

Estudio numérico de las cuñas salinas y de recirculación en el problema de Henry mediante los grupos adimensionales discriminados

(Recibido: 10/04/2015; Aceptado: 20/05/2015)

María Rosa Mena Requena e Iván Alhama Manteca
 Departamento de Ingeniería Civil. Universidad Politécnica de Cartagena
 Paseo Alfonso XIII, 52
 Teléfono: 666 877 763
 Email: mr.mena.requena@gmail.com

Resumen. El problema patrón de Henry, que describe los fenómenos de flujo y transporte que emergen en escenarios de intrusión salina en acuíferos costeros, está regido por un sistema acoplado de ecuaciones en derivadas parciales. La caracterización del mismo, a partir de la adimensionalización discriminada de sus ecuaciones, conduce a dos grupos adimensionales que definen los patrones estacionarios de flujo y concentración, grupos que se diferencian de los establecidos por Henry y adoptados por la comunidad científica en las últimas décadas. Mediante el método de redes se simula este problema para un rango suficiente de valores de estos grupos, comprobando que las longitudes de la cuña de intrusión y de recirculación se diferencian a medida que nos alejamos de los valores de Henry, llegando a desaparecer la recirculación de agua salada junto al lado del mar. Para evitar la influencia de la longitud del acuífero en la solución se ha aumentado ésta suficientemente en cada caso.

Palabras clave. Hidrología; intrusión; método de redes; simulación numérica.

Abstract. The Henry benchmark problem, that describes the fluid flow and solute transport phenomena involved in salt intrusion scenarios in coastal aquifers, is ruled by a set of coupled partial differential equations. Its mathematical characterization, from the discriminated nondimensionalization of the equation, leads to the two dimensionless groups that define the solution patterns of stream function and concentration. These differ from those of Henry already accepted by scientific community along the last decades. By the network method, this problem is simulated for a large number of pairs of values of the groups, demonstrating that the lengths of the concentration and recirculation wedges, measured at the bottom of the aquifer, differ as values moves away from Henry arriving be disappear. The length of the aquifer is enlarged to avoid its influence in the steady state patterns.

Keywords. Hydrology; intrusion; network method; numerical simulation.

1. Introducción

Para determinar la influencia de la intrusión marina en los acuíferos costeros isótropos vamos a utilizar el problema 2-D de la intrusión salina de Henry [4], el cual, se refiere a los procesos acoplados de flujo de fluidos y transporte de solutos en el límite de agua de mar de los acuíferos costeros. Henry propone para el estudio de este problema tres parámetros adimensionales. Dos de ellos, a_H y b_H , se derivan de las ecuaciones anteriores mientras que el tercero, ξ , es la relación de aspecto del dominio. En cuanto al valor de estos tres parámetros, Henry asume un criterio práctico, deben corresponderse en lo posible con los datos experimentales.

Cuatro décadas después de Henry, Simpson y Clement [5] asigna un significado físico a a_H . En su artículo intentan adaptar el problema de Henry con las soluciones encontradas en acuíferos reales, aumentando el efecto de la densidad de flujo impulsado por flotación en relación con el flujo regional causado por la diferencia de presión entre el lado izquierdo y el derecho del acuífero. En cuanto al significado físico del parámetro b_H , se trata de una

especie de número de Peclet ya que compara los flujos de sal de difusión y arrastre.

En el presente artículo se utilizan los resultados de Alhama y col. [1,2], que reducen el número de grupos adimensionales a dos, mejorando sensiblemente el estudio del problema, cuyo aspecto difiere de los propuestos por Henry y que, además tienen nuevas propiedades. Se les puede asignar un significado físico en términos de balance y son del orden de magnitud unidad. En base a estos números se estudian los patrones de concentración y la posición de la línea divisoria de flujo mediante el método de simulación por redes [3,6].

2. Modelo físico y matemático

El modelo físico de Henry se muestra en la Fig. 1. Se trata de un acuífero de 2 m de largo (L) y 1 m de profundidad (H). Un flujo constante de agua dulce se aplica al límite izquierdo, mientras que el límite derecho corresponde a un cuerpo estacionario de mar; los límites superior e inferior son impermeables al agua y a la sal. A la derecha del acuífero, en la región de mezcla, el agua de alta densidad procedente de la frontera del mar se mezcla con el agua dulce hasta que se alcanza el equilibrio estacionario.

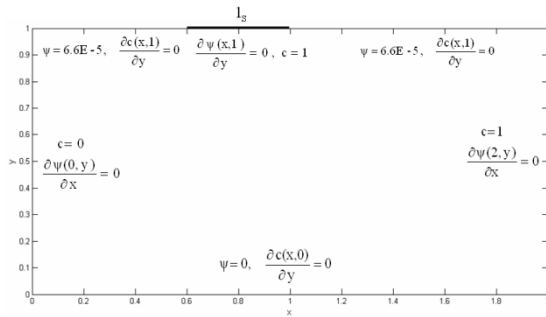


Fig. 1. Modelo Henry.

Este problema se rige por las ecuaciones [1]:

$$\nabla \mathbf{q} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} - \mathbf{v}(\nabla c) = \nabla(D\nabla c) \tag{2}$$

$$\frac{\mu}{k} \mathbf{q} + \nabla p - (\Delta \rho) \mathbf{g} = 0 \tag{3}$$

con $\mathbf{q} = v\epsilon$, y donde se ha hecho uso de la aproximación de Boussinesq $\Delta \rho = \rho_0 \beta (\Delta c)$. El significado de cada una de las variables y parámetros del problema se muestra en la Tabla 1.

La variable velocidad se sustituye por la función de corriente, para una mejor interpretación de los patrones de flujo del problema, de acuerdo con las expresiones $q_x = -(\partial \Psi / \partial y)$ y $q_y = (\partial \Psi / \partial x)$. En relación con los parámetros geométricos, a fin de desvincular los patrones de concentración y flujo de la longitud del acuífero, se ha adoptado una longitud L variable de forma que ésta no influya en los patrones. De acuerdo con las ecuaciones anteriores, los grupos adimensionales resultantes son:

$$\pi_1 = \frac{kg(K\rho)}{\epsilon \cdot \mu \cdot v \cdot \text{amb}} \tag{4}$$

$$\pi_2 = \frac{D}{v \cdot \text{amb} \cdot H} \tag{5}$$

Tabla 1. Magnitudes y parámetros del problema.

Symbol	Parameter Name	Value
a_H	parámetro de Henry	$kg\Delta\rho L / (\epsilon\mu v_{amb}^* H)$
b_H	parámetro de Henry	$D / (v_{amb}^* H)$
q	velocidad del fluido (m/s)	-
c	concentración de sal (kg/m ³)	-
v	velocidad en los poros (m/s)	-
p	presión (N/m ²)	-
ρ	densidad del fluido (kg/m ³)	-
D	difusividad (m ² /s)	1.8857E-5
μ	viscosidad (kgm ⁻¹ s ⁻¹)	1E-3
k	permeabilidad (m ²)	1.0204E-9
ϵ	porosidad (adimensional)	0.35
g	gravedad (m/s ²)	9.81
Ψ	función de corriente (m ² /s)	-
t	tiempo (s)	-
H	altura del dominio (m)	1
L	longitud del dominio (m)	2 (variable)
v_{amb}^*	velocidad regional (m/s)	1.8857E-4
$\Delta\rho$	máxima diferencia de densidad (kg/m ³)	25

Nuestro interés en el estudio de la extensión de la zona de intrusión, definida por l^* , da lugar a un tercer grupo adimensional cuya forma es:

$$\pi_3 = \frac{l^*}{H} \tag{6}$$

3. Simulaciones y resultados

Las simulaciones se realizaron para un tamaño de malla de 50 (horizontal) x 25 (vertical). La solución del modelo Henry (líneas de concentración y de flujo.) se muestra en la Fig. 2.

Se han simulado 5 valores para π_1 y 20 valores para π_2 , obteniendo en cada caso el punto de corte de las líneas de concentración 0.1 y 0.5, así como de la línea divisoria de flujo correspondiente a $\psi=0$.

En la Fig. 3 se muestra la longitud de mezcla para la línea de concentración $c=0.1$. Puede observarse que la influencia del monomio π_1 (que informa de la relación entre las fuerzas de flotación y de arrastre) es prácticamente nula. La inflexión de la gráfica está asociada a la no uniformidad de valores en el eje horizontal. La cuña de intrusión crece con el monomio π_2 (que informa del cociente entre la difusión y el flujo regional); un valor creciente de este monomio supone una difusión mayor y por ende una cuña de mayor espesor.

La extensión inferior de la línea de concentración 0.5 que se muestra en la Fig. 4, presenta un resultado cualitativamente similar a la anterior con una profundidad de penetración obviamente inferior. Para valores bajos de π_2 las líneas se separan ligeramente al igual que ocurre en el gráfico anterior. La no linealidad del problema se manifiesta al comparar las cuñas de ambas líneas, en donde no se aprecia una proporcionalidad entre los resultados.

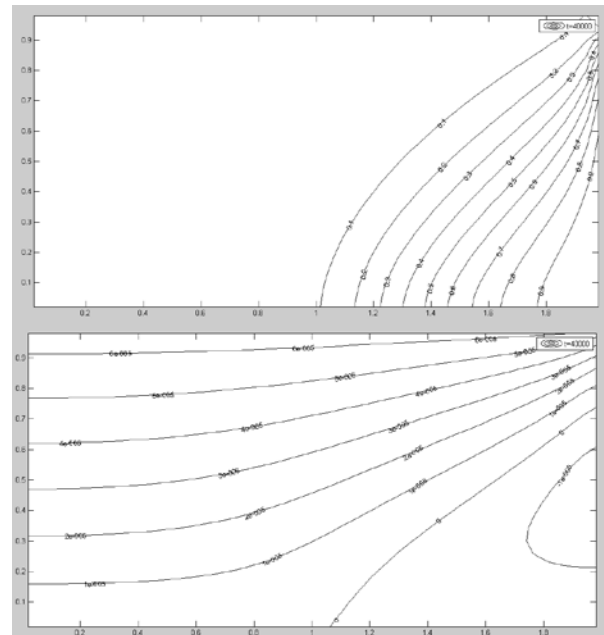


Fig. 2. Líneas de concentración (arriba) y de flujo (abajo).

Por último, la divisoria de flujo se muestra en la Fig. 5. Es un resultado interesante pues demuestra que el valor de la longitud de esta línea ($\psi=0$) no está directamente relacionado con la extensión de la zona de intrusión. Corresponde a una separación de una región esquinada de recirculación de flujo de agua salada procedente del mar.

Para ilustrar la separación de la cuña con la región de flujo de recirculación limitado por la línea divisoria, la Fig. 6 muestra un caso cuyos valores son $\pi_1=3$ y $\pi_2=1$.

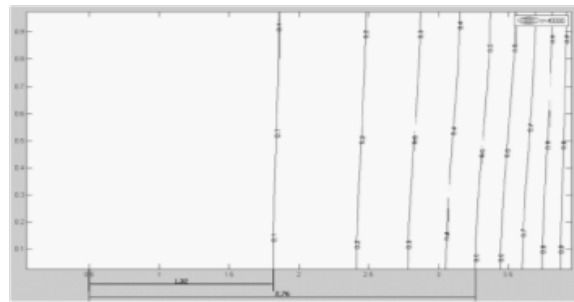


Fig. 6. Patrones de concentración (arriba) y flujo (abajo) para $\pi_1= 3$ y $\pi_2= 1$.

3. Conclusiones

Usando los grupos adimensionales discriminados del problema de Henry, grupos con un claro significado físico y orden de magnitud la unidad, se ha estudiado la posición de las cuñas de intrusión y recirculación, comprobando que dichas cuñas no coinciden en su base (sobre el fondo del acuífero) cuando cambia el valor de estos grupos. Para asegurar que la influencia de la longitud del acuífero en los resultados es despreciable se ha aumentado esta, convenientemente para cada simulación.

Las isohalinas de concentración 0.1 y 0.5 tienen posiciones coherentes entre sí aunque la no-linealidad del problema no permite deducir factores de proporcionalidad en los resultados. La cuña de recirculación que no emerge hasta un cierto valor de los grupos, se desplaza paulatinamente hasta coincidir con la cuña de intrusión salina para valores de los parámetros coincidentes con los de Henry.

Referencias

- [1] Alhama, I., Alcaraz, M., Trigueros, E. y Alhama, F. (2014) "Dimensionless characterization of salt intrusion benchmark scenarios in anisotropic media. *App. Math. Compt.* 247, 1173-1182
- [2] Alhama, I., Soto Meca, A., Rodríguez Estrella, E. y Alhama, F. (2010) Characterization of scenarios of salt intrusion in coastal aquifers with salt flats. *Salt Water Intrusion Meeting, SWIM, Proceedings. Portugal*
- [3] Gonzalez-Fernandez, C.F. and Alhama, F., (2002) "Heat Transfer and the Network Simulation Method". *Trivandrum-India. Research Signpost J. Horno*
- [4] Henry, H.R., (1964) "Effects of dispersion on salt encroachment in coastal aquifers, in *Sea Water in Coastal Aquifers*". U.S. Geol. Surv. Supply Pap. 1613-C,70-84
- [5] Simpson, M.J., Clement, T.P. (2003) "Theoretical analysis of the worthiness of the Henry and Elder problems as benchmarks of density-dependent groundwater flow models". *Adv. Water Resour.* 26, pp. 17-31
- [6] Soto Meca, A., Alhama, F. y González-Fernández, C.F. An efficient model for solving density driven groundwater flow problems based on the network simulation method. *J. Hidrology* 339, 39-53 (2007).

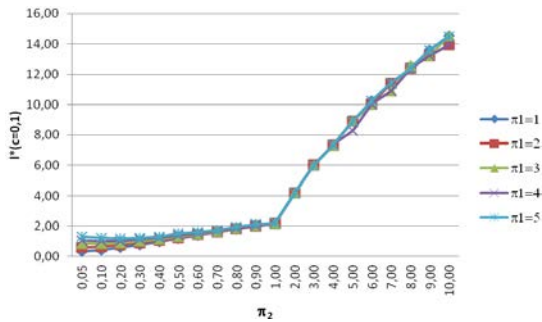


Fig. 3. Longitud de la cuña de intrusión ($c=0.1$).

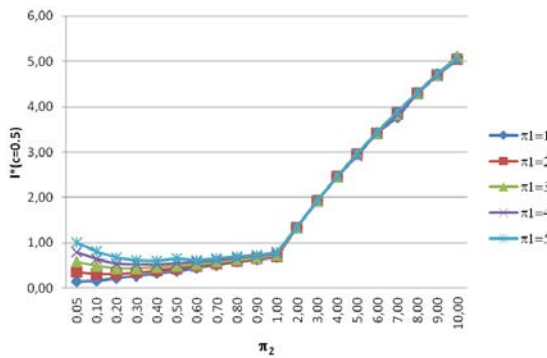


Fig. 4. Longitud de la cuña de intrusión ($c=0.5$).

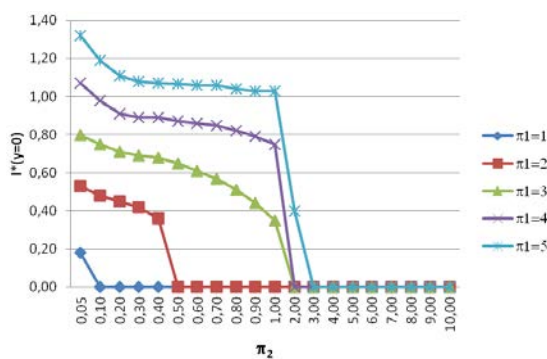


Fig. 5. Longitud de la línea divisorio ($\psi=0$).

