{2}}\right)}{A - A \frac{2(E - y)}{A} T}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4}{3} \frac{\sqrt{\alpha} \mu \sqrt{E - y} (y - w)^{\frac{3}{2}}}{A - 2 T (E - y)}$$

(Ecuación 7)

La ecuación 7 es la **ecuación dinámica para flujo espacialmente variado de gasto decreciente a través de un vertedero lateral**, y es válida para régimen Subcrítico y supercrítico. Para cualquier tipo de sección transversal.

Pero como en nuestro caso de estudio tenemos canales circulares nos basamos en los estudios de Uyumaz y Muslu en 1985 donde obtuvieron una solución numérica general en canales circulares con vertedor lateral, partiendo de la ecuación 7 y multiplicando y dividiendo por el diámetro al cuadrado (D^2) se tiene:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4}{3} \frac{\sqrt{\alpha} \mu \sqrt{E-y} (y-w)^{\frac{3}{2}}}{A - 2T(E-y)} \cdot \frac{1/D^2}{1/D^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4}{3} \frac{\sqrt{\alpha} \mu \sqrt{(E-y)(y-w)^3}}{A - 2T(E-y)} \cdot \frac{1/D^2}{1/D^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4}{3} \frac{\sqrt{\alpha} \mu \sqrt{\frac{(E-y)(y-w)^3}{D^4}}}{\frac{A - 2T(E-y)}{D^2}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4}{3} \frac{\sqrt{\alpha} \mu \sqrt{\frac{(E-y)}{D} \cdot \frac{(y-w)^3}{D^3}}}{\frac{A}{D^2} - \frac{2T(E-y)}{D^2}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4}{3} \frac{\sqrt{\alpha} \mu \sqrt{\left(\frac{E-y}{D} - \frac{y}{D}\right) \cdot \left(\frac{y-w}{D}\right)^3}}{\frac{A}{D^2} - \frac{2T(E-y)}{D \cdot D}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4}{3} \frac{\sqrt{\alpha} \mu \sqrt{\left(\frac{E-y}{D} - \frac{y}{D}\right) \cdot \left(\frac{y-w}{D} - \frac{w}{D}\right)^3}}{\frac{A}{D^2} - \frac{2T}{D} \cdot \frac{(E-y)}{D}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4}{3} \frac{\sqrt{\alpha} \mu \sqrt{\left(\frac{E-y}{D} - \frac{y}{D}\right) \cdot \left(\frac{y-w}{D} - \frac{w}{D}\right)^3}}{\frac{A}{D^2} - \frac{2T}{D} \cdot \frac{(E-y)}{D}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4}{3} \frac{\sqrt{\alpha} \mu \sqrt{\frac{E-y}{D} - \frac{y}{D} \left(\frac{y-w}{D} - \frac{w}{D}\right)^{\frac{3}{2}}}}{\frac{A}{D^2} - \frac{2T}{D} \left(\frac{E-y}{D} - \frac{y}{D}\right)} \quad (\text{Ecuación 8})$$

Donde “A” y “T” son los parámetros geométricos de nuestra sección circular descrito anteriormente en el apartado 2.2.1. (Parámetros Geométricos de un canal de sección

Circular), y “D” representa el diámetro del canal. Esta ecuación utilizaremos para la determinación de los perfiles de flujo, en el cual nuestro parámetro que varía en la dirección del eje x del canal (eje longitudinal) será el calado “y” para ello aplicaremos el método matemático Runge Kutta de orden 4.

4.4. Método Matemático Runge- Kutta de Orden 4.

Los métodos de **Runge-Kutta**, son un conjunto de métodos iterativos (implícitos y explícitos) para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales ordinarias, concretamente, del problema de valor inicial. Sea:

$$\left\{ \begin{array}{l} y'(x) = f(x; y(x)) \\ y(x = 0) = y_0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y'(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{4}{3} \frac{\sqrt{\alpha} \mu \sqrt{\frac{E-y}{D} \frac{(y-w)}{D}}^{\frac{3}{2}}}{\frac{A}{D^2} - \frac{2T}{D} \left(\frac{E-y}{D}\right)} \\ y(0) = y_0 = \text{Tirante critico inicial} \end{array} \right.$$

Y por definición, el tirante siguiente (y_{i+1}) a una distancia Δx (en principio fijamos un valor de 0.05 metros), será:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)\Delta x \quad \text{Ecuación 9}$$

$$k_1 = f(x_i; y_i)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{\Delta x}{2}; y_i + \frac{\Delta x}{2}k_1\right)$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{\Delta x}{2}; y_i + \frac{\Delta x}{2}k_2\right)$$

$$k_4 = f(x_i + \Delta x; y_i + \Delta x k_1)$$

De esta manera vamos obteniendo el calado correspondiente para cada incremento de x, desde que empieza el tramo donde se encuentra el vertedero lateral.

5. PERFILES DE FLUJO

Los perfiles del flujo espacialmente variado de gasto decreciente fueron analizados por de Marchi y por Schmidt. En dicho flujo ocurre que $dQ/dx < 0$ (Gasto decreciente)

Las características de los perfiles se explican a continuación:

a) Flujo Subcrítico.

El régimen antes y después del flujo espacialmente variado es subcrítico y el calado al inicio (y_0) es mayor que el crítico (y_c). El calado aumenta después en forma gradual hacia aguas abajo manteniendo el tipo de régimen, para aproximarse asintóticamente al tirante normal correspondiente al gasto, siendo el número de Froude menor a 1 ($F_0 < 1$). Siendo la ecuación dinámica del flujo espacialmente variado mayor a cero ($dy/dx > 0$).

El perfil de flujo afecta solo en la dirección aguas arriba del vertedor, aproximándose asintóticamente al tirante normal asociado al caudal inicial (Q_0).

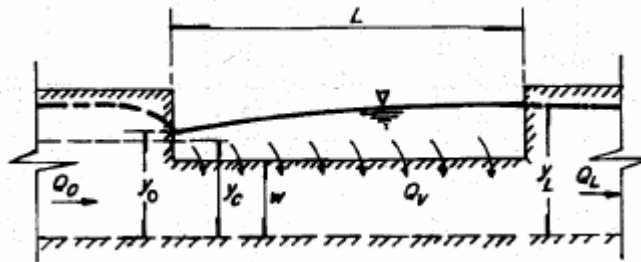


Figura 12. Perfil de flujo en régimen Subcrítico.

b) Flujo Supercrítico.

El flujo uniforme después de verter es supercrítico. El calado del canal en la sección inicial (y_0) es igual (perfil 1) o menor (perfil 2) que el crítico (y_c) para el caudal aguas arriba y disminuye gradualmente hacia aguas abajo, con la presencia de régimen supercrítico en el tramo donde se sitúa el vertedero (tramo L). En la figura 13 se muestran lo explicado anteriormente, siendo $F > 1$, con lo que la ecuación dinámica del flujo espacialmente variado menor a cero ($dy/dx < 0$).

Perfil tipo 1 (perfil de flujo en régimen subcrítico, figura 13) ocurre en canales de pendiente pequeña, teniendo la altura de la cresta (w) del vertedero menor que el calado crítico (y_c) y la longitud del vertedero (L) suficientemente grande.

Perfil tipo 2 (perfil de flujo en régimen supercrítico, figura 13), ocurre en canales de pendiente supercrítica (donde hay flujo uniforme supercrítico aguas arriba) y tiene influencia sólo hacia aguas abajo. En ambos perfiles el tirante disminuye gradualmente a lo largo de la longitud del vertedero (L) manteniendo el régimen supercrítico, para después alcanzar el tirante normal que corresponde al caudal final del vertedero (Q_L). Esto ocurre de manera gradual en el perfil 2 si se mantiene aguas abajo la pendiente supercrítica. Los perfiles están controlados desde aguas arriba.

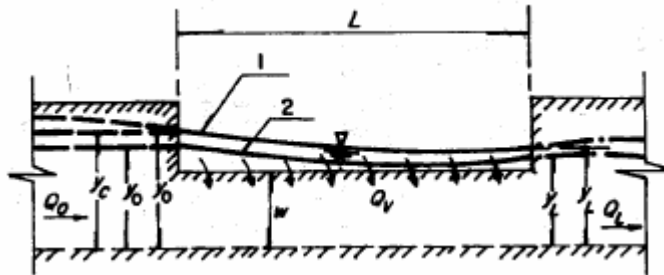


Figura 13. Perfil de flujo en régimen Supercrítico.

c) Flujo Mixto.

Teniendo un flujo en Régimen Subcrítico antes de entrar al vertedero y un flujo supercrítico al inicio del vertedero y nuevamente aguas abajo un flujo en régimen subcrítico, (representado en la figura 14). El calado del canal en la sección inicial (y_0) es menor que el crítico (y_c), que disminuye gradualmente hacia aguas abajo hasta formar un resalto dentro el tramo del vertedor y después aumenta gradualmente. El perfil de tipo supercrítico antes del resalto y subcrítico después del mismo, lo que combina los dos tipos de perfil. El primero está controlado desde aguas arriba y el segundo desde aguas abajo.

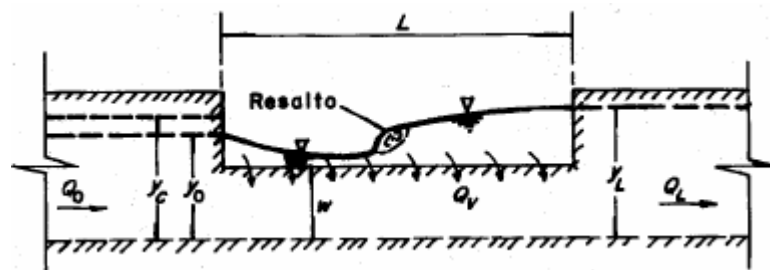


Figura 14. Perfil de flujo Mixto.

6. COEFICIENTES DE DESCARGA (μ)

6.1. Coeficientes de Descarga para canales Rectangulares.

Existen resultados experimentales del coeficiente μ de descarga solo en canales rectangulares y son los que se presentan a continuación, según diferentes autores:

- a) Zshiesche, en 1954, encontró los valores experimentales siguientes:

$\mu = 0.6976$ con cresta de pared delgada

$\mu = 0.7365$ con cresta redondeada

$\mu = 0.5581$ con cresta de forma trapecial y estrechamiento en el canal aguas abajo.

- b) Frazer, en 1957, indican que $\mu = 0.7665$ sólo cuando el número de Froude en el canal rectangular es pequeño y que más bien varía según la ecuación.

$$\mu = 0.7759 - 0.3384 \frac{y_c}{y} - 0.0262 \frac{y_c}{L}$$

Donde, L es la longitud del vertedor, y el tirante local y y_c el tirante crítico.

- c) Marchi, en 1934, propuso una solución directa del μ coeficiente de descarga en canales rectangulares de valor, $\mu = 0,625$
- d) Ackers, en 1957 determinó experimentalmente que la longitud obtenida debe incrementarse multiplicándola por el factor de corrección.

$$k = \frac{3.1}{2.8 - Fo}$$

Donde, Fo es el número de Froude en la sección al inicio del vertedor, y debe aplicarse cuando el flujo es en régimen subcrítico.

- e) Schmidt, en 1957, quien realizo experimentos en vertedores laterales y determinó que $\mu = 0.95 \mu_0$, siendo μ_0 el coeficiente de descarga para un vertedor recto de la misma longitud que el real y flujo perpendicular a la cresta.
- f) Subramanya y Awasthy, en 1972, demostraron que al usar la solución de De Marchi para un canal rectangular, μ es función principalmente del número de Froude Fo del flujo al inicio del vertedor. Ellos determinaron experimentalmente que el coeficiente de descarga μ se ajusta a la ecuación:

d) Para Flujo Subcrítico con valor de $Fo \leq 0.8$

$$\mu = 0.611 \sqrt{1 - \frac{3Fo^2}{Fo^2 + 2}}$$

e) Para flujo Supercrítico con $Fo \geq 1.6$, la expresión anterior cambia a:

$$\mu = 0.36 + 0.08 Fo$$

g) Ranga Raju y coautores, en 1979, utilizando también la solución de De Marchi, pruebas en modelo con vertedores laterales de cresta delgada en canales rectangulares, los resultados de la dependencia de μ con el número de Froude del flujo al inicio del vertedor, se ajustan experimentalmente con la siguiente expresión:

$$\mu = 0.81 - 0.6Fo$$

Válida para $Fo < 0.5$ y cantos redondeados en los extremos del vertedor.

Los mismos autores probaron vertedores de cresta ancha con las mismas condiciones geométricas e hidráulicas y encontraron que el coeficiente μ de los e cresta delgada debe reducirse por el factor K dependiente del parámetro $(y_0 - w)/l$ para obtener el de cresta ancha, donde l es el espesor de la cresta, w es la altura de la cresta y y_0 tirante al inicio del vertedor. Es decir:

$$\mu = K (0.81 - 0.6Fo)$$

Válida para $Fo < 0.5$. el Factor K se obtiene de la ecuación:

$$K = 0.8 + 0.1 \left(\frac{y_0 - w}{l} \right)$$

Hasta valores $(y_0 - w/l) < 2$.

No existen resultados experimentales para vertedores laterales en **canales trapeciales ni triangulares**. La falta de dicha información obliga a utilizar los de los rectangulares, por ejemplo, los resultados de Subramanya y Awasthy, con Fo como número de Froude en el canal trapecial o triangular al inicio del vertedor.

6.2. Coeficiente de Descarga para canales circulares.

Uyumaz y Muslu en 1985 obtuvieron mediante investigaciones experimentales muy detalladas, sobre los diversos factores que influyen en la descarga de vertederos laterales.

Ellos hicieron una gran cantidad de experimentos con vertederos en canales circulares parcialmente llenos, que cubrieron desde flujo Subcrítico al supercrítico. (Pendientes $0 < S_0 < 0.02$, y un diámetro del canal $D=0.25\text{m}$. Para $w/D \geq 0.48$, las pruebas de laboratorio no admitieron flujo supercrítico).

Por lo que el coeficiente de descarga μ depende de tres parámetros, en la forma:

$$\mu = f\left(Fo, \frac{w}{D}, \frac{L}{D}\right)$$

Dónde:

- $Fo = V_0/\sqrt{g \cdot A_0/T_0}$, es el número de Froude en el canal al inicio del vertedor.
- A_0 y T_0 el área hidráulica y ancho de la superficie libre respectivamente.
- w/D , es la altura relativa del vertedero, relación de la altura de la cresta del vertedero y el diámetro de la tubería.
- L/D , es la longitud relativa del vertedero, relación de la longitud del vertedero y el diámetro de la tubería.

Una representación conjunta de los resultados experimentales de Uyumaz y Muslu se muestra en la Figura 2, a, b, c, d y e (Coeficientes de Descarga, con distintos valores de Fo , w/D y L/D).

Los autores obtuvieron también ecuaciones que se ajustan a las curvas mostradas en las figuras 2, de a la d. con errores menores del 5 por ciento y que son:

- **Para, $Fo < 1$ (Flujo Subcrítico)**

$$\mu = 0.315 + 0.141 \sqrt{1.75 \frac{L}{D} - 1} + \left[0.33 - 0.12 \sqrt{1.68 \frac{L}{D} - 1} \right] \sqrt{1 - Fo}$$

Ecuación 10

- **Para, $Fo > 1$ (Flujo Supercrítico)**

$$\mu = 0.36 + 0.0315 \sqrt{35.3 \frac{L}{D} + 1} - \left[0.069 + 0.081 \sqrt{1.67 \frac{L}{D} - 1} \right] Fo$$

Ecuación 11

7. DESARROLLO DEL CÁLCULO Y SIMULACIÓN DE LOS PERFILES DE FLUJO.

A continuación desarrollamos el cálculo y simulación de los perfiles de flujo, de un flujo espacialmente variado con caudal decreciente a través de un vertedero lateral en redes de saneamiento. Y analizaremos como resultados obtenidos:

- La gráfica del perfil de flujo
- El porcentaje de caudal desviado en todo el tramo de longitud del vertedero.
- El caudal que queda al final del vertedero lateral (Caudal no desviado, lo llamamos también caudal de salida)
- La longitud del vertedero (L_p) para que el flujo no cambie de régimen Subcrítico, y la longitud del vertedero (L_g) para que se produzca un resalto hidráulico considerando las condiciones del calado aguas abajo del vertedero.

Para lo cual aplicaremos los métodos y expresiones descritas anteriormente, planteadas en una tabla Excel mediante el Método Matemático Runge Kutta de orden 4, el cual nos ira dando valores del calado por unidad de longitud según el incremento de x que tenemos como dato que consideramos un incremento de x (Δx) de valor 0,05 metros.

Como primer paso, reflejamos como resultados el perfil de flujo (gráficamente).

Luego procedemos a obtener el caudal desviado a través del vertedero lateral en el caso que el flujo de aproximación se mantenga en régimen Subcrítico o el caso que se produzca un resalto hidráulico.

Pero antes de obtener los resultados, representamos un esquema de los tipos de flujo que tendremos, siendo:

L = Longitud del vertedero lateral

L_p = Longitud de vertedero para que el flujo no cambie de régimen Subcrítico.

L_g = Longitud de vertedero para que se produzca un resalto hidráulico.

Q = caudal de entrada

y_n = calado normal

D = diámetro de la tubería

w = altura de la cresta del vertedero

y_1 = calado de entrada al vertedero lateral (L)

y_2 = calado aguas abajo del vertedero lateral (L)

Q_v = caudal desviado por el vertedero lateral

1. Que el flujo se mantenga en Régimen Subcrítico.

$$L < L_p$$

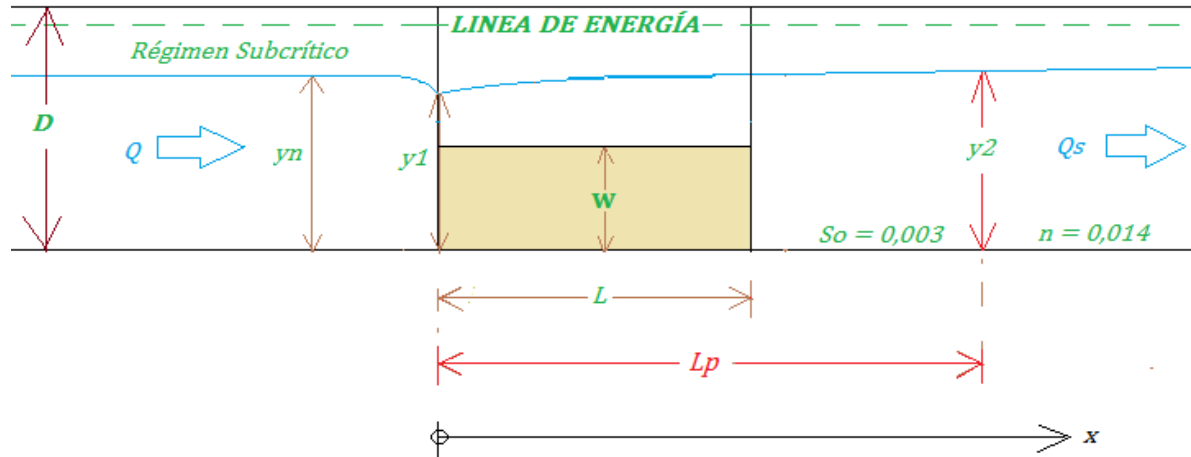


Figura 15a. Perfil de flujo en Régimen Subcrítico

2. Que se produzca un resalto hidráulico dentro el tramo L del vertedero.

$$L > L_g$$

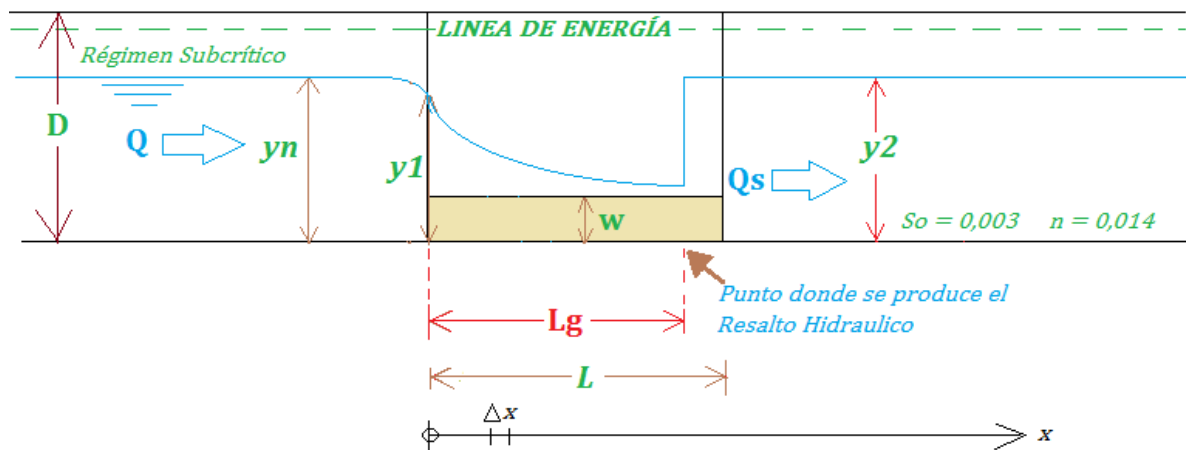


Figura 15b. Perfil de flujo con resalto hidráulico aguas abajo del vertedero

3. Que se produzca un resalto hidráulico aguas abajo del vertedero.

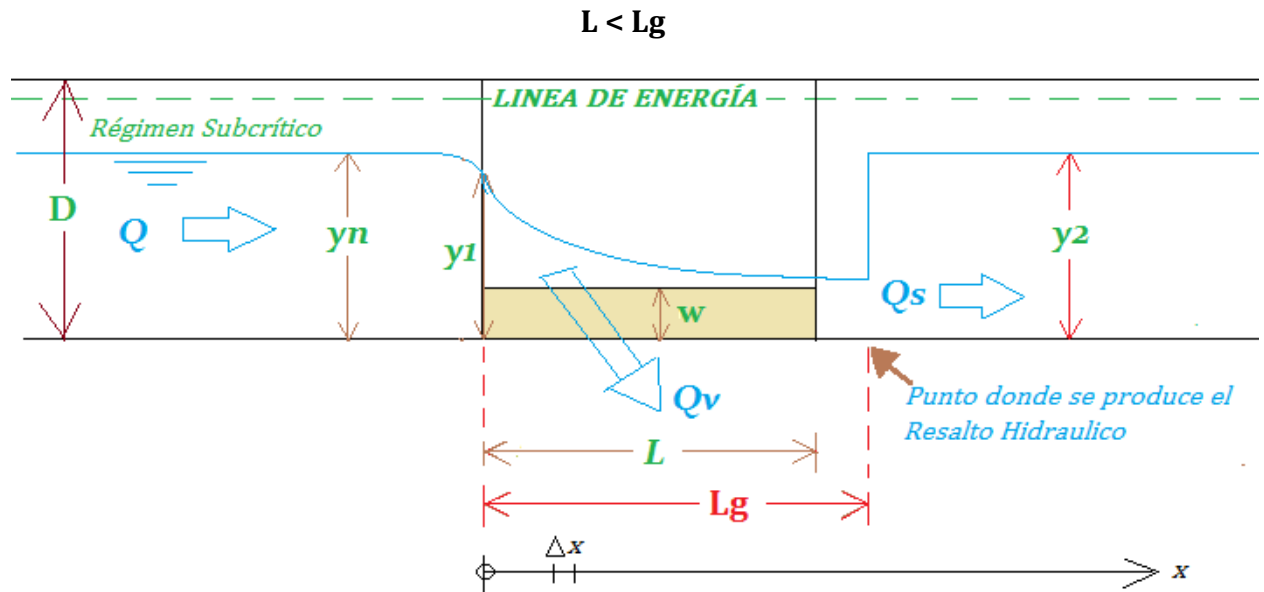


Figura 15c. Perfil de flujo con resalto hidráulico aguas abajo del vertedero

La Figura 15, a, b, y c; nos refleja los distintos comportamientos de perfil de flujo que se tiene y nos describe también los distintos datos de entrada y resultados obtenidos.

A continuación describimos los pasos para la introducción de los Datos que utilizaremos para obtener los resultados del presente proyecto mediante una plantilla Excel.

7.1. Datos de Entrada:

- **Número de Maning**, $n = 0,014$ (coeficiente del hormigón)
- **Pendiente del canal**, $S_o = 0,003$ (Pendiente estándar de Saneamiento)
- **Coefficientes de Velocidad**, $\alpha = 1$
- **Diámetro de la Tubería**, D , consideraremos varios valores estándar de tuberías comerciales para saneamientos, según el caudal de entrada que tengamos como dato, en nuestro caso usaremos los siguientes diámetros:

0,5 - 1 - 1,1 - 1,2 - 1,3 [metros]

- **Caudal de entrada**, Q , dependiendo del diámetro que se use tendremos también un caudal de entrada u otro como dato. Por su complejidad, en la plantilla Excel introducimos primero un dato que será el **calado de entrada** “ yn ” para así determinar el caudal de entrada mediante la ecuación de Maning. (que describimos más adelante) este calado de entrada será nuestro calado normal del respectivo caudal de entrada.

Los caudales de entrada los cuales analizaremos su comportamiento serán los siguientes valores, obtenido mediante la ecuación de Maning:

0,2 - 1 - 1,5 - 2 - 2,5 [m³/seg]

- **Calado de entrada, que será el calado normal** “ yn ” valor que introduciremos según los distintos caudales en estudio, vamos dando valores menores al diámetro de la tubería, en consideración tendremos que el calado llegará a un máximo del 90 por ciento del diámetro de la tubería.

$$yn < 0,9 \cdot D$$

- **Longitud de la ventana del vertedero lateral**, L , longitud inicial del vertedero lateral, analizaremos con los siguientes valores en metros:

0,5 - 1 - 1,5 - 2 - 2,5 [m]

- **Calado crítico**, yc , valor que obtenemos igualando a uno el número de Froude ($F=1$) lo cual se explica más adelante.
- **Calado de inicial**, $y1$, consideramos un valor del 90 por ciento del calado crítico (yc). Este dato se explica detalladamente más adelante.

- **Línea de Energía, E**, consideramos un valor de 1,5 veces el calado crítico (y_c); el cual vemos también más adelante detalladamente. La línea de energía (E) mantenemos constante en todo momento.

- **Altura de la cresta del vertedero, w**, según pruebas empíricas realizadas por Uyumaz y Muslu, la relación entre la cresta y el diámetro (w/D) van desde los 0,24 – 0,32 – 0,4 – 0,48 – 0,56. Lo cual nosotros utilizaremos el menor de ellos (0,24) y el de máximo valor (0,56) para tener los casos más extremos según estos autores. Pero también por otro lado analizaremos el comportamiento de los perfiles de flujo para alturas de cresta del vertedero para valores del 99 por ciento del calado inicial ($w = 0,99 \cdot y_1$) y un último valor de altura de cresta de cero ($w = 0$), es decir cresta a la altura de la cota del terreno. De esta manera obtenemos distintos valores más representativos a la hora de comparar los distintos resultados obtenidos.

- $w/D = 0,24$ \longrightarrow $w = 0,24 \cdot D$
- $w/D = 0,56$ \longrightarrow $w = 0,56 \cdot D$
- $w = 0,99 \cdot y_1$
- $w = 0$

- **Calado final o de salida, (y2)**, para este valor introducimos distintos valores para así también tener varias combinaciones de resultados, los cuales consideramos los siguientes valores:

- $y_2 = y_n$; valor igual al calado normal (y_n).
- $y_2 = y_n - (0,25 \cdot y_n)$
- $y_2 = y_c$; valor igual al calado crítico (y_c).
- $y_2 = y_n + (0,10 \cdot y_n)$

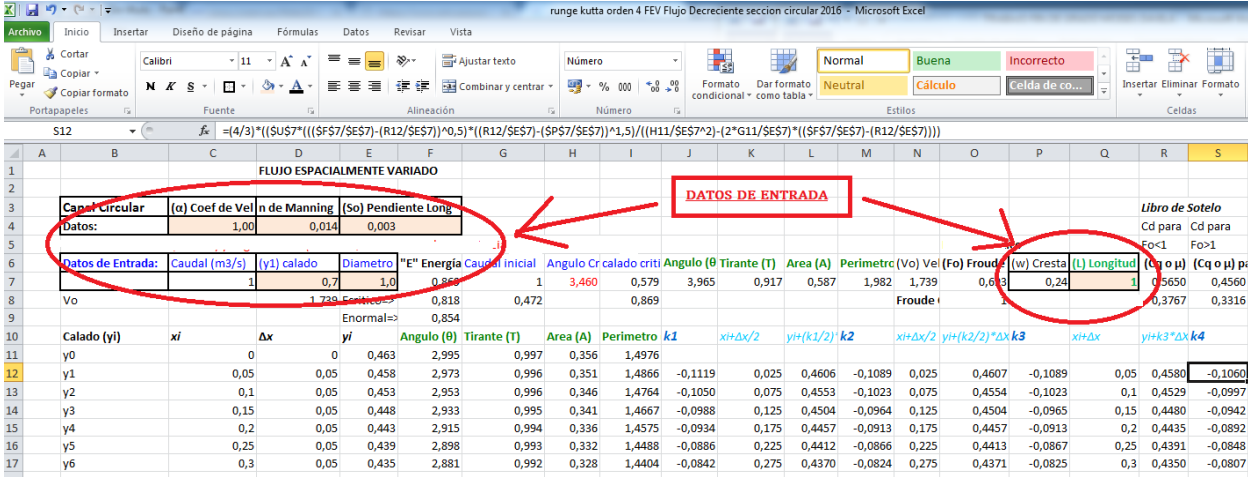
El valor de "y2" introducimos para determinar las características del comportamiento de los perfiles de flujo a través del vertedero lateral, para así determinar la mínima longitud del vertedero (L_p), cuando igualemos energías tanto a la entrada como a la salida del vertedero (lo cual veremos más adelante su resolución). También nos servirá para hallar la máxima longitud de vertedero (L_g) mediante la ecuación de Belanguer que nos indica el punto donde se produce el resalto hidráulico. (lo cual también lo vemos más adelante su resolución).

Nota: el caudal de entrada (Q), la altura de la cresta del vertedero (w); el calado de salida (y2); el calado crítico (y_c); el calado a la entrada del vertedero (y₁) y el coeficiente de descarga (C_q) son datos que tenemos que calcular para cada calado normal (y_n) correspondiente al caudal en estudio (Q).

Tabla Resumen de los Datos a introducir y calcular		
Nº Maning	n	0,014
Pendiente del Canal	So	0,003
Coeficiente de Energía	α	1
Diámetro [m]	D	0,5 – 1,0 – 1,1 – 1,2 – 1,3 Escogemos un valor según el caudal de entrada a estudiar. Dato a introducir
Caudal de entrada [m ³ /seg]	Q	Obtenido mediante la ecuación de Maning. Los siguientes valores: 0,2 – 1 – 1,5 – 2 – 2,5 Dato a Calcular
Calado de entrada [m]	y_n	Calado normal, varía según el caudal de entrada que estudiemos. Dato a introducir.
Calado crítico [m]	y_c	Valor obtenido cuando el número de Froude igual a uno (F = 1) Dato a calcular
Calado inicial [m]	y_1	$y_1 = 0,9 \cdot y_c$
Calado final o de salida del vertedero.[m]	y_2	$y_n - (y_n - 0,25y_n) - y_c - (y_n + 0,10y_n)$ Dato a introducir
Longitud vertedero [m]	L	0,5 – 1 – 1,5 – 2 – 2,5 Dato a introducir
Altura de la cresta del vertedero	w	0 – 0,24D – 0,56D – 0,90 y_1 Dato a introducir

7.2. Introducción y Cálculo de Datos, en nuestra plantilla Excel.

Figura 1 de la plantilla Excel mostrando donde se introducen los siguientes datos: número de Manning, pendiente del canal, coeficiente de energía, diámetro de la tubería, longitud del vertedero y el calado normal (y_n).



7.2.1. Obtenemos el caudal de entrada (Q).

Teniendo " y_n " (dato introducido en la plantilla Excel correspondiente al caudal en estudio, Q,) obtenemos los parámetros geométricos hidráulicos que son:

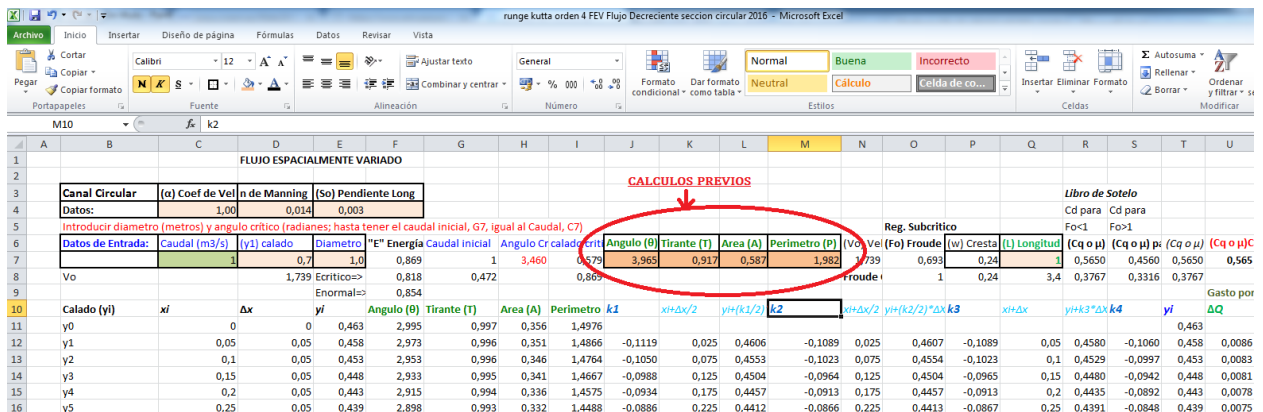
$$\text{Ángulo: } \theta = 2 \arcsin \left(1 - \frac{2 \cdot y_n}{D} \right)$$

$$\text{Tirante: } T = D \cdot \text{Sen}(\theta/2)$$

$$\text{Perímetro: } P = (D/2) \cdot \theta$$

$$\text{Área: } A = \frac{D^2}{8} (\theta - \text{Sen}(\theta))$$

Figura 2 de la plantilla Excel donde nos indica los parámetros geométricos hidráulicos correspondientes al calado normal (y_n).



Obtenido los parámetros geométricos **procedemos a obtener el Caudal de entrada, (Q)**, mediante la Ecuación de Maning:

$$V = \frac{1}{n} \cdot Rh^{\frac{2}{3}} \cdot So^{\frac{1}{2}}$$

Dónde:

- h) V = Velocidad del fluido. (V = Q/A)
- i) Rh = Radio Hidráulico
- j) n = número de Maning
- k) So Pendiente de la tubería.

Sustituimos la velocidad por la relación entre el caudal y el área (V = Q/A).

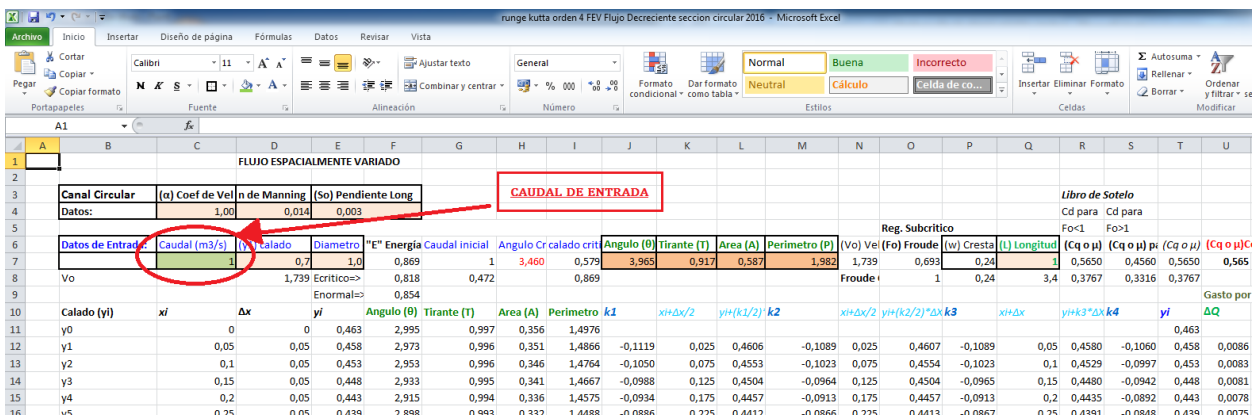
$$\frac{Q}{A} = \frac{1}{n} \cdot \frac{A^{\frac{2}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}} \cdot So^{\frac{1}{2}}$$

$$Q = \frac{1}{n} \cdot \frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}} \cdot So^{\frac{1}{2}}$$

Ecuación 12

Y de la expresión anterior obtenemos el Caudal de entrada al vertedero lateral “Q”. Que discurre por la tubería (ya sea 0,2; 1; 1,5; 2; 2,5 en m³/s.)

Figura 3 de la plantilla Excel donde se muestra el caudal de entrada (Q) para su correspondiente calado normal (yn).



FLUJO ESPACIALMENTE VARIADO																		
Canal Circular	(n) Coef de Vel	(n) de Manning	(So) Pendiente Long	CAUDAL DE ENTRADA														
Datos:	1,00	0,014	0,003															
Reg. Subcritico																		
Datos de Entrada	Caudal (m³/s)	(y) Calado	Diametro	"E" Energía	Caudal inicial	Angulo Cr calado crit	Angulo (θ)	Tirante (T)	Area (A)	Perimetro (P)	(Vo) Vel (Fo)	Froude	(w) Cresta	(L) Longitud	(Cq o μ) p	(Cq o μ) pi	(Cq o μ) C	
Vo	1	0,7	1,0	0,869	1	3,460	0,579	3,965	0,917	0,587	1,982	1,739	0,693	0,24	1	0,5650	0,4560	0,5650
				1,739	Ecritico=>	0,818	0,472	0,869								0,3767	0,3316	0,3767
				0,854	Enormal=>													
Calado (yi)	xi	Δx	yi	Angulo (θ)	Tirante (T)	Area (A)	Perimetro k1	xHΔx/2	yH(k1/2) k2	xHΔx/2	yH(k2/2)*Δx k3	xHΔx	yHk3*Δx k4	yi	Gasto por ΔQ			
y0	0	0	0,463	2,995	0,997	0,356	1,4976											0,463
y1	0,05	0,05	0,458	2,973	0,996	0,351	1,4866	-0,1119	0,025	0,4606	-0,1089	0,025	0,4607	-0,1089	0,05	0,4580	-0,1060	0,458
y2	0,1	0,05	0,453	2,953	0,996	0,346	1,4764	-0,1050	0,075	0,4553	-0,1023	0,075	0,4554	-0,1023	0,1	0,4529	-0,0997	0,453
y3	0,15	0,05	0,448	2,933	0,995	0,341	1,4667	-0,0988	0,125	0,4504	-0,0964	0,125	0,4504	-0,0965	0,15	0,4480	-0,0942	0,448
y4	0,2	0,05	0,443	2,915	0,994	0,336	1,4575	-0,0934	0,175	0,4457	-0,0913	0,175	0,4457	-0,0913	0,2	0,4435	-0,0892	0,443
y5	0,25	0,05	0,439	2,898	0,993	0,332	1,4488	-0,0886	0,225	0,4412	-0,0866	0,225	0,4413	-0,0867	0,25	0,4391	-0,0848	0,439

7.2.2. Obtenemos el Numero de Froude (Fo) y el Coeficiente de Descarga (Cq = μ)

Como ya tenemos el caudal de entrada “Q” calculado anteriormente, procedemos a calcular el número de Froude del fluido (Fo) y el Coeficiente de descarga (Cq = μ) a aplicar.

$$\begin{aligned}
 \text{Velocidad:} \quad V_i &= \frac{Q}{A} \\
 \text{Nº Froude:} \quad F_o &= \frac{V_i}{\sqrt{9,81 \cdot \frac{A}{T}}}
 \end{aligned}$$

- El número de Froude (Fo) nos indica en qué tipo de régimen de flujo estamos, ya sea régimen Subcrítico (Fo<1) o Supercrítico (Fo>1). Pero en nuestro caso de estudio nuestro régimen de entrada será siempre régimen Subcrítico. Aunque a medida que vayamos avanzando en dirección “x” este tipo de régimen cambie a supercrítico.

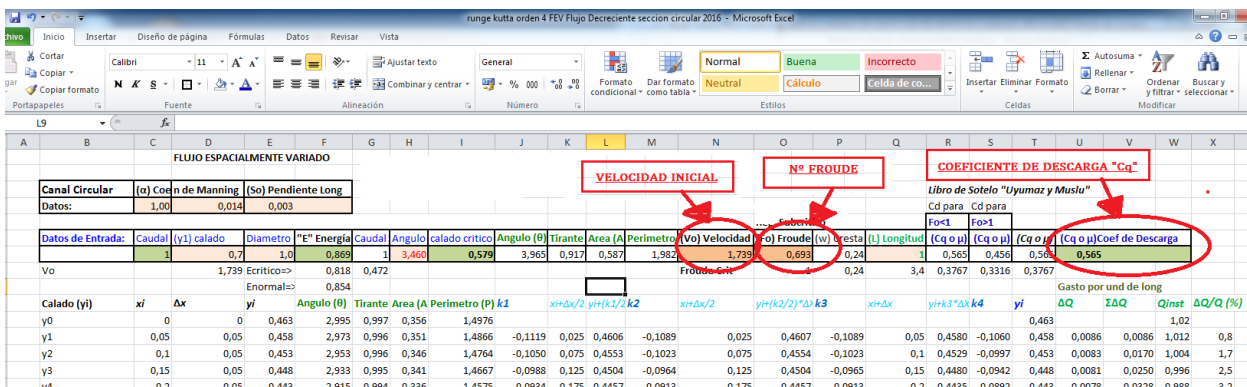
- Para el coeficiente de descarga (μ) aplicamos la Ecuación 10 lo expuesto por Uyumaz y Muslu, dependiendo el tipo de régimen de flujo que estamos, ya sea en régimen Subcrítico (Fo < 1) o Régimen Supercrítico (Fo > 1). Pero como ya comentamos anteriormente que trabajamos con el tipo de régimen Subcrítico, lo cual el coeficiente de descarga a determinar será para este tipo de Régimen Subcrítico que mantenemos constante en todo el eje “x”.

Para, Fo < 1 (Flujo Subcrítico)

$$\mu = 0.315 + 0.141 \sqrt{1.75 \frac{L}{D} - 1} + \left[0.33 - 0.12 \sqrt{1.68 \frac{L}{D} - 1} \right] \sqrt{1 - F_o}$$

Ecuación 10

Figura 4 de la plantilla Excel donde se muestra la velocidad inicial (Vi), el número de Froude (Fo) y el coeficiente de descarga (μ) para régimen Subcrítico.



FLUJO ESPACIALMENTE VARIADO																						
Canal Circular		(α) Coef de Manning	(So) Pendiente Long																			
Datos:		1,00	0,014	0,003																		
Datos de Entrada:		Caudal [y1] calado	Diametro [E] Energía	Caudal	Angulo calado critico	Angulo (θ)	Tirante	Area (A)	Perimetro	(Vo) Velocidad	Fo Froude	(w) resta	(L) Longitud	[Cq o μ]	Fo<1	Fo>1	[Cq o μ]	[Cq o μ]	Coef de Descarga			
Vo		1,739	Ecritico=> 0,818	0,472	3,484	0,579	3,963	0,917	0,587	1,982	1,739	0,893	0,24	1	0,563	0,456	0,563	0,565	0,565			
Calado [yi]		xi	Δx	yi	Angulo (θ)	Tirante	Area [A]	Perimetro [P]	k1	xi+Δx/2	yi+(k1/2)k2	xi+Δx/2	yi+(k2/2)k3	xi+Δx	yi+k3k4	k4	yi	ΔQ	ΣΔQ	Qinst	ΔQ/Q (%)	
y0	0	0	0,463	2,995	0,997	0,356	1,4976										0,463				1,02	
y1	0,05	0,05	0,458	2,973	0,996	0,351	1,4866	-0,1119	0,025	0,4606	-0,1089	0,025	0,4607	-0,1089	0,05	0,4580	-0,1060	0,458	0,0086	0,0086	1,012	0,8
y2	0,1	0,05	0,453	2,953	0,996	0,346	1,4764	-0,1050	0,075	0,4553	-0,1023	0,075	0,4554	-0,1023	0,1	0,4529	-0,0997	0,453	0,0083	0,0170	1,004	1,7
y3	0,15	0,05	0,448	2,933	0,995	0,341	1,4667	-0,0988	0,125	0,4504	-0,0964	0,125	0,4504	-0,0965	0,15	0,4480	-0,0942	0,448	0,0081	0,0250	0,996	2,5
y4	0,2	0,05	0,443	2,915	0,994	0,336	1,4575	-0,0934	0,175	0,4457	-0,0913	0,175	0,4457	-0,0913	0,2	0,4435	-0,0892	0,443	0,0078	0,0328	0,988	3,2

7.2.3. Calculo del calado crítico (yc)

Obtenido ya el caudal de entrada “Q”, **procedemos a calcular el calado crítico “yc”** del fluido, para ello realizamos previamente lo siguiente:

$$N^{\circ} \text{ de Froude} = F = 1$$

$$N^{\circ} \text{ Froude} = F = \frac{V}{\sqrt{g \cdot A/T}} = 1 ; \quad (\text{Régimen Crítico})$$

$$V = \sqrt{g \cdot A/T}$$

$$\frac{Qo}{Ac} = \sqrt{g \cdot Ac/Tc}$$

$$\left(\frac{Qo}{Ac}\right)^2 = g \cdot \frac{Ac}{Tc}$$

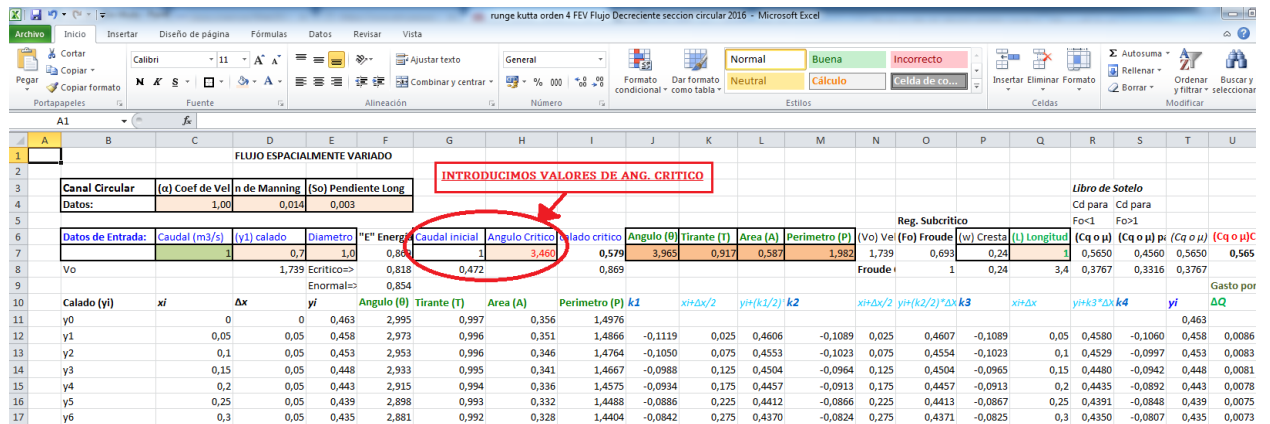
$$Qo^2 = g \cdot \frac{Ac^3}{Tc}$$

$$Qo^2 = g \cdot \frac{\left[\frac{D^2}{8}(\theta c - \text{Sen}(\theta c))\right]^3}{D \cdot \text{Sen}(\theta c/2)}$$

$$Qo = \sqrt{g \cdot \frac{\left[\frac{D^2}{8}(\theta c - \text{Sen}(\theta c))\right]^3}{D \cdot \text{Sen}(\theta c/2)}} \quad \text{Ecuación 13}$$

Y de esta expresión, que está en función del ángulo crítico (θc), vamos dando valores de (θci) en nuestra plantilla Excel, hasta obtener un valor de “Qo” igual a nuestro caudal de entrada “Q” (Q = Qo).

figura 5 de la plantilla Excel, donde se indica la casilla donde se introducen valores del **ángulo crítico (θ_c)**.



Una vez obtenido θ_c procedemos a calcular el calado crítico “yc” mediante la siguiente expresión, basada en la figura 5. (*Canal de sección circular, Alcantarillado*).

$$\cos(\theta/2) = \frac{d}{D/2}$$

donde "d" es igual a:

$$d = \frac{D}{2} - y$$

$$\cos(\theta/2) = \frac{D/2 - y}{D/2}$$

$$\cos(\theta/2) - 1 = -\frac{y}{D/2}$$

$$[\cos(\theta/2) - 1] \cdot \frac{D}{2} = -y$$

$$y = [1 - \cos(\theta/2)] \cdot \frac{D}{2}$$

Y reemplazando a la expresión anterior el ángulo crítico (θ_c) tenemos el **calado crítico (yc)**.

$$y_c = [1 - \cos(\theta_c/2)] \cdot \frac{D}{2}$$

Ecuación 14

Esquema resumen de los pasos a seguir para obtener el calado crítico:

Introducimos " θ_{ci} " \rightarrow hasta que $\rightarrow Q_0 = Q \rightarrow$ y tenemos " θ_c " \rightarrow sustituimos en la ecuación 14 y se tiene " y_c "

7.2.4. Datos Adicionales

Con el valor del calado crítico " y_c " utilizamos para obtener la **línea de energía "E"**, que será constante:

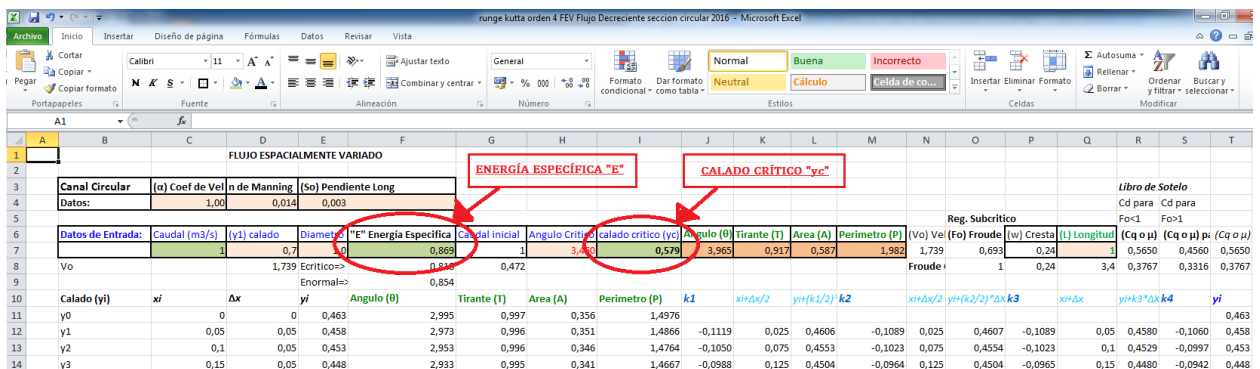
$$E = 1,5 \cdot y_c$$

- Y también obtenemos el **calado de entrada "y1"** al vertedero lateral que es:

$$y_1 = 0,9 \cdot y_c$$

Nota: este valor de "y1" es el que usaremos en la obtención del perfil de flujo al momento de ejecutar el método matemático Runge Kutta de orden 4 en nuestra plantilla Excel.

Figura 6 de la plantilla Excel, donde muestra el valor de la línea de Energía (E) y el calado crítico (y_c).



FLUJO ESPACIALMENTE VARIADO																						
Canal Circular		(n) Coef de Vel	(So) Pendiente Long																			
Datos:		1,00	0,014	0,003																		
Datos de Entrada:		Caudal (m3/s)	[y1] calado	Diametro	"E" Energía Específica	Caudal inicial	Angulo Crítico	calado critico (yc)	Angulo (θ)	Tirante (T)	Area (A)	Perimetro (P)	Reg. Subcritico									
Vo		1,739	0,7	0,865	0,816	0,472	3,460	0,579	3,965	0,917	0,587	1,982	(Vo) Vc	(Fo) Froude	(w) Cresta	(L) Longitud	(Cq o μ)	(Cq o μ) pi	(Cq o μ)			
Enormal=>		0,854											Froude	1	0,24	3,4	0,3767	0,3316	0,3767			
Calado (yi)	xi	Δx	yi	Angulo (θ)	Tirante (T)	Area (A)	Perimetro (P)	k1	xi+Δx/2	yi+(k1/2)	k2	xi+Δx/2	yi+(k2/2)*Δx	k3	xi+Δx	yi+k3*Δx	k4	yi				
y0	0	0	0,463	2,995	0,997	0,356	1,4976											0,463				
y1	0,05	0,05	0,458	2,973	0,996	0,351	1,4866	-0,1119	0,025	0,4606	-0,1089	0,025	0,4607	-0,1089	0,05	0,4580	-0,1060	0,458				
y2	0,1	0,05	0,453	2,953	0,996	0,346	1,4764	-0,1050	0,075	0,4553	-0,1023	0,075	0,4554	-0,1023	0,1	0,4529	-0,0997	0,453				
y3	0,15	0,05	0,448	2,933	0,995	0,341	1,4667	-0,0988	0,125	0,4504	-0,0964	0,125	0,4504	-0,0965	0,15	0,4480	-0,0942	0,448				

Una vez que se tiene todos los datos introducidos en nuestra plantilla Excel, procedemos a determinar el perfil de flujo mediante el método matemático Runge Kutta de orden 4, que vemos a continuación.

7.3. Método Matemático Runge Kutta de 4to. Orden, (RK4) diseñado en una plantilla Excel.

Siendo la ecuación 8 una Ecuación diferencial ordinaria lo planteamos de la siguiente manera:

$$\left\{ \begin{array}{l} y'(x) = f(x; y(x)) \\ y(x = 0) = y_1 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y'(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{4}{3} \frac{\sqrt{\alpha} \mu \sqrt{\frac{E-y}{D} \frac{y}{D}} \left(\frac{y-w}{D}\right)^{\frac{3}{2}}}{\frac{A}{D^2} - \frac{2T}{D} \left(\frac{E-y}{D}\right)} \\ y(0) = y_1 = 0,9 * y_c \end{array} \right.$$

Y por definición del método RK4 el calado siguiente (y_{i+1}) al calado inicial (y_1 , que tenemos como dato) separado a una distancia de $\Delta x = 0,05$, es:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)\Delta x \quad \text{Ecuación 9}$$

$$k_1 = f(x_i; y_i)$$

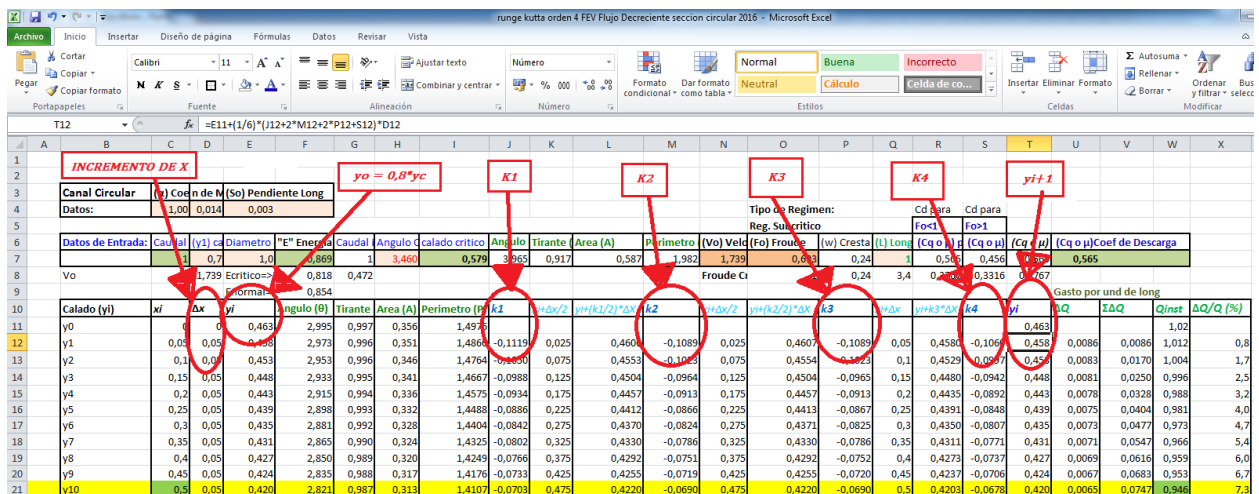
$$k_2 = f\left(x_i + \frac{\Delta x}{2}; y_i + \frac{\Delta x}{2}k_1\right)$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{\Delta x}{2}; y_i + \frac{\Delta x}{2}k_2\right)$$

$$k_4 = f(x_i + \Delta x; y_i + \Delta x k_1)$$

De esta manera **vamos obteniendo el calado correspondiente para cada incremento de Δx** , desde que empieza el tramo donde se encuentra el vertedero lateral hasta llegar a la longitud L propuesta.

Figura 7 de la plantilla Excel donde se muestra cómo se va desarrollando el método RK4, y donde se encuentra cada parámetro (y_1 ; k_1 ; k_2 ; k_3 , k_4 e y_{i+1}).



Calado (y)	xi	Δx	γi	ángulo (θ)	Tirante	Area (A)	Perimetro (P)	k1	Δx/2	γ(K2/2)*Δx	k2	Δx/2	γ(K3/2)*Δx	k3	Δx	γ(K4)*Δx	k4	γi	Q	ΣΔQ	Qinet	ΔQ/Q (%)	
y0			0,463	2,995	0,997	0,356	1,457																
y1	0,05	0,05	0,468	2,973	0,996	0,351	1,486	-0,1119	0,025	0,460	-0,1089	0,025	0,460	-0,1089	0,025	0,458	-0,106	0,453	0,0086	0,0086	1,012	1,02	0,8
y2	0,1	0,05	0,453	2,953	0,996	0,346	1,476	-0,0900	0,075	0,453	-0,1023	0,075	0,454	-0,1023	0,1	0,452	-0,1007	0,448	0,0083	0,0170	1,004	1,7	
y3	0,15	0,05	0,448	2,933	0,995	0,341	1,467	-0,0988	0,125	0,450	-0,0964	0,125	0,450	-0,0964	0,15	0,448	-0,0942	0,448	0,0081	0,0250	0,996	2,5	
y4	0,2	0,05	0,443	2,915	0,994	0,336	1,457	-0,0934	0,175	0,445	-0,0913	0,175	0,445	-0,0913	0,2	0,443	-0,0892	0,443	0,0078	0,0328	0,988	3,2	
y5	0,25	0,05	0,439	2,898	0,993	0,332	1,448	-0,0868	0,225	0,441	-0,0866	0,225	0,439	-0,0867	0,25	0,439	-0,0848	0,439	0,0075	0,0404	0,981	4,0	
y6	0,3	0,05	0,435	2,881	0,992	0,328	1,440	-0,0842	0,275	0,437	-0,0824	0,275	0,437	-0,0824	0,3	0,435	-0,0807	0,435	0,0073	0,0477	0,973	4,7	
y7	0,35	0,05	0,431	2,865	0,990	0,324	1,432	-0,0802	0,325	0,433	-0,0786	0,325	0,433	-0,0786	0,35	0,431	-0,0771	0,431	0,0071	0,0547	0,966	5,4	
y8	0,4	0,05	0,427	2,850	0,989	0,320	1,424	-0,0766	0,375	0,429	-0,0751	0,375	0,429	-0,0751	0,4	0,427	-0,0737	0,427	0,0069	0,0616	0,959	6,0	
y9	0,45	0,05	0,424	2,835	0,988	0,317	1,417	-0,0733	0,425	0,425	-0,0719	0,425	0,425	-0,0720	0,45	0,423	-0,0706	0,424	0,0067	0,0683	0,953	6,7	
y10	0,5	0,05	0,420	2,821	0,987	0,313	1,410	-0,0703	0,475	0,422	-0,0690	0,475	0,422	-0,0690	0,5	0,420	-0,0678	0,420	0,0065	0,0747	0,946	7,3	

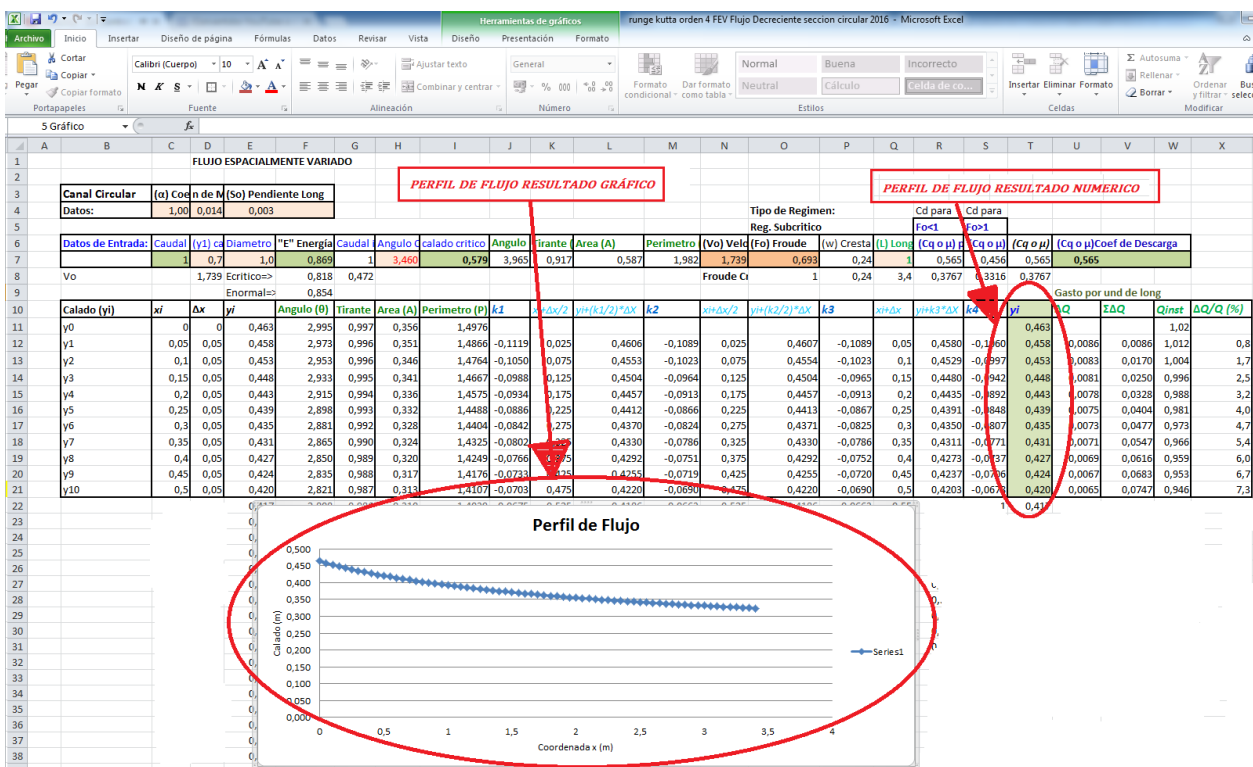
8. PROCEDIMIENTO DE OBTENCIÓN DE RESULTADOS

Descrito anteriormente la introducción de los Datos, procedemos a describir la obtención de los resultados en nuestra plantilla Excel.

8.1. Perfil de flujo en el tramo donde se encuentra el vertedero lateral, representado tanto numérico como gráficamente.

Obtenemos de nuestra plantilla Excel, como se menciona en el apartado 4.3 (Método Matemático Runge Kutta de 4to. Orden, RK4) diseñado en una plantilla Excel. El cual nos va mostrando el valor del calado para cada incremento de x ($\Delta x = 0,05$), desde el inicio del vertedero lateral $L=0$ hasta su longitud final L . Y con estos valores obtenidos procedemos a representarlo gráficamente el perfil de flujo para la longitud de vertedero (L) correspondiente.

Figura 8 de la plantilla Excel, donde se muestra el perfil de flujo tanto numérico como gráficamente.



8.2. Caudal por unidad de longitud unitario y acumulado

Para ello aplicamos la “ecuación 6.1.” para el:

- **Caudal por unidad de longitud.**

$$-\Delta Q = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} \cdot (ym - w)^{\frac{3}{2}} \cdot \Delta x \quad \text{Ecuación 6.1}$$

Dónde: ym = es el calado medio del tramo Δx .

Este es el caudal que se desvía a través del vertedero lateral en cada tramo de Δx . Aplicado en la tabla Excel para cada incremento de x .

- **Caudal desviado (Q_v) en toda la longitud (L) del vertedero lateral.**

Otra manera de obtener el caudal que se desvía por el vertedero lateral es partiendo de la ecuación 6.1. Sustituyendo $\Delta Q = Q_v$ y $\Delta x = L$, Tenemos:

$$-Q_v = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} \cdot (ym - w)^{\frac{3}{2}} \cdot L$$

Dónde: ym es la media entre el calado de entrada al vertedero (y_1) y el calado a la salida del vertedero (y_2). De esta manera obtenemos el caudal de vertido en el tramo L , mediante la ecuación 6.1.

Nota: En la ecuación anterior el signo negativo nos indica el caudal perdido en nuestro caso es caudal que se desvía por el vertedero.

- **Caudal por unidad de longitud acumulado.** es la suma entre los caudales que se desvían en cada tramo de Δx del vertedero. Esta es otra manera de obtener el total del caudal desviado por el vertedero lateral (Q_v)

$$\sum \Delta Q_i = \Delta Q_1 + \Delta Q_2 + \dots + \Delta Q_n$$

Esto aplicado en nuestra plantilla Excel. Por lo que si queremos el caudal desviado (Q_v) en toda la longitud (L) del vertedero lateral, sumamos todos caudales desviados (ΔQ) en cada tramo de incremento de x (Δx) hasta llegar a la longitud L .

$$Q_v = \Delta Q_1 + \Delta Q_2 + \dots + \Delta Q_L$$

Lo cual esta sería otra manera de obtener el caudal de vertido por la longitud (L) del vertedero lateral, aplicado en nuestra plantilla Excel.

8.3. Caudal instantáneo y porcentaje de flujo que pasa a través del vertedero lateral.

- **Caudal instantáneo.**

$$Q_{inst} = Q - \sum \Delta Q_i$$

Es el caudal que queda en el conducto circular en cada tramo de ΔX , (Caudal No desviado por el vertedero lateral), Esto aplicado en nuestra plantilla Excel. También lo llamamos **caudal de salida** al caudal instantáneo en el tramo final de la longitud de vertedero (L)

Otra manera de obtener el **Caudal de Salida (Qs) al final de la longitud (L)** del vertedero lateral, que es un resultado que también nos interesa saber, realizamos lo siguiente:

$$Q_s = Q - Q_v$$

Que es la resta del caudal de entrada (**Q**) menos el caudal desviado (**Qv**) en todo el tramo de la longitud (L) del vertedero lateral. (Qs, es el caudal no desviado al final del vertedero lateral)

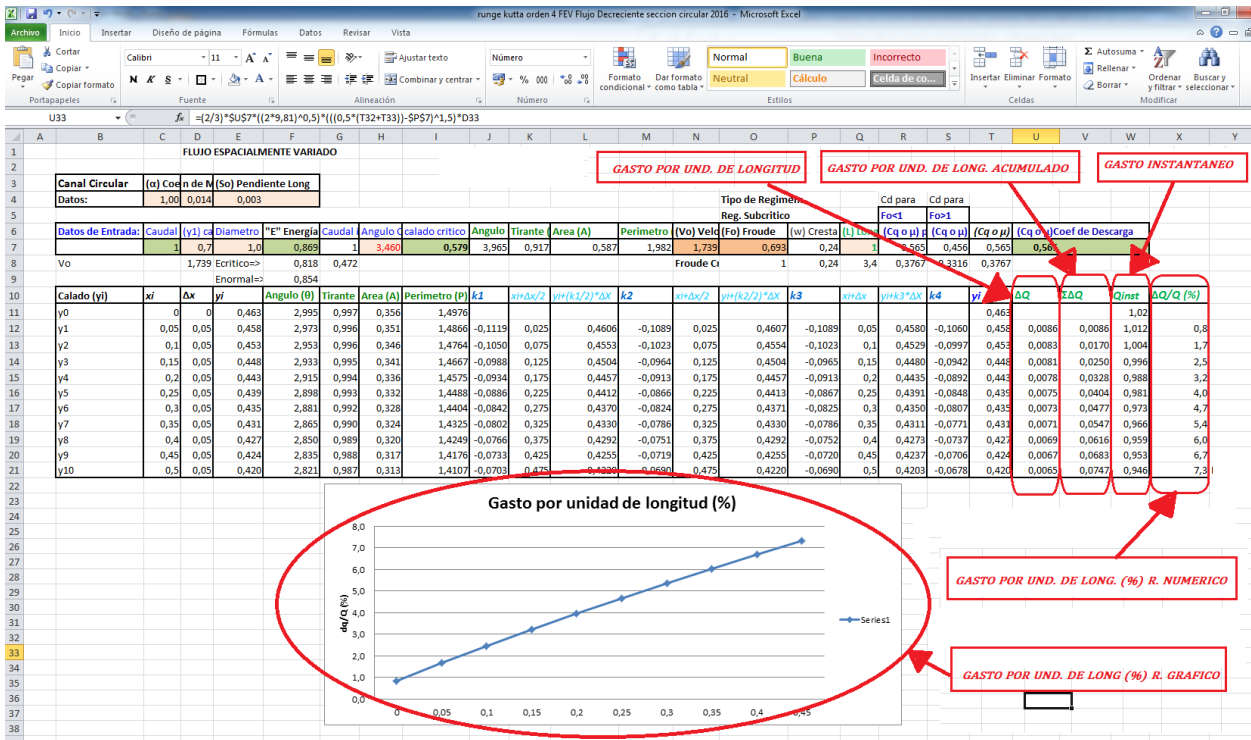
- **Porcentaje de caudal desviado acumulado por el vertedero:**

$$\% \text{ Caudal desviado} = (\sum \Delta Q_i / Q) \cdot 100$$

Este valor es el caudal por unidad de longitud que se desvía en cada tramo (Δx) del vertedero lateral que lo representamos en **porcentaje de caudal desviado** en cada tramo de Δx . Esto aplicado en nuestra plantilla Excel. Ahora bien, nos interesa saber el valor del porcentaje de caudal desviado en toda la longitud de vertedero lateral (L) lo cual es:

$$\% Q_v = (Q_v / Q) \cdot 100$$

Figura 8 de la plantilla Excel donde se muestra numéricamente el caudal por unidad de longitud, el caudal acumulado, el caudal instantáneo y el porcentaje de caudal o Gasto que se desvía por el vertedero este último representamos también gráficamente, todo esto para cada tramo de Δx , desde $\Delta x = 0$ hasta $\Delta x = L$.



8.4. Cálculo de la longitud de Vertedero para que el flujo Subcrítico no cambie de régimen (Lp).

Hallamos la longitud del vertedero lateral en el cual el régimen Subcrítico en el que se encuentra el flujo a la entrada al vertedero no cambia de régimen a supercrítico a medida que el flujo atraviese el vertedero.

Teniendo como dato el calado de salida del vertedero (y_2) e igualando las energías tanto en la entrada como en la salida del vertedero obtenemos lo siguiente:

$$E1 = E2$$

Donde: $E1 = 1,5 \cdot yc$
 $E2 = y_2 + \frac{Q_2^2}{2 \cdot g \cdot A_2^2}$ (Ecuación 4, reemplazando: $V = Q/A$)

Sustituyendo E1 y E2, se tiene: $1,5 \cdot yc = y_2 + \frac{Q_2^2}{2 \cdot g \cdot A_2^2}$

$$(1,5 \cdot yc) - y_2 = \frac{Q_2^2}{2 \cdot g \cdot A_2^2}$$

Despejamos Q_2 : $Q_2^2 = [(1,5 \cdot yc) - y_2] \cdot [2 \cdot g \cdot A_2^2]$

$$Q_2 = \sqrt{[(1,5 \cdot yc) - y_2] \cdot [2 \cdot g \cdot A_2^2]}$$

$$Q_2 = A_2 \cdot \sqrt{[(1,5 \cdot yc) - y_2] \cdot [2 \cdot g]}$$

Y obtenemos “ Q_2 ” que es el caudal donde nos indica la longitud de vertedero (Lp) a la cual no se produce un cambio de régimen del flujo circulante. Este caudal sustituimos en la ecuación 6.1. Para obtener “Lp” de la siguiente manera:

$$-\Delta Q = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} \cdot (ym - w)^{\frac{3}{2}} \cdot \Delta x \quad \text{Ecuación 6.1}$$

$$-(Q_2 - Q) = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} \cdot \left[\left(\frac{yn + y_2}{2} \right) - w \right]^{\frac{3}{2}} \cdot (Lp - 0)$$

$$Lp = \frac{-(Q_2 - Q)}{\frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} \cdot \left[\left(\frac{yn + y_2}{2} \right) - w \right]^{\frac{3}{2}}}$$

Y de esta manera obtenemos la longitud de vertedero (Lp).

Lp = Longitud de vertedero lateral para que flujo Subcrítico no cambia de régimen.

8.5. Cálculo de la longitud del Vertedero donde se produce un resalto hidráulico (Lg).

Determinamos una longitud del vertedero lateral en el cual se produzca un **resalto hidráulico***, pasando de tener un flujo en régimen supercrítico a un flujo en régimen Subcrítico.

Primero mediante la ecuación 8, hallamos el perfil de lámina de agua asociado a cada incremento en el eje X (Perfil de flujo).

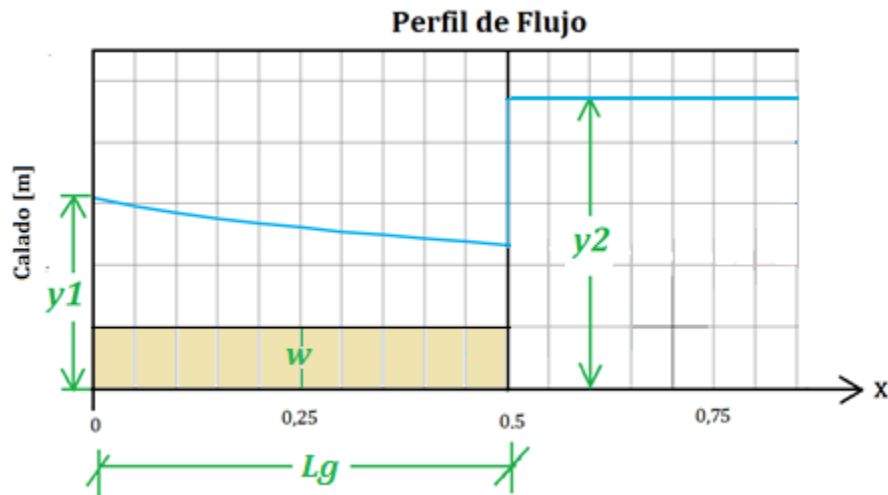


Figura 9, perfil de flujo obtenido mediante el método matemático RK4.

Luego, para el cálculo de “Lg” consideramos la **Ecuación de Belanguer****, que es la siguiente:

$$\frac{y2}{y1} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8 \cdot Fr_1^2} - 1 \right]$$

$$y2 = \frac{y1}{2} \left[\sqrt{1 + 8 \cdot Fr_1^2} - 1 \right]$$

Dónde:

y2; es el calado buscado, que nos indica la longitud del vertedero “Lg”. El cual calculamos este valor de y2 para cada y1, obtenido en nuestra plantilla Excel y vamos comparando con el calado y2 que tenemos como dato y en el tramo que coincidan de valor ese será el punto donde se produzca el resalto hidráulico* y se haya un cambio de régimen.

y_1 ; calado en cada tramo de la longitud de vertedero, representado en nuestra plantilla Excel, este calado es el que nos representa gráficamente el perfil de flujo visto en el apartado 8.1.

Fr1, número de Froude para cada y_1 .

Lg = Longitud de vertedero lateral donde se produce un resalto hidráulico.

* **El resalto hidráulico** es un fenómeno local, que se presenta en el flujo rápidamente variado, el cual va siempre acompañado por un aumento súbito del calado y una pérdida de energía bastante considerable (disipada principalmente como calor), en un tramo relativamente corto. Ocurre en el paso brusco de régimen supercrítico ($F > 1$) a régimen subcrítico ($F < 1$), es decir, en el resalto hidráulico el calado, en un corto tramo, cambia de un valor inferior al crítico a otro superior a este.

** **La Ecuación de Belanguer**, se deduce de la conservación del momentum, ya que en un resalto hidráulico solo se conserva el momentum, la energía específica por el contrario por ser un fenómeno muy turbulento se disipa energía y por tanto la energía específica no se conserva.

8.6. Esquema resumen del procedimiento a seguir para la obtención de los siguientes resultados.

- Perfil de Flujo
- Porcentaje de caudal desviado por el vertedero ($\%Q_v$)
- Caudal restante al final del vertedero (Q_s)
- Longitud L_p y L_g .

Datos de Entrada

- Numero de maning (n)
- Pendiente de canal (So)
- Caudal inicial (Q) (pero por su complejidad, en la plantilla Excel se introduce el calado normal "yn" y mediante la Ec. De Manning obtenemos el caudal Q.
- Longitud de vertedero (L)
- Calado al final del vertedero (y2)
- Coeficiente de energía (α)
- Diámetro del canal (D)
- altura de la cresta del vertedero (w)

Obtenemos el caudal de inicial mediante la **Ecuación de maning:**

$$Q = \frac{1}{n} \cdot \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} \cdot S_o^{1/2}$$

A y P en función del calado normal (yn)

Hallamos el **Nº de Froude:**

$$Fo = \frac{Q/A}{\sqrt{9,81 \cdot \frac{A}{T}}}$$

A y T en función del calado normal (yn).

Hallamos el **calado crítico (yc):**

$$Fr = 1$$

$$g \left(\frac{Ac}{Tc} \right) = \left(\frac{Q}{Ac} \right)^2$$

Donde Ac, Tc en función del ángulo crítico (θ_c) y una vez hallado (θ_c) se tiene:

$$yc = \left[1 - \cos \left(\frac{\theta_c}{2} \right) \right] \cdot \frac{D}{2}$$

Con Fo, hallamos el **Coefficiente de Descarga (μ)** en régimen Subcrítico

$$\mu = 0.315 + 0.141 \sqrt{1.75 \frac{L}{D} - 1} + \left| 0.33 - 0.12 \sqrt{1.68 \frac{L}{D} - 1} \right| \sqrt{1 - Fo}$$

Con yc, obtenemos:

- Energía (E1) = 1,5*yc
- calado inicial "y1=0,9*yc"

Ejecutamos el Runge Kutta de orden 4 (en Excel) y obtenemos: el **Perfil de Flujo (F.E.V)**

$$E1 = E2$$

$$\text{Donde: } E2 = y2 + \frac{Q2}{2 \cdot g \cdot A2}$$

Obtenemos "Q2" y remplazamos en la siguiente ecuación:

$$Lp = \frac{-(Q2 - Q)}{\frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} \cdot \left[\left(\frac{yn + y2}{2} \right) - w \right]^{3/2}}$$

Lp = Longitud de vertedero para que el flujo no cambie de régimen Subcrítico.

Ec. Belanguer

$$\frac{y2'}{yi} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8 \cdot Fri^2} - 1 \right]$$

Dónde:

y2' es el calado buscado (y2')

yi = calado que se tiene en cada tramo de ΔXi ; Fri de yi. Obtenemos y2' para cada yi y comparamos con el que tenemos como dato y2' = y2 (dato) y en ese punto es donde se tiene Lg.

Lg = Longitud de vertedero para que se produzca un resalto hidráulico.

Y obtenemos el **caudal desviado por el vertedero (%Qv)** y el **caudal restante al final del vertedero**

9. RESULTADOS

Los resultados que a continuación obtendremos son con diferentes combinaciones de los datos de entrada como ser:

- **Caudales de entrada (Q):** 0,2 – 1 – 1,5 – 2 – 2,5 [m³/seg].

- **Longitudes del vertedero lateral (L):** 0,5 – 1 – 1,5 – 2 – 2,5 [m].

- **Diferentes alturas de cresta del vertedero (w):**

- **w = 0,24 · D** (altura mínima propuesta por estudios realizados por Uyumaz y Muslu.)

- **w = 0,56 · D** (altura máxima propuesta por estudios realizados por Uyumaz y Muslo).

- **w = 0,99 · y₁** (altura próxima a nuestro calado inicial (y₁), para estudiar este caso particular ya que si: w = y₁, no tendremos caudal desviado.

- **w = 0** (altura a nivel del terreno, cota cero, caso en el que no se tendrá una altura de la cresta del vertedero otro caso particular en el cual es interesante estudiar el comportamiento del perfil de flujo que se obtenga.)

- **Diámetro:** el diámetro varía según el caudal de entrada (Q) que se tenga siendo:

- **D = 0,5 [m]**, para un caudal de 0,2 m³/s.
- **D = 1 [m]**, para un caudal de 1 m³/s
- **D = 1,1 [m]**, para un caudal de 1,5 m³/s
- **D = 1,2 [m]**, para un caudal de 2 m³/s
- **D = 1,3 [m]**, para un caudal de 2,5 m³/s

- **Coefficiente de Descarga (μ):** aplicando la ecuación 10, este dato varía según la longitud del vertedero y el diámetro de la tubería siendo siempre la relación “1,75·L/D y 1,68·L/D” mayor a la unidad para tener un valor de “C_q” caso contrario será un valor indeterminado pero para estos casos donde “1,75·L/D y 1,68·L/D” sea menor a la unidad consideramos un coeficiente de Descarga de 0,5. *Siguiendo la tendencia de que a menor longitud de vertedero menor coeficiente de descarga siendo en la mayoría de los casos analizados 0,5 el menor valor que tenemos.*

- **Calado normal (y_n);** es el calado normal respectivo para cada caudal de entrada determinado mediante la ecuación de Maning.

- **Calado crítico (y_c);** obtenido para cada caudal de entrada.

- **Calado inicial (y_1)**; es el calado que tenemos en la entrada al vertedero que tiene como valor el 90 por ciento del calado crítico.

- **Calado final (y_2)**; calado que se tienen al final del vertedero, este calado utilizamos para obtener la mínima y máxima longitud de vertedero, L_p y L_g , respectivamente. Lo cual trabajamos con los siguientes valores de " y_2 ":

- $y_2 = y_n$ (igual al calado normal)

- $y_2 = y_n - 0,25y_n$ (25 por ciento menos que el calado normal)

- $y_2 = y_c$ (igual al calado crítico)

- $y_2 = y_n + 0,10y_n$ (10 por ciento más que el calado normal)

En nuestra plantilla Excel introducimos las diferentes combinaciones que se pueda producir entre estos datos de entrada, (caudal de entrada, longitud de vertedero, altura de la cresta del vertedero y calado a la salida del vertedero). Nos fijamos en la figura 15. *Esquema general del perfil de flujo en estudio*, para así tener una visión general de los datos que vamos variando.

Ahora reflejamos en varias tablas los resultados de:

- l) **%Q_v** = Caudal derivado por el vertedero lateral expresando en porcentaje respecto al caudal de entrada.
- m) **Q_s** = Caudal de salida es el caudal que queda al final del vertedero lateral (Caudal no desviado)
- n) **L_p** = Longitud de vertedero lateral para que no se produzca un cambio de régimen.
- o) **L_g** = Longitud de vertedero lateral para que se produzca un resalto hidráulico.

Dónde solo reflejamos los siguientes datos:

- p) $S_0 = 0,003$ (pendiente del canal); $n = 0,014$ (número de Manning) y $\alpha = 1$ (coeficiente de energía)
- q) L ; longitud inicial del vertedero
- r) D ; diámetro de la tubería.
- s) w ; altura de la cresta del vertedero.
- t) μ ; coeficiente de descarga.
- u) Q ; caudal de entrada.
- v) y_n ; calado normal.
- w) y_1 ; calado inicial en la entrada del vertedero.
- x) y_2 ; calado final en la salida del vertedero.

9.1. TABLAS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

TABLA 1					Resultados:		y2 = yn = 0,432		y2=yn - 0,25yn = 0,324		y2 = yc = 0,306		y2=yn+ 0,1yn = 0,453		Observaciones
DATOS: $\alpha = 1,0$; $n = 0,014$; $S_o = 0,003$					Qv	Qs	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	
W = 0 [m]	D=0,5 m	Q= 0,2m3/s	yn=0,432m	y1=0,275m	(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
L	μ				(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
0,5	0,602				40,1	0,12	0,14	6,45	0,05	5,75	0,04	5,95	0	6,5	
1	0,642				63,6	0,07	0,13	6,05	0,04	5,65	0,04	5,6	0	6,1	
1,5	0,669				78,2	0,04	0,13	5,85	0,04	5,45	0,04	5,4	0	5,9	Graf 1
2	0,691				87,5	0,03	0,12	5,65	0,04	5,3	0,04	5,2	0	5,7	
2,5	0,71				93,5	0,01	0,12	5,5	0,04	5,15	0,04	5,1	0	5,55	
W =0,24·D= 0,12m	D=0,5 m	Q= 0,2 m3/s	yn = 0,432 m	y1 = 0,275 m	Qv	Qs	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Obser
L	μ				(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
0,5	0,602				17,7	0,16	0,23	>50	0,08	>50	0,08	>50	0	>50	
1	0,642				28,4	0,14	0,21	>50	0,07	>50	0,08	>50	0	>50	
1,5	0,669				35,4	0,13	0,2	>50	0,07	>50	0,07	>50	0	>50	
2	0,691				40,3	0,12	0,2	>50	0,07	>50	0,07	>50	0	>50	
2,5	0,71				43,8	0,11	0,19	>50	0,07	>50	0,07	>50	0	>50	Graf 8
W=0,99·y1=0,27m	D= 0,5m	Q=0,2 m3/s	yn=0,432m	y1=0,275m	Qv	Qs	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Obser
L	μ				(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
0,5	0,602				0,07	0,2	0,62	>50	0,3	>50	0,33	>50	0	>50	R. Subcr
1	0,642				0,13	0,2	0,58	>50	0,29	>50	0,31	>50	0	>50	R. Subcr
1,5	0,669				0,2	0,2	0,56	>50	0,27	>50	0,3	>50	0	>50	R. Subcr
2	0,691				0,2	0,2	0,54	>50	0,26	>50	0,29	>50	0	>50	R. Subcr
2,5	0,71				0,3	0,2	0,52	>50	0,26	>50	0,28	>50	0	>50	R. Subcr
W=0,56·D = 28 m	D=0,5 m	Q=0,2 m3/s	yn=0,432m	y1=0,275m	Qv	Qs	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Obser
L	μ				(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
0,5	0,602				-	-									w > y1
1	0,642				-	-									w > y1
1,5	0,669				-	-									w > y1
2	0,691				-	-									w > y1
2,5	0,71				-	-									w > y1

TABLA 2					Resultados:		y2 = yn = 0,689		y2=yn - 0,25yn = 0,512		y2 = yc = 0,573		y2=yn+ 0,1yn = 0,758		Observaciones
DATOS: $\alpha = 1,0$; $n = 0,014$; $S_o = 0,003$					Qv	Qs	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	
W = 0 [m]	D=1 m	Q= 1 m3/s	yn=0,689m	y1=0,516m	(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
L	μ				(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
0,5	0,5				21,4	0,79	0,07	2,05	0,09	4,1	0,14	3,5	0	0,75	L/D < 1
1	0,564				39,6	0,6	0,06	1,85	0,08	3,65	0,12	3,1	0	0,65	Gráf 9
1,5	0,594				53,4	0,47	0,06	1,75	0,08	3,45	0,12	2,95	0	0,65	
2	0,618				64,2	0,36	0,05	1,70	0,07	3,35	0,11	2,85	0	0,6	
2,5	0,637				72,8	0,27	0,05	1,65	0,07	3,25	0,11	2,75	0	0,6	
W =0,24·D= 0,24 m	D=1 m	Q= 1 m3/s	yn=0,689 m	y1=0,516 m	Qv	Qs	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Obser
L	μ				(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
0,5	0,5				8,65	0,91	0,13	>50	0,19	>50	0,29	>50	0	2,9	L/D < 1
1	0,564				16,2	0,84	0,11	>50	0,17	>50	0,25	>50	0	2,65	
1,5	0,594				22	0,78	0,11	>50	0,16	>50	0,24	>50	0	2,55	
2	0,618				26,7	0,73	0,10	>50	0,16	>50	0,23	>50	0	2,45	
2,5	0,637				38,2	0,7	0,10	>50	0,15	>50	0,23	>50	0	2,4	Gráf 2
W=0,99·y1=0,511m	D= 1m	Q=1 m3/s	yn=0,689m	y1=0,516m	Qv	Qs	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Obser
L	μ				(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
0,5	0,5				0,02	0,5	0,5	>50	1,51	>50	1,69	>50	0	>50	
1	0,564				0,05	0,44	0,44	>50	1,34	>50	1,50	>50	0	>50	R. Subcr
1,5	0,594				0,1	0,42	0,42	>50	1,27	>50	1,42	>50	0	>50	R. Subcr
2	0,618				0,1	0,41	0,41	>50	1,22	>50	1,37	>50	0	>50	R. Subcr
2,5	0,637				0,1	0,39	0,39	>50	1,9	>50	1,32	>50	0	>50	R. Subcr
W=0,56·D = 0,56m	D=1 m	Q=1 m3/s	yn=0,689m	y1=0,516m	Qv	Qs	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Obser
L	μ				(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
0,5	0,5				-	-									w > y1
1	0,564				-	-									w > y1
1,5	0,594				-	-									w > y1
2	0,618				-	-									w > y1
2,5	0,637				-	-									w > y1

TABLA 3					Resultados:		y2 = yn = 0,859		y2=yn - 0,25yn = 0,645		y2 = yc = 0,688		y2=yn+ 0,1yn = 0,945		Observaciones
DATOS: $\alpha = 1,0$; $n = 0,014$; $S_o = 0,003$							Qv	Qs	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	
W = 0 [m]	D=1,1 m	Q= 1,5m3/s	yn=0,859m	y1=0,619m	(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
L	μ				(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
0,5	0,5				18,98	1,215	0,03	2,30	0,1	5,05	0,12	4,5	0	0,85	Graf 4
1	0,5				32,68	1,01	0,03	2,30	0,1	5,05	0,12	4,5	0	0,85	
1,5	0,597				48,7	0,77	0,02	1,95	0,08	4,25	0,1	3,8	0	0,75	
2	0,618				58,9	0,616	0,02	1,90	0,08	4,1	0,1	3,7	0	0,65	
2,5	0,635				67,2	0,492	0,02	1,85	0,08	4	0,1	3,6	0	0,65	
W =0,24·D= 0,264 m	D=1,1 m	Q= 1,5m3/s	yn = 0,859 m	y1 = 0,619 m	Qv	Qs	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Obser
L	μ				(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
0,5	0,5				8,47	1,373	0,05	27,3	0,19	>50	0,23	>50	0	5,1	
1	0,5				14,68	1,28	0,05	27,3	0,19	>50	0,23	>50	0	5,1	
1,5	0,597				22	1,17	0,04	23,45	0,16	>50	0,19	>50	0	2,5	
2	0,618				26,8	1,1	0,04	22,8	0,15	>50	0,19	>50	0	2,25	
2,5	0,635				30,7	1,04	0,04	22,3	0,15	>50	0,18	>50	0	2,2	
W=0,24·D=0,264m	D = 1,1m	Q=1,5 m3/s	yn=0,859m	y1=0,757m	Qv	Qs	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Obser
L	μ				(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
0,5	0,5				22,41	1,164	0,18	>50	1,24	>50	1,3	>50	0,65	>50	Graf 3
1	0,5				16,45	1,253	0,18	>50	1,24	>50	1,3	>50	0,65	>50	R. Subcr
1,5	0,597				24,2	1,137	0,16	>50	1,04	>50	1,09	>50	0,60	>50	R. Subcr
2	0,618				29,2	1,062	0,16	>50	1	>50	1,05	>50	0,55	>50	R. Subcr
2,5	0,635				33	1,0	0,15	>50	0,97	>50	1,02	>50	0,50	>50	R. Subcr
W=0,56·D = 0,616m	D=1,1 m	Q=1,5 m3/s	yn=0,859m	y1=0,619m	Qv	Qs	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Obser
L	μ				(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
0,5	0,5				0,01	1,499	0,2	>50	1,28	>50	1,34	>50	0	>50	R. Subcr
1	0,5				0,02	1,499	0,2	>50	1,28	>50	1,34	>50	0	>50	R. Subcr
1,5	0,597				0	1,5	0,16	>50	1,07	>50	1,12	>50	0	>50	R. Subcr
2	0,618				0	1,5	0,16	>50	1,04	>50	1,08	>50	0	>50	R. Subcr
2,5	0,635				0	1,5	0,15	>50	1,01	>50	1,05	>50	0	>50	R. Subcr

TABLA 4					Resultados:		y2 = yn = 0,993		y2=yn - 0,25yn = 0,745		y2 = yc = 0,778		y2=yn+ 0,1yn = 1,093		Observaciones	
DATOS: $\alpha = 1,0$; $n = 0,014$; $S_o = 0,003$					Qv	Qs	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg		
W = 0 [m]	D=1,2 m	Q= 2 m3/s	yn=0,993m	y1=0,70m	(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]		
L	μ				(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
0,5	0,5				17,34	1,65	0,10	2,5	0,10	5,8	0,12	5,4	0	1,05	(L/D < 1)	
1	0,5				30,1	1,4	0,10	2,5	0,10	5,8	0,12	5,4	0	1,05		
1,5	0,597				45,2	1,1	0,09	2,1	0,08	4,9	0,10	4,55	0	1	Graf 10	
2	0,616				55,1	0,9	0,08	2,05	0,08	4,75	0,09	4,4	0	0,9		
2,5	0,632				63,2	0,74	0,08	2	0,08	4,6	0,09	4,3	0	0,85		
W =0,24·D= 0,288 m	D=1,2 m	Q= 2 m3/s	yn=0,993m	y1=0,70m	Qv	Qs	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Obser	
L	μ				(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
0,5	0,5				8,03	1,84	0,17	19,8	0,19	>50	0,21	>50	0	3,75	(L/D < 1)	
1	0,5				14	1,72	0,17	19,8	0,19	>50	0,21	>50	0	3,75		
1,5	0,597				21,2	1,58	0,14	16,9	0,16	>50	0,18	>50	0	2,9		
2	0,616				25,9	1,48	0,14	16,45	0,15	>50	0,17	>50	0	2,85	Graf 5	
2,5	0,632				29,8	1,4	0,14	15	0,15	>50	0,17	>50	0	2,80		
W=0,99·y1=0,693m	D= 1,2m	Q=2 m3/s	yn=0,993m	y1=0,70m	Qv	Qs	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Obser	
L	μ				(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
0,5	0,5				0,02	1,999	0,62	>50	1,13	>50	1,15	>50	0	>50	R.Subcr	
1	0,5				0,04	1,999	0,62	>50	1,13	>50	1,15	>50	0	>50	R. Subcr	
1,5	0,597				0,1	1,999	0,52	>50	0,95	>50	0,97	>50	0	>50	R. Subcr	
2	0,616				0,1	1,998	0,5	>50	0,92	>50	0,93	>50	0	>50	R. Subcr	
2,5	0,632				0,1	1,998	0,49	>50	0,89	>50	0,91	>50	0	>50	R. Subcr	
W=0,56·D = 0,672m	D=1,2 m	Q=2 m3/s	yn=0,993m	y1=0,70m	Qv	Qs	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Obser	
L	μ				(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
0,5	0,5				0,16	1,997	0,56	>50	0,95	>50	0,99	>50	0	>50	R. Subcr	
1	0,5				0,31	1,994	0,56	>50	0,95	>50	0,99	>50	0	>50	R. Subcr	
1,5	0,597				0,5	1,99	0,47	>50	0,8	>50	0,83	>50	0	>50	R. Subcr	
2	0,616				0,6	1,987	0,45	>50	0,77	>50	0,8	>50	0	>50	R. Subcr	
2,5	0,632				0,8	1,985	0,44	>50	0,75	>50	0,78	>50	0	>50	R. Subcr	

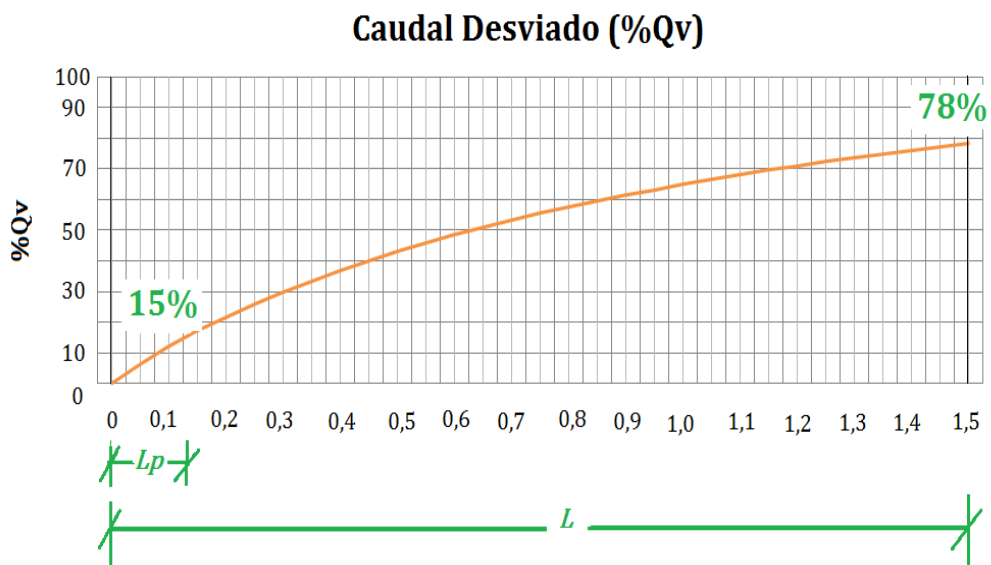
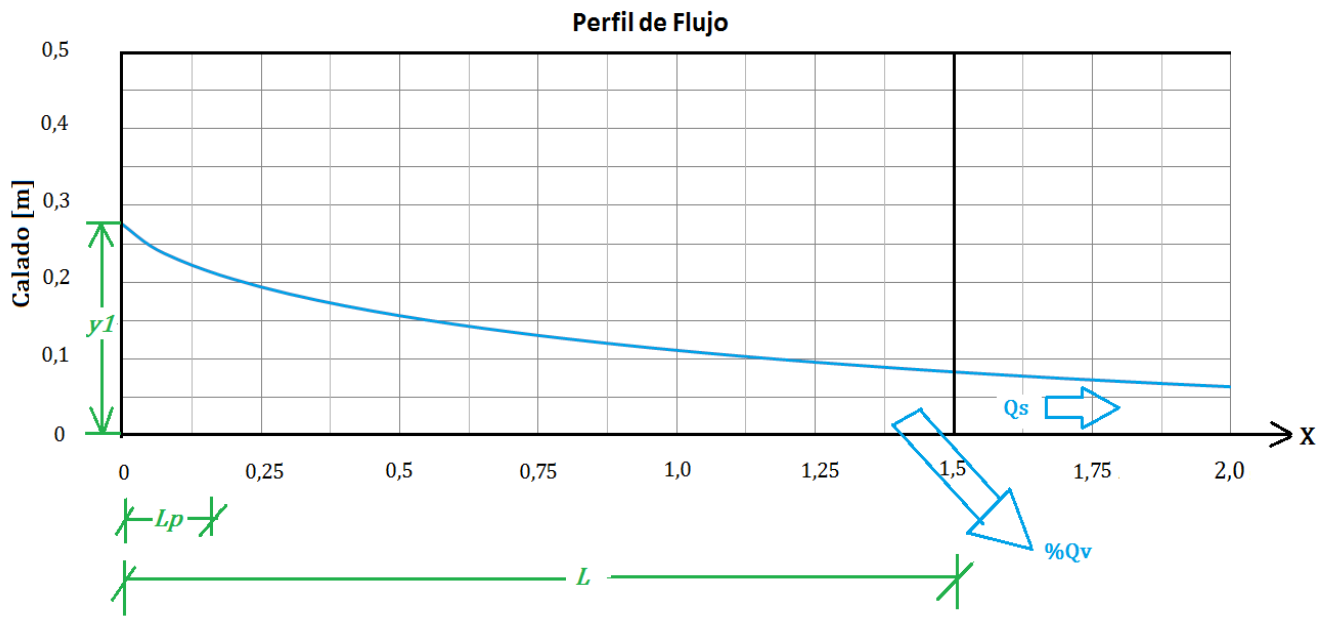
TABLA 5					Resultados:		y2 = yn = 1,089		y2=yn - 0,25yn = 0,816		y2 = yc = 0,853		y2=yn+ 0,1yn = 1,197		Observaciones	
DATOS: $\alpha = 1,0$; $n = 0,014$; $S_o = 0,003$							Qv	Qs	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg		Lp
W = 0 [m]	D=1,3 m	Q= 2,5m3/s	yn=1,089m	y1=0,768m	(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]		
L	μ				(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
0,5	0,5				16,12	2,09	0,12	2,8	0,11	6,45	0,12	6	0	1,2	(L/D < 1)	
1	0,5				28,17	1,80	0,12	2,8	0,11	6,45	0,12	6	0	1,2	Graf 6	
1,5	0,592				42,5	1,44	0,10	2,4	0,09	5,55	0,1	5,1	0	1		
2	0,611				52	1,19	0,10	2,3	0,09	5,35	0,1	4,95	0	1		
2,5	0,627				60	1	0,10	2,25	0,08	5,2	0,1	4,85	0	0,9		
W =0,24·D= 0,312 m	D=1,3 m	Q= 2,5m3/s	yn=1,089m	y1=0,768m	Qv	Qs	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Obser	
L	μ				(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
0,5	0,5				7,55	2,31	0,2	23,65	0,19	>50	0,22	>50	0	3,3	(L/D < 1)	
1	0,5				13,25	2,17	0,2	23,65	0,19	>50	0,22	>50	0	3,3		
1,5	0,592				20,1	1,99	0,17	20,35	0,16	>50	0,18	>50	0	2,55		
2	0,611				24,6	1,88	0,17	19,75	0,16	>50	0,18	>50	0	2,45		
2,5	0,627				28,5	1,79	0,16	19,35	0,15	>50	0,17	>50	0	2,35	Graf 7	
W=0,99·y1=0,76m	D=1,3 m	Q= 2,5m3/s	yn=1,089m	y1=0,768m	Qv	Qs	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Obser	
L	μ				(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
0,5	0,5				0,02	2,499	0,73	>50	1,17	>50	1,19	>50	0	>50	R. Subcr	
1	0,5				0,04	2,499	0,73	>50	1,17	>50	1,19	>50	0	>50	R. Subcr	
1,5	0,592				0,1	2,498	0,62	>50	0,98	>50	1,01	>50	0	>50	R. Subcr	
2	0,611				0,1	2,498	0,60	>50	0,95	>50	0,98	>50	0	>50	R. Subcr	
2,5	0,627				0,1	2,497	0,59	>50	0,93	>50	0,95	>50	0	>50	R. Subcr	
W=0,56·D = 0,728m	D=1,3 m	Q= 2,5m3/s	yn=1,089m	y1=0,768m	Qv	Qs	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Lp	Lg	Obser	
L	μ				(%)	[m3/s]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
0,5	0,5				0,22	2,495	0,64	>50	0,97	>50	2,22	>50	0	>50	R. Subcr	
1	0,5				0,41	2,49	0,64	>50	0,97	>50	2,22	>50	0	>50	R. Subcr	
1,5	0,592				0,7	2,484	0,54	>50	0,82	>50	1,88	>50	0	>50	R. Subcr	
2	0,611				0,8	2,479	0,52	>50	0,7	>50	1,82	>50	0	>50	R. Subcr	
2,5	0,627				1	2,475	0,51	>50	0,74	>50	1,77	>50	0	>50	R. Subcr	

9.2. GRÁFICAS DE ALGUNOS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS INDICADOS EN LAS TABLAS ANTERIORES

Gráfica 1.

Datos: $D = 0,5 \text{ [m]}$ $L = 1,5 \text{ [m]}$ $w = 0 \text{ [m]}$ $\mu = 0,669$
 $Q = 0,2 \text{ [m}^3\text{/s]}$ $y_n = 0,432 \text{ [m]}$ $y_1 = 0,275 \text{ [m]}$ $y_2 = y_n$

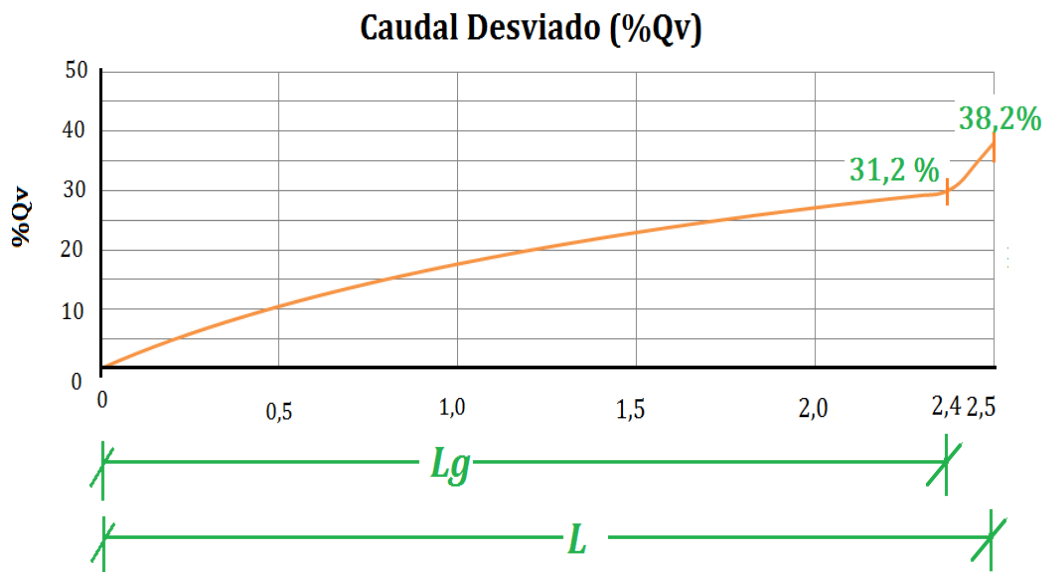
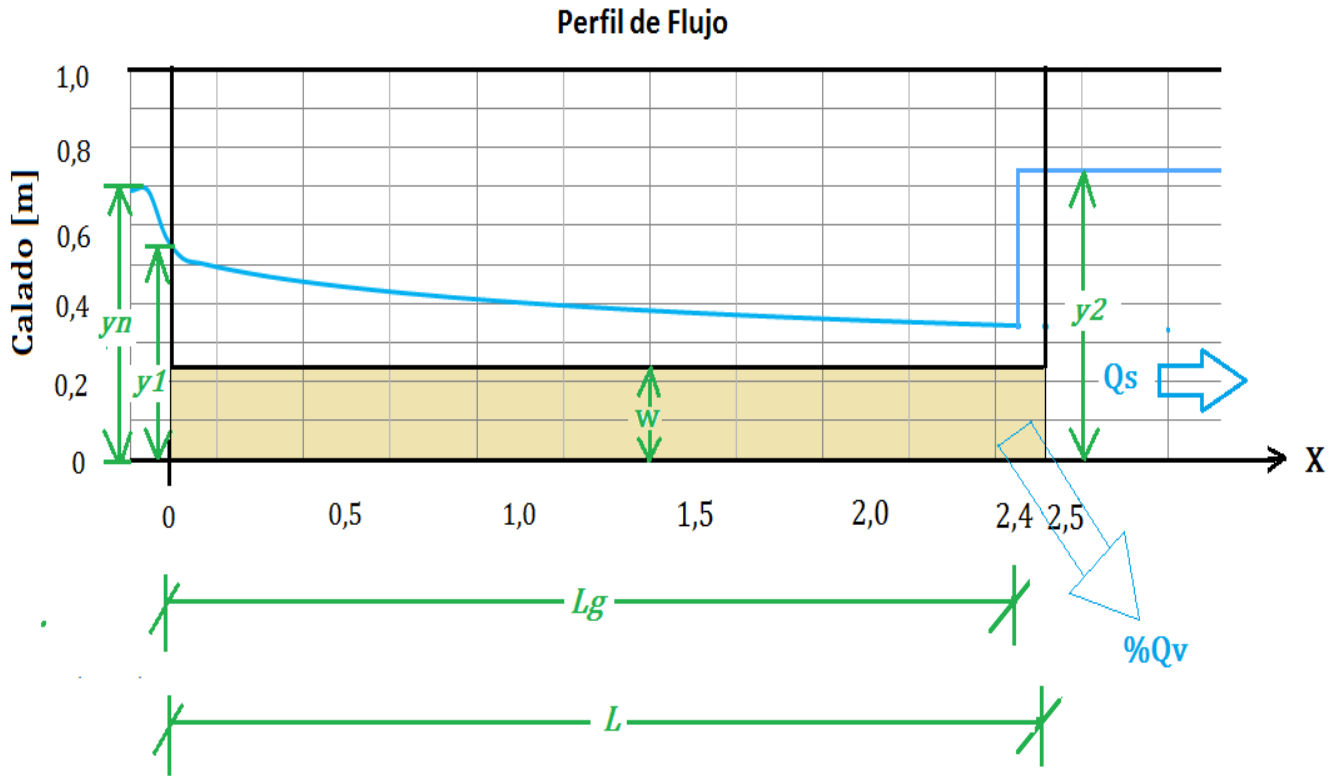
Resultados: $\%Q_v = 78,2 \%$ $Q_s = 0,0436 \text{ [m}^3\text{/s]}$
 $L_p = 0,13 \text{ [m]}$ $L_g = 5,85 \text{ [m]}$



Gráfica 2.

Datos: $D = 1$ [m] $L = 2,5$ [m] $w = 0,24 \cdot D$ $\mu = 0,637$
 $Q = 1$ [m³/s] $y_n = 0,689$ [m] $y_1 = 0,516$ [m] $y_2 = 1,1y_n = 0,76$

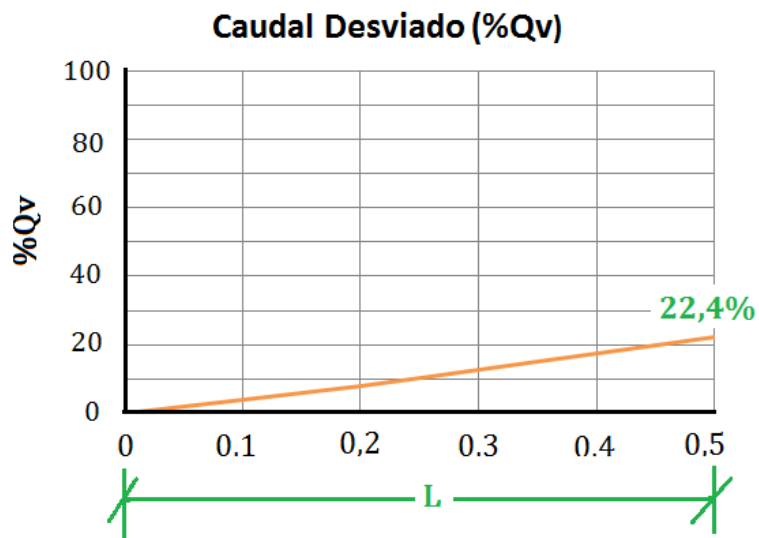
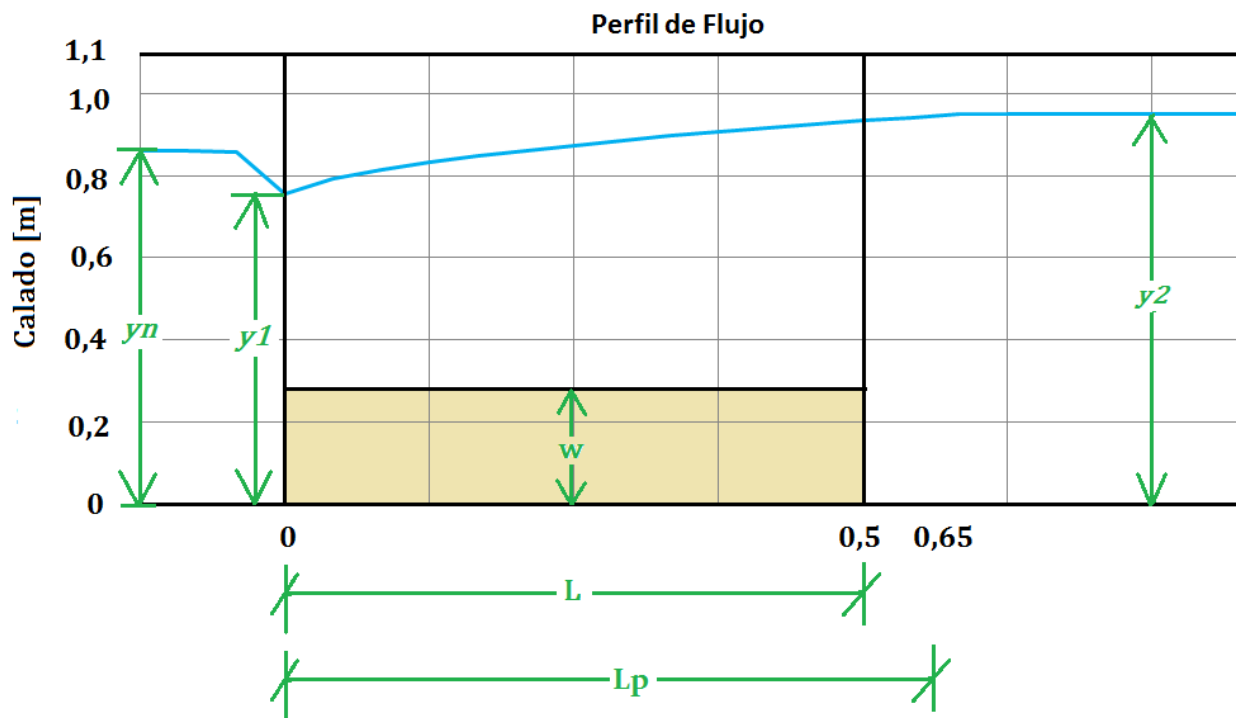
Resultados: $\%Q_v = 38,2$ % $Q_s = 1,13$ [m³/s]
 $L_p = 0$ [m] $L_g = 2,4$ [m]



Gráfica 3.

Datos: $D = 1,1$ [m] $L = 0,5$ [m] $w=0,24D=0,264$ $\mu = 0,5$
 $Q = 1,5$ [m³/s] $y_n = 0,859$ [m] $y_1 = 0,757$ [m] $y_2 = 1,1y_n$

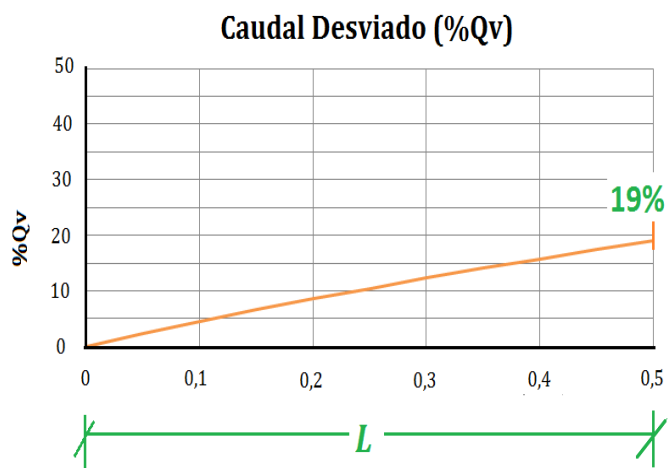
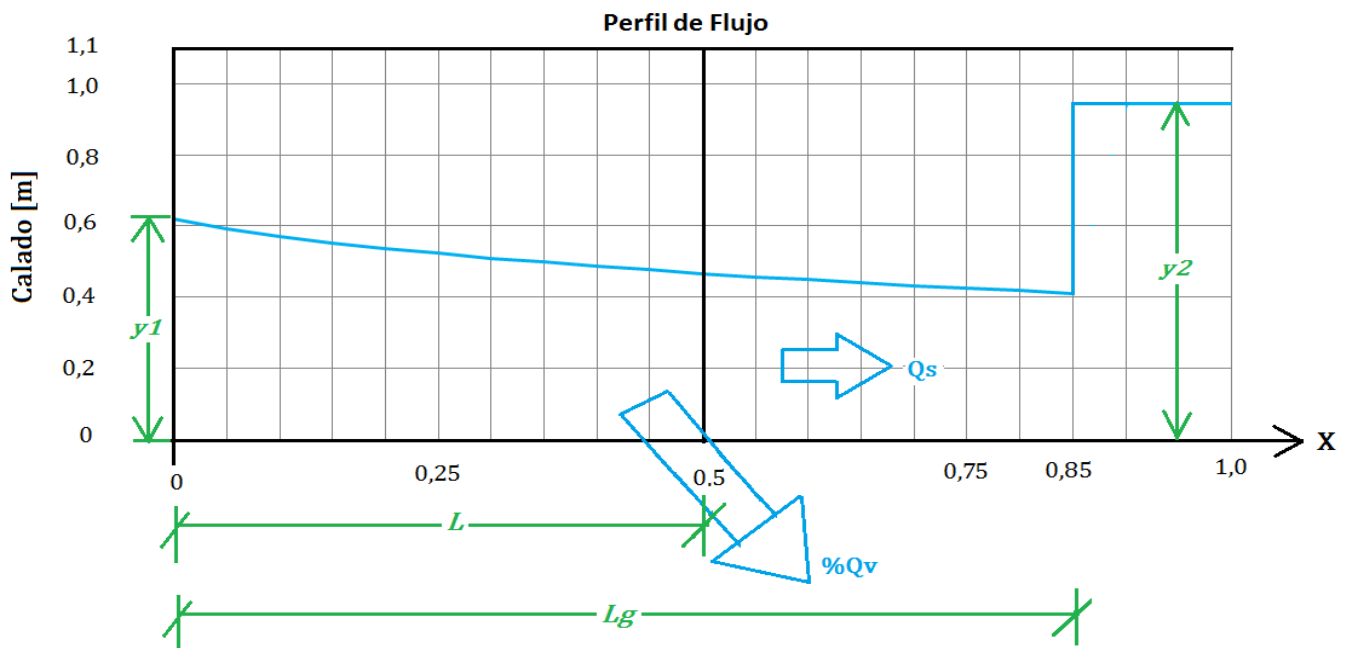
Resultados: $\%Q_v = 22,4$ % $Q_s = 1,499$ [m³/s]
 $L_p = 0,65$ [m]



Gráfica 4.

Datos: $D = 1,1$ [m] $L = 0,5$ [m] $w=0$ $\mu = 0,5$
 $Q = 1,5$ [m³/s] $y_n = 0,859$ [m] $y_1 = 0,619$ [m] $y_2 = 1,1y_n = 0,95$

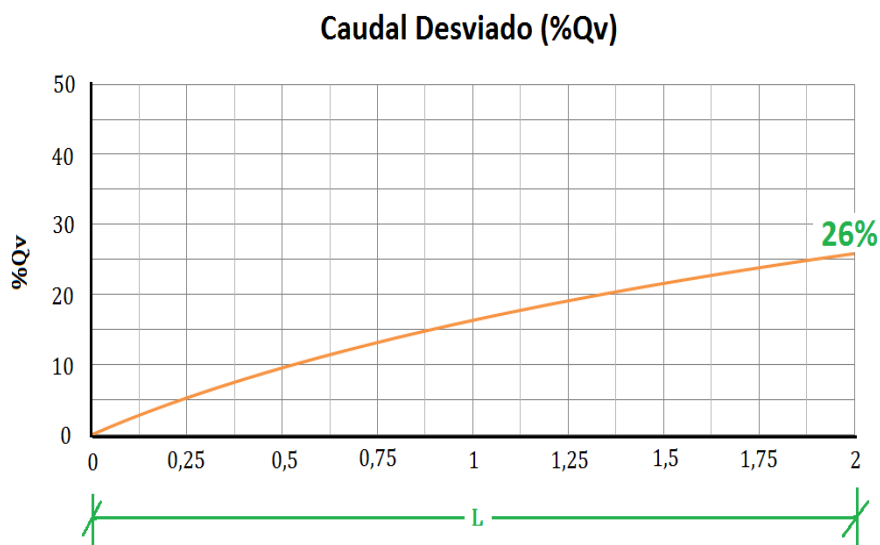
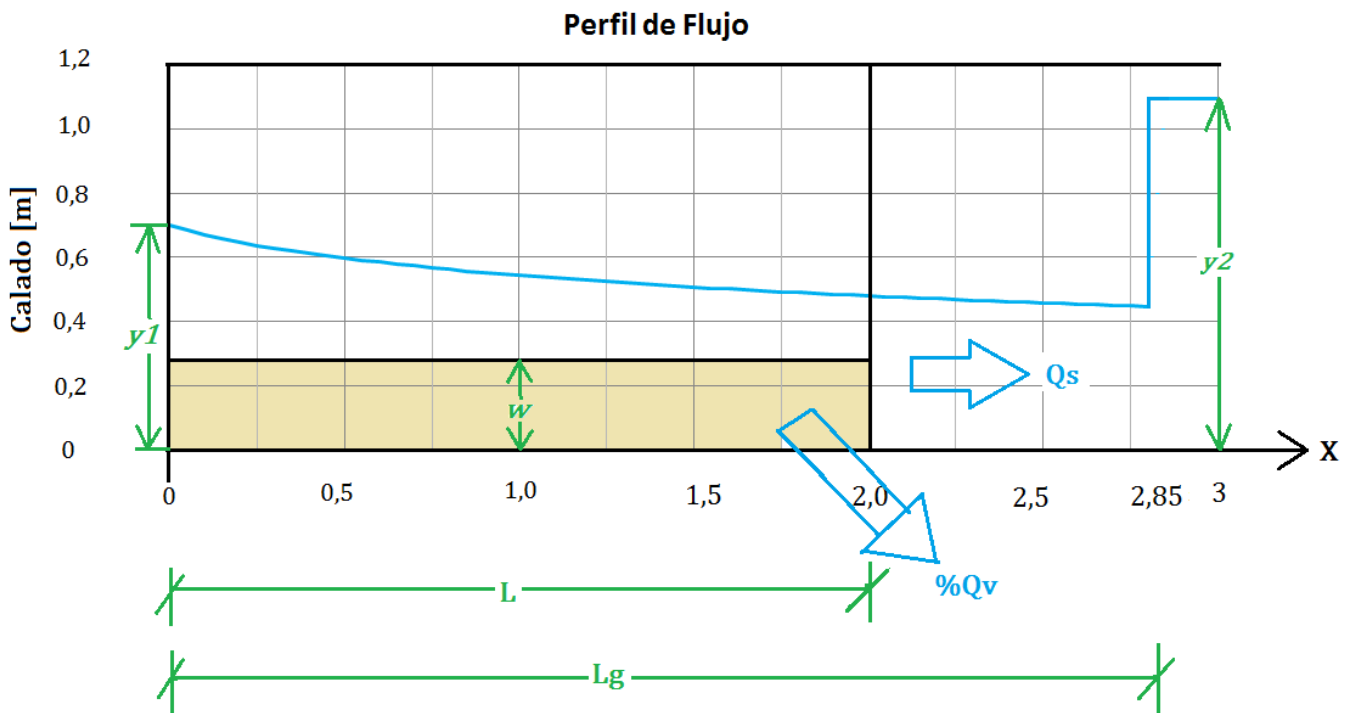
Resultados: $\%Q_v = 19\%$ $Q_s = 1,22$ [m³/s]
 $L_p = 0$ [m] $L_g = 0,85$ [m]



Gráfica 5.

Datos: $D = 1,2$ [m] $L = 2$ [m] $w = 0,24 \cdot D = 0,288$ $\mu = 0,616$
 $Q = 2$ [m³/s] $y_n = 0,993$ [m] $y_1 = 0,7$ [m] $y_2 = 1,1$ $y_n = 1,09$

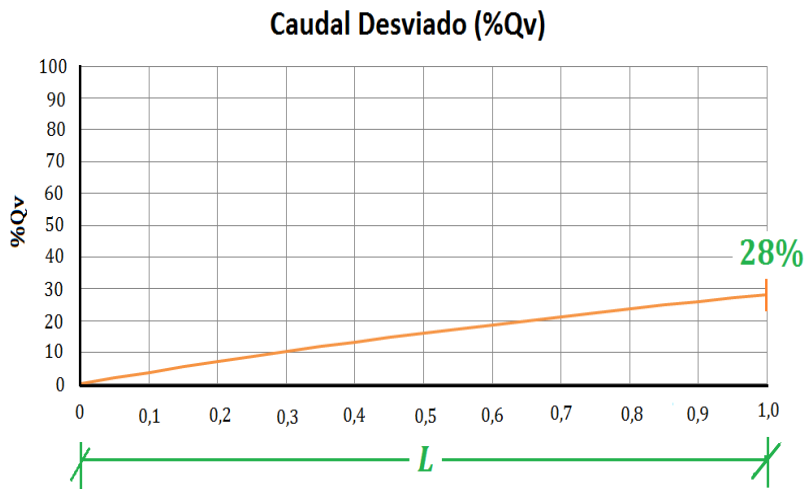
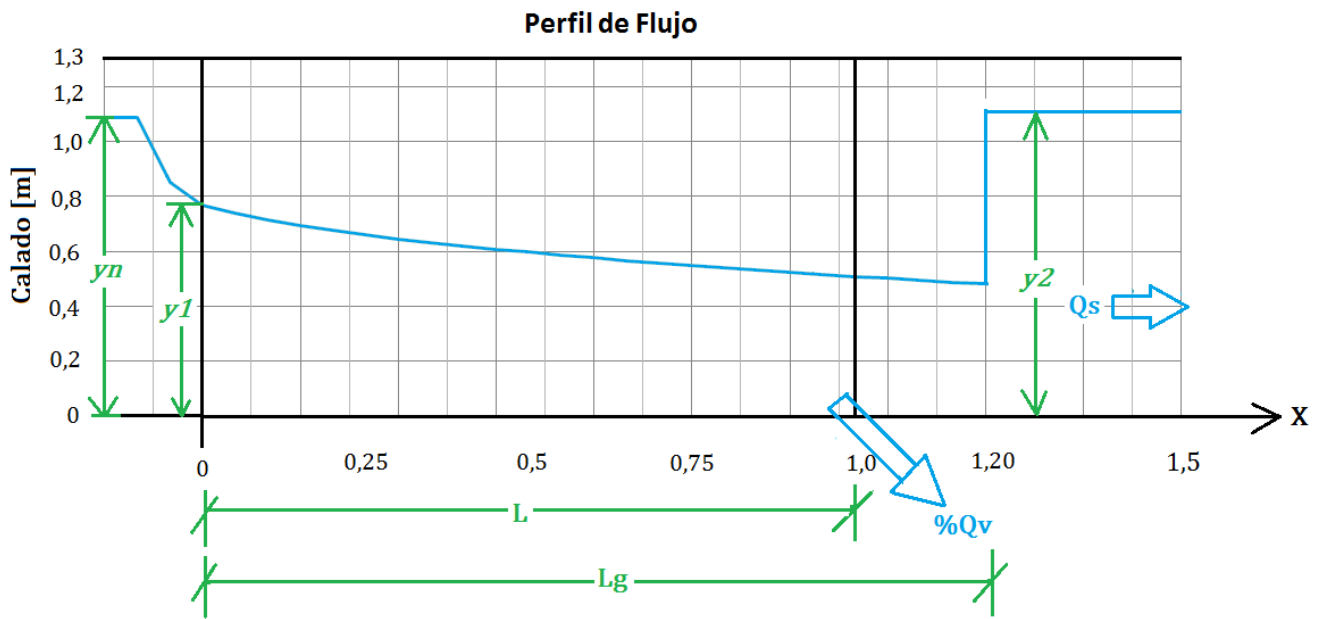
Resultados: $\%Q_v = 26$ % $Q_s = 1,483$ [m³/s]
 $L_p = 0$ [m] $L_g = 2,85$ m



Gráfica 6.

Datos: $D = 1,3$ [m] $L = 1$ [m] $w = 0$ [m] $\mu = 0,5$
 $Q = 2,5$ [m³/s] $y_n = 1,089$ [m] $y_1 = 0,768$ [m] $y_2 = 1,19$ [m]

Resultados: $\%Q_v = 28$ % $Q_s = 1,796$ [m³/s]
 $L_p = 0$ [m] $L_g = 1,2$ [m]

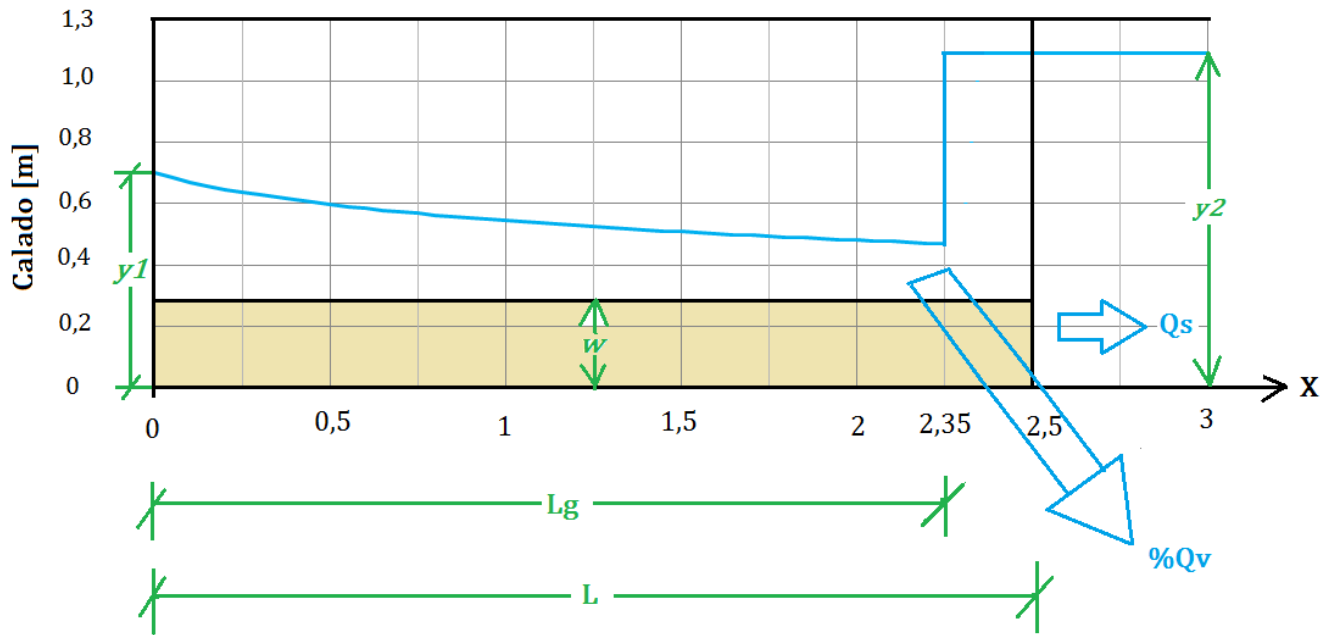


Gráfica 7.

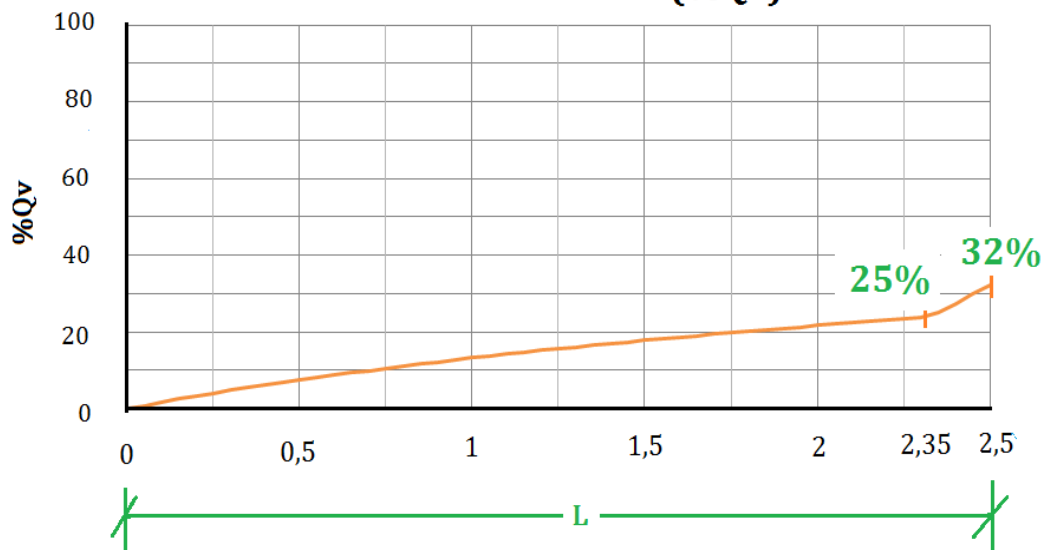
Datos: $D = 1,3$ [m] $L = 2,5$ [m] $w = 0,24D = 0,312$ [m] $\mu = 0,5$
 $Q = 2,5$ [m³/s] $y_n = 1,089$ [m] $y_1 = 0,768$ [m] $y_2 = 1,1y_n = 1,19$

Resultados: $\% Q_v = 32 \%$ $Q_s = 2,635$ [m³/s]
 $L_p = 0$ [m] $L_g = 2,35$ [m]

Perfil de Flujo



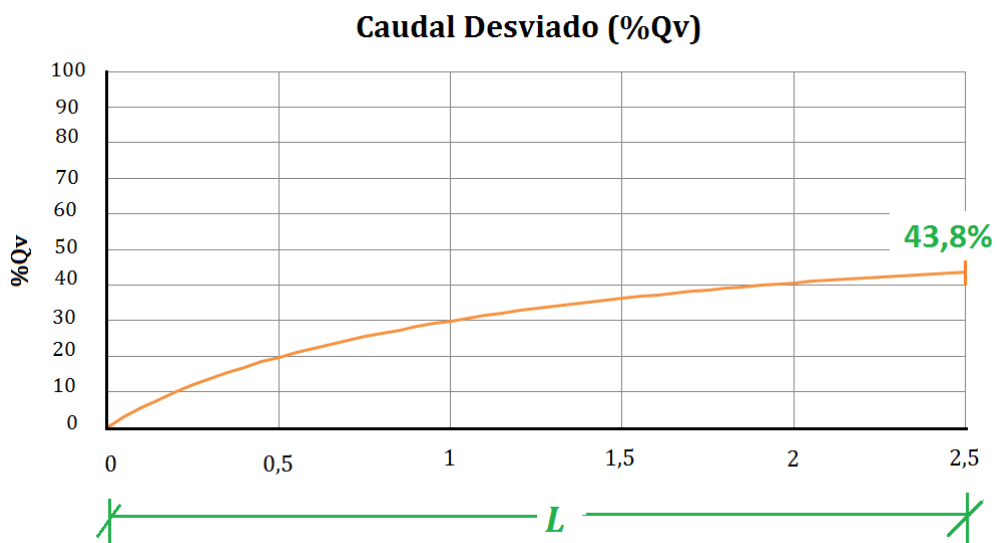
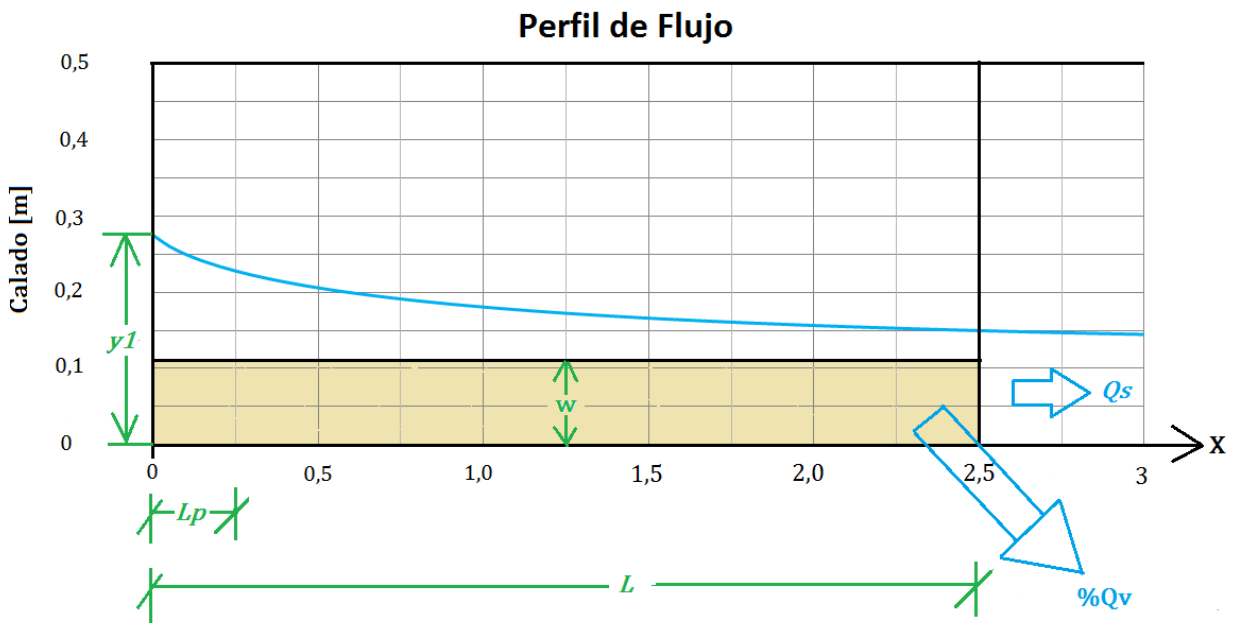
Caudal Desviado (%Qv)



Gráfica 8.

Datos: $D = 0,5 \text{ [m]}$ $L = 2,5 \text{ [m]}$ $w=0,24D=0,12$ $\mu =0,71$
 $Q = 0,2 \text{ [m}^3\text{/s]}$ $y_n = 0,432 \text{ [m]}$ $y_1 = 0,275 \text{ [m]}$ $y_2 = y_n$

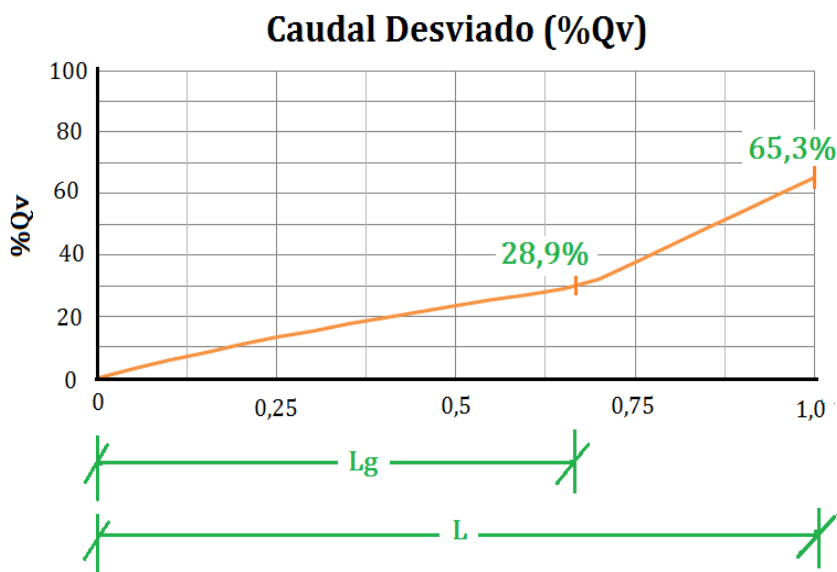
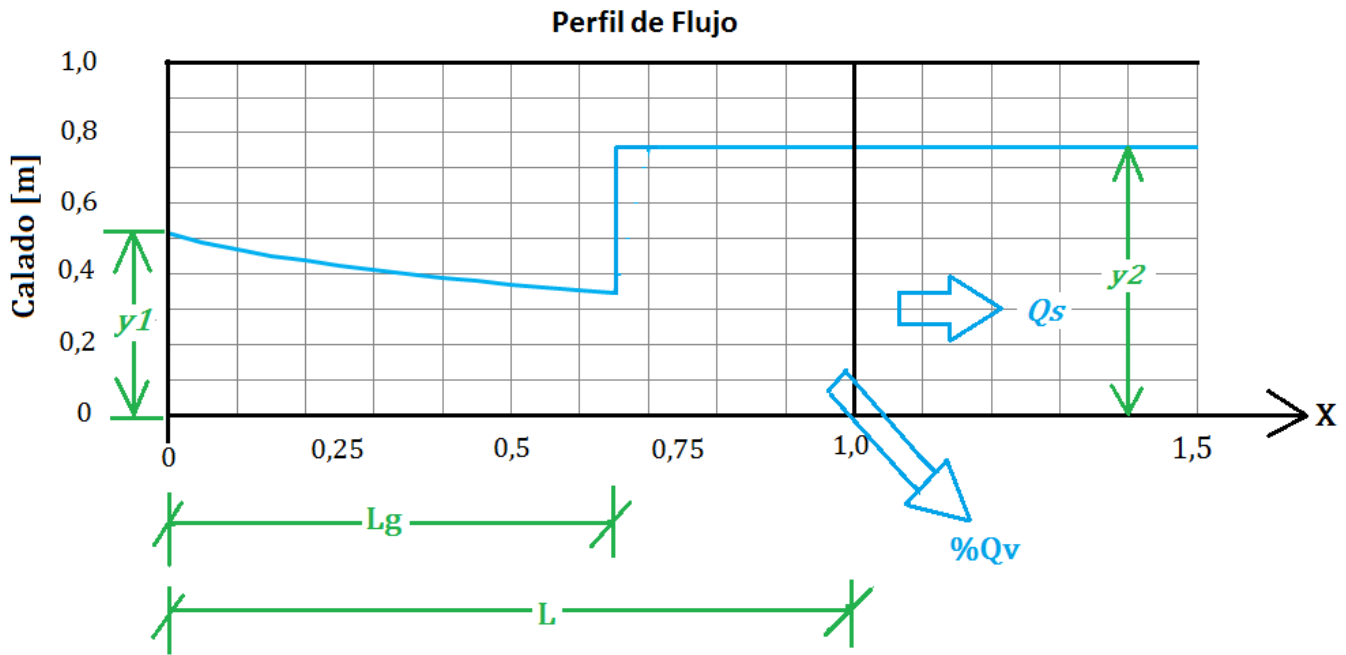
Resultados: $\%Q_v = 43,8 \%$ $Q_s = 0,1124 \text{ [m}^3\text{/s]}$
 $L_p = 0,19 \text{ [m]}$ $L_g >50 \text{ [m]}$



Gráfica 9.

Datos: $D = 1$ [m] $L = 1$ [m] $w = 0$ [m] $\mu = 0,564$
 $Q = 1$ [m³/s] $y_n = 0,689$ [m] $y_1 = 0,516$ [m] $y_2 = 1,1y_n = 0,76$

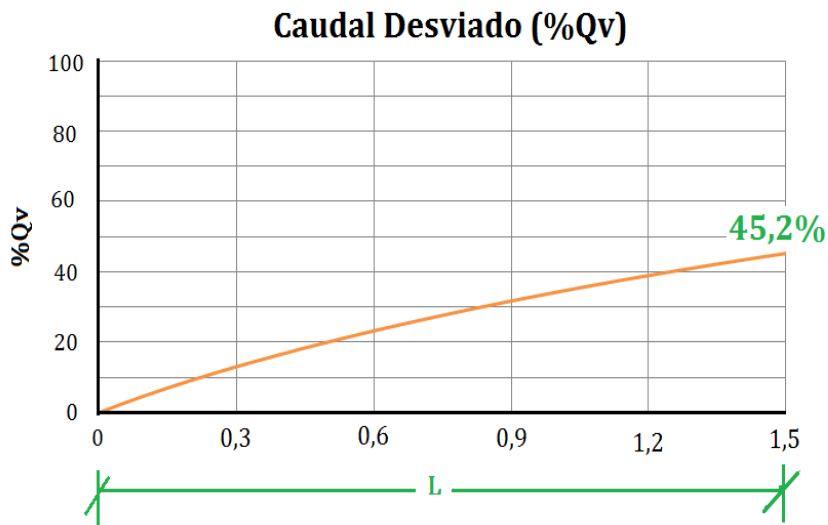
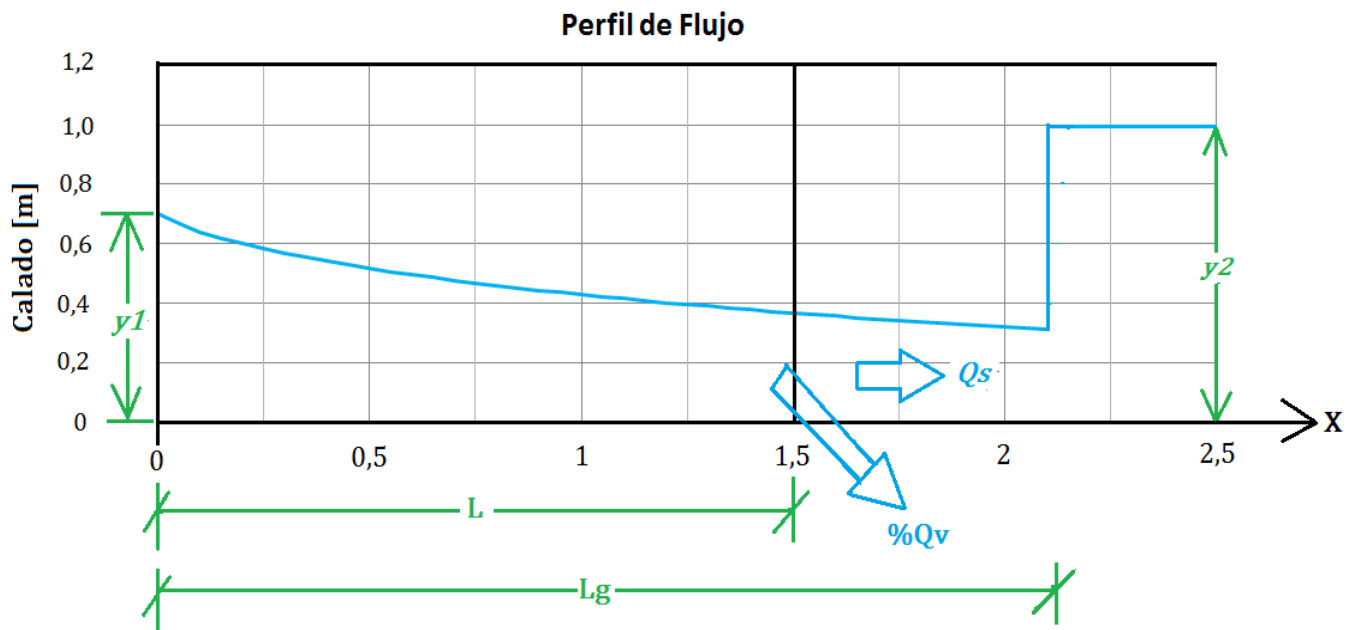
Resultados: $\%Q_v = 65,3$ % $Q_s = 1$ [m³/s]
 $L_p = 0$ [m] $L_g = 0,65$ [m]



Gráfica 10.

Datos: $D = 1,2$ [m] $L = 1,5$ [m] $w=0$ [m] $\mu = 0,597$
 $Q = 2$ [m³/s] $y_n = 0,993$ [m] $y_1 = 0,7$ [m] $y_2 = y_n$

Resultados: $\%Q_v = 45,2$ % $Q_s = 1,095$ [m³/s]
 $L_p = 0$ [m] $L_g = 2,1$ m



10. CONCLUSIONES

- Al obtener una gran combinación de posibles resultados variando la altura de la cresta del vertedero, el caudal de entrada y las condiciones aguas abajo del vertedero generamos una serie de resultados el cual nos facilita mayor información a la hora de predecir eficazmente el comportamiento de los perfiles de flujo a lo largo de nuestro vertedero y el porcentaje de caudal desviado a través de estos.

- Observando los resultados obtenidos cumplimos con los objetivos planteados en dicho proyecto ya que tenemos diferentes situaciones de perfil de flujo a través de un vertedero lateral el cual nos lleva a predecir su comportamiento de los perfiles de flujo en el tramo donde se encuentra el vertedero lateral en conducciones de sección circular con lo cual proporcionamos mayor información para su calibración y tener así resultados más adaptados al comportamiento real de los perfiles de flujo.

- Cumpliendo también con el objetivo de la revisión y resolución de las ecuaciones para la obtención de los perfiles de flujo en conducciones de sección circular a través de un vertedero lateral de caudal decreciente.

- Observamos en las gráficas vemos que los mayores caudales desviados se dan en alturas de la cresta de vertedero pequeñas. Y en alturas de la cresta próximas al calado crítico el caudal desviado será mínimo o nulo ya que nuestro calado inicial (y_1) será siempre menor que el calado crítico (y_c)

$$y_1 < y_c$$

- Observamos también que mientras más pequeño es la altura de la cresta del vertedero (w) mayor será el caudal que desviemos a través del vertedero lateral y también el resalto hidráulico se producirá más antes que en los casos que tengamos una altura de cresta del vertedero considerable. Viendo que en ciertas ocasiones a mayor altura de la cresta del vertedero (w) no se producirá el resalto hidráulico manteniendo el flujo en régimen subcrítico. En otras palabras a mayor altura de la cresta del vertedero el flujo tiende a mantenerse en régimen Subcrítico.

- Observando los resultados, a Longitudes de vertedero muy pequeñas en consideración con el Diámetro de la tubería, no obtendremos un valor del coeficiente de descarga según las ecuaciones de Uyumaz y Muslu (Ecuacion 10) ya que la relación entre la Longitud y el Diámetro (L/D) es menor a la unidad por lo que se tiene un valor indeterminado al estar dentro de una raíz cuadrada por lo que para estos casos usaremos un coeficiente de descarga de valor 0,5 siguiendo la tendencia a que menor longitud de vertedero menor coeficiente de descarga.

$$L/D > 1$$

- Teniendo caudales muy pequeños en consideración al diámetro, en este caso tampoco tenemos reflejados como resultados perfiles de flujo, por lo que no consideramos caudales pequeños en relación a los diámetros ya que ni bien ingresen en los vertederos laterales estos serán evacuados en su totalidad dependiendo de qué tan pequeño sea el caudal y en

otros casos se tiene como los vistos en las tablas 1 y 2 cuando la altura de la cresta w es mayor que el calado de entrada (y_1)

$$w > y_1$$

- También observamos que a partir de un cierto valor de longitud de vertedero los perfiles de flujos van tomando una tendencia horizontal (pendiente igual a cero), esto es debido a que al inicio del vertedero se producen las máximas desviaciones de caudal a través del vertedero y como se tiene una entrada de caudal constante los perfiles de flujo van tomando está pendiente horizontal más adelante. Tomando en cuenta diferentes pruebas que se hicieron mediante el método matemático Runge Kutta de orden 4; y comparando las distintas situaciones de longitud de vertedero para diferentes caudales de entrada vemos que el conjugado de Belanguer que es el que nos refleja la situación de longitud de vertedero para que se produzca un resalto hidráulico (L_g); lo cual antes que se produzca, la curva del perfil de flujo se va acentuando a una recta horizontal en tramo corto hasta que se produzca el resalto hidráulico. Y por otra parte al igualar la energías tanto en la entrada y aguas abajo del vertedero obtenemos una longitud para que el flujo de aproximación en régimen subcrítico se mantenga, esto es debido a longitudes pequeñas de vertedero.

- En referencia al coeficiente de descarga los autores Uyumaz y Muslu (1985) nos permiten obtener resultados con errores menores al 5% de los obtenidos experimentalmente

- En comparación con los coeficientes de descarga en secciones rectangulares y secciones circulares, vemos que los coeficientes de secciones rectangulares según el autor que lo estudio experimentalmente se tiene un valor, por lo que cada autor da su valor de coeficiente de descarga obtenido empíricamente, lo cual hay varios autores que propones coeficientes de descarga en canales rectangulares.

- En tanto los coeficientes de descarga en secciones circulares son más complejos de obtenerlos ya que estos no solo dependen del estudio empírico que se realiza sino también de las condiciones del entorno, como ser el tipo de régimen ya sea flujo subcrítico o supercrítico; la relación altura de la cresta con el diámetro; y la relación longitud del vertedero con el diámetro.

$$\mu = f \left(Fo, \frac{w}{D}, \frac{L}{D} \right)$$

- Y esto como ya descrito anteriormente Uyumaz y Muslu, plantearon una serie de gráficos con distintos valores de Fo , w/D y L/D ; y a la vez plantearos dos ecuaciones que se asemejan a estos gráficos con un error de menos del cinco por ciento para hallar el coeficiente de descarga analíticamente. Otra diferencia que encontramos es que Uyumaz y Muslu son uno de los primeros autores que estudiaron en un principio perfiles de flujo en canales circulares planteando los primeros resultados para el estudio y análisis. Aunque ahora en la actualidad tenemos varios estudios de perfiles de flujo en secciones circulares.

Próximos trabajos a realizar:

- Facilitar los resultados obtenidos mediante nuestra plantilla Excel a un software.
- Realizar medición en campo para así llegar a tener más datos e información en tiempo real del comportamiento de los perfiles de flujo.
- Adquirir nuevas series de resultados aumentando las combinaciones de acuerdo a los casos que se presenten en la medición de campo.

11. BIBLIOGRAFÍA

- Sotelo Ávila, G. (2002). Hidráulica de canales. México, UNAM, Facultad de Ingeniería.
- Chow, V. T. (2000). Hidráulica de canales abiertos. McGraw Hill.
- Uyumaz, A., & Muslu, Y. (1987). Closure to “Flow over Side Weirs in Circular Channels” by Ali Uyumaz and Yilmaz Muslu (January, 1985, Vol. 111, No. 1). *Journal of Hydraulic Engineering*, 113(5), 688-690.
- HAGER, Willi H. *Wastewater hydraulics: Theory and practice*. Springer Science & Business Media, 2010.