



Universidad  
Politécnica  
de Cartagena



**industriales**  
etsii UPCT

# MODELO EN RED DEL PROBLEMA DIRECTO DE TOMOGRAFÍA. APLICACIONES A SUELOS HETEROGÉNEOS

**Titulación:** Ingeniero Industrial  
**Alumno/a:** Santos Díaz Sánchez  
**Director/a/s:** Juan Francisco Sánchez Pérez  
Francisco Alhama López

Cartagena, 18 de noviembre de 2015

# INDICE

Capítulo 1. Introducción y objetivos.....	3
1.1. Introducción.....	3
1.2. Objetivos.....	3
Capitulo 2. Fundamentos de tomografía .....	4
2.1. Antecedentes.....	4
2.1.1. Antecedentes de la tomografía eléctrica .....	4
2.1.2. Esquema básico del funcionamiento del método.....	5
2.1.3. Factores que afectan a la resistividad .....	6
2.1.4. La inversión.....	7
2.2. Fundamentos Teóricos .....	8
2.2.1. Los problemas directo e inverso en tomografía.....	8
2.2.1.1. El problema Directo.....	8
2.2.1.2. Problema Inverso.....	10
2.3. El método de Redes.....	13
2.3.1. Descripción del método.....	13
2.3.2. El método de simulación por redes (MESIR) como método numérico.....	15
2.3.3. Simulación. El programa Spice .....	16
2.4. Modelos en Red.....	22
Capitulo 3. Programa para resolver el problema Directo .....	24
3.1. Introducción al programa .....	24
3.2. Calculo del problema directo .....	26
Capitulo 4. Escenarios y resultados .....	28
4.1 Primera parte: Tabla de intensidades .....	29
4.1.1. Profundidad de 1m y ancho de 20m .....	29
4.1.2. Profundidad de 2m y ancho de 20m .....	31
4.1.3. Profundidad de 3m y ancho de 20m .....	33
4.1.4. Profundidad de 4m y ancho de 20m .....	35
4.1.5. Profundidad de 5m y ancho de 20m .....	37
4.1.6. Profundidad de 6m y ancho de 20m .....	39
4.1.7. Profundidad de 7m y ancho de 20m .....	41
4.1.8. Profundidad de 8m y ancho de 20m .....	43
4.1.9. Profundidad de 9m y ancho de 20m .....	45
4.1.10. Profundidad de 10m y ancho de 20m .....	47
4.1.11. Profundidad de 11m y ancho de 20m .....	49
4.1.12. Profundidad de 12m y ancho de 20m .....	51
4.1.13. Profundidad de 13m y ancho de 20m .....	53
4.1.14. Profundidad de 14m y ancho de 20m .....	55
4.1.15. Profundidad de 15m y ancho de 20m .....	57
4.1.16. Profundidad de 16m y ancho de 20m .....	59
4.1.17. Profundidad de 17m y ancho de 20m .....	61
4.1.18. Profundidad de 18m y ancho de 20m .....	63
4.1.19. Profundidad de 19m y ancho de 20m .....	65
4.1.20. Profundidad de 20m y ancho de 20m .....	67
4.2. Segunda parte: Delimitación del terreno .....	69

4.2.1. Picas a 1m variando ancho y profundidad .....	69
4.2.2. Picas a 5m variando ancho y profundidad .....	70
4.2.3. Picas a 10m variando ancho y profundidad .....	71
4.3. Análisis de resultados .....	72
4.3.1. Primera parte: Tabla de intensidades .....	72
4.3.2. Segunda parte: Delimitación del terreno .....	76
Capitulo 5. Conclusiones .....	78
5.1. Primera parte: Tabla de intensidades .....	78
5.2. Segunda parte: Delimitación del terreno .....	78
Capitulo 6. Bibliografía .....	79

# CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

## 1.1. Introducción

La experiencia del grupo de investigación ‘Simulación por redes’ de la UPCT en el desarrollo de modelos basados en el Método de redes, que han aplicado a la solución de diferentes problemas en campos de la ingeniería como la transmisión del calor, problemas de flujo y transporte, tribología, elasticidad, sistemas caóticos diversos, etc., me ha dado la oportunidad de aplicar estos métodos al campo de la geofísica y dentro de él, a problemas de caracterización de suelos (tomografía).

## 1.2. Objetivos

El objetivo global de este trabajo es la elaboración de un modelo numérico para la solución de problemas de tomografía en suelos heterogéneos. Este objetivo global deberá ser el resultado de la consecución de los siguientes objetivos específicos:

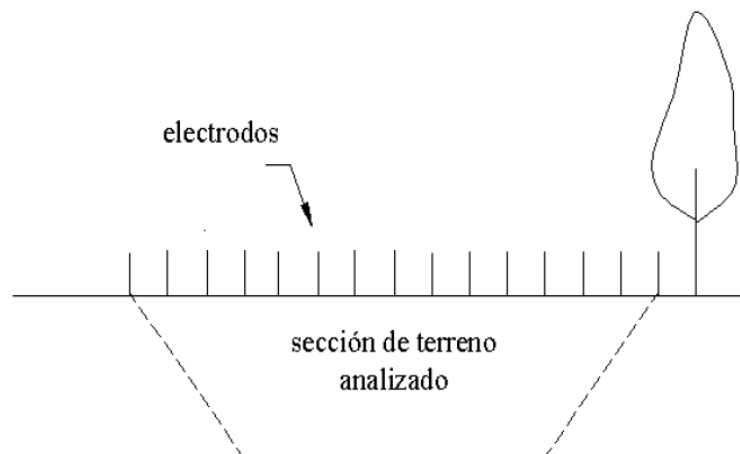
- Estudio del problema de tomografía. Ecuación de Laplace y condiciones de frontera
- Estudio del método de simulación por redes.
- Elaboración del modelo basado en la analogía eléctrica.
- Ajuste y simulación del modelo. Representación gráfica de resultados.
- Aplicación del modelo a suelos heterogéneos, suelos multicapa y anomalías en suelos.
- Establecimiento de conclusiones y elaboración de la Memoria del trabajo realizado.

# CAPITULO 2. FUNDAMENTOS DE TOMOGRAFIA

## 2.1. Antecedentes

### 2.1.1. Antecedentes de la tomografía eléctrica

La tomografía eléctrica es una herramienta cuyo propósito es determinar la resistividad para la caracterización del subsuelo. El proceso consiste en introducir una corriente eléctrica continua en el terreno a través de un par de electrodos (de corriente) que se ubican en posiciones determinadas, midiendo la diferencia de potencial en localizaciones concretas, mediante otro par de electrodos ubicados en la superficie del terreno; esta d.d.p. es causada por la corriente introducida. A partir del valor de la corriente aplicada y el voltaje medido, la aplicación de la ley de Ohm permite determinar la resistividad aparente del subsuelo, parámetro característico de cada tipo de material.



**Figura 1. Esquema de funcionamiento del tomógrafo**

La aparición de la tomografía eléctrica ha supuesto un salto cualitativo espectacular con respecto a los métodos de resistividad convencionales, técnicas que aunque se han estado utilizando durante varias décadas en estudios de filtración de agua, su limitada resolución 2-D les confería en general un papel secundario frente a otras técnicas.

El objetivo de este método para el problema directo se basa en obtener el campo de potenciales y de corriente eléctrica producido por escenarios concretos de subsuelo caracterizados por diferentes capas de distinta geometría y naturaleza. Un detallado estudio del mapa o patrones de potenciales y corrientes resultado de la tomografía permite inferir la estructura del suelo y, eventualmente, determinar en primera aproximación su resistividad o

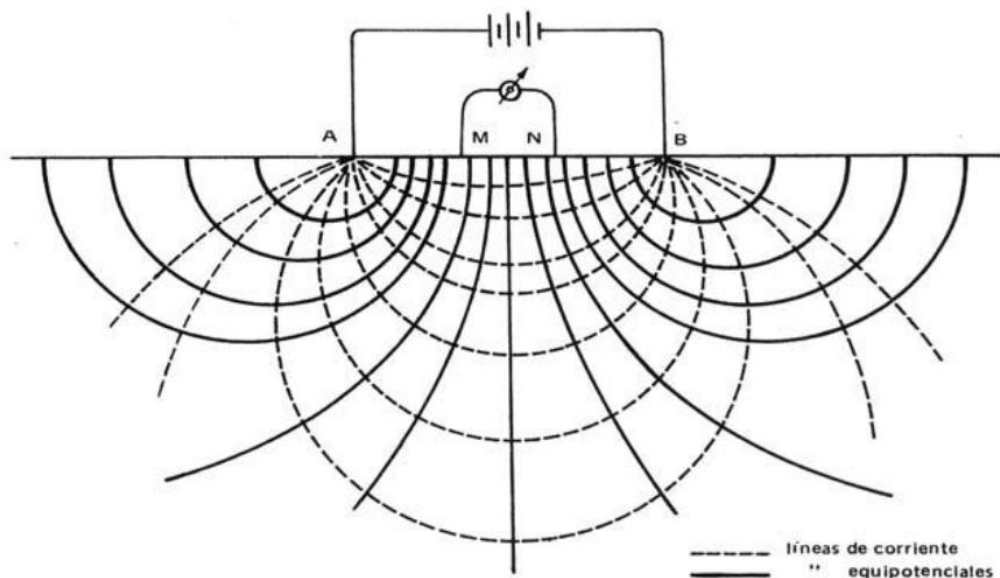
resistividades de las diferentes capas, la presencia de filtraciones, oquedades, secciones de conductividad elevada y otras anomalías.

Mediante programas adecuados de inversión, los resultados anteriores pueden refinarse y, de esta forma, reconstruir con mayor o menor aproximación la estructura real del subsuelo. En esencia, esta es la base del problema inverso en este campo: inferir la estructura del subsuelo a partir de un cierto número de medidas afectadas de error (medidas reales).

La resistividad eléctrica es una propiedad que se relaciona con la composición y disposición de los constituyentes sólidos del suelo, así como con el contenido de agua del mismo y su temperatura; de hecho es un parámetro físico íntimamente relacionado con los tipos de variedad de suelos y sus diferentes características y propiedades físicas.

### 2.1.2. Esquema básico del funcionamiento del método

Independientemente de que la tomografía eléctrica sea una técnica multielectrónica, la base teórica de su funcionamiento es análoga a la de los métodos de resistividad convencionales.



**Figura 2. Esquema básico de los métodos de resistividad**

Los métodos convencionales sólo precisan de 4 electrodos y se basan en introducir en el terreno, un campo eléctrico de corriente continua mediante dos electrodos de corriente (A,B) conectados a un miliamperímetro, mientras que con los otros dos electrodos (M,N) y que están conectados a un milivoltímetro, mediremos la diferencia de potencial eléctrica  $\Delta V$ , parámetro a partir del cual podremos calcular el valor de la resistividad media asociada a la profundidad de

influencia del equipo, dependiente, a su vez, de la distancia entre los electrodos de alimentación.

### 2.1.3. Factores que afectan a la resistividad

La resistividad eléctrica es un parámetro que varía en función de las características del terreno. Algunos de los factores que determinan esta propiedad física son:

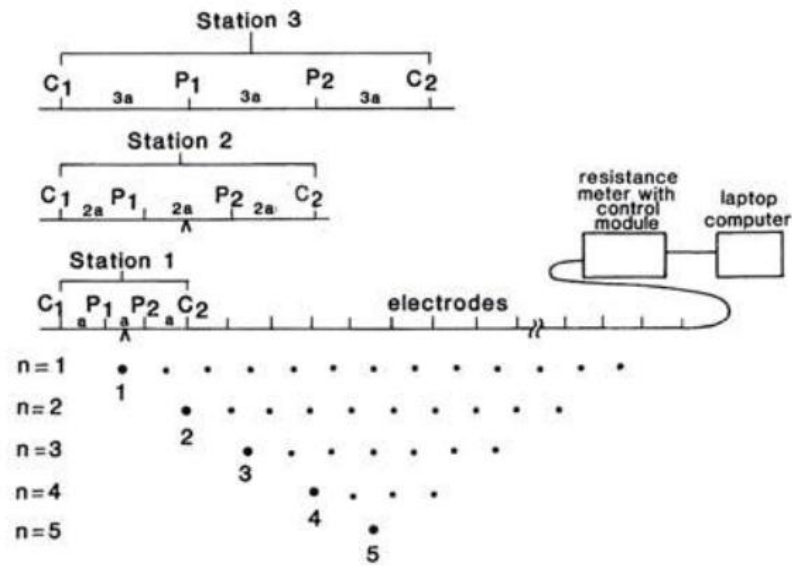
- El grado de saturación del terreno.
- La temperatura.
- La porosidad y forma de los poros.
- La salinidad del fluido.
- El tipo de roca. Su naturaleza.
- Los procesos geológicos que afectan a la formación del subsuelo.
- La presencia de materiales arcillosos, en particular, por ser los más corrientes desde el punto de vista del interés geotécnico, con alta capacidad de intercambio catiónico.

La estrecha relación entre la resistividad eléctrica y el grado de saturación acuosa (grado de humedad) del terreno permite el utilizar estos métodos de tomografía para la búsqueda de focos de filtración de agua en el subsuelo. En este sentido, incrementos del contenido en agua del terreno provocarán, en general, disminuciones de la resistividad.

En lo que concierne a los otros factores, destacar que la salinidad del fluido, la porosidad del terreno y la temperatura presentan un comportamiento análogo al del grado humedad. Un caso curioso es el de la sal, que se comporta como un excelente aislante en estado seco, mientras que en disolución confiere al terreno una alta conductividad.

De igual forma, la combinación de capas de muy diferente naturaleza produce valores de resistividad aparente que pueden oscilar entre grandes rangos, en función de la disposición geométrica y espesor de las capas y de su conductividad relativa.

La detección de filtración de agua en el subsuelo, se basa en localizar disminuciones anómalas del valor de la resistividad en el modelo real. Sin embargo, qué valores de resistividad podemos considerar son suficientemente bajos como para considerar que puede existir un flujo de agua, dependerá de cada problema en concreto y, en especial, de la litología del terreno. En consecuencia es interesante tener un conocimiento previo de la geología de la zona, ya que de esta forma regiones de similar geología pero con disminuciones de resistividad significativas, podrán ser asociadas a zonas con presencia importante de agua en profundidad.



**Figura 3. Secuencia de medidas con dispositivo Wenner**

#### 2.1.4. La inversión

Las técnicas de inversión que existen hoy en día se pueden clasificar en dos grandes grupos:

- **Block inversion method**
- **Smoothness-constrained inversion method**

Aparte de las cuestiones de implementación y funcionamiento interno, el aspecto diferenciador más significativo entre estos dos métodos de inversión reside en el tipo de problemas en el que cada una de estas técnicas es más eficiente.

El 'Block inversion method' ofrece buenos resultados para aquellas situaciones en las que el terreno presenta grandes contrastes de resistividades, es decir que tengamos regiones en donde la resistividad sea homogénea en su interior y, a su vez, muy diferenciada con respecto a las regiones adyacentes, o viceversa.

Esto lo convierte en un método ideal para delimitar con bastante precisión la geometría de cuerpos con resistividades muy diferenciadas entre sí (por ejemplo investigar la ubicación de una tubería en un terreno homogéneo). El principal inconveniente de este método reside en la necesidad de introducir un modelo previo, a partir del cual el ordenador procederá a iterar hasta ajustar el modelo calculado al de campo. No obstante, en problemas de filtración de agua en el subsuelo, las variaciones de resistividad del terreno suelen ser graduales por lo que esta técnica no es eficiente.



El 'Smoothness-constrained inversion method' es en realidad el método de inversión óptimo para el análisis de problemas en donde concurren variaciones graduales de resistividad en el terreno, como por ejemplo en filtraciones de agua o vertidos de contaminantes. Además este método (basado en el "*Gauss-Newton least-squares method*"), presenta la gran ventaja de que no requiere de un modelo inicial, a partir del cual arranca el proceso iterativo.

Dado su excesivo coste computacional, junto a la poca capacidad de los ordenadores de la época, se desarrolló el método "*Quasi-Newton least-squares*", que es aproximadamente unas 10 veces más rápido que el método convencional, si bien requiere que la variación de los valores de resistividad sean más suaves para proporcionar resultados fiables.

La cadencia de pasos en el problema inverso puede sintetizarse en lo siguiente:

1. El programa genera un modelo homogéneo de resistividades.
2. Posteriormente calcula el modelo de resistividades aparentes que se deriva del modelo de resistividades reales.
3. Compara el modelo aparente calculado con el medido en el campo.
4. Comienza un proceso iterativo con el fin de encontrar un modelo de resistividades reales, tal que la diferencia entre el modelo de resistividades aparentes calculado y el medido sea mínimo. El proceso finaliza cuando se alcance un RMS inferior al predefinido. No obstante, es frecuente limitar el número de interacciones (por defecto el programa tiene un máximo de 5 iteraciones).
5. Visualización de los resultados: pseudo-sección de resistividades aparentes medida en el campo, modelo de resistividades aparentes calculado por el ordenador y el modelo de resistividades reales.

## **2.2. Fundamentos Teóricos**

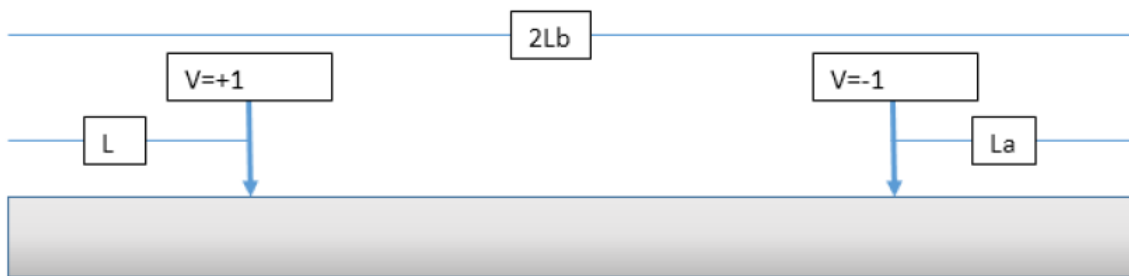
### **2.2.1. Los problemas directo e inverso en tomografía**

#### **2.2.1.1. El problema Directo**

El problema directo es un problema 'bien enunciado' y, en consecuencia, con solución única. La mayor parte de los problemas con que se encuentra un ingeniero son, pues, problemas de este tipo. En tomografía, el problema directo consiste en encontrar la distribución de potenciales eléctricos y corrientes en todo el dominio, particularmente en la superficie del terreno, a partir las propiedades y geometría del medio y de las condiciones de contorno, una diferencia de potencial entre dos puntos, de entre el conjunto de puntos alineados en donde se colocan los electrodos superficiales, generalmente simétricos respecto de la vertical que separa el dominio en dos partes iguales.

Para esta condición de contorno las celdas en las que se aplican los potenciales deben estar suficientemente lejos, de las fronteras laterales y del fondo, para que esta condición se satisfaga; así, el primer aspecto a estudiar será averiguar el cociente  $l_a/l_b$  límite para el que la

condición adiabática es asumible;  $l_a$  es la distancia entre el punto de aplicación de la tensión  $+1$  (o  $-1$ ) V y  $l_b$  la mitad de la longitud horizontal del dominio. Para valores pequeños de este cociente (que equivalen puntos de aplicación de la polaridad cercanos a los bordes del dominio) las líneas flujo eléctrico se distorsionan cerca de la frontera, debido a la condición adiabática, y no proporcionan patrones ni valores fiables.



**Figura 4. Esquema de medición del tomógrafo**

La solución del problema directo tiene un interés más bien académico y el modelo permite visualizar tanto las líneas de corriente como las líneas equipotenciales de tensión eléctrica analizando las distorsiones de los patrones de estas líneas asociados a la presencia de capas, subregiones, huecos... de distintas conductividades eléctricas. Advertir que el problema se reduce al estudio de los campos eléctricos que se crean en el semi-espacio de un dipolo eléctrico, el del suelo; el otro semi-espacio se asume de conductividad nula.

Por otro lado, el efecto 3-D se desprecia en este proyecto, dejando su influencia para posteriores estudios. Ello equivale a asumir que nuestros resultados serían válidos para problemas 2-D, es decir, los potenciales  $+1$  y  $-1$  se aplicarían a sendas líneas infinitas perpendiculares a la superficie del dominio y sobre la superficie del terreno. Las representaciones gráficas, como veremos en el capítulo de aplicaciones, pueden obtenerse procesando las matrices de potenciales resultantes de la solución mediante rutinas de programación adecuadas. Los potenciales de los centros de cada celda se leen directamente en el archivo de salida de Spice mientras que las corrientes eléctricas (que también pueden leerse del archivo de salida ya que son las corrientes en las resistencias de las celdas) se obtienen más directamente trazando los gradientes de las curvas equipotenciales mediante sentencias directas del programa de post-procesado que se use (por ejemplo MATLAB).

La posibilidad de 'jugar' con el modelo es enorme. Permite variar la posición los electrodos recorriendo todas las posibilidades permitiendo la lectura de potenciales y corrientes no sólo en las celdas superficiales (celdas en las que se proporciona la lectura del campo) sino en celdas interiores del dominio no accesibles en la realidad; también, los potenciales pueden aplicarse a nodos interiores si se desea realizar cualquier tipo de estudio. Por otro lado, es posible aplicar

potenciales a más de dos electrodos si interesa. Todo ello puede ser muy ilustrativo desde el punto de vista académico y, eventualmente, investigador.

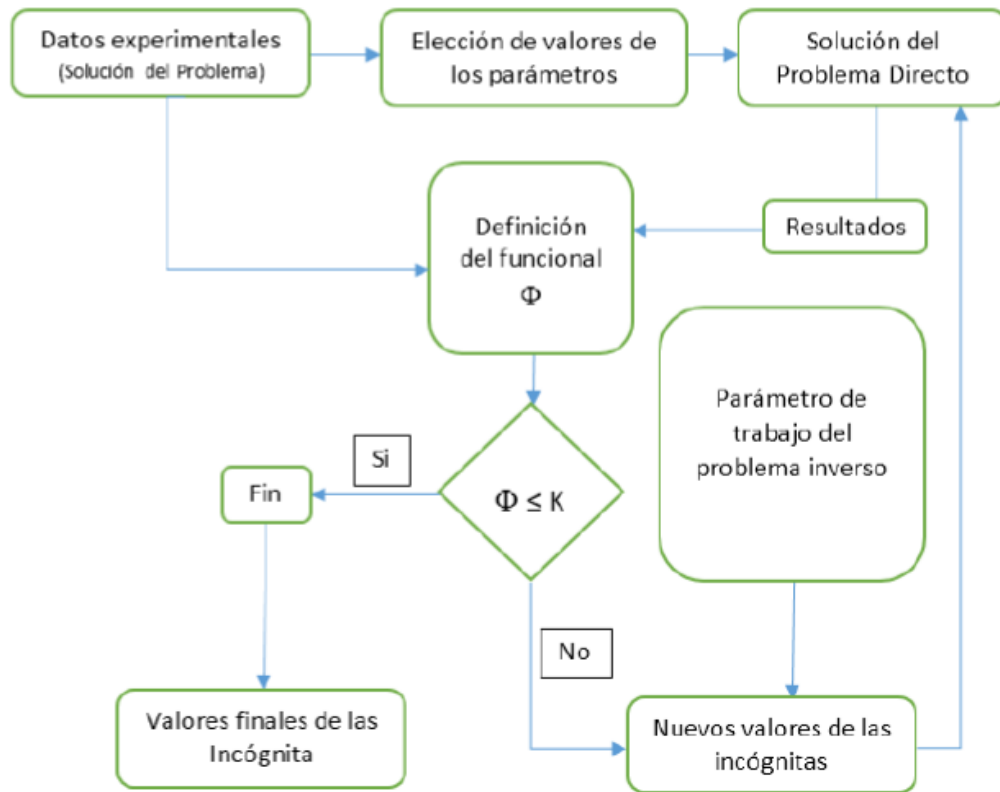
En relación con la definición de sub-regiones dentro del dominio las posibilidades también son enormes; la combinando de implementar regiones arbitrariamente y seleccionar los electrodos también de forma arbitraria es un campo infinito de posibilidades de estudio y una herramienta muy potente para el aprendizaje. Imagine, por ejemplo, la existencia de una discontinuidad en el terreno en forma de rectángulo, con conductividad eléctrica marcadamente diferente a la del resto del dominio; el estudio sistemático de la alteración de los patrones de tensión y corriente eléctrica para una sucesión de pares de selección de electrodos podría marcar las reglas de óptimas a seguir para estudiar el caso como problema inverso. Este es un objetivo ambicioso y sólo lo tratamos en su forma básica en este proyecto.

Con todo nuestro mayor interés es el estudio de las gráficas que representan el potencial a lo largo de la superficie del terreno en función de la coordenada de la celda así como el dato concreto de la corriente eléctrica de la fuente, y todo ello para cada pareja de celdas elegidas para ubicar la fuente eléctrica. Cuál es el aspecto de estas curvas en función de la distancia entre electrodos y qué corriente proporciona la fuente para cada valor de conductividad son los resultados de mayor interés, para cada uno de los escenarios estudiados.

#### 2.2.1.2. Problema Inverso

En un problema inverso se conoce parte o la totalidad de la solución, en general afectada de un cierto error causado por las mediciones instrumentales, buscando como incógnitas lo que podríamos decir 'datos' que deberían estar contenidos en el enunciado. Estos datos pueden ser cualesquiera: parámetros físicos del medio, geometría, condiciones de contorno, etc. En el problema inverso en tomografía, los datos conocidos son las medidas de campo realizadas con el tomógrafo, a saber, las tensiones eléctricas en puntos de la superficie del terreno regularmente distribuidos; estas tensiones no son valores exactos ya que, como hemos mencionado, están afectados del error de la medida que puede oscilar entre un 1 y un 5%. Téngase en cuenta, además, que el error está fuertemente influenciado en este campo por las heterogeneidades propias del subsuelo. Las incógnitas son las conductividades de las capas subterráneas y sus espesores, variables que, en general no son constantes a lo largo de la línea de electrodos. La solución del problema inverso, denominado 'ill-posed' en inglés, es estimada; esto quiere decir que existen otras muchas soluciones al problema que, aunque extrañas en ocasiones, son igualmente aceptables. Los problemas relacionados con la convergencia del cálculo numérico, absolutamente frecuentes en este campo, son un indicativo de la dificultad de resolverlos.

La forma esquemática de operar en el problema inverso se muestra en el diagrama de la Figura 5.



**Figura 5. Esquema de operación del problema inverso**

Los datos experimentales ( $\xi_{exp,x,n}$ , el subíndice *exp*, se refiere a que son experimentales, *x* indica la posición en donde se toman y *n* denota otra referencia, si existe, como por ejemplo el tiempo), o parte de ellos, permiten asignar un valor inicial a la variable incógnita (en general puede haber más de una variable incógnita), valor con el cual se procede a la solución del problema directo que proporciona un conjunto de datos (que podríamos llamar datos experimentales asociados a la primera simulación), tantos como datos experimentales  $\xi_{exp,x,n}$ ; llamaremos  $\xi_{sim-1,x,n}$  al conjunto de ellos. A partir de  $\xi_{exp,x,n}$  y  $\xi_{sim-1,x,n}$  se construye un funcional que proporcione información sobre el margen de las desviaciones entre estos datos; en general este funcional se define en la forma

$$\Psi_{sim-1}(\xi_{exp,x,n}, \xi_{sim-1,x,n}) = \sum_i (\xi_{exp,x,n,i} - \xi_{sim-1,x,n,i})^2, \quad 1 \leq i \leq N$$

donde *N* es el número total de datos e *i* es el índice relativo a cada dato particular. La forma cuadrática de este funcional asegura que siempre se trata de un valor positivo asociado al valor cuadrático medio de las desviaciones, con lo que el hecho de que se trate de desviaciones superiores o inferiores al valor experimental no cambia el valor del funcional.

Si las medidas simuladas se han separado demasiado de las experimentales el funcional es grande y en caso contrario más pequeño. Para ajustar los resultados se selecciona un valor de referencia para este funcional ( $\Psi_{ref.}$ ), suficientemente pequeño, que se compara con el

funcional obtenido. Si  $\Psi_{sim-1} > \Psi_{ref.}$  se reajusta el valor (o valores) de las variable (o variables) incógnita incrementándola en una cantidad previamente seleccionada. Con este nuevo valor se procede a una segunda simulación que proporciona una nueva tanda de valores  $\xi_{sim-2,x,n}$  que, a su vez, determinan un nuevo valor del funcional

$$\Psi_{sim-2}(\xi_{exp,x,n}, \xi_{sim-2,x,n}) = \sum_i (\xi_{exp,x,n,i} - \xi_{sim-2,x,n,i})^2, 1 \leq i \leq N$$

Este valor vuelve a compararse con  $\Psi_{ref.}$  repitiéndose el proceso h veces hasta que la diferencia

$$\Psi_{Sim-h} \leq \Psi_{ref.}$$

Los valores de las variables incógnitas correspondientes a la última simulación son los valores estimados como solución del problema inverso.

La sensibilidad del problema al valor del incremento de la variable incógnita aplicado a cada paso de la simulación es enorme y, con frecuencia, da origen a problemas de falta de convergencia. También es fundamental definir adecuadamente el funcional eligiendo los datos convenientes (que no necesariamente son todos los datos experimentales). En general, tratar de mejorar el protocolo, para obtener soluciones más precisas, tratando de aumentar el número de datos introducidos en el funcional conduce a mayores problemas de convergencia. Así, es necesario conjugar muchos aspectos y la experiencia en estos problemas se convierte en una herramienta fundamental para una elección adecuada del protocolo incluyendo la elección de los diferentes parámetros que intervienen.

A fin de evitar la realización práctica (real) de la medida para obtener los datos experimentales recurrimos a la técnica que habitualmente siguen los investigadores en problemas inversos para verificar los protocolos que proponen para obtener las soluciones a este problema. Los pasos son:

1. se enuncia un problema directo, con valores concretos de la geometría y propiedades físicas que serán el objeto del problema inverso asociado,
2. se resuelve numéricamente obteniendo soluciones cuasi-exactas,
3. se alteran las soluciones anteriores mediante un error aleatorio para convertirlas en hipotéticas medidas experimentales,
4. se plantea el problema inverso a la manera indicada en el esquema de la figura 2.2.

Finalmente apuntar que en relación con el problema de tomografía se aplica la siguiente secuencia de operación:

1. Determinación de la conductividad eléctrica de la primera capa a partir de un funcional definido con los datos de corriente eléctrica de las fuentes,
2. Verificación y corrección parcial de esta conductividad en base al funcional definido con las medidas de potencial eléctrico en ciertas posiciones en superficie,
3. Determinación de la existencia de una segunda capa a partir de los cambios de perfil de las curvas de potencial eléctrico en superficie,
4. Comprobación de si la conductividad de la segunda capa es mayor o menor que la conductividad de la primera capa,
5. Asignación de valores de conductividad a la segunda capa,
6. Determinación de la profundidad de la segunda capa corrigiendo simultáneamente su valor de conductividad.

## **2.3. El método de Redes**

### **2.3.1. Descripción del método**

El método de simulación por redes es una técnica para el estudio de cualquier proceso físico que pueda definirse mediante un modelo matemático o conjunto completo de ecuaciones, generalmente en derivadas parciales acopladas o no. Partiendo de éstas el procedimiento consiste en dos etapas bien diferenciadas: en primer lugar, en elaborar un “modelo en red” o circuito eléctrico equivalente al proceso, y en segundo lugar, en simular dicho proceso obteniendo la solución del modelo en red mediante un programa adecuado de resolución de circuitos eléctricos.

Una descripción detallada del método, con numerosas aplicaciones a los campos de transporte a través de membranas, transferencia de calor, sistemas de reacción química, transferencia de masa en soluciones electrolíticas y no electrolíticas, y fenómenos electrocinéticos en suspensiones coloidales, puede encontrarse en el libro de González-Fernández [2002]. En los últimos años el método ha sido aplicado con éxito en otros campos de investigación, tales como transporte de calor en fluidos, sistemas caóticos, vibraciones mecánicas, elasticidad, problemas inversos, etc., incluyendo el campo que nos ocupa de flujo asociado a densidad variable con transporte de soluto, Alhama y col. [2010] y Soto y col. [2007]), así como en el diseño de programas educativos, Alhama y Del Cerro [2010]).

La equivalencia formal entre el modelo en red y el proceso físico reside en que ambos se rigen por las mismas ecuaciones discretizadas en el espacio, es decir por las mismas ecuaciones diferenciales en diferencias finitas, referidas a un elemento de volumen o celda, y las mismas ecuaciones discretizadas para las condiciones de contorno.

¿Cómo se elabora el modelo en red? La técnica consiste en reticular el espacio en elementos de volumen o celdas elementales; al aplicar a estas celdas de tamaño finito las ecuaciones diferenciales, se obtienen un conjunto de ecuaciones diferenciales en diferencias finitas que se constituyen en el punto de partida para la obtención del modelo en red correspondiente; una vez establecida la correspondencia entre variables dependientes del problema y variables eléctricas, tensiones e intensidades, los resultados de la simulación se pueden interpretar en términos del proceso que se modela. La asociación de celdas, de acuerdo con la geometría del problema, configura el modelo en red correspondiente a todo el medio finito, que es tanto más preciso cuanto mayor sea el número de éstas (Alhama [1999]). Las condiciones de contorno e iniciales se incorporan al modelo de manera simple.

En los procesos de transporte se establece una correspondencia entre variables flujo por un lado (densidad de corriente eléctrica con flujo de calor, flujo de masa, ...) y variables tipo potencial por otro (potencial eléctrico con temperatura, concentración, ...), pero es posible establecer otras analogías aún en procesos físicos que describan el transporte de una determinada magnitud. Por ello, el que los procesos de flujo debido a densidad y transporte de soluto admitan redes eléctricas equivalentes, supone no sólo la equivalencia matemática sino, también, la equivalencia física entre las variables características de unos y otros procesos.

El planteamiento formal que sirve de base para el desarrollo del MESIR es la “teoría de redes” de Peusner [1987], en la que se apoya su “termodinámica de redes”; la teoría de redes a su vez se sustenta en la teoría de circuitos a partir de una generalización de sus variables conjugadas, corriente eléctrica y diferencia de potencial (d.d.p.). Los modelos en red son para Peusner una representación exacta de las características matemáticas de los procesos que describen. El MESIR es, por otro lado, un método de simulación en tanto que incluye la resolución numérica del modelo en red. Así, las variables de flujos y fuerzas características del mismo deben satisfacer las leyes de Kirchhoff, y sus relaciones constitutivas determinarán los elementos de circuito correspondientes. Ahora bien, en cada proceso concreto y una vez elegidas las variables conjugadas, la información de qué elementos de circuito intervienen en el modelo en red y cómo se conectan entre sí, se obtiene del modelo matemático y no de consideraciones de tipo físico acerca del papel que juegan estas variables.

En síntesis, en la teoría de redes, la viabilidad de un modelo en red supone:

- i) La existencia de una red independiente del tiempo,
- ii) La existencia de una magnitud  $j_{N-N'}$  llamada flujo, asociada a cada rama que conecta los nudos  $N-N'$  y que va de  $N$  a  $N'$ .  $j_{N-N'}$  obedece las leyes de Kirchhoff para corrientes (LCK), y

iii) La existencia de una magnitud,  $\Phi$ , asociada a cada nudo, tal que la diferencia  $\Phi_N - \Phi_{N'} = \int_N^{N'} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$ , llamada fuerza, obedece la ley de los voltajes de Kirchhoff (LVK).

Las relaciones entre flujo y fuerza asociados a una rama y sus (dos) nudos límite, que pueden incluir o no variaciones temporales de estas variables que se dicen conjugadas, definen los elementos concretos del circuito equivalente a esa rama. La relación causa-efecto entre las variables conjugadas es completamente arbitraria con tal que sea consistente con ii) y iii).

### 2.3.2. El método de simulación por redes (MESIR) como método numérico

En el MESIR, el punto de partida es siempre el modelo matemático de un cierto proceso, esto es, un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales (EDP) espacio-temporales; la discretización de la variable espacial permite establecer el modelo en red o red eléctrica equivalente. Esta es la única manipulación directa que se hace de las ecuaciones.

El modelo en red es el formato que se da al modelo matemático para que pueda ser utilizado como entrada (fichero) en un programa de resolución de circuitos eléctricos tal como Spice, Nagel [1975 y 1977], Spice [1994], Vladimirescu [1994] y Kielkowsky [1994]. Este software es el que resuelve las ecuaciones de la red proporcionando la solución numérica del modelo matemático.

En definitiva, puesto que la simulación del modelo en red mediante ordenador implica la resolución numérica de sus ecuaciones, el método de simulación por redes es, de hecho, un método numérico. A continuación exponemos las diferencias de estrategias más notables al compararlo con otros métodos numéricos.

Cuando en una ecuación en derivadas parciales se hace una doble reticulación, espacial y temporal, se reemplazan de hecho las derivadas parciales por aproximaciones algebraicas, lo que conduce a un conjunto de 'ecuaciones algebraicas' que aproximan las EDP; para la solución numérica de éstas se utiliza un software adecuado de matemáticas. Este procedimiento es la base de los bien conocidos métodos numéricos de diferencias finitas, elementos finitos y volúmenes finitos, para la solución de las EDP.

Como ya se ha comentado, la elaboración del modelo en red pasa por la reticulación espacial, pero no temporal. Se parte, pues, de un sistema de ecuaciones en derivadas parciales cuya reticulación espacial las convierte en ecuaciones diferenciales ordinarias en el tiempo, que son las del circuito correspondiente a una celda elemental. La diferencia esencial es, pues, que en los métodos numéricos convencionales se realiza una reticulación simultánea de las dos variables independientes, espacio y tiempo, mientras que en el MESIR la reticulación es sucesiva; 1ª etapa, una reticulación espacial de la que se obtiene el modelo en red y 2ª etapa, una reticulación temporal, realizada por el propio software en el proceso de simulación.



En el MESIR, previa la definición de la variable flujo,  $j(q,t)=\partial\phi(q,t)/\partial q$ , las EDP toman la forma

$$f_i [\phi, \partial\phi/\partial t, \partial^2\phi/\partial t^2, j, \partial j/\partial q, \partial j/\partial t, q, t] = 0$$

que con la discretización espacial se convierten en

$$F_i [\phi, d\phi/dt, d^2\phi/dt^2, j, dj/dt, t] = 0$$

que son las ecuaciones del circuito (la conexión entre  $j(q,t)$  y  $\phi(q,t)$  no se deshace).

Si  $j(q,t)=\partial\phi(q,t)/\partial q$  no es una definición, sino una relación física entre variables definidas independientemente, la red puede considerarse como una descripción alternativa del sistema. Si además  $j$  corresponde a un flujo de transporte de una cierta magnitud, amén de lo anterior, los elementos del circuito y ciertos parámetros derivados del conjunto de la red (como la impedancia) pueden dotarse de un significado físico equivalente al que tienen en el transporte de la carga eléctrica. En estos casos es evidente que el MESIR proporciona más información que la estricta respuesta numérica del sistema.

### 2.3.3. Simulación. El programa Spice

Una vez obtenido el modelo en red se procede a su análisis. Para ello hemos buscado un software adecuado para la solución de circuitos eléctricos Spice [1994]. Las dificultades estarán, inicialmente, en el aprendizaje de un lenguaje de programación, que puede ser de texto o gráfico; sin embargo se trata de dificultades fáciles de salvar dado que son muy pocas las reglas de programación que se requieren (téngase en cuenta que los modelos están constituidos por muy pocos dispositivos como se verá en el siguiente capítulo).

Spice ha sido utilizado por otros autores para resolver problemas de otras disciplinas. Baker y Shortt [1990] estudian el comportamiento de componentes integrados en diferentes rangos de temperatura, Bello [1991] lo aplica a la resolución de problemas mecánicos, Herber [1992] lo aplica a la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias, Hamill [1993], a problemas estadísticos y relacionados con el caos, etc.

En el proceso de simulación el circuito se presenta al ordenador como un conjunto de ecuaciones matemáticas y éste, mediante procedimientos de análisis numérico, proporciona toda la información solicitada por el investigador para cada tipo de análisis. De esta forma se obtienen los datos correspondientes a medidas típicas de laboratorio con un margen de error despreciable y sin afectar al circuito; más aún, pueden alterarse las condiciones iniciales, de contorno, y las características térmicas del medio con sencillos cambios en el programa, y el análisis puede aportar datos sobre el comportamiento del circuito más allá de los límites que virtualmente se pueden obtener con medidas reales.

La simulación está estructurada en cinco subprogramas principales, que interactúan entre ellos a través de una estructura de datos que es almacenada en un área común del programa. Estos subprogramas son: entrada, organización, análisis, salida y utilidades, Figura 2.1.

El subprograma de entrada lee el archivo de entrada, construye una estructura de datos y chequea el circuito. El de organización, una vez que el programa se ha ejecutado con éxito, construye las estructuras adicionales de datos que serán requeridas en el programa de análisis, parte esencial de la simulación. El subprograma de salida genera y organiza, en la memoria central, los resultados solicitados por el usuario en forma tabulada o gráfica. Las utilidades son aspectos secundarios no relacionados directamente con la simulación; éstas permiten, por ejemplo, almacenar componentes o partes de modelos para ser compartidos por otros usuarios.

El subprograma análisis es la parte importante del programa de simulación. Ejecuta los análisis del circuito requeridos, de acuerdo con las indicaciones del archivo de entrada; la información resultante se almacena en la memoria central para su posterior procesamiento en los archivos de salida. Mientras que la facilidad de uso del programa reside en los subprogramas de entrada y salida, el programa de análisis, que contiene algoritmos más complejos y consume la fracción mayor del tiempo de computación, determina la eficiencia de la simulación.

En el proceso de simulación, se obtiene la solución numérica de la representación matemática del modelo en red. Esta contiene i) las ecuaciones matemáticas de los diferentes tipos de monpuertas, ii) las ecuaciones correspondientes a las restricciones impuestas por las leyes de Kirchhoff, propias de la teoría de circuitos, que han de satisfacerse entre las ramas y nudos del circuito, y iii) la información particular sobre la interconexión de los diferentes componentes eléctricos de cada modelo. Toda esta información compone un extenso sistema de ecuaciones algebraico-diferenciales del tipo

$$F(\phi, j, d\phi/dt, dj/dt, t) = 0$$

donde  $\phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n)$  y  $j = (j_1, j_2, \dots, j_m)$  son vectores formados por las variables dependientes del circuito, corrientes y tensiones, y  $F$ , en general, un operador no lineal.

El conjunto de tareas que componen el proceso de simulación puede ser agrupado en los siguientes tópicos (o algoritmos de computación), i) formulación de las ecuaciones, ii) solución de ecuaciones lineales, iii) solución de ecuaciones no lineales y iv) integración numérica.

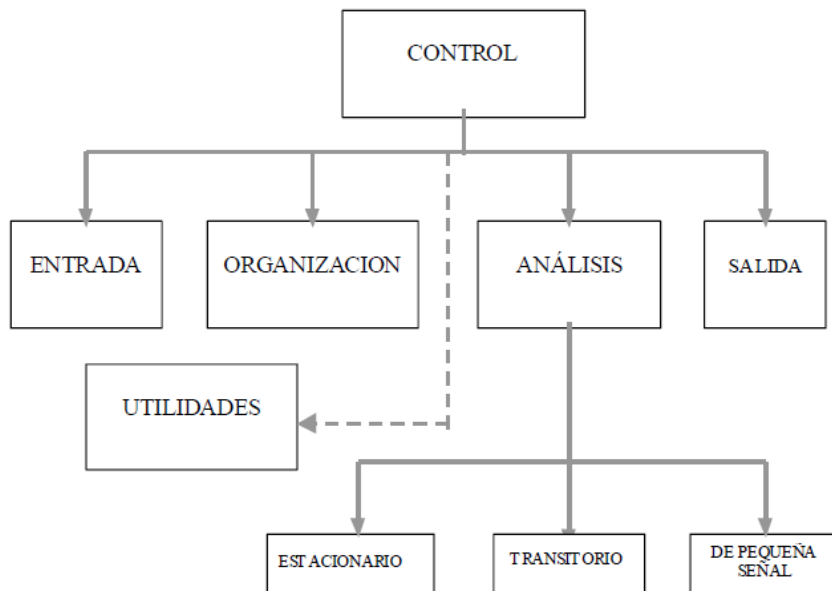
Spice es miembro de la familia de programas de simulación de circuitos Spice2 (Nagel, [1975]). Mucho más potente y rápido que sus predecesores, fue desarrollado en la Universidad de

California en los años setenta y utiliza algoritmos numéricos más refinados con formatos de entrada-salida idénticos.

El uso extendido de Spice da fe de su capacidad para el tratamiento de una extensa variedad de problemas en simulación de circuitos, resolviendo:

- i) respuesta en corriente continua,
- ii) respuesta transitoria en el tiempo y análisis de Fourier en el dominio de la frecuencia, y
- iii) análisis de pequeña señal en corriente alterna y distorsión.

De estas posibilidades nuestro interés se ciñe al estudio de transitorios y estacionarios



**Figura 6. Diagrama bloques del programa de simulación de circuitos Pspice**

En el análisis de continua Spice determina el punto de trabajo, es decir, los valores de polarización de sus componentes en ausencia de excitaciones alternas. Para este cálculo se elimina la acción de los condensadores y bobinas, los primeros quedan como circuitos abiertos y las bobinas se cortocircuitan.

Para el análisis transitorio Spice parte del intervalo de tiempo  $(0,T)$  solicitado, que puede ser menor o mayor que la duración del transitorio, y facilita los datos en forma de listado o mediante gráficas. Si los resultados se quieren en forma tabular el usuario debe indicar el instante inicial, el final, el paso temporal y el número de variables listadas; si se solicitan en

forma gráfica, una sentencia de programa permite organizarlos y almacenarlos para ser utilizados con ese propósito en cada momento.

La formulación de las ecuaciones del circuito se realiza mediante el método conocido como Análisis Nodal Modificado que permite crear un sistema de ecuaciones casi simétrico que se resuelve con un esfuerzo computacional comparable a otros métodos más simples.

La capacidad de análisis transitorio en un programa de simulación requiere: i) transformar las ecuaciones diferenciales de las monpuertas con capacidad de almacenamiento energético en un sistema de ecuaciones algebraicas correspondientes a un estado de “cuasi corriente-continua”; este proceso proporciona, mediante un algoritmo de integración, los datos de partida de las mencionadas monpuertas cada vez que se produce un incremento de la variable tiempo, ii) fijar el error local de truncamiento (dependiente directamente del intervalo de tiempo) en el algoritmo de integración anterior, y reajustar el intervalo de tiempo mediante iteración hasta conseguir niveles de error prácticamente nulos.

La solución transitoria se determina computacionalmente extrayendo del intervalo temporal un conjunto discreto de instantes (0, t1, t2, ..., T). En cada uno de ellos, empezando por 0, el tiempo se incrementa una pequeña porción o paso,  $\delta t$ , y, mediante métodos de integración (algoritmo implícito de Backward-Euler) y procesos de iteración hasta conseguir la convergencia, se resuelven las ecuaciones algebraicas equivalentes de las monpuertas que contienen derivadas temporales; cada iteración requiere de la linealización de las ecuaciones del modelo y de su solución; el método de linealización es el de Newton-Raphson que utiliza una serie de Taylor truncada después del término de primer orden.

Para la solución del sistema matricial de ecuaciones lineales se utiliza el método de factorización LU que elimina directamente las incógnitas (este método descompone la matriz de coeficientes en producto de matrices triangulares, “lower and upper, LU”, cuyas inversas no precisan ser calculadas, lo que redundaría en un menor esfuerzo computacional). Para minimizar el esfuerzo de cálculo, las ecuaciones se reordenan usando el método de Markowitz.

La implantación del método de Newton-Raphson para resolver las ecuaciones no lineales requiere de algunas modificaciones debido a la naturaleza exponencial de las ecuaciones que modelan ciertos dispositivos eléctricos y que pueden dar lugar a “overflow” numéricos. Nagel, en su tesis, concluye que el método de Colom, encuadrado dentro de los llamados “simple-limiting methods” es el más fácil de implementar y requiere el menor número de ecuaciones para converger; además, se incorpora un nuevo criterio de convergencia basado en el grado de aproximación de las ecuaciones de rama linealizadas respecto de las ecuaciones originales no linealizadas, criterio que es independiente de qué variables del circuito sean elegidas como incógnitas en el algoritmo de formulación de las ecuaciones.

Los métodos de integración implantados en Spice incorporan un proceso de variación dinámica del paso del tiempo de integración para mantener una razonable exactitud en la solución y un tiempo mínimo de computación. Spice utiliza unos métodos de integración polinomiales basados en el análisis de error de truncamiento local y en la estabilidad (propiedades contrapuestas).

Debido a que ciertos circuitos (que contienen constantes de tiempo de valores muy diferentes) pueden dar lugar a un sistema de ecuaciones “stiff”, es conveniente que el algoritmo de integración sea “stiff-estable”. Para conseguir este objetivo se utilizan métodos de integración trapezoidal y Gear de orden variable de dos a seis.

Tras conseguir la convergencia, la solución se almacena y se reinicia el proceso para el instante siguiente. El paso  $\delta t$  es, en consecuencia, variable de unos tramos del intervalo a otros; el programa los ajusta en función de la precisión exigida a los resultados de manera que el tiempo de computación sea el mínimo. Los datos de simulación correspondientes a tiempos fuera del conjunto discreto de instantes 0,  $t_1$ ,  $t_2$ , ...,  $T$  se obtienen por interpolación.

La Figura 2.3 representa un diagrama de flujo que ilustra los cuatro algoritmos de computación que tienen lugar en la simulación de un proceso transitorio (para simplificar se ha supuesto un  $\delta t$  constante). Para el análisis de continua el lazo externo de la figura no se utiliza y, si el circuito contiene sólo elementos lineales, una sola iteración proporciona los resultados finales por lo que el lazo interior puede eliminarse.

Los algoritmos utilizados en Spice, que se documentan en la tesis de Nagel, son el resultado de implementaciones, modificaciones y comparaciones cuidadosas de los métodos numéricos existentes en el contexto especial de la simulación de circuitos.

La sintaxis de entrada no requiere especiales disposiciones ordenadas de datos, su estilo puede catalogarse más bien como libre y dispone de una razonable fuente de datos que se adjudican por omisión a los componentes cuando éstos no se especifican en detalle. También realiza un buen número de chequeos para asegurar que el circuito ha sido introducido correctamente y el resto de las sentencias de programa están bien escritas, advirtiendo al programador de posibles errores mediante mensajes previos a la ejecución. En definitiva, un usuario principiante necesita especificar un número mínimo de parámetros y controles de simulación para extraer unos resultados de simulación aceptables.

El programa, por fin, se estructura como un listado que contiene todos los componentes eléctricos del circuito (existe la posibilidad de organizar el programa mediante subcircuitos), resistencias, condensadores, fuentes, interruptores, etc., que se introducen uno por uno indicando el nombre, valor, nudos de conexión y el resto de valores de los parámetros característicos.

El software Spice se programa en su forma clásica por sentencias, elaborando archivos de texto, en un lenguaje relativamente simple (alternativamente es posible elaborar archivos por medio de la opción gráfica 'schematics' seleccionando directamente los elementos de circuito y conectándolos eléctricamente entre sí en forma de esquema eléctrico). La sintaxis de entrada no requiere especiales disposiciones ordenadas de datos, su estilo puede catalogarse más bien como libre y dispone de una razonable fuente de datos que se adjudican por omisión a los componentes cuando estos no se especifican en detalle. También realiza un buen número de chequeos para asegurar que el circuito ha sido introducido correctamente y el resto de las sentencias de programa están bien escritas, advirtiendo al programador de posibles errores mediante mensajes previos a la ejecución. En definitiva, un usuario principiante necesita especificar un número mínimo de parámetros y controles de simulación para extraer unos resultados de simulación aceptables.

El programa, por fin, se estructura como un listado que contiene todos los componentes eléctricos del circuito (existe la posibilidad de organizar el programa mediante subcircuitos), resistencias, condensadores, fuentes, interruptores, etc., que se introducen uno por uno indicando el nombre, valor, nudos de conexión y otros parámetros característicos.

El programa Spice (como, en general, cualquier otro software de resolución de circuitos eléctricos) ofrece muchas posibilidades para el estudio de los sistemas térmicos:

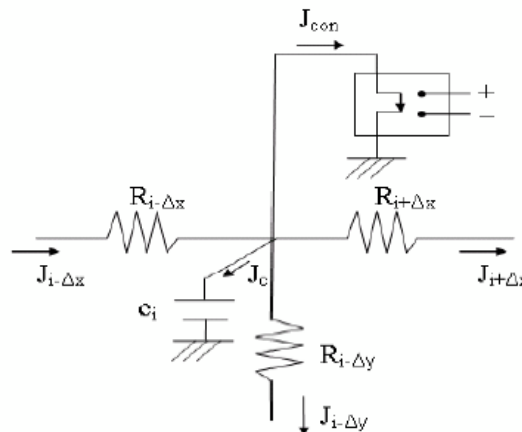
1. Permite conocer directamente el estacionario del sistema térmico (BIAS POINT), mediante el análisis en continua del circuito, antes referido. La opción '.TRANS' proporciona el transitorio del proceso,
2. Con el análisis en alterna se obtiene de forma inmediata el análisis de respuesta en frecuencia del sistema térmico,
3. La aplicación *Probe* muestra de forma gráfica los resultados de la simulación con la máxima precisión que da el programa. Esta aplicación permite también la representación de funciones resultado de operaciones entre variables de la simulación. Por ejemplo, las curvas de la admitancia o la impedancia del sistema (cociente entre corriente y tensión o viceversa) pueden ser directamente obtenidas de *Probe*,
4. El software admite la parametrización del modelo en red (sentencia PARAM), lo que constituye un modo ventajoso de utilizar la técnica de cambiar de valores los componentes del circuito para obtener soluciones de problemas similares,
5. Las sentencias '.PARAM' y '.STEP' combinadas obtienen la variación secuencial de la respuesta del sistema ante la variación de un parámetro, lo que es una herramienta muy útil para problemas sencillos de optimización (una o dos variables),

6. La aplicación *Stimulus* permite la confección de fuentes de tensión o corriente de prácticamente cualquier forma, que pueden representar cualquier estímulo del sistema,
7. Admite la *ejecución sucesiva* de programas, técnica que permite arrancar indefinidamente Spice por otro programa y resolver el circuito para una amplia gama de valores de los componentes. En este caso el programa actúa como un 'solver', cuya misión es resolver las ecuaciones diferenciales del sistema, mientras que al otro programa se le confía la resolución de un problema más amplio.

En relación con la presentación de resultados, Spice permite acceder a los resultados de la simulación (temperaturas y flujos de calor en todo el medio) de dos formas: directamente usando su propio entorno gráfico, muy intuitivo y potente, o accediendo a los archivos de salida de datos los cuales muestran los resultados en forma tabulada; en general estos resultados vienen dados usando como variable independiente el tiempo, por lo que son muy útiles en problemas transitorios pero no tanto en problemas estacionarios.

## 2.4. Modelos en Red

Como dominio del problema se asume una región rectangular (2-D) que se dividirá en  $N_x \times N_y$  celdas o volúmenes elementales, también de geometría rectangular. El dominio global puede estar formado, a su vez, por regiones homogéneas de diferente conductividad eléctrica y tamaño. Por tratarse de una celda simétrica (con dos ejes de simetría) de dimensiones  $\Delta_x \times \Delta_y$ , el modelo eléctrico para el estado transitorio está formado por cuatro resistencias y un condensador, y las conexiones son las mostradas en la Figura 7.



**Figura 7. Modelo en red de la celda elemental**

Dado que nuestro interés está centrado en la solución estacionaria, aunque más tarde puede abordarse la solución transitoria, el valor de la capacidad eléctrica es irrelevante por lo que adoptaremos uno suficientemente pequeño para optimizar el lo posible el tiempo de

computación numérica. El valor de las resistencias, adoptando un valor unidad para la longitud en profundidad de la celda (normal al dominio bidimensional), es

$$R_{x, i-\Delta} = R_{x, i+\Delta} = (\Delta x/2) \times (1/k_i \Delta y) = [\Delta x/\Delta y]/2k_i$$

$$R_{y, i-\Delta} = R_{y, i+\Delta} = (\Delta y/2) \times (1/k_i \Delta x) = [\Delta y/\Delta x]/2k_i$$

donde  $k_i$  es la conductividad eléctrica de la celda. Para celdas en forma cuadrada estos valores se reducen a

$$R_{x, i-\Delta} = R_{x, i+\Delta} = R_{y, i-\Delta} = R_{y, i+\Delta} = (2k_i)^{-1}$$

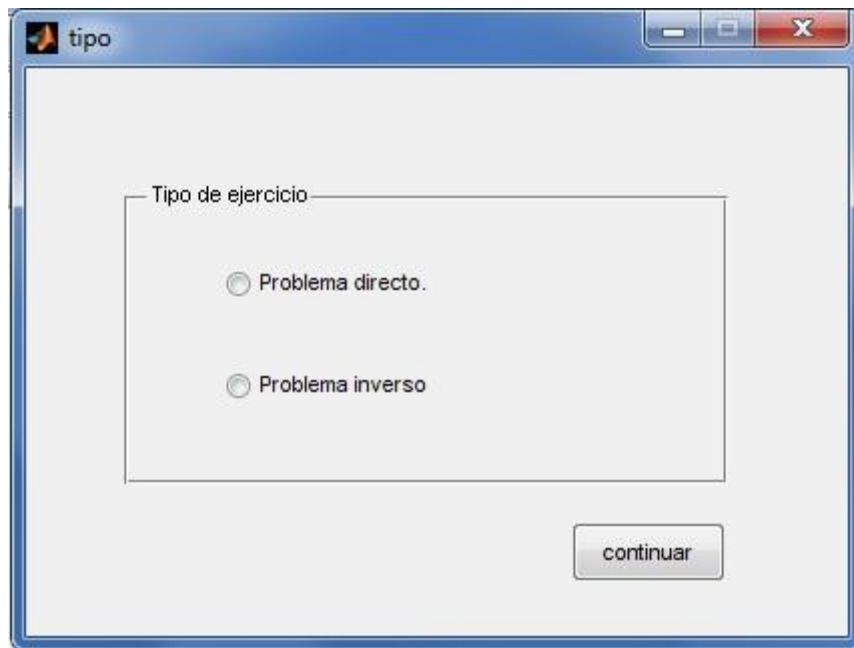
El contorno del dominio se somete a condición adiabática (una resistencia infinita) y en las celdas donde se aplican los potenciales -1 y 1 V se conectan sendas baterías de este valor con la polaridad adecuada.



# CAPITULO 3. PROGRAMA PARA RESOLVER EL PROBLEMA DIRECTO

## 3.1. Introducción al programa

Para iniciar el software se deben de tener instalados en el ordenador los programas Matlab, Spice y FATSIM; los dos primeros son base para el diseño, el cálculo numérico y la representación gráfica o tabulada de las soluciones mientras que el último permite crear los modelos de circuito de los escenarios a simular. FATSIM es un programa desarrollado por el grupo de investigación ‘Simulación por redes’ de la UPCT para la simulación de problemas de flujo y transporte en medios porosos (subsuelo)



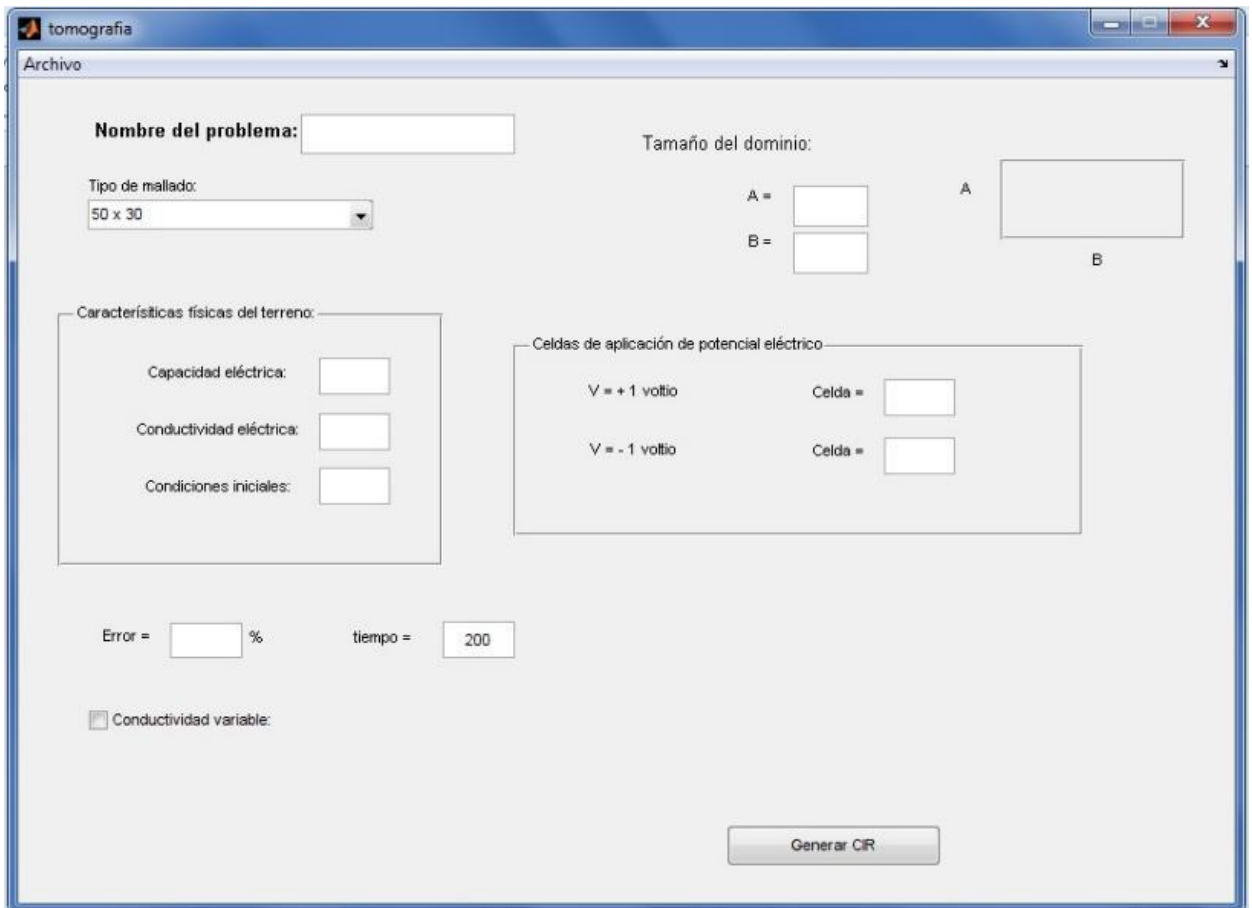
**Figura 8. Selección de Modulo**

- **Problema Directo:**

Es el modulo que nos permite recrear un situación virtual o real (mediciones) de lo que se puede obtener con un aparato de realizarse un estudio en campo.

- **Problema Inverso:**

Este módulo permite, a partir de las medidas o registro de una medición efectuada con un aparato por tomografía eléctrica, determinar las característica existentes en el terreno a partir de una serie de simulación en el módulo directo hasta igualar los resultados.

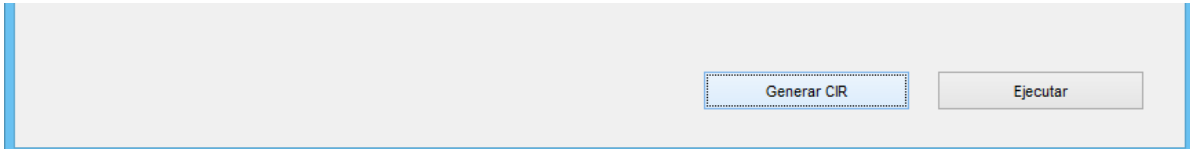


**Figura 9. Datos del terreno**

- **Tipo de Mallado:** se define el grado de precisión para la simulación de entre las que están disponibles en el programa: “40x20”, “50x30” y “100x50”. Se trata de mallados suficientemente adecuados como para reducir los errores de la simulación a valores inferiores al 1%.
- **La capacidad eléctrica del subsuelo (o sus capas):** propiedad que tiene los cuerpos asociada a la retención de carga eléctrica en su seno.
- **Conductividad eléctrica:** la capacidad del terreno para permitir el paso de cargas eléctricas a su través.
- **Condiciones iniciales de carga:** define la previa existencia de cargas retenidas o existentes en terreno.
- **Punto de aplicación de los electrodos de excitación:** son los puntos en el terreno donde se aplicara una la fuente de alimentación de corriente constante.
- **Tamaño del dominio:** este representa en tamaño total (real) espacio total a estudiar.
- **Error:** es la variación que se puede esperar que exista al hacer la medición en campo (en teoría el error de las mediciones supuestamente reales para el problema inverso).
- **Tiempo:** es tiempo de aplicación de la carga, necesario para llegar a un estado estacionario.

### **3.2. Calculo del problema directo**

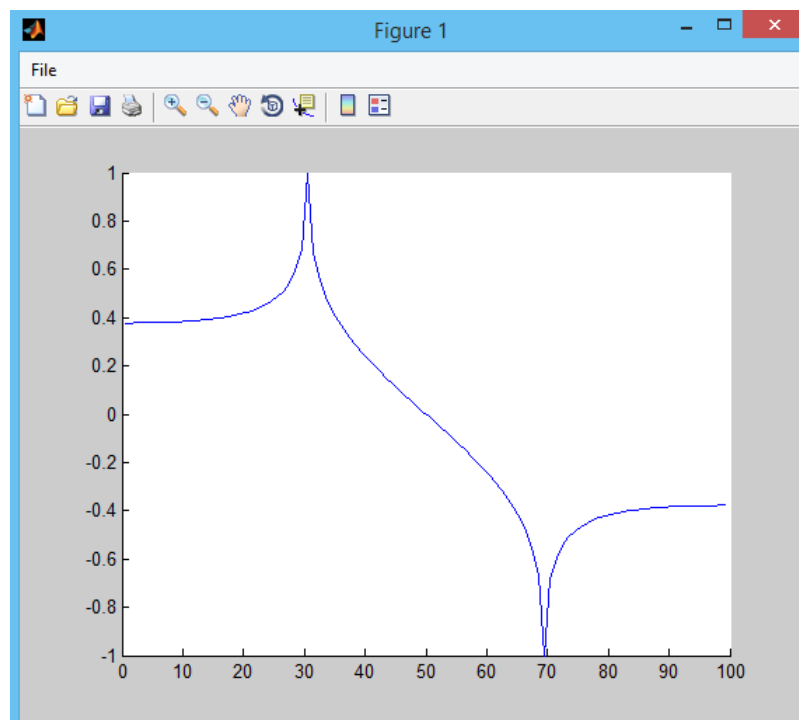
Una vez introducidos los parámetros podemos crear el modelo haciendo click en el botón “Generar CIR” que habilita la pestaña CIR y el botón “Ejecutar”



**Figura 10. Botón Ejecutar**

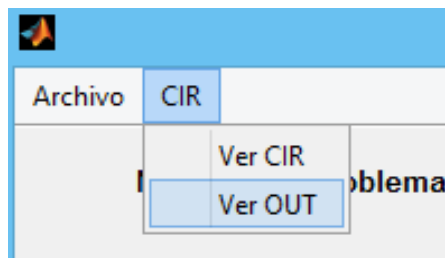
Al hacer click en el botón “Ejecutar” que aparece en la pestaña “Tomografía” del módulo directo, éste simula el circuito que contiene el archivo de texto en Spice, proporcionando los valores de la solución numérica en cada uno de los puntos de lectura de los electrodos de medida como lo haría un tomógrafo real.

Automáticamente, completada la simulación numérica, se abre una nueva pestaña que nos permite ver los resultados gráficos del problema, Figura 11. Esta figura muestra el continuo de valores de diferencia de potencial en todos los puntos de la superficie del terreno para los datos del problema. Las curvas son típicas con los máximos y mínimos asociados a las posiciones de los electrodos de alimentación.



**Figura 11. Gráfico de salida**

Podemos además ver un informe tabulado de los resultados de la simulación haciendo click en la pestaña “CIR → Ver OUT”. Esta acción abrirá una nueva ventana con el archivo típico mostrado en la Figura 12. La estructura de este archivo contiene, al principio del mismo el contenido del archivo de texto del modelo simulado y, a continuación, los resultados tabulados ordenadamente. Estos resultados son leídos por una de las subrutinas de programación del programa para transportarlos a Matlab y representarlos gráficamente. En este mismo archivo de salida se muestran los valores máximos de tensión obtenidos en la simulación.



**Figura 11. Visualizar CIR**

[Tabla de Valores

Longitud	Valores de Voltaje
0.5	3.777898e-01
1.5	3.778975e-01
2.5	3.781150e-01
3.5	3.784460e-01
4.5	3.788967e-01
5.5	3.794752e-01
6.5	3.801922e-01
7.5	3.810612e-01
8.5	3.820987e-01
9.5	3.833247e-01
10.5	3.847635e-01
11.5	3.864442e-01
12.5	3.884021e-01
13.5	3.906794e-01
14.5	3.933274e-01
15.5	3.964085e-01
16.5	3.999994e-01
17.5	4.041949e-01
18.5	4.091139e-01
19.5	4.149078e-01
20.5	4.217724e-01
21.5	4.299671e-01
22.5	4.398436e-01
23.5	4.518958e-01
24.5	4.668460e-01
25.5	4.858096e-01
26.5	5.106392e-01

**Figura 12. Tabla de Valores**

## CAPITULO 4. ESCENARIOS Y RESULTADOS

Nuestro proyecto se basa en dos partes las cuales se llevaran a cabo con nuestro programa de tomografía. Para las dos partes tendremos un solo terreno homogéneo con:

- Tipo de mallado: 100x50
- Capacidad eléctrica: 1
- Conductividad eléctrica: 1
- Condiciones iniciales: 1
- Error: 1
- tiempo: 200
- Conductividad variable: desactivada

The screenshot shows the 'tomografía' software interface with the following configuration:

- Nombre del problema: prueba
- Tamaño del dominio: A = 1, B = 20
- Tipo de mallado: 100 x 50
- Características físicas del terreno:
  - Capacidad eléctrica: 1
  - Conductividad eléctrica: 1
  - Condiciones iniciales: 1
- Celdas de aplicación de potencial eléctrico:
  - V = + 1 voltio: Celda = 50
  - V = - 1 voltio: Celda = 51
- Error = 1 %
- tiempo = 200
- Conductividad variable (desactivada)
- Botón: Generar CIR

**Figura 13. Ejemplo de cálculo**

La primera parte consiste en calcular la intensidad para todos los posibles casos que vamos a estudiar. Para ello variaremos las picas de forma equidistante del centro hasta los extremos con un dominio de 20 metros de ancho y variaremos la profundidad de 1 a 20 metros.

La segunda parte consiste en delimitar el terreno para que se encuentre el 90% de la corriente. Para ello variaremos la distancia entre las picas, el ancho y la profundidad del terreno.

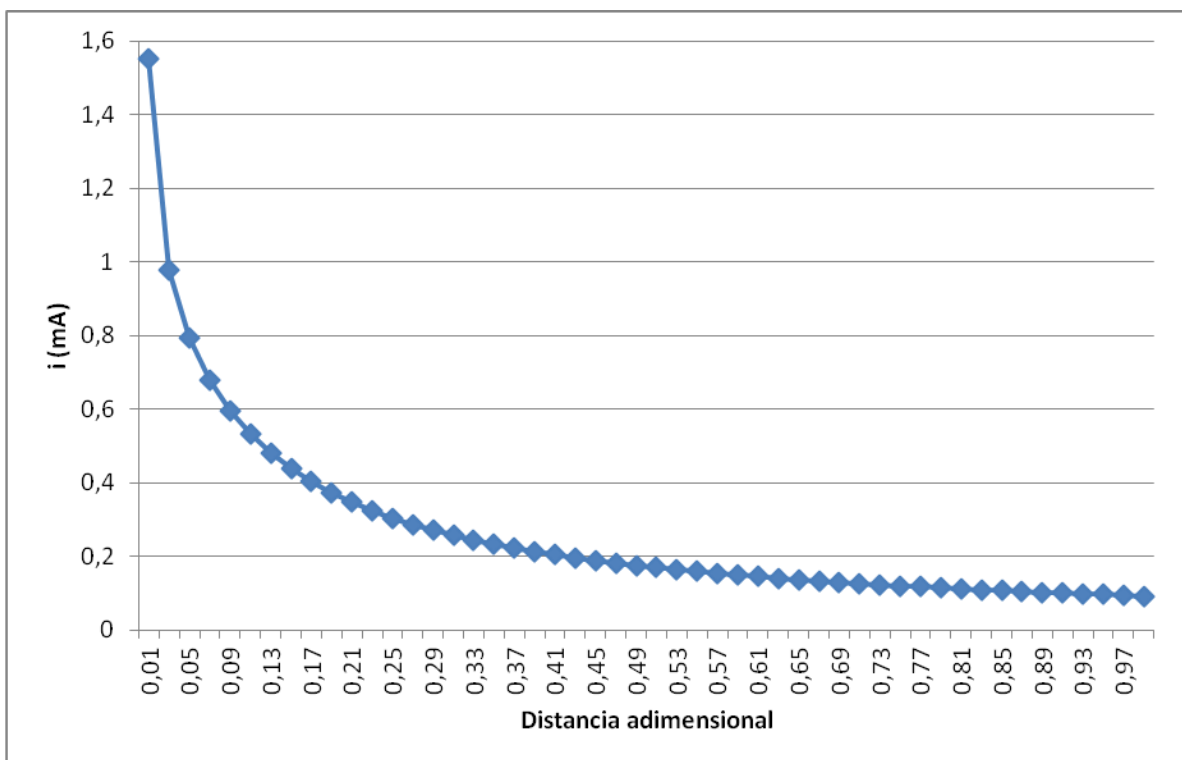
## 4.1 Primera parte: Tabla de intensidades

### 4.1.1. Profundidad de 1m y ancho de 20m

**Tabla 1. Profundidad de 1m y ancho de 20m**

Celdas		i (mA)	Distancia entre electrodos (m)	Distancia adimensional	i (mA) Valor absoluto
+	-				
50	51	-1,5528	0,2	0,01	1,5528
49	52	-0,9766	0,6	0,03	0,9766
48	53	-0,7926	1	0,05	0,7926
47	54	-0,6794	1,4	0,07	0,6794
46	55	-0,5971	1,8	0,09	0,5971
45	56	-0,5332	2,2	0,11	0,5332
44	57	-0,4818	2,6	0,13	0,4818
43	58	-0,4394	3	0,15	0,4394
42	59	-0,4039	3,4	0,17	0,4039
41	60	-0,3737	3,8	0,19	0,3737
40	61	-0,3477	4,2	0,21	0,3477
39	62	-0,3251	4,6	0,23	0,3251
38	63	-0,3053	5	0,25	0,3053
37	64	-0,2877	5,4	0,27	0,2877
36	65	-0,2720	5,8	0,29	0,2720
35	66	-0,2580	6,2	0,31	0,2580
34	67	-0,2453	6,6	0,33	0,2453
33	68	-0,2339	7	0,35	0,2339
32	69	-0,2234	7,4	0,37	0,2234
31	70	-0,2139	7,8	0,39	0,2139
30	71	-0,2051	8,2	0,41	0,2051
29	72	-0,1970	8,6	0,43	0,1970
28	73	-0,1895	9	0,45	0,1895
27	74	-0,1826	9,4	0,47	0,1826
26	75	-0,1762	9,8	0,49	0,1762
25	76	-0,1702	10,2	0,51	0,1702
24	77	-0,1646	10,6	0,53	0,1646
23	78	-0,1594	11	0,55	0,1594
22	79	-0,1544	11,4	0,57	0,1544
21	80	-0,1498	11,8	0,59	0,1498
20	81	-0,1454	12,2	0,61	0,1454
19	82	-0,1413	12,6	0,63	0,1413
18	83	-0,1374	13	0,65	0,1374
17	84	-0,1338	13,4	0,67	0,1338
16	85	-0,1303	13,8	0,69	0,1303
15	86	-0,1270	14,2	0,71	0,1270
14	87	-0,1240	14,6	0,73	0,1240
13	88	-0,1208	15	0,75	0,1208

12	89	-0,1180	15,4	0,77	0,1180
11	90	-0,1153	15,8	0,79	0,1153
10	91	-0,1127	16,2	0,81	0,1127
9	92	-0,1102	16,6	0,83	0,1102
8	93	-0,1078	17	0,85	0,1078
7	94	-0,1055	17,4	0,87	0,1055
6	95	-0,1033	17,8	0,89	0,1033
5	96	-0,1012	18,2	0,91	0,1012
4	97	-0,0992	18,6	0,93	0,0992
3	98	-0,0972	19	0,95	0,0972
2	99	-0,0950	19,4	0,97	0,0950
1	100	-0,0920	19,8	0,99	0,0920



**Figura 14. Profundidad de 1m y ancho de 20m**

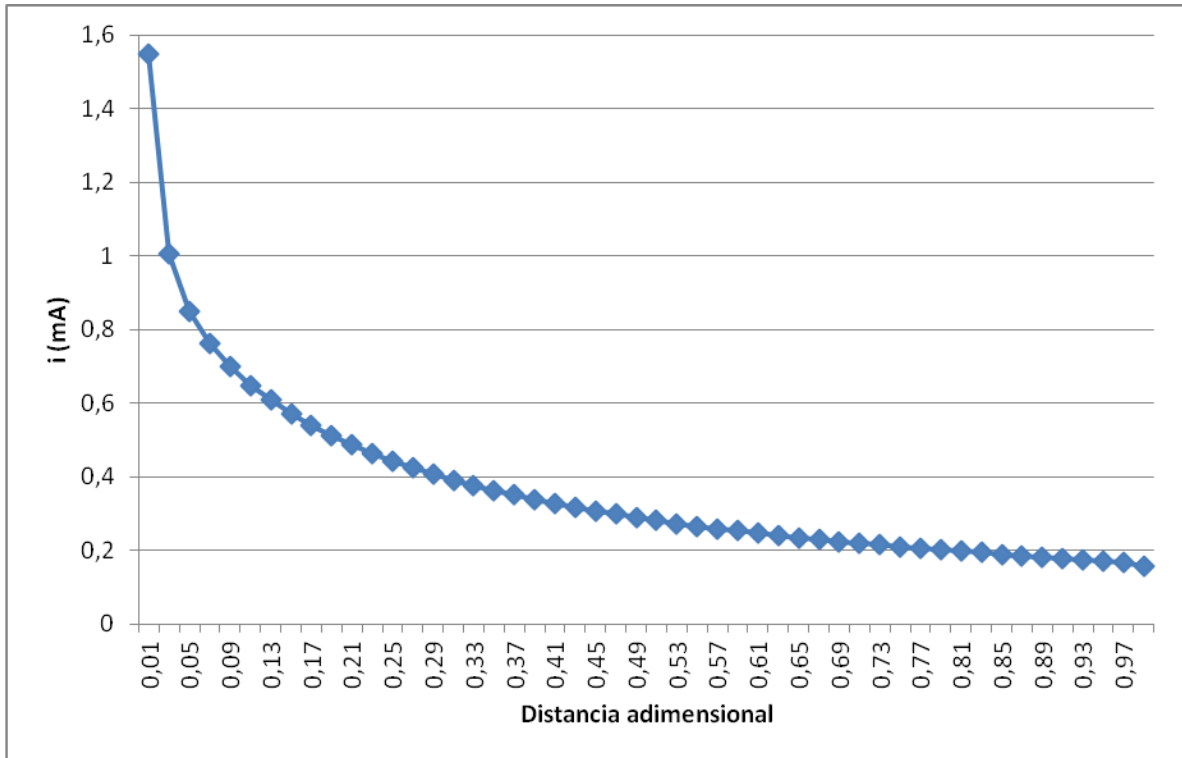
#### 4.1.2. Profundidad de 2m y ancho de 20m

**Tabla 2. Profundidad de 2m y ancho de 20m**

Celdas		i (mA)	Distancia entre electrodos (m)	Distancia adimensional	i (mA) Valor absoluto
+	-				
50	51	-1,5471	0,2	0,01	1,5471
49	52	-1,0057	0,6	0,03	1,0057
48	53	-0,8501	1	0,05	0,8501
47	54	-0,7617	1,4	0,07	0,7617
46	55	-0,6989	1,8	0,09	0,6989
45	56	-0,6494	2,2	0,11	0,6494
44	57	-0,608	2,6	0,13	0,6080
43	58	-0,5723	3	0,15	0,5723
42	59	-0,5409	3,4	0,17	0,5409
41	60	-0,513	3,8	0,19	0,5130
40	61	-0,4879	4,2	0,21	0,4879
39	62	-0,4651	4,6	0,23	0,4651
38	63	-0,4444	5	0,25	0,4444
37	64	-0,4255	5,4	0,27	0,4255
36	65	-0,4081	5,8	0,29	0,4081
35	66	-0,3921	6,2	0,31	0,3921
34	67	-0,3773	6,6	0,33	0,3773
33	68	-0,3636	7	0,35	0,3636
32	69	-0,3508	7,4	0,37	0,3508
31	70	-0,339	7,8	0,39	0,3390
30	71	-0,3278	8,2	0,41	0,3278
29	72	-0,3174	8,6	0,43	0,3174
28	73	-0,3077	9	0,45	0,3077
27	74	-0,2985	9,4	0,47	0,2985
26	75	-0,2898	9,8	0,49	0,2898
25	76	-0,2817	10,2	0,51	0,2817
24	77	-0,274	10,6	0,53	0,2740
23	78	-0,2666	11	0,55	0,2666
22	79	-0,2597	11,4	0,57	0,2597
21	80	-0,2534	11,8	0,59	0,2534
20	81	-0,2469	12,2	0,61	0,2469
19	82	-0,2409	12,6	0,63	0,2409
18	83	-0,2353	13	0,65	0,2353
17	84	-0,2299	13,4	0,67	0,2299
16	85	-0,2247	13,8	0,69	0,2247
15	86	-0,2198	14,2	0,71	0,2198
14	87	-0,215	14,6	0,73	0,2150
13	88	-0,2105	15	0,75	0,2105
12	89	-0,2061	15,4	0,77	0,2061
11	90	-0,202	15,8	0,79	0,2020
10	91	-0,198	16,2	0,81	0,1980



9	92	-0,1941	16,6	0,83	0,1941
8	93	-0,1903	17	0,85	0,1903
7	94	-0,1867	17,4	0,87	0,1867
6	95	-0,1831	17,8	0,89	0,1831
5	96	-0,1795	18,2	0,91	0,1795
4	97	-0,1758	18,6	0,93	0,1758
3	98	-0,1717	19	0,95	0,1717
2	99	-0,1665	19,4	0,97	0,1665
1	100	-0,1574	19,8	0,99	0,1574



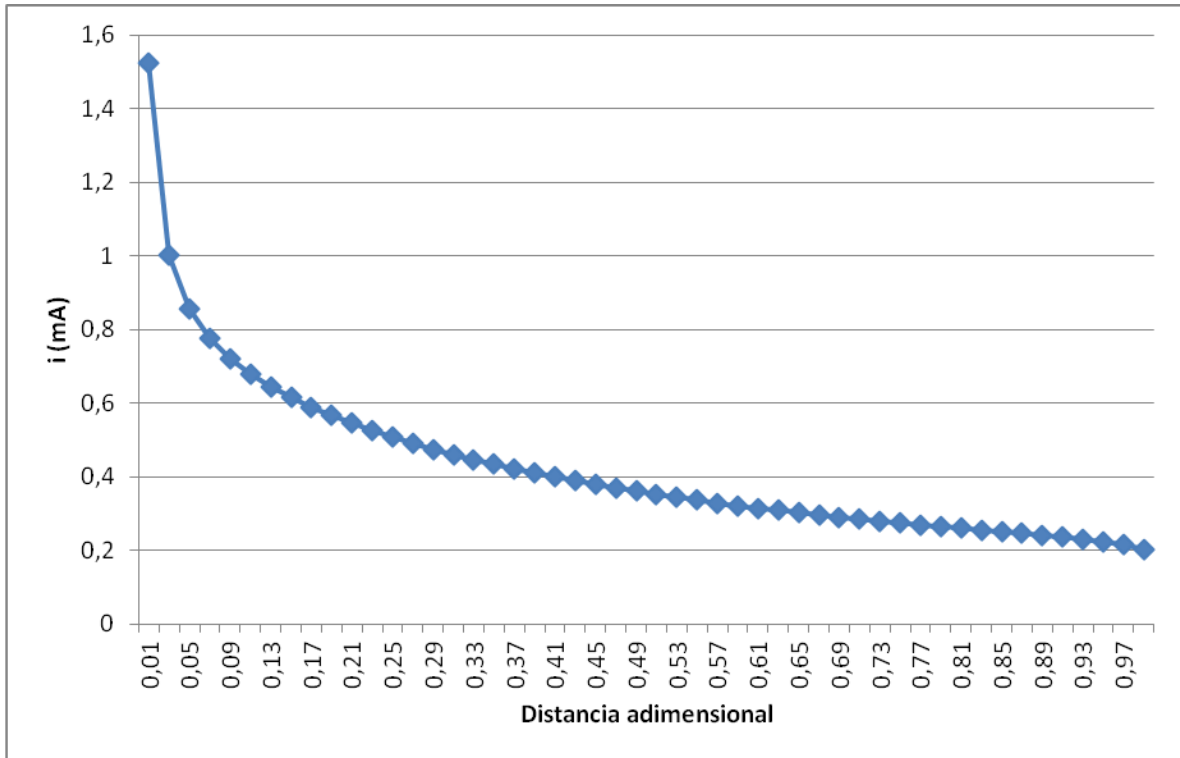
**Figura 15. Profundidad de 2m y ancho de 20m**

### 4.1.3. Profundidad de 3m y ancho de 20m

**Tabla 3. Profundidad de 3m y ancho de 20m**

Celdas		i (mA)	Distancia entre electrodos (m)	Distancia adimensional	i (mA) Valor absoluto
+	-				
50	51	-1,5244	0,2	0,01	1,5244
49	52	-1,0041	0,6	0,03	1,0041
48	53	-0,8572	1	0,05	0,8572
47	54	-0,7770	1,4	0,07	0,7770
46	55	-0,7222	1,8	0,09	0,7222
45	56	-0,6802	2,2	0,11	0,6802
44	57	-0,6457	2,6	0,13	0,6457
43	58	-0,6162	3	0,15	0,6162
42	59	-0,5902	3,4	0,17	0,5902
41	60	-0,5668	3,8	0,19	0,5668
40	61	-0,5456	4,2	0,21	0,5456
39	62	-0,5260	4,6	0,23	0,5260
38	63	-0,5080	5	0,25	0,5080
37	64	-0,4912	5,4	0,27	0,4912
36	65	-0,4755	5,8	0,29	0,4755
35	66	-0,4609	6,2	0,31	0,4609
34	67	-0,4471	6,6	0,33	0,4471
33	68	-0,4341	7	0,35	0,4341
32	69	-0,4219	7,4	0,37	0,4219
31	70	-0,4104	7,8	0,39	0,4104
30	71	-0,3994	8,2	0,41	0,3994
29	72	-0,3891	8,6	0,43	0,3891
28	73	-0,3792	9	0,45	0,3792
27	74	-0,3699	9,4	0,47	0,3699
26	75	-0,3610	9,8	0,49	0,3610
25	76	-0,3525	10,2	0,51	0,3525
24	77	-0,3444	10,6	0,53	0,3444
23	78	-0,3367	11	0,55	0,3367
22	79	-0,3293	11,4	0,57	0,3293
21	80	-0,3222	11,8	0,59	0,3222
20	81	-0,3154	12,2	0,61	0,3154
19	82	-0,3090	12,6	0,63	0,3090
18	83	-0,3027	13	0,65	0,3027
17	84	-0,2967	13,4	0,67	0,2967
16	85	-0,2909	13,8	0,69	0,2909
15	86	-0,2853	14,2	0,71	0,2853
14	87	-0,2800	14,6	0,73	0,2800
13	88	-0,2748	15	0,75	0,2748
12	89	-0,2698	15,4	0,77	0,2698
11	90	-0,2650	15,8	0,79	0,2650
10	91	-0,2602	16,2	0,81	0,2602

9	92	-0,2556	16,6	0,83	0,2556
8	93	-0,2510	17	0,85	0,2510
7	94	-0,2464	17,4	0,87	0,2464
6	95	-0,2417	17,8	0,89	0,2417
5	96	-0,2368	18,2	0,91	0,2368
4	97	-0,2315	18,6	0,93	0,2315
3	98	-0,2252	19	0,95	0,2252
2	99	-0,2167	19,4	0,97	0,2167
1	100	-0,2020	19,8	0,99	0,2020



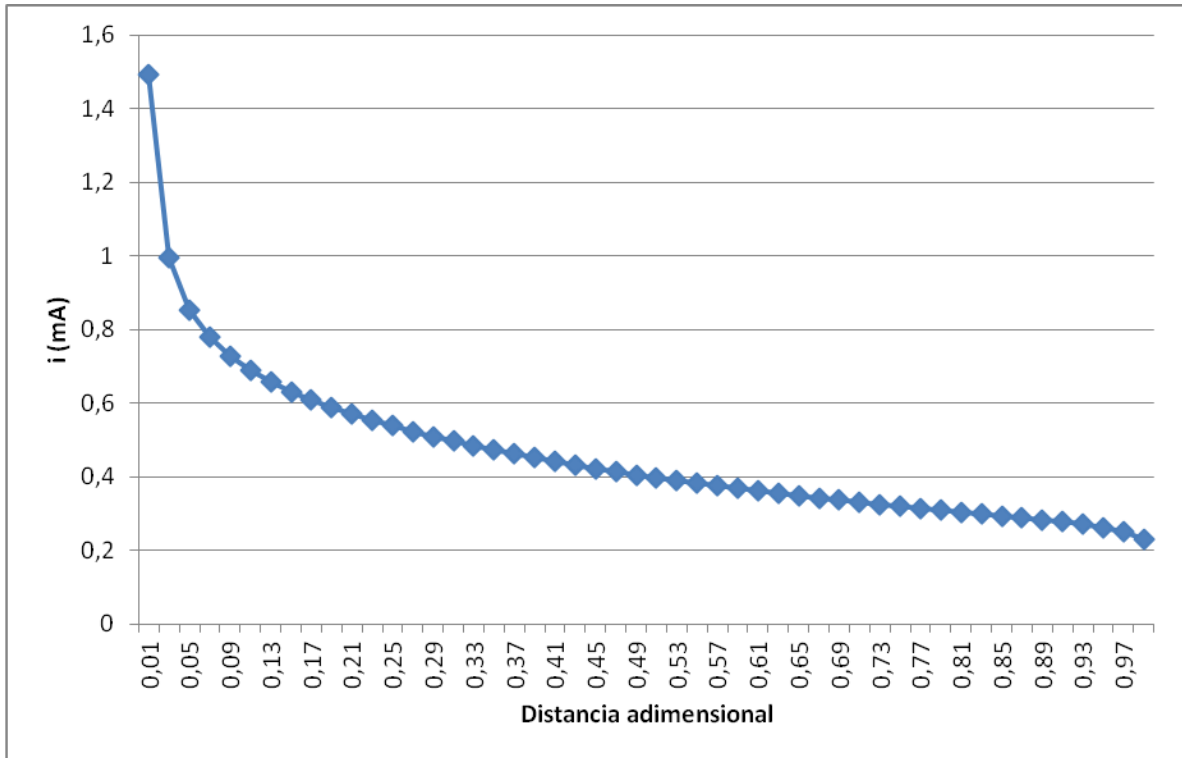
**Figura 16. Profundidad de 3m y ancho de 20m**

#### 4.1.4. Profundidad de 4m y ancho de 20m

**Tabla 4. Profundidad de 4m y ancho de 20m**

Celdas		i (mA)	Distancia entre electrodos (m)	Distancia adimensional	i (mA) Valor absoluto
+	-				
50	51	-1,4928	0,2	0,01	1,4928
49	52	-0,9954	0,6	0,03	0,9954
48	53	-0,8539	1	0,05	0,8539
47	54	-0,7790	1,4	0,07	0,7790
46	55	-0,7270	1,8	0,09	0,7270
45	56	-0,6887	2,2	0,11	0,6887
44	57	-0,6579	2,6	0,13	0,6579
43	58	-0,6319	3	0,15	0,6319
42	59	-0,6093	3,4	0,17	0,6093
41	60	-0,5891	3,8	0,19	0,5891
40	61	-0,5707	4,2	0,21	0,5707
39	62	-0,5539	4,6	0,23	0,5539
38	63	-0,5383	5	0,25	0,5383
37	64	-0,5237	5,4	0,27	0,5237
36	65	-0,5100	5,8	0,29	0,5100
35	66	-0,4971	6,2	0,31	0,4971
34	67	-0,4849	6,6	0,33	0,4849
33	68	-0,4733	7	0,35	0,4733
32	69	-0,4623	7,4	0,37	0,4623
31	70	-0,4518	7,8	0,39	0,4518
30	71	-0,4418	8,2	0,41	0,4418
29	72	-0,4322	8,6	0,43	0,4322
28	73	-0,4230	9	0,45	0,4230
27	74	-0,4142	9,4	0,47	0,4142
26	75	-0,4058	9,8	0,49	0,4058
25	76	-0,3977	10,2	0,51	0,3977
24	77	-0,3900	10,6	0,53	0,3900
23	78	-0,3825	11	0,55	0,3825
22	79	-0,3753	11,4	0,57	0,3753
21	80	-0,3684	11,8	0,59	0,3684
20	81	-0,3617	12,2	0,61	0,3617
19	82	-0,3552	12,6	0,63	0,3552
18	83	-0,3490	13	0,65	0,3490
17	84	-0,3429	13,4	0,67	0,3429
16	85	-0,3371	13,8	0,69	0,3371
15	86	-0,3314	14,2	0,71	0,3314
14	87	-0,3259	14,6	0,73	0,3259
13	88	-0,3205	15	0,75	0,3205
12	89	-0,3152	15,4	0,77	0,3152
11	90	-0,3100	15,8	0,79	0,3100
10	91	-0,3048	16,2	0,81	0,3048

9	92	-0,2997	16,6	0,83	0,2997
8	93	-0,2945	17	0,85	0,2945
7	94	-0,2892	17,4	0,87	0,2892
6	95	-0,2836	17,8	0,89	0,2836
5	96	-0,2776	18,2	0,91	0,2776
4	97	-0,2708	18,6	0,93	0,2708
3	98	-0,2627	19	0,95	0,2627
2	99	-0,2517	19,4	0,97	0,2517
1	100	-0,2321	19,8	0,99	0,2321



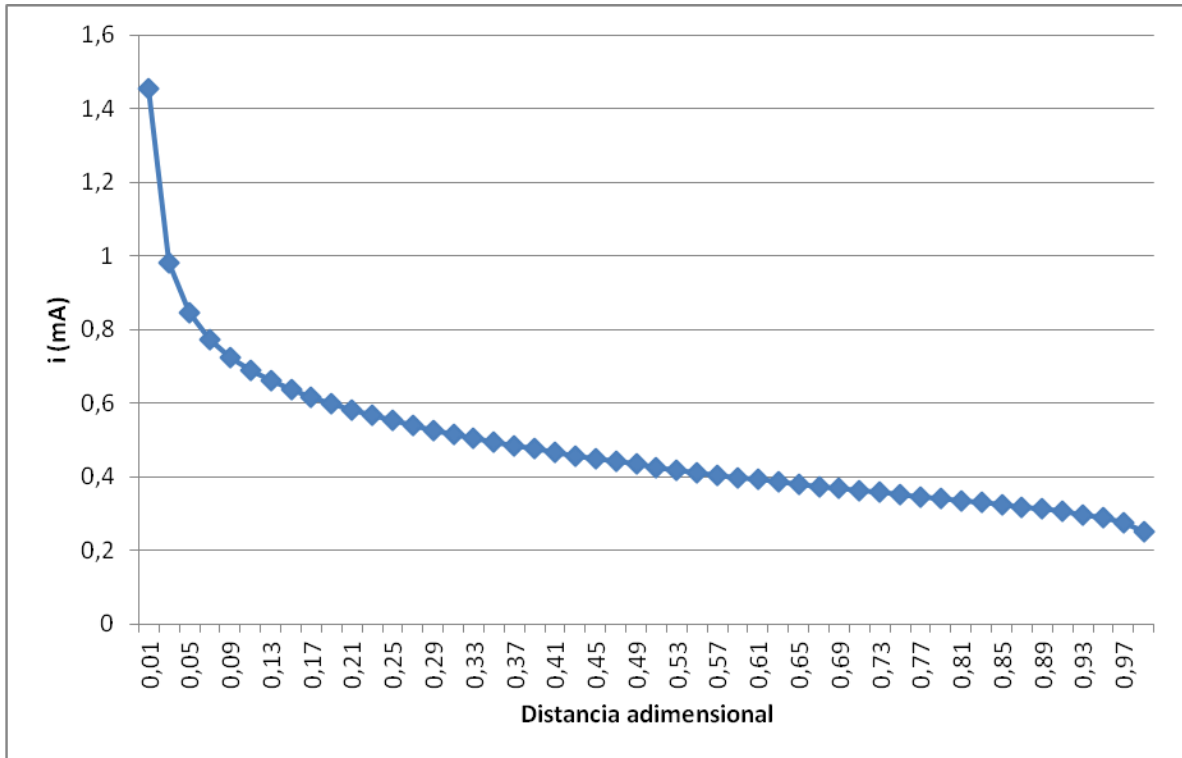
**Figura 17. Profundidad de 4m y ancho de 20m**

#### 4.1.5. Profundidad de 5m y ancho de 20m

**Tabla 5. Profundidad de 5m y ancho de 20m**

Celdas		i (mA)	Distancia entre electrodos (m)	Distancia adimensional	i (mA) Valor absoluto
+	-				
50	51	-1,4546	0,2	0,01	1,4546
49	52	-0,9828	0,6	0,03	0,9828
48	53	-0,8462	1	0,05	0,8462
47	54	-0,7732	1,4	0,07	0,7732
46	55	-0,7248	1,8	0,09	0,7248
45	56	-0,6888	2,2	0,11	0,6888
44	57	-0,6603	2,6	0,13	0,6603
43	58	-0,6365	3	0,15	0,6365
42	59	-0,6159	3,4	0,17	0,6159
41	60	-0,5978	3,8	0,19	0,5978
40	61	-0,5814	4,2	0,21	0,5814
39	62	-0,5664	4,6	0,23	0,5664
38	63	-0,5526	5	0,25	0,5526
37	64	-0,5397	5,4	0,27	0,5397
36	65	-0,5277	5,8	0,29	0,5277
35	66	-0,5162	6,2	0,31	0,5162
34	67	-0,5054	6,6	0,33	0,5054
33	68	-0,4951	7	0,35	0,4951
32	69	-0,4853	7,4	0,37	0,4853
31	70	-0,4759	7,8	0,39	0,4759
30	71	-0,4669	8,2	0,41	0,4669
29	72	-0,4582	8,6	0,43	0,4582
28	73	-0,4499	9	0,45	0,4499
27	74	-0,4419	9,4	0,47	0,4419
26	75	-0,4341	9,8	0,49	0,4341
25	76	-0,4267	10,2	0,51	0,4267
24	77	-0,4195	10,6	0,53	0,4195
23	78	-0,4125	11	0,55	0,4125
22	79	-0,4057	11,4	0,57	0,4057
21	80	-0,3992	11,8	0,59	0,3992
20	81	-0,3928	12,2	0,61	0,3928
19	82	-0,3866	12,6	0,63	0,3866
18	83	-0,3806	13	0,65	0,3806
17	84	-0,3747	13,4	0,67	0,3747
16	85	-0,3690	13,8	0,69	0,3690
15	86	-0,3634	14,2	0,71	0,3634
14	87	-0,3579	14,6	0,73	0,3579
13	88	-0,3524	15	0,75	0,3524
12	89	-0,3470	15,4	0,77	0,3470
11	90	-0,3416	15,8	0,79	0,3416
10	91	-0,3362	16,2	0,81	0,3362

9	92	-0,3307	16,6	0,83	0,3307
8	93	-0,3251	17	0,85	0,3251
7	94	-0,3192	17,4	0,87	0,3192
6	95	-0,3129	17,8	0,89	0,3129
5	96	-0,3061	18,2	0,91	0,3061
4	97	-0,2982	18,6	0,93	0,2982
3	98	-0,2886	19	0,95	0,2886
2	99	-0,2755	19,4	0,97	0,2755
1	100	-0,2525	19,8	0,99	0,2525



**Figura 18. Profundidad de 5m y ancho de 20m**

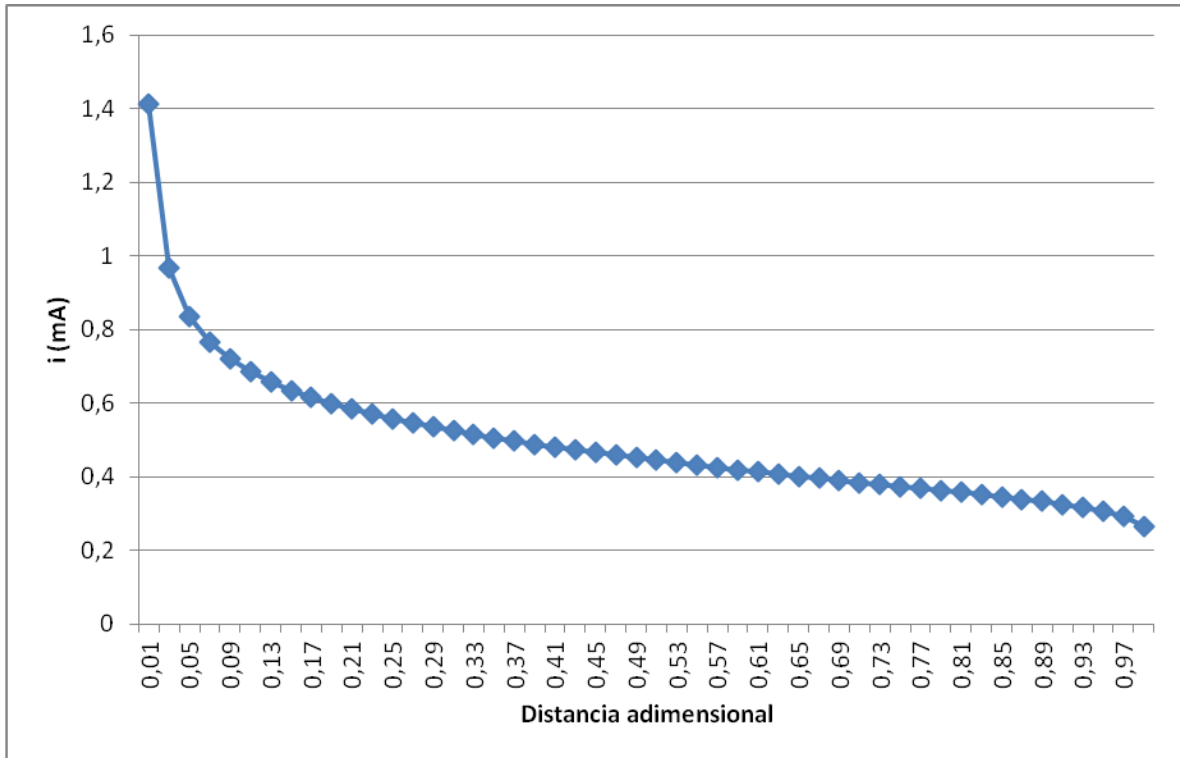
#### 4.1.6. Profundidad de 6m y ancho de 20m

**Tabla 6. Profundidad de 6m y ancho de 20m**

Celdas		i (mA)	Distancia entre electrodos (m)	Distancia adimensional	i (mA) Valor absoluto
+	-				
50	51	-1,4117	0,2	0,01	1,4117
49	52	-0,9677	0,6	0,03	0,9677
48	53	-0,8359	1	0,05	0,8359
47	54	-0,7655	1,4	0,07	0,7655
46	55	-0,7191	1,8	0,09	0,7191
45	56	-0,6848	2,2	0,11	0,6848
44	57	-0,6578	2,6	0,13	0,6578
43	58	-0,6355	3	0,15	0,6355
42	59	-0,6164	3,4	0,17	0,6164
41	60	-0,5997	3,8	0,19	0,5997
40	61	-0,5847	4,2	0,21	0,5847
39	62	-0,5711	4,6	0,23	0,5711
38	63	-0,5586	5	0,25	0,5586
37	64	-0,5470	5,4	0,27	0,5470
36	65	-0,5361	5,8	0,29	0,5361
35	66	-0,5258	6,2	0,31	0,5258
34	67	-0,5161	6,6	0,33	0,5161
33	68	-0,5068	7	0,35	0,5068
32	69	-0,4980	7,4	0,37	0,4980
31	70	-0,4895	7,8	0,39	0,4895
30	71	-0,4814	8,2	0,41	0,4814
29	72	-0,4736	8,6	0,43	0,4736
28	73	-0,4660	9	0,45	0,4660
27	74	-0,4588	9,4	0,47	0,4588
26	75	-0,4517	9,8	0,49	0,4517
25	76	-0,4449	10,2	0,51	0,4449
24	77	-0,4382	10,6	0,53	0,4382
23	78	-0,4318	11	0,55	0,4318
22	79	-0,4255	11,4	0,57	0,4255
21	80	-0,4194	11,8	0,59	0,4194
20	81	-0,4134	12,2	0,61	0,4134
19	82	-0,4075	12,6	0,63	0,4075
18	83	-0,4018	13	0,65	0,4018
17	84	-0,3962	13,4	0,67	0,3962
16	85	-0,3906	13,8	0,69	0,3906
15	86	-0,3852	14,2	0,71	0,3852
14	87	-0,3797	14,6	0,73	0,3797
13	88	-0,3743	15	0,75	0,3743
12	89	-0,3689	15,4	0,77	0,3689
11	90	-0,3634	15,8	0,79	0,3634
10	91	-0,3579	16,2	0,81	0,3579



9	92	-0,3522	16,6	0,83	0,3522
8	93	-0,3462	17	0,85	0,3462
7	94	-0,3399	17,4	0,87	0,3399
6	95	-0,3332	17,8	0,89	0,3332
5	96	-0,3256	18,2	0,91	0,3256
4	97	-0,3169	18,6	0,93	0,3169
3	98	-0,3062	19	0,95	0,3062
2	99	-0,2917	19,4	0,97	0,2917
1	100	-0,2664	19,8	0,99	0,2664



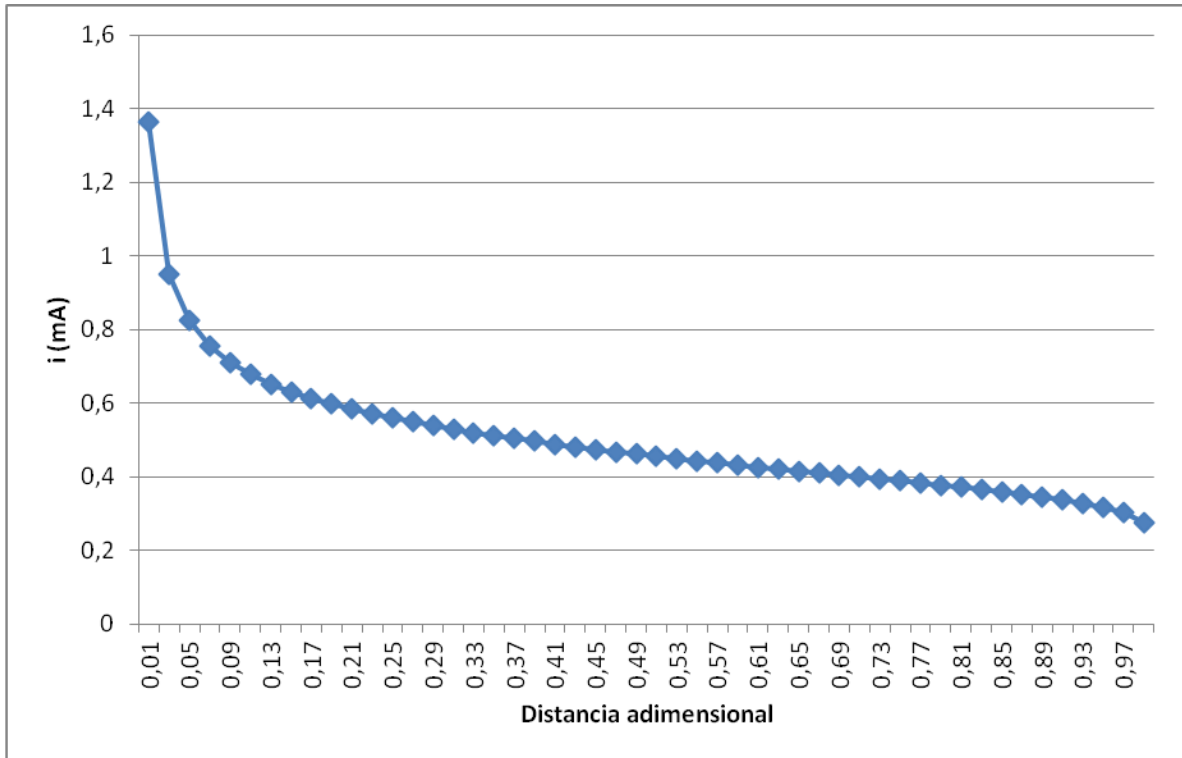
**Figura 19. Profundidad de 6m y ancho de 20m**

#### 4.1.7. Profundidad de 7m y ancho de 20m

**Tabla 7. Profundidad de 7m y ancho de 20m**

Celdas		i (mA)	Distancia entre electrodos (m)	Distancia adimensional	i (mA) Valor absoluto
+	-				
50	51	-1,3657	0,2	0,01	1,3657
49	52	-0,9502	0,6	0,03	0,9502
48	53	-0,8238	1	0,05	0,8238
47	54	-0,7559	1,4	0,07	0,7559
46	55	-0,7112	1,8	0,09	0,7112
45	56	-0,6784	2,2	0,11	0,6784
44	57	-0,6527	2,6	0,13	0,6527
43	58	-0,6315	3	0,15	0,6315
42	59	-0,6135	3,4	0,17	0,6135
41	60	-0,5978	3,8	0,19	0,5978
40	61	-0,5838	4,2	0,21	0,5838
39	62	-0,5712	4,6	0,23	0,5712
38	63	-0,5597	5	0,25	0,5597
37	64	-0,5490	5,4	0,27	0,5490
36	65	-0,5390	5,8	0,29	0,5390
35	66	-0,5296	6,2	0,31	0,5296
34	67	-0,5208	6,6	0,33	0,5208
33	68	-0,5123	7	0,35	0,5123
32	69	-0,5043	7,4	0,37	0,5043
31	70	-0,4966	7,8	0,39	0,4966
30	71	-0,4892	8,2	0,41	0,4892
29	72	-0,4821	8,6	0,43	0,4821
28	73	-0,4752	9	0,45	0,4752
27	74	-0,4685	9,4	0,47	0,4685
26	75	-0,4620	9,8	0,49	0,4620
25	76	-0,4558	10,2	0,51	0,4558
24	77	-0,4496	10,6	0,53	0,4496
23	78	-0,4437	11	0,55	0,4437
22	79	-0,4378	11,4	0,57	0,4378
21	80	-0,4321	11,8	0,59	0,4321
20	81	-0,4265	12,2	0,61	0,4265
19	82	-0,4210	12,6	0,63	0,4210
18	83	-0,4155	13	0,65	0,4155
17	84	-0,4101	13,4	0,67	0,4101
16	85	-0,4048	13,8	0,69	0,4048
15	86	-0,3995	14,2	0,71	0,3995
14	87	-0,3942	14,6	0,73	0,3942
13	88	-0,3889	15	0,75	0,3889
12	89	-0,3835	15,4	0,77	0,3835
11	90	-0,3780	15,8	0,79	0,3780
10	91	-0,3724	16,2	0,81	0,3724

9	92	-0,3665	16,6	0,83	0,3665
8	93	-0,3604	17	0,85	0,3604
7	94	-0,3538	17,4	0,87	0,3538
6	95	-0,3467	17,8	0,89	0,3467
5	96	-0,3387	18,2	0,91	0,3387
4	97	-0,3294	18,6	0,93	0,3294
3	98	-0,3180	19	0,95	0,3180
2	99	-0,3024	19,4	0,97	0,3024
1	100	-0,2758	19,8	0,99	0,2758



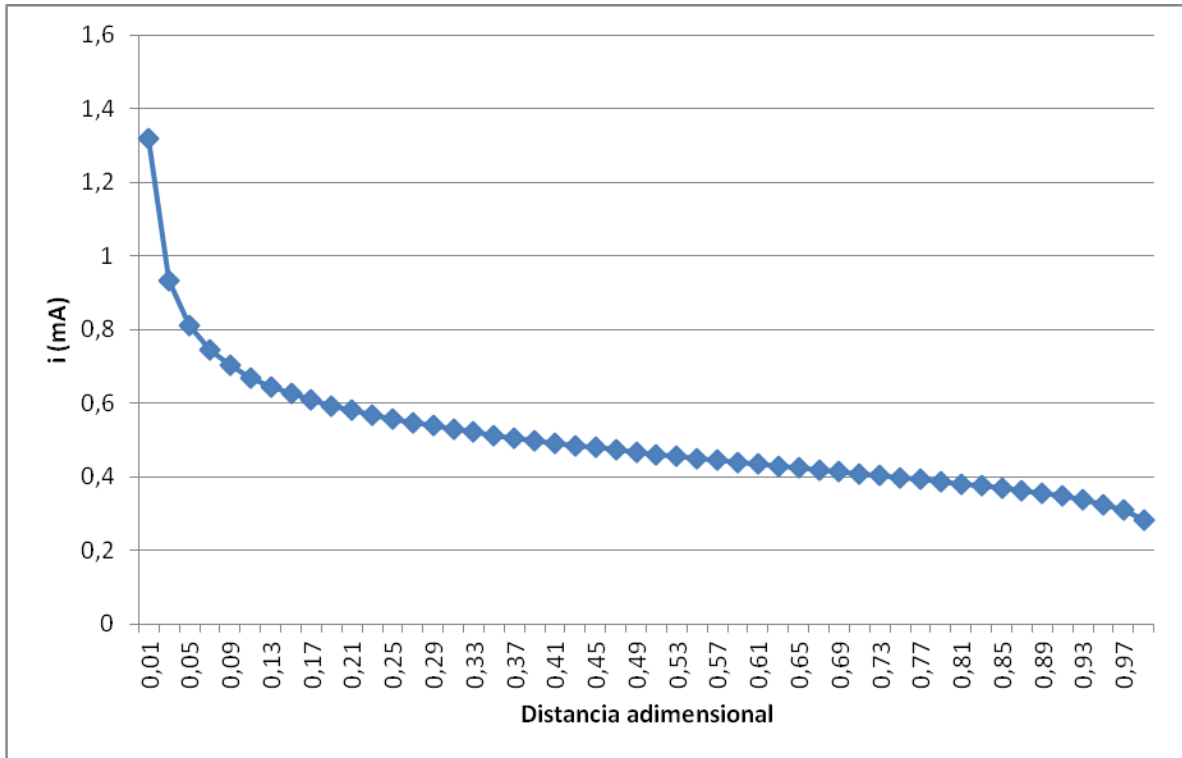
**Figura 20. Profundidad de 7m y ancho de 20m**

#### 4.1.8. Profundidad de 8m y ancho de 20m

**Tabla 8. Profundidad de 8m y ancho de 20m**

Celdas		i (mA)	Distancia entre electrodos (m)	Distancia adimensional	i (mA) Valor absoluto
+	-				
50	51	-1,3180	0,2	0,01	1,3180
49	52	-0,9320	0,6	0,03	0,9320
48	53	-0,8104	1	0,05	0,8104
47	54	-0,7450	1,4	0,07	0,7450
46	55	-0,7019	1,8	0,09	0,7019
45	56	-0,6704	2,2	0,11	0,6704
44	57	-0,6457	2,6	0,13	0,6457
43	58	-0,6255	3	0,15	0,6255
42	59	-0,6084	3,4	0,17	0,6084
41	60	-0,5935	3,8	0,19	0,5935
40	61	-0,5804	4,2	0,21	0,5804
39	62	-0,5685	4,6	0,23	0,5685
38	63	-0,5577	5	0,25	0,5577
37	64	-0,5478	5,4	0,27	0,5478
36	65	-0,5385	5,8	0,29	0,5385
35	66	-0,5298	6,2	0,31	0,5298
34	67	-0,5216	6,6	0,33	0,5216
33	68	-0,5138	7	0,35	0,5138
32	69	-0,5064	7,4	0,37	0,5064
31	70	-0,4993	7,8	0,39	0,4993
30	71	-0,4925	8,2	0,41	0,4925
29	72	-0,4860	8,6	0,43	0,4860
28	73	-0,4796	9	0,45	0,4796
27	74	-0,4734	9,4	0,47	0,4734
26	75	-0,4675	9,8	0,49	0,4675
25	76	-0,4616	10,2	0,51	0,4616
24	77	-0,4559	10,6	0,53	0,4559
23	78	-0,4504	11	0,55	0,4504
22	79	-0,4449	11,4	0,57	0,4449
21	80	-0,4395	11,8	0,59	0,4395
20	81	-0,4343	12,2	0,61	0,4343
19	82	-0,4290	12,6	0,63	0,4290
18	83	-0,4239	13	0,65	0,4239
17	84	-0,4187	13,4	0,67	0,4187
16	85	-0,4136	13,8	0,69	0,4136
15	86	-0,4084	14,2	0,71	0,4084
14	87	-0,4033	14,6	0,73	0,4033
13	88	-0,3980	15	0,75	0,3980
12	89	-0,3927	15,4	0,77	0,3927
11	90	-0,3872	15,8	0,79	0,3872
10	91	-0,3816	16,2	0,81	0,3816

9	92	-0,3757	16,6	0,83	0,3757
8	93	-0,3694	17	0,85	0,3694
7	94	-0,3627	17,4	0,87	0,3627
6	95	-0,3554	17,8	0,89	0,3554
5	96	-0,3471	18,2	0,91	0,3471
4	97	-0,3375	18,6	0,93	0,3375
3	98	-0,3256	19	0,95	0,3256
2	99	-0,3094	19,4	0,97	0,3094
1	100	-0,2820	19,8	0,99	0,2820



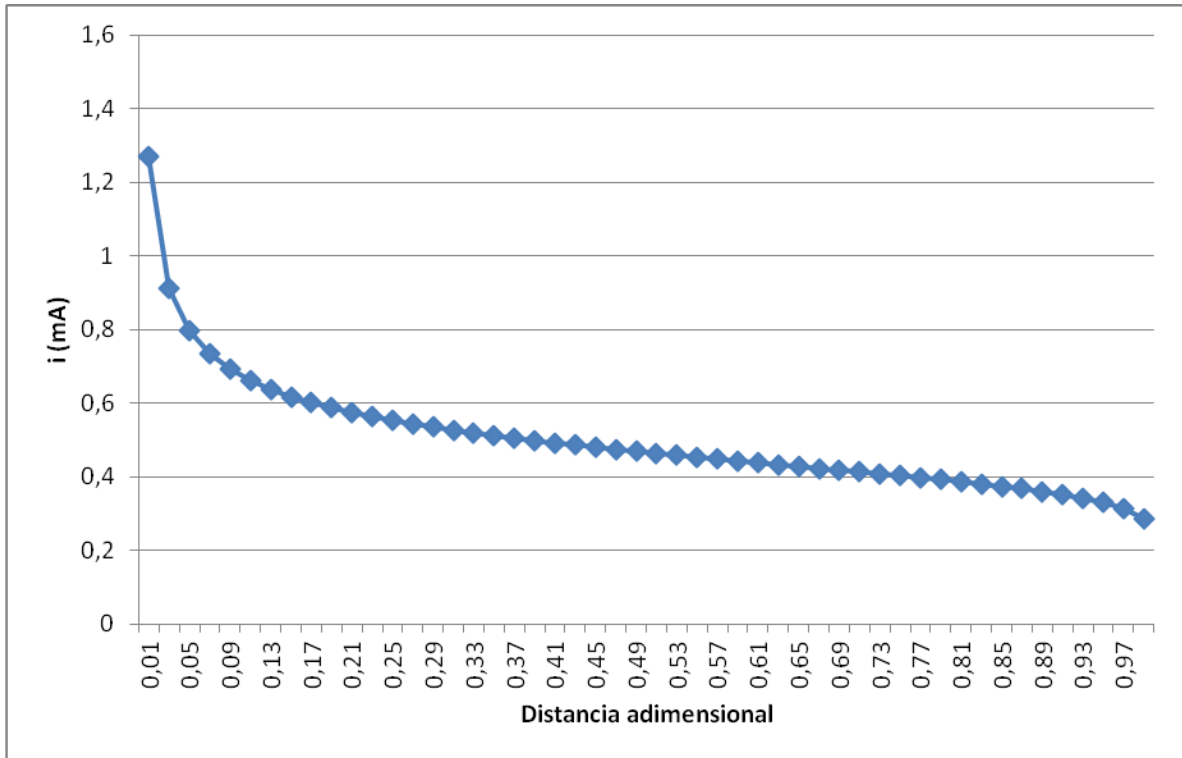
**Figura 21. Profundidad de 8m y ancho de 20m**

#### 4.1.9. Profundidad de 9m y ancho de 20m

**Tabla 9. Profundidad de 9m y ancho de 20m**

Celdas		i (mA)	Distancia entre electrodos (m)	Distancia adimensional	i (mA) Valor absoluto
+	-				
50	51	-1,2699	0,2	0,01	1,2699
49	52	-0,9123	0,6	0,03	0,9123
48	53	-0,7960	1	0,05	0,7960
47	54	-0,7331	1,4	0,07	0,7331
46	55	-0,6916	1,8	0,09	0,6916
45	56	-0,6613	2,2	0,11	0,6613
44	57	-0,6376	2,6	0,13	0,6376
43	58	-0,6182	3	0,15	0,6182
42	59	-0,6019	3,4	0,17	0,6019
41	60	-0,5877	3,8	0,19	0,5877
40	61	-0,5752	4,2	0,21	0,5752
39	62	-0,5640	4,6	0,23	0,5640
38	63	-0,5538	5	0,25	0,5538
37	64	-0,5444	5,4	0,27	0,5444
36	65	-0,5357	5,8	0,29	0,5357
35	66	-0,5276	6,2	0,31	0,5276
34	67	-0,5199	6,6	0,33	0,5199
33	68	-0,5126	7	0,35	0,5126
32	69	-0,5057	7,4	0,37	0,5057
31	70	-0,4991	7,8	0,39	0,4991
30	71	-0,4928	8,2	0,41	0,4928
29	72	-0,4867	8,6	0,43	0,4867
28	73	-0,4807	9	0,45	0,4807
27	74	-0,4750	9,4	0,47	0,4750
26	75	-0,4694	9,8	0,49	0,4694
25	76	-0,4640	10,2	0,51	0,4640
24	77	-0,4586	10,6	0,53	0,4586
23	78	-0,4534	11	0,55	0,4534
22	79	-0,4483	11,4	0,57	0,4483
21	80	-0,4432	11,8	0,59	0,4432
20	81	-0,4382	12,2	0,61	0,4382
19	82	-0,4332	12,6	0,63	0,4332
18	83	-0,4283	13	0,65	0,4283
17	84	-0,4233	13,4	0,67	0,4233
16	85	-0,4184	13,8	0,69	0,4184
15	86	-0,4134	14,2	0,71	0,4134
14	87	-0,4084	14,6	0,73	0,4084
13	88	-0,4032	15	0,75	0,4032
12	89	-0,3980	15,4	0,77	0,3980
11	90	-0,3926	15,8	0,79	0,3926
10	91	-0,3870	16,2	0,81	0,3870

9	92	-0,3811	16,6	0,83	0,3811
8	93	-0,3748	17	0,85	0,3748
7	94	-0,3680	17,4	0,87	0,3680
6	95	-0,3606	17,8	0,89	0,3606
5	96	-0,3521	18,2	0,91	0,3521
4	97	-0,3423	18,6	0,93	0,3423
3	98	-0,3301	19	0,95	0,3301
2	99	-0,3135	19,4	0,97	0,3135
1	100	-0,2859	19,8	0,99	0,2859



**Figura 22. Profundidad de 9m y ancho de 20m**

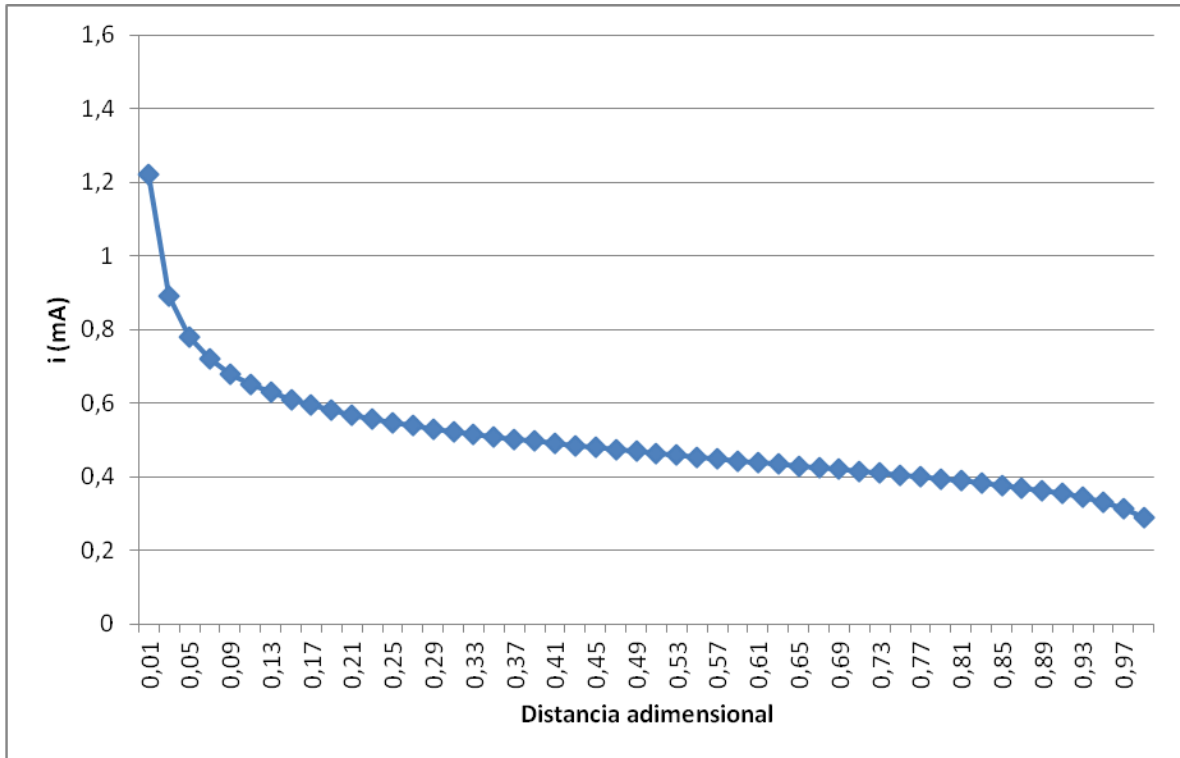
#### 4.1.10. Profundidad de 10m y ancho de 20m

**Tabla 10. Profundidad de 10m y ancho de 20m**

Celdas		i (mA)	Distancia entre electrodos (m)	Distancia adimensional	i (mA) Valor absoluto
+	-				
50	51	-1,2219	0,2	0,01	1,2219
49	52	-0,8919	0,6	0,03	0,8919
48	53	-0,7809	1	0,05	0,7809
47	54	-0,7205	1,4	0,07	0,7205
46	55	-0,6807	1,8	0,09	0,6807
45	56	-0,6515	2,2	0,11	0,6515
44	57	-0,6287	2,6	0,13	0,6287
43	58	-0,6101	3	0,15	0,6101
42	59	-0,5944	3,4	0,17	0,5944
41	60	-0,5808	3,8	0,19	0,5808
40	61	-0,5689	4,2	0,21	0,5689
39	62	-0,5582	4,6	0,23	0,5582
38	63	-0,5485	5	0,25	0,5485
37	64	-0,5396	5,4	0,27	0,5396
36	65	-0,5313	5,8	0,29	0,5313
35	66	-0,5236	6,2	0,31	0,5236
34	67	-0,5164	6,6	0,33	0,5164
33	68	-0,5096	7	0,35	0,5096
32	69	-0,5031	7,4	0,37	0,5031
31	70	-0,4968	7,8	0,39	0,4968
30	71	-0,4909	8,2	0,41	0,4909
29	72	-0,4851	8,6	0,43	0,4851
28	73	-0,4796	9	0,45	0,4796
27	74	-0,4742	9,4	0,47	0,4742
26	75	-0,4689	9,8	0,49	0,4689
25	76	-0,4638	10,2	0,51	0,4638
24	77	-0,4588	10,6	0,53	0,4588
23	78	-0,4538	11	0,55	0,4538
22	79	-0,4489	11,4	0,57	0,4489
21	80	-0,4441	11,8	0,59	0,4441
20	81	-0,4394	12,2	0,61	0,4394
19	82	-0,4346	12,6	0,63	0,4346
18	83	-0,4299	13	0,65	0,4299
17	84	-0,4251	13,4	0,67	0,4251
16	85	-0,4203	13,8	0,69	0,4203
15	86	-0,4155	14,2	0,71	0,4155
14	87	-0,4106	14,6	0,73	0,4106
13	88	-0,4056	15	0,75	0,4056
12	89	-0,4004	15,4	0,77	0,4004
11	90	-0,3951	15,8	0,79	0,3951
10	91	-0,3896	16,2	0,81	0,3896



9	92	-0,3837	16,6	0,83	0,3837
8	93	-0,3774	17	0,85	0,3774
7	94	-0,3706	17,4	0,87	0,3706
6	95	-0,3631	17,8	0,89	0,3631
5	96	-0,3547	18,2	0,91	0,3547
4	97	-0,3447	18,6	0,93	0,3447
3	98	-0,3324	19	0,95	0,3324
2	99	-0,3157	19,4	0,97	0,3157
1	100	-0,2881	19,8	0,99	0,2881



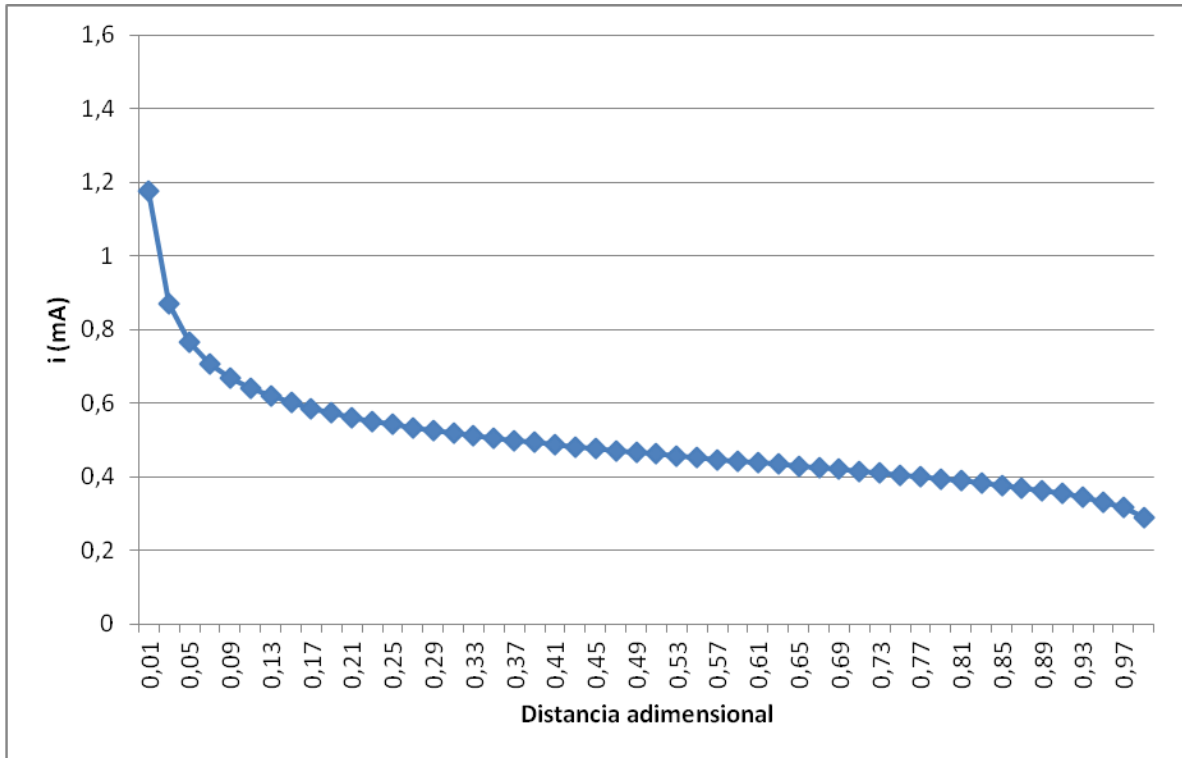
**Figura 23. Profundidad de 10m y ancho de 20m**

#### 4.1.11. Profundidad de 11m y ancho de 20m

**Tabla 11. Profundidad de 11m y ancho de 20m**

Celdas		i (mA)	Distancia entre electrodos (m)	Distancia adimensional	i (mA) Valor absoluto
+	-				
50	51	-1,1750	0,2	0,01	1,1750
49	52	-0,8711	0,6	0,03	0,8711
48	53	-0,7654	1	0,05	0,7654
47	54	-0,7075	1,4	0,07	0,7075
46	55	-0,6692	1,8	0,09	0,6692
45	56	-0,6411	2,2	0,11	0,6411
44	57	-0,6191	2,6	0,13	0,6191
43	58	-0,6012	3	0,15	0,6012
42	59	-0,5861	3,4	0,17	0,5861
41	60	-0,5732	3,8	0,19	0,5732
40	61	-0,5617	4,2	0,21	0,5617
39	62	-0,5515	4,6	0,23	0,5515
38	63	-0,5422	5	0,25	0,5422
37	64	-0,5337	5,4	0,27	0,5337
36	65	-0,5259	5,8	0,29	0,5259
35	66	-0,5185	6,2	0,31	0,5185
34	67	-0,5117	6,6	0,33	0,5117
33	68	-0,5052	7	0,35	0,5052
32	69	-0,4990	7,4	0,37	0,4990
31	70	-0,4931	7,8	0,39	0,4931
30	71	-0,4875	8,2	0,41	0,4875
29	72	-0,4820	8,6	0,43	0,4820
28	73	-0,4768	9	0,45	0,4768
27	74	-0,4717	9,4	0,47	0,4717
26	75	-0,4667	9,8	0,49	0,4667
25	76	-0,4618	10,2	0,51	0,4618
24	77	-0,4570	10,6	0,53	0,4570
23	78	-0,4523	11	0,55	0,4523
22	79	-0,4477	11,4	0,57	0,4477
21	80	-0,4431	11,8	0,59	0,4431
20	81	-0,4385	12,2	0,61	0,4385
19	82	-0,4340	12,6	0,63	0,4340
18	83	-0,4294	13	0,65	0,4294
17	84	-0,4248	13,4	0,67	0,4248
16	85	-0,4202	13,8	0,69	0,4202
15	86	-0,4155	14,2	0,71	0,4155
14	87	-0,4107	14,6	0,73	0,4107
13	88	-0,4059	15	0,75	0,4059
12	89	-0,4008	15,4	0,77	0,4008
11	90	-0,3956	15,8	0,79	0,3956
10	91	-0,3901	16,2	0,81	0,3901

9	92	-0,3843	16,6	0,83	0,3843
8	93	-0,3781	17	0,85	0,3781
7	94	-0,3713	17,4	0,87	0,3713
6	95	-0,3639	17,8	0,89	0,3639
5	96	-0,3554	18,2	0,91	0,3554
4	97	-0,3454	18,6	0,93	0,3454
3	98	-0,3331	19	0,95	0,3331
2	99	-0,3164	19,4	0,97	0,3164
1	100	-0,2892	19,8	0,99	0,2892



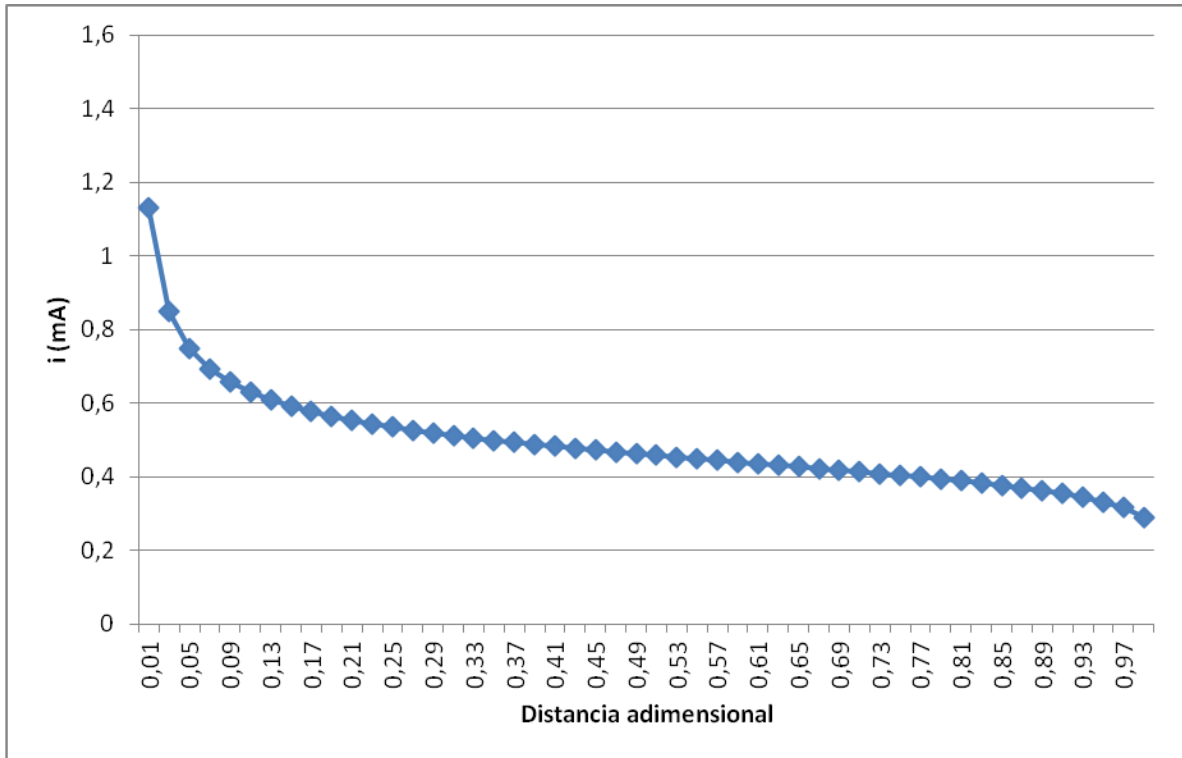
**Figura 24. Profundidad de 11m y ancho de 20m**

#### 4.1.12. Profundidad de 12m y ancho de 20m

**Tabla 12. Profundidad de 12m y ancho de 20m**

Celdas		i (mA)	Distancia entre electrodos (m)	Distancia adimensional	i (mA) Valor absoluto
+	-				
50	51	-1,1295	0,2	0,01	1,1295
49	52	-0,8502	0,6	0,03	0,8502
48	53	-0,7497	1	0,05	0,7497
47	54	-0,6942	1,4	0,07	0,6942
46	55	-0,6573	1,8	0,09	0,6573
45	56	-0,6303	2,2	0,11	0,6303
44	57	-0,6092	2,6	0,13	0,6092
43	58	-0,5920	3	0,15	0,5920
42	59	-0,5775	3,4	0,17	0,5775
41	60	-0,5650	3,8	0,19	0,5650
40	61	-0,5540	4,2	0,21	0,5540
39	62	-0,5442	4,6	0,23	0,5442
38	63	-0,5353	5	0,25	0,5353
37	64	-0,5272	5,4	0,27	0,5272
36	65	-0,5196	5,8	0,29	0,5196
35	66	-0,5127	6,2	0,31	0,5127
34	67	-0,5061	6,6	0,33	0,5061
33	68	-0,4999	7	0,35	0,4999
32	69	-0,4940	7,4	0,37	0,4940
31	70	-0,4884	7,8	0,39	0,4884
30	71	-0,4830	8,2	0,41	0,4830
29	72	-0,4778	8,6	0,43	0,4778
28	73	-0,4728	9	0,45	0,4728
27	74	-0,4679	9,4	0,47	0,4679
26	75	-0,4632	9,8	0,49	0,4632
25	76	-0,4585	10,2	0,51	0,4585
24	77	-0,4540	10,6	0,53	0,4540
23	78	-0,4495	11	0,55	0,4495
22	79	-0,4450	11,4	0,57	0,4450
21	80	-0,4406	11,8	0,59	0,4406
20	81	-0,4362	12,2	0,61	0,4362
19	82	-0,4319	12,6	0,63	0,4319
18	83	-0,4275	13	0,65	0,4275
17	84	-0,4230	13,4	0,67	0,4230
16	85	-0,4186	13,8	0,69	0,4186
15	86	-0,4140	14,2	0,71	0,4140
14	87	-0,4094	14,6	0,73	0,4094
13	88	-0,4046	15	0,75	0,4046
12	89	-0,3997	15,4	0,77	0,3997
11	90	-0,3945	15,8	0,79	0,3945
10	91	-0,3891	16,2	0,81	0,3891

9	92	-0,3834	16,6	0,83	0,3834
8	93	-0,3773	17	0,85	0,3773
7	94	-0,3706	17,4	0,87	0,3706
6	95	-0,3632	17,8	0,89	0,3632
5	96	-0,3548	18,2	0,91	0,3548
4	97	-0,3449	18,6	0,93	0,3449
3	98	-0,3327	19	0,95	0,3327
2	99	-0,3161	19,4	0,97	0,3161
1	100	-0,2895	19,8	0,99	0,2895



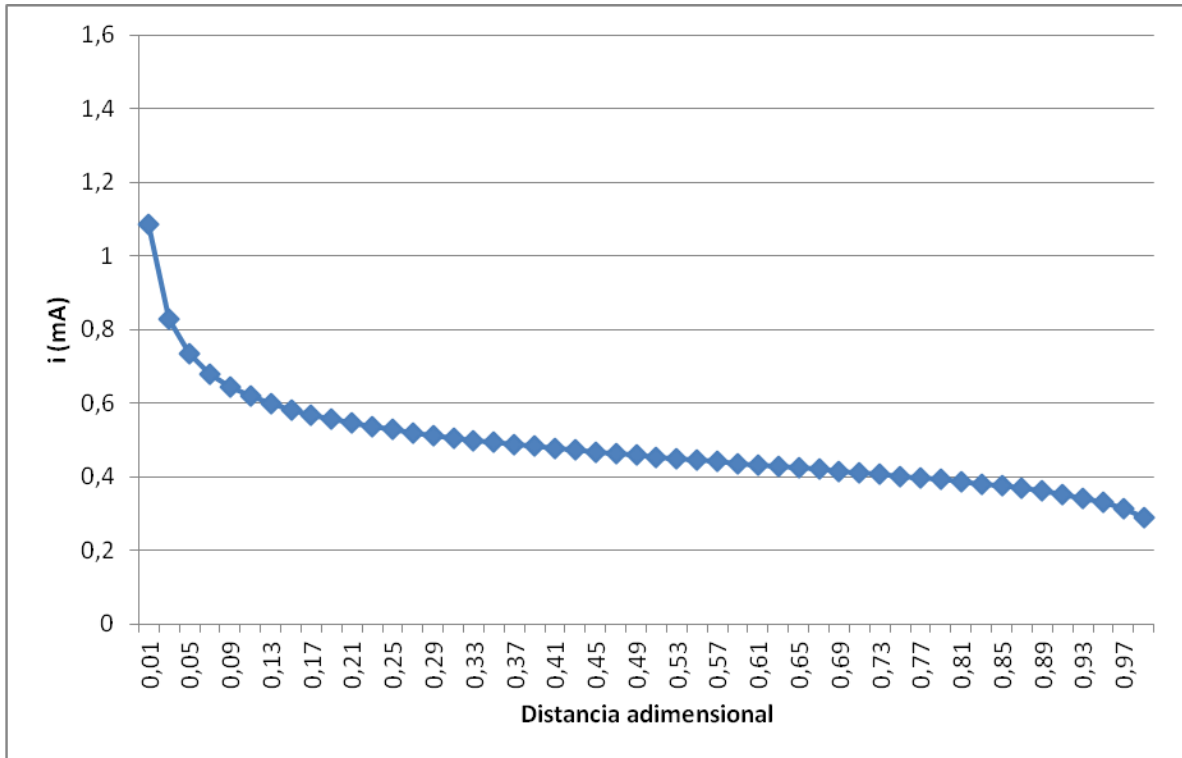
**Figura 25. Profundidad de 12m y ancho de 20m**

#### 4.1.13. Profundidad de 13m y ancho de 20m

**Tabla 13. Profundidad de 13m y ancho de 20m**

Celdas		i (mA)	Distancia entre electrodos (m)	Distancia adimensional	i (mA) Valor absoluto
+	-				
50	51	-1,0857	0,2	0,01	1,0857
49	52	-0,8292	0,6	0,03	0,8292
48	53	-0,7338	1	0,05	0,7338
47	54	-0,6807	1,4	0,07	0,6807
46	55	-0,6453	1,8	0,09	0,6453
45	56	-0,6193	2,2	0,11	0,6193
44	57	-0,5990	2,6	0,13	0,5990
43	58	-0,5824	3	0,15	0,5824
42	59	-0,5685	3,4	0,17	0,5685
41	60	-0,5565	3,8	0,19	0,5565
40	61	-0,5459	4,2	0,21	0,5459
39	62	-0,5364	4,6	0,23	0,5364
38	63	-0,5279	5	0,25	0,5279
37	64	-0,5201	5,4	0,27	0,5201
36	65	-0,5129	5,8	0,29	0,5129
35	66	-0,5062	6,2	0,31	0,5062
34	67	-0,4999	6,6	0,33	0,4999
33	68	-0,4940	7	0,35	0,4940
32	69	-0,4883	7,4	0,37	0,4883
31	70	-0,4830	7,8	0,39	0,4830
30	71	-0,4778	8,2	0,41	0,4778
29	72	-0,4728	8,6	0,43	0,4728
28	73	-0,4680	9	0,45	0,4680
27	74	-0,4634	9,4	0,47	0,4634
26	75	-0,4588	9,8	0,49	0,4588
25	76	-0,4544	10,2	0,51	0,4544
24	77	-0,4500	10,6	0,53	0,4500
23	78	-0,4457	11	0,55	0,4457
22	79	-0,4414	11,4	0,57	0,4414
21	80	-0,4372	11,8	0,59	0,4372
20	81	-0,4329	12,2	0,61	0,4329
19	82	-0,4287	12,6	0,63	0,4287
18	83	-0,4245	13	0,65	0,4245
17	84	-0,4202	13,4	0,67	0,4202
16	85	-0,4158	13,8	0,69	0,4158
15	86	-0,4114	14,2	0,71	0,4114
14	87	-0,4069	14,6	0,73	0,4069
13	88	-0,4022	15	0,75	0,4022
12	89	-0,3974	15,4	0,77	0,3974
11	90	-0,3924	15,8	0,79	0,3924
10	91	-0,3871	16,2	0,81	0,3871

9	92	-0,3815	16,6	0,83	0,3815
8	93	-0,3755	17	0,85	0,3755
7	94	-0,3689	17,4	0,87	0,3689
6	95	-0,3616	17,8	0,89	0,3616
5	96	-0,3533	18,2	0,91	0,3533
4	97	-0,3435	18,6	0,93	0,3435
3	98	-0,3314	19	0,95	0,3314
2	99	-0,3150	19,4	0,97	0,3150
1	100	-0,2891	19,8	0,99	0,2891



**Figura 26. Profundidad de 13m y ancho de 20m**

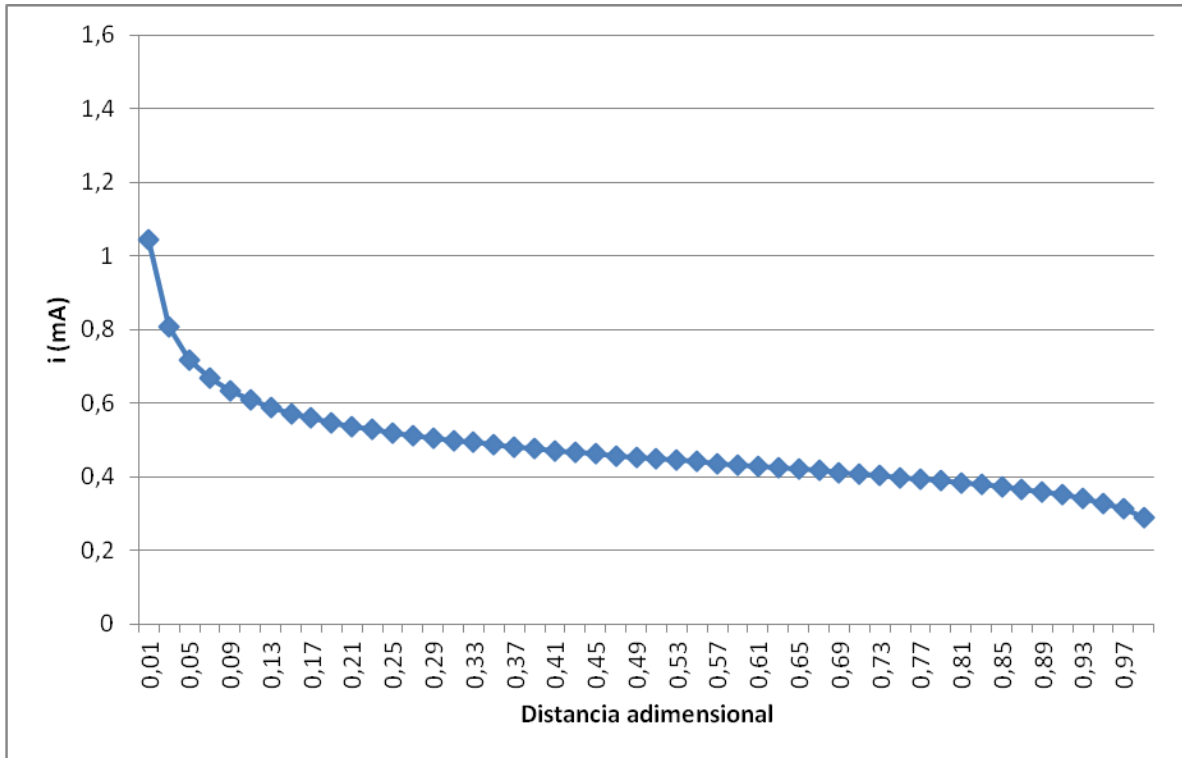
#### 4.1.14. Profundidad de 14m y ancho de 20m

**Tabla 14. Profundidad de 14m y ancho de 20m**

Celdas		i (mA)	Distancia entre electrodos (m)	Distancia adimensional	i (mA) Valor absoluto
+	-				
50	51	-1,0438	0,2	0,01	1,0438
49	52	-0,8084	0,6	0,03	0,8084
48	53	-0,7180	1	0,05	0,7180
47	54	-0,6672	1,4	0,07	0,6672
46	55	-0,6332	1,8	0,09	0,6332
45	56	-0,6083	2,2	0,11	0,6083
44	57	-0,5887	2,6	0,13	0,5887
43	58	-0,5727	3	0,15	0,5727
42	59	-0,5593	3,4	0,17	0,5593
41	60	-0,5477	3,8	0,19	0,5477
40	61	-0,5375	4,2	0,21	0,5375
39	62	-0,5284	4,6	0,23	0,5284
38	63	-0,5202	5	0,25	0,5202
37	64	-0,5127	5,4	0,27	0,5127
36	65	-0,5058	5,8	0,29	0,5058
35	66	-0,4993	6,2	0,31	0,4993
34	67	-0,4933	6,6	0,33	0,4933
33	68	-0,4876	7	0,35	0,4876
32	69	-0,4822	7,4	0,37	0,4822
31	70	-0,4770	7,8	0,39	0,4770
30	71	-0,4721	8,2	0,41	0,4721
29	72	-0,4673	8,6	0,43	0,4673
28	73	-0,4627	9	0,45	0,4627
27	74	-0,4582	9,4	0,47	0,4582
26	75	-0,4538	9,8	0,49	0,4538
25	76	-0,4496	10,2	0,51	0,4496
24	77	-0,4454	10,6	0,53	0,4454
23	78	-0,4412	11	0,55	0,4412
22	79	-0,4371	11,4	0,57	0,4371
21	80	-0,4330	11,8	0,59	0,4330
20	81	-0,4289	12,2	0,61	0,4289
19	82	-0,4248	12,6	0,63	0,4248
18	83	-0,4207	13	0,65	0,4207
17	84	-0,4166	13,4	0,67	0,4166
16	85	-0,4123	13,8	0,69	0,4123
15	86	-0,4081	14,2	0,71	0,4081
14	87	-0,4037	14,6	0,73	0,4037
13	88	-0,3991	15	0,75	0,3991
12	89	-0,3944	15,4	0,77	0,3944
11	90	-0,3895	15,8	0,79	0,3895
10	91	-0,3843	16,2	0,81	0,3843



9	92	-0,3788	16,6	0,83	0,3788
8	93	-0,3729	17	0,85	0,3729
7	94	-0,3664	17,4	0,87	0,3664
6	95	-0,3592	17,8	0,89	0,3592
5	96	-0,3510	18,2	0,91	0,3510
4	97	-0,3414	18,6	0,93	0,3414
3	98	-0,3295	19	0,95	0,3295
2	99	-0,3134	19,4	0,97	0,3134
1	100	-0,2882	19,8	0,99	0,2882



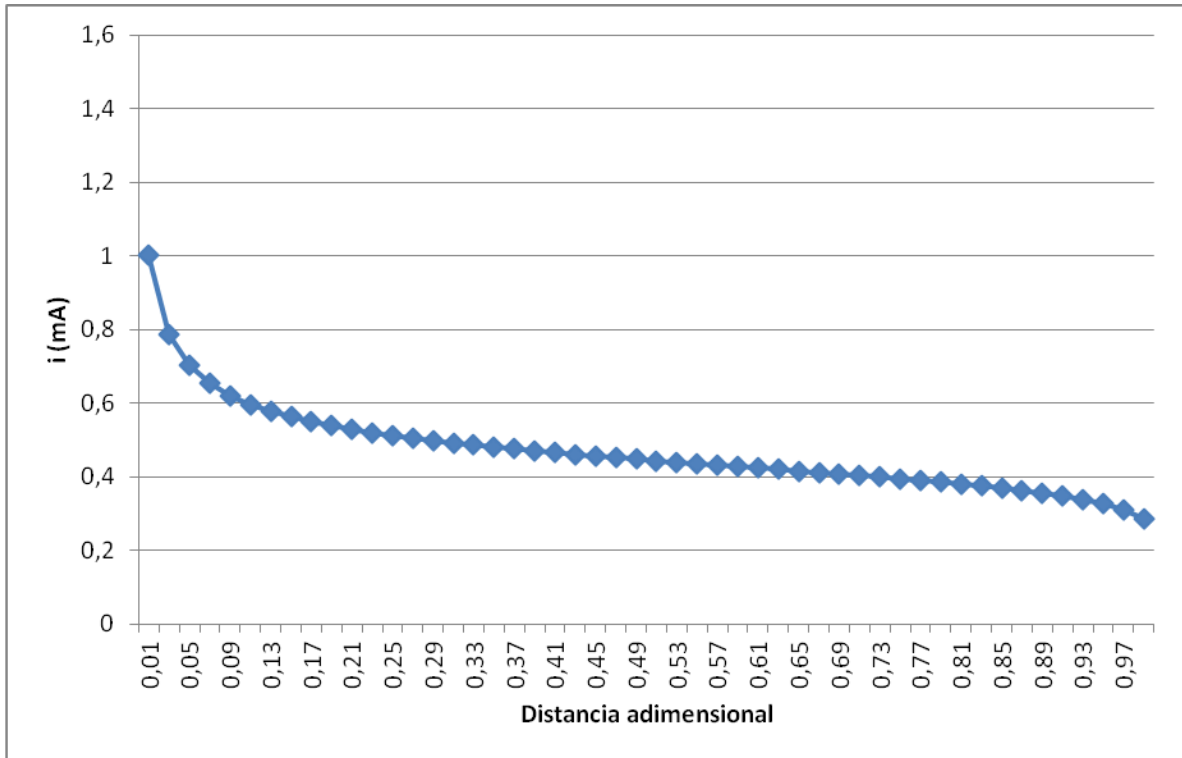
**Figura 27. Profundidad de 14m y ancho de 20m**

#### 4.1.15. Profundidad de 15m y ancho de 20m

**Tabla 15. Profundidad de 15m y ancho de 20m**

Celdas		i (mA)	Distancia entre electrodos (m)	Distancia adimensional	i (mA) Valor absoluto
+	-				
50	51	-1,0039	0,2	0,01	1,0039
49	52	-0,7878	0,6	0,03	0,7878
48	53	-0,7022	1	0,05	0,7022
47	54	-0,6537	1,4	0,07	0,6537
46	55	-0,6211	1,8	0,09	0,6211
45	56	-0,5971	2,2	0,11	0,5971
44	57	-0,5783	2,6	0,13	0,5783
43	58	-0,5630	3	0,15	0,5630
42	59	-0,5500	3,4	0,17	0,5500
41	60	-0,5388	3,8	0,19	0,5388
40	61	-0,5290	4,2	0,21	0,5290
39	62	-0,5203	4,6	0,23	0,5203
38	63	-0,5124	5	0,25	0,5124
37	64	-0,5051	5,4	0,27	0,5051
36	65	-0,4984	5,8	0,29	0,4984
35	66	-0,4922	6,2	0,31	0,4922
34	67	-0,4864	6,6	0,33	0,4864
33	68	-0,4809	7	0,35	0,4809
32	69	-0,4757	7,4	0,37	0,4757
31	70	-0,4708	7,8	0,39	0,4708
30	71	-0,4660	8,2	0,41	0,4660
29	72	-0,4614	8,6	0,43	0,4614
28	73	-0,4570	9	0,45	0,4570
27	74	-0,4526	9,4	0,47	0,4526
26	75	-0,4484	9,8	0,49	0,4484
25	76	-0,4443	10,2	0,51	0,4443
24	77	-0,4402	10,6	0,53	0,4402
23	78	-0,4362	11	0,55	0,4362
22	79	-0,4323	11,4	0,57	0,4323
21	80	-0,4283	11,8	0,59	0,4283
20	81	-0,4244	12,2	0,61	0,4244
19	82	-0,4204	12,6	0,63	0,4204
18	83	-0,4164	13	0,65	0,4164
17	84	-0,4124	13,4	0,67	0,4124
16	85	-0,4083	13,8	0,69	0,4083
15	86	-0,4041	14,2	0,71	0,4041
14	87	-0,3998	14,6	0,73	0,3998
13	88	-0,3954	15	0,75	0,3954
12	89	-0,3908	15,4	0,77	0,3908
11	90	-0,3860	15,8	0,79	0,3860
10	91	-0,3810	16,2	0,81	0,3810

9	92	-0,3756	16,6	0,83	0,3756
8	93	-0,3698	17	0,85	0,3698
7	94	-0,3634	17,4	0,87	0,3634
6	95	-0,3564	17,8	0,89	0,3564
5	96	-0,3483	18,2	0,91	0,3483
4	97	-0,3389	18,6	0,93	0,3389
3	98	-0,3272	19	0,95	0,3272
2	99	-0,3114	19,4	0,97	0,3114
1	100	-0,2870	19,8	0,99	0,2870



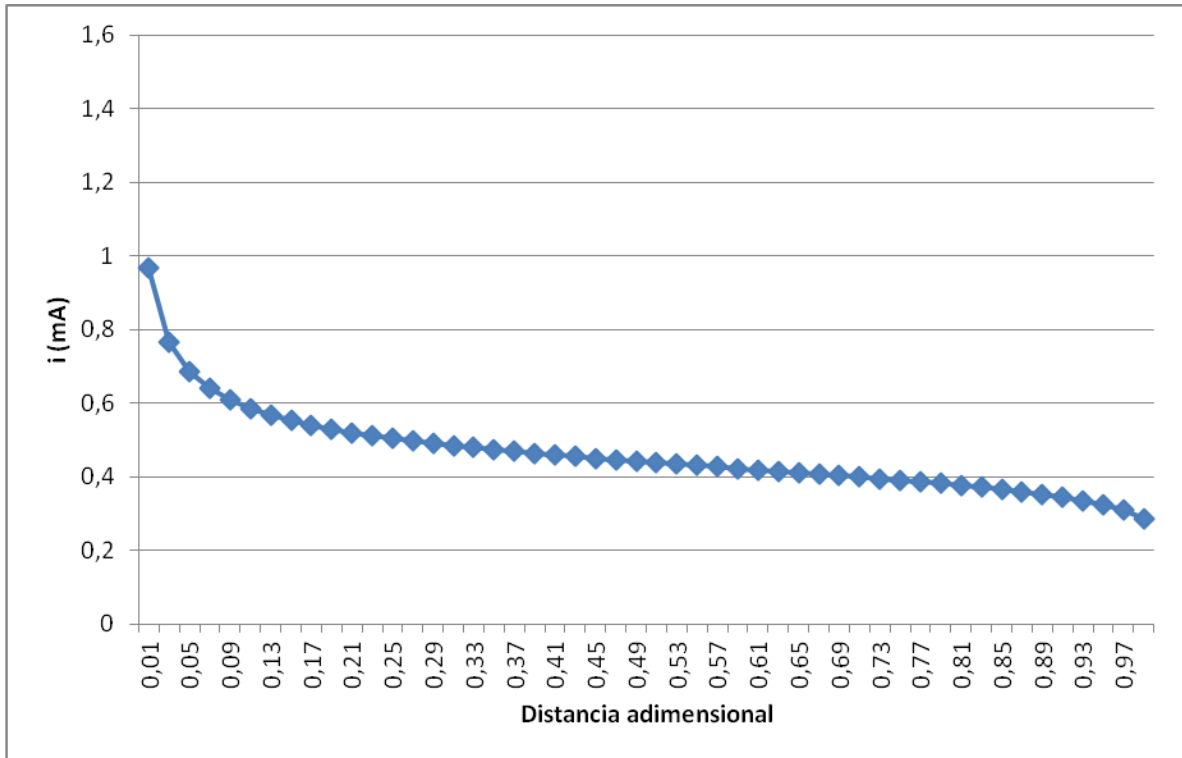
**Figura 28. Profundidad de 15m y ancho de 20m**

#### 4.1.16. Profundidad de 16m y ancho de 20m

**Tabla 16. Profundidad de 16m y ancho de 20m**

Celdas		i (mA)	Distancia entre electrodos (m)	Distancia adimensional	i (mA) Valor absoluto
+	-				
50	51	-0,9660	0,2	0,01	0,9660
49	52	-0,7676	0,6	0,03	0,7676
48	53	-0,6866	1	0,05	0,6866
47	54	-0,6403	1,4	0,07	0,6403
46	55	-0,6091	1,8	0,09	0,6091
45	56	-0,5860	2,2	0,11	0,5860
44	57	-0,5680	2,6	0,13	0,5680
43	58	-0,5532	3	0,15	0,5532
42	59	-0,5407	3,4	0,17	0,5407
41	60	-0,5299	3,8	0,19	0,5299
40	61	-0,5205	4,2	0,21	0,5205
39	62	-0,5120	4,6	0,23	0,5120
38	63	-0,5044	5	0,25	0,5044
37	64	-0,4974	5,4	0,27	0,4974
36	65	-0,4910	5,8	0,29	0,4910
35	66	-0,4850	6,2	0,31	0,4850
34	67	-0,4794	6,6	0,33	0,4794
33	68	-0,4741	7	0,35	0,4741
32	69	-0,4691	7,4	0,37	0,4691
31	70	-0,4643	7,8	0,39	0,4643
30	71	-0,4597	8,2	0,41	0,4597
29	72	-0,4552	8,6	0,43	0,4552
28	73	-0,4510	9	0,45	0,4510
27	74	-0,4468	9,4	0,47	0,4468
26	75	-0,4427	9,8	0,49	0,4427
25	76	-0,4387	10,2	0,51	0,4387
24	77	-0,4348	10,6	0,53	0,4348
23	78	-0,4309	11	0,55	0,4309
22	79	-0,4271	11,4	0,57	0,4271
21	80	-0,4233	11,8	0,59	0,4233
20	81	-0,4195	12,2	0,61	0,4195
19	82	-0,4156	12,6	0,63	0,4156
18	83	-0,4118	13	0,65	0,4118
17	84	-0,4078	13,4	0,67	0,4078
16	85	-0,4039	13,8	0,69	0,4039
15	86	-0,3998	14,2	0,71	0,3998
14	87	-0,3956	14,6	0,73	0,3956
13	88	-0,3913	15	0,75	0,3913
12	89	-0,3869	15,4	0,77	0,3869
11	90	-0,3822	15,8	0,79	0,3822
10	91	-0,3772	16,2	0,81	0,3772

9	92	-0,3720	16,6	0,83	0,3720
8	93	-0,3663	17	0,85	0,3663
7	94	-0,3601	17,4	0,87	0,3601
6	95	-0,3532	17,8	0,89	0,3532
5	96	-0,3453	18,2	0,91	0,3453
4	97	-0,3360	18,6	0,93	0,3360
3	98	-0,3245	19	0,95	0,3245
2	99	-0,3091	19,4	0,97	0,3091
1	100	-0,2855	19,8	0,99	0,2855



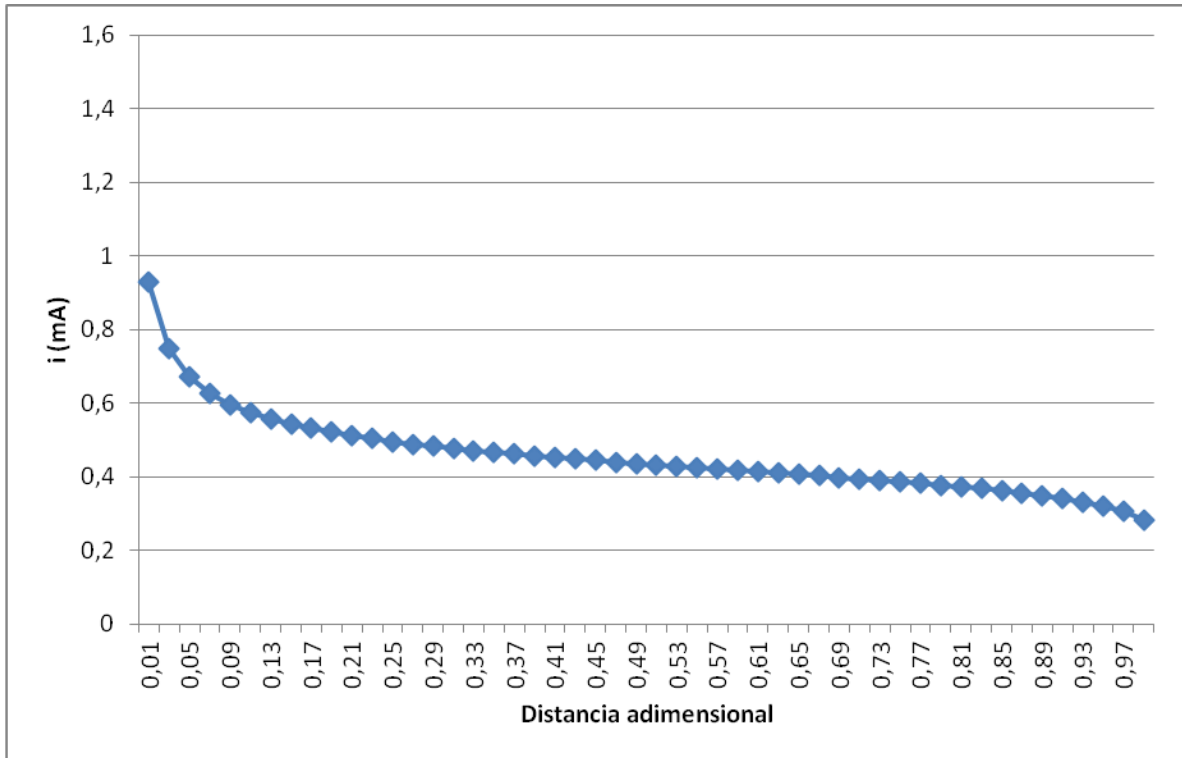
**Figura 29. Profundidad de 16m y ancho de 20m**

#### 4.1.17. Profundidad de 17m y ancho de 20m

**Tabla 17. Profundidad de 17m y ancho de 20m**

Celdas		i (mA)	Distancia entre electrodos (m)	Distancia adimensional	i (mA) Valor absoluto
+	-				
50	51	-0,9301	0,2	0,01	0,9301
49	52	-0,7479	0,6	0,03	0,7479
48	53	-0,6713	1	0,05	0,6713
47	54	-0,6271	1,4	0,07	0,6271
46	55	-0,5972	1,8	0,09	0,5972
45	56	-0,5750	2,2	0,11	0,5750
44	57	-0,5576	2,6	0,13	0,5576
43	58	-0,5434	3	0,15	0,5434
42	59	-0,5314	3,4	0,17	0,5314
41	60	-0,5210	3,8	0,19	0,5210
40	61	-0,5119	4,2	0,21	0,5119
39	62	-0,5037	4,6	0,23	0,5037
38	63	-0,4964	5	0,25	0,4964
37	64	-0,4896	5,4	0,27	0,4896
36	65	-0,4834	5,8	0,29	0,4834
35	66	-0,4776	6,2	0,31	0,4776
34	67	-0,4722	6,6	0,33	0,4722
33	68	-0,4671	7	0,35	0,4671
32	69	-0,4622	7,4	0,37	0,4622
31	70	-0,4576	7,8	0,39	0,4576
30	71	-0,4532	8,2	0,41	0,4532
29	72	-0,4489	8,6	0,43	0,4489
28	73	-0,4448	9	0,45	0,4448
27	74	-0,4408	9,4	0,47	0,4408
26	75	-0,4368	9,8	0,49	0,4368
25	76	-0,4330	10,2	0,51	0,4330
24	77	-0,4292	10,6	0,53	0,4292
23	78	-0,4254	11	0,55	0,4254
22	79	-0,4217	11,4	0,57	0,4217
21	80	-0,4180	11,8	0,59	0,4180
20	81	-0,4143	12,2	0,61	0,4143
19	82	-0,4106	12,6	0,63	0,4106
18	83	-0,4068	13	0,65	0,4068
17	84	-0,4030	13,4	0,67	0,4030
16	85	-0,3992	13,8	0,69	0,3992
15	86	-0,3952	14,2	0,71	0,3952
14	87	-0,3912	14,6	0,73	0,3912
13	88	-0,3870	15	0,75	0,3870
12	89	-0,3826	15,4	0,77	0,3826
11	90	-0,3781	15,8	0,79	0,3781
10	91	-0,3732	16,2	0,81	0,3732

9	92	-0,3681	16,6	0,83	0,3681
8	93	-0,3625	17	0,85	0,3625
7	94	-0,3564	17,4	0,87	0,3564
6	95	-0,3497	17,8	0,89	0,3497
5	96	-0,3420	18,2	0,91	0,3420
4	97	-0,3329	18,6	0,93	0,3329
3	98	-0,3216	19	0,95	0,3216
2	99	-0,3066	19,4	0,97	0,3066
1	100	-0,2838	19,8	0,99	0,2838



**Figura 30. Profundidad de 17m y ancho de 20m**

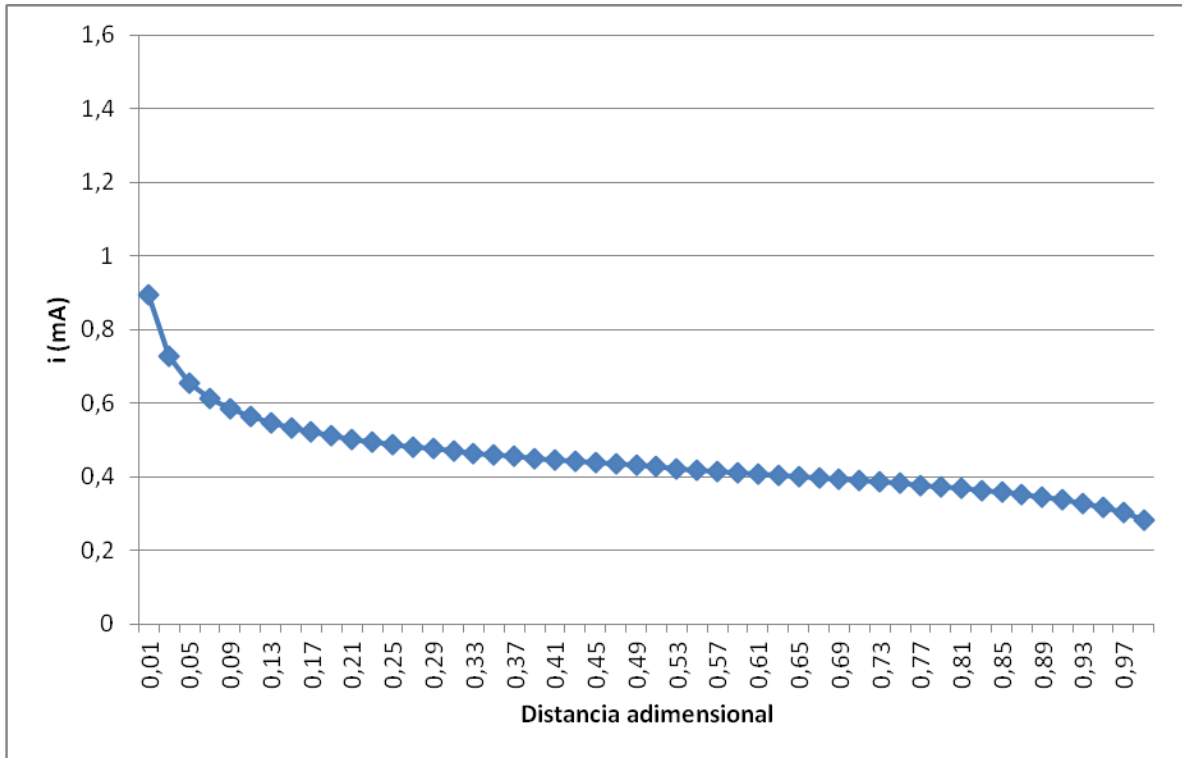
#### 4.1.18. Profundidad de 18m y ancho de 20m

**Tabla 18. Profundidad de 18m y ancho de 20m**

Celdas		i (mA)	Distancia entre electrodos (m)	Distancia adimensional	i (mA) Valor absoluto
+	-				
50	51	-0,8961	0,2	0,01	0,8961
49	52	-0,7287	0,6	0,03	0,7287
48	53	-0,6563	1	0,05	0,6563
47	54	-0,6141	1,4	0,07	0,6141
46	55	-0,5855	1,8	0,09	0,5855
45	56	-0,5642	2,2	0,11	0,5642
44	57	-0,5474	2,6	0,13	0,5474
43	58	-0,5337	3	0,15	0,5337
42	59	-0,5221	3,4	0,17	0,5221
41	60	-0,5121	3,8	0,19	0,5121
40	61	-0,5033	4,2	0,21	0,5033
39	62	-0,4955	4,6	0,23	0,4955
38	63	-0,4884	5	0,25	0,4884
37	64	-0,4819	5,4	0,27	0,4819
36	65	-0,4759	5,8	0,29	0,4759
35	66	-0,4703	6,2	0,31	0,4703
34	67	-0,4651	6,6	0,33	0,4651
33	68	-0,4601	7	0,35	0,4601
32	69	-0,4554	7,4	0,37	0,4554
31	70	-0,4510	7,8	0,39	0,4510
30	71	-0,4467	8,2	0,41	0,4467
29	72	-0,4425	8,6	0,43	0,4425
28	73	-0,4385	9	0,45	0,4385
27	74	-0,4346	9,4	0,47	0,4346
26	75	-0,4308	9,8	0,49	0,4308
25	76	-0,4271	10,2	0,51	0,4271
24	77	-0,4234	10,6	0,53	0,4234
23	78	-0,4198	11	0,55	0,4198
22	79	-0,4162	11,4	0,57	0,4162
21	80	-0,4126	11,8	0,59	0,4126
20	81	-0,4090	12,2	0,61	0,4090
19	82	-0,4054	12,6	0,63	0,4054
18	83	-0,4018	13	0,65	0,4018
17	84	-0,3981	13,4	0,67	0,3981
16	85	-0,3943	13,8	0,69	0,3943
15	86	-0,3905	14,2	0,71	0,3905
14	87	-0,3865	14,6	0,73	0,3865
13	88	-0,3825	15	0,75	0,3825
12	89	-0,3782	15,4	0,77	0,3782
11	90	-0,3737	15,8	0,79	0,3737
10	91	-0,3690	16,2	0,81	0,3690



9	92	-0,3640	16,6	0,83	0,3640
8	93	-0,3586	17	0,85	0,3586
7	94	-0,3526	17,4	0,87	0,3526
6	95	-0,3460	17,8	0,89	0,3460
5	96	-0,3385	18,2	0,91	0,3385
4	97	-0,3296	18,6	0,93	0,3296
3	98	-0,3186	19	0,95	0,3186
2	99	-0,3039	19,4	0,97	0,3039
1	100	-0,2820	19,8	0,99	0,2820



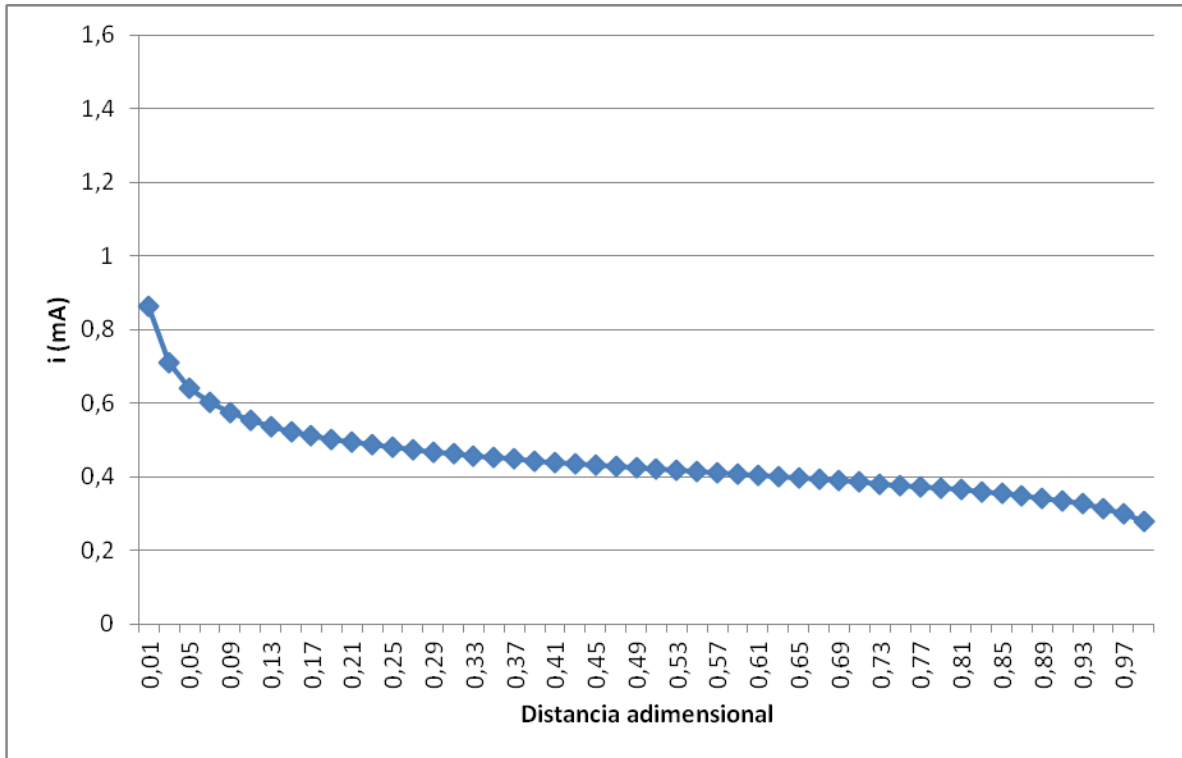
**Figura 31. Profundidad de 18m y ancho de 20m**

#### 4.1.19. Profundidad de 19m y ancho de 20m

**Tabla 19. Profundidad de 19m y ancho de 20m**

Celdas		i (mA)	Distancia entre electrodos (m)	Distancia adimensional	i (mA) Valor absoluto
+	-				
50	51	-0,8641	0,2	0,01	0,8641
49	52	-0,7100	0,6	0,03	0,7100
48	53	-0,6416	1	0,05	0,6416
47	54	-0,6014	1,4	0,07	0,6014
46	55	-0,5739	1,8	0,09	0,5739
45	56	-0,5535	2,2	0,11	0,5535
44	57	-0,5374	2,6	0,13	0,5374
43	58	-0,5242	3	0,15	0,5242
42	59	-0,5130	3,4	0,17	0,5130
41	60	-0,5034	3,8	0,19	0,5034
40	61	-0,4949	4,2	0,21	0,4949
39	62	-0,4873	4,6	0,23	0,4873
38	63	-0,4804	5	0,25	0,4804
37	64	-0,4741	5,4	0,27	0,4741
36	65	-0,4683	5,8	0,29	0,4683
35	66	-0,4629	6,2	0,31	0,4629
34	67	-0,4579	6,6	0,33	0,4579
33	68	-0,4531	7	0,35	0,4531
32	69	-0,4486	7,4	0,37	0,4486
31	70	-0,4443	7,8	0,39	0,4443
30	71	-0,4401	8,2	0,41	0,4401
29	72	-0,4361	8,6	0,43	0,4361
28	73	-0,4322	9	0,45	0,4322
27	74	-0,4285	9,4	0,47	0,4285
26	75	-0,4248	9,8	0,49	0,4248
25	76	-0,4211	10,2	0,51	0,4211
24	77	-0,4176	10,6	0,53	0,4176
23	78	-0,4141	11	0,55	0,4141
22	79	-0,4106	11,4	0,57	0,4106
21	80	-0,4071	11,8	0,59	0,4071
20	81	-0,4036	12,2	0,61	0,4036
19	82	-0,4001	12,6	0,63	0,4001
18	83	-0,3966	13	0,65	0,3966
17	84	-0,3930	13,4	0,67	0,3930
16	85	-0,3894	13,8	0,69	0,3894
15	86	-0,3856	14,2	0,71	0,3856
14	87	-0,3818	14,6	0,73	0,3818
13	88	-0,3778	15	0,75	0,3778
12	89	-0,3737	15,4	0,77	0,3737
11	90	-0,3693	15,8	0,79	0,3693
10	91	-0,3647	16,2	0,81	0,3647

9	92	-0,3598	16,6	0,83	0,3598
8	93	-0,3545	17	0,85	0,3545
7	94	-0,3487	17,4	0,87	0,3487
6	95	-0,3423	17,8	0,89	0,3423
5	96	-0,3349	18,2	0,91	0,3349
4	97	-0,3262	18,6	0,93	0,3262
3	98	-0,3155	19	0,95	0,3155
2	99	-0,3012	19,4	0,97	0,3012
1	100	-0,2800	19,8	0,99	0,2800



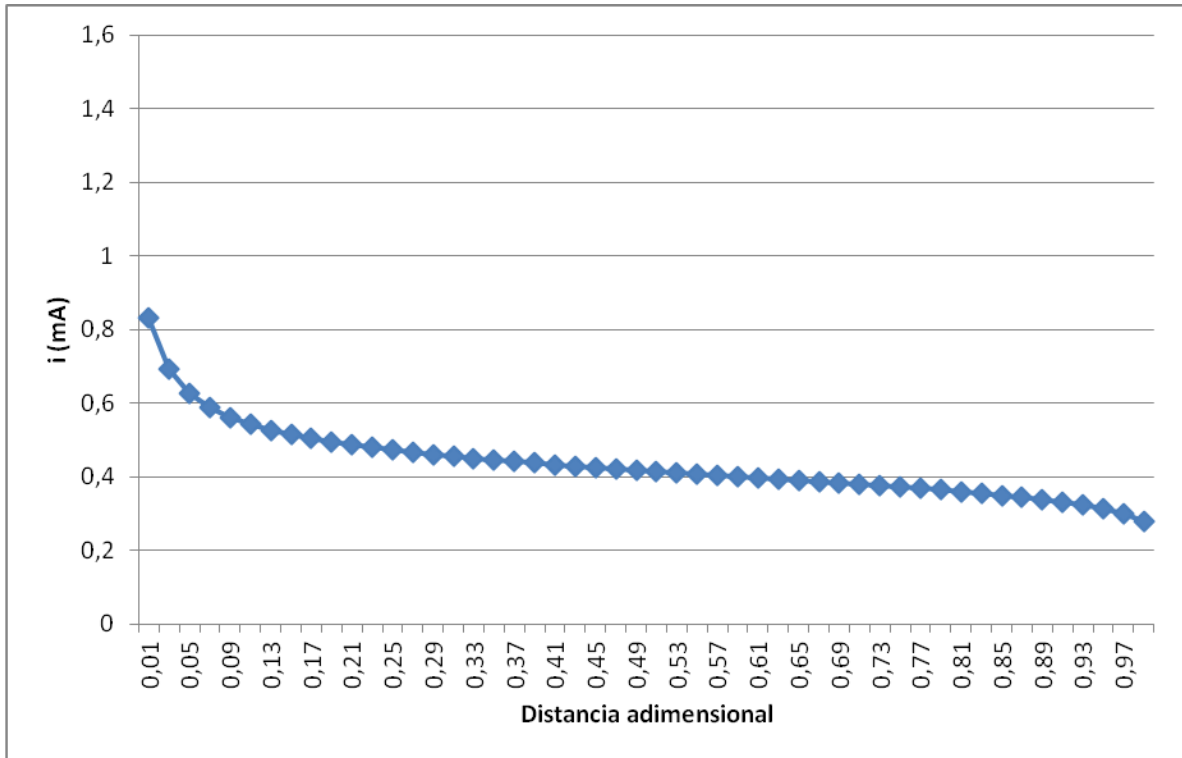
**Figura 32. Profundidad de 19m y ancho de 20m**

#### 4.1.20. Profundidad de 20m y ancho de 20m

**Tabla 20. Profundidad de 20m y ancho de 20m**

Celdas		i (mA)	Distancia entre electrodos (m)	Distancia adimensional	i (mA) Valor absoluto
+	-				
50	51	-0,8338	0,2	0,01	0,8338
49	52	-0,6919	0,6	0,03	0,6919
48	53	-0,6273	1	0,05	0,6273
47	54	-0,5889	1,4	0,07	0,5889
46	55	-0,5626	1,8	0,09	0,5626
45	56	-0,5430	2,2	0,11	0,5430
44	57	-0,5275	2,6	0,13	0,5275
43	58	-0,5148	3	0,15	0,5148
42	59	-0,5040	3,4	0,17	0,5040
41	60	-0,4947	3,8	0,19	0,4947
40	61	-0,4865	4,2	0,21	0,4865
39	62	-0,4792	4,6	0,23	0,4792
38	63	-0,4725	5	0,25	0,4725
37	64	-0,4665	5,4	0,27	0,4665
36	65	-0,4609	5,8	0,29	0,4609
35	66	-0,4557	6,2	0,31	0,4557
34	67	-0,4508	6,6	0,33	0,4508
33	68	-0,4462	7	0,35	0,4462
32	69	-0,4418	7,4	0,37	0,4418
31	70	-0,4376	7,8	0,39	0,4376
30	71	-0,4336	8,2	0,41	0,4336
29	72	-0,4297	8,6	0,43	0,4297
28	73	-0,4260	9	0,45	0,4260
27	74	-0,4223	9,4	0,47	0,4223
26	75	-0,4187	9,8	0,49	0,4187
25	76	-0,4152	10,2	0,51	0,4152
24	77	-0,4118	10,6	0,53	0,4118
23	78	-0,4084	11	0,55	0,4084
22	79	-0,4050	11,4	0,57	0,4050
21	80	-0,4016	11,8	0,59	0,4016
20	81	-0,3982	12,2	0,61	0,3982
19	82	-0,3948	12,6	0,63	0,3948
18	83	-0,3914	13	0,65	0,3914
17	84	-0,3879	13,4	0,67	0,3879
16	85	-0,3843	13,8	0,69	0,3843
15	86	-0,3807	14,2	0,71	0,3807
14	87	-0,3770	14,6	0,73	0,3770
13	88	-0,3731	15	0,75	0,3731
12	89	-0,3691	15,4	0,77	0,3691
11	90	-0,3648	15,8	0,79	0,3648
10	91	-0,3604	16,2	0,81	0,3604

9	92	-0,3556	16,6	0,83	0,3556
8	93	-0,3504	17	0,85	0,3504
7	94	-0,3448	17,4	0,87	0,3448
6	95	-0,3384	17,8	0,89	0,3384
5	96	-0,3312	18,2	0,91	0,3312
4	97	-0,3228	18,6	0,93	0,3228
3	98	-0,3123	19	0,95	0,3123
2	99	-0,2984	19,4	0,97	0,2984
1	100	-0,2780	19,8	0,99	0,2780



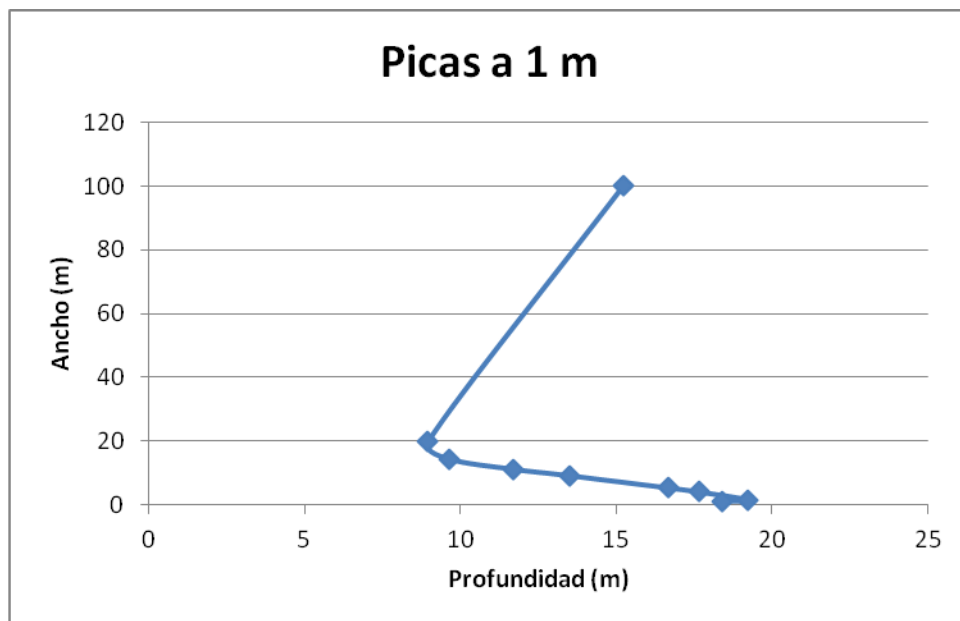
**Figura 33. Profundidad de 20m y ancho de 20m**

## 4.2. Segunda parte: Delimitación del terreno

### 4.2.1. Picas a 1m variando ancho y profundidad

**Tabla 21. Picas 1m**

Picas a 1 m			
Celdas	Ancho	Profundidad	Proporción
50-51	100	15,233	0,15233
48-53	20	8,955	0,44775
47-54	14,2857	9,65	0,67550068
46-55	11,1111	11,69	1,05210105
45-56	9,0909	13,505	1,48555149
41-60	5,2632	16,675	3,16822465
38-63	4	17,67	4,4175
17-84	1,4925	19,24	12,8911223
5-96	1,0753	18,38	17,0929043

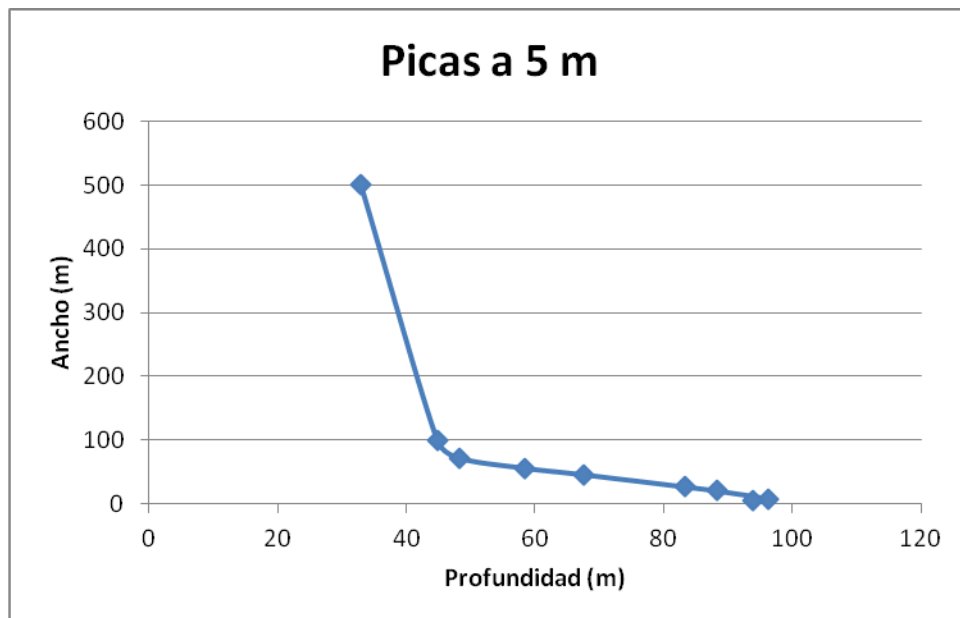


**Figura 34. Picas 1m**

#### 4.2.2. Picas a 5m variando ancho y profundidad

**Tabla 22. Picas 5m**

Picas a 5 m			
Celdas	Ancho	Profundidad	Proporcion
50-51	500	32,91	0,06582
48-53	100	44,78	0,4478
47-54	71,4286	48,25	0,67549973
46-55	55,5556	58,45	1,05209916
45-56	45,4545	67,53	1,48566149
41-60	26,3158	83,375	3,16824873
38-63	20	88,35	4,4175
17-84	7,4627	96,21	12,8921168
5-96	5,4945	93,93	17,0952771

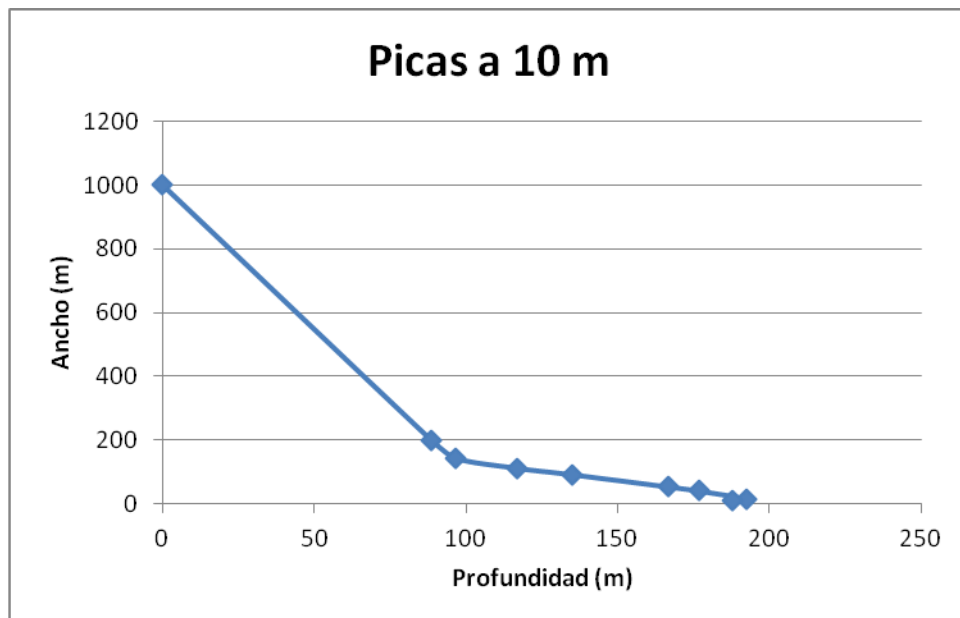


**Figura 35. Picas 5m**

### 4.2.3. Picas a 10m variando ancho y profundidad

**Tabla 23. Picas 10m**

Picas a 10 m			
Celdas	Ancho	Profundidad	Proporcion
50-51	1000	0,001	0,000001
48-53	200	88,62	0,4431
47-54	142,8571	96,49	0,6754302
46-55	111,1111	116,9	1,05210011
45-56	90,9091	135,05	1,48554985
41-60	52,6316	166,75	3,16824873
38-63	40	176,73	4,41825
17-84	14,9254	192,42	12,8921168
5-96	10,989	187,86	17,0952771



**Figura 36. Picas 10m**



### 4.3. Análisis de resultados

#### 4.3.1. Primera parte: Tabla de intensidades

Con los datos obtenidos vamos a interpretar como se comporta nuestro terreno. Las graficas que vamos a analizar nos muestran como varia la intensidad con respecto a la separación de las picas para una profundidad dada:

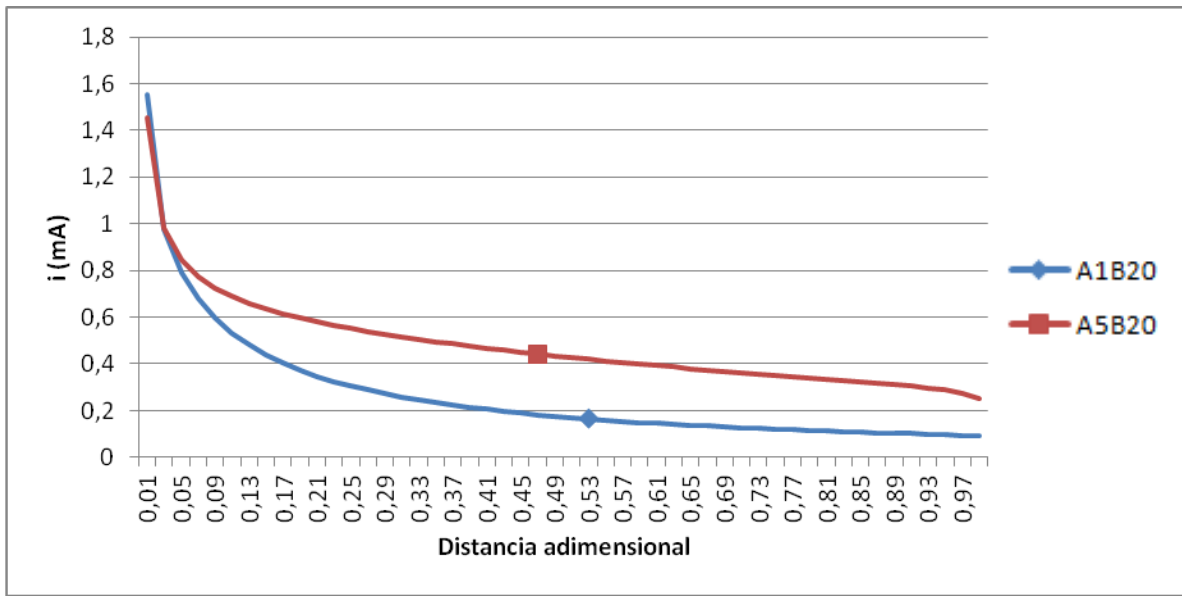


Figura 36. A1B20 y A5B20

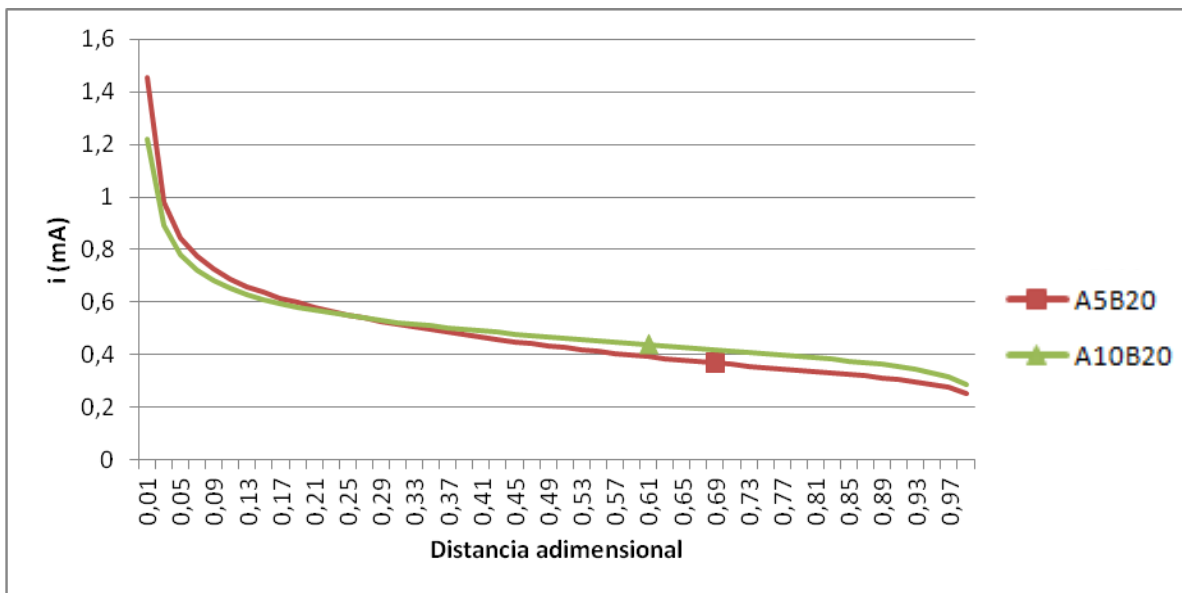
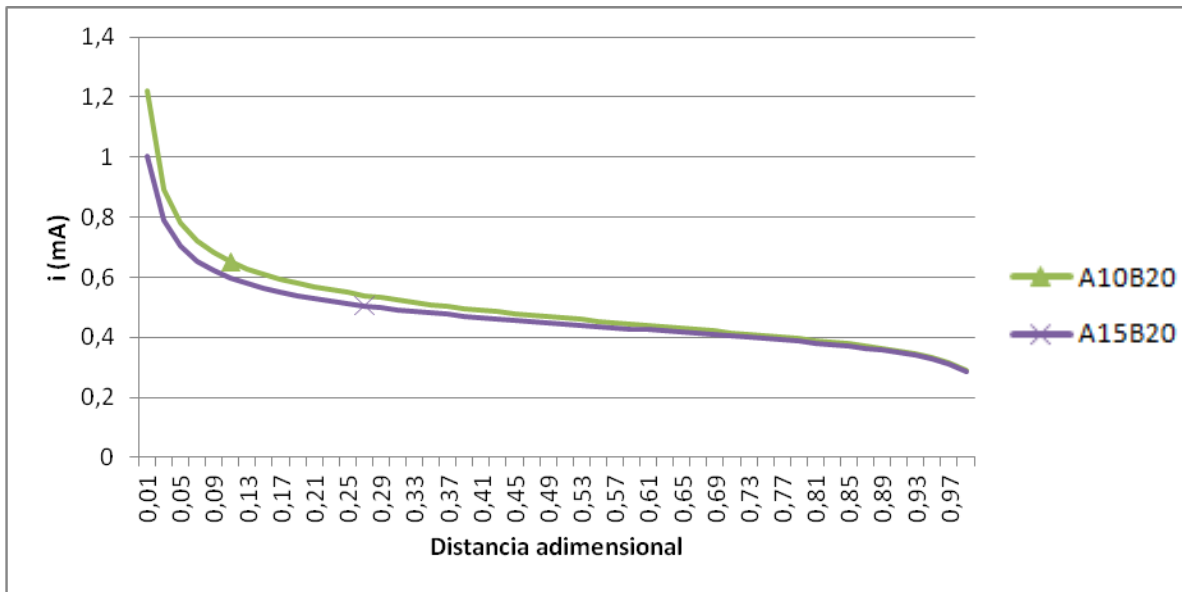


Figura 37. A5B20 y A10B20



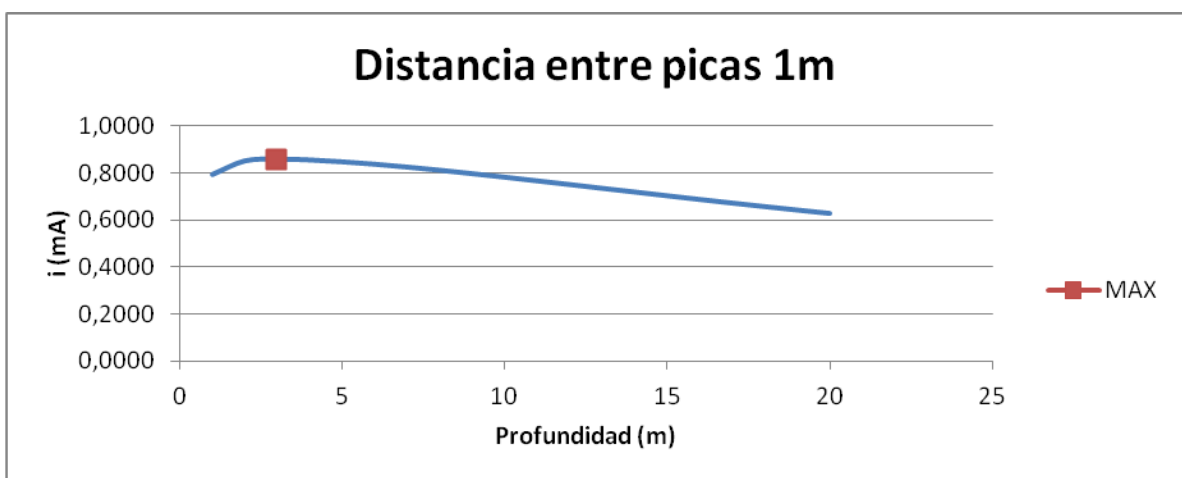
**Figura 38. A10B20 y A15B20**

Leyenda:

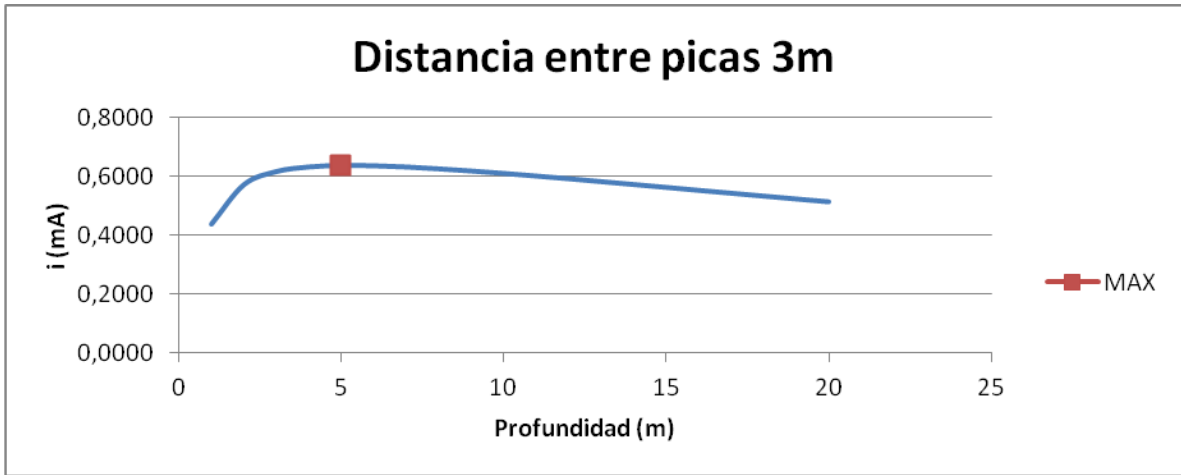
- A1B20 (profundidad de 1m y ancho de 20m)
- A5B20 (profundidad de 5m y ancho de 20m)
- A10B20 (profundidad de 10m y ancho de 20m)
- A15B20 (profundidad de 15m y ancho de 20m)
- Distancia adimensional: distancia entre picas (m) entre el ancho total del terreno (20m)

En la **Figura 36** vemos como en A1B20 la intensidad es mayor con menor separación entre las picas pero después en A5B20 la intensidad es mayor. En la **Figura 37** pasa lo mismo entre A5B20 y A10B20, pero en la **Figura 38** A10B20 es siempre mayor que A15B20.

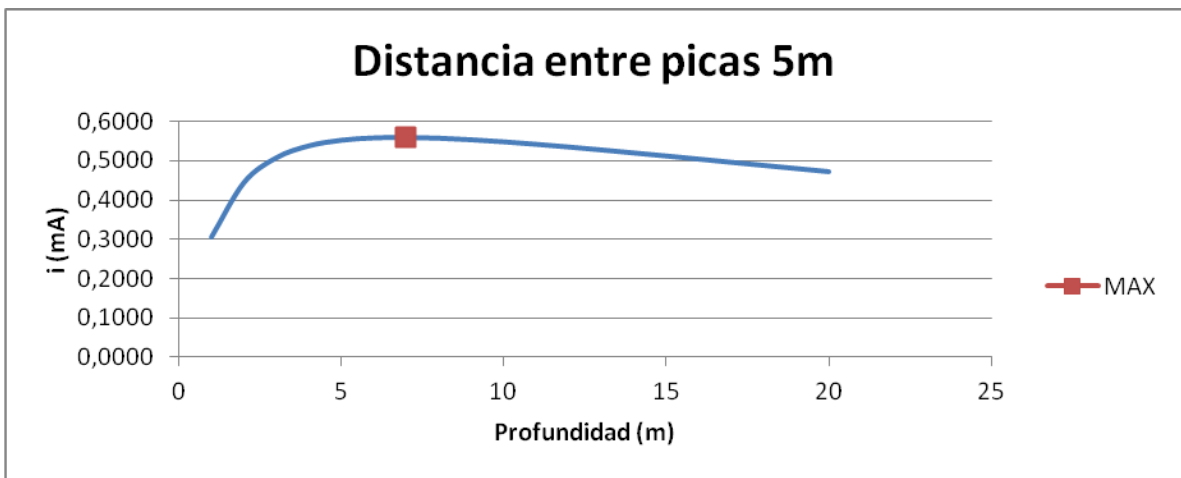
Para ver mejor lo que ocurre vamos a fijar la distancia entre picas y variamos la profundidad para ver cómo actúa el terreno para varios casos.



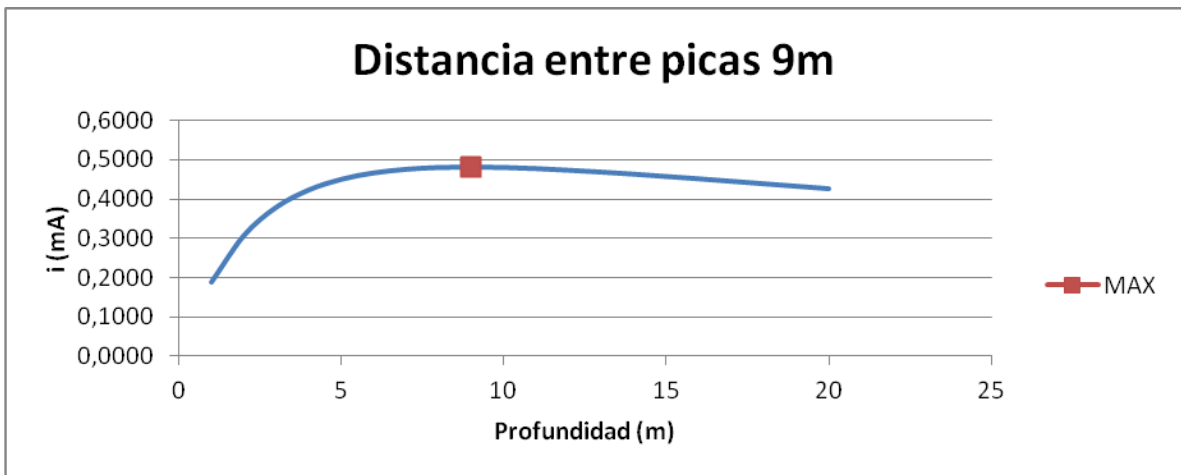
**Figura 39. Distancia entre picas 1m**



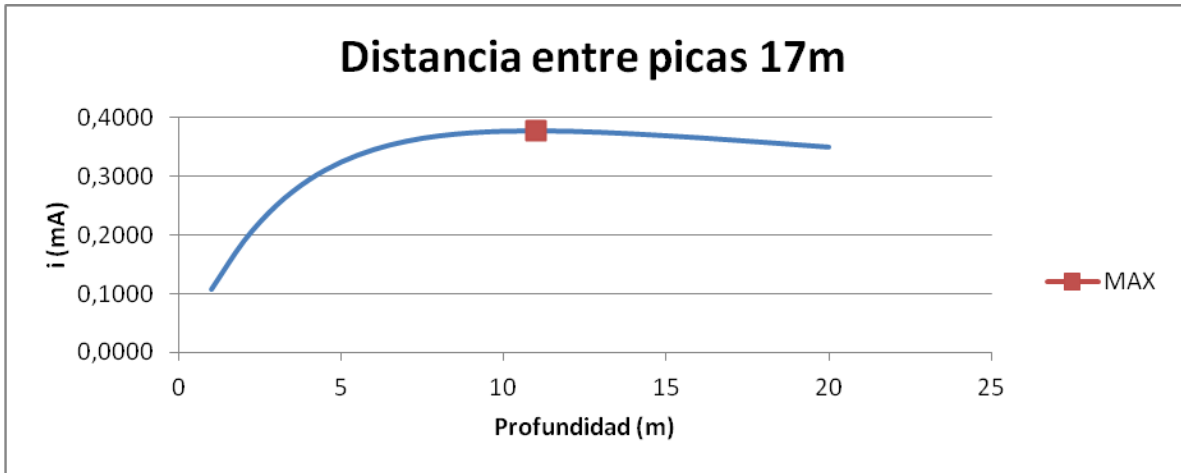
**Figura 40. Distancia entre picas 3m**



**Figura 41. Distancia entre picas 5m**

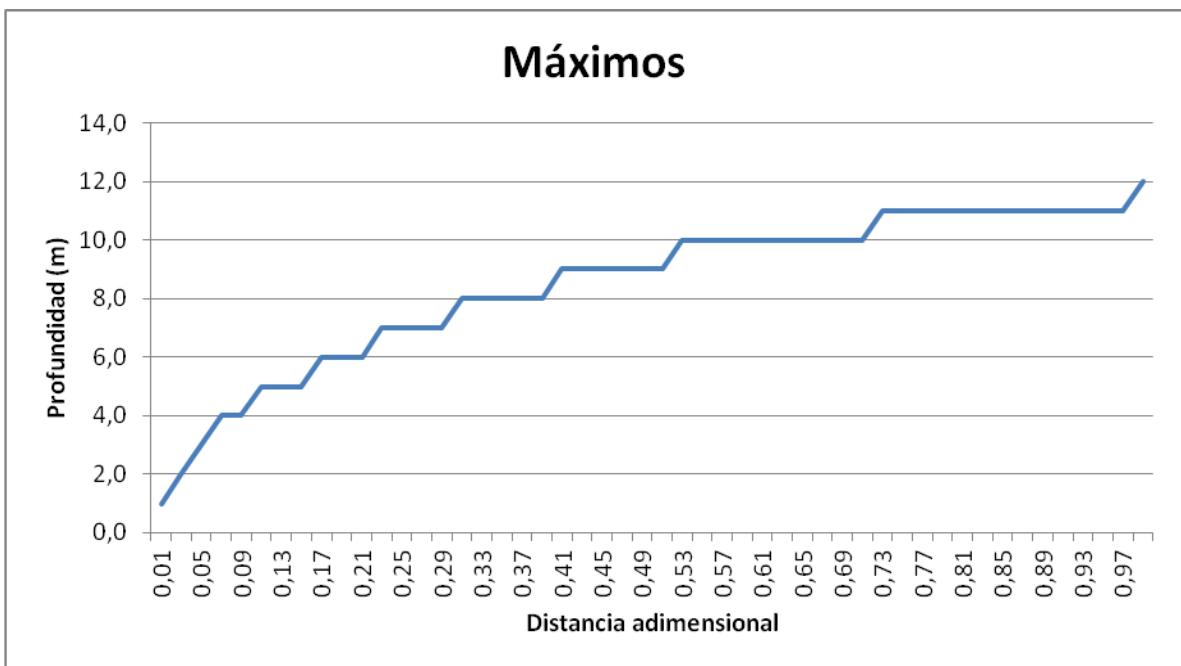


**Figura 42. Distancia entre picas 9m**



**Figura 43. Distancia entre picas 17m**

Podemos observar que el valor máximo, al desplazar las picas, se logra para mayor profundidad del terreno. A continuación vamos a representar a que profundidad están los valores máximos de intensidad en una grafica, variando la distancia entre picas.



**Figura 44. Máximos**

### 4.3.2. Segunda parte: Delimitación del terreno

Para delimitar el terreno donde se encuentre el 90% de la corriente, hemos fijado 3 distancias de picas diferentes y hemos variado el ancho y profundidad en cada caso, hasta lograr que en cada extremo la corriente sea el 5%. A la hora de variar el ancho, para que fuese constante la distancia entre picas, hemos elegido unas celdas que cubran todos los posibles casos del terreno, y hemos calculado el ancho del terreno para que la distancia entre dichas celdas fuera de la distancia que habíamos elegido.

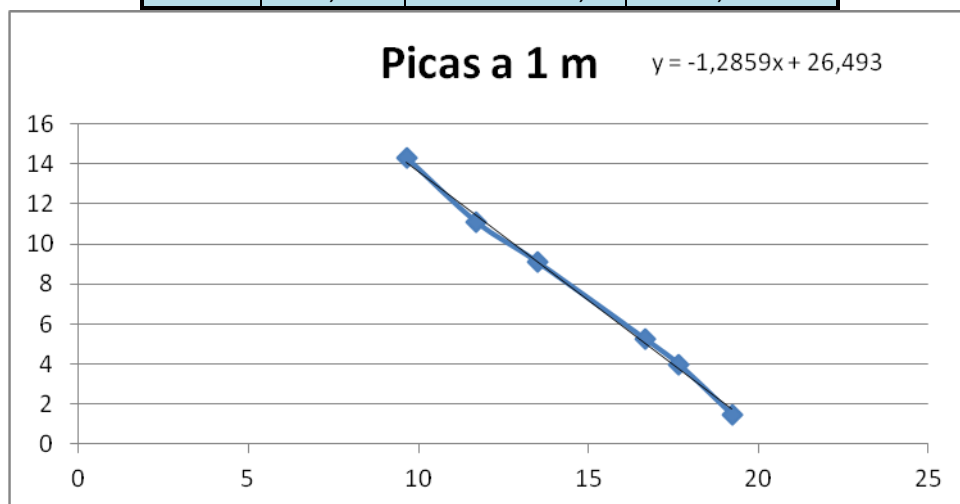
Podemos observar que para las picas en las celdas 50 y 51, al variar el ancho y la profundidad no sigue ninguna relación. Las demás, al variar la distancia entre las picas, si tienen una proporción entre sí, es decir, que al aumentar 5 veces la distancia entre picas, el ancho y profundidad también aumentan en 5. Observamos que quitando los extremos (picas más juntas y alejadas), en la parte central al aumentar una dimensión la otra disminuye de forma proporcional. Por tanto para las celdas donde las picas no se encuentren ni más cercanas, entre sí, ni más alejadas, la variación de las dimensiones es lineal. Podemos por tanto aproximar de forma aproximada a una ecuación lineal las dimensiones de nuestro terreno, quedando:

$$\text{Ancho} = -1.2858 * \text{Profundidad} + 26.493 * d$$

Siendo d la distancia entre picas.

**Tabla 24. Picas 1m corregido**

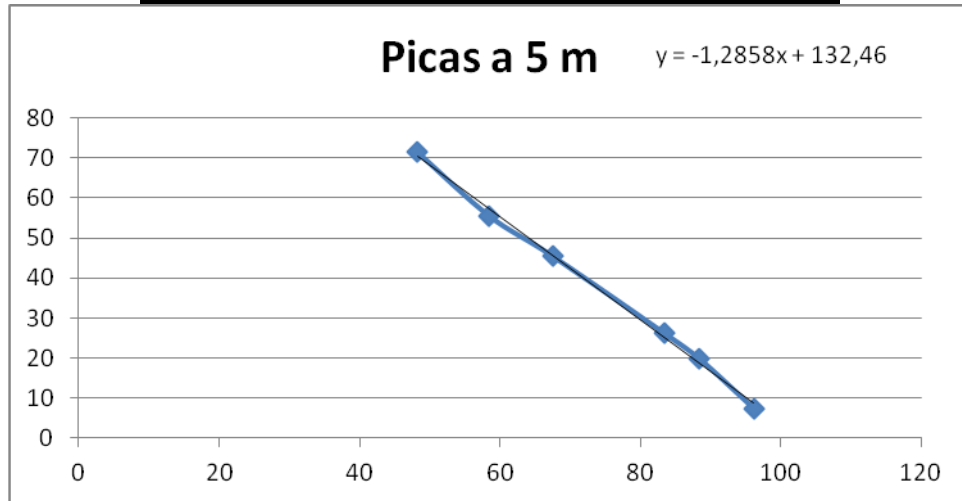
Picas a 1 m			
Celdas	Ancho	Profundidad	Proporcion
47-54	14,2857	9,65	0,67550068
46-55	11,1111	11,69	1,05210105
45-56	9,0909	13,505	1,48555149
41-60	5,2632	16,675	3,16822465
38-63	4	17,67	4,4175
17-84	1,4925	19,24	12,8911223



**Figura 45. Picas a 1m corregido**

**Tabla 25. Picas 5m corregido**

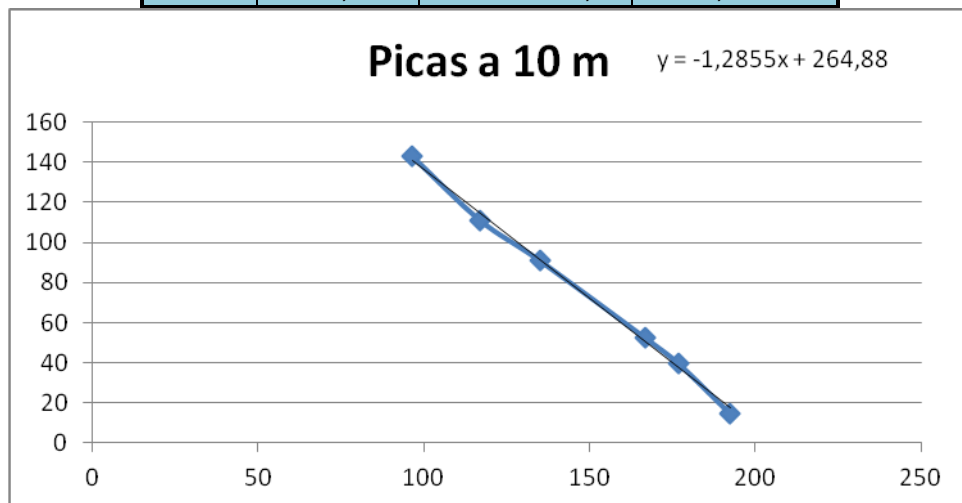
Picas a 5 m			
Celdas	Ancho	Profundidad	Proporción
47-54	71,4286	48,25	0,67549973
46-55	55,5556	58,45	1,05209916
45-56	45,4545	67,53	1,48566149
41-60	26,3158	83,375	3,16824873
38-63	20	88,35	4,4175
17-84	7,4627	96,21	12,8921168



**Figura 46. Picas a 5m corregido**

**Tabla 26. Picas 10m corregido**

Picas a 10 m			
Celdas	Ancho	Profundidad	Proporción
47-54	142,8571	96,49	0,6754302
46-55	111,1111	116,9	1,05210011
45-56	90,9091	135,05	1,48554985
41-60	52,6316	166,75	3,16824873
38-63	40	176,73	4,41825
17-84	14,9254	192,42	12,8921168



**Figura 46. Picas a 5m corregido**

## **CAPITULO 5. CONCLUSIONES**

### **5.1. Primera parte: Tabla de intensidades**

Podemos observar que para un ancho y una profundidad dada, al variar la distancia entre las picas la intensidad disminuye de forma potencial, empieza decreciendo rápido y luego disminuye más lentamente. Observamos también que con este mismo caso si aumentamos la profundidad, la diferencia de intensidades cuando las picas están más cerca y alejadas es menor.

También podemos observar como la profundidad con la que se alcanza el máximo de intensidad es mayor cuanto más separación hay entre nuestras picas.

### **5.2. Segunda parte: Delimitación del terreno**

Menos en la parte más cercana y alejada, podemos observar como al aumentar la distancia entre picas, el ancho y la profundidad aumentan en la misma medida. Además en la zona intermedia podemos ver que hay una relación lineal entre el ancho y la profundidad, al aumentar uno disminuye el otro.

## CAPITULO 6. BIBLIOGRAFÍA

- Alhama, I., Soto Meca, A. y Alhama, F. (2010a). Programa FATSIM-A (Flow and Transport Simulator). © UPCT (Universidad Politécnica de Cartagena), Cartagena
- Alhama, I., Soto Meca, A. y Alhama, F. (2010b). Simulador de flujo y transporte FATSIM-A. Manejo y aplicaciones docentes y de investigación. MORPI Ed. UPCT (Universidad Politécnica de Cartagena), Cartagena
- Alhama, I., Soto Meca, A. y Alhama, F. (2010a). Programa FAHET (Flow and Heat Transport Simulator). © UPCT (Universidad Politécnica de Cartagena), Cartagena
- Alhama, F. (1999). Estudio de respuestas térmicas transitorias en procesos no lineales de transmisión de calor mediante el método de simulación por redes. Tesis Doctoral. Universidad de Murcia
- Alhama, F. y del Cerro Velázquez, F. (2010a). PROCCA-09, Programa de conducción de calor. © UPCT (Universidad Politécnica de Cartagena), Cartagena
- Alhama, F. y del Cerro Velázquez, F. (2010b). Simulación y diseño de problemas de conducción térmica con PROCCA-09. (193 p). Ed. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Murcia (UMU)
- Baker, W. E. y Shortt, D. J. (1990). Integrated electrical/thermal component modelling. Naval Res. Lab., Washington
- Bello, V. G. (1991). Electrical models of mechanical units widen simulator's scope. Electronics Design News, March
- González-Fernández, C.F. (2002). Applications of the network simulation method to transport processes, in Network Simulation Method. Ed. J. Horno, Research Signpost, Trivandrum, India
- Hamill, D. C. (1993), Learning about chaotic circuits with Spice. IEEE Transactions on education, 36, 28-35
- Herbert, D. B. (1992). Simulations differential equations with Spice2. IEEE Circuits and devices 8, 11-14
- Kielkowsky, R. (1994). Inside Spice. McGraw-Hill, New York



- Nagel, L. W. (1975). SPICE2: A computer program to simulate semiconductor circuits. Memo. Nº. UCB/ERL M520. Electronic Research Laboratory, Univ. de California, Berkeley, CA 94720
  
- Nagel, L.W. (1977). SPICE (Simulation program with integrated circuit emphasis). Berkeley, CA; University of California, Electronics Res. Lab., ERL-M382
  
- Peusner, L. (1987). The principles of network thermodynamics: Theory and biophysical applications. Entropy, Lincoln, Massachusetts
  
- SPICE, versión 6.0 (1994): Microsim Corporation, 20 Fairbanks, Irvine, California 92718
  
- Soto Meca, A., Alhama, F. y González-Fernández, C. F. (2007b). An efficient model for solving density driven groundwater flow problems based on the network simulation method. J. Hidrol., 339, 39-53
  
- Soto Meca, A., Alhama, I. y Alhama, F. (2007c). Numerical simulation of saltwater intrusion with velocity dependent dispersion coefficient by network method. TIAC'07, III Int. Symp. Om Tech. of Sea Water Intrusion into Coastal Aquifers. Almeria. Serie: Hidrología y Aguas Subterráneas, nº 23. Inst. Geológico y Minero (2007), p. 491-500
  
- Soto Meca, A., Alhama, F. y González-Fernández, C. F. (2007d). Density-driven flow and solute transport problems. A 2-D numerical model based on the network simulation method, Computer Physics Communications)
  
- Trabajo Fin de Máster. Freddy
  
- Vladimirescu, A. (1994). The spice book. John Wiley & Sons, Inc., New York