

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA DE  
TELECOMUNICACIÓN  
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA



Proyecto Fin de Carrera

**Desarrollo de un simulador de un SAR para misiones espaciales**



AUTOR: Adrián Flores de la Cruz

DIRECTOR: D. Alejandro Álvarez Melcón

CODIRECTOR: D. Fernando Daniel Quesada Pereira

Julio / 2014

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>5</b>
<b>DESARROLLO HISTÓRICO Y PROPIEDADES DE LOS SISTEMAS RADAR TIPO SAR</b> .....	<b>5</b>
1.1 RADARES PARA CAPTACIÓN DE IMÁGENES (EVOLUCIÓN SLAR A SAR) .....	5
1.2 USO DEL SAR EN MISIONES POR SATÉLITE .....	9
1.2.1 SEASAT (SEAfaring SATellite) .....	9
1.2.2 SIR-A (Shuttle Imaging Radar-A) .....	10
1.2.3 SIR-B (Shuttle Imaging Radar-B) .....	11
1.2.4 ERS-1 (European Radar Sensing Satellite-1) .....	13
1.2.5 SIR-C/X-SAR (Shuttle Imaging Radar-C/X-SAR) .....	14
1.2.6 ERS-2 (European Radar Sensing Satellite-2) .....	16
1.2.7 RADARSAT-1 (Radar Satellite-1) .....	18
1.2.8 ENVISAT (Environmental Satellite).....	21
1.2.9 TerraSAR-X.....	22
1.2.10 RADARSAT-2 (Radar Satellite-2).....	24
1.2.11 SENTINEL-1 .....	26
1.2.12 Satélite PAZ .....	28
1.3 RADAR RAR (REAL APERTURE RADAR) .....	30
1.3.1 Geometría básica en el plano de rango .....	30
1.3.2 Resolución en Rango.....	34
1.3.3 Resolución en acimut .....	42
1.3.4 Ecuación radar, para radares de captura de imágenes.....	47
1.4 SAR (SYNTHETIC APERTURE RADAR) .....	48
1.4.1 Formación de un array sintético .....	48
1.4.2 Síntesis Doppler.....	52
1.4.3 Ambigüedades en sistemas SAR.....	60
1.5. MODO DE FUNCIONAMIENTO SCANSAR, DEL RADAR TIPO SAR.....	64
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>69</b>
<b>DISEÑO DEL SATÉLITE “MISIÓN A MARTE”</b> .....	<b>69</b>
2.1 HUELLA (O FRANJA) A CUBRIR, EN CADA ÓRBITA DEL SATÉLITE.....	70
2.2 SELECCIÓN DEL PRF, PARA CADA SUB-HUELLA.....	71
2.3 LONGITUDES DE LAS DISTANCIAS OBLICUAS, DE LAS SUB- HUELLAS Y DE LAS SUPERPOSICIONES (DE ESTAS) ENTRE SÍ.....	78
2.4 ANCHURA, EN ACIMUT, DE LAS CUATRO SUB-HUELLAS ( $F_{acimut_s}$ ).....	81
2.5 VENTANA MÍNIMA DE RECEPCIÓN, POR SUB-HUELLA ( $T_{c_s}$ ) .....	86
2.6 ANCHO DE BANDA ( $BW_{maxima_s}$ ) Y TASA (O VELOCIDAD) DE DATOS ( $k_{0_s}$ ), DE LA SEÑAL TRANSMITIDA .....	87
2.7 MÁXIMO TIEMPO DE INTEGRACIÓN ( $T_s$ ) Y MÍNIMO NÚMERO DE ECOS RECIBIDOS ( $N_s^{ecos}$ ), PARA CADA UNA DE LAS SUB-HUELLAS, EN GEOMETRÍA PLANA.....	89
2.8 ANCHURAS DE ANTENA (PARA CADA SUB-HUELLA Y REAL, PARA EL DIMENSIONADO), EN LA DIRECCIÓN ACROSS-TRACK O DE RANGO, PARA GEOMETRÍA ESFÉRICA.....	91
2.9 GANANCIA DE LA ANTENA [ $G_s(\theta, \phi)$ ], PARA CADA SUB-HUELLA .....	94
2.10 POTENCIA MEDIA DE TRANSMISIÓN ( $P_{tx\_media_s}$ ) .....	99
2.11 SECCIÓN RECTA RADAR DEL BLANCO DISTRIBUIDO ( $\sigma_s^0$ ), EN CADA SUB-HUELLA .....	100
2.12 RELACIÓN DE LA POTENCIA MEDIA TRANSMITIDA ( $P_{tx\_media_s}$ ) CON LA LONGITUD FÍSICA, EN ACIMUT, DE LA ANTENA ( $L_a$ ), DE LA ANTENA, PARA UNA RADAR TIPO SAR.....	101
2.13 RUIDO EQUIVALENTE SIGMA-CERO (NESZ O $NE\sigma^0$ O NOISE EQUIVALENT SIGMA ZERO).....	105
2.14 DTAR (O DISTRIBUTED TARGET AMBIGUITY RATIO) EN ACIMUT.....	108
2.15 DTAR (O DISTRIBUTED TARGET AMBIGUITY RATIO) EN RANGO .....	115
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>127</b>
<b>DISEÑO DEL SATÉLITE “PAZ”, CON CAPITAL ESPAÑOL Y ENVIADO PARA DISTINTAS MISIONES (CIVILES Y MILITARES) SOBRE EL PLANETA TIERRA</b> .....	<b>127</b>
3.1 HUELLA (O FRANJA) A CUBRIR, EN CADA ÓRBITA DEL SATÉLITE.....	129
3.2 SELECCIÓN DEL PRF, PARA CADA SUB-HUELLA.....	131

3.3 LONGITUDES DE LAS DISTANCIAS OBLICUAS, DE LAS SUB- HUELLAS Y DE LAS SUPERPOSICIONES (DE ESTAS) ENTRE SÍ.....	138
3.4 ANCHURA, EN ACIMUT, DE LAS CUATRO SUB-HUELLAS ( $F_{acimut_s}$ ).....	140
3.5 VENTANA MÍNIMA DE RECEPCIÓN, POR SUB-HUELLA ( $T_{c_s}$ ) .....	145
3.6 ANCHO DE BANDA ( $BW_{maxima_s}$ ) Y TASA (O VELOCIDAD) DE DATOS ( $k_{0_s}$ ), DE LA SEÑAL TRANSMITIDA .....	147
3.7 MÁXIMO TIEMPO DE INTEGRACIÓN ( $T_s$ ) Y MÍNIMO NÚMERO DE ECOS RECIBIDOS ( $N_s^{ecos}$ ) PARA CADA UNA DE LAS SUB-HUELLAS, EN GEOMETRÍA PLANA.....	149
3.8 ANCHURAS DE ANTENA (PARA CADA SUB-HUELLA Y REAL, PARA EL DIMENSIONADO), EN LA DIRECCIÓN ACROSS-TRACK O DE RANGO, PARA GEOMETRÍA ESFÉRICA.....	151
3.9 GANANCIA DE LA ANTENA [ $G_s(\theta, \phi)$ ], PARA CADA SUB-HUELLA .....	154
3.10 POTENCIA MEDIA DE TRANSMISIÓN ( $P_{tx\_media_s}$ ) .....	163
3.11 SECCIÓN RECTA RADAR DEL BLANCO DISTRIBUIDO ( $\sigma_s^0$ ), EN CADA SUB-HUELLA .....	164
3.12 RELACIÓN DE LA POTENCIA MEDIA TRANSMITIDA ( $P_{tx\_media_s}$ ) CON LA LONGITUD FÍSICA, EN ACIMUT, DE LA ANTENA ( $L_a$ ), DE LA ANTENA, PARA UNA RADAR TIPO SAR.....	165
3.13 RUIDO EQUIVALENTE SIGMA-CERO (NESZ O $NE\sigma^0$ O NOISE EQUIVALENT SIGMA ZERO).....	171
3.14 DTAR (O DISTRIBUTED TARGET AMBIGUITY RATIO) EN ACIMUT.....	173
3.15 DTAR (O DISTRIBUTED TARGET AMBIGUITY RATIO) EN RANGO .....	184
<b>CAPÍTULO 4.....</b>	<b>200</b>
<b>APLICACIÓN MATLAB PARA CÁLCULOS Y REPRESENTACIONES GRÁFICAS DE ESTE PROYECTO .....</b>	<b>200</b>
4.1 FUNCIONES MATLAB .....	200
4.1.1 función: <i>Across.m</i> .....	200
4.1.2 función: <i>Aeff.m</i> .....	201
4.1.3 función: <i>BCS.m</i> .....	201
4.1.4 función: <i>diagrama.m</i> .....	201
4.1.5 función: <i>diagrama2.m</i> .....	202
4.1.6 función: <i>Diamantes_esferica.m</i> .....	202
4.1.7 función: <i>dibujar_grafica.m</i> .....	202
4.1.8 función: <i>DTAR.m</i> .....	203
4.1.9 función: <i>END_DTAR.m</i> .....	203
4.1.10 función: <i>grados_diamantes.m</i> .....	204
4.1.11 función: <i>NESZ_end.m</i> .....	204
4.1.12 función: <i>potencia_end.m</i> .....	204
4.1.13 función: <i>Range_DTAR.m</i> .....	205
4.1.14 función: <i>RASR.m</i> .....	206
4.1.15 función: <i>reflectividad.m</i> .....	206
4.1.16 función: <i>repre_Rango.m</i> .....	206
4.1.17 función: <i>sinc2.m</i> .....	207
4.1.18 función: <i>tiempo_integracion.m</i> .....	207
4.1.19 función: <i>tierra_esferica.m</i> .....	208
4.1.20 función: <i>tierra_plana.m</i> .....	208
4.1.22 función: <i>velocidad.m</i> .....	208
4.1.23 función: <i>ventana.m</i> .....	209
4.2 INTERFAZ GRÁFICA MATLAB .....	209
4.2.1 Interfaz gráfica Matlab: Diagrama de radiación normalizado de la ganancia de antena en rango, para la sub-huella: ( $s = 1$ )de la misión PAZ.....	210
4.2.2 Interfaz gráfica Matlab: Herramientas de cálculo de la sub-huella: ( $s = 3$ ) de la misión PAZ.....	212
4.2.3 Interfaz gráfica Matlab: Diamonds Graph, (geometría esférica) de la misión PAZ .....	213
4.2.4 Interfaz gráfica Matlab: Diagrama de radiación normalizado de la ganancia de antena en rango, para la sub-huella: ( $s = 1$ ), de la misión a Marte .....	214
4.2.5 Interfaz gráfica Matlab: Herramientas de cálculo de la sub-huella: ( $s = 2$ ) de la misión a Marte.....	215
4.2.6 Interfaz gráfica Matlab: Diamonds Graph, (geometría esférica) de la misión a Marte.....	216

<b>APÉNDICE A</b> .....	<b>218</b>
<b>DIAMONDS GRAPH, PARA DETERMINAR EL NÚMERO DE SUB-HUELLAS EN UNA RADAR SAR, EN MODO DE FUNCIONAMIENTO SCANSAR</b> .....	<b>218</b>
A.1 GEOMETRÍA ESFÉRICA DE UN PLANETA Y CÁLCULO DE LA HUELLA O FRANJA DE TERRENO ILUMINADO ( $S$ ) EN EL MISMO .....	218
A.1.1 Geometría esférica de un planeta .....	218
A.1.2 Cálculo de franja o huella ( $S$ ) para geometría esférica de un Planeta .....	223
A.2 GEOMETRÍA PLANA DE UN PLANETA Y CÁLCULO DE LA HUELLA O FRANJA DE TERRENO ILUMINADO ( $S$ ) EN EL MISMO .....	225
A.2.1 Geometría plana de un planeta .....	226
A.2.2 Cálculo de franja o huella ( $S$ ) para geometría plana de un planeta .....	227
A.3 DIAMONDS GRAPH (ÁNGULO DE INCIDENCIA: $\eta_{vs}$ PRF) .....	228
A.3.1 Diamonds Graph, para geometría plana de un planeta .....	229
A.3.1.1 Reflexiones posibles en la huella (sub-huella) .....	229
A.3.1.2 Reflexiones posibles en el punto nadir .....	231
A.3.2 Diamonds Graph, para geometría esférica de un planeta .....	232
A.3.2.1 Reflexiones posibles en la huella (sub-huella) .....	233
A.3.2.2 Reflexiones posibles en el punto nadir .....	234
<b>APÉNDICE B</b> .....	<b>237</b>
<b>VELOCIDAD DEL SATÉLITE (<math>v_{satelite}</math>) Y VENTANA MÍNIMA DE RECEPCIÓN, POR SUB-HUELLA (<math>T_{c,s}</math>)</b> .....	<b>237</b>
B.1 VELOCIDAD DEL SATÉLITE .....	237
B.1.1. Deducción del valor de la velocidad, de cualquier satélite artificial, sobre la Tierra, utilizando para ello las Leyes de Kepler y como referencia a la Luna (satélite natural de la Tierra) .....	238
B.2 VENTANA MÍNIMA DE RECEPCIÓN, POR SUB-HUELLA ( $T_{c,s}$ ) .....	243
<b>APÉNDICE C</b> .....	<b>245</b>
<b>GANANCIA DE ANTENA</b> .....	<b>245</b>
C.1 GANANCIA DE LA ANTENA [ $G(\theta, \phi)$ ] .....	245
<b>APÉNDICE D</b> .....	<b>252</b>
<b>SECCIÓN RECTA RADAR DEL BLANCO DISTRIBUIDO (<math>\sigma_s^0</math>), A ILUMINAR EN CADA UNA DE LAS SUB-HUELLAS</b> .....	<b>252</b>
D.1 ECUACIÓN (O PATENTE) DE LA SECCIÓN RECTA RADAR DEL BLANCO DISTRIBUIDO ( $\sigma_s^0$ ) .....	252
<b>APÉNDICE E</b> .....	<b>256</b>
<b>RELACIÓN ENTRE LA POTENCIA MEDIA TRANSMITIDA (<math>P_{tx,media,s}</math>), EN CADA SUB-HUELLA Y LA LONGITUD FÍSICA, EN ACIMUT, DE LA ANTENA (<math>L_a</math>)</b> .....	<b>256</b>
E.1 RELACIÓN DE LA POTENCIA MEDIA TRANSMITIDA ( $P_{tx,media,s}$ ) CON LA LONGITUD FÍSICA DE LA ANTENA EN ACIMUT ( $L_a$ ) DE LA ANTENA, PARA UNA RADAR SAR .....	256
E.1.1 Ecuación de radares SLAR-RAR .....	256
E.1.2 Ecuación de radares SAR, para captura de imágenes .....	263
<b>APÉNDICE F</b> .....	<b>271</b>
F.1. RUIDO EQUIVALENTE SIGMA-CERO (NESZ O $NE\sigma^0$ O NOISE EQUIVALENT SIGMA ZERO) .....	271
<b>APÉNDICE G</b> .....	<b>280</b>
G.1. DTAR (O DISTRIBUTED TARGET AMBIGUITY RATIO) EN ACIMUT .....	280
G.1.1 Introducción .....	280
G.1.2 Ecuaciones .....	281
G.1.2.1 Ecuación del DTAR en acimut, en función del ángulo de acimut ( $\phi_s$ ) para cada una de las sub-huellas .....	281

G.1.2.2 Representación de las ambigüedades en el diagrama de radiación (en acimut) de la antena .....	287
G.1.2.3 Gráficos y Tablas, para cada una de las sub-huellas .....	288
G.1.2.4 Análisis de la función de ponderación en el Procesador (Filtro FIR, tipo Hamming): $w(\phi)$ .....	289
<b>APÉNDICE H</b> .....	<b>294</b>
H.1 DTAR (O <i>DISTRIBUTED TARGET AMBIGUITY RATIO</i> ) EN RANGO .....	294
<i>H.1.1 Introducción</i> .....	294
<i>H.1.2 Ecuaciones</i> .....	295
H.1.2.1 Cálculo de los ángulos de off-nadir ( $\gamma_{j_s}$ ) y de incidencia: ( $\eta_{j_s}$ ), para las ambigüedades, en cada una de las sub-huellas .....	295
H.1.2.2 Ejemplo de aplicación para un supuesto .....	298
H.1.2.3 Representación de las ambigüedades en el diagrama de radiación (en rango) de la antena .....	302
H.1.2.4 Ecuación del DTAR en rango, en función del ángulo de incidencia ( $\eta_s$ ), para cada una de las sub-huellas.....	302
H.1.2.5 Gráficos y Tablas, para cada una de las sub-huellas .....	306

# Capítulo 1

## Desarrollo histórico y propiedades de los sistemas radar tipo SAR

El descubrimiento, de los sistemas SAR (*Synthetic Aperture Radar* o Radares de apertura sintética), lógicamente, tuvo lugar con posterioridad al desarrollo y operación de sistemas básicos de radar más sencillos como fueron los *terrestres* (para detección de blancos en movimiento) y los *embarcados en aeronaves* (para mapeo del terreno).

En la actualidad, los modernos sistemas radar (tipo SAR), ya son embarcados en satélites (artificiales) para aplicaciones de observación, tanto de la Tierra como de otros planetas y/o satélites (naturales) de éstos a fin de obtener, a partir de los datos obtenidos, una imagen de la mejor calidad que nos sea posible.

### 1.1 Radares para captación de imágenes (evolución SLAR a SAR)

A comienzo de los años cincuenta (1950), se observó que si en lugar de explorar convencionalmente (como hasta entonces), una determinada zona mediante el uso de una antena rotatoria, se montaba un radar sobre el fuselaje de un avión, se obtenían mejoras considerables, en la *resolución* de dicho radar.

Esta resolución (*along-track resolution*), en la dirección del vuelo de la nave o *acimut*, que representaremos por:  $[\delta x]$ , se definió como la mínima distancia, existente entre dos puntos próximos, para poder ser diferenciados, éstos entre sí, en el receptor o sensor del sistema. En la Figura 1.1, podremos verla representada.

A este sistema se le llamó *SLAR* (*Side-Looking Airbone Radar* o Radar de apuntamiento lateral) y se utilizó, en un principio, en aplicaciones militares. Posteriormente también se le conoció como *RAR* (*Real Aperture Radar* o Radar de apertura real).

Desde un principio se intentó trabajar a las frecuencias más altas que fuese posible, con el fin de conseguir también mejores *resoluciones en rango* (*across-track resolution*).

La otra resolución, en la dirección perpendicular a la del vuelo de la nave o *rango*, que representaremos por:  $[\delta R_g]$ , se definió como la mínima distancia, existente entre dos puntos próximos, para poder ser diferenciados, estos entre sí, en el receptor o sensor del sistema. En la Figura 1.1, podremos verla representada.

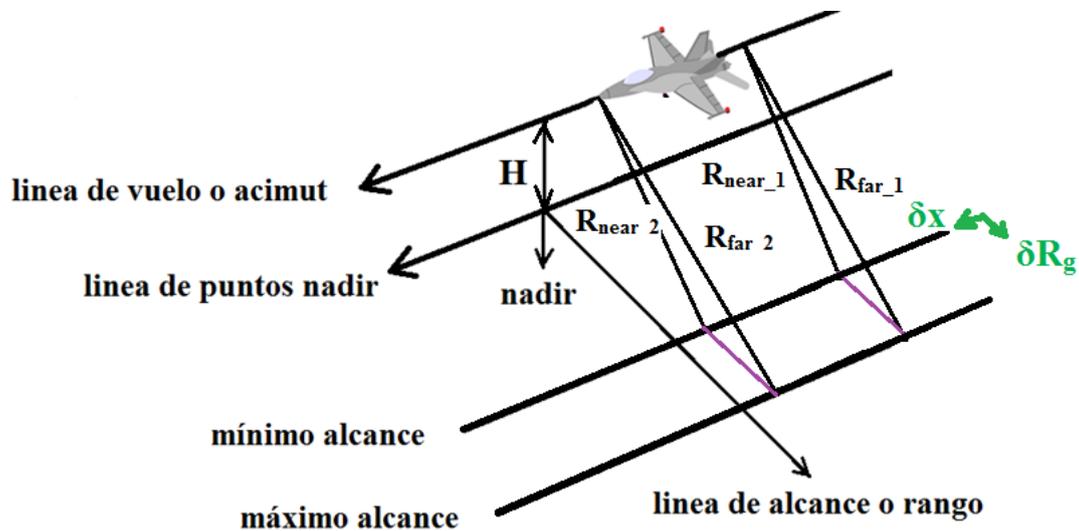
Fue en Junio de 1951, cuando se dio el primer paso hacia adelante que hacía falta para llegar a los radares *SAR* propiamente dichos y este lo dio Carl Wiley (matemático que trabajaba para la *Goodyear Aircraft Company*, en *Litch eld Park, Arizona*), a través de su estudio sobre la reflexión producida en dos blancos, fijados y con una determinada separación angular (relativa al vector velocidad) entre sí, que podían ser detectados y localizados, mediante el análisis frecuencial del espectro de la señal recibida.

Esta cualidad permitió mejorar la resolución en general ya que, además de la ya conocida separación espacial entre blancos (en la dirección *de rango*), se añadía una resolución en la dirección de *acimut*, que estaba relacionada con la variación de la *frecuencia Doppler*. Su patente, que se conoció como técnica *Doppler beam sharpening* (o Estrechamiento del haz de radiación por efecto Doppler), sigue siendo aún la base de algunos de los modos de trabajo de los actuales sistemas SAR.

En los años sesenta (1960), llegó el momento en el que los sistemas *SLAR*, de alta resolución, se desclasificaron (de su uso exclusivamente militar) lo que permitió la aplicación civil de los mismos, observándose, de inmediato, su importancia para aplicaciones científicas, como por ejemplo podrían ser: creación de mapas geológicos, oceanografía, obtención de mapas de superficie, etc. Como ejemplo citemos la obtención de mapas de terrenos, en extensas zonas de América del Sur y de América Central, cubiertas de modo permanente por nubes y nieblas y que pudieron ser fotografiadas por primera vez.

Fue ahí, cuando realmente se demostró, por primera vez, la utilidad y los beneficios de disponer de sistemas de captación de imágenes, utilizando ondas electromagnéticas, capaces de atravesar las nubes y la niebla.

Una representación geométrica de un radar *SAR*, transportado en una aeronave, para captación de imágenes, podremos verla en la Figura 1.1.



**Figura 1.1: Geometría de los parámetros radar SAR**

El grupo, donde trabajaba Carl Wiley, creó el primer radar SAR aerotransportado, montándolo en 1953 sobre un avión C-47, como podría ser el de la Figura 1.2.



**Figura 1.2: Fotografía de un C-47 (una versión militar del DC-3)**

y que operó a una frecuencia de 930 MHz, y utilizando una antena Yagi con un ancho de haz de apertura real de 100°, consiguiéndose, tras el procesado de la información obtenida, un ancho de haz sintético de tan solo 1° o sea con una mejora sustancial de la resolución.

Lógicamente, junto con el desarrollo de los primeros sistemas, de “*Estrechamiento del haz de radiación por efecto Doppler*”, también se mejoró la tecnología de ciertos componentes, necesarios para los transmisores y receptores de los mismos.

En este punto se ha de insistir en que además de en el Procesado de la señal recibida, la principal diferencia, entre un radar de *apertura real* (*SLAR-RAR*) y uno de *apertura sintética* (*SAR*) es que el primero detecta, necesariamente, dicha señal recibida, de forma *incoherente* mientras que el segundo la detecta, también necesariamente, de forma *coherente*.

Por ello y con el fin de posibilitar la detección coherente, en los sistemas *SAR*, deberemos preservar, en el receptor, tanto la *amplitud* como la *fase* de la señal enviada. Este hecho creó la necesidad de disponer, en el transmisor, de un amplificador que fuese capaz de generar pulsos, con fases estables (entre pulso y pulso), por lo que el *magnetron de alta potencia* (usado hasta entonces, en los radares *SLAR-RAR*) ya no nos serviría por ser incoherente.

Este fue el motivo por el que se debió evolucionar hacia otros tipos de generadores-amplificadores de pulsos:

- el *magnetron tipo COHO-STALO*, consistente en un oscilador de *frecuencia intermedia* (COHO), enganchado en fase a un segundo oscilador de *frecuencia local* (STALO)
- los *amplificadores lineales de potencia*, como el *Klystron* y el *tubo de ondas progresivas* (o *TWT*), con mayor ancho de banda que el *Klystron*, que ya permitieron (ambos) simplificar, considerablemente, la estructura de los radares tipo *SAR*, pues proporcionaban potencias muy elevadas, a altas frecuencias y con la estabilidad de fase necesaria para la detección coherente que requiere el *SAR*

- los *amplificadores lineales de potencia de estado sólido (SSPA)*, que van sustituyendo, progresivamente, a los *TWT* (actualmente instalados en aviones y sobre todo en satélites), por su mayor fiabilidad

Decir finalmente que así como la evolución clave de la tecnología del transistor de alta potencia se dio principalmente (como acabamos de ver), en las décadas de los setenta y ochenta (1970 y 1980), también fue fundamental, para los sistemas *SAR*, la evolución de la tecnología de los *MMIC (Monolithic Microwave Integrated Circuits o Circuitos integrados monolíticos de microondas)* habida en la década de los noventa (1990).

## 1.2 Uso del SAR en misiones por satélite

Como ya se ha dicho, los primeros sistemas *SAR* utilizados, se embarcaron en aviones aunque toda su evolución y aplicación fundamental se ha obtenido al embarcarlos en satélites.

Un desarrollo cronológico de los más relevantes que han podido surgir, hasta la fecha, podría ser el siguiente:

### 1.2.1 SEASAT (SEAfaring SATellite)

También conocido como “satélite mariner”, fue lanzado el 27 de junio de 1978 por la NASA y fue el primer satélite, equipado, además de con otros instrumentos o equipos de medida, con un *SAR* a bordo, algunas de sus características de trabajo se reflejan en la Tabla 1.1.

características del radar SAR en misión espacial SEASAT	
frecuencias de trabajo (banda)	L (1,53 a 2,7 GHz)
dimensiones de antena (W x L <sub>a</sub> )	2,16 m x 10,74 m
tipo de polarización	H-H
altura orbital (H)	800 km
ángulo de incidencia ( $\eta$ )	23°
ancho de huella (S)	100 km
resolución en rango ( $\delta R_r$ )	25 m
resolución en acimut ( $\delta x$ )	25 m

**Tabla 1.1: Características SAR del SEASAT**

La misión tuvo una duración de 105 días ya que el 10 de octubre de 1978 sufrió un cortocircuito que hizo inoperativo todo el sistema del satélite.

Existe también la teoría de que debido a la capacidad que así mismo tenía, el *SEASAT*, de detectar la estela que generaban los submarinos sumergidos (hecho que no se había previsto, antes de su lanzamiento y que podría poner peligro la seguridad de los mismos), se tomó, por parte del Ministerio de defensa de Estados Unidos, la decisión de finalizar de inmediato la misión.

Una ilustración del satélite la podemos ver en la Figura 1.3.



**Figura 1.3: Imagen del SEASAT**

### **1.2.2 SIR-A (Shuttle Imaging Radar-A)**

También conocido por “traslado de imágenes por radar-A” fue lanzado a bordo del transbordador espacial *Columbia* el 12 de noviembre de 1981 y algunas de las características de trabajo del radar SAR, con el que iba equipado se reflejan en la Tabla 1.2.

características del radar SAR en misión espacial SIR-A	
frecuencias de trabajo (banda)	L (1,53 a 2,7 GHz)
dimensiones de antena ( $W \times L_a$ )	2,16 m x 9,4 m
tipo de polarización	H-H
altura orbital (H)	800 km
ángulo de incidencia ( $\eta$ )	47°
ancho de huella (S)	50 km
resolución en rango ( $\delta R_g$ )	40 m
resolución en acimut ( $\delta x$ )	40 m

**Tabla 1.2: Características SAR del SIR-A**

Con él se logró una alta capacidad de almacenamiento que permitió, entre otras actividades las exploraciones de zonas de la superficie terrestre inaccesibles a los sensores visibles o térmicos (por estar permanentemente cubiertas por nubes o bosques espesos) e investigaciones geológicas, utilizando lógicamente para ello, además del *SAR*, otros tipos distintos de sensores que actuaban conjuntamente con dicho *SAR*

Su misión terminó ese mismo año (1981) y una imagen del satélite la podemos ver en la Figura 1.4.



**Figura 1.4: Imagen del SIR-A**

### 1.2.3 SIR-B (Shuttle Imaging Radar-B)

También conocido por “traslado de imágenes por radar-B” y que ya consideró la relación existente entre la intensidad y la calidad de la imagen y el ángulo de incidencia, con la superficie terrestre:  $[\eta]$ .

Por esta razón se diseñó, el *SIR-B*, con una antena que podía variar el ángulo de manera mecánica (recordamos que tanto el *SEASAT* como el *SIR-A*, tenían un ángulo de incidencia fijo), lo que permitió la adquisición *multi-incidencia* de la imagen.

El SIR-B fue lanzado, el 5 de octubre de 1984, a bordo del transbordador espacial *Challenger* y algunas de las características de trabajo del radar SAR, con el que iba equipado se reflejan en la Tabla 1.3.

<b>características del radar SAR en misión espacial SIR-B</b>	
<b>frecuencias de trabajo (banda)</b>	L (1,53 a 2,7 GHz)
<b>dimensiones de antena (W x L<sub>a</sub>)</b>	2,16 m x 10,7 m
<b>tipo de polarización</b>	H-H
<b>altura orbital (H)</b>	360 km, 257 km y 224 km
<b>ángulo de incidencia (<math>\eta</math>)</b>	entre 15° y 65°
<b>ancho de huella (S)</b>	entre 20 km y 40 km
<b>resolución en rango (<math>\delta R_g</math>)</b>	entre 16 m y 58 m
<b>resolución en acimut (<math>\delta x</math>)</b>	entre 20 m y 30 m

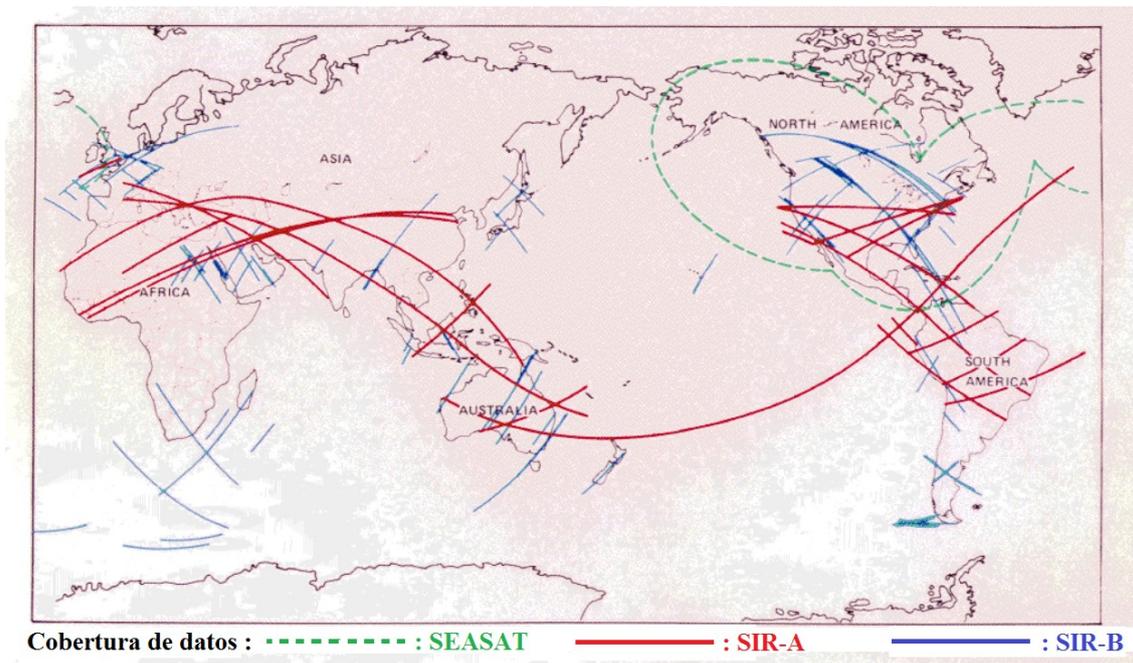
**Tabla 1.3: Características SAR del SIR-B**

Su misión terminó ese mismo año (1984) y una ilustración del satélite la podemos ver en la Figura 1.5.



**Figura 1.5: Imagen del SIR-B**

Como comparativa, entre estas tres primeras misiones, de la NASA equipadas con SAR: SEASAT, SIR-A y SIR-B, podremos visualizar las huellas (o “*ground track*”), de dichos satélites espaciales en la Figura 1.6.



**Figura 1.6: Huellas sobre la Tierra, de los satélites: SEASAT, SIR-A y SIR-B**

### 1.2.4 ERS-1 (European Radar Sensing Satellite-1)

También conocido por “satélite europeo con detección por radar-1”, fue el primer satélite europeo de observación de la Tierra, lanzado por la ESA (*European Space Agency* o Agencia Espacial Europea) el 17 de julio de 1991 en el vehículo lanzador *Ariane-4* desde Kourou (Guayana Francesa) y algunas de las características de trabajo del radar SAR, con el que iba equipado se reflejan en la Tabla 1.4.

características del radar SAR en misión espacial ERS-1	
frecuencias de trabajo (banda)	C (3,7 a 6,425 GHz)
dimensiones de antena ( $W \times L_a$ )	2,4 m x 11,7 m
tipo de polarización	V-V
altura orbital (H)	entre 782 km y 785 km
ángulo de incidencia ( $\eta$ )	23°
ancho de huella (S)	100 km
resolución en rango ( $\delta R_r$ )	entre 10 m y 30 m
resolución en acimut ( $\delta x$ )	entre 10 m y 30 m

**Tabla 1.4: Características SAR del ERS-1**

La misión finalizó el 10 de marzo de 2000, cuando el satélite tuvo un fallo, en la computadora y en los giroscopios y pese a ello, excedió, en mucho, la vida útil que se esperaba de él que en principio estaba prevista para tres o cuatro años. Una ilustración del satélite la podemos ver en la Figura 1.7.



**Figura 1.7: Imagen del ERS-1**

### **1.2.5 SIR-C/X-SAR (Shuttle Imaging Radar-C/X-SAR)**

También conocido por “traslado de imágenes por radar-C/X-SAR” fue lanzado en dos misiones, a bordo del transbordador espacial *Endeavour*, en 1994.

La primera fue lanzada el 9 de abril de 1994 y volvió, el 20 de abril, tras orbitar 183 veces la Tierra mientras que la segunda fue lanzada el 30 de septiembre del mismo año (1994) y aterrizó, el 11 de octubre dando 182 vueltas a la Tierra.

La misión ayudó a los científicos, a entender procesos que afectaban al medioambiente como la deforestación de la selva amazónica o la desertización del sur del Sahara

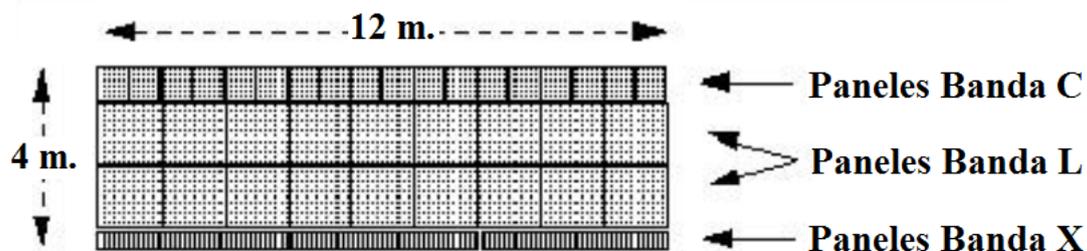
Algunas de las características de trabajo del radar SAR, con el que iba equipado se reflejan en la Tabla 1.5.

características del radar SAR en misión espacial SIR-C	
frecuencias de trabajo (banda)	L,C y X
dimensiones de antena (W x L <sub>a</sub> )	variable según frecuencia
tipo de polarización	variable según frecuencia
altura orbital (H)	225 km
ángulo de incidencia ( $\eta$ )	entre 15° y 55°
ancho de huella (S)	entre 15 km y 90 km
resolución en rango ( $\delta R_g$ )	30 m
resolución en acimut ( $\delta x$ )	30 m

**Tabla 1.5: Características SAR del SIR-C**

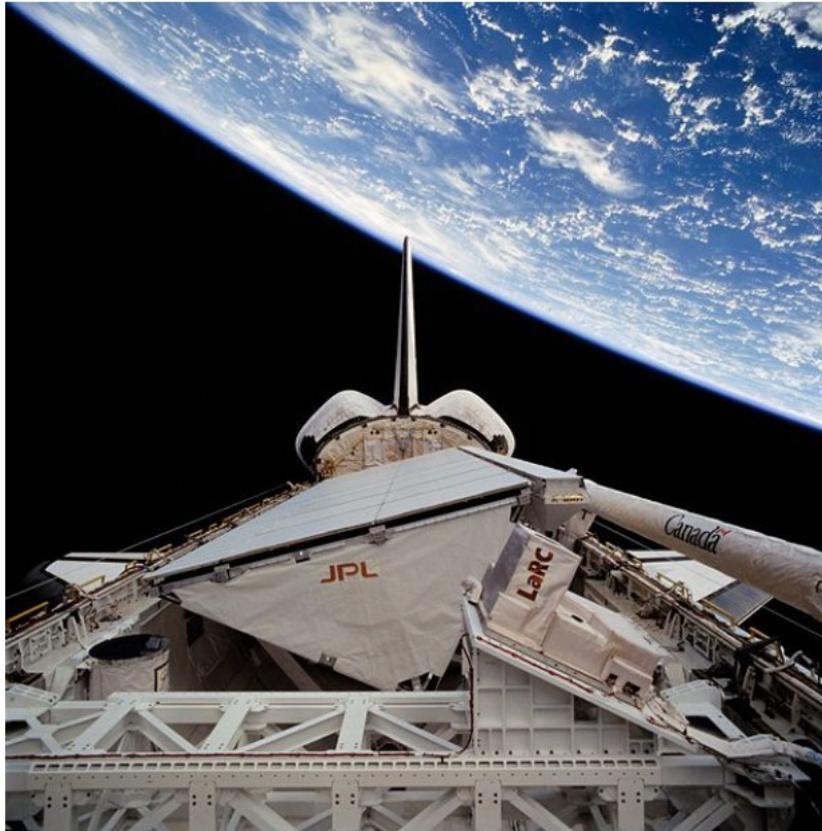
Los tipos de polarizaciones fueron: **H-H**, **H-V**, **V-H** y **V-V**, para las Bandas de frecuencias **L**: [de 1,53 a 2,7 GHz] y **C**: [de 3,7 a 6,425 GHz], mientras que fue únicamente **V-V**, para cuando trabajaba en la Banda de frecuencias **X**: [de 7,25 a 12,5 GHz].

El array de antena también variaba, según la frecuencia de trabajo, como puede apreciarse, esquemáticamente, en la Figura 1.8.



**Figura 1.8: Array antena SAR del SIR-C**

Por último decir que una vez la órbita era estable, el satélite se desplegaba apareciendo entonces el array de la antena del SAR que transportaba a bordo dicho satélite, como se puede ver, en la ilustración de la Figura 1.9.



**Figura 1.9: SAR en el SIR-C/X, salida del transbordador**

### **1.2.6 ERS-2 (European Radar Sensing Satellite-2)**

También conocido por “satélite europeo con detección por radar-2”, fue puesto en órbita, el 21 de abril de 1995, en el cohete *Ariane 4*, desde Korou (Guayana Francesa), al igual que su predecesor el ERS-1. El satélite es prácticamente igual que el ERS-1, pero añadiendo un espectrómetro de absorción y un dispositivo de exploración atmosférica GOME (*Global Ozone Monitoring Experiment*) para medir el ozono atmosférico, la distribución de la radiación ultravioleta en la superficie y la cantidad de dióxido de nitrógeno.

Cuando el ERS-2, fue lanzado se situó en el mismo plano orbital que el ERS-1, lo cual posibilitó una misión “tándem” lo que permitió la repetición de las observaciones, del radar SAR, con un día de diferencia, entre la información recogida por ambos.

Algunas de las características de trabajo del radar SAR, con el que iba equipado se reflejan en la Tabla 1.6.

<b>características del radar SAR en misión espacial ERS-2</b>	
<b>frecuencias de trabajo (banda)</b>	S y X
<b>dimensiones de antena (<math>W \times L_a</math>)</b>	1,0 m x 10,0 m
<b>tipo de polarización</b>	variable según frecuencia
<b>altura orbital (H)</b>	785 km
<b>ángulo de incidencia (<math>\eta</math>)</b>	47°
<b>ancho de huella (S)</b>	entre 500 km y 800 km
<b>resolución en rango (<math>\delta R_g</math>)</b>	$\approx 1$ km
<b>resolución en acimut (<math>\delta x</math>)</b>	$\approx 1$ km

**Tabla 1.6: Características SAR del ERS-2**

Los tipos de polarizaciones fueron: **H-H**, **H-V**, **V-H** y **V-V**, para la banda de frecuencias **S**: [de 2,7 a 3,5 GHz] mientras que fue únicamente **V-V**, si trabajaba en la banda de frecuencias **X**: [de 7,25 a 12,5 GHz].

Desde febrero de 2001, el ERS-2, estuvo operando sin giroscopios lo que sin duda degradó la calidad de algunos datos obtenidos por sus instrumentos de medida.

El 22 de junio de 2003, hubo un grave fallo a bordo, lo que hizo que los instrumentos solo funcionaran al ser visibles por alguna estación terrestre.

Definitivamente y desde el año 2011, ya no se han vuelto a tener señales procedentes del mismo, por lo que ha cumplido con creces sus objetivos ya que la vida útil prevista era de tres a cuatro años.

Una lustración del satélite la podemos ver en la Figura 1.10.



**Figura 1.10: Vista del ERS-2 en órbita**

### **1.2.7 RADARSAT-1 (Radar Satellite-1)**

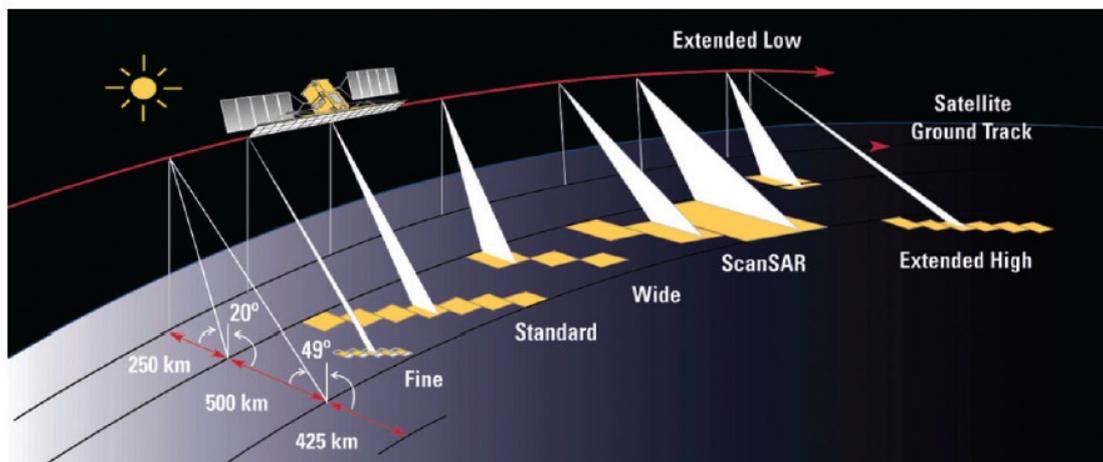
También conocido por “satélite de radar-1”, es el primer satélite comercial canadiense, de observación terrestre, que fue lanzado el 4 de noviembre de 1995, en un cohete *Delta I* y que desarrollado bajo la dirección de la CSA (*Canadian Space Agency*, en inglés o *Agence Spatiale Canadienne*, en francés o Agencia espacial canadiense), en cooperación con los gobiernos provinciales de Canadá y el sector privado, ofrece imágenes de la Tierra para aplicaciones científicas y comerciales.

Algunas de las características de trabajo del radar SAR (en modo de funcionamiento *ScanSAR*, con haces gruesos o *SCW*) con el que iba equipado se reflejan en la Tabla 1.7.

características del radar SAR en misión espacial RADARSAT-1	
frecuencias de trabajo (banda)	C (3,7 a 6,425 GHz)
dimensiones de antena ( $W \times L_a$ )	1,5 m x 15,0 m
tipo de polarización	H-H
altura orbital (H)	798 km
ángulo de incidencia ( $\eta$ )	entre 20° y 49°
ancho de huella (S)	510 km
resolución en rango ( $\delta R_g$ )	100 m
resolución en acimut ( $\delta x$ )	100 m

**Tabla 1.7: Características SAR del RADARSAT-1**

Tenía la posibilidad de trabajar (el SAR) en siete **modos de funcionamiento**, (distintos y no estándar) como se puede ver en la ilustración de la Figura 1.11.



**Figura 1.11: Modos de funcionamiento del RADARSAT-1**

Los modos de funcionamiento, se diferenciaban entre sí, por el tipo de huella (*swath* o franja) que iluminaban. Dichos modos fueron:

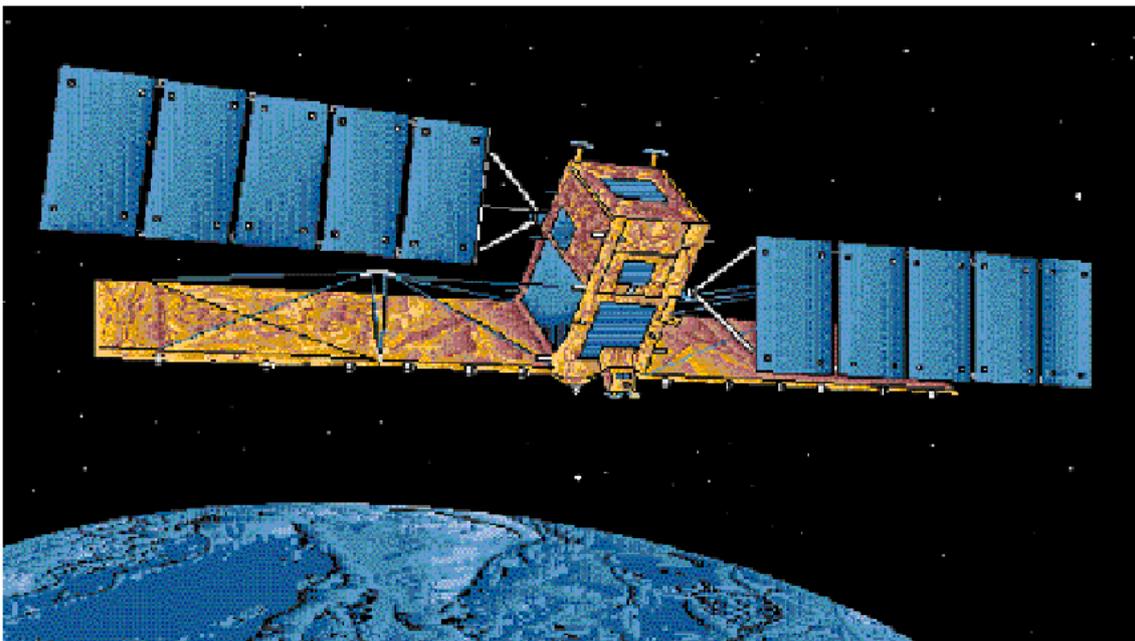
- haces de *resolución fina* (o **Fine**)
- haces *estándar* (o **Standard**)
- haces *anchos* (o **Wide**)
- *ScanSAR* con haz *estrecho* (o *ScanSAR Narrow*: **SCN**)

- *ScanSAR* con haces *anchos* (o *ScanSAR Wide: SCW*)
- haces *extendidos* con ángulos de incidencia bajos (o **Extended Low**)
- haces *extendidos* con ángulos de *incidencia altos* (o **Extended High**)

con los que obtendríamos un área a cubrir, de diferentes dimensiones y con ello también con diferentes resoluciones. La mejor resolución la consiguió el modo *Fine* (modo de funcionamiento StripMap, pero con huellas a cubrir muy pequeñas) en el que se iluminó un ancho de huella (*swath*) de 45 km y con una resolución de 8 metros, tanto en rango como en acimut.

Las imágenes, del RADARSAT-1, han sido muy útiles en muchos campos tales como: *agricultura, cartografía, hidrología, silvicultura* (ciencia que estudia las técnicas que se aplican, a las masas forestales, para obtener de ellas una producción continua y sostenible de bienes y servicios demandados por la sociedad), *oceanografía, geología, vigilancia de los hielos y el océano* y en la *detección de las manchas de petróleo*.

Pese a tener prevista una vida útil de unos cinco años, el satélite funcionó hasta el año pasado (2013) en que dejó de enviar datos y un detalle (visión) de su vuelo u órbita, podemos verlo en la ilustración de la Figura 1.12.



**Figura 1.12: Vista del RADARSAT-1 en órbita**

### 1.2.8 ENVISAT (Environmental Satellite)

También conocido por “satélite medioambiental”, fue (ya que se perdió definitivamente contacto con él, el pasado 8 de Abril de 2012) un satélite de observación terrestre, construido por la ESA (*European Space Agency*) y que fue lanzado, el 1 de marzo de 2002, a bordo de un cohete *Ariane 5*.

Cabe destacar que ha sido, después de la ISS (*International Space Station* o Estación Espacial Internacional), el mayor satélite artificial que ha orbitado nuestro planeta con una masa de 8,2 toneladas y que dispuso, para su cometido, de *diez* instrumentos: *nueve*, (que solo eran versiones avanzadas de los instrumentos que ya tenían sus predecesores: ERS-1 y ERS-2) y un *décimo* (denominado: DORIS (*Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite* que sirvió para el guiado y el control del propio satélite ENVISAT), para posibilitar la obtención de información sobre la superficie de la Tierra, los océanos y la atmósfera. En definitiva, sus principales funciones fueron el estudio *de la atmósfera y los océanos* así como el estado de *las capas de hielo de los polos*.

Algunas de las características de trabajo del radar SAR, con el que iba equipado (en concreto fue un *ASAR* o *Advanced SAR*) se reflejan en la Tabla 1.8.

características del radar SAR en misión espacial ENVISAT	
frecuencias de trabajo (banda)	C (3,7 a 6,425 GHz)
dimensiones de antena (W x L <sub>a</sub> )	1,3 m x 10,0 m
tipo de polarización	V-V, H-H, HH-HV, VV-VH y HH-VV
altura orbital (H)	790 km
ángulo de incidencia ( $\eta$ )	entre 15° y 45°
ancho de huella (S)	entre 500 km y 800 km
resolución en rango ( $\delta R_r$ )	entre 28 m y 30 m
resolución en acimut ( $\delta x$ )	entre 28 m y 30 m

**Tabla 1.8: Características SAR del ENVISAT**

Una ilustración de su vuelo u órbita, sobre la Tierra, la podemos ver en la Figura 1.13.



**Figura 1.13: Vista del ENVISAT en órbita**

### 1.2.9 TerraSAR-X

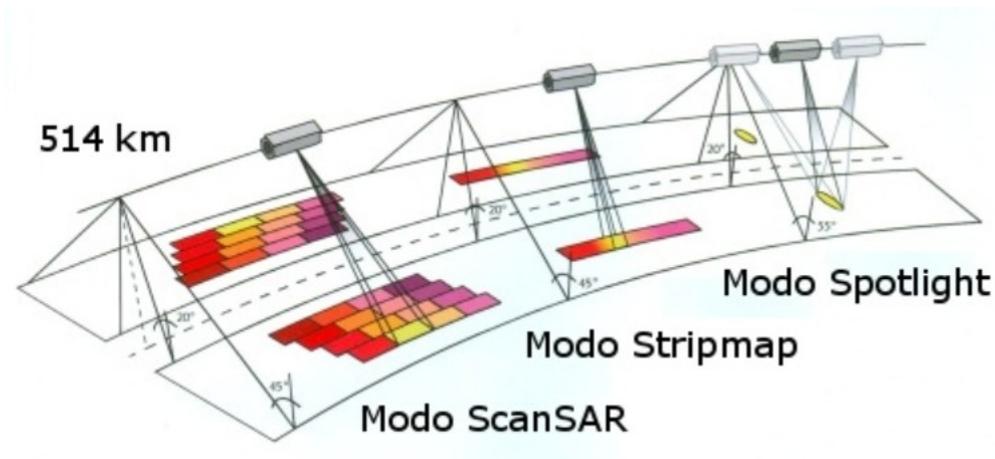
Es un satélite de observación terrestre alemán, utilizado para proporcionar información topográfica, de alta calidad, para aplicaciones comerciales y científicas que fue lanzado, el 15 de junio de 2007, a bordo de un cohete *Dnepr*, desde *Baikonur* (*Kazajstán*).

Algunas de las características de trabajo del radar SAR, trabajando en modo de funcionamiento *SpotLight*, se reflejan en la Tabla 1.9., destacando entre ellas que, en dicho modo de funcionamiento, se logró una resolución en rango de 1 metro, por primera vez en un satélite.

características del radar SAR en misión espacial TerraSAR-X	
frecuencias de trabajo (banda)	X (7,25 a 12,5 GHz)
dimensiones de antena ( $W \times L_a$ )	0,7 m x 4,8 m
tipo de polarización	H-H, H-V, V-H y V-V
altura orbital (H)	514 km
ángulo de incidencia ( $\eta$ )	entre 15° y 45°
ancho de huella (S)	10 km
resolución en rango ( $\delta R_r$ )	1 m
resolución en acimut ( $\delta x$ )	1 m

**Tabla 1.9: Características SAR del TerraSAR-X**

Al igual que vimos, con la misión RADARSAT-1, el TerraSAR-X, también cuenta con diversos modos de funcionamiento, como pueden verse en la figura Figura 1.14.



**Figura 1.14: Modos de trabajo del TerraSAR-X**

Entre sus aplicaciones se encuentran la medida de *los cambios de elevación* de la superficie de la Tierra (histogramas), *la cartografía*, *la hidrología*, *la meteorología*, *la gestión de los bosques* y *la protección medioambiental*.

El TerraSAR-X, tiene un satélite gemelo, llamado TanDEM-X (*TerraSAR-X add-on for Digital Elevation Measurement*) y que fue puesto en órbita, el 21 de junio de 2010 y que está situado en la misma órbita que el anterior, con una distancia, entre ellos, de entre 250 y 500 metros, para así poder generar un modelo digital de terreno o DEM (*Digital Elevation Measurement*) con una precisión (como ya hemos indicado) no vista hasta ahora.

Estos dos satélites recorren la órbita en tándem, como puede observarse en la ilustración de la Figura 1.15.

Además y tras una acuerdo ya firmado, trabajarán ambos (el TerraSAR-X y el TanDEM-X) de forma sincronizada con el futuro satélite PAZ, de capital español y a lanzar este mismo año (2014).



**Figura 1.15: Órbitas cuasi conjuntas del TerraSAR-X y del TanDEM-X**

### **1.2.10 RADARSAT-2 (Radar Satellite-2)**

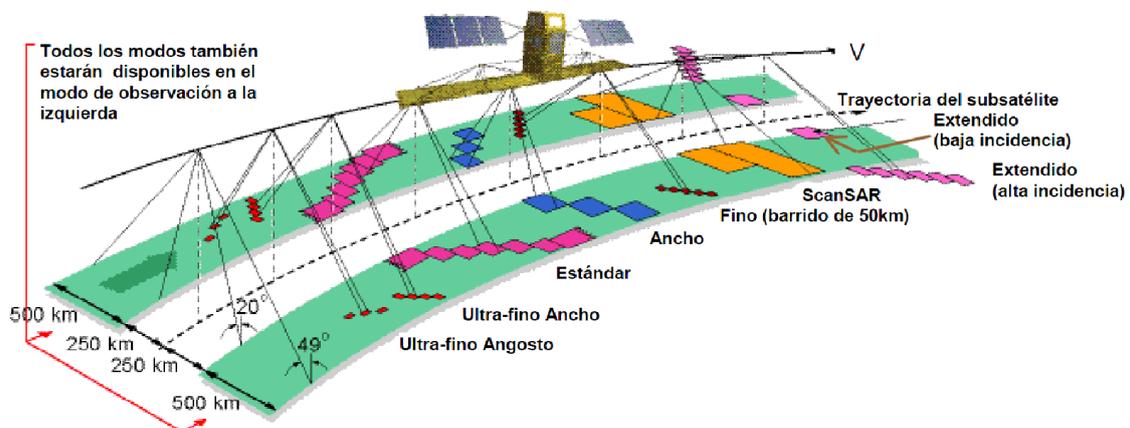
También conocido por “satélite de radar-2” y que al igual que su predecesor, el RADARSAT-1, es un satélite de observación terrestre de la CSA (*Canadian Space Agency*), que fue lanzado, el 14 de diciembre de 2007, por un cohete *Soyuz FG*, desde el cosmódromo de Baikonur (Kazajstán). al igual que ocurría con el RADARSAT-1, Mientras coexistieron, entre los años 2007 y 2013, ambos satélites, estuvieron separados, entre sí, por medio periodo de órbita (unos 50 minutos), por lo que los dos satélites pasaban (iluminaban), por el mismo sitio, con una diferencia de 12 días

Algunas de las características de trabajo del radar SAR (en modo de funcionamiento *ScanSAR*, con haces gruesos o *SCW*) con el que iba equipado se reflejan en la Tabla 1.10.

características del radar SAR en misión espacial RADARSAT-2	
frecuencias de trabajo (banda)	C (3,7 a 6,425 GHz)
dimensiones de antena ( $W \times L_a$ )	1,5 m x 15,0 m
tipo de polarización	H-H, H-V, V-H y V-V
altura orbital (H)	798 km
ángulo de incidencia ( $\eta$ )	entre $20^\circ$ y $49^\circ$
ancho de huella (S)	entre 250 km y 750 km
resolución en rango ( $\delta R_a$ )	100 m
resolución en acimut ( $\delta x$ )	100 m

**Tabla 1.10: Características SAR del RADARSAT-2**

Sus modos de funcionamiento se representan en la Figura 1.16.

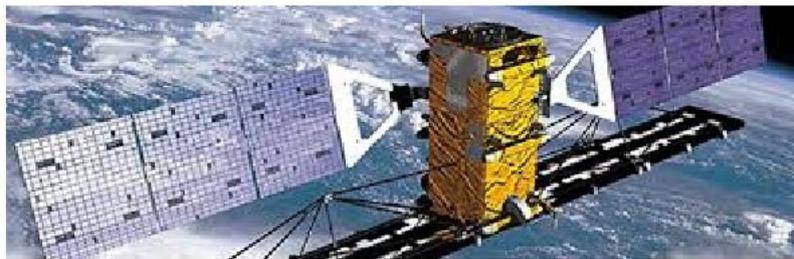


**Figura 1.16: Modos de funcionamiento del RADARSAT-2**

Una variante, en lo referente a modos de funcionamiento, con respecto al RADARSAT-1, es el hecho, que la antena puede dirigirse a los dos lados (del nadir) sin ningún problema, por lo que en el caso de que trabajásemos, en modo *Spotlight*, se conseguiría una resolución máxima de 3 metros en rango y 1 metro en acimut.

Las aplicaciones, del RADARSAT-2, son múltiples y variadas, como por ejemplo la *cartografía de los hielos* (relacionada con las rutas de los barcos), la *detección de icebergs*, la *monitorización de los cultivos*, la *vigilancia marítima y detección de contaminación*, la *vigilancia terrestre*, la *identificación de blancos* y la *cartográfica geológica y topográfica*, entre otras varias.

Una ilustración de su vuelo u órbita, sobre la Tierra, la podemos ver en la Figura 1.17.



**Figura 1.17: Vista del RADARSAT-2 en órbita**

### 1.2.11 SENTINEL-1

Es una misión satélite de **captación de imágenes, por radar**, para servicios terrestres y marítimos, diseñada específicamente para abarcar una amplia gama de tareas medioambientales y de seguridad.

Será la primera misión de la siguiente saga que vendrá a continuación:

- **SENTINEL-2**, basado en la captación de imágenes ópticas
- **SENTINEL-3**, que proporcionará radiometría de infrarrojos para medir temperaturas de alta precisión, altitudes, etc., mediante el uso de radares e imágenes multi-espectrales
- **SENTINEL-4**, para el análisis químico de la atmósfera y el seguimiento de la calidad del aire. Su principal cometido será medir las concentraciones de aerosoles, traza de gases y cubierta nubosa en la troposfera baja

y que orbitarán la Tierra en un futuro muy próximo.

El lanzamiento del primero de los dos ingenios, SENTINEL-1, fue el pasado 3 de Abril (de este mismo año 2014) desde un lanzador *Soyuz*, desde el *Puerto Espacial Europeo* en *Kourou, Guayana Francesa* y llevando a bordo un instrumento *radar de apertura sintética (SAR)*, construido por *Airbus Defence and Space* y que será el elemento fundamental de la misión.

Algunas de las características de trabajo del radar SAR (en modo de funcionamiento *ScanSAR*) con el que va equipado el SENTINEL-1, se reflejan en la Tabla 1.11.

características del radar SAR en misión espacial SENTINEL-1	
frecuencias de trabajo (banda)	C (3,7 a 6,425 GHz)
dimensiones de antena ( $W \times L_a$ )	1,35 m x 10,0 m
tipo de polarización	H-H, H-V, V-H y V-V
altura orbital (H)	708 km
ángulo de incidencia ( $\eta$ )	entre 18° y 35°
ancho de huella (S)	entre 60 km y 90 km
resolución en rango ( $\delta R_r$ )	5 m
resolución en acimut ( $\delta x$ )	5 m

**Tabla 1.10: Características SAR del SENTINEL-1**

Podrá operar en cuatro modalidades distintas de funcionamiento, lo que permitirá al disponer de un haz de radar en banda C (con una longitud de onda de seis centímetros), satisfacer una amplia variedad de requisitos y estudios, como podrían ser, por ejemplo, *atravesar bosques y sotobosques* hasta llegar al suelo, y *registrar cualquier movimiento o cambio*, en la superficie terrestre con una precisión de un centímetro.

Una ilustración de su vuelo u órbita, sobre la Tierra, la podemos ver en la Figura 1.18.



**Figura 1.18: Órbita del SENTINEL-1 sobre la Tierra**

### 1.2.12 Satélite PAZ

Es el primer satélite artificial español, con tecnología *SAR* que forma parte del *PNOTS* (*Programa Nacional de Observación de la Tierra por Satélite*), creado por los Ministerios de Defensa e Industria, Comercio y Turismo. El satélite tiene prevista, su puesta en órbita, a mediados del presente año 2014 y en principio será lanzado, por un cohete ruso *Dnper*, desde el cosmódromo de *Baikonur* (*Kazajstán*).

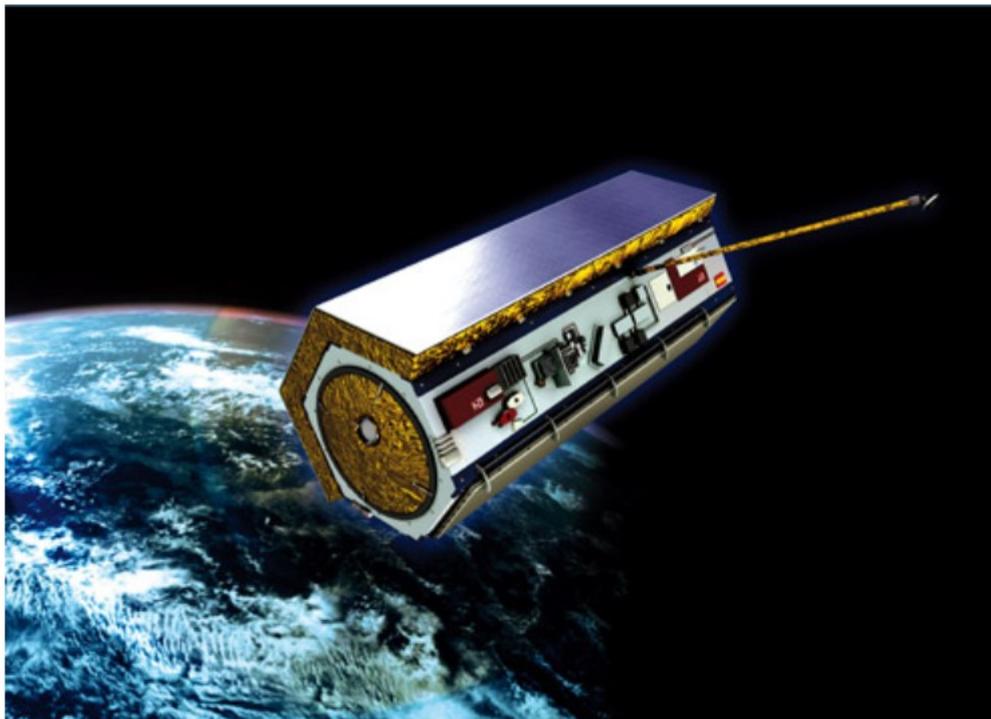
Como parte, del programa *PNOTS*, en el futuro también se pondrá, en órbita, otro satélite, con un sistema de sensor óptico de medida (*Lidar*), denominado *INGENIO*, para uso principalmente civil, ya que el *PAZ* se utilizará, mayoritariamente, en el ámbito militar.

La misión espacial *PAZ*, se caracterizará por tener unas características de trabajo del radar *SAR*, idénticas a las de las misiones *TerraSAR-X* y el *TanDEM-X*, ya en órbita, ya que tras su lanzamiento

trabjará conjuntamente con éstas, de forma sincronizada, formando una Constelación.

Los distintos modos de funcionamiento, de su radar *SAR*, permitirán el uso del satélite PAZ, en campos tan diversos como podrían ser la *vigilancia de la superficie terrestre*, el *control de vertidos marítimos*, el *urbanismo y ordenación del territorio*, el *control de la ocupación del suelo* o de *los recursos naturales*, la *planificación de infraestructuras*, la *evaluación de catástrofes y de incendios forestales*, el *control del medio ambiente*, la *inteligencia y simulación de operaciones militares*, la *verificación de tratados internacionales*, el *control fronterizo* e incluso la *cartografía de alta resolución*.

Una ilustración de su vuelo u órbita, sobre la Tierra, la podemos ver en la Figura 1.19.



**Figura 1.19: Satélite PAZ en órbita sobre la Tierra**

### 1.3 Radar RAR (Real Aperture Radar)

También denominado “radar de apertura real”, es un radar es un sistema formado por una antena que *emite ondas electromagnéticas pulsadas*, es decir que durante una franja de tiempo (*de transmisión*), de un periodo, emite pulsos y en otra franja distinta (*de recepción*), del mismo periodo, recibe los ecos reflejados por la superficie a explorar.

Posteriormente, cuando el blanco a cubrir/iluminar sea distribuido (como ocurre en nuestro estudio en que iluminamos huellas o franjas de terreno), mediante un procesado, de los *ecos recibidos*, junto con técnicas de alta resolución, podrá obtenerse una *imagen*, de la *reflectividad-radar*, de la superficie.

Una de las limitaciones, fundamentales del radar RAR, será su *resolución* o *umbral de resolución* (mínima distancia, entre dos puntos de la escena, que permita su discriminación en la imagen) ya que por debajo de este *umbral de resolución*, dos puntos “cercaños” aparecerán como un punto “único” en la imagen.

#### 1.3.1 Geometría básica en el plano de rango

La Figura 1.20 nos muestra el *plano de elevación* es decir un corte transversal del camino de la nave (en la dirección de *rango* o plano *across-track*) y donde se observa que el radar iluminará una franja o huella (*swath*) de superficie planetaria: [S], lateralmente con respecto a la línea que iría del sensor al punto nadir del planeta, conocida como “*dirección del punto nadir*”.

Por otro lado, en la Figura 1.21, definimos los puntos relevantes, en la geometría de un planeta, por ejemplo la Tierra, para clarificar conceptos al mismo tiempo que intentar evitar equívocos

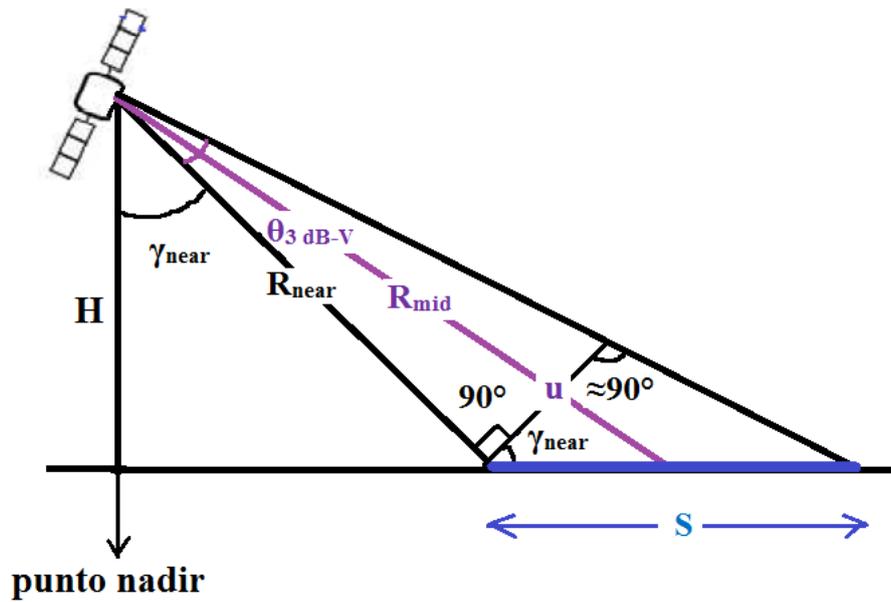


Figura 1.20: Geometría básica en la dirección en rango (plano *across-track*) del sensor (nave)

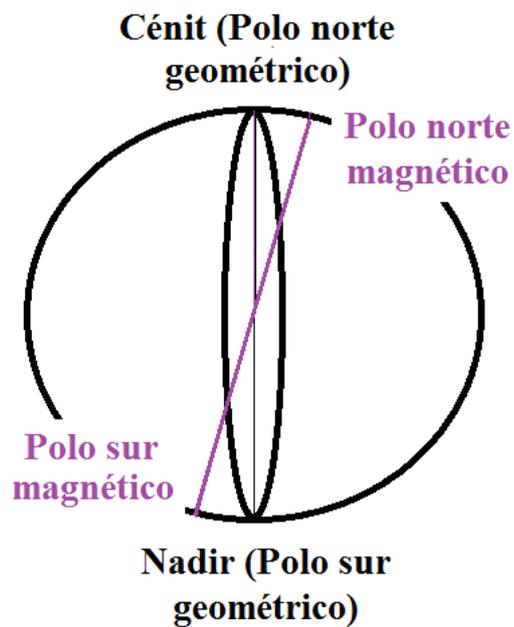


Figura 1.21: Geometría básica de la Tierra

La *iluminación lateral* del radar, se forzará para así evitar la *ambigüedad* (en rango) que se produciría, entre dos puntos situados simétricamente a ambos lados de la “*dirección del punto nadir*” de la nave, en cuyo caso los ecos (de ambos puntos) llegarían al radar en el mismo instante de tiempo y con la misma fase, por lo que no sería posible diferenciarlos.

Volviendo de nuevo, a la Figura 1.19 y aplicando trigonometría (de geometría plana del planeta), obtendríamos esta ecuación:

$$H = R_{near} \cdot \cos(\gamma_{near}) \quad (1.1)$$

y esta otra:

$$u = R_{near} \cdot \text{sen} [\theta_{3 \text{ dB}_V}] \quad (1.2.a)$$

y como, en todos los casos, ocurrirá que :  $[R_{near} \gg u]$ , se aproximará la función seno por su ángulo, quedando por tanto, la ecuación (1.2.a) en la forma:

$$u = R_{near} \cdot \theta_{3 \text{ dB}_V} \quad (1.2.b)$$

siendo:

- $[H]$ , la *altura vertical del satélite*, respecto a la superficie planetaria que recordamos coincidía con la “*dirección del punto nadir*”, en cada instante
- $[R_{near}]$ , la *distancia oblicua de apuntamiento* de la antena, a un punto determinado, que en este caso tomaremos como el inicio de la sub-huella:  $[S]$
- $[\gamma_{near}]$ , el ángulo *off-nadir* o *de apuntamiento*, de la antena, que en este caso tomaremos como el inicio de la sub-huella

- $[u]$ , será la proyección de la longitud, *de la anchura de la huella*:  $[S]$ , que será barrida por nuestro *ancho de haz a 3 dB*:  $[\theta_{3\text{ dB}_V}]$  y para cuya obtención, hemos aproximado el arco por la cuerda
- $[\theta_{3\text{ dB}_V}]$ , el ángulo de *ancho de haz a 3 dB en rango*, con el que ilumina la antena y que estará relacionado con su longitud física en el plano correspondiente (en este caso sería en el de *elevación* o *rango*) y por ello se relacionará con la altura de la apertura rectangular de la antena:  $[W]$

y como también se cumple que:

$$u = S \cdot \cos(\gamma_{near}) \quad (1.3.a)$$

y despejando la variable:  $[S]$ , en la ecuación (1.3.a) y sustituimos, en ella la ecuación (1.2.b):

$$S = \frac{[u]}{\cos(\gamma_{near})} = \frac{[R_{near} \cdot \theta_{3\text{ dB}_V}]}{\cos(\gamma_{near})} \quad (1.3.b)$$

y sustituyendo, en esta ecuación (1.3.b), la ecuación (1.1) tendremos:

$$S = \frac{\left[ \left( \frac{H}{\cos(\gamma_{near})} \right) \cdot \theta_{3\text{ dB}_V} \right]}{\cos(\gamma_{near})} = \left( \frac{H}{\cos^2(\gamma_{near})} \right) \cdot \theta_{3\text{ dB}_V} \quad (1.4)$$

y como, en el mismo plano de elevación, la *longitud física* de la antena es:  $[W]$ , entonces, por definición de *ancho de haz a 3 dB*, de una antena, en ese mismo plano, tendremos esta otra ecuación:

$$\theta_{3dB_V} = \frac{\lambda}{W} \quad (1.5)$$

por lo que, sustituyendo, esta ecuación (1.5), en la ecuación (1.4), obtendremos una expresión final, para la *anchura de la huella (swath)* de terreno:  $[S]$ , barrida por el sistema, será:

$$S = \left( \frac{H}{\cos^2(\gamma_{near})} \right) \cdot \left( \frac{\lambda}{W} \right) = \frac{\lambda \cdot H}{W \cdot \cos^2(\gamma_{near})} \quad (1.6)$$

Como ilustración podemos decir que un radar que operase a una longitud de onda:  $[\lambda = 27 \text{ cm}]$ , sobre una nave cuya altura, con respecto a la superficie planetaria, fuese:  $[H = 800 \text{ km}]$ , su ángulo de apuntamiento:  $[\gamma_{near} = 20^\circ]$  y la longitud física de la antena, en el plano de *elevación o rango*, es decir su altura fuese:  $[W = 2,1 \text{ m}]$ , entonces, la anchura en rango de la huella del terreno o *swath*, , barrida en cada vuelo, sería:  $[S = 100 \text{ km}]$

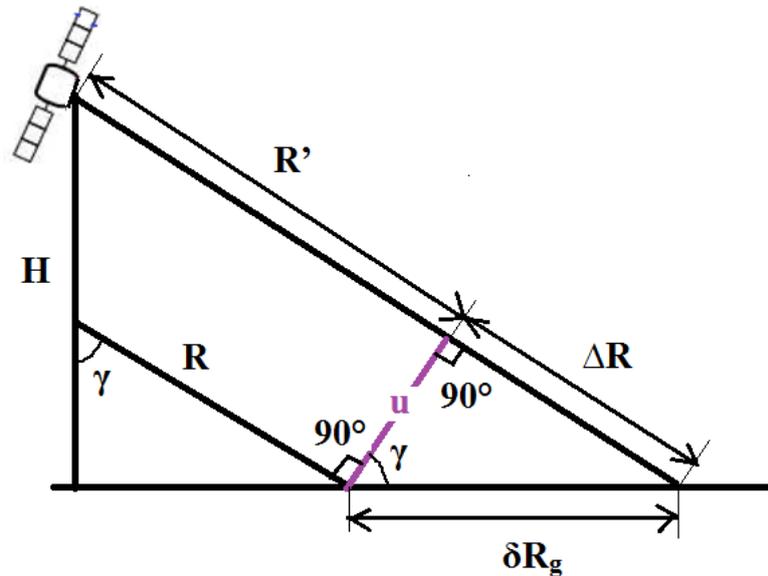
### 1.3.2 Resolución en Rango

Se definirá, la variable:  $[\delta R_g]$  (*resolución en rango* o en el plano *across-track*), como la *mínima distancia* entre dos puntos, situados en el mismo plano de los ángulos de *off-nadir* y/o *apuntamiento*:  $[\gamma]$ , que permita, al radar, diferenciarlos a partir de sus ecos recibidos.

Al igual que ocurre, en los radares típicos, en estos (de captación de imágenes), la mínima distancia o *resolución en rango*:  $[\delta R_g]$ , también dependerá de la anchura del pulso transmitido, al tratarse de *sistemas de radar pulsados*.

Para obtener su valor acudiremos a la ilustración de la Figura 1.22, en la que la aproximación de “*rayos paralelos*” que representamos únicamente será válida si la nave está lo suficientemente alejada del planeta y ello nos permitirá obtener, la *diferencia de caminos recorrida, por ambos ecos reflejados*:  $[\Delta R]$ , a partir de la ecuación:

$$\text{sen}(\gamma) = \frac{\Delta R}{\delta R_g} \quad (1.7)$$



**Figura 1.22: Geometría para la obtención de la resolución en rango (plano *across-track*)**

y como los pulsos deben salir (de la antena) y los ecos volver (a la misma), la *diferencia de caminos* entre los *dos ecos contiguos y diferenciables*, será realmente:  $[2 \cdot \Delta R]$ , por lo que la *diferencia de tiempo*, habida entre la recepción de *ambos ecos contiguos y diferenciables*, será:  $\Delta t$ , cuyo valor será por tanto:

$$\Delta t = \frac{2 \cdot \Delta R}{c} = \frac{2 \cdot [\delta R_g \cdot \text{sen}(\gamma)]}{c} = \left( \frac{2 \cdot \delta R_g}{c} \right) \cdot \text{sen}(\gamma) \quad (1.8)$$

siendo:

- $[c]$ , la velocidad de propagación de la onda, coincidente con la de la luz  $[3 \cdot 10^8 \text{ (m/s)}]$ , suponiendo que el índice de refracción  $[n]$ , de ambos rayos, durante todo el recorrido, sea la unidad.

Por tanto y para poder diferenciar los dos ecos que lleguen con esa diferencia de tiempo  $[\Delta t]$ , la anchura del pulso emitido (por el radar), tendrá que ser menor  $[\tau \leq \Delta t]$ , por lo que como límite teórico podremos tomar, como anchura del pulso emitido, a la dada por esta nueva ecuación, obtenida como una variante de la ecuación (1.8):

$$\tau = \left( \frac{2 \cdot \delta R_g}{c} \right) \cdot \text{sen}(\gamma) \quad (1.9)$$

o reordenando la anterior ecuación (1.9), diremos que la *resolución en rango* (o *mínima distancia* entre dos puntos contiguos y a diferenciar sobre el terreno, o también que sus correspondientes ecos puedan así mismo separarse o diferenciarse en el receptor), vendrá dada por la expresión:

$$\delta R_g = \frac{c \cdot \tau}{2 \cdot \text{sen}(\gamma)} \quad (1.10)$$

y como la *anchura del pulso*:  $[\tau]$ , es inversamente proporcional al *ancho de banda* de la señal (BW) en el receptor  $[BW = \frac{1}{\tau}]$ , entonces podremos afirmar que, para que la mayor parte de la energía transmitida en los pulsos enviados se reciba correctamente en los ecos recibidos (tras reflejarse en el blanco o huella o franja de terreno, a iluminar), la *resolución en rango* (en el plano *across-track*) vendrá determinada por la expresión:

$$\delta R_g = \frac{c}{2 \cdot BW \cdot \text{sen}(\gamma)} \quad (1.11)$$

Como ilustración podemos decir que para un ancho de banda aproximado del receptor:  $[BW = 20 \text{ MHz}]$  y suponiendo un ángulo de *off-nadir* o *apuntamiento*:  $[\gamma = 22^\circ]$ , obtendremos una *resolución en rango* (en el plano *across-track*) de valor:  $[\delta R_g = 22 \text{ m}]$

A fin de *mejorar estas resoluciones* (es decir disminuir aún más, el valor de:  $[\delta R_g]$ ) una técnica comúnmente utilizada es la de *compresión de*

los pulsos, a través de señales *chirp*, lo que realmente será una *modulación FM* (en frecuencia), previa a su transmisión, de dichos pulsos.

Una señal *chirp* será una señal sinusoidal de duración finita y cuya frecuencia varía linealmente en forma ascendente (o descendente) con el tiempo, según la expresión:

$$\text{Chirp} = \text{Re} \left\{ A \cdot \Pi \left( \frac{t}{\tau} \right) \cdot \exp[-j \cdot (2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t + \varphi(t))] \right\} \quad (1.12)$$

siendo:

- $[\varphi(t)]$ , una función cuadrática de fase, tipo:  $\pi \cdot k \cdot t^2 + \varphi_0$

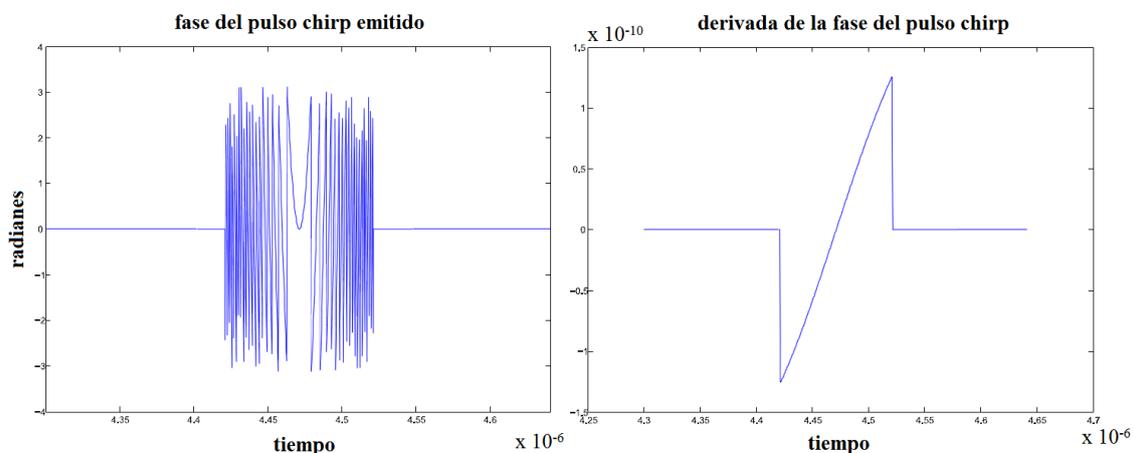
y se define además a la *frecuencia instantánea* como la derivada de dicha función cuadrática de fase:

$$f_{\text{instantánea}} = \left( \frac{1}{2 \cdot \pi} \right) \cdot \frac{d \varphi (t)}{dt} = k \cdot t \quad (1.13)$$

siendo :

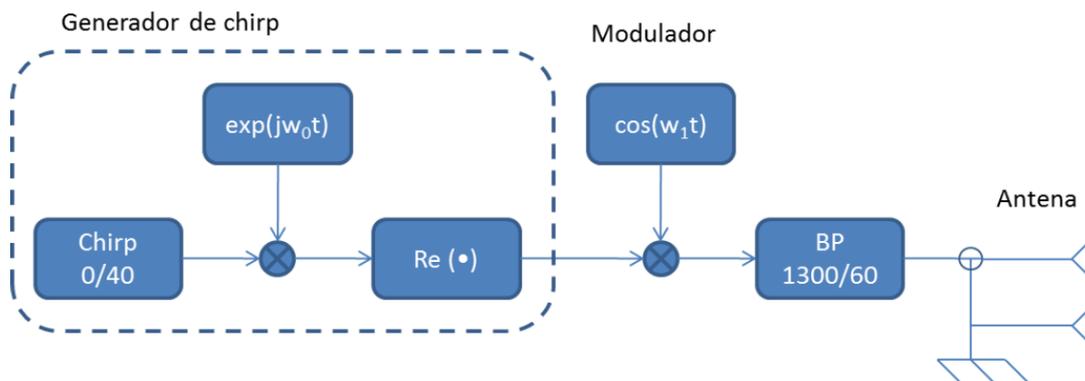
- $[k]$ , la velocidad *chirp*

Gráficamente podremos verlo en la Figura 1.23.



**Figura 1.23: Tipo de señal y frecuencia instantánea de un pulso chirp**

Para una mejor compresión y para el caso de sistemas de radares de apertura real (RAR), como sería nuestro caso, la señal *chirp* será la que modulará a la portadora, por lo que el diagrama de bloques del transmisor, en estos sistemas lo tendremos en la Figura 1.24.



**Figura 1.24: Esquema de un transmisor de radar RAR, utilizando pulsos chirp**

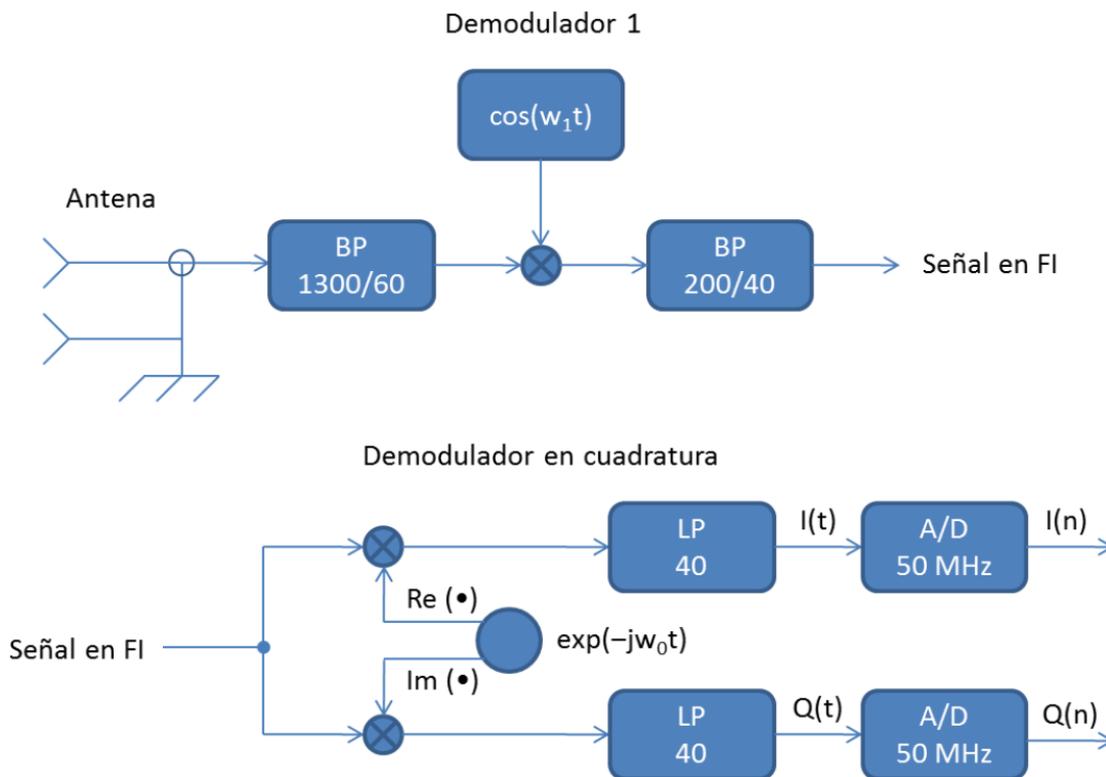
En dicho esquema (Figura 1.24) y en un posible caso hipotético, diferenciaríamos lo siguientes bloques:

- [**chirp 0/40**], el bloque que genera una señal *chirp* con *ancho de banda* de 40 MHz (por ej.) y frecuencia central (0 MHz)
- [**Re.**], el bloque que captura la *parte real*, de la señal de entrada
- [**BP 1300/60**], el bloque que representa un *filtro paso banda*, con ancho de banda de 60 MHz (por ej.) y frecuencia central del mismo (1.300 MHz, por ej.)

y podremos además considerar que el medio de transmisión de la señal, desde que sale el pulso hasta que llega el eco, será un sistema LTI (*Linear Time-Invariant* o *Linealmente invariante en el tiempo*).

Es decir, durante su trayecto recorrido, solo se producirá un retardo en la señal ya que su reflexión contra el suelo (mejor dicho terreno a cubrir o iluminar) podremos modelarlo mediante una *convolución* con la función de reflectividad del mismo.

El esquema, de la recepción y digitalización del eco recibido, a fin de procurar la mayor claridad posible, lo vamos a dividir en dos bloques separados entre sí, como podemos ver en la Figura 1.25.



**Figura 1.25: Esquema de un transmisor de radar RAR, utilizando pulsos chirp**

siendo:

- [BP 1300/60 y BP 200/40], los bloques que representan a dos *filtros paso banda*, con anchos de banda de 60 y 40 MHz (respectivamente, por ej.) y frecuencias centrales de los mismos (1300 y 200 MHz, respectivamente, por ej.)
- [Re. e Im.], los bloques que capturen la *parte real* así como la *imaginaria*, respectivamente, de la señal de FI (*frecuencia intermedia*, que en este caso sería de 200 MHz)
- [LP 40], los bloques que representan unos *filtros paso bajo*, con ancho de banda de 40 MHz (por ejemplo)

- [AD 50 MHz], los bloques que conviertan a señales digitales (o discretas), las señales analógicas recibidas (en fase y cuadratura  $\{I(t)$  y  $Q(t)\}$ ). El ancho de banda, en ambas funciones, podría ser, por ejemplo en este caso, de 50 MHz

y en el que vemos (y nos referimos a esta misma Figura 1.25) que, la señal recibida, será demodulada, desde la radiofrecuencia (RF) recibida a una frecuencia intermedia (FI), es decir, no se le quita completamente la portadora.

Posteriormente será demodulada, nuevamente, por un sistema denominado *demodulador en cuadratura* y además digitalizada, para así obtener finalmente las señales de salida  $\{I(n)$  y  $Q(n)\}$  y que son las que se guardarán en memoria.

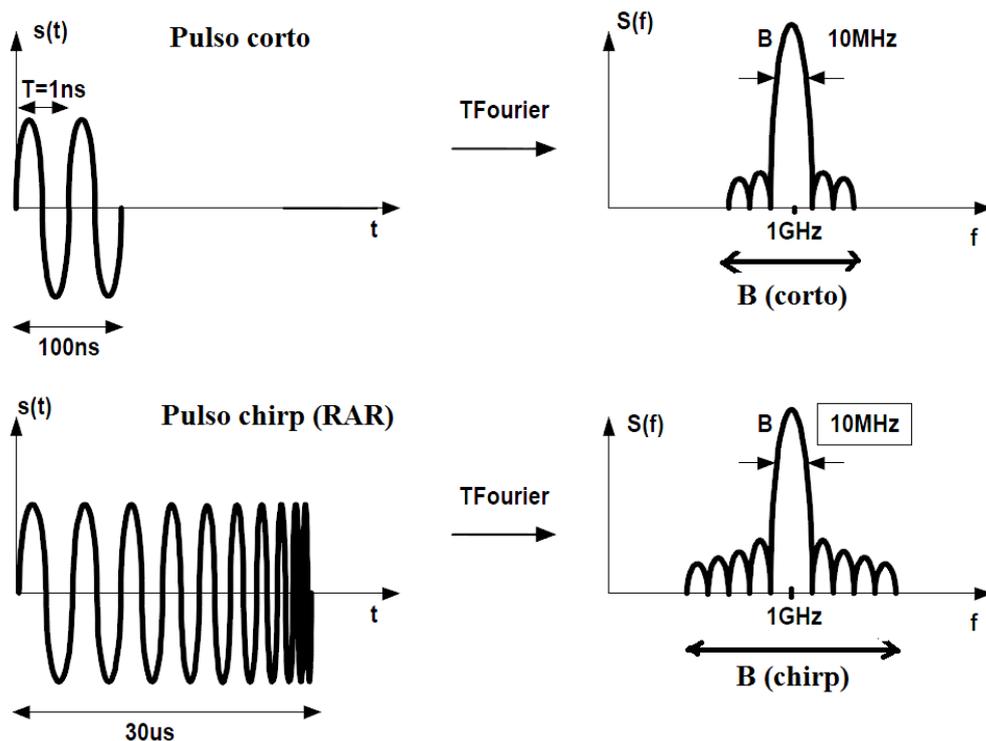
Estas dos señales almacenadas, serán realmente los llamados *datos* que posteriormente se procesarán digitalmente, para así obtener las *imágenes*.

Resumiendo, la técnica de *compresión de los pulsos*, consiste en:

- enviar en transmisión un pulso (*chirp*), en una etapa que podríamos denominar como de *expansión* (al tener, el *pulso chirp*, mayor duración que el *pulso corto*) lo que nos será exigible para mejorar la resolución del sistema radar.
- someter al eco recibido en recepción, con anterioridad a su posterior entrega al *Procesador de imágenes*, a un *proceso de correlación* (utilizando para ello un filtro adaptado con el pulso *chirp* que previamente fue transmitido y que vaya a él asociado).

Por tanto, se producirá una etapa de *compresión*, del pulso, en el tiempo y con ello obtendremos (en el receptor y tras la correlación), pulsos de muy corta duración (*comprimidos*), con lo que será más sencillo separarlos eficazmente aunque lleguen muy seguidos en el tiempo:  $[\Delta t \rightarrow 0]$ , es decir con un retardo mínimo.

Todo lo dicho hasta ahora sobre la *expansión* (en el transmisor) y la *compresión* (en el receptor), de las señales *chirp*, podremos también verlo esquemáticamente en la Figura 1.26.



**Figura 1.26: Comparativa de duración y ancho de banda, entre un pulso corto y un pulso chirp**

En dicha ilustración (Figura 1.26), definiremos las siguientes variables:

- $[\tau_{corto} \text{ y } \tau_{chirp}]$ , serán las *anchuras* del *pulso corto* (*100 nseg*) y la del *pulso chirp* (*30  $\mu$ seg*), siendo este último el que realmente se transmite
- $[B_{corto} \text{ y } B_{chirp}]$ , serán las *Transformadas de Fourier* (o en definitiva los *anchos de banda*) de *ambos pulsos*, en las que observamos que será mayor la del *pulso chirp*
- $[\Delta\tau]$ , será el *retardo* habido, entre el *pulso enviado* y el *eco* recibido
- $[\rho_{corto} \text{ y } \rho_{chirp}]$ , serán los *factores de compresión*, del pulso, a partir de las expresiones:  $\rho_{corto} = \frac{\tau_{corto}}{\Delta\tau}$  y  $\rho_{chirp} = \frac{\tau_{chirp}}{\Delta\tau}$

por lo que si hacemos la siguiente comparativa:

- “pulso corto” :  $B_{\text{corto}} \approx \frac{1}{\tau_{\text{corto}}} ; \Delta\tau = \frac{1}{B_{\text{corto}}} \approx \tau_{\text{corto}}$
- “pulso chirp” :  $B_{\text{chirp}} \gg \frac{1}{\tau_{\text{corto}}} ; \Delta\tau = \frac{1}{B_{\text{chirp}}} \ll \tau_{\text{corto}}$

finalmente lograremos que la resolución en rango (en el plano *across-track*) mejore sustancialmente, gracias al *pulso chirp* utilizado, ya que al aplicar la ecuación (1.11) :

$$\delta R_{g\_chirp} = \frac{c}{2 \cdot BW_{\text{chirp}} \cdot \text{sen}(\gamma)}$$

lo que nos indicará que, en definitiva, habremos “*mejorado*”, en mucho, la eficacia de la *resolución en rango* (en el plano *across-track*), ya que disminuirá su valor:  $[\delta R_{g\_chirp}]$ , al aumentar el de:  $[BW_{\text{chirp}}]$  y además lo haremos enviando un pulso de mayor duración (el *pulso chirp*) con lo que también podrá ser mayor la energía emitida (por el sistema), extendiéndose o aumentándose, de ese modo, el alcance o distancia oblicua:  $[R]$ , a cubrir por el radar.

Actualmente y utilizando un *pulso chirp estándar*, la compresión de los pulsos se hace digitalmente y ello permite realizar numéricamente la correlación, obteniéndose con ello (tras todo el proceso) una *duración del pulso final* (ya comprimido, en recepción) inversamente proporcional al *índice de modulación*:  $[m]$ , introducido durante la *modulación FM* (habida en la expansión de la etapa del transmisor, para obtener el *pulso chirp*). Por tanto interesará introducir *índices de modulación*:  $[m]$  lo más elevados que nos sea posible, viniendo su límite fijado, en cada momento, por la propia tecnología disponible.

### 1.3.3 Resolución en acimut

Se corresponderá con la *separación mínima* entre dos puntos cercanos (a lo largo de la línea del *acimut*, es decir, situados en el plano de *along-track* o lo que es lo mismo sobre el plano de *rango* constante) para que, éstos, puedan ser diferenciados en el receptor del radar.

Será obvio que esta resolución (en *acimut* y de *rango* constante), de valor:  $[\delta x]$  dependerá de la longitud física o eléctrica de la antena:  $[L_a]$ , en el *plano del acimut (along-track)* que por cierto, será perpendicular al *plano de rango* (o de *apuntamiento* o de *elevación* o *across-track*) visto en el apartado anterior.

El *rango* será constante porque todos los ecos que lleguen (al receptor) desde una misma línea de *acimut*, lo harán en el mismo instante de tiempo (el *rango* será el mismo para todos los puntos, de esa línea de *acimut*). Es decir, que todos los puntos que queden iluminados, por el ancho de haz de la antena, en la dirección *along-track*, mandarán los ecos al mismo tiempo y por ello no podrán diferenciarse, entre sí, en el receptor.

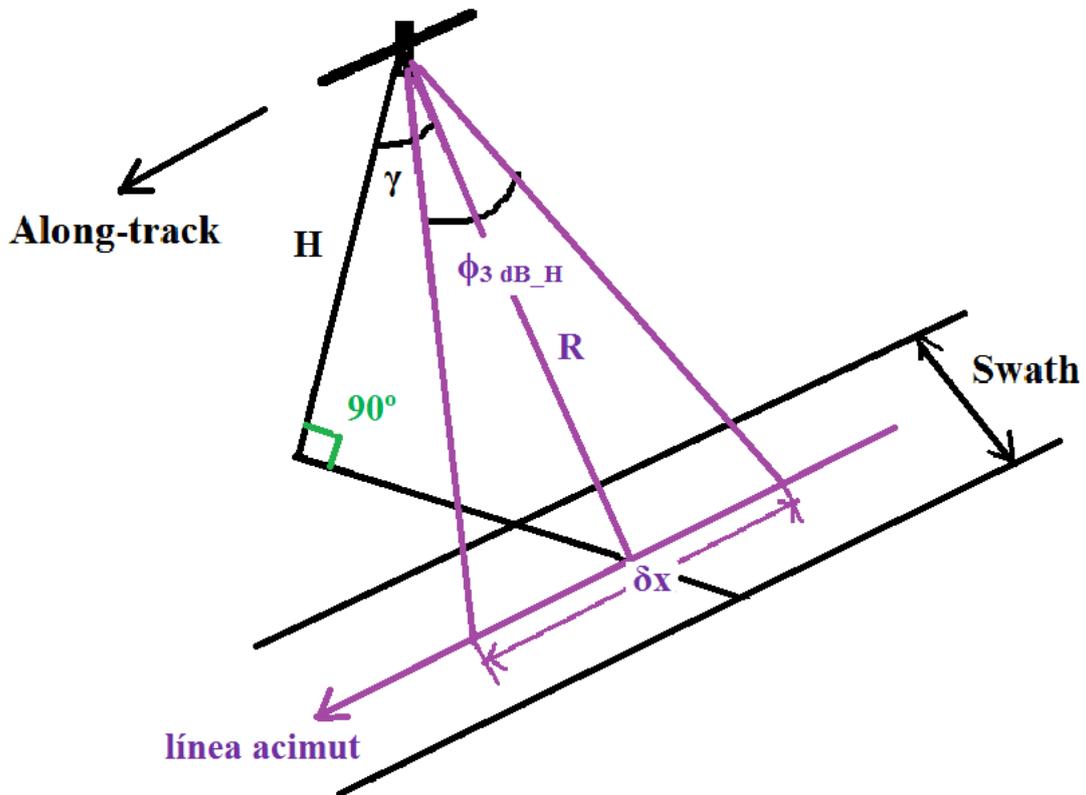
La longitud del terreno que quedará iluminado, por el *ancho de haz a 3 dB*:  $[\phi_{3dB_H}]$ , en el plano de *acimut* o *along-track*, podrá obtenerse a partir de la geometría reflejada en la Figura 1.27.

En dicha representación (Figura 1.27) aproximando el arco por la cuerda, la longitud iluminada, por el *ancho de haz a 3 dB*, de un *diagrama de radiación en anchura* o en *acimut*:  $[\phi_{3dB_V}]$ , vendrá dado por:

$$\delta x = R \cdot \text{sen} [\phi_{3dB_H}] \quad (1.14)$$

siendo:  $[\delta x]$ , la *resolución* en *acimut* y como, en todos los casos, ocurrirá que :  $[R \gg \delta x]$ , se aproximará la función seno por su ángulo, quedando por tanto, a partir de la ecuación (1.14) modificada, la expresión aproximada y definitiva, en la forma:

$$\delta x = R \cdot \phi_{3dB_H} \quad (1.15)$$



**Figura 1.27: Geometría básica, para la obtención de la resolución en acimut**

Por otro lado, vemos también que por geometría y además por analogía con la ecuación (1.1) se cumple que:

$$\cos(\gamma) = \frac{H}{R} \quad (1.16)$$

y por fin sustituyendo el valor de: \$[R]\$, de la ecuación (1.16), en la ecuación (1.15) tendremos esta otra:

$$\delta x = \left[ \frac{H}{\cos(\gamma)} \right] \cdot \phi_{3\text{ dB}_H} \quad (1.17)$$

y como sabemos que la dimensión física de la antena, en la dirección del *acimut* (en el plano *along-track*) será:  $[L_a]$ , podremos aplicar:

$$\Phi_{3dB\_H} = \frac{\lambda}{L_a} \quad (1.18)$$

por lo que finalmente, tras sustituir la ecuación (1.18) en la ecuación (1.17), obtenemos que la *resolución* en *acimut*:  $[\delta x]$ , podrá expresarse como:

$$\delta x = [R] \cdot \left( \frac{\lambda}{L_a} \right) = \left[ \frac{H}{\cos(\gamma)} \right] \cdot \left( \frac{\lambda}{L_a} \right) = \frac{H \cdot \lambda}{L_a \cdot \cos(\gamma)} \quad (1.19)$$

Como ilustración podemos decir que un radar que operase a una *longitud de onda*:  $[\lambda = 23 \text{ cm}]$ , a bordo de un satélite, cuya altura, con respecto a la superficie terrestre, fuese:  $[H = 800 \text{ km}]$ , su ángulo de *off-nadir* o *apuntamiento*:  $[\gamma = 20^\circ]$  y la *longitud física* de la antena, en el plano de *acimut*, fuese:  $[L_a = 12 \text{ cm}]$ , entonces la *resolución* o *distancia mínima* separable (diferenciable), en *acimut*, resultaría ser de valor:  $[\delta x = 16,3 \text{ km}]$  e incluso aunque aumentásemos la frecuencia de operación del radar de modo que obtuviésemos un valor de la longitud de onda de tan solo:  $[\lambda = 2 \text{ cm}]$ , sin variar el resto de condicionantes, obtendríamos, ahora, un valor de la *resolución* o *distancia mínima* separable (diferenciable), de:  $[\delta x = 1,4 \text{ km}]$ , lo que sin duda resultaría una resolución paupérrima.

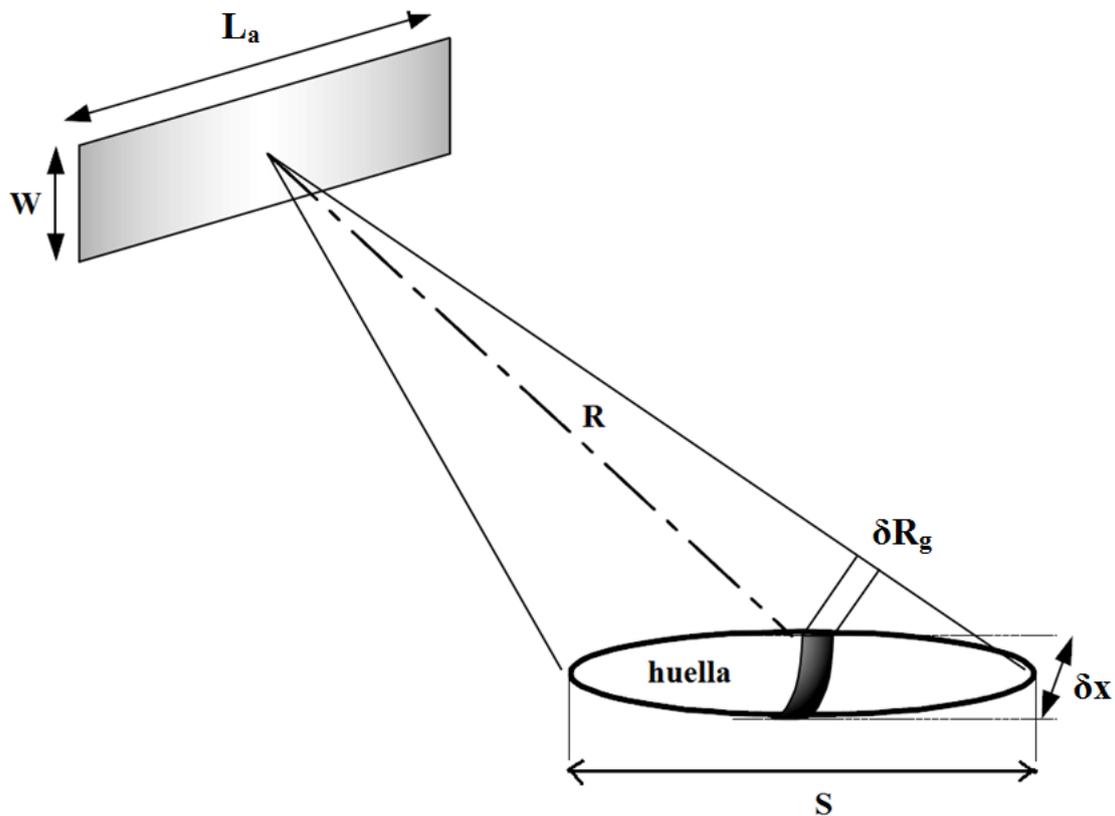
La única posibilidad de aumentar la *resolución* en *acimut*:  $[\delta x]$ , sería por tanto disminuyendo la distancia de la nave con respecto a la superficie terrestre:  $[H]$ . Ésta y solo ésta es la única razón por la que los radares de este tipo, de apertura real (*SLAR-RAR*), no se embarcan, en la práctica, en los satélites para las distintas misiones que se programen aunque sí son utilizados, embarcados en aviones, volando a baja altura.

Por último, decir que la expresión obtenida, para:  $[\delta x]$ , en este mismo apartado, también será válida para la resolución teórica en sensores ópticos aunque, lógicamente, la gran diferencia, es que al trabajar con señales ópticas, la *longitud de onda*:  $[\lambda]$ , será muy pequeña, del orden de micro-metros ( $\mu\text{m}$ ) por lo que, en ese caso (a esas frecuencias de trabajo), también sería posible llegar a resoluciones de unas decenas de metros (ya aceptables) incluso con el *SLAR-RAR* embarcado en un satélite, aunque entonces y a esas frecuencias de trabajo los problemas serían otros (en concreto el no poder acceder, por rayo láser, desde el satélite, a la superficie terrestre, debido a la gran atenuación atmosférica a esas frecuencias).

Por tanto y como conclusión, insistir en que los sistemas de radar (tipo *SLAR-RAR*):

- no se utilizan en aplicaciones por satélite, sobre todo si se requieren imágenes de gran resolución, por tener un *ancho de resolución*, en *acimut* (en el plano *along-track*), de la imagen, proporcional a la *distancia oblicua*, existente entre el sensor (o antena del sistema) y la superficie (o terreno) a explorar:  $[R]$ . Es decir que cuanto mayor sea la *distancia oblicua*:  $[R]$ , mayor será también el valor de la mínima separación entre los dos puntos, para poder diferenciarlos sobre el terreno y por tanto menor será su *resolución* en *acimut*
- tienen una gran aceptación en la construcción de *altímetros* o en *medidores* de la dispersión en superficies de terreno observadas, desde una aeronave

Por último veamos, en la Figura 1.28, una representación gráfica de los conceptos de *resolución* (en *rango* y en *acimut*) que hemos visto hasta ahora.



**Figura 1.28: Geometría para la definición de las resoluciones en un radar tipo SLAR-RAR**

### 1.3.4 Ecuación radar, para radares de captura de imágenes

No repetiremos su obtención, en esta sección, pues está explicado y desarrollado en el **Apéndice E**, de este Proyecto, pero lo que si haremos será recordar la expresión señal ruido finalmente obtenida en la ecuación (E.21.b):

$$SNR_o (SAR) = \frac{P_{tx\_media\_radar} \cdot [G_{0\_radar}]^2 \cdot B_n \cdot \delta R_g \cdot \sigma^0 \cdot \lambda^3}{2 \cdot (4 \cdot \pi \cdot R)^3 \cdot v_{satélite} \cdot [k \cdot F_{op} \cdot T_0 \cdot B_n]}$$

## 1.4 SAR (Synthetic Aperture Radar)

También denominado “radar de apertura sintética” y cuya aparición se debe a que como acabamos de ver, en el estudio de los radares *SLAR-RAR*, del apartado 1.3 de este mismo capítulo, la *resolución en acimut* o *mínima distancia* en el plano *along-track*:  $[\delta x]$ , que debería existir entre dos puntos, situados sobre la misma línea de la dirección *acimut* (en el plano *along-track*), para que estos pudiesen ser diferenciados posteriormente en el sensor, sería un valor muy elevado por lo que la *resolución obtenida resultaba mínima*.

Este problema se pudo solucionar con la aparición de los *radares SAR* (de apertura sintética) cuya técnica, para aumentar la *resolución en acimut*, es decir para disminuir el valor de:  $[\delta x]$ , consistió en que *cada punto*, del terreno a estudiar, *permaneciese un periodo de tiempo*, más o menos largo, *iluminado por la antena*.

Además y por el propio movimiento de la nave, en la dirección de *acimut*, la iluminación de dicho punto se hará bajo ángulos de incidencia:  $[\eta]$  distintos en dicha dirección *acimut* (plano *along-track*) cuya geometría ya vimos en la Figura 1.20, de este mismo capítulo.

El concepto en que se basan este nuevo tipo de radares *SAR*, puede explicarse siguiendo, básicamente, dos líneas de razonamiento: la formación de un *array sintético* así como la *síntesis Doppler*, de la señal recibida

### 1.4.1 Formación de un array sintético

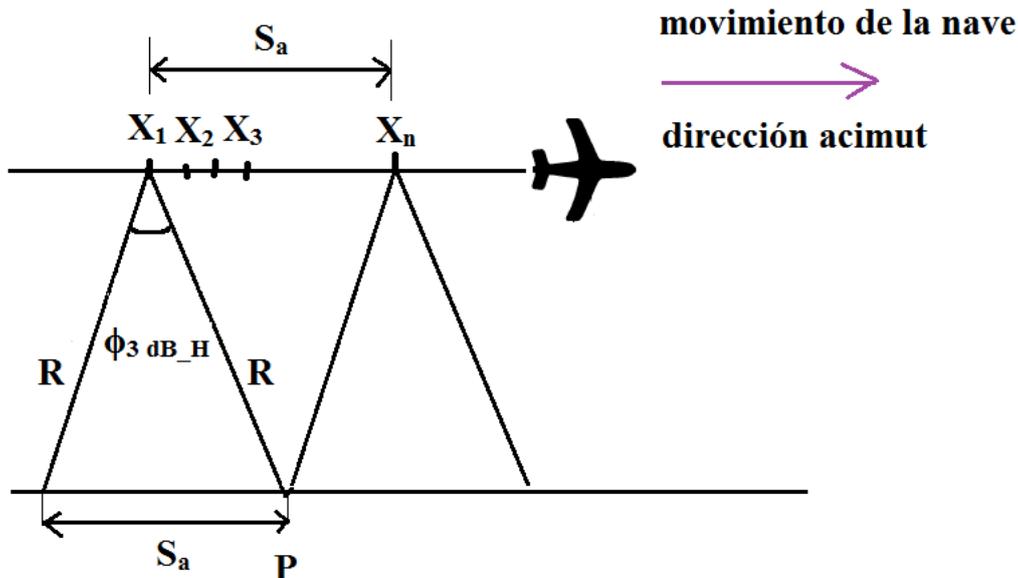
Se basará en el principio de que un *array sintético de antenas* (de longitud:  $[S_a]$ , será equivalente a una *única antena en movimiento*, de longitud física;  $[S_a]$ , en la dirección del *acimut*, en el plano *along-track*, siempre y cuando las señales recibidas, en la única antena real en movimiento, sean grabadas y sumadas, entre sí, de forma coherente, durante un periodo de tiempo determinado.

Es decir que sería análogo a que, en un verdadero *array* de antenas, se sumasen, coherentemente, las señales que llegasen por cada uno de sus elementos.

Para nosotros:

- la *realidad* es la nave en movimiento, durante un cierto tiempo y a bordo de éste, un sensor con su una antena, de longitud física de valor:  $[L_a]$ , en la dirección del *acimut*, en el plano *along-track*
- el *modelo*, para nuestro estudio es suponer que tenemos un *array sintético* de antenas, en reposo y de longitud o anchura *sintética*:  $S_a$  (en principio, de orden muy superior a la longitud física, de valor:  $[L_a]$ , de la antena real en movimiento, aunque después veremos que realmente no será exactamente así)

Para su estudio plantearemos la siguiente representada en la Figura 1.29.



**Figura 1.29: Geometría básica para el estudio del array sintético**

que representa el movimiento (en la dirección del acimut y proyectado en el plano *along-track*) de la nave y en la que:

- se observan varias posiciones de la nave:  $[X_1, X_2, X_3 \dots X_n]$ , durante su movimiento

- se representa la distancia:  $[S_a = X_n - X_1]$ , que recorre la nave mientras que el punto de observación:  $[P]$ , permanece iluminado por la antena del sensor del sistema.  
A esta distancia  $[S_a]$ , la denominaremos *longitud del array sintético de antena*, comprobándose, por geometría, que coincidirá también con el valor de la *anchura del terreno (huella o swath)* que está siendo iluminada por el *diagrama de haz a 3 dB*:  $[\phi_{3\text{ dB}_H}]$ , en *acimut*, de la antena real de *longitud física*  $[L_a]$ , en ese mismo plano
- se comprueba que el punto  $[X_1]$ , corresponde a aquella posición de la nave, en la que el punto de observación:  $[P]$ , empieza a ser iluminado y el punto  $[X_n]$ , aquel en el que deja de serlo. El tiempo transcurrido entre que la nave pasa del punto  $[X_1]$ , al punto  $[X_n]$ , es el que tomaremos para hacer la equivalencia entre el *array sintético de antenas* (ficticio) y la *antena en movimiento* (real)

y actuando como de costumbre es decir aproximando el arco por la cuerda, ya que supondremos que la *distancia oblicua* será lo suficientemente elevada frente a *longitud del array sintético de antena*, es decir que:  $[R \gg S_a]$ , resultará que la *anchura de la huella, en el terreno*:  $[S_a]$ , vendrá dada por la expresión:

$$S_a = R \cdot \text{sen} [\phi_{3\text{ dB}_H}] = R \cdot \phi_{3\text{ dB}_H} = R \cdot \left(\frac{\lambda}{L_a}\right) \quad (1.20)$$

Durante el movimiento del sensor, iniciándose este en el punto:  $[X_1]$ , la totalidad de ecos sucesivos, provenientes del punto de observación:  $[P]$ , se almacenarán de forma coherente (almacenándose la amplitud y fase de cada eco elemental recibido, en función del tiempo, utilizándose para ello un oscilador muy estable), hasta que la nave llegue al punto:  $[X_n]$ .

Posteriormente estos ecos almacenados se combinarán, en un procesador para, de ese modo, “sintetizar” el *array sintético lineal*, pudiendo entonces decir que la *longitud total, de dicho array sintético de antena*, será también:  $[S_a]$ , es decir que la *apertura sintética* será la distancia, que recorrerá la nave, mientras que el punto de observación:  $[P]$ , esté siendo iluminado.

De un modo similar a lo visto anteriormente, observamos que, en nuestro *array sintético*, el *ancho de haz sintético a 3 dB* (que en este caso será doble pues vemos, en la figura, que realmente hay dos triángulos es decir utilizaremos un factor “2” ya que habrán realmente dos movimientos, uno de acercamiento y otro de alejamiento, de la nave, con respecto al punto de observación:  $[P]$ , lo que sin duda es un “recurso” que utilizaremos y por tanto podremos aplicar la expresión:

$$\Phi_{3dB-sintético} = 2 \cdot \Phi_{3dB_H} = \left( \frac{\lambda}{S_a} \right) \quad (1.21.a)$$

y sustituyendo el valor de:  $[S_a]$ , obtenido en la ecuación (1.20) en este (1.21.a), obtendremos la expresión del doble del *ancho de haz sintético a 3 dB*, a partir de:

$$\Phi_{3dB\_sintético} = 2 \cdot \Phi_{3dB\_H} = \lambda \cdot \left( \frac{1}{S_a} \right) = \lambda \cdot \left( \frac{L_a}{R \cdot \lambda} \right) = \frac{L_a}{R} \quad (1.21.b)$$

y por fin, aplicando la ecuación (1.15) conjuntamente con la (1.21.b), obtendremos también la *resolución de la huella sintética*:  $[\delta x_{sintética}]$ , que dejaría, en el planeta, el *ancho de haz sintético a 3 dB normal*:  $[\Phi_{3dB\_H}]$ , de la antena física, que vendrá dado, utilizando la anterior ecuación, por:

$$\delta x_{sintética} = R \cdot \Phi_{3dB\_H} = R \cdot \left( \frac{\Phi_{3dB\_sintético}}{2} \right) = R \cdot \left( \frac{L_a}{2 \cdot R} \right) \quad (1.22.a)$$

y simplificándola, resulta:

$$\delta x_{sintética} = \frac{L_a}{2} \quad (1.22.b)$$

que correspondería, a la *resolución de la huella sintética* (o *distancia mínima* entre dos puntos que puedan diferenciarse, utilizando el concepto de la *apertura sintética*:  $[AS]$ ) y cuyo resultado es bastante sorprendente pues nos indica que el valor de dicha:  $[\delta x_{sintética}]$ :

- no dependerá de la *distancia oblicua*:  $[R]$ , existente entre el sensor (antena del sistema SAR) y el punto:  $[P]$ , de la superficie planetaria a explorar
- podrá mejorarse, disminuyendo el *tamaño físico* de la antena:  $[L_a]$ , en *acimut*

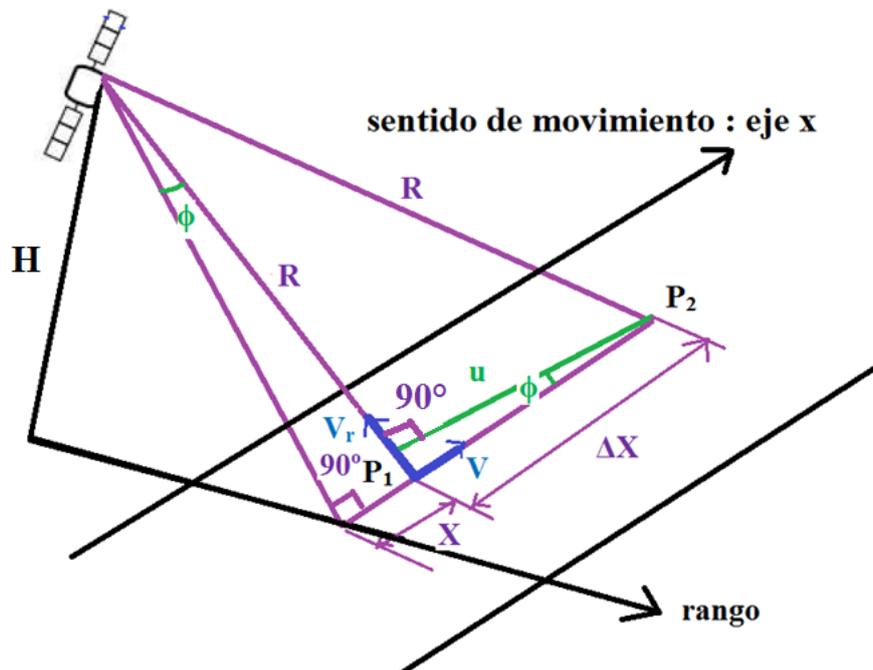
lo que sin duda nos resulta sorprendente y en principio contradictorio con los conceptos y resultados, vistos hasta ahora.

Lógicamente, esta reducción del valor de la resolución o huella sintética:  $[\delta x_{sintética}]$ , en una aplicación real, estará limitado por la consideración de otros factores como serían el *nivel de potencia recibida* y por tanto de la *relación señal a ruido (RSN)* en el sensor (equipo receptor) y que deberán considerarse para garantizar el correcto funcionamiento de este.

#### 1.4.2 Síntesis Doppler

Ahora analizaremos la *apertura sintética*:  $[AS]$  considerando el *efecto Doppler*, de las señales procedentes de distintos puntos de observación:  $[P_i]$ , dentro de la misma *huella sintética*:  $[S_a]$ , de la nave, cuando estos sean alcanzados, bajo direcciones distintas, durante el movimiento de la nave que los está iluminando.

Es decir, que cada uno de los puntos:  $[P_i]$ , pertenecientes a la *huella sintética*:  $[S_a]$ , que estén siendo iluminados, por la nave en movimiento, con una dirección oblicua distinta:  $[R_i]$ , respecto al sensor, producirá un *efecto Doppler* diferente, por lo que la idea será diferenciar, los ecos de dos puntos próximos, a partir de la *frecuencia Doppler*, de cada uno de ellos y para ello nos apoyaremos en la Figura 1.30.



**Figura 1.30: Geometría básica para el estudio de la síntesis Doppler**

Ahora definimos, en la representación de la Figura 1.30:

- $[P_1]$ , el primer punto que tiene por coordenada:  $[X]$
- $[P_2]$ , el segundo punto que tiene por coordenada:  $[X + \Delta X]$

y por geometría podremos decir que el eco (elemental o correspondiente a cada punto:  $[P_i]$ ), recibido en el sensor (equipo receptor del sistema), procedente del punto:  $[P_1]$ , llegará, a dicho sensor, con un *efecto de desplazamiento Doppler* dado por la ecuación:

$$f_D = \frac{2 \cdot V_{radial}}{\lambda} \quad (1.23)$$

siendo:

- $[V_{radial}]$ , la velocidad radial del punto:  $[P_1]$ , respecto al sensor o antena

y así mismo, en la misma Figura 1.30, y por geometría también podremos obtener la relación entre la *velocidad radial*:  $[V_{radial}]$ , *del eco elemental* (del punto:  $[P_1]$ ) con la *velocidad real*:  $[V]$ , *de la nave* (según el eje x, que en definitiva será el de la dirección *acimut*):

$$V \cdot \text{sen}(\phi) = \frac{V_{radial}}{V} \quad (1.24)$$

siendo:  $[\phi]$ , el ángulo *geométrico*, indicado en la misma Figura 1.30, por lo que, sustituyendo el valor de:  $[V_{radial}]$ , obtenido en la anterior ecuación (1.24), en la ecuación (1.23), obtendremos:

$$f_D = \frac{2 \cdot [V \cdot \text{sen}(\phi)]}{\lambda} \quad (1.25)$$

donde:  $[V = v_{satélite}]$ , será la velocidad real de la nave, y de nuevo por geometría en la misma Figura 1.30, tenemos que:

$$\text{sen}(\phi) = \frac{X}{R} \quad (1.26)$$

siendo:  $[R]$  la distancia oblicua entre el punto:  $[P_1]$  y el sensor, por lo que finalmente si sustituimos el seno del ángulo:  $[\phi]$  obtenido en el ecuación (1.26), en la ecuación (1.25), obtendremos:

$$f_D = \frac{2 \cdot V \cdot \left(\frac{X}{R}\right)}{\lambda} = \frac{2 \cdot V \cdot X}{\lambda \cdot R} \quad (1.27)$$

Por otro lado y dado que el segundo punto:  $[P_2]$ , estará desplazado, con respecto al sensor (antena) y con respecto al primer punto:  $[P_1]$ , llegará, por tanto, procedente de dicho:  $[P_2]$ , al sensor, un *incremento* o *resolución* de *frecuencia Doppler*, con respecto al valor de la  $f_D$  (del punto:  $[P_1]$ , antes obtenida):  $[\delta f_D]$ , que estará relacionado con el incremento de posición:  $[\Delta X]$  y que podrá expresarse mediante la ecuación:

$$\delta f_D = \frac{2 \cdot V \cdot \Delta X}{\lambda \cdot R} \quad (1.28)$$

por lo que el eco fundamental, recibido en el sensor, procedente del punto:  $[P_2]$ , podría diferenciarse (del eco fundamental, recibido del punto:  $[P_1]$ ) únicamente si consiguiésemos filtrar y diferenciar, entre sí, sus respectivas *frecuencias Doppler* recibidas, considerando para ello que la resolución en frecuencia tiene una relación inversa respecto a la resolución en el tiempo, por lo que si definimos:

$$V \cdot t_m = S_a \quad (1.29)$$

definiéndose:  $[t_m]$ , como el tiempo que un determinado punto:  $[P_i]$ , está siendo iluminado por el haz del radar, por lo que igualando el valor de:  $[S_a]$ , (*longitud sintética de la antena* o *huella sintética del terreno iluminado*), obtenidos en las ecuaciones (1.20) y (1.29) y después, sustituyendo el valor del *ancho de haz a 3 dB* en *acimut*:  $[\phi_{3\text{ dB}_H}]$ , por su ecuación en función de:  $[\lambda]$  y  $[L_a]$ , obtendremos:

$$S_a = V \cdot t_m = R \cdot \phi_{3\text{ dB}_H} = R \cdot \left(\frac{\lambda}{L_a}\right) \quad (1.30.a)$$

y reorganizándola nos queda en la forma:

$$t_m = \frac{R \cdot \lambda}{L_a \cdot V} \quad (1.30.b)$$

cuyo valor inverso, será la *resolución* o *distancia mínima de frecuencia Doppler*:  $[\delta f_D]$ , que precisamos para poder diferenciar los dos ecos (elementales), recibidos de ambos puntos:  $[P_2]$  y  $[P_1]$ :

$$\delta f_D = \frac{1}{t_m} = \frac{L_a \cdot V}{R \cdot \lambda} \quad (1.31)$$

e igualando, este resultado obtenido en la ecuación (1.31) con el de la ecuación (1.28), obtendremos:

$$\delta f_D = \frac{2 \cdot V \cdot \Delta X}{\lambda \cdot R} = \frac{L_a \cdot V}{R \cdot \lambda} \quad (1.32.a)$$

y simplificándola:

$$\Delta X = \frac{L_a}{2} \quad (1.32.b)$$

por lo que resultará:

$$\Delta X = \delta x_{sintética} = \frac{L_a}{2} \quad (1.32.c)$$

que será el mismo resultado obtenido en la ecuación (1.22.b) del Apartado 1.4.1 de este mismo Capítulo.

También podríamos haber analizado, la resolución de las *frecuencias Doppler* recibidas, a partir de un nuevo concepto, que podríamos definir como el *ancho de banda a 3 dB*:  $[BW_{3dB}]$ , de los *filtros utilizados* para dicha *diferenciación* (de la *resolución* de la *frecuencia Doppler*:  $[\delta f_D]$ ) es decir, que la *mínima variación de frecuencia* exigible para que se pudiese diferenciar, a los dos puntos cercanos, sería:

$$\delta f_D = BW_{3dB} \quad (1.33)$$

e igualando, de nuevo, este valor obtenido en la ecuación (1.33) con el de la ecuación (1.28), obtendremos:

$$\delta f_D = \frac{2 \cdot V \cdot \Delta X}{\lambda \cdot R} = BW_{3dB} \quad (1.34)$$

y despejando, en dicha ecuación (1.34) el valor de:  $[\Delta X]$  e igualándolo al resultado de la ecuación (1.32.c) tendremos:

$$\Delta X = \left( \frac{\lambda \cdot R}{2 \cdot V} \right) \cdot BW_{3dB} = \delta x_{sintética} = \frac{L_a}{2} \quad (1.35)$$

que será otra ecuación alternativa para expresar la resolución sintética, en la dirección acimut (plano *along-track*) del SAR.

Otra alternativa sería hacerlo en función del ya conocido *máximo tiempo de integración*:  $[t_m]$ , ya definido anteriormente, en la ecuación (1.31), como:  $[\delta f_D = \frac{1}{t_m}]$  e igualando, de nuevo, este valor obtenido, con el de:  $[\Delta f_D]$ , definido en la ecuación (1.34), obtendremos:

$$\delta f_D = \frac{2 \cdot V \cdot \Delta X}{\lambda \cdot R} = \frac{1}{t_m} \quad (1.36)$$

y despejando de nuevo el valor de:  $[\Delta X]$ , tendremos:

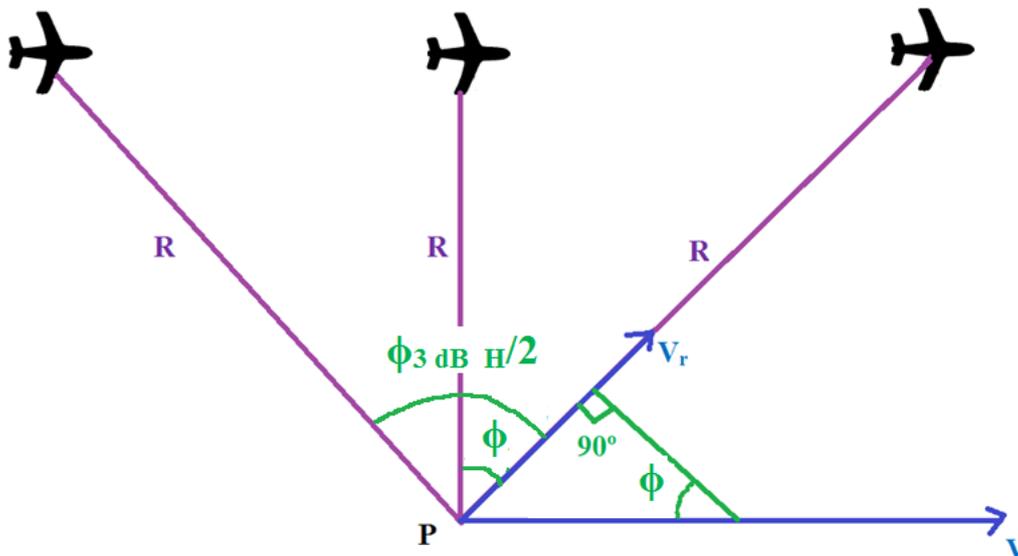
$$\Delta X = \frac{\lambda \cdot R}{2 \cdot V \cdot t_m} = \delta x_{sintética} = \frac{L_a}{2} \quad (1.37)$$

En estos radares (tipo *SAR*) no se enviarán señales continuas sino pulsos, por lo que ello será, sin duda una *nueva restricción* para su funcionamiento ya que la *señal Doppler* detectada no se recibirá de forma continua si no muestreada por los pulsos que se envían, desde el radar, a

una *frecuencia de repetición de pulsos*: [PRF] (o *Pulse Repetition Frequency*). Por tanto para poder diferenciar (recuperar) correctamente, las *frecuencias Doppler* de los ecos que nos lleguen (al sensor) procedentes de los distintos blancos, la *frecuencia de muestreo*, en este caso: [PRF], deberá verificar también el *Criterio de muestreo de Nyquist*:

$$PRF_{\text{mínima}} \geq 2 \cdot f_{D_{\text{máxima}}} \quad (1.38)$$

produciéndose la *máxima frecuencia Doppler*: [ $f_{D_{\text{máxima}}}$ ], cuando el *blanco* (o mejor dicho, el punto sobre el terreno) esté en el extremo de la zona de iluminación tal como se muestra en la Figura 1.31.



**Figura 1.31: Geometría básica para determinar la ambigüedad del valor del PRF**

En dicha geometría (Figura 1.31), observamos que la *máxima frecuencia Doppler* (en la situación límite): [ $f_{D_{\text{máxima}}}$ ] vendría dada por las expresiones :

$$f_{D\_m\acute{a}xima} = \frac{2 \cdot V_{radial}}{\lambda} = \frac{2 \cdot V \cdot \text{sen}(\phi)}{\lambda} = \frac{2 \cdot V \cdot \text{sen}\left(\frac{\phi_{3\text{ dB}_H}}{2}\right)}{\lambda} \quad (1.39)$$

en la que aproximando el arco por la cuerda, ya que:  $[R \gg S_a]$ , y sustituyendo el valor de:  $[\phi_{3\text{ dB}_H}]$ , por el definido en la ecuación (1.18), nos resultará, la siguiente expresión:

$$f_{D\_m\acute{a}xima} = \frac{2 \cdot V \cdot \left(\frac{[\phi_{3\text{ dB}_H}]}{2}\right)}{\lambda} = \frac{2 \cdot V \cdot \left(\frac{[\lambda/L_a]}{2}\right)}{\lambda} = \frac{V}{L_a} \quad (1.40)$$

por lo que la restricción que tenemos, en el radar, en la ecuación (1.38), para el valor de  $PRF$ , podrá expresarse, en función de la velocidad de la aeronave:  $[V = v_{sat\acute{e}lite}]$ , a partir del *Criterio de muestreo de Nyquist*, en la forma:

$$PRF_{m\acute{i}nima} \geq 2 \cdot \left(\frac{V}{L_a}\right) = \frac{V}{L_a/2} \quad (1.41)$$

que significará que el radar deberá recibir al menos un pulso cada vez que el sensor recorra una distancia mitad de la longitud física:  $[L_a]$ , de la antena real y que será válida siempre que, en la detección, *la portadora se convierta a cero*, lo que se conocerá como *detección con offset nulo*.

Si por el contrario, en la detección, *la portadora se convirtiese en la frecuencia Doppler máxima*:  $[f_{D\_m\acute{a}xima}]$ , lo que se conocerá como *detección con offset de acimut*, entonces el límite del valor de:  $[PRF]$ , será el doble al de la ecuación (1.41), es decir:

$$PRF_{m\acute{i}nima} \geq 4 \cdot \left(\frac{V}{L_a}\right) = \frac{V}{L_a/4} \quad (1.42)$$

Como ilustración supongamos que un satélite orbita, sobre un planeta, a una velocidad:  $[V]$ , de 7 km/seg y además que su antena “real” tuviese una *longitud física en acimut*:  $[L_a]$ , de 10 m, entonces (al menos en el caso que estuviésemos en *detección con offset nulo*) necesitaremos, por el Criterio de Nyquist, un valor de la frecuencia de repetición de pulsos:  $[PRF_{\text{mínima}} \geq 2 \cdot \left(\frac{V}{L_a}\right) = 1,4 \cdot 10^3 \text{ (Hz)} ]$

### 1.4.3 Ambigüedades en sistemas SAR

Como ya dijimos, anteriormente (al hablar del procedimiento o síntesis Doppler), la *frecuencia de envío de pulsos*, en el transmisor:  $[PRF]$ , deberá ser lo suficientemente alta, para así poder muestrear, sin solape espectral, la señal-Doppler devuelta, en cada uno de los ecos, por los distintos puntos del terreno.

Es decir, que deberemos imponer la restricción, ya vista en la ecuación (1.41), cuando analizamos el caso de *detección con offset nulo*:

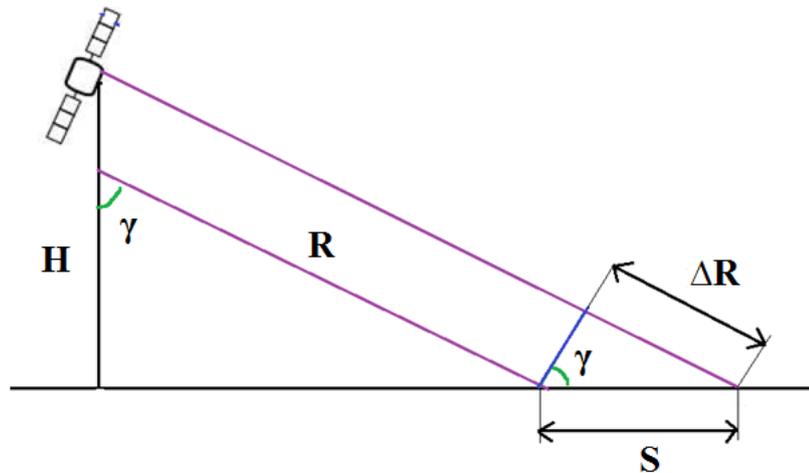
$$PRF_{\text{mínima}} \geq 2 \cdot \left(\frac{V}{L_a}\right) = \frac{V}{L_a/2}$$

para evitar cualquier tipo de ambigüedad.

Además de ésta (ambigüedad), hay otro posible tipo de ambigüedad que podrá producirse, en el plano de los ángulos de *off-nadir* o *apuntamiento* o *elevación* (en la dirección de *rango* o plano *across-track*), ya que los pulsos que se envíen, desde el transmisor, deberán estar lo suficientemente espaciados como para que no haya más de un pulso, en la *anchura de la huella barrida* (o *swath*):  $[S]$ , en cada instante de tiempo.

Es decir, que deberemos evitar ecos (elementales) que pertenezcan a dos pulsos enviados, consecutivos y distintos, que se puedan reflejar desde dos áreas distintas, dentro de la misma *anchura de huella barrida*, ya que podrían llegar, al mismo tiempo, al sensor, confundiendo, de ese modo, al sistema.

En la Figura 1.32, representamos una geometría para definir las ambigüedades en la dirección de *rango*.



**Figura 1.32: Geometría básica para el estudio de ambigüedades**

Apoyándonos en dicha ilustración (Figura 1.32), en la que se muestra la *anchura de la huella barrida* o *swath*:  $[S]$  y en la que la variable:  $[\Delta R]$ , corresponde a la *máxima diferencia* de distancia, que deberá recorrer un pulso, enviado al final de la huella (*swath*), con respecto a la distancia, que recorrerá, otro pulso, enviado al inicio de la misma.

Como recordamos que la onda se propaga a la velocidad de la luz, la diferencia de distancias:  $[\Delta R]$ , finalmente, se traducirá, en una *diferencia de tiempos*:  $[\Delta t]$ , de llegada de los ecos, dada por:

$$\Delta t = \frac{2 \cdot \Delta R}{c} \quad (1.43)$$

donde el **[factor 2]**, se deberá, de nuevo, a que el pulso recorrerá la distancia:  $[\Delta R]$ , dos veces, una durante el camino de ida y la otra durante la vuelta

Por tanto el periodo de repetición de pulsos deberá ser superior a ese retardo temporal antes obtenido para así evitar que un eco (procedente del final de un determinado *swath*) llegue a la vez que un eco (procedente del comienzo del *swath* siguiente), por lo que deberá cumplirse que:

$$\frac{1}{\text{PRF}_{\text{mínima}}} \geq \frac{2 \cdot \Delta R}{c} \quad (1.44)$$

y por otro lado, para obtener un valor concreto , de la *máxima diferencia de caminos*:  $[\Delta R]$ , aplicaremos trigonometría en la representación geométrica de la Figura 1.32, por la que:

$$\Delta R = S \cdot \text{sen}(\gamma) \quad (1.45)$$

y sustituyendo el valor de la *huella del terreno observado* o *swath*:  $[S]$ , por el que obtuvimos en la expresión obtenida para el radar real (*SLAR-RAR*), en la ecuación (1.6), tendremos que:

$$\Delta R = \left[ \frac{H \cdot \theta_{3dB_V}}{\cos^2(\gamma)} \right] \cdot \text{sen}(\gamma) = \left[ \frac{H \cdot \theta_{3dB_V}}{\cos(\gamma)} \right] \cdot \text{tan}(\gamma) \quad (1.46)$$

y tomando el valor de:  $[\Delta R]$ , de la ecuación (1.44) y sustituyéndolo en la ecuación (1.46):

$$\text{PRF}_{\text{mínima}} < \frac{c}{2 \cdot \left[ \frac{H \cdot \theta_{3dB_V}}{\cos(\gamma)} \right] \cdot \text{tan}(\gamma)} \quad (1.47.a)$$

y para terminar como el *ancho de haz a 3 dB*, en *rango*, será:  $[\theta_{3dB_V} = \frac{\lambda}{W}]$  sustituyendo y despejando obtendremos:

$$\text{PRF}_{\text{mínima}} < \left( \frac{c}{2 \cdot H} \right) \cdot \left( \frac{\cos(\gamma)}{\text{tan}(\gamma)} \right) \cdot \left( \frac{W}{\lambda} \right) \quad (1.47.b)$$

ecuación que junto a la otra desigualdad obtenida en la ecuación (1.38), por el Criterio de Nyquist y que resultó ser:  $[\text{PRF}_{\text{mínima}} \geq 2 \cdot f_{D_{\text{máxima}}}]$ , representan los dos límites, entre los cuales, deberá estar comprendida la selección de la variable:  $[\text{PRF}_{\text{mínima}}]$ .

Por ello, englobando ambas desigualdades en una sola, tendremos una única condición:

$$2 \cdot \left(\frac{V}{L_a}\right) < \left(\frac{c}{2 \cdot H}\right) \cdot \left(\frac{\cos(\gamma)}{\tan(\gamma)}\right) \cdot \left(\frac{W}{\lambda}\right) \quad (1.48.a)$$

y que podremos reescribir, en función del *área física*:  $[W \cdot L_a]$ , de la antena:

$$W \cdot L_a > \left(\frac{4 \cdot H}{c}\right) \cdot \left(\frac{\tan(\gamma)}{\cos(\gamma)}\right) \cdot \lambda \cdot V \quad (1.48.b)$$

que impondrá un límite inferior al *área física* de la antena:  $[W \cdot L_a]$ , en cada huella (*swath*).

Por tanto, daremos cierta flexibilidad en la elección del valor de:  $[W]$  (altura física de la antena, en el plano de *apuntamiento* o *elevación* o *across-track*) lo que nos determinará la *anchura de huella* o *swath barrida*:  $[S]$  y una vez que tengamos este parámetro fijado, la elección del otro parámetro:  $[L_a]$  (dimensión física de la antena en el plano del *acimut* o *along-track*) nos determinará la resolución en *acimut* (*along-track*):  $[\delta x]$  y eso sí, siempre cumpliéndose la condición de la ecuación (1.48.b), de ambigüedad total o completa, que acabamos de obtener.

También recordar que además del *área física* de la antena:  $[W \cdot L_a]$ , en la anterior desigualdad intervendrán:

- las características de la órbita (*altura*:  $[H]$  y *velocidad lineal*:  $[V]$ ), del satélite
- la *longitud de onda de trabajo* del SAR:  $[\lambda]$
- y el ángulo de *apuntamiento* u *off-nadir*:  $[\gamma]$

Por último indicar que hay otra limitación (adicional), a la:  $[PRF_{mínima}]$ , del sistema y ésta se deberá a que al ser la distancia oblicua, entre el sensor y el terreno, muy elevada lo que provocará que, en

cada instante de tiempo, haya muchos pulsos y ecos viajando hacia/desde el radar.

Por dicho motivo, convendrá solucionar el clásico problema de *aislamiento* entre transmisor y receptor, es decir que deberemos *bloquear* el receptor mientras se esté *transmitiendo* un nuevo pulso.

Es decir, que deberemos evitar que nos lleguen, al receptor, ecos, procedentes del terreno, mientras estemos enviando un pulso en el transmisor, ya que el receptor estaría bloqueado.

Ello sin duda ocasionará que haya realmente unas *ventanas prohibidas de PRFs*, que se evitarán mediante la ayuda del *Diagrama de Diamantes*, que se detalla en el **Apéndice A**, de este proyecto.

## 1.5. Modo de funcionamiento *ScanSAR*, del radar tipo SAR

Como ya vimos, en el apartado 1.1 de este mismo capítulo, cuando hicimos un repaso histórico de las distintas misiones espaciales que han llevado (o llevarán) a bordo un sistema radar (*SAR*), este (y nos referimos al SAR) podrá trabajar en los siguientes modos de funcionamiento:

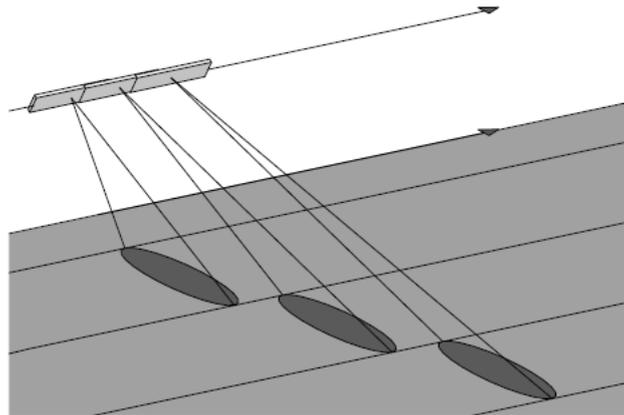
- StripMap
- Squinted Array
- Multilook mapping
- Burst o de ráfagas
- ScanSAR
- Spotlight
- Bistatic SAR
- Moving target display
- SAR inverso (ISAR)

de los que únicamente nos extenderemos en al modo *ScanSAR*, puesto que es el que aplicaremos en nuestro proyecto (en concreto en los estudios de las misiones espaciales a Marte y la Tierra, que se detallan en los capítulos 2 y 3).

La pretensión o mejora del modo de funcionamiento *ScanSAR*, consistirá en **incrementar** la longitud de la *huella (swath)* en *rango*:  $[S]$  , a

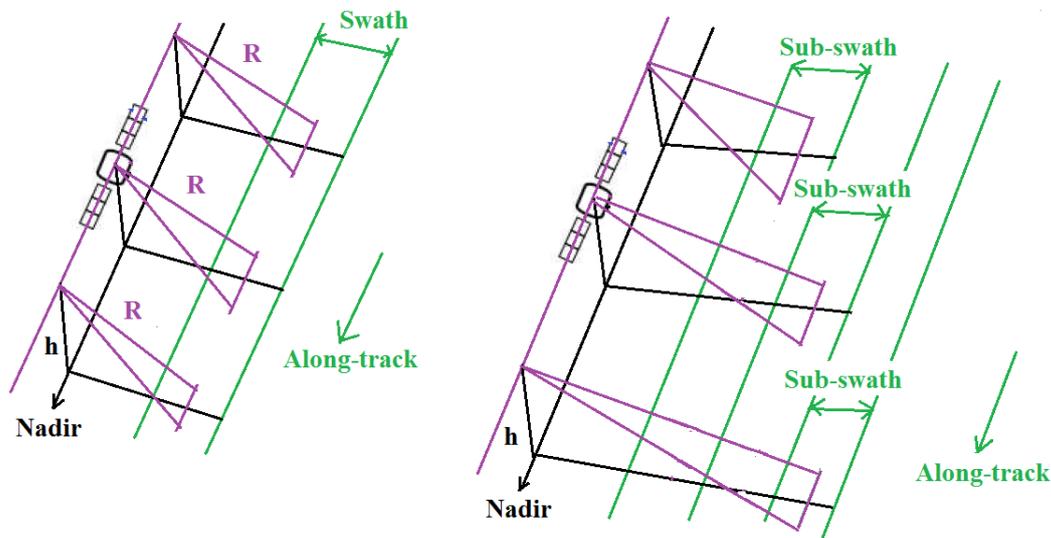
cubrir por el radar, conmutando para ello, el *ancho de haz a 3 dB*, de la antena, con el fin de barrer también franjas (o huellas) de terreno vecinas a la franja (o huella) principal.

En la Figura 1.33, podemos ver la ilustración de este modo de funcionamiento de un radar *SAR*.



**Figura 1.33: Modo de funcionamiento *ScanSAR***

La diferencias de funcionamiento, entre un *StripMap* (modo de funcionamiento normal y básico, del *SAR*) y un *ScanSAR* (modo de funcionamiento del *SAR* que vamos a desarrollar, en este apartado) se representan esquemáticamente en la Figura 1.34.



**Figura 1.34: Geometrías básicas del StripMap y del ScanSAR**

En dicha Figura 1.34, observamos, en primer lugar, que si bien es cierto que el sensor (del radar *ScanSAR*) está continuamente conectado, la apreciación de cada una de las *sub-secciones* de la *huella* o *franja de terreno* a cubrir (o mejor dicho de las *sub-swath*) sería como si se operase en modo *burst* (a ráfagas) que es otro modo de funcionamiento del *SAR*.

En nuestro modo de funcionamiento (*ScanSAR*), la *longitud* en *rango* correspondiente a una *sub-swath*:  $[S_i]$ , se utilizará para iluminar al *sub-swath* *i*-ésimo y en consecuencia la *longitud* en *rango* de la *swath* total (del barrido completo):  $[S]$  estará compuesta, por la suma de las:  $[N_s]$  *sub-swaths*, cada una de ellas con su correspondiente *longitud* en *rango*:  $[S_i]$ , por lo que:

$$S \leq \sum_{i=1}^{N_s} S_i \quad (1.49)$$

lo que sin duda es una ventaja pues podremos aumentar la *longitud* en *rango* de la huella a cubrir:  $[S]$ , pero utilizando, para ello, unas potencias de transmisión menores pues la *longitud* en *rango* de cada una de las sub-huellas a cubrir:  $[S_i]$ , también será menor

El inconveniente, del modo de funcionamiento *ScanSAR*, consiste en que, para una determinada *longitud física* de antena en *acimut*:  $[L_a]$ , la anchura total en *acimut* del *swath* barrido:  $[S_a]$ , será:  $[N_s]$  veces mayor que la que tendría un *StripMap*:  $[S_{a-i}]$ , con esa misma *longitud física* de antena en *acimut*:  $[L_a]$ . Evidentemente esto que permitía *extender la anchura*, en *rango*, del *swath total* barrido por el *ScanSAR*, sería a expensas de *perder resolución en acimut* ya que:

$$S_a = N_s \cdot S_{a,i} \quad (1.50)$$

En el mejor de los casos, para un scanSAR con:  $[N_s]$  *sub-swaths*, se obtendría una reducción, de la *resolución* de *acimut*:  $[\delta x]$ , en  $[N_s]$  veces, aunque, en un caso real, al conmutar, de un *sub-swath* al siguiente, además algunos ecos se perderán, debido al tiempo empleado en cambiar el ángulo de apuntamiento.

Por ejemplo y como caso particular, cuando el haz conmuta, desde el *último sub-swath* (el más alejado, del radar) al *primer sub-swath* (el más cercano al radar), los primeros pulsos, del más cercano (*primer sub-swath*), recorrerán mucha menor distancia que los últimos pulsos, del más alejado (*último sub-swath*) y por ello los primeros incluso podrán llegar antes que los segundos, confundiendo, de ese modo, al sistema.

Esto se solucionaría, por parte del sistema, desechando los últimos pulsos, del más alejado (*último sub-swath*), esperar un tiempo de guarda y a continuación ya empezar con los primeros pulsos, del más cercano (*primer sub-swath*), una vez que estemos seguros que todos los pulsos, del más alejado (*último sub-swath*), ya hayan llegado al sensor.

Con esta consideración, la *resolución* en *acimut* aun se degradará más, con respecto a su valor teórico (disminuyéndose, en un factor de:  $[N_s]$  veces) de la original:  $[\delta x]$ .

En consecuencia la *mínima resolución* (o distancia), en *acimut*, que podríamos esperar, por utilizar un *SAR*, trabajando en modo de funcionamiento *ScanSAR*:  $[\delta x^{ScanSAR}]$ , de:  $[N_s]$  sub-huellas, sería:

$$\delta x^{ScanSAR} = (N_s + 1) \cdot \delta x^{StripMap} \quad (1.51)$$

siendo:  $[\delta x^{StripMap}]$ , la *resolución en acimut* obtenida por un *SAR* trabajando en modo *StripMap*.

## Capítulo 2

### Diseño del satélite “Misión a Marte

En este capítulo se va a desarrollar el diseño de un sistema radar SAR, trabajando en modo de funcionamiento *ScanSAR*, a bordo de una supuesta misión a Marte, cuyo objetivo sea el de capturar datos que posteriormente serán procesados para formar, a partir de ellos, imágenes de las zonas (normalmente toda la superficie) de dicho Planeta.

Para ello y a falta de un programa simulador de órbitas, nos apoyaremos en alguna de las misiones precedentes, a dicho planeta (Marte) y que hasta la fecha han sido: *Mars Global Surveyor*, de la NASA (entre el 12 de Septiembre de 1997 y el 5 de Noviembre de 2006), *Mars Odyssey*, también de la NASA (lanzada el 7 de Abril de 2001 y que sigue en curso) y *Mars Express*, de la ESA (lanzada el 2 de Junio de 2003 y que también sigue en curso).

Así mismo acaba de confirmarse la misión *InSight* (**I**nterior **E**xploration Using **S**eismic **I**nvestigations, **G**eodesy and **H**eat **T**ransport, de la NASA), que amartizará y perforará por debajo de la superficie de Marte, para estudiar su interior. La misión investigará cómo se formaron los planetas similares a la Tierra y cómo desarrollaron la estructura interna de su núcleo, manto y corteza, y recopilará información sobre el subsuelo con instrumentos nunca antes usados en Marte.

La misión *InSight*, será lanzada en marzo de 2016, siendo éste un paso más para lograr la ansiada meta de enviar una misión humana a Marte en la ya próxima década de 2030.

## 2.1 Huella (o franja) a cubrir, en cada órbita del satélite

Como referencia hemos tomado los datos que aparecen en el siguiente link:

<http://www.upv.es/satelite/trabajos/pracGrupo15/Marte/GS/Análisis/Mapping.html>

publicado por la Universitat Politècnica de València, referente a la pasada y ya antes citada misión espacial a Marte: *Mars Global Surveyor*.

A partir de dicha información, definiremos como un *ciclo total de repetición*: [ $CL = 88$  órbitas], durante: [ $7,2$  días], obteniéndose, con ello, una cobertura completa de la superficie de Marte. Por tanto, la *duración, de una única órbita*, será aproximadamente de: [ $7059$  segundos],

Tomaremos también, de la información contenida en el antes citado link de la Universitat Politècnica de València, un valor de la *altura geodésica*, respecto al punto nadir de Marte (o en definitiva la altura del satélite, respecto a su superficie): [ $H = 378$  km].

De este otro link:

<http://astronomiac.blogspot.com.es/2011/05/planeta-marte.html>

hemos fijado como *radio equivalente*, del planeta (en este caso Marte), un valor de: [ $R_{Planeta} = R_{Marte} = 3390$  km]. Dicho valor ha sido corroborado, además, acudiendo a distintos libros de texto y a diversas revistas especializadas.

Como vamos a trabajar en modo de funcionamiento *ScanSAR*, detallado en el **capítulo 1**, deberemos aplicar la condición:

$$S_{teórica} \leq \sum_{i=1}^{N_s} S_i \quad (2.1)$$

en la que:  $[N_s]$ , será el número de sub-huellas resultantes y:  $[S_{teórica}]$ , será la *longitud teórica*, en *rango*, de la *huella* (franja de terreno a iluminar o *swath*) a cubrir en cada paso de órbita y cuyo valor se podrá aproximar por esta otra ecuación:

$$S_{teórica} \approx \frac{2 \cdot \pi \cdot R_{Marte}}{CL} \quad (2.2)$$

ya que supondremos que dicha órbita, será *polar* (es decir con un *ángulo de iluminación*:  $[\zeta_{iluminación\_orbital} \approx 90^\circ]$ , con respecto al ecuador) y además *circular*.

Por tanto sustituyendo los valores de:  $[R_{Marte} = 3390 \text{ km}]$  y de:  $[CL = 88]$ , antes definidos, en la ecuación (2.2), tendremos:

$$S_{teórica} \approx \frac{2 \cdot \pi \cdot (3390 \cdot 10^3)}{88} \approx 242 \text{ (km)}$$

## 2.2 Selección del PRF, para cada sub-huella

Para calcular el *Diamonds Graph* (para *geometría esférica*, del planeta Marte), utilizaremos, según se define y detalla en el **Apéndice A** de este Proyecto, la siguiente ecuación:

$$R = R_{Marte} \cdot \left[ \frac{\text{sen} \left( \eta - \left\{ \arcsen \left[ \left( \frac{R_{Marte}}{H + R_{Marte}} \right) \cdot \text{sen}(\eta) \right] \right\} \right)}{\left( \frac{R_{Marte}}{H + R_{Marte}} \right) \cdot \text{sen}(\eta)} \right] \quad (2.3)$$

que nos dará la *distancia oblicua*, para *geometría esférica*:  $[R]$ , existente entre el sensor (radar SAR) y el blanco distribuido (o huella de terreno a iluminar), en función del ángulo de incidencia:  $[\eta]$ .

Esta expresión, de:  $[R]$ , se sustituirá en cada una de las cuatro ecuaciones (o condiciones) siguientes:

$$\frac{2 \cdot R}{c} - \frac{n}{PRF} = -\Delta \quad (2.4)$$

$$\frac{2 \cdot R}{c} - \frac{n}{PRF} = \tau + \Delta \quad (2.5)$$

$$\frac{2 \cdot R}{c} - \frac{n}{PRF} = \frac{2 \cdot H}{c} - \Delta \quad (2.6)$$

$$\frac{2 \cdot R}{c} - \frac{n}{PRF} = \frac{2 \cdot H}{c} + \tau + \Delta \quad (2.7)$$

que también están definidas, en el mismo **Apéndice A** de este proyecto y que garantizarán evitar las reflexiones, propias de los ecos existentes, tanto en la huella (sub-huella, en nuestro caso del *ScanSAR*) como en el punto nadir, de nuestro sistema radar SAR.

Sustituiremos, en las ecuaciones: (2.4-2.7), además del valor de:  $[R]$ , dado por la ecuación (2.3), estos datos:

- $[H = 378 \text{ km}]$ , definido en el Apartado 2.1, de este capítulo
- $[R_{\text{Marte}} = 3390 \text{ km}]$ , también definido en el Apartado 2.1, de este capítulo

así como estos otros:

- $[\tau = 40 \text{ useg}]$
- $[\Delta = 5 \text{ useg}]$
- $[n = N = 40]$

también detallados, en el **Apéndice A** de este proyecto y fijados, como requisitos de diseño de nuestro estudio.

Resolveremos, utilizando para ello la **Aplicación Matlab**, el sistema de cuatro ecuaciones: (2.4-2.7), ya preparadas, obteniéndose la *Diamonds Graph*, para *geometría esférica* de Marte, que será en definitiva una función del tipo: [ $PRF = función(\eta)$ ].

A continuación y sobre la gráfica obtenida, deberemos reflejar (como una línea vertical de color *verde*) el valor de la *frecuencia de repetición de pulsos mínima*: [ $PRF_{mínima}$ ], para cuyo cálculo obtendremos el valor de la *velocidad del satélite* (para una órbita polar y circular): [ $v_{satélite}$ ], utilizando para ello, la ecuación:

$$v_{satélite} = \sqrt{\frac{\mu_{Marte}}{(R_{Marte} + H)}} \quad (2.8)$$

detallada en el **Apéndice B** de este Proyecto y en la que:

- [ $\mu_{Marte}$ ], será el *constante de Kepler* de Marte, resultante de multiplicar entre sí:
  - la *constante de gravitación universal*:  
 $[G = (6,693 \pm 0,048) \cdot 10^{-11} \left(\frac{m^3}{kgr \cdot seg^{-2}}\right)]$
  - por su *masa*: [ $M_{Marte} = 0,639 \cdot 10^{24} (kg)$ ]
 siendo su valor: [ $\mu_{Marte} = 42.828 (km^3 \cdot seg^{-2})$ ],
- [ $H = 378 km$ ], definido en el anterior apartado 2.1, de este capítulo
- [ $R_{Marte} = 3390 km$ ], también definido en el anterior Apartado 2.1, de este capítulo

por lo que sustituyendo, estos valores, en la ecuación (2.8):

$$v_{satélite} = \sqrt{\frac{42828}{(3390 + 378)}} = 3,3714 (km/seg)$$

A continuación, fijamos la *longitud física en acimut*, de la antena (suponiendo a esta de apertura rectangular): [ $L_a$ ], que nos vendrá fijada como un requisito de diseño: [ $L_a = 8 \text{ m}$ ] y obtendremos la *frecuencia Doppler*: [ $f_D$ ], a partir de la ecuación:

$$f_{Doppler} = \frac{v_{satélite}}{L_a} \quad (2.9)$$

detallada en el **capítulo 1** de este proyecto, resultando tras sustituir, en la ecuación (2.9), [ $v_{satélite} = 3371,4 \text{ (m/s)}$ ] y [ $L_a = 8 \text{ m}$ ], el siguiente valor:

$$f_{Doppler} = \frac{3371,4}{8} = 421,423 \text{ (Hz)}$$

y aplicando el *Criterio de Nyquist*:

$$PRF_{mínima} \geq 2 \cdot f_{Doppler} \quad (2.10)$$

y sustituir, en la ecuación (2.10), el valor de: [ $PRF_{mínima} = 421,423 \text{ Hz}$ ] nos resultaría la siguiente condición:

$$PRF_{mínima} \geq 2 \cdot 421,423$$

$$PRF_{mínima} \geq 842,846 \text{ (Hz)}$$

Si ahora aplicamos la siguiente ecuación:

$$S_{teórica} = H \cdot [tg(\gamma_{lejano\_Ns}) - tg(\gamma_{cercano\_1})] \quad (2.11)$$

detallada en el **Apéndice A**, de este proyecto y qué recordamos es únicamente válida para *geometría plana* y si en ella tomamos, como condición de diseño, un valor de: [ $\gamma_{\text{cercano}_1} = 20^\circ$ ], tendremos que:

$$S_{\text{teórica}} = H \cdot [tg(\gamma_{\text{lejano}_{Ns}}) - tg(20^\circ)]$$

y sustituyendo además, en la ecuación (2.11), los valores ya conocidos de [ $S_{\text{teórica}} = 242 \text{ km}$ ] y [ $H = 378 \text{ km}$ ], tendremos que:

$$242 \cdot 10^3 = 378 \cdot 10^3 \cdot [tg(\gamma_{\text{lejano}_{Ns}}) - tg(20^\circ)]$$

resultando de la misma:

$$\gamma_{\text{lejano}_{Ns}} = 45^\circ$$

es decir que, en nuestro caso (recordamos que en *geometría plana*, de Marte), el *margen*, en lo que a ángulos off-nadir e incidencia: [ $\gamma = \eta$ ] se refiere, estará comprendido dentro del tramo:

$$\{\gamma_{\text{lejano}_{Ns}} = \eta_{\text{lejano}_{Ns}} = 45^\circ; \gamma_{\text{cercano}_1} = \eta_{\text{cercano}_1} = 20^\circ\}$$

a partir del que obtendremos, el *margen* de ángulos de incidencia: [ $\eta$ ], a utilizar en el *Diamonds Graph* (para *geometría esférica*), aplicando la siguiente expresión trigonométrica:

$$\left\{ \arcsen \left[ \left( \frac{R_{\text{Marte}} + H}{R_{\text{Marte}}} \right) \cdot \text{sen}(45^\circ) \right] - \arcsen \left[ \left( \frac{R_{\text{Marte}} + H}{R_{\text{Marte}}} \right) \cdot \text{sen}(20^\circ) \right] \right\} \quad (2.12)$$

detallada en el **Apéndice A** de este Proyecto, por lo que sustituyendo, en la ecuación (2.12), los valores de [ $R_{\text{Marte}} = 3390 \text{ km}$ ] y [ $H = 378 \text{ km}$ ]:

$$\left\{ \arcsen \left[ \left( \frac{(3390 + 378)}{3.390} \right) \cdot \text{sen}(45^\circ) \right] - \arcsen \left[ \left( \frac{(3390 + 378)}{3.390} \right) \cdot \text{sen}(20^\circ) \right] \right\}$$

y operando:

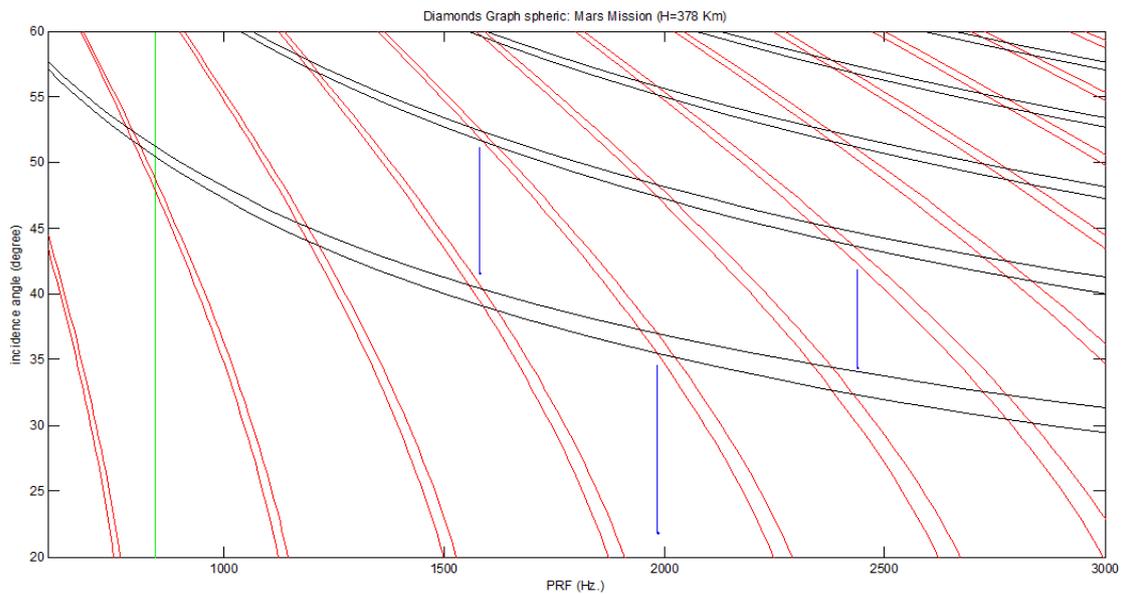
$$\{ \arcsen[(1,112) \cdot \text{sen}(45^\circ)] - \arcsen[(1,112) \cdot \text{sen}(20^\circ)] \}$$

resultará un *margen*:

$$\{ \eta_{\text{lejano}_{N_s}} = 51,77^\circ; \eta_{\text{cercano}_1} = 22,33^\circ \}$$

con lo que ya tendremos también, el *margen* (teórico) de ángulos de incidencia:  $[\eta]$ , entre los que podremos y deberemos ubicar las líneas verticales (de color *azul*), entre ábacos, trabajando en el *Diamonds Graph*, (*geometría esférica*) del planeta Marte,

Una vez dispongamos de todos los requerimientos obtenidos ( $[PRF_{\text{mínima}}$ ], ya definida y marcada, sobre la gráfica, de color *verde* y el *margen* de ángulos de incidencia:  $[\eta]$ , de referencia ya determinado) procederemos a ubicar, sobre nuestra *Diamonds Graph* (*geometría esférica*) del planeta Marte, las distintas líneas verticales (en este caso de color *azul*), entre ábacos, que nos definirán el número:  $[N_s]$  y la longitud en *rango*:  $[S_s]$ , de las sub-huellas que nos surjan, resultando de ello nuestra solución que hemos ilustrado en la Figura 2.1.



**Figura 2.1: Diamonds Graph, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

En dicha gráfica (Figura 2.1) tendremos, como resultado, un número de sub-huellas óptimo igual a tres:  $[N_s = 3]$  y la consiguiente Tabla 2.1, que definirá tanto a la frecuencia de repetición de pulsos:  $[PRF_s]$ , como a los ángulos de incidencia:  $[\eta_{near\ o\ cercano_s}]$  y  $[\eta_{far\ o\ lejano_s}]$ , así como su valor medio:  $[\eta_{mid\ o\ medio_s}]$ , para cada una de las tres sub-huellas, comprobándose que efectivamente los valores, de los ángulos de incidencia (en *geometría esférica* de Marte), quedan comprendidos (es decir ajustados) dentro del *margen* antes calculado de forma teórica y que recordamos era:  $[51,77^\circ; 22,33^\circ]$ .

Marte (geometría esférica)	PRF <sub>s</sub> (Hz.)	ángulo de incidencia: $\eta_{i_s}$ (°)		
		cercano	lejano	medio
sub-huella 1	1.984,80	22,60	34,60	28,60
sub-huella 2	2.438,60	34,40	41,90	38,15
sub-huella 3	1.581,10	41,60	50,40	46,00

**Tabla 2.1: Frecuencias de repetición de pulsos: (PRF<sub>s</sub>) y de los ángulos de incidencia: ( $\eta_{i_s}$ ), en cada sub-huella, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

Así mismo calcularemos, por trigonometría *en geometría esférica* (que como ya hemos dicho está detallada en el **Apéndice A** de este Proyecto) y a partir de la ecuación:

$$\gamma_{i_s} = \arcsen \left[ \left( \frac{R_{Marte}}{H + R_{Marte}} \right) \cdot \text{sen}(\eta_{i_s}) \right] \quad (2.13)$$

los ángulos off-nadir:  $[\gamma_{near \text{ o } cercano_s}]$  y  $[\gamma_{far \text{ o } lejano_s}]$ , así como su valor medio:  $[\gamma_{mid \text{ o } medio_s}]$ , y diferencia:  $[\gamma_{diferencia_s}]$ , cuyos resultados quedan reflejados en la Tabla 2.2.

Marte (geometría esférica)	PRF <sub>s</sub> (Hz.)	ángulo de off-nadir: $\gamma_{i_s}$ (°)			
		cercano	lejano	medio	diferencia
sub-huella 1	1.984,80	20,23	30,73	25,48	10,50
sub-huella 2	2.438,60	30,55	36,93	33,74	6,38
sub-huella 3	1.581,10	36,68	43,89	40,28	7,21

**Tabla 2.2: Ángulos de off-nadir: ( $\gamma_{i_s}$ ), en cada sub-huella, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

### 2.3 Longitudes de las distancias oblicuas, de las sub- huellas y de las superposiciones (de estas) entre sí

Aplicando las ecuaciones incluidas, en el **Apéndice A** de este proyecto, a nuestro caso (de Marte en *geometría esférica*) podremos obtener los valores de la *distancia oblicua*, para cada una de las:  $[N_s]$  sub-huellas, entre el sensor (radar) y el blanco distribuido (o franja de terreno) a iluminar:  $[R_{i_s}]$ , a partir de la siguiente ecuación (Teorema del seno, en *geometría esférica*):

$$\frac{\text{sen}(\gamma)}{R_{Marte}} = \frac{\text{sen}(180^\circ - \eta)}{H + R_{Marte}} = \frac{\text{sen}(\varphi)}{R} \quad (2.14)$$

en la que todos los ángulos, de la misma, vendrán expresados en: [grados], por el factor: [180°] que aparece en ella y de la que se deducen estas otras dos:

$$\gamma_{i_s} = \arcsen \left[ \left( \frac{R_{Marte}}{H + R_{Marte}} \right) \cdot \text{sen}(\eta_{i_s}) \right]$$

ya definida anteriormente como ecuación (2.13) y esta otra:

$$R_{i_s} = R_{Marte} \cdot \left[ \frac{\text{sen}(\varphi_{i_s})}{\text{sen}(\gamma_{i_s})} \right] = R_{Marte} \cdot \left[ \frac{\text{sen}(\eta_{i_s} - \gamma_{i_s})}{\text{sen}(\gamma_{i_s})} \right] \quad (2.15)$$

recordando que en ellas:

- [i], será una nueva variable, dentro de cada sub-huella, que podrá tomar tres posibles valores:
  - lejano (o far)
  - cercano (o near)
  - y medio (o mid)
- [s], será la sub-huella en cuestión

obteniéndose, por tanto los resultados de las *distancias oblicuas*: [R<sub>i\_s</sub>], reflejados en la Tabla 2.3.

Marte (geometría esférica)	ángulo de incidencia: γ <sub>i_s</sub> (°)			distancia oblicua: R <sub>i_s</sub> (km)		
	cercano	lejano	medio	cercana	lejana	media
sub-huella 1	22,60	34,60	28,60	405,941	448,740	427,340
sub-huella 2	34,40	41,90	38,15	447,813	488,817	468,315
sub-huella 3	41,60	50,40	46,00	486,905	554,841	520,873

**Tabla 2.3: Longitud de las distancias oblicuas: (R<sub>near\_s</sub>), (R<sub>far\_s</sub>) y (R<sub>mid\_s</sub>), en cada sub-huella, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

Por otro lado, la *longitud en rango*, de la sub-huella a iluminar: [S<sub>s</sub>], la obtendremos a partir de la ecuación:

$$S_s = R_{Marte} \cdot (\varphi_{far\ o\ lejano\_s} - \varphi_{near\ o\ cercano\_s}) \quad (2.16)$$

donde:  $[\varphi]$ , será unos de los dos ángulos (o parámetros) que definan, las coordenadas esféricas de un sistema en tres dimensiones y que a su vez se obtendrá a partir de esta otra ecuación:

$$\varphi_{i\_s} = \arcsen \left[ \left( \frac{R_{i\_s}}{H + R_{Marte}} \right) \cdot \text{sen}(\pi - \eta_{i\_s}) \right] \quad (2.17)$$

donde, esta vez, todos los ángulos, de la misma, se expresarán en:  $[radianes]$ , por el factor:  $[\pi]$  que aparece en ella y recordando que los valores de:  $[R_{Marte} = 3390\ km]$  y  $[H = 378\ km]$ , están definidos en el Apartado 2.1 de este capítulo y que el valor de las distancias oblicuas:  $[R_{i\_s}]$ , se obtendrán de la Tabla 2.3 y el de los ángulos:  $[\eta_{i\_s}]$ , se obtendrán de la Tabla 2.1 y los deberemos pasar a:  $[radianes]$ .

Recordar también que el significado de los subíndices:  $[i]$  y  $[s]$ , será idéntico al que hemos definido anteriormente para la ecuación: (2.15).

De igual modo, las ecuaciones: (2.16) y (2.17), nos permitirán obtener las *superposiciones* (iluminación simultánea del terreno a cubrir), de dos sub-huellas consecutivas y que las calcularemos para comprobar que efectivamente la suma:  $[S]$ , de las:  $[N_s]$  sub-huellas iluminadas (o barridas):  $[S_s]$ , sea superior a los:  $[242\ km]$ , de la huella teórica:  $[S_{teórica}]$ , obtenida en el apartado 2.1 de este capítulo, como un requisito de diseño más, que deberemos cubrir en cada una de las órbitas de nuestra misión.

Los resultados se muestran en la Tabla 2.4 y corroboran que con ello efectivamente cubrimos, por orbita, toda la huella o franja a iluminar:  $[S_{teórica} = 242\ km]$  y además con una superposición mínima y aceptable de las:  $[N_s]$  sub-huellas de nuestro *ScanSAR*.

Marte (geometría esférica)	ángulo de coordenada esférica: $\varphi_{i_s}$ (radianes)			sub-huella: $S_s$ (km)	superposición ángulo $\varphi_{i_s}$ (radianes)		superposición de sub-huellas (km)
	cercano	lejano	medio		cercano	lejano	
sub-huella 1	0,0414	0,0677	0,0546	89,035	0,0000	0,0000	0,000
sub-huella 2	0,0672	0,0867	0,0769	66,277	0,0672	0,0677	1,695
sub-huella 3	0,0857	0,1136	0,0998	94,257	0,0857	0,0867	3,390
<b>Total</b>				249,569			5,085

<b>Total de la huella (km) = 249,569 - 5,085 = 244,484 (km)</b>
---

**Tabla 2.4: Ángulos de coordenadas esféricas: ( $\varphi_{i_s}$ ) y longitudes en rango de las sub-huellas ( $S_s$ ) y de la huella neta ( $S$ ), en geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

## 2.4 Anchura, en acimut, de las cuatro sub-huellas ( $F_{s\_acimut}$ )

Para ello calcularemos, en primer lugar y para *geometría plana*, el ancho de haz a 3 dB, en acimut (plano *along-track*) aplicando la siguiente ecuación:

$$\theta_{3\text{ dB-H}} = 0,88 \cdot \left[ \frac{\lambda}{L_a} \right] \quad (2.18)$$

siempre expresada en *radianes* y en la que, en nuestro caso (de misión a Marte), tendremos:

- [ $f$ ], será la *frecuencia de portadora* de trabajo, definida, por diseño, dentro de la banda C de frecuencias, es decir en el tramo: [*entre 3,7 y 6,425 GHz*] del que habremos elegido: [ $f = 3,7 \cdot 10^9$  (Hz)], por lo que la *longitud de onda* de trabajo valdrá: [ $\lambda = \frac{c}{f} = 0,081$  m]
- [ $L_a = 8$  m], por diseño como ya vimos anteriormente

por lo que, sustituyendo, estos valores, en la ecuación (2,18) tendremos:

$$\theta_{3\text{ dB-H}} = 0,88 \cdot \left[ \frac{0,081}{8} \right]$$

y operando, resultará:

$$\theta_{3 \text{ dB-H}} = 0,00892 \text{ (radianes)} = 0,51 \text{ (}^\circ\text{)}$$

Por otro lado, para calcular el *Diamonds Graph (geometría plana)* de Marte, utilizaremos, según tenemos detallado, en el **Apéndice A**, de este proyecto, esta ecuación:

$$R = \frac{H}{\cos(\gamma)} = \frac{H}{\cos(\eta)} \quad (2.19)$$

de la *distancia oblicua* del sensor al blanco distribuido (o franja de terreno) a iluminar:  $[R]$ , en función del ángulo de incidencia:  $[\eta]$ , que recordamos que en este caso (de *geometría plana*) será coincidente con el ángulo off-nadir:  $[\gamma]$  y que será el valor que sustituiremos, en cada una de las cuatro ecuaciones: (2.4-2.7), que ya definimos, en el Apartado 2.2 de este Capítulo, para evitar las reflexiones propias de los ecos existentes, tanto en la huella (sub-huella, en nuestro caso del *ScanSAR*) como en el punto nadir, de nuestro sistema radar SAR.

De igual modo, en esas mismas cuatro ecuaciones (2.4-2.7), sustituiremos estos datos:

- $[H = 378 \text{ km}]$
- $[R_{\text{Marte}} = 3390 \text{ km}]$

ya definidos en el Apartado 2.1 de este Capítulo, así como estos otros:

- $[\tau = 40 \text{ useg}]$
- $[\Delta = 5 \text{ useg}]$
- $[n = N = 40]$

también definidos en el **Apéndice A** de este Proyecto y fijados, como requisitos de diseño de nuestro estudio.

Tras la resolución, simultánea en la **Aplicación Matlab**, definida y desarrollada en el **capítulo 4** de este proyecto, del sistema de cuatro ecuaciones: (2.4-2.7), una vez sustituido en cada una de ellas el valor de

[ $R$ ], para *geometría plana*, dado en la ecuación (2.19), obtendremos la *Diamonds Graph*, para *geometría plana* de Marte, que será de la forma: [ $\eta = \text{función}(PRF)$ ].

Al igual que vimos, en el mismo Apartado 2.2 de este capítulo, cuando analizamos la *geometría esférica* de Marte, una vez obtenida la *Diamonds Graph* (*geometría plana* de Marte), también precisaremos, estos otros valores ya obtenidos en dicho apartado:

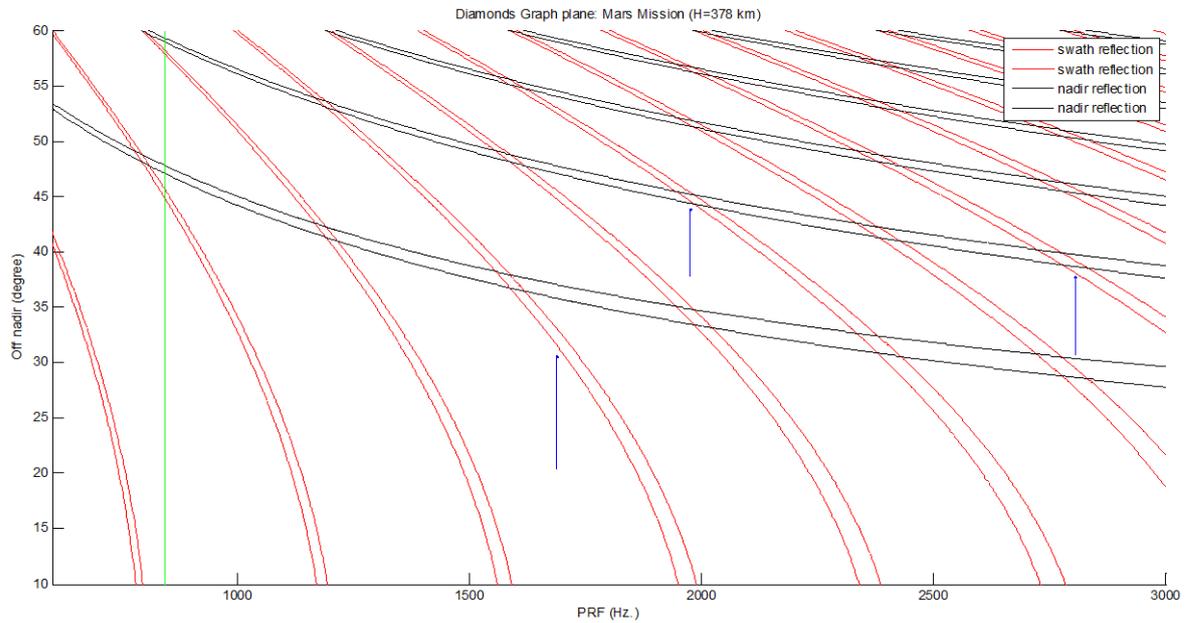
$$PRF_{\text{mínima}} \geq 842,846 \text{ (Hz)}$$

$$\{\gamma_{\text{lejano}_{N_s}} = 45^\circ; \gamma_{\text{cercano}_1} = 20^\circ\}$$

con lo que ya tendremos tanto la *frecuencia de repetición de pulsos* mínima, como el *margen* (teórico) de ángulos de incidencia: [ $\eta$ ] (coincidente con el de ángulos off-nadir: [ $\gamma$ ], en este caso de *geometría plana*), entre los que podremos y deberemos ubicar las líneas verticales (de color *azul*), entre ábacos, trabajando en el *Diamonds Graph*, (*geometría plana*) del planeta Marte.

Con todos los requerimientos previos obtenidos ([ $PRF_{\text{mínima}}$ ], ya definida y marcada, sobre la gráfica, de color *verde* y el *margen* de ángulos de incidencia: [ $\eta$ ] o de off-nadir: [ $\gamma$ ], de referencia ya determinado) procederemos a ubicar, sobre nuestra *Diamonds Graph* (*geometría plana*) del Planeta Marte, las distintas líneas verticales (en este caso de color *azul*), entre ábacos, que nos definirán el número: [ $N_s$ ] y la longitud en *rango*: [ $S_s$ ], de las sub-huellas que nos surjan.

Nuestra solución la hemos plasmado en a Figura 2.2



**Figura 2.2: Diamonds Graph, para geometría plana, de nuestra misión a Marte**

En dicha gráfica (Figura 2.2) tendremos, como resultado, un número de sub-huellas óptimo igual a tres:  $[N_s = 3]$  y la consiguiente Tabla 2.5, que definirá tanto a la frecuencia de repetición de pulsos:  $[PRF_s]$ , como a los ángulos de incidencia u off-nadir:  $[\eta_{near\ o\ cercano_s} = \gamma_{near\ o\ cercano_s}]$ ,  $[\eta_{far\ o\ lejano_s} = \gamma_{far\ o\ lejano_s}]$  y  $[\eta_{mid\ o\ medio_s} = \gamma_{mid\ o\ medio_s}]$ , así como los ángulos de elevación:  $[el_{near\ o\ cercano_s}]$ ,  $[el_{far\ o\ lejano_s}]$  y  $[el_{mid\ o\ medio_s}]$ , para cada una de las tres sub-huellas, comprobándose que efectivamente los valores, de los ángulos de incidencia y off-nadir (en geometría plana) de Marte, quedan comprendidos (es decir ajustados) dentro del *margen* antes calculado de forma teórica y que recordamos era:  $[45^\circ; 20^\circ]$ .

Marte (geometría plana)	PRF <sub>s</sub> (Hz.)	ángulos off-nadir e incidencia: $\gamma_{s\ i} (^\circ) = \eta_{s\ i} (^\circ)$			ángulo de elevación: $el_{s\ i} (^\circ) = 90 - \gamma_{s\ i}$		
		cercano	lejano	medio	cercano	lejano	medio
sub-huella 1	1.687,70	20,23	30,72	25,48	69,77	59,28	64,52
sub-huella 2	2.806,00	30,55	36,93	33,74	59,45	53,07	56,26
sub-huella 3	1.975,80	36,68	43,89	40,29	53,32	46,11	49,71

**Tabla 2.5: Frecuencias de repetición de pulsos: (PRF<sub>s</sub>) y de los ángulos de off-nadir e incidencia: ( $\gamma_{i_s} = \eta_{i_s}$ ) y de elevación: ( $el_{i_s}$ ), en cada sub-huella, para geometría plana, de nuestra misión a Marte**

Por tanto, aplicando la ecuación (2.19):

$$R_{i_s} = \frac{H}{\cos(\gamma_{i_s})} = \frac{H}{\cos(\eta_{i_s})}$$

análoga a la ecuación (2.19), obtendremos la Tabla 2.6, con los resultados de las *distancias oblicuas*, entre sensor y blanco distribuido o franja de terreno a iluminar, para *geometría plana*.

Marte (geometría plana)	ángulos off-nadir e incidencia: $\gamma_{i_s} (^{\circ}) = \eta_{i_s} (^{\circ})$			distancia oblicua: $R_{i_s} \text{ (km)}$		
	cercano	lejano	medio	cercana	lejana	media
sub-huella 1	20,23	30,72	25,48	402,825	439,656	418,675
sub-huella 2	30,55	36,93	33,74	438,839	472,748	454,457
sub-huella 3	36,68	43,89	40,29	471,208	524,246	495,335

**Tabla 2.6: Longitud de las distancias oblicuas: ( $R_{near_s}$ ), ( $R_{far_s}$ ) y ( $R_{mid_s}$ ), en cada sub-huella, para geometría plana, de nuestra misión a Marte**

A partir de los valores hasta ahora obtenidos (del *ancho de haz a 3 dB* en *acimut* y de las *distancias oblicuas* medias, para *geometría plana*), aplicaremos la siguiente ecuación:

$$F_{acimut_s} = \theta_{3\text{ dB-H}} \cdot R_{media\ o\ mid_s} \tag{2.20}$$

para obtener la *longitudes* (o anchos en *acimut*), de cada una de las sub-huellas y que se reflejan en la Tabla 2.7.

Marte (geometría plana)	distancia oblicua media: $R_{m_s}$	ancho de haz a 3 dB en acimut: $\theta_{3\text{ dB-H}}$	anchura de sub-huella, en acimut: $F_{acimut_s} \text{ (km)}$	
	(km)	(radianes)	individual	acumulado
sub-huella 1	418,675	0,0089	3,735	3,735
sub-huella 2	454,457	0,0089	4,054	7,789
sub-huella 3	495,335	0,0089	4,418	12,207

**Tabla 2.7: Anchuras, en la dirección del acimut: ( $F_{acimut_s}$ ), de cada una de las sub-huellas, para geometría plana, de nuestra misión a Marte**

Estos datos calculados, de *anchura* en *acimut*, de cada sub-huella:  $[F_{acimut\_s}]$ , junto con los resultados antes obtenidos (ver Tabla 2.4), para las *longitudes*, en *rango*, de las sub-huellas:  $[S_s]$ , nos dará una idea del área geográfica iluminada, tanto para cada una de las:  $[N_s = 3]$  sub-huellas como para la huella completa (suma de las anteriores):  $[S]$  a iluminar, en cada órbita.

## 2.5 Ventana mínima de recepción, por sub-huella ( $T_{c\_s}$ )

Se definirá como la diferencia, entre el tiempo de propagación del pulso (o del eco) máximo, es decir para el ángulo de incidencia:  $[\eta_{lejano\_s}]$  y el tiempo de propagación del pulso (o del eco) mínimo, es decir para el ángulo de incidencia:  $[\eta_{cercano\_s}]$ , en cada una de las:  $[N_s = 3]$  sub-huellas.

Para obtener su valor aplicaremos, en geometría esférica, la siguiente ecuación:

$$T_{c\_s} = \frac{2 \cdot (R_{s\_lejano} - R_{s\_cercano})}{c} + \tau \quad (2.21)$$

donde:

- $[R_{lejano\_s}]$ , será la *distancia oblicua máxima*, es decir para:  $[\eta_{lejano\_s}]$
- $[R_{cercano\_s}]$ , será la *distancia oblicua mínima*, es decir para:  $[\eta_{cercano\_s}]$
- $[\tau]$ , será la *duración del pulso enviado* que en nuestro caso y como condición de diseño será de:  $[40 \mu seg]$
- $[c]$ , será la *velocidad de la luz*:  $[3 \cdot 10^8 (m/s)]$

obteniéndose tras sustituir, entre otros, los valores conocidos de las *distancias oblicuas* de la Tabla 2.3 en la ecuación (2.21), los resultados reflejados en la Tabla 2.8.

Marte (geometría esférica)	distancia oblicua: $R_{i_s}$ (km)		ventana mínima de recepción: $T_{c_s}$ ( $\mu$ seg)
	cercana	lejana	
sub-huella 1	405,941	448,740	325,341
sub-huella 2	447,813	488,817	313,400
sub-huella 3	486,905	554,841	492,900

**Tabla 2.8: Ventana mínima de recepción: ( $T_{c_s}$ ), en cada una de las tres sub-huellas, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

## 2.6 Ancho de banda ( $BW_{m\acute{a}xima_s}$ ) y Tasa (o velocidad) de datos ( $k_{0_s}$ ), de la se\u00f1al transmitida

El *ancho de banda* m\u00e1ximo (de la se\u00f1al transmitida), en hercios (Hz), para cada una de las sub-huellas, lo obtendremos a partir de la expresi\u00f3n:

$$BW_{m\acute{a}xima_s} = \frac{c}{2 \cdot \delta_r \cdot \text{sen}(\gamma_{m\acute{i}nimo_s})} \quad (2.22)$$

donde:

- [ $c$ ], ser\u00e1 la *velocidad de luz* ( $3 \cdot 10^8$  m/s)
- [ $\delta R_g$ ], ser\u00e1 la *resoluci\u00f3n en rango* y vendr\u00e1 definida, por dise\u00f1o. En nuestro caso (misi\u00f3n a Marte) hemos tomado un valor de: [ $\delta R_g = 5$  m]

Mientras que la *m\u00e1xima tasa de datos* (de la se\u00f1al transmitida), en bits por segundo (bps), para cada una de las sub-huellas, vendr\u00e1 dada por esta otra ecuaci\u00f3n:

$$k_{0_s\ m\acute{a}xima} = 2 \cdot 1,2 \cdot m \cdot BW_{s\ m\acute{a}xima} \cdot \tau \cdot PRF_s \quad (2.23)$$

donde:

- [ $m$ ], ser\u00e1 el n\u00famero de bits precisos para la cuantificaci\u00f3n, que en nuestro caso, tomaremos: [ $m = 8$ ]

- $[\tau]$ , será la duración del pulso transmitido que en nuestro caso y por diseño será de:  $40 \mu\text{seg}$

obteniéndose, tras sustituir los valores ya conocidos en las ecuaciones (2.22) y (2.23), los resultados de ambos parámetros;  $[BW_{m\acute{a}xima_s}]$  y  $[k_{0_s_{m\acute{a}xima}}]$ , que se reflejan en la Tabla 2.9.

Marte (geometría esférica)	PRF <sub>s</sub>	ángulo de incidencia: $\eta_{near_s}$ (°)	ancho de banda máximo:	velocidad o tasa de datos:
	(Hz)	cercano	$BW_{m\acute{a}xima_s}$ (MHz)	$k_{0_s}$ (Mbps)
sub-huella 1	1.984,80	22,60	78,065	118,997
sub-huella 2	2.438,60	34,40	53,100	99,448
sub-huella 3	1.581,10	41,60	45,186	54,869

**Tabla 2.9: Ancho de banda y velocidad (o tasa de datos) de la señal transmitida, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

Volviendo a los datos, obtenidos de la Universitat Politècnica de València que indicamos en el Apartado 2.1 de este capítulo, y dando por hecho que el sensor tomará datos y los subirá (guardará) en la memoria (discos duros) que nuestra misión a Marte tenga dispuestos, durante el tiempo que el satélite complete la totalidad de una órbita, es decir durante:  $[7059 \text{ s/órbita}]$ , ya que, en Marte no hay zonas (como por ejemplo podrían ser océanos y mares, en la Tierra) que no sean objeto de nuestra misión.

Por ello, tendremos la necesidad de tomar datos, de forma continua, durante todo el tiempo que dure la órbita por lo que no habrá, tramos de tiempo “disponibles”, para bajar los datos almacenados en memoria y así poder descargar parcialmente, sus discos duros, durante su transcurso (nos referimos al de la órbita)

En nuestro caso, consideraremos, para así evitar más complejidad, que los datos que se tomen, durante una órbita completa, se bajarán de un modo independiente a su captura por lo que solo nos preocuparemos de la capacidad de memoria necesaria para poder almacenar los datos recogidos durante dicha órbita.

Por tanto, deberemos multiplicar la velocidad obtenida, de cada una de las sub-huellas: [ $k_{0s\_m\acute{a}xima}$ ], y que están recogidos en la Tabla 2.9, por el tiempo de captura de datos: [7059 s/órbita], en cada órbita y después dividiremos el resultado obtenido por el factor de cuantificación que recordamos era: [ $m = 8$ ].

Por último sumaremos las: [ $N_s = 3$ ] capacidades de memoria requeridas (en Gbits) y le daremos un margen de seguridad de un 20%, resultando, finalmente, tanto las capacidades parciales como la total más el 20% de seguridad, las que se reflejan en la Tabla 2.10.

Marte (geometría esférica)	velocidad o tasa de datos: $k_{0s}$ (Mbps.)	requerimiento capacidad de memoria por orbita (Gbits)
sub-huella 1	118,997	105,150
sub-huella 2	99,448	87,876
sub-huella 3	54,869	48,484
<b>Suma</b>	<b>273,314</b>	<b>241,510</b>
<b>1,2·Suma</b>		<b>289,812</b>

**Tabla 2.10: Requisitos de capacidad de memoria (en Gb.), precisos por órbita, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

## 2.7 Máximo tiempo de integración ( $T_s$ ) y Mínimo número de ecos recibidos ( $N_s^{ecos}$ ), para cada una de las sub-huellas, en geometría plana

El *máximo tiempo de integración*, para cada sub-huella, se definirá como el tiempo que tarda el satélite en cruzar dicha sub-huella, en la dirección de *acimut* y vendrá determinado por la ecuación:

$$T_s = \frac{F_{acimut\_s}}{v_{satelite}} \quad (2.24)$$

donde:

- $[F_{acimut_s}]$ , será la anchura de cada una de las sub-huellas, en el plano *along-track* o *acimut*, cuyos valores ya hemos calculado y reflejado en la Tabla 2.7, del Apartado 2.4, de este Capítulo
- $[v_{satelite}]$ , será la velocidad lineal del satélite a analizar y cuyo valor también hemos determinado, a partir de la ecuación (2.8), del Apartado 2.2 de este mismo Capítulo, resultando ser esta:  $[v_{satelite} = 3,3714 \text{ km/s}]$ , en nuestra misión a Marte

plasmándose, tras sustituir los valores conocidos en la ecuación (2.24), los resultados obtenidos de:  $[T_s]$ , en la Tabla 2.11.

Por otro lado, el *mínimo números de ecos recibidos*, también para cada una de las sub-huellas, vendrá dado por esta otra ecuación:

$$N_s^{ecos} = \text{parte entera} \left[ \frac{PRF_s \cdot \text{mínimo}_{s=1:N_s}(T_s)}{N_s} \right] + 1 \quad (2.25)$$

donde:

- $[PRF_s]$ , será la *frecuencia de repetición de pulsos*, en geometría plana, para cada una de las sub-huellas, cuyos valores ya hemos calculado y reflejado en la Tabla 2.5, del Apartado 2.4 de este capítulo
- $[\text{mínimo}_{s=1:N_s}(T_s)]$ , será el valor mínimo del *máximo tiempo de integración*, para cada una de las sub-huellas, cuyo valor habremos determinado anteriormente, a partir de la ecuación (2.24) de este mismo apartado y posteriormente reflejados en la Tabla 2.11. En nuestro caso, corresponderá al de la sub-huella:  $[s = 1]$
- $[N_s]$ , será el número de sub-huellas, de nuestro *ScanSAR*, cuyo valor ya habremos determinado en el Apartado 2.4 de este Capítulo y que en nuestro caso, de la misión a Marte, recordamos que:  $[N_s = 3]$

reflejándose los resultados de:  $[N_s^{ecos}]$ , tras haber sustituido los valores conocidos en la ecuación (2.25), también en la Tabla 2.11.

Marte (geometría plana)	PRF <sub>s</sub>	anchura de sub-huella, en acimut: F <sub>acimut<sub>s</sub></sub> (km)	máximo tiempo de integración:	número máximo de ecos recibidos por sub-huella:
	(Hz)	individual	T <sub>s</sub> (seg)	N <sub>s</sub> <sup>ecos</sup>
sub-huella 1	1.687,70	3,735	1,108	624
sub-huella 2	2.806,00	4,054	1,202	1.037
sub-huella 3	1.975,80	4,418	1,310	730

**Tabla 2.11: Máximo tiempo de integración (T<sub>s</sub>) y Mínimo número de ecos recibidos (N<sup>ecos</sup><sub>s</sub>), de cada sub-huella, para geometría plana, de nuestra misión a Marte**

## 2.8 Anchuras de antena (para cada sub-huella y real, para el dimensionado), en la dirección across-track o de rango, para geometría esférica

La anchura de la antena (en across-track o rango): [W<sub>s</sub>], para cada una de las: [N<sub>s</sub> = 3] sub-huellas, podremos obtenerla a partir de la ecuación:

$$W_s = \frac{\lambda \cdot H}{S_s \cdot \cos^2(\gamma_{medio_s})} \quad (2.26)$$

donde:

- [λ], será la *longitud de onda*, a la frecuencia de trabajo, es decir:  $[\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{3,7 \cdot 10^9} = 0.081 \text{ m}]$ , siendo: [c], la velocidad de la luz: [3 · 10<sup>8</sup> (m/s)]
- [H], será la *altura del satélite*, sobre la superficie de Marte, que será un dato conocido y cuyo valor obtenido, en el apartado 2.1 de este capítulo, recordamos que ha resultado: [H = 378 km]
- [S<sub>s</sub>], será la *longitud de cada una de las sub-huellas* (en across-track o rango), cuyo valor habremos obtenido en el apartado 2.3 de este capítulo, en concreto en la Tabla 2.4
- [γ<sub>s\_medio</sub>], será el *ángulo de off-nadir medio*, para geometría esférica, en cada sub-huella, obtenido en el apartado 2.2 de este mismo capítulo, en concreto en la Tabla 2.2

Mientras que la *anchura real de la antena* (en *across-track* o *rango*):  $[RW]$ , para todas las sub-huellas, podremos obtenerla a partir de la expresión:

$$RW = \frac{\text{máximo}(W_s)}{\cos(\psi_s - \gamma_{\text{medio}_s})} \quad (2.27.a)$$

donde, en la práctica, el *ángulo de apuntamiento*, por sub-huella:  $[\psi_s]$ , se puede considerar coincidente con el ángulo de off-nadir medio de la huella:  $[\gamma_{s\_medio}]$ , por lo que en realidad la ecuación nos quedará:

$$RW = \text{máximo}(W_s) \quad (2.27.b)$$

obteniéndose en definitiva, tras sustituir los valores conocidos en la ecuación (2.26), para *geometría esférica* de Marte, los datos que se reflejan en la Tabla 2.12.

Marte (geometría esférica)	ángulo de off-nadir: $\gamma_{i s} (^{\circ})$			longitud en rango de la sub-huella: $S_s$ (km)	anchura de la antena: $W_s$ (m)	dimensionado de la anchura de antena: $RW$ (m)
	cercano	lejano	medio			
sub-huella 1	20,23	30,72	25,48	89,035	0,422	0,635
sub-huella 2	30,55	36,93	33,74	66,277	0,635	0,635
sub-huella 3	36,68	43,89	40,29	94,257	0,559	0,635

**Tabla 2.12: Anchuras, por sub-huella y para el dimensionado, de la antena:  $(W_s)$  y  $(RW)$ , en geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

Una vez obtenidas las *anchuras de antena*:  $[W_s]$ , para cada una de las:  $[N_s = 3]$  sub-huellas, podremos calcular también su valor (**aproximado**) a partir de los valores de *los anchos de haz a 3dB*, en *across-track* o *rango*, a partir de la ecuación:

$$\theta_{3dB\_V\_s} \approx 0,88 \cdot \left[ \frac{\lambda}{W_s} \right] \quad (2.28.a)$$

expresada siempre en: [radianes] y adecuándola, nos resultará esta otra:

$$W_s \approx 0,88 \cdot \left[ \frac{\lambda}{\theta_{3dB_{V_S}}} \right] = 0,88 \cdot \left[ \frac{\lambda}{(\gamma_{lejano_s} - \gamma_{cercano_s})} \right] \quad (2.28.b)$$

reflejándose, tras sustituir valores ya conocidos en la ecuación (2.28.b), los resultados obtenidos en la Tabla 2.13.

Marte (geometría esférica)	ángulo de off-nadir: $\gamma_{i_s}$ (radianes)			anchura de la antena:	dimensionado de la anchura de antena:
	cercano	lejano	diferencia	$W_{aproximada_s}$ (m)	$RW_{aproximada}$ (m)
sub-huella 1	0,3531	0,5361	0,1830	0,390	0,642
sub-huella 2	0,5332	0,6443	0,1111	0,642	0,642
sub-huella 3	0,6402	0,7660	0,1258	0,567	0,642

**Tabla 2.13: Anchuras aproximadas, por sub-huella y para el dimensionado, de la antena: ( $W_{aproximada_s}$ ) y ( $RW_{aproximada}$ ), en geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

Si ahora comparamos, las Tablas 2.12 y 2.13, se observa que los valores obtenidos, en cada una de ellas, para la anchura real de la antena (en rango): [ $RW$ ] y [ $RW_{aproximada}$ ], es decir las que nos interesan para el dimensionado, serían: [ $0,668\text{ m}$ ] y [ $0,642\text{ m}$ ], respectivamente, por lo que confirmamos que la aproximación ha sido buena y tomamos como valor definitivo: [ $RW = 0,668\text{ m}$ ]

Por último y a partir del valor obtenido de la anchura real de la antena: [ $RW = 0,668\text{ m}$ ], para geometría esférica de Marte y dado que también tenemos fijado, en nuestra misión a dicho Planeta, el valor de la longitud física, en along-track o acimut, de la misma: [ $L_a = 8\text{ m}$ ], podremos calcular el área física de la antena: [ $A_{física\ antena}$ ], a partir de la ecuación:

$$A_{física\ antena} = RW \cdot L_a \quad (2.29)$$

resultando, en nuestro caso (*geometría esférica* de Marte), un valor de *área física*: [ $A_{física} = 5,34 \text{ m}^2$ ] y por tanto también obtendremos el *área efectiva* de la misma [ $A_{efectiva \text{ antena}}$ ], a partir de esta otra ecuación:

$$A_{efectiva \text{ antena}} = \rho \cdot A_{física \text{ antena}} \quad (2.30)$$

obteniéndose, en nuestro caso (misión a Marte), para una eficiencia: [ $\rho = 0,9$ ], dada como requisito de diseño, un valor de *área efectiva* de la antena: [ $A_{efectiva} = 4,81 \text{ m}^2$ ], para *geometría esférica* del Planeta Marte.

## 2.9 Ganancia de la antena [ $G_s(\theta, \phi)$ ], para cada sub-huella

Según lo visto en el **Apéndice C**, de este proyecto, para una antena de radiación uniforme y de apertura rectangular, como es nuestro caso, el cálculo, necesario para obtener el valor de la ganancia de dicha antena: [ $G_s(\theta, \phi)$ ], en cada una de las: [ $N_s = 3$ ] sub-huellas, lo diferenciaremos en dos planos distintos:

- plano en *acimut* (*along-track*), a partir de la ecuación:

$$G_s(0, \phi) = G_{0_s} \cdot \hat{E}_s^2(0, \phi) = G_{0_s} \cdot \text{sinc}^2 \left[ \left( \frac{\pi \cdot L_a}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}(\phi_s) \right] \quad (2.31)$$

- plano en *rango* (*across-track*), a partir de la ecuación:

$$G_s(\theta, 0) = G_{0_s} \cdot \hat{E}_s^2(\theta, 0) = G_{0_s} \cdot \text{sinc}^2 \left[ \left( \frac{\pi \cdot W_s}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}(\gamma_s - \gamma_{medio_s}) \right] \quad (2.32)$$

donde, en ambos planos, el valor de la *ganancia máxima* será coincidente y de valor: [ $G_{0_s}$ ], el cual obtendremos a partir de esta ecuación:

$$G_{0_s} = \rho \cdot \frac{4 \cdot \pi}{[\lambda^2 / (W_s \cdot L_a)]} = \left( \frac{4 \cdot \pi}{\lambda^2} \right) \cdot [\rho \cdot (W_s \cdot L_a)] \quad (2.33.a)$$

y operando en ella, obtenemos esta otra:

$$G_{0_s} = \left( \frac{4 \cdot \pi}{\lambda^2} \right) \cdot [\rho \cdot A_{física_s}] = \left( \frac{4 \cdot \pi}{\lambda^2} \right) \cdot A_{efectiva_s} \quad (2.33.b)$$

cuyos valores conoceremos, bien por la Tabla 2.13, del apartado 2.8 de este capítulo, para el caso de:  $[W_s]$ , en cada una de las:  $[N_s = 3]$  sub-huellas o bien por condiciones de diseño, para el caso de:  $[\lambda]$ ,  $[\rho]$  y  $[L_a]$ .

Su valor (el de:  $[G_{0_s}]$ ) también podremos expresarlo en dB's, a partir de esta otra partir expresión:

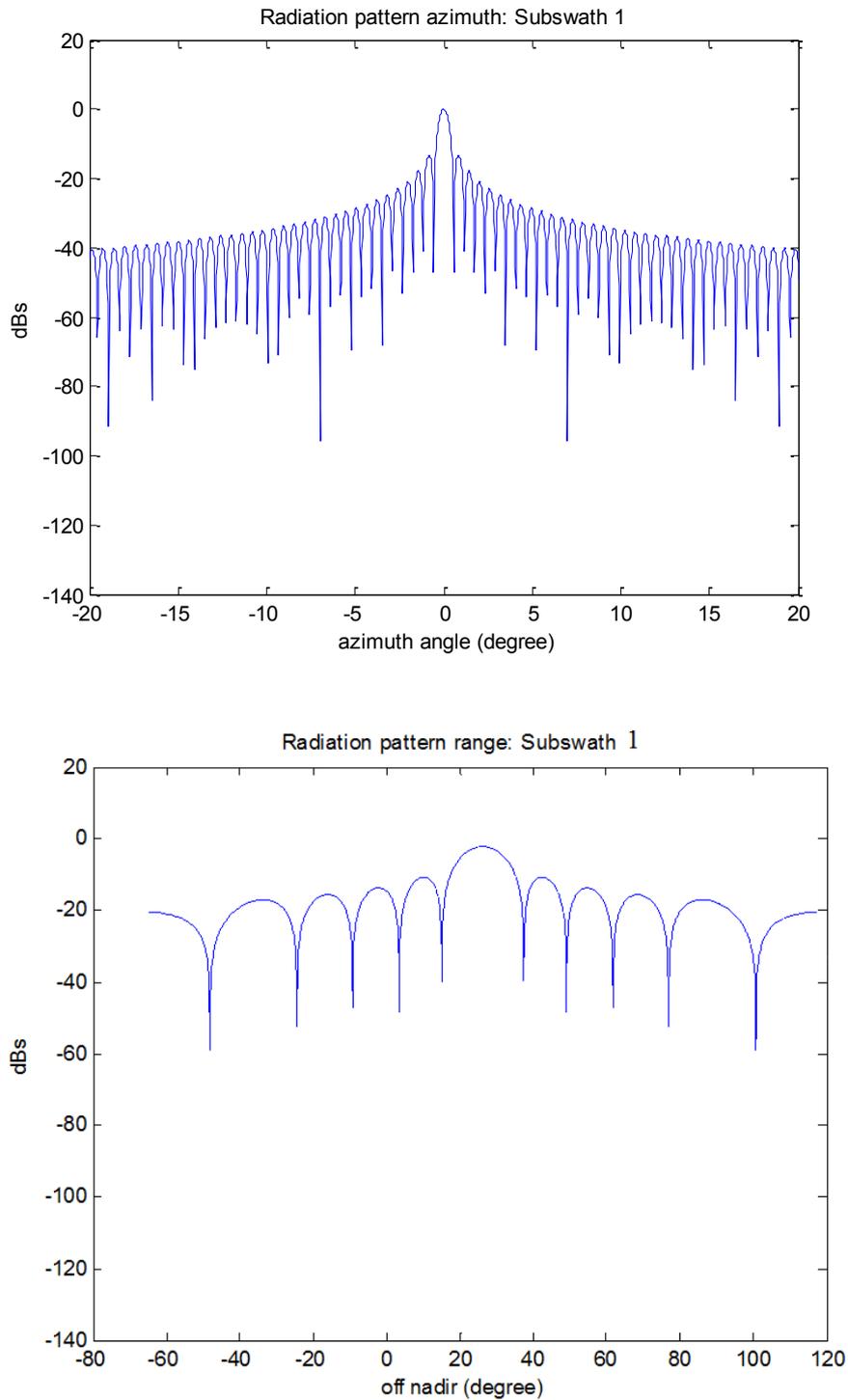
$$G_{0_s}(\text{dB}) = 10 \cdot \log_{10} (G_{0_s}) \quad (2.33.c)$$

Los resultados obtenidos, para el valor máximo de la ganancia de antena, en cada una de las:  $[N_s = 3]$  sub-huellas:  $[G_{0_s}]$ , en nuestro caso de misión a Marte, con los distintos valores de área física de antena:  $[W_s, 8]$ , en cada una de dichas sub-huellas, se muestran en la Tabla 2.14.

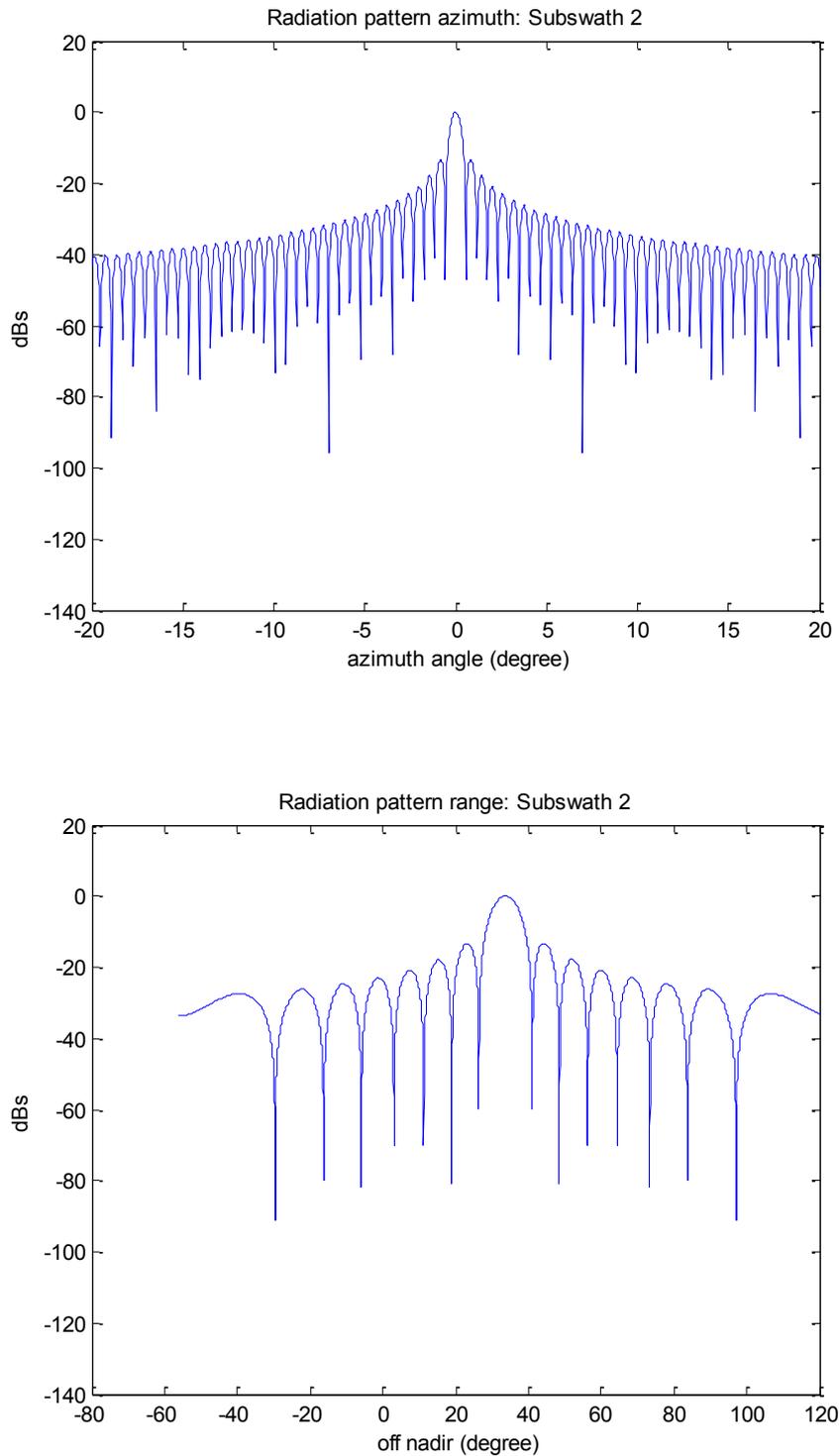
Marte (geometría esférica)	anchura de la antena: $W_s$ (m)	ganancia máxima de antena: $G_{0_s}$ (adimensional)	ganancia máxima de antena: $G_{0_s}$ (dB)
sub-huella 1	0,422	5.819,488	37,649
sub-huella 2	0,668	8.756,813	39,423
sub-huella 3	0,559	7.708,753	38,870

**Tabla 2.14: Ganancia máxima, por sub-huella, de la antena: ( $G_{0_s}$ ), para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

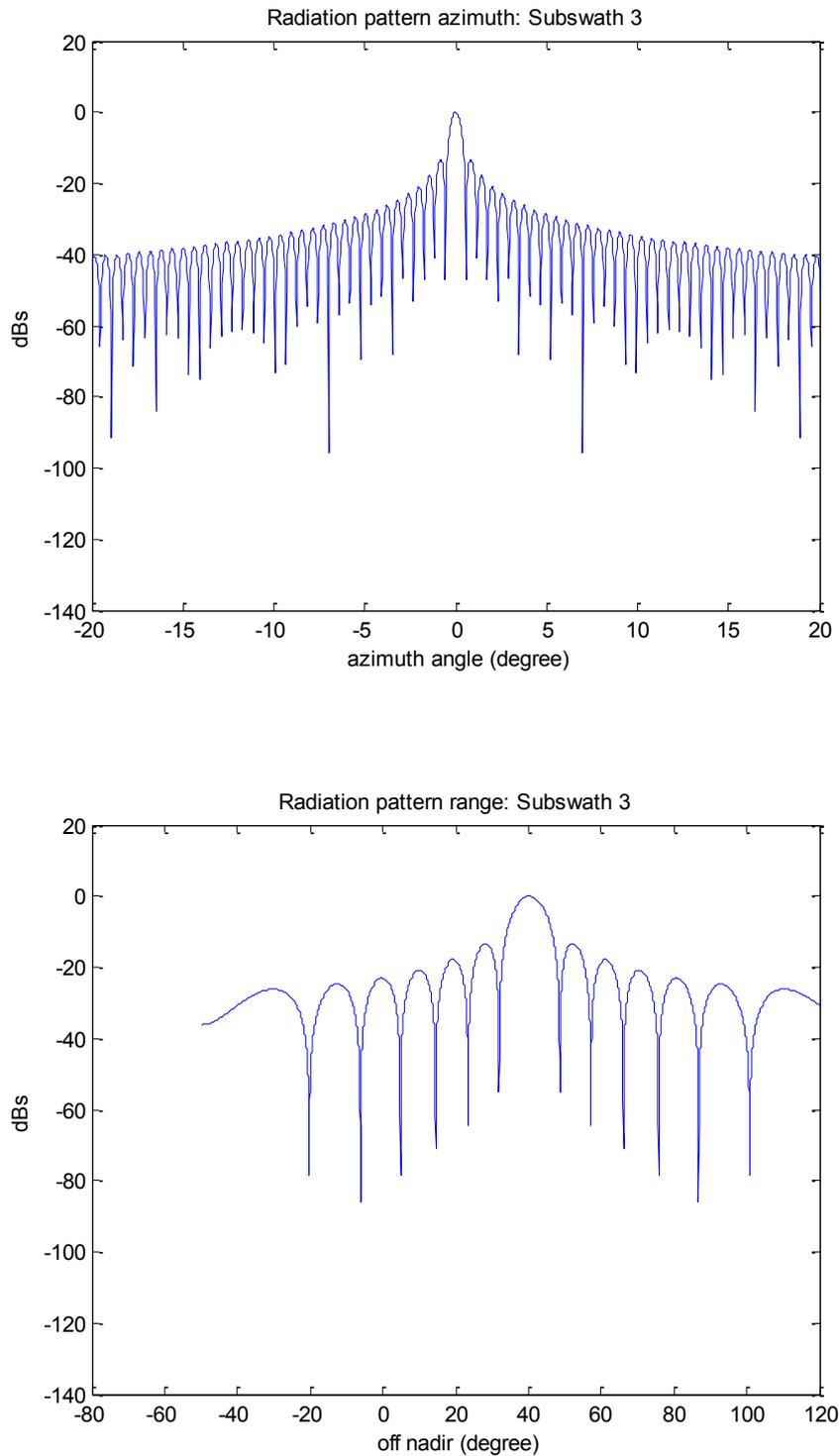
Finalmente y tras operar con la Aplicación Matlab, definida y detallada en el **capítulo 4**, en las ecuaciones (2.31) y (2.32), representaremos, en cada una de las:  $[N_s = 3]$  sub-huellas, los *diagramas de radiación, normalizados*, es decir:  $[\hat{E}_s^2(\theta, \phi)]$ , en ambos planos (*acimut*:  $[\hat{E}_s^2(0, \phi)]$  y *rango*:  $[\hat{E}_s^2(\theta, 0)]$ ), en las Figuras: 2.3 (a y b), 2.4 (a y b) y 2.5 (a y b).



**Figura 2.3 (a y b): Diagramas de radiación normalizados, de la antena, en acimut:  $[\hat{E}_1^2(\theta, \phi)]$  y rango:  $[\hat{E}_1^2(\theta, 0)]$ , de la sub-huella 1, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**



**Figura 2.4 (a y b): Diagramas de radiación normalizados, de la antena, en acimut:  $[\hat{E}_2^2(\theta, \phi)]$  y rango:  $[\hat{E}_2^2(\theta, 0)]$ , de la sub-huella 2, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**



**Figura 2.5 (a y b): Diagramas de radiación normalizados, de la antena, en acimut:  $[\hat{E}_3^2(\theta, \phi)]$  y rango:  $[\hat{E}_3^2(\theta, 0)]$ , de la sub-huella 3, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

## 2.10 Potencia media de Transmisión ( $P_{tx\_media\_s}$ )

Para obtener la *Potencia media de transmisión*, para cada sub-huella, utilizaremos la ecuación:

$$P_{tx\_media\_s} = P_{pico} \cdot \tau \cdot PRF_s \quad (2.34)$$

donde:

- [ $P_{pico}$ ], será la *potencia de pico transmitida*, que vendrá fijada por diseño y que en nuestro caso tendrá un valor fijado de: [ $P_{pico} = 3 \text{ kW}$ ]
- [ $\tau$ ], será la *duración del pulso transmitido*, que también vendrá fijada por diseño y que recordamos era: [ $40 \mu\text{seg}$ ]
- [ $PRF_s$ ], será la *frecuencia de repetición de pulsos*, para cada sub-huella, que habremos obtenido en el apartado 2.2 de este capítulo, en concreto en la Tabla 2.1

y los valores obtenidos, tras aplicar los valores conocidos en la ecuación (2.34), para nuestro caso de misión a Marte, se muestran en la Tabla 2.15.

Marte (geometría esférica)	PRF <sub>s</sub>	potencia transmitida media: $P_{tx\_media\_s}$
	(Hz)	(Wattios)
sub-huella 1	1.984,80	238,176
sub-huella 2	2.438,60	292,632
sub-huella 3	1.581,10	189,732

**Tabla 2.15: Potencia media transmitida ( $P_{tx\_media\_s}$ ), de cada sub-huella, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

## 2.11 Sección recta radar del blanco distribuido ( $\sigma_s^0$ ), en cada sub-huella

Se define como la *sección recta radar*, normalizada a  $1 \text{ m}^2$ , del blanco distribuido o franja de terreno a iluminar, por nuestro radar (SAR), en cada una de las sub-huellas a considerar.

Por ello, será un factor que nos dará una idea de que porcentaje de la energía incidente, sobre el blanco o terreno distribuido a iluminar en cada una de las sub-huellas, será capaz de reflejar dicho blanco distribuido.

En definitiva nos dará la pérdida (en dB) de la potencia reflejada, frente a la incidente.

Por tanto, dependerá de:

- el coeficiente de reflexión, del blanco o terreno iluminado, en cada una de las sub-huellas
- la banda de frecuencias de trabajo y que vendrá dada por diseño. En nuestro caso, la frecuencia que hemos elegido será:  $[f = 3,7 \text{ GHz}]$ , dentro de la banda C:  $[de 3,7 \text{ a } 6,425 \text{ GHz}]$
- y del ángulo de incidencia a lo largo de la sub-huella:  $[\eta_s]$ , expresado en radianes

La ecuación, que en realidad será una *patente* (que nos vendrá dada directamente en dB), será:

$$\sigma_s^0 = P_1 + P_2 \cdot e^{-(P_3 \cdot \eta_s)} + P_4 \cdot \cos(P_5 \cdot \eta_s + P_6) \quad (2.35)$$

recordamos que dada directamente en dB y donde los seis coeficientes de la patente:  $[de P_1 \text{ a } P_6]$ , que seleccionaremos, en la Tabla D.1, del **Apéndice D** de este proyecto, dependerán:

- del tipo de terreno
- así como del tipo de polarización empleado en las antenas, que en nuestro caso será: [H-H], es decir horizontal tanto para el transmisor como para el receptor

eligiendo, para nuestro caso de misión a Marte, la opción que se indica en la Tabla 2.16.

Tipo de terreno y polarización	P1	P2	P3	P4	P5	P6
suelo (soil) H-H	-24,885	26,351	1,146	0.204	0,000	0,000

**Tabla 2.16: Parámetros, para el tipo de terreno, polarización (H-H) y frecuencia de trabajo (Banda C), de nuestra misión a Marte**

Su valor medio:  $[\sigma_{medio\_s}^0(\eta_{medio\_s})]$ , en dB, para cada una de nuestras tres sub-huellas, obtenido tras sustituir los parámetros:  $[P_1]$  a  $[P_6]$  así como el valor medio del ángulo de incidencia:  $[\eta_{medio\_s}]$ , en la ecuación (2.35), lo podremos ver en la Tabla 2.17.

Marte (geometría esférica)	ángulo de incidencia: $\eta_{medio\_s}$ (radianes)	sección rectar radar sub-huella: $\sigma_s^0(\eta_{medio\_s})$ (dB)
sub-huella 1	0,4992	-9,575
sub-huella 2	0,6658	-12,135
sub-huella 3	0,8029	-13,913

**Tabla 2.17: Sección recta radar del blanco distribuido, en el punto medio de cada sub-huella:  $[\sigma_s^0(\eta_{medio\_s})]$ , para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

## 2.12 Relación de la potencia media transmitida ( $P_{tx\_media\_s}$ ) con la longitud física, en acimut, de la antena ( $L_a$ ), de la antena, para una radar tipo SAR

A partir de la ecuación para radares SAR (de captura de imágenes), obtenida en el **Apéndice E** de este proyecto:

$$P_{tx\_media\_s} = [R_{media\_s}^3 \cdot \text{sen}(\eta_{medio\_s}) \cdot BW_{m\acute{a}xima\_s}] \cdot \left[ \frac{SNR_o(SAR) \cdot 16 \cdot \pi \cdot v_{sat\acute{e}lite} \cdot \lambda \cdot k \cdot F_{op} \cdot T_0}{\rho^2 \cdot W_s^2 \cdot c \cdot \sigma_s^0(\eta_{medio\_s})} \right] \cdot \left( \frac{1}{L_a^2} \right) \quad (2.36.a)$$

o mejor aún, desde esta otra:

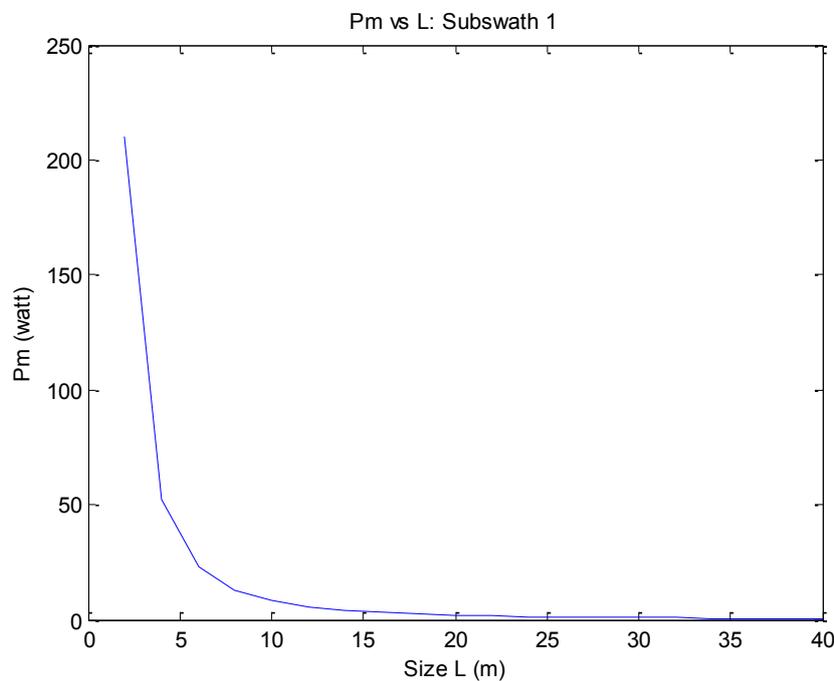
$$P_{tx\_media\_s} = [R_{media\_s}^3 \cdot \text{sen}(\eta_{medio\_s}) \cdot BW_{m\acute{a}xima\_s}] \cdot \left[ \frac{10^{[SNR_o(SAR)]/10} \cdot 16 \cdot \pi \cdot v_{sat\acute{e}lite} \cdot \lambda \cdot k \cdot 10^{[F_{op}]/10} \cdot T_0}{\rho^2 \cdot W_s^2 \cdot c \cdot 10^{[\sigma_s^0(\eta_{medio\_s})]/10}} \right] \cdot \left( \frac{1}{L_a^2} \right) \quad (2.36.b)$$

en la que consideraremos:

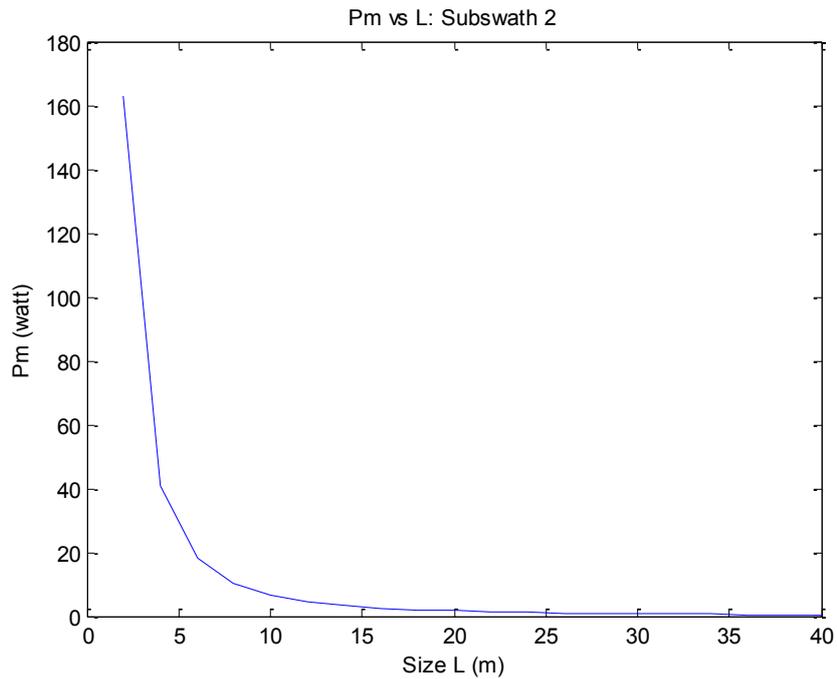
- los valores medios de:  $[R_{media\_s}]$ ,  $[\eta_{medio\_s}]$  y  $[\sigma_s^0(\eta_{medio\_s})]$ , que ya hemos obtenido, para cada una de las tres sub-huellas, en las Tablas 2.3, 2.1 y 2.17, respectivamente
- los valores obtenidos de:  $[BW_{m\acute{a}xima\_s}]$  y  $[W_s]$ , para cada una de las tres sub-huellas, en las Tablas 2.9 y 2.13, respectivamente
- como datos (conocidos y/u obtenidos o fijados por diseño) los valores de:  $[v_{sat\acute{e}lite}]$ ,  $[\lambda]$ ,  $[\rho]$  y  $[c]$
- $[k]$ , sera la *constante de Boltzman*:  $[1,38 \cdot 10^{-23} \text{ (J/K)}]$
- $[F_{op}]$ , sera la *figura de ruido* que nos mida el efecto de todos los factores y/o fuentes ruidosas que influyan en el receptor. Su valor: *[adimensional o en dB]* nos vendrá también fijado por diseño y en nuestro caso sera:  $[F_{op} = 4 \text{ dB}]$
- $[T_o]$ , sera la *temperatura ambiente*, en grados kelvin, del receptor. Su valor vendrá fijado en:  $[T_o = 290K]$
- $[SNR_o(SAR)]$ , sera la *relación señal a ruido a la salida* de nuestro receptor (del sistema radar tipo SAR). Su valor: *[adimensional o en dB]* vendrá fijado por diseño y en nuestro caso sera:  $[SNR_o(SAR) = 10 \text{ dB}]$ .

Y utilizando la **Aplicación Matlab**, en la ecuación (2.36.b), con los datos anteriormente indicados, obtendremos las gráficas, una por cada sub-huella, del valor de la *potencia media transmitida*:  $[P_{tx\_media\_s}]$ , a partir de la *longitud física*, en *acimut*, de la antena:  $[L_a]$ .

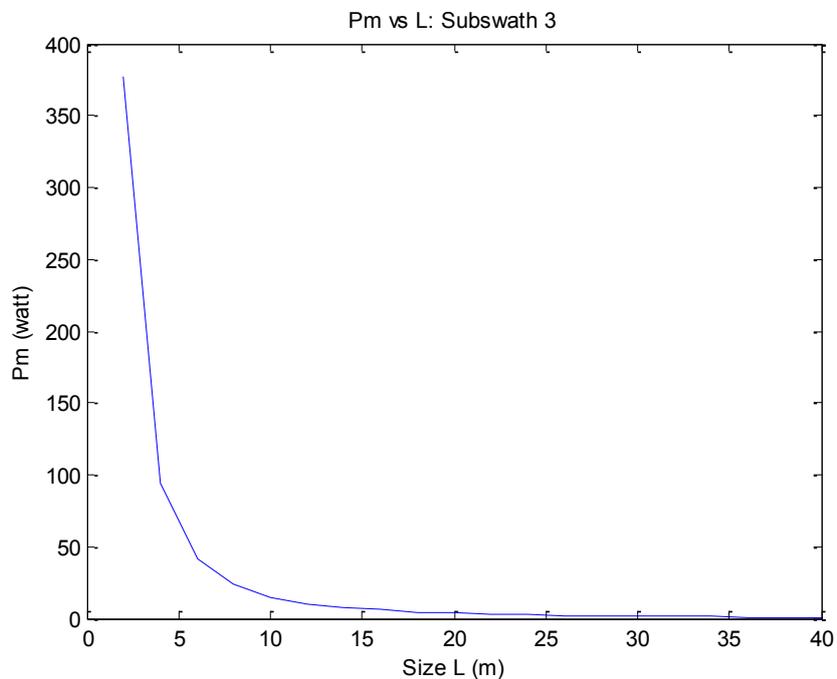
Las gráficas obtenidas, en las Figuras 2.6-2.8, nos darán una relación, entre estos dos parámetros que habremos de analizar y posteriormente comparar con los valores que ya obtuvimos, para:  $[P_{tx\_media\_s}]$ , en la Tabla 2.15. del apartado 2.10 de este capítulo.



**Figura 2.6: Relación entre la potencia media transmitida ( $P_{tx\_media\_1}$ ) y la longitud física de la antena, en acimut ( $L_a$ ), en las sub-huella 1, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**



**Figura 2.7: Relación entre la potencia media transmitida ( $P_{tx\_media\_2}$ ) y la longitud física de la antena, en acimut ( $L_a$ ), en las sub-huella 2, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**



**Figura 2.8: Relación entre la potencia media transmitida ( $P_{tx\_media\_3}$ ) y la longitud física de la antena, en acimut ( $L_a$ ), en las sub-huella 3, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

Como decíamos, previamente a lo obtenido, en este mismo apartado, calculamos ahora, con las ecuaciones del apartado 2.10 de este Capítulo, a partir de los valores de:

- la potencia de pico: [ $P_{pico} = 3 \text{ kW}$ ], fijada por diseño
- de la frecuencia de repetición de pulsos: [ $PRF_s$ ], para cada sub-huella y que tenemos reflejados en la Tabla 2.1, del apartado 2.2 de este capítulo

unos valores de la *potencia media de transmisión*: [ $P_{tx\_media\_s}$ ], que según vimos, en la Tabla 2.15, estaban comprendidos en el siguiente tramo: [*de 190 a 295 Watios*], por lo que a partir de las gráficas que acabamos de obtener: [*de la 2.6 a la 2.8*], podríamos conseguirlos utilizando unos valores menores de la *longitud física*, en *acimut*, de la antena que la que hemos fijado por diseño y que recordamos era: [ $L_a = 8 \text{ m}$ ].

Por ejemplo, a grandes rasgos y siempre a partir de las gráficas obtenidas: [*de la 2.6 a la 2.8*], podríamos haber fijado, para lograr las mismas potencias medias transmitidas, por sub-huella: [ $P_{tx\_media\_s}$ ], un valor de: [ $L_a = 5 \text{ m}$ ], con lo que además lograríamos mejorar la *resolución en acimut*: [ $\delta x$ ], que como sabemos, en un sistema radar tipo SAR, es la mitad de dicha *longitud física* de la antena en *acimut*: [ $L_a$ ].

Aunque en realidad con el valor de: [ $L_a = 8 \text{ m}$ ], fijado por diseño, solo requeriríamos una potencia media de transmisión, por sub-huella, en torno a: [ $P_{tx\_media\_s} \leq 30 \text{ Watios/sub\_huella}$ ], en nuestro caso y aun a sabiendas de perder en *resolución en acimut*: [ $\delta x$ ], hemos preferido asegurar un tamaño por exceso, para la longitud física de antena, en *acimut*: [ $L_a$ ], para así asegurarnos el poder trabajar independientemente de:

- nuestras elevadas *frecuencias de repetición de pulsos*: [ $PRF_s$ ]
- e incluso de si decidiésemos, por cualquier causa, variar el valor de la *potencia de pico*: [ $P_{pico}$ ]

### 2.13 Ruido equivalente sigma-cero (NESZ o $NE\sigma^0$ o Noise Equivalent Sigma Zero)

Este parámetro, se define como el valor de la *sección recta radar*, normalizada a  $1 \text{ m}^2$  del blanco distribuido o franja de terreno (o huella o

*swath*) a cubrir, en cada una de nuestras sub-huellas, cuando la *relación señal a ruido*, a la salida del receptor de nuestro radar tipo (SAR):  $[SNR_o (SAR)]$ , sea la unidad (adimensional).

Por tanto lo representaremos a partir de esta ecuación:

$$NESZ_s = NE\sigma_s^0 = \sigma_s^0 \Big|_{SNR_o(SAR)=1} \quad (2.37.a)$$

lo que en realidad nos dará una medida de la *relación ruido a señal*, en función del ángulo de incidencia:  $[\eta_s]$ , para cada una de nuestras tres sub-huellas (es decir lo inverso a lo que estamos acostumbrados, al definir la *calidad de servicio* de un sistema, ya que y a grandes rasgos, en el numerador irán las pérdidas y en el denominador las ganancias). Por ello interesará que su valor sea lo más pequeño que nos sea posible.

Su ecuación, obtenida en detalle en el **Apéndice F** de este proyecto, será:

$$NESZ_s = \left\{ \frac{4 \cdot (4 \cdot \pi)^3 \cdot v_{satélite} \cdot \left[ k \cdot 10^{\left[ \frac{F_{op}}{10} \right]} \cdot T_0 \right] \cdot 10^{\left[ \frac{2 \cdot L_{cable}}{10} \right]}}{c \cdot \lambda^3} \right\} \cdot \left\{ \frac{R_s^3 \cdot \text{sen}(\eta_s) \cdot BW_{máxima\_s}}{P_{tx\_media\_s} \cdot G_s^2(\theta, 0)} \right\} \quad (2.37.b)$$

en cuya ecuación conocemos todos los parámetros y/o variables, salvo el del valor de las pérdidas en los cables (tanto para el transmisor como para el receptor, de ahí que su factor aparezca, en la anterior ecuación, como un término al cuadrado) :  $[L_{cables}^2]$ , al que le daremos, por diseño, un valor de:  $[L_{cables} = 2 \text{ dB}]$ .

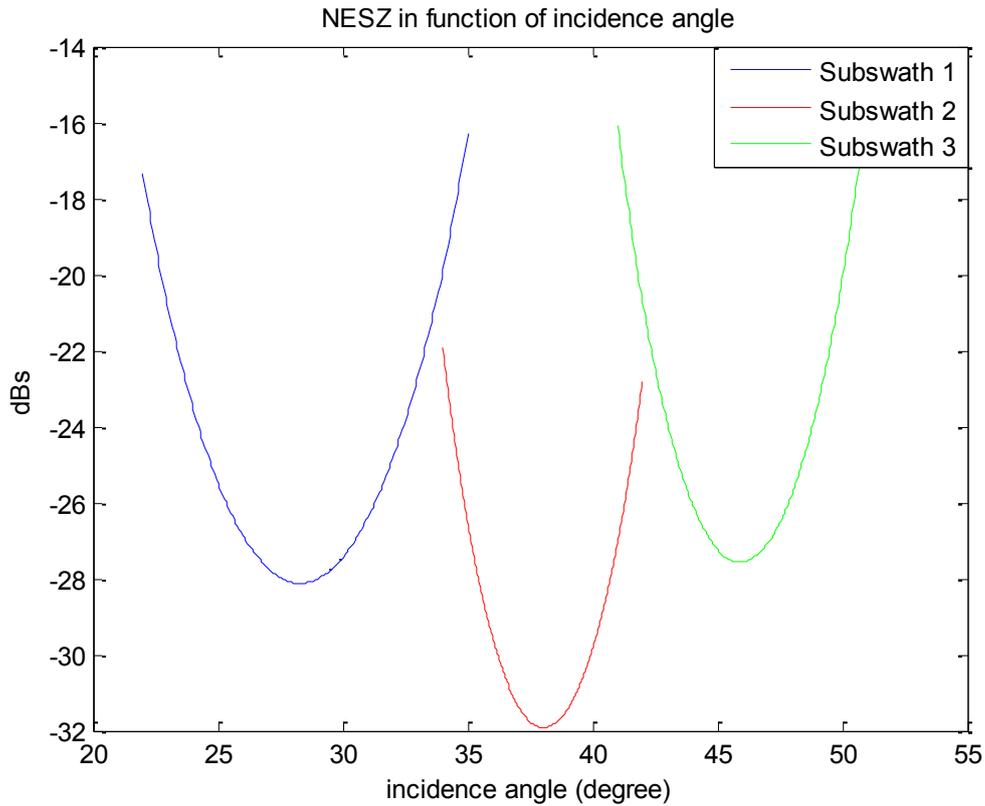
Como nos interesará obtener (el valor de cada:  $[NESZ_s]$ ) expresado en dB, ya que es de ese modo como nos impondrán los requisitos de diseño, también aplicaremos esta otra ecuación:

$$NESZ_s (dB) = 10 \cdot \log_{10}(NESZ_s) \quad (2.37.c)$$

Y utilizando la **Aplicación Matlab**, para las ecuaciones (2.37.b) y (2.37.c), obtenemos el valor de:  $[NESZ_s (dB)]$ , para nuestras tres sub-huellas y que representaremos conjuntamente (en una única gráfica), para una mejor visión de su variación, a lo largo de cada una de ellas, en la Figura 2.9.

En dicha gráfica (Figura 2.9) observamos que, en los tres casos (tres curvas NESZ, ya que recordamos que habrá una por cada sub-huella) se cumplirá con holgura la condición que se nos fije por diseño y que en este caso suponemos que será:  $[NESZ_s (dB) = NE\sigma_s^0(dB) \leq -20dB]$ , lo que sin duda será una confirmación de la correcta elección de las longitudes seleccionadas para cada una de las tres sub-huellas:  $[S_s]$ , en nuestro estudio.

También verificamos que el mejor valor de:  $[NESZ_s]$ , es decir el más bajo correspondería a la segunda sub-huella (las más corta, en cuanto a su longitud en rango:  $[S_s]$  se refiere), mientras que el peor correspondería a la primera y/o tercera, las más largas y similares entre sí (en *rango*), según vimos en la Tabla 2.4, del apartado 2.3 de este capítulo.



**Figura 2.9: Valores de NESZ<sub>s</sub>, para cada una de las tres sub-huellas, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

## 2.14 DTAR (o Distributed Target Ambiguity Ratio) en acimut

Las ecuaciones, que precisaremos para este análisis y que están definidas y detalladas en el **Apéndice G**, de este proyecto, serán:

$$DTAR_{acimut} = \sum_{s=1}^{N_s} \left\{ \frac{\sum_{k=-\frac{n}{2}}^{+\frac{n}{2}} \left[ \int_{\phi_{k,s}^{inicial}}^{\phi_{k,s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\boldsymbol{\phi}) \cdot G_s^2(0, \boldsymbol{\phi}) \cdot d\boldsymbol{\phi} \right]}{\int_{\phi_{0,s}^{inicial}}^{\phi_{0,s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\boldsymbol{\phi}) \cdot G_s^2(0, \boldsymbol{\phi}) \cdot d\boldsymbol{\phi}} \right\} \quad (2.38.a)$$

para el conjunto de las sub-huellas ( $[N_s = 3]$ , en nuestro caso) por lo que para el estudio individualizado de cada una de las sub-huellas:  $[s]$ , deberemos aplicar esta otra ecuación:

$$DTAR_{acimut\_s} = \frac{\sum_{k=-\frac{n}{2}}^{k=+\frac{n}{2}} \left[ \int_{\phi_{k,s}^{inicial}}^{\phi_{k,s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\phi) \cdot G_s^2(O, \phi) \cdot d\phi \right]}{k \neq 0 \int_{\phi_{0,s}^{inicial}}^{\phi_{0,s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\phi) \cdot G_s^2(O, \phi) \cdot d\phi} \quad (2.38.b)$$

y si además desarrollamos, en la ecuación (2.38.b), para cada una de las sub-huellas, la ecuación de la ganancia, tanto la de las ambigüedades como la de la señal útil (a lo largo de dicha sub-huella), tendremos:

$$DTAR_{acimut\_s} = \frac{\sum_{k=-\frac{n}{2}}^{k=+\frac{n}{2}} \left[ \int_{\phi_{k,s}^{inicial}}^{\phi_{k,s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\phi) \cdot G_{0,s}^2 \cdot \text{sinc}^4 \left[ \left( \frac{\pi \cdot L_a}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}(\phi) \right] \cdot d\phi \right]}{k \neq 0 \int_{\phi_{0,s}^{inicial}}^{\phi_{0,s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\phi) \cdot G_{0,s}^2 \cdot \text{sinc}^4 \left[ \left( \frac{\pi \cdot L_a}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}(\phi) \right] \cdot d\phi} \quad (2.38.c)$$

o mejor aun esta otra:

$$DTAR_{acimut\_s} = \frac{\sum_{k=-\frac{n}{2}}^{k=+\frac{n}{2}} \left[ \int_{\phi_{k,s}^{inicial}}^{\phi_{k,s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\phi) \cdot \text{sinc}^4 \left[ \left( \frac{\pi \cdot L_a}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}(\phi) \right] \cdot d\phi \right]}{k \neq 0 \int_{\phi_{0,s}^{inicial}}^{\phi_{0,s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\phi) \cdot \text{sinc}^4 \left[ \left( \frac{\pi \cdot L_a}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}(\phi) \right] \cdot d\phi} \quad (2.38.d)$$

y para expresarla en dB:

$$DTAR_{acimut\_s} (dB) = 10 \cdot \log_{10} (DTAR_{acimut\_s}) \quad (2.38.e)$$

a partir de las cuales obtendremos la relación entre el nivel de las ambigüedades (en este caso en *acimut*) y el nivel de señal útil, en función del ángulo de incidencia:  $[\eta_s]$ , para cada una de nuestras tres sub-huellas.

Por tanto y en realidad calcularemos una medida de la *relación ruido a señal*, en función de dicho ángulo de incidencia, (es decir lo inverso a lo que estamos acostumbrados, al definir la calidad de servicio de un sistema, ya que y a grandes rasgos, en el numerador irán las pérdidas y en el denominador las ganancias).

En principio, vamos a realizar las siguientes consideraciones:

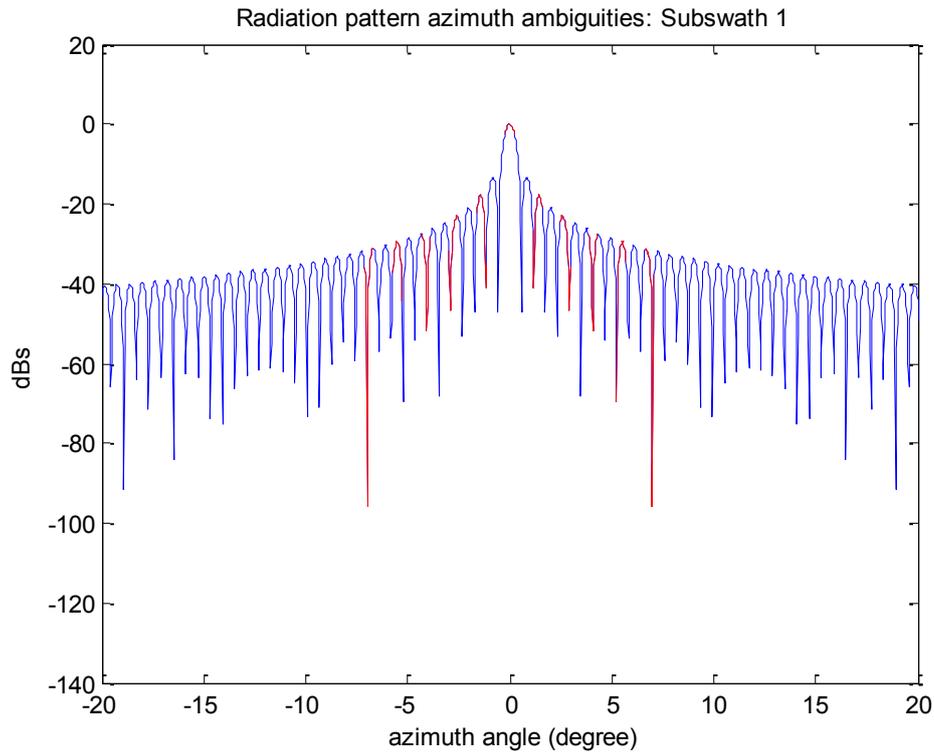
- el número de ambigüedades, en *acimut*, a considerar y cuyo valor vendrá fijado por diseño, será:  $[n = 10]$
- supondremos, de inicio que, durante el procesado de la señal recibida del *SAR*, aplicaremos una “*ventana Rectangular*”, por lo que:  $[A_h = A]$ , es decir todas las *ponderaciones* serían constantes y del mismo valor, por lo que se anularía su efecto conjunto, al poder salir de la integral y por ello compensarse su valor, en el numerador, con el mismo valor, en el denominador, de las ecuaciones (2.38.a-2.38.d)
- también supondremos, de inicio, que la función de procesado de la señal *SAR* recibida, será constante:  $[w_a(\phi) = \text{cte.}]$ , por lo que también se anulará, su efecto conjunto, al poder salir de la integral y por ello compensarse su valor, en el numerador, con el mismo valor, en el denominador de las ecuaciones (2.38.a-2.38.d)

Los resultados obtenidos, tras aplicar la **Aplicación Matlab**, primero para obtener los ángulos (en *acimut*) iniciales y finales:  $[\phi_{k,s}^{inicial}]$  y  $[\phi_{k,s}^{final}]$ , para cada una de las:  $[n]$  ambigüedades:  $[k]$  y después (y a partir de dichos ángulos calculados), resolver la ecuaciones: (2.38.d) y (2.38.e), los vamos a expresar :

- numéricamente (nos referimos a los ángulos iniciales y finales, en acimut, de cada una de las:  $[k]$  ambigüedades, en las  $[N_s]$  sub-huellas:  $[\phi_{k,s}^{inicial}]$  y  $[\phi_{k,s}^{final}]$ ), en las Tablas: 2.18, 2.19 y 2.20
- gráficamente (nos referimos a la representación de la ganancia o diagrama de radiación de dichas ambigüedades, en función del ángulo de acimut:  $[\phi_k]$ , para las:  $[N_s]$  sub-huellas:  $[G_{k,s}(\phi)]$ ), en las Figuras 2.10, 2.11 y 2.12
- también gráficamente (nos referimos a la variación del DTAR en acimut:  $[DTAR_{acimut_s}]$ , a lo largo de cada una de las sub-huellas, en función del ángulo de incidencia de estas:  $[\eta_s]$ ), en la Figura 2.13, que resultará ser constante, para cada sub-huella y cuyo valores también reflejaremos en la Tabla 2.21

Sub-huella 1 (PRF = 1.984,8 Hz)		
k	$\phi_{k,1}^{inicial}$ (°)	$\phi_{k,1}^{final}$ (°)
-5	-7,11697	-6,59057
-4	-5,74081	-5,21578
-3	-4,36796	-3,84399
-2	-2,99763	-2,47440
-1	-1,62901	-1,10623
0	-0,26132	0,26132
1	1,10623	1,62901
2	2,47440	2,99763
3	3,84399	4,36796
4	5,21578	5,74081
5	6,59057	7,11697

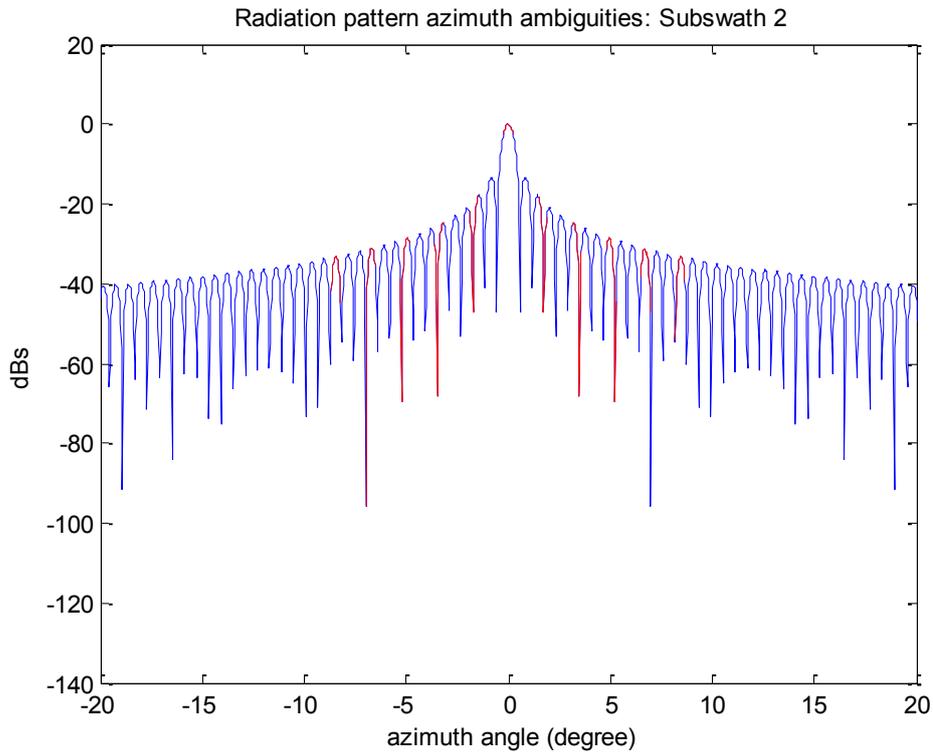
**Tabla 2.18: Ángulos iniciales y finales:  $(\phi_{k,1}^{inicial})$  y  $(\phi_{k,1}^{final})$ , de las ambigüedades DTAR en acimut, en la sub-huella 1, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**



**Figura 2.10: Radiación de las ambigüedades DTAR en acimut (en rojo), sobre el diagrama de radiación en acimut de la antena, en la sub-huella 1, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

Sub-huella 2 (PRF = 2.438,6 Hz)		
k	$\phi_{k,2}^{\text{inicial}} (^{\circ})$	$\phi_{k,2}^{\text{final}} (^{\circ})$
-5	-8,69530	-8,16695
-4	-6,99922	-6,47296
-3	-5,30930	-4,78463
-2	-3,62399	-3,10045
-1	-1,94182	-1,41896
0	-0,26132	0,26132
1	1,41896	1,94182
2	3,10045	3,62399
3	4,78463	5,30930
4	6,47296	6,99922
5	8,16695	8,69530

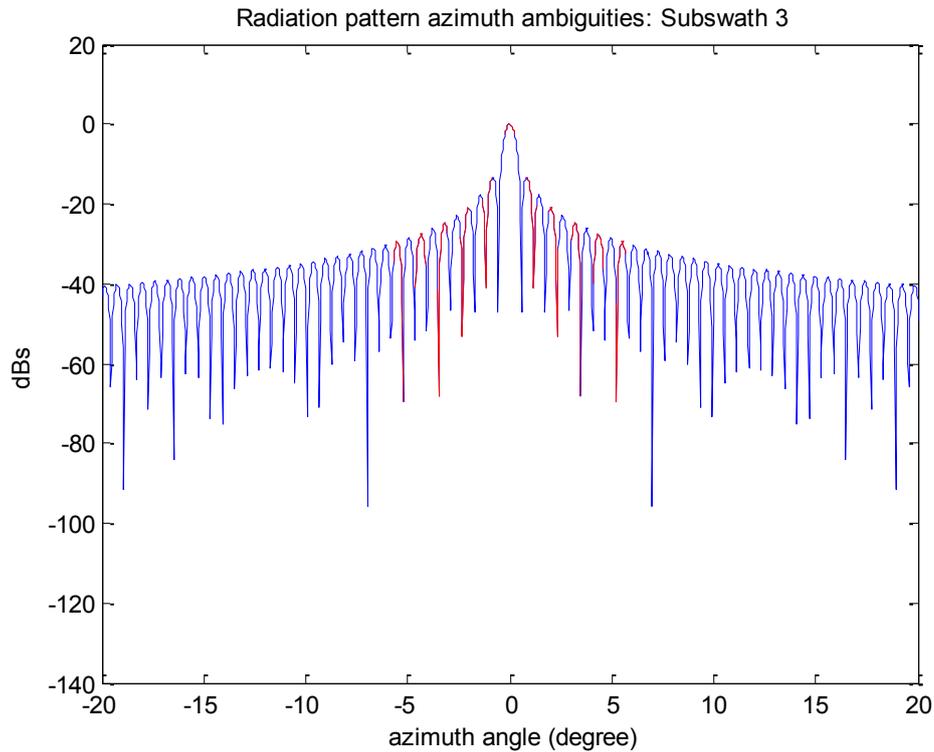
**Tabla 2.19: Ángulos iniciales y finales: ( $\phi_{k,2}^{\text{inicial}}$ ) y ( $\phi_{k,2}^{\text{final}}$ ), de las ambigüedades DTAR en acimut, en la sub-huella 2, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**



**Figura 2.11: Radiación de las ambigüedades DTAR en acimut (en rojo), sobre el diagrama de radiación en acimut de la antena, en la sub-huella 2, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

Sub-huella 3 (PRF = 1.581,1 Hz)		
k	$\phi_{k,3}^{\text{inicial}} (^{\circ})$	$\phi_{k,3}^{\text{final}} (^{\circ})$
-5	-5,71747	-5,19246
-4	-4,62367	-4,09952
-3	-3,53155	-3,00807
-2	-2,44072	-1,91771
-1	-1,35077	-0,82805
0	-0,26132	0,26132
1	0,82805	1,35077
2	1,91771	2,44072
3	3,00807	3,53155
4	4,09952	4,62367
5	5,19246	5,71747

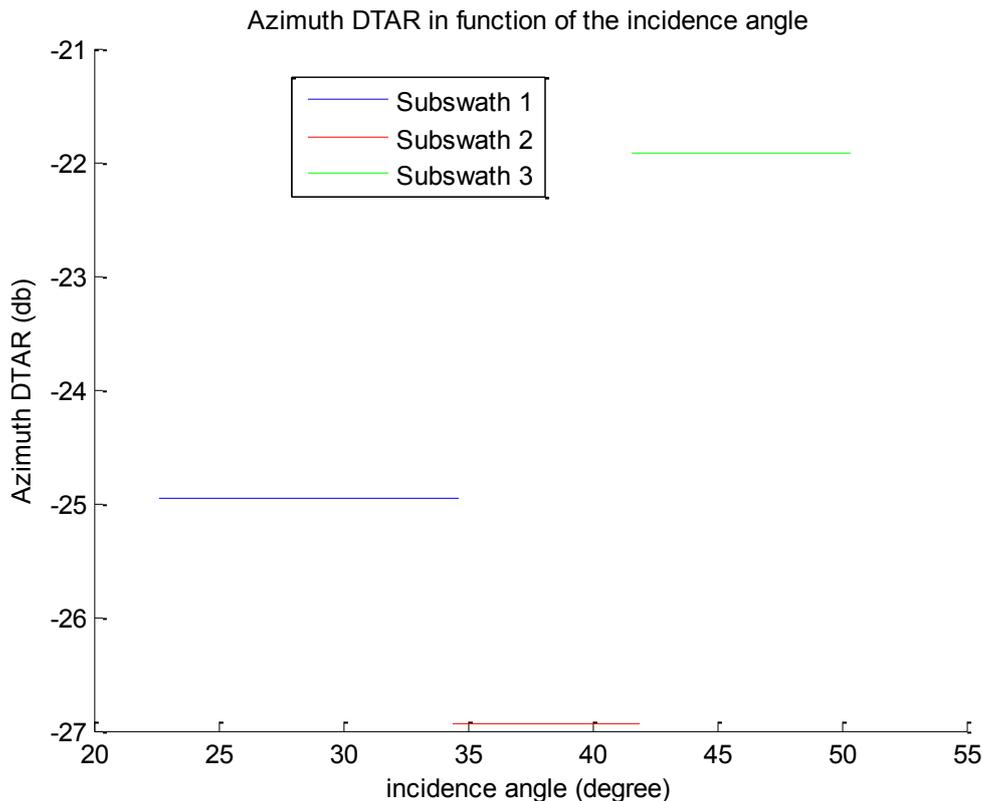
**Tabla 2.20: Ángulos iniciales y finales: ( $\phi_{k,3}^{\text{inicial}}$ ) y ( $\phi_{k,3}^{\text{final}}$ ), de las ambigüedades DTAR en acimut, en la sub-huella 3, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**



**Figura 2.12: Radiación de las ambigüedades DTAR en acimut (en rojo), sobre el diagrama de radiación en acimut de la antena, en la sub-huella 3, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

Marte (geometría esférica)	DTAR en acimut
	(dB)
sub-huella 1	-24,9485
sub-huella 2	-26,9421
sub-huella 3	-21,9191

**Tabla 2.21: Valores del DTAR en acimut, de cada sub-huella, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**



**Figura 2.13: DTAR en acimut, en función del ángulo de incidencia en las tres sub-huellas ( $\eta_s$ ), para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

Tanto en la Tabla 2.21 como en la Figura 2.13, se observa que el *DTAR en acimut*, que será de valor constante y distinto, para cada una de las seis sub-huellas y además que los resultados obtenidos si cumplen con los requisitos de diseño exigidos: [ $DTAR_{acimut} (dB) \leq -20 dB$ ], por lo que daremos como válida las hipótesis de que los valores de las *ponderaciones* de diseño del filtro: [ $A_h$ ] sean todos iguales entre sí, es decir que sea “ventana Rectangular” y que también la función de procesamiento de la señal *SAR* recibida: [ $w_a(\phi)$ ] sea constante.

## 2.15 DTAR (o Distributed Target Ambiguity Ratio) en rango

Tanto la condición (desigualdad) a cumplir, como las ecuaciones, que precisaremos, para este análisis, que están definidas y detalladas en el **Apéndice H**, de este proyecto, serán:

$$\frac{2 \cdot R_{cercana\_s}}{c} + \frac{j}{PRF_s} \leq t_{j\_s} \leq \frac{2 \cdot R_{cercana\_s}}{c} + \frac{j}{PRF_s} + T_{c\_s} - \tau \quad (2.39)$$

a partir de la cual, obtendremos los parámetros:  $[t_{j\_s}]$ ,  $[\gamma_{j\_s}]$ ,  $[\eta_{j\_s}]$ ,  $[\xi_{j\_s}]$  y  $[\chi_{j\_s}]$ , que nos permitirán representar, a la totalidad de las ambigüedades, sobre el diagrama de radiación, en *rango*, de la antena.

Posteriormente también utilizaremos, dichos parámetros, para aplicarlos, en la ecuación del:  $[DTAR_{rango}]$ :

$$DTAR_{rango} = \sum_{s=1}^{N_s} \left\{ \frac{\sum_{\substack{j=-n/2 \\ j \neq 0}}^{j=n/2} \left\{ \frac{10^{\lceil \frac{\sigma_s^0(|\eta_{j\_s}|)/10} \rceil} \cdot G_{j\_s}^2(\theta, 0)}{R_{j\_s}^3 \cdot \text{sen}(|\eta_{j\_s}|)} \right\}}{\left\{ \frac{10^{\lceil \frac{\sigma_s^0(\eta_s)}{10} \rceil} \cdot G_s^2(\theta, 0)}{R_s^3(\eta_s) \cdot \text{sen}(\eta_s)} \right\}} \right\} \quad (2.40.a)$$

para el conjunto de las sub-huellas ( $[N_s = 3]$ , en nuestro caso) por lo que para el estudio individualizado de cada una de las sub-huellas:  $[s]$ , deberemos aplicar esta otra ecuación:

$$DTAR_{rango\_s} = \frac{\sum_{\substack{j=-n/2 \\ j \neq 0}}^{j=n/2} \left\{ \frac{10^{\lceil \frac{\sigma_s^0(|\eta_{j\_s}|)/10} \rceil} \cdot G_{j\_s}^2(\theta, 0)}{R_{j\_s}^3 \cdot \text{sen}(|\eta_{j\_s}|)} \right\}}{\left\{ \frac{10^{\lceil \frac{\sigma_s^0(\eta_s)}{10} \rceil} \cdot G_s^2(\theta, 0)}{R_s^3(\eta_s) \cdot \text{sen}(\eta_s)} \right\}} \quad (2.40.b)$$

en la que si desarrollamos, para cada una de las sub-huellas, la ecuación de la ganancia, tanto la de las ambigüedades como la de la señal útil (a lo largo de dicha sub-huella), tendremos:

$$DTAR_{rango\_s} = \frac{\sum_{\substack{j=-n/2 \\ j \neq 0}}^{j=n/2} \left\{ \frac{10^{[\sigma_s^0(|\eta_{j\_s|)}/10]} \cdot G_{0\_s}^2 \cdot sinc^4[\chi_{j\_s}]}{R_{j\_s}^3 \cdot sen(|\eta_{j\_s|)}} \right\}}{\left\{ \frac{10^{[\frac{\sigma_s^0(\eta_s)}{10}]} \cdot G_{0\_s}^2 \cdot sinc^4 \left[ \left( \frac{\pi \cdot W_s}{\lambda} \right) \cdot sen(|\gamma_s - \gamma_{medio\_s}|) \right]}{R_s^3(\eta_s) \cdot sen(\eta_s)} \right\}} \quad (2.40.c)$$

o mejor aún esta otra:

$$DTAR_{rango\_s} = \frac{\sum_{\substack{j=-n/2 \\ j \neq 0}}^{j=n/2} \left\{ \frac{10^{[\sigma_s^0(|\eta_{j\_s|)}/10]} \cdot sinc^4[\chi_{j\_s}]}{R_{j\_s}^3 \cdot sen(|\eta_{j\_s|)}} \right\}}{\left\{ \frac{10^{[\frac{\sigma_s^0(\eta_s)}{10}]} \cdot sinc^4 \left[ \left( \frac{\pi \cdot W_s}{\lambda} \right) \cdot sen(|\gamma_s - \gamma_{medio\_s}|) \right]}{R_s^3(\eta_s) \cdot sen(\eta_s)} \right\}} \quad (2.40.d)$$

y para expresarla en dB:

$$DTAR_{rango\_s} (dB) = 10 \cdot \log_{10} (DTAR_{rango\_s}) \quad (2.40.e)$$

a partir de las cuales obtendremos la relación entre el nivel de las ambigüedades (en este caso en *rango*) y el nivel de señal útil, en función del ángulo de incidencia:  $[\eta_s]$ , para cada una de nuestras tres sub-huellas.

Por tanto y en realidad calcularemos una medida de la *relación ruido a señal*, en función de dicho ángulo de incidencia, (es decir lo inverso a lo que estamos acostumbrados, al definir la calidad de servicio de un sistema, ya que y a grandes rasgos, en el numerador irán las pérdidas y en el denominador las ganancias).

En principio, vamos a realizar las siguientes consideraciones:

- el número de ambigüedades, en *rango*, a considerar y cuyo valor vendrá fijado por diseño, será: [ $n = 10$ ]
- también definimos, para todas las ambigüedades de cada sub-huella, una única *anchura de haz a 3 dB*, en *rango*, a partir de la expresión:

$$\theta_{3 \text{ dB}_V} = 0,88 \cdot \left( \frac{\lambda}{RW} \right) \quad (2.41)$$

expresada en: [*radianes*], por lo que sustituyendo los valores ya conocidos, en la anterior ecuación (2.41) resultaría:

$$\theta_{3 \text{ dB}_V} = 0,88 \cdot \left( \frac{0,081}{0,635} \right)$$

$$\theta_{3 \text{ dB}_V} = 0,1393 \text{ (radianes)} = 7,9815^\circ$$

que sin duda es un valor muy elevado y que no podemos mejorar por la dimensión física, en rango, de la antena: [RW], por lo que habrá incertidumbre de si realmente podremos diferenciar, de forma nítida, a las distintas ambigüedades (especialmente las contiguas) entre sí

Los resultados obtenidos, tras aplicar la **Aplicación Matlab**, primero para obtener los parámetros: [ $t_{j_s}$ ], [ $R_{j_s}$ ], [ $\gamma_{j_s}$ ], [ $\eta_{j_s}$ ], [ $\xi_{j_s}$ ], [ $\text{sinc}^2(\chi_{j_s})$ ] y [ $\sigma_s^0(|\eta_{j_s}|)$ ], para cada una de las: [ $n$ ] ambigüedades: [ $j$ ] y después (y a partir de dichos parámetros calculados), resolver la ecuaciones: (2.40.d) y (2.40.e), los vamos a expresar:

- numéricamente (nos referimos a los parámetros:  $[t_{j_s}]$ ,  $[R_{j_s}]$ ,  $[\gamma_{j_s}]$ ,  $[\eta_{j_s}]$ ,  $[\xi_{j_s}]$ ,  $[\text{sinc}^2(\chi_{j_s})]$  y  $[\sigma_s^0(|\eta_{j_s}|)]$ ), en las Tablas: 2.22, 2.23 y 2.24
- gráficamente (nos referimos a la representación de la ganancia o diagrama de radiación de dichas ambigüedades, en función del ángulo de acimut:  $[\theta_j]$ , para las:  $[N_s]$  sub-huellas:  $[G_{j_s}(\theta, 0)]$ ), en las Figuras 2.14, 2.15 y 2.16
- también gráficamente (nos referimos a la variación del DTAR en *rango*:  $[DTAR_{\text{rango}_s}]$ , a lo largo de cada una de las sub-huellas, en función del ángulo de incidencia de estas:  $[\eta_s]$ ), en la Figura 2.17

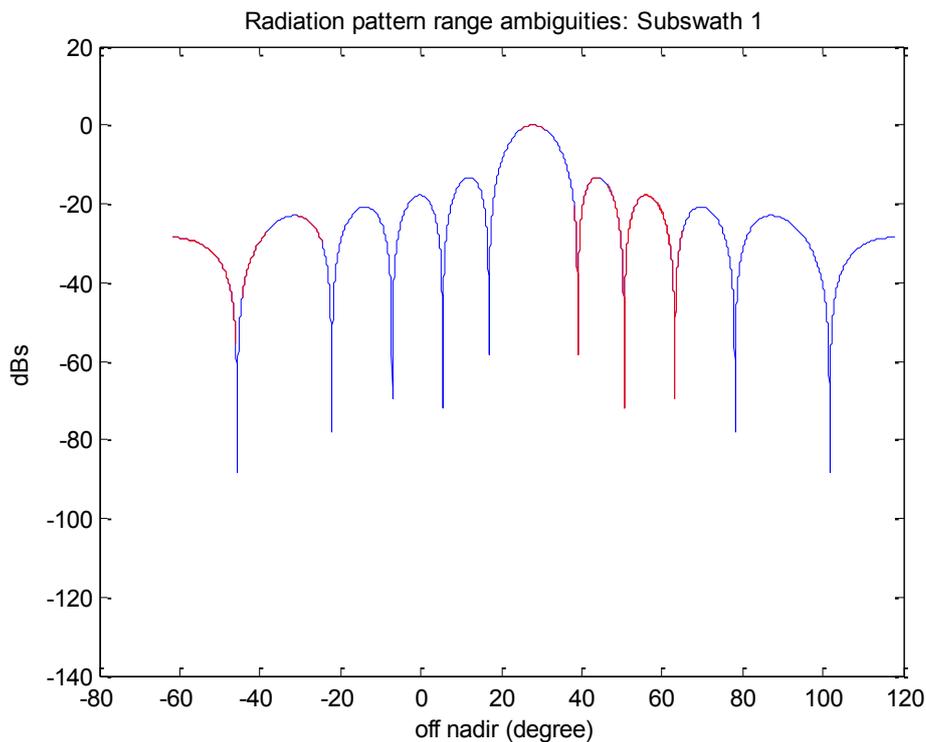
En este caso (de DTAR en *rango*) y por su complejidad, vamos a ir explicando, pasos a paso, tanto los resultados (Tablas) como las gráficas (Figuras) antes indicadas y lo haremos sub-huella a sub-huella:

- **sub-huella-1**, en la que observamos que hay cinco ambigüedades (sombreadas con una tonalidad distinta, en la Tabla 2.22), identificadas de:  $[j = -1]$  a  $[j = -5]$  y que tienen un ángulo off-nadir de ambigüedad negativo, por lo que actuaremos buscando una simetría respecto al eje correspondiente al ángulo de off-nadir de ambigüedad medio, de la primera sub-huella:  $[\gamma_{0_1} = 27,8052^\circ]$ , considerando:
  - como primera ambigüedad negativa, con ángulo off-nadir de ambigüedad también negativo, la simétrica a la del lóbulo principal, es decir, en este caso, a la que tenga este valor de ángulo off-nadir de ambigüedad:  $[\gamma_{-1_1} = -27,8052^\circ]$
  - y a continuación las otras cuatro, de:  $[\gamma_{-2_1}]$  a  $[\gamma_{-5_1}]$  y que serían las que corresponderían a las cuatro ambigüedades que irían:  $[de j = +1]$  a  $[j = +4]$ , pero cambiando el signo de su ángulo off-nadir de ambigüedad, en cada una de ellas

y una vez definidos, los cinco ángulos negativos off-nadir, que realmente nos van a definir las ambigüedades negativas, trasladaremos dichos ángulos (de ambigüedades negativas), mediante la transformación que se apunta, en el ya citado **Apéndice H**, de este proyecto, es decir apoyándonos en los nuevos ángulos “trampolín”:  $[\xi_{j,s}]$  y  $[\chi_{j,s}]$ , definidos al efecto, consiguiendo, de ese modo, hacer el estudio de todas las ambigüedades (negativas y positivas) sobre el eje positivo de ángulos off-nadir “ambiguos” (en geometría esférica).

Sub-huella 1 (PRF = 1.984,80 Hz)							
j	$t_{j,1}$ (mseg)	$R_{j,1}$ (km)	$\gamma_{j,1}$ (°)	$\eta_{j,1}$ (°)	$\xi_{j,1}$ (°)	$\text{sinc}^2(\chi_{j,1})$	$\sigma^0[ \eta_{j,1} ]$ (dB)
-5	4,90	735,220	-59,0607	-64,2558	114,6711	0,0022	-14,9153
-4	4,40	658,250	-54,9531	-59,3911	110,5635	0,0013	-14,2233
-3	3,90	581,280	-49,4368	-53,0723	105,0472	0,0001	-13,3310
-2	3,40	504,310	-41,4498	-44,1974	97,0602	0,0017	-12,1523
-1	2,80	427,340	-27,8052	-29,4455	83,4156	0,0016	-9,6219
0	2,80	427,340	27,8052	29,4455	0,0000	1,0000	-9,6219
1	3,40	504,310	41,4498	44,1974	13,6446	0,0020	-12,1523
2	3,90	581,280	49,4368	53,0723	21,6316	0,0000	-13,3713
3	4,40	658,250	54,9531	59,3911	27,1479	0,0033	-14,2233
4	4,90	735,220	59,0607	64,2558	31,2555	0,0037	-14,9153
5	5,40	812,190	62,2635	68,1881	34,4583	0,0026	-15,5214

**Tabla 2.22: Ángulos y parámetros de las ambigüedades DTAR en rango, en la sub-huella 1, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**



**Figura 2.14: Radiación de las ambigüedades, DTAR en rango, en la sub-huella 1, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

Observamos, en la Figura 2.14, que sí aparecerán, en la ilustración, las diez ambigüedades pues todas ellas y a pesar de los cambios de variable (de ángulos) realizados, quedarían dentro de nuestro margen definido:  $[-90^\circ, 90^\circ]$  para ángulos off-nadir “ambiguos” y que debe ser el que debemos mantener por la limitación de funcionamiento del sistema, pues el radar nunca apuntaría (iluminaría) a sus espaldas.

El no poder diferenciar, entre sí a algunas de ellas, se debe a que, como hemos visto, el ancho de haz a 3 dB, en rango, dado por:  $[\theta_{3\text{ dB}_V} = 7,9815^\circ]$ , tiene un valor muy elevado en comparación a la separación entre ambigüedades próximas y ello hará que se confundan las más cercanas entre sí

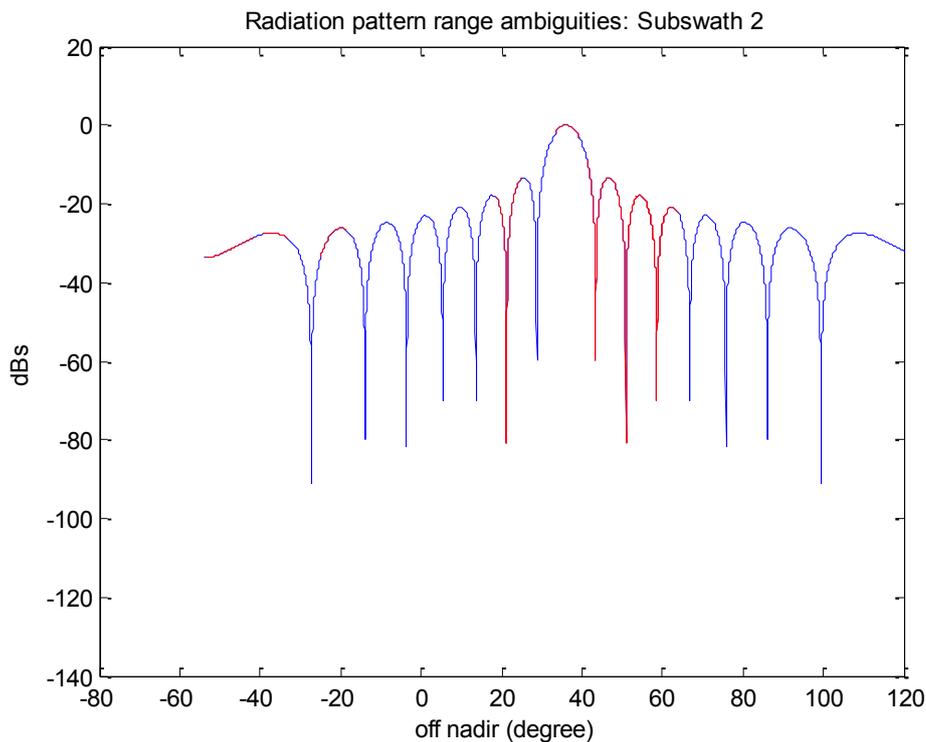
- **sub-huella-2**, en la que observamos que hay cuatro ambigüedades (sombreadas con una tonalidad distinta, en la Tabla 2.23), identificadas de:  $[j = -2]$  a  $[j = -5]$  y que tienen un ángulo off-nadir de ambigüedad negativo, por lo que actuaremos buscando una simetría respecto al eje correspondiente al ángulo de off-nadir de ambigüedad medio, de la primera sub-huella:  $[\gamma_{0,2} = 36,1822^\circ]$ , considerando:

- como primera ambigüedad negativa, con ángulo off-nadir de ambigüedad también negativo, la simétrica a la de la primera ambigüedad negativa:  $[j = -1]$ , con un ángulo positivo, es decir, a la que tenga este valor de ángulo off-nadir de ambigüedad:  $[\gamma_{-2,2} = -21,6916^\circ]$
- como segunda ambigüedad negativa de ángulo off-nadir también negativo, la simétrica del lóbulo principal, es decir la que tenga este ángulo off-nadir:  $[\gamma_{-3,2} = -36,1822^\circ]$
- y a continuación y por último las otras dos:  $[\gamma_{-4,2}]$  y  $[\gamma_{-5,2}]$ , que corresponderían a las dos ambigüedades que serían:  $[j = +1]$  y  $[j = +2]$ , pero cambiando el signo de su ángulo off-nadir de ambigüedad, en cada una de ellas

y una vez definidos, los cinco ángulos negativos off-nadir, que realmente nos van a definir las ambigüedades negativas, actuaremos al igual que lo hicimos en la anterior sub-huella 1, resultando:

Sub-huella 2 (PRF = 2.438,60 Hz)							
j	$t_{j,2}$ (mseg)	$R_{j,2}$ (km)	$\gamma_{j,2}$ (°)	$\eta_{j,2}$ (°)	$\xi_{j,2}$ (°)	$\text{sinc}^2(\chi_{j,2})$	$\sigma^0[ \eta_{j,2} ]$ (dB)
-5	3,90	591,340	-50,2658	-59,0032	122,6302	0,0011	-13,5331
-4	3,50	529,830	-44,4847	-54,0098	116,8491	0,0011	-12,6557
-3	3,10	468,320	-36,1822	-47,5406	108,5466	0,0007	-11,2960
-2	2,70	406,810	-21,6916	-38,4574	94,0560	0,0005	-8,1041
-1	2,70	406,810	21,6916	22,9288	14,4906	0,0004	-8,1041
0	3,10	468,320	36,1822	38,4574	0,0000	1,0000	-11,2960
1	3,50	529,830	44,4847	47,5406	8,3025	0,0101	-12,6557
2	3,90	591,340	50,2658	54,0098	14,0836	0,0005	-13,5331
3	4,40	652,850	54,6198	59,0032	18,4376	0,0000	-14,2111
4	4,80	714,360	58,0523	63,0045	21,8701	0,0021	-14,7849
5	5,20	775,870	60,8437	66,4268	24,6615	0,0029	-15,2947

**Tabla 2.23: Ángulos y parámetros de las ambigüedades DTAR en rango, en la sub-huella 2, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**



**Figura 2.15: Radiación de las ambigüedades, DTAR en rango, en la sub-huella 2, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

Observamos, en la Figura 2.15, que al igual que ocurría en la Figura 2.14, si aparecerán, en la ilustración, las diez ambigüedades y las conclusiones también serían las mismas

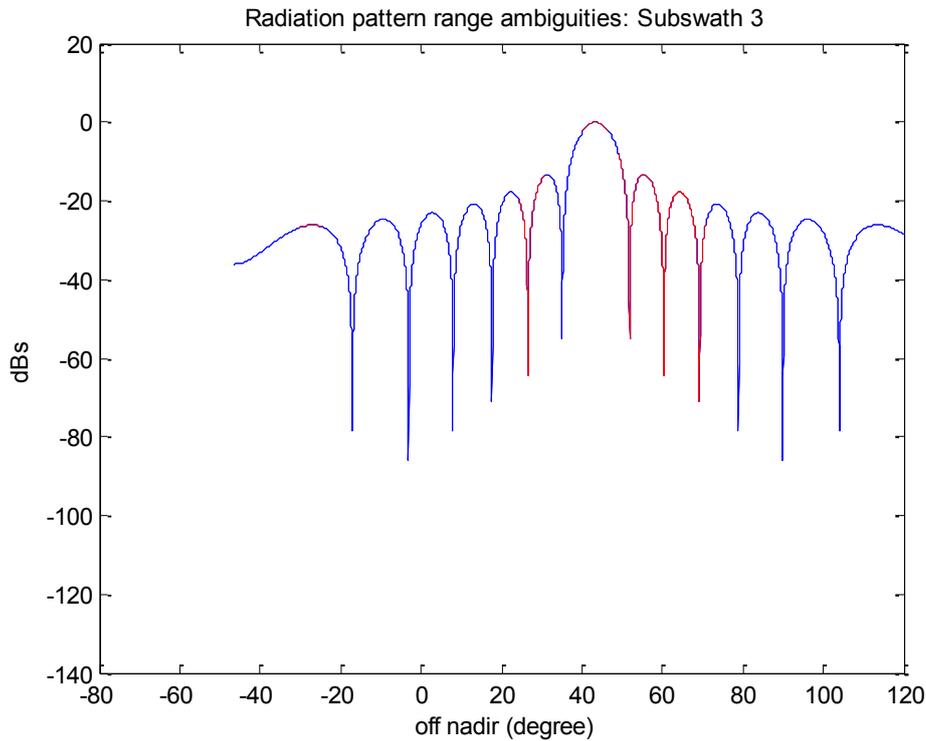
- **sub-huella-3**, en la que observamos que hay cuatro ambigüedades (sombreadas con una tonalidad distinta, en la Tabla 2.24), identificadas de:  $[j = -2]$  a  $[j = -5]$  y que tienen un ángulo off-nadir de ambigüedad negativo, por lo que actuaremos buscando una simetría respecto al eje correspondiente al ángulo de off-nadir de ambigüedad medio, de la primera sub-huella:  $[\gamma_{0_3} = 43,4724^\circ]$ , considerando:
  - como primera ambigüedad negativa, con ángulo off-nadir de ambigüedad también negativo, la simétrica a la de la primera ambigüedad negativa:  $[j = -1]$ , con un ángulo positivo, es decir, a la que tenga este valor de ángulo off-nadir de ambigüedad:  $[\gamma_{-2_3} = -27,4616^\circ]$

- como segunda ambigüedad negativa de ángulo off-nadir también negativo, la simétrica del lóbulo principal, es decir la que tenga este valor de ángulo off-nadir:  
 $[\gamma_{-3_3} = -43,4724^\circ]$
- y a continuación y por último, las otras dos:  $[\gamma_{-4_3}]$  y  $[\gamma_{-5_3}]$ , que corresponderían a las dos ambigüedades que serían:  $[j = +1]$  y  $[j = +2]$ , pero cambiando el signo de su ángulo off-nadir de ambigüedad, en cada una de ellas

y una vez definidos, los cinco ángulos negativos off-nadir, que realmente nos van a definir las ambigüedades negativas, actuaremos al igual que lo hicimos en las anteriores sub-huellas 1 y 2, resultando:

Sub-huella 3 (PRF = 1.581,10 Hz)							
j	$t_{j_3}$ (mseg)	$R_{j_3}$ (km)	$\gamma_{j_3}$ (°)	$\eta_{j_3}$ (°)	$\xi_{j_3}$ (°)	$\text{sinc}^2(\chi_{j_3})$	$\sigma^0[ \eta_{j_3} ]$ (dB)
-5	4,70	710,610	-57,8637	-62,8204	144,8085	0,0012	-14,7521
-4	4,10	615,740	-52,1285	-56,1307	139,0733	0,0012	-13,8186
-3	3,50	520,870	-43,4724	-46,4221	130,4172	0,0022	-12,4991
-2	2,80	426,000	-27,4616	-29,0781	114,4064	0,0014	-9,5424
-1	2,80	426,000	27,4616	29,0781	16,0108	0,0000	-9,5441
0	3,50	520,870	43,4724	46,4221	0,0000	1,0000	-12,4994
1	4,10	615,740	52,1285	56,1307	8,6561	0,0232	-13,8186
2	4,70	710,610	57,8637	62,8204	14,3913	0,0028	-14,7521
3	5,40	805,480	62,0120	67,8761	18,5396	0,0053	-15,5230
4	6,00	900,360	65,1759	71,9139	21,7035	0,0040	-16,2025
5	6,60	995,230	67,6779	75,2738	24,2055	0,0008	-16,8165

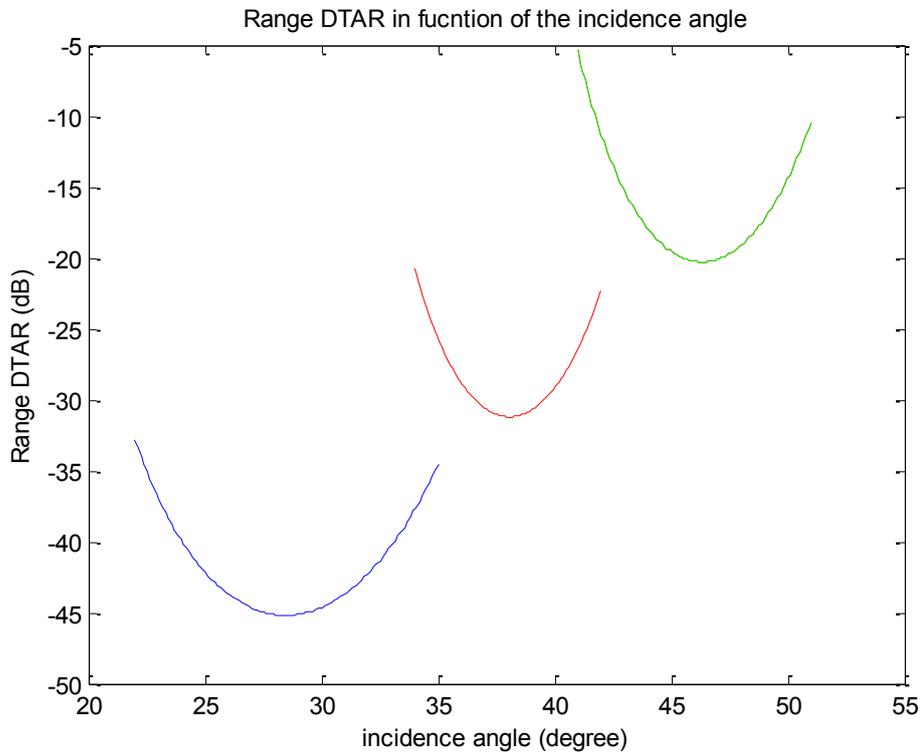
**Tabla 2.24: Ángulos y parámetros de las ambigüedades DTAR en rango, en la sub-huella 3, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**



**Figura 2.16: Radiación de las ambigüedades, DTAR en rango, en la sub-huella 3, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

Observamos, en la Figura 2.16, que al igual que ocurría en la Figura 2.14 y Figura 2.15, si aparecerán, en la ilustración, las diez ambigüedades y las conclusiones también serían las mismas que en ambos casos

Como conclusión observando, la Figura 2.17, vemos que los valores mínimos, para cada una de nuestras sub-huellas cumple con el requisito marcado como objetivo de diseño:  $[DTAR\ rango\ (dB) \leq -20\ dB]$ , por lo que no se precisará mejora alguna aunque también es cierto que en la tercera sub-huella:  $[s = 3]$ , estamos casi en el límite de dicho umbral.



**Figura 2.17: DTAR en rango, en función del ángulo de incidencia ( $\eta_s$ ), en las tres sub-huellas, para geometría esférica, de nuestra misión a Marte**

## Capítulo 3

### **Diseño del satélite “PAZ”, con capital español y enviado para distintas misiones (civiles y militares) sobre el planeta Tierra**

En este capítulo se va a desarrollar el diseño de un sistema radar SAR, trabajando en modo de funcionamiento *ScanSAR*, a bordo de la futura “**misión PAZ**”, que supondrá todo un hito para la industria española ya que es una apuesta, de este país, por lograr autonomía e independencia a la hora de disponer de datos propios sobre la seguridad de su territorio (al margen de los que lleguen a través de la participación y colaboración multilateral en otros proyectos internacionales).

Además nos permitirá tener información de otros lugares del Planeta (en este caso sobre la Tierra) que resultan de interés, ya sea porque hay españoles implicados o porque tienen lugar fenómenos y eventos de calado internacional

Está prevista su puesta en órbita, recordamos que para sobrevolar la Tierra, desde Baikonur (Kazajistán), durante el año en curso. Su uso principal será el militar, pero también tendrá aplicaciones civiles.

Se colocará en la misma órbita que el sistema de satélites alemanes: TerraSAR-X y TanDEM-X, con los que compartirá su plataforma y con los que se ha acordado que forme una constelación, es decir, que se sincronicen y trabajen juntos, tras el acuerdo firmado, en febrero de 2012, entre la operadora española Hisdesat y Astrium GEO-Information Services, que opera los dos alemanes.

Se prevé una vida útil de 5 a 7 años y su masa será de 1.400 kg.

El diseño de la plataforma será hexagonal, al igual que el de los dos alemanes con los que formará constelación y sus dimensiones serán de: [5 x 2,4 x 2,4 m] y la altura de la órbita 514 km, aproximadamente.

El radar SAR (instrumento principal de la misión), utilizará la banda de frecuencias **X**: [*de 7 a 12,5 GHz*], aunque en nuestro caso será de: [*9,6 GHz*], para así coincidir con los otros dos satélites (alemanes) de la constelación.

Su *resolución*, en *rango*, será variable: [*de 15 a 1 m*], según cuál sea el modo de funcionamiento ya que el satélite dispone de la posibilidad de funcionamiento en tres modos distintos: *StripMap*, *ScanSAR* y *SpotLight*, analizándose, en nuestro caso, únicamente el *ScanSAR* para el que definiremos una *resolución* en *rango* de: [ $\delta R_g = 5 m$ ].

El tiempo de revisita de un día, lo que significa que gracias a la capacidad, de movilidad y giro (de modo remoto y electrónico), de la antena del SAR, podremos, en el plazo de 24 horas (como máximo), iluminar una zona determinada que consideremos importante por cualquier motivo.

Capacidad de captar de 180 a 200 imágenes por día.

Diseñado para una misión que durará cinco años y medio, cubrirá un área de más de 300.000 kilómetros cuadrados (de la superficie terrestre) cada 24 horas, es decir una cobertura global, de más de 6.000 millones de  $\text{km}^2$ , durante su vida estimada.

Trabjará (estará en acción) tanto en las horas diurnas como durante las nocturnas y con independencia de las condiciones meteorológicas y cada jornada, dará 15<sub>(2/11)</sub> vueltas sobre la Tierra, a una altura geodésica de 514 kilómetros y con una velocidad aproximada de siete kilómetros por segundo.

Además, también incorporará a bordo, un Sistema de Identificación Automática (AIS), que podrá detectar la posición de cualquier buque en el mundo que pueda verse afectado por cualquier contingencia (accidente, secuestro, etc.). El sistema AIS dispondrá de:

- cuatro pequeñas antenas, de 40 centímetros de longitud, a bordo del satélite y dirigidas hacia la Tierra, que estarán situadas en una de las dos caras más pequeñas del prisma PAZ y serán las encargadas de recoger los datos que emitan los buques mientras navegan, gracias a la baliza emisora de señal AIS que estos llevan a bordo
- una quinta antena, instalada en el satélite, reenviará los datos a los centros de control terrestres

Así mismo permitirá llevar a cabo tareas de:

- vigilancia de control fronterizo
- verificación de tratados internacionales
- seguimiento y la evaluación de los desastres naturales
- incluso el control medioambiental

### 3.1 Huella (o franja) a cubrir, en cada órbita del satélite

Como referencia hemos tomado los datos que aparecen en los siguientes links:

<https://directory.eoportal.org/web/eoportal/satellite-missions/p/paz>

[http://www.infodefensa.com/wp-content/uploads/INFORME\\_SAT\\_PAZ.pdf](http://www.infodefensa.com/wp-content/uploads/INFORME_SAT_PAZ.pdf)

publicados por distintos organismos e instituciones privadas, que nos aportan los datos referentes a la *simulación de las órbitas* precisas para lograr, en un número determinada de éstas o *ciclo total de repetición*: [CL], una cobertura completa de la superficie terrestre a iluminar.

A partir de dicha información, definiremos como un *ciclo total de repetición*: [CL = 167 órbitas], durante: [11 días], obteniéndose, con ello, una cobertura completa de la superficie de sobre la Tierra. Por tanto, la *duración, de una única órbita*, será de: [5691 segundos], aproximadamente.

Tomaremos también, de la información contenida en dichos links, un valor de la *altura orbital*, respecto al punto nadir sobre la Tierra (o en definitiva la altura del satélite, respecto a su superficie): [H = 514 km].

Por otro lado y tomando como referencia los datos de la misión Sentinel-I, lanzada el pasado 3 de Abril de este año en curso, hemos fijado como *radio equivalente*, del Planeta (en este caso sobre la Tierra), un valor de:  $[R_{Planeta} = R_{Tierra} = 6398,3 \text{ km}]$ . Dicho valor ha sido corroborado, además, acudiendo a distintos libros de texto y a diversas revistas especializadas.

Como vamos a trabajar en modo de funcionamiento *ScanSAR*, detallado en el **capítulo 1**, deberemos aplicar la condición:

$$S_{teórica} \leq \sum_{i=1}^{N_s} S_i \quad (3.1)$$

en la que:  $[N_s]$ , será el número de sub-huellas resultantes y:  $[S_{teórica}]$ , será la *longitud teórica*, en *rango*, de la *huella* (franja de terreno a iluminar o *swath*) a cubrir en cada paso de órbita y cuyo valor se podrá aproximar por esta otra ecuación:

$$S_{teórica} \approx \frac{2 \cdot \pi \cdot R_{Tierra}}{CL} \quad (3.2)$$

ya que supondremos que dicha órbita, será *polar* (es decir con un *ángulo de iluminación*:  $[\zeta_{iluminación\_orbital} \approx 90^\circ]$ , con respecto al ecuador) y además *circular*.

Por tanto, sustituyendo los valores de:  $[R_{Tierra} = 6398,3 \text{ Km}]$  y de:  $[CL = 167]$ , antes definidos, en la ecuación (3.2), tendremos:

$$S_{teórica} \approx \frac{2 \cdot \pi \cdot (6398,3 \cdot 10^3)}{167} \approx 240,729 \text{ (km)}$$

### 3.2 Selección del PRF, para cada sub-huella

Para calcular el *Diamonds Graph* (para *geometría esférica*, sobre la Tierra), utilizaremos, según se detalla en el **Apéndice A** de este proyecto, la siguiente ecuación:

$$R = R_{Tierra} \cdot \left[ \frac{\text{sen} \left( \eta - \left\{ \arcsen \left[ \left( \frac{R_{Tierra}}{H + R_{Tierra}} \right) \cdot \text{sen}(\eta) \right] \right\} \right)}{\left( \frac{R_{Tierra}}{H + R_{Tierra}} \right) \cdot \text{sen}(\eta)} \right] \quad (3.3)$$

que nos dará la *distancia oblicua*, para *geometría esférica*:  $[R]$ , existente entre el sensor (radar SAR) y el blanco distribuido (o huella de terreno a iluminar), en función del ángulo de incidencia:  $[\eta]$ .

Esta expresión, de:  $[R]$ , se sustituirá en cada una de las cuatro ecuaciones (o condiciones) siguientes:

$$\frac{2 \cdot R}{c} - \frac{n}{PRF} = -\Delta \quad (3.4)$$

$$\frac{2 \cdot R}{c} - \frac{n}{PRF} = \tau + \Delta \quad (3.5)$$

$$\frac{2 \cdot R}{c} - \frac{n}{PRF} = \frac{2 \cdot H}{c} - \Delta \quad (3.6)$$

$$\frac{2 \cdot R}{c} - \frac{n}{PRF} = \frac{2 \cdot H}{c} + \tau + \Delta \quad (3.7)$$

que también están definidas, en el mismo **Apéndice A** de este proyecto y que garantizarán evitar las reflexiones, propias de los ecos existentes, tanto en la huella (sub-huella, en nuestro caso del *ScanSAR*) como en el punto nadir, de nuestro sistema radar SAR.

Sustituiremos, en las ecuaciones: (3.4-3.7), además del valor de:  $[R]$ , dado por la ecuación (3.3), estos datos:

- $[H = 514 \text{ km}]$ , definido en el apartado 3.1, de este capítulo
- $[R_{Tierra} = 6398,3 \text{ km}]$ , también definido en el apartado 3.1, de este capítulo

así como estos otros:

- $[\tau = 40 \text{ useg}]$
- $[\Delta = 5 \text{ useg}]$
- $[n = N = 40]$

también detallados, en el **Apéndice A** de este proyecto y fijados, como requisitos de diseño de nuestro estudio.

Resolveremos, utilizando para ello la **Aplicación Matlab**, el sistema de cuatro ecuaciones: (3.4-3.7), ya preparadas, obteniéndose la *Diamonds Graph*, para *geometría esférica* sobre la Tierra, que será en definitiva una función del tipo:  $[PRF = \text{función}(\eta)]$ .

A continuación y sobre la gráfica obtenida, deberemos reflejar (como una línea vertical de color *verde*) el valor de la *frecuencia de repetición de pulsos mínima*:  $[PRF_{mínima}]$ , para cuyo cálculo obtendremos el valor de la *velocidad del satélite* (para una órbita polar y circular):  $[v_{satélite}]$ , utilizando para ello, la ecuación:

$$v_{satélite} = \sqrt{\frac{\mu_{Tierra}}{(R_{Tierra} + H)}} \quad (3.8)$$

detallada en el **Apéndice B** de este proyecto y en la que:

- $[\mu_{Tierra}]$ , será la *constante de Kepler* de la Tierra, resultante de multiplicar entre sí:
  - la *constante de gravitación universal*:  
 $[G = (6,693 \pm 0,048) \cdot 10^{-11} \left(\frac{m^3}{kg \cdot seg^{-2}}\right)]$
  - por su *masa*:  $[M_{Tierra} = 5,972 \cdot 10^{24} (kg)]$
 siendo su valor:  $[\mu_{Tierra} = 398.600 (km^3 \cdot seg^{-2})]$ ,
- $[H = 514 km]$ , definido en el anterior apartado 3.1, de este capítulo
- $[R_{Tierra} = 6398,3 km]$ , también definido en el anterior apartado 3.1, de este capítulo

por lo que sustituyendo, estos valores, en la ecuación (3.8), obtendremos:

$$v_{satélite} = \sqrt{\frac{398600}{(6398,3 + 514)}} = 7,5938 (km/s)$$

A continuación, fijamos la *longitud física*, en *acimut*, de la antena (suponiendo a esta de apertura rectangular):  $[L_a]$ , que nos vendrá fijada como un requisito de diseño:  $[L_a = 4,8 m]$  y obtendremos la *frecuencia Doppler*:  $[f_D]$ , a partir de la ecuación:

$$f_{Doppler} = \frac{v_{satélite}}{L_a} \tag{3.9}$$

detallada en el **capítulo 1** de este proyecto, resultando tras sustituir, en la ecuación (3.9),  $[v_{satélite} = 7593,8 (m/s)]$  y  $[L_a = 8 m]$ , el siguiente valor:

$$f_{Doppler} = \frac{7593,8}{4,8} = 1582,035 (Hz)$$

y aplicando el *Criterio de Nyquist*:

$$PRF_{mínima} \geq 2 \cdot f_{Doppler} \quad (3.10)$$

y sustituir, en la ecuación (3.10), el valor de: [ $PRF_{mínima} = 1582,035 \text{ Hz}$ ] nos resultaría la siguiente condición:

$$PRF_{mínima} \geq 2 \cdot 1582,035$$

$$PRF_{mínima} \geq 3164,07 \text{ (Hz)}$$

Si ahora aplicamos la siguiente ecuación:

$$S_{teórica} = H \cdot [tg(\gamma_{lejano\_Ns}) - tg(\gamma_{cercano\_1})] \quad (3.11)$$

detallada en el **Apéndice A**, de este proyecto y que recordamos es únicamente válida para *geometría plana* y si en ella tomamos, como condición de diseño, un valor de: [ $\gamma_{cercano\_1} = 15,50^\circ$ ], tendremos que:

$$S_{teórica} = H \cdot [tg(\gamma_{lejano\_Ns}) - tg(15,50^\circ)]$$

y sustituyendo además, en la ecuación (3.11), los valores ya conocidos de [ $S_{teórica} = 240,729 \text{ Km}$ ] y [ $H = 514 \text{ Km}$ ], tendremos que:

$$240,729 \cdot 10^3 = 514 \cdot 10^3 \cdot [tg(\gamma_{lejano\_Ns}) - tg(15,50^\circ)]$$

resultando de la misma:

$$\gamma_{lejano\_Ns} = 36,709^\circ$$

es decir que, en nuestro caso (recordamos que en *geometría plana*, sobre la Tierra), el *margen*, en lo que a ángulos off-nadir e incidencia:  $[\gamma = \eta]$  se refiere, estará comprendido dentro del tramo:

$$\{\gamma_{\text{lejano\_Ns}} = \eta_{\text{lejano\_Ns}} = 36,71^\circ; \gamma_{\text{cercano\_1}} = \eta_{\text{cercano\_1}} = 15,50^\circ\}$$

a partir del que obtendremos, el *margen* de ángulos de incidencia:  $[\eta]$ , a utilizar en el *Diamonds Graph* (para *geometría esférica*), aplicando la siguiente expresión trigonométrica:

$$\left\{ \arcsen \left[ \left( \frac{R_{\text{Tierra}} + H}{R_{\text{Tierra}}} \right) \cdot \text{sen}(36,71^\circ) \right] - \arcsen \left[ \left( \frac{R_{\text{Tierra}} + H}{R_{\text{Tierra}}} \right) \cdot \text{sen}(15,50^\circ) \right] \right\} \quad (3.12)$$

detallada en el **Apéndice A** de este proyecto, por lo que sustituyendo, en la ecuación (3.12), los valores de  $[R_{\text{Tierra}} = 6398,3 \text{ Km}]$  y  $[H = 514 \text{ Km}]$ :

$$\left\{ \arcsen \left[ \left( \frac{(6398,3 + 514)}{6398,3} \right) \cdot \text{sen}(36,71^\circ) \right] - \arcsen \left[ \left( \frac{(6398,3 + 514)}{6398,3} \right) \cdot \text{sen}(15,50^\circ) \right] \right\}$$

y operando:

$$\{ \arcsen[(1,08033) \cdot \text{sen}(36,71^\circ)] - \arcsen[(1,08033) \cdot \text{sen}(15,50^\circ)] \}$$

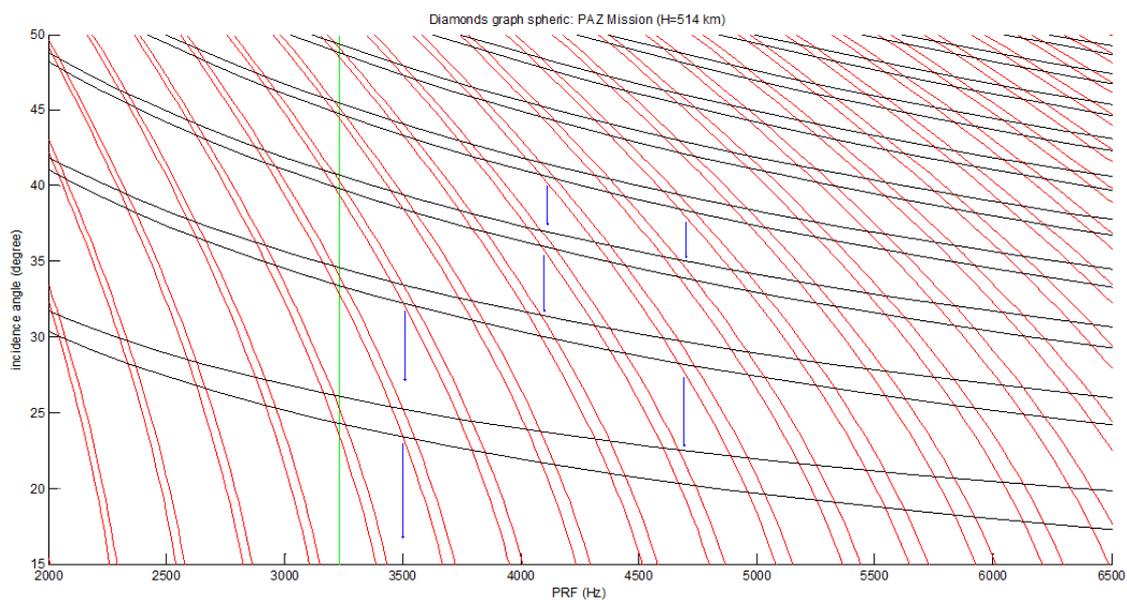
resultará un *margen*:

$$\{\eta_{\text{lejano\_Ns}} = 40,22^\circ; \eta_{\text{cercano\_1}} = 16,78^\circ\}$$

con lo que ya tendremos también, el *margen* (teórico) de ángulos de incidencia:  $[\eta]$ , entre los que podremos y deberemos ubicar las líneas verticales (de color *azul*), entre ábacos, trabajando en el *Diamonds Graph*, (*geometría esférica*) sobre la Tierra,

Una vez dispongamos de todos los requerimientos obtenidos ( $[PRF_{mínima}]$ , ya definida y marcada, sobre la gráfica, de color *verde* y el *margen* de ángulos de incidencia:  $[\eta]$ , de referencia ya determinado) procederemos a ubicar, sobre nuestra *Diamonds Graph* (*geometría esférica*) sobre la Tierra, las distintas líneas verticales (en este caso de color *azul*), entre ábacos, que nos definirán el número:  $[N_s]$  y la longitud en *rango*:  $[S_s]$ , de las sub-huellas que nos surjan.

Nuestra solución la hemos plasmado en a Figura 3.1.



**Figura 3.1: Diamonds Graph, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

En dicha gráfica (Figura 3.1) tendremos, como resultado, un número de sub-huellas óptimo igual a seis:  $[N_s = 6]$  y la consiguiente Tabla 3.1, que definirá tanto a la frecuencia de repetición de pulsos:  $[PRF_s]$ , como a los ángulos de incidencia:  $[\eta_{near\ o\ cercano_s}]$  y  $[\eta_{far\ o\ lejano_s}]$ , así como su valor medio:  $[\eta_{mid\ o\ medio_s}]$ , para cada una de las seis sub-huellas, comprobándose que efectivamente los valores, de los ángulos de incidencia (en *geometría esférica* de la Tierra), quedan comprendidos (es decir ajustados) dentro del *margen* antes calculado de forma teórica y que recordamos era:  $[40,22^\circ; 16,78^\circ]$ .

Tierra (geometría esférica)	PRF <sub>s</sub> (Hz)	ángulo de incidencia: η <sub>i_s</sub> (°)		
		cercano	lejano	medio
sub-huella 1	3.499,30	17,300	22,700	20,000
sub-huella 2	4.690,20	22,500	26,800	24,650
sub-huella 3	3.507,80	26,600	31,400	29,000
sub-huella 4	4.099,00	31,100	34,350	32,725
sub-huella 5	4.698,70	34,000	37,200	35,600
sub-huella 6	4.111,80	37,000	40,000	38,500

**Tabla 3.1: Frecuencias de repetición de pulsos: (PRF<sub>s</sub>) y de los ángulos de incidencia: (η<sub>i\_s</sub>), en cada sub-huella, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

Así mismo calcularemos, por trigonometría *en geometría esférica* (que como ya hemos dicho está detallada en el **Apéndice A** de este proyecto) y a partir de la ecuación:

$$\gamma_{i_s} = \arcsen \left[ \left( \frac{R_{Tierra}}{H + R_{Tierra}} \right) \cdot \text{sen}(\eta_{i_s}) \right] \quad (3.13)$$

los ángulos off-nadir: [ $\gamma_{near \text{ o } cercano_s}$ ] y [ $\gamma_{far \text{ o } lejano_s}$ ], así como su valor medio: [ $\gamma_{mid \text{ o } medio_s}$ ], y diferencia: [ $\gamma_{diferencia_s}$ ], cuyos resultados quedan reflejados en la Tabla 3.2.

Tierra (geometría esférica)	PRF <sub>s</sub> (Hz)	ángulo off-nadir: γ <sub>i_s</sub> (°)			
		cercano	lejano	medio	diferencia
sub-huella 1	3.499,30	15,978	20,929	18,453	4,951
sub-huella 2	4.690,20	20,746	24,667	22,707	3,921
sub-huella 3	3.507,80	24,486	28,834	26,660	4,348
sub-huella 4	4.099,00	28,563	31,486	30,024	2,923
sub-huella 5	4.698,70	31,172	34,031	32,602	2,859
sub-huella 6	4.111,80	33,853	36,512	35,183	2,659

**Tabla 3.2: Ángulos de off-nadir: (γ<sub>i\_s</sub>), en cada sub-huella, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

### 3.3 Longitudes de las distancias oblicuas, de las sub- huellas y de las superposiciones (de estas) entre sí

Aplicando las ecuaciones incluidas, en el **Apéndice A** de este proyecto, a nuestro caso (de Tierra en *geometría esférica*) podremos obtener los valores de la *distancia oblicua*, para cada una de las:  $[N_s]$  sub-huellas, entre el sensor (radar) y el blanco distribuido (o franja de terreno) a iluminar:  $[R_{i_s}]$ , a partir de la siguiente ecuación (Teorema del seno, en *geometría esférica*):

$$\frac{\text{sen}(\gamma)}{R_{Tierra}} = \frac{\text{sen}(180^\circ - \eta)}{H + R_{Tierra}} = \frac{\text{sen}(\varphi)}{R} \quad (3.14)$$

en la que todos los ángulos, de la misma, vendrán expresados en:  $[\circ]$ , por el factor:  $[180^\circ]$  que aparece en ella y de la que se deducen estas otras dos:

$$\gamma_{i_s} = \arcsen \left[ \left( \frac{R_{Tierra}}{H + R_{Tierra}} \right) \cdot \text{sen}(\eta_{i_s}) \right]$$

ya definida anteriormente como ecuación (3.13) y esta otra:

$$R_{i_s} = R_{Tierra} \cdot \left[ \frac{\text{sen}(\varphi_{i_s})}{\text{sen}(\gamma_{i_s})} \right] = R_{Tierra} \cdot \left[ \frac{\text{sen}(\eta_{i_s} - \gamma_{i_s})}{\text{sen}(\gamma_{i_s})} \right] \quad (3.15)$$

recordando que en ellas:

- $[i]$ , será una nueva variable, dentro de cada sub-huella, que podrá tomar tres posibles valores:
  - lejano (o far)
  - cercano (o near)
  - y medio (o mid)
- $[s]$ , será la sub-huella en cuestión

obteniéndose, por tanto los resultados de las *distancias oblicuas*:  $[R_{i_s}]$ , reflejados en la Tabla 3.3.

Tierra (geometría esférica)	ángulos de incidencia: $\eta_{i_s}$ (°)			distancia oblicua: $R_{i_s}$ (km)		
	cercano	lejano	medio	cercana	lejana	media
sub-huella 1	17,30	22,70	20,00	536,427	553,579	545,003
sub-huella 2	22,50	26,80	24,65	552,844	570,491	561,668
sub-huella 3	26,60	31,40	29,00	569,581	594,068	581,824
sub-huella 4	31,10	34,35	32,73	592,367	612,115	602,241
sub-huella 5	34,00	37,20	35,60	609,843	632,029	620,936
sub-huella 6	37,00	40,00	38,50	630,545	654,263	642,404

**Tabla 3.3: Longitud de las distancias oblicuas:  $(R_{near_s})$ ,  $(R_{far_s})$  y  $(R_{mid_s})$ , en cada sub-huella, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

Por otro lado, la *longitud en rango*, de la sub-huella a iluminar:  $[S_s]$ , la obtendremos a partir de la ecuación:

$$S_s = R_{Tierra} \cdot (\varphi_{far\ o\ lejano_s} - \varphi_{near\ o\ cercano_s}) \quad (3.16)$$

donde:  $[\varphi]$ , será unos de los dos ángulos (o parámetros) que definan, las coordenadas esféricas de un sistema en tres dimensiones y que a su vez se obtendrá a partir de esta otra ecuación:

$$\varphi_{i_s} = \arcsen \left[ \left( \frac{R_{i_s}}{H + R_{Tierra}} \right) \cdot \sen(\pi - \eta_{i_s}) \right] \quad (3.17)$$

donde, esta vez, todos los ángulos, de la misma, se expresarán en: *[radianes]*, por el factor:  $[\pi]$  que aparece en ella y recordando que los valores de:  $[R_{Tierra} = 6398,3\ km]$  y  $[H = 514\ km]$ , están definidos en el apartado 3.1 de este capítulo y que el valor de las distancias oblicuas:  $[R_{i_s}]$ , se obtendrán de la Tabla 3.3 y el de los ángulos:  $[\eta_{i_s}]$ , se obtendrán de la Tabla 3.1 y los deberemos pasar a: *[radianes]*.

Recordar también que el significado de los subíndices:  $[i]$  y  $[s]$ , será idéntico al que hemos definido anteriormente para la ecuación: (3.15).

De igual modo, las ecuaciones: (3.16) y (3.17), nos permitirán obtener las *superposiciones* (iluminación simultánea del terreno a cubrir), de dos sub-huellas consecutivas y que las calcularemos para comprobar que efectivamente la suma:  $[S]$ , de las:  $[N_s]$  sub-huellas iluminadas (o barridas):  $[S_s]$ , sea superior a los:  $[242 \text{ km}]$ , de la huella teórica:  $[S_{teórica}]$ , obtenida en el apartado 3.1 de este capítulo, como un requisito de diseño mas, que deberemos cubrir en cada una de las órbitas de nuestra misión.

Los resultados se muestran en la Tabla 3.4 y corroboran que con ello efectivamente cubrimos, por orbita, toda la huella o franja a iluminar:  $[S_{teórica} = 240,729 \text{ km}]$  y además con una superposición mínima y aceptable de las:  $[N_s]$  sub-huellas de nuestro *ScanSAR*.

Tierra (geometría esférica)	ángulo de coordenada esférica: $\varphi_{i_s}$ (radianes)			sub-huella: $S_s$ (km)	superposición ángulo $\varphi_{i_s}$ (radianes)		superposición de sub-huellas (km)
	cercano	lejano	medio		cercano	lejano	
sub-huella 1	0,0230	0,0309	0,0271	50,105	0,0000	0,0000	0,000
sub-huella 2	0,0306	0,0372	0,0339	42,287	0,0306	0,0309	1,913
sub-huella 3	0,0369	0,0448	0,0408	50,471	0,0369	0,0372	2,025
sub-huella 4	0,0443	0,0500	0,0471	36,517	0,0443	0,0448	3,278
sub-huella 5	0,0494	0,0553	0,0524	38,100	0,0494	0,0500	4,044
sub-huella 6	0,0549	0,0609	0,0579	38,090	0,0549	0,0553	2,459
<b>Total</b>				255,566			13,719

<b>Total de la huella (km) = 255,566 - 13,719 = 241,847 (km)</b>
--

**Tabla 3.4: Ángulos de coordenadas esféricas: ( $\varphi_{i_s}$ ) y longitudes en rango de las sub-huellas ( $S_s$ ) y de la huella neta ( $S$ ), en geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

### 3.4 Anchura, en acimut, de las cuatro sub-huellas ( $F_{s\_acimut}$ )

Para ello calcularemos, en primer lugar y para *geometría plana*, el *ancho de haz a 3 dB*, en *acimut* (plano *along-track*) aplicando la siguiente ecuación:

$$\theta_{3\text{ dB-H}} = 0,88 \cdot \left[ \frac{\lambda}{L_a} \right] \quad (3.18)$$

siempre expresada en *radianes* y en la que, en nuestro caso (de misión sobre la Tierra), tendremos:

- $[f]$ , será la *frecuencia de portadora* de trabajo, definida, por diseño, dentro de la banda X, de frecuencias, es decir en el tramo:  $[entre\ 7\ y\ 12,5\ GHz]$  del que habremos elegido:  $[f = 9,6 \cdot 10^9\ (Hz)]$ , por lo que la *longitud de onda* de trabajo valdrá:  $[\lambda = \frac{c}{f} = 0,03125\ m]$
- $[L_a = 8\ m]$ , por diseño como ya vimos anteriormente

por lo que, sustituyendo, estos valores, en la ecuación (3.18) tendremos:

$$\theta_{3\text{ dB-H}} = 0,88 \cdot \left[ \frac{0,0313}{4,8} \right]$$

y operando, resultará:

$$\theta_{3\text{ dB-H}} = 0,00573\ (radianes) = 0,328\ (^\circ)$$

Por otro lado, para calcular el *Diamonds Graph (geometría plana)* sobre la Tierra, utilizaremos, según tenemos detallado, en el **Apéndice A**, de este proyecto, esta ecuación:

$$R = \frac{H}{\cos(\gamma)} = \frac{H}{\cos(\eta)} \quad (3.19)$$

de la *distancia oblicua* del sensor al blanco distribuido (o franja de terreno) a iluminar:  $[R]$ , en función del ángulo de incidencia:  $[\eta]$ , que recordamos que en este caso (de *geometría plana*) será coincidente con el ángulo off-nadir:  $[\gamma]$  y que será el valor que sustituiremos, en cada una de las cuatro ecuaciones: (3.4-3.7), que ya definimos, en el apartado 3.2 de este capítulo, para evitar las reflexiones propias de los ecos existentes, tanto en la huella (sub-huella, en nuestro caso del *ScanSAR*) como en el punto nadir, de nuestro sistema radar SAR.

De igual modo, en esas mismas cuatro ecuaciones (3.4-3.7), sustituiremos estos datos:

- $[H = 514 \text{ km}]$
- $[R_{Tierra} = 6398,3 \text{ km}]$

ya definidos en el apartado 3.1 de este capítulo, así como estos otros:

- $[\tau = 40 \text{ useg}]$
- $[\Delta = 5 \text{ useg}]$
- $[n = N = 40]$

también definidos en el **Apéndice A** de este proyecto y fijados, como requisitos de diseño de nuestro estudio.

Tras la resolución, simultánea en la **Aplicación Matlab**, definida y desarrolladas en el **capítulo 4** de este proyecto, del sistema de cuatro ecuaciones: (3.4-3.7), una vez sustituido en cada una de ellas el valor de  $[R]$ , para *geometría plana*, dado en la ecuación (3.19), obtendremos la *Diamonds Graph*, para *geometría plana* sobre la Tierra, que será de la forma:  $[\eta = \text{función}(PRF)]$ .

Al igual que vimos, en el mismo apartado 3.2 de este capítulo, cuando analizamos la *geometría esférica* de Tierra, una vez obtenida la *Diamonds Graph* (*geometría plana* de Tierra), también precisaremos, estos otros valores ya obtenidos en dicho apartado:

$$PRF_{mínima} \geq 3164,07 \text{ (Hz)}$$

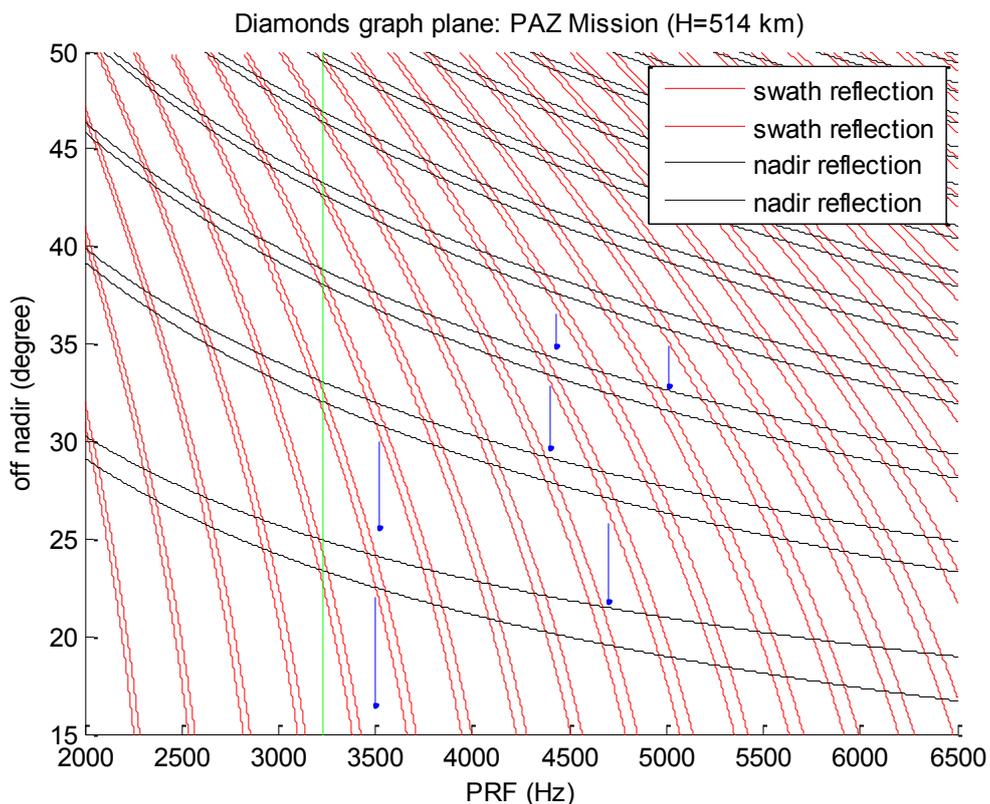
$$\{\gamma_{lejano\_Ns} = 36,71^\circ; \gamma_{cercano\_1} = 15,5^\circ\}$$

con lo que ya tendremos tanto la *frecuencia de repetición de pulsos* mínima, como el *margen* (teórico) de ángulos de incidencia:  $[\eta]$  (coincidente con el de ángulos off-nadir:  $[\gamma]$ , en este caso de *geometría plana*), entre los que podremos y deberemos ubicar las líneas verticales (de color *azul*), entre ábacos, trabajando en el *Diamonds Graph*, (*geometría plana*) sobre la Tierra.

Con todos los requerimientos previos obtenidos ( $[PRF_{mínima}]$ , ya definida y marcada, sobre la gráfica, de color *verde* y el *margen* de ángulos

de incidencia:  $[\eta]$  o de off-nadir:  $[\gamma]$ , de referencia ya determinado) procederemos a ubicar, sobre nuestra *Diamonds Graph* (geometría plana) sobre la Tierra, las distintas líneas verticales (en este caso de color azul), entre ábacos, que nos definirán el número:  $[N_s]$  y la longitud en *rango*:  $[S_s]$ , de las sub-huellas que nos surjan.

Nuestra solución la hemos plasmado en a Figura 3.2.



**Figura 3.2: Diamonds Graph, para geometría plana, de nuestra misión sobre la Tierra**

En dicha gráfica (Figura 3.2) tendremos, como resultado, un número de sub-huellas óptimo igual a seis:  $[N_s = 6]$  y la consiguiente Tabla 3.5, que definirá tanto a la frecuencia de repetición de pulsos:  $[PRF_s]$ , como a los ángulos de incidencia u off-nadir:  $[\eta_{near\ o\ cercano_s} = \gamma_{near\ o\ cercano_s}]$ ,  $[\eta_{far\ o\ lejano_s} = \gamma_{far\ o\ lejano_s}]$  y  $[\eta_{mid\ o\ medio_s} = \gamma_{mid\ o\ medio_s}]$ , así como los ángulos de elevación:  $[el_{near\ o\ cercano_s}]$ ,  $[el_{far\ o\ lejano_s}]$  y  $[el_{mid\ o\ medio_s}]$ , para cada una de las seis sub-huellas, comprobándose que efectivamente los valores, de los ángulos de incidencia y off-nadir (en geometría plana) sobre la Tierra, quedan comprendidos (es decir ajustados)

dentro del *margen* antes calculado de forma teórica y que recordamos era: [36,71°; 15,50°].

Tierra (geometría plana)	PRF <sub>s</sub> (Hz)	ángulos off-nadir e incidencia: $\gamma_{i_s} (^\circ) = \eta_{i_s} (^\circ)$			ángulo de elevación: $el_{i_s} (^\circ) = 90 - \gamma_{i_s}$		
		cercano	lejano	medio	cercano	lejano	medio
sub-huella 1	3.499,30	16,40	21,90	19,15	73,60	68,10	70,85
sub-huella 2	4.703,00	21,80	25,60	23,70	68,20	64,40	66,30
sub-huella 3	3.520,60	25,50	30,00	27,75	64,50	60,00	62,25
sub-huella 1	4.401,00	29,70	32,80	31,25	60,30	57,20	58,75
sub-huella 2	5.013,50	32,70	34,90	33,80	57,30	55,10	56,20
sub-huella 3	4.430,80	34,80	36,50	35,65	55,20	53,50	54,35

**Tabla 3.5: Frecuencias de repetición de pulsos: (PRF<sub>s</sub>) y de los ángulos de off-nadir e incidencia: ( $\gamma_{i_s} = \eta_{i_s}$ ) y de elevación: ( $el_{i_s}$ ), en cada sub-huella, para geometría plana, de nuestra misión sobre la Tierra**

Por tanto, aplicando la ecuación:

$$R_{i_s} = \frac{H}{\cos(\gamma_{i_s})} = \frac{H}{\cos(\eta_{i_s})}$$

análoga a la ecuación (3.19), obtendremos la Tabla 3.6, con los resultados de las *distancias oblicuas*, entre sensor y blanco distribuido o franja de terreno a iluminar, para *geometría plana*.

Tierra (geometría plana)	ángulo de off-nadir: $\gamma_{i_s} (^\circ)$			distancia oblicua: $R_{i_s} (km)$		
	cercano	lejano	medio	cercana	lejana	media
sub-huella 1	16,40	21,90	19,15	535,800	553,977	544,109
sub-huella 2	21,80	25,60	23,70	553,590	569,951	561,342
sub-huella 3	25,50	30,00	27,75	569,475	593,516	580,799
sub-huella 4	29,70	32,80	31,25	591,735	611,492	601,232
sub-huella 4	32,70	34,90	33,80	610,806	626,713	618,543
sub-huella 6	34,80	36,50	35,65	625,952	639,417	632,543

**Tabla 3.6: Longitud de las distancias oblicuas: ( $R_{near_s}$ ), ( $R_{far_s}$ ) y ( $R_{mid_s}$ ), en cada sub-huella, para geometría plana, de nuestra misión sobre la Tierra**

A partir de los valores hasta ahora obtenidos (del *ancho de haz a 3 dB* en *acimut* y de las *distancias oblicuas* medias, para *geometría plana*), aplicaremos la siguiente ecuación:

$$F_{acimut\_s} = \theta_{3\text{ dB-H}} \cdot R_{media\ o\ mid\_s} \quad (3.20)$$

para obtener la *longitudes* (o anchos en *acimut*), de cada una de las sub-huellas y que se reflejan en la Tabla 3.7.

Tierra (geometría plana)	distancia oblicua media: $R_{m\ s}$	ancho de haz a 3 dB en acimut: $\phi_{3\text{ dB H}}$	anchura de sub-huella, en acimut: $F_{acimut\ s}$ (km)	
	(km)	(radianes)	individual	acumulado
sub-huella 1	544,109	0,0057	3,118	3,118
sub-huella 2	561,342	0,0057	3,217	6,334
sub-huella 3	580,799	0,0057	3,328	9,662
sub-huella 1	601,232	0,0057	3,445	13,107
sub-huella 2	618,543	0,0057	3,544	16,652
sub-huella 3	632,543	0,0057	3,625	20,276

**Tabla 3.7: Anchuras, en la dirección del acimut: ( $F_{acimut\_s}$ ), de cada una de las sub-huellas, para geometría plana, de nuestra misión sobre la Tierra**

Estos datos calculados, de *anchura* en *acimut*, de cada sub-huella: [ $F_{acimut\_s}$ ], junto con los resultados antes obtenidos (ver Tabla 3.4), para las *longitudes*, en *rango*, de las sub-huellas: [ $S_s$ ], nos dará una idea del área geográfica iluminada, tanto para cada una de las: [ $N_s = 6$ ] sub-huellas como para la huella completa (suma de las anteriores): [ $S$ ] a iluminar, en cada órbita.

### 3.5 Ventana mínima de recepción, por sub-huella ( $T_{c\_s}$ )

Se definirá como la diferencia, entre el tiempo de propagación del pulso (o del eco) máximo, es decir para el ángulo de incidencia: [ $\eta_{lejano\_s}$ ] y el tiempo de propagación del pulso (o del eco) mínimo, es decir para el ángulo de incidencia: [ $\eta_{cercano\_s}$ ], en cada una de las: [ $N_s = 6$ ] sub-huellas.

Para obtener su valor aplicaremos, en geometría esférica, la siguiente ecuación:

$$T_{c_s} = \frac{2 \cdot (R_{s\_lejana} - R_{s\_cercana})}{c} + \tau \quad (3.21)$$

donde:

- $[R_{lejana_s}]$ , será la *distancia oblicua máxima*, es decir para:  $[\eta_{lejano_s}]$
- $[R_{cercana_s}]$ , será la *distancia oblicua mínima*, es decir para:  $[\eta_{cercano_s}]$
- $[\tau]$ , será la *duración del pulso enviado* que en nuestro caso y como condición de diseño será de:  $[40 \mu\text{seg}]$
- $[c]$ , será la *velocidad de la luz*:  $[3 \cdot 10^8 \text{ (m/s)}]$

obteniéndose tras sustituir, entre otros, los valores conocidos de las *distancias oblicuas* de la Tabla 3.3 en la ecuación (3.21), los resultados reflejados en la Tabla 3.8.

Tierra (geometría esférica)	distancia oblicua: $R_{i_s}$ (km)		ventana mínima de recepción: $T_{c_s}$ ( $\mu\text{seg}$ )
	cercana	lejana	
sub-huella 1	536,427	553,579	154,350
sub-huella 2	552,844	570,491	157,650
sub-huella 3	569,581	594,068	203,240
sub-huella 4	592,367	612,115	171,650
sub-huella 5	609,843	632,029	187,900
sub-huella 6	630,545	654,263	198,120

**Tabla 3.8: Ventana mínima de recepción: ( $T_{c_s}$ ), en cada una de las seis sub-huellas, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

### 3.6 Ancho de banda ( $BW_{m\acute{a}xima\_s}$ ) y Tasa (o velocidad) de datos ( $k_{0\_s}$ ), de la se\~{n}al transmitida

El *ancho de banda* m\~{a}ximo (de la se\~{n}al transmitida), en hercios (Hz), para cada una de las sub-huellas, lo obtendremos a partir de la expresi3n:

$$BW_{m\acute{a}xima\_s} = \frac{c}{2 \cdot \delta_r \cdot \text{sen}(\gamma_{m\acute{i}nimo\_s})} \quad (3.22)$$

donde:

- [ $c$ ], ser\~{a} la *velocidad de luz* ( $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ )
- [ $\delta R_g$ ], ser\~{a} la *resoluci3n en rango* y vendr\~{a} definida, por dise\~{n}o. En nuestro caso (misi3n sobre la Tierra) hemos tomado un valor de: [ $\delta R_g = 5 \text{ m}$ ]

Mientras que la *m\~{a}xima tasa de datos* (de la se\~{n}al transmitida), en bits por segundo (bps), para cada una de las sub-huellas, vendr\~{a} dada por esta otra ecuaci3n:

$$k_{0\_s\_m\acute{a}xima} = 2 \cdot 1,2 \cdot m \cdot BW_{s\_m\acute{a}xima} \cdot \tau \cdot PRF_s \quad (3.23)$$

donde:

- [ $m$ ], ser\~{a} el n\~{u}mero de bits precisos para la cuantificaci3n, que en nuestro caso, tomaremos: [ $m = 8$ ]
- [ $\tau$ ], ser\~{a} la duraci3n del pulso transmitido que en nuestro caso y por dise\~{n}o ser\~{a} de:  $40 \mu\text{seg}$ .

obteni\~{e}ndose, tras sustituir los valores ya conocidos en las ecuaciones (3.22) y (3.23), los resultados de ambos par\~{a}metros; [ $BW_{m\acute{a}xima\_s}$ ] y [ $k_{0\_s\_m\acute{a}xima}$ ], que se reflejan en la Tabla 3.9.

Tierra (geometría esférica)	PRF <sub>s</sub>	ángulo de incidencia: $\eta_{near s}$ (°)	ancho de banda máximo:	velocidad o tasa de datos:
	(Hz)	cercano	BW <sub>máxima s</sub> (MHz)	k <sub>0 máxima s</sub> (Mbps)
sub-huella 1	3.499,30	17,30	100,880	271,111
sub-huella 2	4.690,20	22,50	78,390	282,367
sub-huella 3	3.507,80	26,60	67,000	180,497
sub-huella 1	4.099,00	31,10	58,080	182,838
sub-huella 2	4.698,70	34,00	53,650	193,601
sub-huella 3	4.111,80	37,00	49,850	157,419

**Tabla 3.9: Ancho de banda y Velocidad (o tasa de datos) de la señal transmitida, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

Volviendo a los datos, obtenidos de los links que indicamos en el apartado 3.1 de este capítulo, y dando por hecho que el sensor tomará datos y los subirá (guardará) en la memoria (discos duros) que nuestra misión a la Tierra tenga dispuestos, mientras que el satélite complete la totalidad de una órbita, es decir durante: [5691 s/órbita], ya que, aunque en nuestro Planeta (Tierra) haya tres cuartas partes de agua y una cuarta parte de tierra, como nuestra misión (civil y militar) cubrirá misiones de vigilancia sobre ambos medios, supondremos que durante todo el tiempo que dure la órbita, estaremos grabando información en nuestros discos duros de memoria.

En nuestro caso, consideraremos, para así evitar más complejidad, que los datos que se tomen, durante una órbita completa, se bajarán de un modo independiente a su captura por lo que sólo nos preocuparemos de la capacidad de memoria necesaria para poder almacenar los datos recogidos durante dicha órbita.

Por tanto, deberemos multiplicar la velocidad obtenida, de cada una de las sub-huellas, por el tiempo de captura de datos, en cada órbita: [5691 s/órbita], y después dividimos el resultado obtenido por el factor de cuantificación que recordamos era: [ $m = 8$ ].

Por último sumaremos las: [ $N_s = 6$ ] capacidades de memoria requeridas (en Gbits) y le daremos un margen de seguridad de un 20%, resultando, finalmente, tanto las capacidades parciales como la total mas el 20% de seguridad, las que se reflejan en la Tabla 3.10.

Tierra (geometría esférica)	velocidad o tasa de datos: $k_0$ máximas (Mbps)	requerimiento capacidad de memoria por orbita (Gbits)
sub-huella 1	271,111	192,862
sub-huella 2	282,367	200,870
sub-huella 3	180,497	128,402
sub-huella 1	182,838	130,067
sub-huella 2	193,601	137,723
sub-huella 3	157,419	119,984
<b>Suma</b>	<b>1.267,833</b>	<b>909,908</b>
<b>1,2·Suma</b>		<b>1.091,889</b>

**Tabla 3.10: Requisitos de capacidad de memoria (en Gb), precisos por órbita, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

### 3.7 Máximo tiempo de integración ( $T_s$ ) y Mínimo número de ecos recibidos ( $N_s^{ecos}$ ), para cada una de las sub-huellas, en geometría plana

El *Máximo tiempo de integración*, para cada sub-huella, se definirá como el tiempo que tarda el satélite en cruzar dicha sub-huella, en la dirección de *acimut* y vendrá determinado por la ecuación:

$$T_s = \frac{F_{acimut\_s}}{v_{satelite}} \quad (3.24)$$

donde:

- $[F_{acimut\_s}]$ , será la anchura de cada una de las sub-huellas, en el plano *along-track* o *acimut*, cuyos valores ya hemos calculado y reflejado en la Tabla 3.7, del apartado 3.4, de este capítulo
- $[v_{satelite}]$ , será la velocidad del satélite a analizar y cuyo valor también hemos determinado, a partir de la ecuación (3.8), del apartado 3.2 de este mismo capítulo, resultando ser esta:  $[v_{satelite} = 7,5938 \text{ km/s}]$ , en nuestra misión sobre la Tierra

plasmándose, tras sustituir los valores conocidos en la ecuación (3.24), los resultados obtenidos de:  $[T_s]$ , en la Tabla 3.11.

Por otro lado, el *Mínimo números de ecos recibidos*, también para cada una de las sub-huellas, vendrá dado por esta otra ecuación:

$$N_s^{ecos} = \text{parte entera} \left[ \frac{PRF_s \cdot \text{mínimo}_{s=1:N_s}(T_s)}{N_s} \right] + 1 \quad (3.25)$$

donde:

- $[PRF_s]$ , será la *frecuencia de repetición de pulsos*, en geometría plana, para cada una de las sub-huellas, cuyos valores ya hemos calculado y reflejado en la Tabla 3.5, del apartado 3.4 de este capítulo
- $[\text{mínimo}_{s=1:N_s}(T_s)]$ , será el valor mínimo del *Máximo tiempo de integración*, para cada una de las sub-huellas, cuyo valor habremos determinado anteriormente, a partir de la ecuación (3.24) de este mismo apartado y posteriormente reflejados en la Tabla 3.11. En nuestro caso, corresponderá al de la sub-huella:  $[s = 1]$
- $[N_s]$ , será el número de sub-huellas, de nuestro *ScanSAR*, cuyo valor ya habremos determinado en el apartado 3.4 de este capítulo y que en nuestro caso, de la misión sobre la Tierra, recordamos que:  $[N_s = 6]$

reflejándose los resultados de:  $[N_s^{ecos}]$ , tras haber sustituido los valores conocidos en la ecuación (3.25), también en la Tabla 3.11.

Tierra (geometría plana)	PRF <sub>s</sub>	anchura de sub-huella, en acimut: F <sub>acimut<sub>s</sub></sub> (km)	máximo tiempo de integración:	número máximo de ecos recibidos por sub-huella:
	(Hz)	individual	T <sub>s</sub> (seg)	N <sub>s</sub> <sup>ecos</sup>
sub-huella 1	3.499,30	3,118	0,411	240
sub-huella 2	4.703,00	3,217	0,424	322
sub-huella 3	3.520,60	3,328	0,438	241
sub-huella 4	4.401,00	3,445	0,454	302
sub-huella 5	5.013,50	3,544	0,467	344
sub-huella 6	4.430,80	3,625	0,477	304

**Tabla 3.11: Máximo tiempo de integración (T<sub>s</sub>) y Mínimo número de ecos recibidos (N<sup>ecos</sup>), de cada sub-huella, para geometría plana, de nuestra misión sobre la Tierra**

### 3.8 Anchuras de antena (para cada sub-huella y real, para el dimensionado), en la dirección across-track o de rango, para geometría esférica

La *anchura de la antena* (en *across-track* o *rango*): [W<sub>s</sub>], para cada una de las: [N<sub>s</sub> = 6] sub-huellas, podremos obtenerla a partir de la ecuación:

$$W_s = \frac{\lambda \cdot H}{S_s \cdot \cos^2(\gamma_{medio_s})} \quad (3.26)$$

donde:

- [λ], será la *longitud de onda*, a la frecuencia de trabajo, es decir:  $[\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{9,6 \cdot 10^9} = 0.03125 \text{ m}]$ , recordando que: [c], será la velocidad de la luz:  $[3 \cdot 10^8 \text{ (m/s)}]$
- [H], será la *altura del satélite*, sobre la superficie de Tierra, que será un dato conocido y cuyo valor obtenido, en el apartado 3.1 de este capítulo, recordamos que ha resultado:  $[H = 514 \text{ km}]$

- $[S_s]$ , será la *longitud de cada una de las sub-huellas* (en *across-track* o *rango*), cuyo valor habremos obtenido en el apartado 3.3 de este capítulo, en concreto en la Tabla 3.4
- $[\gamma_{s\_medio}]$ , será el *ángulo de off-nadir medio*, para geometría esférica, en cada sub-huella, obtenido en el apartado 3.2 de este mismo capítulo, en concreto en la Tabla 3.2

Mientras que la *anchura real de la antena* (en *across-track* o *rango*):  $[RW]$ , para todas las sub-huellas, podremos obtenerla a partir de la expresión:

$$RW = \frac{\text{máximo}(W_s)}{\cos(\psi_s - \gamma_{medio\_s})} \quad (3.27.a)$$

donde, en la práctica, el *ángulo de apuntamiento*, por sub-huella:  $[\psi_s]$ , se puede considerar coincidente con el ángulo de off-nadir medio de la huella:  $[\gamma_{s\_medio}]$ , por lo que en realidad la ecuación nos quedará:

$$RW = \text{máximo}(W_s) \quad (3.27.b)$$

obteniéndose en definitiva, tras sustituir los valores conocidos en la ecuación (3.26), para *geometría esférica* de Tierra, los datos que se reflejan en la Tabla 3.13.

Tierra (geometría esférica)	ángulo off-nadir:	longitud en rango de la sub-huella: $S_s$ (km)	anchura de la antena: $W_s$ (m)	dimensionado de la anchura de antena: RW (m)
	$\gamma_{m s}$ (°) medio			
sub-huella 1	18,453	50,105	0,356	0,631
sub-huella 2	22,707	42,287	0,447	0,631
sub-huella 3	26,660	50,471	0,399	0,631
sub-huella 4	30,024	36,517	0,587	0,631
sub-huella 5	32,602	38,100	0,594	0,631
sub-huella 6	35,183	38,090	0,631	0,631

**Tabla 3.12: Anchuras, por sub-huella y para el dimensionado, de la antena: ( $W_s$ ) y (RW), en geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

Una vez obtenidas las *anchuras de antena*:  $[W_s]$ , para cada una de las:  $[N_s = 6]$  sub-huellas, podremos calcular también su valor (aproximado) a partir de los valores de *los anchos de haz a 3dB*, en *across-track* o *rango*, a partir de la ecuación:

$$\theta_{3dB_{V_S}} \approx 0,88 \cdot \left[ \frac{\lambda}{W_s} \right] \quad (3.28.a)$$

expresada siempre en: *[radianes]* y adecuándola, nos resultará esta otra:

$$W_s \approx 0,88 \cdot \left[ \frac{\lambda}{\theta_{3dB_{V_S}}} \right] = 0,88 \cdot \left[ \frac{\lambda}{(\gamma_{lejano_s} - \gamma_{cercano_s})} \right] \quad (3.28.b)$$

reflejándose, tras sustituir valores ya conocidos en la ecuación (3.28.b), los resultados obtenidos en la Tabla 3.13.

Tierra (geometría esférica)	ángulo de off-nadir: $\gamma_{i_s}$ (radianes)			anchura de la antena: $W_s$ (m)	dimensionado de la anchura de antena: RW (m)
	cercano	lejano	diferencia		
sub-huella 1	0,279	0,365	0,086	0,318	0,593
sub-huella 2	0,362	0,431	0,068	0,402	0,593
sub-huella 3	0,427	0,503	0,076	0,362	0,593
sub-huella 4	0,499	0,550	0,051	0,539	0,593
sub-huella 5	0,544	0,594	0,050	0,551	0,593
sub-huella 6	0,591	0,637	0,046	0,593	0,593

**Tabla 3.13: Anchuras aproximadas, por sub-huella y para el dimensionado, de la antena: ( $W_{aproximada_s}$ ) y ( $RW_{aproximada}$ ), en geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

Si ahora comparamos, las Tablas 3.12 y 3.13, se observa que los valores obtenidos, en cada una de ellas, para la anchura real de la antena (en *rango*):  $[RW]$  y  $[RW_{aproximada}]$ , es decir las que nos interesan para el dimensionado, serían:  $[0,631 m]$  y  $[0,593 m]$ , respectivamente, por lo que confirmamos que la aproximación ha sido buena y tomamos como valor definitivo:  $[RW = 0,631 m]$

Por último y a partir del valor obtenido de la anchura real de la antena:  $[RW = 0,631 \text{ m}]$ , para *geometría esférica* de la Tierra y dado que también tenemos fijado, en nuestra misión a nuestro Planeta, el valor de la *longitud física*, en *along-track* o *acimut*, de la misma:  $[L_a = 4,8 \text{ m}]$ , podremos calcular el *área física* de la antena:  $[A_{física \text{ antena}}]$ , a partir de la ecuación:

$$A_{física \text{ antena}} = RW \cdot L_a \quad (3.29)$$

resultando, en nuestro caso (*geometría esférica* de Tierra), un valor de *área física*:  $[A_{física} = 3,03 \text{ m}^2]$  y por tanto también obtendremos el *área efectiva* de la misma  $[A_{efectiva \text{ antena}}]$ , a partir de esta otra ecuación:

$$A_{efectiva \text{ antena}} = \rho \cdot A_{física \text{ antena}} \quad (3.30)$$

obteniéndose, en nuestro caso (misión sobre la Tierra), para una eficiencia:  $[\rho = 0,9]$ , dada como requisito de diseño, un valor de *área efectiva* de la antena:  $[A_{efectiva} = 2,727 \text{ m}^2]$ , para *geometría esférica* sobre la Tierra.

### 3.9 Ganancia de la antena $[G_s(\theta, \phi)]$ , para cada sub-huella

Según lo visto en el **Apéndice C**, de este proyecto, para una antena de radiación uniforme y de apertura rectangular, como es nuestro caso, el cálculo, necesario para obtener el valor de la ganancia de dicha antena:  $[G_s(\theta, \phi)]$ , en cada una de las:  $[N_s = 6]$  sub-huellas, lo diferenciaremos en dos planos distintos:

- plano en *acimut* (*along-track*), a partir de la ecuación:

$$G_s(0, \phi) = G_{0_s} \cdot \hat{E}_s^2(0, \phi) = G_{0_s} \cdot \text{sinc}^2 \left[ \left( \frac{\pi \cdot L_a}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}(\phi_s) \right] \quad (3.31)$$

- plano en *rango* (*across-track*), a partir de la ecuación:

$$G_s(\theta, 0) = G_{0_s} \cdot \hat{E}_s^2(\theta, 0) = G_{0_s} \cdot \text{sinc}^2 \left[ \left( \frac{\pi \cdot W_s}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}(\gamma_s - \gamma_{\text{medio}_s}) \right] \quad (3.32)$$

donde, en ambos planos, el valor de la *ganancia máxima* será coincidente y de valor:  $[G_{0_s}]$ , el cual obtendremos a partir de esta ecuación:

$$G_{0_s} = \rho \cdot \frac{4 \cdot \pi}{[\lambda^2 / (W_s \cdot L_a)]} = \left( \frac{4 \cdot \pi}{\lambda^2} \right) \cdot [\rho \cdot (W_s \cdot L_a)] \quad (3.33.a)$$

y operando en ella, obtenemos esta otra:

$$G_{0_s} = \left( \frac{4 \cdot \pi}{\lambda^2} \right) \cdot [\rho \cdot A_{\text{física}_s}] = \left( \frac{4 \cdot \pi}{\lambda^2} \right) \cdot A_{\text{efectiva}_s} \quad (3.33.b)$$

cuyos valores conoceremos, bien por la Tabla 3.13, del Apartado 3.8 de este Capítulo, para el caso de:  $[W_s]$ , en cada una de las:  $[N_s = 6]$  sub-huellas o bien por condiciones de diseño, para el caso de:  $[\lambda]$ ,  $[\rho]$  y  $[L_a]$ .

Su valor (el de:  $[G_{0_s}]$ ) también podremos expresarlo en dB, a partir de esta otra partir expresión:

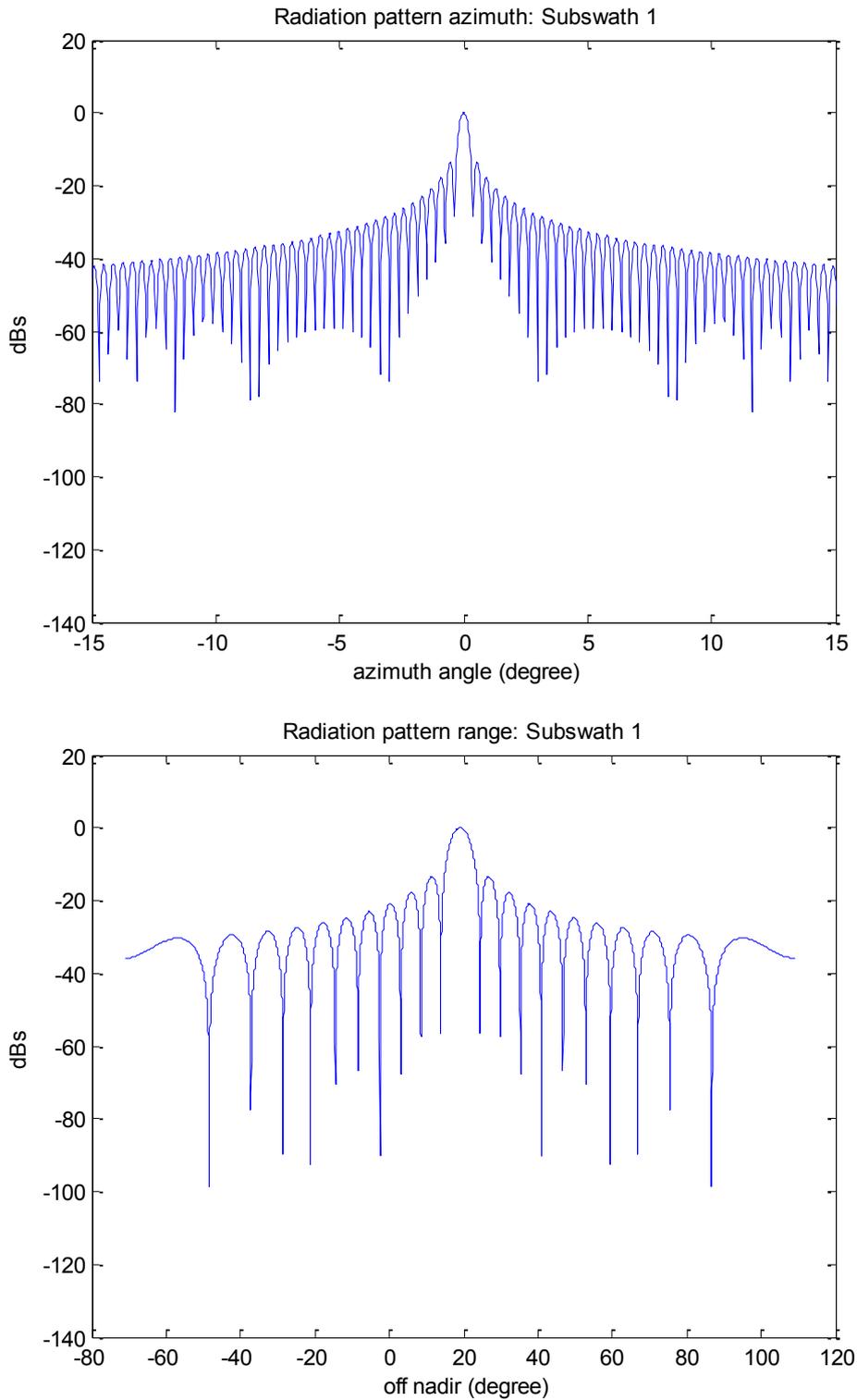
$$G_{0_s}(\text{dB}) = 10 \cdot \log_{10} (G_{0_s}) \quad (3.33.c)$$

Los resultados obtenidos, para el valor máximo de la ganancia de antena, en cada una de las:  $[N_s = 6]$  sub-huellas:  $[G_{0_s}]$ , en nuestro caso de misión sobre la Tierra, con los distintos valores de área física de antena:  $[W_s, 8]$ , en cada una de dichas sub-huellas, se muestran en la Tabla 3.14.

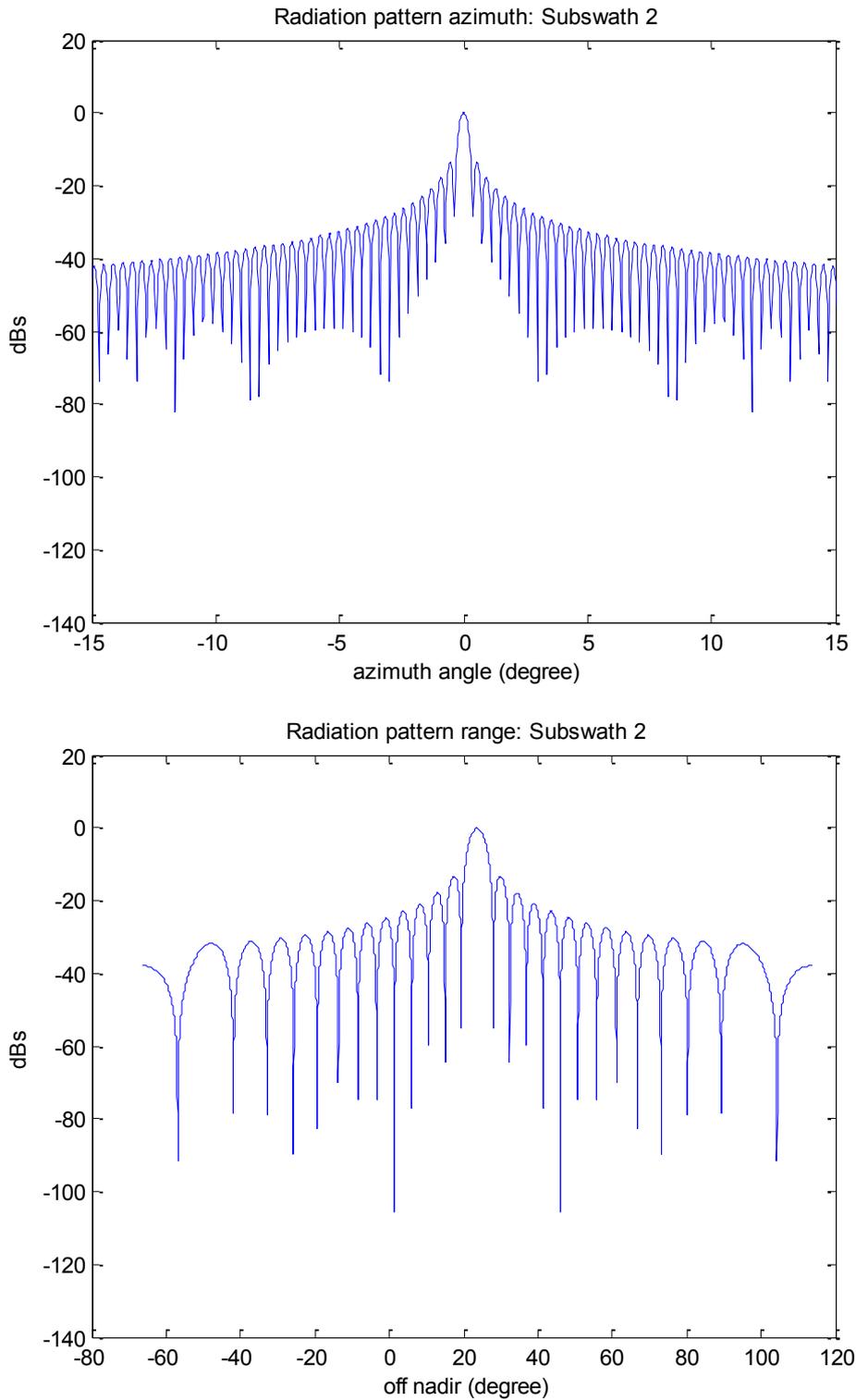
Tierra (geometría esférica)	anchura de la antena: $W_s$ (m)	ganancia máxima de antena: $G_{0_s}$ (adimensional)	ganancia máxima de antena: $G_{0_s}$ (dB)
sub-huella 1	0,356	19.805,21	42,9678
sub-huella 2	0,447	24.812,90	43,9468
sub-huella 3	0,399	22.151,03	43,4539
sub-huella 4	0,587	32.618,77	45,1347
sub-huella 5	0,594	33.022,40	45,1881
sub-huella 6	0,631	35.092,44	45,4502

**Tabla 3.14: Ganancia máxima, por sub-huella, de la antena: ( $G_{0_s}$ ), para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

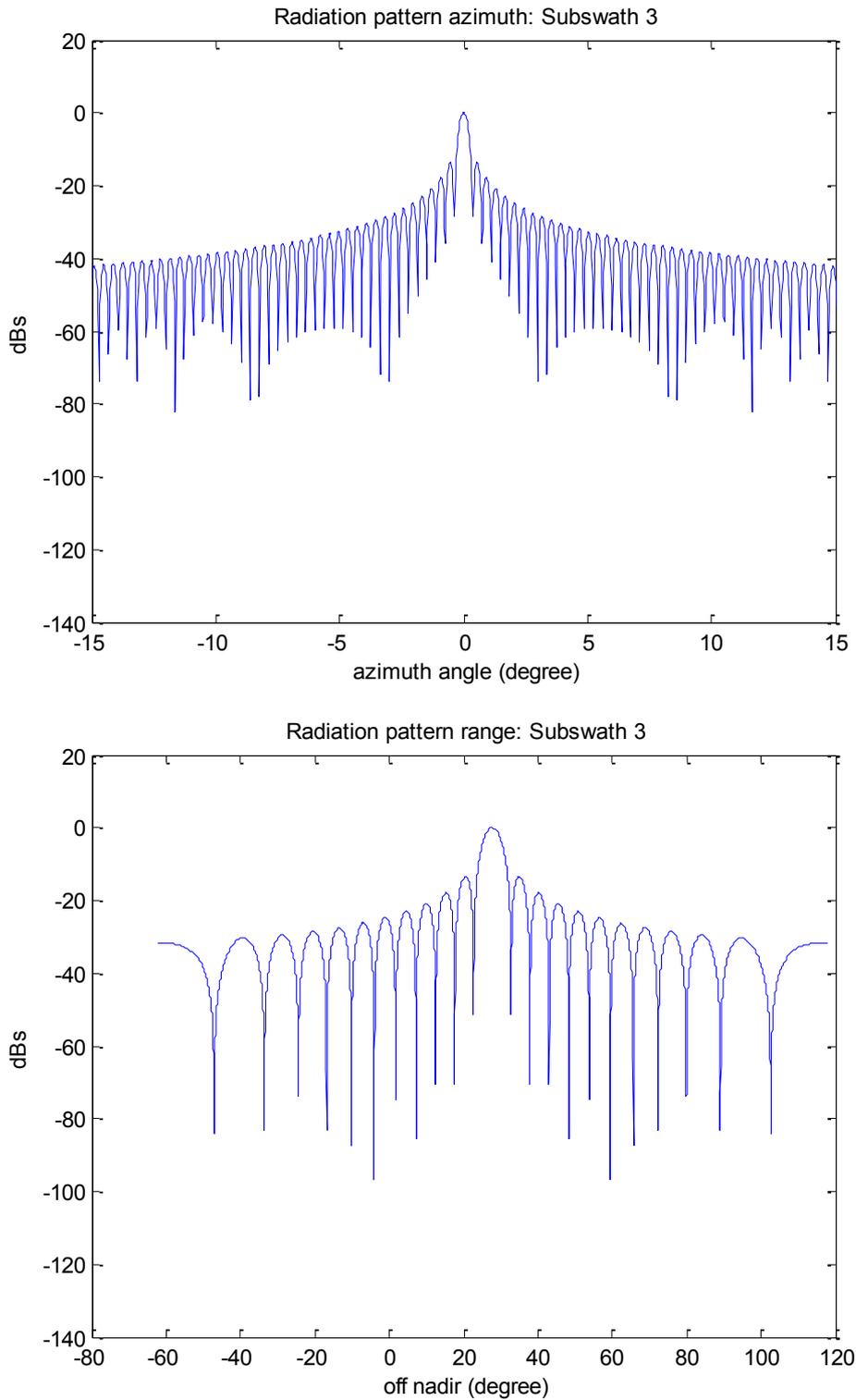
Finalmente y tras operar con la Aplicación Matlab, en las ecuaciones (3.31) y (3.32), representaremos, en cada una de las: [ $N_s = 6$ ] sub-huellas, los *diagramas de radiación, normalizados*, es decir:  $[\hat{E}_s^2(\theta, \phi)]$ , en ambos planos (*acimut*:  $[\hat{E}_s^2(0, \phi)]$  y *rango*:  $[\hat{E}_s^2(\theta, 0)]$ ), en las Figuras (3.3-3.8) *a* y *b*.



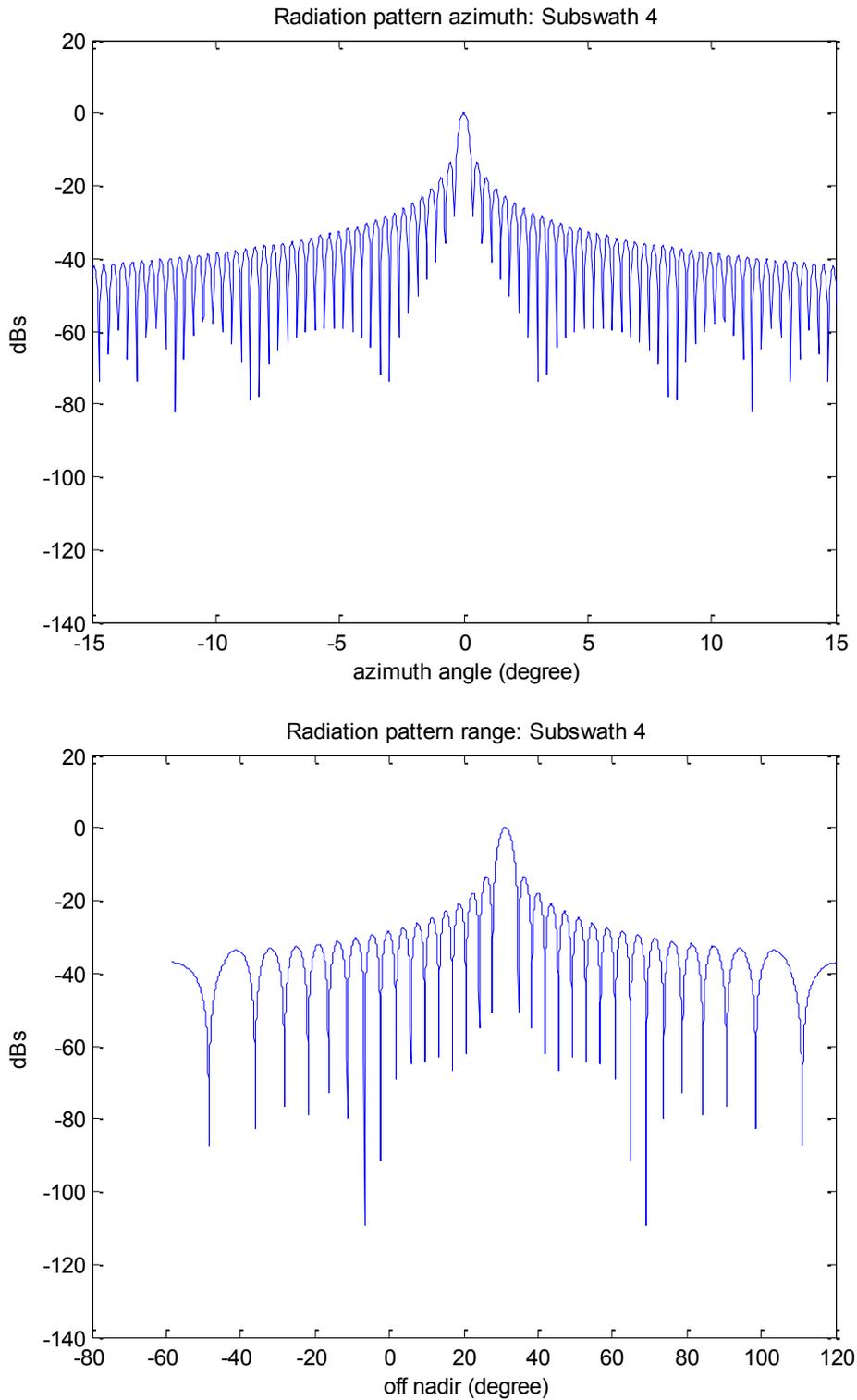
**Figura 3.3 (a y b): Diagramas de radiación normalizados, de la antena, en acimut:  $[\hat{E}_1^2(\theta, \phi)]$  y rango:  $[\hat{E}_1^2(\theta, 0)]$ , de la sub-huella 1, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**



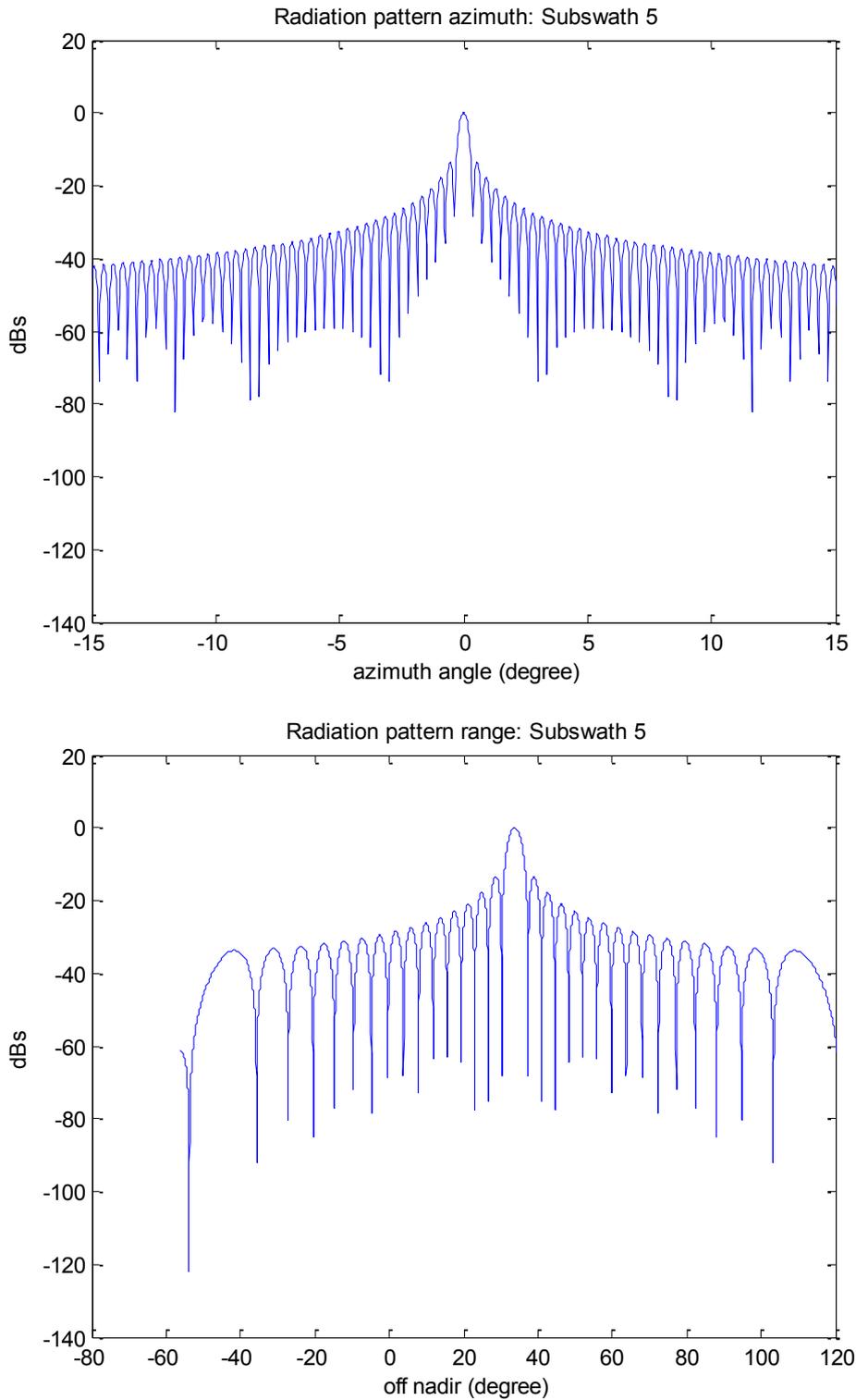
**Figura 3.4 (a y b): Diagramas de radiación normalizados, de la antena, en acimut:  $[\hat{E}_2^2(\theta, \phi)]$  y rango:  $[\hat{E}_2^2(\theta, 0)]$ , de la sub-huella 2, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**



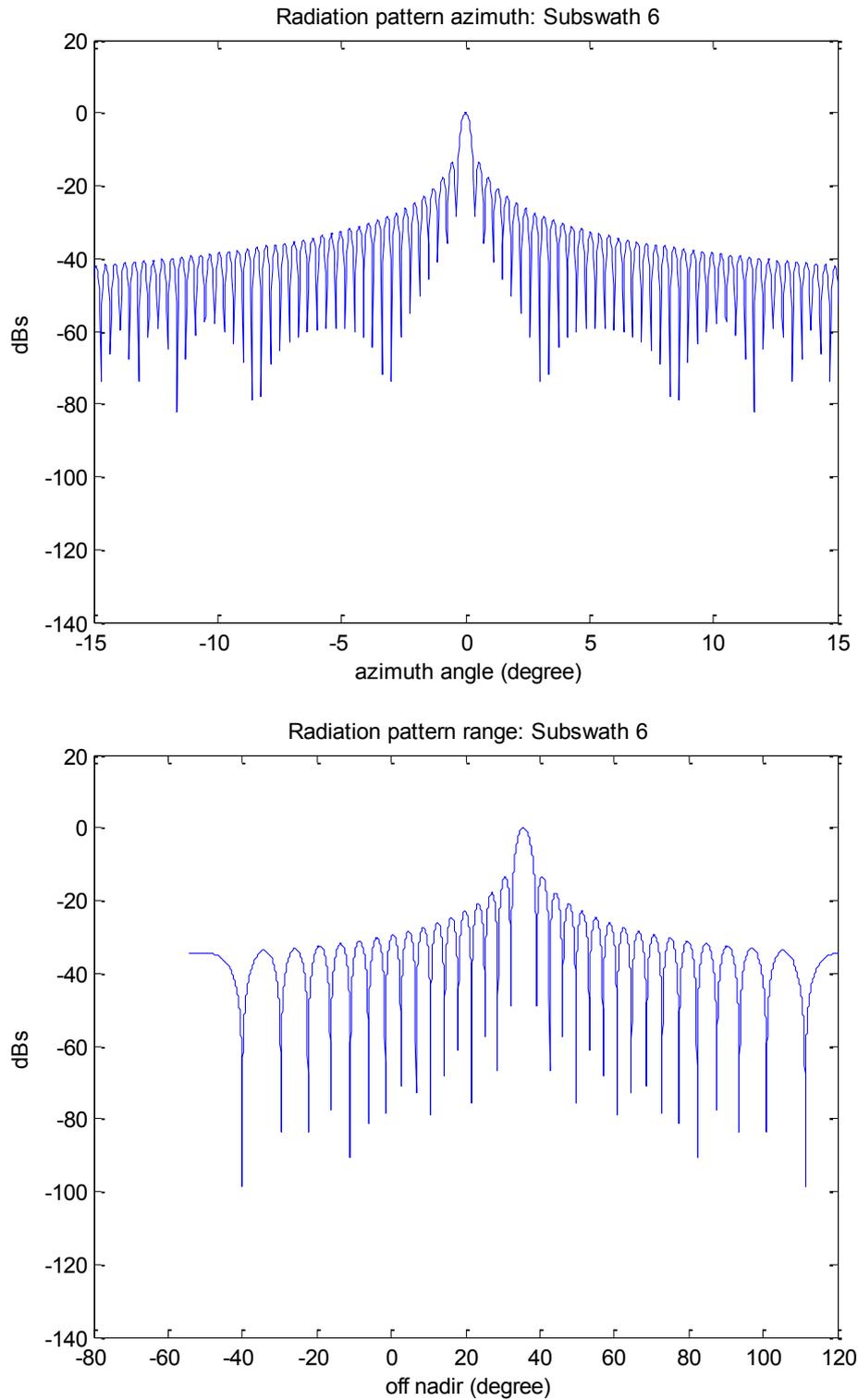
**Figura 3.5 (a y b): Diagramas de radiación normalizados, de la antena, en acimut:  $[\hat{E}_3^2(\theta, \phi)]$  y rango:  $[\hat{E}_3^2(\theta, 0)]$ , de la sub-huella 3, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**



**Figura 3.6 (a y b): Diagramas de radiación normalizados, de la antena, en acimut:  $[\hat{E}_4^2(\theta, \phi)]$  y rango:  $[\hat{E}_4^2(\theta, 0)]$ , de la sub-huella 4, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**



**Figura 3.7 (a y b): Diagramas de radiación normalizados, de la antena, en acimut:  $[\hat{E}_5^2(\theta, \phi)]$  y rango:  $[\hat{E}_5^2(\theta, 0)]$ , de la sub-huella 5, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**



**Figura 3.8 (a y b): Diagramas de radiación normalizados, de la antena, en acimut:  $[\hat{E}_6^2(\theta, \phi)]$  y rango:  $[\hat{E}_6^2(\theta, 0)]$ , de la sub-huella 4, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

### 3.10 Potencia media de Transmisión ( $P_{tx\_media\_s}$ )

Para obtener la *Potencia media de transmisión*, para cada sub-huella, utilizaremos la ecuación:

$$P_{tx\_media\_s} = P_{pico} \cdot \tau \cdot PRF_s \quad (3.34)$$

donde:

- [ $P_{pico}$ ], será la *potencia de pico transmitida*, que vendrá fijada por diseño y que en nuestro caso tendrá un valor fijado de: [ $P_{pico} = 3 \text{ kW}$ ]
- [ $\tau$ ], será la *duración del pulso transmitido*, que también vendrá fijada por diseño y que recordamos era: [ $40 \mu\text{seg}$ ]
- [ $PRF_s$ ], será la *frecuencia de repetición de pulsos*, para cada sub-huella, que habremos obtenido en el apartado 3.2 de este capítulo, en concreto en la Tabla 3.1

y los valores obtenidos, tras aplicar los valores conocidos en la ecuación (3.34), para nuestro caso de misión sobre la Tierra, se muestran en la Tabla 3.15.

Tierra (geometría esférica)	PRF <sub>s</sub>	potencia transmitida media: P <sub>tx\_media\_s</sub>
	(Hz)	(W)
sub-huella 1	3.499,30	419,916
sub-huella 2	4.690,20	562,824
sub-huella 3	3.507,80	420,936
sub-huella 4	4.099,00	491,880
sub-huella 5	4.698,70	563,844
sub-huella 6	4.111,80	493,416

**Tabla 3.15: Potencia media transmitida ( $P_{tx\_media\_s}$ ), de cada sub-huella, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

### 3.11 Sección recta radar del blanco distribuido ( $\sigma_s^0$ ), en cada sub-huella

Se define como la *sección recta radar*, normalizada a  $1 \text{ m}^2$ , del blanco distribuido o franja de terreno a iluminar, por nuestro radar (SAR), en cada una de las sub-huellas a considerar.

Por ello, será un factor que nos dará una idea de que porcentaje de la energía incidente, sobre el blanco o terreno distribuido a iluminar en cada una de las sub-huellas, será capaz de reflejar dicho blanco distribuido.

En definitiva nos dará la pérdida (en dB) de la potencia reflejada, frente a la incidente.

Por tanto, dependerá de:

- el coeficiente de reflexión, del blanco o terreno iluminado, en cada una de las sub-huellas
- la banda de frecuencias de trabajo y que vendrá dada por diseño. En nuestro caso, la frecuencia que hemos elegido será: [ $f = 9,6 \text{ GHz}$ ], dentro de la banda X: [*de 7 a 12,5 GHz*]
- y del ángulo de incidencia a lo largo de la sub-huella: [ $\eta_s$ ], expresado en radianes

La ecuación, que en realidad será una *patente* (que nos vendrá dada directamente en dB), será:

$$\sigma_s^0 = P_1 + P_2 \cdot e^{-(P_3 \cdot \eta_s)} + P_4 \cdot \cos(P_5 \cdot \eta_s + P_6) \quad (3.35)$$

recordamos que dada directamente en dB y donde los seis coeficientes de la patente: [*de  $P_1$  a  $P_6$* ], que seleccionaremos, en la Tabla D.1, del **Apéndice D** de este proyecto, dependerán:

- del tipo de terreno
- así como del tipo de polarización empleado en las antenas, que en nuestro caso será: [H-H], es decir horizontal tanto para el transmisor como para el receptor

eligiendo, para nuestro caso de misión sobre la Tierra, la opción que se indica en la Tabla 3.16.

Tipo de terreno y polarización	P1	P2	P3	P4	P5	P6
arbustos (shrubs) H-H	-91,950	99,000	0,270	6,980	1,922	-3,142

**Tabla 3.16: Parámetros, para el tipo de terreno, polarización (H-H) y frecuencia de trabajo (Banda C), de nuestra misión sobre la Tierra**

Su valor medio:  $[\sigma_{medio_s}^0(\eta_{medio_s})]$ , en dB, para cada una de nuestras seis sub-huellas, obtenido tras sustituir los parámetros:  $[P_1]$  a  $[P_6]$  así como el valor medio del ángulo de incidencia:  $[\eta_{medio_s}]$ , en la ecuación (3.35), lo podremos ver en la Tabla 3.17.

Tierra (geometría esférica)	ángulo de incidencia: $\eta_{medio_s}$ (radianes)	sección rectar radar sub-huella: $\sigma_s^0(\eta_{medio_s})$ (dB)
sub-huella 1	0,3491	-7,5368
sub-huella 2	0,4302	-8,6351
sub-huella 3	0,5061	-9,4316
sub-huella 4	0,5712	-10,2789
sub-huella 5	0,6213	-10,7114
sub-huella 6	0,6720	-11,3165

**Tabla 3.17: Sección recta radar del blanco distribuido, en el punto medio de cada sub-huella:  $[\sigma_s^0(\eta_{medio_s})]$ , para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

### 3.12 Relación de la potencia media transmitida ( $P_{tx\_media\_s}$ ) con la longitud física, en acimut, de la antena ( $L_a$ ), de la antena, para una radar tipo SAR

A partir de la ecuación para radares SAR (de captura de imágenes), obtenida en el **Apéndice E** de este proyecto:

$$P_{tx\_media\_s} = [R_{media\_s}^3 \cdot \text{sen}(\eta_{medio\_s}) \cdot BW_{m\acute{a}xima\_s}] \cdot \left[ \frac{SNR_o(SAR) \cdot 16 \cdot \pi \cdot v_{sat\acute{e}lite} \cdot \lambda \cdot k \cdot F_{op} \cdot T_0}{\rho^2 \cdot W_s^2 \cdot c \cdot \sigma_s^0(\eta_{medio\_s})} \right] \cdot \left( \frac{1}{L_a^2} \right) \quad (3.36.a)$$

o mejor aún, desde esta otra:

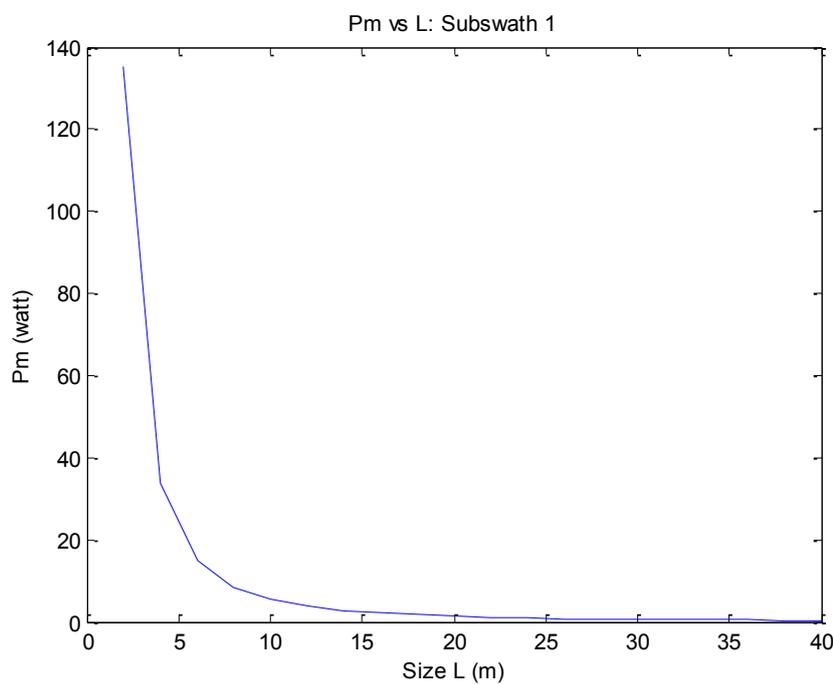
$$P_{tx\_media\_s} = [R_{media\_s}^3 \cdot \text{sen}(\eta_{medio\_s}) \cdot BW_{m\acute{a}xima\_s}] \cdot \left[ \frac{10^{[SNR_o(SAR)]/10} \cdot 16 \cdot \pi \cdot v_{sat\acute{e}lite} \cdot \lambda \cdot k \cdot 10^{[F_{op}]/10} \cdot T_0}{\rho^2 \cdot W_s^2 \cdot c \cdot 10^{[\sigma_s^0(\eta_{medio\_s})]/10}} \right] \cdot \left( \frac{1}{L_a^2} \right) \quad (3.36.b)$$

en la que consideraremos:

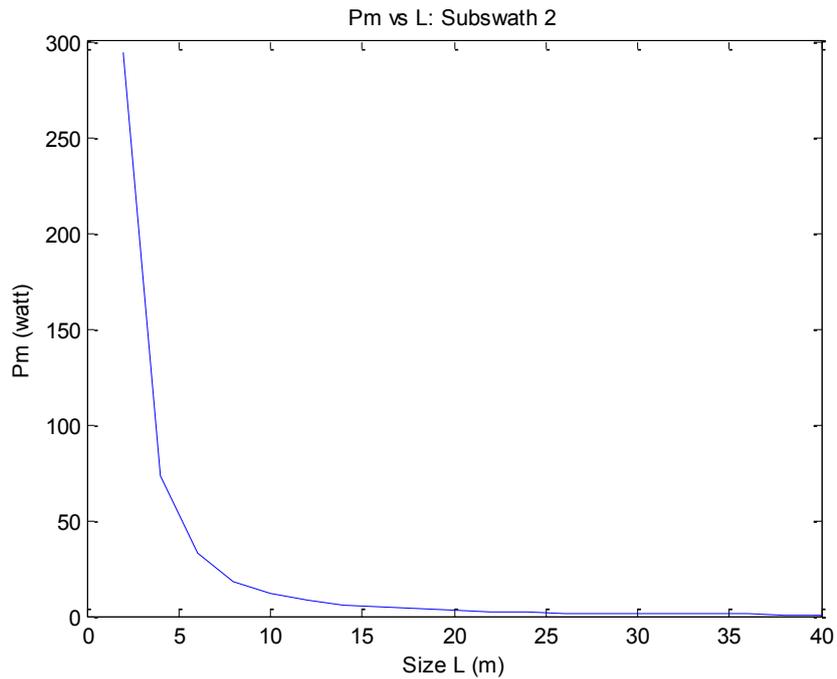
- los valores medios de:  $[R_{media\_s}]$ ,  $[\eta_{medio\_s}]$  y  $[\sigma_s^0(\eta_{medio\_s})]$ , que ya hemos obtenido, para cada una de las seis sub-huellas, en las Tablas 3.1, 3.3 y 3.17, respectivamente
- los valores obtenidos de:  $[BW_{m\acute{a}xima\_s}]$  y  $[W_s]$ , para cada una de las seis sub-huellas, en las Tablas 3.9 y 3.13, respectivamente
- como datos (conocidos y/u obtenidos o fijados por diseño) los valores de:  $[v_{sat\acute{e}lite}]$ ,  $[\lambda]$ ,  $[\rho]$  y  $[c]$
- $[k]$ , sera la *constante de Boltzman*:  $[1,38 \cdot 10^{-23} \text{ (J/K)}]$
- $[F_{op}]$ , sera la *figura de ruido* que nos mida el efecto de todos los factores y/o fuentes ruidosas que influyan en el receptor. Su valor: *[adimensional o en dB]* nos vendrá también fijado por diseño y en nuestro caso sera:  $[F_{op} = 4,5 \text{ dB}]$
- $[T_o]$ , sera la *temperatura ambiente*, en grados Kelvin, del receptor. Su valor vendrá fijado en:  $[T_o = 290K]$
- $[SNR_o(SAR)]$ , sera la *relación señal a ruido a la salida* de nuestro receptor (del sistema radar tipo SAR). Su valor: *[adimensional o en dB]* vendrá fijado por diseño y en nuestro caso sera:  $[SNR_o(SAR) = 10 \text{ dB}]$

Y utilizando la **Aplicación Matlab**, en la ecuación (3.36.b), con los datos anteriormente indicados, obtendremos las gráficas, una por cada sub-huella, del valor de la *potencia media transmitida*:  $[P_{tx\_media\_s}]$ , a partir de la *longitud física*, en *acimut*, de la antena:  $[L_a]$ .

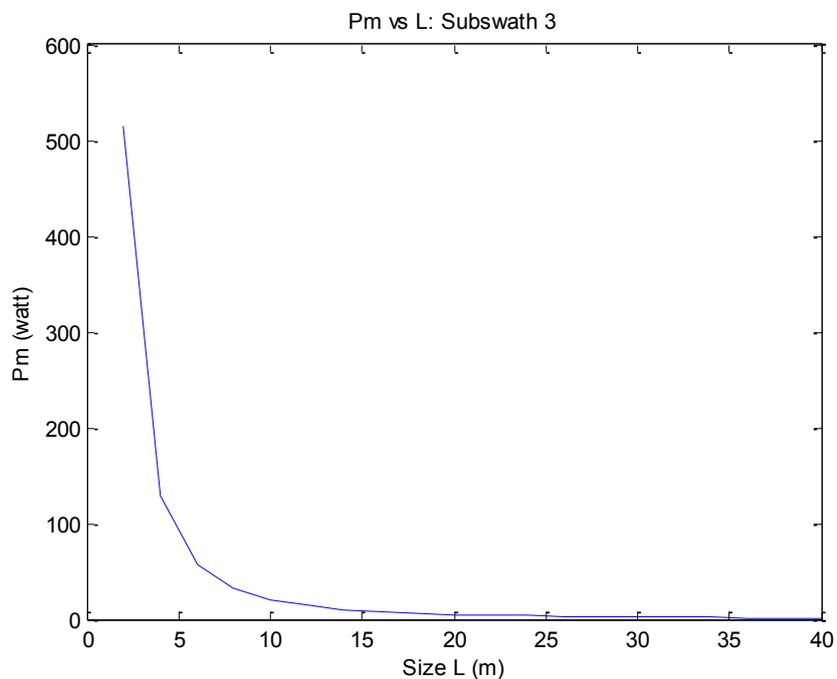
Las gráficas obtenidas, en las Figuras 3.9-3.14, nos darán una relación, entre estos dos parámetros que habremos de analizar y posteriormente comparar con los valores que ya obtuvimos, para:  $[P_{tx\_media\_s}]$ , en la Tabla 3.15. del apartado 3.10 de este capítulo.



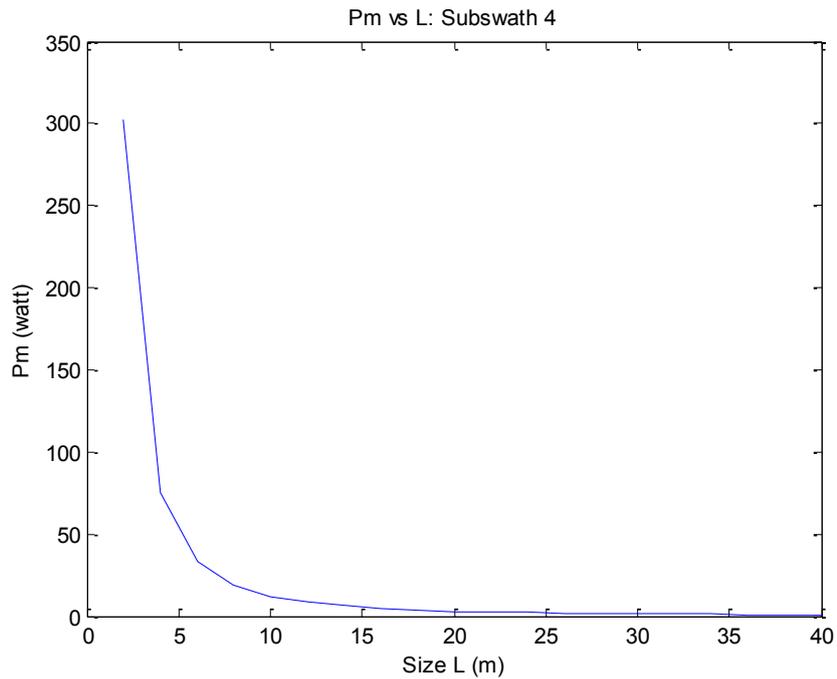
**Figura 3.9: Relación entre la potencia media transmitida ( $P_{tx\_media\_1}$ ) y la longitud física de la antena, en acimut ( $L_a$ ), en las sub-huella 1, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**



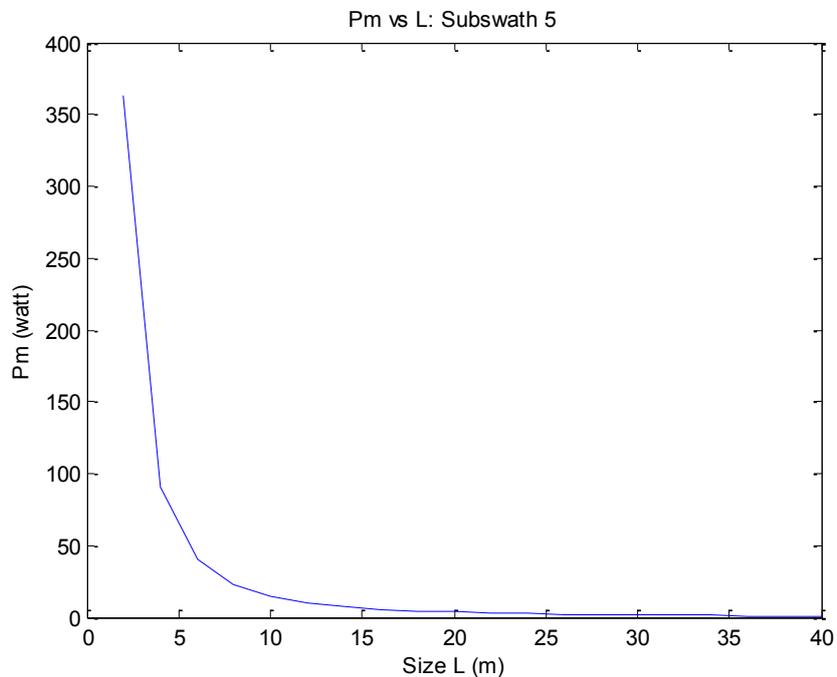
**Figura 3.10: Relación entre la potencia media transmitida ( $P_{tx\_media\_2}$ ) y la longitud física de la antena, en acimut ( $L_a$ ), en las sub-huella 2, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**



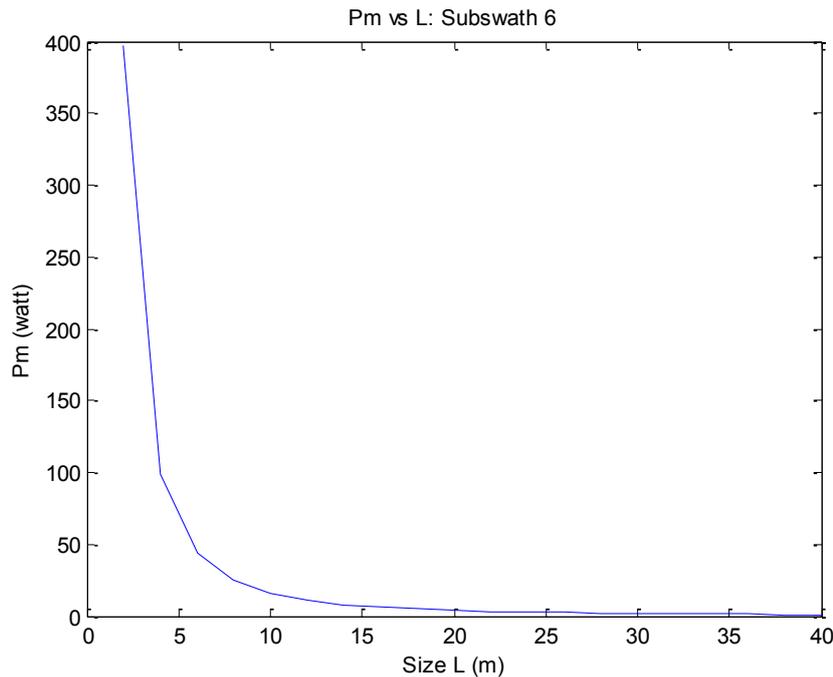
**Figura 3.11: Relación entre la potencia media transmitida ( $P_{tx\_media\_3}$ ) y la longitud física de la antena, en acimut ( $L_a$ ), en las sub-huella 3, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**



**Figura 3.12: Relación entre la potencia media transmitida ( $P_{tx\_media\_4}$ ) y la longitud física de la antena, en acimut ( $L_a$ ), en las sub-huella 4, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**



**Figura 3.13: Relación entre la potencia media transmitida ( $P_{tx\_media\_5}$ ) y la longitud física de la antena, en acimut ( $L_a$ ), en las sub-huella 5, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**



**Figura 3.14: Relación entre la potencia media transmitida ( $P_{tx\_media\_6}$ ) y la longitud física de la antena, en acimut ( $L_a$ ), en las sub-huella 6, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

Como decíamos, previamente a lo obtenido, en este mismo apartado, calculamos, en el apartado 3.10 de este capítulo, a partir de los valores de:

- la potencia de pico: [ $P_{pico} = 3 kW$ ], fijada por diseño
- de la frecuencia de repetición de pulsos: [ $PRF_s$ ], para cada sub-huella y que tenemos reflejados en la Tabla 3.1, del apartado 3.2 de este capítulo

unos valores de la *potencia media de transmisión*: [ $P_{tx\_media\_s}$ ], que según vimos, en la Tabla 3.15, estaban comprendidos en el siguiente tramo: [de 420 a 564 W], por lo que a partir de las gráficas que acabamos de obtener: [3.9 – 3.14], podríamos conseguirlos utilizando unos valores menores de la *longitud física, en acimut*, de la antena que la que hemos fijado por diseño y que recordamos era: [ $L_a = 4,8 m$ ].

Por ejemplo, a grandes rasgos y siempre a partir de las gráficas obtenidas: [3.9 – 3.14], podríamos haber fijado, para lograr las mismas potencias medias transmitidas, por sub-huella:  $[P_{tx\_media\_s}]$ , un valor de:  $[L_a = 2 \text{ m}]$ , con lo que además lograríamos mejorar la *resolución en acimut*:  $[\delta x]$ , que como sabemos, en un sistema radar tipo SAR, es la mitad de dicha *longitud física* de la antena en *acimut*:  $[L_a]$ .

Aunque en realidad con el valor de:  $[L_a = 4,8 \text{ m}]$ , fijado por diseño, solo requeriríamos una potencia media de transmisión, por sub-huella, en torno a:  $[P_{tx\_media\_s} \leq 70 \text{ W/sub\_huella}]$ , en nuestro caso y aun a sabiendas de perder en *resolución en acimut*:  $[\delta x]$ , hemos preferido asegurar un tamaño por exceso, para la longitud física de antena, en *acimut*:  $[L_a]$ , para así asegurarnos el poder trabajar independientemente de:

- nuestras elevadas *frecuencias de repetición de pulsos*:  $[PRF_s]$
- e incluso de si decidiésemos, por cualquier causa, variar el valor de la *potencia de pico*:  $[P_{pico}]$

### 3.13 Ruido equivalente sigma-cero (NESZ o $NE\sigma^0$ o Noise Equivalent Sigma Zero)

Este parámetro, se define como el valor de la *sección recta radar*, normalizada a  $1 \text{ m}^2$ , del blanco distribuido o franja de terreno (o huella o *swath*) a cubrir, en cada una de nuestras sub-huellas, cuando la *relación señal a ruido*, a la salida del receptor de nuestro radar tipo (SAR):  $[SNR_o (SAR)]$ , sea la unidad (adimensional).

Por tanto lo representaremos a partir de esta ecuación:

$$NESZ_s = NE\sigma_s^0 = \sigma_s^0 \Big|_{SNR_o (SAR)=1} \quad (3.37.a)$$

lo que en realidad nos dará una medida de la *relación ruido a señal*, en función del ángulo de incidencia:  $[\eta_s]$ , para cada una de nuestras seis sub-huellas (es decir lo inverso a lo que estamos acostumbrados, al definir la *calidad de servicio* de un sistema, ya que y a grandes rasgos, en el numerador irán las pérdidas y en el denominador las ganancias). Por ello interesará que su valor sea lo más pequeño que nos sea posible.

Su ecuación, obtenida en detalle en el Apéndice F de este proyecto, será:

$$NESZ_s = \left\{ \frac{4 \cdot (4 \cdot \pi)^3 \cdot v_{satélite} \cdot \left[ k \cdot 10^{\left[ \frac{F_{op}}{10} \right]} \cdot T_0 \right] \cdot 10^{\left[ \frac{2 \cdot L_{cable}}{10} \right]}}{c \cdot \lambda^3} \right\} \cdot \left\{ \frac{R_s^3 \cdot \text{sen}(\eta_s) \cdot BW_{máxima_s}}{P_{tx\_media_s} \cdot G_s^2(\theta, 0)} \right\} \quad (3.37.b)$$

en cuya ecuación conocemos todos los parámetros y/o variables, salvo el del valor de las pérdidas en los cables (tanto para el transmisor como para el receptor, de ahí que su factor aparezca, en la anterior ecuación, como un término al cuadrado) :  $[L_{cables}]$ , al que le daremos, por diseño, un valor de:  $[L_{cables} = 2 \text{ dB}]$ .

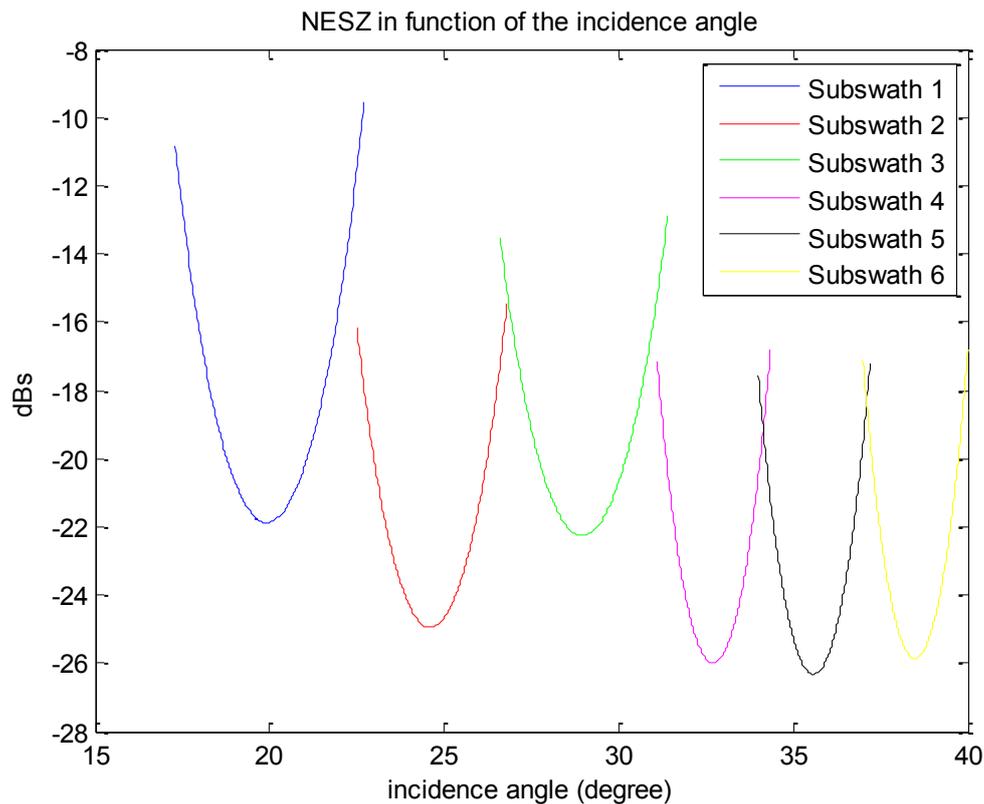
Como nos interesará obtener (el valor de cada:  $[NESZ_s]$ ) expresado en dB, ya que es de ese modo como nos impondrán los requisitos de diseño, también aplicaremos esta otra ecuación:

$$NESZ_s (dB) = 10 \cdot \log_{10} (NESZ_s) \quad (3.37.c)$$

Y utilizando la **Aplicación Matlab**, para las ecuaciones (3.37.b) y (3.37.c), obtenemos el valor de:  $[NESZ_s (dB)]$ , para nuestras seis sub-huellas y que representaremos conjuntamente (en una única gráfica), para una mejor visión de su variación, a lo largo de cada una de ellas, en la Figura 3.15.

En dicha gráfica (Figura 3.15) observamos que, en los seis casos (seis curvas NESZ, ya que recordamos que habrá una por cada sub-huella) se cumplirá con holgura la condición que se nos fije por diseño y que en este caso suponemos que será:  $[NESZ_s (dB) = NE\sigma_s^0(dB) \leq -20dB]$ , lo que sin duda será una confirmación de la correcta elección de las longitudes seleccionadas para cada una de las seis sub-huellas:  $[S_s]$ , en nuestro estudio.

También verificamos que el mejor valor de:  $[NESZ_s]$ , es decir el más bajo correspondería a la cuarta, quinta o sexta sub-huellas (las más cortas y muy similares, entre sí, en cuanto a su longitud en rango:  $[S_s]$  se refiere), mientras que el peor correspondería a la primera y/o tercera, las más largas (en *rango*) y muy similares entre sí, según vimos en la Tabla 3.4, del apartado 3.3 de este capítulo.



**Figura 3.15: Valores de  $NESZ_s$ , para cada una de las seis sub-huellas, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

### 3.14 DTAR (o Distributed Target Ambiguity Ratio) en acimut

Las ecuaciones, que precisaremos para este análisis y que están definidas y detalladas en el **Apéndice G**, de este proyecto, serán:

$$DTAR_{acimut} = \sum_{s=1}^{N_s} \left\{ \frac{\sum_{k=-\frac{n}{2}}^{k=+\frac{n}{2}} \left[ \int_{\phi_{k,s}^{inicial}}^{\phi_{k,s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\boldsymbol{\phi}) \cdot G_s^2(0, \phi) \cdot d\phi \right]}{\int_{\phi_{0,s}^{inicial}}^{\phi_{0,s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\boldsymbol{\phi}) \cdot G_s^2(0, \phi) \cdot d\phi} \right\} \quad (3.38.a)$$

para el conjunto de las sub-huellas ( $[N_s = 6]$ , en nuestro caso) por lo que para el estudio individualizado de cada una de las sub-huellas:  $[s]$ , deberemos aplicar esta otra ecuación:

$$DTAR_{acimut_s} = \frac{\sum_{k=-\frac{n}{2}}^{k=+\frac{n}{2}} \left[ \int_{\phi_{k,s}^{inicial}}^{\phi_{k,s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\boldsymbol{\phi}) \cdot G_s^2(0, \phi) \cdot d\phi \right]}{\int_{\phi_{0,s}^{inicial}}^{\phi_{0,s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\boldsymbol{\phi}) \cdot G_s^2(0, \phi) \cdot d\phi} \quad (3.38.b)$$

y si además desarrollamos, en la ecuación (3.38.b), para cada una de las sub-huellas, la ecuación de la ganancia, tanto la de las ambigüedades como la de la señal útil (a lo largo de dicha sub-huella), tendremos:

$$DTAR_{acimut_s} = \frac{\sum_{k=-\frac{n}{2}}^{k=+\frac{n}{2}} \left[ \int_{\phi_{k,s}^{inicial}}^{\phi_{k,s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\boldsymbol{\phi}) \cdot G_{0,s}^2 \cdot \text{sinc}^4 \left[ \left( \frac{\pi \cdot L_a}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}(\phi) \right] \cdot d\phi \right]}{\int_{\phi_{0,s}^{inicial}}^{\phi_{0,s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\boldsymbol{\phi}) \cdot G_{0,s}^2 \cdot \text{sinc}^4 \left[ \left( \frac{\pi \cdot L_a}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}(\phi) \right] \cdot d\phi} \quad (3.38.c)$$

o mejor aun esta otra:

$$DTAR_{acimut\_s} = \frac{\sum_{k=-\frac{n}{2}}^{k=+\frac{n}{2}} \left[ \int_{\phi_{k,s}^{inicial}}^{\phi_{k,s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\phi) \cdot \text{sinc}^4 \left[ \left( \frac{\pi \cdot L_a}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}(\phi) \right] \cdot d\phi \right]}{\int_{\phi_{0,s}^{inicial}}^{\phi_{0,s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\phi) \cdot \text{sinc}^4 \left[ \left( \frac{\pi \cdot L_a}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}(\phi) \right] \cdot d\phi} \quad (3.38.d)$$

y para expresarla en dB:

$$DTAR_{acimut\_s} (dB) = 10 \cdot \log_{10} (DTAR_{acimut\_s}) \quad (3.38.e)$$

a partir de las cuales obtendremos la relación entre el nivel de las ambigüedades (en este caso en *acimut*) y el nivel de señal útil, en función del ángulo de incidencia:  $[\eta_s]$ , para cada una de nuestras seis sub-huellas.

Por tanto y en realidad calcularemos una medida de la *relación ruido a señal*, en función de dicho ángulo de incidencia, (es decir lo inverso a lo que estamos acostumbrados, al definir la calidad de servicio de un sistema, ya que y a grandes rasgos, en el numerador irán las pérdidas y en el denominador las ganancias).

En principio, vamos a realizar las siguientes consideraciones:

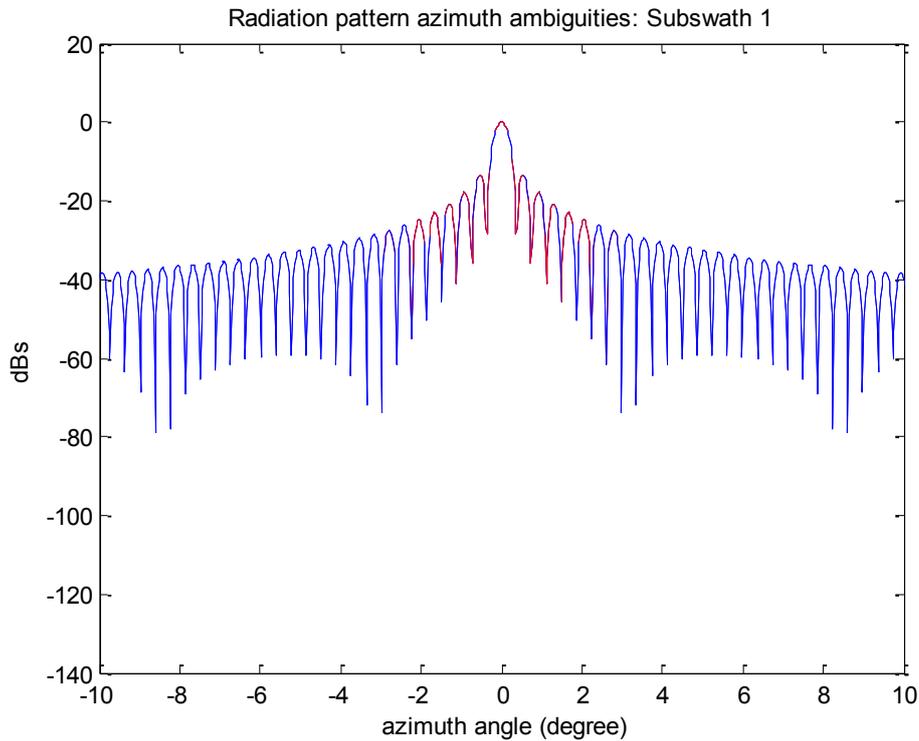
- el número de ambigüedades, en *acimut*, a considerar y cuyo valor vendrá fijado por diseño, será:  $[\mathbf{n} = 10]$
- supondremos, de inicio que, durante el procesado de la señal recibida del *SAR*, aplicaremos una “*ventana Rectangular*”, por lo que:  $[\mathbf{A}_h = A]$ , es decir todas las *ponderaciones* serían constantes y del mismo valor, por lo que se anularía su efecto conjunto, al poder salir de la integral y por ello compensarse su valor, en el numerador, con el mismo valor, en el denominador, de las ecuaciones (3.38.a-3.38.d)
- también supondremos, de inicio, que la función de procesado de la señal *SAR* recibida, será constante:  $[\mathbf{w}_a(\phi) = \mathbf{cte.}]$ , por lo que también se anulará, su efecto conjunto, al poder salir de la integral y por ello compensarse su valor, en el numerador, con el mismo valor, en el denominador de las ecuaciones (3.38.a-3.38.d)

Los resultados obtenidos, tras aplicar la **Aplicación Matlab**, primero para obtener los ángulos (en *acimut*) iniciales y finales:  $[\phi_{k,s}^{inicial}]$  y  $[\phi_{k,s}^{final}]$ , para cada una de las:  $[n]$  ambigüedades:  $[k]$  y después (y a partir de dichos ángulos calculados), resolver la ecuaciones: (3.38.d) y (3.38.e), los vamos a expresar:

- numéricamente (nos referimos a los ángulos iniciales y finales, en *acimut*, de cada una de las:  $[k]$  ambigüedades, en las  $[N_s]$  sub-huellas:  $[\phi_{k,s}^{inicial}]$  y  $[\phi_{k,s}^{final}]$ ), en las Tablas: 3.18-3.23
- gráficamente (nos referimos a la representación de la ganancia o diagrama de radiación de dichas ambigüedades, en función del ángulo de *acimut*:  $[\phi_k]$ , para las:  $[N_s]$  sub-huellas:  $[G_{k,s}(\theta, \phi)]$ ), en las Figuras 3.16-3.21
- también gráficamente (nos referimos a la variación del DTAR en *acimut*:  $[DTAR_{acimut,s}]$ , a lo largo de cada una de las sub-huellas, en función del ángulo de incidencia de estas:  $[\eta_s]$ ), en la Figura 3.22, que resultará ser constante, para cada sub-huella y cuyo valores también reflejaremos en la Tabla 3.24

Sub-huella 1 (PRF = 3.499,30 Hz)		
k	$\phi_{k,l}^{inicial} (^{\circ})$	$\phi_{k,l}^{final} (^{\circ})$
-5	-2,2311	-1,8951
-4	-1,8183	-1,4824
-3	-1,4056	-1,0698
-2	-0,9930	-0,6572
-1	-0,5804	-0,2447
0	-0,1679	0,1679
1	0,2447	0,5804
2	0,6572	0,9930
3	1,0698	1,4056
4	1,4824	1,8183
5	1,8951	2,2311

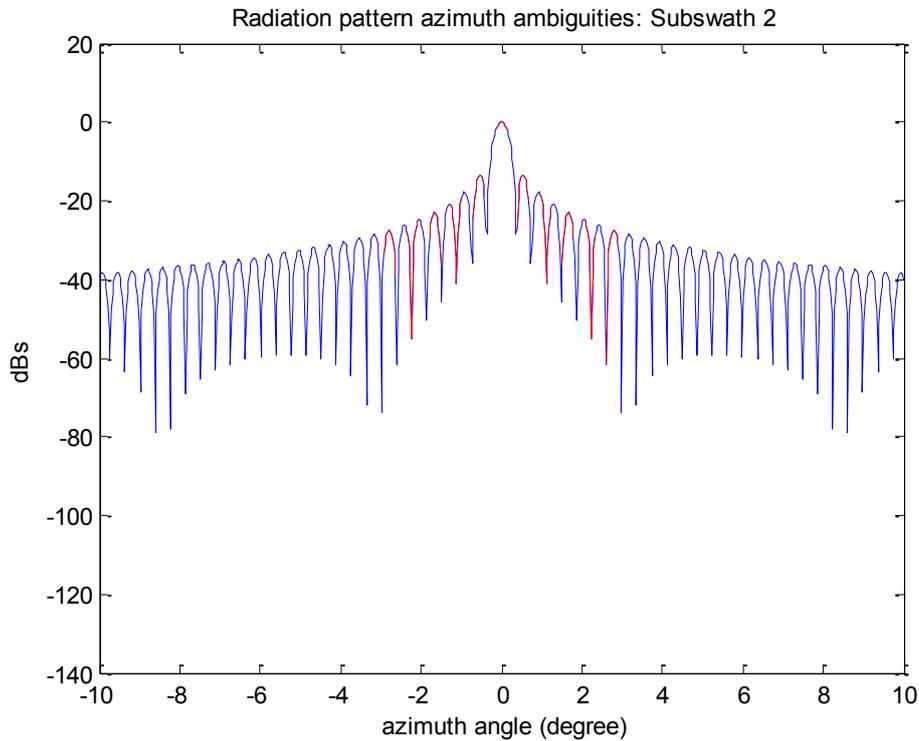
**Tabla 3.18: Ángulos iniciales y finales:  $(\phi_{k,l}^{inicial})$  y  $(\phi_{k,l}^{final})$ , de las ambigüedades DTAR en *acimut*, en la sub-huella 1, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**



**Figura 3.16: Radiación de las ambigüedades DTAR en acimut (en rojo), sobre el diagrama de radiación en acimut de la antena, en la sub-huella 1, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

Sub-huella 2 (PRF = 4.690,20 Hz)		
k	$\phi_{k,2}^{\text{inicial}} (^{\circ})$	$\phi_{k,2}^{\text{final}} (^{\circ})$
-5	-2,9337	-2,5976
-4	-2,3802	-2,0443
-3	-1,8269	-1,4911
-2	-1,2738	-0,9380
-1	-0,7208	-0,3851
0	-0,1679	0,1679
1	0,3851	0,7208
2	0,9380	1,2738
3	1,4911	1,8269
4	2,0443	2,3802
5	2,5976	2,9337

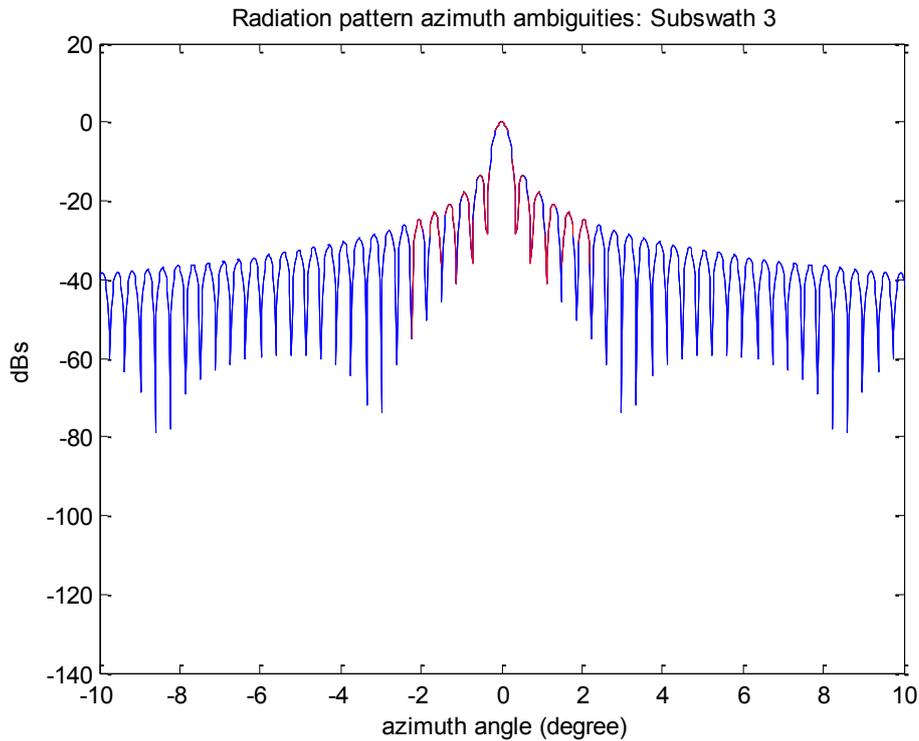
**Tabla 3.19: Ángulos iniciales y finales: ( $\phi_{k,2}^{\text{inicial}}$ ) y ( $\phi_{k,2}^{\text{final}}$ ), de las ambigüedades DTAR en acimut, en la sub-huella 2, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**



**Figura 3.17: Radiación de las ambigüedades DTAR en acimut (en rojo), sobre el diagrama de radiación en acimut de la antena, en la sub-huella 2, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

Sub-huella 3 (PRF = 3.507,80 Hz)		
k	$\phi_{k,3}^{\text{inicial}} (^{\circ})$	$\phi_{k,3}^{\text{final}} (^{\circ})$
-5	-2,2361	-1,9001
-4	-1,8223	-1,4864
-3	-1,4086	-1,0728
-2	-0,9950	-0,6592
-1	-0,5814	-0,2457
0	-0,1679	0,1679
1	0,2457	0,5814
2	0,6592	0,9950
3	1,0728	1,4086
4	1,4864	1,8223
5	1,9001	2,2361

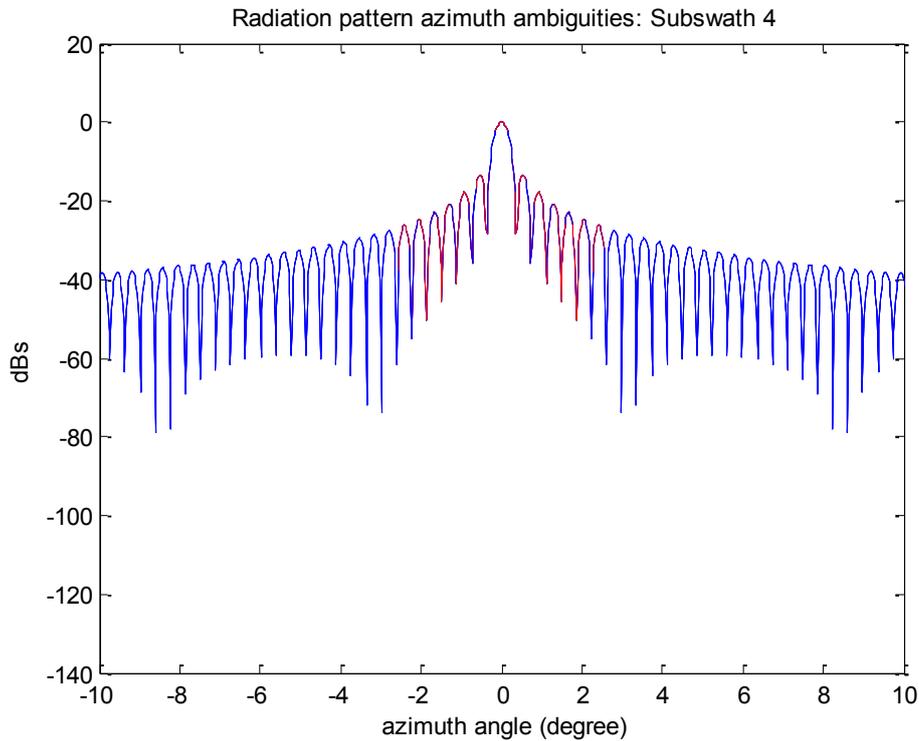
**Tabla 3.20: Ángulos iniciales y finales: ( $\phi_{k,3}^{\text{inicial}}$ ) y ( $\phi_{k,3}^{\text{final}}$ ), de las ambigüedades DTAR en acimut, en la sub-huella 3, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**



**Figura 3.18: Radiación de las ambigüedades DTAR en acimut (en rojo), sobre el diagrama de radiación en acimut de la antena, en la sub-huella 3, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

Sub-huella 4 (PRF = 4.099,00 Hz)		
k	$\phi_{k,4}^{\text{inicial}} (^{\circ})$	$\phi_{k,4}^{\text{final}} (^{\circ})$
-5	-2,5849	-2,2488
-4	-2,1012	-1,7653
-3	-1,6178	-1,2819
-2	-1,1344	-0,7986
-1	-0,6511	-0,3154
0	-0,1679	0,1679
1	0,3154	0,6511
2	0,7986	1,1344
3	1,2819	1,6178
4	1,7653	2,1012
5	2,2488	2,5849

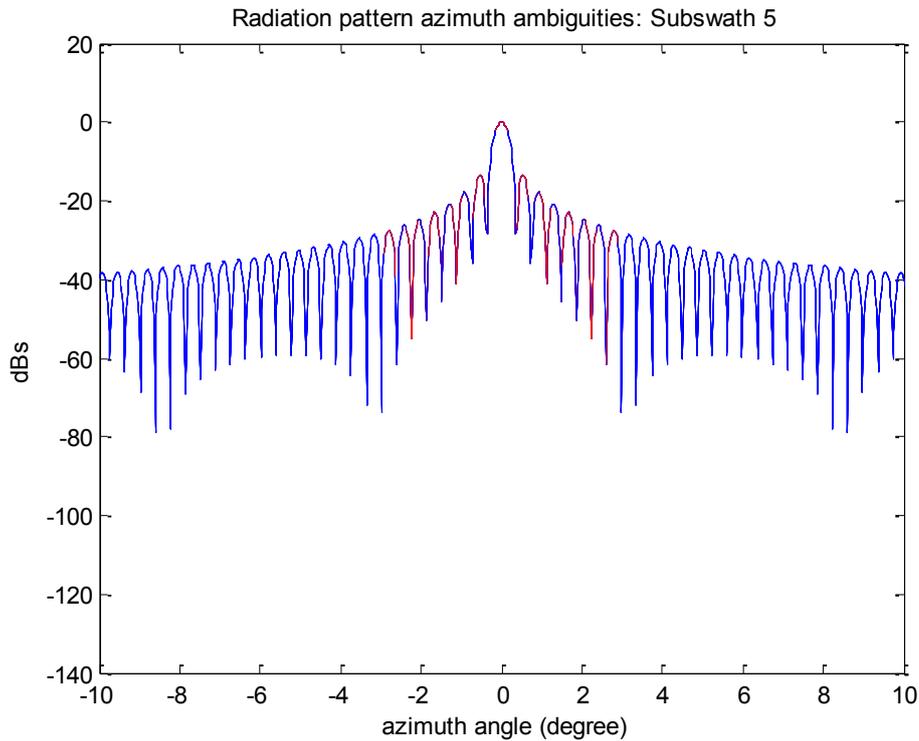
**Tabla 3.21: Ángulos iniciales y finales: ( $\phi_{k,4}^{\text{inicial}}$ ) y ( $\phi_{k,4}^{\text{final}}$ ), de las ambigüedades DTAR en acimut, en la sub-huella 4, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**



**Figura 3.19: Radiación de las ambigüedades DTAR en acimut (en rojo), sobre el diagrama de radiación en acimut de la antena, en la sub-huella 4, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

Sub-huella 5 (PRF = 4.698,70 Hz)		
k	$\phi_{k,5}^{\text{inicial}} (^{\circ})$	$\phi_{k,5}^{\text{final}} (^{\circ})$
-5	-2,9388	-2,6027
-4	-2,3842	-2,0483
-3	-1,8299	-1,4941
-2	-1,2758	-0,9400
-1	-0,7218	-0,3861
0	-0,1679	0,1679
1	0,3861	0,7218
2	0,9400	1,2758
3	1,4941	1,8299
4	2,0483	2,3842
5	2,6027	2,9388

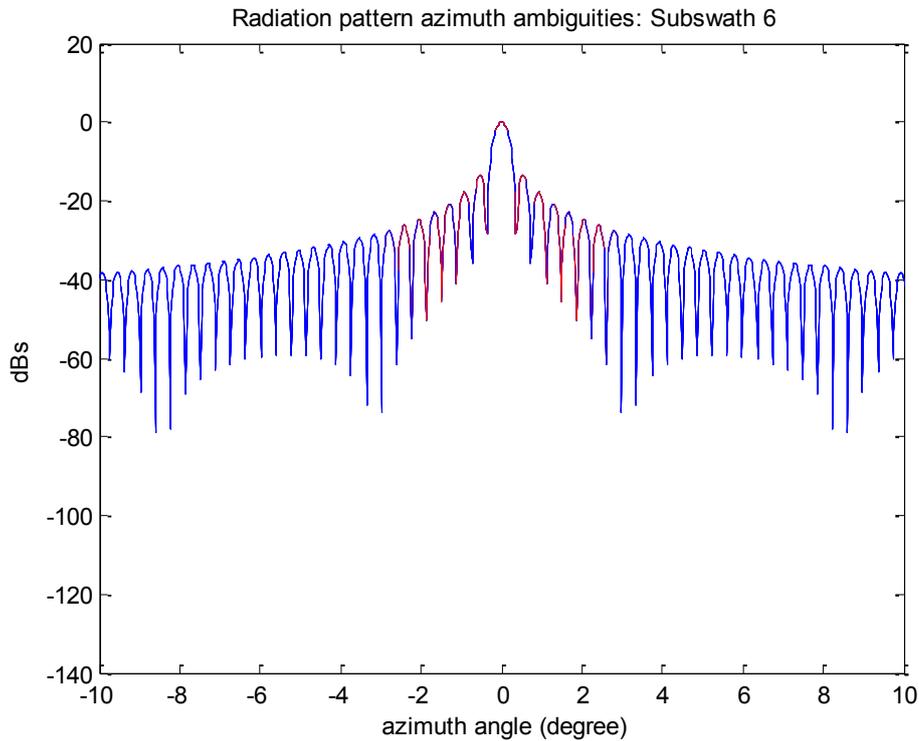
**Tabla 3.22: Ángulos iniciales y finales: ( $\phi_{k,5}^{\text{inicial}}$ ) y ( $\phi_{k,5}^{\text{final}}$ ), de las ambigüedades DTAR en acimut, en la sub-huella 5, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**



**Figura 3.20: Radiación de las ambigüedades DTAR en acimut (en rojo), sobre el diagrama de radiación en acimut de la antena, en la sub-huella 5, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

Sub-huella 6 (PRF = 4.111,80 Hz)		
k	$\phi_{k,6}^{\text{inicial}} (^{\circ})$	$\phi_{k,6}^{\text{final}} (^{\circ})$
-5	-2,5924	-2,2564
-4	-2,1073	-1,7714
-3	-1,6223	-1,2865
-2	-1,1374	-0,8016
-1	-0,6526	-0,3169
0	-0,1679	0,1679
1	0,3169	0,6526
2	0,8016	1,1374
3	1,2865	1,6223
4	1,7714	2,1073
5	2,2564	2,5924

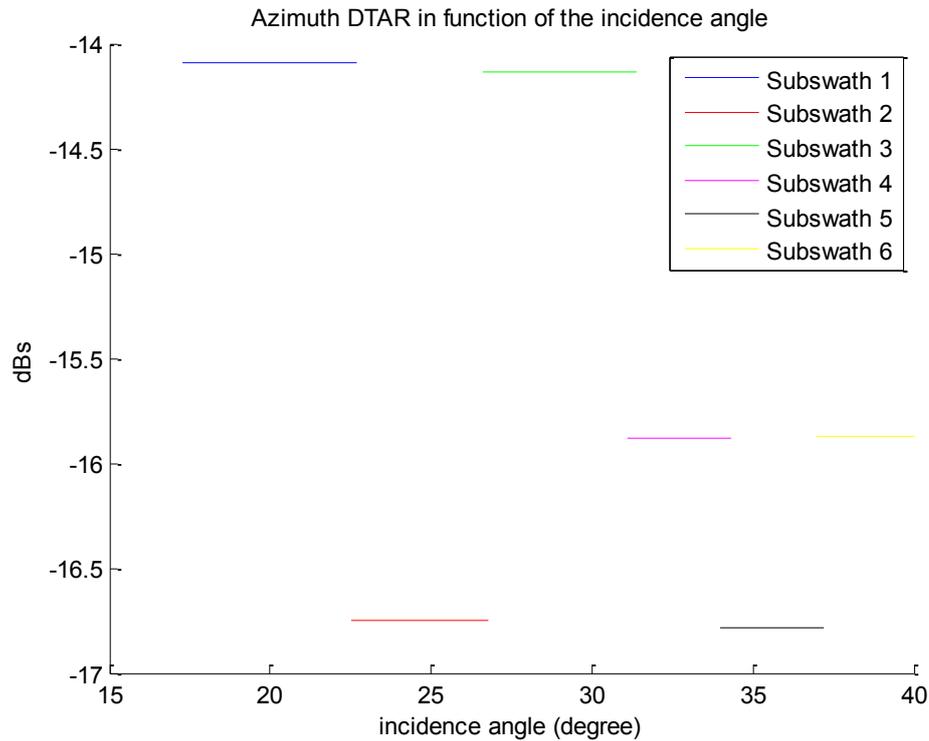
**Tabla 3.23: Ángulos iniciales y finales: ( $\phi_{k,6}^{\text{inicial}}$ ) y ( $\phi_{k,6}^{\text{final}}$ ), de las ambigüedades DTAR en acimut, en la sub-huella 6, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**



**Figura 3.21: Radiación de las ambigüedades DTAR en acimut (en rojo), sobre el diagrama de radiación en acimut de la antena, en la sub-huella 6, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

Tierra (geometría esférica)	DTAR en acimut
	(dB)
sub-huella 1	-14,0945
sub-huella 2	-16,7584
sub-huella 3	-14,1336
sub-huella 4	-15,8777
sub-huella 5	-16,7826
sub-huella 6	-15,8737

**Tabla 3.24: Valores del DTAR en acimut, de cada sub-huella, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**



**Figura 3.22: DTAR en acimut, en función del ángulo de incidencia en las seis sub-huellas ( $\eta_s$ ), para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

En la Figura 3.22 (así como en la Tabla 3.24), se observa que el *DTAR en acimut*, que será de valor constante y distinto, para cada una de las seis sub-huellas y además que los resultados obtenidos no cumplen con los requisitos de diseño exigidos: [ $DTAR_{acimut} (dB) \leq -20 dB$ ].

Por lo que no daremos como válida las hipótesis de que los valores de las *ponderaciones* de diseño del filtro: [ $A_h$ ] sean todas iguales entre sí, es decir que sea realmente una “ventana rectangular” y que también la función de procesado de la señal recibida: [ $w_a(\phi)$ ] sea constante.

Por ello deberemos incidir sobre:

- sustituir la “*ventana rectangular*” por una “*ventana Hamming*”, es decir aplicar realmente un filtro FIR (tipo Hamming), durante el procesado de la señal recibida del SAR, por lo que: [ $A_h \neq cte.$ ]
- y también incluso sobre la función: [ $w_a(\phi)$ ], que dejará de ser constante

a fin de darles unos valores adecuados a fin de que sí se cumpla la condición de diseño requerida.

En concreto la mejora concerniente a la *función de ponderación*: [ $w(h)$ ], del filtro que inicialmente se supuso como “*ventana Rectangular*”, (es decir sin filtro) consistirá en utilizar un filtro tipo Hamming, que nos procurará una mejora en la relación del nivel de señal del lóbulo, respecto a los secundarios, de al menos: [ $10\text{ dB}$ ], con lo que ya si garantizaríamos, en cada una de las: [ $N_s$ ] sub-huellas, el cumplimiento del requisito, impuesto como condición de diseño, del *DTAR en acimut*. Insistir que una explicación y justificación más detallada del *filtro FIR* (tipo *Hamming*) la podemos verla también en el **Apéndice G** de este proyecto.

Así mismo también podríamos pensar en sustituir la antena utilizada en nuestro estudio (omnidireccional, de apertura rectangular), por otra de ganancia sectorizada de modo que su ganancia fuese mayor en el ancho de haz deseado, en este caso en el plano de *acimut (along-track)*, con lo que no nos influirían tanto las distintas ambigüedades más próximas al lóbulo principal, como ha resultado ser en nuestro caso.

### 3.15 DTAR (o Distributed Target Ambiguity Ratio) en rango

Tanto la condición (desigualdad) a cumplir, como las ecuaciones, que precisaremos, para este análisis, que están definidas y detalladas en el **Apéndice H**, de este proyecto, serán:

$$\frac{2 \cdot R_{\text{cercana}_s}}{c} + \frac{j}{PRF_s} \leq t_{j_s} \leq \frac{2 \cdot R_{\text{cercana}_s}}{c} + \frac{j}{PRF_s} + T_{c_s} - \tau \quad (3.39)$$

a partir de la cual, obtendremos los parámetros:  $[t_{j_s}]$ ,  $[\gamma_{j_s}]$ ,  $[\eta_{j_s}]$ ,  $[\xi_{j_s}]$  y  $[\chi_{j_s}]$ , que nos permitirán representar, a la totalidad de las ambigüedades, sobre el diagrama de radiación, en *rango*, de la antena.

Posteriormente también utilizaremos, dichos parámetros, para aplicarlos, en la ecuación del:  $[DTAR_{rango}]$ :

$$DTAR_{rango} = \sum_{s=1}^{N_s} \left\{ \frac{\sum_{\substack{j=-n/2 \\ j \neq 0}}^{j=n/2} \left\{ \frac{10^{[\sigma_s^0(|\eta_{j_s}|)/10]} \cdot G_{j_s}^2(\theta, 0)}{R_{j_s}^3 \cdot \text{sen}(|\eta_{j_s}|)} \right\}}{\left\{ \frac{10^{\left[ \frac{\sigma_s^0(\eta_s)}{10} \right]} \cdot G_s^2(\theta, 0)}{R_s^3(\eta_s) \cdot \text{sen}(\eta_s)} \right\}} \right\} \quad (3.40.a)$$

para el conjunto de las sub-huellas ( $[N_s = 6]$ , en nuestro caso) por lo que para el estudio individualizado de cada una de las sub-huellas:  $[s]$ , deberemos aplicar esta otra ecuación:

$$DTAR_{rango_s} = \frac{\sum_{\substack{j=-n/2 \\ j \neq 0}}^{j=n/2} \left\{ \frac{10^{[\sigma_s^0(|\eta_{j_s}|)/10]} \cdot G_{j_s}^2(\theta, 0)}{R_{j_s}^3 \cdot \text{sen}(|\eta_{j_s}|)} \right\}}{\left\{ \frac{10^{\left[ \frac{\sigma_s^0(\eta_s)}{10} \right]} \cdot G_s^2(\theta, 0)}{R_s^3(\eta_s) \cdot \text{sen}(\eta_s)} \right\}} \quad (3.40.b)$$

en la que si desarrollamos, para cada una de las sub-huellas, la ecuación de la ganancia, tanto la de las ambigüedades como la de la señal útil (a lo largo de dicha sub-huella), tendremos:

$$DTAR_{rango\_s} = \frac{\sum_{\substack{j=-n/2 \\ j \neq 0}}^{j=n/2} \left\{ \frac{10^{[\sigma_s^0(|\eta_{j\_s}|)/10]} \cdot G_{0\_s}^2 \cdot sinc^4[\chi_{j\_s}]}{R_{j\_s}^3 \cdot sen(|\eta_{j\_s}|)} \right\}}{\left\{ \frac{10^{[\frac{\sigma_s^0(\eta_s)}{10}]} \cdot G_{0\_s}^2 \cdot sinc^4 \left[ \left( \frac{\pi \cdot W_s}{\lambda} \right) \cdot sen(|\gamma_s - \gamma_{medio\_s}|) \right]}{R_s^3(\eta_s) \cdot sen(\eta_s)} \right\}} \quad (3.40.c)$$

o mejor aún esta otra:

$$DTAR_{rango\_s} = \frac{\sum_{\substack{j=-n/2 \\ j \neq 0}}^{j=n/2} \left\{ \frac{10^{[\sigma_s^0(|\eta_{j\_s}|)/10]} \cdot sinc^4[\chi_{j\_s}]}{R_{j\_s}^3 \cdot sen(|\eta_{j\_s}|)} \right\}}{\left\{ \frac{10^{[\frac{\sigma_s^0(\eta_s)}{10}]} \cdot sinc^4 \left[ \left( \frac{\pi \cdot W_s}{\lambda} \right) \cdot sen(|\gamma_s - \gamma_{medio\_s}|) \right]}{R_s^3(\eta_s) \cdot sen(\eta_s)} \right\}} \quad (3.40.d)$$

y para expresarla en dB:

$$DTAR_{rango\_s} (dB) = 10 \cdot \log_{10} (DTAR_{rango\_s}) \quad (3.40.e)$$

a partir de las cuales obtendremos la relación entre el nivel de las ambigüedades (en este caso en *rango*) y el nivel de señal útil, en función del ángulo de incidencia:  $[\eta_s]$ , para cada una de nuestras seis sub-huellas.

Por tanto y en realidad calcularemos una medida de la *relación ruido a señal*, en función de dicho ángulo de incidencia, (es decir lo inverso a lo que estamos acostumbrados, al definir la calidad de servicio de un sistema, ya que y a grandes rasgos, en el numerador irán las pérdidas y en el denominador las ganancias).

En principio, vamos a realizar las siguientes consideraciones:

- el número de ambigüedades, en *rango*, a considerar y cuyo valor vendrá fijado por diseño, será: [ $\mathbf{n} = 10$ ]
- también definimos, para todas las ambigüedades de cada sub-huella, una única *anchura de haz a 3 dB*, en *rango*, a partir de la expresión:

$$\theta_{3 \text{ dB}_V} = 0,88 \cdot \left( \frac{\lambda}{RW} \right) \quad (3.41)$$

expresada en: [*radianes*], por lo que sustituyendo los valores ya conocidos, en la anterior ecuación (3.41) resultaría:

$$\theta_{3 \text{ dB}_V} = 0,88 \cdot \left( \frac{0,0313}{0,631} \right)$$

$$\theta_{3 \text{ dB}_V} = 0,0436 \text{ (radianes)} = 2,496^\circ$$

cuyo resultado, si nos permitirá diferenciar, perfectamente, a las distintas ambigüedades entre sí

Los resultados obtenidos, tras aplicar la **Aplicación Matlab**, primero para obtener los parámetros: [ $t_{j_s}$ ], [ $R_{j_s}$ ], [ $\gamma_{j_s}$ ], [ $\eta_{j_s}$ ], [ $\xi_{j_s}$ ], [ $\text{sinc}^2(\chi_{j_s})$ ] y [ $\sigma_s^0(|\eta_{j_s}|)$ ], para cada una de las: [ $n$ ] ambigüedades: [ $j$ ] y después (y a partir de dichos parámetros calculados), resolver la ecuaciones: (3.40.d) y (3.40.e), los vamos a expresar:

- numéricamente (nos referimos a los parámetros:  $[t_{j_s}]$ ,  $[R_{j_s}]$ ,  $[\gamma_{j_s}]$ ,  $[\eta_{j_s}]$ ,  $[\xi_{j_s}]$ ,  $[\text{sinc}^2(\chi_{j_s})]$  y  $[\sigma_s^0(|\eta_{j_s}|)]$ , en las Tablas: 3.25-3.30
- gráficamente (nos referimos a la representación de la ganancia o diagrama de radiación de dichas ambigüedades, en función del ángulo de acimut:  $[\theta_j]$ , para las:  $[N_s]$  sub-huellas:  $[G_{j_s}(\theta, 0)]$ ), en las Figuras 3.23-3.28
- también gráficamente (nos referimos a la variación del DTAR en *rango*:  $[DTAR_{rango_s}]$ , a lo largo de cada una de las sub-huellas, en función del ángulo de incidencia de estas:  $[\eta_s]$ ), en la Figura 3.29

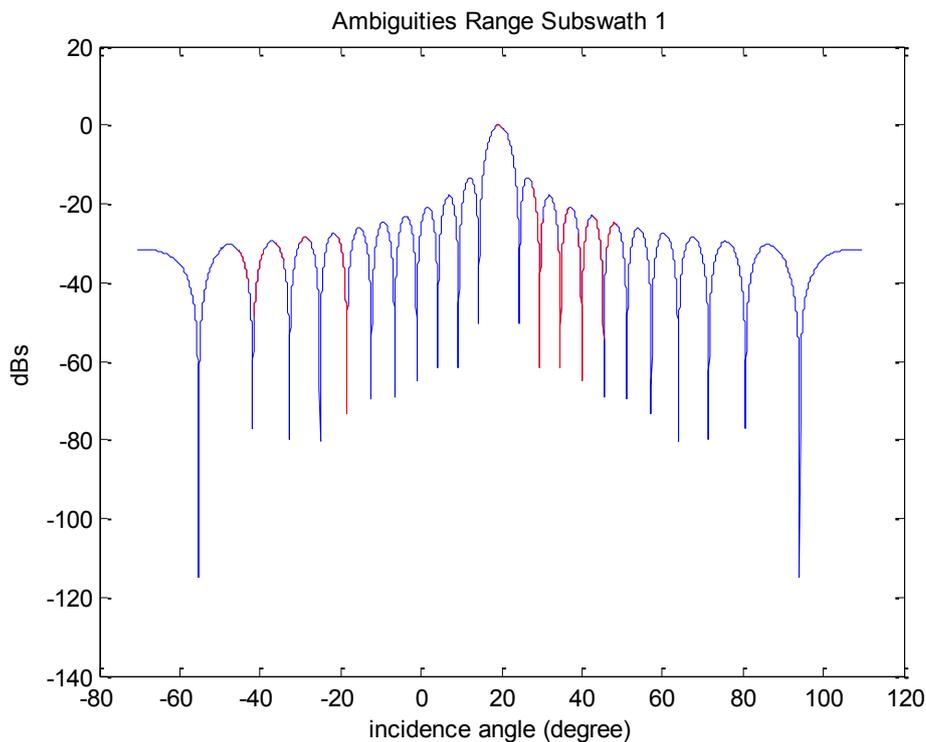
En este caso (de DTAR en *rango*) y por su complejidad, vamos a ir explicando, pasos a paso, tanto los resultados (Tablas) como las gráficas (Figuras) antes indicadas y lo haremos sub-huella a sub-huella:

- **sub-huella-1**, en la que observamos que hay cinco ambigüedades (sombreadas con una tonalidad distinta, en la Tabla 3.25), identificadas de  $[j = -1]$  a  $[j = -5]$  y que tienen un ángulo off-nadir de ambigüedad negativo, por lo que actuaremos buscando una simetría respecto al eje correspondiente al ángulo de off-nadir de ambigüedad medio, de la primera sub-huella:  $[\gamma_{0_1} = 19,4187^\circ]$ , considerando:
  - como primera ambigüedad negativa, con ángulo off-nadir de ambigüedad también negativo, la simétrica a la del lóbulo principal, es decir, en este caso, a la que tenga este valor de ángulo off-nadir de ambigüedad:  $[\gamma_{-1_1} = -19,4187^\circ]$
  - y a continuación las otras cuatro, de  $[\gamma_{-2_1}]$  a  $[\gamma_{-5_1}]$  y que serían las que corresponderían a las cuatro ambigüedades que irían de  $[j = +1]$  a  $[j = +4]$ , pero cambiando el signo de su ángulo off-nadir de ambigüedad, en cada una de ellas

y una vez definidos, los cinco ángulos negativos off-nadir, que realmente nos van a definir las ambigüedades negativas, trasladaremos dichos ángulos (de ambigüedades negativas), mediante la transformación que se apunta, en el ya citado **Apéndice H**, de este proyecto, es decir apoyándonos en los nuevos ángulos “trampolín”:  $[\xi_{j_s}]$  y  $[\chi_{j_s}]$ , definidos al efecto, consiguiendo, de ese modo, hacer el estudio de todas las ambigüedades (negativas y positivas) sobre el eje positivo de ángulos off-nadir “ambiguos” (en geometría esférica).

Sub-huella 1 (PRF = 3.499,30 Hz)							
j	$t_{j_1}$ (mseg)	$R_{j_1}$ (km)	$\nu_{j_1}$ (°)	$\eta_{j_1}$ (°)	$\xi_{j_1}$ (°)	$\text{sinc}^2(\chi_{j_1})$	$\sigma^0[ \eta_{j_1} ]$ (dB)
-5	4,80	716,470	-44,1589	-46,3511	82,9963	0,0006	-12,1755
-4	4,50	637,600	-40,2649	-42,1769	79,1023	0,0003	-11,5867
-3	4,20	630,730	-35,4202	-37,0256	74,2576	0,0000	-10,7776
-2	3,90	587,870	-29,0325	-30,2853	67,8699	0,0009	-9,5344
-1	3,60	545,000	-19,4187	-20,2144	58,2561	0,0007	-7,1596
0	3,60	545,000	19,4187	20,2144	0,0000	1,0000	-7,1596
1	3,90	587,870	29,0325	30,2853	9,6138	0,0025	-9,5344
2	4,20	630,730	35,4202	37,0256	16,0015	0,0019	-10,7776
3	4,50	637,600	40,2649	42,1769	20,8462	0,0002	-11,5867
4	4,80	716,470	44,1589	46,3511	24,7402	0,0019	-12,1756
5	5,10	759,330	47,3973	49,8522	27,9786	0,0028	-12,6358

**Tabla 3.25: Ángulos y parámetros de las ambigüedades DTAR en rango, en la sub-huella 1, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**



**Figura 3.23: Radiación de las ambigüedades, DTAR en rango, en la sub-huella 1, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

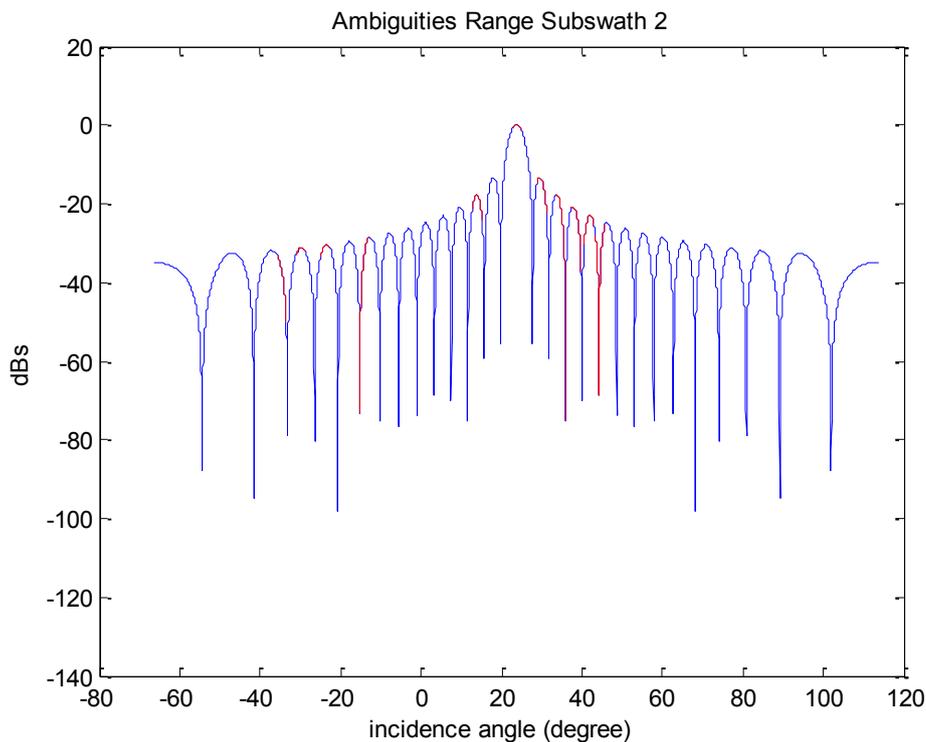
Observamos, en la Figura 3.23, que si aparecerán, en la ilustración, las diez ambigüedades pues todas ellas y a pesar de los cambios de variable (de ángulos) realizados, quedarían dentro de nuestro margen definido:  $[-90^\circ, 90^\circ]$  para ángulos off-nadir “ambiguos” y que debe ser el que debemos mantener por la limitación de funcionamiento del sistema, pues el radar nunca apuntaría (iluminaría) a sus espaldas.

El no poder diferenciar, entre si a algunas de ellas, se debe a que, como hemos visto, el ancho de haz a 3 dB, en rango, dado por:  $[\theta_{3\text{ dB}_V} = 2,496^\circ]$ , tiene un valor muy elevado en comparación a la separación entre ambigüedades próximas y ello hará que se confundan las más cercanas entre sí

- **sub-huella-2**, en la que observamos que hay cuatro ambigüedades (sombreadas con una tonalidad distinta, en la Tabla 3.26), identificadas de  $[j = -2]$  a  $[j = -5]$  y que tienen un ángulo off-nadir de ambigüedad negativo, por lo que actuaremos buscando una simetría respecto al eje correspondiente al ángulo de off-nadir de ambigüedad medio, de la segunda sub-huella:  $[\gamma_{0,2} = 23,7756^\circ]$ , aplicaremos el mismo método que en la *sub-huella-1*, obteniendo la Tabla 3.26

Sub-huella 2 (PRF = 4.690,20 Hz)							
j	$t_{j,2}$ (mseg)	$R_{j,2}$ (km)	$\nu_{j,2}$ (°)	$\eta_{j,2}$ (°)	$\xi_{j,2}$ (°)	$\text{sinc}^2(\chi_{j,2})$	$\sigma^0[ \eta_{j,2} ]$ (dB)
-5	4,20	625,630	-34,7577	-36,3240	82,3089	0,0001	-10,6588
-4	4,00	593,650	-30,0223	-31,3266	77,5735	0,0000	-9,7424
-3	3,70	561,670	-23,7756	-24,7699	71,3268	0,0005	-8,3204
-2	3,50	529,690	-13,9787	-14,5405	61,5299	0,0006	-5,4890
-1	3,50	529,690	13,9787	14,5405	9,7969	0,0164	-5,4891
0	3,70	561,670	23,7756	24,7699	0,0000	1,0000	-8,3203
1	4,00	593,650	30,0223	31,3266	6,2467	0,0406	-9,7424
2	4,20	625,630	34,7577	36,3240	10,9821	0,0079	-10,6588
3	4,40	657,610	38,5913	40,3927	14,8157	0,0059	-11,3181
4	4,60	689,590	41,8095	43,8285	18,0339	0,0049	-11,8258
5	4,80	721,580	44,5752	46,7995	20,7996	0,0002	-12,2360

**Tabla 3.26: Ángulos y parámetros de las ambigüedades DTAR en rango, en la sub-huella 2, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**



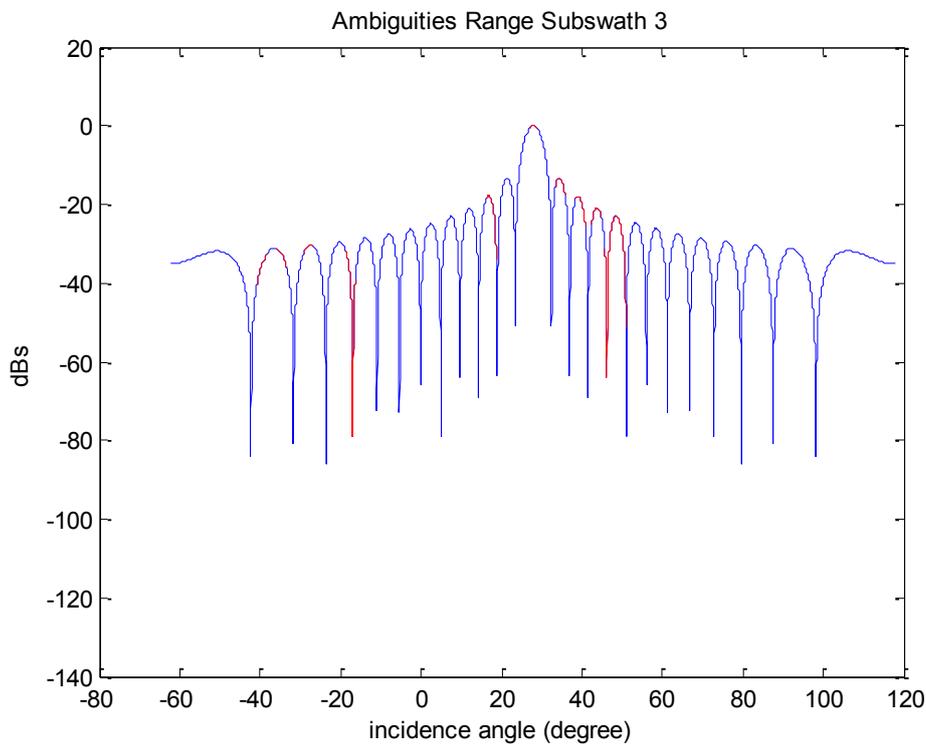
**Figura 3.24: Radiación de las ambigüedades, DTAR en rango, en la sub-huella 2, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

Observamos, en la Figura 3.24, un diagrama de ambigüedades similar al de la anterior sub-huella (Figura 3.23) y por ello con las mismas consideraciones y conclusiones

- **sub-huella-3**, en la que observamos que hay cuatro ambigüedades (sombreadas con una tonalidad distinta, en la Tabla 3.27), identificadas de  $[j = -2]$  a  $[j = -5]$  y que tienen un ángulo off-nadir de ambigüedad negativo, por lo que actuaremos buscando una simetría respecto al eje correspondiente al ángulo de off-nadir de ambigüedad medio, de la primera sub-huella:  $[\gamma_{0_3} = 27,9413^\circ]$ , aplicaremos el mismo método que en la *sub-huella-1*, obteniendo la Tabla 3.27

Sub-huella 3 (PRF = 3.507,80 Hz)							
j	$t_{j,3}$ (mseg)	$R_{j,3}$ (km)	$\nu_{j,3}$ (°)	$\eta_{j,3}$ (°)	$\xi_{j,3}$ (°)	$\text{sinc}^2(\chi_{j,3})$	$\sigma^0[ \eta_{j,3} ]$ (dB)
-5	4,40	667,350	-39,6270	-41,4962	95,5096	0,0004	-11,4856
-4	4,20	624,590	-34,6193	-36,1776	90,5019	0,0003	-10,6338
-3	3,90	581,820	-27,9413	-29,1385	83,8239	0,0005	-9,2978
-2	3,60	539,060	-17,5399	-18,2533	73,4225	0,0003	-6,6115
-1	3,60	539,060	17,5399	18,2533	10,4014	0,0126	-6,6115
0	3,90	581,820	27,9413	29,1385	0,0000	1,0000	-9,2978
1	4,20	624,590	34,6193	36,1776	6,6780	0,0459	-10,6338
2	4,40	667,350	39,6270	41,4962	11,6857	0,0142	-11,4856
3	4,70	710,110	43,6283	45,7801	15,6870	0,0083	-12,0979
4	5,00	752,870	46,9435	49,3597	19,0022	0,0012	-12,5725
5	5,30	795,630	49,7574	52,4250	21,8161	0,0024	-12,9600

**Tabla 3.27: Ángulos y parámetros de las ambigüedades DTAR en rango, en la sub-huella 3, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**



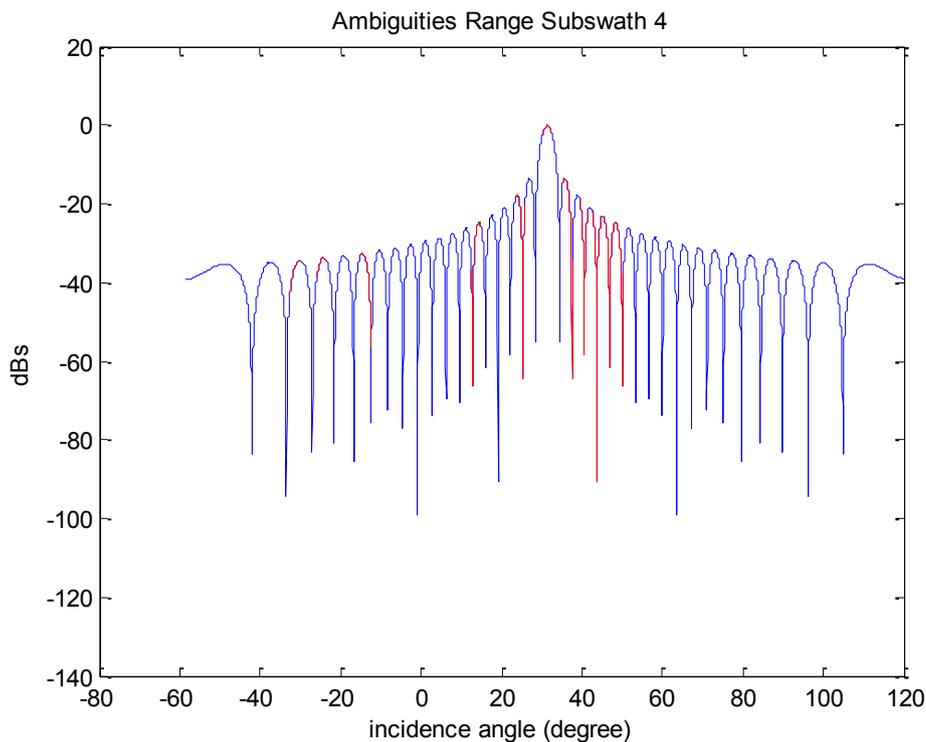
**Figura 3.25: Radiación de las ambigüedades, DTAR en rango, en la sub-huella 3, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

Observamos, en la Figura 3.25, un diagrama de ambigüedades similar al de las dos anteriores sub-huellas (Figura 3.23 y Figura 3.24) y por ello con las mismas consideraciones y conclusiones

- **sub-huella-4**, en la que observamos que hay tres ambigüedades (sombreadas con una tonalidad distinta, en la Tabla 3.28), identificadas de  $[j = -3]$  a  $[j = -5]$  y que tienen un ángulo off-nadir de ambigüedad negativo, por lo que actuaremos buscando una simetría respecto al eje correspondiente al ángulo de off-nadir de ambigüedad medio, de la primera sub-huella:  $[\gamma_{0,4} = 31,4079^\circ]$ , aplicaremos el mismo método que en la *sub-huella-1*, obteniendo la Tabla 3.28

Sub-huella 4 (PRF = 4.099,00 Hz)							
j	$t_{j,4}$ (mseg)	$R_{j,4}$ (km)	$\nu_{j,4}$ (°)	$\eta_{j,4}$ (°)	$\xi_{j,4}$ (°)	$\text{sinc}^2(\chi_{j,4})$	$\sigma^0[ \eta_{j,4} ]$ (dB)
-5	4,00	602,240	-31,4079	-32,7861	94,2235	0,0002	-10,0236
-4	3,80	565,650	-24,6745	-25,7114	87,4901	0,0001	-8,5417
-3	3,50	529,050	-13,7002	-14,2504	76,5158	0,0002	-5,3965
-2	3,50	529,050	13,7002	14,2504	17,7076	0,0019	-5,3965
-1	3,80	565,650	24,6745	25,7114	6,7333	0,0073	-8,5417
0	4,00	602,240	31,4079	32,7861	0,0000	1,0000	-10,0236
1	4,30	638,840	36,4294	38,0954	5,0216	0,0304	-10,9544
2	4,50	675,430	40,4478	42,3722	9,0400	0,0003	-11,6155
3	4,70	712,020	43,7896	45,9536	12,3818	0,0000	-12,1216
4	5,00	748,620	46,6386	49,0291	15,2308	0,0002	-12,5298
5	5,20	785,210	49,1107	51,7180	17,7029	0,0019	-12,8719

**Tabla 3.28: Ángulos y parámetros de las ambigüedades DTAR en rango, en la sub-huella 4, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**



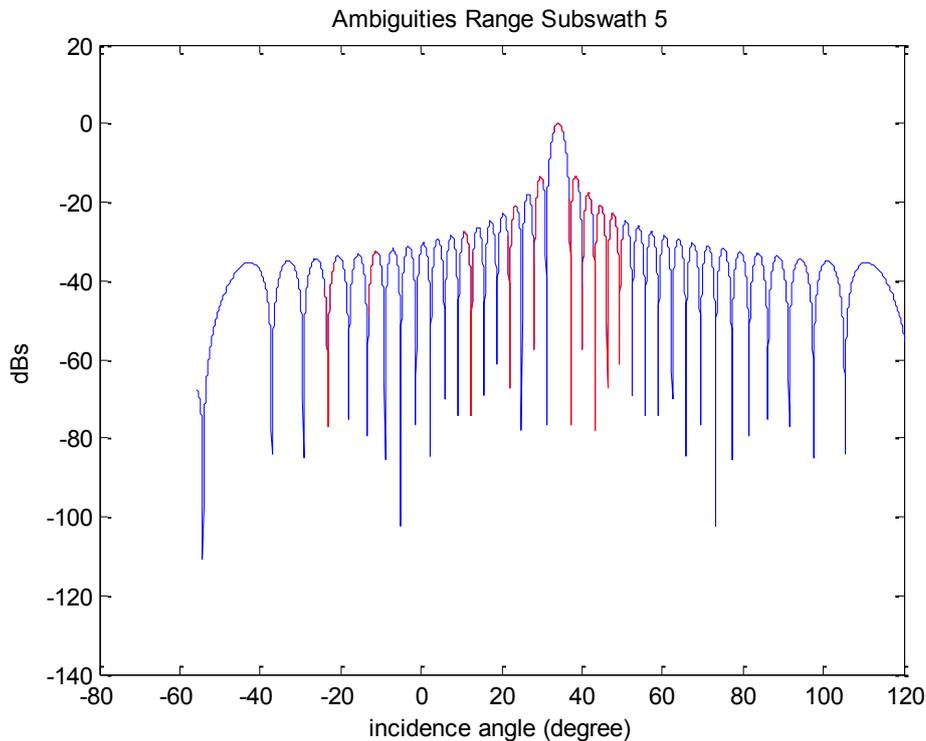
**Figura 3.26: Radiación de las ambigüedades, DTAR en rango, en la sub-huella 4, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

Observamos, en la Figura 3.26, un diagrama de ambigüedades similar al de las tres anteriores sub-huellas (Figura 3.23, Figura 3.24 y Figura 3.25) y por ello con las mismas consideraciones y conclusiones

- **sub-huella-5**, en la que observamos que hay dos ambigüedades (sombreadas con una tonalidad distinta, en la Tabla 3.29), identificadas como:  $[j = -4]$  y  $[j = -5]$  y que tienen un ángulo off-nadir de ambigüedad negativo, por lo que actuaremos buscando una simetría respecto al eje correspondiente al ángulo de off-nadir de ambigüedad medio, de la primera sub-huella:  $[\gamma_{0_5} = 34,1283^\circ]$ , aplicaremos el mismo método que en la *sub-huella-1*, obteniendo la Tabla 3.29

Sub-huella 5 (PRF = 4.698,70 Hz)							
j	$t_{j,5}$ (mseg)	$R_{j,5}$ (km)	$\nu_{j,5}$ (°)	$\eta_{j,5}$ (°)	$\xi_{j,5}$ (°)	$\text{sinc}^2(\chi_{j,5})$	$\sigma^0[ \eta_{j,5} ]$ (dB)
-5	3,70	557,090	-22,6827	-23,6261	90,9391	0,0000	-8,0431
-4	3,50	525,160	-11,8354	-12,3084	80,0918	0,0002	-4,7585
-3	3,50	525,160	11,8354	12,3084	22,2928	0,0007	-4,7585
-2	3,70	557,090	22,6827	23,6261	11,4455	0,0031	-8,0431
-1	3,90	589,010	29,2322	30,4953	4,8960	0,0331	-9,5768
0	4,10	620,940	34,1283	35,6582	0,0000	1,0000	-10,5440
1	4,40	652,860	38,0656	39,8333	3,9374	0,0398	-11,2315
2	4,60	684,780	41,3574	43,3446	7,2292	0,0157	-11,7567
3	4,80	716,710	44,1788	46,3724	10,0506	0,0065	-12,1784
4	5,00	748,630	46,6395	49,0301	12,5113	0,0008	-12,5299
5	5,20	780,550	48,8139	51,3941	14,6857	0,0013	-12,8313

**Tabla 3.29: Ángulos y parámetros de las ambigüedades DTAR en rango, en la sub-huella 5, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**



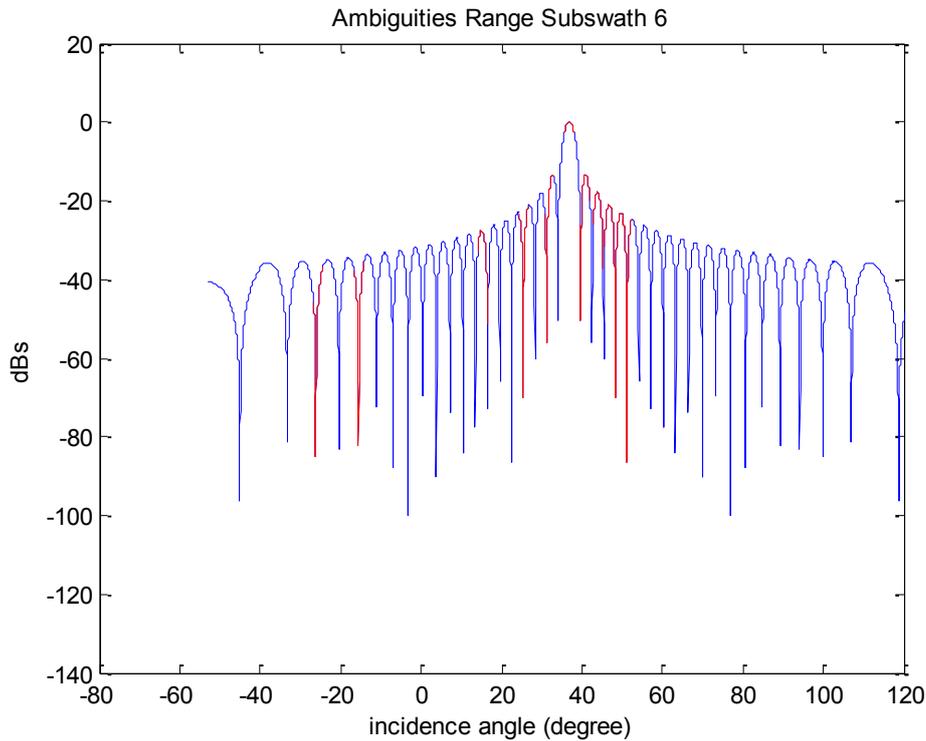
**Figura 3.27: Radiación de las ambigüedades, DTAR en rango, en la sub-huella 5, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

Observamos, en la Figura 3.27, un diagrama de ambigüedades similar al de las cuatro anteriores sub-huellas (Figura 3.23, Figura 3.24, Figura 3.25 y Figura 3.26) y por ello con las mismas consideraciones y conclusiones

- **sub-huella-6**, en la que observamos que hay dos ambigüedades (sombreadas con una tonalidad distinta, en la Tabla 3.30), identificadas como:  $[j = -4]$  y  $[j = -5]$  y que tienen un ángulo off-nadir de ambigüedad negativo, por lo que actuaremos buscando una simetría respecto al eje correspondiente al ángulo de off-nadir de ambigüedad medio, de la primera sub-huella:  $[\gamma_{0,6} = 36,8585^\circ]$ , aplicaremos el mismo método que en la *sub-huella-1*, obteniendo la Tabla 3.30

Sub-huella 6 (PRF = 4.111,80 Hz)							
j	$t_{j,6}$ (mseg)	$R_{j,6}$ (km)	$\nu_{j,6}$ (°)	$\eta_{j,6}$ (°)	$\xi_{j,6}$ (°)	$\text{sinc}^2(\chi_{j,6})$	$\sigma^0[ \eta_{j,6} ]$ (dB)
-5	3,80	569,440	-25,4933	-26,5696	99,2101	0,0000	-8,7382
-4	3,60	532,960	-15,3300	-15,9487	89,0468	0,0000	-5,9281
-3	3,60	532,960	15,3300	15,9487	21,5284	0,0017	-5,9282
-2	3,80	569,440	25,4933	26,5696	11,3651	0,0000	-8,7382
-1	4,00	605,920	31,9737	33,3827	4,8847	0,0203	-10,1352
0	4,30	642,400	36,8585	38,5508	0,0000	1,0000	-11,0282
1	4,50	678,880	40,7887	42,7364	3,9303	0,0462	-11,6687
2	4,80	715,370	44,0681	46,2533	7,2097	0,0156	-12,1623
3	5,00	751,850	46,8704	49,2804	10,0120	0,0082	-12,5623
4	5,30	788,330	49,3063	51,9317	12,4479	0,0043	-12,8964
5	5,50	824,810	51,4515	54,2851	14,5931	0,0003	-13,1893

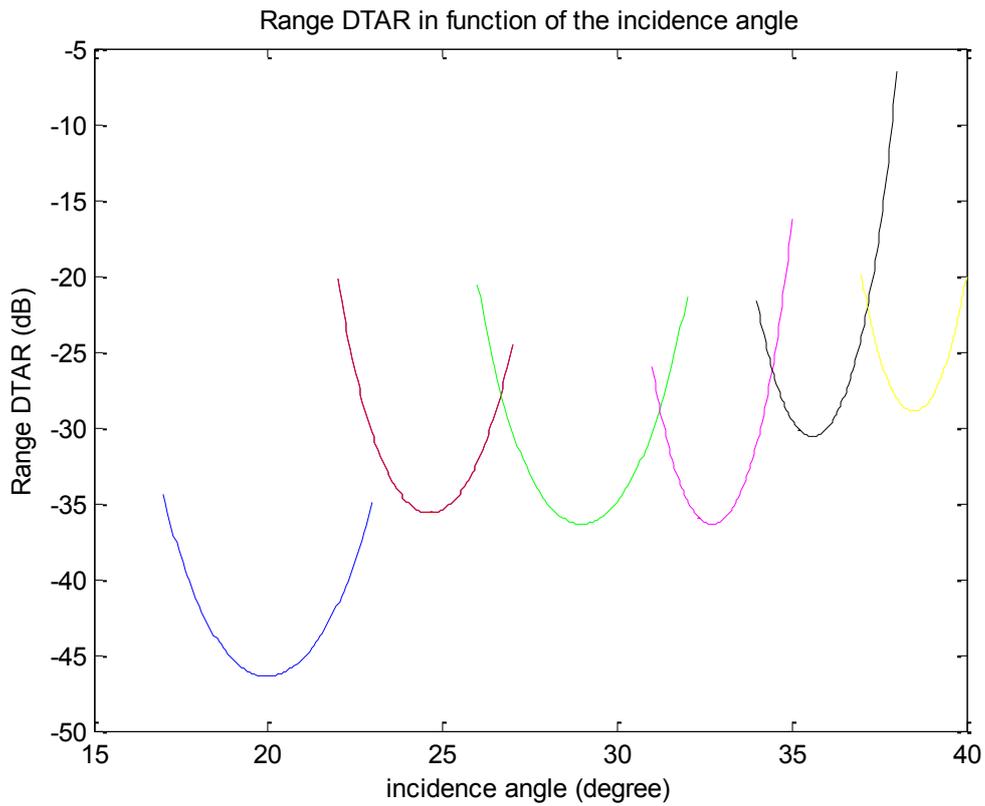
**Tabla 3.30: Ángulos y parámetros de las ambigüedades DTAR en rango, en la sub-huella 6, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**



**Figura 3.28: Radiación de las ambigüedades, DTAR en rango, en la sub-huella 6, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

Observamos, en la Figura 3.28, un diagrama de ambigüedades similar al de las cinco anteriores sub-huellas (Figura 3.23, Figura 3.24, Figura 3.25, Figura 3.26 y Figura 3.27) y por ello con las mismas consideraciones y conclusiones

Como conclusión observando, la Figura 3.29, vemos que los valores mínimos, para cada una de nuestras sub-huellas cumple con el requisito marcado como objetivo de diseño:  $[DTAR \text{ rango (dB)} \leq -20 \text{ dB}]$ , por lo que no se precisará mejora alguna.



**Figura 3.29: DTAR en rango, en función del ángulo de incidencia ( $\eta_s$ ), en las seis sub-huellas, para geometría esférica, de nuestra misión sobre la Tierra**

## Capítulo 4

### Aplicación Matlab para cálculos y representaciones gráficas de este Proyecto

#### 4.1 Funciones Matlab

Normalmente se requiere de modelos computacionales con el fin de resolver problemas de ingeniería. Muchas veces puede ser útil hacer un programa que utilice matrices, complejos, y otras estructuras matemáticas, pero fácil de escribir y revisar. El entorno de programación Matlab es ideal para esto.

En nuestro caso, es decir en la realización de este proyecto, se ha elegido este entorno de programación (Matlab) dada su alta capacidad de cálculo, para cualquier tipo de función más o menos compleja y sobre todo por su facilidad en trasladar y representar, los resultados obtenidos, en gráficas de fácil manejo y comprensión

Las funciones que hemos definido, en nuestro caso, para el estudio de las dos misiones espaciales que engloba nuestro proyecto, se detallarán a continuación.

##### 4.1.1 función: [Across.m](#)

Sus parámetros de entrada serán:

- W: anchura de la antena (m)
- angulo\_off\_nadir: ángulo off nadir con el que apunta la antena a la huella a iluminar (°)
- L: altura de la antena (m)

y nos calculará el valor de la *ganancia* de antena en *rango*:  $[G(\theta, 0)]$ , para un determinado ángulo off-nadir:  $[\gamma (^{\circ})]$

#### 4.1.2 función: [Aeff.m](#)

Sus parámetros de entrada serán:

- f: frecuencia de trabajo (Hz)
- h: altura del satélite (km)
- vs: velocidad del satélite (km/s)

y nos representará la *ambigüedad SAR*:  $[W \cdot L_a (m^2)]$ , para unos determinados ángulos de incidencia:  $[\eta (^{\circ})]$  y para unas determinadas frecuencias:  $[bandas: L, C \text{ y } X]$ , especialmente de las dos misiones espaciales vistas en este proyecto

#### 4.1.3 función: [BCS.m](#)

Sus parámetros de entrada serán:

- ángulo\_incidencia: ángulo con el que incidirá el rayo en el suelo ( $^{\circ}$ )

y nos representará la *sección recta radar* de la huella:  $[\sigma^0, \text{en dB}]$ , en función del ángulo de incidencia de la huella:  $[\eta (^{\circ})]$

#### 4.1.4 función: [diagrama.m](#)

Sus parámetros de entrada serán:

- L: altura de la antena (m)
- W: anchura de la nave (m)
- f: frecuencia de trabajo (Hz)
- ro: eficiencia de la antena
- alfa\_n: ángulo off nadir cercano ( $^{\circ}$ )
- alfa\_f: ángulo off nadir lejano ( $^{\circ}$ )

y nos representará los *diagramas de radiación normalizados de ganancia* de antena tanto en *acimut*:  $[\hat{E}^2(0, \phi), \text{en dB}]$  como en *rango*:  $[\hat{E}^2(\theta, 0), \text{en dB}]$ . Además obtendríamos la *ganancia máxima* de antena:  $[G_0, \text{en dB}]$ , que será coincidente tanto en *acimut* como en *rango*

#### 4.1.5 función: [diagrama2.m](#)

Sus parámetros de entrada serán:

- L: altura de la antena (m)
- W: anchura de la nave (m)
- f: frecuencia de trabajo (Hz)
- ro: eficiencia de la antena
- alfa\_n: ángulo off nadir cercano ( $^{\circ}$ )
- alfa\_f: ángulo off nadir lejano ( $^{\circ}$ )

y la utilizaremos, en la *Interfaz Gráfica* de la *Aplicación Matlab*, para que nos proporcione el ángulo medio de apuntamiento:  $[\gamma_{medio}]$  de cada sub-huella y no tener que modificar la función Matlab: [*diagrama.m*], ya existente.

#### 4.1.6 función: [Diamantes esferica.m](#)

Sus parámetros de entrada serán:

- h: altura del satélite (km)
- guarda: tiempo de guarda entre pulsos ( $\mu\text{seg}$ )
- tau: tiempo de duración del pulso ( $\mu\text{seg}$ )
- Re: radio del planeta (km)
- Líneas: número de líneas a representar

y nos representará el *Diamonds Graph* (geometría esférica):  $[PRF = f(\eta)]$ , de la huella a iluminar, para las dos misiones espaciales de este proyecto

#### 4.1.7 función: [dibujar grafica.m](#)

Función creada para dibujar y determinar, sobre la *Diamonds Graph*, tanto las diferentes *longitudes en rango* de las:  $[N_s]$ , sub-huellas:  $[S_s]$  como sus *frecuencias de repetición de pulsos*:  $[PRF_s]$ , únicas y asociadas a cada una de dichas sub-huellas, tanto para geometría esférica como para geometría plana

#### 4.1.8 función: DTAR.m

Sus parámetros de entrada serán:

- f: frecuencia de trabajo (Hz)
- vs: velocidad del satélite (km/s)
- PRF: frecuencia de repetición de pulsos de trabajo, de cada sub-huella (Hz)
- Porc\_B: porcentaje del ancho de banda procesado
- L: altura de la antena (m)

y nos calculará los *ángulos iniciales y finales* de las ambigüedades en *acimut*:  $[\phi_{k_s}^{inicial}]$  y  $[\phi_{k_s}^{final}]$ , de cada una de nuestras:  $[N_s]$ , sub-huellas y además calculará directamente, en:  $[dB]$ , el valor del *DTAR en azimut*,

también en:  $[dB]$ , para cada sub-huella: 
$$\frac{\sum_{k \neq 0}^{k=+\frac{n}{2}} \int_{\phi_{k_s}^{inicial}}^{\phi_{k_s}^{final}} G_s^2(0, \phi) \cdot d\phi}{\int_{\phi_{0_s}^{inicial}}^{\phi_{0_s}^{final}} G_s^2(0, \phi) \cdot d\phi}$$

#### 4.1.9 función: END DTAR.m

Sus parámetros de entrada serán:

- sigma: valor del parámetro:  $[\sigma_s, \text{ en } dB]$  dependiendo del ángulo de incidencia ( $^\circ$ )
- G: valor de la ganancia para cada ángulo de apuntamiento ( $^\circ$ )
- Pm: potencia media de cada sub-huella (W)
- eta: ángulo de incidencia ( $^\circ$ )
- R: distancia de cada ambigüedad en rango (km)

y nos proporcionará el valor del *sumatorio* de las:  $[n]$  *ambigüedades* en *rango*, de las:  $[N_s]$  sub-huellas: 
$$\sum_{j \neq 0}^{j=n/2} \left\{ \frac{10^{[\sigma_s^0(|\eta_{j_s}|)/10]} \cdot G_{j_s}^2(\theta, 0)}{R_{j_s}^3 \cdot \text{sen}(|\eta_{j_s}|)} \right\}$$
 y el valor

de la ambigüedad en rango del lóbulo principal: 
$$\left\{ \frac{10^{[\sigma_s^0(|\eta_{0_s}|)/10]} \cdot G_{0_s}^2(\theta, 0)}{R_{0_s}^3 \cdot \text{sen}(|\eta_{0_s}|)} \right\},$$

también en cada una de las:  $[N_s]$  sub-huellas

#### 4.1.10 función: [grados diamantes.m](#)

Sus parámetros de entrada serán:

- PRF: vector de PRF que queremos representar (Hz)
- h: altura del satélite (km)

y nos representará el *Diamonds Graph* (geometría plana):  $[\eta = f(PRF)]$ , de la huella a iluminar, para las dos misiones espaciales de este proyecto

#### 4.1.11 función: [NESZ end.m](#)

Sus parámetros de entrada serán:

- Pm: potencia media de cada sub-huella (W)
- R: distancia oblicua al punto medio de cada sub-huella (km)
- B: ancho de banda de cada sub-huella (Hz)
- N: figura de ruido de nuestro sistema (dB)
- Ltot: pérdidas totales del cable del sistema (dB)
- angulo\_n: ángulo de incidencia cercano (°)
- angulo\_f: ángulo de incidencia lejano (°)
- W: anchura de la antena (m)
- T: temperatura (°C)
- f: frecuencia de trabajo (Hz)
- vs: velocidad del satélite (km/s)

y nos proporcionará el resultado:  $[NESZ_s]$ , realmente importante y a definir para cada una de nuestras:  $[N_s]$  sub-huellas, a partir de la ecuación:

$$\frac{4 \cdot (4 \cdot \pi \cdot R_s)^3 \cdot v_{satélite} \cdot \text{sen}(\eta_s) \cdot \left[ k \cdot 10^{\left[ \frac{F_{op}}{10} \right]} \cdot T_0 \cdot BW_{máxima_s} \right] \cdot 10^{\left[ \frac{2 \cdot L_{cable}}{10} \right]}}{P_{tx\_media\_s} \cdot G_{0\_s}^2 \cdot \text{sinc}^4 \left[ \left( \frac{\pi \cdot W_s}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}(|\gamma_s - \gamma_{medio\_s}|) \right] \cdot c \cdot \lambda^3}$$

#### 4.1.12 función: [potencia end.m](#)

Sus parámetros de entrada serán:

- R: distancia oblicua al punto medio de cada sub-huella (km)
- B: ancho de banda de cada sub-huella (Hz)
- F: figura de ruido de nuestro sistema (dB)
- angulo\_n: ángulo de incidencia cercano (°)
- angulo\_f: ángulo de incidencia lejano (°)
- W: anchura de la antena (m)
- T: temperatura (°C)
- f: frecuencia de trabajo (Hz)
- vs: velocidad del satélite (km/s)
- ro: eficiencia de la antena
- sennal\_ruido: nivel de señal ruido que como mínimo tiene que tener el receptor

y nos proporcionará otro resultado importante de diseño, que relacionará la potencia media transmitida:  $[P_{tx\_media\_s}]$ , con la longitud física de la antena en acimut:  $[L_a]$ , para cada una de las:  $[N_s]$  sub-huellas, mediante la ecuación (E.31), del **Apéndice E** de este proyecto.

#### 4.1.13 función: [Range DTAR.m](#)

Sus parámetros de entrada serán:

- num\_amb: número de ambigüedades que vamos a tener en cuenta en nuestro sistema
- PRF: PRF de trabajo de cada sub-huella (Hz)
- Tc\_esferica: tiempo de la ventana de recepción que dependerá del tamaño de la sub-huella ( $\mu\text{seg}$ )
- R\_n: distancia mínima a la sub-huella (km)
- h: altura del satélite (km)
- tau: tiempo de duración del pulso ( $\mu\text{seg}$ )

y nos permitirá determinar que *ambigüedades* en rango:  $[t_{j\_s}]$ , cumplen la condición:  $[R_{j\_s} > H]$  y por tanto ser consideradas tal cual (es decir con ángulo off-nadir:  $[\gamma_{j\_s}]$ , positivo) y cuales, por el contrario, deberán ser consideradas ambigüedades simétricas (con ángulo off-nadir:  $[\gamma_{j\_s}]$ , negativo) de las ambigüedades de ángulo off-nadir:  $[\gamma_{j\_s}]$ , positivo, más representativas (o próximas) con respecto al eje nadir.

#### 4.1.14 función: [RASR.m](#)

Sus parámetros de entrada serán:

- angle: vector de ángulos off nadir (°)
- W: anchura de la antena (m)
- angulo\_medio: ángulo medio off nadir de cada sub-huella (°)
- eta: ángulo de incidencia (°)
- ro: eficiencia de la antena
- L: altura de la antena (m)
- f: frecuencia de trabajo (Hz)

y la utilizaremos para modificar el valor de los *ángulos off-nadir*:  $[\gamma_{j_s}]$ , de las *ambigüedades* en *rango*, sean estos positivos o negativos, a fin de que, apoyándonos en los ángulos alternativos obtenidos:  $[\xi_{j_s}]$  y  $[\chi_{j_s}]$ , según la definición de éstos en el **Apéndice H** de este proyecto, poder aplicarlos al sumatorio de las *diez ambigüedades* en *rango*, en concreto en la función ganancia al cuadrado (es decir en el término:  $[\text{sinc}^4]$ ) de las mismas:

$$\sum_{\substack{j=-n/2 \\ j \neq 0}}^{j=n/2} \left\{ \frac{10^{[\sigma_s^0(\eta_{j_s})/10]} \cdot \text{sinc}^4[\chi_{j_s}]}{R_{j_s}^3 \cdot \text{sen}(\eta_{j_s})} \right\}$$

#### 4.1.15 función: [reflectividad.m](#)

Sus parámetros de entrada serán:

- angulo\_incidencia: ángulo con la que incidimos en la tierra (°)

e intentará mejorar a la función Matlab:  $[BCS.m]$ , es decir la de la *sección recta radar* de la *sub-huella iluminada*, anteriormente definida y analizada en este mismo apartado, ya que ahora se incluye, en la misma, la *tabla* completa de valores de los parámetros:  $[p_1]$  a  $[p_6]$ , de la *patente* que disponemos para obtener su valor (en:  $[dB]$ ), en las *bandas de frecuencias*:  $[C]$  y  $[X]$ .

#### 4.1.16 función: [repre Rango.m](#)

Sus parámetros de entrada serán:

- angulo\_n: ángulo de incidencia cercano (°)
- angulo\_f: ángulo incidencia lejano (°)
- S\_sum: valor sumado de todas las ambigüedades calculado en END\_DTAR
- h: altura del satélite (km)
- W: anchura de la antena (m)
- angulo\_medio: ángulo medio off nadir de cada sub-huella (°)
- Pm: potencia media de cada subhuella (W)

y nos permitirá obtener el *DTAR en rango*, en: [dB], es decir la ecuación:

$$\sum_{\substack{j=-n/2 \\ j \neq 0}}^{j=n/2} \left\{ \frac{10^{[\sigma_s^0(|\eta_{j_s}|)/10]} \cdot \text{sinc}^4[\chi_{j_s}]}{R_{j_s}^3 \cdot \text{sen}(|\eta_{j_s}|)} \right\} \left\{ \frac{10^{[\frac{\sigma_s^0(\eta_s)}{10}]} \cdot \text{sinc}^4\left[\left(\frac{\pi \cdot W_s}{\lambda}\right) \cdot \text{sen}(|\gamma_s - \gamma_{\text{medio}_s}|)\right]}{R_s^3(\eta_s) \cdot \text{sen}(\eta_s)} \right\},$$

en la que recordamos que el numerador ya

la obtuvimos con la otra función Matlab: [RASR.m] antes vista en este mismo apartado

#### 4.1.17 función: [sinc2.m](#)

Se ha creado para poder realizar las integrales a la hora de calcular las ambigüedades en el DTAR en acimut.

#### 4.1.18 función: [tiempo\\_integracion.m](#)

Sus parámetros de entrada serán:

- R\_media: distancia oblicua al punto medio de la sub-huella, (km.)
- vs: velocidad del satélite (km/s)
- Xa: resolución en azimut (m)
- f: frecuencia de trabajo (Hz)
- PRF: el PRF de trabajo de cada sub-huella (Hz)

y obtendremos, a partir de su aplicación, tanto el número de pulsos (ecos) que puede haber simultáneamente en cada una de las: [N<sub>s</sub>] sub-huellas: [N<sub>s</sub><sup>ecos</sup>] como la anchura de dichas: [N<sub>s</sub>] sub-huellas, en la dirección de acimut: [F<sub>acimut\_s</sub>].

#### 4.1.19 función: [tierra esferica.m](#)

Sus parámetros de entrada serán:

- angulo\_n: ángulo de incidencia cercano ( $^{\circ}$ )
- angulo\_f: ángulo de incidencia lejano ( $^{\circ}$ )
- h: altura del satélite (km)
- f: frecuencia de trabajo (Hz)
- Xr: resolución en rango (m)

y obtendremos, una vez definidas sobre el *Diamonds Graph* (geometría esférica), cada una de las:  $[N_s]$  sub-huellas, los valores de la *longitud en rango* de cada una de ellas:  $[S_s]$ , así como los valores, también en cada una de las:  $[N_s]$  sub-huellas, de la *longitud oblicua del sensor a cualquier punto de ellas*:  $[R_{i_s}]$ , la *anchura de banda máxima* de la señal transmitida:  $[BW_{máxima_s}]$  y por último la *longitud física en rango* de la antena:  $[W_s]$ .

#### 4.1.20 función: [tierra plana.m](#)

Sus parámetros de entrada serán:

- angulo\_n: ángulo de incidencia cercano planas ( $^{\circ}$ )
- angulo\_f: ángulo de incidencia lejano planas ( $^{\circ}$ )
- h: altura del satélite (km)
- f: frecuencia de trabajo (Hz)
- Xr: resolución en rango (m)

y obtendremos, una vez definidas sobre el *Diamonds Graph* (geometría plana), cada una de las:  $[N_s]$  sub-huellas, los valores de la *longitud en rango* de cada una de ellas:  $[S_s]$ , así como los valores, también en cada una de las:  $[N_s]$  sub-huellas, de la *longitud oblicua del sensor a cualquier punto de ellas*:  $[R_{i_s}]$ , la *anchura de banda máxima* de la señal transmitida:  $[BW_{máxima_s}]$  y por último la *longitud física en rango* de la antena:  $[W_s]$ .

#### 4.1.22 función: [velocidad.m](#)

Sus parámetros de entrada serán:

- h: altura del satélite (km)

y obtendremos, tras su aplicación, la *velocidad del satélite* (soporte del radar tipo SAR): [ $v_{satélite}$ ] y que vendrá medida en: [ $km/s$ ]

#### 4.1.23 función: [ventana.m](#)

Sus parámetros de entrada serán:

- R\_n: distancia mínima a la sub-huella (km)
- R\_f: distancia máxima a la sub-huella (km)
- angulo\_f\_plano: ángulo off nadir lejano en tierra plana (°)
- angulo\_n\_plano: ángulo off nadir cercano en tierra plana (°)
- tau: tiempo de duración del pulso ( $\mu$ seg)
- h: altura del satélite (km)

y obtendremos, a partir de ella, el valor de la ventana mínima de recepción: [ $T_c$ ], de cada una de las: [ $N_s$ ] sub-huellas, tanto en tierra plana como en tierra esférica.

## 4.2 Interfaz gráfica Matlab

La Aplicación Matlab: **SAR\_RADIACIONES** tiene como principal ventaja, en lo concerniente a su *interfaz gráfica*, el permitir de un modo casi simultáneo, por un lado la introducción de los parámetros (o variables de entrada) que normalmente vendrán dados por los requisitos de diseño y por el otro la visión de los resultados (o variables de salida) y/o las gráficas obtenidos tras ello, es decir logra un modo de trabajo ‘on-line’.

En nuestro estudio hemos intentado aplicarla en aquellos casos en que, además de considerarlos como los más representativos, también nos sirven para poder comparar y verificar los resultados obtenidos, tras la aplicación de otras funciones Matlab como las definidas en el apartado 4.1 de este mismo capítulo.

En concreto, se ha desarrollado, dicha interfaz gráfica, tanto para el cálculo numérico de las variables: [ $R_{i_s}$ ], [ $S_s$ ], [ $BW_{máximo_s}$ ] y [ $W_s$ ], como para la representación gráfica del *Diamonds Graph* así como de los *diagramas de radiación normalizados* de ganancia de antena, en rango y

en *acimut*, para cada una de las:  $[N_s]$  sub-huellas y eso sí, únicamente para geometría esférica.

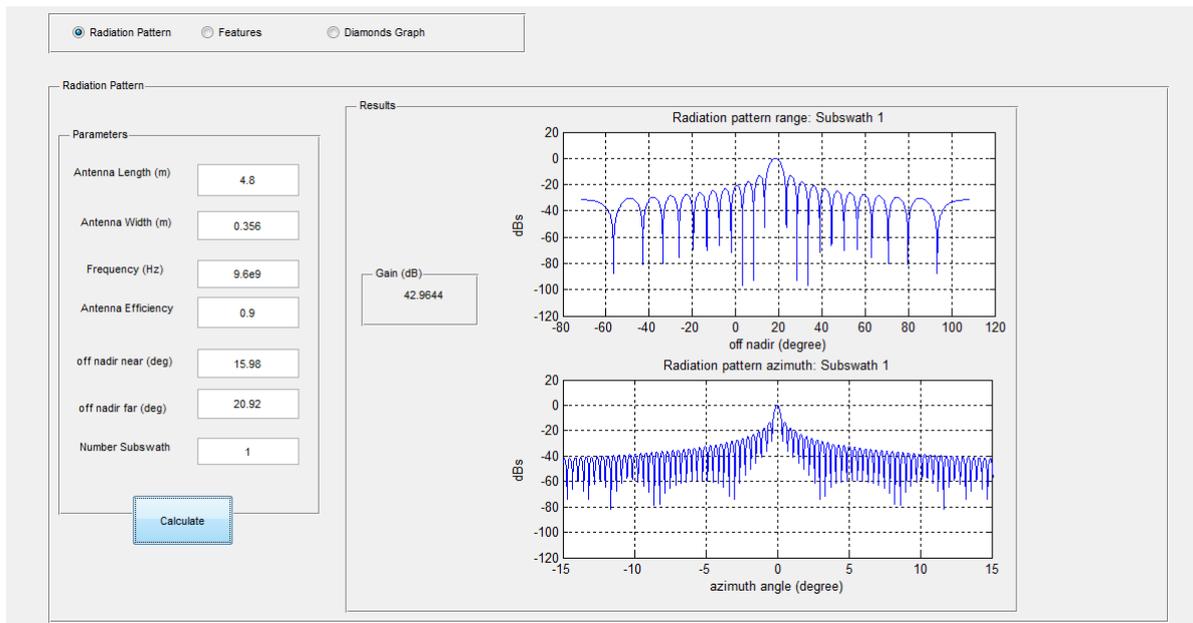
Se han desarrollado tres *opciones de usuario* distintas:

- [*Radiation Pattern*], interfaz que nos permitirá representar gráficamente el *diagrama de radiación normalizado* de la *ganancia* de antena, tanto en *acimut* como en *rango*, para una sub-huella determinada, introduciendo para ello, los *parámetros* (o variables de entrada) que nos vaya pidiendo dicha interfaz.
- [*Features*], interfaz que también podríamos definir como *herramientas de cálculo* y que nos permitirá obtener algunos determinados *resultados* (o variables de salida), a partir de los *parámetros* (o variables de entrada) que nos solicite dicha interfaz.
- [*Diamonds Graph*], interfaz que nos permitirá representar gráficamente el *diagrama de diamantes (geometría esférica)*, introduciendo, para ello, los *parámetros* (o variables de entrada) que nos vaya pidiendo dicha interfaz.

y posibles aplicaciones concretas las veremos en los siguientes seis sub-apartados, como ejemplos de cálculo y/o representación.

#### **4.2.1 Interfaz gráfica Matlab: Diagrama de radiación normalizado de la ganancia de antena en rango, para la sub-huella: $[s = 1]$ de la misión PAZ**

Su *presentación* podemos verla en la Figura 4.1 y en la misma se detallan tanto los *parámetros de entrada* como los *resultados de salida*, que en este caso darán lugar a una gráfica.



**Figura 4.1: Interfaz gráfica del diagrama radiación normalizado de la ganancia de antena, de la sub-huella 1 de la misión PAZ**

A partir de los parámetros introducidos:

- $[L_a]$ , longitud física de la antena en *acimut*. Su valor: 4,8 (m)
- $[W_s]$ , longitud física de la antena en *rango*, para una sub-huella determinada que en este caso será:  $[s = 1]$ . Su valor: 0,356 (m)
- $[f]$ , frecuencia de trabajo. Su valor: 9,6 (GHz)
- $[\rho]$ , eficiencia de la antena. Su valor: 0,9
- $[\gamma_{near_s}]$ , ángulo *off-nadir cercano*, para una sub-huella determinada que en este caso será:  $[s = 1]$ . Su valor será de:  $15,978^\circ$
- $[\gamma_{far_s}]$ , ángulo *off-nadir lejano*, para una sub-huella determinada que en este caso será:  $[s = 1]$ . Su valor será de:  $20,929^\circ$
- $[s]$ , el número de la sub-huella a estudiar. Su valor será: 1

obtendremos el valor de ambos diagramas de radiación, cuyas gráficas podremos comparar con las obtenidos en la Figura 3.3, siendo también el valor de la ganancia máxima obtenida:  $[G_{0_1} = 42,96 \text{ dB}]$  en esta sub-huella, coincidente con el valor que aparece reflejado en la Tabla 3.14, todo ello perteneciente al **capítulo 3** de este proyecto.

#### 4.2.2 Interfaz gráfica Matlab: Herramientas de cálculo de la sub-huella: [s = 3] de la misión PAZ

Su *presentación* podemos verla en la Figura 4.2 y en la misma se detallan tanto los parámetros de entrada como los resultados de salida.

Parameter	Value
Angle near (degree)	26.6
Angle far (degree)	31.4
Satellite Orbit (km)	514
Frequency (Hz)	9.6e9
Range resolution (m)	5
Swath (km)	50.4709
Antenna Width(m)	0.398474
Range near (km)	569.581
Range far (km)	594.068
Range medium (km)	581.824
Bandwidth (MHz)	67.0003

**Figura 4.2: Interfaz gráfica para las herramientas de cálculo de parámetros relevantes, de sub-huella 3 de la misión PAZ**

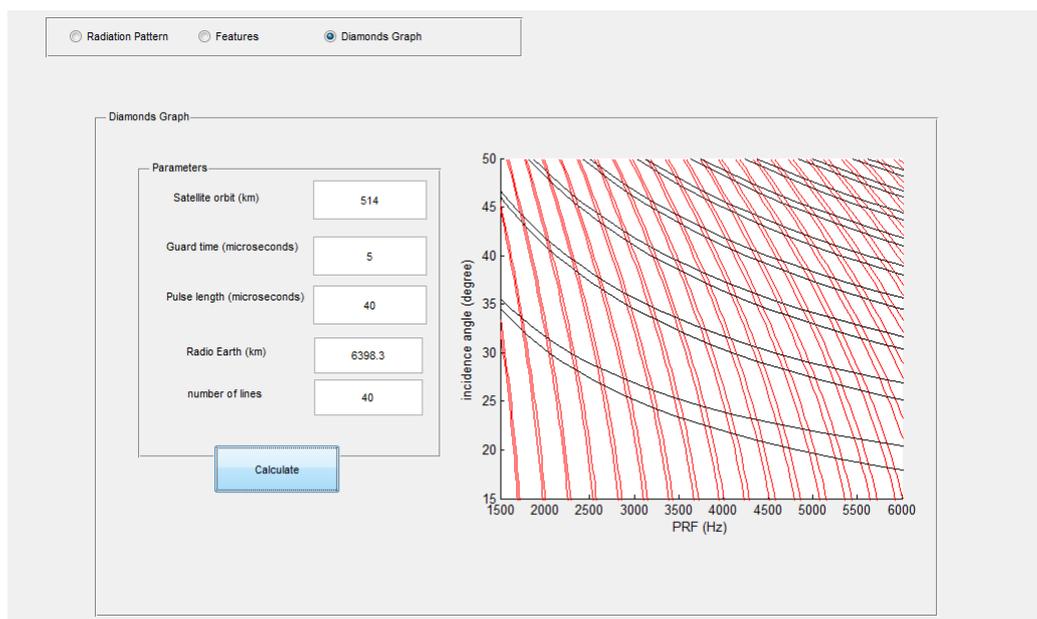
A partir de los parámetros introducidos:

- $[\eta_{near_s}]$ , *ángulo off-nadir cercano*, para una sub-huella determinada que en este caso será: [s = 3]. Su valor: 26,60°
- $[\eta_{far_s}]$ , *ángulo off-nadir lejano*, para una sub-huella determinada que en este caso será: [s = 3]. Su valor: 31,40°
- $[H]$ , *altura geodésica del satélite*. Su valor: 514 (km)
- $[f]$ , *frecuencia de trabajo*. Su valor: 9,6 (GHz)
- $[\delta R_g]$ , *longitud física de la antena en acimut*. Su valor: 5 (m)

obtendremos los siguientes valores de: la *longitud en rango* de la sub-huella: [ $S_3 = 50,471 \text{ km}$ ], la *longitud física* de la antena en *rango* de la sub-huella: [ $W_3 = 0,399 \text{ m}$ ], las distancias oblicuas cercana, lejana y media por sub-huella: [ $R_{near\_3} = 569,581 \text{ km}$ ], [ $R_{far\_3} = 594,068 \text{ km}$ ], y [ $R_{mid\_3} = 581,824 \text{ km}$ ] y por último el ancho de banda máximo también el sub-huella: [ $BW_{máxima\_3} = 67,00 \text{ MHz}$ ], todos coincidentes con el valores que aparecen, respectivamente reflejados, en las Tablas 3.3, 3.4, 3.9 y 3.12, todas ellas pertenecientes al **capítulo 3** de este proyecto.

### 4.2.3 Interfaz gráfica Matlab: Diamonds Graph, (geometría esférica) de la misión PAZ

Su *presentación* podemos verla en la Figura 4.3 y en la misma se detallan tanto los parámetros de entrada como los resultados de salida, que en este caso darán lugar a una gráfica.



**Figura 4.3: Interfaz gráfica del diagrama de diamantes (geometría esférica) de la misión PAZ**

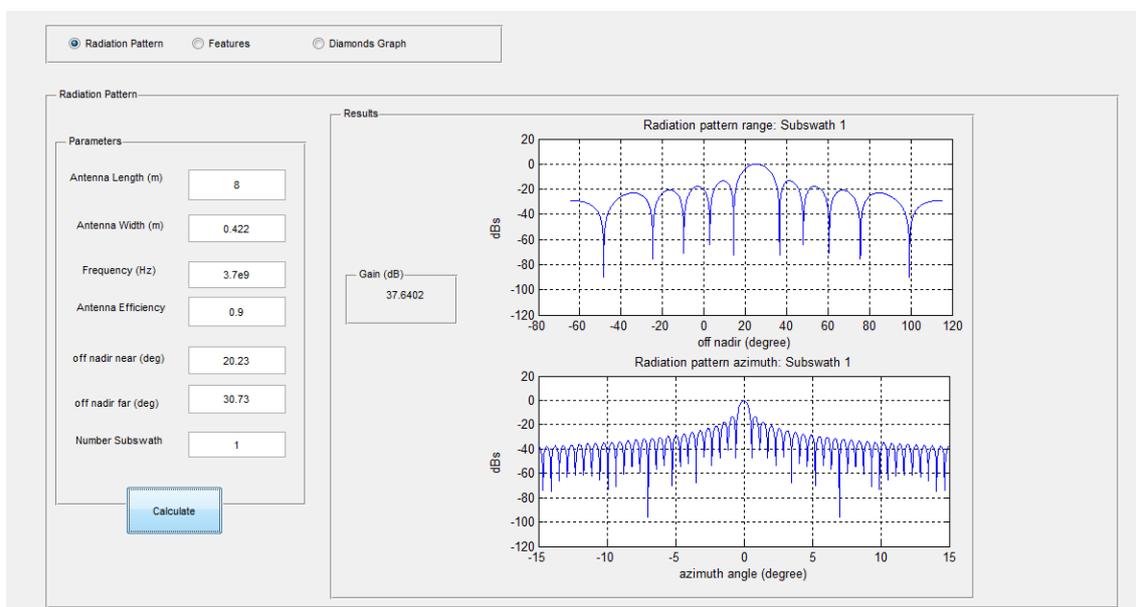
A partir de los parámetros introducidos:

- $[H]$ , altura geodésica del satélite. Su valor: 514 (km)
- $[\Delta]$ , periodo de guarda, para el pulso emitido. Su valor: 5 ( $\mu\text{seg}$ )
- $[\tau]$ , duración del pulso emitido. Su valor: 40 ( $\mu\text{seg}$ )
- $[R_{Tierra}]$ , radio equivalente de la Tierra. Su valor: 6398,3 (km)
- $[N]$ , número de ábacos a considerar

obtendremos el valor del diagrama de diamantes, cuya gráfica podremos comparar con la obtenida en la Figura 3.1, perteneciente al capítulo 3 de este proyecto.

#### 4.2.4 Interfaz gráfica Matlab: Diagrama de radiación normalizado de la ganancia de antena en rango, para la sub-huella: $[s = 1]$ , de la misión a Marte

Su presentación podemos verla en la Figura 4.4 y en la misma se detallan tanto los parámetros de entrada como los resultados de salida, que en este caso darán lugar a una gráfica.



**Figura 4.4: Interfaz gráfica del diagrama radiación normalizado de la ganancia de antena, de la sub-huella 1 de la misión a Marte**

A partir de los parámetros introducidos:

- $[L_a]$ , longitud física de la antena en *acimut*. Su valor: 8 (m)
- $[W_s]$ , longitud física de la antena en *rango*, para una sub-huella determinada que en este caso será:  $[s = 1]$ . Su valor: 0,422 (m)
- $[f]$ , frecuencia de trabajo. Su valor: 3,7 (GHz)
- $[\rho]$ , eficiencia de la antena. Su valor: 0,9
- $[Y_{near_s}]$ , ángulo *off-nadir cercano*, para una sub-huella determinada que en este caso será:  $[s = 1]$ . Su valor:  $20,23^\circ$
- $[Y_{far_s}]$ , ángulo *off-nadir lejano*, para una sub-huella determinada que en este caso será:  $[s = 1]$ . Su valor:  $30,73^\circ$
- $[s]$ , el número de la sub-huella a estudiar. Su valor será: 1

obtendremos el valor de ambos diagramas de radiación, cuyas gráficas podremos comparar con las obtenidos en la Figura 2.3, siendo también el valor de la ganancia máxima obtenida:  $[G_{0,1} = 37,649 \text{ dB}]$  en esta sub-huella, coincidente con el valor que aparece reflejado en la Tabla 2.14, todo ello perteneciente al **capítulo 2** de este proyecto.

#### 4.2.5 Interfaz gráfica Matlab: Herramientas de cálculo de la sub-huella: $[s = 2]$ de la misión a Marte

Su *presentación* podemos verla en la Figura 4.5 y en la misma se detallan tanto los parámetros de entrada como los resultados de salida.

A partir de los parámetros introducidos:

- $[\eta_{near_s}]$ , ángulo *off-nadir cercano*, para una sub-huella determinada que en este caso será:  $[s = 3]$ . Su valor:  $34,40^\circ$
- $[\eta_{far_s}]$ , ángulo *off-nadir lejano*, para una sub-huella determinada que en este caso será:  $[s = 3]$ . Su valor:  $41,90^\circ$
- $[H]$ , altura geodésica del satélite. Su valor: 378 (km)
- $[f]$ , frecuencia de trabajo. Su valor: 3,7 (GHz)
- $[\delta R_g]$ , longitud física de la antena en *acimut*. Su valor: 5 (m)

obtendremos los siguientes valores de: la *longitud en rango* de la sub-huella: [ $S_2 = 66,277 \text{ km.}$ ], la *longitud física* de la antena en *rango* de la sub-huella: [ $W_2 = 0,668 \text{ m.}$ ], las distancias oblicuas cercana, lejana y media por sub-huella: [ $R_{near\_2} = 447,813 \text{ km.}$ ], [ $R_{far\_2} = 488,817 \text{ km.}$ ], y [ $R_{mid\_2} = 468,315 \text{ km.}$ ] y por último el ancho de banda máximo también el sub-huella: [ $BW_{m\acute{a}xima\_2} = 53,10 \text{ MHz.}$ ], todos coincidentes con el valores que aparecen, respectivamente reflejados, en las Tablas 2.3, 2.4, 2.9 y 2.12, todas ellas pertenecientes al **capítulo 2** de este proyecto.

The screenshot shows a MATLAB GUI with three tabs: 'Radiation Pattern', 'Features' (selected), and 'Diamonds Graph'. The 'Features' tab is divided into 'Parameters' and 'Results' sections.

Parameters	Results
Angle near (degree)	Swath (km)
Angle far (degree)	Antenna Width(m)
Satellite Orbit (km)	Range near (km)
Frequency (Hz)	Range far (km)
Range resolution (m)	Range medium (km)
	Bandwidth (MHz)

Values shown in the Results section:

- Swath (km): 66.2773
- Antenna Width(m): 0.668731
- Range near (km): 447.813
- Range far (km): 488.817
- Range medium (km): 468.315
- Bandwidth (MHz): 53.1004

A 'Calculate' button is located at the bottom of the Parameters section.

**Figura 4.5: Interfaz gráfica para las herramientas de cálculo de parámetros relevantes, de sub-huella 2 de la misión a Marte**

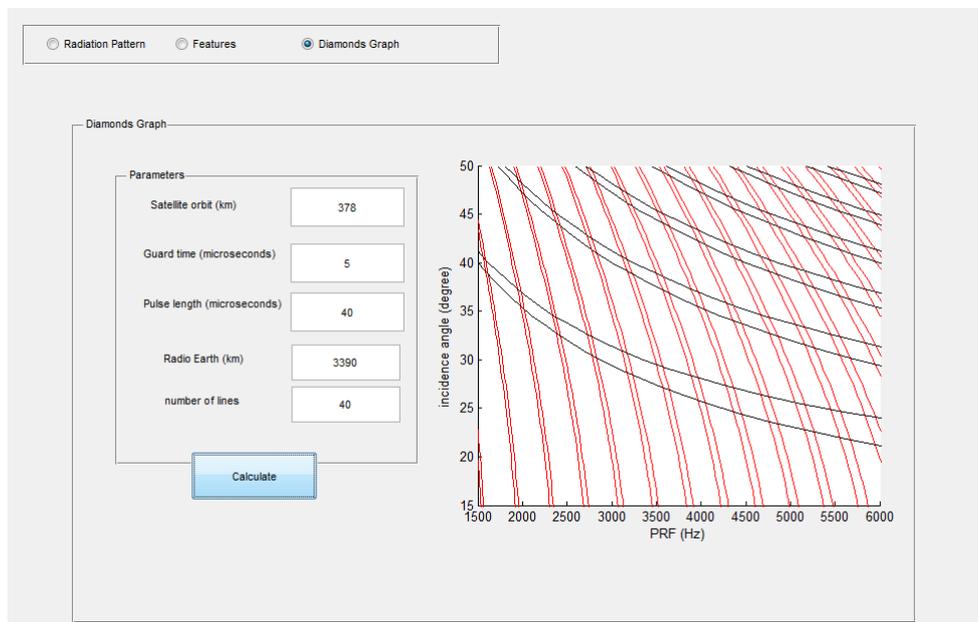
#### 4.2.6 Interfaz gráfica Matlab: Diamonds Graph, (geometría esférica) de la misión a Marte

Su *presentación* podemos verla en la Figura 4.6 y en la misma se detallan tanto los parámetros de entrada como los resultados de salida, que en este caso darán lugar a una gráfica.

A partir de los parámetros introducidos:

- $[H]$ , *altura geodésica del satélite*. Su valor: 378 (km)
- $[\Delta]$ , *periodo de guarda*, para el pulso emitido. Su valor: 5 ( $\mu\text{seg}$ )
- $[\tau]$ , *duración del pulso emitido*. Su valor: 40 ( $\mu\text{seg}$ )
- $[R_{Tierra}]$ , *radio equivalente de la Tierra*. Su valor: 3390 (km)
- $[N]$ , *número de ábacos a considerar*

obtendremos el valor del diagrama de diamantes, cuya gráfica podremos comparar con la obtenida en la Figura 2.1, perteneciente al **capítulo 2** de este proyecto.



**Figura 4.6: Interfaz gráfica del diagrama de diamantes (geometría esférica) de la misión a Marte**

## Apéndice A

### **Diamonds Graph, para determinar el número de sub-huellas en una radar SAR, en modo de funcionamiento *ScanSAR***

#### **A.1 Geometría esférica de un Planeta y cálculo de la huella o franja de terreno iluminado (S) en el mismo**

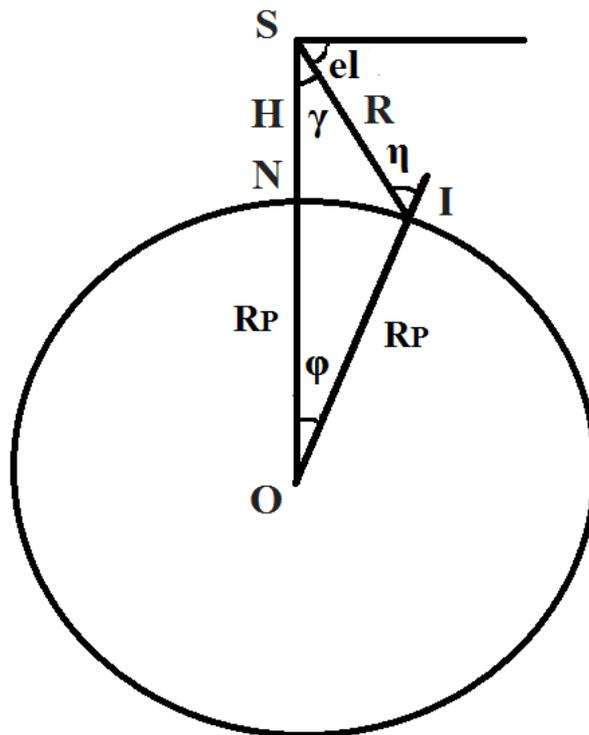
La *huella* representa la superficie del “blanco distribuido”, de la superficie del planeta seleccionada para ser iluminada por el SAR (en nuestro caso será en modo de funcionamiento *ScanSAR*) y a fin de obtener, dicha *huella*, en primera aproximación se adelantan algunos requisitos previos, a fin de proceder, tras el estudio de la misma, la verificación de las hipótesis iniciales así como la comprobación del adecuado rendimiento de los resultados obtenidos.

La *longitud* de la *huella* (o franja) en *rango*:  $[S]$ , representa la distancia, en la dirección de rango o plano del *across-track* o de rango, que será iluminada por el SAR (en nuestro caso *ScanSAR*) en cada una de las órbitas del satélite.

El *punto nadir*:  $[N]$ , será el punto de la superficie planetaria que esté perpendicularmente por debajo del sensor SAR, siguiendo la línea que uniría, a dicho sensor, con el centro del planeta.

##### **A.1.1 Geometría esférica de un planeta**

Queda representada en la ilustración de la Figura A.1 y de ella obtendremos algunas consideraciones y/o definiciones que veremos a continuación.



**Figura A.1: Geometría esférica de un Planeta**

La superficie (del planeta) estará modelada por la superficie local (de la esfera o planeta), próxima al *punto nadir*:  $[N]$ , siendo su radio de valor:  $[R_P]$ , que por tanto también será el radio de curvatura, en el plano de *elevación* o *across-track* en la dirección del *rango*.

La *LOS* (*Line Of Sight* o Línea de visión), del satélite, apunta e “inter-secta” con la superficie del planeta, en el *punto local de incidencia*:  $[I]$ , formando un ángulo de incidencia:  $[\eta]$ , con respecto a la línea de unión de dicho punto:  $[I]$ , con el *punto del centro del planeta*:  $[O]$ .

El ángulo de *elevación*:  $[el]$ , será el formado por la línea:  $[LOS]$  y la línea de la trayectoria del satélite (que estará localizado como el punto:  $[S]$ ) y su valor será complementario al ángulo de *apuntamiento* u *off-nadir*:  $[\gamma]$ .

La *altitud geodésica*, del satélite será:  $[H]$ , mientras que la distancia oblicua al blanco (superficie planetaria a iluminar), sobre la línea:  $[LOS]$ , será:  $[R]$ .

El *Teorema del seno*, aplicado, aplicado al triángulo:  $[\widehat{S\hat{T}O}]$ , de la Figura A.1, vendrá dado por la ecuación:

$$\frac{\text{sen}(\gamma)}{R_P} = \frac{\text{sen}(\pi - \eta)}{H + R_P} = \frac{\text{sen}(\varphi)}{R} \quad (\text{A.1})$$

ecuación en la que:

- todos los ángulos vendrán dados en radianes, pues en la misma se incluye el término:  $[\pi]$
- $[\gamma = (\frac{\pi}{2}) - el]$ , ya que los ángulos de *elevación*:  $[el]$  y de *apuntamiento* u *off-nadir*:  $[\gamma]$ , son complementarios
- $[\varphi = \pi - (\pi - \eta) - \gamma = \eta - \gamma = \eta - (\frac{\pi}{2} - el) = (\eta + el) - \frac{\pi}{2}]$ , donde el ángulo:  $[\varphi]$  será el utilizado, en acimut, para definir las coordenadas esféricas en tres dimensiones

y si, a partir de la ecuación (A.1), igualamos el primer y tercer término, tendremos:

$$\frac{\text{sen}(\gamma)}{R_P} = \frac{\text{sen}(\varphi)}{R} = \frac{\text{sen}(\eta - \gamma)}{R} \quad (\text{A.2})$$

por lo que, operando en la ecuación (A.2) resultarán estas otras dos ecuaciones:

$$R = R_P \cdot \left[ \frac{\text{sen}(\varphi)}{\text{sen}(\gamma)} \right] = R_P \cdot \left[ \frac{\text{sen}(\eta - \gamma)}{\text{sen}(\gamma)} \right] \quad (\text{A.3.a})$$

$$R = R_P \cdot \left[ \frac{\text{sen}(\varphi)}{\text{sen}(\gamma)} \right] = R_P \cdot \left\{ \frac{\text{sen} \left[ (\eta + el) - \frac{\pi}{2} \right]}{\text{sen} \left( \frac{\pi}{2} - el \right)} \right\} R_P \cdot \left[ \frac{-\text{cos}(\eta + el)}{\text{cos}(el)} \right] \quad (\text{A.3.b})$$

y ahora si, a partir de la ecuación (A.1), igualamos el primer y segundo término, tendremos:

$$\frac{\text{sen}(\gamma)}{R_p} = \frac{\text{sen}(\pi - \eta)}{H + R_p} = \frac{\text{sen}(\eta)}{H + R_p} \quad (\text{A.4})$$

por lo que si operamos, en la ecuación (A.4) y despejamos el valor de:  $[\gamma]$ , resultará esta:

$$\text{sen}(\gamma) = \left( \frac{R_p}{H + R_p} \right) \cdot \text{sen}(\eta) \quad (\text{A.5.a})$$

y por tanto esta otra:

$$\gamma = \arcsen \left[ \left( \frac{R_p}{H + R_p} \right) \cdot \text{sen}(\eta) \right] \quad (\text{A.5.b})$$

y sustituyendo este valor de:  $[\gamma]$ , obtenido en la ecuación (A.5.b), en el segundo término de la ecuación (A.3.a), tendremos:

$$R = R_p \cdot \left\{ \frac{\text{sen} \left[ \eta - \left\{ \arcsen \left[ \left( \frac{R_p}{H + R_p} \right) \cdot \text{sen}(\eta) \right] \right\} \right]}{\text{sen} \left\{ \arcsen \left[ \left( \frac{R_p}{H + R_p} \right) \cdot \text{sen}(\eta) \right] \right\}} \right\} \quad (\text{A.6.a})$$

y simplificándola, esta otra, en la que obtenemos el valor de la *distancia oblicua*, del sensor al blanco distribuido en la superficie planetaria:  $[R]$ , a partir del *ángulo de incidencia*:  $[\eta]$ :

$$R = R_P \left[ \frac{\text{sen} \left( \eta - \left\{ \arcsen \left[ \left( \frac{R_P}{H + R_P} \right) \cdot \text{sen}(\pi - \eta) \right] \right\} \right)}{\left( \frac{R_P}{H + R_P} \right) \cdot \text{sen}(\eta)} \right] \quad (\text{A.6.b})$$

que también podríamos haber obtenido, de un modo similar, en función del *ángulo de off-nadir*:  $[\gamma]$  y hubiese resultado esta otra:

$$R = (H + R_P) \cdot \cos(\gamma) - \sqrt{R_P^2 - (H + R_P)^2 \cdot \text{sen}^2(\gamma)} \quad (\text{A.7})$$

Si ahora volviésemos a la ecuación del *Teorema del seno*, es decir a la ecuación (A.1), obtendríamos también la relación entre el ángulo de incidencia:  $[\eta]$  y el de elevación:  $[el]$ , operando del siguiente modo:

$$\text{sen}(\gamma) = \left( \frac{R_P}{H + R_P} \right) \cdot \text{sen}(\pi - \eta) \quad (\text{A.8.a})$$

y sustituyendo, en la anterior ecuación (A.8.a) el valor del ángulo de *off-nadir*:  $[\gamma]$ , por el complementario del ángulo de *elevación*:  $\left[ \frac{\pi}{2} - el \right]$ :

$$\text{sen} \left( \frac{\pi}{2} - el \right) = \left( \frac{R_P}{H + R_P} \right) \cdot \text{sen}(\pi - \eta) \quad (\text{A.8.b})$$

o lo que es lo mismo:

$$\cos(el) = \left( \frac{R_P}{H + R_P} \right) \cdot \text{sen}(\eta) \quad (\text{A.8.c})$$

de donde:

$$el = \arccos \left[ \left( \frac{R_p}{H + R_p} \right) \cdot \text{sen}(\eta) \right] \quad (\text{A.8.d})$$

Por otro lado la distancia entre el *punto nadir*:  $[N]$  y el *punto de incidencia*:  $[I]$ , es decir:  $[\overline{NI}]$ , vendrá dada por:

$$\overline{NI} = R_p \cdot \text{sen}(\varphi) \approx R_p \cdot \varphi \quad (\text{A.9.a})$$

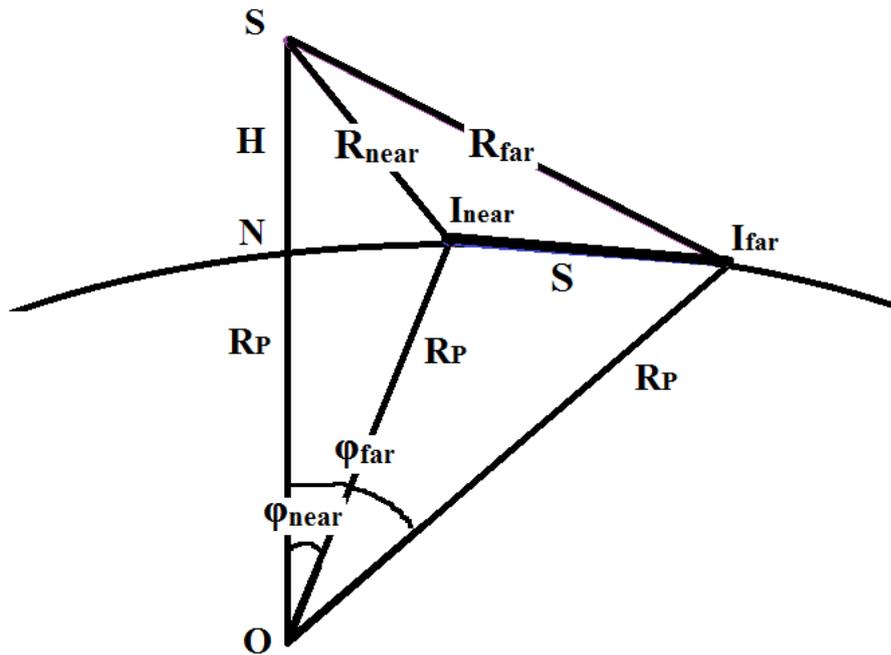
ya que al ser:  $[\overline{NI}] \ll R_E$ , podremos confundir el arco con la cuerda, por lo que en definitiva, sustituyendo, en la anterior ecuación (A.9), el valor del ángulo:  $[\varphi]$ , por su equivalente, tendremos:

$$\overline{NI} = R_p \cdot \left( \eta + el - \frac{\pi}{2} \right) \quad (\text{A.9,b})$$

recordando que en todas estas ecuaciones deberemos expresar lo ángulos, en radianes, para que de ese modo los resultados sean válidos.

### **A.1.2 Cálculo de franja o huella (S) para geometría esférica de un Planeta**

Ahora nos apoyaremos en la ilustración de la Figura A.2.



**Figura A.2: Distancias oblicuas a la franja o huella, para geometría esférica de un Planeta**

El valor de la *longitud de la huella* (o franja) *iluminada*: [S], en el caso de geometría esférica de un planeta como la vista en la Figura A.2, vendrá dada por la ecuación:

$$S = R_P \cdot (\varphi_{far \text{ o lejano}} - \varphi_{near \text{ o cercano}}) \quad (A.10)$$

donde los valores de los ángulos:  $[\varphi_{far \text{ o lejano}}]$  y  $[\varphi_{near \text{ o cercano}}]$ , de la anterior ecuación (A.10), se obtendrán a partir del Teorema del Seno, visto en la ecuación (A.1), resultarán ser:

$$\varphi_i = \arcsen \left[ \left( \frac{R_i}{H + R_P} \right) \cdot \text{sen}(\pi - \eta_i) \right] = \arcsen \left[ \left( \frac{R_i}{H + R_P} \right) \cdot \text{sen}(\eta_i) \right] \quad (A.11)$$

pudiendo tener, la variable: [i], los siguientes valores:

- $[\varphi_{near\ o\ cercano}]$ , será el valor del ángulo de coordenadas esféricas, cuando el ángulo off-nadir:  $[\gamma_{cercano}]$  y de incidencia:  $[\eta_{cercano}]$  correspondan a la distancia oblicua media de la huella:  $[R_{near\ o\ cercana}]$
- $[\varphi_{far\ o\ lejano}]$ , será el valor del ángulo de coordenadas esféricas, cuando el ángulo off-nadir:  $[\gamma_{lejano}]$  y de incidencia:  $[\eta_{lejano}]$  correspondan a la distancia oblicua media de la huella:  $[R_{far\ o\ lejano}]$

y por supuesto también podríamos definir:

- $[\varphi_{mid\ o\ medio}]$ , será el valor del ángulo de coordenadas esféricas, cuando el ángulo off-nadir:  $[\gamma_{medio}]$  y de incidencia:  $[\eta_{medio}]$  correspondan a la distancia oblicua media de la huella:  $[R_{mid\ o\ media}]$

## **A.2 Geometría plana de un planeta y cálculo de la huella o franja de terreno iluminado (S) en el mismo**

En este caso siempre ocurrirá que el ángulo *off-nadir*:  $[\gamma]$  y el ángulo de *incidencia*:  $[\eta]$ , coincidirán, por lo que se cumplirá que:  $[\gamma = \eta]$ , simplificándose con ello, todas las ecuaciones y conceptos vistos en el anterior apartado de geometría esférica.

Por tanto ahora tendremos la situación, que se muestra en la ilustración de la Figura A.3.

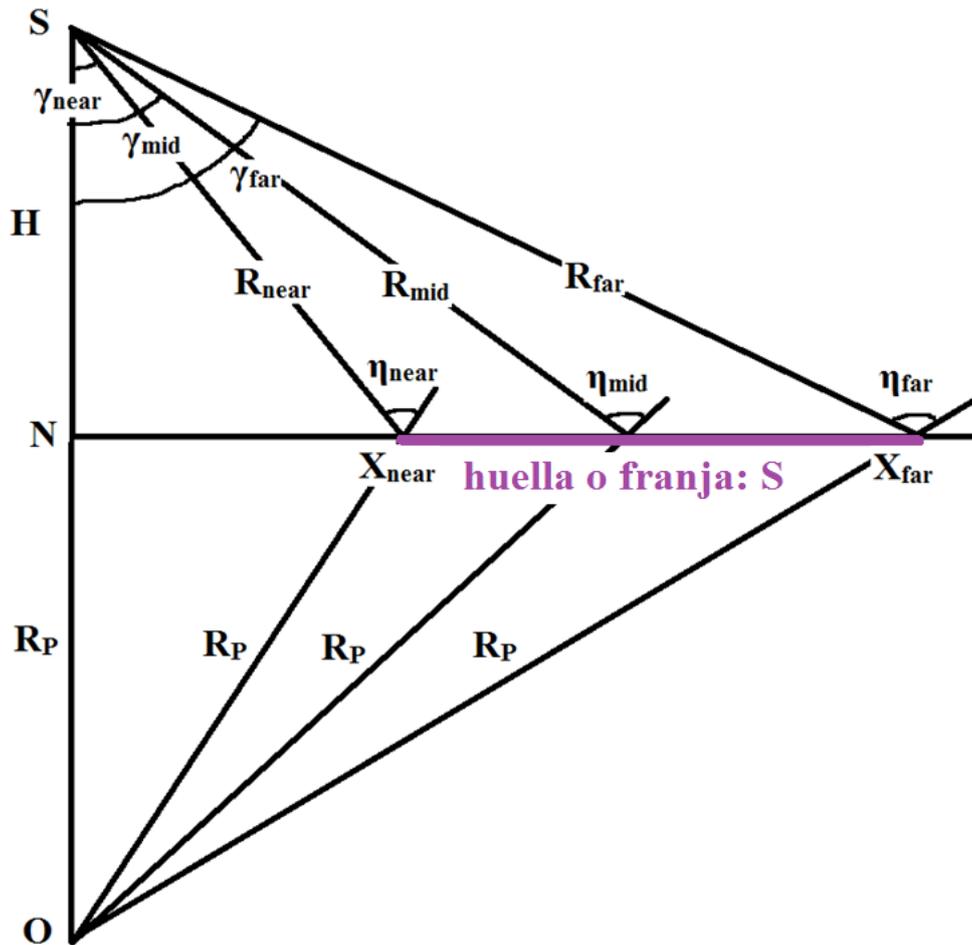


Figura A.3: Geométrica plana de un planeta

### A.2.1 Geometría plana de un planeta

Por geometría (plana en este caso) aplicada sobre la Figura A.3, veremos que la ecuación, de la *distancia oblicua*, entre el sensor y el punto de incidencia, vendrá dada por la ecuación:

$$R = \frac{H}{\cos(\gamma)} = \frac{H}{\cos(\eta)} \quad (A.12)$$

que sin duda, es mucho más sencilla, que la vista para geometría esférica en la ecuación (A.6.b).

### A.2.2 Cálculo de franja o huella (S) para geometría plana de un planeta

Apoyándonos, en la Figura A.3, definiremos la *longitud* de la *huella* (o franja) en *rango*: [S], a partir de la ecuación:

$$S = R_{far} \cdot \text{sen}(\gamma_{far}) - R_{near} \cdot \text{sen}(\gamma_{near}) \quad (\text{A.13})$$

y sustituyendo, en la ecuación (A.13), los valores de las *distancias oblicuas*, por sus equivalentes obtenidos en la ecuación(A.12), obtendremos esta otra:

$$S = \frac{H}{\cos(\gamma_{far})} \cdot \text{sen}(\gamma_{far}) - \frac{H}{\cos(\gamma_{near})} \cdot \text{sen}(\gamma_{near}) \quad (\text{A.14})$$

y simplificando, la anterior ecuación (A.14), tendremos:

$$S = H \cdot [\tan(\gamma_{far}) - \tan(\gamma_{near})] \quad (\text{A.15})$$

recordando que para geometría plana, de un planeta, se verifica siempre que:  $[\gamma_i = \eta_i]$ .

### A.3 Diamonds Graph (ángulo de incidencia: $\eta$ vs PRF)

Los *Diamonds Graph* (gráfico de diamantes) permiten visualizar los ecos recibidos, para las *distancias oblicuas*:  $[R_{i_s}]$ , tanto en direcciones del *eje nadir*, con altura:  $[H]$  respecto a la superficie planetaria, como en los *ejes de las huellas* (o *sub-huellas*, como sería nuestro caso al trabajar, nuestro radar, en modo *ScanSAR*). De la visualización de dichos ecos “prohibidos”, obtendremos los posibles *ángulos de incidencia*:  $[\eta_{i_s}]$ , así como las posibles *frecuencias de repetición de pulsos*:  $[PRF_s]$ , que nos permitiesen una iluminación correcta de dichas *huellas* (o *sub-huellas*, como sería nuestro caso al trabajar, nuestro radar, en modo *ScanSAR*).

Los valores obtenidos de dicho *Diamonds Graph*, correspondientes a:  $[\eta_{i_s}]$  y  $[PRF_s]$ , serán únicos para cada *huella* (o *sub-huella*, en el caso del *ScanSAR*) e identificaremos, a sus subíndices, del modo siguiente:

- $[i]$ , será una nueva variable, dentro de cada sub-huella, que podrá tomar tres posibles valores:
  - lejano (o far)
  - cercano (o near)
  - y medio (o mid)
- $[s]$ , será la sub-huella en cuestión

Su utilidad consiste en *evitar* las *ambigüedades del nadir*, fijando para ello, el intervalo de ángulos de incidencia de cada sub-huella:  $[\eta_{i_s}]$ , en las zonas de la gráfica donde no haya ábacos (grises o rojos) es decir en los huecos en blanco.

Nos referiremos a las ambigüedades del nadir ya que serán las más importantes pues estas corresponderán a los ecos que antes y de mayor intensidad pueda recibir nuestro sensor *SAR*.

Si evitamos estas reflexiones con total seguridad vamos a mejorar nuestra calidad de imagen final, obtenida tras el pertinente procesado de los datos captados previamente por el radar *SAR*

### A.3.1 Diamonds Graph, para geometría plana de un planeta

En cuyo caso siempre vamos a intentar encontrar una relación o función de la forma: [*ángulo de incidencia* ( $\eta$ ) = *función* (*PRF*)], para cada una de las condiciones de las posibles reflexiones que puedan haber, de comienzo y final del eco recibido en la *huella* (o en la sub-huella, como sería en nuestro caso de *ScanSAR*) y que a continuación detallamos:

#### A.3.1.1 Reflexiones posibles en la huella (sub-huella)

- Condición 1:

$$\frac{2 \cdot R}{c} - \frac{n}{PRF} = -\Delta \quad (A.16)$$

y reordenándola, nos quedará de la forma:

$$R = \frac{c}{2} \cdot \left( -\Delta + \frac{n}{PRF} \right) \quad (A.17)$$

y utilizando, la ecuación (A.14), que nos daba el valor de la *distancia oblicua*: [ $R$ ], para geometría plana, para sustituirlo, en la anterior ecuación (A.17), obtendremos, tras despejar el valor del *ángulo de incidencia*: [ $\eta$ ], esta otra ecuación:

$$\eta = \arccos \left[ \frac{H}{\frac{c}{2} \cdot \left( -\Delta + \frac{n}{PRF} \right)} \right] \quad (A.18)$$

donde:

- $[H]$ , será la altitud geodésica del satélite, que será un dato de diseño
  - $[c]$ , será la velocidad de la luz ( $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ )
  - $[n = 1, 2, 3 \dots N]$ , siendo  $N$ , el número total de ábacos a considerar en el *Diamonds Graph*
  - $[\Delta]$ , será tiempo de guarda (tiempo prolongado antes y después del pulso de duración:  $[\tau]$ , a fin de simular el anuncio de un pulso más amplio con el objeto de "salvar", al verdadero pulso:  $[\tau]$ , de posibles ambigüedades, en el *Diamonds Graph*.
  - $[PRF]$ , será la frecuencia de repetición de pulsos enviados o transmitidos, que se determinará durante el estudio a realizar
  - $[\eta]$ , será el ángulo de incidencia, que también se determinará durante el estudio a realizar
- Condición 2:

$$\frac{2 \cdot R}{c} - \frac{n}{PRF} = \tau + \Delta \quad (\text{A.19})$$

y reordenándola, nos quedará de la forma:

$$R = \frac{c}{2} \cdot \left( \tau + \Delta + \frac{n}{PRF} \right) \quad (\text{A.20})$$

y utilizando, la ecuación (A.14), que nos daba el valor de la *distancia oblicua*:  $[R]$ , para geometría plana, para sustituirlo, en la anterior ecuación (A.20), obtendremos, tras despejar el valor del *ángulo de incidencia*:  $[\eta]$ , esta otra ecuación:

$$\eta = \arccos \left[ \frac{H}{\frac{c}{2} \cdot \left( \tau + \Delta + \frac{n}{PRF} \right)} \right] \quad (\text{A.21})$$

donde:

- $[\tau]$ , será la duración del pulso enviado como ya hemos adelantado anteriormente.

### A.3.1.2 Reflexiones posibles en el punto nadir

- Condición 1:

$$\frac{2 \cdot R}{c} - \frac{n}{PRF} = \frac{2 \cdot H}{c} - \Delta \quad (\text{A.22})$$

y reordenándola, nos quedará de la forma:

$$R = \frac{c}{2} \cdot \left( \frac{2 \cdot H}{c} - \Delta + \frac{n}{PRF} \right) \quad (\text{A.23})$$

y utilizando, la ecuación (A.14), que nos daba el valor de la *distancia oblicua*:  $[R]$ , para geometría plana, para sustituirlo, en la anterior ecuación (A.23), obtendremos, tras despejar el valor del *ángulo de incidencia*:  $[\eta]$ , esta otra ecuación:

$$\eta = \arccos \left[ \frac{H}{\frac{c}{2} \cdot \left( \frac{2 \cdot H}{c} - \Delta + \frac{n}{PRF} \right)} \right] \quad (\text{A.24})$$

- Condición 2:

$$\frac{2 \cdot R}{c} - \frac{n}{PRF} = \frac{2 \cdot H}{c} + \tau + \Delta \quad (\text{A.25})$$

y reordenándola, nos quedará de la forma:

$$R = \frac{c}{2} \cdot \left( \frac{2 \cdot H}{c} + \tau + \Delta + \frac{n}{PRF} \right) \quad (\text{A.26})$$

y utilizando, la ecuación (A.14), que nos daba el valor de la *distancia oblicua*:  $[R]$ , para geometría plana, para sustituirlo, en la anterior ecuación (A.26), obtendremos, tras despejar el valor del *ángulo de incidencia*:  $[\eta]$ , esta otra ecuación:

$$\eta = \arccos \left[ \frac{H}{\frac{c}{2} \cdot \left( \frac{2 \cdot H}{c} + \tau + \Delta + \frac{n}{PRF} \right)} \right] \quad (\text{A.27})$$

con lo que habremos obtenido las cuatro ecuaciones (A.18), (A.21), (A.24) y (A.27), todas ellas de la forma:  $[\eta = f(PRF)]$ , que resolveremos, de forma simultánea utilizando para ello la **Aplicación Matlab**, para de esa forma obtener la *Diamonds Graph*, para geometría plana de un planeta

### A.3.2 Diamonds Graph, para geometría esférica de un planeta

Las condiciones, en cuanto a reflexiones se refiere, para geometría esférica serán las mismas que para el caso de geometría plana, antes vistas y que eran dos para las *reflexiones entre sub-huellas* y otras dos para *reflexiones en el punto nadir*, pero ahora el problema será despejar la incógnita (el ángulo de incidencia:  $[\eta]$ ) de la ecuación, de la *distancia oblicua*, en geometría esférica, que recordamos era la ecuación (A.6.b) dada por:

$$R = R_p \cdot \left[ \frac{\text{sen} \left( \eta - \left\{ \arcsen \left[ \left( \frac{R_p}{H + R_p} \right) \cdot \text{sen}(\eta) \right] \right\} \right)}{\left( \frac{R_p}{H + R_p} \right) \cdot \text{sen}(\eta)} \right]$$

que aunque sí podría resolverse mediante un complicado proceso matemático, para evitar complejidades innecesarias, lo que haremos será adoptar el criterio de buscar, para este caso, una relación o función de la forma:

$$PRF = \text{función [ángulo de incidencia } (\eta)]$$

es decir, utilizaremos la función inversa de la que hicimos en geometría plana y ello nos supondrá por un lado una *ventaja*, como pueda ser la mayor facilidad de cálculo, pero por otro un *inconveniente*, como pueda ser que la distribución de la frecuencia de repetición de pulsos:  $[PRF]$ , no será uniforme, por lo que si tomamos incremento demasiado pequeño o bajo, del paso del ángulo de incidencia:  $[\eta]$ , perderemos el control de las posibles ambigüedades

### A.3.2.1 Reflexiones posibles en la huella (sub-huella)

- Condición 1:

$$\frac{2 \cdot R}{c} - \frac{n}{PRF} = -\Delta \quad (\text{A.28})$$

y reordenándola, nos quedará de la forma:

$$PRF = \frac{n}{\frac{2 \cdot R}{c} + \Delta} \quad (\text{A.29})$$

y utilizando, la ecuación (A.6.b), que nos daba el valor de la distancia oblicua:  $[R]$ , para geometría esférica, para sustituirlo en la anterior ecuación (A.29), obtendremos esta otra ecuación:

$$PRF = \frac{n}{\left[ \frac{2 \cdot \left\{ R_p \cdot \left[ \frac{\text{sen} \left( \eta - \left\{ \arcsen \left[ \left( \frac{R_p}{H + R_p} \right) \cdot \text{sen}(\eta) \right] \right\} \right)}{\left( \frac{R_p}{H + R_p} \right) \cdot \text{sen}(\eta)} \right] \right\}}{c} \right] + \Delta} \quad (\text{A.30})$$

- Condición 2:

$$\frac{2 \cdot R}{c} - \frac{n}{PRF} = \tau + \Delta \quad (A.31)$$

y reordenándola, nos quedará de la forma:

$$PRF = \frac{n}{\frac{2 \cdot R}{c} - \tau - \Delta} \quad (A.32)$$

y utilizando, la ecuación (A.6.b), que nos daba el valor de la distancia oblicua:  $[R]$ , para geometría esférica, para sustituirlo en la anterior ecuación (A.32), obtendremos esta otra ecuación:

$$PRF = \frac{n}{\left[ \frac{2 \cdot \left\{ R_p \cdot \left[ \frac{\text{sen} \left( \eta - \left\{ \arcsen \left[ \left( \frac{R_p}{H + R_p} \right) \cdot \text{sen}(\eta) \right] \right\} \right)}{\left( \frac{R_p}{H + R_p} \right) \cdot \text{sen}(\eta)} \right] \right\}}{c} \right] - \tau - \Delta} \quad (A.33)$$

### A.3.2.2 Reflexiones posibles en el punto nadir

- Condición 1:

$$\frac{2 \cdot R}{c} - \frac{n}{PRF} = \frac{2 \cdot H}{c} - \Delta \quad (A.34)$$

y reordenándola, nos quedará de la forma:

$$PRF = \frac{n}{\frac{2 \cdot R}{c} - \left(\frac{2 \cdot H}{c}\right) + \Delta} \quad (A.35)$$

y utilizando, la ecuación (A.6.b), que nos daba el valor de la distancia oblicua:  $[R]$ , para geometría esférica, para sustituirlo en la anterior ecuación (A.35), obtendremos esta otra ecuación:

$$PRF = \frac{n}{\left[ \frac{2 \cdot \left\{ R_p \cdot \left[ \frac{\text{sen} \left( \eta - \left\{ \arcsen \left[ \left( \frac{R_p}{H + R_p} \right) \cdot \text{sen}(\eta) \right] \right\} \right)}{\left( \frac{R_p}{H + R_p} \right) \cdot \text{sen}(\eta)} \right] \right\}}{c} \right] - \left(\frac{2 \cdot H}{c}\right) + \Delta} \quad (A.36)$$

- Condición 2:

$$\frac{2 \cdot R}{c} - \frac{n}{PRF} = \frac{2 \cdot H}{c} + \tau + \Delta \quad (A.37)$$

y reordenándola, nos quedará de la forma:

$$PRF = \frac{n}{\frac{2 \cdot R}{c} - \left(\frac{2 \cdot H}{c}\right) - \Delta - \tau} \quad (A.38)$$

y utilizando, la ecuación (A.6.b), que nos daba el valor de la distancia oblicua:  $[R]$ , para geometría esférica, para sustituirlo en la anterior ecuación (A.38), obtendremos esta otra ecuación:

$$PRF = \frac{n}{\left[ 2 \cdot \left\{ R_p \cdot \left[ \frac{\text{sen} \left( \eta - \left\{ \arcsen \left[ \left( \frac{R_p}{H + R_p} \right) \cdot \text{sen}(\eta) \right] \right\} \right)}{\left( \frac{R_p}{H + R_p} \right) \cdot \text{sen}(\eta)} \right] \right\}} \right]} - \left( \frac{2 \cdot H}{c} \right) - \Delta - \tau \quad (\text{A.39})$$

con lo que habremos obtenido las cuatro ecuaciones (A.30), (A.33), (A.36) y (A.39), todas ellas de la forma:  $[PRF = f(\eta)]$ , que resolveremos, de forma simultánea utilizando para ello la **Aplicación Matlab**, para de esa forma obtener la *Diamonds Graph*, para geometría esférica de un planeta

## Apéndice B

### Velocidad del satélite ( $v_{satélite}$ ) y ventana mínima de recepción, por sub-huella ( $T_{c_s}$ )

#### B.1 Velocidad del satélite

Para un determinado satélite (artificial, en nuestro caso y con órbita polar y circular) girando en torno a un determinado planeta (suponiendo que éste sea de forma esférica), podremos definir su velocidad: [ $v_{satélite}$ ], a partir de la expresión:

$$v_{satélite} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_{satélite}}{T_{satélite}} \quad (B.1)$$

donde:

- [ $r_{satélite}$ ], será el radio de giro de la órbita del satélite, cuyo valor será: [ $R_p + H$ ], siendo:
  - [ $R_p$ ], será el radio equivalente del Planeta que vendrá dada en km
  - [ $H$ ], será la altura geodésica, del satélite, sobre la superficie del Planeta, que también vendrá también dada en km
- [ $T_{satélite}$ ], será el periodo de revolución o tiempo que tarda (el satélite) en dar una vuelta completa en su órbita. Se medirá en segundos

Normalmente, su valor, se expresará en: [ $Km/s$ ] y aplicando las Leyes de Kepler, se ha obtenido la siguiente expresión:

$$v_{satélite} = \sqrt{\frac{\mu_P}{(R_P + H)}} \quad (B.2)$$

cuyas unidades vendrán dadas en:  $[km/s]$  y que será aplicable siempre en el caso de que un satélite esté orbitando (circularmente) sobre un determinado Planeta. En ella:  $[\mu_P]$ , será la constante de Kepler del planeta, resultante de multiplicar entre sí:

- la *constante de gravitación universal*, cuyo valor será:  $[G = (6,693 \pm 0,048) \cdot 10^{-11} \left(\frac{m^3}{kg \cdot seg^{-2}}\right)]$
- por su *masa*:  $[M_{Planeta}]$ , cuyos valores significativos, para este Proyecto, serán:
  - $[M_{Marte} = 0,639 \cdot 10^{24} (kg)]$
  - $[M_{Tierra} = 5,972 \cdot 10^{24} (kg)]$

resultando sus valores (siempre dentro de la aproximación, propia de estos casos):  $[\mu_{Marte} = 42.828]$  y  $[\mu_{Tierra} = 398.600,4415]$

### **B.1.1. Deducción del valor de la velocidad, de cualquier satélite artificial, sobre la Tierra, utilizando para ello las Leyes de Kepler y como referencia a la Luna (satélite natural de la Tierra)**

Este estudio lo haremos basándonos en el caso concreto de la misión SENTINEL 1, orbitando sobre la Tierra desde el pasado 3 de Abril y para la que se han tomado como datos orbitales:

- $[R_E]$ , que será el *radio equivalente*, de la Tierra: 6398,3 km
- $[H]$ , que será la *altura orbital*, de la nave sobre la superficie terrestre: 708,156 km
- $[CL]$ , que será el *ciclo total de repetición* o número de orbitas precisas para lograr una cobertura global de la Tierra: 175 órbitas en 12 días
- $[S_{teórica}]$ , a cubrir con cada órbita: 230 km

tomando dichos datos de los enlaces web:

[http://ec.europa.eu/research/participants/portal/doc/call/fp7/fp7-space-2012-1/31656-s1-rs-mda-52-7440product\\_definition\\_2\\_3\\_en.pdf](http://ec.europa.eu/research/participants/portal/doc/call/fp7/fp7-space-2012-1/31656-s1-rs-mda-52-7440product_definition_2_3_en.pdf)

[https://sentinel.esa.int/documents/247904/349449/S1\\_SP-1322\\_1.pdf](https://sentinel.esa.int/documents/247904/349449/S1_SP-1322_1.pdf)

de especificaciones técnicas de la misión.

En primer lugar planteamos la correspondencia o equivalencia:

$$360^\circ \Rightarrow \text{perímetro: } 2 \cdot \pi \cdot R_E \quad (\text{B.3.a})$$

y como el radio equivalente de la Tierra, para la misión SENTINEL 1, es de: [ $R_E = 6.398,3 \cdot 10^3$  m.], sustituiremos en la expresión (B.3.a) por lo que sustituyendo:

$$360^\circ \Rightarrow 2 \cdot 3,1415 \cdot 6.398,3 \cdot 10^3 \quad (\text{B.3.b})$$

y operando:

$$360^\circ \Rightarrow 40.201,705 \text{ (km)} \quad (\text{B.3.c})$$

que deberemos dividir por el número de orbitas de un *ciclo total de repetición*, de nuestra misión: [ $CL = 175$  órbitas, en 12 días], a fin de determinar que *porción de la longitud en rango*, del total del planeta (en este caso la Tierra), deberemos iluminar/cubrir en cada una de nuestras órbitas, por lo que nos resultará esta expresión:

$$\frac{360^\circ}{175} = 2,057^\circ \quad (\text{B.4.a})$$

o bien esta otra:

$$\frac{40.201,705 \text{ (km)}}{175} = 229,724 \text{ (km)} \quad (\text{B.4.b})$$

que si será asumible (dicha *anchura de huella*, a iluminar en *rango*, en cada órbita), pues hemos visto, en este mismo apartado, que el valor teórico, para nuestra misión SENTINEL 1, ha sido: [ $S_{teórica} = 230 \text{ km}$ ].

Ahora y antes de aplicar la *3ª Ley de Kepler*, tomaremos como referencia al único satélite natural de la Tierra (es decir, la Luna) que tendrá, con respecto a esta:

- una *distancia o radio de giro* de: [ $r_{luna} = 384.400 \text{ (km)}$ ]
- un *periodo de revolución*: 27 días; 7 horas y 43,7 minutos, es decir: [ $T_{luna} = 39.343,7 \text{ min}$ ]

por lo que sustituyendo en la expresión de la *3ª Ley de Kepler*:

$$\frac{T_{luna}^2}{r_{luna}^3} = \frac{T_{SENTINEL\ 1}^2}{r_{SENTINEL\ 1}^3} = K \quad (\text{B.5.a})$$

que podremos modificar, para nuestra misión SENTINEL 1, en la forma:

$$\frac{T_{luna}^2}{r_{luna}^3} = \frac{T_{SENTINEL\ 1}^2}{(R_E + H)^3} = K \quad (\text{B.5.b})$$

y por fin sustituimos los datos conocidos, en la ecuación (B.5.b):

$$\frac{(39.343,7)^2}{(384.400 \cdot 10^3)^3} = \frac{T_{SENTINEL\ 1}^2}{(6.398,3 \cdot 10^3 + 708,156 \cdot 10^3)^3} \quad (\text{B.5.c})$$

y operando y simplificando, en la ecuación (B.5.c), obtendremos:

$$\frac{(3,93437 \cdot 10^4)^2}{(3,844 \cdot 10^8)^3} = \frac{T_{SENTINEL\ 1}^2}{(7,1065 \cdot 10^6)^3} \quad (\text{B.5.d})$$

esta otra:

$$\frac{15,479 \cdot 10^8}{56,8 \cdot 10^{24}} = \frac{T_{SENTINEL\ 1}^2}{358,895 \cdot 10^{18}} \quad (\text{B.5.e})$$

de la que deduciremos:

$$T_{SENTINEL\ 1}^2 = 97,805 \cdot 10^2 \quad (\text{B.5.f})$$

y esta última:

$$T_{SENTINEL\ 11} = 98,90 \text{ min} \quad (\text{B.5.g})$$

A partir del valor obtenido, en la ecuación (B.5.g), para el *periodo de revolución*, de la misión SENTINEL 1: [ $T_{SENTINEL\ 1} = 98,90 \text{ min}$ ], aplicaremos la ecuación:

$$v_{tangencial\ SENTINEL\ 1} = (R_E + H) \cdot [w_{SENTINEL\ 1}] \quad (\text{B.6.a})$$

en la que relacionando su *velocidad angular*: [ $w_{SENTINEL\ 1}$ ], con su equivalente con su *frecuencia de giro*: [ $f_{SENTINEL\ 1}$ ], y sustituyéndolo en a ecuación (B.6.a), tendremos:

$$v_{tangencial\ SENTINEL\ 1} = (R_E + H) \cdot [2 \cdot \pi \cdot f_{SENTINEL\ 1}] \quad (\text{B.6.b})$$

y sustituyendo su *frecuencia de giro*: [ $f_{SENTINEL\ 1}$ ], por su *periodo de giro* (o *de revolución*): [ $T_{SENTINEL\ 1}$ ], en la ecuación (B.6.b):

$$v_{tangencial\ SENTINEL\ 1} = (R_E + H) \cdot \left[ 2 \cdot \pi \cdot \left( \frac{1}{T_{SENTINEL\ 1}} \right) \right] \quad (B.6.c)$$

por lo que sustituyendo por valores conocidos y operando, tendremos esta ecuación:

$$v_{tangencial\ SENTINEL\ 1} = (6.398,3 \cdot 10^3 + 708,156 \cdot 10^3) \cdot \left( \frac{2 \cdot \pi}{98,90 \cdot 60} \right) \quad (B.6.d)$$

esta otra:

$$v_{tangencial\ SENTINEL\ 1} = 7,1065 \cdot 10^6 \cdot \left( \frac{2 \cdot \pi}{5934} \right) \quad (B.6.e)$$

y por fin:

$$v_{tangencial\ SENTINEL\ 1} = 7524,50 \quad (m/s) \quad (B.6.f)$$

Ahora si aplicamos directamente la ecuación (B.2):

$$v_{satélite} = \sqrt{\frac{\mu_P}{(R_P + H)}}$$

para un caso concreto como podría ser el del SENTINEL 1, cuyos valores característicos son:

- $[\mu_{Tierra} = 398.600,4415]$
- $[R_{Tierra} = 6398,3 \text{ km}]$
- $[H = 708,156 \text{ km}]$

y los sustituimos, en la anterior ecuación (B.2), resultará:

$$v_{tangencial \text{ SENTINEL } 1} = \sqrt{\frac{398.600,4415}{(6398,3 + 708,156)}} \quad (\text{B.7.a})$$

y operando:

$$v_{tangencial \text{ SENTINEL } 1} = 7,4893 \text{ (km/s)} \quad (\text{B.7.b})$$

resultado que será muy similar, aunque no idéntica (en Astronomía todo es muy aproximado), a la obtenida en la ecuación (B.6.f) y que se calculó a partir de un desarrollo lógico, iniciado en los datos de una misión concreta (SENTINEL 1) y en la 3ª Ley de Kepler, únicamente a efectos comparativos.

## **B.2 Ventana mínima de recepción, por sub-huella ( $T_{c_s}$ )**

Se definirá como la diferencia de tiempo entre el *tiempo de propagación del pulso* (o del eco) *máximo*, para el *ángulo de incidencia*:  $[\eta_{lejano_s}]$  y el *tiempo de propagación del pulso* (o del eco) *mínimo*, para el *ángulo de incidencia*:  $[\eta_{cercano_s}]$ , en cada una de las sub-huellas.

Tendrá su importancia cuando calculemos, en los **capítulos 2 y 3**, de este proyecto, las ambigüedades del *DTAR* en *rango*.

Para obtenerlo, aplicaremos, según sea nuestro caso, una de las siguientes expresiones:

- para *geometría plana*, del planeta:

$$T_{c_s} = \frac{2 \cdot S_s \cdot \text{sen}(\eta_{\text{medio}_s})}{c} + \tau \quad (\text{B.8.a})$$

donde:

- $[S_s]$ , será la longitud de la huella (o sub-huella en nuestro caso de *ScanSAR*), en la dirección de *rango*
- $[\eta_{s\_medio}]$ , será el ángulo de *incidencia*, coincidente en este caso con el ángulo *off-nadir* y del que tomaremos su valor medio, en cada una de las sub-huellas
- $[\tau]$ , será la *duración del pulso* enviado
- $[c]$ , será la *velocidad de la luz*:  $[3 \cdot 10^8 \text{ (m/s)}]$

- para *geometría esférica*, del planeta:

$$T_{c_s} = \frac{2 \cdot (R_{\text{lejana}_s} - R_{\text{cercana}_s})}{c} + \tau \quad (\text{B.8.b})$$

donde:

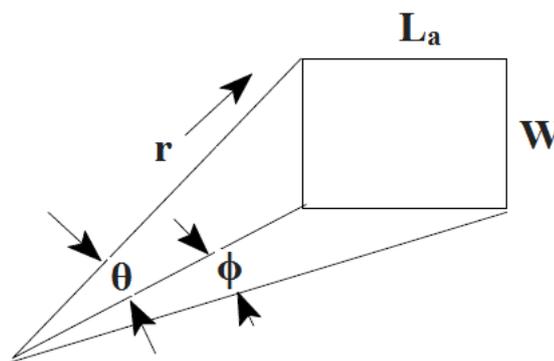
- $[R_{\text{lejana}_s}]$ , será la *distancia oblicua máxima*, es decir para:  $[\eta_{\text{lejano}_s}]$
- $[R_{\text{cercana}_s}]$ , será la *distancia oblicua mínima*, es decir para:  $[\eta_{\text{cercano}_s}]$
- $[\tau]$ , será la *duración del pulso* enviado
- $[c]$ , será la *velocidad de la luz*:  $[3 \cdot 10^8 \text{ (m/s)}]$

## Apéndice C

### Ganancia de antena

#### C.1 Ganancia de la antena ( $G$ )

Para una antena de radiación uniforme y de apertura rectangular, como será en nuestros dos casos (detallados en los **capítulos 2 y 3**, de este proyecto), nos apoyaremos en la ilustración de la Figura C.1.



**Figura C.1: Geometría de la propagación en una antena de apertura rectangular**

En dicha ilustración (Figura C.1), se han representado las siguientes variables (o parámetros):

- $[\theta = \theta_{3\text{ dB-V}}]$ , será el *ancho de haz a 3 dB*, en *across-track* o *rango*. Vendrá dado en radianes
- $[W = r \cdot \text{sen}(\theta)]$ , será la “*altura*” de la antena (en *across-track* o *rango*)
- $[\phi = \phi_{3\text{ dB-H}}]$ , será el *ancho de haz a 3 dB*, en *along-track* o *acimut*. Vendrá dado en radianes
- $[L_a = r \cdot \text{sen}(\phi)]$ , será la “*anchura*” de la antena (en *along-track* o *acimut*)
- $[\rho]$ , es la *eficiencia de la antena*, cuyo valor también vendrá fijada por diseño

a partir de las cuales definiremos la *ganancia máxima de antena*:  $[G_0]$ , como:

$$G_0 = \rho \cdot \left( \frac{\text{Area de esfera isotrópica}}{\text{Area física de apertura de antena}} \right) \quad (\text{C.1.a})$$

y tras aplicar la geometría vista en la ilustración de la Figura C.1 y tras sustituir valores, en la ecuación (C.1.a), , tendremos esta nueva ecuación:

$$G_0 = \rho \cdot \left( \frac{4 \cdot \pi \cdot r^2}{[W] \cdot [L_a]} \right) \quad (\text{C. 1.b})$$

por lo que si seguimos sustituyendo, en la ecuación (C.1.b), tendremos estas otras:

$$G_0 = \rho \cdot \left( \frac{4 \cdot \pi \cdot r^2}{[r \cdot \text{sen}(\theta)] \cdot [r \cdot \text{sen}(\phi)]} \right) \quad (\text{C. 1.c})$$

y simplificando:

$$(\text{C. 1.d})$$

y como, en las ecuaciones (C.1.c) y (C.1.d), todos los ángulos vendrán dados en radianes, tras aproximar, el valor del seno por el de su arco y tras pasar sus unidades a:  $[\circ]$ , nos quedará:

$$G_0 = \rho \cdot \left( \frac{4 \cdot \pi}{\theta \text{ (radianes)} \cdot \phi \text{ (radianes)}} \right) \quad (\text{C. 1.e})$$

por lo que expresándola en:  $[\circ]$ , nos quedará:

$$G_0 = \rho \cdot \left( \frac{4 \cdot \pi}{\theta \cdot \left(\frac{180}{\pi}\right) \cdot \phi \cdot \left(\frac{180}{\pi}\right)} \right) \quad (\text{C. 1.f})$$

y operando, en la ecuación (C.1.f), obtendremos:

$$G_0 = \rho \cdot \left( \frac{41253}{\theta \text{ (}^\circ\text{)} \cdot \phi \text{ (}^\circ\text{)}} \right) = \rho \cdot \left( \frac{41253}{\theta_{3 \text{ dB-V}} \text{ (}^\circ\text{)} \cdot \phi_{3 \text{ dB-H}} \text{ (}^\circ\text{)}} \right) \quad (\text{C. 1.g})$$

que coincidirá con la que ya conocemos, a partir de las dimensiones físicas:  $[W]$  y  $[L_a]$  de la antena y de su área física:  $[A_{física} = W \cdot L_a]$ , ya que en ese caso tendríamos a partir de la ecuación (C.1.e):

$$G_0 = \rho \cdot \left( \frac{4 \cdot \pi}{\theta \text{ (radianes)} \cdot \phi \text{ (radianes)}} \right)$$

esta otra:

$$G_0 = \rho \cdot \left[ \frac{4 \cdot \pi}{\left(\frac{\lambda}{W}\right) \cdot \left(\frac{\lambda}{L_a}\right)} \right] \quad (\text{C.2.a})$$

y operando y sustituyendo valores en dicha ecuación (C.2.a), obtendremos esta:

$$G_0 = \rho \cdot \left[ \frac{4 \cdot \pi}{\left(\frac{\lambda^2}{(W \cdot L_a)}\right)} \right] = \rho \cdot \left[ \left(\frac{4 \cdot \pi}{\lambda^2}\right) \cdot (W \cdot L_a) \right] = \rho \cdot [D_0] \quad (\text{C. 2.b})$$

o esta otra:

$$G_0 = \rho \cdot \left[ \left(\frac{4 \cdot \pi}{\lambda^2}\right) \cdot (A_{física}) \right] = \rho \cdot [D_0] \quad (\text{C. 2.c})$$

donde:

- $[\rho]$ , será el *coeficiente de efectividad de la ganancia* de la antena cuyo máximo valor será la unidad: [100%] y que vendrá fijado como un requisito de diseño
- $[\lambda]$ , será la *longitud de onda trabajo* y también será un dato de entrada, fijado por diseño
- $[A_{física} = W \cdot L_a]$ , será el *área física de la antena, del radar*
- $[A_{efectiva} = \rho \cdot A_{física}]$ , será el *área efectiva de la antena, del radar*, que en el caso de radares de apertura real (SLAR-RAR) suele coincidir con su área física, aunque no será así en nuestro caso (radar tipo SAR)
- $[D_0]$ , será el valor máximo de la función *directividad* de la antena:  $[D(\theta, \phi)]$

Los valores (de las ganancias) obtenidos, tras aplicar las ecuaciones (C.2.b) y (C.2.c), serán sus valores máximos, en la dirección de máxima radiación.

Por otro lado, para obtener su valor (para un determinado *ángulo en rango*:  $[\theta]$  y para un determinado *ángulo en acimut*:  $[\phi]$ ), deberemos aplicar la siguiente ecuación:

$$G(\theta, \phi) = [G_0] \cdot \{d(\theta, \phi)\} = [\rho \cdot D_0] \cdot \{d(\theta, \phi)\} \quad (\text{C.3.a})$$

que podrá también expresarse, la ecuación (C.3.b), diferenciando el *diagrama normalizando en rango*:  $[d(\theta, 0)]$  y en *acimut*:  $[d(0, \phi)]$ , resultando, tras ello, estas otras dos:

$$G(\theta, \phi) = [G_0] \cdot \{[d(\theta, 0)] \cdot [d(0, \phi)]\} \quad (\text{C. 3.b})$$

$$G(\theta, \phi) = [\rho \cdot D_0] \cdot \{[d(\theta, 0)] \cdot [d(0, \phi)]\} \quad (\text{C. 3.c})$$

y sustituyendo, en ambas ecuaciones (C.3.b) y (C.3.c), los valores de los *diagramas de radiación normalizados*, tanto en *rango* como en *acimut*, tendremos estas otras dos:

$$G(\theta, \phi) = [G_0] \cdot \left\{ \text{sinc}^2 \left[ \left( \frac{\pi \cdot W}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}\theta \right] \cdot \text{sinc}^2 \left[ \left( \frac{\pi \cdot L_a}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}\phi \right] \right\} \quad (\text{C. 3.d})$$

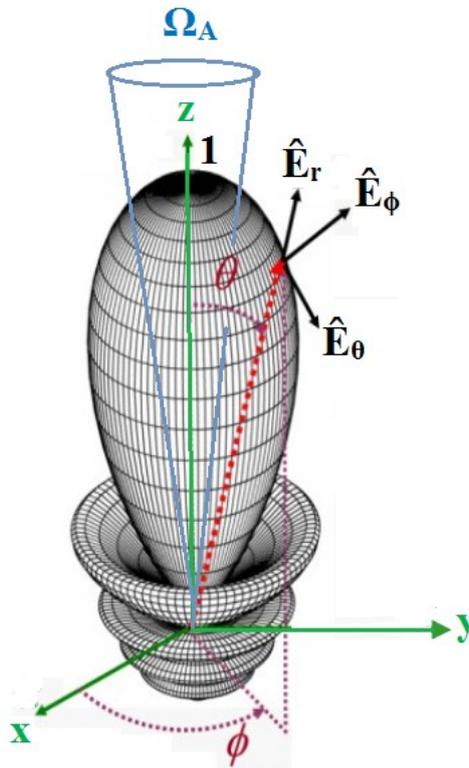
$$G(\theta, \phi) = [\rho \cdot D_0] \cdot \left\{ \text{sinc}^2 \left[ \left( \frac{\pi \cdot W}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}\theta \right] \cdot \text{sinc}^2 \left[ \left( \frac{\pi \cdot L_a}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}\phi \right] \right\} \quad (\text{C. 3.e})$$

donde:

- $[G(\theta, \phi)]$ , será el *diagrama de radiación de la ganancia de antena*, cuyo valor máximo, en la dirección de apuntamiento, será:  $[G_0]$
- $[D(\theta, \phi)]$ , será el *diagrama de radiación de la directividad de antena*, cuyo valor máximo, en la dirección de apuntamiento, será:  $[D_0]$
- $[d(\theta, \phi)] = [\hat{E}^2(\theta, \phi)]$ , será el *diagrama de radiación normalizado de la directividad de antena*, cuyo valor máximo, en la dirección de apuntamiento, será el de la unidad (máximo valor de la función: *[sinc]*) teniendo en cuenta que, dentro de dicha función: *[sinc]*, utilizaremos el adecuado valor de “ $\pi$ ”, es decir:
  - $[\pi = 3,141516]$ , si los ángulos (de rango y acimut) los expresamos en radianes
  - $[\pi = 180]$ , si los ángulos (de rango y acimut) los expresamos en grados

Estas ecuaciones (C.3.d) y (C.3.e), serán las que utilizaremos en la **Aplicación Matlab**, para obtener los *diagramas normalizados* de la antena, en cada una de las sub-huellas, tanto en *acimut*:  $[\hat{E}^2(0, \phi)]$ , como en *rango*:  $[\hat{E}^2(\gamma_s - \gamma_{medio_s}, 0)]$ .

Por último, comentar que, a estas mismas expresiones y conclusiones, también podríamos haber llegado, utilizando, para ello, la ilustración del *diagrama de radiación* (tipo *pincel* o *lápiz*) en *3D*, que se representa en la Figura C.2.



**Figura C.2: Diagrama de radiación tipo pincel (3D)**

En dicha ilustración (Figura C.2), que asociaremos a antenas directivas, con *diagrama tipo pincel* o *tipo abanico*, definiremos el *ángulo sólido del haz a 3 dB*:  $[\Omega_A]$ , cuyo valor obtendremos, de forma aproximada, como el producto, de las *anchos de haz a 3dB*:  $[\theta_{3\text{ dB}_V}]$  y  $[\phi_{3\text{ dB}_H}]$ , en los dos planos principales de la antena (*rango* y *acimut*, respectivamente). Y como, ambos *anchos de haz a 3 dB*:  $[\theta_{3\text{ dB}_V}]$  y  $[\phi_{3\text{ dB}_H}]$ , vendrán medidos en: *[radianes]*, definiremos como unidad de medida, del *ángulo sólido de haz a 3 dB*:  $[\Omega_A]$ , los: *[estereorradianes]*.

En definitiva que en este tipo de radiaciones podremos aplicar la expresión:

$$G_0 = \rho \cdot \left( \frac{4 \cdot \pi}{\Omega_A} \right) = \rho \cdot \left( \frac{4 \cdot \pi}{\theta_{3\text{ dB}_V} \cdot \phi_{3\text{ dB}_H}} \right) \quad (\text{C.4})$$

que coincidirá plenamente con la ecuación (C.1.e) vista anteriormente en este mismo apartado.

## Apéndice D

### Sección recta radar del blanco distribuido ( $\sigma_s^0$ ) a iluminar en cada una de las sub-huellas

#### D.1 Ecuación (o patente) de la sección recta radar del blanco distribuido ( $\sigma_s^0$ )

Será un factor que nos dará una idea de que porcentaje, de la energía incidente (sobre el blanco o terreno distribuido a iluminar en cada una de las sub-huellas), será capaz de reflejarnos, hacia el sensor, dicho blanco distribuido.

En definitiva nos dará la pérdida (en dB) de la potencia reflejada, frente a la incidente.

Por tanto, dependerá del *coeficiente de reflexión* (del blanco o terreno iluminado, en cada una de las sub-huellas), de la *banda de frecuencias de trabajo* (que nos vendrá dada por diseño) y del *ángulo de incidencia* a lo largo de la sub-huella:  $[\eta_s]$

La ecuación, que en realidad será una *patente* (que nos vendrá dada directamente en dB), será:

$$\sigma_s^0 = P_1 + P_2 \cdot e^{-(P_3 \cdot \eta_s)} + P_4 \cdot \cos(P_5 \cdot \eta_s + P_6) \quad (D.1)$$

ecuación que nos vendrá medida directamente en dB y en la que los coeficientes: de  $[P_1]$  a  $[P_6]$ , de dicha ecuación (D.1), dependerán tanto del *tipo de terreno* como del *tipo de polarización* empleado en las antenas

Los valores de dichos coeficientes (de  $[P_1]$  a  $[P_6]$ ), para las bandas de frecuencias:

- C: [de 3,7 a 6,425 GHz]
- y X: [de 7 a 12,5 GHz]

se muestran en la Tabla D.1.

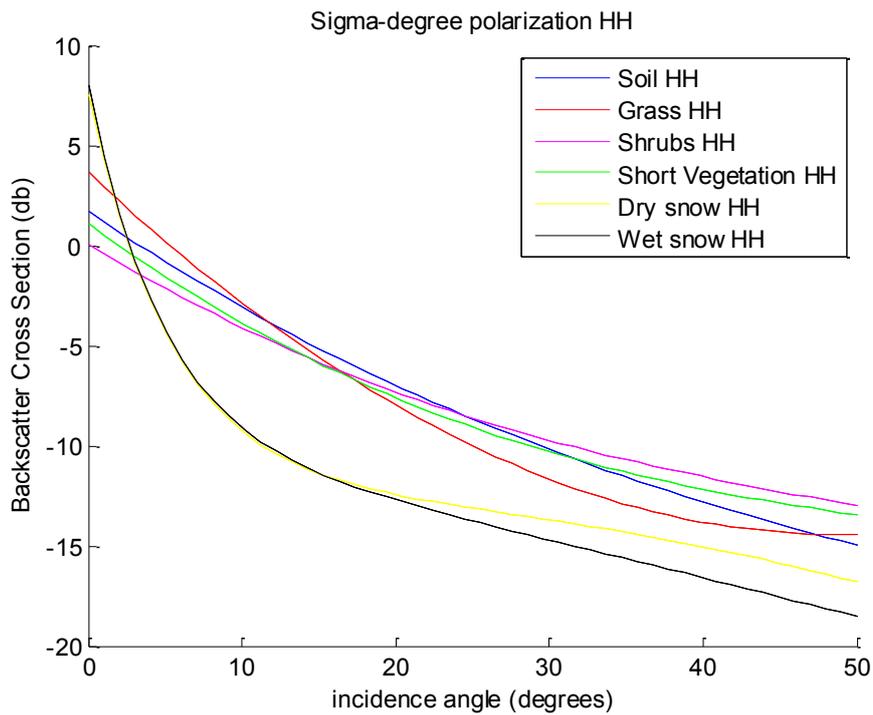
Tipo de terreno y polarización	P1	P2	P3	P4	P5	P6
suelo (soil) H-H	-24,885	26,351	1,146	0.204	0,000	0,000
suelo (soil) H-V	-26,700	15,055	0,182	-0.499	0,000	0,000
suelo (soil) V-V	-24,951	28,742	1,045	-1,681	0,000	0,000
hierba (grass) H-H	-15,750	17,931	2,369	-1,502	4,592	-3,142
hierba (grass) H-V	-23,109	13,591	1,508	-0,757	4,491	-3,142
hierba (grass) V-V	-93,606	99,000	0,220	-5,509	-2,964	1,287
arbustos (shrubs) H-H	-91,950	99,000	0,270	6,980	1,922	-3,142
arbustos (shrubs) H-V	-99,000	91,003	0,156	3,948	2,239	-3,142
arbustos (shrubs) V-V	-91,133	99,000	0,294	8,107	2,112	-3,142
vegetación corta (short vegetation) H-H	-87,727	99,000	0,322	10,188	-1,747	-3,142
vegetación corta (short vegetation) H-V	-99,000	93,293	0,181	5,359	1,948	-3,142
vegetación corta (short vegetation) V-V	-88,593	99,000	0,326	9,574	1,969	-3,142
nieve seca (dry snow) H-H	-42,864	20,762	10,000	30,000	0,763	-0,147
nieve seca (dry snow) H-V	-25,543	16,640	10,000	-2,959	3,116	2,085
nieve seca (dry snow) V-V	-19,765	19,830	10,000	7,089	1,540	-0,012
nieve húmeda (wet snow) H-H	-31,910	17,749	11,854	30,000	0,421	0,740
nieve húmeda (wet snow) H-V	-24,622	15,102	15,000	-3,401	2,431	-3,142
nieve húmeda (wet snow) V-V	4,288	15,642	15,000	30,000	0,535	1,994

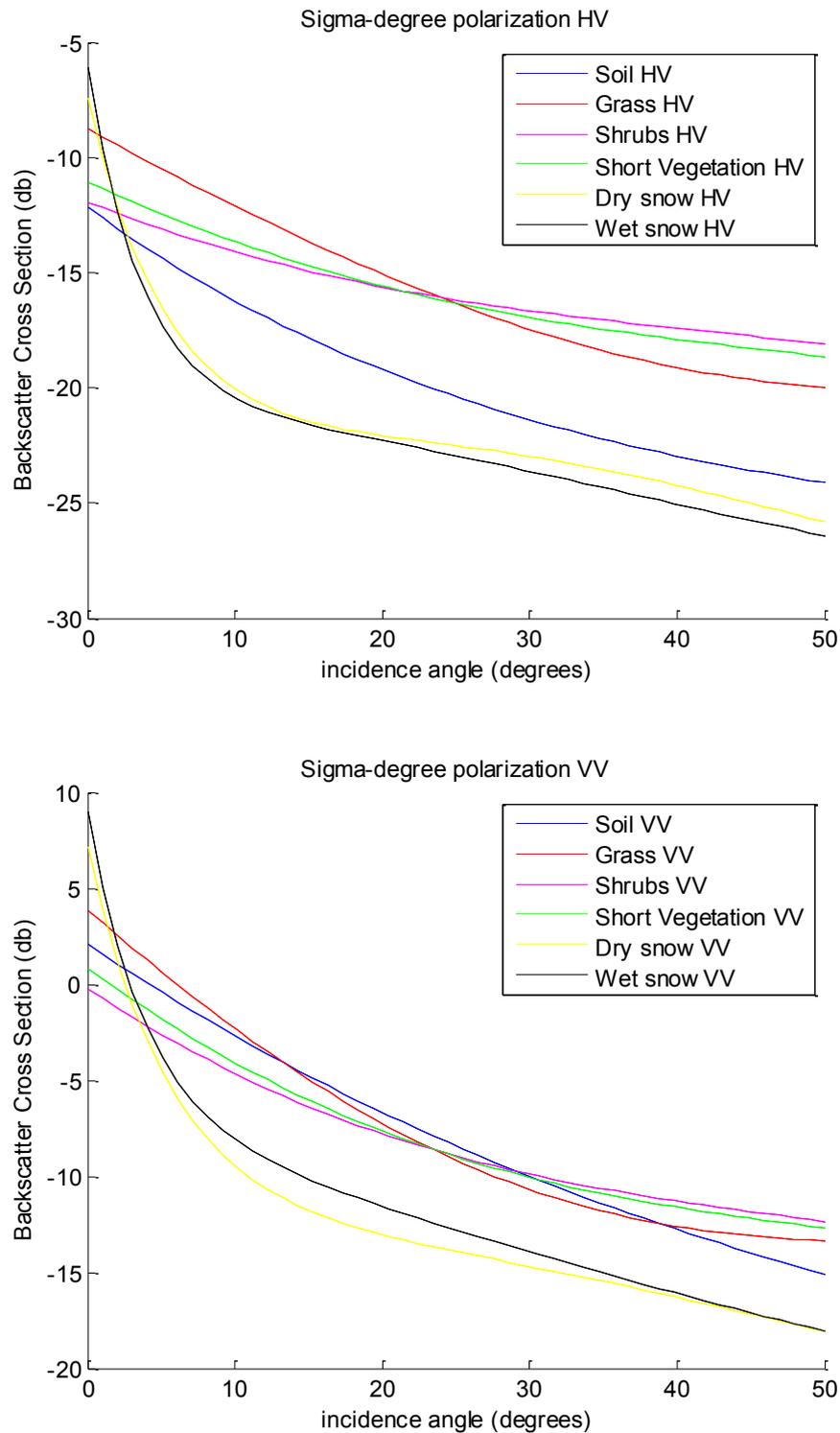
**Tabla D.1: Coeficientes de la sección recta radar del blanco distribuido, para las bandas de frecuencias: C y X**

Para una mayor claridad y comprensión, de este concepto de la *sección recta radar* de las sub-huellas iluminadas por el radar tipo *SAR* trabajando en modo *ScanSAR*, usaremos la **Aplicación Matlab**, a fin de obtener su valor:

- para tres tipos de polarizaciones: [*transmisor – receptor*] distintas: [*H – H, H – V y V – V*]
- y para *distintos tipos de sub-huellas* (o franjas de terreno distribuido a iluminar),

en el margen de ángulos de incidencia:  $[\eta_s]$ , que cubra a todas nuestras sub-huellas y que supondremos (teóricamente y únicamente para un caso hipotético aunque ajustado a lo razonable) que esté comprendido en el margen:  $[de 0 a 50^\circ]$  y sus resultados (gráficas o ilustraciones) se reflejan en la Figura D.1.





**Figura D.1(a, b y c): Variación de  $\sigma_s^0$ , para los distintos tipos de polarizaciones: [H-H], [H-V] y [V-V], para los distintos tipos de terreno o blanco distribuido, en función del ángulo de incidencia ( $\eta_s$ ), de cada una de las sub-huellas**

## Apéndice E

### Relación entre la potencia media transmitida ( $P_{tx\_media\_s}$ ), en cada sub-huella y la longitud física, en acimut, de la antena ( $L_a$ )

#### E.1 Relación de la potencia media transmitida ( $P_{tx\_media\_s}$ ) con la longitud física de la antena en acimut ( $L_a$ ) de la antena, para una radar SAR

##### E.1.1 Ecuación de radares SLAR-RAR

Teniendo en cuenta que uno de los factores (posiblemente el más importante) que determinarán la calidad de la imagen adquirida por un radar *SAR* (de apertura sintética), será la *relación señal a ruido*: [ $SNR_o(SAR)$ ], asociado a cada pixel de la imagen obtenida, vamos a determinar su expresión.

Para el análisis, de la citada *relación señal a ruido*: [ $SNR_o(SAR)$ ], habremos de apoyarnos en la *ecuación general del radar*, que obtendremos de forma progresiva y en principio apoyándonos en un radar tipo *SLAR-RAR* (de apertura real y lateral).

En primer lugar definiremos que, la *Densidad superficial de potencia del blanco*: [ $S_{rx\_huella}$ ], que incida en la huella de terreno iluminada y que dicha huella (o franja) esté situada a una *distancia oblicua*: [ $R$ ] del radar, vendrá dada por la expresión:

$$S_{rx\_huella} = \frac{P_{tx\_pico\_radar} \cdot G_{0\_radar}}{4 \cdot \pi \cdot R^2} \quad (E.1)$$

medida en: [ $W/m^2$ ] y donde:

- $[P_{tx\_pico\_radar}]$ , será la *potencia de pico*, emitida por el transmisor del radar y que normalmente nos vendrá fijada por diseño
- $[G_{0\_radar}]$ , será la *ganancia máxima* de la antena del radar, cuyo valor, para nuestro caso de *ganancia para diagramas tipo pincel, en 3D*, visto en el **Apéndice C** de este proyecto, obtendremos a partir de la siguiente expresión:

$$G_{0\_radar} = \left( \frac{4\pi}{\lambda^2} \right) \cdot A_{efectiva} \quad (E.2)$$

que será: *[adimensional]* o incluso medida en: *[dB]*

por lo que, la *Potencia recibida en la huella*:  $[P_{rx\_huella}]$ , se obtendrá a partir de la expresión:

$$P_{rx\_pico\_huella} = S_{rx\_huella} \cdot [A_{efectiva\_huella}] \quad (E.3)$$

medida en: *[W]* y donde:

- $[A_{efectiva\_huella}]$ , será el *área* que realmente presente la *huella* (o franja de terreno distribuido iluminado) y cuyo valor expresaremos como:

$$A_{efectiva\_blanco} = \delta x \cdot \delta R_g \cdot \sigma^0 \quad (E.4)$$

medida en: *[m<sup>2</sup>]* y donde a su vez:

- $[\delta x]$ , será la *resolución en acimut*, de la huella (o franja de terreno distribuido iluminado) y vendrá dada en:  $[m]$
- $[\delta R_g]$ , será la *resolución en rango*, de la huella (o franja de terreno distribuido iluminado) y vendrá dada en:  $[m]$
- $[\delta x \cdot \delta R_g]$ , será la *superficie total* de la huella iluminada, en:  $[m^2]$ . En definitiva será una aproximación de *onda plana* (cuando ocurra que la distancia recorrida por la onda: [transmisor  $\rightarrow$  blanco-terreno distribuido  $\rightarrow$  receptor], sea muy grande), como ocurre en nuestro caso
- $[\sigma^0]$ , será la *sección recta radar*, normalizada a:  $[1 m^2]$ , que tendrá en cuenta incluso en qué dirección se dispersará más energía aunque realmente supondremos que la potencia se dispersará de modo uniforme o sea que todo lo que le llegue a a huella se propagará por igual en todas las direcciones, en definitiva que:  $[P_{rx\_huella} = P_{tx\_huella}]$   
Recordar que su valor, en:  $[dB]$ , lo obtendremos a partir de la *patente* definida, en el **Apéndice D** de este proyecto

por lo que sustituyendo las ecuaciones (E.1) y (E.4), en la ecuación (E.3), tendremos esta otra:

$$P_{rx\_pico\_huella} = \left( \frac{P_{tx\_pico\_radar} \cdot G_{0\_radar}}{4 \cdot \pi \cdot R^2} \right) \cdot [\delta x \cdot \delta R_g \cdot \sigma^0] \quad (E.5)$$

medida en:  $[W]$  y a partir de ella, definiremos la *Densidad superficial de potencia, recibida en el radar*:  $[S_{rx\_radar}]$ , que incidirá, de retorno, en la antena del radar y que vendrá dada por la expresión:

$$S_{rx\_radar} = \frac{P_{tx\_pico\_huella}}{4 \cdot \pi \cdot R^2} = \frac{P_{rx\_pico\_huella}}{4 \cdot \pi \cdot R^2} \quad (E.6)$$

medida en:  $[W/m^2]$  y ahora si sustituimos la ecuación (E.5) en la ecuación (E.6), obtendremos esta otra:

$$S_{rx\_radar} = \left( \frac{1}{4 \pi R^2} \right) \cdot \left\{ \left( \frac{P_{tx\_pico\_radar} \cdot G_{0\_radar}}{4 \cdot \pi \cdot R^2} \right) \cdot \delta x \cdot \delta R_g \cdot \sigma^0 \right\} \quad (E.7.a)$$

y operando y simplificando, en dicha ecuación (E.7.a), esta nos quedará de la forma:

$$S_{rx\_radar} = \left[ \frac{P_{tx\_pico\_radar} \cdot G_{0\_radar}}{(4 \cdot \pi \cdot R^2)^2} \right] \cdot \delta x \cdot \delta R_g \cdot \sigma^0 \quad (E.7.b)$$

medida en:  $[W/m^2]$  y finalmente la *Potencia captada en la antena del radar*:  $[P_{rx\_pico\_radar}]$ , vendrá dada por la expresión:

$$P_{rx\_pico\_radar} = S_{rx\_radar} \cdot [A_{efectiva\_radar}] \quad (E.8)$$

medida en:  $[W]$ , por lo que si sustituimos la ecuación (E.7.b) en la ecuación (E.8), nos quedará:

$$P_{rx\_pico\_radar} = \left\{ \left( \frac{P_{tx\_pico\_radar} \cdot G_{0\_radar}}{(4 \cdot \pi \cdot R^2)^2} \right) \cdot \delta x \cdot \delta R_g \cdot \sigma^0 \right\} \cdot [A_{efectiva\_radar}] \quad (E.9)$$

y expresando, en la anterior ecuación (E.9), el área efectiva (del radar) en función de su ganancia del mismo, como ya vimos en la ecuación (E.2), resultará:

$$P_{rx\_pico\_radar} = \left\{ \left( \frac{P_{tx\_pico\_radar} \cdot G_{0\_radar}}{(4 \cdot \pi \cdot R^2)^2} \right) \cdot \delta x \cdot \delta R_g \cdot \sigma^0 \right\} \cdot \left[ G_{0\_radar} \cdot \left( \frac{\lambda^2}{4 \cdot \pi} \right) \right] \quad (E.10.a)$$

y reordenándola, nos queda:

$$P_{rx\_pico\_radar} = \left( \frac{P_{tx\_pico\_radar} \cdot [G_{0\_radar}]^2}{(4 \cdot \pi)^3 R^4} \right) \cdot \delta x \cdot \delta R_g \cdot \sigma^0 \cdot \lambda^2 \quad (\text{E.10.b})$$

siendo, esta última ecuación (E.10.b), la que incluye todas las variables hasta ahora calculadas y/o fijadas, en nuestro proyecto.

Por lo que, recordando que estamos suponiendo que nuestro radar es tipo *SLAR-RAR*, si ahora sustituimos las resoluciones en *rango* y *acimut*:  $[\delta R_g]$  y  $[\delta x]$ , respectivamente, por los valores que obtuvimos, de ellas, en las expresiones:

$$\delta R_g = \frac{c \cdot \tau}{2 \cdot \text{sen}(\eta)} = \frac{c}{2 \cdot \text{BW} \cdot \text{sen}(\eta)}$$

$$\delta x = R \cdot \theta_{3\text{ dB-H}} = R \cdot \left( \frac{\lambda}{L_a} \right)$$

definidas en las ecuaciones (1.11) y (1.19) del **capítulo 1** de este proyecto, resultará esta expresión más completa y definitiva:

$$P_{rx\_pico\_radar} = \left\{ \frac{P_{tx\_pico\_radar} \cdot [G_{0\_radar}]^2}{(4 \cdot \pi)^3 \cdot R^4} \right\} \cdot \left[ R \cdot \left( \frac{\lambda}{L_a} \right) \right] \cdot \left[ \frac{c \cdot \tau}{2 \cdot \text{sen}(\eta)} \right] \cdot \sigma^0 \cdot \lambda^2 \quad (\text{E.11})$$

y recordando de nuevo al ecuación (E.2):

$$G_{0\_radar} = \left( \frac{4 \cdot \pi}{\lambda^2} \right) \cdot [A_{efectiva-radard}]$$

en la que si sustituimos, el área efectiva de la antena:  $[A_{efectiva-radar}]$ , por su esta otra expresión:

$$A_{efectiva\_radar} = \rho \cdot A_{física\_radar} \quad (E.12)$$

tendremos, tras sustituir la ecuación (E.12) en la ecuación (E.2) y tras ello sustituir, la ecuación (E.2) ya modificada, en la ecuación (E.11), la siguiente expresión:

$$P_{rx\_pico\_radar} = \left\{ \frac{P_{tx\_pico\_radar} \cdot \left[ \left( \frac{4 \cdot \pi}{\lambda^2} \right) \cdot [\rho \cdot A_{física\_radar}] \right]^2}{(4 \cdot \pi)^3 \cdot R^4} \right\} \quad (E.13.a)$$

$$\cdot \left[ R \cdot \left( \frac{\lambda}{L_a} \right) \right] \cdot \left[ \frac{c \cdot \tau}{2 \cdot \text{sen}(\eta)} \right] \cdot \sigma^0 \cdot \lambda^2$$

por lo que si reorganizamos la ecuación (E.13.a), tendremos esta otra:

$$P_{rx\_pico\_radar} = \left[ \frac{P_{tx\_pico\_radar} \cdot \left( \frac{\rho^2 \cdot W^2 \cdot L_a}{\lambda} \right)}{2 \cdot (4 \cdot \pi) \cdot R^3} \right] \cdot \left( \frac{c \cdot \tau}{\text{sen}(\eta)} \right) \cdot \sigma^0 \quad (E.13.b)$$

que finalmente presentaremos como:

$$P_{rx\_pico\_radar} = \left( \frac{P_{tx\_pico\_radar}}{8 \cdot \pi} \right) \cdot \left( \frac{W^2 \cdot L_a}{\lambda \cdot R^3} \right) \cdot \left( \frac{c \cdot \tau \cdot \rho^2 \cdot \sigma^0}{\text{sen}(\eta)} \right) \quad (E.13.c)$$

que insistimos corresponderá al valor de la potencia de pico recibida en un radar tipo *SLAR-RAR* y que vendrá medida en:  $[W]$  .

Esta ecuación (insistimos que válida exclusivamente para radares tipo *SLAR-RAR*), nos debe servir como ayuda a la hora de decidir sobre el compromiso que se nos presenta:

- entre aumentar la longitud física, en acimut, de la antena:  $[L_a]$ , con lo que podríamos disminuir, manteniendo el mismo nivel de la potencia recibida en el receptor:  $[P_{rx\_radar}]$ , el valor de la potencia transmitida:  $[P_{tx\_radar}]$ , lo que es realmente una ventaja muy importante a la hora del diseño.  
Un inconveniente adicional es que al aumentar la longitud física, en acimut:  $[L_a]$ , también aumentará (en los radares tipo *SAR*, en lo que:  $\delta x = L_a/2$ ) el valor de la resolución en acimut:  $[\delta x]$ , lo que sin duda es un inconveniente para el sistema
- disminuir dicha longitud física, en acimut, de la antena:  $[L_a]$ , con lo que deberíamos aumentar, manteniendo el mismo nivel de la potencia recibida en el receptor:  $[P_{rx\_radar}]$ , el valor de la potencia transmitida:  $[P_{tx\_radar}]$ , lo que es realmente un inconveniente muy importante a la hora del diseño.  
Una ventaja adicional es que al disminuir la longitud física, en acimut:  $[L_a]$ , también disminuirá (en los radares tipo *SAR*, en lo que:  $\delta x = L_a/2$ ) el valor de la resolución en acimut:  $[\delta x]$ , lo que sin duda es una ventaja para el sistema

Volvamos ahora a la ecuación (E.10.b):

$$P_{rx\_pico\_radar} = \left( \frac{P_{tx\_pico\_radar} \cdot [G_{0\_radar}]^2}{(4 \cdot \pi)^3 R^4} \right) \cdot \delta x \cdot \delta R_g \cdot \sigma^0 \cdot \lambda^2$$

obtenida para expresar la *potencia de pico recibida* en un radar tipo *SLAR-RAR* y a partir de ella calculemos la *relación señal a ruido*, a la salida del receptor, operando del siguiente modo:

$$SNR_o(SLAR) = \frac{P_{rx\_pico\_radar}}{[N]} \quad (E.14)$$

por lo que, sustituyendo la ecuación (E.10.b) en la ecuación (E.14), nos resultará:

$$SNR_o(SLAR) = \frac{P_{tx\_pico\_radar} \cdot [G_{0\_radar}]^2 \cdot \delta x \cdot \delta R_g \cdot \sigma^0 \cdot \lambda^2}{(4 \cdot \pi)^3 R^4 \cdot [k \cdot F_{op} \cdot T_0 \cdot B_n]} \quad (E.15)$$

### E.1.2 Ecuación de radares SAR, para captura de imágenes

A partir de la expresión de la relación señal a ruido en un radar tipo SLAR-RAR:  $[SNR_o(SLAR)]$ , expresada en la ecuación (E.15) del anterior apartado, definiremos la *relación señal ruido*, para la captura de imágenes, es decir para radares tipo SAR:  $[SNR_o(SAR)]$ , como:

$$SNR_o(SAR) = [N^I] \cdot SNR_o(SLAR) \quad (E.16)$$

por lo que definiendo que:  $[N^I]$  sería igual al producto de:  $[N^R]$  y  $[N^A]$  y sustituyéndolo en la ecuación (E.16), obtendremos:

$$SNR_o(SAR) = [N^R] \cdot [N^A] \cdot SNR_o(SLAR) \quad (E.17)$$

donde:  $[N^I]$ ,  $[N^R]$  y  $[N^A]$ , serán variables relacionadas con el *filtro de compresión* (de dos dimensiones) utilizado para confeccionar la imagen, a partir de las señales recibidas en el receptor del radar.

Por tanto, si sustituimos dichas variables:  $[N^R]$  y  $[N^A]$ , por sus expresiones (obtenidas del apartado 2.8 del capítulo 2 del libro “*Synthetic Aperture Radar : Systems and Signal Processing*”, de John C. Curlander y Robert N. McDonough):

$$N^R = \frac{B_n \cdot P_{tx\_media\_radar} \cdot T_p}{P_{tx\_pico\_radar}} \quad (E.18)$$

$$N^A = \frac{PRF \cdot R \cdot \lambda}{2 \cdot v_{satélite} \cdot \delta x} \quad (E.19)$$

en la ecuación (E.17), tendremos:

$$SNR_o (SAR) = \left[ \frac{B_n \cdot P_{tx\_media\_radar} \cdot T_p}{P_{tx\_pico\_radar}} \right] \cdot \left[ \frac{PRF \cdot R \cdot \lambda}{2 \cdot v_{satélite} \cdot \delta x} \right] \cdot SNR_o (SLAR) \quad (E.20)$$

por lo que sustituyendo, en la ecuación (E.20), el valor de:  $[SNR_o (SLAR)]$  obtenido en la ecuación (E.15), tendremos:

$$SNR_o (SAR) = \left[ \frac{B_n \cdot P_{tx\_media\_radar} \cdot T_p}{P_{tx\_pico\_radar}} \right] \cdot \left[ \frac{PRF \cdot R \cdot \lambda}{2 \cdot v_{satélite} \cdot \delta x} \right] \cdot \left[ \frac{P_{tx\_pico\_radar} \cdot [G_{0\_radar}]^2 \cdot \delta x \cdot \delta R_g \cdot \sigma^0 \cdot \lambda^2}{(4 \cdot \pi)^3 R^4 \cdot [k \cdot F_{op} \cdot T_0 \cdot B_n]} \right] \quad (E.21.a)$$

y simplificándola, nos queda:

$$SNR_o (SAR) = \frac{P_{tx\_media\_radar} \cdot [G_{0\_radar}]^2 \cdot B_n \cdot \delta R_g \cdot \sigma^0 \cdot \lambda^3}{2 \cdot (4 \cdot \pi \cdot R)^3 \cdot v_{satélite} \cdot [k \cdot F_{op} \cdot T_0 \cdot B_n]} \quad (E.21.b)$$

por lo que, considerando que:  $[B_n = BW]$  y recordando el valor de la *resolución en rango*:

$$\delta R_g = \frac{c \cdot \tau}{2 \cdot \text{sen}(\eta)} = \frac{c}{2 \cdot BW \cdot \text{sen}(\eta)}$$

que tomamos de la ecuación (1.11) del **capítulo 1** de este proyecto y lo sustituimos en la anterior ecuación (E.21.b) tendremos:

$$\begin{aligned} SNR_o (SAR) &= \\ &= \frac{P_{tx\_media\_radar} \cdot [G_{0\_radar}]^2 \cdot BW \cdot \left[ \frac{c}{2 \cdot BW \cdot \text{sen}(\eta)} \right] \cdot \sigma^0 \cdot \lambda^3}{2 \cdot (4 \cdot \pi \cdot R)^3 \cdot v_{satélite} \cdot [k \cdot F_{op} \cdot T_0 \cdot BW]} \quad (E.22) \end{aligned}$$

y separando, de nuevo, la *potencia de pico* de señal recibida del *nivel de ruido*, en la ecuación (E.22), nos quedará esta otra ecuación:

$$\begin{aligned} P_{rx\_pico\_radar} (SAR) &= \\ &= \frac{P_{tx\_media\_radar} \cdot [G_{0\_radar}]^2 \cdot BW \cdot \left[ \frac{c}{2 \cdot BW \cdot \text{sen}(\eta)} \right] \cdot \sigma^0 \cdot \lambda^3}{2 \cdot (4 \cdot \pi \cdot R)^3 \cdot v_{satélite}} \quad (E.23) \end{aligned}$$

operando y simplificándola, nos queda:

$$P_{rx\_pico\_radar}(SAR) = \frac{P_{tx\_media\_radar} \cdot [G_{0\_radar}]^2 \cdot c \cdot \sigma^0 \cdot \lambda^3}{4 \cdot (4 \cdot \pi \cdot R)^3 \cdot v_{satélite} \cdot sen(\eta)} \quad (E.24)$$

tomando de nuevo la ecuación (E.2):

$$G_{0\_radar} = \left( \frac{4 \cdot \pi}{\lambda^2} \right) \cdot [\rho \cdot A_{física\_radar}]$$

y sustituyéndola en la ecuación (E.24), nos queda:

$$\begin{aligned} P_{rx\_pico\_radar}(SAR) &= \\ &= \frac{P_{tx\_media\_radar} \cdot \left( \frac{4 \cdot \pi}{\lambda^2} \right)^2 \cdot [\rho \cdot A_{física\_radar}]^2 \cdot c \cdot \sigma^0 \cdot \lambda^3}{4 \cdot (4 \cdot \pi \cdot R)^3 \cdot v_{satélite} \cdot sen(\eta)} \end{aligned} \quad (E.25)$$

resultando:

$$P_{rx\_pico\_radar}(SAR) = \frac{P_{tx\_media\_radar} \cdot [\rho \cdot W \cdot L_a]^2 \cdot c \cdot \sigma^0}{16 \cdot \pi \cdot R^3 \cdot v_{satélite} \cdot \lambda \cdot sen(\eta)} \quad (E.26)$$

y reorganizándola:

$$\begin{aligned}
 & P_{tx\_media\_radar} = \\
 & = \left( \frac{P_{rx\_pico\_radar}(SAR) \cdot 16 \cdot \pi \cdot R^3 \cdot v_{satélite} \cdot \lambda \cdot \text{sen}(\eta)}{\rho^2 \cdot W^2 \cdot c \cdot \sigma^0} \right) \cdot \left( \frac{1}{L_a^2} \right) \quad (E.27)
 \end{aligned}$$

lo que nos daría una primera ecuación que relacionase la:  $[P_{tx\_media\_radar}]$  con la  $[L_a]$ , pero no será la relación que deseamos pues sería también función de la variable:  $[P_{rx\_pico\_radar}(SAR)]$ , es decir un valor que desconocemos.

Por ello vamos a dar un giro más, a nuestro estudio y recuperamos (a imagen de lo definido, en la ecuación (E.14), para el *SLAR-RAR*), la *relación señal a ruido*, a la salida del receptor *SAR*:

$$SNR_o(SAR) = \frac{P_{rx\_pico\_radar}(SAR)}{[N]} \quad (E.28)$$

y sustituyendo, en dicha ecuación (E,28), el valor de:  $[P_{rx\_pico\_radar}(SAR)]$ , obtenido en la ecuación (E.26), resultará:

$$\begin{aligned}
 & SNR_o(SAR) = \\
 & = \frac{P_{tx\_media\_radar} \cdot [\rho \cdot W \cdot L_a]^2 \cdot c \cdot \sigma^0}{16 \cdot \pi \cdot R^3 \cdot v_{satélite} \cdot \lambda \cdot \text{sen}(\eta) \cdot [k \cdot F_{op} \cdot T_0 \cdot BW]} \quad (E.29)
 \end{aligned}$$

y reordenando la ecuación tendremos:

$$\begin{aligned}
 & P_{tx\_media\_radar} = [R^3 \cdot \text{sen}(\eta) \cdot BW] \\
 & \cdot \left( \frac{SNR_o(SAR) \cdot 16 \cdot \pi \cdot v_{satélite} \cdot \lambda \cdot k \cdot F_{op} \cdot T_0}{\rho^2 \cdot W^2 \cdot c \cdot \sigma^0} \right) \cdot \left( \frac{1}{L_a^2} \right) \quad (E.30)
 \end{aligned}$$

por lo que si ahora consideramos, que estamos trabajando en la modalidad ScanSAR, es decir con:  $[N_s]$  sub-huellas, nos quedará la ecuación definitiva a aplicar:

$$P_{tx\_media\_s} = [ R_{media\_s}^3 \cdot \text{sen}(\eta_{medio\_s}) \cdot BW_{m\acute{a}xima\_s} ] \cdot \left[ \frac{10^{[SNR_o(SAR)]/10} \cdot 16 \cdot \pi \cdot v_{sat\acute{e}lite} \cdot \lambda \cdot k \cdot 10^{[Fop]/10} \cdot T_0}{\rho^2 \cdot W_s^2 \cdot c \cdot 10^{[\sigma_s^0(\eta_{medios})]/10}} \right] \cdot \left( \frac{1}{L_a^2} \right) \quad (E.31)$$

donde:

- $[P_{tx\_media\_radar\_s}]$ , será la *potencia media transmitida*, necesaria para iluminar cada una de las sub-huellas, por parte de nuestro ScanSAR. Vendrá medida en:  $[W]$  y normalmente será un dato (valor fijado por diseño, a partir de la potencia transmitida de pico), aunque en este caso actuará como variable de salida de la ecuación (E.31)
- $[R_{media\_s}]$ , será la *distancia oblicua media*, del sensor al punto medio de la sub-huella iluminada. Vendrá dada en:  $[m]$
- $[\eta_{medio\_s}]$ , será el *ángulo de incidencia*, del rayo incidente al punto medio de la sub-huella iluminada. Vendrá dado en:  $[^\circ]$
- $[BW_{m\acute{a}xima\_s}]$ , será el *ancho de banda de la señal transmitida*. Se definirá como la inversa de la duración del pulso transmitido:  $[\tau]$ , en cada una de las sub-huellas. Su valor vendrá dado en:  $[Hz]$
- $[SNR_o(SAR)]$ , será la *relación señal a ruido a la salida* de nuestro receptor (radar tipo SAR). Su valor:  $[adimensional]$  o en:  $[dB]$  vendrá fijado por diseño
- $[v_{sat\acute{e}lite}]$ , será la *velocidad de la nave (satélite)* que transporte nuestro sensor (o radar SAR). Vendrá dada en esta unidad:  $[m/s]$
- $[\lambda]$ , será la *longitud de onda* de trabajo. Vendrá dada en:  $[m]$
- $[k]$ , será la *constante de Boltzman*:  $[1,38 \cdot 10^{-23} (J/K)]$

- $[F_{op}]$ , será la *figura de ruido* que nos mida el efecto de todos los factores y/o fuentes ruidosas que influyan en el receptor. Su valor: *[adimensional]* o en:  $[dB]$ , nos vendrá también fijado por diseño.
- $[T_o]$ , será la *temperatura ambiente*, en grados kelvin, del receptor. Su valor vendrá fijado en:  $[290K]$
- $[\rho]$ , será la *eficiencia de la ganancia* de la antena. Su valor, normalmente expresado en:  $[\%]$  será menor que la unidad (100%) y vendrá fijado por diseño
- $[W_s]$ , será la *longitud física, en rango*, de la antena, para cada una de las sub-huellas. Vendrá dada en:  $[m]$
- $[c]$ , será la *velocidad de la luz*:  $[3 \cdot 10^8 \text{ (m/s)}]$
- $[\sigma_s^0(\eta_{medio_s})]$ , será la *sección recta radar* en el punto medio de la sub-huella a iluminar, en cada una de las sub-huellas. Su valor nos vendrá dado en:  $[dB]$  y se obtendrá a partir de una *patente* que a su vez dependerá de diversos factores, entre ellos el ángulo de incidencia:  $[\eta_{medio_s}]$
- $[L_a]$ , será la *longitud física de la antena en acimut*, que normalmente será un dato de diseño, aunque en este caso actuará como variable de entrada. Vendrá dada en:  $[m]$

observándose también, en la ecuación (E.31), que para un valor fijado (o deseado en el receptor y que vendrá dado por diseño), para la relación señal a ruido en el receptor:  $[SNR_{o\_radar} (SAR)]$ , en la medida que:

- aumentemos, el valor de la longitud física, en acimut, de la antena:  $[L_a]$ , disminuirá la potencia media a transmitir:  $[P_{tx\_media\_radar}]$ , a costa de perder en resolución:  $[\delta x]$  o sea que su valor aumente, en nuestro sistema *SAR*
- disminuyamos, el valor de la longitud física, en acimut, de la antena:  $[L_a]$ , deberemos aumentar la potencia media a transmitir:  $[P_{tx\_media\_radar}]$ , lo que sin duda será un inconveniente, aunque también es cierto que a costa de ganar en resolución:  $[\delta x]$  o sea que su valor disminuya, en nuestro sistema *SAR*

Finalmente decir que para obtener las gráficas deseadas:  $[P_{tx\_media\_radar\_s} \text{ vs } L_a]$ , en cada una de las:  $[N_s]$  sub-huellas, de cualquier estudio a realizar, usaremos la **Aplicación Matlab**, utilizando para ello, los distintos valores antes enumerados, en la ecuación (E.31) y que habrán sido previamente calculados y/o fijados como datos de diseño.

## Apéndice F

### F.1. Ruido equivalente sigma-cero (NESZ o $NE\sigma^0$ o *Noise Equivalent Sigma Zero*)

Este parámetro, se define como el valor de la *sección recta radar*, normalizada a  $1 \text{ m}^2$ , del blanco distribuido o franja de terreno (o huella o *swath*) a cubrir, en cada una de nuestras sub-huellas, cuando la *relación señal a ruido*, a la salida del receptor de nuestro radar tipo (SAR):  $[SNR_o(SAR)]$ , sea la unidad (adimensional).

Por tanto lo representaremos a partir de esta ecuación:

$$NESZ_s = NE\sigma_s^0 = \sigma_s^0 \Big|_{SNR_o(SAR)=1} \quad (\text{F.1})$$

lo que en realidad nos dará una medida de la *relación ruido a señal*, en función del ángulo de incidencia:  $[\eta_s]$ , para cada una de nuestras tres sub-huellas (es decir lo inverso a lo que estamos acostumbrados, al definir la *calidad de servicio* de un sistema, ya que y a grandes rasgos, en el numerador irán las pérdidas y en el denominador las ganancias). Por ello interesará que su valor sea lo más pequeño que nos sea posible.

Para obtener su expresión, tomaremos como partida la ecuación de la *relación señal a ruido*:  $[SNR_{o_s}(SAR)]$ , vista en el anterior **Apéndice E**, de este proyecto y que era:

$$SNR_o(SAR) = \frac{P_{tx\_media\_radar} \cdot [G_{radar}]^2 \cdot BW \cdot \left[ \frac{c}{2 \cdot BW \cdot \text{sen}(\eta)} \right] \cdot \sigma^0 \cdot \lambda^3}{2 \cdot (4 \cdot \pi \cdot R)^3 \cdot v_{satélite} \cdot [k \cdot F_{op} \cdot T_0 \cdot BW]} \quad (\text{F.2})$$

y con la condición de definición de este parámetro:  $[NESZ]$ , tendremos:

$$1 = \frac{P_{tx\_media\_radar} \cdot [G_{radar}]^2 \cdot BW \cdot \left[ \frac{c}{2 \cdot BW \cdot \sin(\eta)} \right] \cdot NESZ \cdot \lambda^3}{2 \cdot (4 \cdot \pi \cdot R)^3 \cdot v_{satélite} \cdot [k \cdot F_{op} \cdot T_0 \cdot BW]} \quad (F.3.a)$$

y reordenando la anterior ecuación (F.3.a), obtendremos:

$$1 = \frac{P_{tx\_media\_radar} \cdot [G_{radar}]^2 \cdot c \cdot NESZ \cdot \lambda^3}{4 \cdot (4 \cdot \pi \cdot R)^3 \cdot v_{satélite} \cdot \sin(\eta) \cdot [k \cdot F_{op} \cdot T_0 \cdot BW]} \quad (F.3.b)$$

por lo que, despejando el valor de:  $[NESZ]$ , nos quedará de la forma:

$$NESZ = \frac{4 \cdot (4 \cdot \pi \cdot R)^3 \cdot v_{satélite} \cdot \sin(\eta) \cdot [k \cdot F_{op} \cdot T_0 \cdot BW]}{P_{tx\_media\_radar} \cdot [G_{radar}]^2 \cdot c \cdot \lambda^3} \quad (F.3.c)$$

y ya solo nos faltaría por incluir dos nuevos factores de pérdidas:

- $[L_{cables}]$ , serán las *pérdidas debidas a los cables*, tanto en la rama transmisora como receptora y que consideraremos iguales, por lo que su efecto atenuador será al cuadrado
- $[L_{bb}]$ , serán las debidas al *factor de forma del haz*, en acimut

por lo que nos quedará finalmente la ecuación:

$$NESZ = \frac{4 \cdot (4 \cdot \pi \cdot R)^3 \cdot v_{satélite} \cdot \sin(\eta) \cdot [k \cdot F_{op} \cdot T_0 \cdot BW] \cdot L_{cables}^2 \cdot L_{bb}}{P_{tx\_media\_radar} \cdot [G_{radar}]^2 \cdot c \cdot \lambda^3} \quad (F.4)$$

En nuestro caso, en que trabajaremos en modo de funcionamiento *ScanSAR*, es decir que habrá un número determinado de sub-huellas:  $[N_s]$ ,

identificada cada una de ellas como:  $[s]$ , la ecuación de:  $[NESZ_s]$ , nos quedará definitivamente:

$$NESZ_s = \frac{4 \cdot (4 \cdot \pi \cdot R_s)^3 \cdot v_{satélite} \cdot \text{sen}(\eta_s) \cdot [k \cdot F_{op} \cdot T_0 \cdot BW_{máxima\_s}] \cdot L_{cables}^2 \cdot L_{bb}}{P_{tx\_media\_s} \cdot [G_s(\theta_s, \phi_s)]^2 \cdot c \cdot \lambda^3} \quad (F.5)$$

donde:

- $[R_s]$ , será la *distancia oblicua*, al punto de incidencia, para cualquier ángulo de incidencia:  $[\eta_s]$ , de la sub-huella:  $[s]$ . Vendrá dada en:  $[m]$
- $[v_{satélite}]$ , será la *velocidad del sensor* que coincidirá con la del satélite, en:  $[m/s]$  y que obtendremos según lo visto en el **Apéndice B**, de este proyecto
- $[\eta_s]$ , será cualquier *ángulo de incidencia*, de la sub-huella:  $[s]$ . Vendrá dado en:  $[^\circ]$
- $[k]$ , será la constante de Boltzman:  $[1,38 \cdot 10^{-23} \text{ (J/K)}]$
- $[F_{op}]$ , será la *figura de ruido*, del receptor y representará el ruido producido por el resto de fuentes ruidosas que puedan afectar a dicho receptor. Será un dato:  $[adimensional]$  o en:  $[dB]$ , fijado por diseño
- $[T_0]$ , será la temperatura de ruido ambiente (290K)
- $[BW_{máxima\_s}]$ , será el *ancho de banda* (máximo), para cada una de las sub-huellas:  $[s]$ , que ya habremos obtenido previamente y que vendrá dada en:  $[Hz]$
- $[L_{cables}]$ , serán las *pérdidas debidas a cables*, tanto en el transmisor como en el receptor. Por tanto, será un dato:  $[adimensional]$ , fijado por diseño
- $[L_{bb}]$ , será un factor de pérdidas debido al *factor de forma del haz*, en acimut, que dependerá fundamentalmente del ángulo de elevación:  $[el]$ . Su valor se obtendrá a partir de la expresión:

$$L_{bb} = \frac{G^2(el, \phi_0) \cdot A_1 \cdot \int_{\phi^{inicial}}^{\phi^{final}} w_a^2(\phi) \cdot d\phi}{A_2 \cdot \int_{\phi^{inicial}}^{\phi^{final}} w_a(\phi) \cdot G^2(el, \phi) \cdot d\phi} \quad (F.6)$$

donde :

- $[\phi]$ , será el *ángulo acimutal*, siendo su valor:  $[\phi = 0]$ , en el centro del haz
- $[w_a(\phi)]$ , será la *función de ponderación del procesador*, en acimut, como función del ángulo acimutal:  $[\phi]$
- $[A_1]$  y  $[A_2]$ , serán los *pesos aplicados en la ponderación*
- $[G^2(el, \phi)]$ , será la *ganancia de la antena de doble vía* o de *co-polarización*, es decir la ganancia acumulada de la ida (en definitiva, de los pulsos enviados) y de la vuelta (en definitiva, de los ecos recibidos). Su valor lo obtendremos, a partir del diagrama de radiación (recordemos que de *co-polarización*), en función del ángulo acimutal:  $[\phi]$  y de elevación:  $[el = 90^\circ - \gamma]$
- $[\phi_0 = \phi(el)]$ , será el valor del *ángulo de acimut*, que haga máximo el valor del diagrama de radiación de doble vía o de co-polarización:  $[G^2(el, \phi)]$ , para cualquier ángulo de elevación:  $[el]$
- $[\phi^{inicial}]$  y  $[\phi^{final}]$ , serán los *valores límite inferior y superior*, respectivamente, de las integrales también definidas en la ecuación (F.6) y cuyos valores podremos obtener, a su vez, a partir de estas otras:

$$\phi^{inicial} = \arcsen \left\{ \frac{\lambda}{2 \cdot v_{satélite}} \cdot \left[ \delta_{fD} - \left( \frac{B_D}{2} \right) \cdot \left( \frac{\%_{BD}}{100} \right) \right] \right\} \quad (F.7)$$

$$\phi^{final} = \arcsen \left\{ \frac{\lambda}{2 \cdot v_{satélite}} \cdot \left[ \delta_{fD} + \left( \frac{B_D}{2} \right) \cdot \left( \frac{\%_{BD}}{100} \right) \right] \right\} \quad (F.8)$$

en las que:

- $[\lambda]$ , será la *longitud de onda* de la portadora
- $[v_{satélite}]$ , será la *velocidad del sensor SAR*, que coincidirá con la del satélite
- $[\delta_{f_D}]$ , será el *error de estimación*, con respecto a la *frecuencia Doppler central*
- $[B_D]$ , será el *ancho de banda de la frecuencia Doppler*:  $[f_D]$ , cuyo valor podremos obtener, a partir de las siguientes ecuaciones, todas ellas ya detalladas en el **capítulo 1** de este proyecto:

$$f_D = \frac{2 \cdot v_{satélite}}{\lambda} \cdot \text{sen} \left( \frac{\Phi_{3 \text{ dB-H}}}{2} \right) \quad (\text{F.9})$$

$$PRF \approx B_D \geq 2 \cdot f_D \quad (\text{F.10})$$

$$B_D \approx \frac{4 \cdot v_{satélite}}{\lambda} \cdot \text{sen} \left( \frac{\Phi_{3 \text{ dB-H}}}{2} \right) \quad (\text{F.11.a})$$

$$B_D \approx \frac{4 \cdot v_{satélite}}{\lambda} \cdot \left[ 1 \cdot \left( \frac{\lambda}{L_a} \right) \right] \quad (\text{F.11.b})$$

$$B_D \approx \frac{2 \cdot v_{satélite}}{L_a} \quad (\text{F.11.b})$$

donde:

- ✓  $[v_{satélite}]$ , será la *velocidad* del sensor SAR (que coincidirá con la del satélite)
  - ✓  $[\Phi_{3\text{ dB-H}}]$ , será el *ángulo de la apertura, en acimut*, de la antena
  - ✓  $[\lambda]$ , será la *longitud de onda* de la portadora
  - ✓  $[L_a]$ , será la *longitud física*, en acimut, de la antena
- $[\%_{BD}]$ , será el *porcentaje del ancho de banda Doppler*, que vendrá determinado por la expresión:
- 

$$\%_{BD} = \frac{\delta_{acimut}}{\delta_{acimut\_máxima}} \quad (F.12)$$

siendo:

- ✓  $[\delta_{acimut}]$ , el *rendimiento de la resolución en acimut*
- ✓  $[\delta_{acimut-máxima}]$ , la *máxima resolución en acimut*

Dada la complejidad de su cálculo y como sí que deberemos tenerlo en consideración, al tratarse de un radar SAR (en modo de funcionamiento *ScanSAR*), tomaremos como resultado su valor máximo:  $[L_{bb} = 1]$ , que será el valor que más aumentaría las pérdidas o sea aquel que mas contribuiría a aumentar el valor del parámetro:  $[NESZ]$ .

- $[P_{tx\_media\_s}]$ , será la *potencia media transmitida*, para cada una de las sub-huellas y que se habrá obtenido previamente, para cada sub-huella, a partir de los valores de:  $[P_{pico}]$ ,  $[\tau]$ , fijados por diseño y  $[PRF_s]$ , calculada a partir de la *Diamonds Graph* (geometría esférica), como se ha detallado en los **capítulos 2 y 3**, de este Proyecto
- $[G_s(\theta_s, \phi_s)]$ , será la *ganancia* de antena, en las direcciones de *acimut* y *rango*, que supondremos idéntica tanto para transmisión como para recepción y que vendrá dada, según lo visto en el **Apéndice C** de este proyecto, por la expresión:

$$\begin{aligned}
G_s(\theta_s, \phi_s) &= \\
&= G_{0_s} \cdot \text{sinc}^2 \left[ \left( \frac{\pi \cdot W_s}{\lambda} \right) \cdot \text{sen} \theta_s \right] \cdot \text{sinc}^2 \left[ \left( \frac{\pi \cdot L_a}{\lambda} \right) \cdot \text{sen} \phi_s \right] \quad (\text{F.13})
\end{aligned}$$

Pero dado que en la dirección de *acimut*, su haz a 3 dB:  $[\phi_{3 \text{ dB-H}}]$ , será normalmente muy pequeño, en concreto:  $[0,88 \cdot \left(\frac{\lambda}{L_a}\right), \text{radianes}]$ , podremos considerar, en este estudio y sin temor a errores significativos, que:  $[\phi_s \approx 0^\circ]$

Por otro lado, en la dirección de *rango*, los ángulos de *elevación*:  $[\theta_s]$  serán en realidad los de *off-nadir*:  $[\gamma_s]$ , a lo largo de cada una de las sub-huellas, por lo que deberemos calcularlos, en función de los de incidencia:  $[\eta_s]$  (ya definidos por el *Diamonds Graph*) a partir de estas expresiones:

$$\frac{\text{sen}(\gamma_s)}{R_p} = \frac{\text{sen}(\pi - \eta_s)}{H + R_p} = \frac{\text{sen}(\eta_s)}{H + R_p}$$

$$\text{sen}(\gamma_s) = \left( \frac{R_p}{H + R_p} \right) \cdot \text{sen}(\eta_s)$$

$$\gamma_s = \text{arcsen} \left[ \left( \frac{R_p}{H + R_p} \right) \cdot \text{sen}(\eta_s) \right]$$

ya detalladas en el **Apéndice A** de este proyecto, cuando vimos la trigonometría para geometría esférica.

En definitiva, para cada una de las sub-huellas:  $[s]$ , deberemos aplicar la ecuación:

$$G_s(\theta_s, \phi_s) = G_{0_s} \cdot \text{sinc}^2 \left[ \left( \frac{\pi \cdot W_s}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}(|\gamma_s - \gamma_{\text{medio}_s}|) \right] \cdot \text{sinc}^2[0] \quad (\text{F.14})$$

o mejor esta otra:

$$G_s(\theta_s, \phi_s) = G_{0_s} \cdot \text{sinc}^2 \left[ \left( \frac{\pi \cdot W_s}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}(|\gamma_s - \gamma_{medio_s}|) \right] \quad (\text{F.15})$$

- $[c]$ , será la *velocidad de la luz*:  $[3 \cdot 10^8 \text{ (m/s)}]$
- $[\lambda]$ , será la *longitud de onda* de trabajo

Por fin y con las consideraciones realizadas, sustituiremos valores en la ecuación (F.5), quedando esta:

$$\begin{aligned} NESZ_s &= \\ &= \frac{4 \cdot (4 \cdot \pi \cdot R_s)^3 \cdot v_{satélite} \cdot \text{sen}(\eta_s) \cdot [k \cdot F_{op} \cdot T_0 \cdot BW_{máxima_s}] \cdot L_{cables}^2 \cdot 1}{P_{tx\_media\_s} \cdot [G_s(\theta_s, \phi_s)]^2 \cdot c \cdot \lambda^3} \quad (\text{F.16.a}) \end{aligned}$$

y sustituyendo, el valor de la ecuación (F.15) en la anterior (F.16.a), tendremos

$$\begin{aligned} NESZ_s &= \\ &= \frac{4 \cdot (4 \cdot \pi \cdot R_s)^3 \cdot v_{satélite} \cdot \text{sen}(\eta_s) \cdot [k \cdot F_{op} \cdot T_0 \cdot BW_{máxima_s}] \cdot L_{cables}^2}{P_{tx\_media\_s} \cdot \left[ G_{0_s} \cdot \text{sinc}^2 \left[ \left( \frac{\pi \cdot W_s}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}(|\gamma_s - \gamma_{medio_s}|) \right] \right]^2 \cdot c \cdot \lambda^3} \quad (\text{F.16.b}) \end{aligned}$$

y dado que normalmente los valores de:  $[F_{op}]$  y de:  $[L_{cables}]$ , vienen dados en:  $[dB]$ , expresaremos, la anterior ecuación (F.16.b) del modo siguiente y definitivo:

$$\begin{aligned}
 & NESZ_s = \\
 & = \frac{4 \cdot (4 \cdot \pi \cdot R_s)^3 \cdot v_{satélite} \cdot \text{sen}(\eta_s) \cdot \left[ k \cdot 10^{\left[\frac{F_{op}}{10}\right]} \cdot T_0 \cdot BW_{máxima\_s} \right] \cdot 10^{\left[\frac{2 \cdot L_{cable}}{10}\right]}}{P_{tx\_media\_s} \cdot G_{0\_s}^2 \cdot \text{sinc}^4 \left[ \left( \frac{\pi \cdot W_s}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}(|\gamma_s - \gamma_{medio\_s}|) \right] \cdot c \cdot \lambda^3} \quad (\text{F.16.c})
 \end{aligned}$$

y si deseamos expresar en: [dB]:

$$NESZ_s \text{ (dB)} = 10 \cdot \log_{10}(NESZ_s) \quad (\text{F. 16.d})$$

siendo el valor de:  $[NESZ_s]$ , a tomar, el de la ecuación (F.16.c).

Para obtener las gráficas que nos ilustren las formas de este parámetro:  $[NESZ_s]$  y podamos verificar que efectivamente cumplen las condiciones que se fijan, por diseño como requisito, usaremos la **Aplicación Matlab**, utilizando los valores que aparezcan en la ecuación (F.16.c) y que habrán, previamente o bien calculados o bien fijados por diseño.

Las gráficas que se obtengan:  $[NESZ_s \text{ vs } \eta_s]$ , para cada una de las:  $[N_s]$  sub-huellas, se representarán, en una sola ilustración o figura, para lograr, además de visualizar los resultados de cada una de ellas, el poder compararlas entre sí.

## Apéndice G

### G.1. DTAR (o *Distributed Target Ambiguity Ratio*) en acimut

#### G.1.1 Introducción

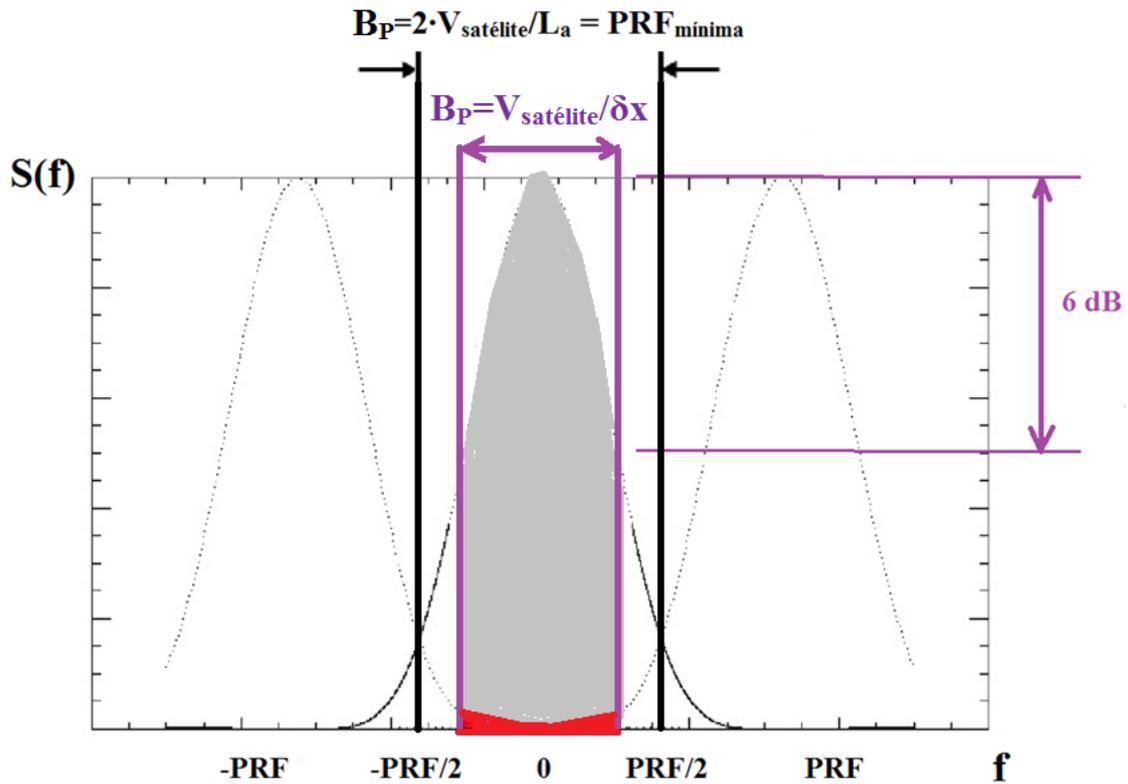
En este apartado analizaremos el efecto de las *ambigüedades* (ecos de señales indeseadas) que nos podrían llegar, a la ventana de procesado de la señal recibida, debidas y procedentes del *efecto que la frecuencia Doppler*:  $[f_D]$  (que como sabemos será proporcional al valor de la frecuencia de repetición de pulsos:  $[PRF]$ ), *pueda producir sobre los pulsos y ecos* que se encuentren simultáneamente en el sistema radar, para cada una de las sub-huellas, al estar trabajando en modo de funcionamiento *ScanSAR*.

Su efecto (fundamentalmente en el plano de *acimut* o *along-track*) se estudiará en frecuencias y para su análisis (en detalle) deberíamos acudir incluso a Transformadas de Fourier.

Para mayor comprensión (gráfica), nos apoyaremos en las Figura G.1, en la que se muestra la gráfica de la *Densidad espectral de potencia*:  $[S(f)]$  en función de la frecuencia:  $[f]$ , indicándose, en ella, los valores múltiplos de las *frecuencias de repetición de pulsos*:  $[PRF]$ .

Así mismo se resaltan, en dicha gráfica, tanto el valor de:  $[B_D]$ , que será el *ancho de banda Doppler* que coincidirá, en este caso, con la *mínima frecuencia de repetición de pulsos*:  $[PRF_{mínima}]$ , como el de:  $[B_P]$ , que será el *ancho de banda de procesado* de la señal, es decir aquél en que la *Densidad espectral de potencia*, tenga una caída de 6 dB, con respecto al valor máximo del lóbulo principal en nuestro origen de frecuencias.

Por último decir que, en dicha Figura G.1, se aprecian (de color rojo) las *ambigüedades* que se insertan dentro del *ancho de banda de procesado*:  $[B_P]$ , de la señal, debidas al efecto *Doppler* y cuyo nivel de señal (de ambigüedad) es el que vamos a obtener en este apéndice para de ese modo poder compararlo con el nivel de señal útil.



**Figura G.1: Plegado espectral de ambigüedades en acimut, considerando que  $PRF=B_D$**

## G.1.2 Ecuaciones

### G.1.2.1 Ecuación del DTAR en acimut, en función del ángulo de acimut ( $\phi_s$ ), para cada una de las sub-huellas

La ecuación será:

$$DTAR_{acimut} = \sum_{s=1}^{N_s} \left\{ \frac{\sum_{k=-\frac{n}{2}}^{+\frac{n}{2}} \left[ \int_{\phi_{k,s}^{inicial}}^{\phi_{k,s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\phi) \cdot G_s^2(0, \phi) \cdot d\phi \right]}{k \neq 0} \right. \quad (G.1)$$

$$\left. \int_{\phi_{0,s}^{inicial}}^{\phi_{0,s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\phi) \cdot G_s^2(0, \phi) \cdot d\phi \right\}$$

para el conjunto de las sub-huellas:  $[N_s]$ , de nuestro *ScanSAR*, por lo que para el estudio individualizado de cada una de las sub-huellas:  $[s]$ , deberemos aplicar esta otra ecuación:

$$DTAR_{acimut_s} = \frac{\sum_{k=-\frac{n}{2}}^{k=+\frac{n}{2}} \left[ \int_{\phi_{k_s}^{inicial}}^{\phi_{k_s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\phi) \cdot G_s^2(0, \phi) \cdot d\phi \right]}{k \neq 0 \int_{\phi_{0_s}^{inicial}}^{\phi_{0_s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\phi) \cdot G_s^2(0, \phi) \cdot d\phi} \quad (G.2.a)$$

y si además desarrollamos, en la ecuación (G.2.a), para cada una de las sub-huellas, la ecuación de la ganancia, tanto la de las ambigüedades como la de la señal útil (a lo largo de dicha sub-huella), tendremos:

$$DTAR_{acimut_s} = \frac{\sum_{k=-\frac{n}{2}}^{k=+\frac{n}{2}} \left[ \int_{\phi_{k_s}^{inicial}}^{\phi_{k_s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\phi) \cdot G_{0_s}^2 \cdot sinc^4 \left[ \left( \frac{\pi \cdot L_a}{\lambda} \right) \cdot sen(\phi) \right] \cdot d\phi \right]}{k \neq 0 \int_{\phi_{0_s}^{inicial}}^{\phi_{0_s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\phi) \cdot G_{0_s}^2 \cdot sinc^4 \left[ \left( \frac{\pi \cdot L_a}{\lambda} \right) \cdot sen(\phi) \right] \cdot d\phi} \quad (G.2.b)$$

o mejor aun esta otra:

$$DTAR_{acimut_s} = \frac{\sum_{k=-\frac{n}{2}}^{k=+\frac{n}{2}} \left[ \int_{\phi_{k_s}^{inicial}}^{\phi_{k_s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\phi) \cdot sinc^4 \left[ \left( \frac{\pi \cdot L_a}{\lambda} \right) \cdot sen(\phi) \right] \cdot d\phi \right]}{k \neq 0 \int_{\phi_{0_s}^{inicial}}^{\phi_{0_s}^{final}} \mathbf{A}_h \cdot \mathbf{w}_a(\phi) \cdot sinc^4 \left[ \left( \frac{\pi \cdot L_a}{\lambda} \right) \cdot sen(\phi) \right] \cdot d\phi} \quad (G.2.c)$$

y para expresarla en dB:

$$DTAR_{acimut_s} (dB) = 10 \cdot \log_{10}(DTAR_{acimut_s}) \quad (G. 2.d)$$

a partir de las cuales obtendremos la relación entre el nivel de las ambigüedades (en este caso en *acimut*) y el nivel de señal útil, en función del ángulo de incidencia:  $[\eta_s]$ , para cada una de nuestras sub-huellas.

Por tanto y en realidad calcularemos una medida de la *relación ruido a señal*, en función de dicho ángulo de incidencia, (es decir lo inverso a lo que estamos acostumbrados, al definir la calidad de servicio de un sistema, ya que y a grandes rasgos, en el numerador irán las pérdidas y en el denominador las ganancias).

En las anteriores ecuaciones: (G.1), (G.2.a), (G.2.b) y (G.2.c), aparecen una serie de parámetros (o variables) que vamos a ir definiendo a continuación:

- $[n]$ , será el *número de ambigüedades* a considerar (tomándose:  $n/2$ , ambigüedades, a cada lado del eje de simetría que en este caso será el lóbulo principal del diagrama de radiación, en *acimut*, de la antena
- $[N_s]$ , será el *número total* de sub-huellas del *ScanSAR*, como será en nuestro caso en que:  $[N_s > 1]$ , recordando que en modo de funcionamiento *StripMap*, su valor sería:  $[N_s = 1]$ ,
- $[s]$ , será el *número identificativo* de la sub-huella que estemos analizando, en el caso de funcionamiento *ScanSAR*
- $[\phi]$ , será el *ángulo de acimut*, cuando:  $[\theta = 0]$ , es decir, será el valor del ángulo de acimut en el centro del lóbulo principal o sea en el eje de apuntamiento
- $[\phi_{k_s}^{inicial}]$  y  $[\phi_{k_s}^{final}]$ , serán los *valores límite inferior y superior*, respectivamente, de los *ángulos en acimut* de las ambigüedades (en cada una de las anteriores ecuaciones; (G.1), (G.2.a), (G.2.b) y (G.2.c), del DTAR en *acimut*), para cada una de las:  $[n]$  ambigüedades y cuyos valores podremos obtener a partir de estas otras dos expresiones:

$$\phi_{k_s}^{inicial} = \arcsen \left[ \frac{\lambda}{2 \cdot v_{satélite}} \cdot \left( \delta_{fD} + \frac{freq_{1_s}}{2} \cdot \frac{\%_{BD}}{100} \right) + k \cdot \left( \frac{\lambda \cdot PRF_s}{2 \cdot v_{satélite}} \right) \right] \quad (G.3.a)$$

$$\phi_{k_s}^{final} = \arcsen \left[ \frac{\lambda}{2 \cdot v_{satélite}} \cdot \left( \delta_{fD} + \frac{freq_{2_s}}{2} \cdot \frac{\%_{BD}}{100} \right) + k \cdot \left( \frac{\lambda \cdot PRF_s}{2 \cdot v_{satélite}} \right) \right] \quad (G.3.b)$$

en las que:

- $[\lambda]$ , será la longitud de onda de la portadora
- $[v_{satélite}]$ , será la velocidad del sensor SAR (que coincidirá con la del satélite)
- $[\delta_{fD}]$ , será el *resolución de la frecuencia Doppler*, con respecto a su valor central y nosotros la consideraremos despreciable
- $[freq_{1_s}]$  y  $[freq_{2_s}]$ , serán dos *frecuencias trampolines* de cálculo, cuyos valores vendrán dados en función de un cierto porcentaje, del *ancho de banda Doppler*:  $[B_D]$  y por tanto definidas a partir de las ecuaciones:

➤ para el modo *ScanSAR*:

$$freq_{1_s} = -\frac{B_D}{2} + (s - 1) \cdot \left( \frac{B_D}{N_s} \right) \quad (G.4.a)$$

$$freq_{2_s} = -\frac{B_D}{2} + s \cdot \left( \frac{B_D}{N_s} \right) \quad (G.4.b)$$

➤ y para el modo *StripMap*:  $[N_s = 1]$  a partir de estas otras:

$$freq_{1_s} = -B_D \quad (G.4.c)$$

$$freq_{2_s} = B_D \quad (G. 4.d)$$

donde:

- ✓  $[s]$  será el número de la sub-huella en que nos encontremos
- ✓  $[s - 1]$ , para la sub-huella anterior a la que nos encontremos
- ✓  $[B_D]$ , será el ancho de banda, de la frecuencia Doppler:  $[f_D]$ , cuyo valor podremos obtener a partir de estas ecuaciones definidas en el **capítulo 1** de este Proyecto:

$$f_D = \frac{2 \cdot v_{satélite}}{\lambda} \cdot \text{sen} \left( \frac{\Phi_{3 \text{ dB-H}}}{2} \right)$$

$$PRF \approx B_D \geq 2 \cdot f_D$$

$$B_D \approx \frac{4 \cdot v_{satélite}}{\lambda} \cdot \text{sen} \left( \frac{\Phi_{3 \text{ dB-H}}}{2} \right)$$

$$B_D \approx \frac{4 \cdot v_{satélite}}{\lambda} \cdot \frac{\left(0,88 \cdot \frac{\lambda}{L_a}\right)}{2}$$

$$B_D \approx \frac{1,76 \cdot v_{satélite}}{L_a}$$

- $[\%_{BD}]$ , será el *porcentaje del ancho de banda Doppler*, que vendrá determinado por:

$$\%_{BD} = \frac{\delta_{acimut}}{\delta_{acimut\_m\acute{a}xima}} \quad (G.5)$$

siendo:

- ✓  $[\delta_{acimut}]$ , será el rendimiento de la resolución en acimut
- ✓  $[\delta_{acimut\_m\acute{a}xima}]$ , será la máxima resolución en acimut

aunque realmente nosotros y para los cálculos le asignaremos un valor de: [90], es decir el 90%, al considerar que será el porcentaje de procesado de la señal sobre el total del ancho de haz en acimut.

- $[A_a]$ , serán las *ponderaciones* (o pesos) de cada una de las muestras discretas que se precisen, en la “ventana” del filtro FIR (tipo Hamming), a utilizar, durante el procesado en *acimut*, de la señal recibida del radar SAR. Su detalle y desarrollo más completo lo tenemos en el Apartado G.1.2.4 de este mismo apéndice
- $[w_a(\phi)]$ , será la *función de procesado* en *acimut*, de la señal recibida del radar SAR, que por tanto dependerá de dicho ángulo en *acimut*:  $[\phi]$ .
- $[G_s^2(\mathbf{0}, \phi)]$ , será la *ganancia* de la antena (de *doble vía* o de *co-polarización*, es decir tanto amplía el nivel de los pulsos transmitidos como el de sus ecos recibidos, tras su reflexión con la sub-huella a iluminar), a partir del *diagrama de radiación* de la antena en *acimut*, ya que vamos a suponer (al estudiar únicamente las *ambigüedades en acimut*), que el valor del ángulo de elevación es:  $[\theta = 0]$ , por lo que la función:  $[sinc]$ , dependiente de la altura de la antena:  $[W_s]$ , será la unidad.

En definitiva que aplicaremos que:

$$G_s^2(0, \phi) = G_s^2(0, \phi) = G_{0_s}^2 \cdot \text{sinc}^4 \left[ \left( \frac{\pi \cdot L_a}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}(\phi) \right] \quad (G.6)$$

- $[\phi_{0,s}^{inicial}]$  y  $[\phi_{0,s}^{final}]$ , serán los *valores límite* (inferior y superior), respectivamente, del *ancho de haz a 3 dB*, en *ángulo acimut*:  $[\phi]$ , de la antena, del lóbulo principal.

### G.1.2.2 Representación de las ambigüedades en el diagrama de radiación (en acimut) de la antena

Siguiendo con nuestro estudio y suponiendo que ya tenemos determinados, con la ayuda de la **Aplicación Matlab**, los valores de los ángulos en acimut:  $[\phi_{k,s}]$ , inicial y final, para las  $[n]$  ambigüedades de una cualquiera de nuestras:  $[N_s]$  sub-huellas, el siguiente paso sería representar, dichas ambigüedades, sobre el diagrama de radiación normalizado de nuestra ganancia de antena.

Para ello deberemos plasmar, en color distinto (normalmente en rojo), el tramo comprendido entre cada pareja de ángulos en acimut:  $[\phi_{k,s}^{inicial}]$  y  $[\phi_{k,s}^{final}]$ , antes obtenidos ya que será el *ancho de haz a 3 dB*, para cada una de las ambigüedades:  $[k]$ , en la sub-huella:  $[s]$ .

En cuanto a la señal recibida útil (o de lóbulo principal), de cada una de las:  $[N_s]$ , sub-huellas, el ancho de haz será el correspondiente al *ancho de haz a 3 dB*, en *acimut*, que ya definimos en el **capítulo 1** de este proyecto y que nos vendrá dado por la expresión:

$$\phi_{3\text{ dB}_H} = 0,88 \cdot \frac{\lambda}{L_a}$$

medido en: *[radianes]* y estando también diferenciados, estos tramos, de distinto color (insistimos que normalmente en rojo), centrados en el origen:  $[\phi_s = 0^\circ]$ .

Observaremos que este *ancho de haz a 3 dB* (para los lóbulos principales) será constante en todas y cada una de las sub-huellas, ya que tanto la longitud de onda:  $[\lambda]$ , como la longitud física, en acimut, de la antena:  $[L_a]$ , vendrán definidas como valores fijos, por diseño.

Así mismo, podremos comprobar que el *ancho de haz, en acimut*, es decir:  $[\phi_{k_s}^{final} - \phi_{k_s}^{inicial}]$ , antes obtenidos para cada una de las:  $[n]$  ambigüedades:  $[n]$ , en cada una de las:  $[N_s]$ , sub-huellas, también coincidirá con dicho valor de *ancho de haz a 3 dB*, de lóbulo principal:  $[\phi_{0,3\text{ dB}_H}]$

### G.1.2.3 Gráficos y Tablas, para cada una de las sub-huellas

Consistirá en llevar los datos, obtenidos hasta ahora y que procuraremos tener agrupados y detallados en Tablas (una por cada sub-huella de nuestro *ScanSAR*), de nuevo a la **Aplicación Matlab** para obtener los gráficos, del *DTAR en acimut*, que nos permitan verificar que sí se cumplen las condiciones que se hayan impuesto como requisitos de diseño.

Decir, así mismo que, para nuestra comodidad, obtendríamos el valor, del *DTAR en acimut*, sub-huella a sub-huella y posteriormente las reflejaríamos todas en la misma gráfica, al igual que haremos, posteriormente, cuando tratemos con el *DTAR en rango*, en el **Apéndice H** de este proyecto.

En el caso de que el valor, del *DTAR en acimut* obtenido, no fuese inferior al valor máximo, fijado como requisito de diseño, deberemos actuar sobre:  $[A_h]$  y sobre  $[w_a(\phi)]$ , para lograrlo.

Por tanto, en el caso de incumplimiento de los requisitos de diseño para el *DTAR en acimut*, deberemos repetir los cálculos, del *DTAR en acimut*, pero ahora ya asignando unos valores adecuados, a dichas variables o parámetros, a fin de que sí pudiésemos cumplir la condición que se nos exija, por requerimientos de diseño, para el valor de:  $[DTAR_{acimut} (dB)]$ .

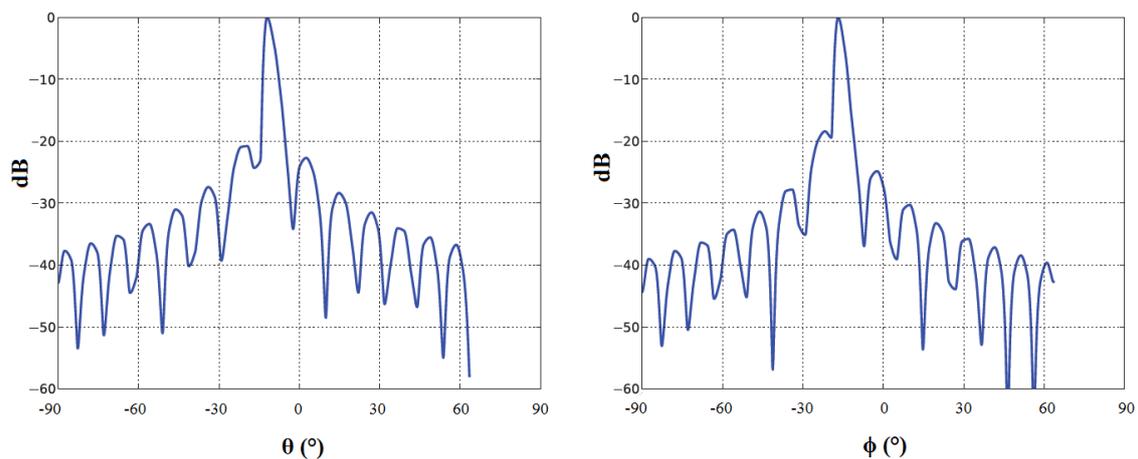
Así mismo también podríamos sustituir la antena (omnidireccional, de apertura rectangular) que vamos a utilizar en nuestro estudio, por otra de ganancia sectorizada de modo que su ganancia fuese mayor en el ancho de haz deseado, en este caso en el plano de *acimut (along-track)*.

### G.1.2.4 Análisis de la función de ponderación en el Procesador (Filtro FIR, tipo Hamming): $w(\phi)$

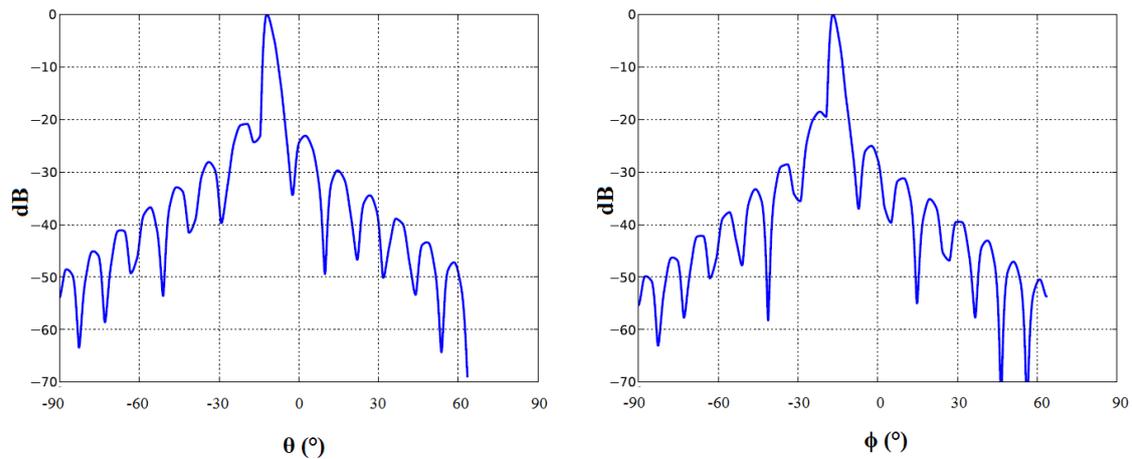
Apoyándonos en un estudio de la CONAE (Comisión Nacional de Actividades Espaciales, de Argentina) siempre en colaboración muy estrecha con la ASI (Agenzia Spaziale Italiana o Agencia Espacial Italiana) en concreto en el documento (pdf) que puede localizarse en el link:

[https://www.google.es/search?q=www2.famaf.unc.edu.ar%2Fcarreras%2F..aearte%2FTesisMaestria-MPanozzo.pdf&ie=utf-8&oe=utf-8&aq=t&rls=org.mozilla:es-ES:official&client=firefox-a&channel=np&source=hp&gfe\\_rd=cr&ei=pxTOU9ihOO7Q8geuqoHYAw](https://www.google.es/search?q=www2.famaf.unc.edu.ar%2Fcarreras%2F..aearte%2FTesisMaestria-MPanozzo.pdf&ie=utf-8&oe=utf-8&aq=t&rls=org.mozilla:es-ES:official&client=firefox-a&channel=np&source=hp&gfe_rd=cr&ei=pxTOU9ihOO7Q8geuqoHYAw)

comprobamos que la utilización de la técnica de "función de ventana", durante el procesamiento de la señal recibida de nuestro radar tipo SAR, nos permitirá, mediante la aplicación de un filtro FIR (*Finite Impulse Response* o Filtro de respuesta finita al impulso) tipo Hamming, incluido dentro del propio Procesador, el pasar de unos posibles e hipotéticos cortes del *diagrama de radiación normalizados* de la ganancia de antena:  $[d(\theta, \phi)]$ , tanto en *acimut* como en *rango* y expresados en: [dB], como los representados en la Figura G.2 a los representados en la Figura G.3.



**Figura G.2: Diagramas de radiación normalizados de ganancia de antena, en acimut y en rango, sin filtro FIR (Hamming)**

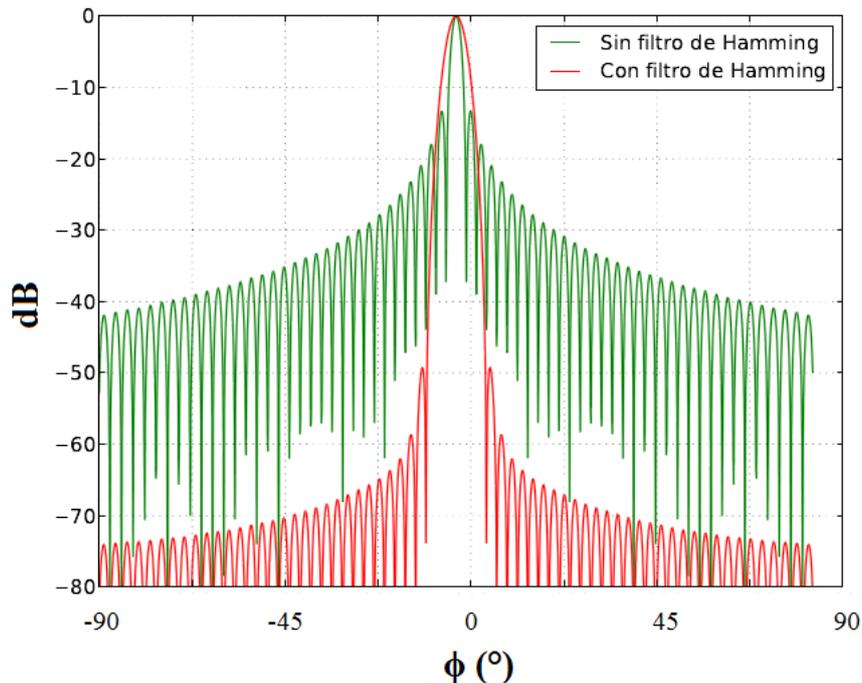


**Figura G.3: Digramas de radiación normalizados de ganancia de antena, en acimut y en rango, con filtro FIR (Hamming)**

En la comparativa de las gráficas (de ambas Figuras G.2 y G.3) se observa que la aplicación de un filtro FIR (tipo Hamming), permitió bajar el nivel de los lóbulos secundarios, aproximadamente en:  $[10 \text{ dB}]$  en los extremos, con respecto al nivel del lóbulo principal, que lógicamente permanecerá invariable:  $[0 \text{ dB}]$ .

Por otro lado decir que la aplicación del FIR (Hamming), a realizar dentro del Procesador, nos supondrá, durante el procesado de señal, una merma, en la *resolución espacial* de los datos obtenidos en el SAR, a costa de mejorar la relación del nivel de señal del lóbulo principal a secundarios.

En la Figura G.4, se puede también apreciar una comparativa de un supuesto *diagrama de radiación normalizado de ganancia* de antena, esta vez en *acimut*, con o sin la aplicación de un filtro FIR, tipo Hamming, durante el procesado de la señal recibida.



**Figura G.4: Digrama de radiación normalizado de ganancia de antena, en acimut, con y sin filtro FIR (Hamming)**

En dichos *diagramas de radiación normalizados de ganancia de antena en acimut* (de la Figura G.4) se observa, en **color verde**, la respuesta teórica para una señal *chirp* recibida, tras la *compresión* (o proceso de *autocorrelación* con su propia *chirp* antes transmitida) y en **color rojo**, la respuesta teórica para una señal *chirp* recibida, tras la *compresión* (o proceso de *autocorrelación* con su propia *chirp* antes transmitida) pero después de haber sido ponderada (previamente) por el filtro FIR (tipo Hamming).

La mejora de la relación, entre los niveles de lóbulo principal y secundarios, resulta evidente aún sin necesidad de calcularlos, pero también es notable, como se mencionó en el párrafo anterior, el costo que presenta esta técnica en cuanto a la merma de la *resolución espacial*, como puede visualizarse en dicha Figura G.4, observando cómo se “ensancha” la función: [*sinc*], de color rojo, con respecto de la original función: [*sinc*], de color verde y como este hecho incrementa, además el *ancho de haz a 3 dB*, en este caso en *acimut*, del lóbulo principal.

Existen diversos *procesadores comerciales FIR*, utilizados por agencias espaciales, pero dado que la ESA (*European Space Agency* o Agencia espacial europea) aplica el *filtrado de Hamming* con la finalidad de mejorar la diferencia entre el lóbulo principal y los secundarios, nos centraremos un poco más en él.

El *filtrado Hamming*, realizará, al igual que el resto de filtros FIR, el “*enventanado*” a través de un número finito de secuencias de :  $[w(h)]$ , a fin de “*aplanar*” principalmente los rizos o lóbulos de la banda de rechazo en la respuesta en frecuencia del filtro.

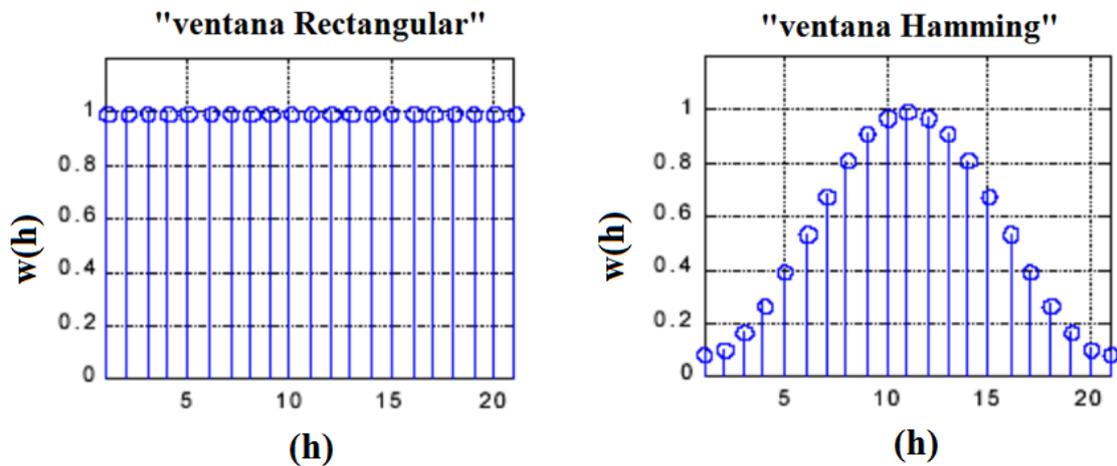
Por último definiremos la “*ventana*” en un *filtro Hamming*, que vendrá dada por las expresiones:

$$w(h) = 0,54 - 0,46 \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot h}{N - 1}\right) \quad \text{para } 0 \leq h \leq N - 1 \quad (\text{G.7.a})$$

$$w(h) = 0 \quad \text{para cualquier otro valor de } h \quad (\text{G. 7.b})$$

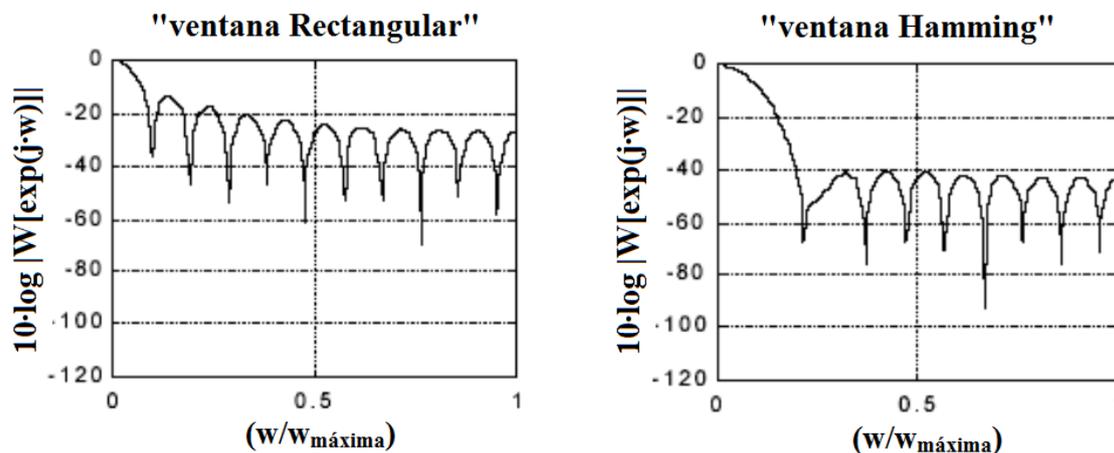
siendo  $[N]$  el orden del filtro, que también coincide con el número de términos no nulos y con el número de coeficientes del mismo e incluiremos dos nuevas Figuras (la G.5 y la G.6), para así visualizar el concepto de “*enventanado*” (o ponderación del filtro) a fin de añadir un poco mas de claridad por lo menos de un modo gráfico e intuitivo.

En la gráfica, de la Figura G.5, observamos la comparativa entre la “*ventana Rectangular*” (o sin ponderación alguna) y la “*ventana Haming*”, observando que en el primer caso se le aplica el mismo peso:  $[A_h = A]$  a las:  $[N]$  muestras (discretas) a tomar, de la señal a filtrar, mientras que en el caso de Hamming, hay una clara *ponderación* de dichas muestras:  $[A_h]$ , cuyo valor máximo lo tendremos en el centro (lóbulo principal) para ir disminuyendo al movernos hacia cualquiera de ambos lados (lóbulos secundarios).



**Figura G.5: Comparativa entre ventana Rectangular y Hamming, en función del número de polos (o muestras discretas a tomar) del filtro**

Y en la gráfica, de la Figura G.6, observamos la comparativa entre la ganancia (en dB) entre la “ventana Rectangular” (o sin ponderación alguna) y la “ventana Hamming”, en función del ancho de banda normalizado de la señal a filtrar. Se observa, en dichas graficas, tanto el *ensanchamiento del ancho de haz a 3 dB* (inconveniente), como la *mejora de la relación de niveles de señal* entre lóbulo principal y secundarios (ventaja).



**Figura G.6: Comparativa de la ganancia (en dB's), entre la ventana Rectangular y la Hamming, en función del ancho de banda (normalizado) de la señal a filtrar**

## Apéndice H

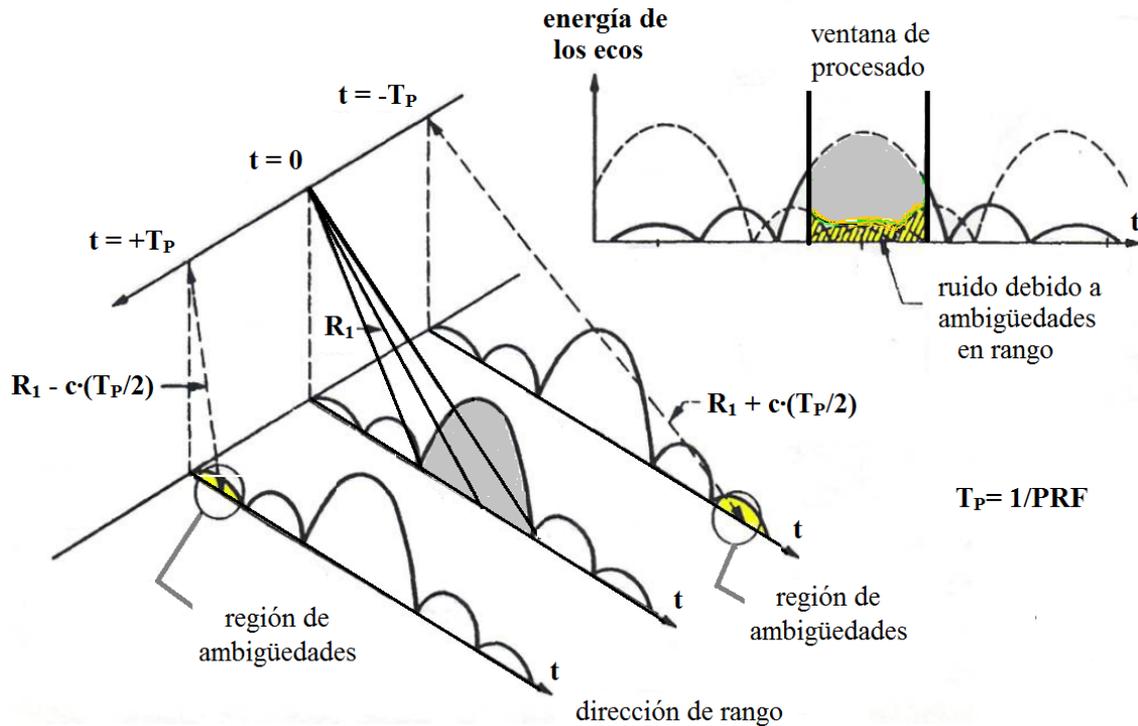
### H.1 DTAR (o *Distributed Target Ambiguity Ratio*) en rango

#### H.1.1 Introducción

En este apartado analizaremos el efecto (fundamentalmente en el plano del *rango* o *across-track*) de las ambigüedades (ecos de señales indeseadas) que nos podrían llegar, a la *ventana de procesado de la señal recibida*, procedentes de otros pulsos (distintos al nuestro) que puedan haber, bien en nuestra sub-huella:  $[s]$  o bien en otras adyacentes:  $[s - 1]$  y  $[s + 1]$ , a la que estemos analizando.

Para una mejor comprensión, de este tipo de ambigüedad, utilizaremos la ilustración de la Figura H.1.

En dicha ilustración (de la Figura H.1), se observa, incluso con mayor claridad que cuando analizamos el *DTAR en acimut*, en la Figura G.1, del **Apéndice G** de este proyecto, las interferencias (de color amarillo), dentro de la banda de procesado de la señal, de una determinada sub-huella, que se deberán, como es lógico, tanto a los otros ecos de la propia sub-huella:  $[s]$ , como a los primeros ecos de la sub-huella siguiente:  $[s + 1]$ , así como los últimos ecos de la sub-huella anterior:  $[s - 1]$ .



**Figura H.1: Justificación del DTAR en rango, debido a los distintos pulsos y ecos, de una misma sub-huella**

## H.1.2 Ecuaciones

### H.1.2.1 Cálculo de los ángulos de off-nadir ( $\gamma_{j_s}$ ) y de incidencia: ( $\eta_{j_s}$ ), para las ambigüedades, en cada una de las sub-huellas

Para obtener las distancias oblicuas:  $[R_{j_s}]$ , de las:  $[n]$  ambigüedades, para cada una de las sub-huellas:  $[s]$ , en un instante determinado de tiempo:  $[t_{j_s}]$ , aplicaremos, en primer lugar la condición:

$$\frac{2 \cdot R_{cercana_s}}{c} + \frac{j}{PRF_s} \leq t_{j_s} \leq \frac{2 \cdot R_{cercana_s}}{c} + \frac{j}{PRF_s} + T_{c_s} - \tau \quad (H.1)$$

donde:

- $[R_{cercana\_s}]$ , será la *distancia oblicua*, existente entre el sensor y la sub-huella a iluminar, cuando el valor del ángulo *off-nadir* sea:  $[\gamma_{cercano\_s}]$ , es decir su valor mínimo para cada sub-huella
- $[c]$ , será la *velocidad de la luz*
- $[j = \pm 1, \pm 2 \dots \pm n/2]$ , serán las ambigüedades, cuyo valor estará comprendido en el rango:  $[\pm 1, \pm 2 \dots \pm n/2]$  y por supuesto excluyendo, el valor:  $[j = 0]$ , pues este corresponde al lóbulo principal
- $[n]$ , será el número de ambigüedades a considerar
- $[PRF_s]$ , será la frecuencia de repetición de pulsos de cada sub-huella,
- $[T_{c\_s}]$ , será la *diferencia de tiempo de propagación*, del pulso transmitido y eco recibido, entre el recorrido al inicio de la sub-huella:  $[2 \cdot R_{cercano\_s}]$  y el recorrido al final de la misma:  $[2 \cdot R_{lejano\_s}]$ , para de cada una de las:  $[N_s]$  sub-huellas
- $[\tau]$ , será la duración del pulso transmitido, que vendrá fijado por diseño

y una vez determinado el valor de:  $[t_{j\_s}]$ , como el valor medio entre su cota inferior y superior (de la desigualdad), aplicaremos la ecuación:

$$R_{j\_s} = \frac{c \cdot t_{j\_s}}{2} \quad j = \pm 1, \pm 2 \dots \pm n/2 \quad (\text{H.2})$$

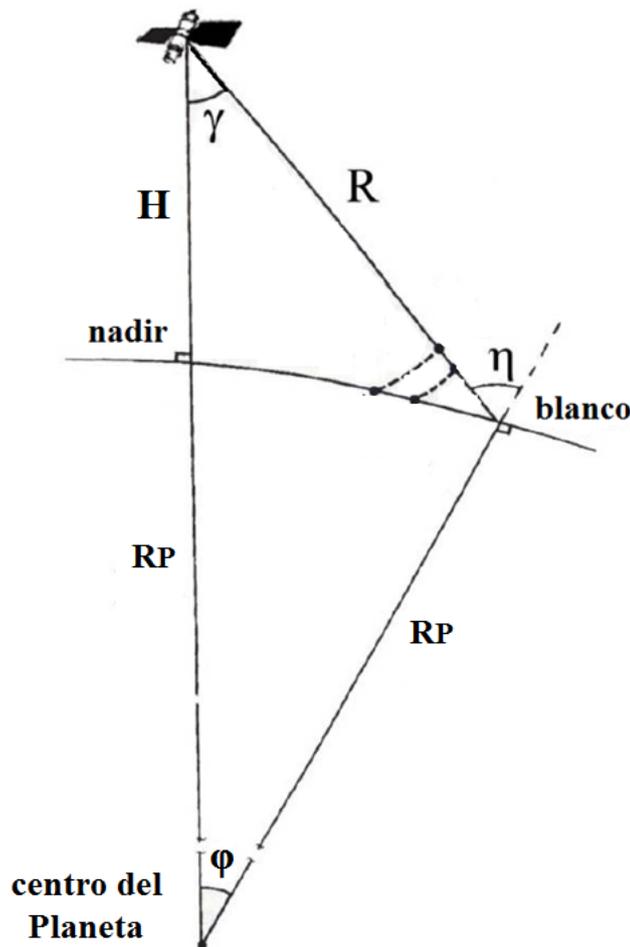
para así obtener la *distancias oblicuas* recorridas:  $[R_{j\_s}]$ , por cada eco correspondiente a cada una de las:  $[n]$  ambigüedades a analizar.

A partir de estos valores obtenidos anteriormente y de la ilustración (de geometría esférica de un planeta) que podemos ver en la Figura H.2, podremos calcular los ángulos *off-nadir*:  $[\gamma_{j\_s}]$ , de las:  $[n]$  ambigüedades, aplicando:

$$\gamma_{j\_s} = \cos^{-1} \left[ \frac{(R_{j\_s}^2 + R_{TOT}^2 - R_P^2)}{2 \cdot R_{j\_s} \cdot R_{TOT}} \right] \quad (\text{H.3})$$

medidos en:  $[\circ]$  y donde:

- $[R_P]$ , será el *radio equivalente* del Planeta, para geometría esférica
- $[H]$ , será la *altura geodésica* del satélite con respecto al punto nadir, de la superficie del Planeta
- $[R_{TOT}]$ , será el *radio de giro* del satélite al centro del Planeta (a través del punto nadir) cuyo valor vendrá dado por tanto por:  $[R_{TOT} = R_P + H]$
- $[R_{TOT}^2 - R_P^2]$ , la diferencia entre los cuadrados del radio de giro del satélite y del radio del Planeta



**Figura H.2: Trigonometría del ángulo de apuntamiento u off-nadir ( $\gamma$ ) y del ángulo de incidencia ( $\eta$ ), para un modelo de geometría esférica, donde el radio de giro, del satélite, está dada por:  $R_{TOT} = H + R_P$**

Por último, para obtener los ángulos de *incidencia*:  $[\eta_{j_s}]$ , de las:  $[n]$  ambigüedades, para cada una de las sub-huella:  $[s]$ , aplicaremos la ya conocida ecuación de geometría (de planeta esférico):

$$\eta_{j_s} = \text{sen}^{-1} \left[ \frac{R_{TOT} \cdot \text{sen}(\gamma_j)}{R_p} \right] \quad (\text{H.4})$$

también medidos en:  $[^\circ]$ .

### H.1.2.2 Ejemplo de aplicación para un supuesto

Los parámetros a utilizar, en este supuesto, serán los de la misión PAZ, sobrevolando la Tierra y que se caracteriza por tener estos valores:

- $[H = 514 \text{ km}]$ , por análisis orbital para una cobertura completa
- $[R_p = 6.398,3 \text{ km}]$ , por análisis orbital para una cobertura completa
- $[\tau = 40 \mu\text{seg}]$ , fijado por diseño
- $[n = 10]$ , fijado por diseño

y estos otros particularizados para la primera sub-huella:  $[s = 1]$ , de su *ScanSAR*:

- $[PRF_1 = 3.499,30 \text{ Hz}]$
- $[R_{cercana_1} = 536,427 \text{ km}]$
- $[T_{c_1} = 154,350 \mu\text{seg}]$

valores que hemos tomado, del **capítulo 3**, de este proyecto

Tras operar y sustituir estos datos, en cada una de las ecuaciones de (H.1) a (H.4), se obtendrá la Tabla H.1 de este apéndice.

Sub-huella 1 (PRF = 3.499,30 Hz)							
j	$t_{j-1}$ (mseg)	$R_{j-1}$ (km)	$\gamma_{j-1}$ (°)	$\eta_{j-1}$ (°)	$\xi_{j-1}$ (°)	$\text{sinc}^2(\chi_{j-1})$	$\sigma^0[ \eta_{j-1} ]$ (dB)
-5	2,10	< 545,003	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
-4	2,40	< 545,003	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
-3	2,70	< 545,003	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
-2	3,00	< 545,003	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
-1	3,30	< 545,003	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
0	3,60	545,003	19,4187	20,2144	0,0000	1,0000	-7,1596
1	3,90	587,870	29,0325	30,2853	9,6138	0,0025	-9,5344
2	4,20	630,730	35,4202	37,0256	16,0015	0,0019	-10,7776
3	4,50	637,600	40,2649	42,1769	20,8462	0,0002	-11,5867
4	4,80	716,470	44,1589	46,3511	24,7402	0,0019	-12,1756
5	5,10	759,330	47,3973	49,8522	27,9786	0,0028	-12,6358

**Tabla H.1: Ambigüedades en rango, para el análisis de la primera sub-huella, de la misión SENTINEL 1**

Observamos, en dicha Tabla, que ya nos aparecen los primeros problemas y/o dudas que enumeramos a continuación:

- referente a los cálculos a realizar sobre las *ambigüedades*, en *rango*, ¿se analizan únicamente dentro de una misma sub-huella o por el contrario también deberán analizarse entre una sub-huella y sus contiguas?. En principio y con el método que vamos a seguir, en este estudio, garantizaremos la inclusión de las:  $[n]$  *ambigüedades* más relevantes, sin preocuparnos si corresponden a nuestra sub-huella o a sus adyacentes más próximas
- en cualquier sub-huella, por ejemplo analicemos la primera:  $[s = 1]$  de la ya referenciada misión PAZ y que tenemos detallada en la Tabla H.1, nos encontramos que para las cinco ambigüedades negativas, es decir de:  $[j = -1]$  a:  $[j = -5]$ , obtendremos unos valores de:  $[R_{j-1}]$  inferiores al valor medio de la distancia oblicua en dicha sub-huella y que en este caso es:  $[R_{medio-1} = 545,003 \text{ km}]$ , originando, este hecho, el que no podamos definir ángulo alguno (ni de *off nadir*:  $[\gamma_{j-1}]$  y por tanto tampoco de *incidencia*:  $[\eta_{j-1}]$ ) para estas cinco ambigüedades.

Una vez aclarado el motivo del problema, nos queda apuntar la solución que no es otra que una vez tengamos representados tanto el lóbulo principal:  $[j = 0]$ , como las ambigüedades “positivas” y/o “negativas” (pero con ángulos “positivos” de *off-nadir*), en el semieje positivo del *diagrama normalizado de radiación en rango de la ganancia de antena*:  $[d(\theta, 0)]$ , el resto de ambigüedades “negativas” a considerar (hasta llegar a la más negativa:  $[j = -5]$ ) y a las que asignaremos un valor “negativo” de sus ángulos de *off-nadir* “negativos”, se representarán procurando simetría respecto al eje de ordenadas:  $[\gamma = 0^\circ]$  de dicho diagrama de radiación, incluyéndose por tanto en el semieje negativo de dicho *diagrama normalizado de radiación en rango de la ganancia de antena*:  $[d(\theta, 0)]$ :

- tanto los espejos de las ambigüedades “negativas” de ángulo *off-nadir* “positivo”
- como el espejo del lóbulo principal:  $[j = 0]$ , como una ambigüedad negativa más

Así mismo se tomarán como propias las distancias oblicuas:  $[R_{j_s}]$  de aquellos ángulos *off-nadir* (de ambigüedades) que hemos tomado como espejo de referencia.

La siguiente fase será hacer un *cambio de variable* para:

- referenciar la totalidad de los ángulos *off-nadir* obtenidos (“positivos” y “negativos”) con respecto al valor del lóbulo principal:  $[\gamma = \gamma_{\text{medio}_s}]$ , en cada sub-huella
- y además representarlos en el semieje positivo del *diagrama normalizado de radiación en rango de la ganancia de antena*:  $[d(\theta, 0)]$ , para facilidad de cálculos

En definitiva que aplicaremos el primer cambio de variable para:

- los ángulos “positivos”, de cada una de las ambigüedades (“positivas” o “negativas”), mediante la variable auxiliar:

$$\xi_{j_s} = |\gamma_{j_s} - \gamma_{medio_s}| \quad , si \gamma_{j_s} > 0 \quad (H.5.a)$$

- los ángulos “negativos” de las ambigüedades (“negativas”), mediante la variable auxiliar:

$$\xi_{j_s} = 2 \cdot \gamma_{medio_s} - \gamma_{j_s} \quad , si \gamma_{j_s} < 0 \quad (H.5.b)$$

y que serán, en definitiva, los ángulos que aplicaremos a la función: [*seno*] existente en cada función: [*sinc*] correspondiente a la *ganancia* de antena: [ $G_{j_s}(\theta, 0)$ ]. Además habrá un segundo cambio de variable, para definir el ángulo que esté dentro de la misma función: [*sinc*], antes citada y que será:

$$\chi_{j_s} = k \cdot \left( \frac{W_s}{2} \right) \cdot \text{sen}(\xi_{j_s}) \quad (H.6)$$

y en dicha ecuación (H.6) obtendremos los valores de la *altura física* en rango de la antena: [ $W_s$ ], según lo visto en el **capítulo 1** de este proyecto, es decir a partir de la ecuación:

$$W_s = \frac{\lambda \cdot H}{S_s \cdot \cos^2(\gamma_{medio_s})}$$

### H.1.2.3 Representación de las ambigüedades en el diagrama de radiación (en rango) de la antena

Siguiendo con nuestro estudio, suponiendo que ya tenemos determinados los valores correctos de los ángulos *off-nadir*:  $[\gamma_{j_s}]$ , sean estos “positivos” o negativos”, para las  $[n]$  ambigüedades de una cualquiera de nuestras sub-huellas, el siguiente paso sería obtener, en primer lugar, la representación de las ambigüedades, sobre el *diagrama normalizado de radiación en rango* de la ganancia de antena:  $[d(\theta, 0)]$ .

Para ello deberemos plasmar, en color distinto (normalmente en rojo), el tramo centrado en cada una de los ángulos de *off-nadir* ambiguos:  $[\gamma_{j_s}]$ , antes obtenidos con un *ancho de haz*, a cada uno de sus lados, de valor determinado por la mitad del *ancho de haz a 3 dB*, en *rango*, que según vimos, en el **capítulo 1** de este proyecto, venía dado por la ecuación:

$$\theta_{3\text{ dB}_V} = 0,88 \cdot \left( \frac{\lambda}{RW} \right)$$

medido en: *[radianes]*

### H.1.2.4 Ecuación del DTAR en rango, en función del ángulo de incidencia ( $\eta_s$ ), para cada una de las sub-huellas

La ecuación será:

$$DTAR_{\text{rango}} = \sum_{s=1}^{N_s} \left\{ \frac{\sum_{\substack{j=-n/2 \\ j \neq 0}}^{j=n/2} \left\{ \frac{10^{\lceil \sigma_s^0(|\eta_{j_s}|)/10 \rceil} \cdot G_{j_s}^2(\theta, 0)}{R_{j_s}^3 \cdot \text{sen}(|\eta_{j_s}|)} \right\}}{\left\{ \frac{10^{\lceil \frac{\sigma_s^0(\eta_s)}{10} \rceil} \cdot G_s^2(\theta, 0)}{R_s^3(\eta_s) \cdot \text{sen}(\eta_s)} \right\}} \right\} \quad (\text{H.7})$$

para el conjunto de las:  $[N_s]$ , sub-huellas por lo que para el estudio individualizado de cada una de las sub-huellas:  $[s]$ , deberemos aplicar esta otra ecuación:

$$DTAR_{rango\_s} = \frac{\sum_{\substack{j=-n/2 \\ j \neq 0}}^{j=n/2} \left\{ \frac{10^{\lceil \sigma_s^0(|\eta_{j\_s}|)/10 \rceil} \cdot G_{j\_s}^2(\theta, 0)}{R_{j\_s}^3 \cdot \text{sen}(|\eta_{j\_s}|)} \right\}}{\left\{ \frac{10^{\lceil \frac{\sigma_s^0(\eta_s)}{10} \rceil} \cdot G_s^2(\theta, 0)}{R_s^3(\eta_s) \cdot \text{sen}(\eta_s)} \right\}} \quad (\text{H.8.a})$$

en la que si desarrollamos, para cada una de las sub-huellas, la ecuación de la ganancia, tanto la de las ambigüedades como la de la señal útil (a lo largo de dicha sub-huella), tendremos:

$$DTAR_{rango\_s} = \frac{\sum_{\substack{j=-n/2 \\ j \neq 0}}^{j=n/2} \left\{ \frac{10^{\lceil \sigma_s^0(|\eta_{j\_s}|)/10 \rceil} \cdot G_{0\_s}^2 \cdot \text{sinc}^4[\chi_{j\_s}]}{R_{j\_s}^3 \cdot \text{sen}(|\eta_{j\_s}|)} \right\}}{\left\{ \frac{10^{\lceil \frac{\sigma_s^0(\eta_s)}{10} \rceil} \cdot G_{0\_s}^2 \cdot \text{sinc}^4 \left[ \left( \frac{\pi \cdot W_s}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}(|\gamma_s - \gamma_{medio\_s}|) \right]}{R_s^3(\eta_s) \cdot \text{sen}(\eta_s)} \right\}} \quad (\text{H. 8.b})$$

o mejor aún esta otra:

$$DTAR_{rango\_s} = \frac{\sum_{\substack{j=-n/2 \\ j \neq 0}}^{j=n/2} \left\{ \frac{10^{\lceil \sigma_s^0(|\eta_{j\_s}|)/10 \rceil} \cdot \text{sinc}^4[\chi_{j\_s}]}{R_{j\_s}^3 \cdot \text{sen}(|\eta_{j\_s}|)} \right\}}{\left\{ \frac{10^{\lceil \frac{\sigma_s^0(\eta_s)}{10} \rceil} \cdot \text{sinc}^4 \left[ \left( \frac{\pi \cdot W_s}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}(|\gamma_s - \gamma_{medio\_s}|) \right]}{R_s^3(\eta_s) \cdot \text{sen}(\eta_s)} \right\}} \quad (\text{H.8.c})$$

y para expresarla en dB:

$$DTAR_{rango\_s} (\text{dB}) = 10 \cdot \log_{10}(DTAR_{rango\_s}) \quad (\text{H.8.d})$$

a partir de las cuales obtendremos la relación entre el nivel de las ambigüedades (en este caso en *rango*) y el nivel de señal útil, en función del ángulo de incidencia:  $[\eta_s]$ , para cada una de nuestras tres sub-huellas.

Por tanto y en realidad calcularemos una medida de la *relación ruido a señal*, en función de dicho ángulo de incidencia, (es decir lo inverso a lo que estamos acostumbrados, al definir la calidad de servicio de un sistema, ya que y a grandes rasgos, en el numerador irán las pérdidas y en el denominador las ganancias).

En las anteriores ecuaciones: (H.7), (H.8.a), (H.8.b) y (H.8.c), aparecen una serie de parámetros (o variables) que vamos a ir definiendo a continuación:

- en primer lugar, obtener un valor, para el **numerador** de la anterior ecuación del *DTAR en rango*, para cada una de las:  $[N_s]$  sub-huellas y que *deberá ser constante y distinto*, para cada una de ellas, tras hacer el sumatorio de las diez ambigüedades que previamente hemos identificado como:  $[j = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4 \text{ y } \pm 5]$ , para lo que:
  - calcularemos, considerando como datos a las variables:  $[R_{j\_s}]$ ,  $[\gamma_{j\_s}]$ ,  $[\eta_{j\_s}]$ ,  $[\xi_{j\_s}]$  y  $[\chi_{j\_s}]$ , previamente obtenidas y que figurarán, en la correspondiente tabla (que

adjuntaremos para cada una de las:  $[N_s]$  sub-huellas), los siguientes valores:

➤  $[10^{\sigma_s^0(|\eta_{j_s}|)/10}]$ , a partir de la ecuación:

$$\sigma_s^0(|\eta_{j_s}|) = P_1 + P_2 \cdot e^{-P_3 \cdot \eta_{j_s}} + P_4 \cdot \cos(P_5 \cdot \eta_{j_s} + P_6)$$

ya detallada en el **Apéndice D** de este proyecto y cuyo resultado vendrá dado en:  $[dB]$ .

Hemos tomado el módulo (del ángulo de incidencia de la ambigüedad), para que la contribución indeseada sea la máxima posible, es decir para ponernos en el caso más desfavorable

➤  $[\text{sinc}^4 \left\{ \left( \frac{\pi \cdot W_s}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}(\xi_{j_s}) \right\} = \text{sinc}^4 \{ \chi_{j_s} \}]$ , siendo:

✓  $[W_s]$ , los valores de la *altura física*, en *rango*, de la antena, para cada sub-huella y que habremos obtenido según lo visto en el **capítulo 1** de este proyecto, a partir de la ecuación:

$$W_s = \frac{\lambda \cdot H}{S_s \cdot \cos^2(\gamma_{medio_s})}$$

➤  $[\text{sen}(|\eta_{j_s}|)]$ , de los que también hemos tomado el módulo (del ángulo de incidencia de la ambigüedad), para que la contribución indeseada sea la máxima posible, es decir para ponernos en el caso más desfavorable

▪ y tomaremos los valores de:  $[R_{j_s}]$ , ya obtenidos previamente y que también figuran en la tantas veces citada Tabla (para cada sub-huella)

• y en segundo lugar, obtener una función, para el denominador, a partir de su expresión:

$$\frac{10^{[\sigma_s^0(\eta_s)/10]} \cdot \text{sinc}^4 \left[ \left( \frac{\pi \cdot W_s}{\lambda} \right) \cdot \text{sen}(\gamma_s - \gamma_{\text{medio}_s}) \right]}{R_s^3(\eta_s) \cdot \text{sen}(\eta_s)} \quad (\text{H. 9})$$

haciendo para ello un barrido de todas las variables dependientes de los valores de:  $[\eta_s]$ , para la sub-huella en cuestión y dándoles unos incrementos que creamos adecuados

### H.1.2.5 Gráficos y Tablas, para cada una de las sub-huellas

Consistirá en llevar los datos obtenidos hasta ahora y que mayoritariamente tendremos detallados en Tablas (una por cada sub-huella de nuestro *ScanSAR*) a la **Aplicación Matlab**, para que con su ayuda podamos obtener los gráficos que nos permitan verificar que efectivamente se cumplen las condiciones que se hayan impuesto como requisitos de diseño, es decir, un máximo valor de:  $[DTAR_{\text{rango}} (dB)]$ , para cada uno de los ángulos de incidencia de cada una de nuestras sub-huellas.

Decir, así mismo que, para nuestra comodidad, obtendríamos el valor, del *DTAR en rango*, sub-huella a sub-huella y posteriormente las reflejaríamos todas en la misma gráfica, al igual que hicimos, anteriormente, cuando estudiamos el *DTAR en acimut*, en el **Apéndice G** de este proyecto.