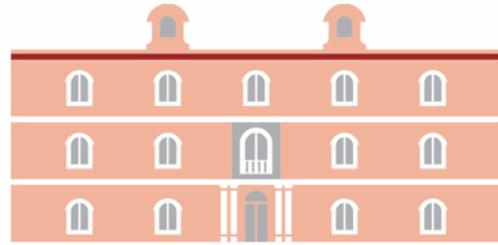




Universidad  
Politécnica  
de Cartagena



**industriales**  
etsii UPCT

*Determinación del par resistente  
ofrecido por el vehículo  
experimental Aníbal e  
integración del modelo digital  
del mismo*

**Titulación:** Grado de ingeniería en  
Tecnologías Industriales.

**Alumno:** Agustín Martínez Caballero.

**Director:** Francisco de Asís Ruz Vila.

Cartagena, 9 de Abril 2015



# ÍNDICE

|   |              |
|---|--------------|
| <b>1. INTRODUCCIÓN.....</b>   | <b>8-13</b>  |
| <b>1.1 Antecedentes.....</b>  | <b>10</b>    |
| <b>1.2 Objeto del proyecto.....</b>   | <b>10</b>    |
| <b>1.3 Alcance del proyecto.....</b>  | <b>10</b>    |
| <b>1.4 Estructura del proyecto.....</b>   | <b>10-13</b> |
| <b>1.4.1 Capítulo 1: Introducción.....</b>  | <b>11</b>    |
| <b>1.4.2 Capítulo 2: Estado del arte.....</b>   | <b>11</b>    |
| <b>1.4.3 Capítulo 3: Caso de estudio.....</b>   | <b>11</b>    |
| <b>1.4.4 Capítulo 4: Estudio de la mecánica del problema.....</b>   | <b>11</b>    |
| <b>1.4.5 Capítulo 5: Modelo dinámico.....</b>   | <b>12</b>    |
| <b>1.4.6 Capítulo 6: Desarrollo del modelo del par resistente en<br/>                simulink.....</b>  | <b>12</b>    |
| <b>1.4.7 Capítulo 7: Estudio del circuito de Cartagena.....</b>   | <b>12</b>    |
| <b>1.4.8 Capítulo 8: Simulaciones sobre el circuito de Cartagena.....</b>   | <b>12</b>    |
| <b>1.4.9 Capítulo 9: Conclusiones finales.....</b>  | <b>12</b>    |
| <b>1.4.10 Capítulo 10: Futuros estudios.....</b>  | <b>13</b>    |
| <b>2. ESTADO DEL ARTE.....</b>  | <b>14-16</b> |
| <b>2.1 Estado del arte.....</b>   | <b>15</b>    |
| <b>2.2 Proyectos tomados como punto de partida.....</b>   | <b>15</b>    |
| <b>2.2.1 Modelización del sistema de tracción eléctrica de<br/>                alimentación de un vehículo solar de fines<br/>                experimentales.....</b> | <b>15</b>    |

|           |  |              |
|-----------|--|--------------|
| 2.2.2     | Diseño de un modelo informático para la estimación de la energía generada por el vehículo solar Aníbal. .... | 16           |
| <b>3.</b> | <b>CASO DE ESTUDIO.....</b>  | <b>17-23</b> |
| 3.1       | Tecnología solar empleada en el vehículo.....  | 18-20        |
| 3.1.1     | Panel solar.....   | 18           |
| 3.1.2     | Batería.....   | 19           |
| 3.1.3     | Regulador de carga.....  | 19-20        |
| 3.1.4     | Dispositivo de control del motor.....  | 20           |
| 3.2       | Motor DC.....  | 20-23        |
| 3.2.1     | Maquina de corriente continua.....   | 20-21        |
| 3.2.1.1   | Devanado inductor.....   | 21           |
| 3.2.1.2   | Devanado inducido.....   | 21           |
| 3.2.2     | Maquina eléctrica en continua de excitación en derivación.....   | 22           |
| 3.2.3     | Motor eléctrico de imanes permanentes (PMDC).....  | 22-23        |
| <b>4.</b> | <b>ESTUDIO DE LA MECANICA DEL PROBLEMA.....</b>  | <b>24-33</b> |
| 4.        | Principios elementales de la mecánica. ....  | 25-33        |
| 4.1       | Leyes de Newton sobre un cuerpo en translación.....  | 25-26        |
| 4.2       | Leyes de Newton sobre un cuerpo en rotación.....   | 27           |
| 4.3       | Momento de inercia “J” .....   | 28-29        |
| 4.4       | Efectos de los engranajes sin carga asociada.....  | 29-31        |
| 4.5       | Efectos de los engranajes con carga asociada.....  | 31-32        |

|   |              |
|---|--------------|
| 4.6 Aplicación al caso de estudio.....                                  | 32-33        |
| <b>5. MODELADO DINÁMICO.....</b>  | <b>34-47</b> |
| 5. Modelado dinámico.....   | 35-47        |
| 5.1 Resistencia a la rodadura.....                                      | 35-38        |
| 5.1.1 Cuerpos rígidos.....  | 35-36        |
| 5.1.2 Cuerpos deformables, caso real.....                               | 36-38        |
| 5.2 Calculo experimental del coeficiente de rodadura.....               | 38-39        |
| 5.3 Resistencia a la pendiente.....                                     | 39           |
| 5.4 Resistencia en curva.....   | 40-43        |
| 5.4.1 Curva sin peralte.....  | 40-41        |
| 5.4.2 Curva con peralte.....  | 41-43        |
| 5.5 Resistencia aerodinámica sobre cuerpos solidos.....                 | 43-45        |
| 5.6 Resistencia total y par resistente.....                             | 45-46        |
| 5.7 Parámetros de la ecuación dinámica.....                             | 46-47        |
| <b>6. DESARROLLO DEL MODELO DEL PAR RESISTENTE EN<br/>SIMULINK.....</b> | <b>48-63</b> |
| 6. Representación del par resistente en Matlab-Simulink.....            | 49-63        |
| 6.1 Resistencia a la pendiente.....                                     | 49-51        |
| 6.2 Resistencia aerodinámica.....                                       | 51           |
| 6.3 Resistencia a la rodadura.....                                      | 52-53        |
| 6.3.1 Resistencia a la rodadura en recta.....                           | 52           |

|  |              |
|--|--------------|
| 6.3.2 Resistencia a la rodadura en curva.....                  | 53           |
| 6.4 Operador lógico.....                                       | 54           |
| 6.5 Variables en cada tramo.....                               | 54-61        |
| 6.5.1 Resultados de este modelo.....                           | 58-61        |
| 6.6 Modelo de la potencia necesaria.....                       | 61-62        |
| 6.7 Modelo final del simulador.....                            | 62-63        |
| <br>   |              |
| <b>7. ESTUDIO DEL CIRCUITO DE CARTAGENA.....</b>               | <b>64-77</b> |
| <br>   |              |
| 7. Modelo del circuito de Cartagena.....                       | 65-77        |
| 7.1 Utilización del programa “google earth” .....              | 65-70        |
| 7.1.1 Medir rectas.....  | 66           |
| 7.1.2 Medir pendiente del terreno.....                         | 66-67        |
| 7.1.3 Medir radio de curvatura.....                            | 68           |
| 7.1.4 Medir peralte en curvas.....                             | 68-69        |
| 7.1.5 Medir distancia en una curva.....                        | 70           |
| 7.2 Elección de los tramos del circuito.....                   | 71-73        |
| 7.2.1 Trayectoria 1.....                                       | 72           |
| 7.2.2 Trayectoria 2.....                                       | 73           |
| 7.3 Modelo final del circuito de Cartagena.....                | 74-77        |
| 7.3.1 Tramos elegidos sobre el circuito.....                   | 74           |
| 7.3.2 Datos obtenidos en cada tramo.....                       | 74-77        |
| <br>   |              |
| <b>8. SIMULACIONES SOBRE EL CIRCUITO DE<br/>CARTAGENA.....</b> | <b>78-91</b> |

|  |              |
|--|--------------|
| <b>8. Simulaciones sobre el circuito de Cartagena.....</b>       | <b>79-91</b> |
| <b>8.1 Primera simulación.....</b>                               | <b>81-82</b> |
| <b>8.2 Segunda simulación.....</b>                               | <b>83-86</b> |
| <b>8.3 Tercera simulación.....</b>                               | <b>86-88</b> |
| <b>8.4 Cuarta simulación.....</b>                                | <b>88-91</b> |
| <br>   |              |
| <b>9. CONCLUSIONES FINALES.....</b>                              | <b>92-94</b> |
| <br>   |              |
| <b>9 Conclusiones.....</b>                                       | <b>93-94</b> |
| <br>   |              |
| <b>10. FUTUROS ESTUDIOS.....</b>                                 | <b>95-96</b> |
| <br>   |              |
| <b>10. Futuros estudios.....</b>                                 | <b>96</b>    |
| <b>10.1 Desarrollo topológico del circuito de Cartagena.....</b> | <b>96</b>    |
| <b>10.2 Combinación de proyectos.....</b>                        | <b>96</b>    |
| <b>10.3 Viabilidad de un recuperador de energía.....</b>         | <b>96</b>    |

- 
- **BIBLIOGRAFIA.**
  - **ANEXO I.**

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

## 1. Introducción

### 1.1 Antecedentes

El presente proyecto se ha elaborado debido a la necesidad surgida de determinar un modelo informático de par resistente para el vehículo eléctrico desarrollado por el Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Politécnica de Cartagena. Dicho vehículo, Aníbal, ha tomado parte en diversas exhibiciones de automóviles de su categoría y además ha estado presente en competiciones como la Solar Race de Murcia. La última tuvo lugar el fin de semana del 18 al 19 de Octubre de 2014, logrando una autonomía de 718 km y un segundo puesto en dicha competición.



**Fig. 1.1** Coche Aníbal con el equipo UPCT Solar Team

Ante el afán de mejora del equipo se pretende simular el comportamiento del vehículo sobre un circuito para poder así desarrollar avances más precisos gracias a las simulaciones, y poder predecir el comportamiento y por tanto el consumo tan importante en este tipo de vehículos.

## 1.2 Objeto del proyecto

En este proyecto se pretende modelizar con el programa ‘Matlab-Simulink’ el par resistente que debe vencer el vehículo cuando se desplaza sobre un circuito. Este par resistente va a venir dado por diversas variables y parámetros que iremos analizando a lo largo del desarrollo del proyecto.

Cuando obtengamos un modelo fiable se realizarán diversas simulaciones hasta encontrar el modelo final que más se ajusta a la realidad del caso presentado, que para este proyecto se trata de encontrar el par resistente en el circuito de Cartagena.

## 1.3 Alcance del proyecto

El presente proyecto es necesario dividirlo en los siguientes pasos fundamentales:

- Realizar un estudio dinámico de las fuerzas exteriores que actúan sobre un vehículo en movimiento, desarrollando ecuaciones que justifiquen como esas fuerzas tiende a oponerse al avance del vehículo.
- Desarrollar en el entorno del “Matalab-Simulink” diagramas de bloques que representen esas fuerzas exteriores con el fin de englobarlas en un solo diagrama que será nuestro modelo de par resistente.
- Desglosar el circuito de Cartagena en tantos tramos como sean oportunos con el fin de obtener numéricamente sus características y poder obtener un modelo de este.
- Englobar el par resistente con las características del circuito para obtener el consumo energético a lo largo de una vuelta.

## 1.4 Estructura del proyecto

El presente proyecto lo estructuraremos de la siguiente forma:

- Estudio de los proyectos antecedentes.
- Estudio y desarrollo dinámico y mecánico de las fuerzas exteriores.
- Desarrollo del esquema del par resistente.
- Estudio del circuito de Cartagena.
- Desarrollo de un modelo del circuito.
- Implementación del par resistente con el modelo del circuito.
- Obtención de conclusiones finales.

A continuación vamos a definir los diversos capítulos que constituyen este proyecto y el objetivo de cada uno de ellos.

#### **1.4.1 Capítulo 1: introducción**

En este capítulo, que es el presente, se hace referencia a los antecedentes del proyecto y la justificación de porque se lleva a cabo este proyecto, pues hay una necesidad y con este trabajo se va a intentar cubrir como bien se explica en dicho capítulo.

Además este capítulo nos va permitir visualizar como se estructura el proyecto con el fin de tener una idea preconcebida antes de comenzar a leer el proyecto en profundidad y servir de guía para cualquier lector.

#### **1.4.2 Capítulo 2: Estado del arte**

En el presente capítulo se llevaba a cabo un estudio de los proyectos anteriores a este, con el fin de marcar un punto de inicio para nuestro proyecto. Como veremos se analizaran los proyectos de “*Modelización del sistema de tracción eléctrica de alimentación de un vehículo solar de fines experimentales*”, y el proyecto de “*Diseño de un modelo informático para la estimación de la energía generada por el vehículo solar Aníbal*”. Ambos proyectos nos darán un punto de partida y nos describirán las características principales del vehículo así como los modelos de simulación alcanzados hasta el momento.

#### **1.4.3 Capítulo 3: Caso de estudio.**

Tras el análisis del estado del arte recopilaremos toda la información que se tiene hasta ahora sobre el vehículo experimental y quedarán reflejadas todas las variables y parámetros característicos del vehículo. Esto nos llevará a comenzar el proyecto comenzando por el siguiente capítulo.

#### **1.4.4 Capítulo 4: Estudio de la mecánica del problema.**

Se estudiarán los principios elementales de la mecánica que nos definen la ecuación dinámica del movimiento de un cuerpo en desplazamiento. Conseguiremos obtener la ecuación que nos servirá como guía para la obtención del par resistente

#### **1.4.5 Capítulo 5: Modelo dinámico.**

En este capítulo se van a estudiar las fuerzas que actúan sobre el vehículo siendo estas las causantes del par resistente que aparece cuando este trata de avanzar sobre el circuito. Se describirán una a una con sus justificaciones físicas para que finalmente, englobándolas todas, obtener la ecuación dinámica que será nuestro par resistente final.

#### **1.4.6 Capítulo 6: Desarrollo del modelo del par resistente en Simulink.**

Una vez se obtenga la ecuación del par resistente esta se desarrollara en el simulador de Matlab Simulink con el fin de obtener un modelo informático sobre el que realizar simulaciones como estábamos buscando.

Además se explicara la herramienta que nos permite discretizar un circuito en función de las características principales de cada tramo.

Finalmente obtendremos el modelo final sobre el que se realizaran las simulaciones.

#### **1.4.7 Capítulo 7: Estudio del circuito de Cartagena.**

En este capítulo con la ayuda de la herramienta “Google Earth” se obtendrán los datos principales de cada tramo del circuito de Cartagena con el fin de implementarlo en el modelo final de par resistente desarrollado en el capítulo anterior.

#### **1.4.8 Capítulo 8: Simulaciones sobre el circuito de Cartagena.**

Una vez tengamos el modelo informático y el circuito discretizado por tramos se desarrollaran diversas simulaciones con el fin de poder explicar cada caso que se nos presenta. En cada simulación podremos apreciar el consumo energético así como ver el comportamiento del vehículo en cada tramo.

#### **1.4.9 Capítulo 9: Conclusión finales.**

Según los datos obtenidos en el capítulo anterior se expondrán en este capítulo las conclusiones a las que se ha llegado y se tratará de dar explicaciones a todas ellas. Estas conclusiones deben de dar respuesta sobre todo al consumo que se ha producido en el vehículo.

#### **1.4.10 Capítulo 10: Futuros estudios**

Tras finalizar este proyecto se recomendarán unos futuros estudios que continúen para poder seguir mejorando el modelo informático del vehículo experimental Aníbal y así como estudios que nos permitan disminuir el consumo de energía.

# CAPÍTULO 2

## ESTADO DEL ARTE

## 2.1. Estado del arte

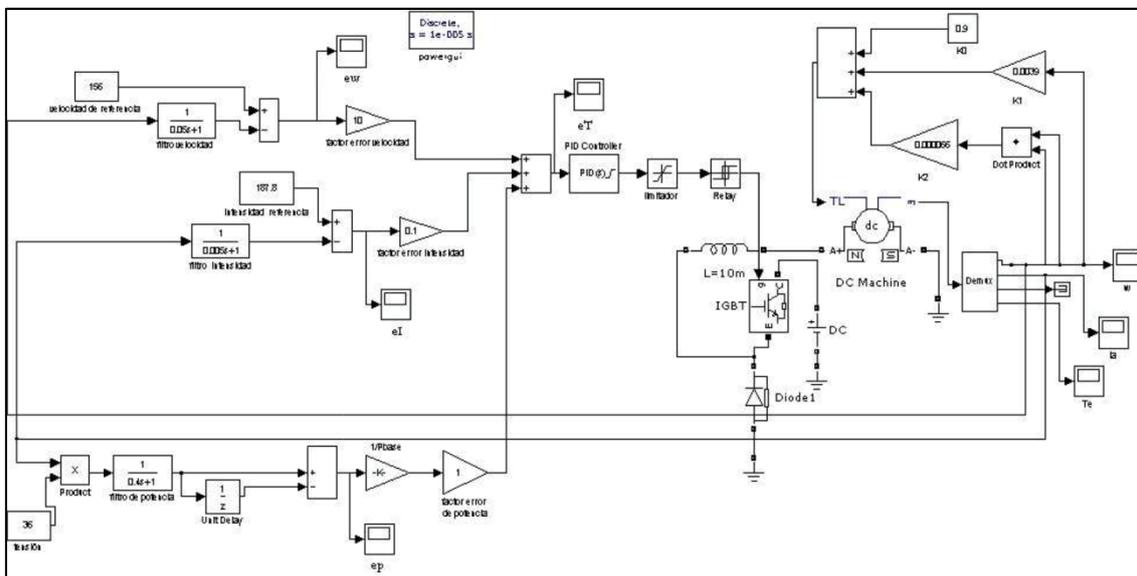
A continuación se van a exponer brevemente los dos proyectos predecesores que se han utilizado como punto de partida para este presente proyecto.

## 2.2 Proyectos tomados como punto de partida

### 2.2.1 Modelización del sistema de tracción eléctrica y de alimentación de un vehículo solar de fines experimentales.

En dicho proyecto cuyo autora es “Inmaculada Martínez Vidal” se modelizó el sistema de tracción eléctrica y de alimentación de un vehículo solar de fines experimentales, en concreto un motor de corriente continua de imanes permanentes. Su objetivo era poder conocer cómo se comporta dicho motor a lo largo del tiempo y en función de los distintos parámetros que influyen en su funcionamiento.

El modelo que finalmente se consiguió desarrollar fue el siguiente:



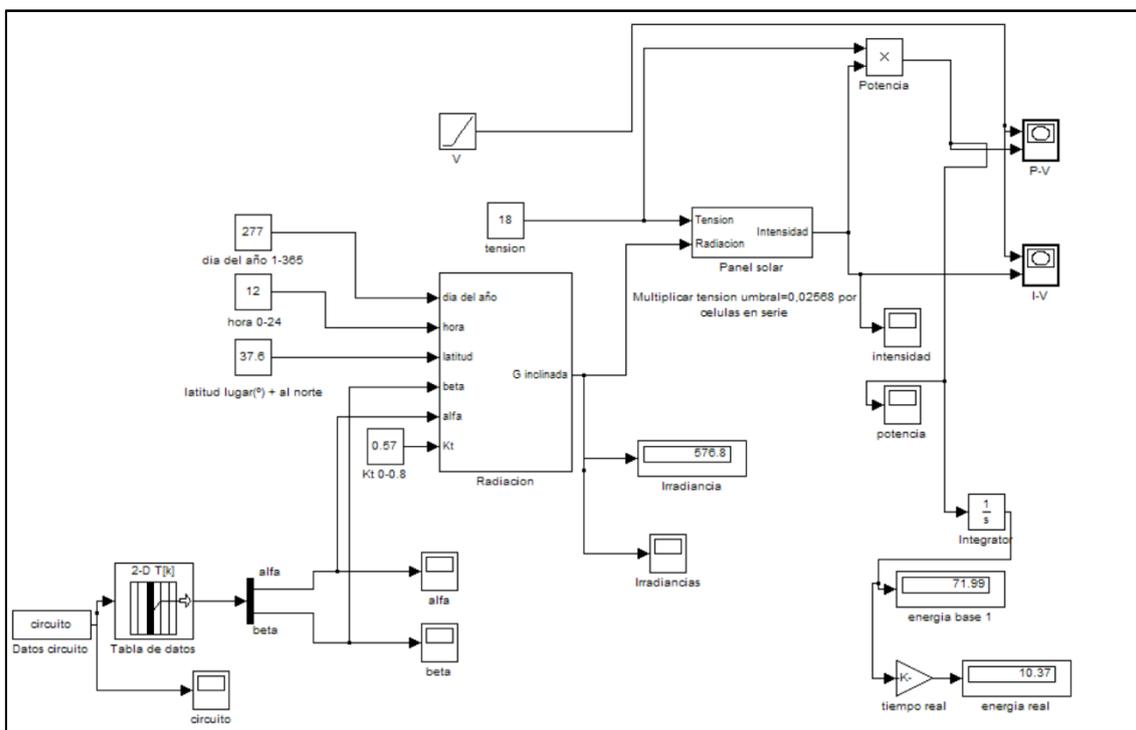
**Fig.2.1** Esquema del modelo del motor de continua desarrollado.

Este modelo daba explicación a los objetivos antes mencionados pero quedaba dos grandes problemas en el aire, un modelo para las baterías que se recargarían mediante energía solar y otro modelo del par resistente que en dicho problema es sustituido solo por unas constantes afectadas por la velocidad angular del motor.

### 2.2.2 Diseño de un modelo informático para la estimación de la energía generada por el vehículo solar Aníbal.

En dicho proyecto cuyo autor es “Miguel Ángel Ramírez” se modelizó mediante el programa “Matlab-Simulink” un modelo que representa la energía captada por los paneles solares del vehículo Aníbal a lo largo de una vuelta sobre el circuito de Cartagena. Finalmente se llevó a cabo unas simulaciones para comprobar el consumo.

Sin entrar en detalles más profundos el modelo final desarrollado fue el siguiente:



**Fig2.2** Modelo desarrollado de la energía generada

En este proyecto por un lado se discretizó el circuito de Cartagena en diversos tramos hasta completar una vuelta, y por otra se desarrolló el modelo de captación de energía. Finalmente implementando y llevando a cabo simulaciones se obtuvo el consumo aproximado energético.

Una vez vistos los dos proyectos se consideró apropiado desarrollar un modelo del par resistente, simulando este a lo largo de una vuelta sobre el circuito de Cartagena.

# CAPÍTULO 3

## CASO DE ESTUDIO

### **3.1 Tecnología solar empleada en el vehículo**

Vamos a describir brevemente los componentes del coche solar desde el punto de vista tecnológico, explicando su funcionamiento.

La instalación solar correspondiente a un coche se compone principalmente de los paneles solares, las baterías, el regulador de carga y el motor de corriente continua, así como el dispositivo de control de tracción del motor, encargado de ir variando la velocidad según decida el piloto

#### **3.1.1 Panel solar**

Un panel solar es un conjunto de células fotovoltaicas que pueden generar electricidad al estar expuestas a la radiación solar. Estas células convierten la radiación solar en electricidad a partir del efecto fotovoltaico que genera cargas en dos semiconductores próximos de diferente tipo.

El principio de funcionamiento, de forma simplificada, se puede explicar de la siguiente forma: el impacto de los fotones que provienen de la radiación solar es absorbido por el material semiconductor, y los electrones son golpeados por el fotón obteniendo la energía necesaria para salir de su banda correspondiente y circular libremente produciendo electricidad.

Al mismo tiempo se van creando huecos (cargas positivas virtuales), que van fluyendo en el sentido contrario a los electrones.

De esta manera al final se consigue un voltaje constante entre los bornes del panel solar.

La célula solar más usual está fabricada en silicio y configurada como una gran área de unión p- n. Una simplificación de este tipo de placas puede considerarse como una capa de silicio de tipo n directamente en contacto con una capa de silicio de tipo p. En la práctica, las uniones p- n de las células solares se elaboran por difusión de un tipo de dopante en una de las caras de una oblea de tipo p, o viceversa.

Se clasifican por su potencia pico, que se corresponde con la potencia máxima que el panel puede entregar bajo condiciones estándar de 1000 W/m<sup>2</sup> de radiación y 25 °C de temperatura. Los paneles pueden ser monocristalinos, policristalinos o amorfos.

Su efectividad es mayor cuanto mayores sean los cristales, pero también su peso, grosor y coste.

### **3.1.2 Batería**

Las baterías son dispositivos capaces de almacenar energía eléctrica mediante procesos electroquímicos. La energía eléctrica en su interior está disponible para su uso y cuando esta se ha gastado, hay que volver a recargarla si se quiere volver a usar mediante lo que se llama proceso de carga. Es un generador eléctrico secundario ya que debe ser previamente cargado para poder funcionar. Hay que diferenciar entre los términos pila y batería, ya que en la pila normalmente el proceso es irreversible mientras que la batería tiene un ciclo de vida de muchos procesos de carga y descarga.

El principio de funcionamiento, fundamentalmente químico, se basa en el proceso reversible de reducción-oxidación (reacciones redox). Uno de los componentes se oxida mientras el otro se reduce, de esta manera los componentes no se consumen ni se pierden solamente van cambiando su estado de oxidación, pudiendo revertir el proceso durante un elevado número de veces. Normalmente las celdas constan de dos electrodos bañados en un electrolito. Se van configurando las celdas en serie y en paralelo para obtener los distintos tipos de baterías deseadas, obteniendo distintos valores de tensión y capacidad de la batería.

Las baterías utilizadas en el coche solar Aníbal son baterías de litio ( $\text{LiFePO}_4$ ). Se utilizan unas baterías que simulan a las baterías de plomo-acido, que eran las anteriormente instaladas, porque el regulador de carga estaba preparado para este tipo de baterías. Estas baterías han sido probadas, obteniendo un funcionamiento óptimo. Las baterías son de 12 V de tensión y de 12 Ah de capacidad, es decir, 144 Wh. Su peso es de 1,568 Kg. En el coche solar normalmente se instalarán 3 de estas baterías en serie para obtener una tensión de 36 V y una capacidad de 12 Ah.

### **3.1.3 Regulador de Carga**

El regulador de carga es el dispositivo encargado de proteger a la batería frente a sobrecargas y sobredescargas profundas. El regulador controla el estado de carga de las baterías, así como la intensidad que se encarga de cargarlas. De esta manera se puede alargar la vida útil de las baterías al no someterlas a una excesiva carga o descarga.

Hoy en día, los reguladores están compuestos de micro controladores que proporcionan una correcta gestión del sistema fotovoltaico en que este instalado el controlador, de esta manera el regulador actúa de forma automática según la situación de cada momento. Aunque los reguladores sean automáticos siempre poseen una serie de parámetros que pueden modificarse manualmente si fuera necesario. Los reguladores también memorizan datos para realizar históricos con los diferentes datos recogidos a través del tiempo.

El regulador utilizado en el coche Aníbal, es el modelo MX 60 de Out Back, Power Systems. Este regulador permite rastrear el MPP, máximo punto de potencia, el cual habilita al sistema a alcanzar la máxima eficiencia posible, haciendo poner el sistema en el voltaje adecuado para la máxima obtención de potencia. Tiene un rango de hasta 60A de CD, puede acoplarse a sistemas de baterías desde 12 hasta 60V CD, con voltajes a circuito abierto de hasta 120V DC. Dispone de una pantalla de cuarzo líquido para fácil uso y comprensión, muestra cuatro líneas de 80 caracteres, con iluminación ajustable, la cual es también utilizada para programación y monitoreo del sistema.

### **3.1.4 Dispositivo de control del motor**

El motor del coche solar no irá directamente conectado al regulador de carga del sistema ya que se quiere ir regulando la velocidad de giro del motor para coger más velocidad o menos.

Este dispositivo controlador obtendrá la señal de un puño que ira controlando el piloto del coche solar para indicar la velocidad deseada. El controlador traducirá esta señal mandando posteriormente la indicación correspondiente al motor, en forma de potencia eléctrica necesaria para circular a esa velocidad. El puño es simplemente un potenciómetro que irá cambiando el valor de resistencia, y por consiguiente el valor de intensidad, recibiendo el controlador esta señal.

El modelo utilizado para el coche solar Aníbal es el Maxon motor control ADS 50/10 servoamplificador 4-Q-DC. Este controlador se encuentra protegido contra sobrecorrientes, exceso de temperatura y cortocircuitos en el bobinado del motor.

## **3.2 Motor DC**

Nuestro motor está constituido por una máquina de corriente continua, en concreto, un motor de imanes permanentes.

### **3.2.1 Máquina de corriente continua**

Es una máquina que convierte la energía eléctrica en mecánica, provocando un movimiento rotatorio, gracias a la acción del campo magnético.

Una máquina de corriente continua se compone principalmente de dos partes:

- El estator da soporte mecánico al aparato y contiene los devanados principales de la máquina, conocidos también con el nombre de polos, que pueden ser de imanes permanentes o devanados con hilo de cobre sobre núcleo de hierro. Esta parte también es conocida como inductor.
- El rotor, también llamado inducido, es generalmente de forma cilíndrica, también puede ser devanado y con núcleo, alimentado con corriente directa mediante escobillas fijas (también existen modelos sin escobillas).

### 3.2.1.1 Devanado inductor

El devanado del inductor está localizado en el estator, al que se aplica una corriente continua que genera un campo magnético definido por el vector inducción magnética  $B$ .

### 3.2.1.2 Devanado inducido

El devanado del inducido está localizado en el rotor, al que se aplica una corriente continua. En el eje de este se experimenta un par que viene dado por la expresión

$$T = k I_i \varphi \quad (3.1)$$

Identificando los términos:

- $I_i$  es la corriente que recorre el devanado del inducido.
- $\Phi$  es el flujo magnético generado en el inductor, el cual se define por la ecuación siguiente:  $\varphi = K' I_A$ , si sustituimos en (3.1) nos queda:

$$T = K'' I_i I_A$$

Siendo  $K$ ,  $K'$  y  $K''$  constantes.

Por otro lado, el movimiento del rotor genera una fuerza contraelectromotriz  $E'_A$  que representa el consumo de energía eléctrica por unidad de carga del motor, la cual, depende de la velocidad de giro del rotor y del flujo magnético creado en el inductor según la expresión siguiente:

$$E'_A = K \omega \varphi$$

### 3.2.2 Máquina eléctrica en continua de excitación en derivación.

Dentro de las máquinas de corriente continua existen diversos modelos según el tipo de excitación, en nuestro caso tenemos una máquina de excitación en derivación:

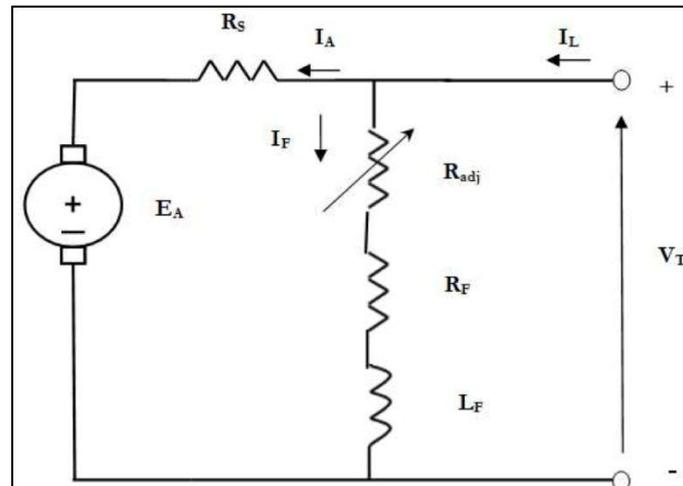


Fig. 3.1 máquina en continua de excitación en derivación

En la figura 3.1 observamos el esquema de una máquina en continua de excitación en derivación. La rama de la izquierda donde se encuentra el motor, sería el rotor (inducido), la parte que gira debido a la excitación procedente de la rama de la derecha, el estator (inductor).

Su circuito de campo es alimentado por una fuente de potencia separada de voltaje constante  $V_T$ . Este motor es aquel cuyo circuito de campo obtiene su potencia directamente de los terminales del inducido del motor.

### 3.2.3 Motor eléctrico de imanes permanentes (PMDC)

En definitiva nuestro motor es un motor eléctrico de imanes permanentes en el que la excitación se consigue con un imán permanente.

La principal característica de este tipo de máquina es que no posee bobinas de excitación en el rotor, siendo éstas reemplazadas por imanes permanentes.

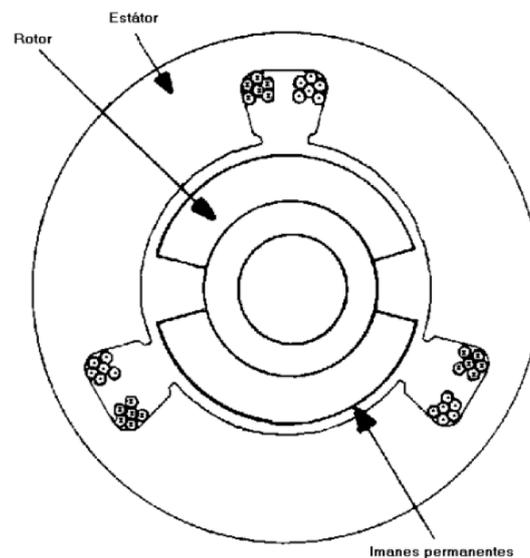
Este motor no está constituido de anillos ni escobillas, lo cual supone una ventaja, ya que no necesitará mantenimiento. Además, este tipo de motor, es menos susceptible a sufrir recalentamientos ya que los enrollados se encuentran solo en la parte externa del motor (es decir en el estator). Por ello, la refrigeración será más simple, pudiendo ser enfriado simplemente por aire.

Un motor de imán permanente es básicamente la misma máquina que un motor dc en derivación, excepto que el flujo de un motor PMDC es fijo. Por tanto, no es posible controlar la velocidad de un motor PMDC variando la corriente o el flujo de campo. Los únicos métodos de control de la velocidad disponibles para un motor DC de imanes permanentes, son el control del voltaje del inducido y control de la resistencia del inducido.

En algunas aplicaciones, los motores de imanes permanente ofrecen muchos más beneficios que los motores DC en derivación. De este modo, como los motores de imanes permanentes no requieren de un circuito de campo externo, no tienen las pérdidas de cobre del circuito de campo asociadas a los motores DC en derivación.

Los motores PMDC son muy comunes en tamaños pequeños de caballaje fraccional y subfraccional, en los cuales no puede justificarse el costo y espacio de un circuito separado de campo.

Sin embargo, los motores PMDC tienen algunas desventajas debido a que los imanes permanentes no pueden producir tan alta densidad de flujo, como la de un campo externo en derivación. En consecuencia, el motor PMDC tendrá un par inducido por amperio de corriente del inducido, menor que el de un motor en derivación del mismo tamaño y construcción. En este tipo de máquina se ha observado un proliferación debido al desarrollo de mejores imanes.



**Fig 3.2** Interior del motor de corriente continua

El motor del vehículo solar es un motor de 200 W acoplado a una rueda (in Wheel motor). El vehículo tendrá dos ruedas más pero absolutamente libres.

# CAPÍTULO 4

## ESTUDIO DE LA MECÁNICA DEL PROBLEMA

## 4. Principios Elementales de Mecánica

Repasaremos a continuación las principales leyes de la mecánica que nos relacionan la masa de un cuerpo, con las fuerzas que actúan sobre él y la aceleración resultante.

### 4.1 Leyes de Newton sobre un cuerpo en translación

Sea un cuerpo de masa  $m$  que se mueve con una velocidad  $v$  en un plano horizontal. Definiendo la magnitud física “Cantidad de movimiento” como el producto de la velocidad por la masa obtenemos:

$$P = mv \quad (4.1)$$

Ahora, si sobre el cuerpo se ejerce una fuerza neta  $F$ , según la segunda ley de Newton, esta modificará el estado de movimiento del cuerpo cambiando su velocidad. Los cambios experimentados en la cantidad de movimiento de un cuerpo son proporcionales a la fuerza neta y se desarrollan en la dirección de esta. Las fuerzas, por tanto, son causas que producen aceleraciones en los cuerpos.

Matemáticamente esta relación se expresa:

$$F = \frac{dP}{dt} \quad (4.2)$$

Si sustituimos en (4.2) la ecuación (4.1) operando:

$$F = \frac{d(mv)}{dt} = v \frac{dm}{dt} + m \frac{dv}{dt} \quad (4.3)$$

Si la masa es constante, no cambia con el tiempo,  $m=m_0$  y sustituyendo en (4.3) :

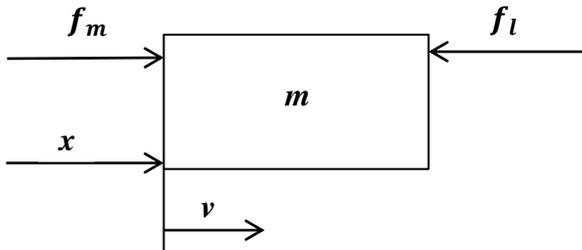
$$F = m_0 \frac{dv}{dt} \quad (4.4)$$

Por lo tanto, teniendo en cuenta la definición de aceleración como el cambio de velocidad a lo largo del tiempo (  $a = \frac{dv}{dt}$  ) podemos ver la relación entre fuerza y aceleración.

La fuerza neta, antes definida por  $F$ , se expresa como el sumatorio de fuerzas que actúan sobre el cuerpo, en este caso como un sumatorio de fuerzas horizontales:

$$F = \sum F_x \quad (4.5)$$

En el caso en el que tengamos un motor que produce una fuerza  $f_m$ , debido a la aplicación de la tercera ley de Newton, aparecerá otra fuerza por reacción que se opone a la generada y llamaremos fuerza de carga o resistente  $f_l$ .



**Fig. 4.1**

De la figura 4.1 y aplicando las ecuaciones (4.5):

$$\sum F_x = f_m - f_l \quad (4.6)$$

Finalmente aplicando la ecuación (4.6) a la ecuación (4.4) llegamos a:

$$f_m - f_l = m_0 \frac{dv}{dt} \quad (4.7)$$

Por definición sabemos que la velocidad se expresa como la derivada de la posición respecto al tiempo:

$$v = \frac{dx}{dt} \quad (4.8)$$

Pudiendo expresar la aceleración como:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \quad (4.9)$$

Introduciendo (4.9) en (4.7) llegamos a la expresión:

$$f_m - f_l = m_0 \frac{d^2x}{dt^2} \quad (4.10)$$

Esta nos permite ver que la ecuación que rige el movimiento de un cuerpo como el tratado se basa en una ecuación diferencial de segundo orden.

## 4.2 Leyes de Newton sobre un cuerpo en rotación

Si ahora tenemos un cuerpo moviéndose en rotación, las fuerzas lineales actuarán sobre el cuerpo produciendo momentos de fuerza, definiéndose estos como el producto del radio, desde un eje principal, por la fuerza aplicada ( $M = rf$ ). A estos momentos de fuerza también se le puede denominar como “par”.

La velocidad lineal se relaciona con la velocidad angular, que actúa ahora en el cuerpo, como el producto de la velocidad angular por el radio ( $v = \omega r$ ).

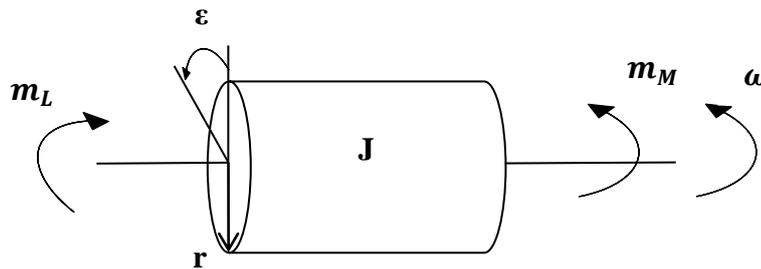


Fig. 4.2

Aplicando las definiciones anteriores a la ecuación que habíamos encontrado mediante la aplicación de las leyes de Newton,  $f_m - f_l = m_0 \frac{dv}{dt}$ , queda:

Expresión del momento fuerza de carga o par resistente:  $M_L = rf_L$ .

Expresión del momento fuerza del motor o par motor:  $M_M = rf_m$ .

Expresión de la velocidad:  $\frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega r)}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} + \omega \frac{dr}{dt}$ , con  $r = \text{cte}$ .

Además la velocidad angular se puede expresar como:  $\omega = \frac{d\varepsilon}{dt}$ .

Siendo  $\varepsilon$  la posición en radianes.

Y sustituyendo obtendríamos la siguiente ecuación:

$$M_M - M_L = m_0 r^2 \frac{d\omega}{dt} \quad (4.11)$$

Expresión que nos relaciona los momentos de fuerza que sufre el cuerpo con la aceleración angular y un término “ $m_0 r^2$ ” que se denomina momento de inercia de una masa en movimiento y es nombrado por “**J**”.

$$M_M - M_L = J \frac{d\omega}{dt} \quad (4.12)$$

A continuación vamos a analizar este nuevo término.

### 4.3 Momento de inercia “J”

La expresión de momento de inercia antes obtenida solo era válida para el caso analizado, vamos a proceder a obtener una expresión general.

Dado un cuerpo rígido de masa  $m$  que gira libremente sobre un eje vertical. Un elemento de masa diferencial  $dm$  es acelerado en la dirección tangencial por un diferencial de fuerza  $df_a$ , el cual produce un momento fuerza diferencial  $dM_a$ .

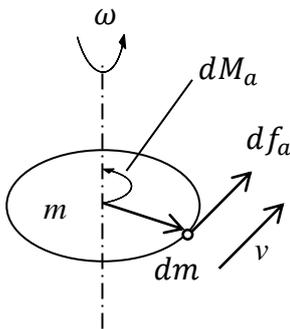


Fig. 4.3

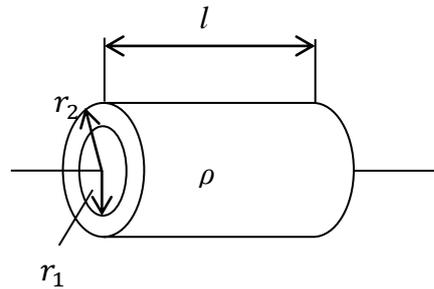


Fig. 4.4

De acuerdo con la figura 4.3 podemos expresar:

$$dM_a = r df_a = r dm \frac{dv}{dt} = r^2 dm \frac{d\omega}{dt} \quad (4.13)$$

Siendo el par total:

$$M_a = \int_0^{M_a} dM_a = \int_0^m r^2 \frac{d\omega}{dt} dm \quad (4.14)$$

Como es un cuerpo rígido todos sus puntos se mueven con la misma velocidad angular por lo tanto:

$$M_a = \frac{d\omega}{dt} \int_0^m r^2 dm = J \frac{d\omega}{dt}$$

En conclusión el momento de inercia referido al eje de rotación se define como:

$$J = \int_0^m r^2 dm \quad (4.15)$$

El momento de inercia en ningún caso depende de la velocidad, de la aceleración o de la fuerza que sufre el cuerpo, sino que es una propiedad de este que solo depende de la

distribución de masas dentro de él y de su geometría, además de su orientación con respecto al eje de giro.

La expresión (4.15) es una integral que depende de las tres dimensiones del espacio pero en la mayoría de casos nos centraremos en geometrías sencillas en las que solo dependerá de una dirección en el espacio. Así, si nos fijamos en la figura 4.4 tenemos un cilindro hueco cuya densidad es  $\rho$ , con radio interior  $r_1$  y radio exterior  $r_2$ . Su masa será:

$$dm = \rho dV = \rho 2 \pi r l dr$$

Esto nos reduce la integral (4.15) a una integral simple a lo largo de la coordenada radial.

$$J = \int_0^m r^2 dm = \rho 2 \pi l \int_{r_1}^{r_2} r^3 dr = \frac{\pi}{2} \rho l (r_2^4 - r_1^4) \quad (4.16)$$

Aplicando esta última fórmula (4.16) seríamos capaces de hallar la inercia de un cuerpo suponiendo una geometría cilíndrica conocida (radios y longitud) y el tipo de materia que lo compone, es decir, su densidad.

Para nuestro fin, el cálculo de la inercia en un sistema de transmisión de un vehículo, no solo consta de un cuerpo, que sería el rotor del motor en sí, sino que además aparecen otros cuerpos móviles que actúan entre sí, como son otros ejes y engranajes. A continuación vamos a ver como afectarían estas partes móviles al momento de inercia final del vehículo.

#### 4.4 Efecto de los engranajes sin carga asociada

Supongamos la figura 4.5 donde dos ruedas se engranan en un punto P sin fricción ni deslizamiento, siendo la rueda 1 la propulsora, que transmite un par  $M_1$ . De las leyes de Newton hallamos las siguientes expresiones:

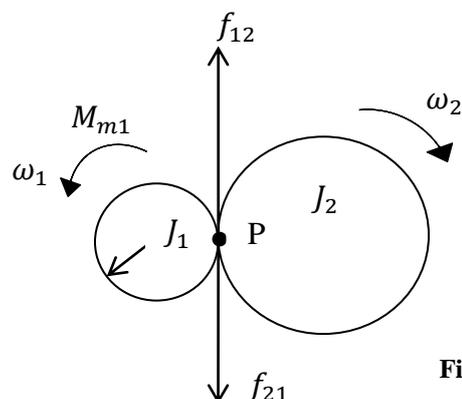


Fig. 4.5

$f_{21}$ : Fuerza ejercida por la rueda 2 sobre 1.

$f_{12}$ : Fuerza ejercida por la rueda 1 sobre 2.

La rueda 1 se comportará según la expresión:

$$M_{m1} - r_1 f_{21} = J_1 \frac{d\omega_1}{dt} \quad (4.17)$$

La rueda 2, por otro lado, si no se aplica ningún par resistente, se comportará acorde con:

$$r_2 f_{12} = J_2 \frac{d\omega_2}{dt} \quad (4.18)$$

Las fuerzas en el punto P se encuentran en equilibrio y las dos ruedas se mueven sincrónicamente, entonces:

$$f_{12} = f_{21}, \quad r_1 \omega_1 = r_2 \omega_2,$$

Podemos expresar 4.18 como:

$$f_{12} = \frac{J_2}{r_2} \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{J_2}{r_2} \frac{d\left(\frac{r_1}{r_2} \omega_1\right)}{dt} = J_2 \frac{r_1}{r_2} \frac{1}{r_2} \frac{d\omega_1}{dt} = f_{21} \quad (4.19)$$

Llevando la expresión 4.19 a la primera ecuación 4.17:

$$M_{m1} - r_1 J_2 \frac{r_1}{r_2} \frac{1}{r_2} \frac{d\omega_1}{dt} = J_1 \frac{d\omega_1}{dt},$$

$$M_{m1} = J_1 \frac{d\omega_1}{dt} + J_2 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \frac{d\omega_1}{dt},$$

$$M_{m1} = \left(J_1 + J_2 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\right) \frac{d\omega_1}{dt},$$

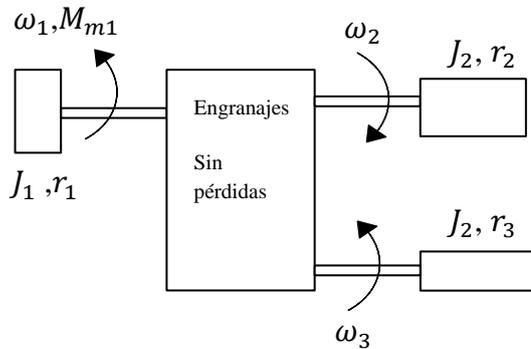
$$m_{m1} = J_{1e} \frac{d\omega_1}{dt}, \quad (4.20)$$

Siendo  $J_{1e}$  el momento de inercia efectivo en el eje de la rueda 1. Vemos como está afectado por los elementos de la rueda 2. Puede ser expresado de dos formas debido a la relación entre velocidad angular y radios:

- $J_{1e} = J_1 + J_2 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \quad (4.21)$

- $J_{1e} = J_1 + J_2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 \quad (4.22)$

Esta expresión puede extrapolarse al caso en el que tengamos conectados más de dos engranajes, así si por ejemplo tuviéramos tres, la expresión del momento de inercia efectivo quedaría:



**Fig. 4.6**

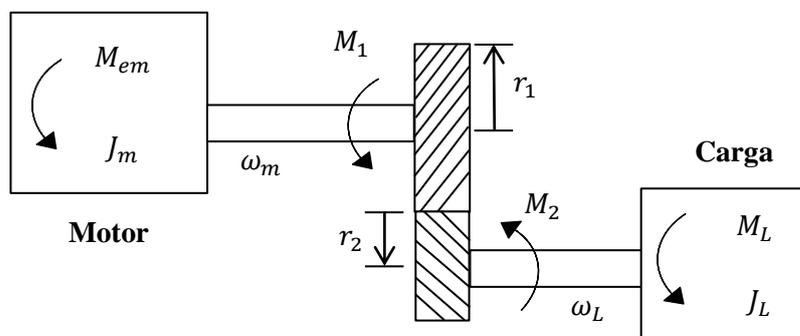
Las dos formas de expresar la inercia efectiva serían:

$$J_{1e} = J_1 + J_2 \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + J_3 \left( \frac{\omega_3}{\omega_1} \right)^2,$$

$$J_{1e} = J_1 + J_2 \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 + J_3 \left( \frac{r_1}{r_3} \right)^2,$$

#### 4.5 Efecto de los engranajes con carga asociada

A continuación vamos a aplicar lo visto en el apartado anterior pero en el caso en el que tengamos un motor acoplado a una carga, actuando esta como par resistente  $M_L$ , girando a una velocidad  $\omega_L$ . El motor proporciona un par electromotriz  $M_{em}$  y girando a  $\omega_m$ .



**Fig. 4.7**

Suponiendo que el punto de contacto se mantiene la misma velocidad lineal:

$$r_1 \omega_1 = r_2 \omega_2$$

y además no existen pérdidas por lo que se conserva también la potencia transmitida:

$$\text{Potencia} = \omega_1 M_1 = \omega_2 M_2$$

Combinándolas:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{M_2}{M_1} \quad (4.21)$$

Fijándonos en la figura 4.7 podemos definir los siguientes pares:

- Par de fuerza proporcionando por el motor al final de los mecanismos de engranaje:

$$M_1 = M_{em} - J_m \frac{d\omega_m}{dt} \quad (4.22)$$

- Par de carga resistente que se opone al movimiento producido por el motor, al final de los mecanismos de engranaje:

$$M_2 = M_L + J_L \frac{d\omega_L}{dt} \quad (4.23)$$

Sustituyendo ahora 4.22 y 4.23 en 4.21 llegamos a:

$$\left( M_{em} - J_m \frac{d\omega_m}{dt} \right) \frac{\omega_m}{\omega_L} = (M_L + J_L \frac{d\omega_L}{dt}) \quad (4.24)$$

Teniendo en cuenta la expresión de momento de inercia efectivo definido en el apartado anterior 4.21 o 4.22 (ambas serian validas) obtenemos:

$$M_{em} = J_{eq} \frac{d\omega_m}{dt} + \left( \frac{\omega_L}{\omega_m} \right) M_L \quad (4.25)$$

Expresión que nos relaciona el par motor, el momento de inercia efectivo, la aceleración del motor y el par resistente cuando este está asociado a una carga externa que gira con velocidad angular diferente al motor.

## 4.6 Aplicación al caso de estudio

Tras analizar las partes integrantes del motor perteneciente al vehículo que es caso de estudio se obtuvieron las siguientes características:

No posee eje de transmisión pues la única rueda motriz va acoplada directamente al motor, pudiendo suponer esta como la única parte móvil del vehículo a efectos de calcular la inercia del motor.

Aplicando esto a la ecuación 4.25, esta se puede simplificar pues la velocidad del motor coincide con la de la carga asociada  $\omega_L = \omega_m$ .

Quedando la ecuación:

$$M_{em} - M_L = J_{eq} \frac{d\omega_m}{dt} \quad (4.26)$$

Utilizando ahora la ecuación 4.15 para el cálculo del momento de inercia referido al eje de rotación  $J = \int_0^m r^2 dm$ .

Para calcularlo tenemos los siguientes datos:

- El tamaño de la rueda es de 20" (0,508 m).
- Suponemos que toda la masa se encuentra en el radio exterior de un anillo.
- La masa de la rueda es de 800gr.

Con todo ello obtenemos  **$J=0,206 \text{ Kgm}^2$** .

Por lo tanto una vez hallado este dato nos queda estudiar el valor del momento del par resistente  $M_L$ .

# CAPÍTULO 5

## MODELADO DINÁMICO

## 5. Modelado Dinámico

A continuación se van a exponer las principales fuerzas que se oponen al movimiento del vehículo siendo estas las causantes del par resistente. Estas fuerzas pueden ser consideradas como resistencias.

Se procederá por tanto a resolver la  $f_l$  de la ecuación vista anteriormente:

$$f_m - f_l = m_0 \frac{d^2x}{dt^2} \quad (5.0)$$

### 5.1 Resistencia a la rodadura

La resistencia a la rodadura se presenta cuando un cuerpo rueda sobre una superficie, deformándose uno de ellos o ambos. Pensemos en el caso de un cilindro que se apoya sobre una superficie plana; todo el peso del cilindro gravita sobre una exigua superficie de contacto (una generatriz, desde un punto de vista estrictamente geométrico). Es fácil comprender que la presión en el contacto será tan grande que hasta el material más rígido se deformará. De ese modo, el cuerpo, la superficie que lo soporta o ambos, se deforman, aumentando el área de contacto hasta que la presión disminuye y se restablece una situación de equilibrio.

#### 5.1.1 Cuerpos rígidos

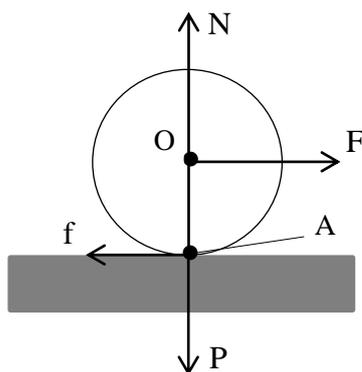


Fig. 5.1

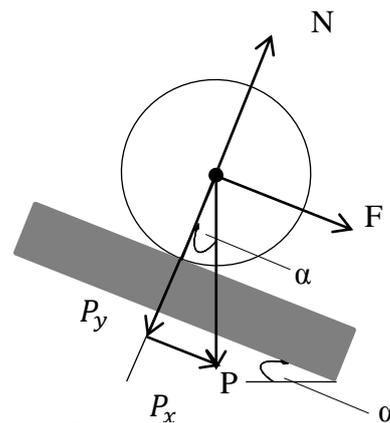


Fig. 5.2

Consideremos el caso ideal de un cuerpo indeformable (un cilindro o una rueda, de radio  $R$ ) que puede rodar sobre una superficie plana también indeformable (Figura 5.1). Si la superficie es horizontal, las fuerzas que actúan sobre el cilindro son las que vamos a ver a continuación.

Por un lado esta su peso  $\mathbf{P}$  y por otro la reacción normal del plano  $\mathbf{N}$ , definiendo esta como  $N = m g$ , siendo  $m$  la masa del cuerpo y  $g$  la gravedad.

Si ahora aplicamos una fuerza  $\mathbf{F}$  sobre el eje del cilindro, paralelamente al plano y perpendicularmente al eje, aparecerá una fuerza de rozamiento,  $\mathbf{f}$ , en  $\mathbf{A}$ , en dirección opuesta a la fuerza aplicada  $\mathbf{F}$ . El momento de la fuerza de rozamiento respecto del eje del cilindro,  $M = f R$ , hace girar el cilindro alrededor de su eje. Así, en el caso de cuerpos indeformables soportados por superficies indeformables, por pequeña que sea la fuerza se producirá la rodadura (siempre que exista suficiente rozamiento estático para evitar el deslizamiento). En estas condiciones no tienen sentido hablar de resistencia a la rodadura.

En un segundo caso en el que nos encontraríamos con una pendiente cabe destacar que la fuerza de reacción normal  $\mathbf{N}$  dependerá del grado de inclinación del plano. Vemos también como la fuerza debida al peso se descompone en dos,  $P_x$  y  $P_y$ , coincidiendo  $\mathbf{N}$  con esta última fuerza, así pues:

$$N = m g \cos(\alpha) \quad (5.1)$$

### 5.1.2 Cuerpo deformable, caso real.

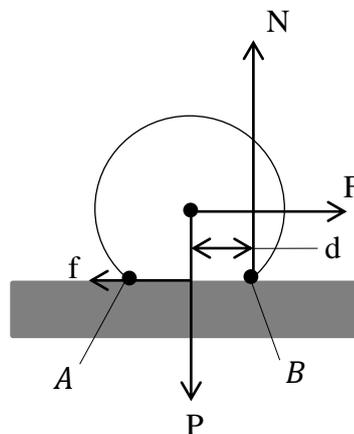


Fig. 5.3

En las situaciones reales, los cuerpos se deforman. El contacto no se realiza entonces a lo largo de una generatriz (como en el ejemplo anterior) sino a lo largo de una estrecha banda AB, como se muestra en la Figura 5.3. Ello da lugar a que aparezcan reacciones en los apoyos; reacciones que dan lugar a la aparición de un par que se opone a la rodadura. Podemos ver que en cada instante el cilindro debe rotar sobre la generatriz que pasa por B para poder rodar superando el pequeño obstáculo que se opone a ello.

Eso equivale a considerar desplazada la línea de acción de la reacción normal  $N$  una distancia que designaremos por  $d$ . El par de resistencia a la rodadura y el par aplicado valen, respectivamente:

$$M_{rest} = d N \quad (5.2)$$

$$M_{apli} = R F \quad (5.3)$$

En las condiciones críticas, cuando comienza la rodadura, el par aplicado o de arranque será mayor que el par resistente, de modo que:

$$M_{apli} \geq M_{rest} \quad (5.4)$$

Sustituyendo las expresiones (5.2) y (5.3) en (5.4) obtenemos:

$$F \geq \frac{d N}{R} = C_{rr} N \quad (5.5)$$

Llamamos a  $C_{rr}$  como coeficiente de rodadura.

En el caso más general en el que nos encontremos una pendiente, la fuerza de rodadura, sustituyendo en (5.5) la expresión (5.1), será:

$$F_{rod} = C_{rr} m g \cos(\alpha) \quad (5.6)$$

Así aplicamos esa fuerza a la ecuación (5.0) en la que un cuerpo se le aplica una fuerza  $F$ , con una masa  $m$  y una aceleración  $a$ , el cual sufre una única fuerza de resistencia como es la rodadura, podemos definir la ecuación dinámica del movimiento como:

$$F - F_{rod} = m a \quad (5.7)$$

Por último se han recogido de la bibliografía una serie de valores de  $C_{rr}$  dependiendo del tipo de contacto. Estos se pueden ver en la tabla siguiente:

| $C_{rr}$         | Descripción   |
|------------------|---|
| 0,0002 a 0,00101 | Ruedas de ferrocarril sobre raíles de acero   |
| 0,0025           | Neumáticos especiales Michelin para automóvil solar/eco-marathon                        |
| 0,005            | Raíles estándar de tranvía  |
| <b>0,0055</b>    | <b>Neumáticos BMX de bicicleta usados para automóviles solares</b>                      |
| 0,006 a 0,01     | Neumáticos de automóvil de baja resistencia y neumáticos de camión sobre carretera lisa |
| 0,010 a 0,015    | Neumáticos ordinarios de automóvil sobre hormigón                                       |
| 0,020            | Neumáticos ordinarios de automóvil sobre losas de piedra                                |
| 0,030 a 0,035    | Neumáticos ordinarios de automóvil sobre alquitrán o asfalto                            |
| 0,055 a 0,065    | Neumáticos ordinarios de automóvil sobre hierba, barro y arena                          |
| 0,34             | Neumáticos ordinarios de automóvil sobre hierba, barro y arena                          |

**Tabla 5.1** Valores de  $C_{rr}$

En nuestro caso tomaremos el valor  $C_{rr} = 0,0055$ .

## 5.2 Cálculo experimental de Coeficiente de rodadura $C_{rr}$

A continuación se va a sugerir un modo de cálculo experimental del coeficiente de rodadura, el cual se podría realizar sobre el vehículo si se tuviera disponible. Se supondrá que la única fuerza presente va a ser la de rodadura, despreciando la demás, por lo que el ensayo se debe realizar a bajas velocidades y sin viento exterior. Este procedimiento sería el siguiente:

- 1) Colocar el vehículo sobre una recta sin pendiente.
- 2) Proporcionar al vehículo una velocidad inicial  $v_0$  aleatoria.
- 3) Calcular el tiempo  $t$  que tarda en detenerse, es decir alcanzar la velocidad  $v = 0$ .
- 4) Por último resolver el siguiente sistema:

Datos iniciales:

- $T = 0, V = v_0$
- $T = t, V = 0$
- La fuerza proporcionada por el motor  $f_m = 0$
- $f_l = \text{fuerza de rodadura}$

Ecuación (5.0) a resolver:

$$f_m - f_l = m \frac{dv}{dt}$$

Resolviendo queda:

$$f_l = \frac{v_0 m}{t}$$

Sustituyendo la fuerza de rodadura con pendiente 0° de la ecuación (5.6):

$$C_{rr} = \frac{v_0}{t g}$$

Finalmente si realizamos diversos ensayos a distintas velocidades y realizando un tratamiento estadístico de los datos podríamos obtener una  $C_{rr}$  de modo experimental.

### 5.3 Resistencia a la pendiente

Cuando nos encontremos en la situación en el que vehículo tiene que subir una pendiente, aparecerá una fuerza que intentara frenarlo debido al propio peso del vehículo y la gravedad. Como vemos en la figura 5.2, esta fuerza que se opone al movimiento es la componente  $P_x$  y matemáticamente:

$$P_x = m g \text{sen}(\alpha) = F_{pend} \quad (5.8)$$

Ahora bien, si a nuestra ecuación dinámica del movimiento le añadimos esta otra resistencia al movimiento:

$$F - F_{rod} - F_{pend} = m a \quad (5.9)$$

## 5.4 Resistencia en curva

### 5.4.1 Curva sin peralte

Suponemos que el vehículo describe una trayectoria circular de radio  $R$  con velocidad constante  $V$ . Para un observador inercial, situado fuera del vehículo, las fuerzas que actúan sobre el móvil son: el peso ( $P$ ), la reacción con la carretera ( $N$ ) y la fuerza de rozamiento ( $Fr$ ), siendo esta última la que provoca que el vehículo describa una trayectoria circular.

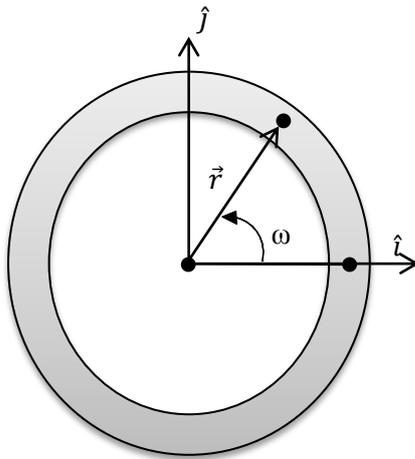


Fig. 5.4

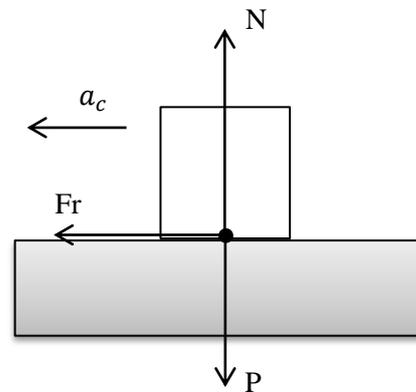


Fig. 5.5

Nos encontramos antes un movimiento circular, figura 5.4, por lo tanto vamos a describir las ecuaciones que describen posición, velocidad y aceleración, todas ellas dependientes del tiempo  $t$ :

La posición viene dada por el vector  $\vec{r}$  :

$$\vec{r} = R\cos(\omega t)\hat{i} + R\sin(\omega t)\hat{j}$$

La velocidad viene dada por el vector  $\vec{v}$  :

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = -R\omega\sin(\omega t)\hat{i} + R\omega\cos(\omega t)\hat{j}$$

En modulo:  $\omega = \frac{V}{R}$

La aceleración viene dada por el vector  $\vec{a}$ :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -R\omega^2\cos(\omega t)\hat{i} - R\omega^2\sin(\omega t)\hat{j}$$

En modulo,  $a = -\omega^2 R$ , el signo negativo nos indica que la aceleración lleva dirección contraria al vector de posición, es decir, está dirigida hacia el centro de la circunferencia.

Se puede expresar: 
$$a = -\frac{v^2}{R} \quad (5.10)$$

Volviendo a la figura 5.5 esta aceleración calculada corresponde a la aceleración centrípeta  $a_c$ , y puesto que en dirección radial solo tenemos esta fuerza y la correspondiente al rozamiento:

$$F_r = ma_c$$

Teniendo en cuenta:  $F_r = N\mu = mg\mu$  y que  $a_c = -\frac{v^2}{R}$

$$\mu = \frac{v^2}{Rg} \quad (5.11)$$

Por lo tanto hemos obtenido un coeficiente de rozamiento el cual depende de la velocidad y del radio de la curva. Así que para que el vehículo sea capaz de tomar la curva a dicha velocidad requerirá que la fuerza de rozamiento obtenga el valor adecuado para que se pueda describir dicha trayectoria circular, por lo que se debe de tener un coeficiente como el calculado. En caso de que no se llegue a obtener ese coeficiente el vehículo perderá adherencia y se saldrá de la curva. No se dispone de datos para calcular analíticamente el valor máximo de  $\mu$  pero como nuestro objetivo va a ser calcular el par para una velocidad constante y relativamente baja, supondremos que el vehículo en toda curva va a ser capaz de generar dicho coeficiente.

Se podría calcular el valor máximo de dicho coeficiente empíricamente en pista, forzando al vehículo entrar a curvas a velocidades cada vez más altas hasta que pierda la adherencia. En el momento que pierda adherencia es cuando el vehículo desarrolla el máximo coeficiente no pudiendo superar dicha velocidad en esa curva.

#### **5.4.2 Curva con peralte**

Consideramos ahora que la curva tiene un peralte de ángulo  $\theta$  lo que cambia la geometría del problema a la que se representa en la siguiente figura:

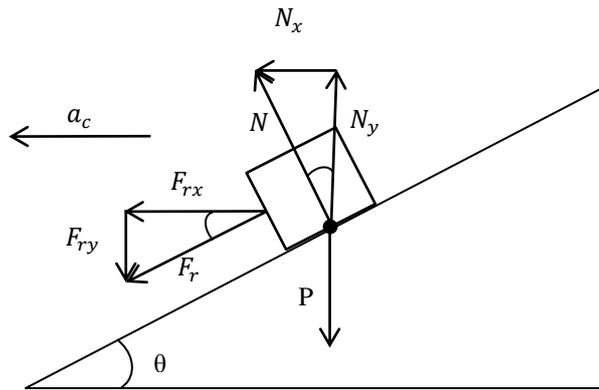


Fig.5.6

En el eje vertical (y) no hay aceleración, tenemos situación de equilibrio:

$$N \cos(\theta) = F_r \sin(\theta) + mg$$

En el horizontal (x) aplicamos la segunda ley de Newton para movimiento circular uniforme

$$N \sin(\theta) + F_r \cos(\theta) = a_c$$

Sustituyendo en ambas ecuaciones, teniendo en cuenta que  $F_r = \mu_p mg$ , y con un coeficiente de rozamiento para curva con peralte dado  $\mu_p$ . Además como hemos visto  $a_c = \frac{v^2}{R}$  por lo tanto la velocidad máxima a la que se podría trazar la curva sería:

$$V = \sqrt{Rg \frac{\sin\theta + \mu_p \cos\theta}{\cos\theta - \mu_p \sin\theta}}$$

Pero en nuestro caso nos interesa obtener el coeficiente de rozamiento el cual nos permite dar la curva de radio R a la velocidad V con peralte  $\theta$ , así que despejando en la ecuación anterior:

$$\mu_p = \frac{\cos\theta \frac{v^2}{Rg} - \sin\theta}{\sin\theta \frac{v^2}{Rg} + \cos\theta} \quad (5.12)$$

Nos encontramos en un caso parecido a de la curva sin peralte. Puesto que no tenemos datos para averiguar el valor de  $\mu_p$  analíticamente, supondremos que debido a la velocidad que llevará el vehículo este sea capaz de generarlo y por tanto, la fuerza de rozamiento nos permita tomar la curva.

En conclusión hemos visto que la fuerza de rozamiento tendrá coeficientes diferentes según los casos anteriores. Recopilando:

- En caso de circular en una recta sin curva será  $C_{rr}$ .
- En caso de circular en una curva sin peralte será  $\mu$ .
- En caso de circular en una curva con peralte será  $\mu_p$ .

Más adelante en el simulador utilizaremos las operaciones lógicas adecuadas para que se utilice el coeficiente adecuado para cada tramo.

### 5.5 Resistencia aerodinámica sobre cuerpos sólidos

Cuando un cuerpo sólido se mueve en el seno de un fluido, o el fluido alrededor del cuerpo, el campo de presiones  $p$  y esfuerzos de fricción viscosa  $\tau'$  sobre su superficie que se genera por el movimiento relativo produce una fuerza:

$$\vec{F} = - \int_{\Sigma} p \vec{n} d\sigma + \int_{\Sigma} \tau' \vec{n} d\sigma$$

$d\sigma$  = diferencia de superficie.

$\vec{n}$  = vector normal a la superficie.

Esta fuerza se puede descomponer según direcciones perpendiculares:

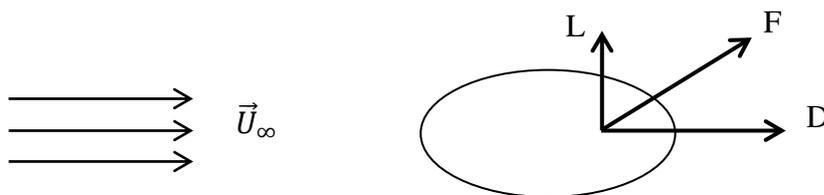


Fig.5.7

-Resistencia: (D: Drag) es la componente de la fuerza paralela a la dirección incidente de la velocidad relativa al sólido.

$$D = \vec{F} \frac{\vec{u}_{\infty}}{|\vec{u}_{\infty}|} \quad (5.13)$$

-Sustentación: (L: lift) es la componente perpendicular a dicha dirección incidente. Esta componente tiene una gran importancia a la hora de hablar de aeronaves y turbomaquinas, pero para el caso presente no es relevante.

Utilizando los conceptos de mecánica de fluidos relacionados con el análisis dimensional y semejanza física, y teniendo en cuenta la ecuación 5.13 podemos obtener el coeficiente adimensional de resistencia como:

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho U_{rel}^2 A} \quad (5.14)$$

$\rho$ : densidad del fluido, en nuestro caso aire.

$U_{rel}$ : velocidad relativa entre el fluido y el sólido. Se define como:

$$U_{rel} = U_{fluido} - U_{sólido}$$

$C_D$ : Coeficiente de resistencia, se puede obtener para una determinada geometría y orientación (ángulo de ataque).

A: área frontal en un cuerpo romo.

La densidad del aire es un valor que en principio no es constante pues depende de la altura, de la presión, la humedad relativa y de la temperatura a la que nos encontremos. Por lo tanto tomaremos el valor de este en condiciones estándar:

Temperatura: 20°C

Presión: 760 mmHg

Altura nivel del mar: 0 m

Humedad relativa: 0%

**Densidad: 1,2Kg/m<sup>3</sup>**

El valor de  $C_D$  depende de cada tipo de vehículo así encontramos los siguientes valores:

- Valores de 0,2 para vehículos prototipo con un diseño aerodinámico muy avanzado.
- Valores entre 0,3 y 0,5 para coches convencionales de calle.
- Una valor de 0,5 para autobuses y 0,7 para camiones con deflectores.
- Para un formula puede llegar a alcanzar valores de 1,1.
- En nuestro caso tenemos un valor de **0,25**.

El área frontal del vehículo depende también de las dimensiones y el diseño del mismo, así encontramos:

- Para vehículos convencionales suele tener un valor entre 2 y 3.
- Para camiones y autobuses de 9.
- En nuestro caso tiene un valor de **0,4 m<sup>2</sup>**.

En conclusión, nuestra fuerza de resistencia aerodinámica la definiremos como:

$$F_{aerod} = C_D \frac{1}{2} \rho U_{rel}^2 A \quad (5.15)$$

## 5.6 Resistencia Total y par resistente

La resistencia que finalmente encontrará el vehículo será la suma de las tres fuerzas descritas anteriormente:

$$F_T = F_{rod} + F_{pend} + F_{aerod} \quad (5.16)$$

Para que el vehículo avance estas fuerzas deben ser vencidas. Estas aparecerán en las ruedas y multiplicando por el radio R se transformaran en el par resistente que se opone al par generador por el motor que a su vez llega a las ruedas a través del eje y engranajes. La rueda motora, donde es aplicado el par motor es la encargada de vencer estas resistencias.

Se define par resistente o de carga:  $M_{rest} = M_L = F_T R$

Y para que se produzca movimiento:  $M_{motor} > M_{rest}$

Desarrollando la expresión 5.16 con lo visto en este capítulo tenemos:

$$F_T = C_{rr} mg \cos(\alpha) + m g \sin(\alpha) + \frac{1}{2} \rho U_{rel}^2 A$$

$$M_L = R \cdot (C_{rr} mg \cos(\alpha) + m g \sin(\alpha) + \frac{1}{2} C_D \rho U_{rel}^2 A) \quad (5.17)$$

Sustituyendo la expresión 5.11 sobre la obtenida en:  $M_m - M_L = J_{eq} \frac{d\omega_m}{dt}$

$M_m$  = Par motor.

$M_l$  = Par de carga.

$$M_m - R \cdot (C_{rr} mg \cos(\alpha) + m g \sin(\alpha) + \frac{1}{2} C_D \rho (U_{flui} - U_{sol})^2 A) = J_e \frac{d\omega}{dt}; (5.18)$$

Ecuación final dinámica del movimiento.

En este proyecto nos vamos a centrar a partir de ahora en la parte correspondiente al par resistente para ver cómo actúa sobre el vehículo.

## 5.7 Parámetros de la ecuación dinámica

Para nuestro caso de estudio tendremos dos tipos de parámetros: unos que serán invariables para el vehículo, y otros que cambiarán según el tramo del circuito en que nos encontramos.

Antes de proceder a reflejar el valor de las constantes debemos de tener en cuenta dos consideraciones:

- 1) El peso “m”:

Esta variable incluye el peso del vehículo más el peso del piloto, por lo tanto quedará definida como:

$$m = m_{veh} + m_{pil}$$

- 2) La velocidad relativa “ $U_{rel}$ ”:

Como ya ha sido definida anteriormente esta velocidad es la diferencia entre la velocidad del aire y la del vehículo. Tenemos que tener en cuenta un criterio de signos pues hay veces que el aire irá en contra del vehículo sumando resistencia, y otras en las que irá a favor restando resistencia aerodinámica.

$$U_{rel} = U_{fluido} - U_{solido}$$

Dicha esta aclaración y recopilando todos los valores de los parámetros que tenemos podemos construir las siguientes dos tablas donde quedarán reflejados:

| Constantes invariables |        |              |
|------------------------|--------|--------------|
| Símbolo                | Valor  | unidades     |
| $\rho$                 | 1,2    | $kg/m^3$     |
| $g$                    | 9,8    | $m/s^2$      |
| $A$                    | 0,4    | $m^2$        |
| $m_{veh}$              | 70     | Kg           |
| $m_{pil}$              | 50     | $kg$         |
| $m$                    | 120    | $kg$         |
| $J_e$                  | 0,206  | $Kg\ m^2$    |
| $C_{rr}$               | 0,0055 | Adimensional |
| $R_{(rueda)}$          | 0,508  | m            |
| $C_D$                  | 0,25   | Adimensional |

| Parametros variables |       |              |
|----------------------|-------|--------------|
| Símbolo              | Valor | unidades     |
| $\alpha$             | -     | $^\circ$     |
| $U_{fluido}$         | 0     | $m/s$        |
| $\mu_p$              | -     | Adimensional |
| $\mu$                | -     | Adimensional |
| $R_{(curva)}$        | -     | m            |

**Tabla 5.1** Valores de los parámetros que aparecen en la ecuación dinámica

# CAPÍTULO 6

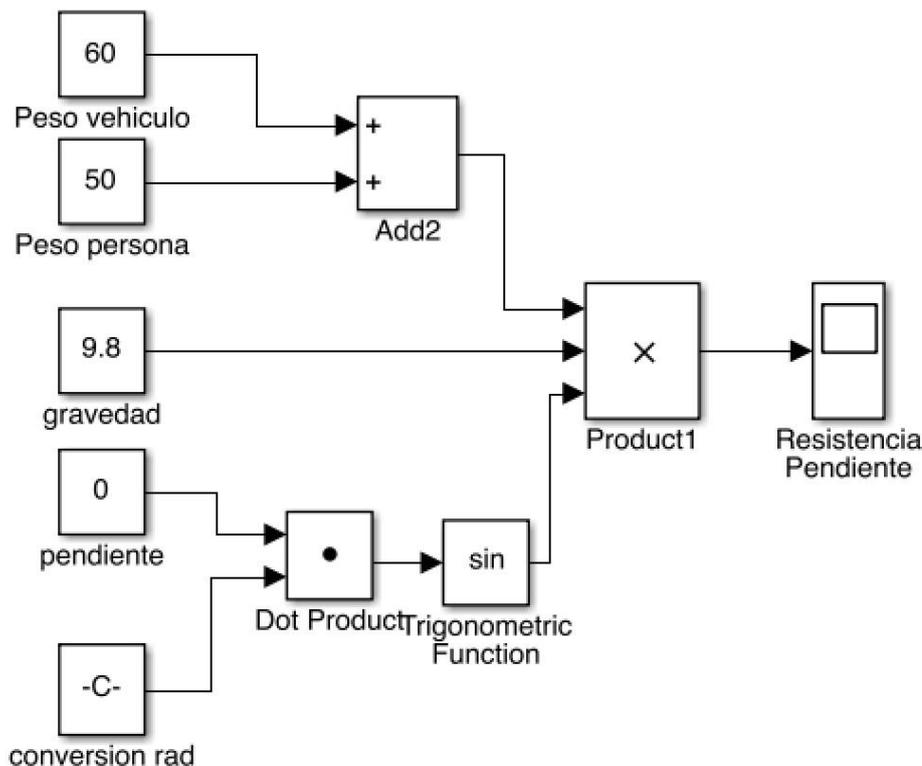
## DESARROLLO DEL MODELO DEL PAR RESISTENTE EN SIMULINK

## 6. Representación del par resistente en Matlab-Simulink

A continuación se van a representar en el simulador de Matlab llamado Simulink el diagrama de bloques que representa el par resistente para cada una de las resistencias analizadas.

### 6.1 Resistencia a la pendiente

Teniendo en cuenta la ecuación 5.8 conseguida en el capítulo anterior referida a la resistencia a la pendiente podemos dibujar en Simulink el siguiente diagrama de bloques:



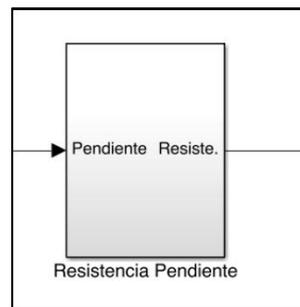
**Fig 6.1** Modelo en Simulink de la resistencia a la pendiente

Se han introducido valores de constantes aleatorias (peso de vehículo, piloto...) pero el funcionamiento del diagrama es el mismo introduciendo los valores adecuados que se realizara más adelante en el proyecto.

La pendiente la introduciremos en grados, pero las funciones trigonométricas trabajan con radianes, así que multiplicaremos el valor de la pendiente en grados por una constante de conversión “conversión rad”:

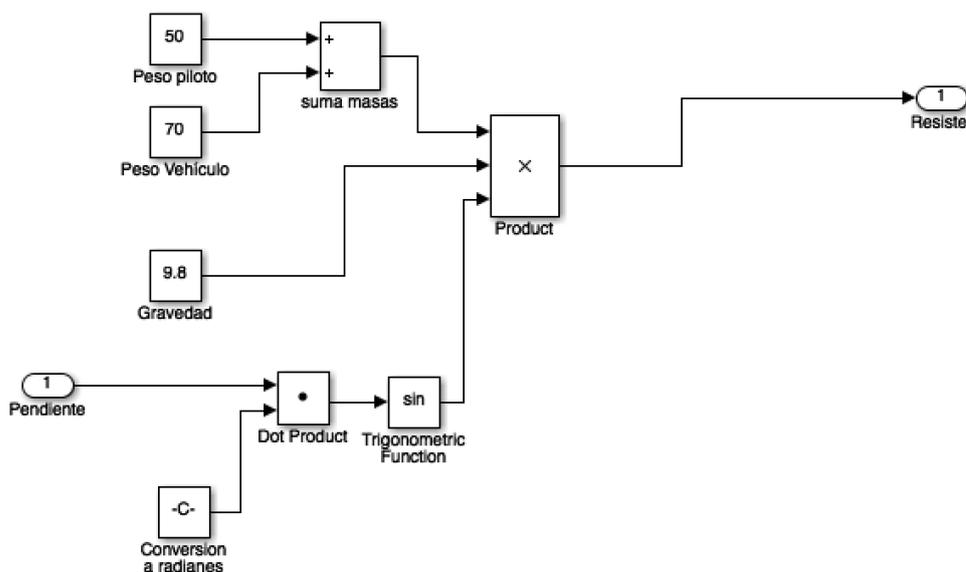
$$C = \frac{\pi}{2 * 90}$$

Para simplificar visualmente el diagrama vamos a utilizar un herramienta de Simulink llamada “Subsystem” que la encontraremos en su librería. Con ella podemos programar un bloque con una serie de entradas, que serán las variables de cada bloque y la salida, que sería la resistencia final. Así que el bloque anterior quedaría recogido en el interior de la siguiente función:



**Fig 6.2** Representación del bloque Subsystem

Este bloque englobaría toda la figura 6.1 siendo la única variable la pendiente, manteniendo los demás valores que aparecen constantes y dando como salida la resistencia a la pendiente. Visualmente su interior sería:

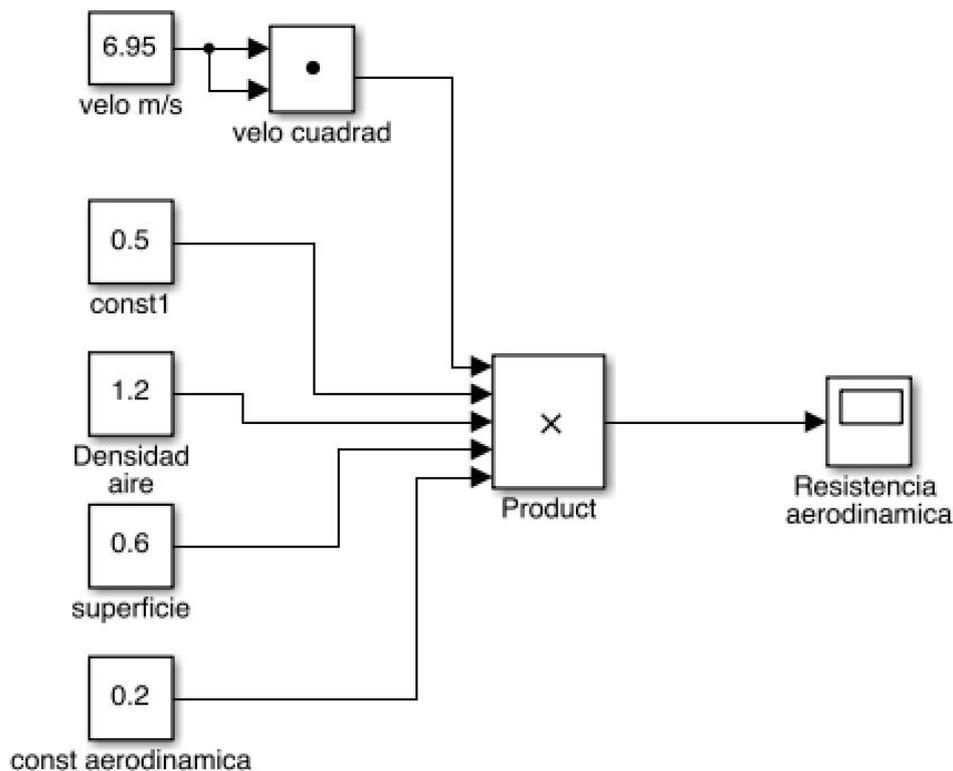


**Fig.6.3** Interior del bloque Subsystem

Con las demás fuerzas resistentes realizaremos la misma operación y veremos el resultado final en el diagrama final del par resistente.

## 6.2 Resistencia aerodinámica

A continuación se va a representar el diagrama de bloques que corresponde con la ecuación de la resistencia aerodinámica calculada en el capítulo anterior.



**Fig 6.4** Modelo en Simulink de la resistencia aerodinámica

Este diagrama como hemos dicho corresponde a la ecuación 5.15:

$$F_{aerod} = C_D \frac{1}{2} \rho U_{rel}^2 A$$

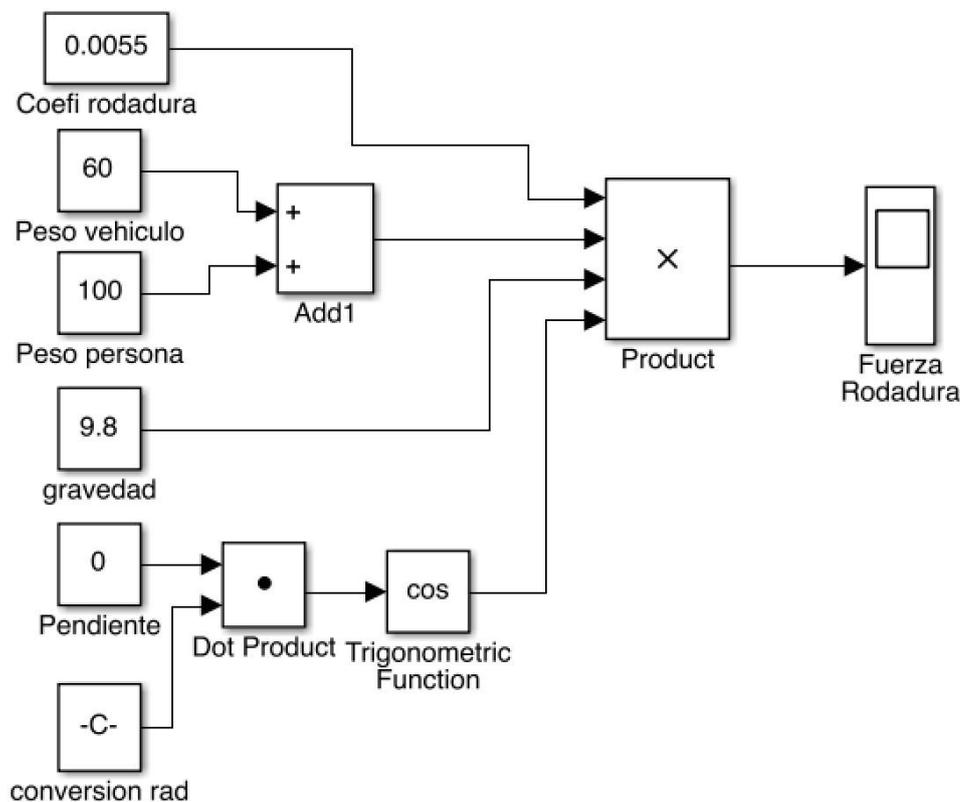
Posteriormente se realizara otro bloque Subsystem como se ha comentado anteriormente con el fin de la simplificación visual.

## 6.3 Resistencia a la rodadura

Ahora pasamos al bloque relacionado con la resistencia a la rodadura pudiendo referirse en el caso de una recta o de una curva.

### 6.3.1 Resistencia a la rodadura en recta

La resistencia a la rodadura referente a la ecuación 5.6 en recta quedará reflejado en el simulador como:



**Fig 6.5** Modelo en Simulink de la resistencia a la rodadura en recta

En este diagrama tenemos dos variables que cambiarán a lo largo del circuito, la pendiente y el coeficiente de rodadura. Este último puede corresponder al coeficiente en recta (0,0055) o en curva pudiendo ser esta con o sin peralte por lo que entonces dependería de otras variables como hemos visto anteriormente en el proyecto. Así pues para calcular el coeficiente de rodadura en curva utilizaremos el diagrama que vamos a ver a continuación.

### 6.3.2 Resistencia a la rodadura en curva

En el caso de estar en una curva debemos de calcular el coeficiente de rodadura en curva de la ecuación 5.12. El modelo desarrollado en el simulador será el siguiente:

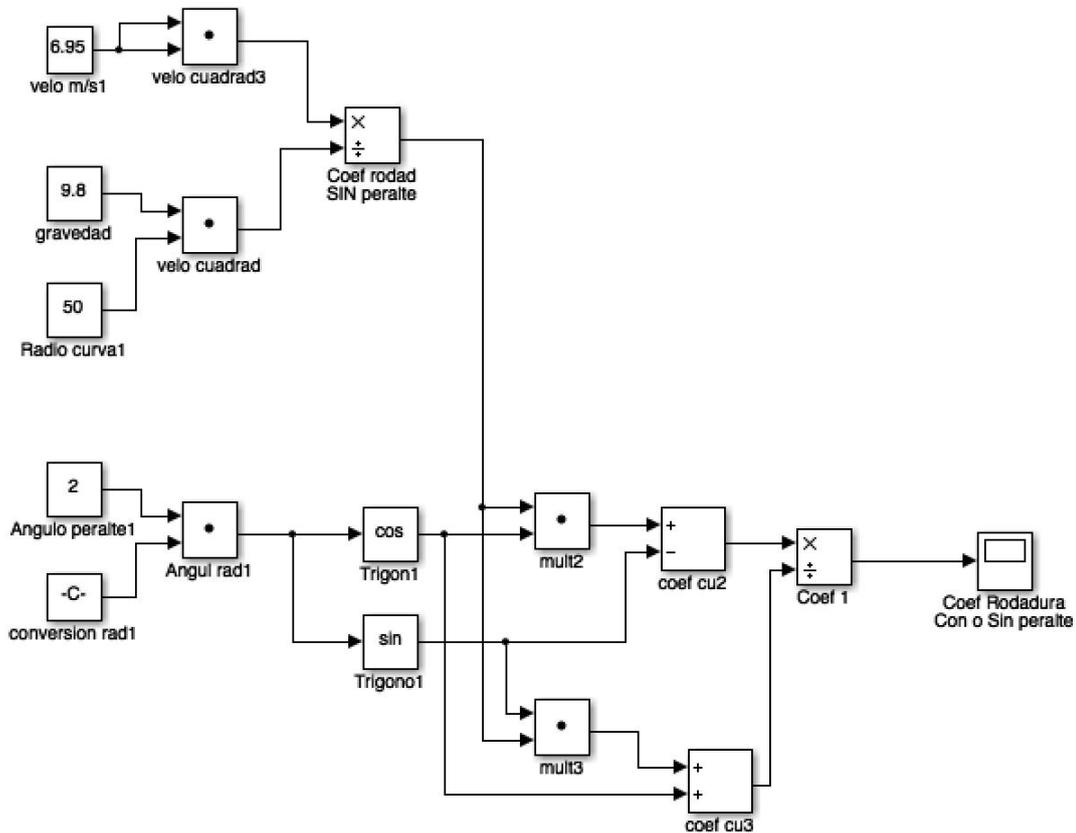


Fig 6.6 Modelo en Simulink de la resistencia a la rodadura en curva

Con este diagrama conseguimos calcular el coeficiente de rodadura en curva con o sin peralte que corresponde con la ecuación:

$$\mu_p = \frac{\cos\theta \frac{V^2}{Rg} - \text{sen}\theta}{\text{sen}\theta \frac{V^2}{Rg} + \cos\theta}$$

Como vemos si el peralte fuera  $\theta = 0$ , entonces el coeficiente quedaría  $\mu_p = \mu = \frac{V^2}{Rg}$  que corresponde al valor del coeficiente de rozamiento en curva sin peralte.

## 6.4 Operador lógico

Puesto que en el circuito a veces estaremos en tramos de recta y en tramos de curva el coeficiente de rodadura cambiará como hemos visto, pues necesitamos saber en qué caso nos encontramos y por consiguiente que coeficiente usar. Para ello utilizaremos el siguiente diagrama:

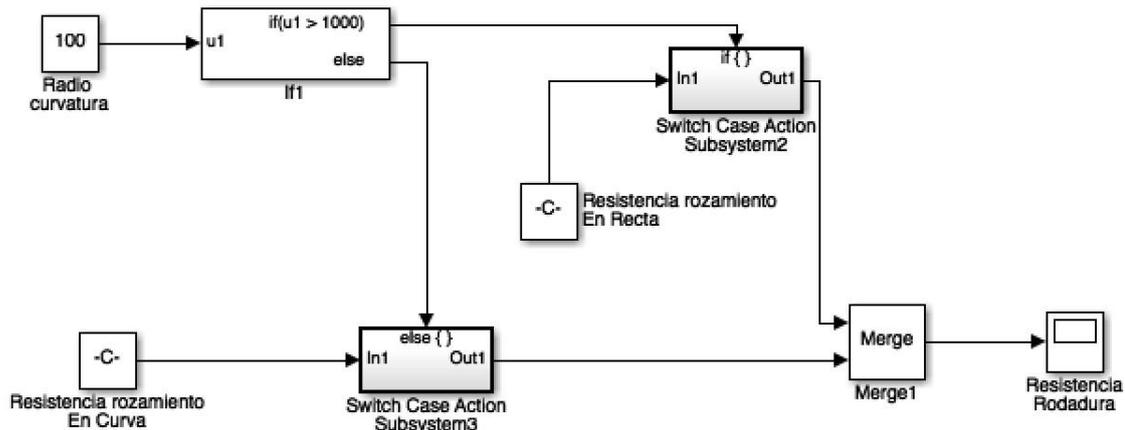


Fig 6.7 Modelo en Simulink del operador lógico

Este diagrama funciona de la siguiente manera:

1. Se introduce el radio de curvatura R.
2. Si  $R > 1000\text{m}$  entonces nos encontramos en una recta, y el coeficiente a usar es el correspondiente al de la recta.
3. Si no sucede esto nos encontramos en una curva y por lo tanto se utiliza el valor del coeficiente en curva.

La función “if” elige el caso en el que nos encontramos. Esta activa un “subsystem” por lo que esta función deja pasar el valor introducido por la entrada “in” y sale por “out”. Finalmente “Merge” deja salir el valor distinto de cero de los “subsystem”

## 6.5 Variables en cada tramo del circuito

Como veremos más adelante, el circuito va a ser dividido en tramos, y en cada tramo las variables Pendiente, Radio y Angulo de Peralte va a tomar un valor distinto, así que debemos utilizar una herramienta para saber cuál será en cada punto. Además debemos de calcular también el tiempo que el vehículo estará en cada tramo con el fin de averiguar su consumo energético local y global.

A modo de ilustración, para explicar la siguiente herramienta vamos a suponer un circuito ficticio, de 6 tramos. En el reflejaremos en cada punto, las tres variables antes mencionadas. También se tendrá que estimar el tiempo de tramo sobre un valor de 1, y además el tiempo acumulado en cada tramo, es decir, con la suma de todos los tiempos parciales de los tramos anteriores que será el valor tipo que se usará para la simulación en Simulink de cualquier circuito, ya que al programa debemos indicarle cuando comienza cada tramo contando desde el inicio.

Para hallar el tiempo base:

$$\text{Tiempo base} = \frac{\text{Tiempo en el tramo}}{\text{Tiempo total}}$$

Suponiendo una velocidad de 5 m/s, a nuestro circuito ficticio vamos a darle los siguientes valores aleatorios:

| Tramo        | Distancia (m) | Tiempo (s) | Tiempo base | Tiempo acumulado | Radio (m) | Peralte (°) | Pendiente (°) |
|--------------|---------------|------------|-------------|------------------|-----------|-------------|---------------|
| 0            | 100           | 20         | 0,0540      | 0                | 600       | 1           | 0             |
| 1            | 800           | 160        | 0,4324      | 0,0540           | 1000      | 0           | 3             |
| 2            | 250           | 50         | 0,1351      | 0,4864           | 100       | 0           | 0             |
| 3            | 300           | 60         | 0,1621      | 0,6216           | 1000      | 0           | -2            |
| 4            | 50            | 10         | 0,0270      | 0,7837           | 50        | 2           | 1             |
| 5            | 350           | 70         | 0,1891      | 0,8108           | 200       | 1           | 2             |
| <b>Total</b> |               | 370        | 1           |                  |           |             |               |

**Tabla 6.1** Valores del circuito ficticio

Se le ha dado un valor simbólico de radio igual a 1000 metros para reflejar que se trata de una recta (su valor real sería infinito). A la hora de introducir los datos del circuito en Simulink se procederá creando una matriz en el entorno Matlab, en la que se introducirán el número de tramos comenzando desde 0 hasta el número de tramos que se hayan conseguido y el valor del tiempo acumulado sobre 1 que se obtenga en la tabla (tiempo acumulado), para de esta manera indicar en qué momento debe ir cambiando de tramo el software.

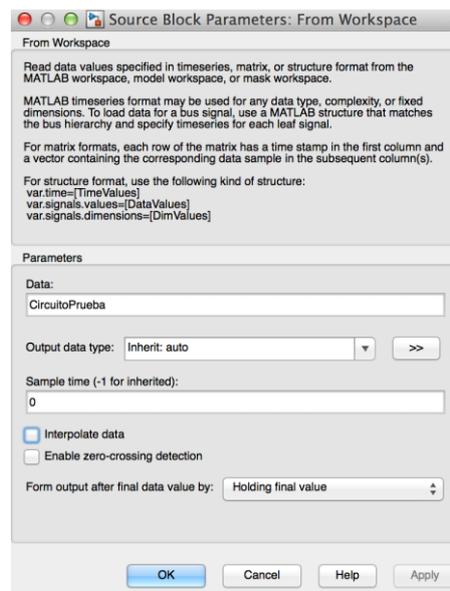
En la siguiente imagen se muestra como es el entorno de Matlab donde se debe introducir los datos de tramos y de tiempo acumulado de cada tramo.

| Variables – CircuitoPrueba  |        |   |   |
|-----------------------------|--------|---|---|
| CircuitoPrueba              |        |   |   |
| CircuitoPrueba <6x2 double> |        |   |   |
|                             | 1      | 2 | 3 |
| 1                           | 0      | 0 |   |
| 2                           | 0.0540 | 1 |   |
| 3                           | 0.4865 | 2 |   |
| 4                           | 0.6216 | 3 |   |
| 5                           | 0.7838 | 4 |   |
| 6                           | 0.8108 | 5 |   |
| 7                           |        |   |   |
| 8                           |        |   |   |
| 9                           |        |   |   |
| 10                          |        |   |   |
| 11                          |        |   |   |

**Fig 6.8** Tabla de valores introducidos en Matlab

Se le asignara un nombre a esta matriz con datos de tiempo acumulado y tramos. Este nombre “CircuitoPrueba” servirá de vínculo con el modelo de Simulink a la hora de recrear el circuito.

En Simulink se empezara creando un vínculo a esta matriz de datos mediante un bloque ‘From workspace’ de la librería Sources. En este bloque se pondrá el nombre de la matriz creada para así coger los datos necesarios para la simulación. En la siguiente imagen se muestran los parámetros que tiene el bloque.

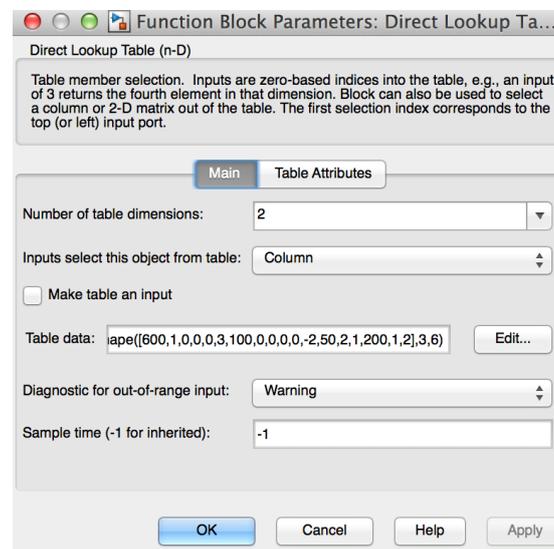


**Fig 6.9** Parámetros del bloque From Workspace

Se observa como en el apartado Data se incluye el nombre ‘CircuitoPrueba’, que tiene que corresponderse con la matriz del circuito creada anteriormente en Matlab. En el apartado final se observa la opción ‘From output after final data value’, en este apartado se pide que se indique que hará la simulación cuando no tenga más datos que usar, en este caso se utilizara siempre ‘Holding final value’, que quiere decir que se mantendrá el dato final de la matriz de datos cuando esta llegue al final, aunque no es estrictamente necesario ya que se ajustara el tiempo de la simulación a 1 y el valor total del tiempo de circuito también es 1, por lo que la simulación parara justamente cuando termine el circuito.

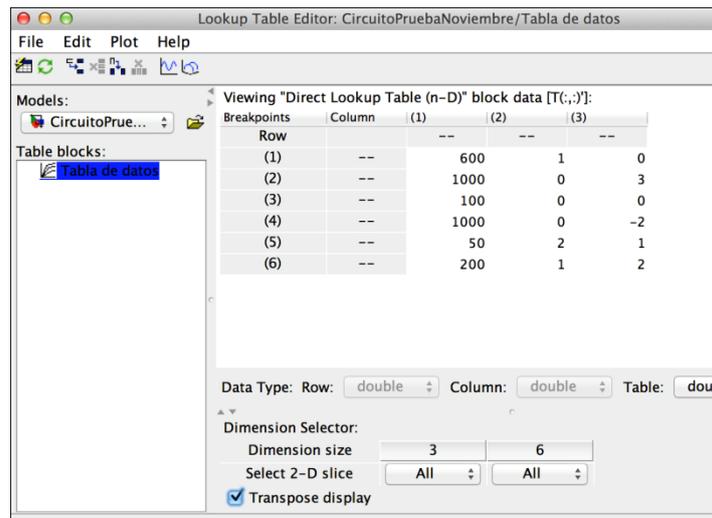
Con esto se consigue crear una señal de tiempo que nos indica cuanto tiempo debe permanecer cada tramo del circuito, ahora se utilizara esta señal de tiempo para extraer de una tabla los datos correspondientes al radio, la pendiente y el ángulo de peralte de cada tramo. La tabla de datos se crea mediante un bloque ‘Direct Lookup Table (n-D)’ en el que se introducen los datos para cada tramo.

Este bloque funciona mediante una entrada en la que se indica el número de columna de la que se quieren extraer los datos, la cual conectaremos con la señal de tiempo. En la salida tendremos un vector compuesto con los valores requeridos en cada tramo.



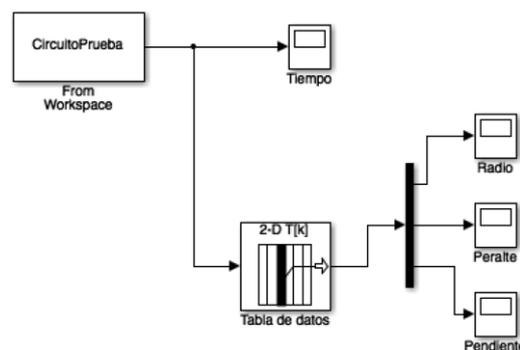
**Fig 6.10** Parámetros del bloque Direct Lookup Table (n-D)

La opción ‘Inputs select this...’ se coloca en posición Column para acceder con cada dato de tramo a su columna correspondiente. En la opción ‘Table data’ se pulsara el botón “Edit...”, entonces se abrirá otra ventana en la que se introducirán los datos de los radios, pendiente y peralte.



**Fig 6.11** Parámetros del bloque Lookup Table Editor

En esta ventana hemos creado una tabla en la que las filas representan cada tramo por orden. La primera columna indica el radio, la segunda el peralte y la tercera la pendiente. Una vez introducido se guarda y ya está preparado para tener los datos en las salidas, simplemente habrá que colocar un demultiplexor para separar los datos a la salida. Además se colocará un osciloscopio para medir el tiempo y además otro en cada salida de la tabla de datos. Finalmente todo esto queda representado:



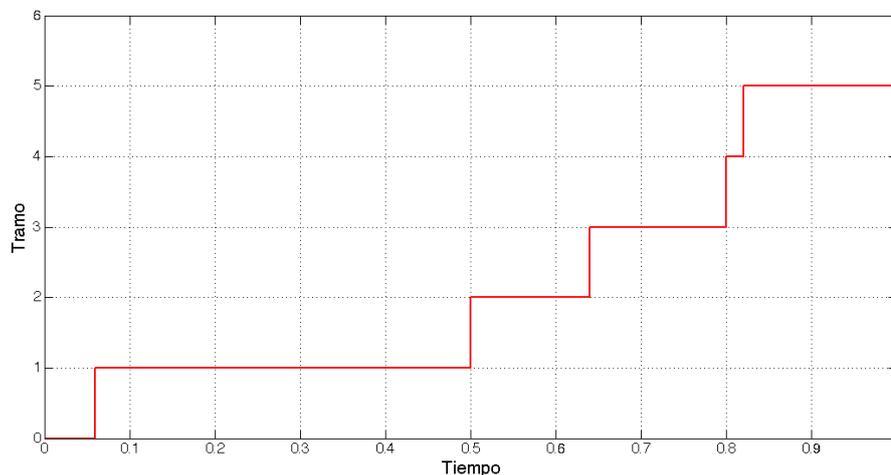
**Fig 6.12** Diagrama de bloques del circuito ficticio

### 6.5.1 Resultado de este modelo

Ahora vamos a analizar cada una de las salidas de los osciloscopios del modelo representado anteriormente en matlab simulink:

#### Tiempo

El osciloscopio nombrado como tiempo se encarga de mostrar la señal de tiempos que se crea a partir de la matriz creada en Matlab, y que servirá para seleccionar el grupo de valores correspondientes al tramo en la tabla de datos. La señal se muestra en la siguiente imagen:

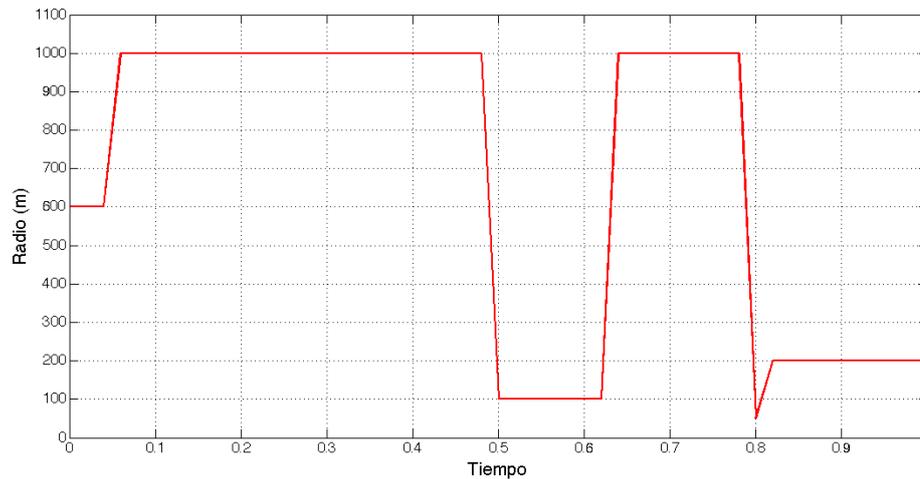


**Grafica 6.1** Señal de tiempo del circuito de prueba

Cada escalón representa cada uno de los tramos del circuito y de la duración en comparación de los demás que tendrá. Así podemos apreciar como el tramo 1 tiene mayor duración que los demás pues tiene que recorrer una mayor distancia. El tramo 4 es muy corto y como tal podemos ver en la gráfica que apenas dura en el tiempo.

## Radio

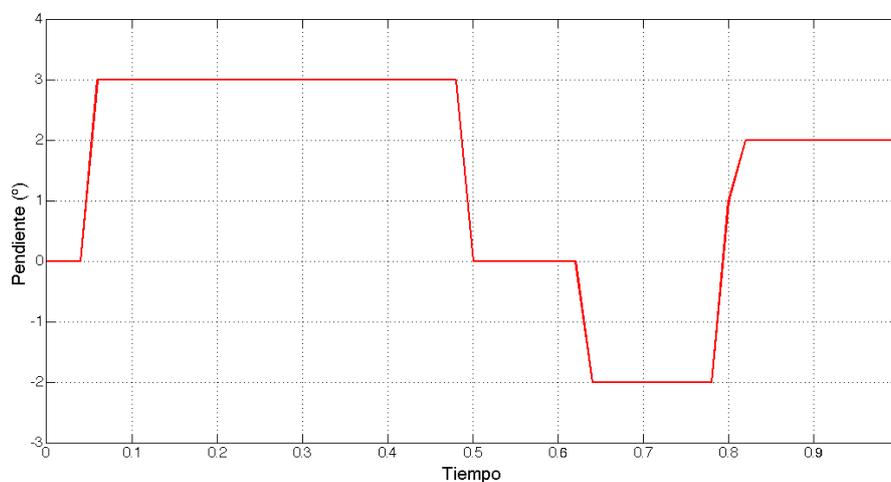
En esta grafica podemos apreciar el tamaño del radio en cada tramo. Podemos ver que el tramo 0 posee el radio más elevado, y los tramos 1 y 3 son rectas ya que sus radios son igual a 1000m como se ha comentado anteriormente.



**Grafica 6.2** Variación del radio en cada tramo

## Pendiente

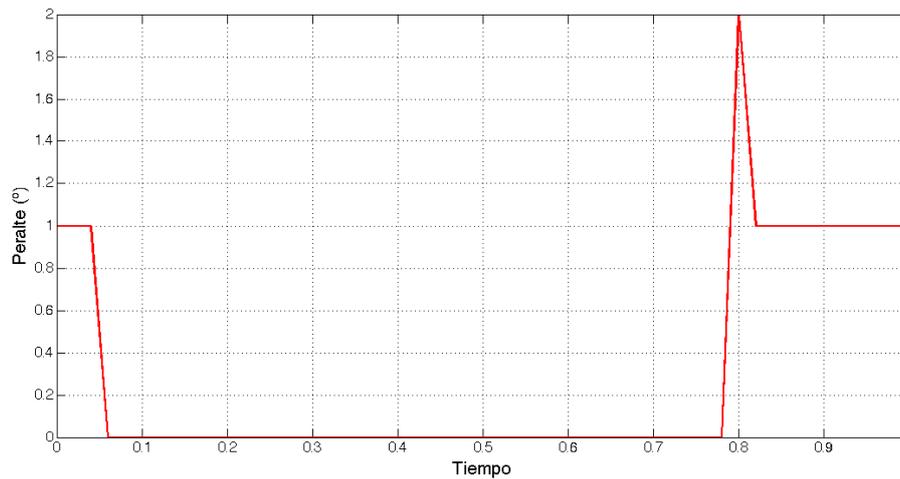
En esta salida del osciloscopio podemos ver la pendiente en cada tramo. Así tenemos tramos llanos como el 0 y el 2, tramos en cuesta ascendente como el 1 y el 5 y tramos con cuesta descendente como el 3.



**Grafica 6.3** Variación de la pendiente en cada tramo

## Peralte

Finalmente en esta última salida podemos ver como variará el peralte en cada curva si lo hubiera. Así inicialmente en el tramo 0 tenemos un peralte de 1° y en los tramos 1, 2 y 3 no tenemos ángulo de peralte.



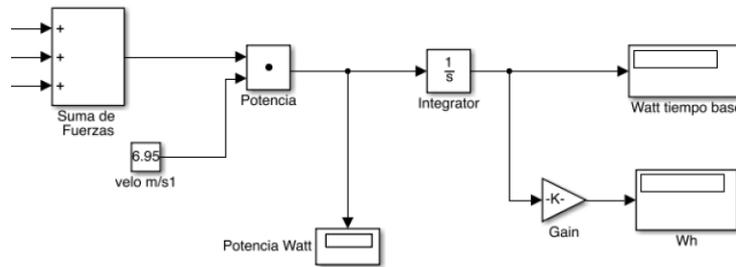
**Gráfica 6.4** Variación del peralte en cada tramo

## 6.6 Modelo de la potencia necesaria

Por ultimo nos interesa saber cuál sería la potencia que el vehículo necesitaría para vencer las diversas fuerzas que se oponen al avance como hemos estudiado. Así pues matemáticamente, la ecuación para calcular la potencia,  $W$ , es:

$$W = \int_0^t F(t) * V dt$$

La “F” representa el sumatorio de todas las fuerzas Resistivas a lo largo del tiempo y la “V” es la velocidad del vehículo. Debemos de integrar el tiempo desde cero hasta el tiempo que dure una vuelta del circuito. Para representar esto en Matlab usaremos el siguiente diagrama:

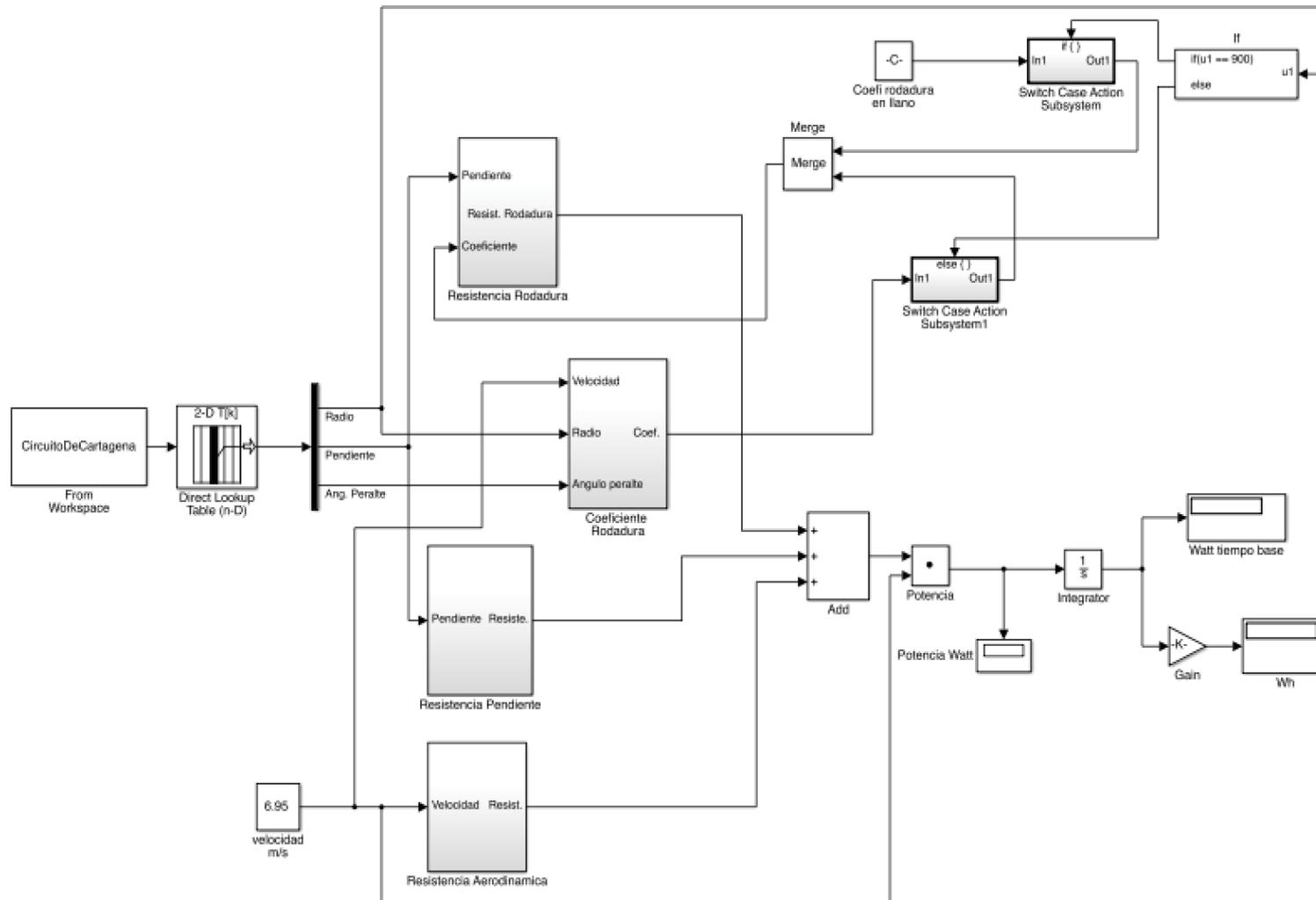


**Fig 6.13** Diagrama de bloques del modelo de potencia

El display de salida llamado “Watt tiempo base” indicaría el gasto energético en un segundo. Puesto que lo que queremos es el gasto global debemos de multiplicar por una ganancia “K” siendo esta igual al tiempo total (en horas) que tardaría el vehículo en recorrer una vuelta. Finalmente tendríamos en este display los Watios hora de consumo.

### 6.7 Modelo final del simulador

Recopilando toda la información de este apartado finalmente el modelo del simulador del par resistente que utilizaremos a partir de este punto del proyecto queda:



**Fig 6.15** Modelo de bloques final del simulador

# CAPÍTULO 7

## MODELO DEL CIRCUITO DE CARTAGENA

## 7. Modelo del circuito de Cartagena

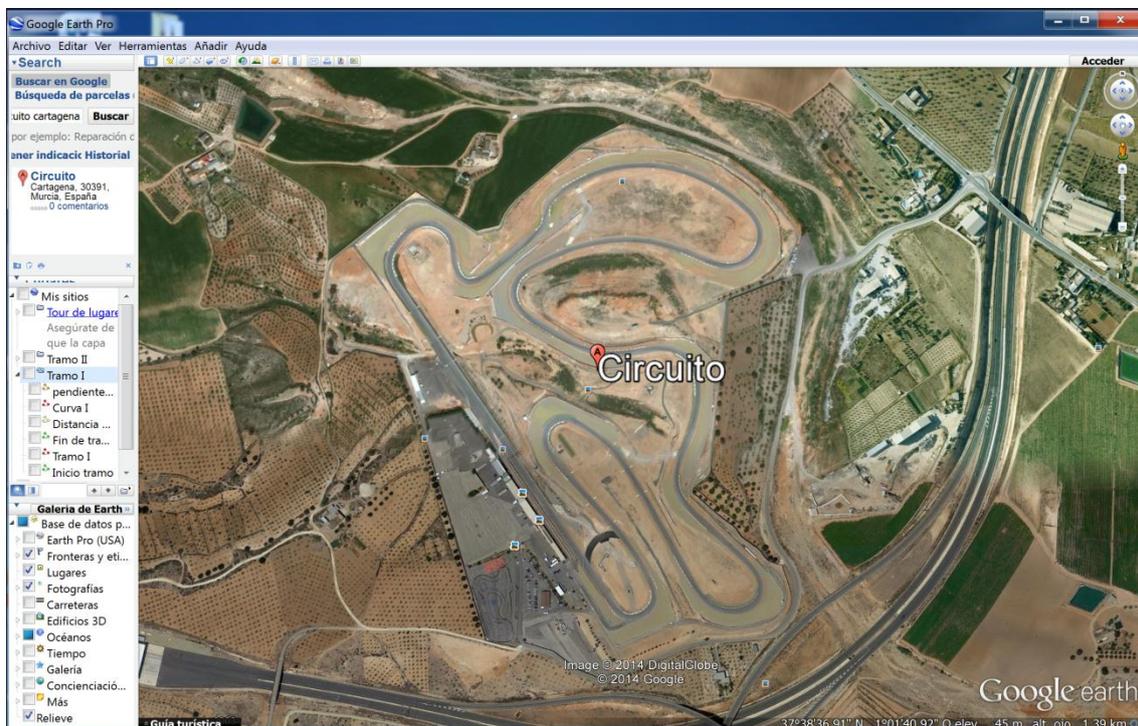
Una vez tenemos el modelo del simulador acabado necesitamos aplicarlo a un caso real por lo que vamos a ponerlo en práctica en el circuito de Cartagena.

En este capítulo se van a presentar las herramientas necesarias para poder representar matemáticamente los datos fundamentales de un circuito para luego poder aplicarlo al modelo del par resistente desarrollado en los apartados anteriores. El programa utilizado para poder llevar a cabo esta tarea será “*Google earth*”.

Los datos fundamentales que vamos a tener que obtener son: número de tramos que dividiremos el circuito, longitud de las rectas, longitud aproximada de curvas, radio de las curvas, peralte e inclinación (desnivel) de cada tramo del circuito.

### 7.1 Utilización del programa “Google earth”

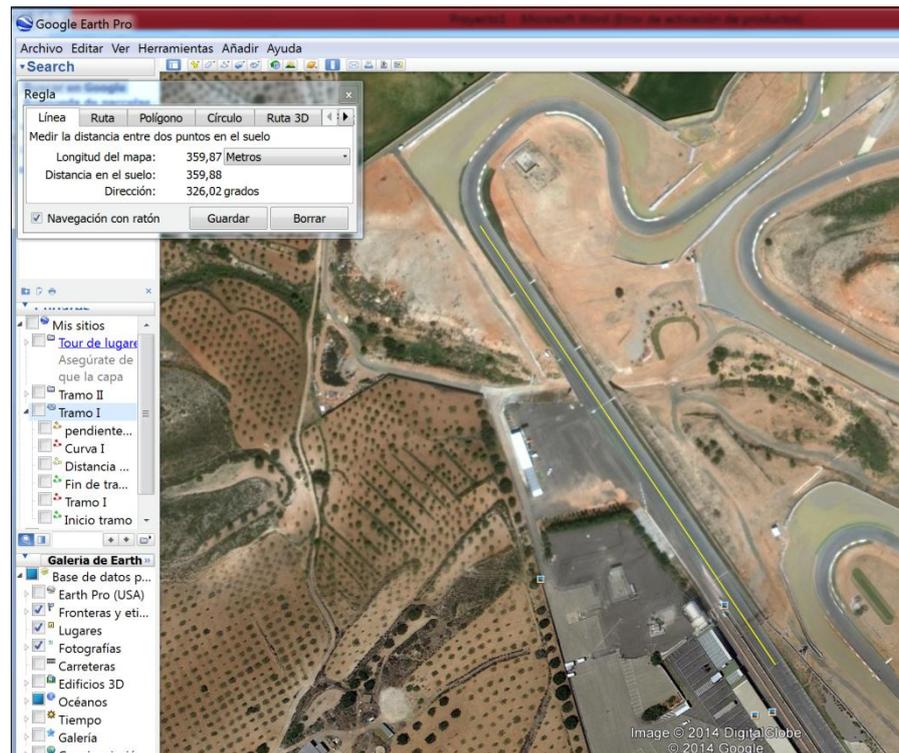
Abrimos el programa y buscamos la ubicación de “circuito de Cartagena” y encontramos la siguiente imagen donde se nos muestra el circuito de Cartagena dentro del programa con el que estamos trabajando.



**Fig 7.1** Vista del circuito de Cartagena en el programa “google earth”

### 7.1.1 Medir longitud de rectas:

Para conseguir la longitud de una recta ampliamos el mapa a la zona en la que queremos calcular la distancia. En el menú “herramientas” elegimos “regla” y dentro de esta la opción de “línea”. Esto nos permite seleccionar dos puntos y el programa nos dará la distancia aproximada.



**Fig 7.2** Opción que nos muestra la distancia de una recta

En este caso la distancia medida vendría reflejada en el parámetro “longitud del mapa” que es de **359,87** metros.

### 7.1.2 Medir pendiente del terreno

Para ello seleccionamos “herramienta”, luego “regla”, dentro de este menú “ruta” y dentro de este menú seleccionamos la casilla “mostrar perfil de elevación”. Pinchamos en dos puntos del mapa y obtendremos el siguiente gráfico (figura 7.3). De este obtenemos.

Valor máximo de elevación:  $V_{\max} = 58 \text{ m}$ .

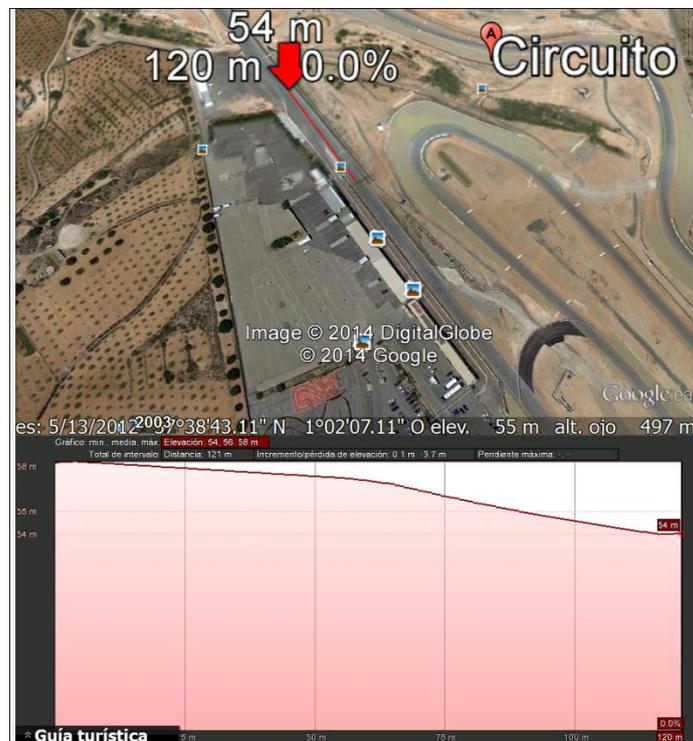
Valor mínimo de elevación:  $V_{\min} = 54 \text{ m}$ .

Atura:  $H = V_{\max} - V_{\min} = 4 \text{ m}$ .

Distancia:  $l = 121 \text{ m}$ .

Para obtener el ángulo de la pendiente:  $\alpha = \arcsen\left(\frac{H}{l}\right)$ .

En este caso  $\alpha = 1,895^\circ$ .



**Fig 7.3** Grafico que muestra la elevación del terreno entre el tramo elegido

### 7.1.3 Medir radio de curvatura

Volvemos a la opción de regla pero en este caso seleccionamos la opción “círculo” para así poder medir el radio de curvatura de una curva presente en el mapa. Esta opción nos despliega los siguientes datos:

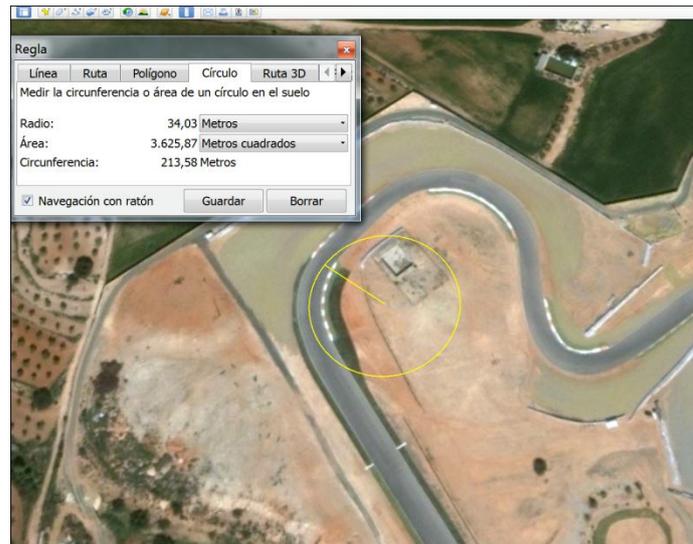
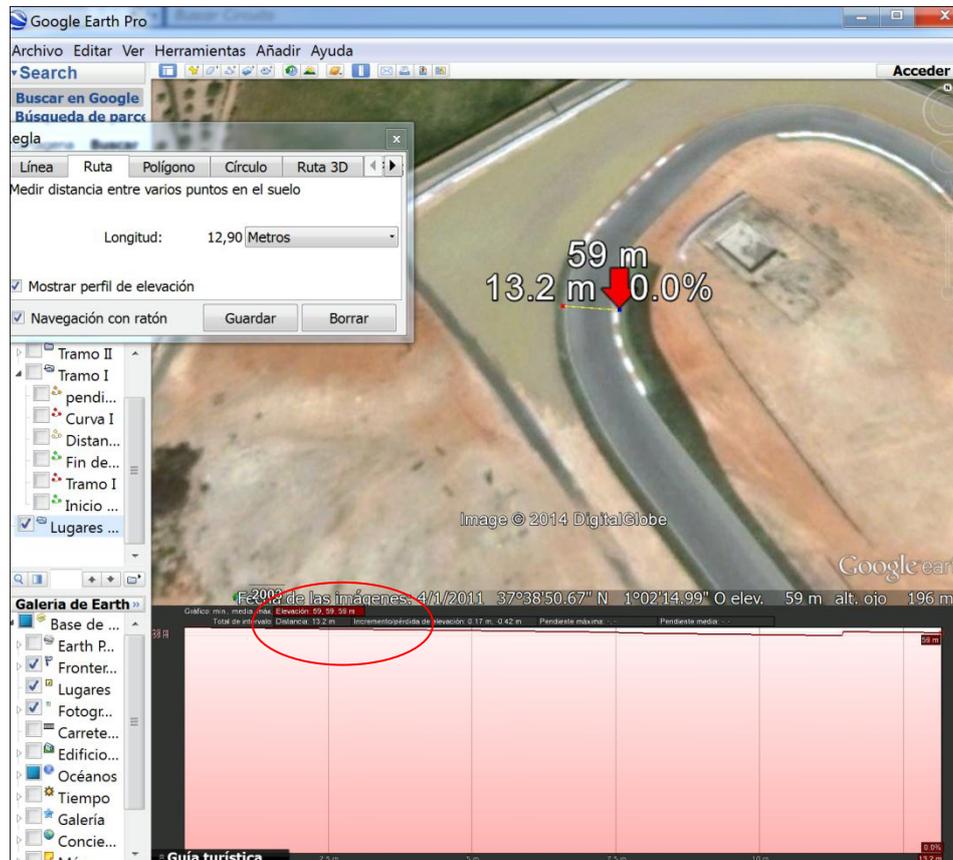


Fig 7.4 Opción que nos muestra el Radio de una curva

En esta pestaña nos saldrán varios datos pero nosotros nos quedamos con el valor de la casilla “Radio. En este caso el radio de curvatura es **R=34,03 metros**.

### 7.1.4 Medir el peralte de la curva

Para ello volveremos a utilizar la opción ruta y mediremos en una curva la anchura de esta y con el programa intentaremos aproximar el peralte existente si lo hubiera. Una de las pestañas nos dará el valor de la distancia entre los dos puntos marcados y otra el valor de la inclinación entre estos dos puntos como veremos a continuación:



**Fig 7.5** Ventana en la que tenemos la pérdida de elevación del terreno y la longitud entre los dos puntos

Nos fijamos en la información aportada en “incrementos de elevación”. El programa para distancias tan cortas puede aportar datos no muy claros pues como vemos en la gráfica debería de haber continuidad y no un salto brusco como sucede. Así pues para aproximar el valor del peralte nos quedaremos con el valor de pérdida de elevación 0,42 m. Para cada caso se analizará y se elegirá el valor más adecuado que se considere oportuno.

Tenemos por tanto:

Altura:  $H = 0,42$  m

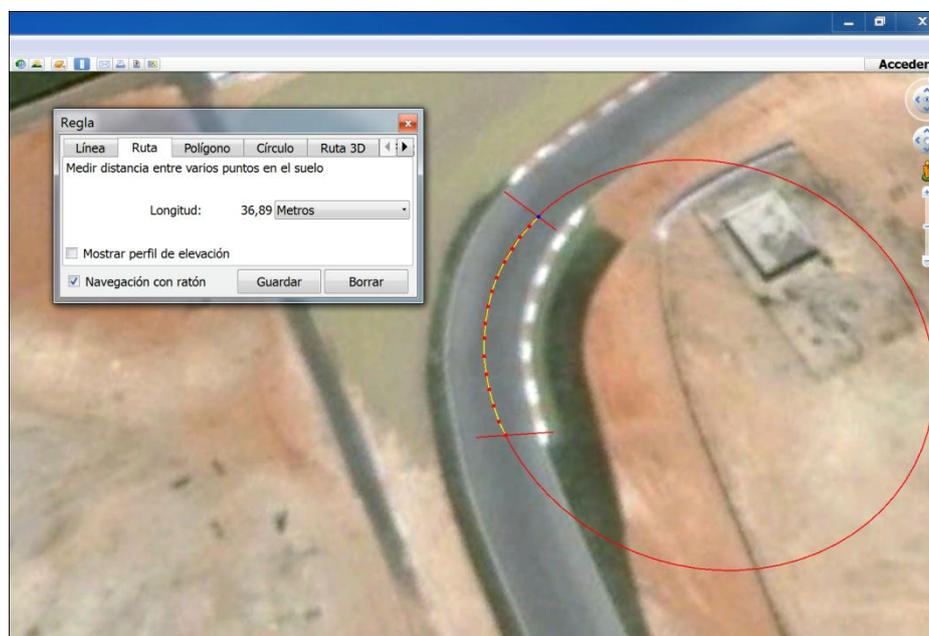
Longitud:  $l = 13,2$  m

El ángulo:  $\alpha = \arcsen\left(\frac{H}{l}\right) = 1,82^\circ$

### 7.1.5 Medir distancia en una curva

Calcular la longitud de una curva o mejor dicho de un tramo de curva puede ser algo más complicado. La opción elegida va a aproximar el valor de la longitud que aunque no nos dará el valor exacto nos será muy útil a la hora de estudiar el comportamiento de vehículo en la pista.

Utilizaremos la herramienta ruta, que nos permite marcar cuantos tramos rectos queramos. Con ellos intentaremos representar la curva que estamos analizando. Al finalizar el programa nos dará la distancia total en metros de los tramos marcados.



**Fig 7.6** Longitud de una curva usando la herramienta “ruta”

Como vemos hemos conseguido aproximar mediante rectas la longitud de la curva. A medida que tomemos más rectas y el valor final se aproximara más al real. En este caso hemos obtenido una longitud de **36,89m**.

Así es como obtendremos los datos necesarios que van a representar nuestro modelo del circuito de Cartagena, solo nos falta saber en cuantos tramos lo dividiremos y el porqué de la elección de esos tramos.

## 7.2 Elección de los tramos del circuito

En este proyecto vamos a tratar de encontrar el tramo que corresponda con la trayectoria en la que el par resistente sea el mínimo, aunque puede ser que dicha trayectoria no coincida con la más rápida que se pueda trazar. Nuestro objetivo por tanto es el mínimo consumo de energía. Supondremos que el vehículo recorrerá el circuito con una velocidad constante  $v=25\text{km/h}$ . Con toda la información aportada en este apartado vamos a obtener los datos fundamentales de cada tramo que se introducirán en nuestro par resistente desarrollado en Simulink. Este nos proporcionará el valor de la resistencia que encuentra el vehículo y por tanto podremos obtener la energía consumida. Esto se realizara en dos trayectorias posibles y nos dará la información para poder dividir el circuito en tramos en función de nuestro objetivo, el mínimo par resistente.

Analizaremos por tanto los dos tramos para sacar conclusiones:



**Fig 7.7** Dos trayectorias marcadas en el circuito

Como vemos en la figura 7.7 vamos a analizar un recorrido desde el punto de inicio hasta el punto final, pudiendo realizar dicho recorrido en infinidad de trayectorias posibles. Vamos a analizar las dos trayectorias de la figura.

A continuación vamos a exponer los datos más importantes de dichas trayectorias, que a su vez la dividiremos en tres tramos cada una, y expondremos el consumo de energía que se necesitaría:

### 7.2.1 Trayectoria 1

-Datos recopilados del circuito:

| Tramo | Distancia (m) | pendiente (°) | Radio (m) | Distan. Curva | Anchura (m) | Angulo peralte |
|-------|---------------|---------------|-----------|---------------|-------------|----------------|
| 1     | 132           | -1,73         | Inf.      | -             | -           | -              |
| 2     | 234           | 1,77          | Inf.      | -             | -           | -              |
| 3     | 58            | 2,96          | 40,4      | 45            | 13,8        | 1,74           |

**Tabla 7.1** Datos obtenidos en “google earth” referidos a la trayectoria 1

-Datos energéticos:

Recordamos que la velocidad media será de 25 km/h (6,95 m/s) que lo utilizaremos para saber el tiempo que dura cada tramo. Introduciendo estos valores al modelo de par resistente desarrollado por Matlab tramo a tramo obtenemos la siguiente potencia consumida. Para el calculo de la energía multiplicaremos la potencia por el tiempo. Obtenemos los siguientes valores:

| Tramo | Tiempo (s) | potencia (w) | Energía (J) |
|-------|------------|--------------|-------------|
| 1     | 18,99      | -227,89      | -4328,28    |
| 2     | 33,67      | 395,73       | 13323,96    |
| 3     | 6,47       | 1271,85      | 8235        |

**Tabla 7.2** Datos obtenidos en el modelo de par resistente de “matlab-simulink” referidos a la trayectoria 1

La energía negativa indica que esa energía se podría recuperar, pero en nuestro caso consideraremos que el consumo de energía será cero.

Recopilando los datos tenemos que en el primer tramo:

Tiempo : **59,14 s**

Energía total consumida: **21.558,96 J**

## 7.2.2 Trayectoria 2

-Datos recopilados del circuito:

| Tramo | Distancia (m) | pendiente (°) | Radio | Distan. Curva | Anchura | Angulo peralte |
|-------|---------------|---------------|-------|---------------|---------|----------------|
| 1     | 132           | -1,74         | inf   | -             | -       | -              |
| 2     | 226           | 1,77          | inf   | -             | -       | -              |
| 3     | 58            | 2,96          | 63    | 56,8          | 13,8    | 1,74           |

**Tabla 7.2** Datos obtenidos en “google earth” referidos a la trayectoria 2

-Datos energéticos:

| Tramo | Tiempo (s) | potencia (w) | Energía (J) |
|-------|------------|--------------|-------------|
| 1     | 18,99      | -229,6975    | -4362,6     |
| 2     | 32,52      | 395,733      | 12868,44    |
| 3     | 8,17       | 1038,6775    | 8488,76     |

**Tabla 7.2** Datos obtenidos en el modelo de par resistente de “matlab-simulink” referidos a la trayectoria 1

Tiempo consumido: **59,68 s**

Energía total consumida: **21.357,2 J**

Analizando los resultados vemos como al elegir un trazado con mayor radio de curvatura, aunque se pierda un poco de tiempo debido a que se recorre más distancia, el consumo de energía final será más bajo, pues la resistencia que encuentra el vehículo es menor. Esta menor resistencia es debida al radio de curvatura, un radio muy pequeño provoca una mayor resistencia sobre el vehículo mientras que un radio mayor provoca una resistencia menor. Esto se puede ver matemáticamente como se analizó en el capítulo 5 analizando los coeficientes de rozamiento en curvas  $\mu = \frac{v^2}{Rg}$ .

Así que en base a estos resultados vamos a dividir el circuito en trazados donde buscaremos la mejor entrada posible a las curvas, para poder trazarlas con el mayor radio posible, dentro de unos valores razonables.

Los peraltes en las curvas se mantendrán constantes en cada tramo así que son independientes del camino elegido. Lo mismo ocurre con la pendiente, en cada tramo será la misma.

## 7.3 Modelo final del circuito de Cartagena

### 7.3.1 Tramos elegidos sobre el circuito

En la siguiente figura 7.8 vemos como se ha dividido finalmente el circuito de Cartagena acorde los criterios analizados anteriormente. Cada número hace referencia a cada tramo y la alternancia de colores se ha utilizado para una cómoda visualización de los tramos



Fig 7.8 División de tramos sobre el circuito de Cartagena

Todos estos tramos van a tener unos valores tal y como hemos visto anteriormente en este capítulo por lo que se irán obteniendo tramo a tramo hasta completar el circuito.

### 7.3.2 Datos obtenidos en cada tramo

Los valores de cada tramo quedan reflejados en las siguientes tablas:

| Tramo | Long. Recta (m) | Altura (m) | Pendiente (°) | Radio (m) | Long. Curva (m) | Anchura (m) | Increment. Altura | Peralte (°) |
|-------|-----------------|------------|---------------|-----------|-----------------|-------------|-------------------|-------------|
| 0     | 217             | -3,00      | -0,792        | inf       | -               | -           | 0                 | 0           |
| 1     | 127             | 2,29       | 1,034         | inf       | -               | -           | 0                 | 0           |
| 2     | 63,6            | 1,95       | 1,76          | 61,56     | 73,7            | 14,2        | 0,45              | 1,81        |
| 3     | 28,7            | 0,43       | 0,856         | inf       | -               | -           | 0                 | 0           |
| 4     | 83              | -1,56      | -1,078        | 42,53     | 114             | 12,3        | 0,55              | 2,56        |
| 5     | 65              | -1,99      | -2            | 35,81     | 88,4            | 11,5        | 0,46              | 2,29        |
| 6     | 62,5            | -0,45      | -0,413        | inf       | -               | -           | 0                 | 0           |
| 7     | -               | -          | 0             | 93,42     | 65,5            | -           | 0                 | 0           |
| 8     | 27,5            | 0          | 0             | inf       | -               | -           | 0                 | 0           |
| 9     | 240             | -2,83      | -0,676        | 214,42    | 259             | 10          | 0                 | 0,00        |
| 10    | 79,1            | 0,00       | 0             | inf       | -               | -           | 0                 | 0           |
| 11    | 101             | 0,88       | 0,502         | 51,59     | 145             | -           | 0                 | 0           |
| 12    | 60,3            | 0,34       | 0,325         | inf       | -               | -           | 0                 | 0           |
| 13    | 250             | 3,15       | 0,722         | 257       | 263             | -           | 0                 | 0           |
| 14    | 75,9            | -1,00      | -0,755        | 60,87     | 82              | 11          | 0,49              | 2,55        |
| 15    | 69,1            | 0          | 0             | inf       | -               | -           | 0                 | 0           |
| 16    | -               | -          | 0             | 198,73    | 119             | -           | 0                 | 0           |
| 17    | 102             | -2,11      | -1,185        | 60        | 127             | -           | 0                 | 0           |
| <18   | 67              | -0,77      | -0,655        | inf       | -               | -           | 0                 | 0           |
| 19    | 146             | 2,00       | 0,785         | 114,65    | 162             | -           | 0                 | 0           |
| 20    | 112             | 3,43       | 1,754         | inf       | -               | -           | 0                 | 0           |
| 21    | 62,4            | 1,98       | 1,82          | 35,66     | 79,8            | 11,6        | 0,59              | 2,91        |
| 22    | 85              | 2,40       | 1,62          | 66,76     | 96              | 11,7        | 0,64              | 3,13        |
| 23    | 180             | -3,64      | -1,158        | inf       | -               | -           | 0                 | 0           |
| 24    | 139             | 2,02       | 0,832         | 211,2     | 143             | -           | 0                 | 0           |
| 25    | 64,3            | 1,22       | 1,087         | 32,9      | 95,5            | 11,6        | 0,7               | 3,453       |
| 26    | 180             | 1,00       | 0,318         | inf       | -               | -           | 0                 | 0           |
| 27    | 68,5            | 1,83       | 1,533         | inf       | -               | -           | 0                 | 0           |
| 28    | 76,83           | 2,37       | 1,765         | 54,45     | 119             | -           | 0                 | 0           |
| 29    | 241             | 1,00       | 0,238         | inf       | -               | -           | 0                 | 0           |

**Tabla 7.3** Datos obtenidos en cada tramo del circuito

Además el tiempo para recorrer cada tramo así como el tiempo base y el tiempo total queda calculado en la siguiente tabla:

| Tramo | Tiempo (s)    | Tiempo base | Tiempo Acumulado |
|-------|---------------|-------------|------------------|
| 0     | 31,22         | 0,061099223 | 0                |
| 1     | 18,27         | 0,035758531 | 0,061099223      |
| 2     | 10,60         | 0,020751211 | 0,096857754      |
| 3     | 4,13          | 0,008080865 | 0,117608965      |
| 4     | 16,40         | 0,032098209 | 0,12568983       |
| 5     | 12,72         | 0,02489019  | 0,157788039      |
| 6     | 8,99          | 0,017597702 | 0,18267823       |
| 7     | 9,42          | 0,018442392 | 0,200275932      |
| 8     | 3,96          | 0,007742989 | 0,218718324      |
| 9     | 37,27         | 0,072924879 | 0,226461313      |
| 10    | 11,38         | 0,022271652 | 0,299386192      |
| 11    | 20,86         | 0,04082667  | 0,321657844      |
| 12    | 8,68          | 0,016978263 | 0,362484514      |
| 13    | 37,84         | 0,074051132 | 0,379462777      |
| 14    | 11,80         | 0,023088186 | 0,453513909      |
| 15    | 9,94          | 0,01945602  | 0,476602095      |
| 16    | 17,12         | 0,033506025 | 0,496058115      |
| 17    | 18,27         | 0,035758531 | 0,52956414       |
| 18    | 9,64          | 0,018864737 | 0,565322671      |
| 19    | 23,31         | 0,045613245 | 0,584187408      |
| 20    | 16,12         | 0,031535083 | 0,629800653      |
| 21    | 11,48         | 0,022468746 | 0,661335736      |
| 22    | 13,81         | 0,027030071 | 0,683804482      |
| 23    | 25,90         | 0,050681383 | 0,710834553      |
| 24    | 20,58         | 0,040263543 | 0,761515936      |
| 25    | 13,74         | 0,026889289 | 0,80177948       |
| 26    | 25,90         | 0,050681383 | 0,828668769      |
| 27    | 9,86          | 0,019287082 | 0,879350152      |
| 28    | 17,12         | 0,033506025 | 0,898637234      |
| 29    | 34,68         | 0,067856741 | 0,932143259      |
| Total | <b>511,02</b> |             |                  |

**Tabla 7.4** Datos de tiempos obtenidos en cada tramo del circuito

Con el tiempo total  $T=511,02$  s calcularemos un valor que lo denominaremos ganancia  $K$ , que se utilizará más adelante en el proyecto.

$$K = \frac{T}{3600s} = 0,1419$$

Así que nuestra ganancia es  **$K=0,1419$** .

# CAPÍTULO 8

## SIMULACIONES SOBRE EL CIRCUITO DE CARTAGENA

## 8. Simulaciones sobre el circuito de Cartagena

Ya tenemos las condiciones necesarias para empezar a llevar a cabo las simulaciones sobre el circuito hasta que llegemos a la solución final.

En primer lugar vamos a recordar el valor de las constantes a introducir que se expusieron en el capítulo 5, que vinieron recogidas en las siguientes tablas:

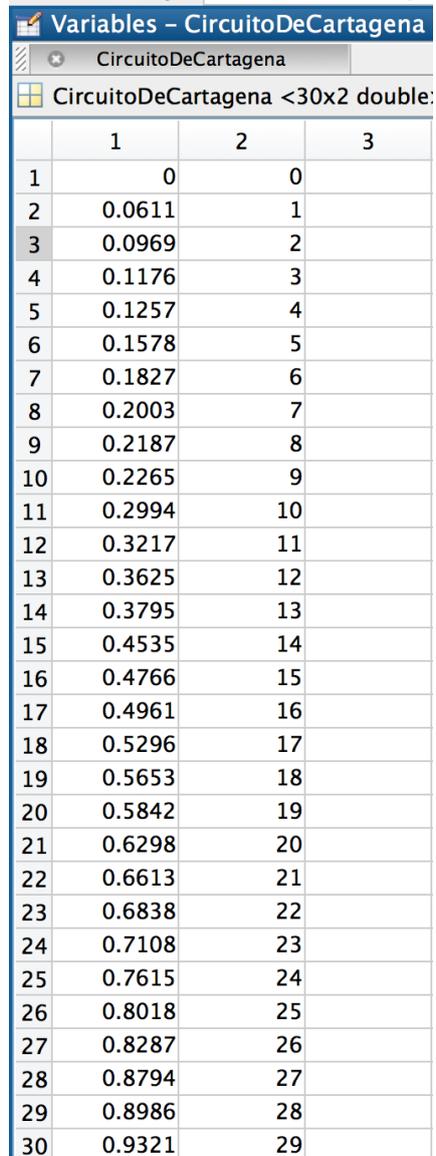
| Constantes invariables |              |                 |
|------------------------|--------------|-----------------|
| <i>Símbolo</i>         | <i>Valor</i> | <i>unidades</i> |
| $\rho$                 | 1,2          | $kg/m^3$        |
| $g$                    | 9,8          | $m/s^2$         |
| $A$                    | 0,4          | $m^2$           |
| $m$                    | 120          | Kg              |
| $C_{rr}$               | 0,0055       | Adimensional    |
| $R$                    | 0,508        | m               |
| $C_D$                  | 0,25         | Adimensional    |

| Parametros variables |              |                 |
|----------------------|--------------|-----------------|
| <i>Símbolo</i>       | <i>Valor</i> | <i>unidades</i> |
| $\alpha$             | -            | °               |
| $U_{fluido}$         | 0            | $m/s$           |
| $\mu_p$              | -            | Adimensional    |
| $\mu$                | -            | Adimensional    |

**Tabla 8.1.** Valores de los parámetros que aparecen en la ecuación dinámica.

A continuación introduciremos los datos del tiempo y tramos del capítulo 5 tal y como se ha explicado en el apartado 4.5 y crearemos el bloque 'From workspace'.

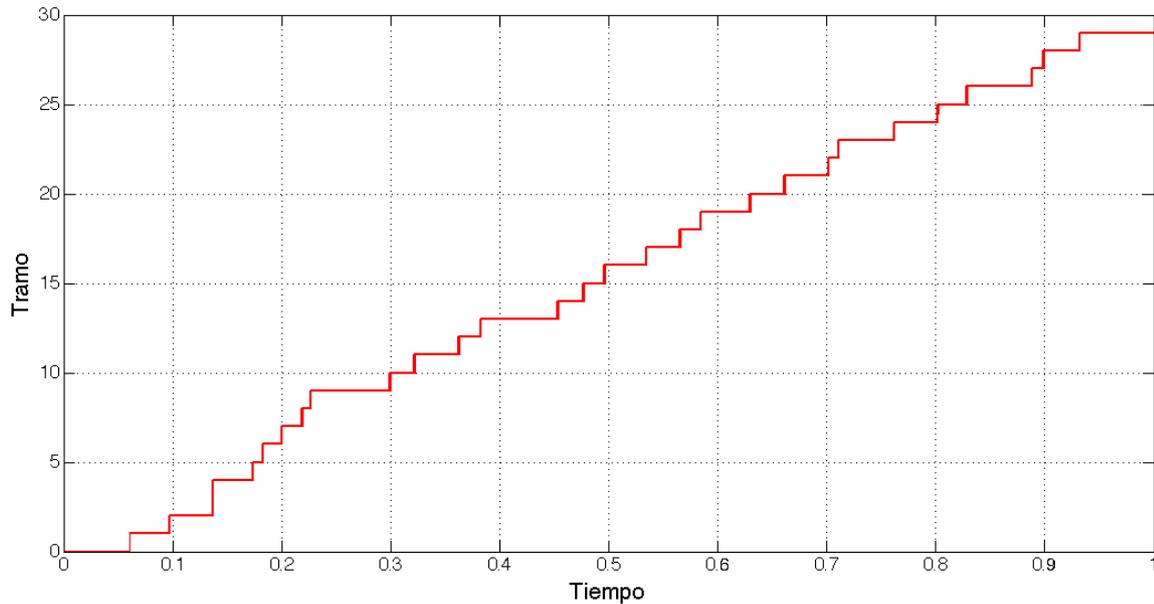
**Datos de tiempos y tramos del circuito:**



|    | 1      | 2  | 3 |
|----|--------|----|---|
| 1  | 0      | 0  |   |
| 2  | 0.0611 | 1  |   |
| 3  | 0.0969 | 2  |   |
| 4  | 0.1176 | 3  |   |
| 5  | 0.1257 | 4  |   |
| 6  | 0.1578 | 5  |   |
| 7  | 0.1827 | 6  |   |
| 8  | 0.2003 | 7  |   |
| 9  | 0.2187 | 8  |   |
| 10 | 0.2265 | 9  |   |
| 11 | 0.2994 | 10 |   |
| 12 | 0.3217 | 11 |   |
| 13 | 0.3625 | 12 |   |
| 14 | 0.3795 | 13 |   |
| 15 | 0.4535 | 14 |   |
| 16 | 0.4766 | 15 |   |
| 17 | 0.4961 | 16 |   |
| 18 | 0.5296 | 17 |   |
| 19 | 0.5653 | 18 |   |
| 20 | 0.5842 | 19 |   |
| 21 | 0.6298 | 20 |   |
| 22 | 0.6613 | 21 |   |
| 23 | 0.6838 | 22 |   |
| 24 | 0.7108 | 23 |   |
| 25 | 0.7615 | 24 |   |
| 26 | 0.8018 | 25 |   |
| 27 | 0.8287 | 26 |   |
| 28 | 0.8794 | 27 |   |
| 29 | 0.8986 | 28 |   |
| 30 | 0.9321 | 29 |   |

**Fig 8.1.** Valores del tiempo introducidos en Matlab.

Recordamos que en la columna de la izquierda tenemos el tiempo de cada tramo en base 1 y en la columna de la derecha el número de tramo al que corresponde. Por lo tanto la señal de tiempo que se representa con estos datos es la siguiente:



**Fig 8.2.** Señal de tiempo

Cada escalón representado en esta gráfica hace referencia a cada uno de los tramos presentes en el circuito. Así pues podemos visualizar la duración de cada tramo en comparación con los demás. Por ejemplo podemos ver como los tramos 0, 9 y 13 tienen una larga duración y los tramos 5 y 6 son muy breves. El tramo 3 al ser más breve que ninguno apenas se visualiza como escalón dentro de la gráfica.

### 8.1 Primera simulación

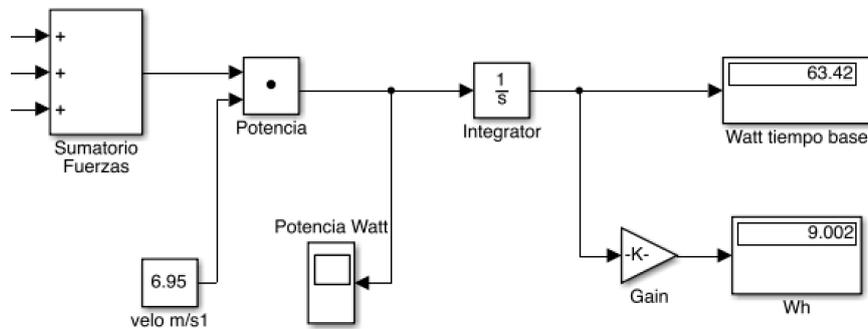
En esta primera simulación vamos a realizarla de la forma más sencilla, es decir, no tendremos en cuenta el coeficiente de rozamiento en curvas, el peralte, ni el desnivel del terreno, como si el circuito completo fuera una recta, y la única fuerza presente es la de rozamiento. Así que el coeficiente de rozamiento será constante e igual a 0,0055 y los datos a introducir solo serán las distancias de las rectas y la distancia que se recorre en curva. Estos datos se introducirán en la tabla de datos que se crea mediante el bloque 'Direct Lookup Table (n-D)' tal como hemos visto anteriormente. En todos los tramos se introducirá:

-Radio: usando el bloque "operador logico" estos valores no tienen efecto en esta simulación.

-Pendiente: es  $0^\circ$ , no hay desnivel en el terreno en esta simulación.

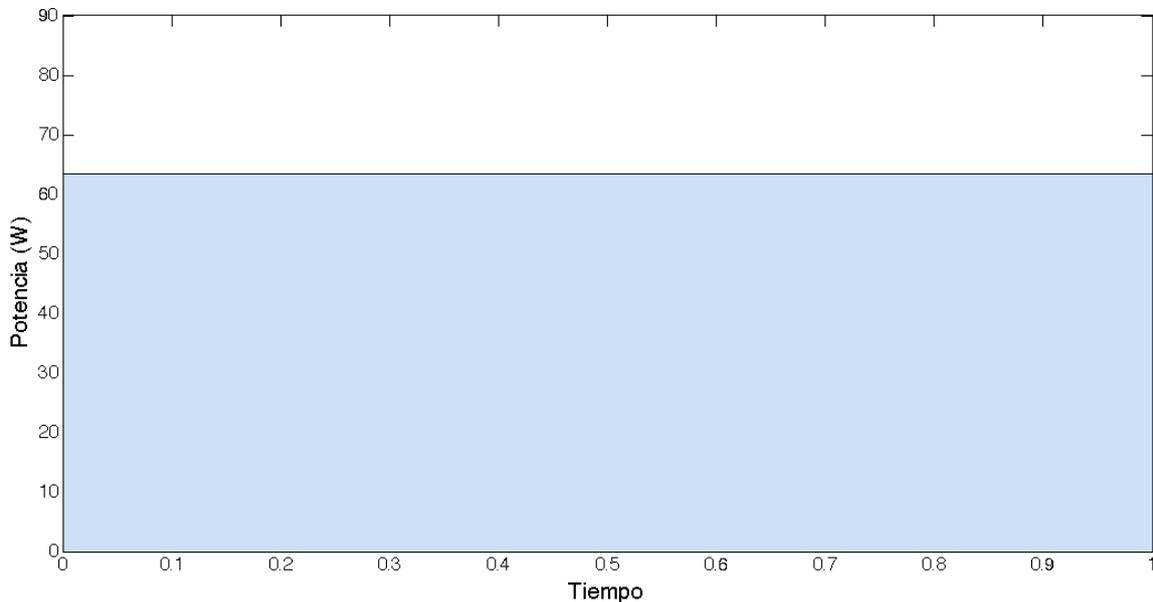
-Peralte: es  $0^\circ$ , no están presentes las fuerzas que aparecen en las curvas en esta simulación.

Introduciendo estos datos y ejecutando la simulación obtenemos como salida los siguientes valores:



**Fig 8.3.** Diagrama final que refleja la potencia consumida

Así vemos como en esta primera simulación la potencia consumida por el vehículo es de 9,002 Wh. Si vemos el consumo energético por cada tramo obtenemos:



**Fig 8.4.** Grafica de potencia consumida

Debido a los parámetros establecidos en esta simulación vemos como el gasto energético se mantiene constante a lo largo del circuito pues, como se ha comentado, esta simulación corresponde a una recta igual de larga que la distancia total del circuito, llana y mantenido la velocidad.

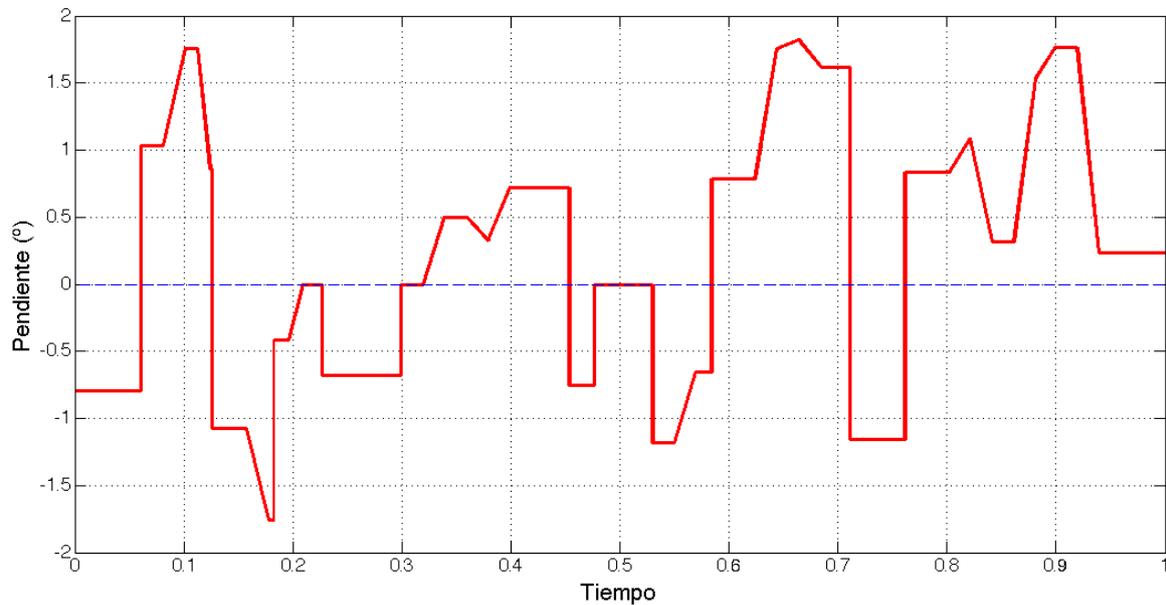
## 8.2 Segunda simulación

En esta segunda simulación vamos a tener en cuenta el parámetro de la pendiente el cual representará el desnivel del terreno. Los datos a introducir en el bloque “Direct lookup Table (n-D)” son los siguientes:

| Viewing "Direct Lookup Table (n-D)" block data [T(:,,:)']: |        |        |        |     | Viewing "Direct Lookup Table (n-D)" block data [T(:,,:)']: |        |        |        |     |
|--|--------|--------|--------|-----|--|--------|--------|--------|-----|
| Breakpoints  | Column | (1)    | (2)    | (3) | Breakpoints  | Column | (1)    | (2)    | (3) |
| Row  | --     | --     | --     | --  | (18)   | --     | 60     | -1.185 | 0   |
| (1)  | --     | 300    | -0.792 | 0   | (19)   | --     | 300    | -0.655 | 0   |
| (2)  | --     | 300    | 1.034  | 0   | (20)   | --     | 114.65 | 0.785  | 0   |
| (3)  | --     | 61.56  | 1.76   | 0   | (21)   | --     | 300    | 1.754  | 0   |
| (4)  | --     | 300    | 0.856  | 0   | (22)   | --     | 35.66  | 1.82   | 0   |
| (5)  | --     | 42.53  | -1.078 | 0   | (23)   | --     | 66.76  | 1.62   | 0   |
| (6)  | --     | 35.81  | -1.759 | 0   | (24)   | --     | 300    | -1.158 | 0   |
| (7)  | --     | 300    | -0.413 | 0   | (25)   | --     | 211.1  | 0.832  | 0   |
| (8)  | --     | 93.42  | 0      | 0   | (26)   | --     | 32.9   | 1.087  | 0   |
| (9)  | --     | 300    | 0      | 0   | (27)   | --     | 300    | 0.318  | 0   |
| (10)   | --     | 214.42 | -0.676 | 0   | (28)   | --     | 300    | 1.533  | 0   |
| (11)   | --     | 300    | 0      | 0   | (29)   | --     | 54.45  | 1.765  | 0   |
| (12)   | --     | 51.9   | 0.502  | 0   | (30)   | --     | 300    | 0.238  | 0   |
| (13)   | --     | 300    | 0.325  | 0   |  |        |        |        |     |
| (14)   | --     | 257    | 0.722  | 0   |  |        |        |        |     |
| (15)   | --     | 60.85  | -0.755 | 0   |  |        |        |        |     |
| (16)   | --     | 300    | 0      | 0   |  |        |        |        |     |
| (17)   | --     | 198.73 | 0      | 0   |  |        |        |        |     |

**Fig 8.5.** Datos de la pendiente (columna 2) introducidos en matlab.

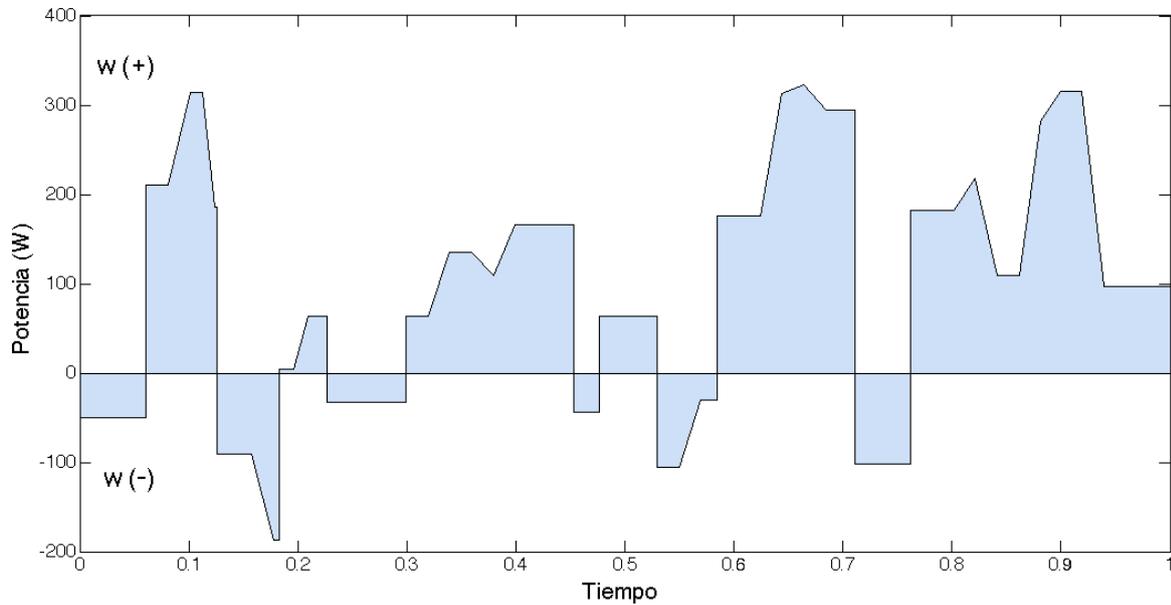
La columna numero 1 hace referencia al radio de curvatura (el valor 300 indica que se trata de una recta) y la columna numero 2 hace referencia al ángulo de inclinación del terreno. Aunque se han introducido ya los datos referentes a los radios estos no se van a tener en cuenta en esta simulación. Una vez introducidos podemos ver como variará la pendiente a lo largo del circuito:



**Fig 8.6.** Gráfica del desnivel del terreno.

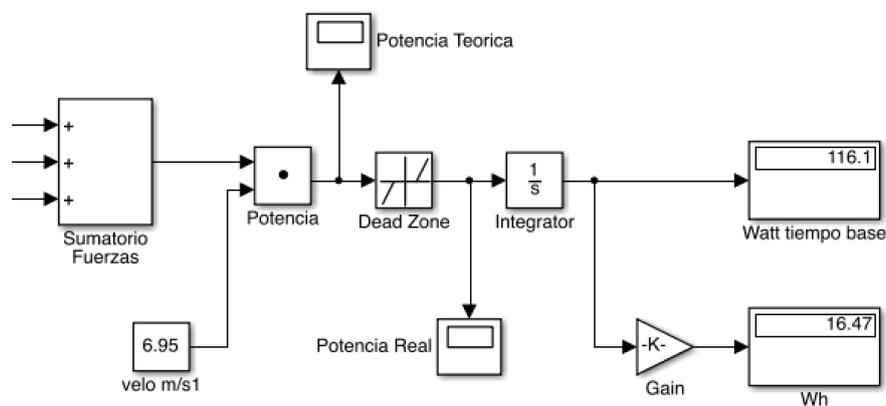
Esta grafica nos permite ver con mayor facilidad como es el desnivel del circuito y en qué puntos tendremos que vencer la fuerza gravitatoria para subir la pendiente, que será cuando el desnivel sea positivo (por encima de la línea discontinua azul de desnivel igual a cero) o en qué punto es una pendiente negativa que favorece el desplazamiento del vehículo (por debajo de la línea discontinua azul).

Con estos datos recopilados hasta el momento, ejecutando la simulación podemos obtener la gráfica del consumo de energía a lo largo de una vuelta. Esta grafica va a ser llamada “potencia teórica” por los motivos que se van a ver más adelante:



**Fig 8.7.** Gráfica del consumo de potencia teórico.

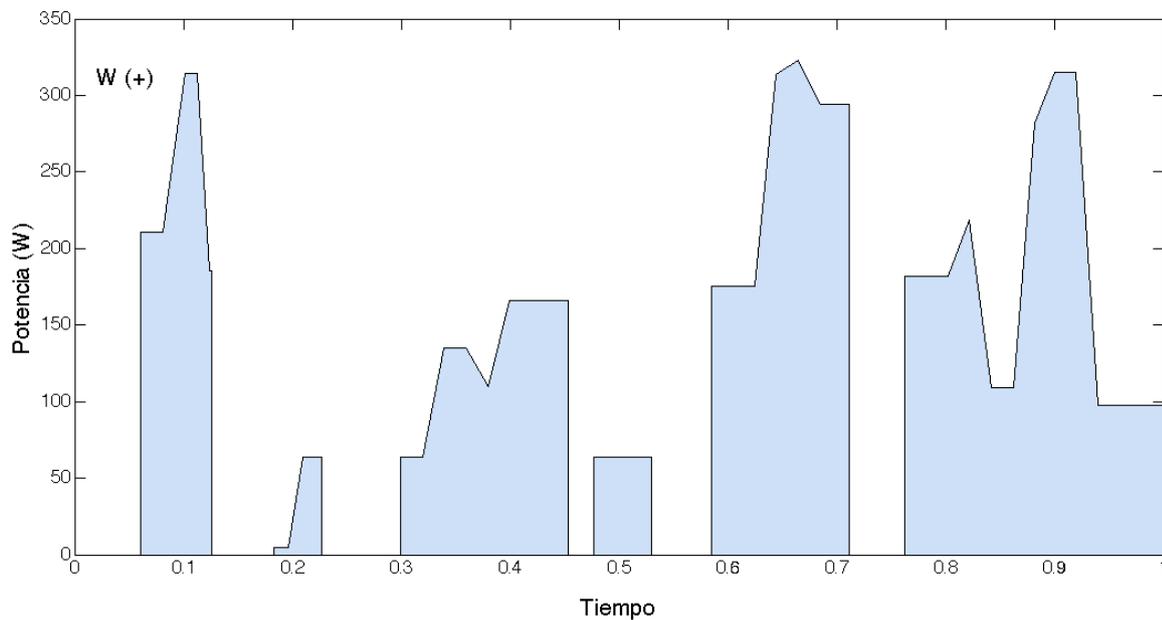
Como vemos la gráfica hay momentos en los que se desplaza por debajo de la línea de potencia consumida igual a 0, apareciendo una potencia negativa. Esto quiere decir que en estos tramos no necesitamos producir energía pues el medio produce un trabajo sobre el vehículo sin necesidad que este lo desarrolle en el motor. Por lo tanto es energía que en principio se podría recuperar si el vehículo contase con algún tipo de recuperador de energía. Como no es el caso, en estos puntos se ha establecido un consumo de energía cero para ello se ha modificado el modelo de par resistente como vemos a continuación:



**Fig 8.8.** Diagrama final que refleja el consumo de energía introduciendo un nuevo bloque “Dead Zone”

A diferencia del modelo anterior de la simulación 1 se ha introducido un bloque “Dead Zone” que se encarga de eliminar la zona por debajo de la línea de potencia consumida 0, si no el simulador tomaría esta zona como área negativa restándola en el resultado global. Por lo tanto así con este nuevo cambio es como quedaría nuestro modelo informático de par resistente que queda representado en el **anexo I**.

Así que como vemos en la figura 8.8 el consumo real es de 16.47 Wh y su consumo real a lo largo del circuito viene establecido en esta gráfica:



**Fig 8.9.** Gráfica del consumo de potencia real.

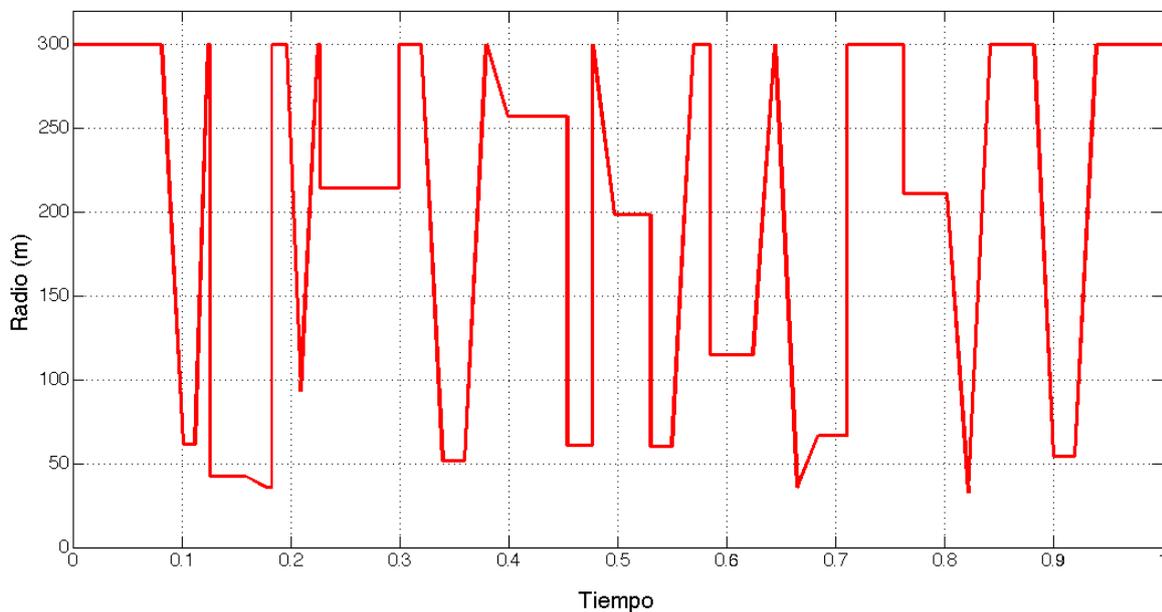
Por lo tanto en las zonas donde nos encontramos sobre la línea 0 el vehículo podrá mantener la velocidad sin aporte de potencia por parte del motor, estas zonas coincidirán con un desnivel negativo del terreno.

### 8.3 Tercera simulación

En esta simulación vamos a tener en cuenta además de lo visto anteriormente los radio de curvatura calculados de este circuito, es decir, como se explicó anteriormente cuando el vehículo se encuentra trazando una curva su consumo energético es mucho mayor que en el caso de trazar una recta. Para ello tendremos en cuenta los radios de curvatura pero en esta simulación no se va a tener en cuenta los ángulos de peralte de las curvas.

Por lo tanto los datos a introducir son los mismos que los correspondientes a la tabla de la figura 8.5 anterior pero en este caso si vamos a activar los radios de curvatura. En la casilla del comparador vamos a decirle al programa que tenga en cuenta aquellas curvas en las que el radio sea mayor a 200 m, pues radios superiores se puede suponer que el efecto producido por dichas fuerzas es prácticamente despreciable y se tratara como si fuese una recta. Se ha dado un valor simbólico de radio igual a 300 m a las rectas para su cómoda visualización, pues su valor real en el caso de una recta sería un radio infinito.

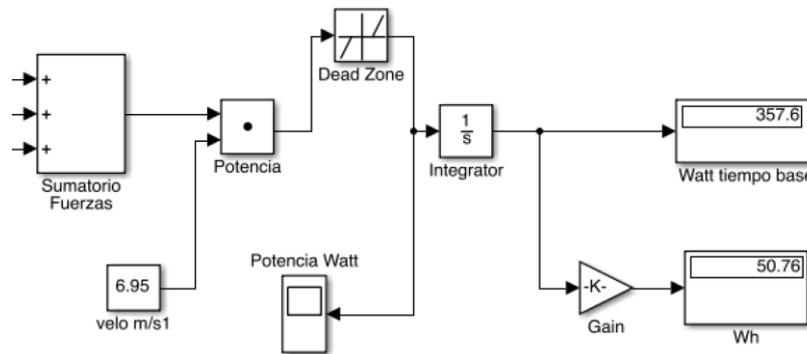
El radio va a variar a lo largo del circuito según esta gráfica:



**Fig 8.10.** Variación del radio a lo largo del circuito.

Por lo tanto podemos ver como varían los radios dándonos una idea de donde tendremos curvas más cerradas o en qué puntos hay curvas mucho más abiertas. Así vemos como hay unas curvas con radios inferiores a 50 m donde producirán grandes fuerzas sobre el vehículo. Además vemos en que zonas tenemos rectas, las correspondientes al valor 300 m, y en general tenemos una idea de cómo varía el radio en el circuito.

Introduciendo datos y ejecutando la simulación el consumo viene reflejado como:



**Fig 8.11.** Diagrama final que refleja el consumo de energía al introducir la variable radio.

El consumo viene dado por 50.76 Wh, que es muy elevado al real. Esto es debido a que en realidad las curvas no son planas y por lo tanto la mayoría de curvas poseen un ángulo de peralte que nos hará reducir considerablemente el consumo.

### 8.4 Cuarta simulación

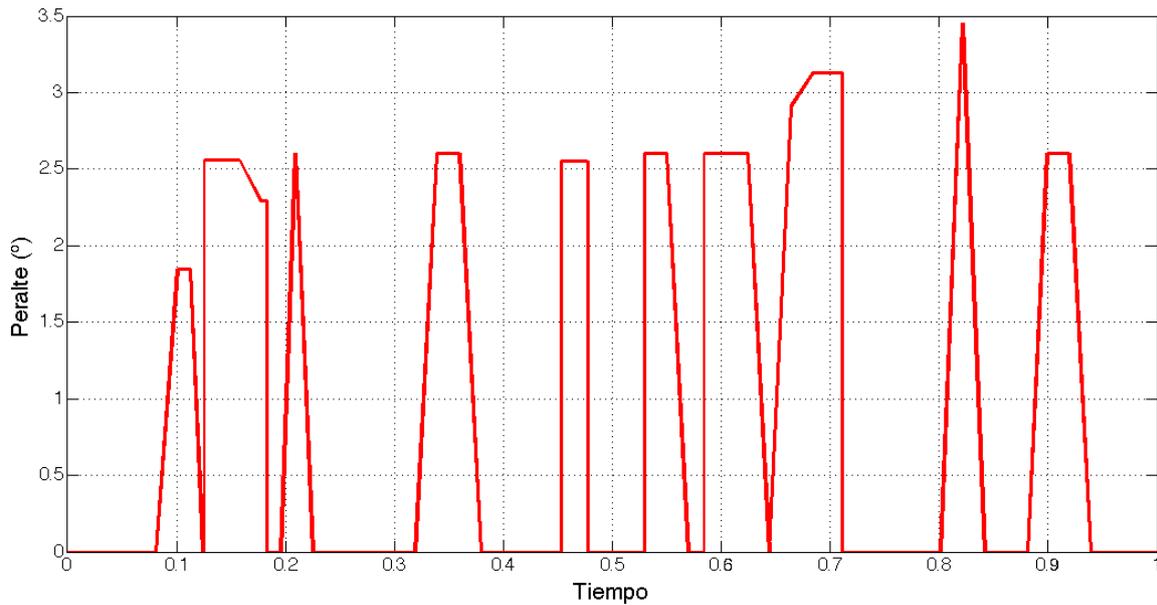
Finalmente vamos a implementar todos los datos recogidos en el circuito: radio, peralte y pendiente. Esto datos a introducir son:

| Viewing "Direct Lookup Table (n-D)" block data [T(:,:)]: |        |        |        |       | Viewing "Direct Lookup Table (n-D)" block data [T(:,:)]: |        |        |        |       |
|--|--------|--------|--------|-------|--|--------|--------|--------|-------|
| Breakpoints  | Column | (1)    | (2)    | (3)   | Breakpoints  | Column | (1)    | (2)    | (3)   |
| Row  |        | --     | --     | --    | (18)   | --     | 60     | -1.185 | 2.6   |
| (1)  | --     | 300    | -0.792 | 0     | (19)   | --     | 300    | -0.655 | 0     |
| (2)  | --     | 300    | 1.034  | 0     | (20)   | --     | 114.65 | 0.785  | 2.6   |
| (3)  | --     | 61.56  | 1.76   | 1.85  | (21)   | --     | 300    | 1.754  | 0     |
| (4)  | --     | 300    | 0.856  | 0     | (22)   | --     | 35.66  | 1.82   | 2.912 |
| (5)  | --     | 42.53  | -1.078 | 2.56  | (23)   | --     | 66.76  | 1.62   | 3.131 |
| (6)  | --     | 35.81  | -1.759 | 2.291 | (24)   | --     | 300    | -1.158 | 0     |
| (7)  | --     | 300    | -0.413 | 0     | (25)   | --     | 211.1  | 0.832  | 0     |
| (8)  | --     | 93.42  | 0      | 2.6   | (26)   | --     | 32.9   | 1.087  | 3.453 |
| (9)  | --     | 300    | 0      | 0     | (27)   | --     | 300    | 0.318  | 0     |
| (10)   | --     | 214.42 | -0.676 | 0     | (28)   | --     | 300    | 1.533  | 0     |
| (11)   | --     | 300    | 0      | 0     | (29)   | --     | 54.45  | 1.765  | 2.6   |
| (12)   | --     | 51.9   | 0.502  | 2.6   | (30)   | --     | 300    | 0.238  | 0     |
| (13)   | --     | 300    | 0.325  | 0     |  |        |        |        |       |
| (14)   | --     | 257    | 0.722  | 0     |  |        |        |        |       |
| (15)   | --     | 60.85  | -0.755 | 2.551 |  |        |        |        |       |
| (16)   | --     | 300    | 0      | 0     |  |        |        |        |       |
| (17)   | --     | 198.73 | 0      | 0     |  |        |        |        |       |

**Fig 8.12.** Datos finales introducidos en Matlab.

Volvemos a recordar que la columna número 1 corresponde a los radio de curvatura, la columna número 2 es la relacionada con la pendiente y ahora, en la columna número 3 se han introducido los valores del peralte en cada curva.

El nuevo dato introducido, como hemos dicho, es el relacionado con el valor del peralte y este cambiara a lo largo del circuito de la siguiente manera:

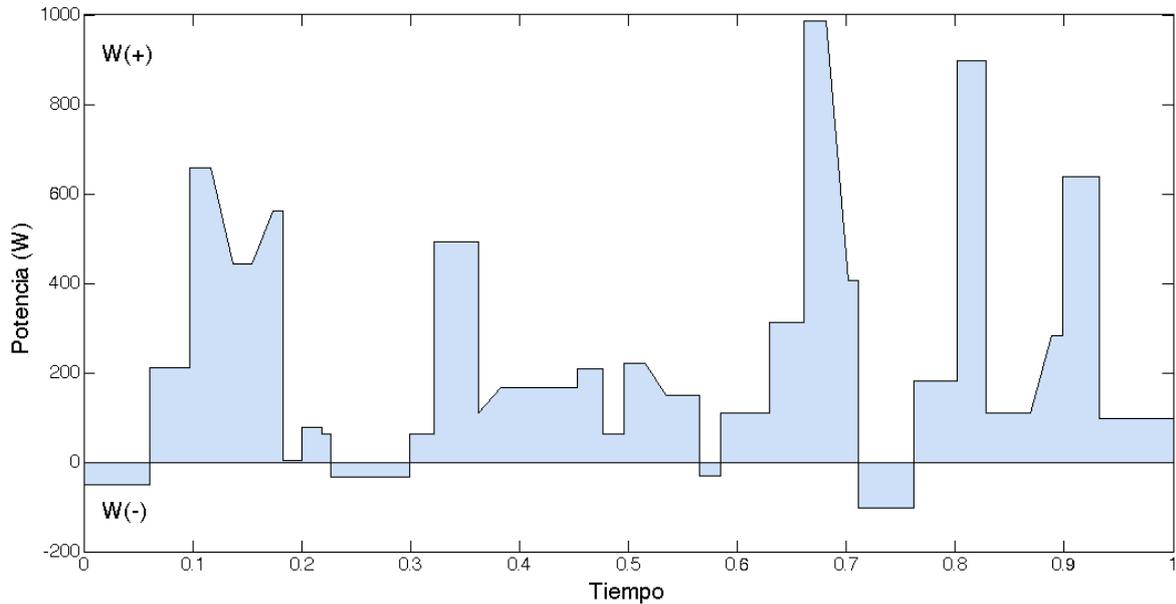


**Fig 8.13.** Variación del peralte a la largo del circuito.

Podemos ver como varía el peralte a lo largo del circuito que como bien sabemos solo estará presente en los puntos donde nos encontremos curvas. Vemos como tiene un valor medio debido a que como se comentó anteriormente en las curvas donde fue complicado medirlo se optó por un valor medio.

Con todos estos datos introducidos nos queda por saber cuál será el valor de la potencia consumida en cada tramo, tanto la teórica como la real.

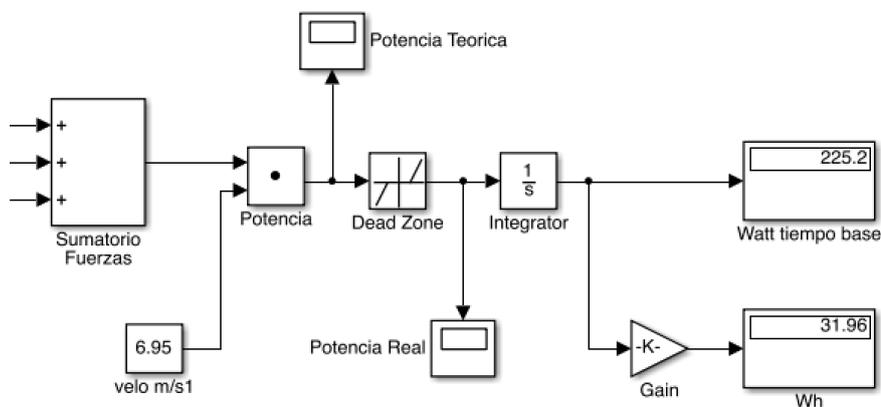
La Potencia teórica viene dada por la siguiente gráfica:



**Fig 8.14.** Grafica del consumo de potencia teórica final.

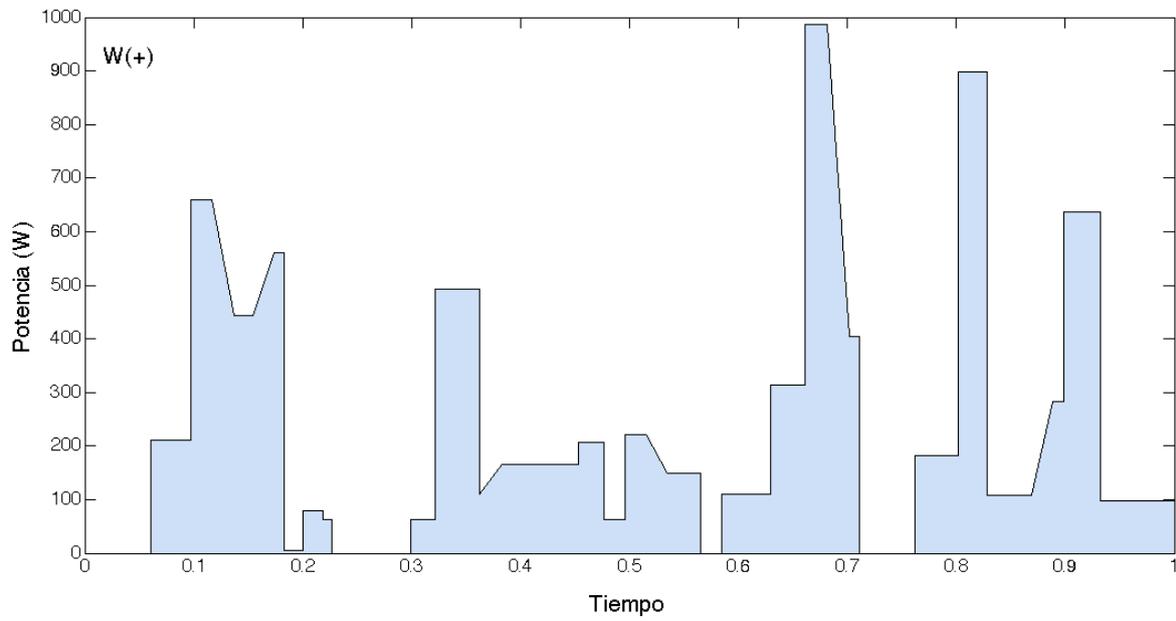
Al introducir el radio de las curvas y debido al mayor consumo de energía de estas la energía recuperable es menor que lo visto en el apartado anterior, aun así hay puntos en los que sigue siendo negativa como podemos ver en la figura 8.14 y por lo tanto recuperable. Estos puntos son de gran interés y se deberían analizar en profundidad para estudiar la viabilidad de un recuperador de energía.

Centrándonos en el modelo de potencia real y en el consumo real según nuestro par resistente tenemos el siguiente consumo:



**Fig 8.15.** Diagrama final que refleja el consumo real del vehículo.

Con un consumo de 31,96 Wh es muy inferior al visto al modelo justo anterior, lo que se aproxima más a la realidad al desarrollar los ángulos de peralte de las curvas. Su consumo real a lo largo del circuito sin contar las zonas negativas viene representado:



**Fig 8.16.** Grafica del consumo de potencia final real.

Esta grafica final nos sirve como modelo de ilustración para averiguar las zonas de mayor impacto energético y las zonas de menor impacto. Por ejemplo las zonas con puntos elevados de energía corresponden con tramos de subida con curva y las zonas de menor impacto las de desnivel negativo y con el mayor o inexistente radio de curvatura. Las zonas de potencia cero son puntos en los que no se consumirá energía por parte del vehículo para trazarlas.

# CAPÍTULO 9

## CONCLUSIONES

## FINALES

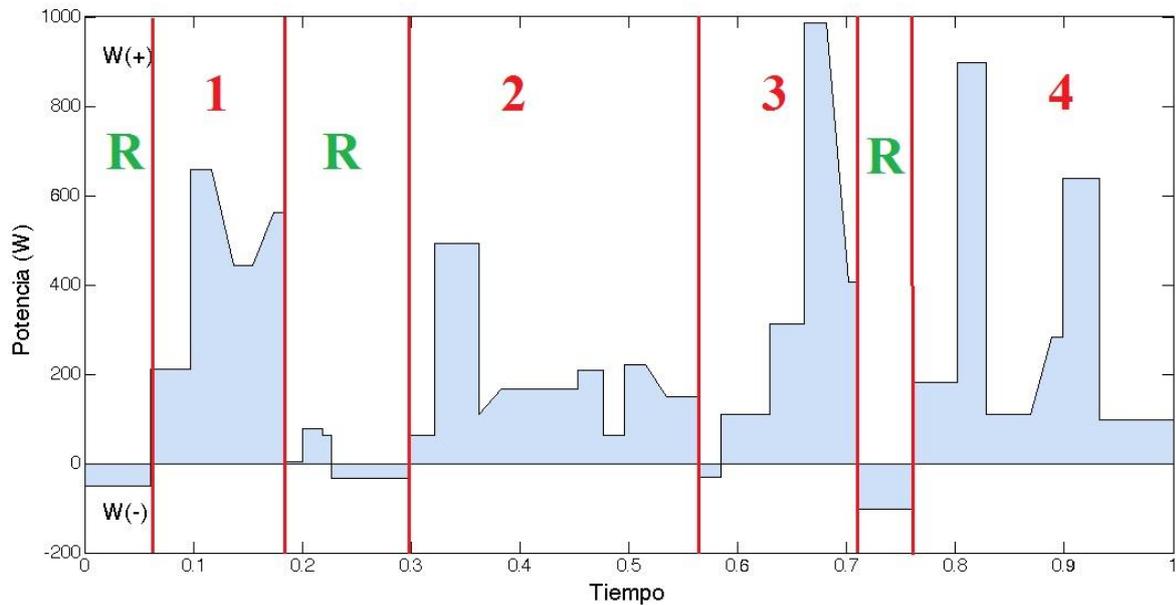
## 9. Conclusiones

El consumo que se pudo calcular en el propio circuito de Cartagena para una velocidad de 24km/h (nuestro estudio se ha realizado para una velocidad de 25km/h) fue de 23Wh. Nuestro modelo de par resistente en la primera simulación dio un resultado de 9 Wh, bastante inferior al real pues apenas contaba con datos significativos del circuito. El segundo modelo arrojó un valor de 16,47 Wh aproximándose al consumo real pues como sabemos el desnivel del terreno es una de las características más importantes relacionadas con el consumo energético. El tercer modelo dio un resultado de 50,76 Wh, muy superior al real pues como se expuso anteriormente suponía curvas planas y como se demostró, si este fuera el caso el consumo se dispararía. Finalmente en la cuarta simulación se concluyó un valor de consumo energético de 31,96 Wh, que sigue siendo algo superior al calculado en pista.

Puesto que el consumo obtenido en circuito se encuentra entre el valor de la simulación 2 y la 4 nos indica que si no tuviésemos en cuenta las fuerzas presentes cuando se traza una curva no tendríamos un modelo fiable, y si las tenemos en cuenta debemos de tener cuidado a la hora de recoger datos, pues una mínima variación cambia considerablemente el consumo final. Nuestro modelo de par resistente físicamente analiza todas las fuerzas presentes que sufre un vehículo al desplazarse por el circuito, y si quisiéramos extrapolarlo a otro circuito simplemente habría que averiguar los datos técnicos del nuevo circuito. Por lo tanto podríamos simular el comportamiento (relacionado con el consumo) del vehículo en un circuito sin necesidad de llevarlo hasta este.

La diferencia de resultados presentes es debida a la falta de precisión a la hora de trabajar con el programa “Google Earth” que para tramos pequeños (por ejemplo para calcular el peralte) no tenía la precisión que se requiere para este estudio como se pudo apreciar en el capítulo relacionado cuando se producían escalonamientos inexistentes. Con una mayor exactitud de los datos extraídos del circuito el modelo se aproximaría más al consumo real.

Este modelo nos es útil a modo de orientación para saber cuáles son los puntos críticos del circuito y en qué puntos el vehículo cuenta con ventaja gracias a las fuerzas exteriores. Para ello vamos a volver a la gráfica de consumo teórico y vamos a analizarla zona a zona.



**Fig 9.1.** Gráfica del consumo de potencia final teórica.

Como vemos en la figura 9.1 las principales zonas de recuperación de energía son aquellas denominadas por una R en verde. Aquí un recuperador de energía podría recuperar la energía y almacenarla en las baterías para su uso posterior.

Dejando a un lado estas zonas nos encontramos con zonas de verdadero consumo energético. Así en la zona 1 se observa un gran impacto energético, aunque no es el mayor que se encuentra en el circuito. La zona 2 es una zona en la que el vehículo consume energía a ritmo constante pero no muy elevada. En la zona 3 nos encontramos con el mayor punto de consumo de energía y podríamos decir que es la primera zona crítica del circuito pues si en este punto no se llegase con las baterías bien cargadas podríamos tener falta de potencia. En la última zona la 4 vemos que de media no hay un consumo elevado pero tenemos dos puntos también muy críticos por lo tanto también se deberá trazar con cuidado y conservando potencia para no tener falta de energía en esos dos puntos críticos.

Además del análisis energético que nos permite el desarrollo de este par resistente también nos es útil a la hora de llevar avances en el modelo del vehículo. Así si se avanza en el modelo aerodinámico (cambio de la constante aerodinámica), cambio de ruedas (para variar el coeficiente de rozamiento) o cambios en el peso (tanto si son reducciones de peso del vehículo o si se produce por el cambio de piloto) simplemente habría que introducir los nuevos parámetros para averiguar qué impacto energético tendrá el vehículo sin necesidad de llevarlo a pista.

# CAPÍTULO 10

## FUTUROS ESTUDIOS

## 10. Futuros estudios

Este proyecto permite la continuación de diversos estudios sobre el vehículo Aníbal con el fin de mejorar su modelo informático para mejorar su rendimiento en pista.

### 10.1 Desarrollo topológico del circuito de Cartagena

Un mejor modelo topológico del circuito acercaría más las conclusiones finales al resultado real en pista, ya vimos que para la precisión requerida el programa “google earth” no era lo suficiente preciso aunque nos arrojó resultados bastantes importantes.

### 10.2 Combinación de proyectos

Combinando los proyectos existentes anteriores a este se podrían desarrollar estudios interesantes. Así pues, la combinación de este proyecto que refleja el consumo del vehículo a lo largo del circuito con el proyecto de “*Diseño de un modelo informático para la estimación de la energía generada por el vehículo solar Aníbal*” en el que se obtenía la cantidad de energía eléctrica generada con las placas solares podríamos tener conclusiones interesantes en cuanto a relación consumo-generación de energía.

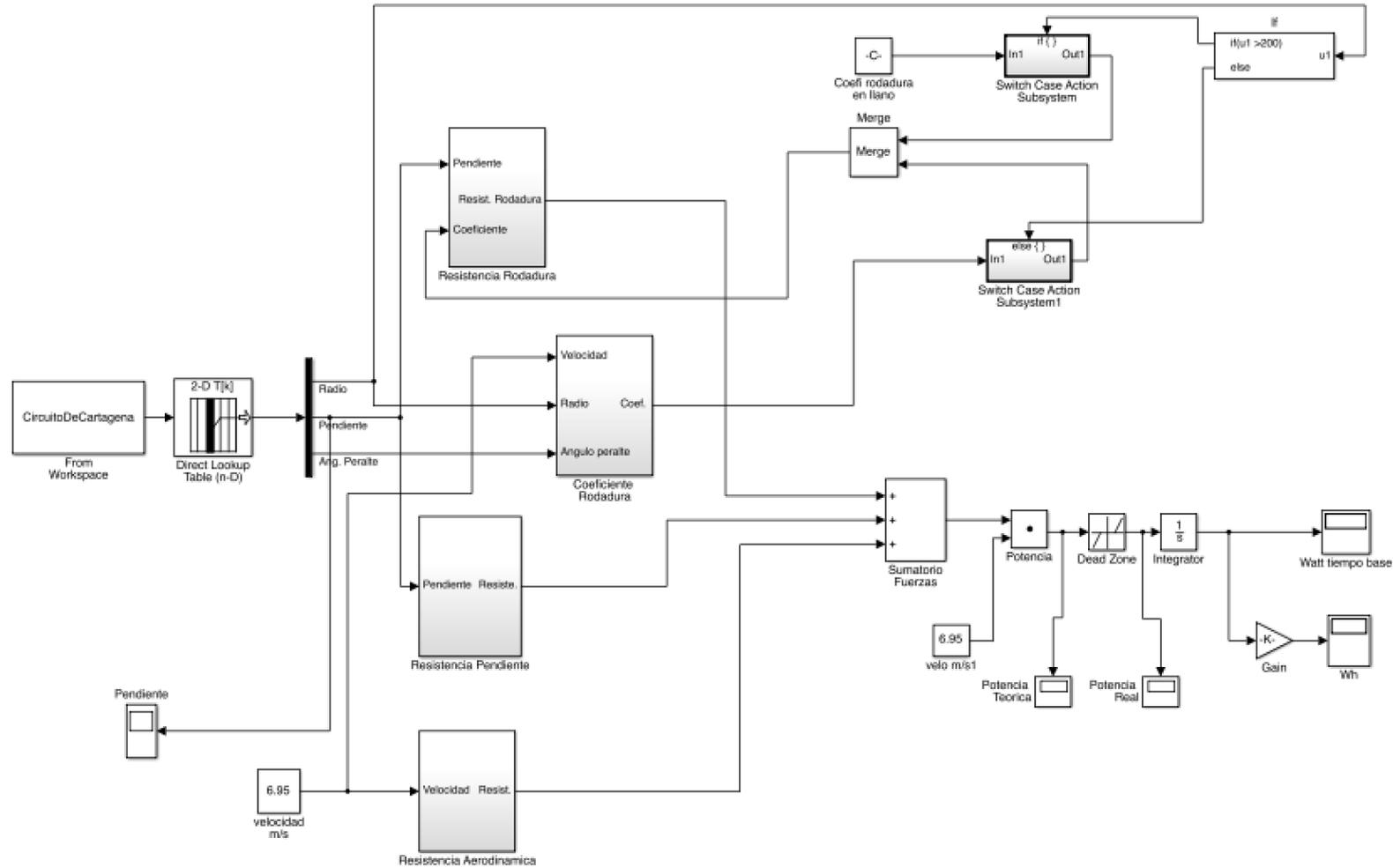
### 10.3 Viabilidad de un recuperador de energía

Como vimos en las conclusiones finales el estudio sobre la implantación de este tipo de dispositivo sería interesante ya que podría aportar grandes beneficios, aparatos que ya portan vehículos competitivos como los fórmula 1. Por lo tanto se podría estudiar la viabilidad de implantar un **freno regenerativo** o KERS (en inglés kinetic energy recovery system, «sistema de recuperación de energía cinética») que es un dispositivo que permite reducir la velocidad de un vehículo transformando parte de su energía cinética en energía eléctrica. Esta energía eléctrica es almacenada para un uso futuro.

# BIBLIOGRAFÍA

- 1) Control of electrical drives. W. Leonhard, Ed. Springer, 1997.
- 2) Matlab tutorials and learning resources. (recursos on-line de Mathworks).  
Máquinas Eléctricas. J. Fraile, Ed. MacGraw-Hill, 2008.
- 3) Modelización del sistema de tracción eléctrica y de alimentación de un vehículo solar de fines experimentales. I. Martínez, Proyecto, 2012, UPCT.
- 4) Electric Machines and Drives . Ned Mohan, Ed. Jhon Wiley and Sons, 2012.
- 5) Diseño de un modelo informático para la estimación de la energía generada por el vehículo solar Aníbal. M. Ramírez, Proyecto, 2011, UPCT.
- 6) Mecánica de fluidos aplicada. A. Viedma Robles, 2008, UPCT
- 7) Física I y Física II. A. Herranz Garcia, 2008, UPCT.
- 8) Manual de automóviles. M. Arias-Paz Guitian, Ed. DOSSAT-2000, 2006

# ANEXO I



**Anexo I.** Representación final del modelo informático del par resistente

