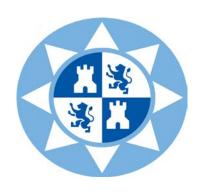
# UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA Escuela Universitaria de Ingeniería Naval y Oceánica



### PROYECTO FIN DE CARRERA

# ESTUDIO DE LA BOTADURA DEL ATUNERO MARÍA DE LOS ÁNGELES



Titulación: Ingeniero Técnico Naval: Especialidad en estructuras marinas.

Alumno: Juan García Miralles

Directores: Ma Concepción Bermúdez Edo

Sergio Amat Plata

# Índice general

1.	Obj	Objetivos					
2.	Introducción.						
	2.1.	Cama de construcción	3				
	2.2.	Cama de lanzamiento o cuna	5				
	2.3.	Elementos y dispositivos de lanzamiento	7				
	2.4.	Momentos críticos	8				
	2.5.	Descripción de los 5 periodos de la botadura	10				
	2.6.	Arfada y pivoteo	11				
3.	Conceptos básicos						
	3.1.	Momento estático y centroide	13				
	3.2.	Momento de inercia	16				
	3.3.	Teorema de Steiner	17				
4.	Inte	gración numérica	19				
	4.1.	Introducción	19				
	4.2.	Integración numérica de tipo interpolatorio	21				
		4.2.1. Regla del trapecio	23				
		4.2.2. Regla de Simpson	25				
		4.2.3. Fórmulas de Newton-Côtes de orden superior	27				
<b>5.</b>	Datos de partida						
	5.1.	Cartilla de trazado	29				
	5.2.	Plano de formas	32				
	5.3.	Distribución de pesos y centro de gravedad del buque					
	5 4	Características de la botadura	38				

IV PREFACE

6.	vas hidrostáticas	41							
	6.1.	Generalidades	41						
	6.2.	Curvas hidrostáticas o carenas rectas	41						
		6.2.1. Curvas de áreas de la flotación	42						
		6.2.2. Toneladas por centímetro de inmersión	43						
		6.2.3. Abscisa del c.d.g. de la flotación	44						
		6.2.4. Volumen de trazado	45						
		6.2.5. Curva de desplazamiento	45						
		6.2.6. Altura del c.d.c. sobre la base	46						
		6.2.7. Abscisa del c.d.c	46						
		6.2.8. Radio metacéntrico transversal	47						
		6.2.9. Radio metacéntrico longitudinal	48						
		6.2.10. Momento para alterar el trimado un centímetro	49						
7.	Curvas de Bonjean								
	7.1.	. Momento del volumen de carena con relación al plano base							
	7.2. Momento del volumen de carena respecto a la perpendicular de								
	7.3.	3. Coordenadas del centro de carena							
8.	Estu	dio de los momentos críticos	<b>7</b> 5						
9. Estabilidad inicial									
	9.1.	Estabilidad estática inicial	89						
	9.2.	Estabilidad cuando el buque flota libremente y en el momento del giro	93						
	-	Efecto de las superficies libres sobre la estabilidad inicial	93						
10	.Con	clusiones	95						
11	D:1-1	i a coma fila	97						
ΤŢ	· DIDI	iografía	91						

# Capítulo 1

# Objetivos

El objetivo de este proyecto es determinar si la botadura de un atunero va a ser satisfactoria, en el aspecto de la estabilidad inicial y comportamiento del buque en la grada con las características iniciales, o si es necesario hacer algún cambio. Para ello se seguirán los siguientes pasos:

- 1. Obtención de las curvas de Bonjean.
- 2. Obtención de las curvas hidrostáticas o carenas rectas.
- 3. Estudio de los momentos críticos: giro, arfada y saludo. Es decir, obtención de la evolución del volumen sumergido del buque en la botadura así como la evolución del centro de gravedad del mismo.
- 4. Estudio de la estabilidad inicial en el momento del giro y cuando el buque empieza a flotar libremente.

# Capítulo 2

## Introducción.

La botadura es el proceso mediante el cual cualquier buque, después de construido o carenado, es puesto a flotar en el agua. Existen diversas formas de realizar el proceso de botadura, dependiendo de las características del buque así como de las instalaciones del astillero, grada o dique seco o taller; generalmente, situadas junto a la línea de separación con el agua.

En el caso de estudio, el buque es construido en una grada donde el casco se le conoce por un número, entonces, la botadura es la operación que culmina la construcción del buque, y mediante la cual se transfiere a éste, desde la grada, a flotar como buque.

Múltiples precauciones tendrán que ser tomadas, para transferir las miles de toneladas de acero, desde la grada o dique hasta el agua.

La tarea consiste brevemente, en cambiar el peso del buque que gravita sobre la cama de construcción y que ha sido elaborada debajo del buque, antes de poner su quilla; a la cama de lanzamiento que se elabora debajo del buque, pero cuando ya está construido y no falta mucho para su botadura.

En ocasiones si la zona disponible para ser recorrida por el barco en el lanzamiento después de abandonar la grada es muy pequeña, pueden botarse los barcos de costado.

#### 2.1. Cama de construcción

Sobre el piso o firme de la grada de construcción del astillero, se construye lo que se llama cama de construcción, cuya misión, entre otras, es facilitar el trabajo de los soldadores y otros en el fondo del buque, en su parte exterior; y además permitir la colocación de la cama de lanzamiento, así como la del plano inclinado que forman

las camas de imadas, por encima de las cuales se va a deslizar dicha cama o cuna junto con el buque, hasta el agua.

En la figura 2.1, vemos el fondo de un buque plano, apoyado en su cama de construcción, formada por tres hileras de apoyos longitudinales. El apoyo del centro recibe el nombre de picaderos centrales, y están formados por:

- 1. Picadero base, formado de bloques normalmente de madera, de quita y pon, situados en el eje de simetría del piso de la grada.
- 2. Dos cuñones de madera.
- 3. Otro picadero, formado por bloques de madera de forma prismática.
- 4. Caja de arena: Consiste en una caja prismática, una de cuyas áreas se puede deslizar verticalmente mediante una corredera, y que en su interior tiene un saquete de arena.
- 5. Solera, bloque de madera que se apoya directamente en el saquete de arena de la caja descrita anteriormente.

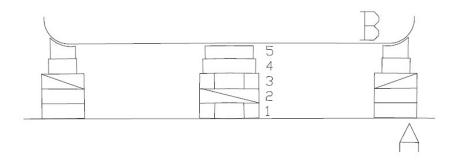


Figura 2.1:

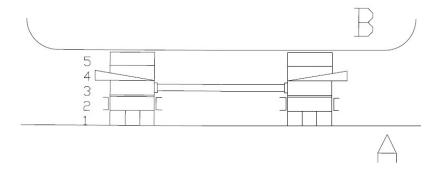


Figura 2.2:

- A. Piso de la grada.
- B. Fondo plano del buque.

La altura total de los picaderos centrales oscila de 1,20 metros a 1,50. Igualmente son los apoyos del pantoque, solo que no suelen tener el mismo firme que los de la quilla. Al conjunto de los apoyos del pantoque, se les llama calzadas o almohadas de pantoque.

### 2.2. Cama de lanzamiento o cuna

Cama de lanzamiento o cuna, y plano de inclinación de lanzamiento llamado cama de imadas o simplemente imadas.

Los dibujos de las figuras 2.1 y 2.2 se corresponden, o sea, que se pueden superponer, para más claridad es por lo que se representan por separado. En la figura 2.1, el peso del buque se apoya totalmente en la cama de construcción. Entonces en el momento oportuno (función del ritmo de la construcción del buque y tiempo que falta para la botadura), se empieza a construir debajo de él, la cama de lanzamiento o cuna, y la cama de imadas por donde se va a deslizar la cuna con el buque.

En la figura 2.2 tenemos la sección transversal en las proximidades de la sección media del mismo buque anterior, gravitando ahora exclusivamente sobre su cama de lanzamiento, y ya con la cama de construcción deshecha, y listo para la botadura.

Observando dicha figura 2.2 tenemos:

a) Los bloques prismáticos de madera (1) y (2) forman la cama de imadas (constituyen una especie de raíles de deslizamiento) afirmadas al piso o firme de la grada

y que en su recorrido llegan hasta a sumergirse en el agua, de acuerdo con las necesidades de la botadura, como ya estudiaremos más adelante.

- b) El bloque número (3) se llama anguila. Esta está forman digamos como el patín de la cama de deslizamiento, y se deslizan sobre la pista, formada por las imadas. La separación transversal entre imadas es de un tercio del la manga del buque. Las anguilas a veces van unidas entre si por una barra transversal rígida, y en sentido longitudinal forman bloques independientes. A veces van unidas a la cubierta superior del buque, en sentido vertical, mediante cables (sujeción de la cama de lanzamiento o cuna al buque, para que se mantengan unidos al flotar éste). La unión de las anguilas al fondo del buque, se hace, a través de las cuñas y embonos de apoyo, en función naturalmente del enorme peso del buque que gravita sobre el conjunto. Las cuñas y embono tienen los números (4) y (5).
- c) Veamos ahora brevemente cómo pasa el peso del buque a gravitar, desde la cama de construcción a la de lanzamiento.

Con el buque apoyado en la cama de construcción, se construye la cama de imadas, en primer lugar.

Después sobre las imadas y habiendo dado previamente una sustancia deslizante de rozamiento, se colocan encima y de una forma ordenada en sentido longitudinal, los distintos bloques formados por las anguilas. Para este menester, o sea, para colocar las anguilas encima de las imadas, debe haber una distancia cómoda entre el fondo del buque y la superficie alta de las imadas. Colocados los bloques de las anguilas, debe quedar una altura vertical entre la superficie superior de estas y el fondo del buque, de más de de 150 milímetros, para encajar las cuñas y embonos, mencionados anteriormente; se colocan ambos por encima de las anguilas, pero sin que las cuñas aprieten todavía el embono sobre el fondo del buque, o sea, pasarlo a gravitar casi por completo sobre las cama de lanzamiento.

En estas condiciones hay dos caminos a seguir, según el tonelaje de los buques: En los de poco tonelaje, a todo lo largo de su eslora, y en forma preparada de antemano, se empiezan a golpear estas cuñas, que acabarán levantando el buque, lo suficiente, para que gravite sobre la superficie de rozamiento anguila-imada, y por tanto, ya se puede deshacer la cama de construcción, que ha quedado libre de la presión producida por el peso del buque.

En los buques de gran tonelaje, no se levantan éstos, sino lo que se hace es bajarlos; para lo cual, se aprietan las cuñas como las anteriores, cuando se considera suficientemente acuñado, se actúa sobre las cajas de arena que ya hemos explicado. Recordemos, que una de las tapas laterales de la caja es de corredera; todas las tapas laterales de las distintas cajas se van abriendo, después al saquete de arena que hay dentro, se le da una cuchillada; la arena empieza a salir, presionada por el bloque de madera que gravita sobre ella (solera), que a su vez está presionada por el peso del buque. En resumen que la solera entra como un pistón dentro de la caja de arena, y con ello baja el buque.

Con esta bajada, el buque pasa a apoyarse en el tándem anguilas-imadas, y deja libre la cama de construcción la que puede deshacerse parcialmente a continuación, para la botadura.

Los santos de proa y popa son los nombres que se le da, a la cama de lanzamiento del buque en las zonas de proa y popa; a ninguno nos cabe duda, a la vista de las formas del buque, que una cuna cama de lanzamiento tan simple como la formada por las anguilas no es válida para las zonas de proa y popa con formas tan especiales y la de popa con tanto voladizo; aunque ya veremos que la zona de proa es especial por otras razones. Los santos de proa descansan sobre cartabones, fuertemente soldados a una braga de acero con la sección del casco. Esta braga va sujeta al casco, con acolladores, y la distancia entre ella y el casco se rellena de madera blanda, chopo o similar.

Los santos de popa tienen una única misión, que es la de evitar que quede en voladizo una parte importante de la eslora, para lo cual suministra suficiente apoyo vertical.

En la siguiente foto se pueden observar los santos de proa en color blanco

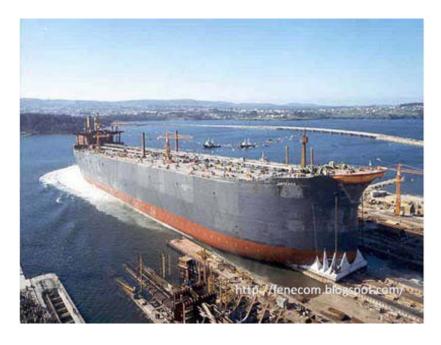


Figura 2.3:

## 2.3. Elementos y dispositivos de lanzamiento

Un buque debe ser construido en plano inclinado, para que cuando quede libre, se precipite hacia el agua. El ángulo de inclinación debe ser de entre unos 2 o 4 grados.

No hace falta decir que el terreno (el piso o firme de la grada de construcción) será inclinado también, para que la zona de proa del buque no alcance una excesiva altura sobre el terreno.

Un exceso de altura en la zona de proa, trae consigo, una excesiva altura en los picaderos, apoyos de pantoque, y andamiaje de trabajo.

Debido a todo esto, es costumbre para el piso de la grada o basada, tomar una pendiente de alrededor de 0,8 grados

También se sabe, que el principal apoyo durante la construcción del buque, consiste en una línea de picaderos centrales; la selección de la pendiente de ellos es una complicada e importante tarea.

La pendiente de la línea de picaderos, debe ser mayor que la de la basada, y normalmente oscila entre 2 y 2,5 grados.

Varios factores deben ser considerados para llegar al exacto grado de pendiente de los picaderos. Entre otros a considerar tenemos:

- 1) La altura de los picaderos debe ser de manera que cubran a un hombre de pie, para que se pueda trabajar cómodamente sobre el piso de la grada y debajo del fondo del buque, Recordamos que el ángulo de la pendiente de la quilla no debe ser demasiado grande, para que el bloque de la proa no quede demasiado alto
- 2) La distancia entre el fondo del buque y las imadas, no debe ser demasiado grande, y además éstas se construirán a poca altura sobre el terreno.
- 3) Si esta distancia vertical es demasiado grande, cuando la proa deje de apoyarse en las imadas, el cabeceo del buque puede ser demasiado grande (posible amplio saludo), habiendo agua bastante por debajo, no ofrece gran problema.

En cuanto a la pendiente de la cama de imadas, debe ser lo suficiente, para vencer la fricción entre anguilas e imadas, y no demasiado, para no aumentar el problema del frenado de carrera del buque, cuando este se desliza dentro del agua. Generalmente se puede decir, que a mayores buques, menor grado de pendiente escogido para las camas de imadas.

Finalmente se puede decir, que la altura de los picaderos centrales depende directamente de la pendiente requerida por la cama de imadas.

#### 2.4. Momentos críticos

En las figuras 2.4 y 2.5 podemos ver los momentos críticos.

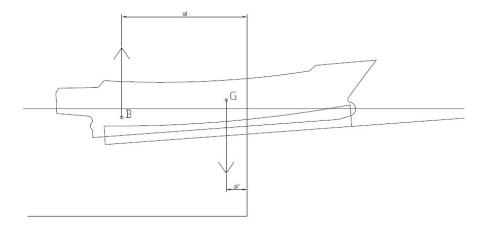


Figura 2.4:

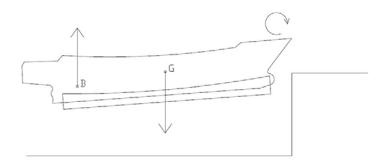


Figura 2.5:

#### A) Momento en que comienza el giro o pivoteo de la proa

Este momento es el de la figura 2.4, cuando la acción del empuje levanta la popa, mientras la proa sigue apoyada en las imadas, a través de los santos de proa, presentando por tanto aquí, una considerable concentración de esfuerzos.

#### B) Momento en que se puede presentar la posibilidad de arfada

Este accidente se puede presentar simultáneamente con el efecto anterior, por la tendencia a caerse la popa por falta del debido empuje, levantando por tanto la proa.

Trae como consecuencia un exceso de fatiga en la zona del buque (proximidad de la sección media), que se apoya en ese momento sobre los extremos del camino de imadas.

#### C) Momento en que se puede presentar el movimiento saludo

Si el buque no ha ido girando durante su recorrido sobre las imadas, en sentido longitudinal sobre un eje transversal, el ángulo (a-i), siendo a el ángulo que forma la línea de imadas con la horizontal, e i el asiento del buque cuando flote; al llegar su proa al final de las imadas, hace el giro de una vez, y por tanto cae bruscamente, dando un violento cabeceo, que se conoce con el nombre de saludo.

Habría serios problemas si el saludo fuera amplio, y no hubiera agua suficiente al pie de los extremos de los caminos de imadas, por el peligro de que el pie de roda golpee el fondo.

## 2.5. Descripción de los 5 periodos de la botadura

En la operación de lanzamiento se pueden considerar los cinco periodos siguientes:

- 1) Período durante el cual, se apoya toda la cuna sobre las imadas, sin que el agua toque ni al buque ni a su cama.
- 2) Período desde que el agua moja los santos de popa, hasta que el buque inicia el giro o pivoteo alrededor de los santos de proa.
- 3) Período durante el cual, el buque solo se apoya en un punto de su plano de crujía
- 4) Período desde que la cuna abandona las imadas, hasta que empiezan a actuar las retenidas.
- 5) Período entre el instante en que empiezan a actuar las retenidas, y el momento en que se detiene el buque.

Por lo visto, el problema de la botadura de un buque, es un asunto que envuelve una gran técnica, y que tiene que solucionar el ingeniero naval, para que:

- a) El buque no gire longitudinalmente a destiempo, por falta de empuje a popa, apoyándose por tanto en el extremo de las imadas (arfada).
- b) El buque pivotee sobre los santos de proa, pero que en ese momento la presión no sea excesiva.
  - c) El buque posea suficiente estabilidad al flotar.

### 2.6. Arfada y pivoteo

Si el empuje que sufre la zona de popa cuando ésta se sumerge, no es suficiente, el buque giraría sobre los extremos de las imadas, y la presión en esa zona del fondo del buque, en este caso excesiva, produciría graves averías. Este movimiento del buque, cuando la botadura ha estado técnicamente mal calculada, se le conoce con el nombre de arfada.

Para evitarlo, se prolongan las camas de imadas debajo del agua, o bien se da la suficiente pendiente a dichas imadas, o bien se trae el centro de gravedad del buque hacia proa, para que el momento del peso actuando sobre el extremo de las imadas, no sea mayor, que el momento del empuje respecto del mismo extremo (figura 2.4).

Cuando la popa se levante, todo el peso del buque gravita sobre ese empuje y sobre el apoyo de los santos de proa sobre las imadas.

Uno de los más importantes cálculos en la botadura, es asegurarse, primero que el buque pivoteará y no se caerá de popa; y además que la presión en la zona de pivoteo no sea excesiva.

Para investigar este problema, el ingeniero naval, calcula la posición longitudinal del centro de gravedad del buque; la posición longitudinal del centro de carena debe ser conocida en cada instante de la botadura.

En la figura 2.4, el momento de empuje respecto al eje que pasa por el extremo de las imadas, ya hemos dicho que debe ser siempre mayor que el momento producido por el momento del peso, para evitar la arfada.

Los tanques de lastre pueden ayudar, a cambiar longitudinalmente el centro de gravedad, o también, poniendo flotadores en la popa, se cambia el centro de carena; con lo que se puede actuar sobre el comportamiento del buque durante la botadura. El pivoteo del buque dependerá del momento del peso respecto a los santos de proa y el momento de empuje respecto a ellos también.

Cuando el momento del empuje es mayor que el otro, el buque pivoteará. La presión sobre los santos de proa, mientras que el buque pivotea, es la diferencia entre el peso total del buque y su empuje total en aquel momento.

Esta diferencia se debe mantener en un valor mínimo. En mucho casos es necesario emplear refuerzos internos en la proa, para combatir las fatigas locales producidas por el pivoteo.

# Capítulo 3

# Conceptos básicos

Casi todos los cálculos en arquitectura naval requieren, en una etapa u otra de su desarrollo, la medida de un área.

Las áreas, normalmente, estén definidas por curvas planas continuas, quedando el problema reducido al cálculo del área comprendida entre una línea recta y la curva. Las ordenadas que definen las curvas pueden representar longitudes, áreas o volúmenes con lo que al integrarlas se obtienen, respectivamente, áreas, volúmenes y momentos. Sin embargo, estas curvas tienen formas tales que la ecuación que representa a cada una de ellas no se determina fácilmente, por lo que no es posible medir el área encerrada por ella por el proceso matemático de integración.

Antes de comenzar con los cálculos necesarios para el estudio de la botadura, es conveniente hacer una serie de definiciones previas para la correcta realización e interpretación de los mismos.

### 3.1. Momento estático y centroide

Dada una región plana cualquiera, por ejemplo la que se muestra en gris en la siguiente figura,

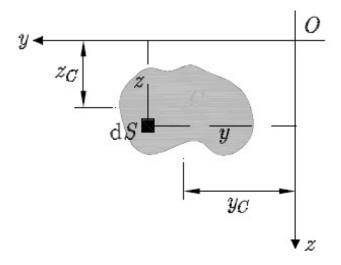


Figura 3.1:

El área S de la misma se obtiene mediante la expresión

$$S = \int_{S} dS$$

Siendo dS un elemento diferencial de área, con coordenadas y y z respecto a un sistema de referencia cartesiano arbitrario, con origen en O, como el mostrado en la figura. Los momentos estáticos del área con respecto a los ejes y y z, se definen como

$$Q_y = \int_S z * dS$$

$$Q_z = \int_S y * dS$$

Los momentos estáticos pueden ser positivos o negativos, dependiendo de la posición de los ejes y y z.

La obtención del centroide es inmediata a partir de los momentos estáticos, mediante las expresiones

$$y_C = \frac{Q_z}{S} = \frac{\int_S y * dS}{\int_S dS}$$

$$z_C = \frac{Q_y}{S} = \frac{\int_S z * dS}{\int_S dS}$$

Las coordenadas pueden ser positivas o negativas, dependiendo de la posición de los ejes y y z.

Si una región plana es simétrica respecto a un eje, el centro de gravedad debe encontrarse sobre ese eje, como se muestra en la Figura 2 a), ya que el momento estático de un objeto respecto a un eje de simetría es nulo. Si una región plana tiene dos ejes de simetría, el centro de gravedad se encuentra en la intersección de ambos ejes, como se muestra en la Figura 2 b).

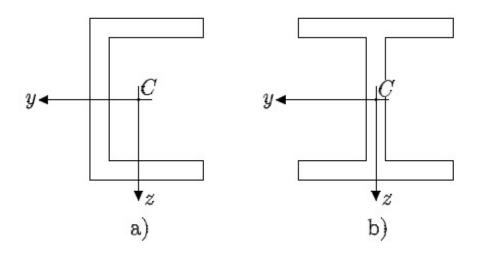


Figura 3.2:

A menudo, un área se puede descomponer en varias figuras simples. Si se conoce el área  $S_i$  de cada una de estas figuras y la localización de su centroide  $(y_{C_i}, z_{C_i})$ , desde el mismo sistema de referencia, es posible obviar la integración, y calcular las coordenadas del centroide mediante las expresiones:

$$y_C = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_{C_i} * S_i}{\sum_{i=1}^{n} S_i}$$

$$z_C = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_{C_i} * S_i}{\sum_{i=1}^{n} S_i}$$

Si una de las figuras simples tuviera un agujero, dicho agujero se consideraría como una parte adicional de área negativa.

Así mismo, si hubiera un objeto tridimensional con volumen V, en lugar de una figura plana, su momento  $M_{yz}$  respecto a un plano yz quedaría expresado de la siguiente manera

$$M_{yz} = \int_{V} h * dV$$

donde h es la distancia mínima del diferencial de volumen dV al plano yz.

Y la distancia mínima del centro de gravedad a dicho plano sería

$$h_G = \frac{M_{yz}}{V} = \frac{\int_V h * dV}{\int_V dV}$$

### 3.2. Momento de inercia

Los momentos de inercia  $I_y$  e  $I_z$  de una superficie plana con respecto a los ejes y y z, respectivamente, se definen como

$$I_y = \int_S z^2 * dS$$

$$I_z = \int_S y^2 * dS$$

Siendo siempre de signo positivo.

17

#### 3.3. Teorema de Steiner

El teorema de Steiner o teorema de los ejes paralelos, permite relacionar el momento de inercia respecto a un eje cualquiera con el momento de inercia respecto a un eje paralelo al anterior que pase por el centro de gravedad de la sección.

Para una región plana, tomamos un nuevo sistema de referencia con origen en su centro de gravedad C, y con ejes,  $Y_C$  y  $Z_C$ , paralelos a los del sistema inicial (Y,Z), siendo  $d_1$  la distancia entre los ejes Y e  $Y_C$  y  $d_2$  la distancia entre los ejes Z e  $Z_C$ . Como se muestra en la siguiente figura, donde se ha denominado (y,z) a las coordenadas son respecto de este nuevo sistema de referencia.

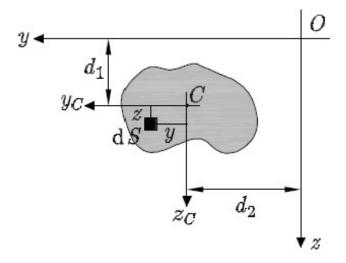


Figura 3.3:

El momento de inercia respecto al eje Y es

$$I_y = \int_S (z + d_1)^2 * dS$$

$$I_y = \int_S z^2 * dS + 2d_1 \int_S z * dS + d_1^2 \int_S dS$$

El primer término del segundo miembro es el momento de inercia,  $I_{yC}$ , de la región plana respecto al eje  $Y_C$  que pasa por el centroide de la figura. El segundo término es el momento estático de la región respecto al eje  $Y_C$  (dicha integral es nula ya que el momento estático respecto a un eje que pasa por el centroide es nulo). La integral que aparece en el tercer término es el área total S de la región. Por lo tanto la ecuación anterior se puede expresar como:

$$I_y = I_{yC} + S * d_1^2$$

De la misma manera, el momento respecto al eje ${\cal Z}$  se obtiene mediante la expresión

$$I_z = I_{zC} + S * d_2^2$$

El teorema de Steiner o teorema de ejes paralelos, para regiones planas, se expresa de la siguiente forma:

El momento de inercia de una figura plana, con respecto a cualquier eje en su plano, es igual al momento de inercia con respecto a un eje paralelo al anterior y que pase por el centro de gravedad de la figura, más el producto del área por el cuadrado de la distancia entre los dos ejes.

# Capítulo 4

# Integración numérica

#### 4.1. Introducción.

Para el cálculo de áreas, volúmenes, centros de masas, momentos de inercia, etc., disponemos de fórmulas en las que interviene la integral definida de un función f.

Si conocemos una primitiva F de la función continua f,  $(\frac{d}{dx}F(x)=f(x))$ , obtenemos el valor de la integral aplicando la regla de Barrow:

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

En construcción naval en general, y en particular en los cálculos de flotabilidad y estabilidad, se requiere la obtención de los valores de integrales de funciones que dependen de las formas del buque.

Sin embargo, normalmente, en la cartilla de trazado del buque únicamente se da un conjunto discreto de puntos y la representación gráfica de las curvas del buque, pero no conocemos la expresión analítica de las funciones a integrar, por lo cual el concepto de primitiva carece de sentido.

Para calcular una aproximación de dichas integrales se recurre a distintos métodos de integración numérica.

#### Integral definida. Suma de Riemann

La integral  $\int_a^b f(x) dx$  de la función f(x) definida en un intervalo [a, b] está dada por

$$\int_{a}^{b} f(x) dx = \lim_{\|P\| \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\overline{x}_{i}) \Delta x_{i}$$

donde, se ha realizado una partición del intervalo [a, b],

$$P = \{a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n = b\},$$
  
 $\overline{x}_i$  es un punto del intervalo  $[x_{i-1}, x_i] \subset [a, b], \ \Delta x_i = x_i - x_{i-1},$   
y  $||P|| = \max \{\Delta x_i\}.$ 

A la suma  $\sum_{i=1}^{n} f(\overline{x}_i) \Delta x_i$ se le denomina suma de Riemann.

La función f es integrable sobre [a, b] si existe el límite anterior.

Si f es integrable y consideramos una partición del intervalo [a,b], formada por n+1 puntos equidistantes:  $\Delta x_i = x_i - x_{i-1} = \frac{b-a}{n} \to x_i = a + i \frac{b-a}{n}$ 

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{b-a}{n}\right) f\left(x_{i}\right) = \lim_{n \to \infty} \frac{b-a}{n} \sum_{i=1}^{n} f\left(a + i\frac{b-a}{n}\right)$$

Para valores positivos de una función acotada f, cada uno de los sumandos  $\left(\frac{b-a}{n}\right)f\left(x_i\right)$  es el área de un rectángulo de base  $\frac{b-a}{n}$  y altura  $f\left(x_i\right)$ . Por lo tanto,  $\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{b-a}{n}\right)f\left(x_i\right)$  es la suma de las áreas de los n rectángulos.

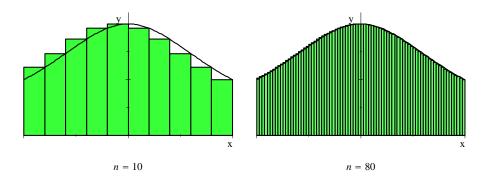


Figura 4.1:

Si f es una función continua que toma valores positivos en el intervalo [a,b]. La integral definida en dicho intervalo,  $\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^n \left(\frac{b-a}{n}\right) f(x_i)$ , es el área de la región comprendida entre el eje de abscisas, las rectas x=a y x=b y la gráfica de la función (y=f(x)).

### 4.2. Integración numérica de tipo interpolatorio.

Cuando es complicado e incluso imposible la obtención de una primitiva de la función f(x), o bien cuando solamente disponemos de una tabla de valores de la función, para calcular  $\int_a^b f(x)dx$  recurrimos a técnicas de cálculo numérico.

La estrategia, habitualmente utilizada, para calcular el valor numérico de una integral consiste en reemplazar la función f por otra función g que aproxima a f, de forma adecuada en el intervalo de integración, y cuya integral sea sencilla.

$$f \approx g \to \int_a^b f(x) dx \approx \int_a^b g(x) dx.$$

En nuestro caso, un buen candidato a g es un polinomio que interpole a f en cierto conjunto de puntos.

#### Polinomio interpolador. Forma de Lagrange.

Nuestro problema es: conocidos los valores de una función f(x) en n+1 puntos  $x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_n$ ,

$$\begin{array}{c|ccccc} X & x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ \hline f(x) & f_1 & f_2 & \dots & f_n \\ \hline \end{array}$$

donde 
$$f_i = f(x_i), i = 0, 1, 2, ..., n.$$

Buscamos un polinomio P(x), del menor grado posible, que verifique:

$$P(x_i) = f_i, i = 0, 1, 2, ..., n.$$

Se dice que el polinomio P(x) interpola a la función f en los puntos de la tabla, a dichos puntos se les denomina nodos de la interpolación.

**Teorema.** Si  $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$  son números reales distintos, entonces para cualquier conjunto de números reales  $\{f_0, f_1, f_2, \dots, f_n\}$  existe un único polinomio  $P_n$  de grado menor o igual que n, de forma que  $P_n(x_i) = f_i$ , i = 0, 1, 2, ..., n.

Sin embargo, existen distintos algoritmos que nos permiten obtener este polinomio.

La fórmula de interpolación de Lagrange es:

$$P_n(x) = f_0 L_0(x) + f_1 L_1(x) + f_2 L_2(x) + \dots + f_n L_n(x) = \sum_{i=0}^n f_i L_i(x)$$
  
Siendo

$$L_i(x) = \frac{(x - x_0)...(x - x_{i-1})(x - x_{i+1})..(x - x_n)}{(x_i - x_0)...(x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1})..(x_i - x_n)} = \prod_{k=0, k \neq i}^{n} \frac{(x - x_k)}{(x_i - x_k)}$$

 $L_i(x)$  son polinomios que se anulan en todos los nodos de interpolación excepto en  $x_i$ , que toman el valor 1.

$$L_i(x_i) = 1$$
 y si  $k \neq i$   $L_i(x_k) = 0$ .

Como consecuencia inmediata del teorema anterior, si f(x) es un polinomio de grado menor o igual que n entonces coincidirá con su polinomio interpolador,  $f(x) = P_n(x)$ .

**Teorema**. Sea f una función n+1 derivable en [a,b], y sea  $P_n$  el polinomio que interpola a f en n+1 puntos distintos  $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$  del intervalo [a,b]. Entonces, para cada  $x \in [a,b]$  existe un punto  $\xi_x \in (a,b)$  tal que:

$$f(x) - P_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi_x)}{(n+1)!}(x - x_0)(x - x_1)...(x - x_n)$$

Volviendo a nuestro problema de integración

$$\int_a^b f(x) dx \approx \int_a^b P_n(x) dx = \sum_{i=0}^n f_i \int_a^b L_i(x) dx.$$

El valor de cada integral lo denotamos por  $\alpha_i = \int_a^b L_i(x)$ .

Así, obtenemos una fórmula de tipo interpolatorio, que se puede utilizar para cualquier función,

$$\int_{a}^{b} f(x) dx \approx \sum_{i=0}^{n} \alpha_{i} \cdot f(x_{i})$$
 (I)

Si los nodos están uniformemente espaciados, esta expresión recibe el nombre de fórmula de Newton-Côtes.

Para acotar el error  $R_n(f) = \int_a^b f(x) dx - \sum_{i=0}^n \alpha_i \cdot f(x_i)$ , utilizamos el error asociado con la interpolación:

$$R_n(f) = \int_a^b \frac{f^{(n+1)}(\xi_x)}{(n+1)!} (x - x_0)(x - x_1)...(x - x_n) dx. \quad \text{para algún } \xi \in (a, b)$$

Si  $|f^{(n+1)}(x)| \leq M$  para todo  $x \in [a, b]$  entonces:

$$|R_n(f)| \le \frac{M}{(n+1)!} \int_a^b |x - x_0| |x - x_1| \dots |x - x_n| dx.$$

En las fórmula de Newton-Côtes, si n es impar (el número de nodos es par) la fórmula es exacta para polinomios de grado menor o igual que n. Sin embargo, si n es par la fórmula es exacta para polinomios de grado menor o igual que (n+1), por lo que son preferibles estas fórmulas con un número impar de nodos.

Si tomamos más nodos, aumentamos n, disminuirá el error. Sin embargo, no es conveniente utilizar un número elevado de nodos, ya que al aumentar n los coeficientes de las fórmulas son mayores en valor absoluto, y de signos cualesquiera, lo que hace aumentar los errores de redondeo. Una estrategia más eficaz es dividir el intervalo de integración en m subintervalos, y aplicar en cada uno de ellos una fórmula de tipo interpolatorio de orden bajo. Pudiendo aplicar una fórmula de orden n distinto en los diferentes subintervalos, para que, en cada subintervalo la aproximación de  $P_n(x)$  a la función sea buena con el menor n posible.

Se denomina regla compuesta cuando se aplica la misma fórmula de integración a todos los subintervalos en que se ha dividido el intervalo.

A continuación, vamos a obtener las fórmulas de integración de tipo interpolatorio de órdenes menores.

### 4.2.1. Regla del trapecio

Corresponde al caso más sencillo, ocurre cuando n=1, es decir, solo tenemos dos nodos:  $x_0=a$  y  $x_1=b$ 

Entonces el polinomio de interpolación es  $P_n(x) = f_0 L_0(x) + f_1 L_1(x)$ 

Siendo los polinomios 
$$L_0(x) = \frac{(x-b)}{(a-b)} = \frac{b-x}{b-a}$$
,  $L_1(x) = \frac{x-a}{b-a}$ ,

entonces 
$$\alpha_0 = \int_a^b L_0(x) dx = \frac{1}{2}(b-a) = \int_a^b L_1(x) dx = \alpha_1,$$

La regla del trapecio es:

$$\int_{a}^{b} f(x) dx \approx S_{1} = \frac{(b-a)}{2} (f(a) + f(b))$$

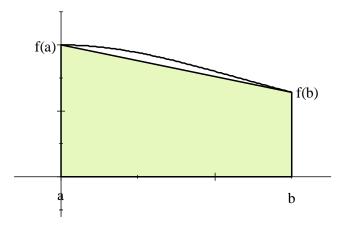


Figura 4.2:

Es decir, aproximamos el área que buscamos  $\int_a^b f(x) dx$ , por el área del trapecio determinado por las rectas x = a, x = b, el eje de abscisas y el segmento de extremos  $(a, f(a) \ y \ (b, f(b))$ .

Esta fórmula es exacta si la función es un polinomio de grado a lo sumo 1,  $f(x) = m \cdot x + c$ , su gráfica es la recta que pasa por los puntos (a, f(a) y (b, f(b))).

$$\int_{a}^{b} (m \cdot x + c) dx = \frac{1}{2} m(b^{2} - a^{2}) + c(b - a) = \frac{b - a}{2} (m(b + a) + 2c) = \frac{b - a}{2} (f(a) + f(b)).$$

En general, una acotación del error es:  $\left|S_1 - \int_a^b f(x) dx\right| \le K \frac{(b-a)^3}{12}$ , donde K es un número tal que  $|f''(x)| \le K$  para todo  $x \in [a,b]$ .

Si se hace una partición del intervalo [a,b],  $P = \{a = x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_n = b\}$ , se puede aplicar la regla del trapecio a cada uno de los subintervalos, obteniéndose la regla del trapecio compuesta:

$$\int_{a}^{b} f(x) dx \approx S_{n} = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^{n-1} (x_{i} - x_{i-1}) (f(x_{i}) + f(x_{i-1})) \right)$$

Si los puntos  $a=x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_n = b$  están igualmente espaciados, a distancia  $h=x_i-x_{i-1}=\frac{b-a}{n}$ , la formula de la regla del trapecio compuesta es:

$$\int_{a}^{b} f(x) dx \approx S_{n} = h \left( \frac{f(a)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_{i}) + \frac{f(b)}{2} \right)$$

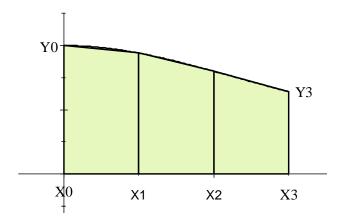


Figura 4.3:

En este caso, aproximamos la curva y = f(x) a una línea quebrada formada por segmentos de extremos  $(x_i, f(x_i))$ .

Con una acotación del error

$$\left| S_1 - \int_a^b f(x) dx \right| \le K \frac{(b-a)^3}{12n^2}$$

donde K es un número tal que  $|f''(x)| \le K$  para todo  $x \in [a, b]$ .

Si el arco de la curva, y = f(x) en  $[x_i, x_{i+1}]$ , tiene una curvatura pequeña, es decir, no se aleja mucho del segmento de extremos  $(x_i, f(x_i))$  y  $(x_{i+1}, f(x_{i+1}))$ , f''(x) estará muy próxima a cero y el error cometido será pequeño aunque el número de puntos no sea muy grande.

### 4.2.2. Regla de Simpson

Corresponde al caso n=2 , es decir, tenemos tres nodos:  $x_0=a$  ,  $x_1=\frac{a+b}{2}$  y  $x_2=b$ 

Entonces el polinomio de interpolación es  $P_2(x) = f_0L_0(x) + f_1L_1(x) + f_2L_2(x)$ 

Siendo:

$$L_0(x) = \frac{(x-x_1)(x-b)}{(a-x_1)(a-b)}, \quad L_1(x) = \frac{(x-a)(x-b)}{(x_1-a)(x_1-b)}, \quad L_2(x) = \frac{(x-a)(x-x_1)}{(b-a)(b-x_1)}$$

Entonces:

$$\alpha_0 = \int_a^b L_0(x) dx = \frac{1}{6}(b-a) = \int_a^b L_2(x) dx = \alpha_2, \ \int_a^b L_1(x) dx = \frac{4}{6}(b-a) = \alpha_1$$

Regla de Simpson:

$$\int_{a}^{b} f(x) dx \approx S_{2} = \frac{(b-a)}{6} \left[ f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right]$$

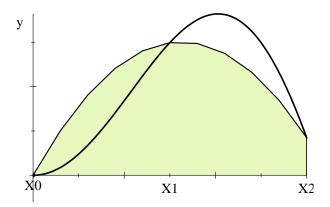


Figura 4.4:

Aproximamos el área que buscamos  $\int_a^b f(x) dx$ , por el área encerrada por las rectas x=a, x=b, el eje de abscisas y la parábola  $y=P_2(x)$ .

Como la regla de Simpson se deduce de aproximar la función f a un polinomio de segundo grado  $P_2(x)$ , sabemos que es exacta para los polinomios de grado menor o igual que dos.

Vamos a ver que también es exacta para polinomios de grado 3.

Si  $h = \frac{b-a}{2}$  la fórmula de Simpson adopta la siguiente forma:

$$\int_{a}^{a+h} f(x) dx \approx \frac{h}{3} [f(a) + 4f(a+h) + f(a+2h)]$$
  
Si  $F(x) = \int_{a}^{x} f(x) dx$ , el teorema fundamental del cálculo nos dice que  $F' = f$ .

Y por el teorema de Taylor:

$$\int_{a}^{a+h} f(x) dx = F(a+h) =$$

$$2hf(a) + 2h^{2}f'(a) + \frac{4}{3}h^{3}f''(a) + \frac{2}{3}h^{4}f'''(a) + \frac{32}{5!}h^{5}f^{(4)}(a) + \dots$$

Aplicando el teorema de Taylor al segundo miembro:

$$\frac{h}{3} [f(a) + 4f(a+h) + f(a+2h)] =$$

$$2hf(a) + 2h^2f'(a) + \frac{4}{3}h^3f''(a) + \frac{2}{3}h^4f'''(a) + \frac{100}{3(51)}h^5f^{(4)}(a) + \dots$$

Combinando los dos desarrollos tenemos

$$\int_{a}^{a+h} f(x) dx = \frac{h}{3} \left[ f(a) + 4f(a+h) + f(a+2h) \right] - \frac{1}{90} h^{5} f^{(4)}(a) - \dots$$

Entonces, el término del error es:  $-\frac{1}{90}h^5f^{(4)}(\xi)$ , para algún  $\xi \in [a,b]$ .

Una acotación del error es:  $\left|S_2 - \int_a^b f(x) dx\right| \leq K \frac{1}{90} h^5$ , donde K es un número tal que  $|f^{(4)}(x)| \le K$  para todo  $x \in [a, b]$ .

En particular, podemos tomar  $K = \text{máx}\{ |f^{(4)}(x)|, x \in [a, b] \}.$ 

Por lo tanto, la regla de Simpson es exacta para las integrales de polinomios de grado menor o igual que 3, ya que la derivada cuarta de dichos polinomios es cero.

Si se hace una partición del intervalo [a,b], usando un número impar de nodos equiespaciados, entonces n es par: n=2k, con k=n/2 subintervalos:  $[a,b]=[x_0,x_2]\cup[x_2,x_4]\cup\cdots\cup[x_{n-4},x_{n-2}]\cup[x_{n-2},x_n]$ , de igual longitud:  $h=x_i-x_{i-2}=2\frac{b-a}{n}$ , y se aplica la regla de Simpson a cada uno de estos subintervalos, obtenemos la fórmula de la regla de Simpson compuesta:

$$\int_{a}^{b} f(x) dx \approx S_{n} = \frac{h}{3} \left[ f(a) + 4 \sum_{i=1}^{n/2} f(x_{2i-1}) + 2 \sum_{i=2}^{n/2} f(x_{2i-2}) + f(b) \right]$$

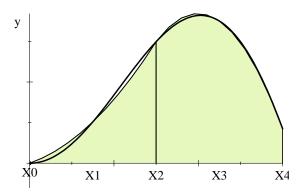


Figura 4.5:

Una acotación del error para esta fórmula es:

$$\left| S_n - \int_a^b f(x) \, dx \right| \le K \frac{(b-a)^5}{180n^4}$$

donde K es un número tal que  $|f^{(4)}(x)| \le K$  para todo  $x \in [a, b]$ .

Por lo tanto, la regla de Simpson compuesta es exacta para las integrales de polinomios de grado menor o igual que 3.

### 4.2.3. Fórmulas de Newton-Côtes de orden superior

De la misma forma, que en los apartados anteriore, se obtienen los coeficientes,  $\alpha_i$ , de las fórmulas de tipo interpolatorio de cualquier orden.

$$\int_{a}^{b} f(x) dx \approx \sum_{i=0}^{n} \alpha_{i} \cdot f(x_{i})$$

En la siguiente tabla se dan los coeficientes y el error de las fórmula de Newton-Côtes cerradas, de hasta cuarto orden, aplicadas al intervalo [a, b], con h = (b-a)/n

$$\int_a^b f(x) dx = \beta h \sum_{i=0}^n \alpha_i \cdot f(x_i) + R_n(f)$$

n	β	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$R_n(f)$
1	1/2	1	1				$-\frac{h^3}{12}f^{(2)}(\xi)$
2	1/3	1	4	1			$-\frac{h^5}{90}f^{(4)}(\xi)$
3	3/8	1	3	3	1		$-\frac{3}{80}h^5f^{(4)}(\xi)$
4	2/45	7	32	12	32	7	$-\frac{8}{945}h^7f^{(6)}(\xi)$

Así:

Para n=3 obtenemos la llamada segunda regla de Simpson, o de Simpson 3/8,

$$\int_{a}^{b} f(x) dx \approx \frac{3h}{8} \left[ f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3) \right] = \frac{(b-a)}{8} \left[ f(a) + 3f\left(\frac{b+2a}{3}\right) + 3f\left(\frac{2b+a}{3}\right) + f(b) \right]$$

Para 
$$n = 4 \rightarrow \int_{a}^{b} f(x) dx \approx \frac{2h}{45} \left[ 7f(x_0) + 32f(x_1) + 12f(x_2) + 32f(x_3) + 7f(x_4) \right]$$

# Capítulo 5

# Datos de partida

### 5.1. Cartilla de trazado

La cartilla de trazado es una tabla de puntos que se encuentran en la superficie del casco del buque. Cada uno está definido por tres coordenadas en el espacio de un sistema de referencia, en el presente proyecto el sistema de referencia utilizado es DIN 81209-1, como se muestra en la siguiente figura:

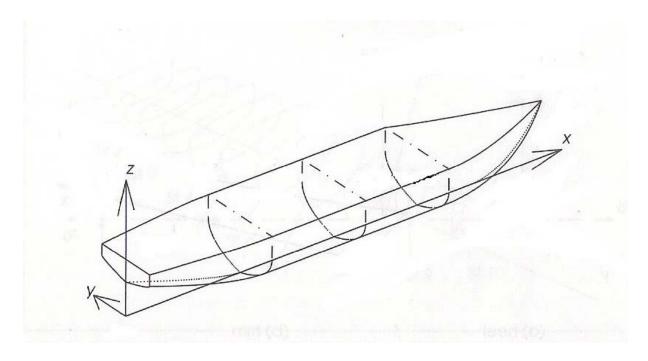


Figura 5.1:

El eje X está dispuesto a lo largo de la eslora del buque siendo positivo hacia proa, el eje Y es transversal y positivo para babor, y el eje Z es vertical y positivo hacia

cubierta. El origen está situado en la intersección del plano crujía, el de simetría del buque, y un plano transversal que contiene la perpendicular de popa. Existen también otros sistemas de referencia pero el utilizado en este proyecto es el descrito.

Cada punto la cartilla de trazado del buque protagonista de los cálculos es representado por la coordenada definida por el eje y de la intersección de otras dos curvas, líneas de agua con cuadernas de trazado. También cabe la posibilidad de ser representado de otra manera, con la intersección de otras dos curvas que sirvan para la definición del casco.

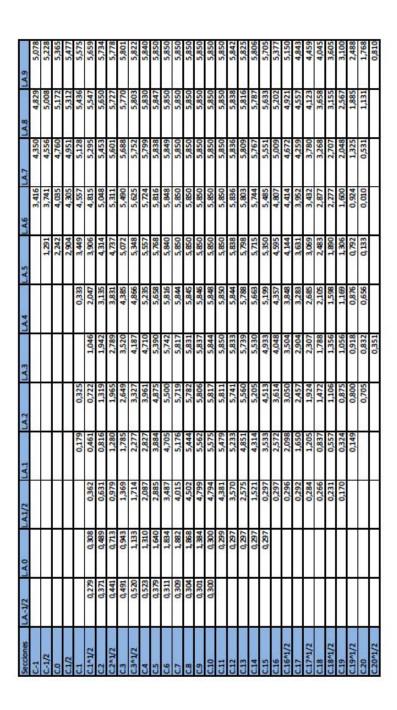


Figura 5.2:

#### 5.2. Plano de formas

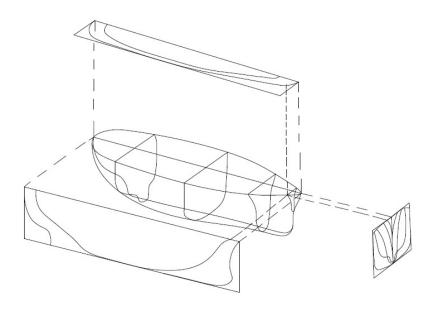


Figura 5.3:

Las formas de un determinado buque se representan a una determinada escala que depende de su tamaño, en un dibujo que se llama plano de formas, que acaba con el problema de representar la doble curvatura del casco. Este consta normalmente de tres proyecciones: el perfil longitudinal, la caja de cuadernas o transversal y el plano de líneas de agua. Cada una de ellas, se obtiene al cortar el buque por un sistema de planos paralelos entre sí y proyectar las intersecciones sobre un plano del sistema. Los sistemas de planos son cada uno de ellos perpendiculares a los otros dos.

Como los buques son simétricos, el primer sistema se deriva del plano de simetría. Las líneas que se representan a partir de él lo hacen en el que antes se ha llamado perfil longitudinal y se obtienen de la intersección del casco con planos longitudinales paralelos al plano diametral o de crujía.

El segundo sistema está constituido por planos verticales transversales, sus intersecciones con el casco se llaman secciones.

Por último el corte del casco por una serie de planos horizontales son las líneas de agua que se representan en lo que normalmente se llama el longitudinal. La figura anterior muestra la manera de obtener las tres proyecciones, no representándose por simetría, más que medio buque. Por medio de las tres proyecciones se pueden determinar las posiciones relativas en el espacio de todos los puntos y líneas del buque.

Normalmente en los buques de acero que son casi todos, la superficie que se representa es la de trazado, que viene determinada por el canto interior de las cuadernas, por lo que el forro exterior se considera apéndice. Esto también lleva a que la superficie sea continua y sin las irregularidades estructurales que normalmente tienen los cascos de los buques.

No hay regla fija en cuanto al número de las líneas de agua, secciones y cortes longitudinales que se representan en un plano de formas, sin embargo parece una buena regla hacer que la línea de agua seis coincida con la superficie del agua y se llame flotación, con esto, basta dividir el calado por 5 para obtener la separación entre ellas, la numeración va de abajo hacia arriba, siendo la línea de agua 0 la de tangencias. Además de estas líneas de agua conviene trazar alguna más en la parte baja para aumentar la precisión, por eso se acostumbra a dibujar la línea de agua 1/2 separada medio intervalo de la línea de agua 0.

Los perfiles longitudinales son normalmente 4, la intersección con el plano de crujía y 3 más para los cuales no hay regla fija.

El numero de secciones que se traza depende de la eslora del buque, en buques cortos se divide la eslora en 10 partes iguales, pero en buques medianos y grandes la división es en 20 partes. En los extremos debido a su mayor curvatura, y con objeto de precisar más las líneas se trazan secciones auxiliares cuya separación es de 1/4 ó 1/2 del intervalo normal. Como anécdota es interesante resaltar que en Europa las secciones empiezan a contarse desde popa, la cuaderna 0 coincide con la perpendicular de popa, mientras que en los Estados Unidos la cuaderna 0 coincide con la perpendicular de proa.

La línea que representa la parte más baja del buque en el perfil es la línea base que no representa la quilla misma sino la parte inferior de la superficie de trazado del buque. El punto donde esta línea corta a la ordenada media del buque se acostumbra a representar por K. El plano horizontal que pasa por K, se toma como referencia para las distintas líneas de agua, y él mismo es la línea de agua 0. Tal como se ha definido la línea base es paralela a la quilla, cuando la flotación no es paralela a la quilla, se toma como base una línea paralela a dicha flotación trazada casi siempre a partir del extremo interior del codaste. Este caso se dá con frecuencia en pesqueros, en buques mayores aún cuando en situación de plena carga haya una cierta diferencia de calados, la línea base es paralela a la quilla.

En el plano de formas también se representan las cubiertas, como estas tienen una cierta curvatura, su altura sobre la base será distinta según se considera la intersección con el forro o con el plano de simetría (plano de crujía). En el perfil longitudinal se dibujan ambas líneas, línea de cubierta en el costado o en el centro.

La curvatura de las cubiertas muestra normalmente su cavidad hacia la quilla y se llama brusca.

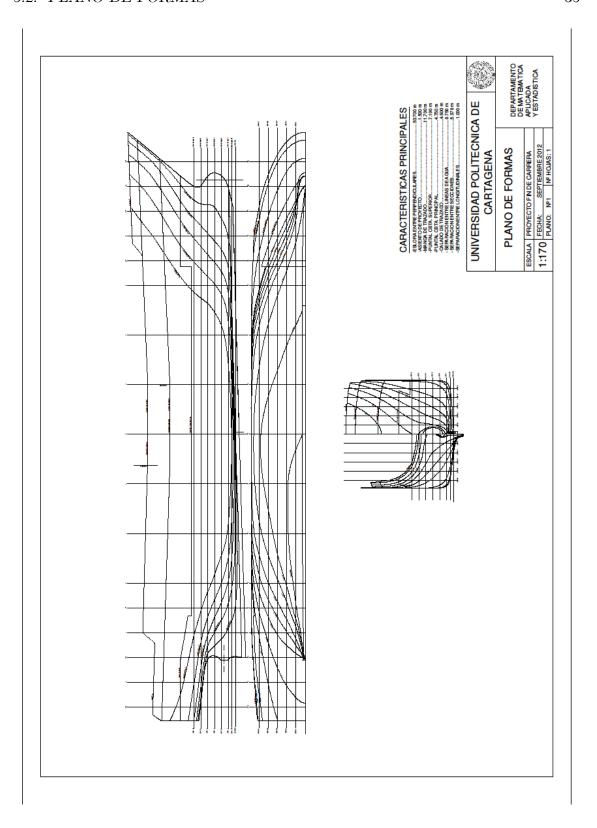


Figura 5.4:

# 5.3. Distribución de pesos y centro de gravedad del buque

El peso total del buque corresponde a la suma de los pesos parciales que lo forman, y las coordenadas del centro de gravedad corresponden a los cocientes de los momentos estáticos respecto a los tres planos de referencia por el peso total.

Peso del buque (desplazamiento): 
$$\Delta = P = \sum p_i$$

Abscisa del centro de gravedad: 
$$X_G = \frac{\sum p_i * x_g}{\sum p_i}$$

Ordenada del centro de gravedad: 
$$Z_G = \frac{\sum p_i * z_g}{\sum p_i}$$

Semimanga del centro de gravedad: 
$$Y_g = \frac{\sum p_i * y_g}{\sum p_i}$$

En la siguiente tabla se muestra la distribución de pesos del buque atunero.

Donde:

xg: Coordenada en el eje x.

Kg: Distancia mínima al plano base.

mto.x: Momento del peso respecto al plano yz.

mto.k: Momento del plano respecto al plano base.

XG: Coordenada en el eje x del centro de gravedad del buque.

KG: Distancia mínima del centro de gravedad al plano base.

1 2 3	66,144 173,232 158,868 137,317	5,341	6,261	466 93	
3 4	173,232	5,341		175,00-	414,126
3 4	158,868	7	2,584	925,230	447,631
54	137,317	11,/15	3,848	1861,295	611,323
5	166 515	18,091	3,002	2484,194	412,224
	TOOT	24,466	3,343	4073,965	556,661
9	155,197	30,841	4,124	4786,443	640,034
7	145,632	37,216	3,550	5419,858	516,995
8	85,087	43,591	5,849	3709,045	497,676
6	90,818	49,966	4,028	4537,792	365,813
10	36,936	56,341	6,733	2081,023	248,692
tanque lastre bbr	106,318	35,045	0,953	3725,893	101,321
tanque lastre stbr	106,318	35,045	0,953	3725,893	101,321
Sumatorio	1428,382			37262,305	4913,818
		DX	3	У	KG
		26,087	787	7'8	3,440

Figura 5.5:

## 5.4. Características de la botadura

Longitud de las anguilas: 48,88 m

Anchura de las anguilas: 1.20 m

Altura de las anguilas: 0,8 m

Número de anguilas: 2

Longitud de las imadas: 256,95 m

Pendiente de la grada: 2,6°

Nivel de la marea sobre el extremo de la grada: 7,836 m

Peso del buque en la botadura:1428,386 T

Abscisa del centro de gravedad del buque  $(X_G)$ : 26,087 m ( respecto a la perpendicular de popa)

Ordenada del centro de gravedad del buque ( $K_G$ ): 3,440 m (respecto a la línea base)

Distancia del extremo de las anguilas al extremo de popa de las imadas: 206,95  $\rm m$ 

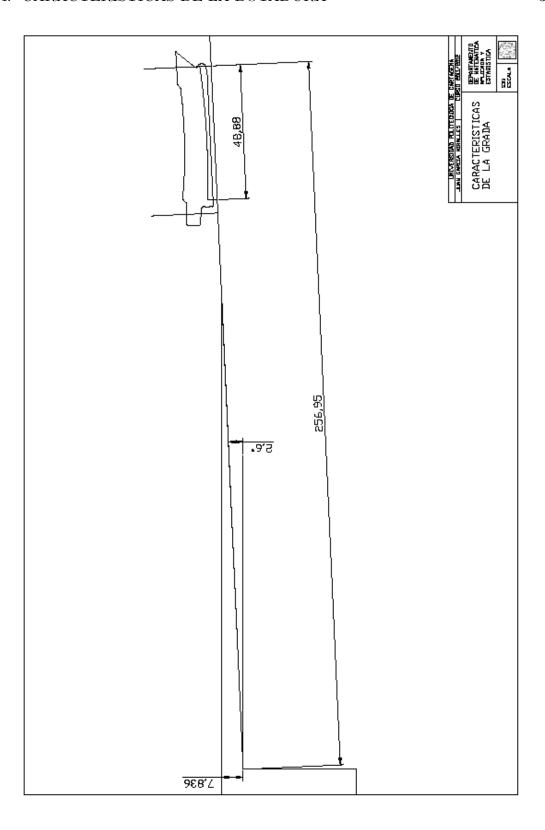


Figura 5.6:

# Capítulo 6

## Curvas hidrostáticas

#### 6.1. Generalidades

Las curvas hidrostáticas no son más que unos diagramas que representan distintas características geométricas del buque, calculadas a partir del plano de formas o la cartilla de trazado. En un sentido amplio podemos considerar tres grupos o familias de curvas:

- a) Las curvas hidrostáticas normales, o corrientes, también conocidas como carenas rectas. Se entiende que cuando se habla de curvas hidrostáticas, sin especificar nos estamos refiriendo a ellas.
  - b) Curvas de Bonjean.
- c) Las curvas transversales de estabilidad, más conocidas como curvas kn, carenas inclinadas o pantocarenas. Estas curvas las comentaremos cuando desarrollemos el tema correspondiente.

#### 6.2. Curvas hidrostáticas o carenas rectas

Son unas curvas o diagramas que representan determinados parámetros del buque en función del calado T, con la característica típica de que el calado se pone en el eje de ordenadas. Normalmente son las siguientes:

- 1.-Área de la flotación  $(A_f)$ .
- 2.-Toneladas por centímetro de inmersión (TCI).
- 3.-Abcisa del centro de gravedad (c.d.g.) de la flotación, bien referida a la perpendicular de popa  $(\mathbf{x}_f)$ , o a la sección media  $(\otimes_f)$ .

- 4.-Volumen de trazado.  $(\nabla)$
- 5.-Desplazamiento de trazado
- 6.-Ordenada o altura del centro de carena (c.d.c.) (KB)
- 7.-Abcisa del c.d.c. (XB  $ó \otimes B$ )
- 8.-Radio metacéntrico transversal (BM o  $BM_t$ )
- 9.-Radio metacéntrico longitudinal (BM<sub>I</sub>)
- 10.-Momento para alterar el trimado un centímetro (MTC)

Obviamente, como cada función tiene sus propias unidades, e, incluso, aunque dos funciones distintas se expresen en las mismas unidades (como por ejemplo  $BM_t$  y  $BM_l$ ), su rango de variación es muy distinto, cada curva tendrá su propio factor de escala para poder representarla en el diagrama.

A la hora de utilizar las curvas se debe tener presente que las curvas hidrostáticas están calculadas suponiendo el barco adrizado, por lo que si el buque tiene un cierto trimado , en principio, no se podrían utilizar. No obstante cuando el trimado es pequeño, si entramos con el calado medio  $(T_m = \frac{T_{pr} + T_{pp}}{2})$ , no se cometen grandes errores.

#### 6.2.1. Curvas de áreas de la flotación

Es la curva básica para obtener todas las demás. Para un calado dado, el área de la flotación se obtiene integrando las distintas mangas, o semimangas , pues lo normal es que la flotación sea simétrica, a lo largo de la eslora en la flotación correspondiente a ese calado.

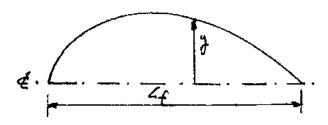


Figura 6.1:

$$A_f = 2 \int_0^{L_f} y * dx$$
, siendo y las semimangas

Normalmente éstas áreas se calculan para las distintas líneas de agua, empezando por la línea de agua cero, lo que nos da una serie de pares de valores  $(T; A_f)$ , que al llevarlos al dibujo sobre papel milimetrado tendremos un conjunto de puntos. La curva  $A_f = f(T)$  se obtiene trazando la curva que pasa por todos ellos. Quedando como se muestra en la figura.

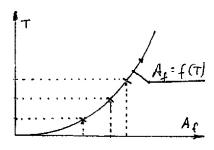


Figura 6.2:

## 6.2.2. Toneladas por centímetro de inmersión

Esta curva, en realidad no es más que una adaptación de la anterior, de las áreas de las flotaciones.

Veamos el concepto.

Sea un buque al que para un calado T, dado, le corresponde un área de la flotación  $A_f$ , y un volumen de carena, y, por tanto, un desplazamiento  $\Delta$ . Supongamos que a partir de esta situación se le carga un peso que le produzca una variación paralela "infinitesimal" de calado dT. Si el buque estaba en equilibrio, su peso tenía que ser igual a su empuje, es decir, su desplazamiento  $\Delta$ . Al cargarle el peso, para que siga estando en equilibrio, este peso tendrá que ser compensado con el incremento de empuje  $d\Delta$  correspondiente al dT, y tal que

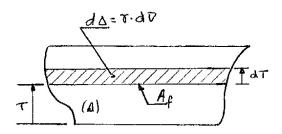


Figura 6.3:

$$d\Delta = \gamma * d\nabla = \gamma * A_f * dT$$

Si como dT consideramos 1 centímetro  $(dT = 1cm = \frac{1}{100}m)$ , entonces el  $d\Delta$  será igual a las toneladas por centímetro de inmersión (TCI), es decir, las toneladas que es preciso cargar (o descargar) para que ese calado T varíe un centímetro.

$$d\Delta = \gamma * A_f * dT; dT = \frac{1}{100}m \rightarrow \left[TCI = \frac{\gamma * A_f}{100}\right]$$

con  $\gamma$  en t/m<sup>3</sup> y  $A_f$  en m<sup>2</sup>.

Desde el punto de vista práctico este concepto se maneja como una simple regla de tres, Si con las TCI correspondientes el calado dado varía 1cm, cuando cargamos (o descargamos) un peso p habrá una variación de calado  $dT = \frac{p}{TCI}$ .

Obviamente, se debe ser muy cauto cuando se aplique este concepto, pues la hipótesis o suposición que estamos haciendo es considerar que el área de la flotación permanece constante en toda la variación de calado que se produzca. Por tanto las variaciones de calado tendrán que ser forzosamente pequeñas, a no ser que el buque sea del tipo costados rectos. En ese caso contrario el error que se comete puede llegar a ser muy grande.

En cuanto a la curva en sí, tanto  $\gamma$  como 100 son constantes, por lo que la curva es esencialmente la misma que  $A_f = f(T)$ , lo único que cambia es el factor de escala; antes las unidades eran m<sup>2</sup> y ahora son toneladas. De ahí que en muchos casos sólo se represente una de las dos.

## 6.2.3. Abscisa del c.d.g. de la flotación

Como ya se ha dicho, la posición de c.d.g. del área de las distintas flotaciones se obtiene dividiendo el momento estático de este área, respecto del origen que estemos considerando, entre el área.

En principio, por comodidad de cálculo, se tomará como origen la perpendicular de popa.

$$XF = \frac{m_x}{A_f}$$

Si se considera como origen la sección media el proceso de cálculo es exactamente el mismo.

Realizando el cálculo con las semimangas, ya que las flotaciones son simétricas.

$$m_{\otimes} = 2 * \int_{L_f} x * y * dx \quad \text{y} \quad A_f = 2 * \int_{L_f} y * dx$$

siendo y las semimangas.

Estos valores pueden ser positivos o negativos, es decir, a proa o a popa del origen considerado.

#### 6.2.4. Volumen de trazado

El volumen de trazado, correspondiente a cada flotación, es el volumen que se calcula con las lecturas del plano de formas o de la cartilla de trazado. Para ello antes se tendrá que calcular la función  $A_f = f(T)$ 

$$\nabla = \int_0^T A_f * dz$$

También se puede calcular el volumen trabajando con las secciones

$$\nabla = \int_L A_S * dx$$

### 6.2.5. Curva de desplazamiento

El desplazamiento (toneladas) se calcula multiplicando el volumen de carena (m<sup>3</sup>) por el peso específico supuesto  $\gamma$  constante, (normalmente 1.025 ó 1.026 t/m<sup>3</sup>).

$$\Delta = \gamma * \nabla$$

Por tanto, en esta curva lo que en realidad se representa es la función  $\nabla = f(T)$ , de ahí que a la función volumen de carena, en algunos sitios se le llama desplazamiento en agua dulce.

#### 6.2.6. Altura del c.d.c. sobre la base

Por definición de centro de carena (c.d.c.)

$$KB = \frac{M_K}{\nabla}$$

siendo  $M_K$  el momento estático del volumen de carena  $(\nabla)$  respecto al plano base. Si partimos de áreas de las flotaciones:

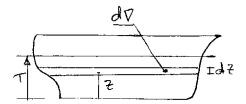


Figura 6.4:

$$d\nabla = A_f * dz$$
 y  $dM_K = d\nabla * z = A_f * dz * z$  con lo que

$$M_K = \int_0^T A_f * z * dz$$
 y  $\nabla = \int_0^T A_f * dz$ 

## 6.2.7. Abscisa del c.d.c.

Si se toma como referencia la sección media,

$$XB = \frac{M_{\otimes}}{\nabla}$$

siendo  $M_{\otimes}$  el momento estático del volumen de carena respecto a la perpendicular de popa.

Si se parte también de las áreas de las flotaciones  $d\nabla=A_f*dz$ , y para un calado z, el momento de este  $d\nabla$  es

$$dM_X = \otimes b * d\nabla = \otimes F * d\nabla = \otimes F * A_f * dz$$

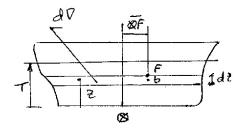


Figura 6.5:

luego 
$$M_{\otimes} = \int_0^T \otimes F * A_f * dz$$
 y  $\nabla = \int_0^T A_f * dz$ 

Si el origen hubiera sido tomado desde la perpendicular de popa, el procedimiento es similar.

#### 6.2.8. Radio metacéntrico transversal

El radio metacéntrico transversal ( $BM_t$ , o simplemente BM) es el radio de curvatura de la curva que describe el c.d.c. al girar el buque un ángulo infinitesimal en el plano transversal, manteniendo constante el volumen sumergido, y se calcula mediante la expresión

$$BM_t = \frac{I_T}{\nabla}$$

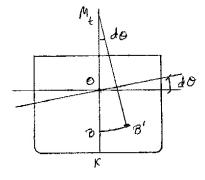


Figura 6.6:

Siendo  $I_T$  el momento de inercia del área de la flotación, respecto de un eje que pasa por la perpendicular al plano de giro y que pasa por su c.d.g.(F). Como las flotaciones son simétricas el momento de inercia queda

$$I_T = 2 * \int_{L_f} \frac{1}{3} * y^3 * dx$$

y siendo y las semimangas.

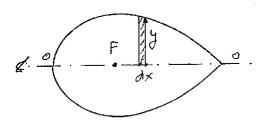


Figura 6.7:

## 6.2.9. Radio metacéntrico longitudinal

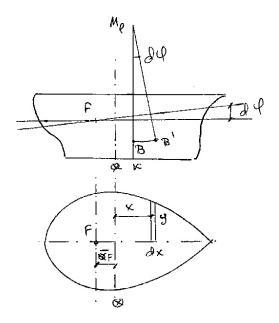


Figura 6.8:

Es lo mismo que en el caso anterior, salvo que ahora el plano de giro es el longitudinal

$$BM_l = \frac{I_l}{\nabla}$$

 $I_l$  es el momento de inercia del área de la flotación respecto del eje transversal que pasa por su c.d.g. (F).

Ahora bien, como quiera que el centro de la flotación F puede estar en cualquier posición , siempre resulta más cómodo calcular primero el momento de inercia respecto del eje paralelo que pasa por la perpendicular de popa o por la sección media  $(I_{\otimes})$ , después aplicando el teorema de Steiner, obtener  $I_l$ 

$$I_l = I_{\otimes} - \otimes F^2 * A_f$$

Si, como es habitual, la flotación es simétrica

$$I_{\otimes} = 2 * \int_{L_f} x^2 * y * dx$$

En cuanto a los radios metacéntricos, conviene tener presente que el orden de magnitud de los radios metacéntricos transversales es relativamente pequeño, como mucho la decena, mientras que los longitudinales pueden llegar a la centena, o incluso mayores.

En algunos caso, en vez de dibujar los radios metacéntricos, lo que se dibuja es la distancia del metacentro, transversal o longitudinal sobre la línea base. Para ello se suma, para cada calado, la altura del c.d.c. al radio metacéntrico correspondiente.

$$KM_t = KB + BM_t$$
 y  $KM_l = KB + BM_l$ 

### 6.2.10. Momento para alterar el trimado un centímetro

Es el momento necesario para modificar el trimado del buque (diferencia de calados en las perpendiculares) un centímetro para cada flotación, y se calcula mediante la expresión

$$MTC = \frac{I_l * \gamma}{100 * L}$$

siendo  $I_l$ ,(m<sup>4</sup>), el mismo momento de inercia que se utiliza para calcular  $BM_l$ ,  $\gamma$  el peso específico supuesto para el agua de mar (normalmente 1.025 ó 1.026 t/m<sup>3</sup>) y L es la eslora, que debería ser entre perpendiculares, en metros.

En las tablas siguientes se muestran las curvas hidrostáticas y sus cálculos.

Donde:

n: es la sección

Y: semimanga.

Fit:  $FS \cdot Y^3$ 

Fil:  $FS \cdot Y.n^2$ 

 $I_l$ : momento de inercia longitudinal.

 $I_t$ : momento de inercia transversal.

 $I_{oy}$ : momento de inerciarespecto del eje Y, en el plano XY.

T (m)	Af (m^2)	TCI (T)	XF (m)	V.Carena (m^3)	Δ (T)	KB (m)	XB (m)	BMt (m)	BMI (m)	MTC (T)
	612,063	6,280	23,225	2811,262	2884,355	3,392	24,822	2,184	304,823	163,728
5,2	5 592,821	6,082	23,063	1359,561	2420,910	2,963	25,144	2,469	341,476	153,945
4,	5 567,311	5,821	23,277	1922,407	1	2,527	25,624	2,812	- 100	146,397
3,7	5 518,827	5,323	24,768	1514,339	1553,712	2,096	26,079	3,220	486,535	140,770
32	472,356	4,846	26,463	1147,887	1177,732	1,684	26,103	3,867	1000 E	139,722
2,2	5 456,463	4,683	26,377	798,160	818,913	1,271	26,022	5,087	917,329	139,891
1,	416,060	4,269	27,064	456,358	468,224	0,722	25,374	8,730	1546,111	134,809
7'0	347,535	3,566	26,632	101'181	185,810	875,0	23,111	13,884	3667,825	126,912

Figura 6.9:

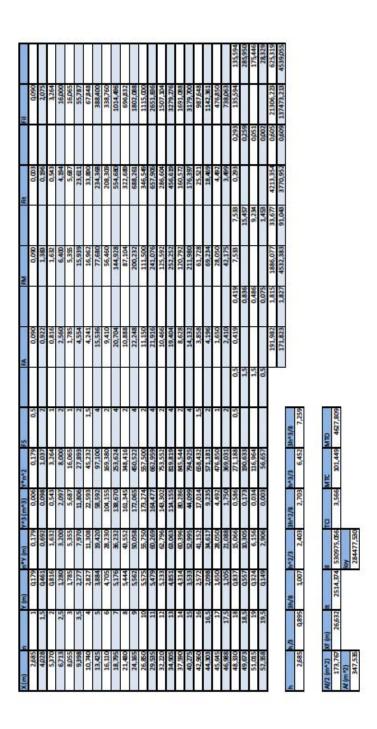


Figura 6.10:

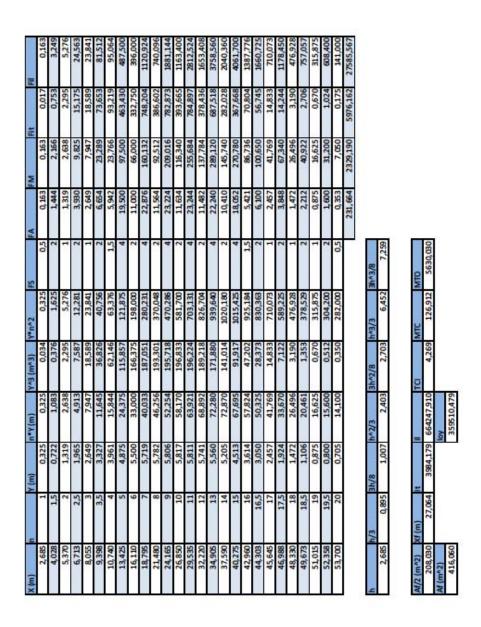


Figura 6.11:

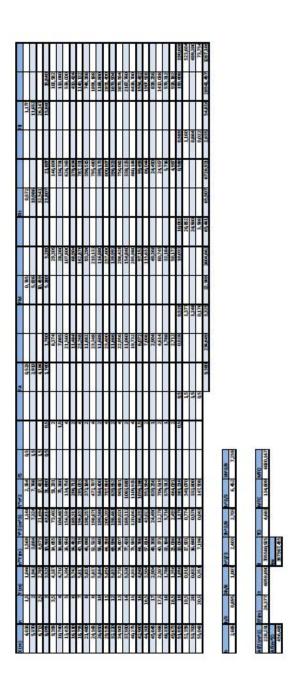


Figura 6.12:

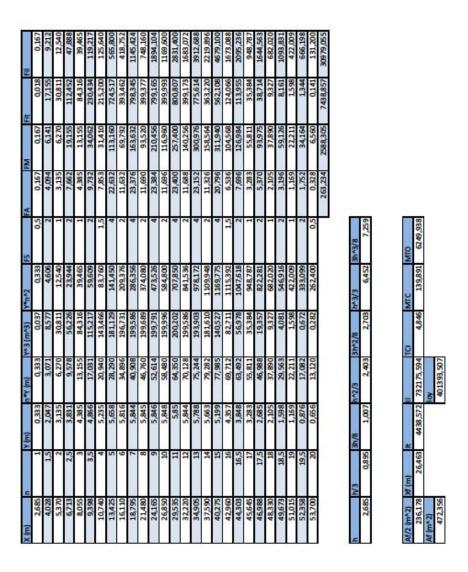


Figura 6.13:

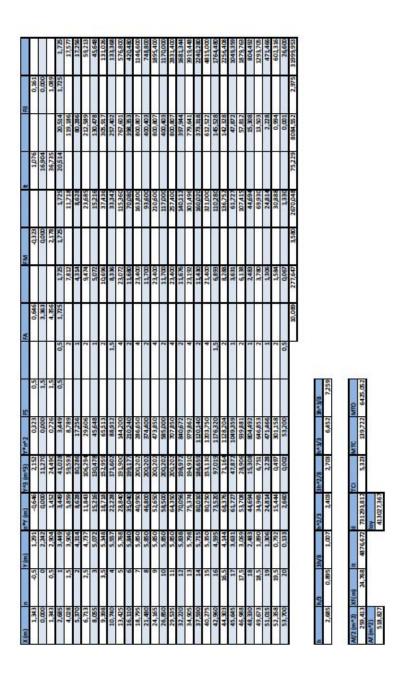


Figura 6.14:

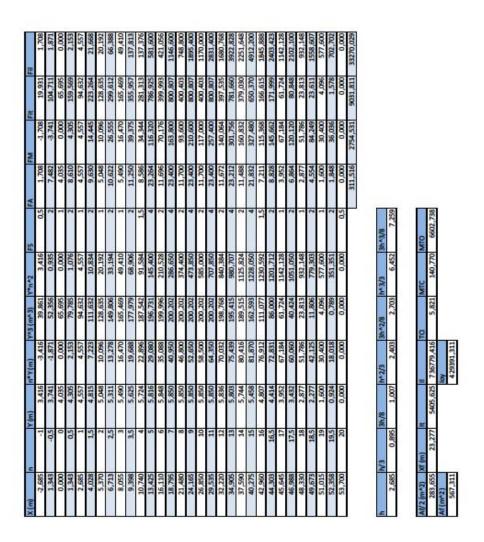


Figura 6.15:

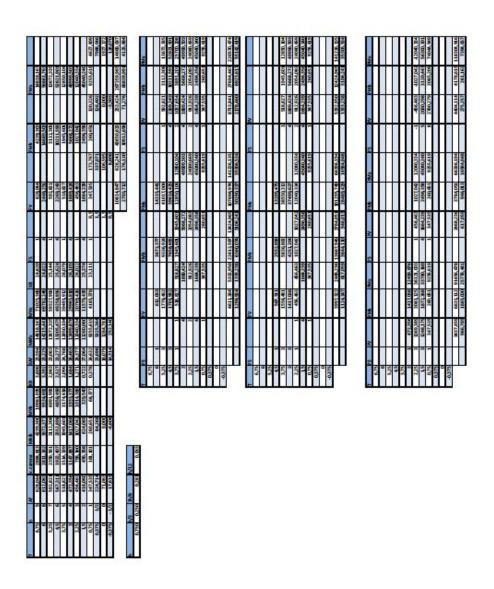


Figura 6.16:

# Capítulo 7

# Curvas de Bonjean

En este grupo de curvas se representan dos tipos de funciones: el área de cada sección de trazado  $(A_S)$  y el momento de cada una de estas áreas respecto al plano base  $(M_K)$ , ambas en función del calado.

El diagrama de estas curvas puede ser representado de dos formas:

a) En forma de abanico, con el origen y el eje de calados común.

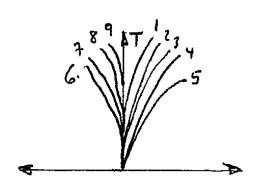


Figura 7.1:

A cada lado de este eje T se representan la mitad de las funciones de área,  $A_S = f(T)$  (proa y popa de la sección media,  $\otimes$ ), y lo mismo para las funciones momento  $m_K = f(T)$ . Hoy en día no es frecuente por resultar menos práctico que el otro tipo.

b) Separando las secciones. Sobre el papel se dibuja un simple esbozo del perfil del buque. Sobre el eje horizontal, que representa el plano o línea base, se levantan las distintas ordenadas, que corresponden a cada sección de trazado, donde se marca la escala de calados. Sobre cada origen relativo se dibujan la función área y los momentos de esa sección.

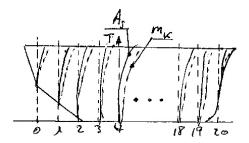


Figura 7.2:

Las curvas de Bonjean son más flexibles en su utilización que las curvas hidrostáticas corrientes, pues admiten cualquier flotación (plana adrizada, con trimado, o un perfil de ola cualquiera), la única limitación es que no tenga escora. Además el tipo b) de representación tiene la ventaja de que es más fácil visualizar la flotación que estemos calculando. En el caso de que la flotación sea plana, incluso con trimado, si elegimos adecuadamente los factores de escala, solamente necesitamos conocer los calados en las perpendiculares de proa y popa, pues marcándolos en el diagrama y trazando la recta que los une, su intersección con las ordenadas de las distintas secciones nos va dando sus respectivos calados.

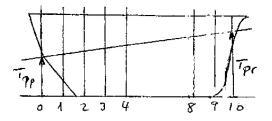


Figura 7.3:

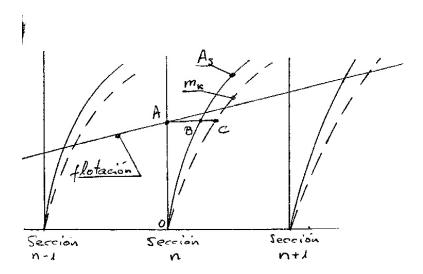


Figura 7.4:

OA = calado en la sección n para esa flotación.

AB =área de la sección n para el calado OA

AC = momento respecto al plano base del área OA de la sección n

El cálculo de ambas funciones es el siguiente. Si suponemos que las secciones son simétricas, y que y son las semimangas en metros. Para un calado T tendremos un diferencial de área genérico dA = y\*dz situado a una altura z sobre el plano base con lo que

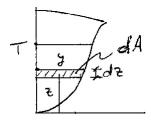


Figura 7.5:

$$A_S = 2 \int_0^T y * dz$$
 y  $m_K = 2 \int_0^T z * dA$   $\rightarrow$   $m_K = \int_0^T z * y * dz$ 

Este cálculo se realiza para los calados correspondientes a cada línea de agua, lo que nos dará sendas familias de puntos. La función se obtiene después trazando la curva que pasa por todos ellos.

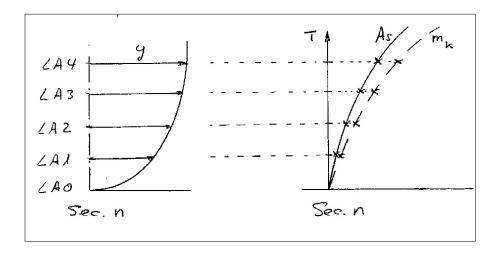


Figura 7.6:

Como podemos observar las curvas de Bonjean necesitan cuatro factores de escala: el de calados, el de la eslora o separación entre secciones (puede ser el mismo que el de calados), el de el área de las secciones y el de los momentos.

La finalidad de estas curvas es poder calcular el volumen de carena y las dos coordenadas (KB y  $\otimes B$  ó XB) del centro de gravedad de carena de cualquier flotación que no tenga escora.

Volumen de carena

Si partimos del área de secciones:

#### 7.1. MOMENTO DEL VOLUMEN DE CARENA CON RELACIÓN AL PLANO BASE63

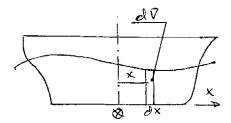


Figura 7.7:

$$\nabla = \int_L A_S * dx$$

Esta integral es a lo largo de la eslora sobre el plano base.

Si los valores calculados los multiplicamos por el peso específico obtendríamos los empujes o desplazamientos

$$\Delta = \gamma * \nabla = \int_L A_S * \gamma * dx$$

En este caso a la función  $A_S * \gamma = f(T)$  para cada sección se la conoce como curva o función de empujes por unidad de longitud.

# 7.1. Momento del volumen de carena con relación al plano base

En una posición x cualquiera el diferencial de volumen es  $d\nabla = A_S * dx$ , en el que consideramos que  $A_S$  es constante en todo ese dx, es decir, comportándose como un prisma recto de sección constante, y por tanto la altura de su c.d.g., kg, coincidirá con la del c.d.g. del volumen  $d\nabla$ : kg = kb.

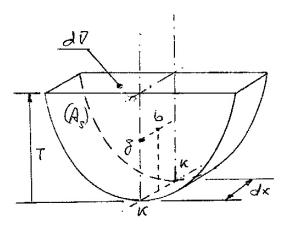


Figura 7.8:

Por otro lado, el momento de  $d\nabla$  respecto al plano base, al no tener una separación uniforme respecto al mismo, valdrá

$$dM_K = kb * d\nabla = kg * d\nabla = kg * A_S * dx = \frac{m_K}{A_S} * A_S * dx \longrightarrow$$

$$M_K = \int_L m_K * dx$$

A modo de resumen, podemos concluir que la integral del área de las secciones a lo largo de la eslora nos da el volumen de carena, y que la integral del momento de las secciones, también a lo largo de la eslora, nos da el correspondiente momento del volumen.

# 7.2. Momento del volumen de carena respecto a la perpendicular de popa

Si consideramos un diferencial de volumen genérico  $d\nabla = A_S*dx$ , situado a una distancia x, uniforme, respecto al plano de referencia, en este caso la perpendicular de popa, su momento será

$$dM_x = x * d\nabla = x * A_S * dx$$

y el momento de todo el volumen

$$M_x = \int_L x * A_S * dx$$

## 7.3. Coordenadas del centro de carena

Una vez conocidos los valores  $\nabla$ ,  $M_K$  y  $M_x$ , del volumen sumergido en la flotación que se trate, para obtener la posición de su c.d.c. solamente hay que aplicar la definición de c.d.g.

$$KB = \frac{M_K}{\nabla}$$
 y  $XB = \frac{M_x}{\nabla}$ 

A continuación se adjuntan las curvas de Bonjean con sus cálculos.

Donde:

L.A.: línea de agua

Y: semimanga

FA: coeficiente de Simpson (FS) por la semimanga.

FM:  $FS \cdot Y \cdot LA$ 

h: longitud de la partición.

T: calado

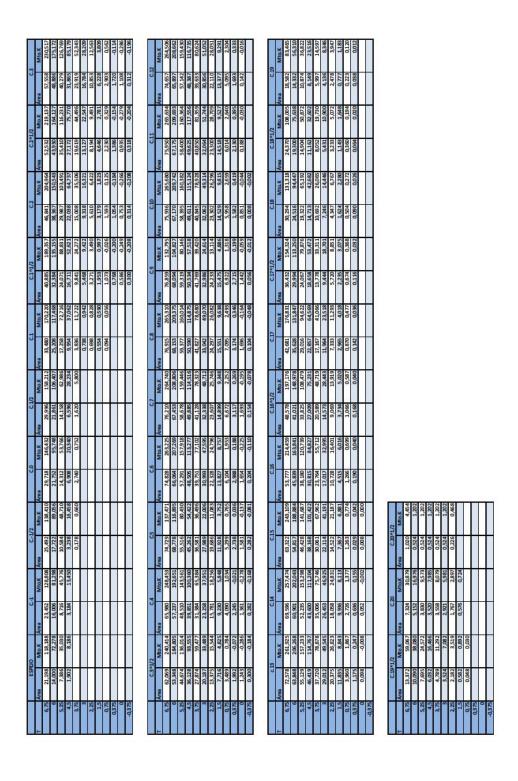


Figura 7.9:

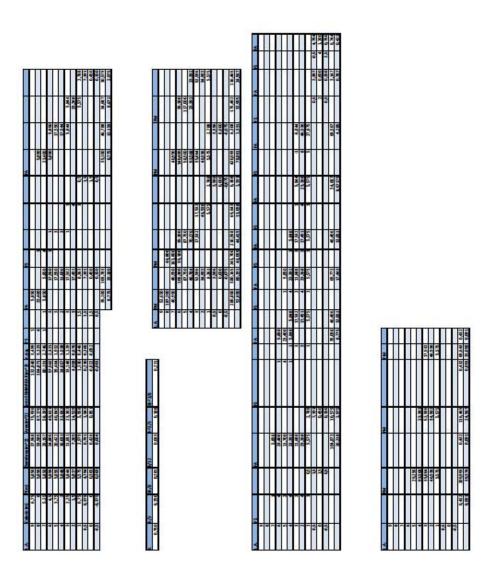


Figura 7.10:

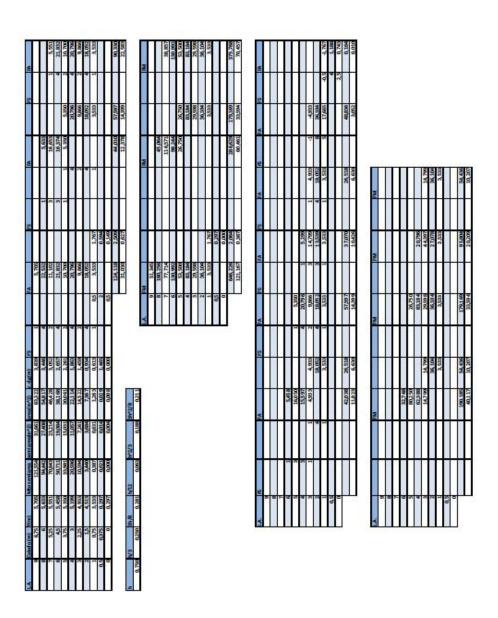


Figura 7.11:

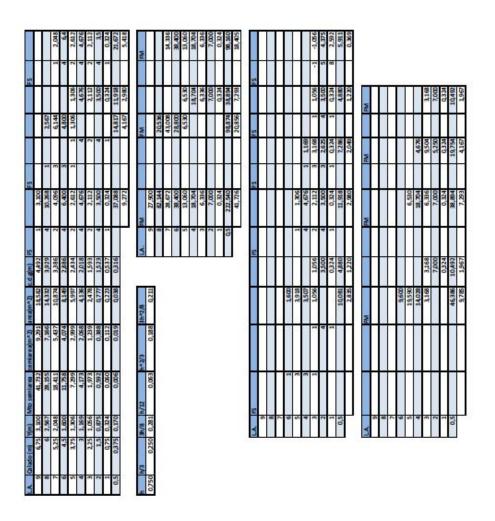


Figura 7.12:

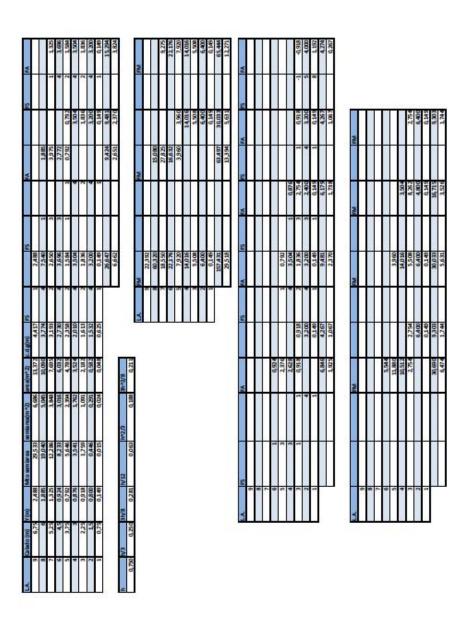


Figura 7.13:

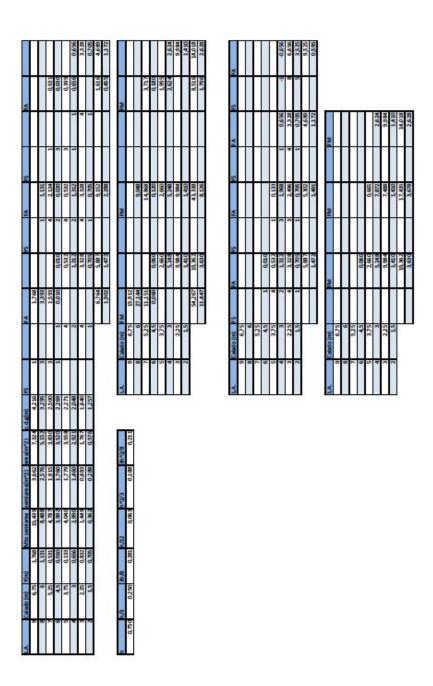


Figura 7.14:

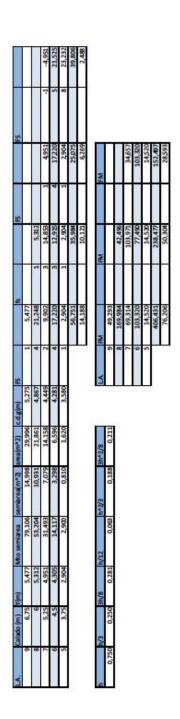


Figura 7.15:

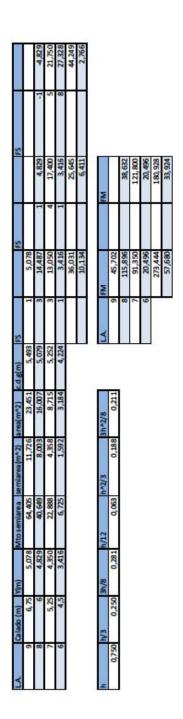


Figura 7.16:

## Capítulo 8

## Estudio de los momentos críticos

En este apartado, se muestra una tabla que en función del recorrido realizado por el buque en la grada muestra el empuje, centro de carena, la reacción de la cama y par producido por el empuje respecto a un plano perpendicular al plano de crujía, perpendicular al plano de flotación y que pasa por donde la perpendicular de proa intersecta con los santos de proa.

Con estos datos, el peso del buque en el momento de la botadura y la posición del centro de gravedad del buque calculado anteriormente, se puede comparar el par producido por el peso del buque y el par producido por el empuje, los dos respecto al plano mencionado en el párrafo anterior . Y obtener el momento en que se produce el giro, si es que no hay arfada, cuando el valor del par producido por el empuje supere al del producido por el peso.

Para la obtención de propiedades geométricas del volumen sumergido se han utilizado las curvas de Bonjean, tal y como se explicó en apartados anteriores.

Los métodos de cálculo utilizados en el presente proyecto, para cumplir con los objetivos, son métodos numéricos aproximados. Que aunque tienen una precisión adecuada en este caso, no conviene olvidar que se comete un cierto error con su uso, por lo que debemos asegurarnos de que los resultados obtenidos no se encuentren muy cerca de los puntos críticos.

Хрр	Трр	Tpr	V.CARENA (M^3)	EMPUJE (T)	BRAZO.Ppr	PAR EMPUJE.Ppr	PESO BUQUE	BRAZO PESO	PAR PESO.Ppr	reacción
79,040	-0,067	-1,004	6,926	7,107	46,766	332,346	1428,386	27,609	39436,309	1421,279
86,040	0,251	-0,686	27,950	28,677	38,877	1114,874	1428,386	27,609	39436,309	1399,709
93,040	0,568	-0,369	51,718	53,063	37,173	1972,537	1428,386	27,609	39436,309	1375,323
100,040	0,886	-0,051	103,727	106,424	35,189	3745,003	1428,386	27,609	39436,309	1321,962
107,040	1,203	0,266	193,843	198,882	33,139	6590,682	1428,386	27,609	39436,309	1229,504
114,040	1,521	0,584	301,459	309,297	31,669	9795,121	1428,386	27,609	39436,309	1119,089
121,040	1,838	0,901	422,320	433,301	30,545	13235,024	1428,386	27,609	39436,309	995,085
135,040	2,474	1,537	683,816	701,595	29,498	20695,977	1428,386	27,609	39436,309	726,791
149,040	3,109	2,172	972,438	997,721	28,817	28751,112	1428,386	27,609	39436,309	430,665
163,040	3,744	2,807	1277,460	1310,674	28,536	37401,893	1428,386	27,609	39436,309	117,712
170,400	4,061	3,124	1449,133	1486,811	28,768	42772,048	1428,386	27,609	39436,309	-58,425

Figura 8.1:

 $x_{pp}$ : Distancia recorrida por el buque a lo largo de la grada. (referenciado el punto a la perpendicular de popa)

 $T_{pp}$ : Calado en la perpendicular de popa.

 $T_{pr}$ : Calado en la perpendicular de proa.

v.carena: Volumen de carena.

 $Brazo.P_{rr}$ : Brazo del par producido por el empuje.

Brazo.peso: Brazo del par producido por el peso.

Reacción: Reacción en la cama del buque. Diferencia entre el peso y el empuje.

Realizando una interpolación lineal en el intervalo en el que se observa que se produce la condición de giro, par del empuje igual al par del peso, se puede determinar el momento del giro.

Xpp.GIRO	Трр	Tpr	V.CARENA (M^3)	EMPUJE (T)	BRAZO.Ppr	PAR EMPUJE.Ppr	PESO BUQUE	BRAZO PESO	PAR PESO.Ppr	reacción	
165,828244	3,899240828	2,96224083	1365,571654	1401,07652	28,1471486	39436,309	1428,386	27,609	39903,3913	27,309	

Figura 8.2:

Como se observa en las tablas, no existirá saludo puesto que cuando el buque abandone la grada no habrá terminado todo el recorrido de las anguilas.

Tampoco existe riesgo alguno de arfada, el giro se comienza a producir antes de que el centro de gravedad del buque sobrepase el extremo de las anguilas.

Acontinuación se pueden ver los calculos de la evolución del volumen sumergido, realizados con las tablas de las curvas de Bonjean interpolando.

### n:sección

T: calado.

MTO.K: momento del área respecto del plano base.

Fv:  $FS \cdot \acute{A}rea$ 

FMx:  $FS \cdot n \cdot \acute{A}rea$ 

FMK:  $MTO.K \cdot FS$ 

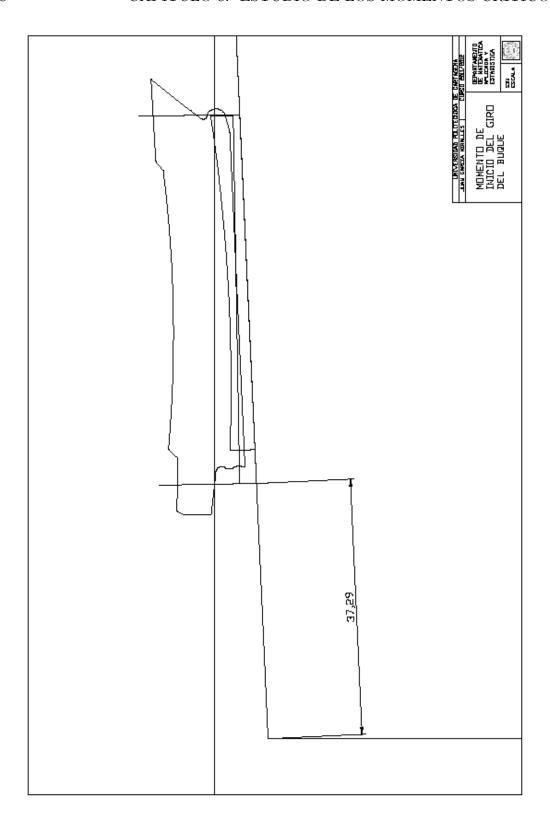


Figura 8.3:

									25		933				-0,121	-0,482	-0,117	-0,720	-0,644				
												-0,102	-0,335	-0,354	-0,121			-0,912	-0,918				
									×	-0,118	-0,737	-0,204	9.3		200			-1,059	-0,948			(M.L)	364
MTO.K	-0,118	-0,184	-0,204	-0,223	-0,236	-0,242	-0,241	-0,234	FMK						0,791	2,261	0,361	3,413	8,201			MTO.EMPUJE (T*M	314,7318364
AREA M	0,309	0,539	0,631	0,663	0,667	0,633	0,565	0,481				1,262	3,479	3,002	0,791		300	8,533	20,506			3 RAZO Por	44, 288
MTO.K.f	-0,225	-0,274	-0,278	-0,286	-0,286	-0,279	-0,266	-0,249	FMx	1,856	10,784	2,523	919		201			15,163	36,438			89	-0,362
MTO.K.I	-0,110	-0,162	-0,168	-0,184	-0,196	-0,204	-0,208	-0,208			300				0,316	1,130	0,241	1,687	1,510			XB	9,405
Af I	1,654	1,581	1,361	1,243	1,108	0,935	0,753	0,586	25			0,315	0,994	1,001	0,316		100	2,626	2,644			MTO.K	-2,511
All All	0,204	0,282	0,282	006'0	0,312	0,318	0,314	0,300	FV	606'0	2,157	0,631	į.					3,097	2,772	3h^2/8	2,703	MTOX	55,146
	0000	0000	00000	00000	00000	00000	00000	00000	_						5'0	2	5'0		Mess	h^2/3	2,403	CARENA	97
T Tf	-0,375	-0,375	-0,375	-0,375	-0,375	-0,375	-0,375	-0,375	50			5'0	1,5	1,5	5'0					3h/8 h	1,007	>	
_	-0,348	-0,301	-0,254	-0,231	-0,208	-0,184	-0,160	-0,137	FS	1	4	1								h/3	0,895		
T u	9	5	4	3,5	3	2,5	2	1,5	n	9	5	4	3,5	8	2,5	2	1,5			4	2,685		

Figura 8.4:

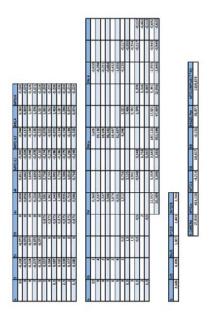


Figura 8.5:

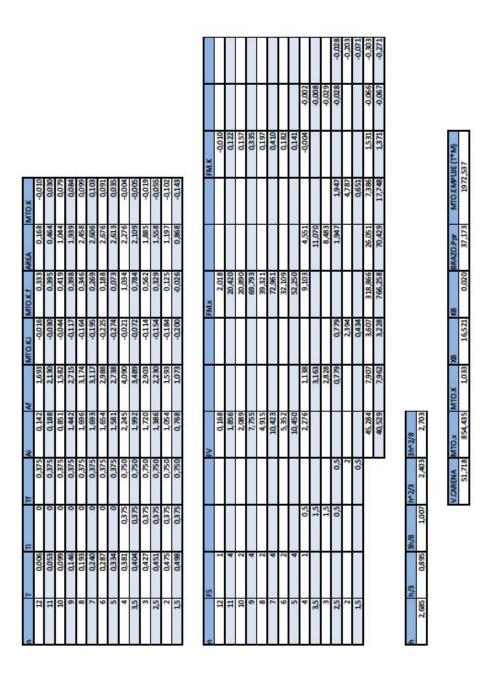


Figura 8.6:



Figura 8.7:



Figura 8.8:

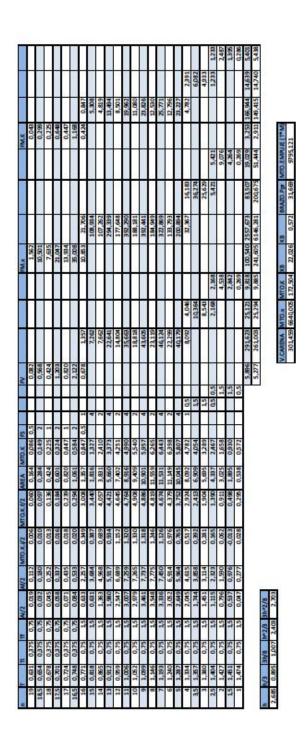


Figura 8.9:



Figura 8.10:

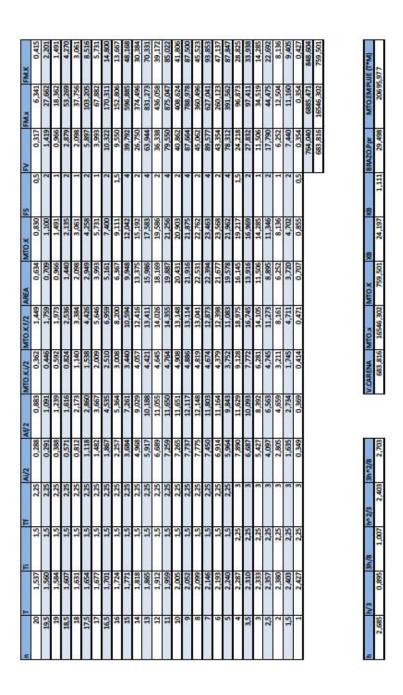


Figura 8.11:

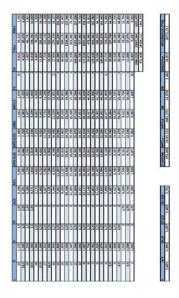


Figura 8.12:

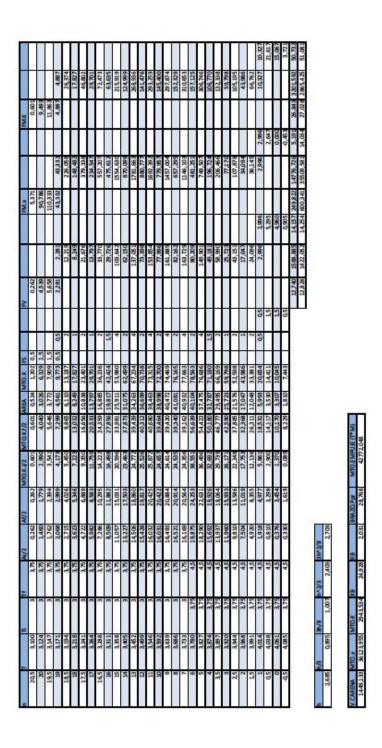


Figura 8.13:

## Capítulo 9

## Estabilidad inicial

#### 9.1. Estabilidad estática inicial.

El desplazamiento de un buque  $(\Delta)$  tiene como punto de aplicación el centro de gravedad, c.d.g. (G), y el empuje (E) pasa por el centro de carena, c.d.c. (B).

Mientras el buque está en equilibrio, el desplazamiento es igual al empuje, y el centro de gravedad y el centro de carena están en la misma vertical.

En principio al estudiar el equilibrio del buque por rotación, el flotador puede girar respecto de cualquier eje contenido en un plano xy. Si por alguna causa, ajena al mismo, se produce un giro alrededor de uno cualquiera de estos infinitos ejes, variaría la geometría del volumen sumergido, y por tanto la posición del c.d.c.  $(B \to B_1)$ , aunque no el valor absoluto del volumen de carena  $(\nabla)$ , puesto que en todo momento se tiene que mantener la igualdad P = E.

El lugar geométrico formado por todos los posibles puntos ocupados por el c.d.c., considerando todos los ángulos de giro respecto de los infinitos ejes del plano horizontal , será una superficie.

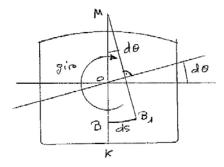


Figura 9.1:

Veamos el equilibrio alrededor de un eje paralelo al eje x o equilibrio transversal. Supongamos que por alguna causa ajena al barco se produce un giro (escora) infinitesimal,  $d\theta$ . La curva descrita por el movimiento del c.d.c. será un arco infinitesimal,  $BB_1 = ds$ , que según se estudia en la geometría diferencial tendrá un centro de curvatura, M, llamado metacentro, y un radio de curvatura, BM, llamado radio metacéntrico. Si el plano de corte es transversal, como en este caso, el metacentro y el radio de metacéntrico se llaman transversales, mientras que si el plano de corte fuese longitudinal se les llamaría longitudinales.

Una vez producida la escora  $d\theta$ , que desplaza el c.d.c. desde B hasta  $B_1$ , las líneas de acción del peso y el empuje (Siempre perpendiculares a la flotación correspondiente  $L_i$ ) ya no coinciden, produciendo un par  $(\Delta * GZ)$ , De brazo GZ, donde Z es el punto de la línea de empuje con mínima distancia a G.

El sentido de giro debido a este par es el que hace que el equilibrio sea estable, inestable o indiferente.

Equilibrio estable, si el par  $\Delta * GZ$ , gire el buque en el sentido que gire, hace que el buque tienda a mantenerse adrizado. El metacentro se encuentra por encima del centro de gravedad (GM > 0).

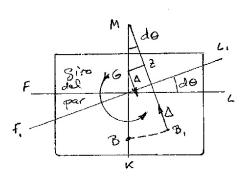


Figura 9.2:

Equilibrio indiferente, si el par  $\Delta * GZ = \Delta * 0$ , al ser el par nulo el buque no tiene capacidad de reacción. (GM = 0).

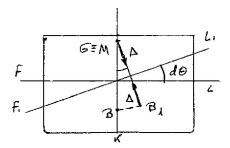


Figura 9.3:

Equilibrio inestable, si el par  $\Delta * GZ$ , el sentido de giro hacia ambas bandas hace que el buque se separe de su posición de adrizado. (GM < 0).

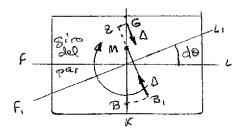


Figura 9.4:

Un caso particular es cuando KB > KG, en el que siempre va a ser estable el buque, si bien esta situación se da muy pocas veces en la práctica.

(KB es la altura del centro de carena desde el plano base, y KB es la altura del centro de gravedad desde el plano base)

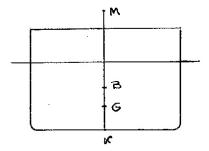


Figura 9.5:

A cualquier par que tienda a sacar el buque de su posición de equilibrio se le llama par escorante, y al par que le lleva a recuperarlo par adrizante (Pa).

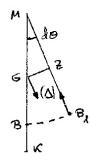


Figura 9.6:

$$Pa = \Delta * GZ = \Delta * GM * sen(d\theta) = \Delta * GM * d\theta$$

pues al ser el ángulo  $d\theta$  un infinitésimo

$$d\theta = sen(d\theta) = tg(d\theta)$$

A la distancia GM se le llama altura metacéntrica, y es la que nos va a dar el criterio de estabilidad (GM > 0) en la zona de estabilidad inicial. A su vez podrá ser transversal o longitudinal, según sea el plano de giro.

El estudio del equilibrio alrededor del eje y sería totalmente análogo. En este caso, al metacentro, radio metacéntrico y altura metacéntrica se les llama longitudinales, para distinguirlos de los transversales, que son distintos.

Para el estudio de la estabilidad inicial en el buque de este proyecto, cuando el buque flota libremente y en el momento del giro, serán utilizadas las curvas hidrostáticas, puesto que el trimado respecto de la flotación es de 1º solamente y el error sería aceptable.

# 9.2. Estabilidad cuando el buque flota libremente y en el momento del giro

Con un desplazamiento de 1428, 386 toneladas, con una interpolación en las tablas de las curvas hidrostáticas, se obtiene un  $KM_t = 5,394 \ m$  de donde se resta la altura del centro de gravedad (KG = 4,425) y se obtiene un  $GM = 0,969 \ m$ . De donde deducimos que el buque tiene una estabilidad positiva, y cumple con los requisitos internacionales que exigen un  $GM \geq 0,15 \ m$ .

Este caso es exactamente igual que el anterior ya que como ha sido dicho solo existe un grado de trimado y el punto de apoyo del buque es tratado como si se quitara un peso del buque en dicho punto. Luego disminuye el desplazamiento, sube el centro de gravedad y cambia la forma del volumen de carena.

Con un desplazamiento ahora de 1401,077 toneladas, de nuevo con una interpolación en las curvas hidrostáticas, se obtiene un  $KM_t = 5,411 \ m$  de donde se resta la nueva altura del centro de gravedad (KG = 4,495) y se obtiene un  $GM = 0,916 \ m$ . Por lo cual, se vuelve a deducir una estabilidad positiva, y que sigue cumpliendo los requisitos internacionales.

### 9.3. Efecto de las superficies libres sobre la estabilidad inicial

Las superficies libres o carenas líquidas, son un caso particular del traslado de pesos. Se produce cuando en un buque existen tanques parcialmente llenos de líquido. Al adquirir el buque una determinada escora, la propia naturaleza del líquido hará que éste se desplace, adaptándose a la nueva situación.

El estudio de las carenas líquidas resulta matemáticamente complejo, por lo que para facilitar su estudio se hacen las siguientes hipótesis simplificadoras:

a) El líquido es homogéneo ( $\gamma_{liquido} = cte$ ).

Como  $p_{liq} = v_{liq} * \gamma_{liq}$ , al ser  $\gamma_{liq}$  constante, esto supone que matemáticamente el problema de traslado de pesos se nos transforma en un traslado de volúmenes, y además el c.d.g. del líquido que consideremos coincidirá con el c.d.g. del volumen que ocupe.

b) No existen fuerzas de inercia. En todo momento la superficie del líquido o superficie libre es un área plana que se va a mantener paralela en todo momento a la flotación correspondiente.

Según todo esto, cuando se produzca una escora (grande o pequeña), la superficie libre del líquido se desplazará hasta alcanzar el ángulo correspondiente, lo que se traduce en que una parte del líquido del tanque se tendrá que trasladar, es decir, de un peso que forma parte del desplazamiento (habrá una cuña de líquido que desaparece y otra que surge), esto hará que varíe la posición del c.d.g. del líquido en el tanque, y, al mismo tiempo, se modificará la posición del c.d.g. global del buque.

Obviamente los tanques completamente llenos no darán superficies libres, y podemos considerar el líquido de estos tanques como si fuesen sólidos. En consecuencia, no hace falta que sean tenidas en cuenta en el buque de este proyecto puesto que los tanques se encuentran llenos completamente, pero si no fuera así habría que reducir la altura metacéntrica un valor igual a al momento de inercia,  $i_o$ , de la superficie libre del tanque por el peso específico del líquido contenido en el mismo  $(\gamma_l)$  entre el desplazamiento del buque  $(\Delta)$ .

$$G_o M = GM - GG_o = GM - \frac{i_o * \gamma_l}{\Lambda}$$

## Capítulo 10

## Conclusiones

El giro se produce con suficiente adelanto como para que el riesgo de arfada sea nulo.

Se ha considerado un puerto con suficiente espacio y medios para frenar el buque.

No existe saludo gracias a que el buque abandona la grada antes de terminar de recorrer las anguilas.

Los santos de proa, aparte de resistir el peso del buque junto con el resto de la cama, deben resistir la reacción, de 27,309 toneladas aproximadamente, que se produce al inicio del giro.

En el momento del giro y cuando el buque flota libremente, la altura metacéntrica (GM) es positiva y cumple con los requisitos mínimos.

Si hubiera existido algún riesgo de arfada, saludo, o falta de estabilidad, se podrían haber utilizado flotadores.

En una botadura hace falta también un exhaustivo estudio de las concentraciones de esfuerzos y un estudio sobre como apoyar el buque en la cama.

Capítulo 11 Bibliografía

# Bibliografía

- [1] J.A. Alaez. Teoría del buque. ETSIN-UPM, 1980.
- [2] S. Amat y S. Busquier. *Métodos Numéricos*. ETSIA-UPCT, 2005.
- [3] A. Biran. Ship hydrostatics and stability. Butterworth-Heinemann, 2003.
- [4] A. Bonilla. Construcción naval y servicios. L.San José, Vigo, 1984.
- [5] D. Kincaid y W. Cheney. Análisis Numérico: las matemáticas del cálculo científico. Addison-Wesley, 1994.
- [6] O. Palomo. Hidrostática y estabilidad. Apuntes 2010-2011, ETSINO-UPCT