



Universidad
Politécnica
de Cartagena



industriales
etsii UPCT

PROYECTO FINAL DE CARRERA

COMPARACIÓN ENTRE LAS SOLUCIONES DE EPSNET_10 Y LAS SOLUCIONES ANALÍTICAS DE TENSIONES EN SUELOS PARA DIVERSAS CONFIGURACIONES DE CARGA 2D

Titulación: Ingeniería Industrial

Intensificación: Industrias Químicas

Alumno: Andrés José García Pardo

Directores: José Luis Morales Guerrero

Iván Alhama Manteca

Cartagena, 15 de septiembre de 2013

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS	1
1.1. INTRODUCCIÓN	2
1.2. OBJETIVOS	3
FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE MECANICA DE SUELOS.....	4
2.1. INTRODUCCIÓN	5
2.2. PRINCIPIO DE TENSIÓN EFECTIVA	5
2.3. TENSIONES EN UN PUNTO DE UNA MASA DE SUELO	7
2.4. TENSIONES DEBIDAS AL PROPIO PESO.....	8
2.5. TENSIONES DEBIDAS A CARGAS APLICADAS	10
MÉTODO DE SIMULACIÓN POR REDES (MESIR).....	14
3.1. INTRODUCCIÓN	15
3.2. MONOPUERTAS BASICAS	17
3.3. EL MESIR COMO METODO NUMÉRICO	22
3.4. SIMULACIÓN.....	24
MODELOS EN RED	27
4.1. MODELOS EN RED BASADOS EN LA FORMULACIÓN DE NAVIER	28
4.2. COORDENADAS RECTANGULARES.CELDA ELEMENTAL.....	28
4.3. CONDICIONES DE CONTORNO	32
4.3.1. CONDICIONES DE CONTORNO EN DESPLAZAMIENTOS	32
4.3.2. CONDICIONES DE CONTORNO EN FUERZAS.....	33
PROGRAMA EPSNET_10	39
5.1. INTRODUCCIÓN	40
5.2. INTRODUCCIÓN DE DATOS.....	41
5.3. TIPOS DE ANÁLISIS Y OPCIONES AVANZADAS	50
5.4. SIMULACIÓN Y RESULTADOS.....	55
5.4.1. SIMULACIÓN CON PSPICE	55
5.4.2. OPCIONES Y REPRESENTACIÓN GRAFICA.....	56
APLICACIONES	65
6.1. CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA SOBRE UNA FRANJA INFINITA	66

6.1.1. SOLUCIÓN TEÓRICA.....	66
6.1.2. SIMULACIÓN NUMÉRICA EN EPSNET_10.....	68
6.2. CARGA CON DISTRIBUCION TRIANGULAR SOBRE UNA FRANJA INFINITA.....	83
6.2.1. SOLUCIÓN TEÓRICA.....	83
6.2.2. SIMULACIÓN NUMÉRICA EN EPSNET_10.....	84
CONCLUSIONES.....	99
7.1. CONCLUSIONES.....	100
BIBLIOGRAFÍA.....	101
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	102

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

1.1. INTRODUCCIÓN

El presente proyecto presenta la aplicación del programa EPSNET_10, basado en método de simulación por redes, a la solución numérica de problemas de tensiones en suelos.

Se resuelven numéricamente dos casos de carga 2d cuyas soluciones analíticas son conocidas, presentando una comparativa entre los resultados numéricos y las soluciones analíticas.

EPSNET_10© [2011] es un programa desarrollado en Matlab© por el grupo de investigación de Simulación por Redes de la Universidad Politécnica de Cartagena, para la generación de modelos en red, simulación en PSpice© [1994] y representación gráfica de los resultados permitiendo así la simulación de problemas elastostáticos.

El primer caso consiste en el estudio de las tensiones en suelos bajo carga uniformemente distribuida sobre una franja infinita. Se calculan las variaciones de la tensión vertical realizando distintas simulaciones variando el mallado, las propiedades del material y las dimensiones del dominio.

En el segundo caso se estudian las tensiones en suelos bajo carga con distribución triangular sobre una franja infinita en similares variaciones al caso anterior.

Para la verificación se comparan gráficamente los resultados obtenidos mediante el programa EPSNET_10 con los de las soluciones teóricas según Terzaghi et ál [1996], programadas en Matlab.

La presente memoria está organizada por 8 capítulos. En el primero, tras la introducción, se enumeran los objetivos propuestos. En el capítulo 2 se presentan los fundamentos teóricos de la mecánica de suelos. En el capítulo 3 se presenta los fundamentos del método de simulación por redes, base para el diseño de modelos. En el capítulo 4 se describe el modelo en red empleado en este trabajo que, junto con otros, está implementado en el programa EPSNET_10. En el capítulo 5 se explica el funcionamiento y las opciones de usuario que contiene el programa EPSNET_10. En el Capítulo 6 se resuelven y exponen los resultados de los casos de carga estudiados. En el capítulo 7 se describen las conclusiones obtenidas. Finalmente se enumeran las referencias bibliográficas.

1.2. OBJETIVOS

Se han considerado los siguientes objetivos:

1. El objetivo principal del presente proyecto es aprender a utilizar el software EPSNET_10 "*Elasticity Problems Simulation Network*", programa que nos permite la simulación de problemas elásticos aplicando el método de redes.
2. Simulación de aplicaciones usando la formulación de Navier. Se pretende calcular para problemas 2d lo siguiente:
 - Tensiones en suelos bajo carga uniforme distribuida sobre una franja infinita.
 - Tensiones en suelos bajo carga triangular distribuida sobre una franja infinita.

Los resultados numéricos se comprobarán verificando sus desviaciones respecto a las soluciones teóricas comprobando la influencia del número de celdas, tamaño del dominio y las propiedades del material.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE MECANICA DE SUELOS

2.1. INTRODUCCIÓN

Para explicar el comportamiento ingenieril de los suelos es necesario entender el concepto de tensión en una masa de suelo y, en particular, la manera como la tensión que actúa sobre el suelo como un todo se relaciona con las tensiones que se desarrollan dentro del esqueleto del suelo y del fluido intersticial, Terzaghi et ál [1996].

Para poder resolver problemas de ingeniería, también es necesario entender como evaluar las tensiones que actúan en un punto de la masa de suelo debidos a su propio peso y así mismo el cambio de tensiones inducidas en el suelo, debidas a la acción de cargas externas. De la misma manera son importantes las deformaciones de la masa de suelo, principalmente los asentamientos, resultado de los cambios de tales tensiones.

Por lo general, la tensión sobre un punto no es el mismo en todas direcciones, y por tanto es importante estudiar el estado general de tensiones que existe en un punto dentro de la masa de suelo y considerar las relaciones entre las tensiones actuantes en direcciones diferentes. Sin embargo, dependiendo del tipo de problema el interés principal se centra en las tensiones que actúan en una dirección particular, por ejemplo, el estudio de la capacidad portante y los asentamientos de cimentaciones dependen principalmente de las tensiones de la componente vertical, en tanto que el estudio de las presiones de tierras sobre muros de contención requieren un conocimiento de las tensiones horizontales en la masa de suelo.

2.2. PRINCIPIO DE TENSIÓN EFECTIVA

En una masa de suelos existen tensiones dentro del esqueleto del suelo que resultan de las fuerzas que actúan sobre los puntos de contacto entre partículas individuales, y existen tensiones dentro del fluido intersticial que ocupa los vacíos del suelo.

Si se considera una masa de suelo saturado con una superficie horizontal *figura 2.1*, con el nivel freático a nivel del terreno, se tiene que en un plano horizontal **XX** de área **A**, a profundidad **z**, la columna vertical de suelo por encima de **XX** tendrá el peso **W** siguiente

$$W = W_s + W_w \quad (2.1)$$

donde **W_s** es el peso de las partículas del suelo y **W_w** es el peso del agua en los vacíos.

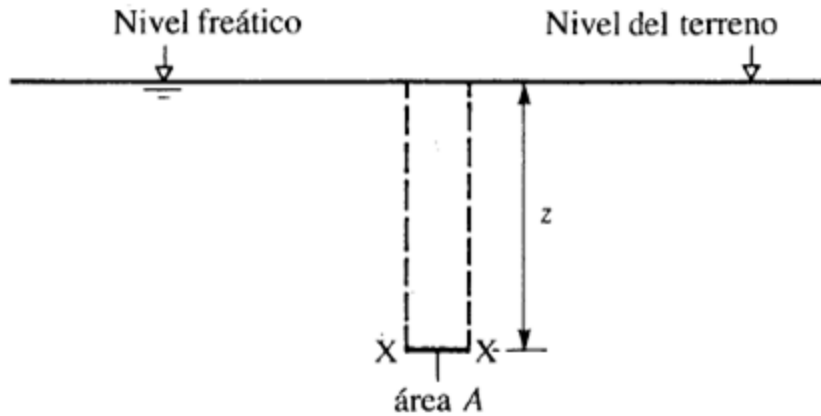


Figura 2.1.

Las partículas del suelo por debajo del nivel freático están sometidas a un empuje U de tal manera que su peso efectivo W'_s está dado por:

$$W'_s = W_s - U$$

Entonces

$$W_s = W'_s + U$$

Y reemplazando en la ecuación (2.1)

$$W = W'_s + U + W_w$$

Si V_s representa el volumen de las partículas de suelo en la columna, y V_w el volumen de agua, entonces $U = \rho_w g V_s$ (principio de Arquímedes) y $W_w = \rho_w g V_w$.

Entonces

$$W = W'_s + \rho_w g (V_s + V_w)$$

Como el suelo está saturado, el volumen de agua V_w es igual al volumen de vacíos V_v . Por tanto $V_s + V_w$ representa el volumen total V de la columna. Entonces

$$W = W'_s + \rho_w g V$$

Y como $V = Az$, entonces

$$\frac{W}{A} = \frac{W'_s}{A} + \rho_w g z$$

W/A define la tensión sobre XX como resultado del peso total de la columna y se denomina tensión total, representada por σ . W'_s/A es la tensión sobre XX como resultado del peso efectivo de las partículas de suelo y se denomina tensión efectiva σ' , el término $\rho_w g z$ constituye la presión intersticial hidrostática en XX , representada por u . Así obtenemos.

$$\sigma = \sigma' + u \quad (2.2)$$

La anterior ecuación se cumple para suelos saturados, sin tener en cuenta las condiciones del agua en los poros ni la influencia de las cargas externas. Esta relación se conoce como principio de tensión efectiva y fue postulada por Karl Terzaghi, en 1923. Éste propone que en cualquier punto de una masa de suelo saturado la tensión total en cualquier dirección es igual a la suma algebraica de la tensión efectiva en esa dirección y la presión intersticial.

2.3. TENSIONES EN UN PUNTO DE UNA MASA DE SUELO

En la **figura 2.2.a** se muestra el estado general de tensiones totales en un elemento dentro de una masa de suelo. El estado de tensiones que resulta en cada cara se caracteriza por una componente de tensión normal σ y dos componentes de tensión cortante τ .

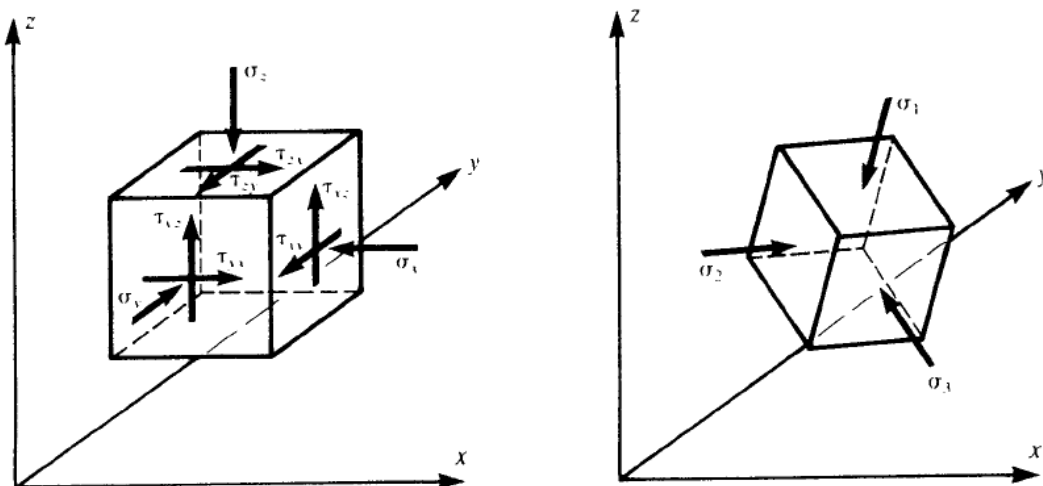


Figura 2.2. Estado general de tensiones en un elemento de suelo (izq.), Tensiones principales (dcha.)

Para este estado de tensiones debe existir en el elemento un conjunto de 3 planos mutuamente perpendiculares sobre los cuales la tensión resultante es normal, con las componentes de tensiones cortantes nulas. Estos son los planos principales, y las tensiones normales asociadas son las tensiones principales. En orden de magnitud descendente tenemos

la tensión principal mayor σ_1 que actúa sobre el plano principal mayor, la tensión principal intermedia σ_2 que actúa sobre el plano intermedio, y la tensión principal menor σ_3 que actúa sobre el plano principal menor. En la **figura 2.2.b** se representa el estado de tensiones del elemento cuando las caras del elemento están orientadas en las direcciones de los planos principales.

En los casos de muros de contención, terraplenes, cortes y cimentaciones corridas, la masa de suelo sometida a tensión es a menudo muy grande en una dirección, como se ilustra en la **figura 2.3**. Para esta geometría típica, las deformaciones de la masa de suelo en la dirección y solo se producen localmente en los bordes de la estructura, y las condiciones de la mayor parte de la masa de suelo se aproximan a las de deformación plana, donde σ_y es la tensión principal intermedia. Por tanto, al tomar espesores unitarios de la masa de suelo en la dirección y reducimos el problema a un análisis bidimensional de tensiones, en el cual únicamente es necesario considerar las tensiones en el plano x,z .

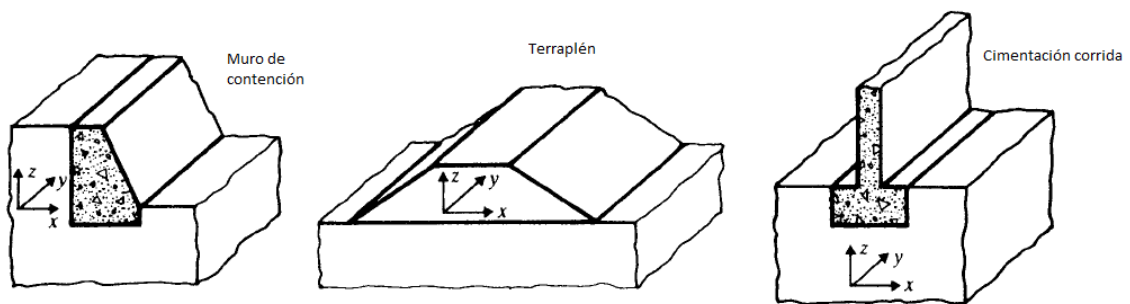


Figura 2.3. Problemas de deformaciones planas típicos.

2.4. TENSIONES DEBIDAS AL PROPIO PESO

La tensión vertical que existe en una masa de suelo debido solamente a su propio peso se denomina tensión de sobrecarga.

La **figura 2.4** muestra un depósito homogéneo de suelo con una superficie horizontal. Para estas condiciones la tensión tangencial en todos los planos verticales es cero, y por tanto las tensiones verticales y horizontales son tensiones principales. La tensión vertical total σ_v en cualquier punto es simplemente la tensión que resulta del peso de todo el material por encima del punto. Así, considerando el plano horizontal XX de área A a una profundidad z , el peso total de la columna vertical de suelo por encima de XX está dado por

$$W = \rho g(z - z_w)A + \rho_s g z_w A$$

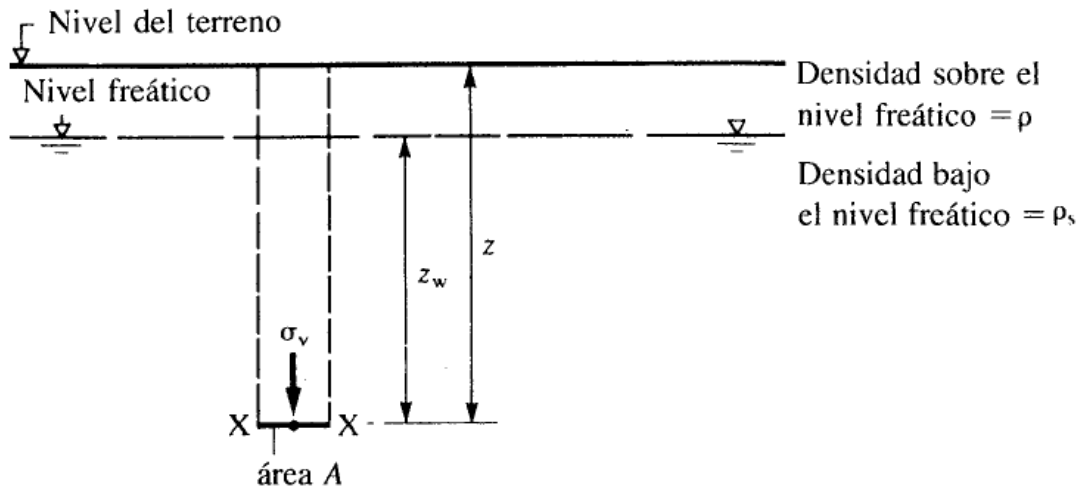


Figura 2.4.

Donde ρ es la densidad aparente del suelo, ρ_s es la densidad saturada, y g es la gravedad. Entonces la tensión vertical total σ_v sobre XX definido como W/A , está dado por:

$$\sigma_v = \rho g(z - z_w) + \rho_s g z_w \quad (2.3)$$

La presión intersticial u en cualquier punto de la masa de suelo tendrá un valor de equilibrio compatible con las condiciones de frontera hidráulicas existentes en la masa de suelo. Las condiciones más simples son aquellas en las que el nivel de aguas subterráneas es estático (como se considera aquí), en cuyo caso las presiones intersticiales se denominan presiones hidrostáticas. Así en la **figura 2.5**, la presión intersticial hidrostática en XX a una profundidad z_w por debajo del nivel freático está dada por:

$$u = \rho_w g z_w \quad (2.4)$$

La tensión vertical efectiva asociada sobre XX se obtiene a partir del principio de tensiones efectivas utilizando la ecuación (2.2) en la forma siguiente

$$\sigma'_v = \sigma_v - u \quad (2.5)$$

Entonces, sustituyendo σ_v y u en las ecuaciones (2.3) y (2.4)

$$\sigma'_v = [\rho g(z - z_w) + \rho_s g z_w] - \rho_w g z_w = \rho g(z - z_w) + (\rho_s - \rho_w) g z_w$$

Siendo $(\rho_s - \rho_w)$ la densidad efectiva ρ' , y por tanto se obtiene.

$$\sigma'_v = \rho g(z - z_w) + \rho' g z_w$$

Bajo condiciones hidrostáticas, la presión efectiva de sobrecarga en una masa de suelo es función de la densidad total del suelo que se encuentre por encima del punto considerado sobre el nivel freático y de la densidad efectiva del suelo que se encuentre por encima del punto considerado bajo el nivel freático.

2.5. TENSIONES DEBIDAS A CARGAS APLICADAS

Las distribuciones de tensiones que producen en una masa de suelo la aplicación de las cargas resultantes de la construcción de obras de ingeniería depende del espesor y la uniformidad de la masa de suelo, del tamaño y la forma del área cargada, y de las propiedades tensión-deformación del suelo. Ahora, el comportamiento tensión-deformación de los materiales reales rara vez es simple, y en el caso de los suelos ingenieriles frecuentemente es muy complejo. Para ilustrarlo nos referimos a la **figura 2.5** y comparamos las relaciones tensión-deformación para un número de materiales ideales con la de un suelo real.

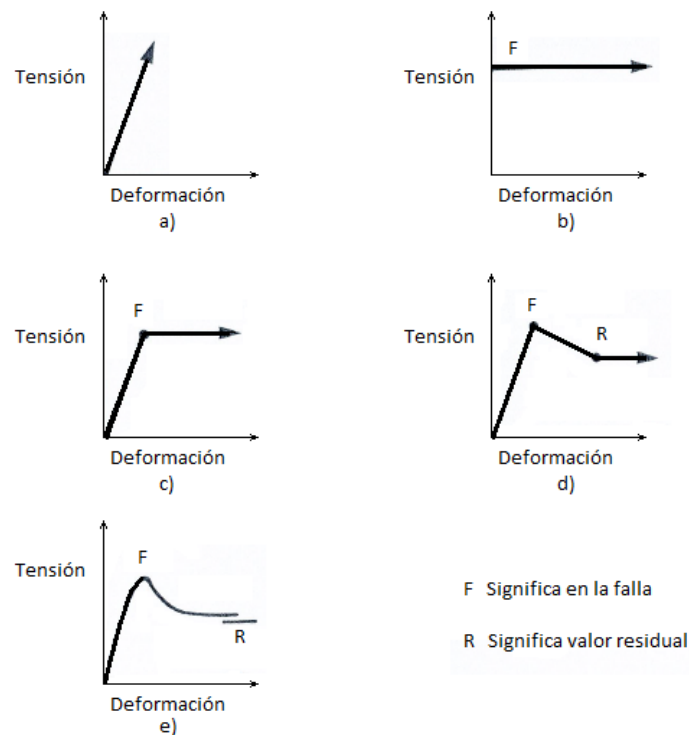


Figura 2.5. Relaciones tensiones-deformación de materiales ideales a) elástico, b) plástico rígido, c) elastoplástico, d) elastoplástico con ablandamiento, e) relación tensión-deformación típica de un material real.

Sin embargo, dentro del contexto de la búsqueda de las tensiones y deformaciones en una masa de suelo, pueden identificarse dos categorías de problemas de ingeniería. Los problemas de **estabilidad** que constituyen una de las categorías se analizan considerando el equilibrio limite de una masa de suelo que esta en estado de falla por cortante a lo largo de una superficie de deslizamiento potencial. Se supone que el suelo en la zona de falla se encuentra en un estado de *equilibrio plastico*, y en el analisis el comportamiento del suelo se define con un valor de resistencia a la condicion de falla a lo largo de la superficie de deslizamiento. Con la comparacion entre las tensiones reales sobre la superficie de deslizamiento potencial con aquellos necesarios para generar la falla, se obtiene un factor de seguridad con respecto a la inestabilidad.

La segunda categoria la constituyen los problemas de **distribucion de tensiones y de deformaciones**, en los que el interes está centrado en la predicción de tensiones y deformaciones (por lo general asentamientos) en el suelo cuando los niveles de tensiones se restringen a un rango de trabajo muy por debajo del valor de falla y dentro de la parte inicial, aproximadamente lineal, de la curva tensión-deformación. Para estas condiciones se supone que el suelo se encuentra en un estado de *equilibrio elastico* y las distribuciones de tensiones y deformaciones se determinan bajo el supuesto de que el suelo se comporta como un material homogéneo, isotrópico y linealmente elástico, cuyas propiedades se definen con el módulo de elasticidad, E, y la relación de Poisson, ν . La solución a este tipo de problemas consistiria en resolver la ecuacion diferencial de Navier, Sadd [2009]:

Esta ecuación, expresa la ecuación de equilibrio en términos de desplazamientos. Su forma vectorial es

$$\mu \nabla^2 \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (2.6)$$

Siendo λ el coeficiente de Lamé, μ el módulo de elasticidad transversal, \mathbf{u} la componente de desplazamientos, y \mathbf{f} las fuerzas de volumen.

Por las aplicaciones tratadas en esta memoria, resulta conveniente detallar la ecuación de Navier en los sistemas de coordenadas cartesianas.

$$\left. \begin{aligned} \mu \nabla^2 u_x + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + f_x &= 0 \\ \mu \nabla^2 u_y + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + f_y &= 0 \\ \mu \nabla^2 u_z + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + f_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

con el operador Laplaciano $\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

Las expresiones siguientes muestran la relación entre el Laplaciano aplicado sobre el vector desplazamiento, presente en la ecuación (2.6), y el Laplaciano aplicado sobre sus componentes, mostrado en la ecuación (2.7).

$$\begin{aligned} (\nabla^2 \mathbf{u})_x &= \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \equiv \nabla^2 u_x \\ (\nabla^2 \mathbf{u})_y &= \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \equiv \nabla^2 u_y \\ (\nabla^2 \mathbf{u})_z &= \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \equiv \nabla^2 u_z \end{aligned} \quad (2.8)$$

Para completar el planteamiento diferencial en desplazamientos, además de la ecuación de Navier (2.6) que ha de cumplirse en todo punto interior del dominio Ω , es preciso definir las condiciones de contorno. Estas pueden ser de dos tipos: i) condiciones en desplazamientos, u_i^b , y ii) condiciones en fuerzas, t_i^b , **Figura 2.6**. Ambas pueden resumirse en expresiones de la forma

$$\left. \begin{aligned} u_i &= u_i^b & \text{sobre } S_u \\ \sigma_{ij} n_j &= t_i^b & \text{sobre } S_t \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

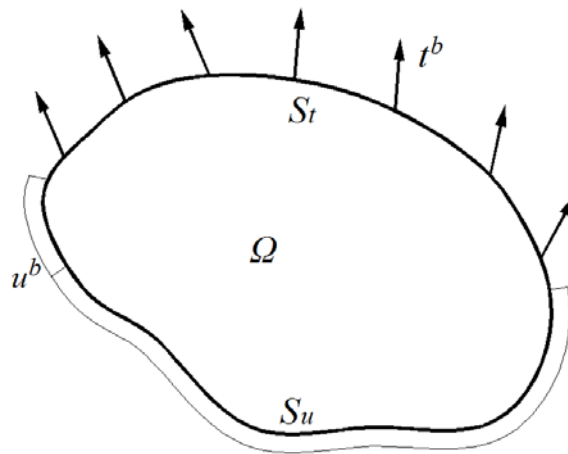


Figura 2.6. Cuerpo o dominio Ω sometido a condiciones de contorno en desplazamientos u^b y fuerzas superficiales t^b , definidas sobre los contornos S_u y S_t , respectivamente

Por tanto, la correcta formulación matemática del problema exige especificar en cada punto del contorno, y para cada una de las direcciones, bien la componente del vector desplazamiento, u_i^b , bien la componente de la fuerza, t_i^b .

La condición de contorno en desplazamientos se aplica de forma directa y fácil puesto que supone imponer valores conocidos u_i^b de la función incógnita u_i sobre una parte del contorno S_u . Sin embargo, la aplicación de condiciones de contorno en fuerzas requiere mayor elaboración. Dado que en el contorno las fuerzas de superficie equivalen al vector tensión, tenemos que $t_i^n \equiv t_i^b$ sobre la parte del contorno S_t donde actúan, **figura 2.6**. A continuación, dichas tensiones deben ser expresadas en términos de primeras derivadas de las componentes del desplazamiento. Las expresiones finales de estas fuerzas en coordenadas cartesianas y cilíndricas son, respectivamente, las siguientes

$$\left. \begin{aligned} t_x^b &= \left[\lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x} \right] n_x + \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) n_y + \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) n_z \\ t_y^b &= \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) n_x + \left[\lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y} \right] n_y + \mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) n_z \\ t_z^b &= \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) n_x + \mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) n_y + \left[\lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} \right] n_z \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

En resumen, el problema elástico formulado en desplazamientos consiste en resolver la ecuación de Navier **(2.6)** con las condiciones de contorno **(2.9)**. Esta formulación es apropiada cuando las condiciones de contorno se dan en términos de desplazamientos, o bien cuando estas condiciones son de tipo mixto: desplazamientos y fuerzas. En este caso, las fuerzas se expresan como primeras derivadas de los desplazamientos. Si las expresiones de contorno se dan únicamente en términos de fuerzas superficiales, obviamente auto-equilibradas, se deben añadir condiciones adicionales de contorno en desplazamiento en número mínimo para que quede restringido el movimiento de sólido rígido. Así, esta solución será particular para cada elección de restricciones de desplazamiento, mientras el resultado de tensiones y deformaciones queda inalterado.

CAPÍTULO 3

MÉTODO DE SIMULACIÓN POR REDES (MESIR)

3.1. INTRODUCCIÓN

Una descripción detallada de sus fundamentos así como de las primeras aplicaciones en distintos campos de la ciencia e ingeniería (procesos electroquímicos, transporte a través de membranas, transmisión de calor, etc.) puede encontrarse en el texto de González-Fernández [2002]. Con posterioridad a esta fecha, el Método de Simulación por Redes (MESIR) o Network Simulation Method (NSM), se ha aplicado a nuevos problemas desarrollando modelos no recogidos en un texto específico nuevo, por lo que el interesado debe remitirse a las publicaciones científicas específicas o a las tesis doctorales leídas en el grupo de investigación ‘Simulación por Redes’ de la UPCT, o en los grupos de investigación que trabajan con este método en las Universidades de Granada y Jaén, Alarcón [2001], Zueco [2003], Castro [2005], Soto [2007], Del Cerro [2009], Luna [2010] y Morales [2012]. En este sentido debemos mencionar las aplicaciones en los campos de flujo de fluidos con transporte (de masa o de calor), problema inverso en transmisión de calor, flujos magneto-hidrodinámicos, vibraciones mecánicas, tribología, fricción, transporte en membranas, desarrollo de programas específicos de cálculo numérico, etc. Ejemplos de publicaciones en estos campos son: Moreno et ál. [2007], Zueco y Alhama [2007], Benavent-Climent A et ál. [2010], Anwar et ál. [2009], Soto et ál. [2007], Del Cerro et ál. [2008], Luna y Alhama [2010], Alhama et ál. [2011, 2012], Sánchez et ál. [2011] y Moya [2011]. Por otro lado, se han registrado diferentes programas que hacen uso del MESIR como herramienta de cálculo numérico: PRODASIM [2005] (Alhama y Gómez Lopera [2006]) para el diseño de aletas simples, PROCCA-O9 [2005] (Alhama y Del Cerro, [2010]) para diseño y optimización de problemas térmicos, FATSIM-A [2010] (Alhama et ál. [2011]) y FAHET [2010] (Alhama et ál. [2010b]) para simulación de problemas de flujo de fluidos con transporte de sal y de calor, respectivamente, y EPSNET_10 [2011] para la simulación numérica de problemas elastostáticos y empleado en este proyecto para el cálculo de tensiones en suelos.

Consideramos, no obstante, obligado, presentar una síntesis de los fundamentos del método, particularmente los pasos para el diseño de modelos, y del programa de cálculo numérico con el que se realizan las simulaciones, PSpice [1994]. En su concepción, el MESIR es una técnica para el estudio y simulación de muchos procesos físicos que pueden definirse mediante un modelo matemático o conjunto completo de ecuaciones. Partiendo de este modelo, el procedimiento consiste en dos etapas bien diferenciadas: en primer lugar, elaborar un modelo en red o circuito eléctrico equivalente al proceso, y en segundo lugar, simular dicho modelo mediante un programa adecuado de resolución de circuitos eléctricos. La equivalencia formal entre el modelo en red y el proceso físico reside en que ambos se rigen por las mismas

ecuaciones diferenciales en diferencias finitas en el espacio, referidas tanto al volumen elemental o celda como a las condiciones de contorno.

La técnica de elaborar el modelo en red consiste en reticular el espacio en elementos de volumen o celdas elementales. Al aplicar las ecuaciones diferenciales a estas celdas de tamaño finito, se obtienen un conjunto de ecuaciones en diferencias finitas que se constituyen en el punto de partida para la obtención del modelo en red correspondiente a la celda. Una vez establecida la correspondencia entre variables dependientes del problema y variables eléctricas (tensiones e intensidades), los resultados de la simulación se pueden interpretar en términos del proceso que se modela. La asociación de celdas, de acuerdo con la geometría del problema, configura el modelo en red correspondiente a todo el medio finito, más preciso cuanto mayor sea el número de estas. Las condiciones de contorno e iniciales se incorporan al modelo de manera simple.

En los procesos de transporte se establece una correspondencia entre variables flujo por un lado (densidad de corriente eléctrica con flujo de calor, flujo de masa,...) y variables tipo potencial por otro (potencial eléctrico con temperatura, concentración,...), pero es posible establecer otras analogías. En el tipo de problemas que nos ocupan no existen variables dinámicas dependientes del tiempo, por lo que la asociación de magnitudes eléctricas y mecánicas no cabe interpretarse en términos de flujo. Con carácter general, asociaremos una magnitud derivada de un gradiente a la variable 'corriente eléctrica' y su potencial asociado, el escalar al que se aplica el operador, a la variable eléctrica 'diferencia de potencial (d.d.p.)', implementando en el modelo tantos circuitos diferentes como ecuaciones contenga el modelo matemático.

El planteamiento formal que sirve de base para el desarrollo del MESIR es la 'teoría de redes' de Peusner [1987], en la que se apoya su 'termodinámica de redes'; dicha teoría, a su vez, se sustenta en la teoría de circuitos a partir de una generalización de sus variables conjugadas, corriente eléctrica y d.d.p. Los modelos en red son para Peusner una representación exacta de las características matemáticas de los procesos que describen. El MESIR es, por otro lado, un método de simulación en tanto que incluye la resolución numérica del modelo en red. Así, las variables flujos y fuerzas características del mismo deben satisfacer las leyes de Kirchhoff y sus relaciones determinarán los elementos de circuito correspondientes. Ahora bien, en cada proceso concreto y una vez elegidas las variables conjugadas, la información de qué elementos de circuito intervienen en el modelo en red y cómo se conectan entre sí, se obtiene del modelo

matemático y no de consideraciones de tipo físico acerca del papel que juegan estas variables. En síntesis, en la teoría de redes, la viabilidad de un modelo en red supone:

1. La existencia de una red independiente del tiempo,
2. La existencia de una magnitud $j_{N-N'}$ llamada flujo, asociada a cada rama que conecta los nudos $N-N'$ y que va de N a N' . $j_{N-N'}$ obedece las leyes de Kirchhoff para corrientes (LCK),
3. La existencia de una magnitud, ϕ , asociada a cada nudo, tal que la diferencia $X_{N-N'} = \phi_N - \phi_{N'}$, llamada fuerza, obedece la ley de los voltajes de Kirchhoff (LVK).

Las relaciones entre flujo y fuerza asociados a una rama y sus nudos límite, que pueden incluir o no variaciones temporales de estas variables que se dicen conjugadas, definen los elementos concretos del circuito equivalente a esa rama. La relación causa-efecto entre las variables conjugadas es completamente arbitraria con tal que sea consistente con 2) y 3).

3.2. MONOPUERTAS BASICAS

A la red se le asocia un conjunto de flujos que obedecen a una ley de balance local y un conjunto de fuerzas que satisfacen la condición de unicidad. Tales requisitos dan cuenta de la topología del proceso y su red asociada. Las propiedades topológicas dependen únicamente de la asignación de conexiones entre los diferentes puntos o de las posibles combinaciones de trayectorias que unen un nudo dado con otros nudos. Son independientes de las medidas y, desde un punto de vista topológico, dos grafos son iguales o isomorfos si las asignaciones de vértices y ramas son las mismas. Las leyes de Kirchhoff establecen relaciones entre flujos y fuerzas por separado, pero no expresan ningún tipo de relación entre flujos y fuerzas entre sí. Las relaciones entre el par conjugado flujo-fuerza se conocen como ecuaciones constitutivas o fenomenológicas y definen los elementos de circuito que expresan características específicas de cada proceso.

Las relaciones constitutivas se pueden establecer entre las variables de un par flujo-fuerza, en cuyo caso se habla de monopuerta. Una primera clasificación está relacionada con lo que en electricidad se conoce como elementos pasivos y activos. Los primeros no generan potencia; bien la disipan, bien tienen la capacidad de almacenarla y/o entregarla a la red. Las fuentes de tensión y corriente son elementos activos por lo que generan potencia de acuerdo a una determinada ley.

1. Monopuertas pasivas. En función de la relación expresa existente entre las variables LCK y LVK las monopuertas pasivas tienen nombre específicos:

- Monopuerta resistiva. Es un elemento de circuito asociado a una relación entre las derivadas temporales de las variables flujo y fuerza de una misma rama, mediante una función independiente del tiempo que llamaremos resistencia, R , que puede depender o no del flujo o de la fuerza:

$$dX(t)/dt = R dJ(t)/dt$$

Por tanto,

$$R = dX(t)/dJ(t)$$

A partir de esta expresión es posible relacionar las variables en forma finita y escribir

$$X(t) = F_R(J)$$

o bien

$$J(t) = F_R^{-1}(X)$$

Una monopuerta resistiva es lineal cuando la relación entre las variables $X(t)$ y $J(t)$ lo es, es decir $X(t) = R J(t)$. Su acción es instantánea, no importa cuál sea su estado anterior, en este sentido carecen de memoria. En su analogía física representan efectos disipativos, fricciones, efectos viscosos, etc.; desde el punto de vista termodinámico son elementos generadores de entropía.

Las monopuertas resistivas no lineales se definen a través de las funciones que las caracterizan, $J(t) = F_R^{-1}(X)$ o $X(t) = F_R(J)$. Constituyen, en definitiva fuentes controladas de corriente o tensión, respectivamente.

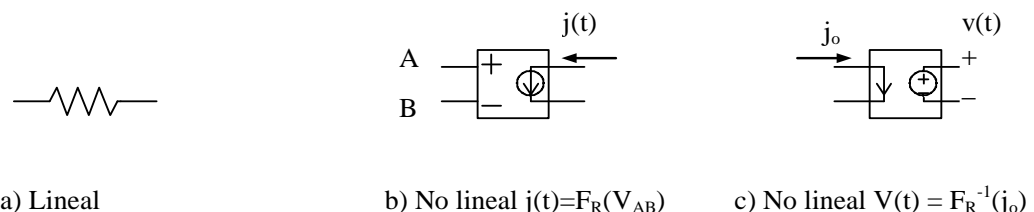


Figura 3.1. Representación simbólica de monopuertas resistivas

La representación simbólica de una monopuerta resistiva se muestra en la **figura 3.1.** : Una resistencia eléctrica de valor R ohmios para el caso lineal o una fuente controlada de corriente o tensión para el caso no lineal.

- Monopuerta capacitiva. Es un elemento de circuito asociado a una relación entre la variable flujo y la derivada temporal de la variable fuerza, de una misma rama, mediante una función no dependiente del tiempo que designaremos como capacidad, C,

$$J(t) = C dX(t)/dt$$

En estas monopuertas se produce algún tipo de almacenamiento, sin pérdidas, y su estado, que no cambia instantáneamente, tiene en cuenta todas las operaciones llevadas a cabo en el pasado (tiene memoria). La relación constitutiva anterior puede expresarse en términos de la capacidad

$$C = dq/dX = dF_c(X)/dX$$

que es constante cuando la dependencia $q = FC(X)$ es lineal, $C = q/X$.

La representación simbólica de la monopuerta capacitiva lineal se muestra en la **Figura 3.2.** : Un condensador eléctrico de valor C faradios.

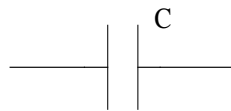


Figura 3.2. Representación simbólica de una monopuerta capacitiva lineal

- Monopuerta inercial o inductiva. Es el elemento de circuito asociado a una relación entre la variable fuerza y la derivada temporal de la variable flujo, de una misma rama, mediante una función no dependiente del tiempo, que designaremos como inductancia, L,

$$X(t) = L dJ(t)/dt$$

que equivale a la relación, no dependiente del tiempo, entre las variables flujo y fuerza

$$p = F_L(J)$$

Al igual que en el condensador se produce un almacenamiento de energía sin pérdidas y su estado tiene memoria. En su analogía representa procesos físicos en

donde tiene lugar algún efecto de inercia (como la masa en los sistemas mecánicos).

La relación constitutiva anterior puede expresarse en términos de la inductancia

$$\gamma = dp/dJ = dF_L(J)/dJ$$

que es constante cuando la dependencia $p = FL(J)$ es lineal, $L = p/J$.

La representación simbólica de la monopuerta inductiva lineal se muestra en la **figura 3.3** : Una inductancia eléctrica o bobina de valor L henrios.



Figura 3.3. Representación simbólica de una monopuerta inductiva lineal

Los procesos de almacenamiento y disipación de energía, bajo la hipótesis de continuidad del medio, se originan en todo los puntos del sistema. Los elementos R , C y L se identifican sin embargo con regiones pequeñas pero finitas del medio y sus conexiones con las otras puertas se realizan con enlaces ideales de energía, es decir, con conductores de resistencia nula.

2. Monopuertas activas. En estas se produce una aportación o extracción de energía al sistema. Cabe distinguir:
 - Fuentes constantes. Son monopuertas definidas de acuerdo con las expresiones $FJ(J) = 0$ y $FX(X) = 0$, según se trate de fuentes de flujo o de fuerza, respectivamente. Tienen asignado un sentido (o signo) que indica la dirección en que fluye la energía. La representación simbólica es la de la **figura 3.4.a**; eléctricamente se corresponden a pilas o generadores de corriente constante.
 - Fuentes dependientes del tiempo. La relación constitutiva entre las variables tiene la misma forma de las fuentes constantes; además, $X = X(t)$ y $J = J(t)$ según se trate de fuentes de fuerza o de flujo. Ejemplos de representación simbólica se muestran en la **figura 3.4.b**.
 - Fuentes controladas, **figura 3.4.c**. Se trata de monopuertas especiales asociadas a relaciones constitutivas entre variables, conjugadas o no, expresadas mediante cualquier función que no contiene explícitamente el tiempo. Se trata de elementos de entradas múltiples con una única salida que corresponde a un flujo o una fuerza

que depende funcionalmente de otros flujos o fuerzas de distintas ramas y nudos del mismo o diferente circuito. Estas fuentes permiten especificar acoplamientos energéticos de distinto tipo. Existen cuatro tipos de fuentes controladas por una sola variable

$$\mathbf{X} = \mathbf{F}_x (\mathbf{X}_c) ; \mathbf{X} = \mathbf{F}_j (\mathbf{J}_c) ; \mathbf{J} = \mathbf{F}_j (\mathbf{J}_c) ; \mathbf{J} = \mathbf{F}_x (\mathbf{X}_c)$$

según se trate de a) fuentes de tensión controladas por tensión, b) de tensión controladas por corriente, c) de corriente controladas por corriente y d) de corriente controladas por tensión, respectivamente; F designa una función arbitraria de la variable de control.

La acción de control puede ser ejercida por más de una variable y las funciones de control pueden ser complejas. Aunque la monpuerta puede especificarse arbitrariamente, su implementación como elemento de circuito puede no ser posible en tanto que no esté contenida en las librerías del software elegido. La teoría de circuitos permite, mediante circuitos auxiliares, resolver prácticamente todos los casos de diseño de la red eléctrica que se necesiten para cualquier tipo complejo de fuente controlada.

En términos de componentes eléctricos el software elegido en esta memoria para la simulación, PSpice [1994], es capaz de reconocer un extenso catálogo de componentes eléctricos, Tabla 2.2-1.

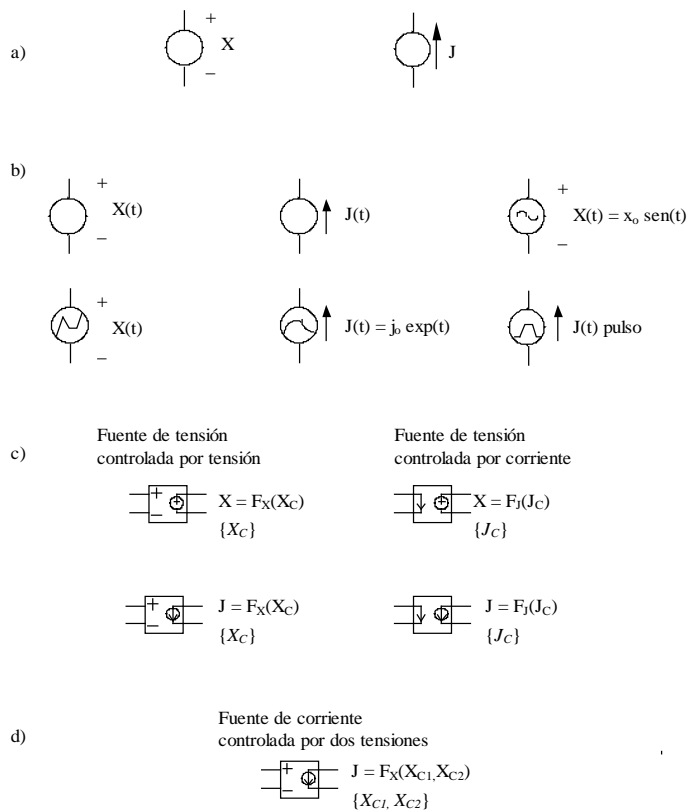


Figura 3.4. Representación simbólica de monopuertas activas. a) Fuentes constantes, b) fuentes dependientes del tiempo, c) fuentes controladas por una variable, d) ejemplo de fuente controlada por varias variables

<p>Elementos lineales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Resistencias Condensadores Inductancias o bobinas Fuentes constantes de tensión y corriente Fuentes de tensión y corriente, dependientes del tiempo Fuentes controladas de tensión y corriente
<p>Elementos no lineales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Fuentes controladas no lineales de tensión y corriente Interruptores accionados por tensión o por corriente

Tabla 3.1. Elementos de circuito

3.3. EL MESIR COMO METODO NUMÉRICO

El punto de partida en el MESIR es siempre el modelo matemático de un cierto proceso, un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales (EDP) espacio-temporales que lo definen. La discretización de la variable espacial, única manipulación directa que se hace de las ecuaciones, es la base para establecer el modelo en red o red eléctrica equivalente.

El modelo en red es el formato que se da al modelo matemático para que pueda ser utilizado como entrada en PSpice, (Nagel [1975] y [1977], Vladimirescu [1994], Kielkowsky [1994]).

En definitiva, puesto que la simulación del modelo en red mediante ordenador implica la resolución numérica de sus ecuaciones, el método de simulación por redes es, de hecho, un método numérico. A continuación exponemos las diferencias más notables con las estrategias de otros métodos numéricos.

Cuando en una ecuación en derivadas parciales se hace una doble reticulación, espacial y temporal, se reemplazan de hecho las derivadas parciales por aproximaciones algebraicas, lo que conduce a un conjunto de ecuaciones algebraicas que aproximan las EDP. Para la solución numérica de estas se utiliza un software matemático adecuado. Este procedimiento es la base de los bien conocidos métodos numéricos de diferencias finitas y volúmenes finitos, Knabner y Angermann [2003].

Como ya se ha comentado, la elaboración del modelo en red pasa por la reticulación espacial, pero no temporal. Se parte, pues, de un sistema de ecuaciones en derivadas parciales cuya reticulación espacial lo convierte en uno de ecuaciones diferenciales ordinarias en el tiempo, que son las del circuito correspondiente a una celda elemental. Posteriormente, el propio software realiza la reticulación temporal.

Así, el MESIR, tras la definición de la variable flujo, $j(q,t)=\partial\phi(q,t)/\partial q$, las EDP toman la forma

$$f_i [\phi, \partial\phi/\partial t, \partial^2\phi/\partial t^2, j, \partial j/\partial q, \partial j/\partial t, q, t] = 0$$

que con la discretización espacial se convierten en

$$F_i [\phi, d\phi/dt, d^2\phi/dt^2, j, dj/dt, t] = 0$$

que son las ecuaciones del circuito (la conexión entre $j(q,t)$ y $\phi(q,t)$ no se deshace).

Si $j(q,t)=\partial\phi(q,t)/\partial q_i$ no es una condición del proceso modelizado, sino una relación física entre variables definidas independientemente, la red puede considerarse como una descripción alternativa del sistema. Si, además, j corresponde a un flujo de transporte de una cierta magnitud, los elementos del circuito y ciertos parámetros del conjunto de la red (como la

impedancia) pueden dotarse de un significado físico equivalente al que tienen en el transporte de la carga eléctrica. En estos casos es evidente que el MESIR proporciona más información que la estricta respuesta numérica del sistema.

3.4. SIMULACIÓN

Una vez obtenido el modelo en red se procede a su análisis en PSpice [1994]. Las dificultades estarán, inicialmente, en el aprendizaje de un lenguaje de programación, que puede ser de texto o gráfico; sin embargo se trata de dificultades fáciles de salvar dado que son pocas las reglas de programación que se requieren (téngase en cuenta que los modelos están constituidos por muy pocos dispositivos). PSpice ha sido utilizado por otros autores para resolver problemas de otras disciplinas. Baker y Shortt [1990] estudia el comportamiento de componentes integrados en diferentes rangos de temperatura, Bello [1991] lo aplica a la resolución de problemas mecánicos, Herbert [1992] lo aplica a la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias, Hamill [1993], a problemas estadísticos.

El circuito se presenta al ordenador, en el proceso de simulación, como un conjunto de ecuaciones matemáticas. Este proporciona, mediante procedimientos de análisis numérico, toda la información solicitada por el investigador para cada tipo de análisis. De esta forma se obtienen los datos correspondientes a medidas típicas de laboratorio con un margen de error despreciable; más aún, pueden alterarse las condiciones iniciales, de contorno, y las características térmicas del medio con sencillos cambios en el programa, y el análisis puede aportar datos sobre el comportamiento del circuito más allá de los límites que virtualmente se pueden obtener con medidas reales.

La simulación está estructurada en cinco subprogramas principales, que interactúan entre ellos a través de una estructura de datos que es almacenada en un área común del programa. Estos subprogramas son: entrada, organización, análisis, salida y utilidades, Figura 2.2-5.

El subprograma de entrada lee el archivo de entrada, construye una estructura de datos y chequea el circuito. El de organización, una vez que el programa de entrada se ha ejecutado con éxito, construye estructuras adicionales que serán requeridas en el programa de análisis, parte esencial de la simulación. El subprograma de salida genera y organiza, en la memoria central o en discos, los resultados solicitados por el usuario en forma tabular o gráfica. Las utilidades son aspectos secundarios no relacionados directamente con la simulación; estas

permiten, por ejemplo, almacenar componentes o partes de modelos para ser compartidos por otros usuarios.

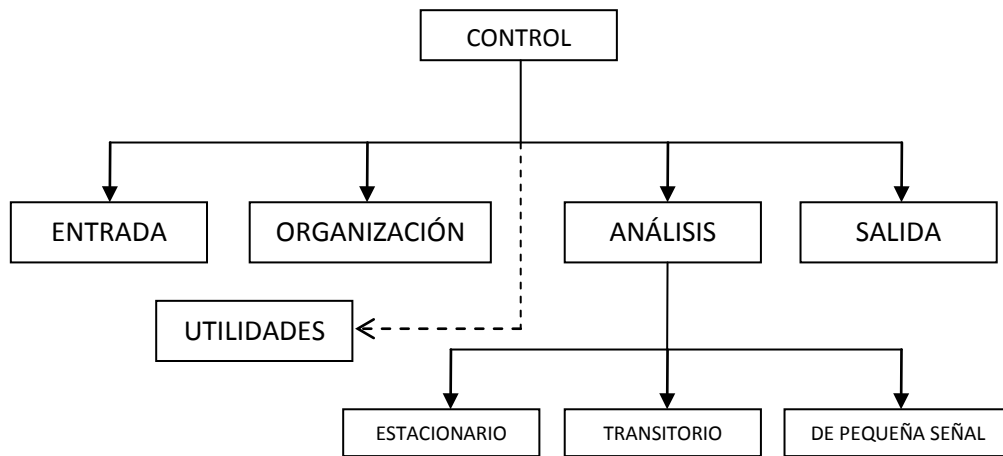


Figura 3.5. Diagrama bloques del programa de simulación de circuitos PSpice

El subprograma análisis es la parte importante del programa de simulación. Ejecuta los análisis requeridos por el circuito, de acuerdo con las indicaciones del archivo de entrada; la información resultante se almacena en la memoria central o en discos para su posterior procesamiento en los archivos de salida. Mientras que la facilidad de uso del programa reside en los subprogramas de entrada y salida, el programa de análisis, que contiene algoritmos más complejos y consume la fracción mayor del tiempo de computación, determina la eficiencia de la simulación.

En el proceso de simulación se obtiene la solución numérica de la representación matemática del modelo en red. Esta contiene i) las ecuaciones matemáticas de los diferentes tipos de monpuertas, ii) las ecuaciones correspondientes a las restricciones impuestas por las leyes de Kirchhoff, propias de la teoría de circuitos, que han de satisfacerse entre las ramas y nudos del circuito, y iii) la información particular sobre la interconexión de los diferentes componentes eléctricos de cada modelo. Toda esta información compone un extenso sistema de ecuaciones algebraico-diferenciales del tipo $F(\phi, j, d\phi/dt, dj/dt, t) = 0$, donde $\phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n)$ y $j = (j_1, j_2, \dots, j_m)$ son vectores formados por las variables dependientes del circuito, corrientes y tensiones, y F , en general, es un operador no lineal.

El conjunto de tareas que componen el proceso de simulación puede ser agrupado en los siguientes tópicos (o algoritmos de computación), i) formulación de las ecuaciones, ii) solución de ecuaciones lineales, iii) solución de ecuaciones no lineales e iv) integración numérica.

PSpice es miembro de la familia de programas de simulación de circuitos SPICE2, Nagel [1975]; mucho más potente y rápido que sus predecesores, fue desarrollado en la Universidad de California en los años setenta y utiliza algoritmos numéricos más refinados con formatos de entrada-salida idénticos. El uso extendido de PSpice da fe de su capacidad para el tratamiento de una extensa variedad de problemas en simulación de circuitos, resolviendo: i) respuesta en corriente continua, ii) respuesta transitoria en el tiempo y análisis de Fourier en el dominio de la frecuencia, y iii) análisis de pequeña señal en corriente alterna y distorsión.

Los algoritmos utilizados en PSpice, que se documentan en la tesis de Nagel, son el resultado de implementaciones, modificaciones y comparaciones cuidadosas de los métodos numéricos existentes en el contexto especial de la simulación de circuitos.

La sintaxis de entrada no requiere especiales disposiciones ordenadas de datos, su estilo puede catalogarse más bien como libre y dispone de una razonable fuente de datos que se adjudican por omisión a los componentes cuando estos no se especifican en detalle. También realiza un buen número de chequeos para asegurar que el circuito ha sido introducido correctamente y el resto de las sentencias de programa están bien escritas, advirtiendo al programador de posibles errores mediante mensajes previos a la ejecución. En definitiva, un usuario principiante necesita especificar un número mínimo de parámetros y controles de simulación para extraer unos resultados de simulación aceptables.

El programa, por fin, se estructura como un listado que contiene todos los componentes eléctricos del circuito, con resistencias, condensadores, fuentes, interruptores, etc., que se introducen uno por uno indicando el nombre, valor, nudos de conexión y otros parámetros característicos. También existe la posibilidad de organizar el programa mediante sub-circuitos.

CAPÍTULO 4

MODELOS EN RED

4.1. MODELOS EN RED BASADOS EN LA FORMULACIÓN DE NAVIER

Para el estudio de las tensiones en suelos con el programa ESPNET_10 se emplea el modelo en red correspondiente a la formulación de Navier (2.6) aplicado a problemas de deformación plana.

En los dos siguientes apartados mostramos el modelo en red correspondiente a la ecuación de gobierno de una celda elemental en coordenadas cartesianas y el de las condiciones de contorno.

4.2. COORDENADAS RECTANGULARES.CELDA ELEMENTAL

Partiendo de las ecuaciones diferenciales de la formulación de Navier en coordenadas cartesianas, Morales et ál. [2011]. Los dos problemas correspondientes al caso plano pueden expresarse con el mismo sistema de ecuaciones diferenciales sin más que usar el valor apropiado en las propiedades de material. Según qué caso, los valores del coeficiente de Lamé λ , módulo de elasticidad transversal μ y coeficiente de dilatación térmica lineal α , vienen dados por las siguientes ecuaciones:

Para el caso de deformación plana los parámetros de material (λ , μ y α) son:

$$\left. \begin{aligned} \lambda &\equiv \lambda_{dp} = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ \mu &\equiv \mu_{dp} = \frac{E}{2(1+\nu)} \\ \alpha &\equiv \alpha_{dp} = \alpha \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

Mientras que para el caso de tensión plana los parámetros de material (λ , μ y α):

$$\left. \begin{aligned} \lambda &\equiv \lambda_{tp} = \frac{\nu' E'}{(1+\nu')(1-2\nu')} = \frac{\nu E}{1-\nu^2} \\ \mu &\equiv \mu_{tp} = \frac{E'}{2(1+\nu')} = \frac{E}{2(1+\nu)} \\ \alpha &\equiv \alpha_{tp} = \frac{1+\nu}{1+2\nu} \alpha \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

El módulo de elasticidad transversal μ no resulta afectado por la redefinición.

Dado que cada ecuación diferencial da lugar a un circuito independiente, la celda o volumen elemental esta formada por dos circuitos, cada uno de ellos asociado a una de las funciones incógnita (los desplazamientos). Con este fin, resulta conveniente expresar las ecuaciones (2.7) de manera que queden separados los términos correspondientes a ambas funciones. Operando todas las derivadas, y agrupando por tipos de derivadas, estas ecuaciones pueden escribirse en la forma

$$\left. \begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \left[(\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} + f_x \right] &= 0 \\ \mu \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \left[(\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y} + f_y \right] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

Aún podemos hacerlas más compactas si agrupamos las propiedades de material definiendo los coeficientes $C_1 = (\lambda + 2\mu)$, $C_2 = \mu$, y $C_3 = (\lambda + \mu)$.

$$\left. \begin{aligned} C_1 \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + C_2 \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \left[C_3 \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} + f_x \right] &= 0 \\ C_2 \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + C_1 \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \left[C_3 \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y} + f_y \right] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

Cada uno de los términos en derivadas de las ecuaciones anteriores se puede expresar en diferencias finitas, usando el mallado y nomenclatura de la figura **figura 4.1**. Según el tipo de derivada, las aproximaciones son

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Big|_{k,0} &\approx \frac{\frac{u_{k,2} - u_{k,0}}{\Delta x/2} - \frac{u_{k,0} - u_{k,4}}{\Delta x/2}}{\Delta x} = \frac{u_{k,2} - 2u_{k,0} + u_{k,4}}{\Delta x^2/2} = - \left(\frac{u_{k,0} - u_{k,2}}{\Delta x^2/2} + \frac{u_{k,0} - u_{k,4}}{\Delta x^2/2} \right) \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Big|_{k,0} &\approx \frac{\frac{u_{k,3} - u_{k,0}}{\Delta y/2} - \frac{u_{k,0} - u_{k,1}}{\Delta y/2}}{\Delta y} = \frac{u_{k,3} - 2u_{k,0} + u_{k,1}}{\Delta y^2/2} = - \left(\frac{u_{k,0} - u_{k,3}}{\Delta y^2/2} + \frac{u_{k,0} - u_{k,1}}{\Delta y^2/2} \right) \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \Big|_{k,0} &\approx \frac{\frac{u_{kt,2} - u_{kt,4}}{\Delta x} - \frac{u_{kb,2} - u_{kb,4}}{\Delta x}}{2\Delta y} = \frac{u_{kt,2} - u_{kt,4} - u_{kb,2} + u_{kb,4}}{2\Delta x \Delta y} \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

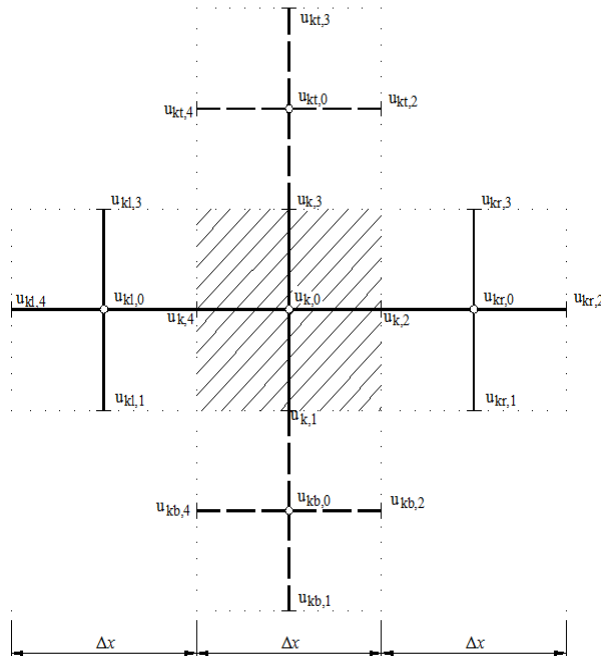


Figura 4.1. Mallado y nomenclatura

Salvo las celdas de los contornos, las celdas interiores comparten nudos con las celdas vecinas. Estos nudos compartidos recibirían códigos distintos si solo consideramos cada celda por separado. Dado que el nudo debe estar identificado por un código, se debe sustituir k,1 (celda k) por el código del nudo de la celda inferior. Por la misma razón, se sustituye el código k,4 por el de la celda de la izquierda.

Como se ha indicado, existen dos circuitos, uno por cada una de las componentes de desplazamiento: 'ux' para la componente rectangular u_x y 'uy' para la componente del desplazamiento u_y . Señalamos que todas las derivadas, excepto las cruzadas, se asocian a balances sobre la celda y no sobre cada punto de la malla. Como consecuencia resultan dos tipo de puntos: i) los centros de celda donde se imponen las ecuaciones de gobierno, y ii) los bordes de celda donde se imponen las condiciones de continuidad espacial entre celdas adyacentes, o bien las condiciones de contorno cuando se trata de celdas en el contorno del dominio.

En definitiva, las ecuaciones en diferencias finitas correspondiente a **(4.4)** son

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_{x_{k,0}} - u_{x_{k,2}}}{(\Delta x^2/2)C_1} + \frac{u_{x_{k,0}} - u_{x_{k,4}}}{(\Delta x^2/2)C_1} + \frac{u_{x_{k,0}} - u_{x_{k,3}}}{(\Delta y^2/2)C_2} + \frac{u_{x_{k,0}} - u_{x_{k,1}}}{(\Delta y^2/2)C_2} - \left[C_3 \frac{u_{y_{kt,2}} - u_{y_{kt,4}} - u_{y_{kb,2}} + u_{y_{kb,4}}}{2\Delta x \Delta y} + f_x \right] &= 0 \\ \frac{u_{y_{k,0}} - u_{y_{k,2}}}{(\Delta x^2/2)C_2} + \frac{u_{y_{k,0}} - u_{y_{k,4}}}{(\Delta x^2/2)C_2} + \frac{u_{y_{k,0}} - u_{y_{k,3}}}{(\Delta y^2/2)C_1} + \frac{u_{y_{k,0}} - u_{y_{k,1}}}{(\Delta y^2/2)C_1} - \left[C_3 \frac{u_{x_{kt,2}} - u_{x_{kt,4}} - u_{x_{kb,2}} + u_{x_{kb,4}}}{2\Delta x \Delta y} + f_y \right] &= 0 \end{aligned} \right\} \mathbf{(4.6)}$$

Establecemos ahora la equivalencia formal entre variables mecánicas y eléctricas asociando la variable desplazamiento, u, a la variable tensión, o voltage, e interpretamos cada ecuación como un balance de corrientes en la celda, es decir, cada término de la misma es una corriente que entra o sale de la celda de acuerdo con su signo. Con esta asignación, por un lado, los cuatro primeros sumandos de la primera y segunda ecuación **(4.6)**, pueden implementarse en el circuito o modelo en red mediante simples resistencias merced a la relación constitutiva para estos componentes $i = \Delta V/R$. El valor de la resistencia es el denominador de la expresión del término correspondiente de la ecuación **(4.6)**, **figura 4.2**. Por otra parte, los últimos sumandos incluidos entre corchetes en la ecuación **(4.6)**, atendiendo a su signo, se implementan mediante fuentes de corriente que 'salen' del nudo. Estos sumandos incluyen los términos de acoplamiento entre ecuaciones, los debidos al campo de temperaturas y las fuerzas de volumen. A cada uno de los términos, o directamente la suma de todos ellos, se le asocia una 'fuente de corriente controlada por tensión'. Esta corriente, especificada mediante software, es una función continua dependiente de los voltages en cualquier nudo de los dos circuitos.

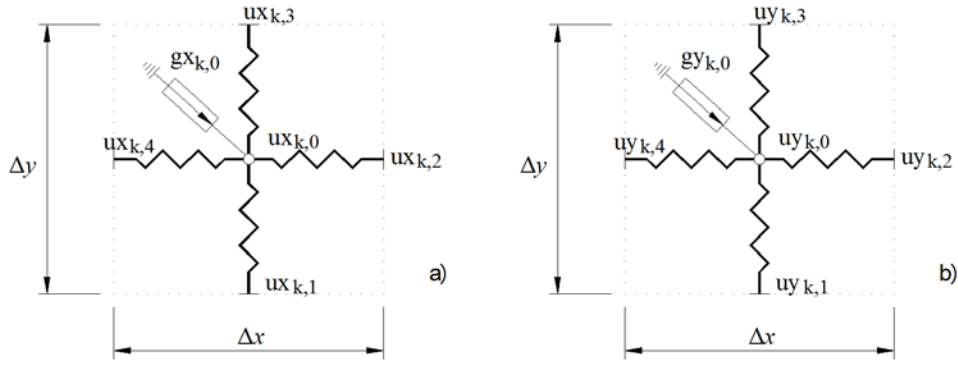


Figura 4.2. Modelo en red de una celda. a) Circuito 'ux'; b) Circuito 'uy'

Los valores de las resistencias y las funciones de las fuentes de corriente para una celda genérica 'k' en los circuitos para ambos desplazamientos son:

$$\left. \begin{aligned}
 R_{k,0,k4}^{ux} &= R_{k,0,k2}^{ux} = \frac{\Delta x^2}{2} \frac{1}{C_1} \\
 R_{k,0,k3}^{uy} &= R_{k,0,k1}^{uy} = \frac{\Delta y^2}{2} \frac{1}{C_2} \\
 G_{k,0}^{ux} &= - \left[C_3 \frac{u_{ykt,2} - u_{ykt,4} - u_{ykb,2} + u_{ykb,4}}{2\Delta x \Delta y} + f_x \right] \\
 R_{k,0,k4}^{uy} &= R_{k,0,k2}^{uy} = \frac{\Delta x^2}{2} \frac{1}{C_2} \\
 R_{k,0,k3}^{ux} &= R_{k,0,k1}^{ux} = \frac{\Delta y^2}{2} \frac{1}{C_1} \\
 G_{k,0}^{uy} &= - \left[C_3 \frac{u_{xkt,2} - u_{xkt,4} - u_{xkb,2} + u_{xkb,4}}{2\Delta x \Delta y} + f_y \right]
 \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

La implementación de los términos que contienen derivadas cruzadas se hace de un modo especial. Anteriormente hemos mencionado que todas las derivadas se obtenían por balances en el interior de la celda excepto las derivadas cruzadas. Dado que estos términos no se pueden evaluar en una única celda se dispone de múltiples posibilidades de elección. La opción empleada para las celdas centrales supone un balance entre dos celdas situadas sobre la misma vertical (una por encima y otra por debajo de la celda 'k'). Esta elección implica que para el caso de los bordes inferiores y superiores, las derivadas cruzadas no pueden operarse por las mismas expresiones que para el caso de las celdas del interior, por lo que se efectúan entre la misma celda del borde y la contigua hacia el interior al dominio. Las opciones implementadas por EPSNET_10 son las que ofrecen mayor simplificación a la hora de programar el modelo. Para el caso del borde inferior, operando con las celdas superiores, resulta

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right|_{k,0} \approx \frac{\frac{u_{kt,2} - u_{kt,4}}{\Delta x} - \frac{u_{k,2} - u_{k,4}}{\Delta x}}{\Delta y} = \frac{u_{kt,2} - u_{kt,4} - u_{k,2} + u_{k,4}}{\Delta x \Delta y} \quad (4.8)$$

y para el borde superior, tomando las celdas inferiores

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \Big|_{k,0} \simeq \frac{\frac{u_{k,2} - u_{k,4}}{\Delta x} - \frac{u_{kb,2} - u_{kb,4}}{\Delta x}}{\Delta y} = \frac{u_{k,2} - u_{k,4} - u_{kb,2} + u_{kb,4}}{\Delta x \Delta y} \quad (4.9)$$

Finalmente, las derivadas cruzadas en las esquinas pueden ser programadas eligiendo entre un gran número de opciones. En EPSNET_10 se programa a partir de los valores de cuatro celdas: las tres contiguas a la misma más la propia celda. Así, la esquina inferior izquierda, resulta

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \Big|_{k,0} \simeq \frac{\frac{u_{ktr,0} - u_{kt,0}}{\Delta x} - \frac{u_{kr,1} - u_{k,1}}{\Delta x}}{1.5 \Delta y} = \frac{u_{ktr,0} - u_{kt,0} - u_{kr,1} + u_{k,1}}{1.5 \Delta x \Delta y} \quad (4.10)$$

Las otras esquinas se programan ajustando la notación.

El modelo en red se completa para todo el dominio conectando eléctricamente $N_x \times N_y$ celdas a lo largo de los ejes x e y , **figura 4.2**. Es importante mencionar que los elementos de volumen no necesitan ser necesariamente cuadrados; pueden ser rectangulares, modelo implementado en el código EPSNET_10, paralelogramos irregulares e incluso triángulos rectos o curvos, Moreno et ál. [2007]. Esta aproximación nos permite adaptar el mallado a la geometría particular del problema, si bien el mallado uniforme es el que mejores resultados garantiza.

4.3. CONDICIONES DE CONTORNO

Detallamos a continuación las condiciones de contorno mecánicas en desplazamiento y en fuerzas. Estas últimas requieren un tratamiento más elaborado por incluir términos acoplados entre los dos circuitos y por la presencia de primeras derivadas, perpendiculares y paralelas al contorno.

4.3.1. CONDICIONES DE CONTORNO EN DESPLAZAMIENTOS

La condición de contorno en desplazamientos se especificó en la ecuación (2.9). Admiten la notación genérica: $u_i = u_i^b$ sobre S_u , **figura 4.4.a**, con $i = x, y$ para el caso plano en cartesianas.

Dado que los modelos en red para la formulación en Navier del problema elástico bidimensional contienen dos circuitos, y que en el modelo en red de la celda elemental se ha identificado tales componentes con la tensión eléctrica en cada punto del correspondiente circuito, los desplazamientos se implementan directamente mediante un generador de tensión constante o pila aplicada en el nudo correspondiente. El voltaje de la pila corresponde al desplazamiento del punto, Morales et ál. [2011].

Los desplazamientos impuestos como condiciones de contorno pueden definirse en cualquier nudo de la malla. Sin embargo, la interfaz gráfica de EPSNET_10 solo admite nudos del contorno y centros de celda. Manipulando los archivos de texto de modelos en red se pueden imponer desplazamientos en cualquier otro nudo del modelo.

Como ejemplo, para el caso de problemas planos en coordenadas cartesianas, consideramos una restricción al *desplazamiento* vertical de valor cero sobre un punto del contorno $u_y^b \Big|_{k,3} = 0$, **figura 4.3.a**. Usando la simbología de la **figura 3.4.a**, la condición en

desplazamientos se implementa en el modelo en red sobre el circuito 'uy' conectando en el nudo correspondiente ($uy_{k,3}$) una pila de valor cero voltios, **figura 4.3.b**.

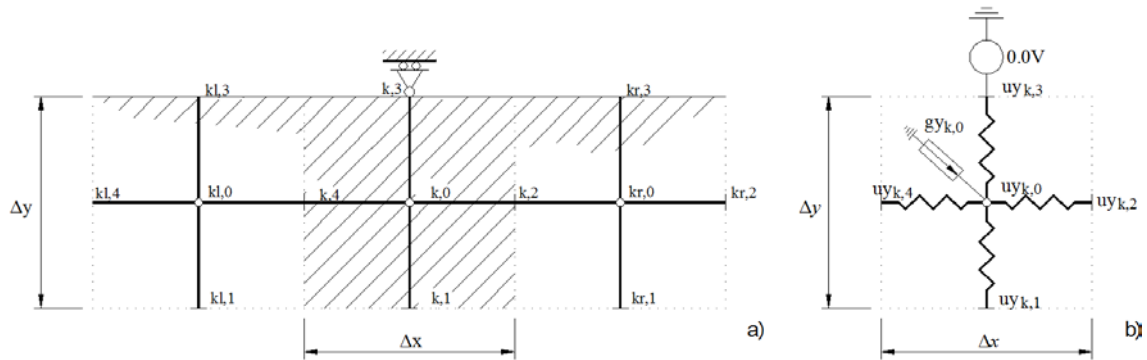


Figura 4.3. Ejemplo de condición en desplazamientos en modelo en red formulado con Navier: **a)** modelo físico, **b)** modelo en red

4.3.2. CONDICIONES DE CONTORNO EN FUERZAS

En la formulación de Navier, la condición de contorno correspondiente a fuerzas de superficie en función de los desplazamientos incógnita, **figura 4.4.a**, está definida por las ecuaciones (2.10), donde las propiedades del material deben elegirse de acuerdo con las relaciones (4.1) para deformación plana y (4.2) para tensión plana.

Las condiciones de contorno en fuerzas, se definen en función de los desplazamientos mediante derivadas parciales acopladas, Morales et ál. [2011]. Esto requiere componentes más complejos para su implementación. Con el objeto de simplificar los desarrollos y, teniendo en cuenta que el programa EPSNET_10 en su versión actual se limita a dominios rectangulares, consideramos las ecuaciones (2.10) particularizadas para cada borde del rectángulo siguiendo la notación de la **figura 4.4.b**.

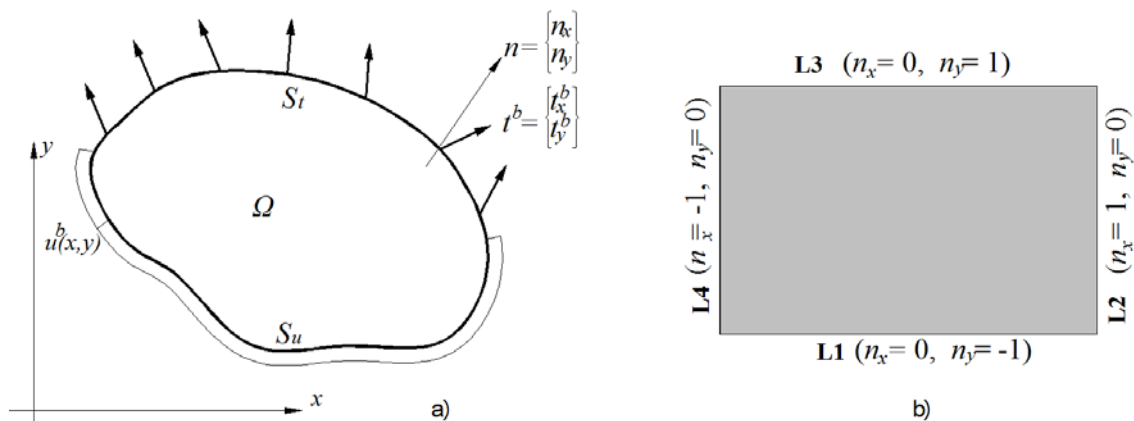


Figura 4.4. Dominio de cálculo en problemas planos: **a)** genérico, **b)** en EPSNET_10

La ecuación (2.10) aplicada a cada borde de la **figura 4.4.b** se reduce a

$$\left. \begin{aligned}
 \text{L1} &\rightarrow \begin{cases} t_x^b = -\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \\ t_y^b = -\lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) - 2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y} \end{cases} \\
 \text{L2} &\rightarrow \begin{cases} t_x^b = \lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x} \\ t_y^b = \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \end{cases} \\
 \text{L3} &\rightarrow \begin{cases} t_x^b = \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \\ t_y^b = \lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + 2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y} \end{cases} \\
 \text{L4} &\rightarrow \begin{cases} t_x^b = -\lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) - 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x} \\ t_y^b = -\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \end{cases}
 \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

i) Borde horizontal (L1)

Componente de fuerza horizontal t_x^b

Despejando la primera derivada en desplazamientos normales al borde $\frac{\partial u_x}{\partial y}$ de la primera de las ecuaciones correspondientes al borde L1, tenemos

$$\frac{\partial u_x}{\partial y} = - \left(\frac{t_x^b}{\mu} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \quad (4.12)$$

Con la nomenclatura de la **figura 4.5**, (4.12) se transforma en la ecuación en diferencias finitas

$$\frac{u_{x_{k,0}} - u_{x_{k,1}}}{\Delta y / 2} = - \left(\frac{t_x^b|_{k,1}}{\mu} + \frac{u_{y_{kr,1}} - u_{y_{kl,1}}}{2\Delta x} \right) \quad (4.13)$$

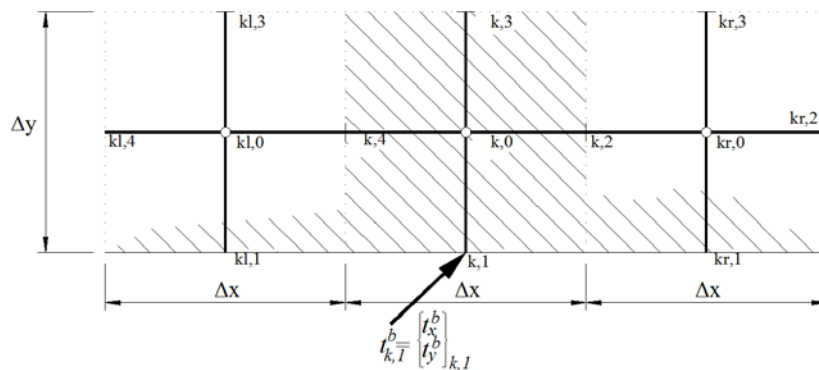


Figura 4.5. Condiciones de fuerza superficial en borde inferior (L1)

De esta ecuación despejamos la componente horizontal del desplazamiento en el nudo de celda coincidente con el borde L1

$$u_{x_{k,1}} = u_{x_{k,0}} + \frac{\Delta y}{2\mu} t_x^b|_{k,1} + \frac{\Delta y}{4\Delta x} (u_{y_{kr,1}} - u_{y_{kl,1}}) \quad (4.14)$$

que transforma la condición de contorno original en fuerzas, t_x^b , en condición de contorno en desplazamientos, u_x . Con la analogía entre desplazamiento y voltaje, esta condición se implementa mediante una fuente de tensión controlada por tensión cuyo valor es función de los voltajes en nudos de ambos circuitos 'ux' y 'uy'. Usando la simbología de la **figura 3.4.c**, la condición de contorno en el modelo se muestra en la **figura 4.6**.

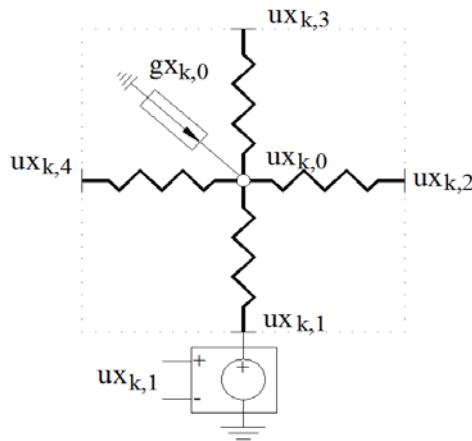


Figura 4.6. Modelo en red de la condición de fuerza superficial t_x^b en borde inferior (L1) implementada en el circuito 'ux', mediante fuente de tensión controlada por tensión de valor $u_{x_{k,1}}$ (4.14)

La celdas del principio y final del borde inferior L1 no permiten tomar diferencias finitas centrales por lo que las ecuaciones cambian ligeramente

$$u_{x_{k,1}}|_{1^{a}.cel.} = u_{x_{k,0}} + \frac{\Delta y}{2\mu} t_x^b|_{k,1} + \frac{\Delta y}{2\Delta x} (u_{y_{kr,1}} - u_{y_{k,1}}) \quad (4.15)$$

$$u_{x_{k,1}}|_{\acute{u}lt.cel.} = u_{x_{k,0}} + \frac{\Delta y}{2\mu} t_x^b|_{k,1} + \frac{\Delta y}{2\Delta x} (u_{y_{k,1}} - u_{y_{kl,1}}) \quad (4.16)$$

En relación con esta última derivada, paralela al borde L1, podría haberse tomado en el interior de la celda como $\frac{\partial u_y}{\partial x}|_{k,1} \approx \frac{u_{y_{k,2}} - u_{y_{k,4}}}{\Delta x}$. Esto supone una simplificación en la implementación, pues no existirían diferencias entre la programación de las celdas extremas del borde y las centrales. Sin embargo, EPSNET_10 implementa la opción de aproximar en el mismo borde, con objeto de buscar resultados más precisos en mallados poco densos.

Por último, en cuanto a la elección del componente eléctrico, es posible una implementación alternativa mediante fuentes de corriente controladas por tensión en vez de fuentes de tensión controladas por tensión. Las primeras tienen la ventaja de poder definir de manera individual condiciones múltiples de contorno, incluso de forma simultánea a las condiciones de desplazamiento anteriores; puesto que

podemos ‘inyectar’ tanta corriente como queramos en el nudo, sin incurrir en ningún tipo de incoherencia en el modelo eléctrico. Así, estas son más versátiles que las fuentes de tensión, que se limitan a una sola fuente por punto. Sin embargo, el programa EPSNET_10 emplea fuentes de tensión por ser más fáciles de implementar. Cuando existan condiciones simultáneas de carga y desplazamiento en el contorno, al no poder especificarse ambas en un mismo punto, prevalecerá la condición de desplazamiento sobre la de carga. EPSNET_10 comprueba si existe o no una condición de desplazamiento antes de imponer una condición de carga; si existe, anula la condición de carga y si no existe, la aplica.

Componente de fuerza vertical t_y^b

Despejando la primera derivada en desplazamientos normal al borde de la segunda de las ecuaciones correspondientes al borde L1, tenemos

$$\frac{\partial u_y}{\partial y} = -\frac{1}{\lambda+2\mu} \left[t_y^b + \lambda \frac{\partial u_x}{\partial x} \right] \quad (4.17)$$

Con la nomenclatura de la **figura 4.5**, la ecuación (4.17) puede escribirse en diferencias finitas en la forma

$$\frac{u_{y_{k,0}} - u_{y_{k,1}}}{\Delta y/2} = -\frac{1}{\lambda+2\mu} \left(t_y^b \Big|_{k,1} + \lambda \frac{u_{x_{kr,1}} - u_{x_{kl,1}}}{2\Delta x} \right) \quad (4.18)$$

De esta ecuación despejamos la componente vertical del desplazamiento en el nudo de celda coincidente con el borde L1

$$u_{y_{k,1}} = u_{y_{k,0}} + \frac{\Delta y/2}{\lambda+2\mu} \left[t_y^b \Big|_{k,1} + \lambda \frac{u_{x_{kr,1}} - u_{x_{kl,1}}}{2\Delta x} \right], \quad (4.18)$$

de manera que la condición de contorno original t_y^b quede expresada en función del desplazamiento u_y . Análogamente al caso de la componente de fuerza anterior, la condición se implementa eléctricamente con una fuente de tensión controlada por tensión cuyo valor es función de los voltajes en nudos de ambos circuitos ‘ux’ y ‘uy’. La representación que corresponde al modelo en red es

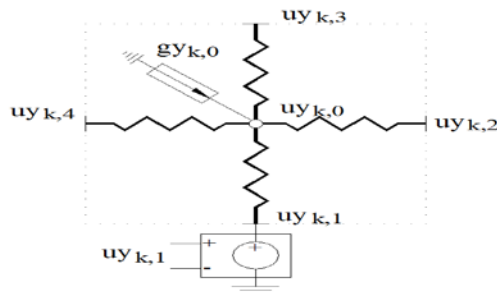


Figura 4.7. Modelo en red de la condición de fuerza superficial t_y^b en borde inferior (L1) implementada en el circuito ‘uy’, mediante fuente de tensión controlada por tensión de valor $u_{y_{k,1}}$ (4.18)

De nuevo, la celdas extremas del borde no permiten tomar diferencias finitas centrales, por lo que las funciones cambian a la forma

$$uy_{k,1}|_{1^{\text{a cel.}}} = uy_{k,0} + \frac{\Delta y/2}{\lambda+2\mu} \left[t_y^b|_{k,1} + \lambda \frac{ux_{kr,1}-ux_{kl,1}}{\Delta x} \right] \quad (4.19)$$

$$uy_{k,1}|_{\text{últ. cel.}} = uy_{k,0} + \frac{\Delta y/2}{\lambda+2\mu} \left[t_y^b|_{k,1} + \lambda \frac{ux_{k,1}-ux_{kl,1}}{\Delta x} \right] \quad (4.20)$$

También se pueden aplicar los comentarios finales sobre la implementación de la derivada paralela a los bordes y sobre la selección de componente eléctrico.

ii) Borde vertical (L2)

Sigue las mismas reglas que para el borde horizontal L1 para ambas componentes de la fuerza superficial t_x^b y t_y^b . De acuerdo con estas y siguiendo la nomenclatura de la **figura 4.1**, se despeja la derivada en desplazamientos perpendicular al borde en las ecuaciones (4.11) correspondientes a L2. De la primera (t_x^b) se obtiene una expresión en diferencias finitas que puede ser implementada en el circuito 'ux' mediante una fuente de tensión controlada por tensión

$$ux_{k,2} = ux_{k,0} + \frac{\Delta x/2}{\lambda+2\mu} \left[t_x^b|_{k,2} - \lambda \frac{uy_{kt,2}-uy_{kb,2}}{2\Delta y} \right] \quad (4.21)$$

De la segunda (t_y^b) se obtiene la expresión correspondiente a la fuente de tensión aplicada en el circuito 'uy':

$$uy_{k,2} = uy_{k,0} + \frac{\Delta x}{2\mu} t_y^b|_{k,2} - \frac{\Delta x}{4\Delta y} (ux_{kt,2} - ux_{kb,2}) \quad (4.22)$$

En cuanto a las celdas extremas del borde, se debe modificar la derivada paralela al borde. Siguiendo el procedimiento anterior, las expresiones resultantes para la primera celda del borde vertical L2 son

$$ux_{k,2}|_{1^{\text{a cel.}}} = ux_{k,0} + \frac{\Delta x/2}{\lambda+2\mu} \left[t_x^b|_{k,2} - \lambda \frac{uy_{kt,2}-uy_{k,2}}{\Delta y} \right] \quad (4.23)$$

$$uy_{k,2}|_{1^{\text{a cel.}}} = uy_{k,0} + \frac{\Delta x}{2\mu} t_y^b|_{k,2} - \frac{\Delta x}{2\Delta y} (ux_{kt,2} - ux_{k,2}) \quad (4.24)$$

y para la última celda del borde vertical L2

$$ux_{k,2}|_{\text{últ. cel.}} = ux_{k,0} + \frac{\Delta x/2}{\lambda+2\mu} \left[t_x^b|_{k,2} - \lambda \frac{uy_{k,2}-uy_{kb,2}}{\Delta y} \right] \quad (4.25)$$

$$uy_{k,2}|_{\text{últ. cel.}} = uy_{k,0} + \frac{\Delta x}{2\mu} t_y^b|_{k,2} - \frac{\Delta x}{2\Delta y} (ux_{k,2} - ux_{kb,2}) \quad (4.26)$$

A continuación, se recogen las expresiones finales de las fuentes de tensión que resultan de aplicar el procedimiento detallado para el borde L1 a los bordes restantes:

iii) Borde horizontal (L3)

Condición t_x^b en circuito 'ux'

$$ux_{k,3} = ux_{k,0} + \frac{\Delta y}{2\mu} t_x^b|_{k,3} - \frac{\Delta y}{4\Delta x} (uy_{kr,3} - uy_{kl,3}) \quad (4.27)$$

$$ux_{k,3}|_{1^{a}cel.} = ux_{k,0} + \frac{\Delta y}{2\mu} t_x^b|_{k,3} - \frac{\Delta y}{2\Delta x} (uy_{kr,3} - uy_{k,3}) \quad (4.28)$$

$$ux_{k,3}|_{\acute{u}lt.cel.} = ux_{k,0} + \frac{\Delta y}{2\mu} t_x^b|_{k,3} - \frac{\Delta y}{2\Delta x} (uy_{k,3} - uy_{kl,3}) \quad (4.29)$$

Condición t_y^b en circuito 'uy'

$$uy_{k,3} = uy_{k,0} + \frac{\Delta y/2}{\lambda+2\mu} \left[t_y^b|_{k,3} - \lambda \frac{ux_{kr,1} - ux_{kl,1}}{2\Delta x} \right] \quad (4.30)$$

$$uy_{k,3}|_{1^{a}cel.} = uy_{k,0} + \frac{\Delta y/2}{\lambda+2\mu} \left[t_y^b|_{k,3} - \lambda \frac{ux_{kr,1} - ux_{k,1}}{\Delta x} \right] \quad (4.31)$$

$$uy_{k,3}|_{\acute{u}lt.cel.} = uy_{k,0} + \frac{\Delta y/2}{\lambda+2\mu} \left[t_y^b|_{k,3} - \lambda \frac{ux_{k,1} - ux_{kl,1}}{\Delta x} \right] \quad (4.32)$$

iv) Borde vertical (L4)

Condición t_x^b en circuito 'ux'

$$ux_{k,4} = ux_{k,0} + \frac{\Delta x/2}{\lambda+2\mu} \left[t_x^b|_{k,4} + \lambda \frac{uy_{kt,4} - uy_{kb,4}}{2\Delta y} \right] \quad (4.33)$$

$$ux_{k,4}|_{1^{a}cel.} = ux_{k,0} + \frac{\Delta x/2}{\lambda+2\mu} \left[t_x^b|_{k,4} + \lambda \frac{uy_{kt,4} - uy_{k,4}}{\Delta y} \right] \quad (4.34)$$

$$ux_{k,4}|_{\acute{u}lt.cel.} = ux_{k,0} + \frac{\Delta x/2}{\lambda+2\mu} \left[t_x^b|_{k,4} + \lambda \frac{uy_{k,4} - uy_{kb,4}}{\Delta y} \right] \quad (4.35)$$

Condición t_y^b en circuito 'uy'

$$uy_{k,4} = uy_{k,0} + \frac{\Delta x}{2\mu} t_y^b|_{k,4} + \frac{\Delta x}{4\Delta y} (ux_{kt,4} - ux_{kb,4}) \quad (4.36)$$

$$uy_{k,4}|_{1^{a}cel.} = uy_{k,0} + \frac{\Delta x}{2\mu} t_y^b|_{k,4} + \frac{\Delta x}{2\Delta y} (ux_{kt,4} - ux_{k,4}) \quad (4.37)$$

$$uy_{k,4}|_{\acute{u}lt.cel.} = uy_{k,0} + \frac{\Delta x}{2\mu} t_y^b|_{k,4} + \frac{\Delta x}{2\Delta y} (ux_{k,4} - ux_{kb,4}) \quad (4.38)$$

CAPÍTULO 5

PROGRAMA EPSNET_10

5.1. INTRODUCCIÓN

EPSNET_10 es un programa elaborado en Matlab, con interfaz gráfica, que permite simular problemas 2D-elastostáticos en dominios rectangulares, basados en formulación de Navier y en formulación potenciales de la representación de Papkovich-Neuber y derivadas. El programa contiene las rutinas de generación de modelos, de simulación en PSpice y las necesarias para la representación gráfica de resultados, incorporando opciones de usuario tales como:

- Manipulación de archivos
- Acceso a los resultados de la simulación con Matlab y PSpice
- Opciones de análisis para la solución numérica
- Distintas posibilidades de extrapolación de resultados
- Representación del dominio deformado, componentes de desplazamiento y tensión mediante superficies; con posibilidad de selección de la escala de deformación para cada resultado
- Representación de líneas de contorno de componentes de tensión y vectores de desplazamiento
- Representación de las soluciones potenciales y resultados intermedios (derivadas primeras y segundas de los potenciales), etc.

El funcionamiento de EPSNET_10 se muestra en el diagrama de bloques de la **figura 5.1-1**.

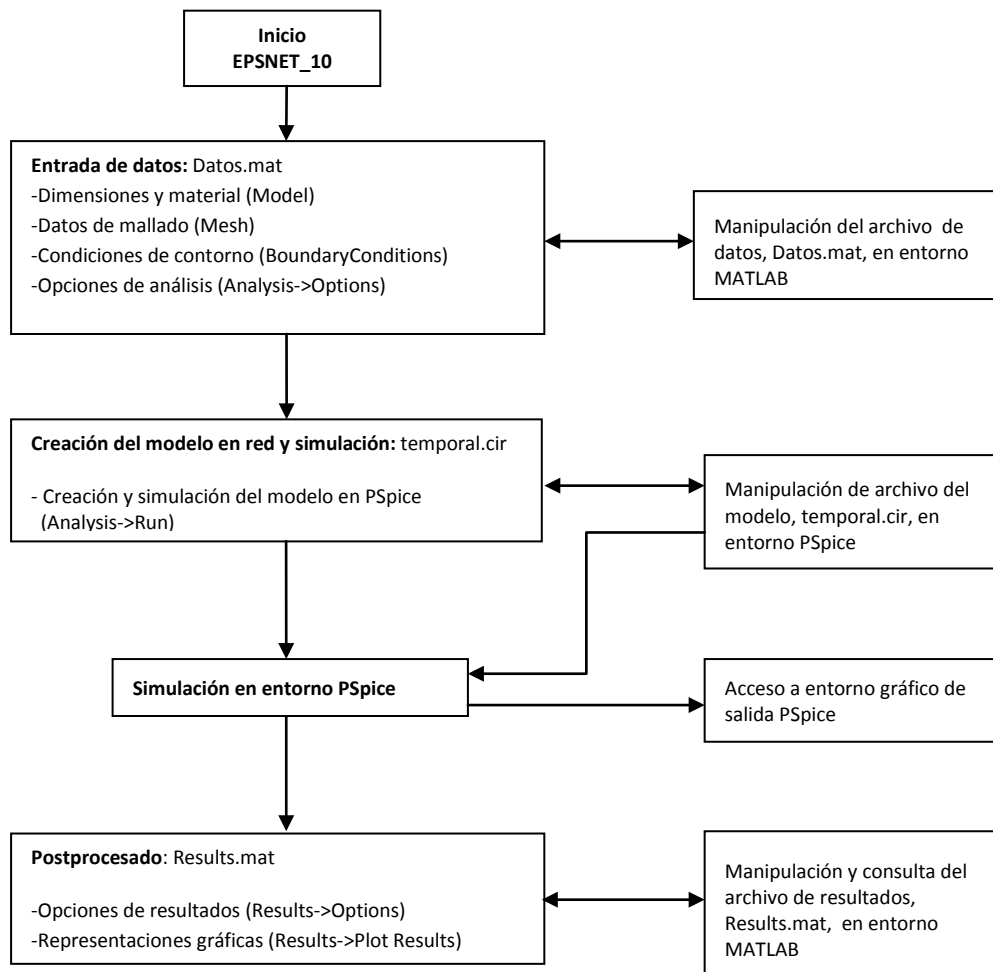


Figura 5.1-1. Diagrama de bloques de funcionamiento de EPSNET_10

5.2. INTRODUCCIÓN DE DATOS

Al ejecutar el programa EPSNET_10, cuyo anagrama es el de la **figura 5.2-1**, aparece la pantalla inicial del programa tal y como se muestra en la **figura 5.2-2**, donde se encuentra la barra de menú del programa con distintas pestañas.

Al pulsar “File” se presenta un desplegable, **figura 5.2-3**, con las opciones clásicas siguientes:

- *New*: generación del modelo de un nuevo programa
- *Load*: cargar un modelo ya configurado

- *Save*: guardar el modelo con el que se está trabajando
- *Save as*: guardar el modelo actual con otro nombre
- *Close*: cerrar el programa EPSNET_10

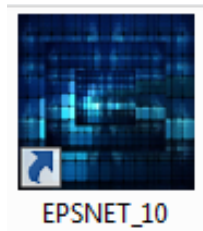


Figura 5.2-1 Anagrama del programa EPSNET_10

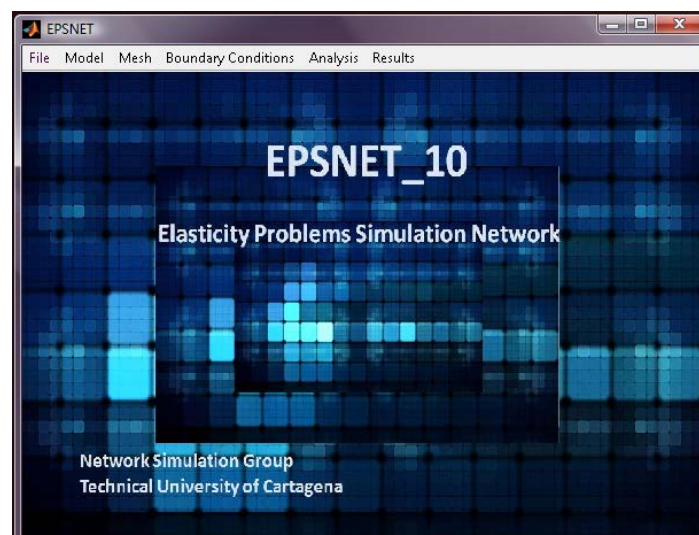


Figura 5.2-2 Pantalla inicial y barra de menú

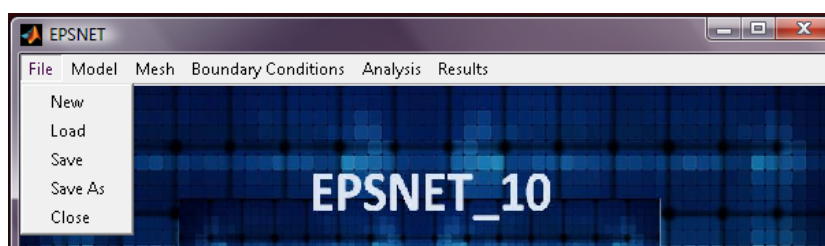


Figura 5.2-3 Funciones clásicas de la pestaña File

Al pulsar “New” se procede a la generación de un nuevo modelo que da la opción al usuario a asignar y guardar el nombre del mismo, **figura 5.2-4** (ruta: “File→New→Name, escribir nombre de modelo→Accept”).

Cuando seleccionamos ‘New’ se cargan los datos de un modelo completo y predefinido de nombre ‘omisión.MAT’, especialmente creado para este fin. Este archivo puede ser editado directamente mediante la utilidad ‘CreaOmissionMat.m’, ejecutable desde la aplicación Matlab.

El procedimiento de creación del archivo 'omisión.MAT' es una alternativa en modo texto a la generación mediante la interfaz gráfica. Para usarla es necesaria la instalación de Matlab. Aun así, para cualquier modo de introducción de los datos del modelo (en modo gráfico o texto), la ejecución y posterior post-proceso solo puede hacerse desde el programa EPSNET_10.

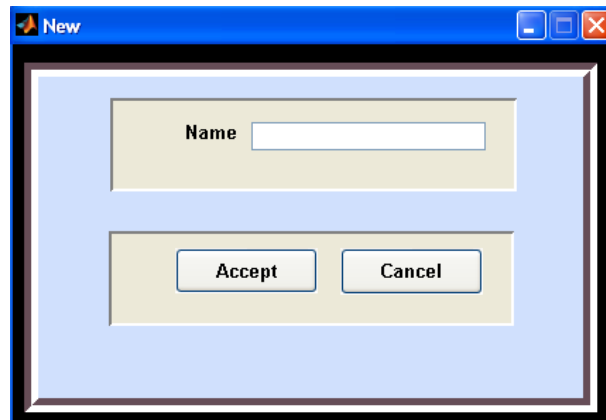


Figura 5.2-4 Pantalla generación nuevo modelo

Una vez introducido el nombre del modelo, se procede a la introducción de datos pulsando la pestaña "Model" presentándose un desplegable con la función "Dimensions&Materials" (ruta: "Model→Dimensions&Materials"), tal y como se muestra en **figura 5.2-5**.

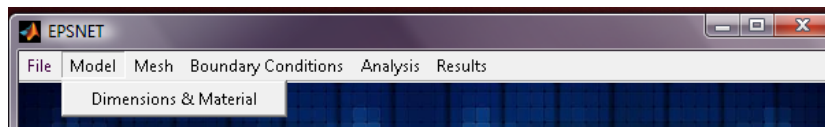


Figura 5.2-5 Ruta de acceso a la entrada de datos de modelo

Las opciones de interacción del usuario con el programa son de dos tipos:

1. Simple selección por 'clic' en la correspondiente casilla de la pantalla
2. Selección de la opción adecuada en los menús desplegados de ciertos botones
3. Introducción directa de información en las casillas correspondientes

En relación con la última opción, la información puede ser de tipo alfanumérico (por ejemplo, el nombre de un archivo) o numérico (datos de características físicas o geométricas del medio, u otros parámetros necesarios para la simulación). Se admiten valores directos, expresiones numéricas con constantes predefinidas (como 'pi', 'eps' o 'inf') en formato Matlab (como '5*sin(30*pi/180)') y vectores, también en formato Matlab (como '[1,2,3,4,5]'). El vector

puede expresarse 'componente a componente' o en la forma 'valor-inicial:incremento:valor-final' (como '[1:1:5]'). Las unidades pueden ser arbitrarias siempre que sean homogéneas.

Los primeros datos del modelo que se introducen definen las dimensiones del dominio. Este consiste en un rectángulo (tanto en cartesianas como en cilíndricas) definido por la posición del vértice inferior izquierdo que corresponde a las coordenadas "Xo" e "Yo" en cartesianas, o "Ro" y "Zo" en cilíndricas, y el alto y ancho del mismo que corresponde a "L" y "H" respectivamente. Los siguientes datos del modelo introducidos definen el material. "ALPHA (α)" es el coeficiente de dilatación térmica lineal en $^{\circ}\text{C}^{-1}$, "E" el módulo de elasticidad longitudinal y "UN" (ν) el coeficiente de Poisson. Introducidos estos datos, el botón 'ACCEPT' los actualiza y cierra pantalla; 'CANCEL' cierra pantalla sin actualizar datos, **figura 5.2-6**.

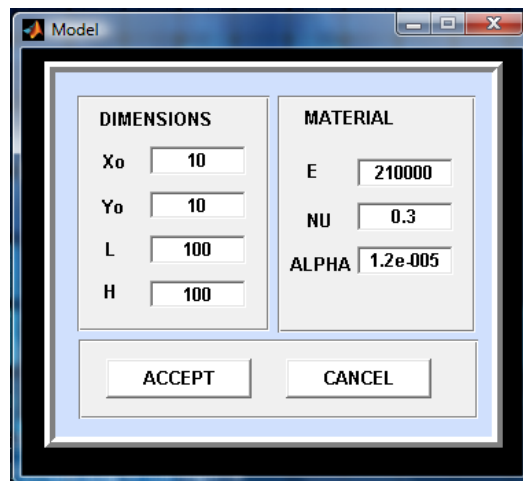


Figura 5.2-6 Pantalla de entrada de datos del modelo

Introducidos los datos del modelo, se procede a introducir los datos del mallado, pulsando la pestaña "Mesh" en la barra de menú principal, donde aparece una pantalla tal y como se muestra en la **figura 5.2-7**.

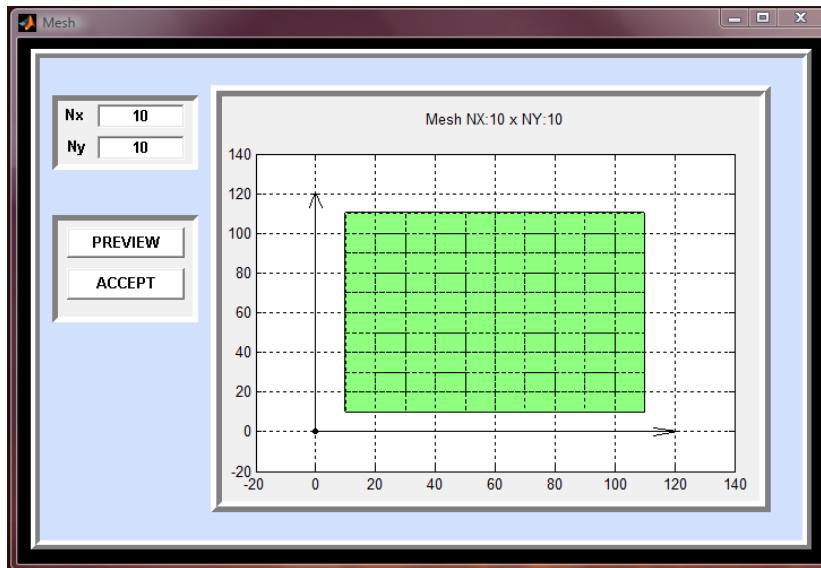


Figura 5.2-7 Pantalla de entrada de datos del mallado

Los datos a introducir para definir el mallado son el número de celdas en el eje horizontal “Nx” y el número de celdas en el eje vertical “Ny”. Al pulsar el botón “PREVIEW” nos aparece la imagen del modelo mallado a la derecha de la pantalla. El botón “ACCEPT” actualiza y cierra la pantalla.

Definidos los datos del modelo de mallado se procede a la definición de las condiciones de contorno, pulsando la pestaña “Boundary Conditions” en la barra de menú principal donde aparece una pantalla tal y como se muestra en la **figura 5.2-8**.

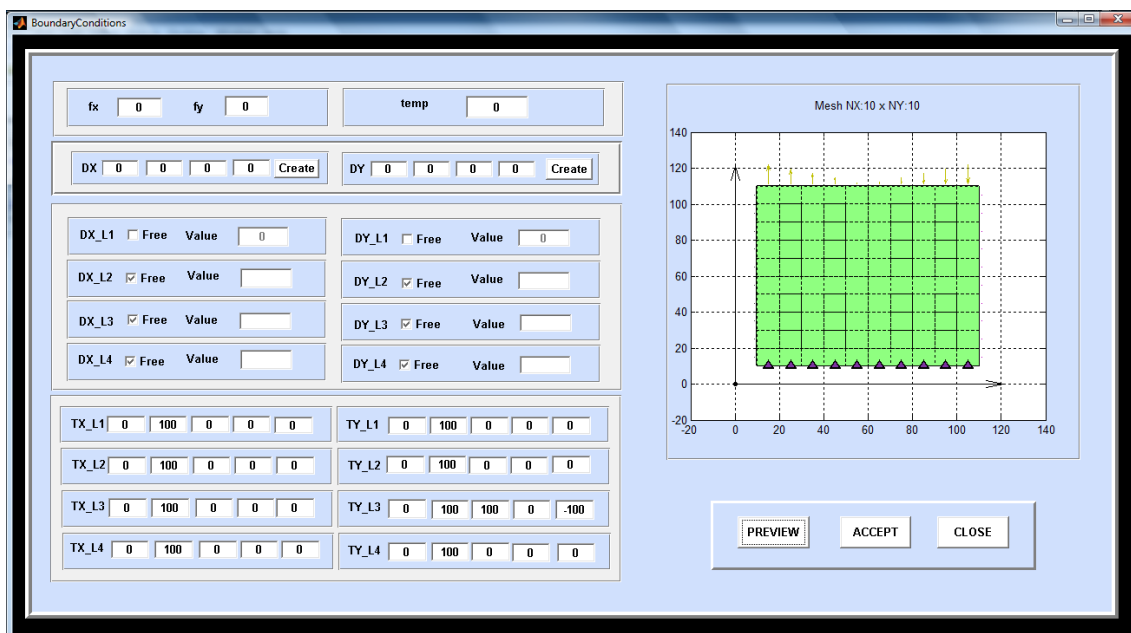


Figura 5.2-8 Pantalla de entrada de datos de las condiciones de contorno

Para la definición de las condiciones de contorno se establecen cuatro líneas en el contorno, **figura 5.2-9**:

1. **L1**: Borde inferior horizontal del rectángulo, con origen en su extremo izquierdo
2. **L2**: Borde derecho vertical, con origen en extremo inferior
3. **L3**: Borde superior horizontal con origen en extremo izquierdo
4. **L4**: Borde izquierdo vertical con origen en el extremo inferior

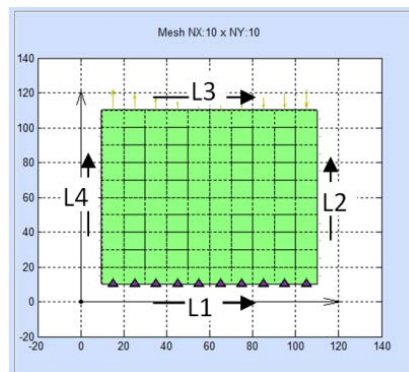


Figura 5.2- 9 Numeración, origen y sentido (positivo) de los contornos del dominio

Los cuadros de datos de la pantalla de condiciones de contorno, **figura 5.2-8**, tienen el siguiente significado:

1. " **f_x** " y " **f_y** ": campos que permiten definir el valor de las fuerzas de volumen. Función no implementada en la formulación con potenciales.
2. " **$temp$** ": Este campo reconoce un cambio o incremento térmico uniforme y constante en todo el dominio, en $^{\circ}C$. Opción no implementada en los modelos formulados con potenciales. Este incremento está aplicado a la temperatura de referencia para la que se han definido las propiedades físicas del problema (E , ν y α).

Para comprobar la fiabilidad de los resultados de problemas termo-elásticos resueltos mediante EPSNET_10, el programa incorpora un ejemplo 1-D. Este consiste en una corona delgada de superficies adiabáticas, un problema de tensión plana cuya solución teórica puede consultarse en Sadd [2009]. Para acceder al mismo se introduce la clave '12712' en la casilla 'temp', acción que incorpora al modelo, con el mallado seleccionado, los datos estacionarios del campo temperaturas de la arandela, **figura 5.2-10**.

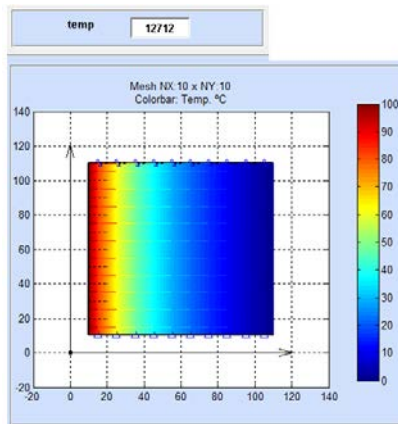


Figura 5.2-10 Campo Térmico 1-D de una arandela

3. “Dx” y “Dy”: Definen componentes de desplazamiento horizontal o vertical respectivamente, en el centro o en el borde de las celdas de contorno. También es posible su utilización en centros de celda en aquellas que no son del contorno, opción implementada solo para la formulación de Navier. La nomenclatura adoptada es la siguiente, **figura 5.2-11**: Primera introducción: 4-1-4-0. El primer dígito alude al número de fila, empezando por abajo; el segundo a la columna empezando por la izquierda; el tercero indica el punto de la celda que sufre el desplazamiento (0: centro de la celda, 1: centro del borde inferior, 2: centro del borde derecho, 3: centro del borde superior y 4: centro del borde izquierdo). Solo se puede indicar un borde de celda cuando éste pertenece a un contorno. El último dígito es el valor de desplazamiento impuesto, por defecto ‘0’.

El botón ‘PREVIEW’ permite comprobar la adecuada introducción de los datos mediante la simbología indicada en la figura. Esta distingue entre nodos de borde con un solo desplazamiento, triángulo vacío, y dos desplazamientos, triángulo lleno, y nodos del interior del dominio con un triángulo sin relleno, debidamente orientado, por cada desplazamiento. Por otro lado, el botón ‘Create’ permite introducir desplazamientos adicionales que se van mostrando en la pantalla pulsando ‘PREVIEW’.

DX	4	1	4	0	Create	DY	4	10	2	0	Create
DX	4	1	4	0	Create	DY	8	1	4	0.2	Create
DX	5	5	0	0.3	Create	DY	0	0	0	0	Create

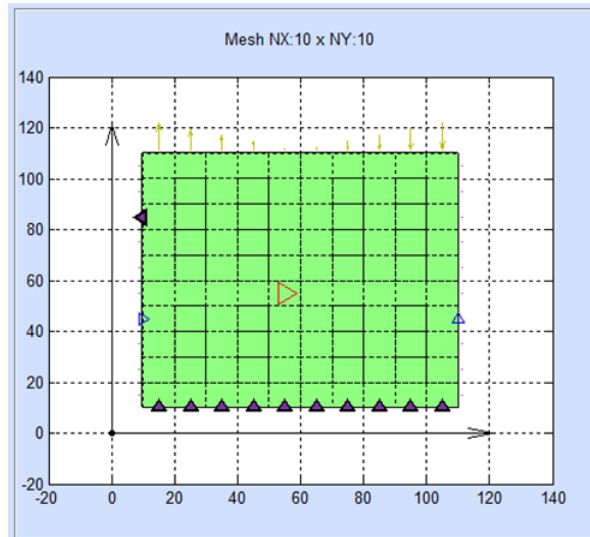


Figura 5.2-11 Entrada de datos relativos al desplazamiento en puntos de celdas

4. ' Dx_{L1} ' a ' Dx_{L4} ' y ' Dy_{L1} ' a ' Dy_{L4} ': **figura 3.2-12**, definen desplazamientos en las líneas que forman los contornos del dominio, de acuerdo con la asignación de la **figura 5.2-9**. '*Free*' denota contorno con desplazamiento libre mientras que '*Value*' permite asignar un valor al desplazamiento.

La representación de los desplazamientos de líneas en la pantalla sigue una simbología similar a la de desplazamientos en nudos. La **figura 5.2-12** muestra un ejemplo: La línea 1 está representada por triángulos rellenos por tener impuestos desplazamientos en x y en y ; la línea 2 es de triángulos vacíos, con orientación horizontal, por tener impuesta una condición de desplazamiento horizontal. Por último, las líneas 3 y 4 son triángulos vacíos orientados verticalmente de acuerdo con la condición impuesta en estos bordes.

DX_L1 <input type="checkbox"/> Free Value <input type="text" value="0"/>	DY_L1 <input type="checkbox"/> Free Value <input type="text" value="0"/>
DX_L2 <input type="checkbox"/> Free Value <input type="text" value="0"/>	DY_L2 <input checked="" type="checkbox"/> Free Value <input type="text"/>
DX_L3 <input checked="" type="checkbox"/> Free Value <input type="text"/>	DY_L3 <input type="checkbox"/> Free Value <input type="text" value="0.2"/>
DX_L4 <input checked="" type="checkbox"/> Free Value <input type="text"/>	DY_L4 <input type="checkbox"/> Free Value <input type="text" value="0"/>

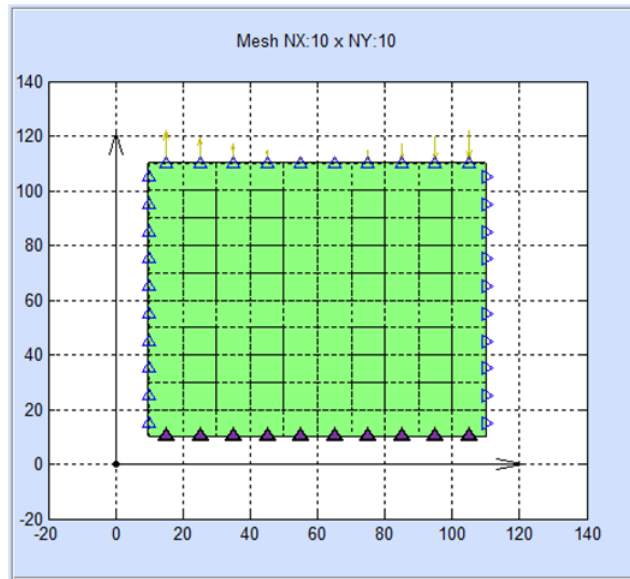


Figura 5.2-12 Entrada de datos relativos al desplazamiento en puntos celdas

5. 'Tx_L1' a 'Tx_L4' y 'Ty_L1' a 'Ty_L4': definen fuerzas superficiales que actúan sobre los contornos, **figura 5.2-13**. Las dos primeras casillas corresponden a la selección de la parte del contorno afectada por las cargas impuestas, desde el primer valor hasta el segundo valor. Los restantes tres valores definen la carga. La versión actual de EPSNET admite especificaciones de los tipos de cargas más generales: distribución constante, lineal y cuadrática. Las cargas se representan siempre mediante flechas orientadas de longitud proporcional al valor de aquellas.

La **figura 5.2-13** muestra un ejemplo. En la línea 1 se define una distribución de carga horizontal parabólica simétrica, de valor máximo 80, más cargas verticales de distribución lineal (+100, 0, -100). La línea 2 está afectada por una distribución lineal, de carga horizontal (-100, 0, +100) en parte del contorno, desde la posición inicial 20 hasta la posición final 80. La línea 3 tiene una distribución lineal de carga vertical en todo el contorno. Finalmente, la línea 4 tiene una distribución horizontal de carga constante más una distribución vertical lineal.

TX_L1	0	100	0	80	0	TY_L1	0	100	100	0	-100
TX_L2	20	.8*100	-100	0	100	TY_L2	0	100	0	0	0
TX_L3	0	100	0	0	0	TY_L3	0	100	100	0	-100
TX_L4	0	100	-50	-50	-50	TY_L4	0	100	100	0	-100

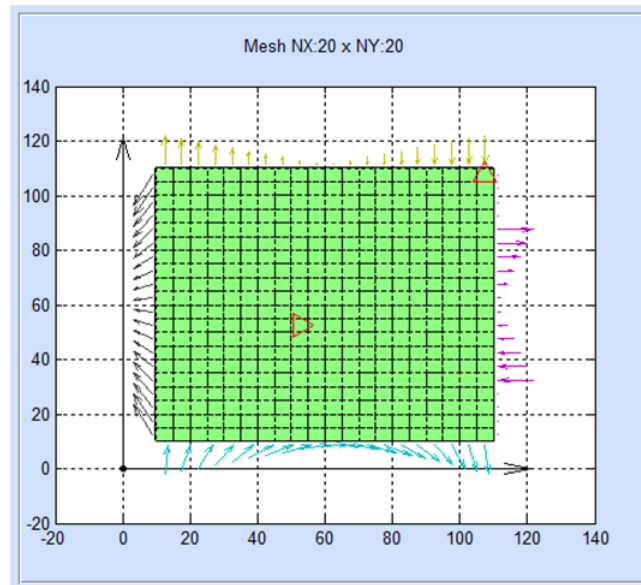


Figura 5.2-13 Entrada de datos relativos a las cargas en líneas

5.3. TIPOS DE ANÁLISIS Y OPCIONES AVANZADAS

Introducidos los datos anteriores, EPSNET_10 dispone de toda la información del modelo físico. El diseño concreto del modelo en red depende del tipo de análisis requerido y de la información complementaria propia del programa de simulación usado, PSpice.

Al pulsar la pestaña “Analysis” en la barra de menú principal se presenta un desplegable con las funciones “Options” y “Run”. Si pulsamos la función “Options” (ruta: “Analysis→Options”) aparece una pantalla tal y como se muestra Figura 3.3-1, que permite seleccionar un tipo de análisis de entre los siguientes:

- “Navier Plane Stress”: Solución de problemas de tensión plana mediante la formulación de Navier en coordenadas cartesianas.
- “Navier Plane Strain”: Solución de problemas de deformación plana mediante la formulación de Navier en coordenadas cartesianas.
- “Navier Axisymmetric”: Solución de problemas axisimétricos mediante la formulación de Navier en coordenadas cilíndricas.
- “Potential Axisymmetric Φ_0, Φ_R ”: Solución de problemas axisimétricos formulados en potenciales derivados de la representación de Papkovitch-Neuber, usando el potencial escalar (ϕ_0) y la componente radial (ϕ_r) del potencial vectorial.

- *“Potential Axisymmetric Φ_0, Φ_z ”*: Solución de problemas axisimétricos formulados en potenciales derivados de la representación de Papkovich-Neuber, usando el potencial escalar (ϕ_0) y la componente axial (ϕ_z) del potencial vectorial.
- *“Potential Axisymmetric Φ_0, Φ_r, Φ_z ”*: Solución de problemas axisimétricos formulados mediante la representación de Papkovich-Neuber, usando el potencial escalar ϕ_0 y las componentes radial (ϕ_r) y axial (ϕ_z) del potencial vectorial.
- *“Potential Plane Stress Φ_0, Φ_x ”*: Solución de problemas de tensión plana formulados en potenciales derivados de la representación de Papkovich-Neuber, usando el potencial escalar (ϕ_0) y la componente cartesiana (ϕ_x) del potencial vectorial.
- *“Potential Plane Stress Φ_0, Φ_y ”*: Solución de problemas de tensión plana formulados en potenciales derivados de la representación de Papkovich-Neuber, usando el potencial escalar (ϕ_0) y la componente cartesiana (ϕ_y) del potencial vectorial.
- *“Potential Plane Stress Φ_0, Φ_x, Φ_y ”*: Solución de problemas de tensión plana formulados mediante la representación de Papkovich-Neuber, usando el potencial escalar (ϕ_0) y las componentes cartesianas (ϕ_x y ϕ_y) del potencial vectorial.
- *“Potential Plane Strain Φ_0, Φ_x ”*: Solución de problemas de deformación plana formulados en potenciales derivados de la representación de Papkovich-Neuber, usando el potencial escalar (ϕ_0) y la componente cartesiana (ϕ_x) del potencial vectorial.
- *“Potential Plane Strain Φ_0, Φ_y ”*: Solución de problemas de deformación plana formulados en potenciales derivados de la representación de Papkovich-Neuber, usando el potencial escalar (ϕ_0) y la componente cartesiana (ϕ_y) del potencial vectorial.
- *“Potential Plane Strain Φ_0, Φ_x, Φ_y ”*: Solución de problemas de deformación plana formulados mediante la representación de Papkovich-Neuber, usando el potencial escalar (ϕ_0), y las componentes cartesianas (ϕ_x y ϕ_y) del potencial vectorial.

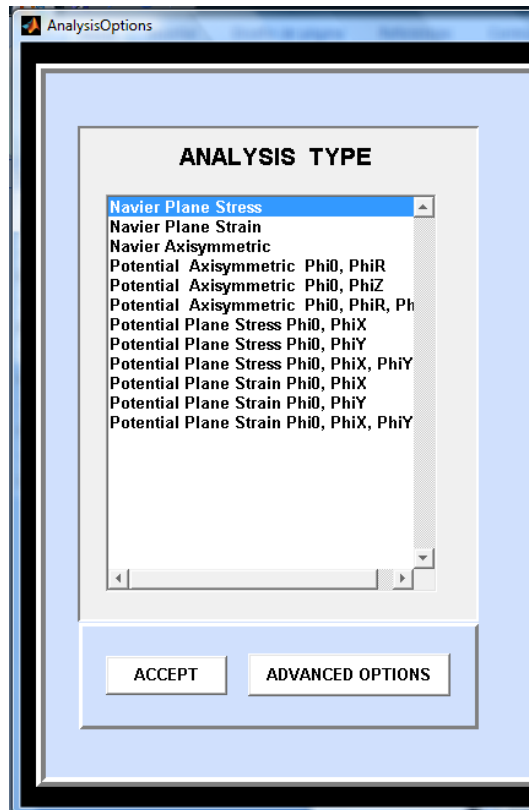


Figura 5.3-1 Pantalla de opciones de análisis

En relación con las opciones avanzadas, botón “*ADVANCED OPTIONS*”, EPSNET dispone de tres posibilidades, **figura 5.3-2**:

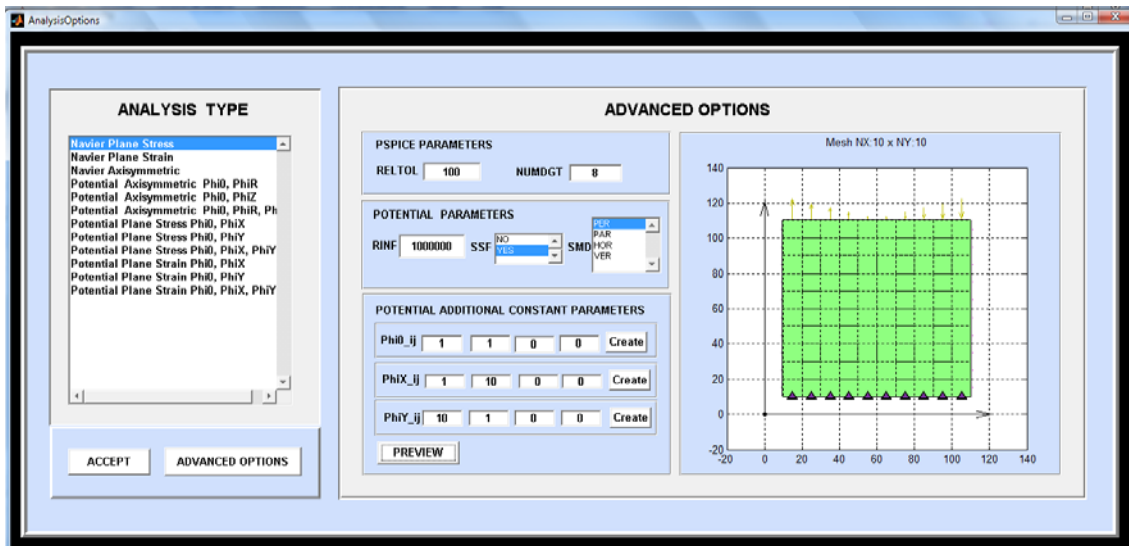


Figura 5.3-2 Pantalla de Opciones avanzadas

1. Opciones referidas a parámetros internos del programa PSpice: “*RELTOL*” (relative tolerance) establece un compromiso entre la precisión de los resultados y el tiempo de

computación; “NUMDGT” (number of digits) define el número de cifras significativas con las que se escriben los resultados tabulados del archivo de salida de PSpice.

2. Opciones referidas a los análisis basados en formulaciones en potenciales:

“RINF” es un parámetro usado por los modelos axisimétricos cuando el eje de simetría pertenece al dominio. Su número indica el valor de la resistencia eléctrica que satisface la condición de axisimetría en el eje axial.

“SSF”, acrónimo de “Simplification of Stress Functions”, hace referencia a las componentes normales de la tensión en los modelos de potenciales. La opción “YES” adopta fórmulas simplificadas para las componentes normales de la tensión en la definición de las condiciones de contorno y post-proceso; “NO” adopta fórmulas completas, con términos de la expresión homogénea de la ecuación de gobierno.

“SMD”, acrónimo de “Stress Mixed Derivatives”, afecta a las componentes tangenciales de la tensión. Permite preseleccionar el sentido en el que se discretizan las derivadas mixtas en el contorno, entre las siguientes opciones:

- “PER”: Todas las derivadas mixtas se implementan perpendiculares al borde de manera que actúan de forma idéntica en cada celda del contorno. Es la opción por omisión.
- “PAR”: Todas las derivadas mixtas se implementan paralelas al borde. Esta opción mejora los resultados en algunos tipos de análisis cuando en los bordes se restringen los desplazamientos paralelos.
- “HOR”: Las derivadas en bordes horizontales se implementan como paralelas y en los contornos verticales como perpendiculares.
- “VER”: Funciona de forma contraria a “HOR”. Las derivadas mixtas se computan entre celdas situadas sobre la misma vertical de la celda del contorno donde se evalúa la derivada.

3. Condiciones adicionales de unicidad, necesarias para la simulación del modelo en análisis basados en formulaciones potenciales. La simbología seguida es, **figura 5.3-3**: Círculo para potencial escalar ϕ_0 , cuadrado con relleno para la componente horizontal o radial del potencial vectorial $\phi_{x/r}$ y rombo con relleno para la componente vertical o axial del potencial vectorial $\phi_{y/z}$.

Cada condición adicional añadida, asociada al potencial escalar o a alguna de las componentes del potencial vectorial, se especifica mediante 4 valores. El primero y el segundo valor definen la fila y la columna horizontal y vertical, respectivamente. El tercer valor indica el punto de la celda en el que se aplica la condición, de acuerdo con la nomenclatura ya explicada para desplazamientos en nodos, **figura 5.2-11**. El cuarto número indica el valor de la función potencial. Accionando el botón "PREVIEW", la pantalla muestra las condiciones adicionales introducidas junto con las condiciones de contorno, **figura 5.3-3**.

POTENTIAL ADDITIONAL CONSTANT PARAMETERS

Phi0_ij	1	1	0	0	Create
PhiX_ij	1	10	0	0	Create
PhiY_ij	10	1	0	0	Create

PREVIEW

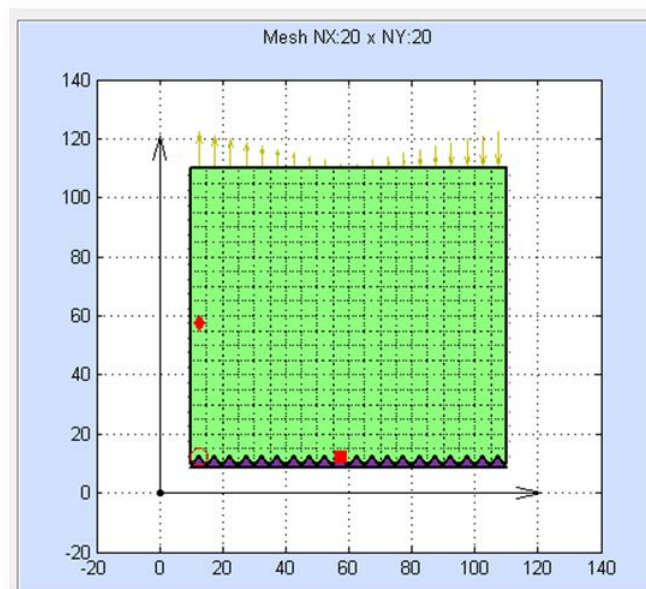


Figura 5.3-3 Pantalla para implementar condiciones adicionales

En general, las condiciones adicionales suelen imponerse en el centro de las celdas del contorno. De esta forma pueden implementarse en una misma celda dos condiciones de contorno, con suficiente grado de compatibilidad en general; una en el centro asociada a las condiciones adicionales para la solución numérica, y otra en el borde, o contorno de la celda, asociada a las condiciones de contorno físicas.

5.4. SIMULACIÓN Y RESULTADOS

5.4.1. SIMULACIÓN CON PSPICE

Para acceder al entorno PSpice y editar el archivo de texto del modelo, con el explorador de archivos de Windows, se accede a la carpeta TEMPORAL “temp” ubicada en el mismo directorio donde está instalada la aplicación ESPNET_10. Allí se encuentran los archivos de modelos, con extensión “.CIR” y los archivos de salida de datos, con extensión “.OUT”. Cada problema genera dos archivos con los datos del modelo, uno con extensión “.CIR”, con el nombre del modelo, y otro denominado “temporal.cir”. La simulación del modelo siempre se realiza sobre el “temporal.cir” por lo que los resultados de la simulación siempre se graban en el archivo “temporal.out”. De esta manera siempre quedan guardados los archivos de datos de los modelos originales. Todos los archivos “.CIR” se pueden manipular directamente en el entorno PSpice, lo que permite generar nuevos archivos “temporal.out” de versiones modificadas del modelo.

El uso del entorno gráfico PSpice requiere añadir al archivo de texto del modelo, de extensión “.CIR”, una nueva línea “.PROBE” para que la simulación guarde todos los datos de la simulación en un nuevo archivo de extensión “.DAT”.

El entorno de simulación de PSpice, mostrado en la **figura 5.4-1**, es una pantalla separada en tres zonas. En la más grande se pueden visualizar el archivo de texto del modelo y los resultados gráficos de la simulación (opción “.PROBE”). En la zona izquierda inferior de la pantalla se muestran los resultados de la verificación del modelo y los posibles errores de sintaxis o fallos de convergencia de la simulación. En la zona inferior derecha aparece la información sobre el tiempo de paso de computación y el tiempo restante de simulación.

PSpice contiene un potente entorno gráfico que permite representar tensiones (eléctricas), corrientes y cualquier tipo de función u operación entre estas magnitudes durante el proceso de simulación. Para usar esta opción debe accederse al programa desde fuera de EPSNET_10 aprovechando los modelos generados, ya que la simulación a través de EPSNET_10 no da acceso a resultados parciales y cierra PSpice una vez acabada la simulación.

El acceso a los datos generados tiene lugar a través del botón “Results” del menú principal, **figura 5.2-2**.

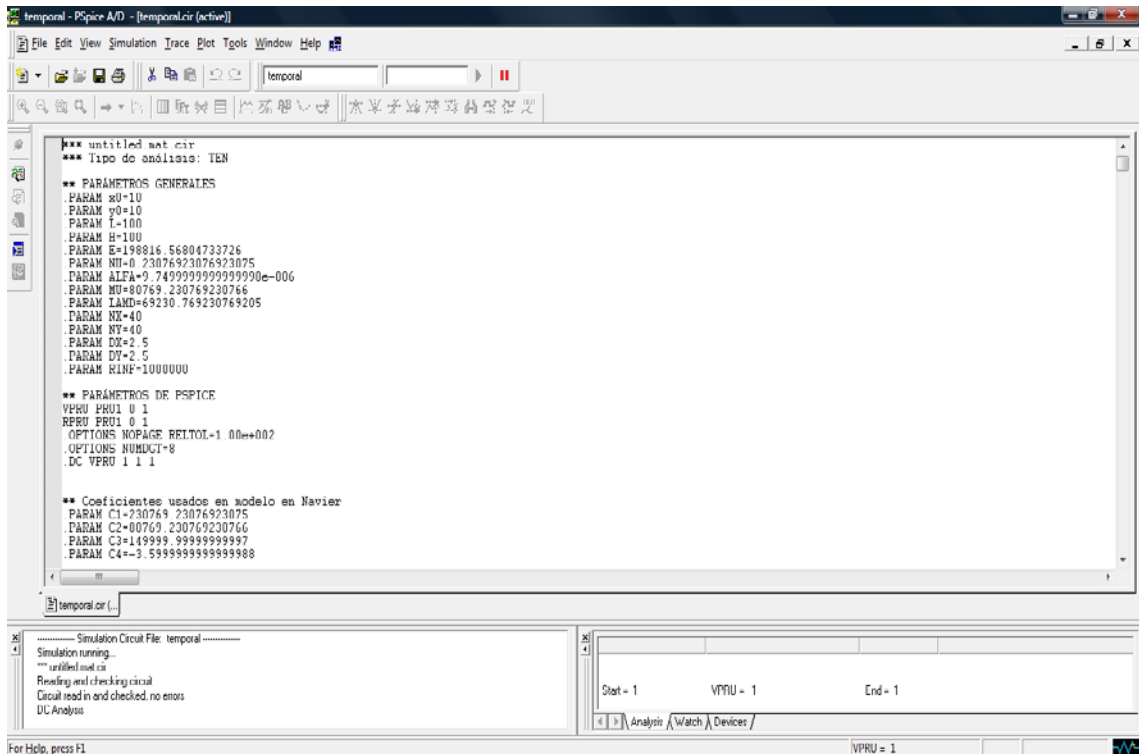


Figura 5.4 - 1 Entorno gráfico del programa PSpice

5.4.2. OPCIONES Y REPRESENTACIÓN GRAFICA

Al pulsar “Results” en la barra del menú principal se presenta un desplegable con dos funciones “Options” y “Plot Results”, **figura 5.4-2**.

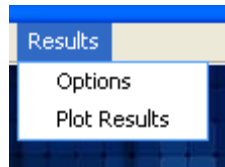


Figura 5.4 -2 Funciones que se encuentran en el desplegable de Results

Si se pulsa la función “Options” (ruta: “Results→Options”) da acceso a la pantalla de la **figura 5.4-3**, que permite especificar los parámetros que afectan al post-procesado de datos y a su representación gráfica. En dicha pantalla se encuentran tres bloques de datos:

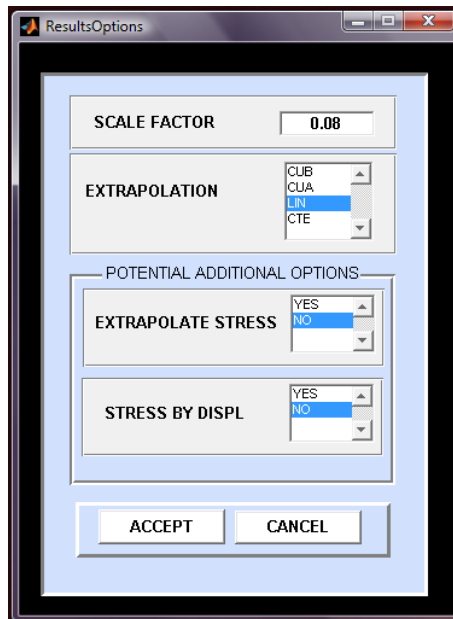


Figura 5.4 -3 Pantalla de parámetros de post-proceso y representación gráfica

1. “SCALE FACTOR”: Define el factor de escala para el cálculo automático de la escala de representación de dominio deformado. La escala se obtiene multiplicando el factor de escala por el cociente entre la dimensión máxima del dominio y el desplazamiento máximo calculado.
2. “EXTRAPOLATION”: Actúa sobre el cálculo de las tensiones en los bordes para todos los modelos analizados con formulación de Navier y los modelos basados en potenciales cuando la opción “EXTRAPOLATE STRESS” está activada (opción siguiente). Los tipos de extrapolación permitidos son: cúbica “CUB”, cuadrática “CUA”, lineal “LIN” y constante “CTE”.

La extrapolación es diferente si se usa la formulación de Navier o en potenciales:

- Para formulaciones de Navier, la simulación en PSpice devuelve el valor de los desplazamientos en todos los puntos de la malla. Debido a la gran diferencia de cálculo entre las derivadas en centros de celda y las derivadas en los bordes del dominio, las tensiones en los puntos situados en los bordes se calculan por extrapolación de los valores en el interior y en dirección perpendicular al borde. Así, la selección “CTE” adopta como tensión en el borde del dominio el valor en el centro de la celda que lo contiene; la selección “LIN” extrapola linealmente el valor en el borde a partir de la tensión en el centro de la celda de contorno y la siguiente hacia el interior del dominio; “CUA” adopta una extrapolación cuadrática para la tensión del contorno a partir de la información de un centro de celda más hacia el

interior que el adoptado en la opción “*LIN*”; finalmente, la opción “*CUB*” adopta una extrapolación cúbica tomando un centro de celda más hacia el interior que en la opción “*CUA*”.

- Para análisis basados en formulaciones potenciales, la simulación en PSpice devuelve el valor de los potenciales en todos los puntos de la malla, por lo que en el post-proceso hay que proceder a calcular primeras derivadas de los potenciales, para desplazamientos, y segundas derivadas, para tensiones. Se ha implementado un cálculo de derivadas en centros de celda y bordes de celda similar al empleado al imponer las condiciones de contorno, de manera que se dispone de las derivadas de los potenciales en todos los puntos con la misma precisión con la que se imponen las condiciones de contorno. Para el cálculo de tensiones, dado que las derivadas cruzadas suponen hacer diferencias finitas entre dos celdas, se ha incluido la opción de extrapolar tensiones (*EXTRAPOLATE STRESS*="YES"), aunque los valores extrapolados son el punto del borde y el centro de celda. Los tipos de extrapolación mantienen el mismo significado que en caso de análisis con Navier.

3. El bloque “*POTENTIAL ADDITIONAL OPTION*” contiene dos casillas:

“*EXTRAPOLATE STRESS*”, que indica si las tensiones en los puntos del borde y primeros centros de celda se extrapolan a partir de los valores de interior del dominio (explicado en “*EXTRAPOLATION*”), y

“*STRESS BY DISPL*” que habilita o deshabilita el cálculo de las tensiones a partir de las primeras derivadas de los desplazamientos, en vez de en función de las segundas derivadas de los potenciales. Esta función suaviza los resultados en mallados finos en los puntos del interior. La función no actúa sobre los puntos del borde y primeros centros de celda, que se evalúan directamente a partir de los potenciales o de sus valores extrapolados desde el interior.

Si se elige la otra función “*Plot Results*” en desplegable de la pestaña “*Results*” (ruta: “*Results*→*Plot Results*”), da acceso a la pantalla gráfica mostrada en la **figura 5.4-4**.

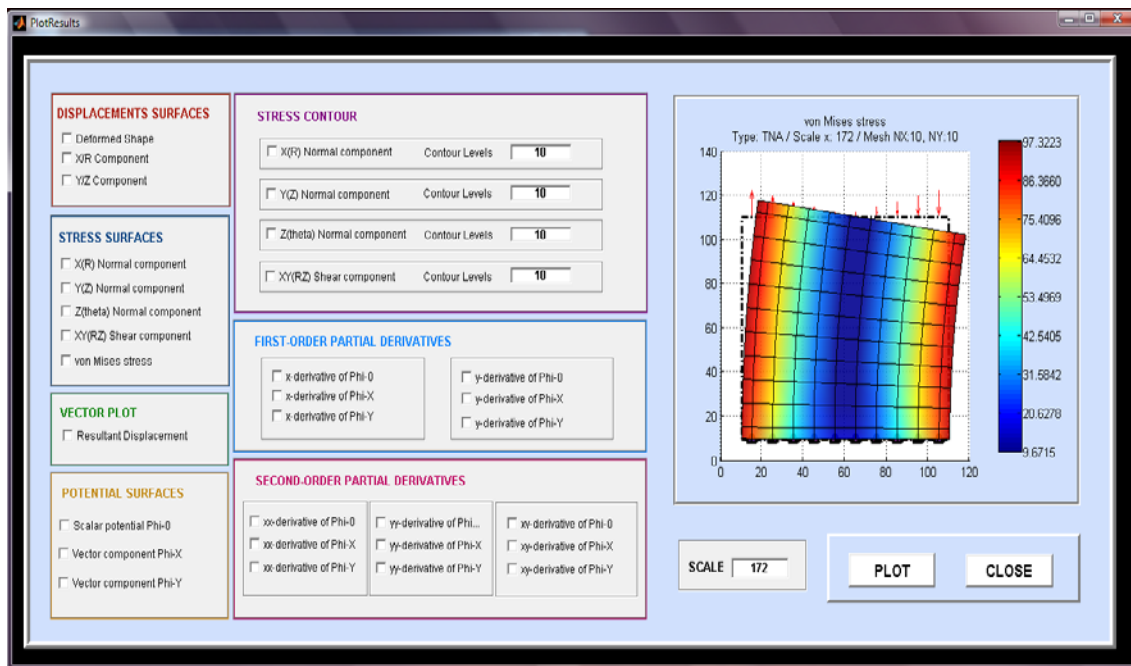


Figura 5.4 -4 Pantalla gráfica de salida

Se inicia así el post-procesado, que comprende:

1. la lectura del archivo de datos “*temporal.out*”
2. el cálculo de los resultados
3. la presentación de la ventana de la Figura 5.4-4, con una primera gráfica en la zona derecha de la ventana con el dominio deformado, los resultados de tensión de comparación de von Mises, las condiciones de contorno y otros datos de interés como la escala de deformación empleada y el tamaño de malla. El mapa de colores se acompaña de una barra de colores con 8 intervalos (9 valores) entre el valor mínimo y máximo de la simulación.

Además, se puede elegir entre varias opciones de representación:

La casilla “*SCALE*” muestra inicialmente la escala elegida para representar la primera gráfica. Esta escala se calcula de acuerdo con el parámetro “*SCALE FACTOR*” de la pantalla “Results→Options”, **figura 5.4-3**. En esta casilla podemos escribir cualquier valor o expresión numérica válida según la sintaxis de Matlab.

El botón “*PLOT*” muestra las representaciones gráficas de las variables solicitadas en diferentes ventanas empleando la escala seleccionada en la casilla “*SCALE*”. Las variables solicitadas son las marcadas en cada uno de las siete cajas de la **figura 5.4-4**. Cada ventana muestra gráficas del mismo tipo que la incrustada en la figura, pero con prestaciones de representación

mayores ya que pueden ser manipuladas con los comandos propios de MATLAB. Por ejemplo, incorporan la posibilidad de rotar y de consultar los valores numéricos de cada punto del gráfico. Las **figuras 5.4-5 y 5.4-6** muestran ejemplos de representación de tensiones y potenciales, respectivamente.

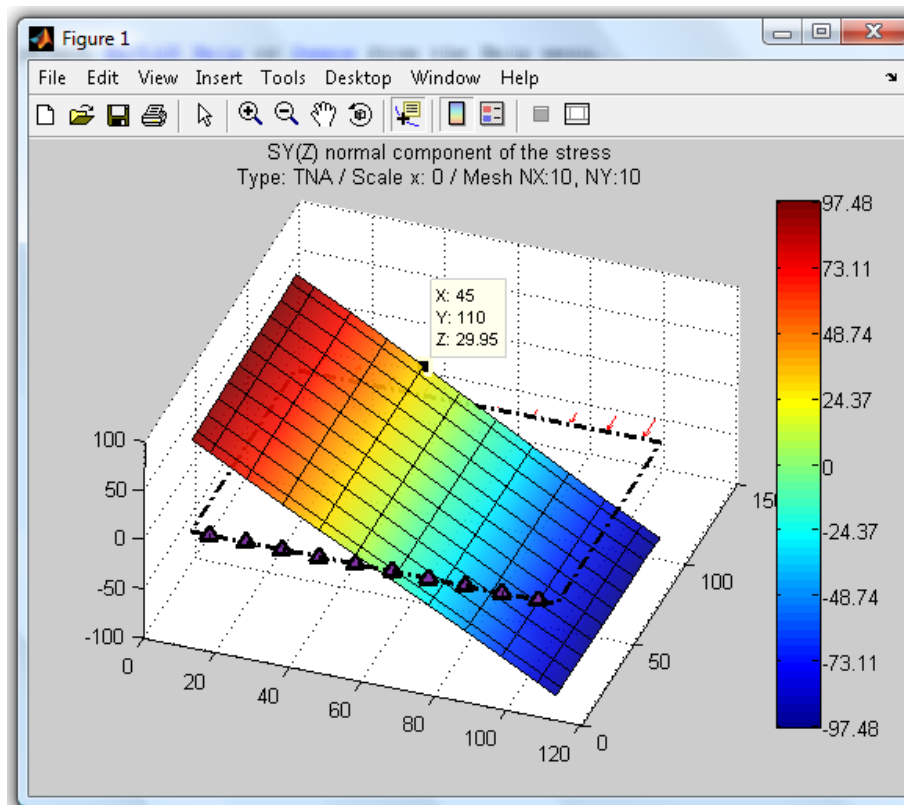


Figura 5.4 -5 Ejemplo de ventana típica que representan una componente de tensión

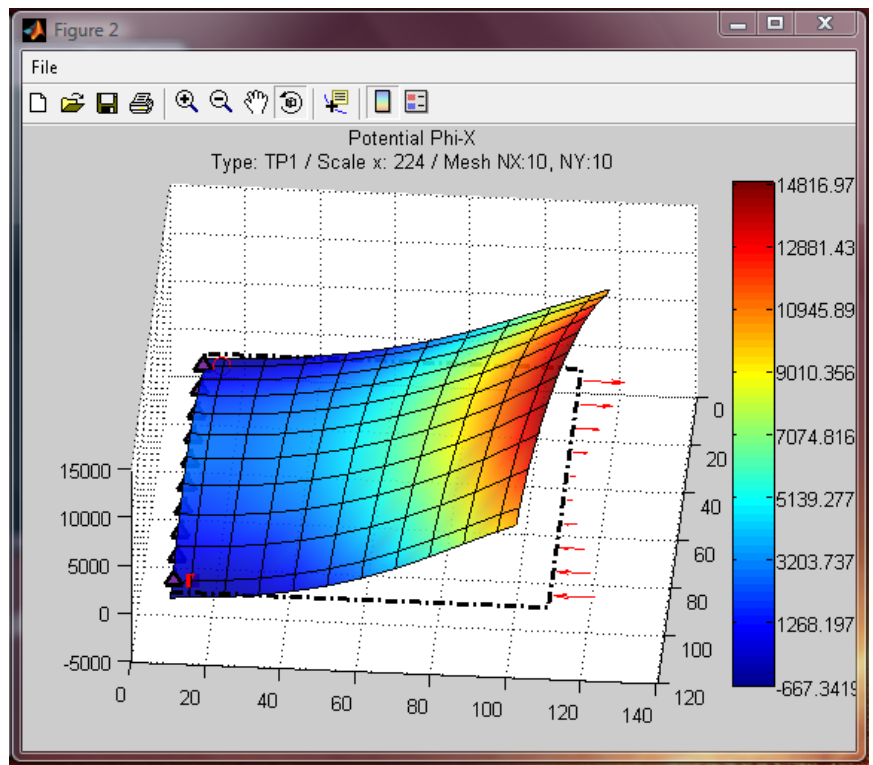
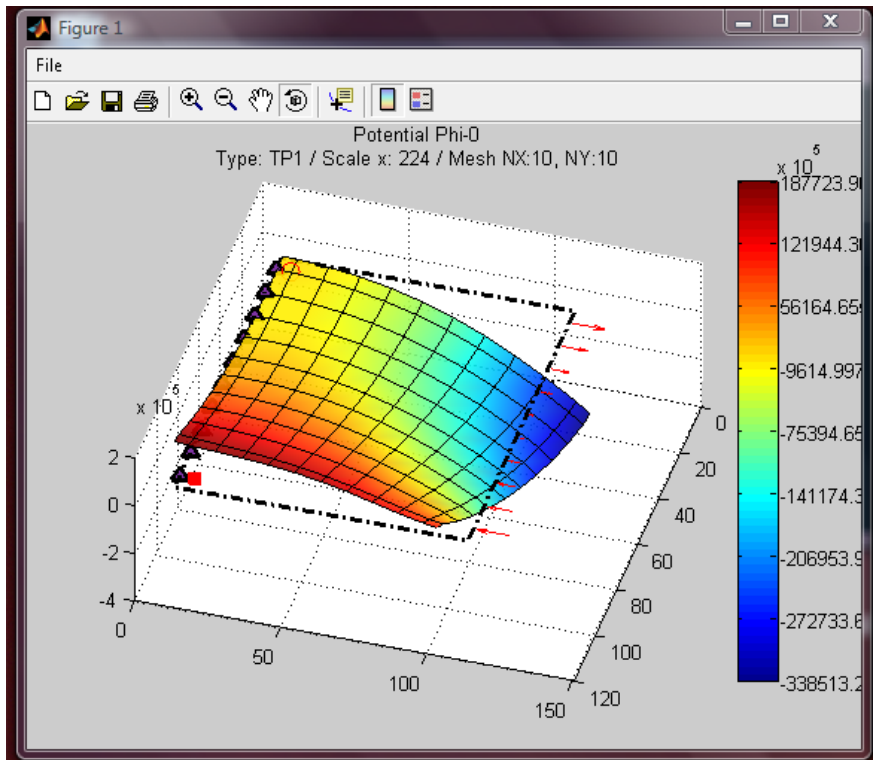


Figura 5.4 -6 Ejemplos de ventanas típicas que representan variables potenciales

Las variables a representar están clasificadas por grupos, cajas de la **figura 5.4-4**. Las variables de la caja "STREES CONTOUR" se muestran en una representación formada por contornos o líneas de nivel, isolíneas, dentro del dominio. La casilla de selección de contornos permite introducir:

1. el número de contornos solicitados, y
2. un vector, en el sentido y con la sintaxis de Matlab, en el que indicamos los valores del resultado que queremos visualizar mediante valores concretos o usando el formato '[valor inicial:incremento:valor final]'.

Además de acceder a los resultados en cada punto de la malla, con el botón propio de cada figura individual "Data Cursor" aplicado directamente sobre la superficie, EPSNET_10 permite acceder al conjunto de datos y resultados. Para ello se utiliza la instrucción de Matlab "Load Results" introducida en su propia consola de comandos. Es recomendable usar el directorio de trabajo para Matlab y EPSNET_10.

A continuación se detallan el conjunto de resultados disponibles, organizados por bloques, según se muestra en la ventana de la opción "Plot Results":

SUPERFICIES DE DESPLAZAMIENTO (DISPLACEMENTS SURFACES)

- *Deformed Shape*: Representa la malla deformada,
- *X/R Component*: Representa la componente de desplazamiento u_x , componente horizontal para análisis en coordenadas cartesianas, o u_r , componente radial para análisis de problemas axisimétricos,
- *Y/Z Component*: Representa la componente de desplazamiento u_y , componente vertical para análisis en cartesianas, o u_z , componente axial para análisis axisimétricos.

SUPERFICIES DE TENSIÓN (STRESS SURFACES)

- *X(R) Normal component*: Representa la componente normal de tensión, σ_{xx} , para análisis en cartesianas, o σ_{rr} , para análisis axisimétricos,
- *Y(Z) Normal component*: Representa la componente normal de tensión, σ_{yy} , para análisis en cartesianas, o σ_{zz} , para análisis axisimétricos,
- *Z(theta) Normal component*: Representa la componente normal de tensión, σ_{zz} , para análisis en cartesianas, o $\sigma_{\theta\theta}$, para análisis axisimétricos,

- *XY(RZ) Shear component*: Representa la componente tangencial de tensión, σ_{xy} , para análisis en cartesianas, o σ_{rz} , para análisis axisimétricos,
- *Von Mises stress*: Representa la tensión equivalente de Von Mises σ_{VM} .

CONTORNOS DE TENSIÓN (STRESS CONTOUR)

- *X(R) Normal component*: Representa la componente normal de tensión, σ_{xx} , para análisis en cartesianas, o σ_{rr} , para análisis axisimétricos,
- *Y(Z) Normal component*: Representa la componente normal de tensión, σ_{yy} , para análisis en cartesianas, o σ_{zz} , para análisis axisimétricos,
- *Z(theta) Normal component*: Representa la componente normal de tensión, σ_{zz} , para análisis en cartesianas, o $\sigma_{\theta\theta}$, para análisis axisimétricos,
- *XY(RZ) Shear component*: Representa la componente tangencial de tensión, σ_{xy} , para análisis en cartesianas, o σ_{rz} , para análisis axisimétricos.

REPRESENTACIONES VECTORIALES (VECTOR PLOT)

- *Resultan Displacement*: Representa el desplazamiento $u = \{u_x \ u_y\}^T$, en cada punto de la malla, en coordenadas cartesianas y $u = \{u_r \ u_z\}^T$, para análisis axisimétricos.

Los resultados sobre potenciales y sus derivadas solo están disponibles cuando la simulación del modelo se ha realizado partiendo de una formulación en potenciales.

SUPERFICIES POTENCIALES (POTENTIAL SURFACES)

- *Scalar potential Phi-0*: Representa el potencial escalar ϕ_0 ,
- *Vector component Phi-X*: Representa la componente horizontal, ϕ_x , del potencial vectorial en cartesianas, o componente radial, ϕ_r , del potencial vectorial para análisis axisimétricos,
- *Vector component Phi-Y*: Representa la componente vertical, ϕ_y , del potencial vectorial en cartesianas, o componente axial, ϕ_z , del potencial vectorial para análisis axisimétricos.

DERIVADAS PARCIALES DE PRIMER ORDEN (FIRST-ORDER PARTIAL DERIVATIVES)

- *x-derivative of Phi-0*: Representa $\partial\phi_0/\partial x$ en cartesianas, o $\partial\phi_0/\partial r$ en cilíndricas,

- x-derivative of Phi-X: Representa $\partial\phi_x/\partial x$ en cartesianas, o $\partial\phi_r/\partial r$ en cilíndricas,
- x-derivative of Phi-Y: Representa $\partial\phi_y/\partial x$ en cartesianas, o $\partial\phi_z/\partial r$ en cilíndricas,
- y-derivative of Phi-0: Representa $\partial\phi_0/\partial y$ en cartesianas, o $\partial\phi_0/\partial z$ en cilíndricas,
- y-derivative of Phi-X: Representa $\partial\phi_x/\partial y$ en cartesianas, o $\partial\phi_r/\partial z$ en cilíndricas,
- y-derivative of Phi-Y: Representa $\partial\phi_y/\partial y$ en cartesianas, o $\partial\phi_z/\partial z$ en cilíndricas.

DERIVADAS PARCIALES DE SEGUNDO ORDEN (SECOND-ORDER PARTIAL DERIVATIVES)

- xx-derivative of Phi-0: Representa $\partial^2\phi_0/\partial x^2$ en cartesianas, o $\partial^2\phi_0/\partial r^2$ en cilíndricas,
- xx-derivative of Phi-X: Representa $\partial^2\phi_x/\partial x^2$ en cartesianas, o $\partial^2\phi_r/\partial r^2$ en cilíndricas,
- xx-derivative of Phi-Y: Representa $\partial^2\phi_y/\partial x^2$ en cartesianas, o $\partial^2\phi_z/\partial r^2$ en cilíndricas,
- yy-derivative of Phi-0: Representa $\partial^2\phi_0/\partial y^2$ en cartesianas, o $\partial^2\phi_0/\partial z^2$ en cilíndricas,
- yy-derivative of Phi-X: Representa $\partial^2\phi_x/\partial y^2$ en cartesianas, o $\partial^2\phi_r/\partial z^2$ en cilíndricas,
- yy-derivative of Phi-Y: Representa $\partial^2\phi_y/\partial y^2$ en cartesianas, o $\partial^2\phi_z/\partial z^2$ en cilíndricas,
- xy-derivative of Phi-0: Representa $\partial^2\phi_0/\partial x\partial y$ en cartesianas, o $\partial^2\phi_0/\partial r\partial z$ en cilíndricas,
- xy-derivative of Phi-X: Representa $\partial^2\phi_x/\partial x\partial y$ en cartesianas, o $\partial^2\phi_r/\partial r\partial z$ en cilíndricas,
- xy-derivative of Phi-Y: Representa $\partial^2\phi_y/\partial x\partial y$ en cartesianas, o $\partial^2\phi_z/\partial r\partial z$ en cilíndrica

CAPÍTULO 6
APLICACIONES

6.1. CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA SOBRE UNA FRANJA INFINITA

6.1.1. SOLUCIÓN TEÓRICA

Los incrementos de tensión en el punto N producidos por una presión uniforme q que actúa sobre una franja flexible infinitamente larga de ancho B con referencia a la **figura 6.1.1.1**, según Terzaghi et ál [1996], son los siguientes:

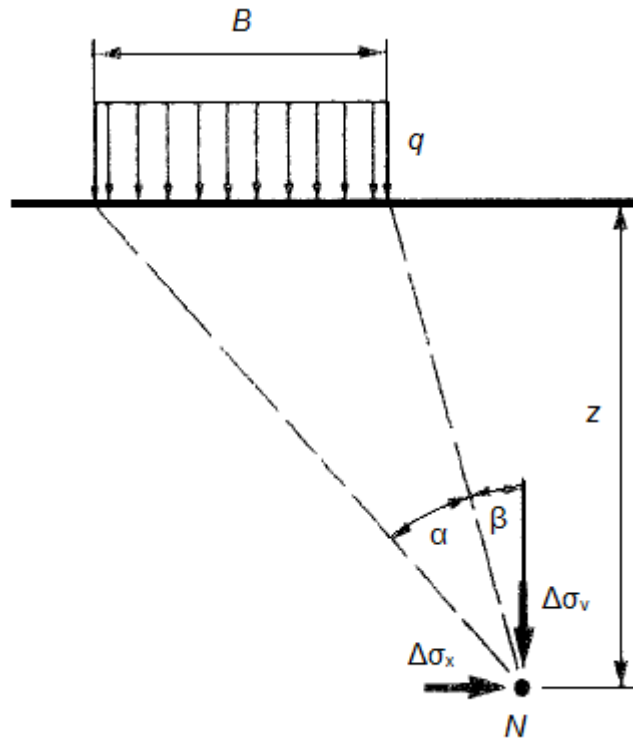


Figura 6.1.1.1.

$$\Delta\sigma_v = \frac{q}{\pi} [\alpha + \sin \alpha \cos(\alpha + 2\beta)] \quad (6.1)$$

$$\Delta\sigma_x = \frac{q}{\pi} [\alpha - \sin \alpha \cos(\alpha + 2\beta)] \quad (6.2)$$

$$\Delta\tau_{xz} = \frac{q}{\pi} \sin \alpha \sin(\alpha + 2\beta) \quad (6.3)$$

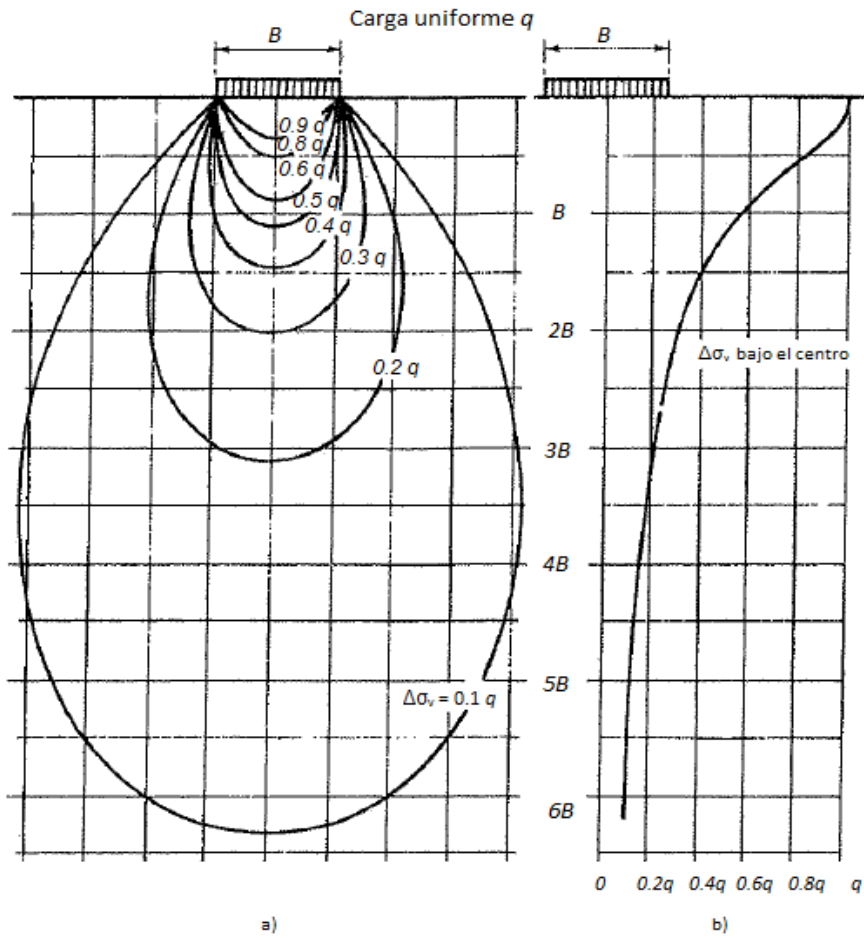


Figura 6.1.1.2. Franja infinita con carga uniformemente distribuida: a) Líneas de igual incremento de tensión vertical total, b) Incremento de la tensión vertical total bajo el centro.

En la **figura 6.1.1.2a** se muestran las líneas de igual incremento de tensión vertical total expresada como una fracción de la presión aplicada q en una franja infinitamente larga. Las líneas forman lo que se denomina bulbos de tensiones del área cargada, y dan una representación visual útil de la manera como el incremento de tensiones se distribuye a través de la masa de suelo. Se observa que para cualquier profundidad el mayor incremento de tensión tiene lugar debajo del centro. Por tanto, las distribuciones de $\Delta\sigma_v$ son de especial interés, y se muestran por separado para una franja en la **figura 6.1.1.2b**. Por debajo del centro de una franja cargada de ancho B , $\Delta\sigma_v$ a una profundidad de diez veces el ancho es más o menos el 5% de la presión superficial q . La profundidad hasta la cual el incremento de tensión es significativo se denomina zona de influencia y puede tomarse entonces como aproximadamente diez veces el ancho B .

Al disponer de estos resultados, obtenidos mediante una rutina en Matlab, se simulará dicha aplicación en el programa EPSNET_10 mediante la formulación de Navier para su posterior comparación.

6.1.2. SIMULACIÓN NUMÉRICA EN EPSNET_10

Se realizan distintas simulaciones variando el mallado, las propiedades del material y las dimensiones del dominio y se compararan con la solución teórica.

Se estudian dos tipos de mallado, el primer caso será con una malla de $N_x=40$, $N_y=40$. El segundo caso se utilizara un mallado de $N_x=80$, $N_y=80$. Con esto, se pretende estudiar si el efecto de variación del tamaño de malla influye en el resultado final.

De igual forma obtendremos dos soluciones con distintas dimensiones del dominio, en el primer caso con unas dimensiones de $L=10B$ (longitud horizontal), y $H=10B$ (longitud vertical), y en el segundo caso con unas dimensiones de $L=20B$, y $H=20B$, siendo B el ancho de la franja.

Por último se hacen dos simulaciones variando las propiedades del material, siendo el coeficiente de Poisson $\nu=0.3$ para el primer caso, y $\nu=0.45$ para el segundo caso.

Mantendremos constantes el coeficiente de dilatación térmica $\alpha=1.2 \cdot 10^{-5}$, el módulo de elasticidad $E=3500 \text{ kN/m}^2$, la carga aplicada $q=100 \text{ kN/m}$, y el ancho de la franja $B=1 \text{ m}$

6.1.2.1. Primer caso $L=10$; $H=10$; $N_x=40$; $N_y=40$; $\nu=0.3$

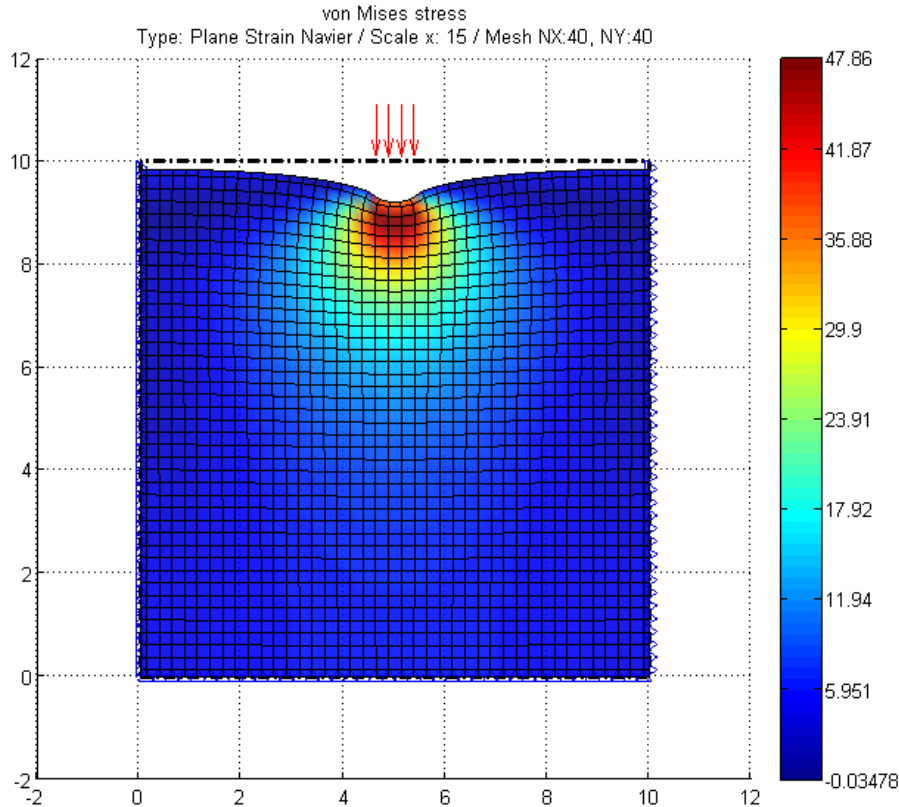


Figura 6.1.2.1.a) Tensiones de Von Mises mediante EPSNET_10

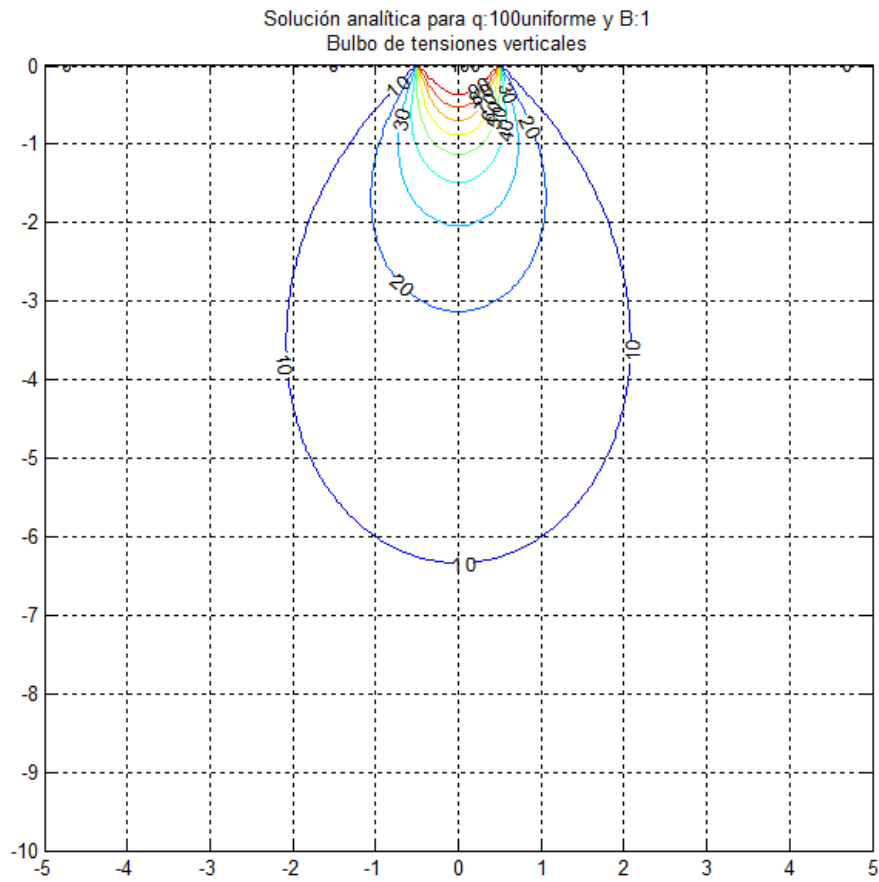
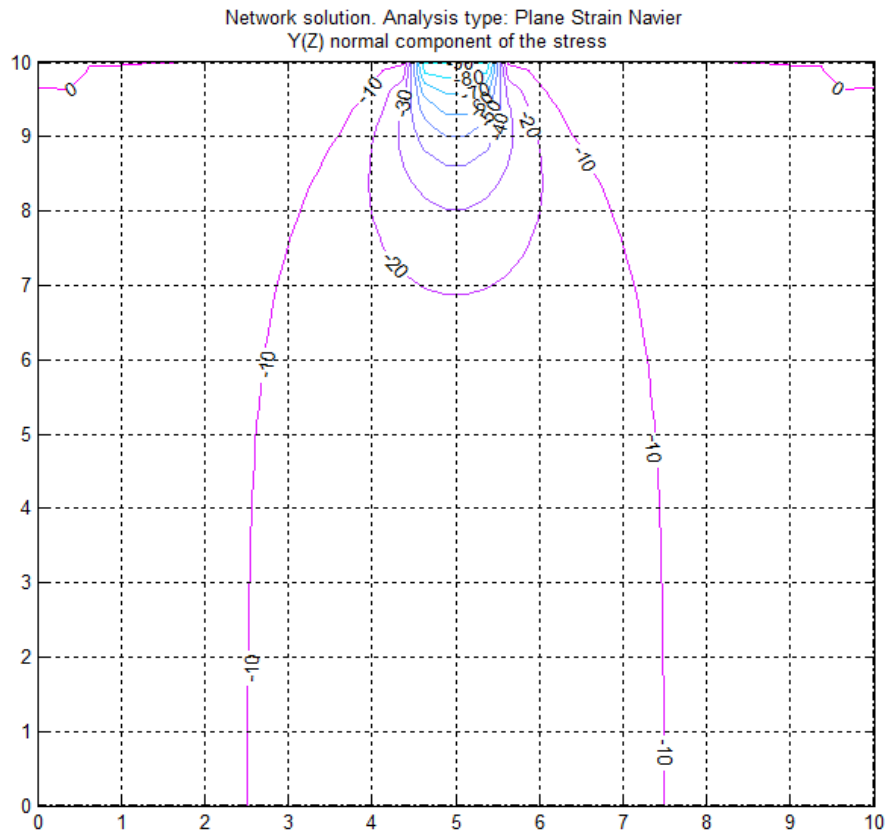


Figura 6.1.2.1. Líneas de igual incremento de tensión vertical total **b)** Solución EPSNET_10 **c)** Solución teórica

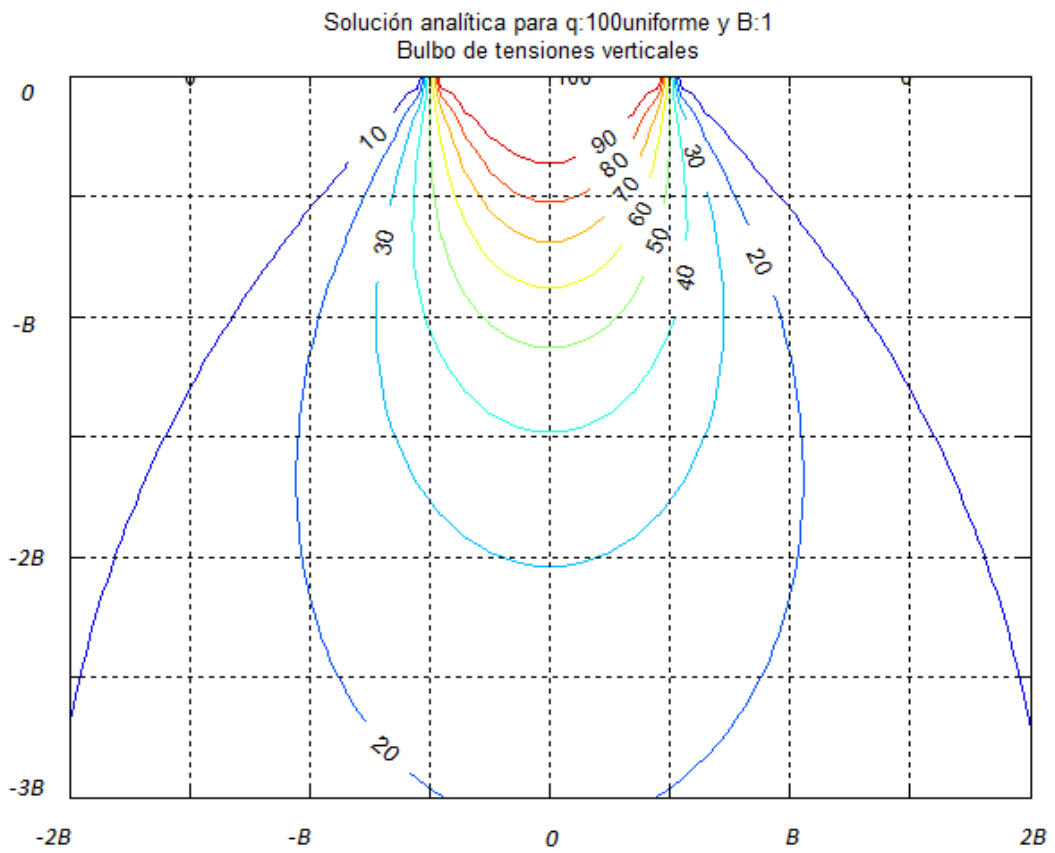
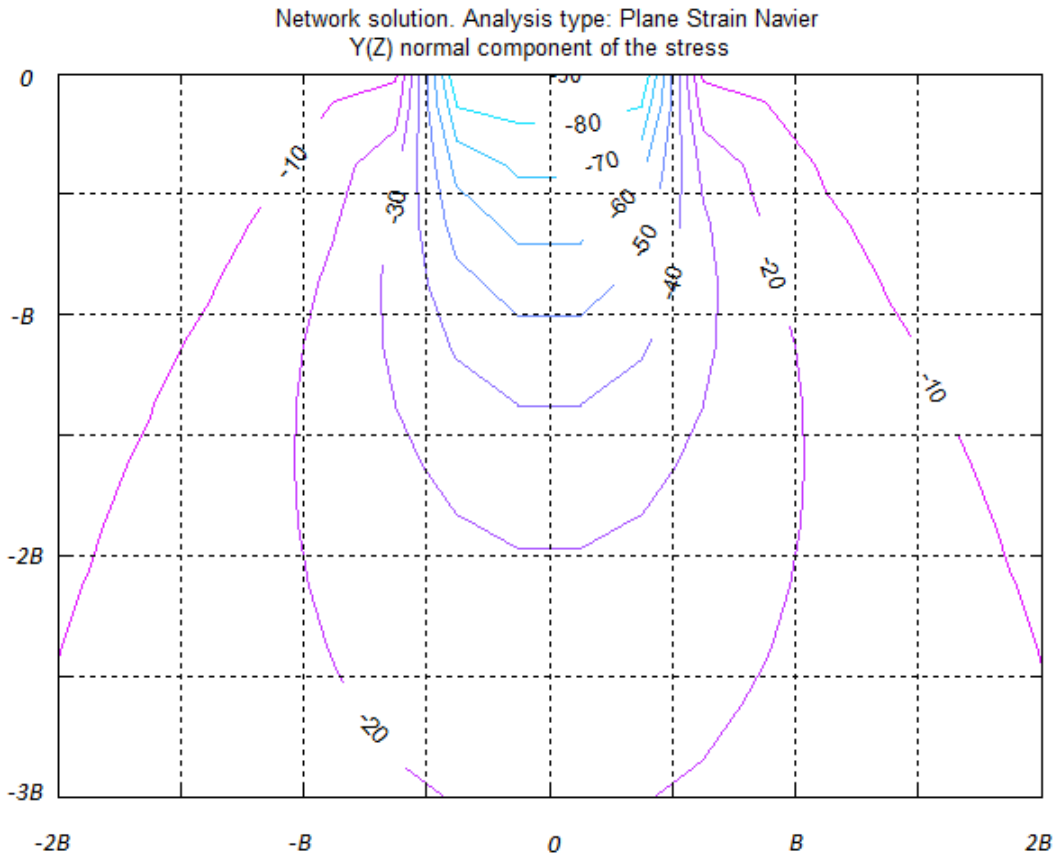


Figura 6.1.2.1.Zoom $\Delta\sigma_v$ d) Solución EPSNET_10 e) Solución teórica

6.1.2.2. Segundo caso $L=10$; $H=10$; $N_x=80$; $N_y=80$; $\nu=0.3$

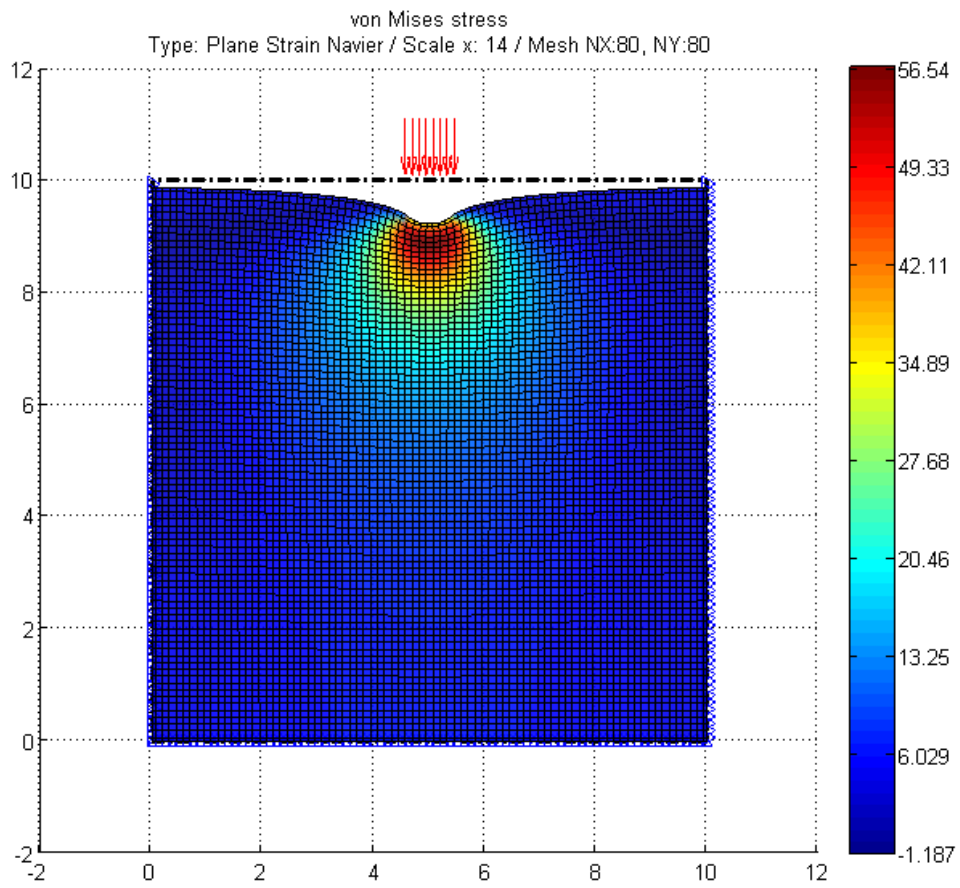


Figura 6.1.2.2.a) Tensiones de Von Mises mediante EPSNET_10

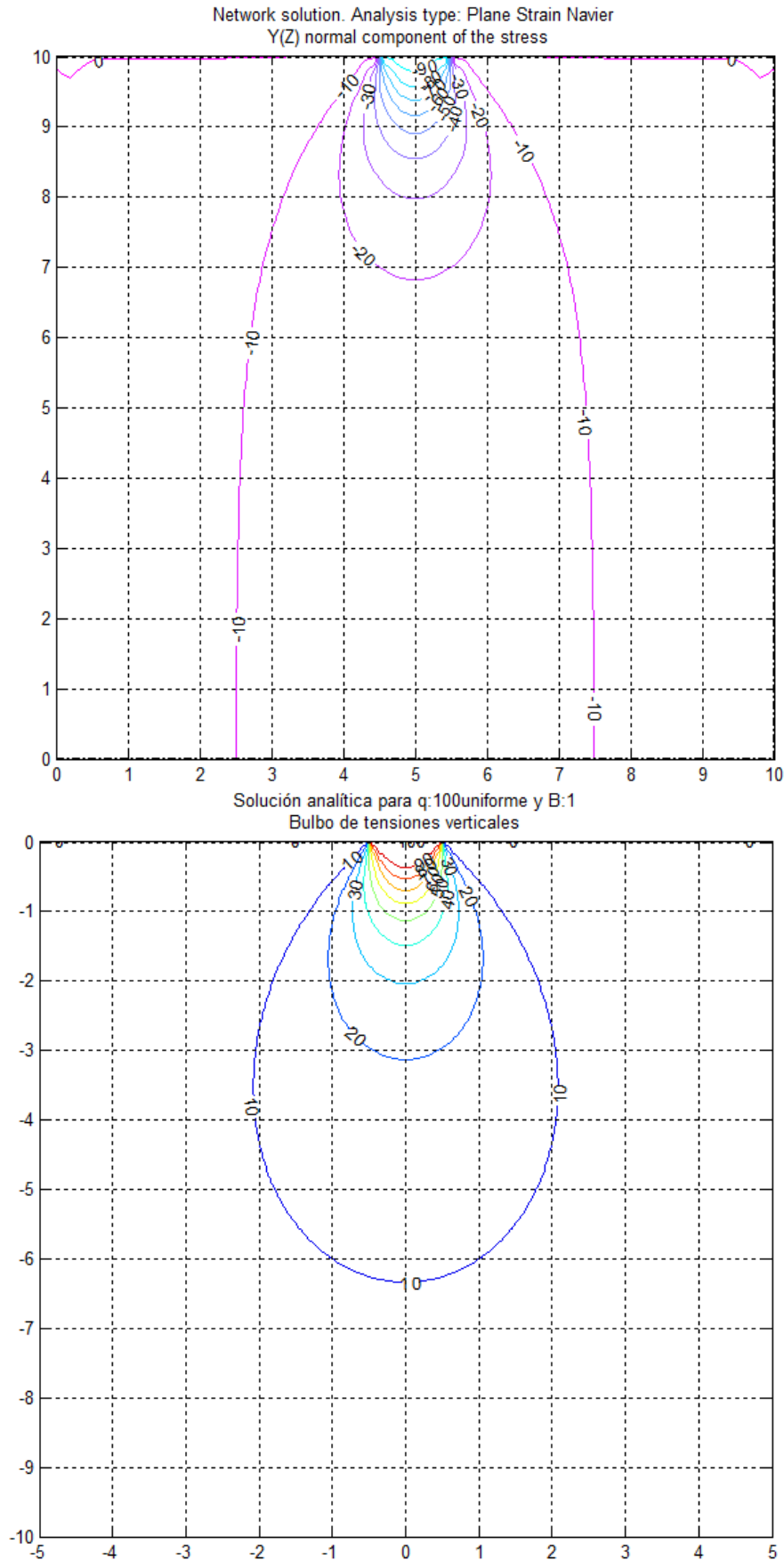


Figura 6.1.2.2. Líneas de igual incremento de tensión vertical total **b)** Solución EPSNET_10 **c)** Solución teórica

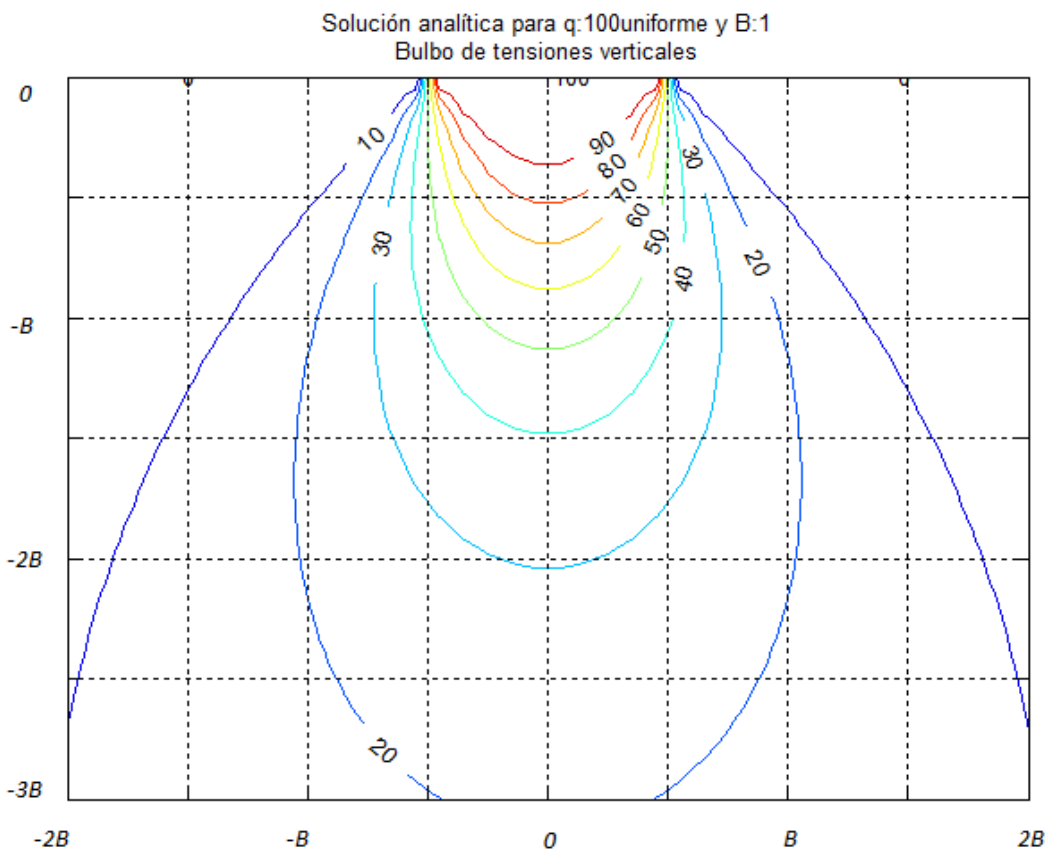
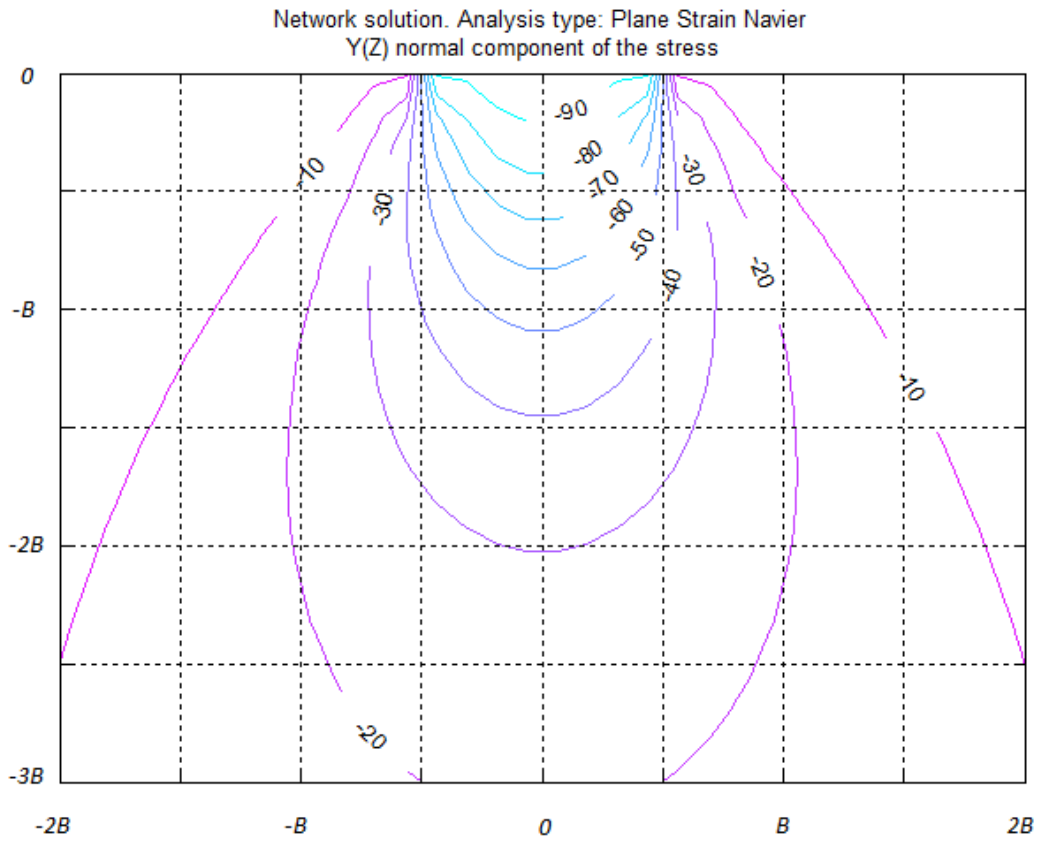


Figura 6.1.2.2. Zoom $\Delta\sigma_v$ d) Solución EPSNET_10 e) Solución teórica

6.1.2.3. Tercer caso $L=20$; $H=20$; $N_x=80$; $N_y=80$; $\nu=0.3$

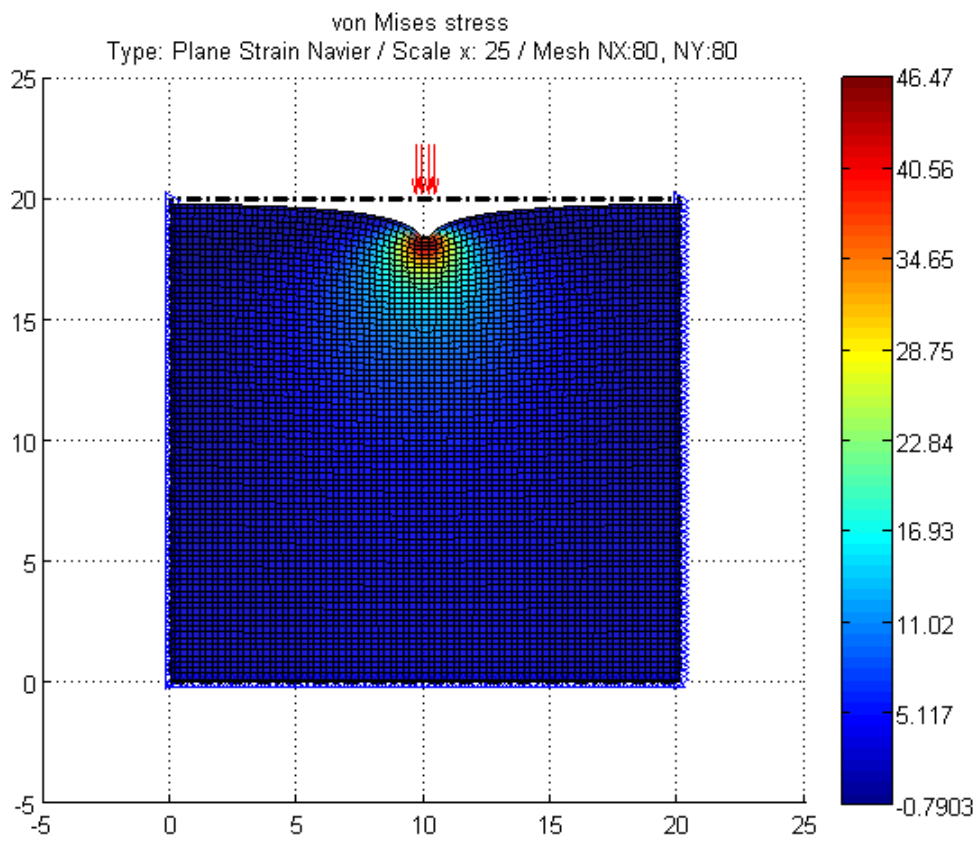


Figura 6.1.2.3.a) Tensiones de Von Mises mediante EPSNET_10

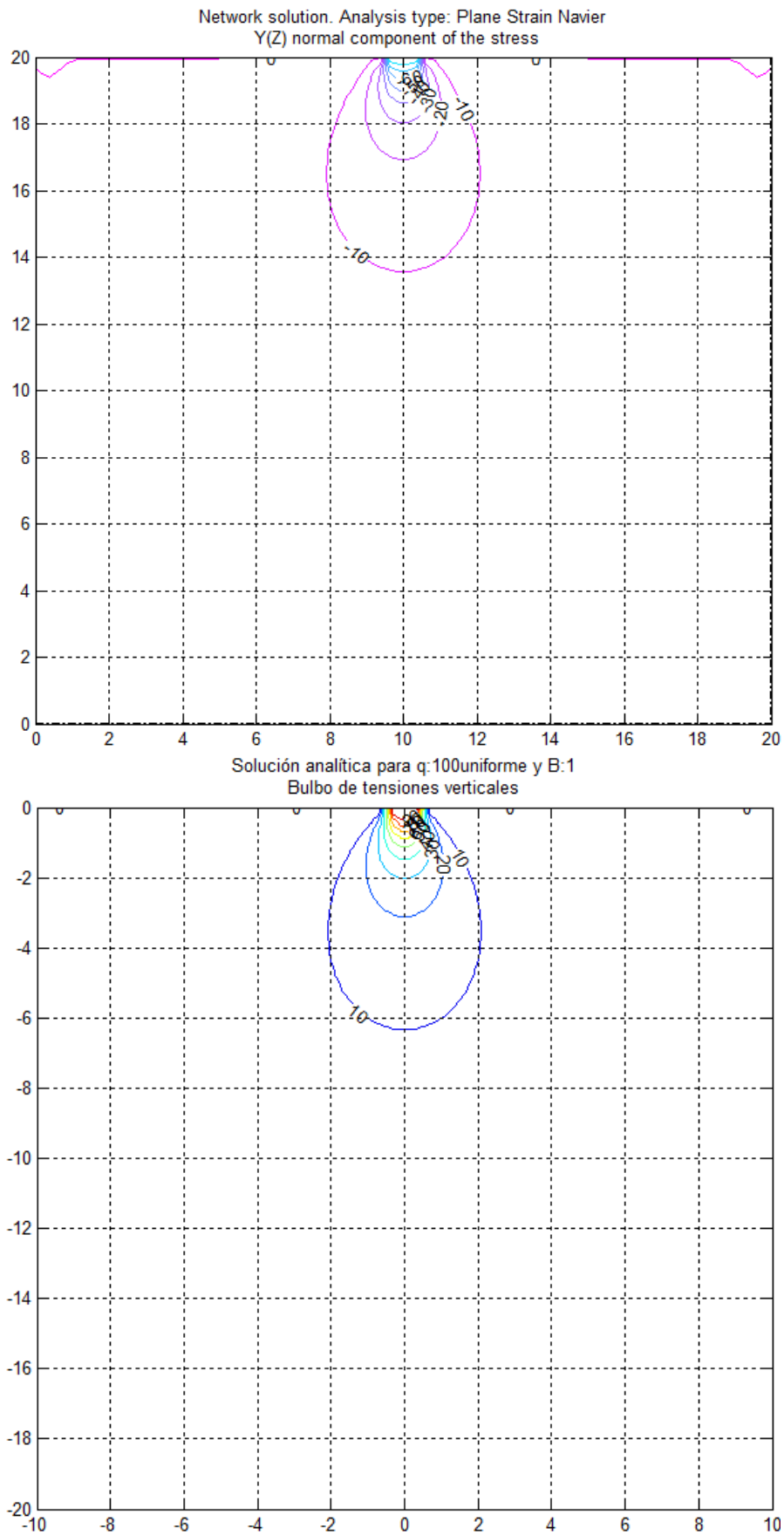


Figura 6.1.2.3. Líneas de igual incremento de tensión vertical total **b)** Solución EPSNET_10 **c)** Solución teórica

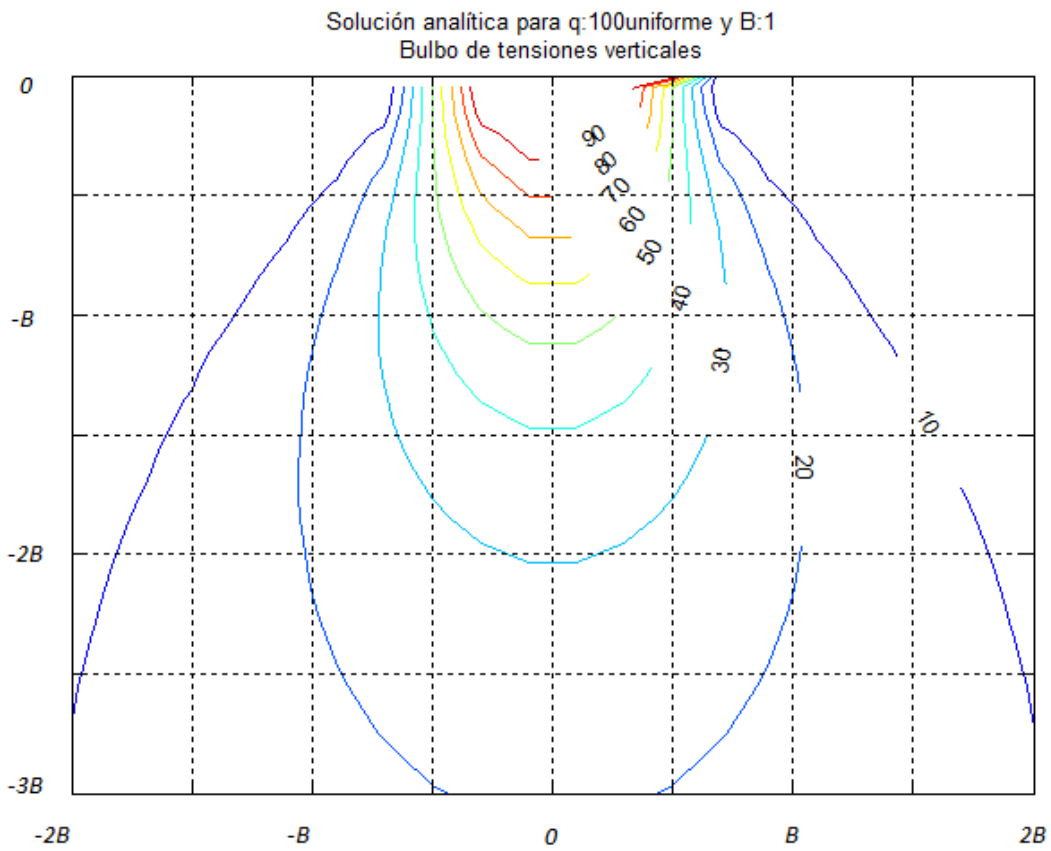
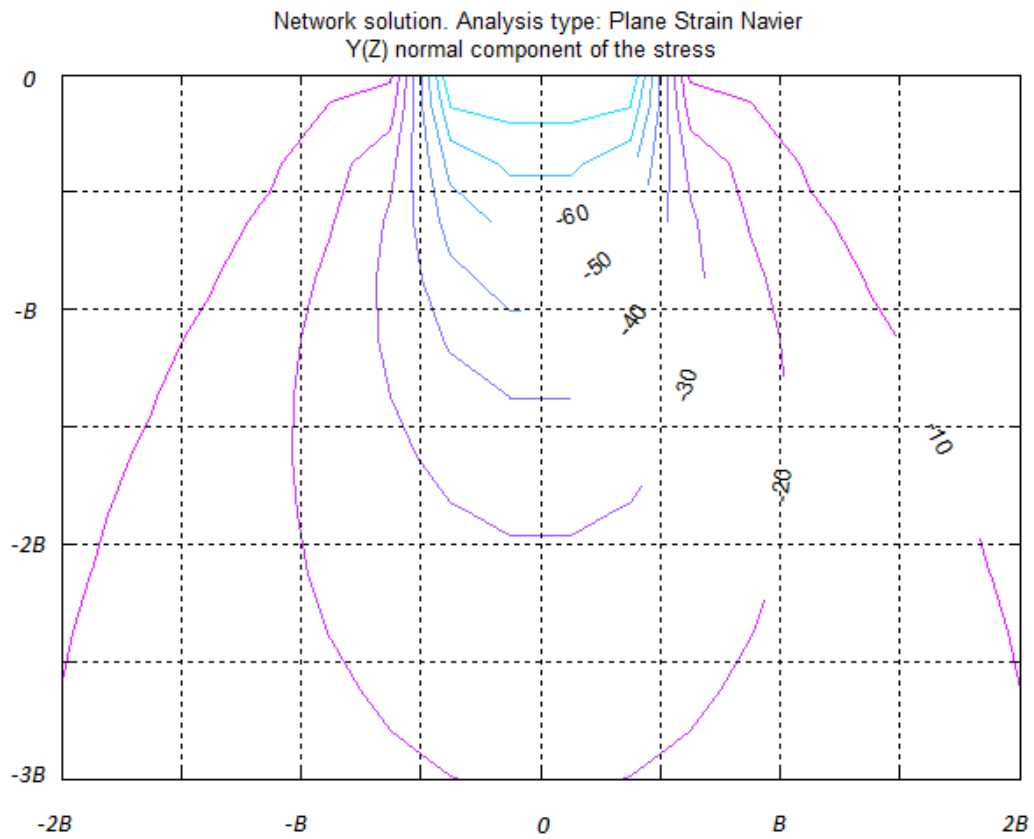


Figura 6.1.2.3. Zoom $\Delta\sigma_v$ d) Solución EPSNET_10 e) Solución teórica

6.1.2.4. Cuarto caso $L=20$; $H=20$; $N_x=80$; $N_y=80$; $\nu=0.45$

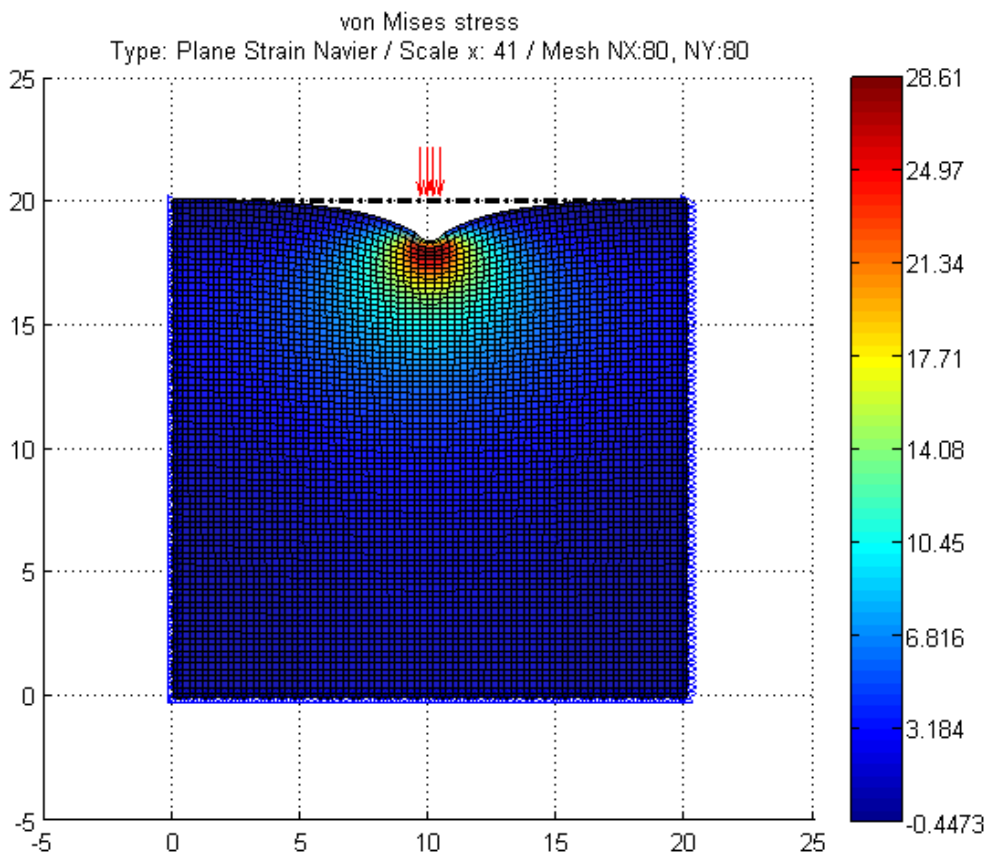


Figura 6.1.2.4.a) Tensiones de Von Mises mediante EPSNET_10

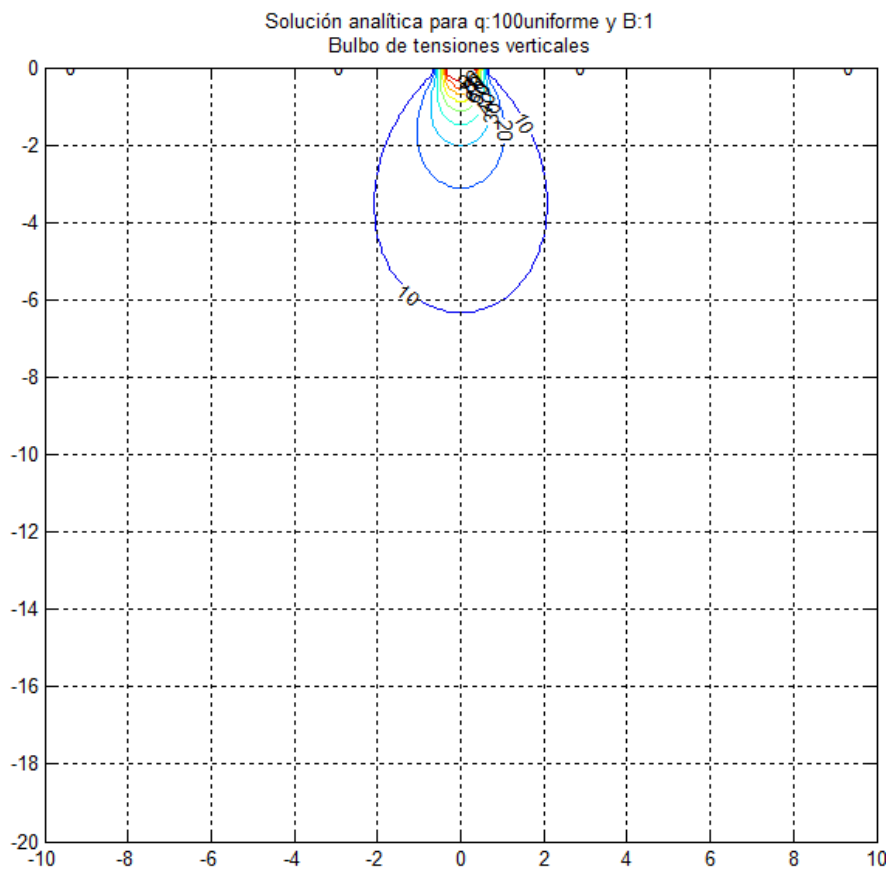
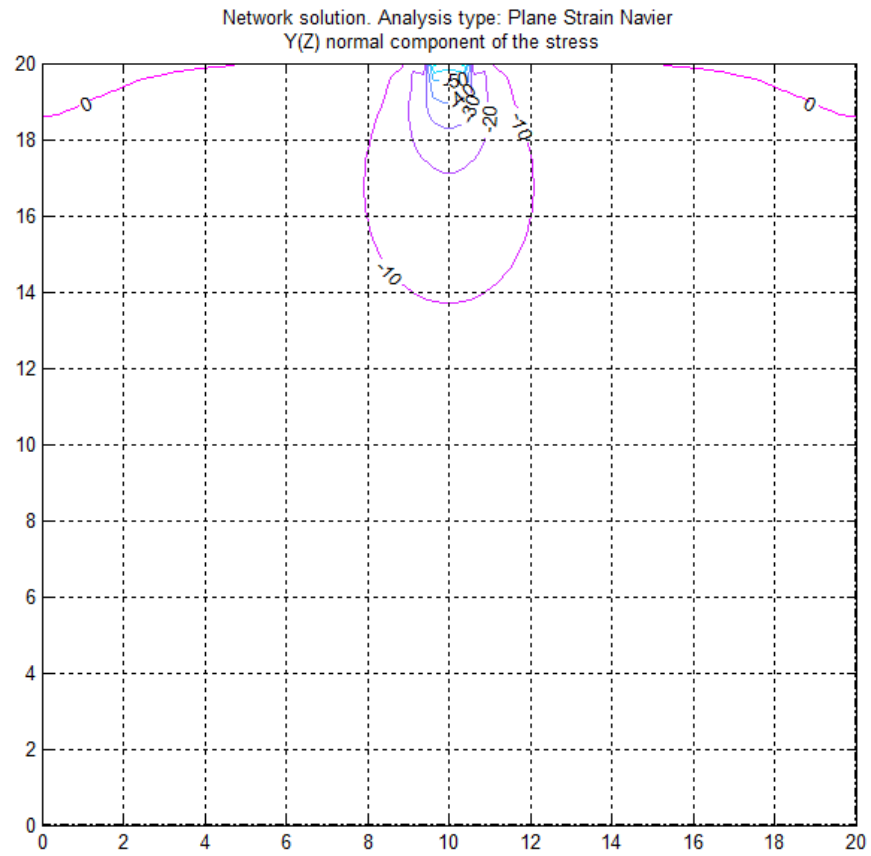


Figura 6.1.2.4. Líneas de igual incremento de tensión vertical total **b)** Solución EPSNET_10 **c)** Solución teórica

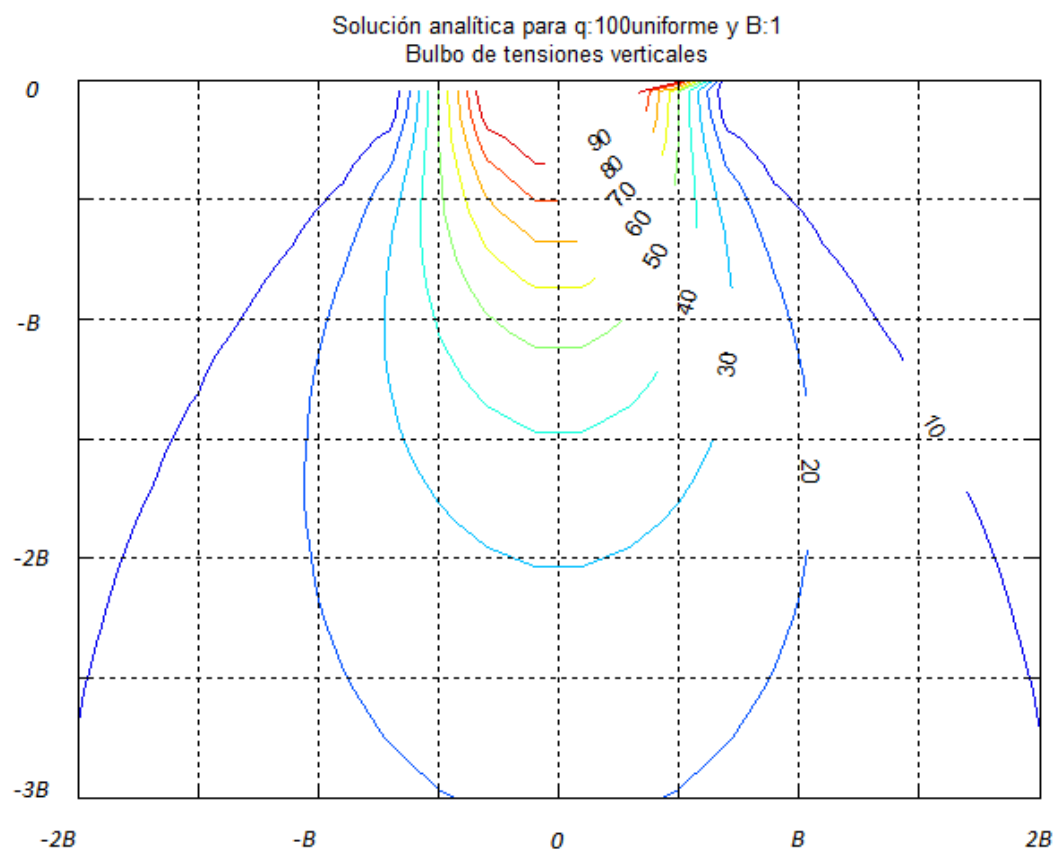
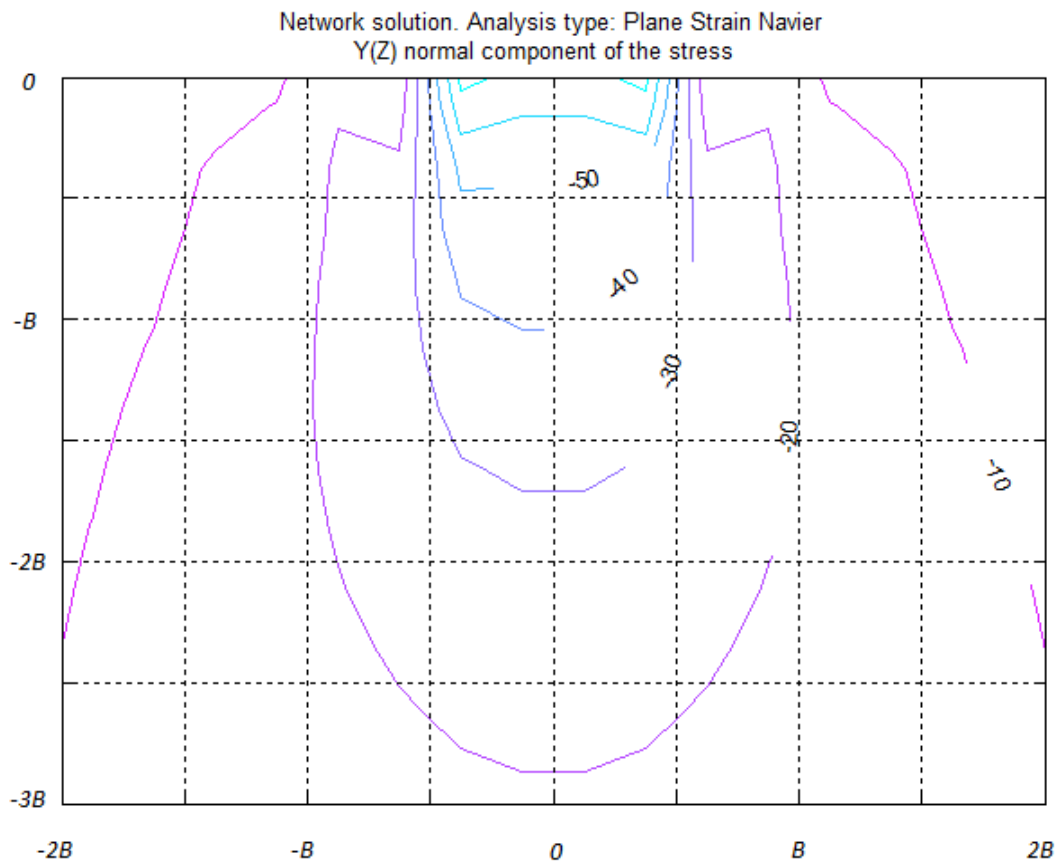


Figura 6.1.2.4. Zoom $\Delta\sigma_v$ d) Solución EPSNET_10 e) Solución teórica

6.1.2.5. Quinto caso $L=10$; $H=10$; $N_x=40$; $N_y=40$; $\nu=0.45$

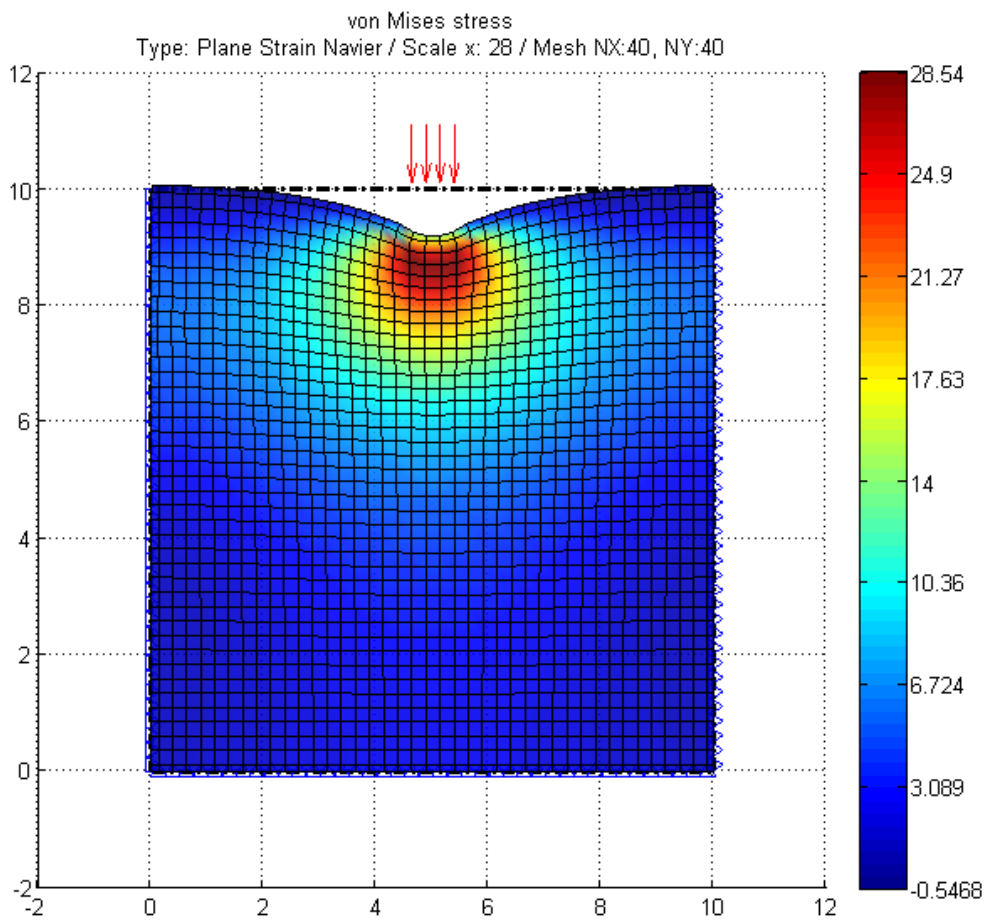


Figura 6.1.2.5.a) Tensiones de Von Mises mediante EPSNET_10

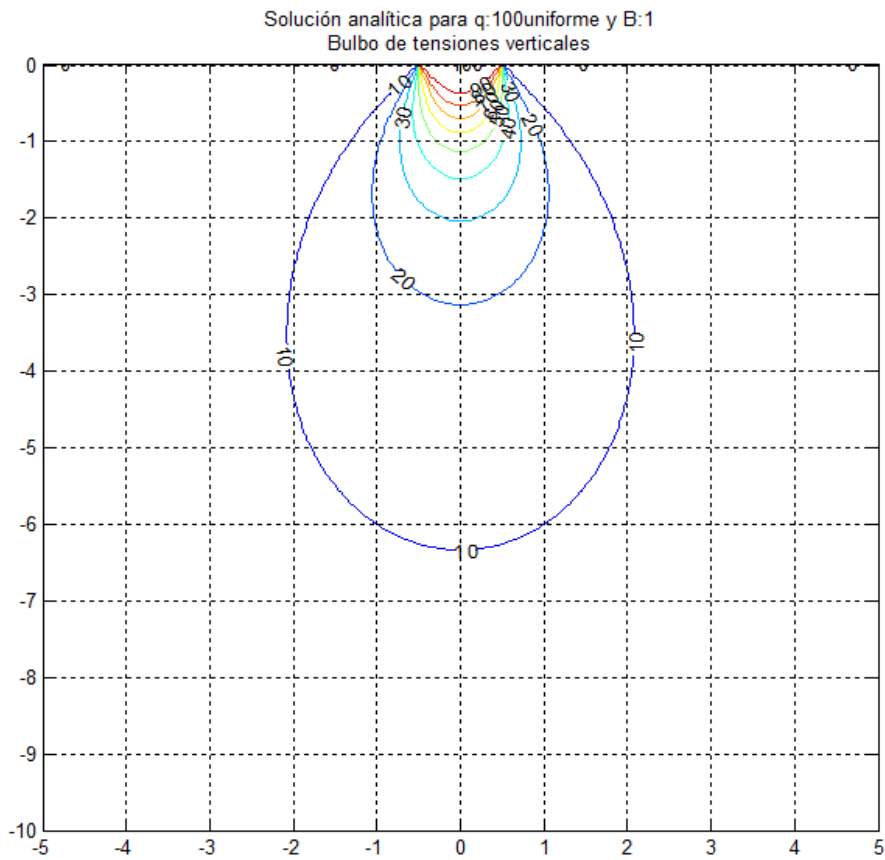
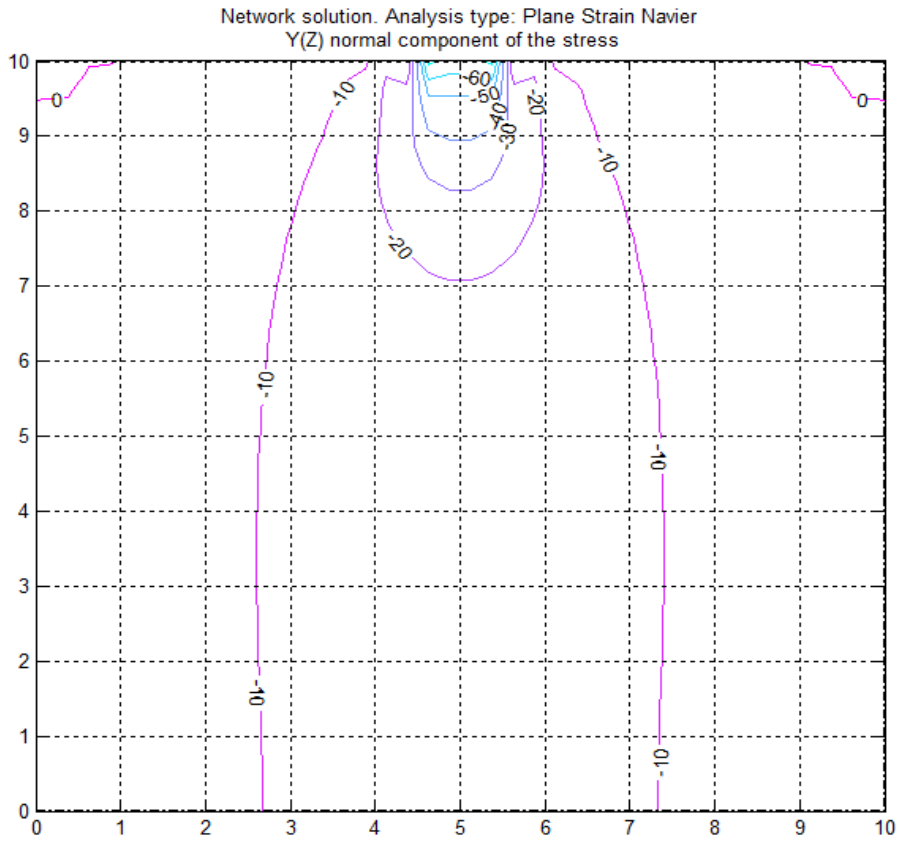


Figura 6.1.2.5. Líneas de igual incremento de tensión vertical total **b)** Solución EPSNET_10 **c)** Solución teórica

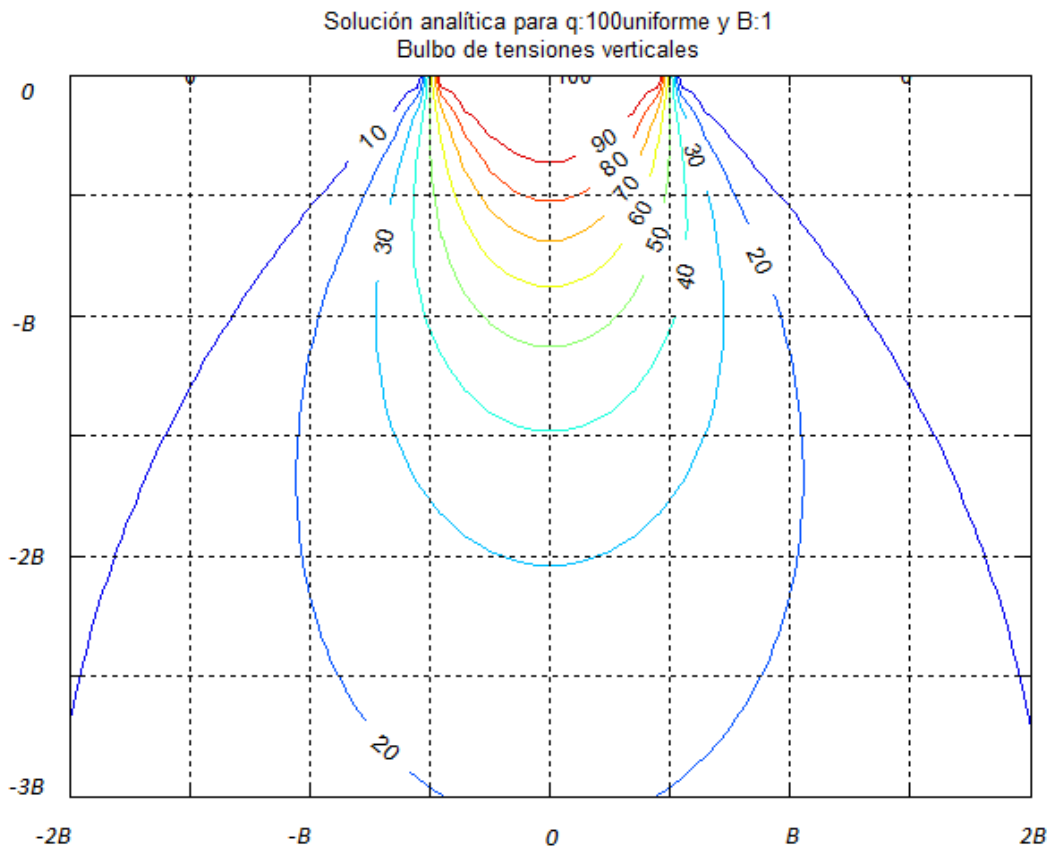
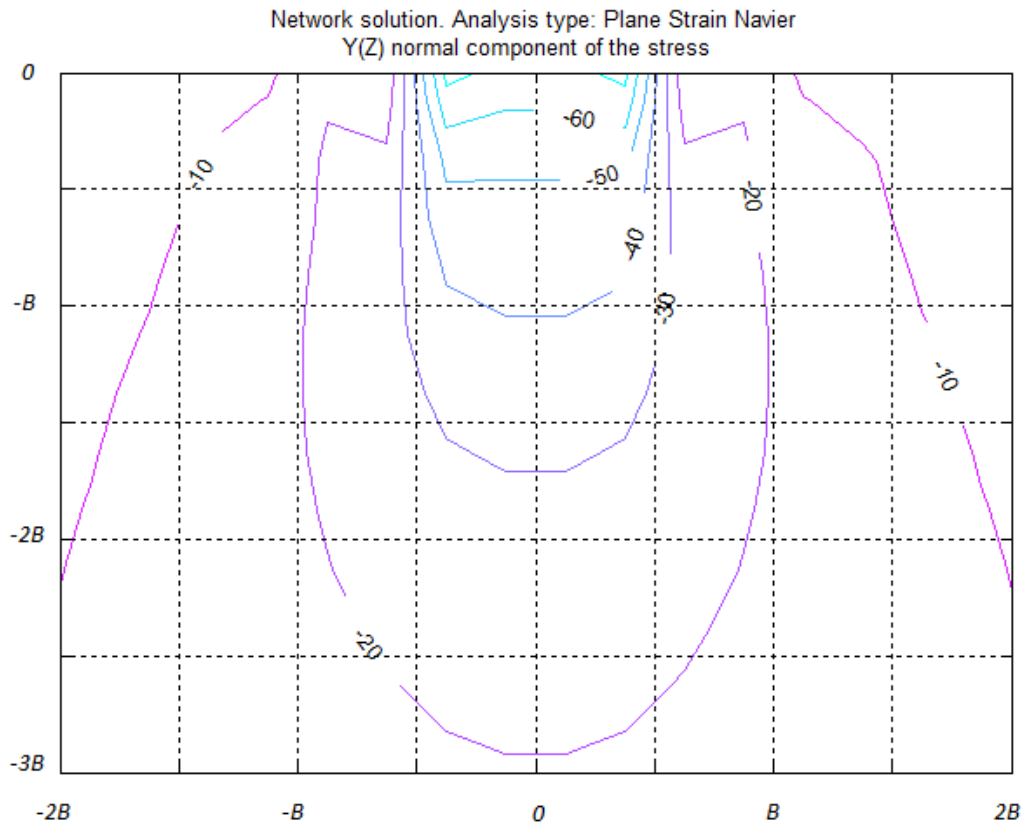


Figura 6.1.2.5. Zoom $\Delta\sigma_v$ d) Solución EPSNET_10 e) Solución teórica

6.2. CARGA CON DISTRIBUCION TRIANGULAR SOBRE UNA FRANJA INFINITA

6.2.1. SOLUCIÓN TEÓRICA

Cuando la tensión aplicada se incrementa linealmente a través del ancho de la franja, lo cual conduce a una distribución triangular, como se muestra en la **figura 6.2.1.1**, según Terzaghi et ál [1996], los incrementos de tensión en el punto N están dados por:

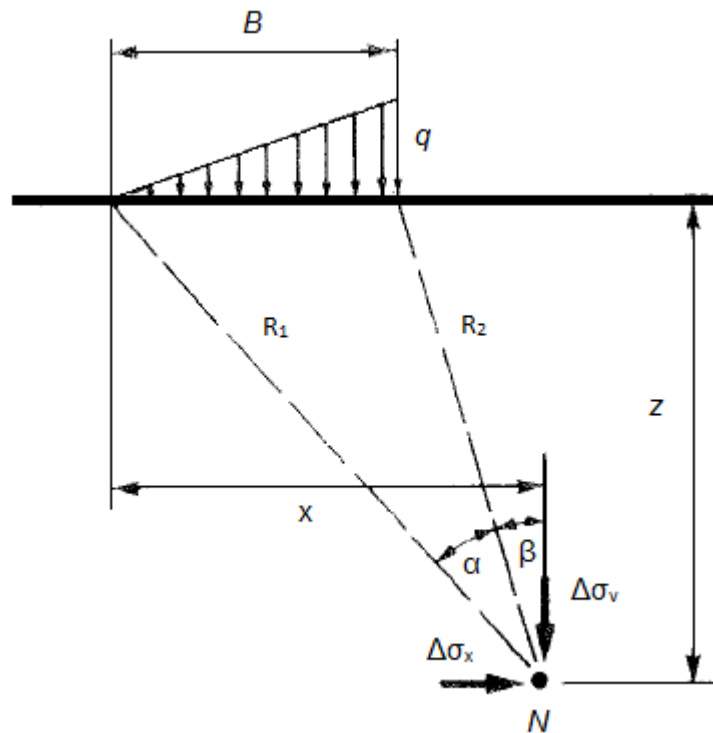


Figura 6.2.1.1.

$$\Delta\sigma_v = \frac{q}{\pi} \left[\frac{x}{B} \alpha - \frac{1}{2} \sin 2\beta \right] \quad (6.4)$$

$$\Delta\sigma_x = \frac{q}{\pi} \left[\frac{x}{B} \alpha - \frac{z}{B} \ln \frac{R_1^2}{R_2^2} + \frac{1}{2} \sin 2\beta \right] \quad (6.5)$$

$$\Delta\tau_{xz} = \frac{q}{2\pi} \left[1 + \cos 2\beta - \frac{2z}{B} \alpha \right] \quad (6.6)$$

Al disponer de estos resultados, obtenidos mediante una rutina en Matlab, se simulará dicha aplicación en el programa EPSNET_10 mediante la formulación de Navier.

6.2.2. SIMULACIÓN NUMÉRICA EN EPSNET_10

Se realizarán distintas simulaciones variando el mallado, las propiedades del material y las dimensiones del dominio y se compararan con la solución teórica.

Al igual que en el estado de carga anterior, se estudian dos tipos de mallado, el primer caso será con una malla de $N_x=40$, $N_y=40$. El segundo caso se utilizara un mallado de $N_x=80$, $N_y=80$. Con esto, se pretende estudiar si el efecto de variación del tamaño de malla influye en el resultado final.

De igual forma obtendremos dos soluciones con distintas dimensiones del dominio, en el primer caso con unas dimensiones de $L=10B$ (longitud horizontal), y $H=10B$ (longitud vertical), y en el segundo caso con unas dimensiones de $L=20B$, y $H=20B$, siendo B el ancho de la franja.

Por último se hacen dos simulaciones variando las propiedades del material, siendo el coeficiente de Poisson $\nu=0.3$ para el primer caso, y $\nu=0.45$ para el segundo caso.

Mantendremos constantes el coeficiente de dilatación térmica $\alpha=1.2 \cdot 10^{-5}$, el modulo de elasticidad $E=3500 \text{ kN/m}^2$, la carga aplicada triangular $q=100 \text{ kN/m}$ *figura 6.2.1.1*, y el ancho de la franja $B=1 \text{ m}$

6.2.2.1. Primer caso $L=10$; $H=10$; $N_x=40$; $N_y=40$; $\nu=0.3$

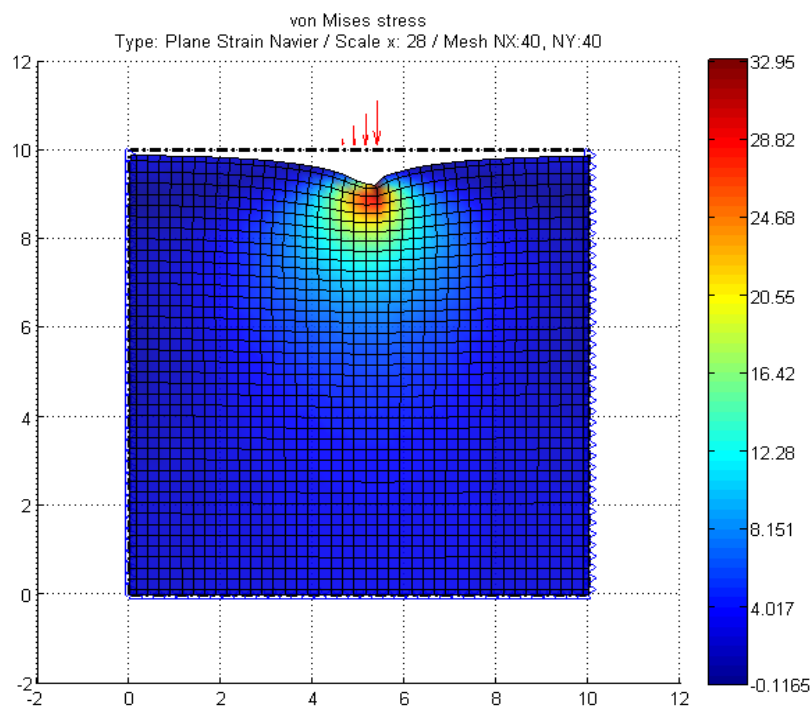


Figura 6.2.2.1.a) Tensiones de Von Mises mediante EPSNET_10

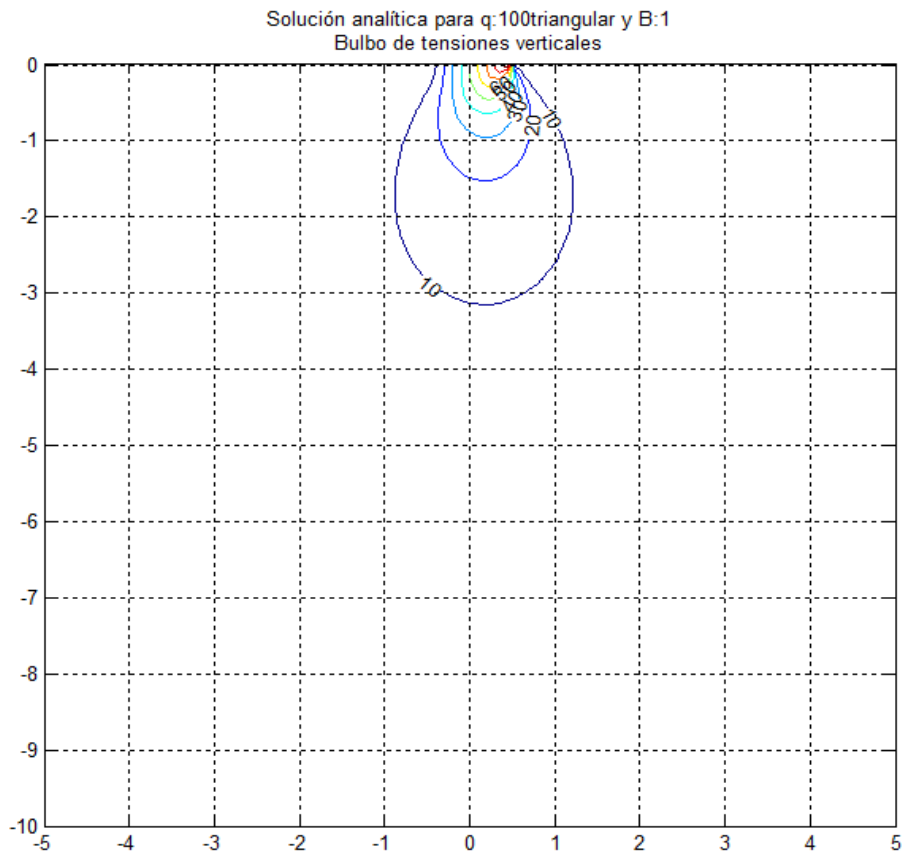
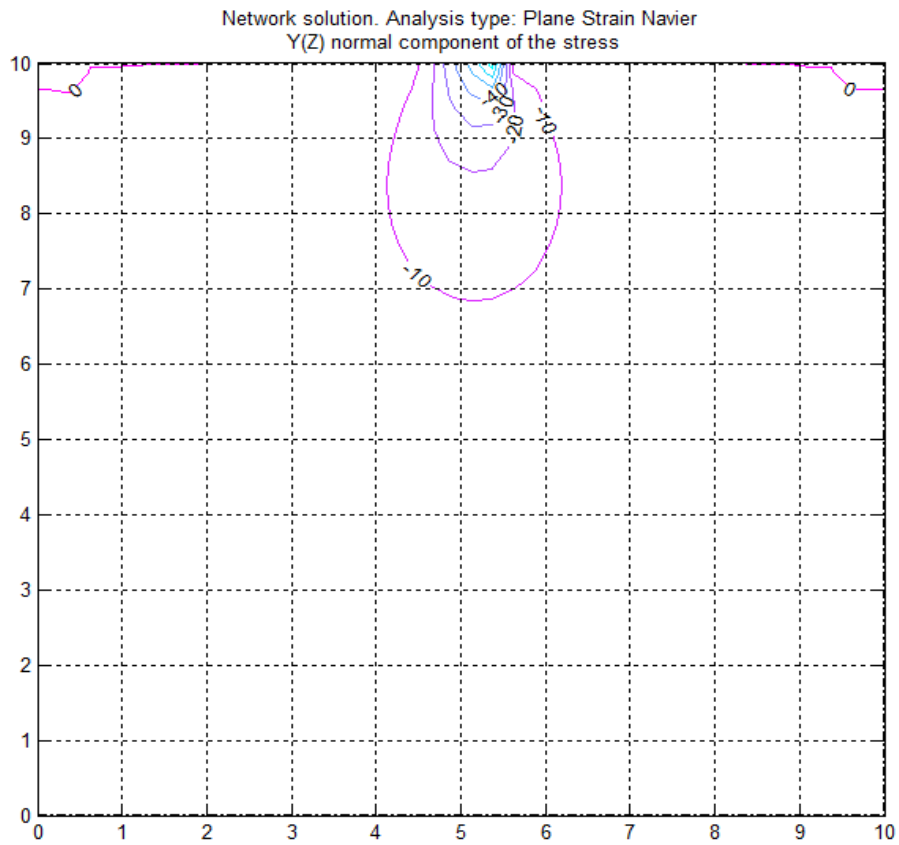


Figura 6.2.2.1. Líneas de igual incremento de tensión vertical total **b)** Solución EPSNET_10 **c)** Solución teórica

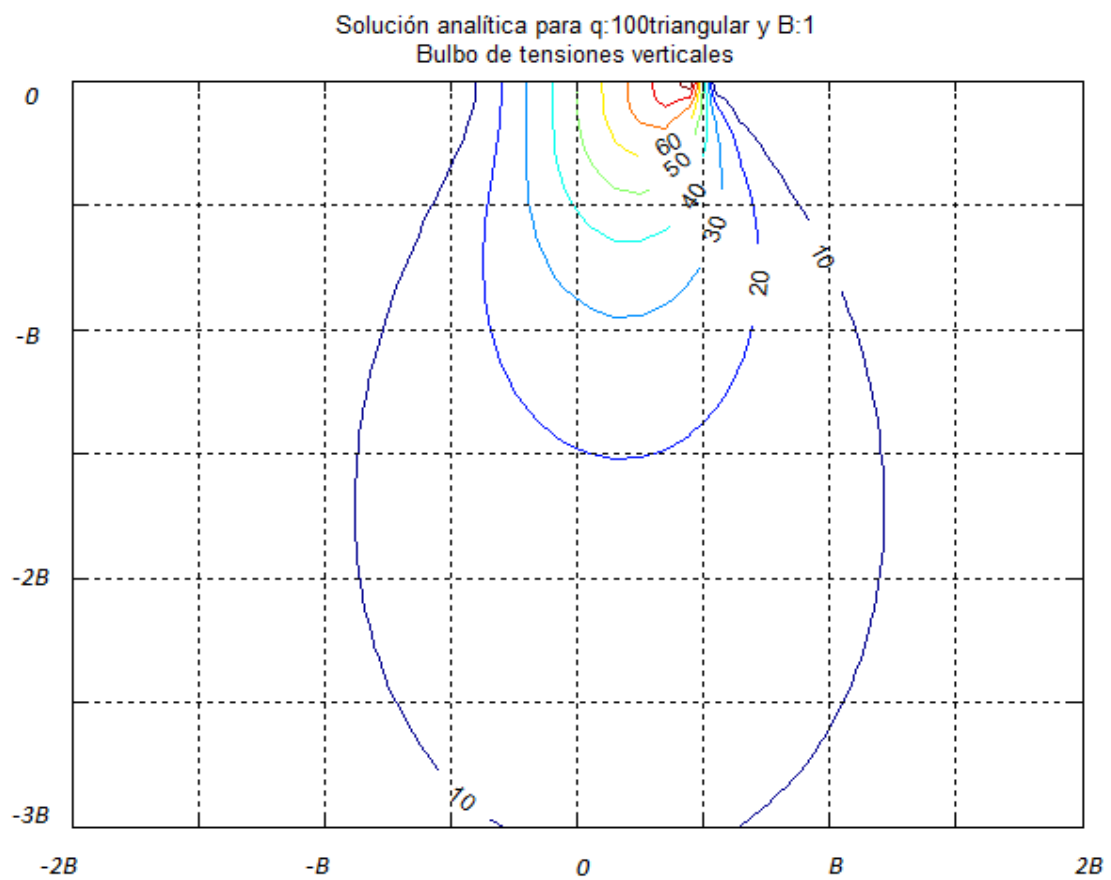
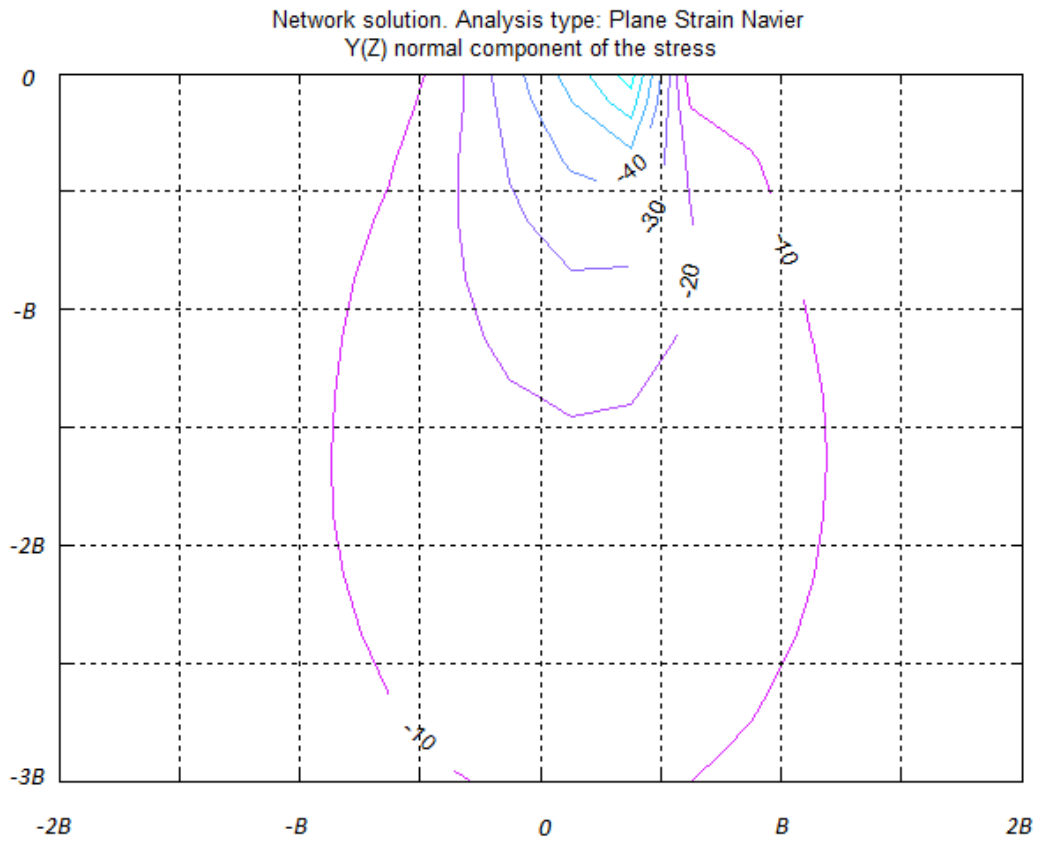


Figura 6.2.2.1. Zoom $\Delta\sigma_v$ d) Solución EPSNET_10 e) Solución teórica

6.2.2.2. Segundo caso $L=10$; $H=10$; $N_x=80$; $N_y=80$; $\nu=0.3$

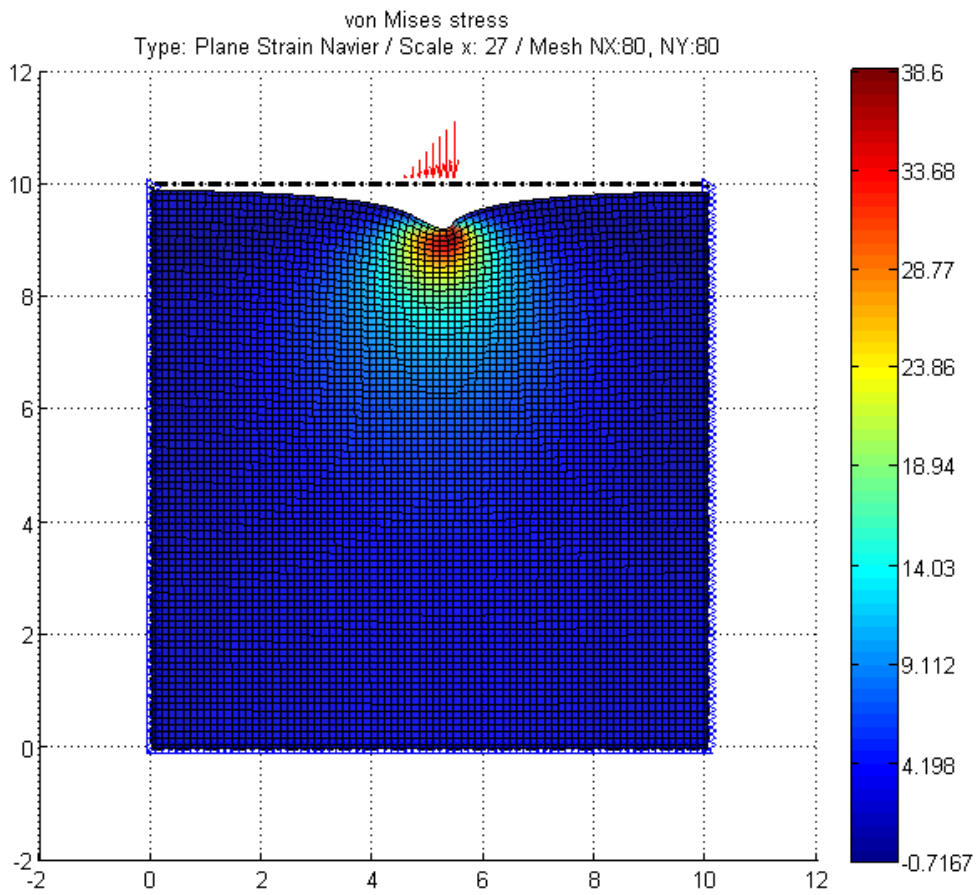


Figura 6.2.2.2.a) Tensiones de Von Mises mediante EPSNET_10

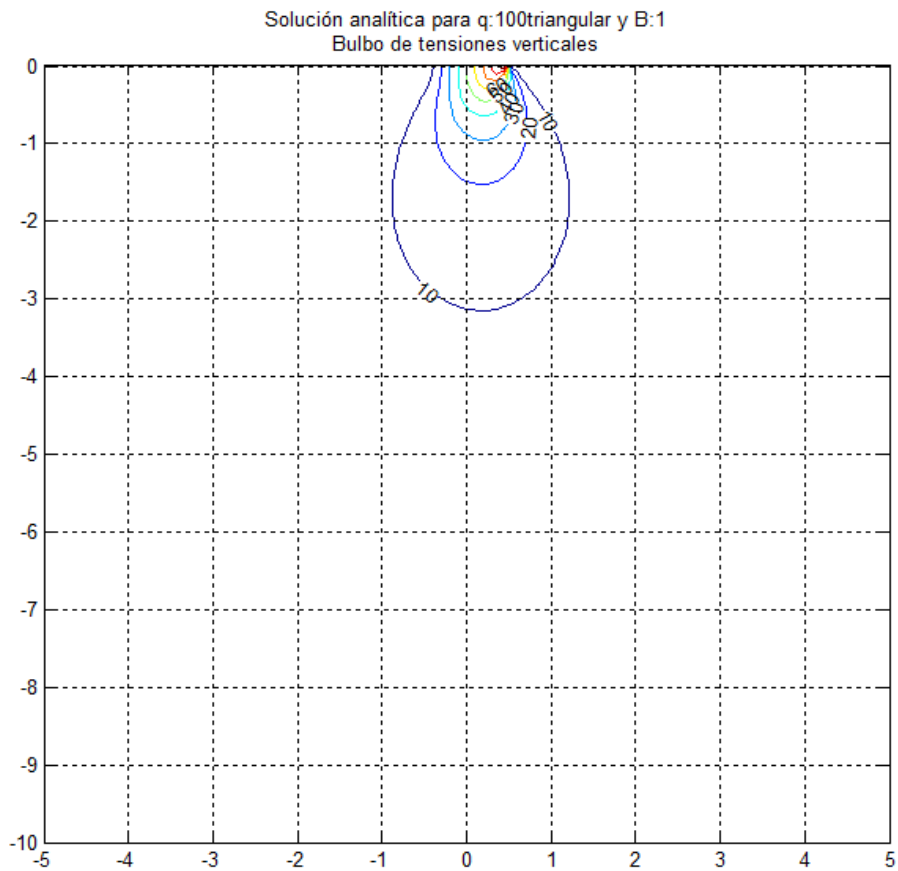
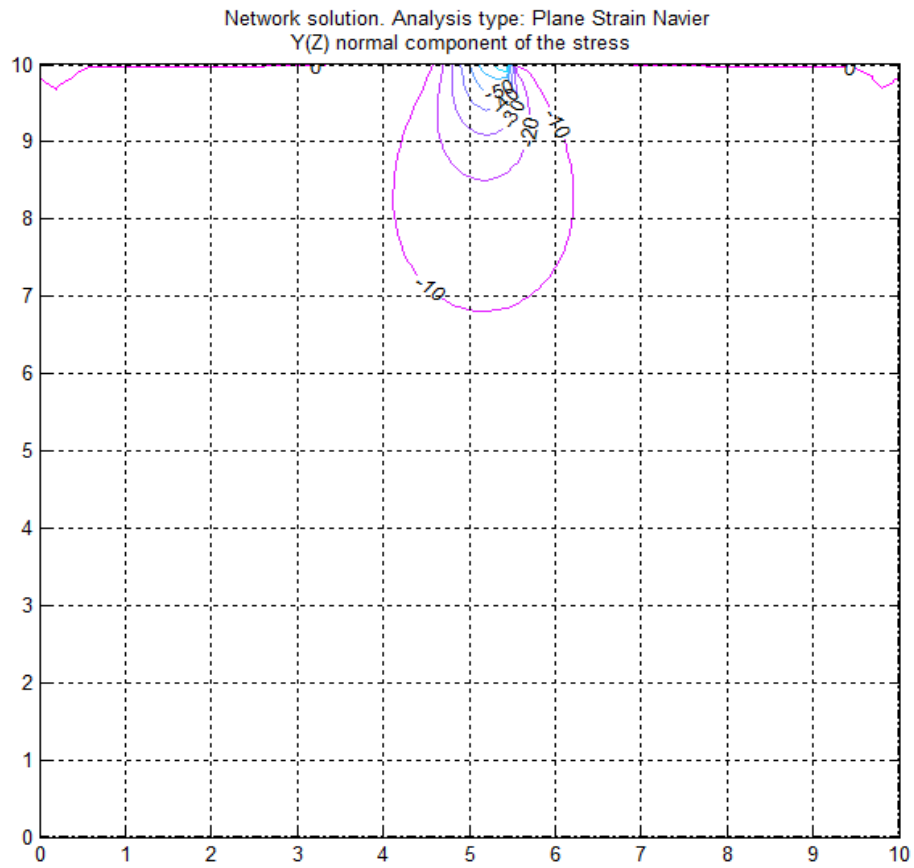


Figura 6.2.2.2. Líneas de igual incremento de tensión vertical total **b)** Solución EPSNET_10 **c)** Solución teórica

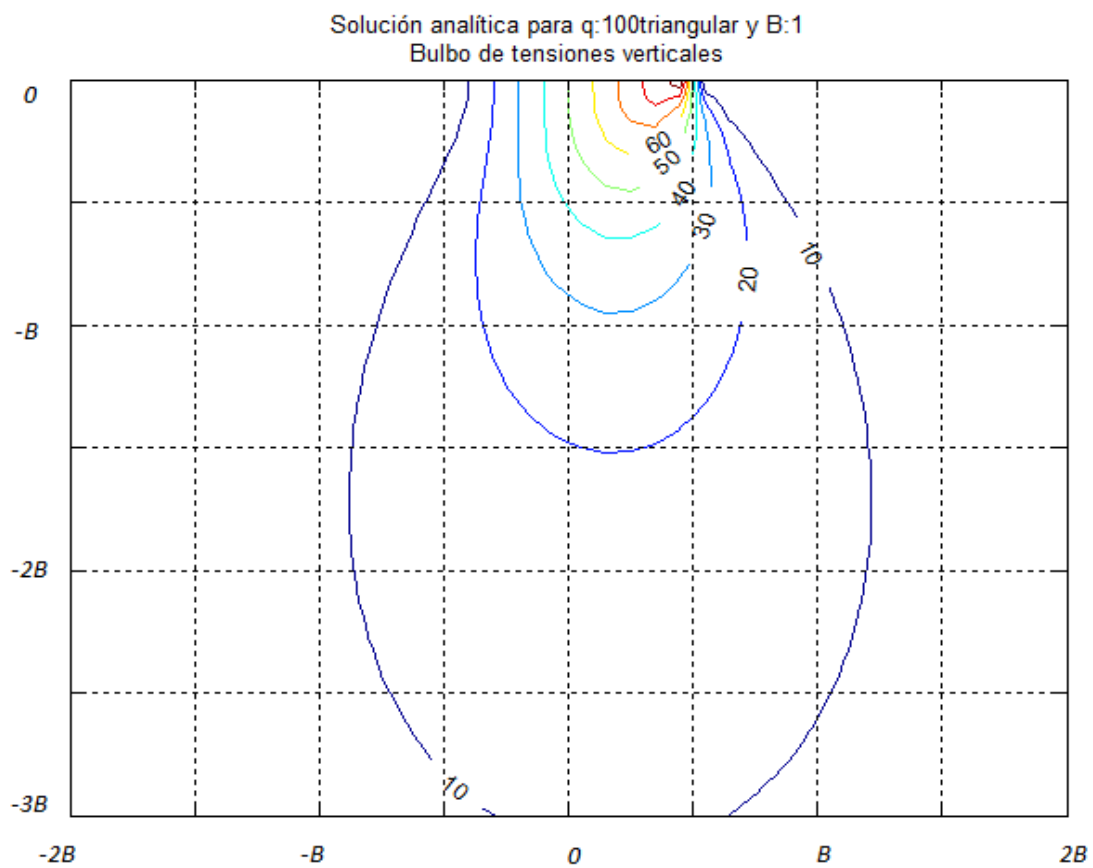
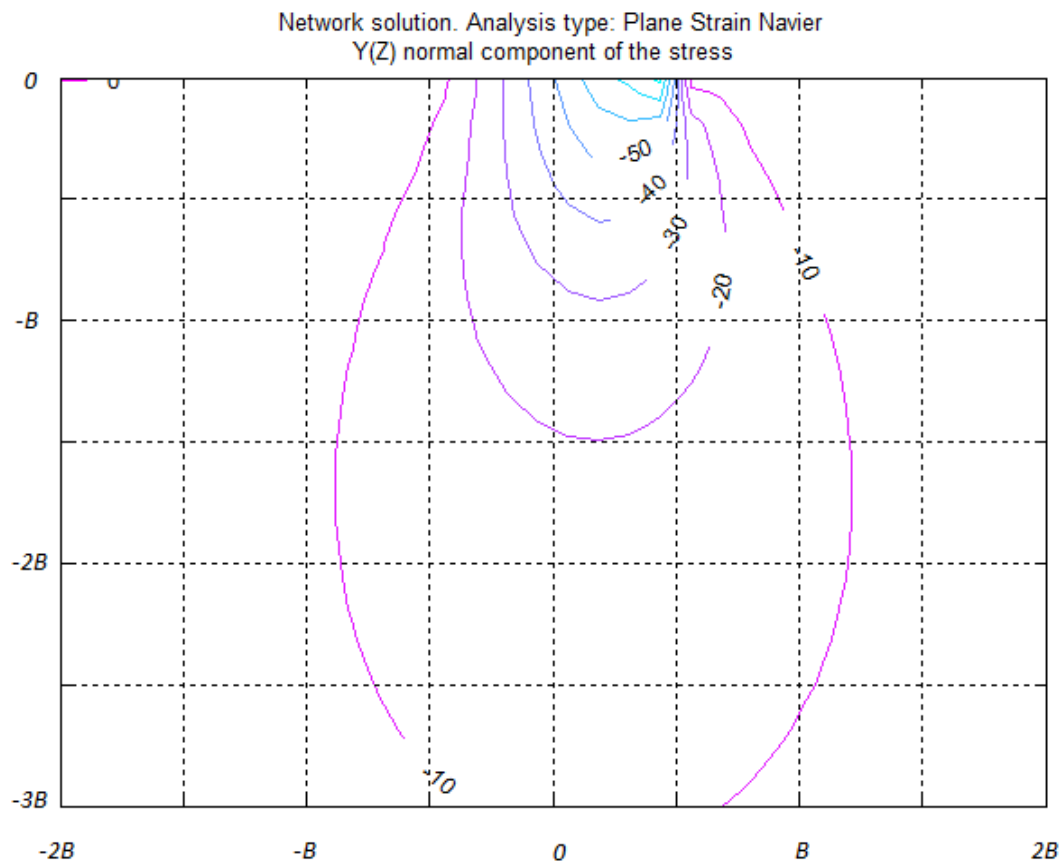


Figura 6.2.2.2. Zoom $\Delta\sigma_v$ d) Solución EPSNET_10 e) Solución teórica

6.2.2.3. Tercer caso $L=20$; $H=20$; $N_x=80$; $N_y=80$; $\nu=0.3$

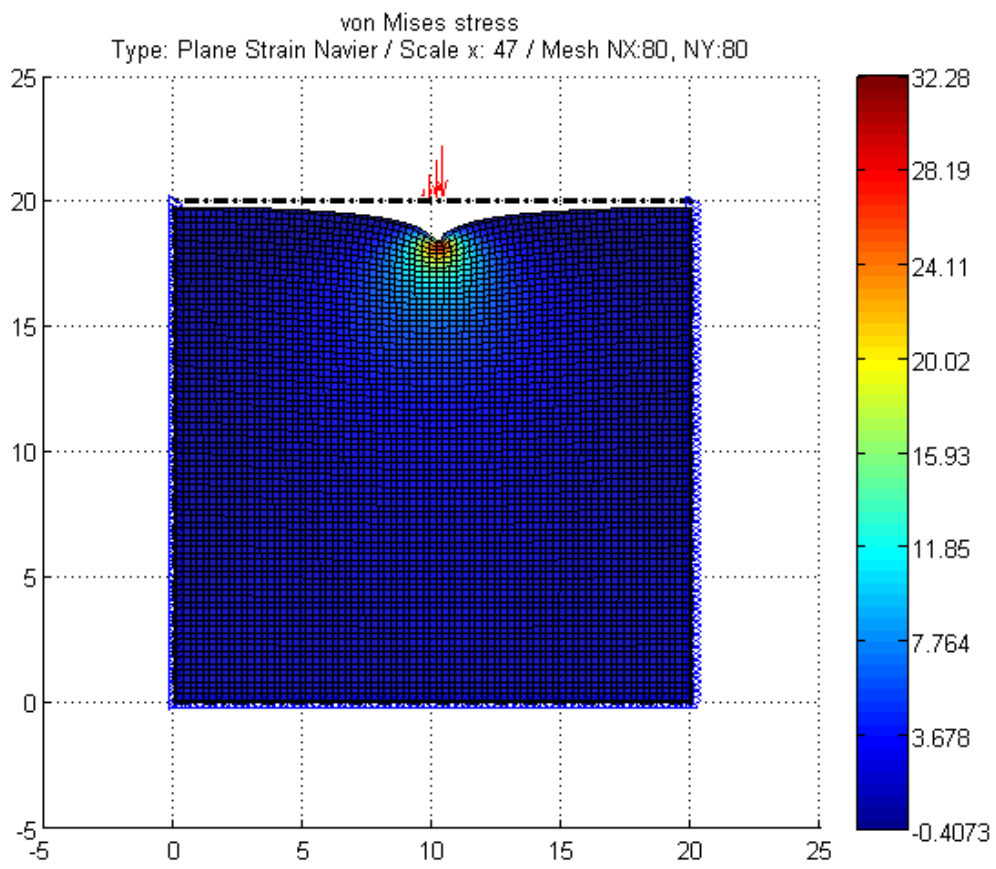


Figura 6.2.2.3.a) Tensiones de Von Mises mediante EPSNET_10

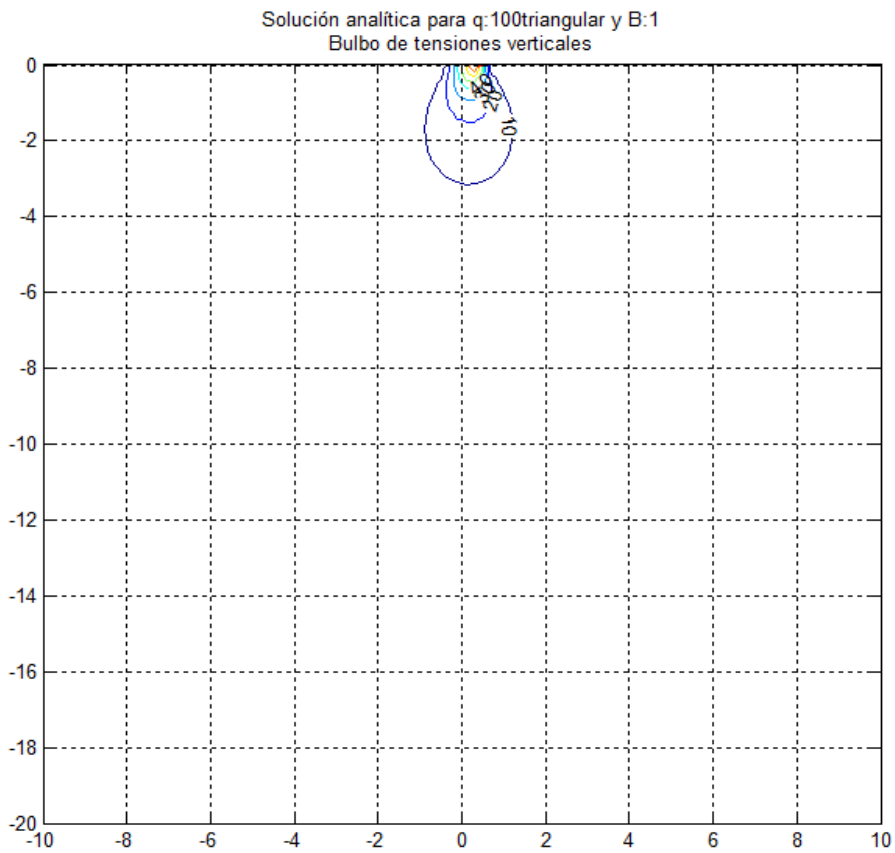
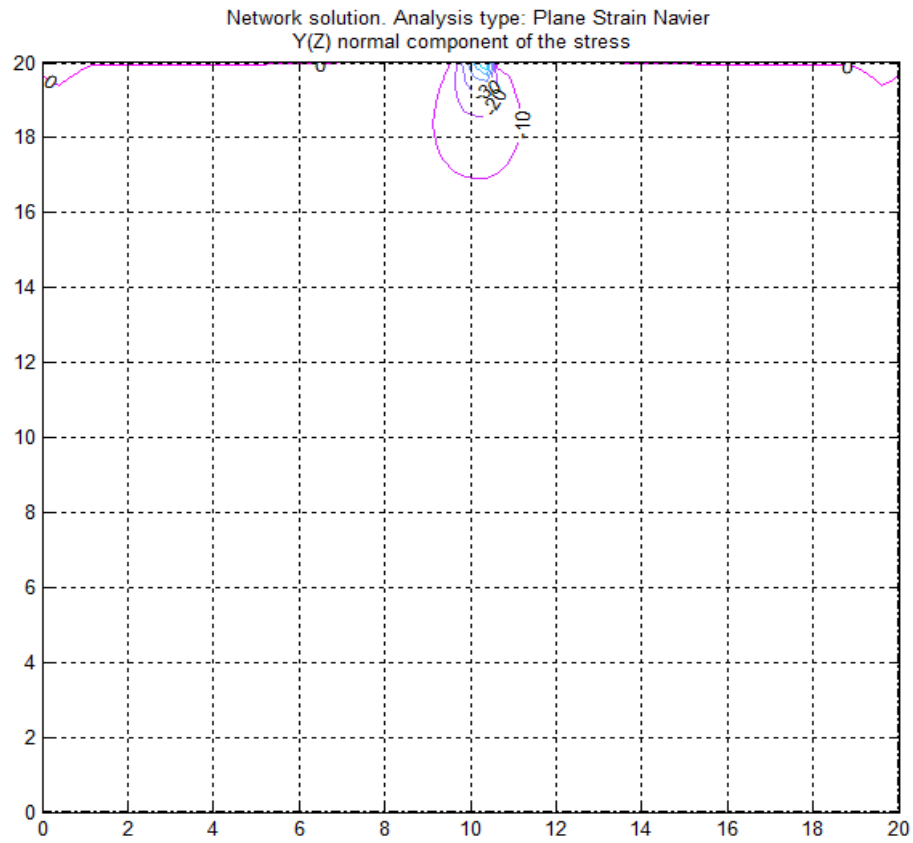


Figura 6.2.2.3. Líneas de igual incremento de tensión vertical total **b)** Solución EPSNET_10 **c)** Solución teórica

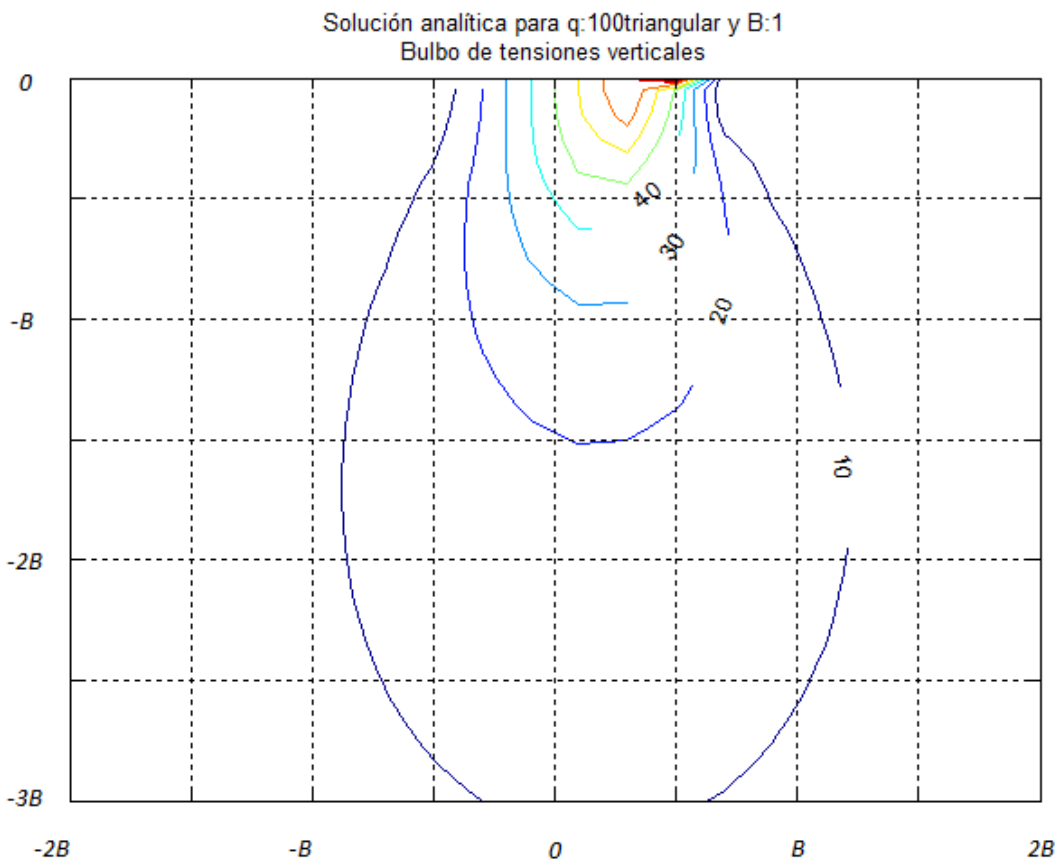
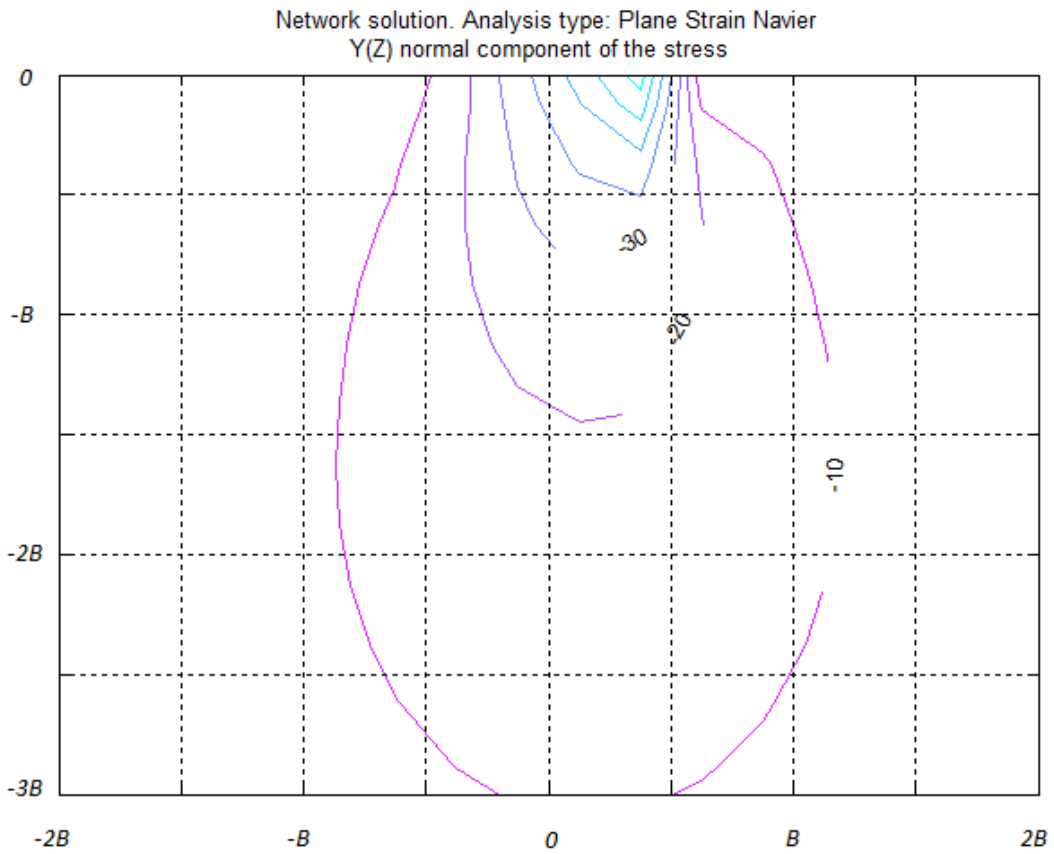


Figura 6.2.2.3. Zoom $\Delta\sigma_v$ d) Solución EPSNET_10 e) Solución teórica

6.2.2.4. Cuarto caso $L=20$; $H=20$; $N_x=80$; $N_y=80$; $\nu=0.45$

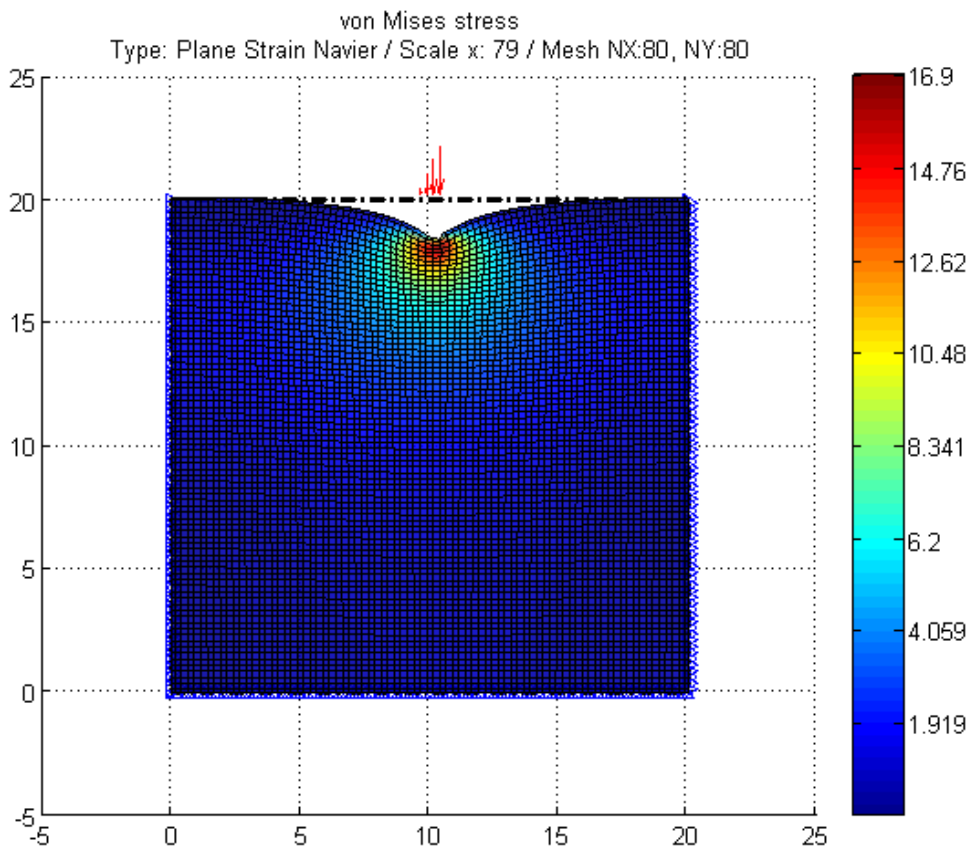


Figura 6.2.2.4.a) Tensiones de Von Mises mediante EPSNET_10

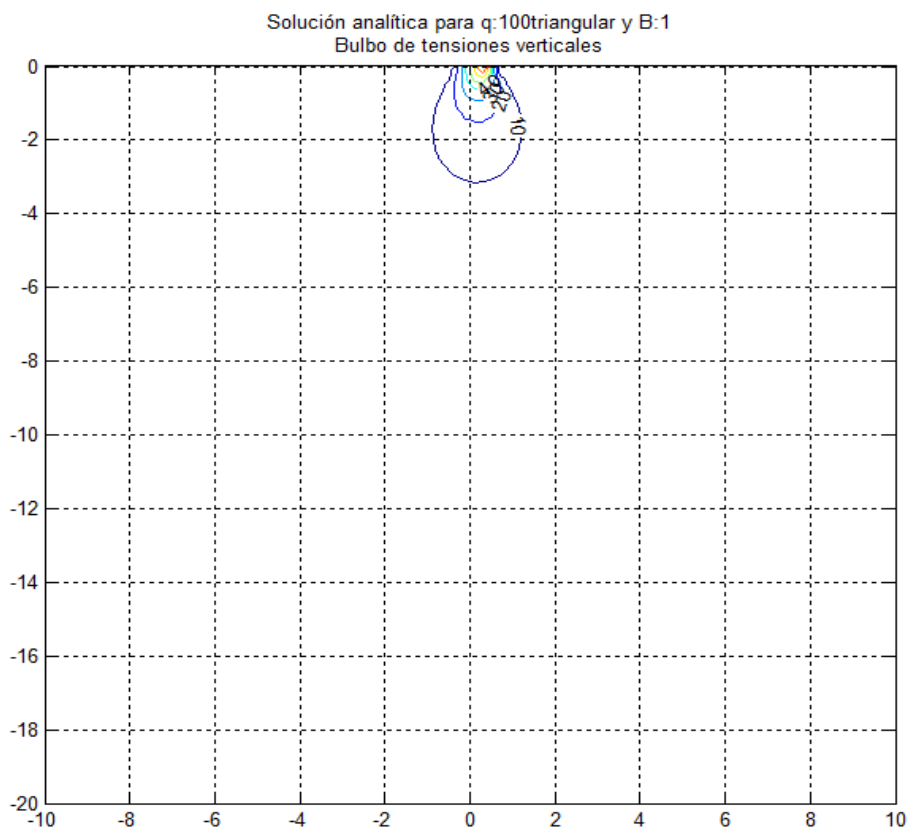
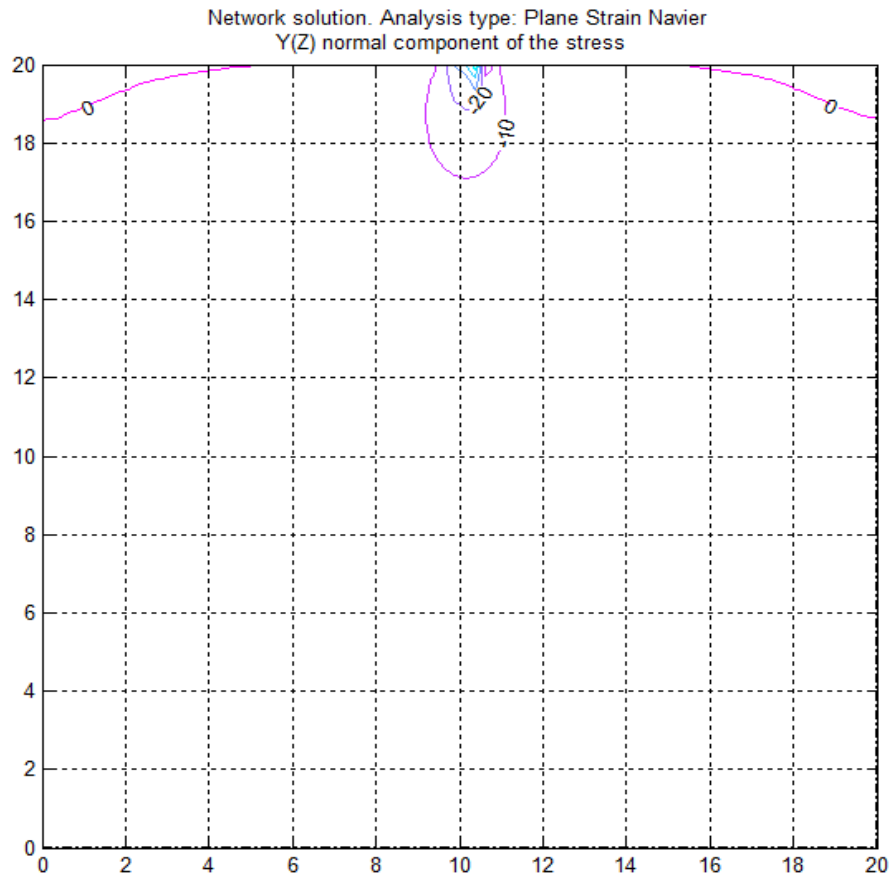


Figura 6.2.2.4. Líneas de igual incremento de tensión vertical total **b)** Solución EPSNET_10 **c)** Solución teórica

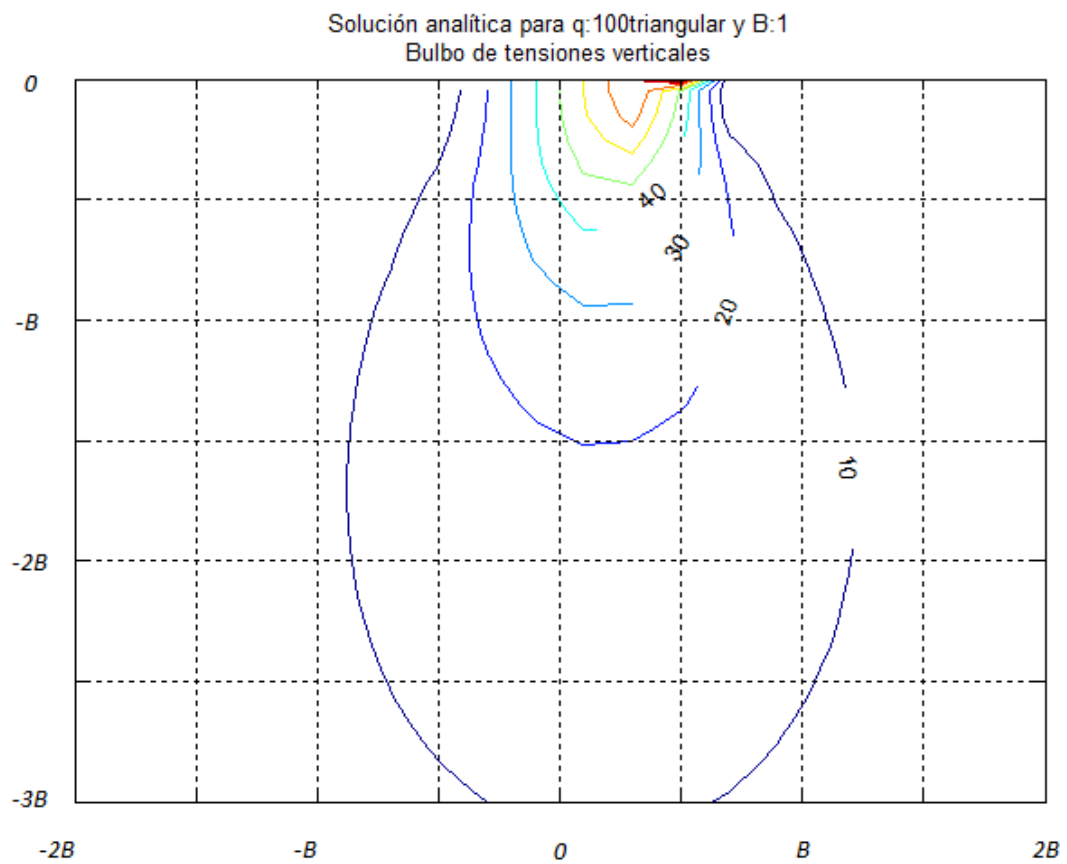
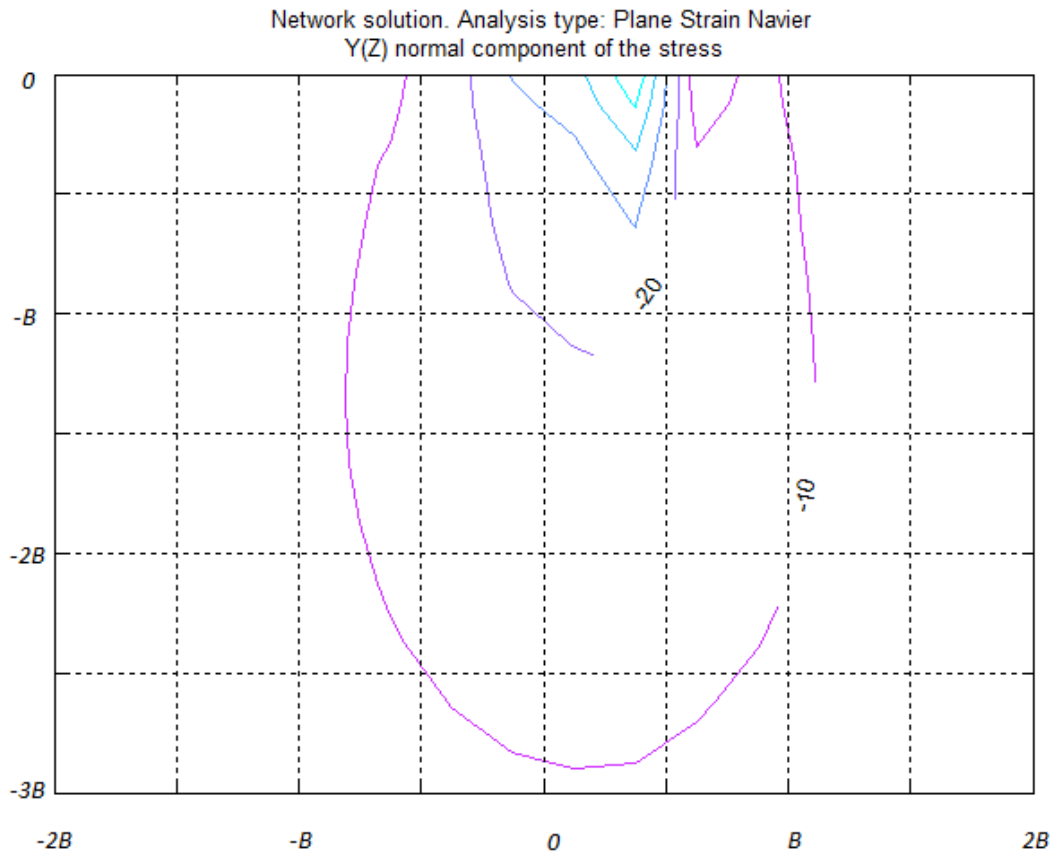


Figura 6.2.2.4. Zoom $\Delta\sigma_v$ **d)** Solución EPSNET_10 **e)** Solución teórica

6.2.2.5. Quinto caso $L=10$; $H=10$; $N_x=40$; $N_y=40$; $\nu=0.45$

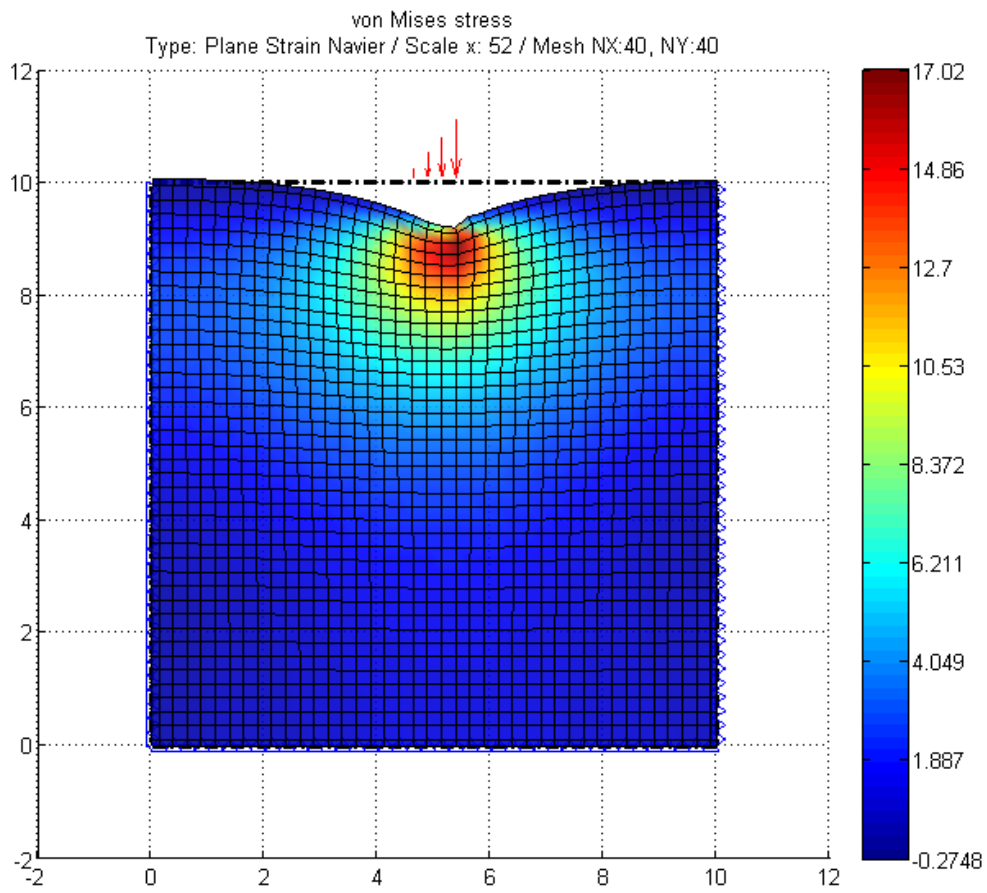


Figura 6.2.2.5.a) Tensiones de Von Mises mediante EPSNET_10

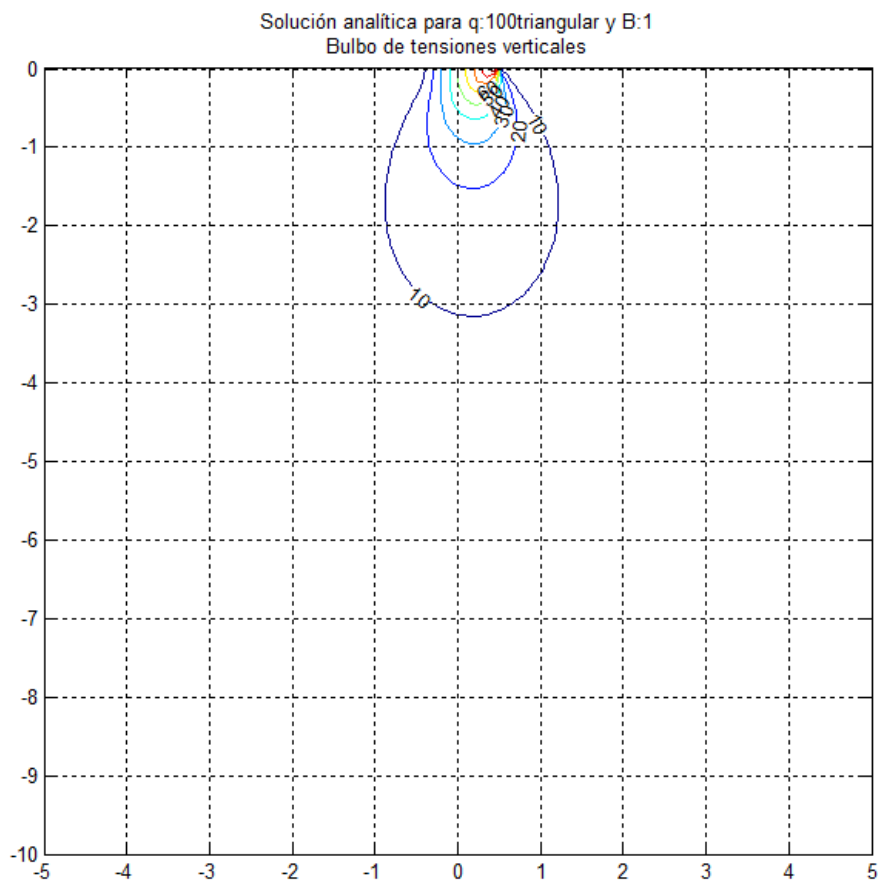
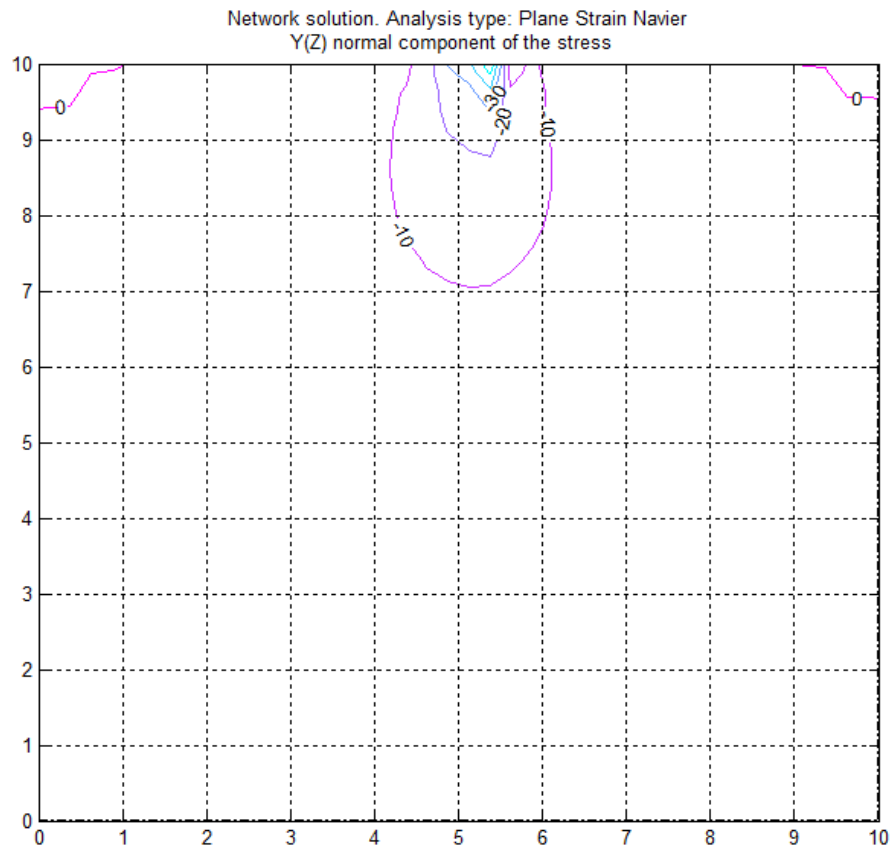


Figura 6.2.2.5. Líneas de igual incremento de tensión vertical total **b)** Solución EPSNET_10 **c)** Solución teórica

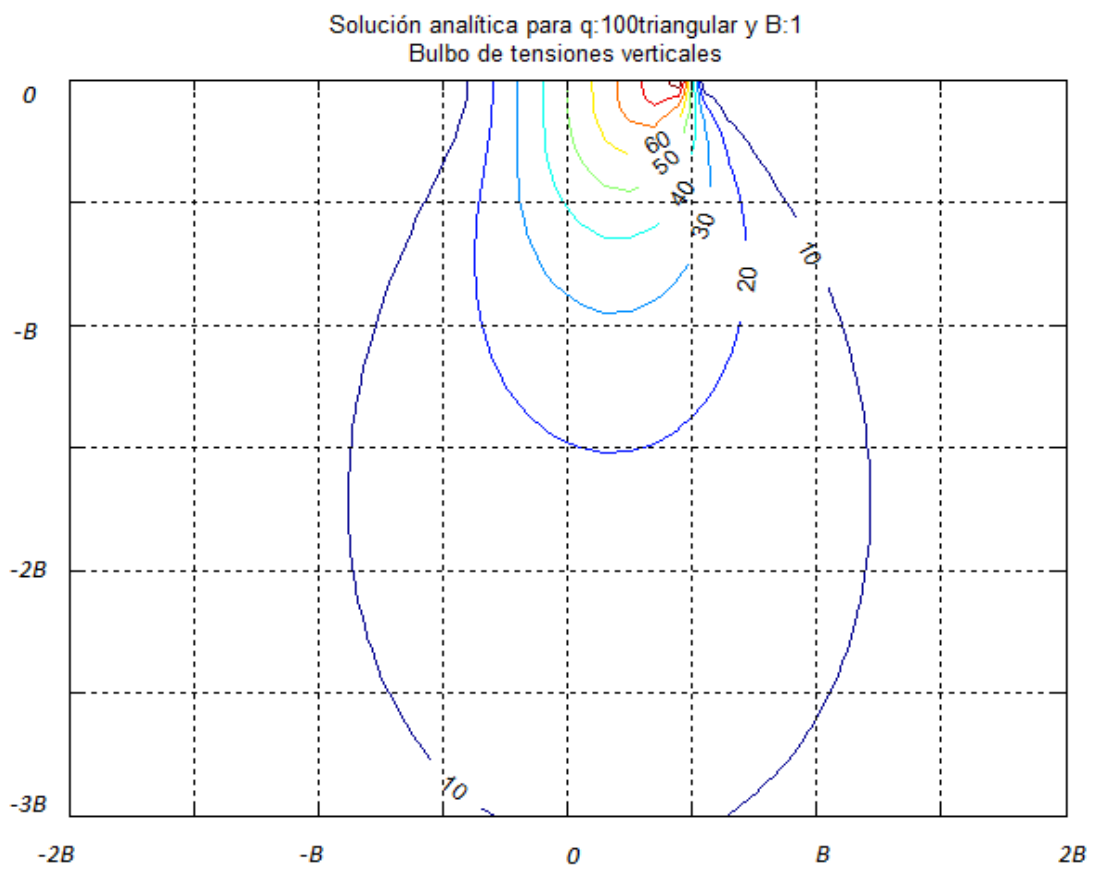
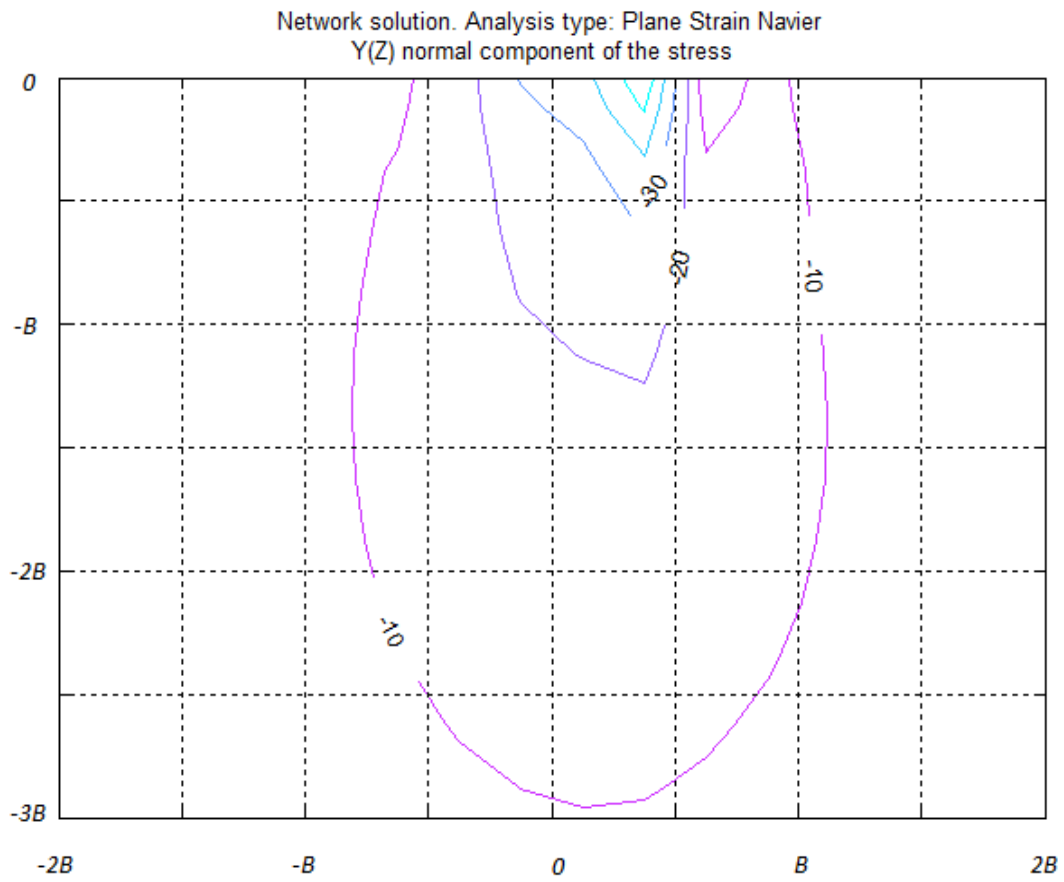


Figura 6.2.2.5. Zoom $\Delta\sigma_v$ d) Solución EPSNET_10 e) Solución teórica

CAPÍTULO 7

CONCLUSIONES

7.1. CONCLUSIONES

La aplicación de programa EPSNET_10 a la solución de problemas isostáticos relacionados con las cargas aplicadas en suelos se ha demostrado eficiente y sus resultados cualitativamente se aproximan suficientemente a las soluciones teóricas en los ejemplos estudiados, dentro de los errores aceptables en este campo de la ingeniería.

En particular esta aproximación se ha comprobado en:

1. Los tamaños de malla. Como cabe esperar un aumento del tamaño de la malla proporciona mayores resultados dentro del mismo dominio geométrico. Cuando el dominio físico aumenta es necesario aumentar proporcionalmente el tamaño de malla, como mínimo para conseguir resultados fiables.
2. Dimensiones del dominio. Dados que las soluciones teóricas se refieren a un medio 2d infinito, la reproducción numéricamente, exigiría dominios demasiado elevados y en consecuencia un número de celdas sensiblemente grande, y tiempos de computación progresivamente altos. Sin embargo, para dominios de $10B \times 10B$ y $20B \times 20B$, donde B es la franja de terreno en la que se aplica la carga, los resultados obtenidos se aproximan con errores despreciables a la solución teórica.
3. Propiedades del material. En cuanto al módulo elástico y el coeficiente de Poisson, que definen el comportamiento de estos problemas, se comprueba que tienen influencia en la solución numérica cuando en la solución teórica no la tienen. Esta aparente anomalía se justifica debido a las dimensiones finitas del dominio numérico que implica unas condiciones de contorno distintas al caso teórico.

BIBLIOGRAFÍA

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alarcón García M. (2001). Transporte de calor en sistemas con aletas. Coeficientes de rendimiento y red de transferencia. Tesis doctoral, UPCT
- Alhama F., Gómez Lopera S. (2006). Prácticas de transmisión de calor en aletas simples: Programa Prodasim (con CD del programa Prodasim), ProofsoftEditions
- Alhama F., del Cerro Velázquez F. (2010). Simulación y diseño de problemas de conducción térmica con PROCCA-09 (con CD del programa PROCCA-09), Servicio de Publicaciones de la Universidad de Murcia
- Alhama I., Alhama F., Soto A. (2011). Fatsim-A: An educational tool based on electrical analogy and the code PSpice to simulate fluid flow and solute transport processes, *Computer Application in Engineering Education*, 16, pp. 72-82
- Alhama I., Soto A., Alhama F. (2012). Mathematical characterization of scenarios of fluid flow and solute transport in porous media by discriminated nondimensionalization, *Int. J. Eng. Sci.*, 50, 1, pp. 1-9
- Alhama I., Soto Meca A., Alhama F. (2010b). Simulador de flujo y transporte FAHET. Manejo y aplicaciones (con CD del programa FAHET), Servicio de publicaciones de la UPCT (MORPI)
- Anwar Bég O., Zueco J., Takhar H.S. (2009). Unsteady magnetohydrodynamic Hartmann Couette flow and heat transfer in a Darcian channel with Hall current, ion slip, viscous and Joule heating effects: Network numerical solutions, *Commun. Nonlinear Sci. Numer.Simul.*, 14, 4 , pp. 1082-1097
- Baker W.E., Shortt D.J. (1990). Integrated electrical/thermal component modeling. Naval Res. Lab., Washington
- Barber J.R. (2010). *Elasticity. Series: Solid Mechanics and its Applications*, vol. 172, 3rd ed. Springer
- Bello V.G. (1991). Electrical models of mechanical units widen simulator's scope, *Electronics Design News*, March
- Benavent-Climent A., Castro E., Gallego A. (2010), Evaluation of low-cycle fatigue damage in rc exterior beam-column subassemblages by Acoustic Emission, *Constr. Build. Mater.*, 24, pp. 1830-1842
- Castro E. (2005). Simulación de ondas elásticas en vigas mediante el método de redes y detección de daño mediante la transformada wavelet. Tesis doctoral, UGR
- Del Cerro Velázquez F. (2009). Desarrollo de un programa de conducción de calor, usando analogía eléctrica, mediante el lenguaje C# y el módulo de cálculo PSpice. Aplicaciones lineales y no lineales en diferentes geometrías. Tesis doctoral, UMU.

- Del Cerro Velázquez F., Gómez-Lopera S., Alhama F. (2008). A powerful and versatile educational software to simulate transient heat transfer processes in simple fins, *Comput. Appl. Eng. Educ.*, 16, pp. 72-82
- EPSNET_10 (2011): Morales J.L., Moreno J.A., Alhama F., *Elasticity Problems Simulation Network*, NAR: 08/2011/418, © 2011 UPCT
- FAHET (2010): Alhama I., Soto Meca A., Alhama, F., *Flow and Heat Transport simulator*, NAR: 08/2011/419, © 2004 2009 UPCT
- FATSIM-A (2010): Alhama I., Soto Meca A., Alhama F., *Fluid Flow and Solute Transport simulator*, NAR: 08/2010/1110 (DL: MU-1093-2010), © 2004 2009 UPCT
- González-Fernández C.F. (2002). Applications of the network simulation method to transport processes, in *Network Simulation Method*, Ed. J. Horno, Research Signpost, Trivandrum, India
- Hamill D.C. (1993). Learning about chaotic circuits with pspice, *IEEE Transactions on education*, 36, pp. 28-35
- Herbert D.B. (1992). Simulations differential equations with pspice2, *IEEE Circuits and devices* 8, pp. 11-14
- Kielkowsky R. (1994). *Inside Spice*, McGraw Hill, New York
- Knabner P., Angermann L. (2003). *Numerical Methods for Elliptic and Parabolic Partial Differential Equations*, Springer
- Luna Abad J.P. (2010). Desarrollo de un programa de conducción de calor, usando analogía eléctrica, mediante el lenguaje C# y el módulo de cálculo PSpice. Aplicaciones lineales y no lineales en diferentes geometrías. Tesis Doctoral, UPCT.
- Luna Abad J.P., Alhama F. (2010). Optimization of longitudinal rectangular fins through the concept of relative inverse admittance, *Heat Transfer Eng.*, 31, 5, pp. 395-401
- Morales J.L, Moreno J.A., Alhama F. (2011). Numerical solutions of 2-D linear elastostatic problems by network method, *CMES-Comput. Model. Eng. Sci.*, 76, 1, pp. 1-18
- Morales J.L. (2013). Solución numérica de problemas de elasticidad bidimensional, basados en la formulación directa de Navier o en funciones potenciales, mediante el método de redes. El programa EPSNET_10, Tesis-doctoral, UPCT.
- Moreno J.A., F.C. Gómez de León Hyjes, Alhama F. (2007). Solution of temperature fields in hydrodynamics bearing by the numerical network model, *Tribol. Int.*, 40, pp. 139-145
- Moya A.A. (2011). Influence of dc electric current on the electrochemical impedance of ion-exchange membrane systems, *Electrochim. Acta*, 56, pp. 3015-3022
- Nagel L.W. (1975). SPICE2: A computer program to simulate semiconductor circuits. Memo N^o. UCB/ERL M520. Electronic Research Laboratory, Univ. de California, Berkeley, CA 94720

- Nagel L.W. (1977). SPICE (Simulation program with integrated circuit emphasis). Berkeley, CA, University of California, Electronics Res. Lab., ERL-M382
- Peusner L. (1987). The principles of network thermodynamics: Theory and biophysical applications, Entropy, Lincoln, Massachusetts
- PROCCA-09 (2005): Alhama F., Del Cerro Velázquez F., Programa de conducción de calor, NAR: 08/2005/544, © 2004 2009 UPCT
- PRODASIM (2005): Gómez Lopera S., Alhama F, del Cerro Velázquez F., Programa de diseño de aletas simples, NAR: 08/2005/544, © UPCT
- PSPICE, version 6.0 (1994): Microsim Corporation, 20 Fairbanks, Irvine, California 92718
- Sadd M.H. (2009). Elasticity Theory Applications And Numerics, 2Ed, Academic Press/Elsevier
- Sánchez J.L., Moreno Nicolás J.A., Alhama F. (2011). An efficient and reliable model based on network method to simulate CO2 corrosion with protective iron carbonate films, Comput. Chem. Eng., (aceptado 2011)
- Soto A. (2007). Simulación numérica de procesos de intrusión salina en acuíferos mediante el método de simulación por redes. Tesis doctoral, UPCT
- Terzaghi K., Peck R.B., Mesri G., (1996). Soil Mechanics in Engineering Practice 3th ed., Wiley-Interscience, NY
- Vladimirescu A. (1994). The spice book, John Wiley & Sons, Inc., New York
- Zueco J., Alhama F. (2007). Simultaneous inverse determination of temperature-dependent thermo-physical properties in fluids using the network simulation method, Int. J. Heat Mass Transfer, 50, pp. 3234-3243
- Zueco Jordán J. (2003). Solución de problemas inversos en conducción de calor mediante el método de simulación por redes. Tesis doctoral, UPCT