

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN  
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA



**Proyecto Fin de Carrera**

## **Diplexor de Entrada en Banda Ku**



AUTOR: M<sup>a</sup> Teresa Sancho Ruiz de Castañeda  
DIRECTOR: Alejandro Álvarez Melcón  
CODIRECTOR(ES): Jose Luis Gómez Tornero  
Luis Javier Roglá Madrid

Septiembre / 2011



<b>Autor</b>	M <sup>a</sup> Teresa Sancho Ruiz de Castañeda
<b>E-mail del Autor</b>	sesardc@hotmail.com
<b>Director(es)</b>	Alejandro Álvarez Melcón
<b>E-mail del Director</b>	Alejandro.alvarez@upct.es
<b>Codirector(es)</b>	Jose Luis Gómez Tornero, Luis Javier Roglá Madrid
<b>Título del PFC</b>	<b>Diplexor de Entrada en Banda Ku</b>
<b>Descriptor</b>	Filtros de microondas, Síntesis de funciones de filtrado, Diseño de filtros Chebyshev generalizado, Predistorsión, Matriz de acoplos, Resonadores, Guía de onda, Diplexor
<b>Resumen</b>	
<p>En este proyecto fin de carrera se ha diseñado un diplexor de entrada para satélite en banda Ku con filtros de transmisión-recepción sintetizados empleando la técnica de la predistorsión.</p> <p>Para el diseño de los filtros se ha desarrollado una herramienta de síntesis de funciones de filtrado Chebyshev generalizado que permite aplicar el algoritmo de la predistorsión, obtener las matrices de acoplo asociadas y reducir las a una topología doblada de acuerdo a unas especificaciones de partida. Con las matrices de acoplo se ha elaborado un modelo electromagnético de los filtros en tecnología de guía de onda que se ha simulado y optimizado. Finalmente se han empleado las respuestas de los filtros para obtener la respuesta en el puerto común del diplexor empleando distintas técnicas de multiplexación.</p>	
<b>Titulación</b>	Ingeniero de Telecomunicación
<b>Intensificación</b>	Sistemas y Redes de Telecomunicación
<b>Departamento</b>	Tecnología de la Información y la Comunicación
<b>Fecha de Presentación</b>	Septiembre- 2011

## Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer a Thales Alenia Space el haberme brindado la oportunidad de realizar el proyecto final de carrera en la empresa y en especial al Departamento de Radiofrecuencia Pasiva el interés y la paciencia con la que me han atendido y la ayuda prestada tanto de documentación como a nivel técnica.

A la universidad y los docentes que he tenido el gusto de conocer a lo largo de la carrera y que siempre han estado ahí para resolver dudas con dedicación y paciencia y que en mí al menos han despertado un gran interés en la docencia y la investigación. En especial a mi tutor Alejandro y co-tutor J.Luis que han confiado en mí aún cuando yo no lo hacía y han estado ahí cuando los he necesitado.

A mi familia por su apoyo incondicional y a mis amigos por haberme ayudado, soportado y animado en el camino en especial a Amalia, Jose, Mario, Álvaro, Pilar, Tania y Virgi.

Y en especial a ti Jose por haberme hecho fácil lo imposible, haber creído en mí siempre, ilusionarte con cada nuevo proyecto, alegrarte con los triunfos y sufrir los fracasos como si fueran tuyos.

Mil gracias a todos.

# Índice general

<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
1.1. Descripción del proyecto . . . . .	1
1.1.1. Motivación y objetivos del proyecto . . . . .	1
1.1.2. Estructura de la memoria . . . . .	2
1.1.3. Software desarrollado y herramientas utilizadas . . . . .	3
1.2. Conceptos básicos . . . . .	4
<b>2. TEORÍA DE ESPACIO</b>	<b>9</b>
2.1. Introducción . . . . .	9
2.2. El contexto espacial . . . . .	9
2.2.1. El lanzamiento . . . . .	10
2.2.2. La temperatura . . . . .	11
2.2.3. Alto vacío . . . . .	12
2.2.4. La radiación . . . . .	13
2.2.5. Meteoros y basura espacial . . . . .	15
2.2.6. Plasma . . . . .	16
2.2.7. Otros efectos . . . . .	17
2.3. El satélite de comunicaciones . . . . .	20
2.3.1. La carga útil . . . . .	22
2.4. Teoría de multiplexación . . . . .	25
2.4.1. Configuraciones de multiplexación . . . . .	25

2.4.2.	Diplexores de transmisión-recepción . . . . .	27
<b>3.</b>	<b>SÍNTESIS DE FILTROS DE MICROONDAS</b>	<b>29</b>
3.1.	Introducción . . . . .	29
3.2.	Redes de dos puertos . . . . .	30
3.2.1.	Representación matricial . . . . .	30
3.2.2.	Polinomios característicos de los parámetros $S_{21}(s)$ y $S_{11}(s)$ . . . . .	34
3.2.3.	Funciones de admitancia . . . . .	41
3.3.	Filtros de Chebyshev generalizado . . . . .	47
3.3.1.	Síntesis de polinomios del prototipo paso bajo . . . . .	47
3.4.	Síntesis de las matrices de acoplo de una red de filtrado . . . . .	53
3.4.1.	Síntesis directa de la matriz $N \times N$ . . . . .	54
3.4.2.	Síntesis directa de la matriz $N+2$ . . . . .	56
3.5.	Reducción de la matriz de acoplos . . . . .	63
3.6.	Ejemplos de síntesis . . . . .	67
3.6.1.	Ejemplo 1: Efecto de los ceros de transmisión finitos, del orden del filtro y de las pérdidas de retorno . . . . .	68
3.6.2.	Ejemplo 2: Efecto de los ceros de ecualización . . . . .	76
<b>4.</b>	<b>PÉRDIDAS Y PREDISTORSIÓN</b>	<b>81</b>
4.1.	Introducción . . . . .	81
4.2.	Modelado de las pérdidas . . . . .	82
4.3.	Características de la predistorsión . . . . .	84
4.4.	Síntesis de respuestas predistorsionadas . . . . .	90
<b>5.</b>	<b>RESONADORES DE MICROONDAS</b>	<b>96</b>
5.1.	Introducción . . . . .	96
5.2.	Configuraciones de resonadores de microondas . . . . .	97
5.3.	El factor de calidad descargado $Q_u$ . . . . .	98

5.4.	Cavidades resonantes rectangulares . . . . .	100
5.4.1.	Distribución de los campos . . . . .	100
5.4.2.	Modos $TE_{mnp}$ . . . . .	101
5.4.3.	Modo fundamental: $TE_{101}$ . . . . .	102
5.4.4.	Modos $TM_{mnp}$ . . . . .	103
5.4.5.	Cálculo de la frecuencia de resonancia . . . . .	104
5.4.6.	Factor de calidad descargado $Q_u$ . . . . .	104
<b>6.</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>106</b>
6.1.	Introducción . . . . .	106
6.2.	Diseño teórico de los filtros . . . . .	107
6.2.1.	Filtro de transmisión . . . . .	107
6.2.2.	Filtro de recepción . . . . .	109
6.2.3.	Obtención de $Q_u$ y dimensiones de la cavidad individual . . . . .	110
6.2.4.	Filtro de transmisión predistorsionado . . . . .	111
6.2.5.	Filtro de recepción predistorsionado . . . . .	114
6.3.	Realización electromagnética de los filtros . . . . .	117
6.3.1.	Caracterización de la cavidad individual . . . . .	117
6.3.2.	Caracterización de acoplos . . . . .	118
6.3.3.	Ajuste de los filtros . . . . .	123
6.4.	Medidas y conclusiones . . . . .	132
6.5.	Simulación del diplexor . . . . .	136
6.6.	Líneas futuras . . . . .	140
<b>Anexo 1</b>		<b>141</b>
<b>Bibliografía</b>		<b>149</b>

# Índice de figuras

1.1. Tipo de filtros en función del espectro de trabajo . . . . .	5
1.2. Filtro Butterworth . . . . .	6
1.3. Filtros Chebyshev . . . . .	7
1.4. Filtro Elíptico . . . . .	7
1.5. Filtro Pseudo-Elíptico . . . . .	8
1.6. Filtro Bessel . . . . .	8
2.1. Lanzamiento del satélite venezolano Simón Bolívar . . . . .	10
2.2. Cinturones de Van Allen . . . . .	14
2.3. Satélites activos y basura espacial en torno a la Tierra en 2008 . . . . .	16
2.4. Distribución del campo gravitatorio terrestre . . . . .	19
2.5. Sistema de comunicaciones por satélite . . . . .	22
2.6. Esquema transpondedor (a)regenerativo, (b)transparente . . . . .	24
2.7. Banda de frecuencias empleadas en las comunicaciones por satélite . . . . .	24
2.8. Esquema carga útil con transpondedores en paralelo . . . . .	25
2.9. Diagrama de bloques MUX acoplado de forma híbrida . . . . .	26
2.10. Diagrama de bloques MUX acoplado con circuladores . . . . .	26
2.11. Diagrama de bloques MUX con filtros direccionales . . . . .	27
2.12. Diagrama de bloques MUX acoplado con un <i>manifold</i> . . . . .	27
2.13. Diagrama diplexor con híbridos de 90° . . . . .	28
3.1. Red de dos puertos . . . . .	30

3.2. Equivalente en $\pi$ y en T de una red de dos puertos . . . . .	31
3.3. Representación ABCD de una red de dos puertos . . . . .	32
3.4. Matriz [S] de una red de dos puertos . . . . .	33
3.5. Red de dos puertos cargada . . . . .	34
3.6. Red dos puertos doble terminación resistiva . . . . .	42
3.7. Red dos puertos de terminación resistiva única . . . . .	45
3.8. (a) Array transversal canónico incluyendo acoplo $M_{SL}$ ,(b) Circuito equivalente k-ésimo resonador . . . . .	60
3.9. Matriz de acoplos asociada a una topología doblada para filtros de orden par e impar	64
3.10. Matriz de rotación, eliminación elemento [3,5] . . . . .	65
3.11. Secuencia de rotaciones . . . . .	67
3.12. Respuesta en transmisión del prototipo paso bajo . . . . .	71
3.13. Retardo de grupo . . . . .	71
3.14. Respuesta en transmisión del prototipo paso bajo . . . . .	72
3.15. Respuesta en transmisión del prototipo paso bajo . . . . .	72
3.16. Retardo de grupo . . . . .	73
3.17. Respuesta en transmisión del prototipo paso bajo . . . . .	79
3.18. Retardo de grupo . . . . .	80
4.1. (a)Respuesta paso banda de transmisión con pérdidas para $Q_u = 4000, Q_u = 12000, Q_u = \infty$ ,(b)Zoom,pérdidas de inserción . . . . .	83
4.2. (a)Respuesta paso banda de reflexión con pérdidas para $Q_u = 4000, Q_u = 12000, Q_u = \infty$ ,(b)Zoom . . . . .	83
4.3. (a)Respuesta paso banda predistorsionada de transmisión sin pérdidas para $Q_u = 4000, Q_u = 12000, Q_u = \infty$ ,(b)Zoom . . . . .	84
4.4. (a)Respuesta paso banda predistorsionada de reflexión para $Q_u = 4000, Q_u = 12000, Q_u = \infty$ ,(b)Zoom . . . . .	85
4.5. (a)Respuesta paso banda de transmisión predistorsionada con pérdidas, compensación total ,(b)Zoom . . . . .	85
4.6. (a)Respuesta paso banda de reflexión predistorsionada con pérdidas, compensación total ,(b)Zoom . . . . .	86



4.7.	((a)Respuesta paso banda de transmisión predistorsionada con pérdidas compensación parcial, (a)Respuesta paso banda de reflexión predistorsionada con pérdidas, compensación parcial . . . . .	86
4.8.	(a)Respuestas de retardo de grupo de un filtro paso banda sin predistorsión y predistorsionado ,(b)Zoom . . . . .	88
4.9.	(a)Respuestas de pendiente del retardo de grupo de un filtro paso banda sin predistorsión y predistorsionado,(b)Zoom . . . . .	88
4.10.	(a)Respuesta paso banda de transmisión predistorsionada de forma adaptativa con pérdidas, (a)Respuesta paso banda de reflexión predistorsionada de forma adaptativa con pérdidas . . . . .	89
4.11.	Posibles ceros de reflexión . . . . .	91
4.12.	Distribución de los ceros de reflexión $f_k$ con $\mu$ máximo(a) Predistorsión tipo 1 (b) Predistorsión tipo 2 . . . . .	92
4.13.	Respuestas paso banda obtenidas con $\mu$ máximo(a) Predistorsión tipo 1 (b) Predistorsión tipo 2 . . . . .	92
4.14.	Distribución de ceros de reflexión $f_k$ con $\mu$ mínimo(a) Predistorsión tipo 3 (b) Predistorsión tipo 4 . . . . .	93
4.15.	Respuestas paso banda obtenidas con $\mu$ mínimo(a) Predistorsión tipo 3 (b) Predistorsión tipo 4 . . . . .	93
5.1.	(a) Aplicación de los resonadores en función de la banda de trabajo (b) Características de las distintas tecnologías de fabricación de resonadores . . . . .	98
5.2.	Cavidad resonante rectangular . . . . .	100
5.3.	Distribución de campo modo $TE_{101}$ (a) Campo eléctrico, (b)Campo magnético . . . . .	103
5.4.	(a)Carta de modos cavidades resonantes rectangulares, (b)Factor de calidad descargado modos $TE_{mnp}$ . . . . .	105
6.1.	(a) Características paso banda de transmisión-reflexión sin pérdidas y nivel de pérdidas de retorno (b) Zoom, pérdidas de inserción . . . . .	108
6.2.	(a) Característica paso banda de retardo de grupo sin pérdidas, (b) Zoom . . . . .	108
6.3.	(a) Características paso banda de transmisión-reflexión sin pérdidas y nivel de pérdidas de retorno (b) Zoom, pérdidas de inserción . . . . .	109
6.4.	(a) Característica paso banda de retardo de grupo sin pérdidas, (b) Zoom . . . . .	110
6.5.	(a) Polos originales y predistorsionados ( $ek, ekr$ ),(b)Ceros de reflexión originales y predistorsionados ( $fk, fkr$ ) . . . . .	112

6.6.	(a) Características paso banda de transmisión-reflexión predistorsionadas sin pérdidas y nivel de pérdidas de retorno (b) Zoom, pérdidas de inserción . . . . .	113
6.7.	(a) Características paso banda de transmisión-reflexión sin predistorsión y con pérdidas y nivel de pérdidas de retorno (b) Zoom, pérdidas de inserción . . . . .	113
6.8.	(a) Características paso banda de transmisión-reflexión predistorsionadas con pérdidas y nivel de pérdidas de retorno (b) Zoom, pérdidas de inserción . . . . .	114
6.9.	(a) Polos originales y con predistorsión ( $ek, ekr$ ), (b) Ceros de reflexión originales y predistorsionados ( $fk, fkr$ ) . . . . .	115
6.10.	(a) Características paso banda de transmisión-reflexión predistorsionadas sin pérdidas y nivel de pérdidas de retorno (b) Zoom, pérdidas de inserción . . . . .	115
6.11.	(a) Características paso banda de transmisión-reflexión sin predistorsión y con pérdidas y nivel de pérdidas de retorno (b) Zoom, pérdidas de inserción . . . . .	116
6.12.	(a) Características paso banda de transmisión-reflexión predistorsionadas con pérdidas y nivel de pérdidas de retorno (b) Zoom, pérdidas de inserción . . . . .	116
6.13.	(a) Modo fundamental, (b) Ventana libre de espurios . . . . .	118
6.14.	Acoplo inline . . . . .	119
6.15.	(a) Frecuencias de resonancia en las cavidades, (b) Acoplos . . . . .	119
6.16.	Acoplo entrada-salida . . . . .	120
6.17.	(a) Frecuencia de resonancia en la cavidad, (b) Factor de calidad de entrada . . . . .	121
6.18.	Acoplo 34 . . . . .	121
6.19.	(a) Frecuencias de resonancia en las cavidades, (b) Acoplos . . . . .	121
6.20.	Acoplo 25 . . . . .	122
6.21.	(a) Frecuencias de resonancia en las cavidades, (b) Acoplos . . . . .	122
6.22.	Filtro de transmisión . . . . .	123
6.23.	Características paso banda de transmisión-recepción sin pérdidas . . . . .	123
6.24.	Características paso banda sin pérdidas del filtro de transmisión (a) PAR teórico, (b) PAR ajustado . . . . .	125
6.25.	Barras de error del filtro de transmisión . . . . .	125
6.26.	(a) Respuesta paso banda del filtro de transmisión sin pérdidas simulada en HFSS, (b) zoom . . . . .	125

6.27. Características paso banda sin pérdidas del filtro de transmisión predistorsionado(a) PAR teórico ,(b) PAR ajustado . . . . .	127
6.28. Barras error del filtro de transmisión predistorsionado . . . . .	127
6.29. (a)Respuesta paso banda del filtro de transmisión predistorsionado sin pérdidas simulada en HFSS , (b) zoom . . . . .	128
6.30. Características paso banda sin pérdidas del filtro de recepción(a) PAR teórico ,(b) PAR ajustado . . . . .	129
6.31. Barras error del filtro de recepción . . . . .	130
6.32. (a)Respuesta paso banda del filtro de recepción sin pérdidas simulada en HFSS , (b) zoom . . . . .	130
6.33. Características paso banda sin pérdidas del filtro de recepción predistorsionado(a) PAR teórico ,(b) PAR ajustado . . . . .	131
6.34. Barras de error del filtro de recepción predistorsionado . . . . .	132
6.35. (a)Respuesta paso banda del filtro de recepción predistorsionado sin pérdidas simulada en HFSS , (b) zoom . . . . .	132
6.36. (a) Características paso banda de transmisión-reflexión del filtro de transmisión real (b) Zoom, pérdidas de inserción . . . . .	133
6.37. (a) Características paso banda de transmisión-reflexión del filtro de transmisión predistorsionado real (b) Zoom, pérdidas de inserción . . . . .	133
6.38. (a) Características paso banda de transmisión-reflexión del filtro de recepción real (b) Zoom, pérdidas de inserción . . . . .	133
6.39. (a) Características paso banda de transmisión-reflexión del filtro de recepción predistorsionado real(b) Zoom, pérdidas de inserción . . . . .	134
6.40. Diplexor implementado con un circulador ideal . . . . .	136
6.41. (a) Puerto común,(b) Aislamiento entre los filtros, (c) Puerto de transmisión,(d) Puerto de recepción . . . . .	137
6.42. Diplexor implementado con unión en T . . . . .	137
6.43. (a) Puerto común,(b) Aislamiento entre los filtros,(c) Puerto de transmisión,(d) Puerto de recepción . . . . .	138
6.44. Diplexor implementado con híbridos de 90° . . . . .	139
6.45. (a) Puerto común,(b) Aislamiento entre los filtros,(c) Puerto de transmisión,(d) Puerto de recepción . . . . .	139

# Índice de cuadros

2.1. Comparativa características entre dos satélites Hispasat . . . . .	20
3.1. Multiplicación de $P(s)$ por $j$ para satisfacer la condición de ortogonalidad . . . . .	39
3.2. Matriz transversal $N+2$ fully canonical . . . . .	63
3.3. Singularidades y polinomios de las funciones de transferencia del filtro todo polos . .	68
3.4. Singularidades y polinomios de las funciones de transferencia del filtro con dos ceros de transmisión finitos simétricos . . . . .	69
3.5. Singularidades y polinomios de las funciones de transferencia del filtro con dos ceros de transmisión finitos asimétricos . . . . .	70
3.6. Singularidades y polinomios de las funciones de transferencia del filtro con dos ceros de transmisión finitos simétricos y ninguno de ecualización . . . . .	76
3.7. Singularidades y polinomios de las funciones de transferencia del filtro con dos ceros de transmisión finitos simétricos y dos ceros de ecualización reales . . . . .	76
3.8. Singularidades y polinomios de las funciones de transferencia del filtro con dos ceros de transmisión finitos simétricos y dos ceros de ecualización complejos . . . . .	77
3.9. Singularidades y polinomios de las funciones de transferencia del filtro con dos ceros de transmisión finitos simétricos y cuatro ceros de ecualización complejos . . . . .	77
4.1. Comparativa de los parámetros característicos obtenidos . . . . .	87
4.2. Singularidades de las funciones de transmisión y reflexión . . . . .	90
4.3. Matrices de acoplo $N+2$ canónicas dobladas para una red doblemente terminada . . .	94
4.4. Matrices de acoplo $N+2$ canónicas dobladas para una red de terminación única . . .	95
6.1. Matriz de acoplos paso bajo $N+2$ canónica doblada . . . . .	109
6.2. Matriz de acoplos paso bajo $N+2$ canónica doblada . . . . .	110

6.3. Parámetros obtenidos de la carta de modos . . . . .	111
6.4. Comparativa entre las singularidades de la función de reflexión del filtro con y sin predistorsión . . . . .	112
6.5. Matriz de acoplos paso bajo N+2 canónica doblada . . . . .	112
6.6. Comparativa entre las singularidades de la función de reflexión del filtro con y sin predistorsión . . . . .	114
6.7. Matriz de acoplos paso bajo N+2 canónica doblada . . . . .	115
6.8. Medidas iniciales de la cavidad individual . . . . .	117
6.9. Modos en la cavidad . . . . .	117
6.10. Interfaz WR75 . . . . .	120
6.11. Dimensiones iniciales filtro transmisión . . . . .	123
6.12. Parámetros fpb2 del filtro de transmisión . . . . .	126
6.13. Dimensiones finales del filtro de transmisión . . . . .	126
6.14. Dimensiones finales del filtro de transmisión predistorsionado . . . . .	127
6.15. Parámetros fpb2 del filtro de transmisión predistorsionado . . . . .	128
6.16. Parámetros fpb2 del filtro de recepción . . . . .	129
6.17. Dimensiones finales del filtro de recepción . . . . .	130
6.18. Parámetros fpb2 del filtro de recepción predistorsionado . . . . .	131
6.19. Dimensiones finales del filtro de recepción predistorsionado . . . . .	132
6.20. Medidas obtenidas filtros de transmisión . . . . .	135
6.21. Medidas obtenidas filtros de recepción . . . . .	135

# Capítulo 1

## INTRODUCCIÓN

### 1.1. Descripción del proyecto

#### 1.1.1. Motivación y objetivos del proyecto

El diseño de dispositivos espaciales es complejo y costoso debido principalmente al entorno en el que trabajan y a las altas prestaciones que deben ofrecer.

Los diplexores son dispositivos que combinan las funciones de transmisión y recepción y generalmente se sitúan tras una antena. En comunicaciones por satélite los diplexores de transmisión-recepción forman parte del transpondedor de la carga útil y se emplean para aislar adecuadamente las señales del enlace de subida y del enlace de bajada, que comparten la misma antena. En este sentido, este dispositivo debe tener bajas pérdidas de inserción para permitir la recepción de la señal de subida a la vez que maximizar la potencia transmitida en la señal de bajada. A su vez, debe ser lo suficientemente selectivo para que la interferencia producida por la potente señal de bajada no interfiera en la débil señal de subida. Por tanto, en este tipo de aplicaciones el parámetro de diseño más importante son las pérdidas de inserción de los filtros, sin embargo también se exige que cumplan fuertes restricciones de selectividad y planitud en banda. Además, puesto que los dispositivos van embarcados en un satélite que debe ser puesto en órbita, existen requisitos adicionales relacionados con el tamaño y el peso, así como otros condicionados por el entorno espacial. Por lo que su diseño requiere llegar a un compromiso entre todos ellos.

De todos estos requisitos, los de tamaño y peso juegan un papel crucial, forzando a que continuamente se investiguen nuevas técnicas de diseño que permitan mantener o mejorar las prestaciones eléctricas a la vez que se reducen estas dos dimensiones. En este sentido, los algoritmos de síntesis con predistorsión permiten una reducción del tamaño de los filtros con una mínima degradación de las prestaciones en banda.

Puesto que no existe ninguna fórmula mágica que evite el tener que llegar a un compromiso entre los distintos parámetros de la respuesta eléctrica, durante el diseño se debe escoger una respuesta objetivo, y un algoritmo de síntesis y sus parámetros asociados que permitan obtener la respuesta que mejor se adapte a las especificaciones requeridas.

Otro punto a tener en cuenta es que los dispositivos, cuando se fabrican, no se comportan de forma ideal y sus respuestas varían con respecto a las predichas por los algoritmos de síntesis. Esto puede hacer que una técnica de síntesis que parece óptima en la práctica no sea viable. Por tanto, el proceso de diseño debe incluir simulaciones electromagnéticas de los dispositivos antes de la fabricación, y más aún si se trata de productos comerciales para espacio, en los que el cliente debe tener la seguridad de que el equipo debe proporcionar las prestaciones requeridas durante toda la vida útil del satélite.

Una vez explicada la motivación de este proyecto podemos definir dos objetivos principales:

- En primer lugar se pretende diseñar dos filtros en banda Ku para aplicaciones de espacio empleando el algoritmo de síntesis con predistorsión y simulaciones electromagnéticas de onda completa. Así mismo, se diseñará la multiplexación de ambos, obteniendo la respuesta en el puerto común del diplexor.
- Además, pretende estudiar con detalle la aplicación del algoritmo de predistorsión y validar su viabilidad para el diseño de dispositivos para espacio.

### **1.1.2. Estructura de la memoria**

La memoria se ha dividido en 6 capítulos.

En este primer capítulo de introducción se exponen la motivación y objetivos iniciales del proyecto y se presenta la estructura en la que se organiza la memoria junto con una breve descripción del contenido de cada capítulo. Por último se explican una serie de conceptos básicos de partida.

En el capítulo 2 se contextualiza el entorno de trabajo de los dispositivos espaciales considerando los principales parámetros y su influencia en los satélites. También se detallan las principales características y aplicaciones de los satélites de comunicaciones así como los dispositivos que lo forman. Por último se estudian las principales técnicas de multiplexación empleadas en comunicaciones espaciales.

El capítulo 3 contiene toda la matemática referente a la síntesis del prototipo paso bajo de funciones de filtrado Chebyshev generalizado. Parte de la caracterización de los filtros como redes de dos puertos y extrae las expresiones de los polinomios que forman las funciones de transferencia del prototipo paso bajo. También se obtiene la matriz transversal  $N+2$  y se explica el procedimiento necesario para reducirla a su forma doblada.

En el capítulo 4 se desarrolla de forma detallada el procedimiento de síntesis de respuestas predistorcionadas partiendo del estudio y caracterización del modelo real de un filtro. Se analizan las principales características de la predistorsión y se establecen las relaciones entre los parámetros de síntesis y las matrices de acoplo asociadas.

En el capítulo 5 se realiza un análisis electromagnético de los resonadores de guía de onda rectangular obteniéndose las ecuaciones que caracterizan las distribuciones de campo, el factor de calidad descargado y la frecuencia de resonancia asociadas al resonador.

Por último en el capítulo 6 encontramos los resultados que hemos obtenido a lo largo del proyecto. El capítulo comienza mostrando los resultados relativos al diseño teórico ideal del prototipo paso bajo de los filtros y su implementación electromagnética y finaliza con los referentes al diplexor.

### **1.1.3. Software desarrollado y herramientas utilizadas**

Para la implementación de los diferentes algoritmos de síntesis que se detallan en los capítulos 3 y 4 se ha utilizado el software comercial Matlab programándose las siguientes funciones:

- **cheby.m**
- **chebypbanda.m**
- **groupdelay.m**
- **Ysingly.m**
- **Ydouble.m**
- **predistadap.m**
- **Nmas2.m**
- **mascarasbanda.m**

El código no se expone en esta memoria por su longitud pero en el anexo 1 se da una breve explicación de la función de cada programa y de los parámetros que emplea.

Para la implementación física de los filtros se han empleado dos programas de forma conjunta, el primero es la herramienta de resolución electromagnética 3D de onda completa HFSS de Ansoft con el que se han generado y simulado las estructuras. El segundo es un programa de ajuste llamado fpb2 propiedad de Thales Alenia Space.

Por último la respuesta en el puerto común del diplexor se ha obtenido con el programa Agilent ADS a partir de las respuestas de los filtros previamente ajustados.



## 1.2. Conceptos básicos

Físicamente un filtro es un dispositivo que elimina o selecciona ciertas frecuencias de un espectro eléctrico, acústico, óptico o mecánico. Matemáticamente este dispositivo se puede caracterizar como un cuadripolo o red de dos puertos pasivo y recíproco cuyas respuestas dependen de la frecuencia.

Las funciones de transferencia de los filtros se pueden expresar mediante los parámetros de dispersión o S del cuadripolo que se definen como:

$$S(f) = \begin{bmatrix} S_{12}(f) & S_{11}(f) \\ S_{21}(f) & S_{22}(f) \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

donde

- $S_{21}(f)$  representa la respuesta en transmisión y se define como el coeficiente de transmisión del puerto 1 al 2 cuando el segundo está adaptado.
- $S_{11}(f)$  respresenta la respuesta en reflexión y se define como el coeficiente de reflexión en el puerto 1 en condiciones de adaptación.

Definiéndose los parámetros  $S_{12}(f)$  y  $S_{22}(f)$  de forma equivalente.

Además al ser pasivo cumple que  $|S_{ij}| < 1$  y al ser recíproco que  $S_{12} = S_{21}$ .

Si además se asume que no hay pérdidas, es decir, que la energía que no se transmite a la salida se refleja a la entrada se cumple la siguiente condición de unitariedad.

$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1 \quad (1.2)$$

Los filtros por tanto son un conjunto de elementos reactivos que resuenan a una frecuencia a la cual permiten el paso de la señal reflejando la energía para el resto de frecuencias. Distinguimos dos regiones o bandas de trabajo:

- Banda de paso: rango de frecuencias a la cual se transmite toda la señal. Se debe cumplir que  $|S_{21}| \rightarrow 0dB$  y que  $|S_{11}| \rightarrow \infty$
- Banda atenuada: rango de frecuencias a la cual no se transmite señal. Se debe cumplir que  $|S_{21}| \rightarrow \infty$  y que  $|S_{11}| \rightarrow 0$

Un parámetro a tener en cuenta en el diseño de filtros es el retardo de grupo  $\tau(\omega)$ . Éste se relaciona con la fase de  $S_{21}$ , se mide en segundos e indica el retardo que sufre cada componente espectral de la señal al pasar por el filtro. Se define como:

$$\tau(\omega) = \frac{\delta\Phi(\omega)}{\delta(\omega)} \quad (1.3)$$

siendo  $\Phi$  la fase de  $S_{21}$

En función de la función del espectro de filtrado los filtros se clasifican en 4 categorías tal y como se muestra en la Figura 1.1

- **Paso bajo:** Permiten el paso de las frecuencias comprendidas entre 0 y la frecuencia de corte.
- **Paso alto:** Permiten el paso de las frecuencias a partir de la frecuencia de corte.
- **Paso banda:** Sólo permite el paso de un rango de frecuencias en torno a una frecuencia central.
- **Elimina banda:** Permite el paso de todas la frecuencias excepto un rango de frecuencias en torno a una frecuencia central.

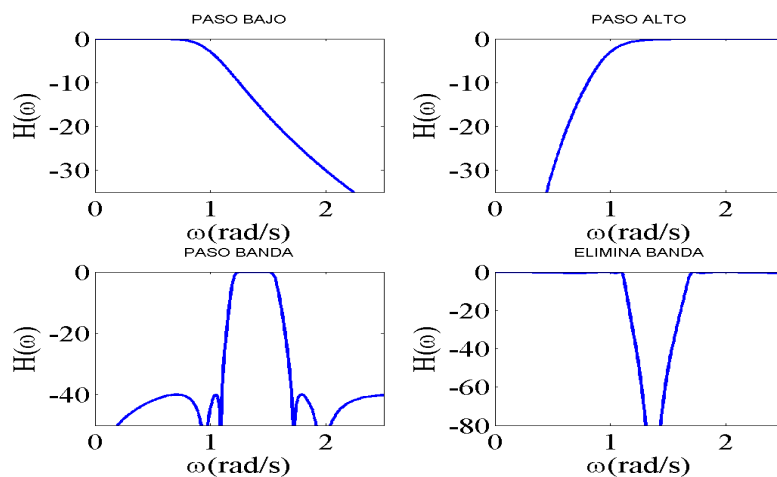


Figura 1.1: Tipo de filtros en función del espectro de trabajo

También se pueden clasificar según del tipo de función de transferencia que tengan. Las familias más usuales se detallan a continuación.

### ■ Butterworth

- Mínima atenuación en la frecuencia central.
- Ancho de banda definido por el nivel de -3 dB respecto a la frecuencia central.
- Máximamente plano (sin rizado) en la banda de paso.
- Pendiente depende del orden, mas abrupto cuanto mayor es el orden.
- Buen comportamiento del retardo de grupo
- Fácil realización, posible la implementación sólo con acoplamientos entre resonadores adyacentes.
- Es un filtro todo polos, con todos ellos en el interior de la circunferencia unidad del plano complejo formando a su vez una circunferencia.
- Ceros de transmisión (que incluyen los de transmisión y ecualización) en el infinito.

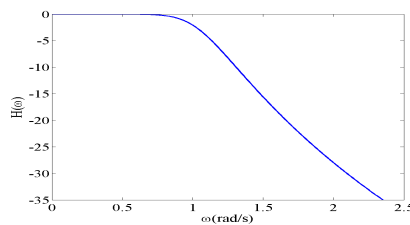


Figura 1.2: Filtro Butterworth

### ■ Chebyshev

- Aproximación con rizado constante en alguna de sus bandas.
- Se distinguen dos tipos, el primero con rizado constante en la banda de paso y el segundo con rizado en la banda de rechazo.
- Pendiente depende del orden y más abrupta que Butterworth para el mismo orden.
- Retardo de grupo pobre, no constante en la banda de paso.
- Generalmente fácil de realizar, posible la implementación sólo con acoplamientos entre resonadores adyacentes.
- Es un filtro todo polos, con los mismos distribuidos en una elipse, donde el eje mayor pertenece al eje imaginario del plano complejo, y con todos los polos en el interior de la circunferencia unidad del plano complejo.
- Ceros de transmisión (que incluyen los de transmisión y ecualización) en el infinito.

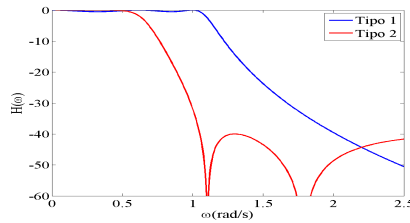


Figura 1.3: Filtros Chebyshev

### ■ Elíptico

- Aproximación con rizado en la banda de paso y en la banda atenuada.
- Número de oscilaciones proporcional al nivel de rizado.
- Pendiente más abrupta que en Chebyshev para el mismo orden, y proporcional al nivel de rizado de la banda atenuada.
- Ceros finitos de transmisión en la banda atenuada que se afectan a la respuesta en amplitud atribuible a los polos y permiten conseguir niveles mínimos de la banda atenuada en las proximidades de la banda de paso. Además afectan a la fase de la respuesta.
- Los diseños con este tipo de aproximaciones requieren acoplamientos entre resonadores no adyacentes (por lo que es necesario utilizar una topología que permita implementarlos y un modelo paso bajo que los contemple).

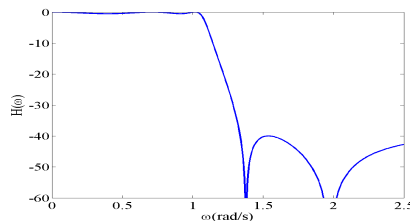


Figura 1.4: Filtro Elíptico

### ■ Chebyshev generalizado o pseudo-elíptico

- Permite fijar los ceros de transmisión en posiciones finitas.
- Aproximación con rizado en la banda de paso y un número limitado de ondulaciones en la banda atenuada (conseguidos con ceros finitos de transmisión).
- Los ceros finitos de transmisión permiten controlar la pendiente de la respuesta, la planitud de la banda de paso y el retardo de grupo.
- Se consiguen anchos de banda estrechos de forma más sencilla que con los filtros elípticos.

- Los diseños requieren acoplamientos entre resonadores no adyacentes (por lo que es necesario utilizar una topología que permita implementarlos y un modelo paso bajo que los contemple).

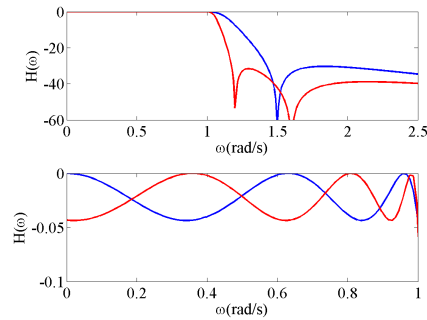


Figura 1.5: Filtro Pseudo-Elíptico

#### ■ Bessel

- Los polos se distribuyen en una elipse fuera de la circunferencia unidad del plano complejo (en contraste con Chebyshev que era en el interior).
- Retardo de grupo constante en la banda de paso.
- Pendientes de atenuación muy pequeñas

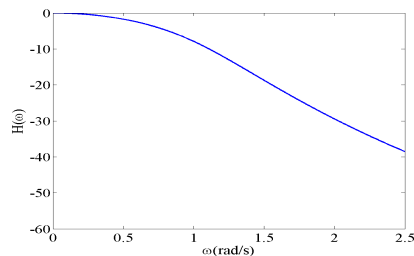


Figura 1.6: Filtro Bessel

En el ámbito de las comunicaciones las más empleadas son las funciones elípticas y de Chebyshev ya que son las que proporcionan mayor atenuación en la zona de rechazo cercano y mejor selectividad aunque presenten más rizado en la banda de paso.

# Capítulo 2

## TEORÍA DE ESPACIO

### 2.1. Introducción

El diseño de dispositivos espaciales es complejo y costoso. Esto se debe principalmente al entorno en el que trabajan y a las altas prestaciones que tienen que ofrecer.

En este capítulo vamos a explicar brevemente los principales parámetros que forman el entorno espacial y cuál es su influencia en los satélites. Nos concentraremos en los parámetros que afectan de forma directa a la carga útil obviando las fuerzas que perturban la posición nominal del satélite en órbita.

También vamos a ver las principales características y aplicaciones de los satélites de comunicaciones así como los dispositivos que lo forman y su funcionamiento, centrándonos principalmente en la carga útil.

Por último estudiaremos las técnicas de multiplexación más empleadas en comunicaciones espaciales.

### 2.2. El contexto espacial

El entorno espacial es distinto al terráneo y en general complejo y hostil para los satélites. Los dispositivos espaciales han de ser robustos y fiables ya que no se pueden reparar una vez en órbita y dependiendo de su función dentro del satélite un fallo puede inutilizar el satélite entero. Debido a esto y con el fin de aprovechar al máximo todas las ventajas que nos ofrecen las comunicaciones por satélite es necesario el estudio y la consideración de las características y la influencia del entorno sobre los cuerpos en órbita y sobre los materiales empleados para su fabricación. Los principales parámetros a tener en cuenta son:

- El alto vacío
- Temperaturas extremas
- Intensas radiaciones
- Colisiones de partículas a alta velocidad que pueden dañarlo o incluso destruirlo
- Fuerzas de otros cuerpos celestes que alteran su posición como el par gravitatorio satélite-tierra, satélite-sol o satélite-luna
- Presión de la radiación solar sobre la estructura
- Presión del flujo reflejado por la superficie terrestre (albedo)
- Campo magnético de la tierra
- Choques con basura espacial o meteoros
- Presión por la radiación de sus propias antenas a altas potencias

### 2.2.1. El lanzamiento

El primer gran esfuerzo que soporta el satélite y cada uno de sus dispositivos a bordo es el despegue propulsado a gran velocidad desde la superficie de la Tierra hasta, probablemente, una primera órbita de transferencia.



Figura 2.1: Lanzamiento del satélite venezolano Simón Bolívar

Durante el lanzamiento son las fuertes vibraciones producidas por el cohete son transmitidas al satélite alojado en su interior. En esos momentos la lanzadera produce cargas estáticas y dinámicas, fuertes aceleraciones, choques fruto de la ignición de los motores y de la separación de las distintas etapas, etc.; en definitiva, una serie de efectos que se hallan cuantificados y que pueden consultarse para una lanzadera dada.

Para poder soportar las fuerzas, el satélite debe poseer una gran robustez y sus distintos dispositivos deben estar firmemente amarrados y fabricados con materiales capaces de aguantar los niveles a los que se van a ver expuestos durante el lanzamiento. La forma de garantizar el buen funcionamiento de los equipos así como su consistencia mecánica en dichas condiciones consiste en someterlos a estrictas pruebas de vibración durante la campaña de aceptación.

### **2.2.2. La temperatura**

Los satélites están integrados por un gran número de elementos, fabricados con distintos materiales y diseñados para realizar funciones muy diversas. Además las temperaturas de trabajo de cada dispositivo dependen de su ubicación dentro del satélite, ya que la diferencia de temperatura entre por ejemplo la cara expuesta a la luz solar y la opuesta que está a la sombra es muy elevada. Por estas razones cada dispositivo se diseña para trabajar dentro del rango de temperaturas que va a soportar una vez en órbita. Sin embargo también se incluye un mecanismo de control térmico que garantice que cada uno de los dispositivos del satélite se encuentra dentro de su margen de temperaturas de operación. El método por el que esto se consigue es muy complejo ya que hay que mantener un balance térmico entre la energía que el satélite emite más la que recibe, por radiación de fuentes externas, y la energía que él mismo disipa internamente.

La principal fuente de radiación externa es el Sol, que aunque permite que el satélite genere la electricidad necesaria para su funcionamiento a través de las células solares, también hace que en todo momento el satélite tenga expuestas distintas partes a diferentes temperaturas cubriendo un margen que puede llegar a superar los 200°C. La compensación de estas diferencias en temperatura es trabajo del subsistema térmico y se suele realizar por conducción internamente y por radiación de manera externa.

La segunda principal contribución térmica se debe a la Tierra, tanto por la radiación infrarroja que ella misma emite como por su reflexión de los rayos solares llamada albedo. Ésta aportación solamente resulta destacable en órbitas bajas ya que en órbitas geoestacionarias y superiores es despreciable frente a la radiación solar directa.

En resumen, la temperatura neta del satélite está determinada por la combinación de las radiaciones que llegan del Sol y de la Tierra, de sus fuentes internas de calor y del calor eliminado por radiación a través de su estructura.

Los elementos que componen el satélite han de poder funcionar en un margen considerablemente amplio de temperaturas, lo que constituye un aspecto muy importante del diseño ya que determinará el material a emplear en la fabricación de los distintos dispositivos. Sabiendo que las dilataciones y contracciones de un material son menores cuanto menor es su coeficiente de dilatación, los equipos deberán construirse en materiales térmicamente muy estables, capaces de garantizar su correcta operación en los márgenes necesarios.



El procedimiento para comprobar que un equipo puede operar correctamente en el margen de temperaturas especificado, consiste en someterlo a una serie de pruebas de temperatura o ciclos térmicos durante la campaña de aceptación. En ellos se verifica si el dispositivo funciona convenientemente tanto en el margen de temperatura de operación, rango de temperaturas en el que va a operar, como en el margen de temperatura de no operación, rango de temperaturas que debe soportar sin estar operativo.

### 2.2.3. Alto vacío

Los satélites geoestacionarios cohabitan en un medio casi vacío en el que su desplazamiento no se ve afectado por ninguna resistencia de tipo aerodinámico, con lo que se mueven suavemente por su trayectoria orbital sin sufrir una desaceleración apreciable.

Por el contrario, la densidad de la atmósfera a la altitud a la que orbitan los satélites de órbita baja ya no es despreciable. La fina resistencia atmosférica los frena debido a una ligerísima fricción acumulativa, haciendo que su temperatura aumente y pierdan altura progresivamente, convirtiendo su órbita circular en una espiral decreciente. Además, conforme pierden altura, se incrementa su velocidad, de forma acumulativa y cada vez más intensa por lo que si no se realiza ninguna maniobra correctiva, los satélites pueden acabar estrellándose contra la superficie terrestre. La rapidez con la que pierde altura un satélite de órbita baja, en condiciones normales de operación, depende de la velocidad orbital que tenga y de la altitud a la que se encuentre, pero en cualquier caso es preciso que el sistema de propulsión se encargue de corregirla a intervalos regulares.

No hay que olvidarse del caso especial de las órbitas elípticas en las que, debido a que el perigeo es de sólo unas decenas de kilómetros, la resistencia que encuentran los satélites en esta parte baja de cada ciclo orbital reduce la altitud de su apogeo y la excentricidad de la órbita. No obstante, esta pérdida progresiva de altura no es preocupante ya que, como se ha mencionado, hay un sistema específico que se encarga de su corrección.

La consecuencia más importante del alto vacío que aquí interesa se debe a la casi ausencia de aire, lo que hace que la presión ambiental a la altitud a la que orbitan los satélites, incluso los más cercanos a la Tierra, sea muy pequeña. Esto provoca la lenta sublimación de ciertos materiales que experimentan una pérdida de masa denominada outgassing. De forma que cuanto más extremas son las condiciones de vacío en que órbita un satélite, mayor es la sublimación, ya que la presión es casi nula. Al ser la presión tan baja y comparable con la presión de vapor de muchos sólidos, los átomos de sus superficies se evaporan por estar expuestos al alto vacío; efecto que aumenta en materiales que estén a la vez sometidos a altas temperaturas. Estos átomos, que escapan de la atracción superficial del material, quedan liberados en el entorno del mismo y pueden depositarse en otras superficies llegando a alterar sus propiedades físicas, modificando por tanto su comportamiento y degradando sus características.

Las capas delgadas de plásticos, los revestimientos con óxidos, los metales y los semiconductores son algunos de los materiales particularmente sensibles a esta pérdida de masa por sublimación. Aunque afortunadamente las pérdidas son muy pequeñas y pueden ser despreciables si los materiales utilizados para proteger al satélite no son muy delgados.

Desde el punto de vista electromagnético, el vacío provoca un desplazamiento en la frecuencia de operación de los dispositivos de radiofrecuencia y microondas que se tiene en cuenta en el diseño de filtros mediante la síntesis de una respuesta ligeramente desplazada.

Otra consecuencia de la operación en estas condiciones es la ausencia de atmósfera, lo que impide la convección y conducción de calor a través del espacio, siendo la radiación el único método para poder disipar calor.

Pese a todo lo anterior, el alto vacío presenta una ventaja, ya que ante la casi ausencia de oxígeno atómico, que es un fuerte reactivo, se elimina la posibilidad de que haya problemas por corrosión. Aunque a altitudes muy bajas este efecto corrosivo sí que estará presente y habrá que recubrir los satélites con materiales especiales.

#### **2.2.4. La radiación**

El Sol emite la mayor parte de su energía en forma de luz, o radiación visible, y de radiaciones infrarroja y ultravioleta, pero además de estas ondas electromagnéticas también emite en todas direcciones una corriente de partículas con carga eléctrica, compuesta de protones, electrones y partículas alfa, conocida como viento solar. Este viento viaja por el espacio a grandes velocidades y a su paso baña a todos los planetas y demás cuerpos del Sistema Solar.

Los altos niveles de radiación ultravioleta y de partículas cargadas pueden alterar las propiedades de los materiales, dependiendo de sus características. Afortunadamente para los habitantes de la Tierra, la mayor parte de la radiación ultravioleta es absorbida por la ionosfera y la capa de ozono que la rodean. Pero en el espacio no existe esa protección y el satélite está expuesto durante toda su vida útil a la acción de estas partículas cargadas, que tienen energía suficiente como para perturbar los enlaces moleculares de muchos materiales, siempre y cuando no estén protegidos.

Aunque la mayor parte de la radiación proviene del Sol, también hay regiones fuera del Sistema Solar que contribuyen a engrosar el tipo y número de partículas que interaccionan con los satélites. Estos rayos cósmicos, asociados a fenómenos como supernovas y estrellas de neutrones, forman un flujo de baja magnitud y alta energía de núcleos ionizados. Aún siendo flujos menos intensos que los rayos solares, constituyen una corriente continua en lugar de distribuirse en ráfagas ocasionales y viajan a más velocidad que éstos pudiendo atravesar cualquier estructura espacial.

Un buen porcentaje de toda esta radiación es atrapada geomagnéticamente dando lugar a los cinturones de Van Allen que rodean la Tierra y quedando ésta protegida de su efecto. En estas dos regiones concéntricas de forma toroidal, centradas en el ecuador, hay electrones, protones y algunos iones pesados de baja energía. Para los satélites y vehículos espaciales que vuelan alrededor de la Tierra en órbita baja, los protones son el problema dominante y hacen necesarias estructuras gruesas para evitar que la radiación penetre al interior de sus paredes.

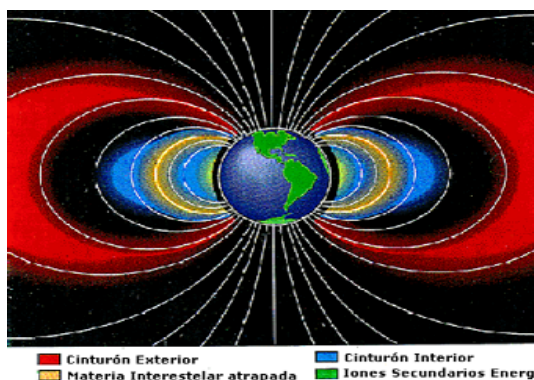


Figura 2.2: Cinturones de Van Allen

El Sol es el moderador principal del entorno espacial y no sólo porque actúe como fuente de partículas energéticas, sino porque además sus ciclos afectan a los flujos y poblaciones de partículas y a la interacción entre éstas y el campo geomagnético. Un ciclo solar es el periodo en el que el Sol pasa de un mínimo a un máximo de actividad. De esta manera, algunos de los riesgos más severos para los satélites, sin importar su tipo de órbita, se presentan como resultado de las gigantescas llamaradas o protuberancias que emergen del Sol en los ciclos de máxima actividad solar. En estos periodos, se emiten durante las explosiones iones pesados y protones solares altamente energéticos.

Los niveles con que estos rayos cósmicos solares penetran en la atmósfera son insignificantes a las alturas típicas en las que se desplazan los satélites de órbita baja, siempre y cuando los planos de sus órbitas tengan poca inclinación con relación al ecuador, gracias a la protección natural del campo magnético terrestre que atrapa la mayor parte de las partículas peligrosas y forma los cinturones de Van Allen.

Sin embargo, para los sistemas en órbitas polares, aún cuando sean de baja altura, o aquéllos que quedan fuera de la magnetosfera, los riesgos son mucho mayores y debe contarse en estos casos con una estructura protectora de mayor grosor.

Además, estas variaciones de flujo solar pueden llegar a modificar la temperatura de los satélites en varios cientos de grados. Esto cambia la velocidad pérdida de altura orbital, debido al cambio de la resistencia atmosférica con la altura.

Por lo que han de ser tenidas en cuenta al dimensionar la cantidad de combustible necesario para las correcciones de altura orbital, o a la hora de prever cuál será la vida orbital del satélite en caso de no disponer de medidas correctivas.

Todas las partículas mencionadas interactúan con la materia de diferente manera según su energía y masa y según la densidad del material donde impacten.

Aún así, pueden distinguirse dos tipos de interacciones:

- *Ionización*: parte de la energía de las partículas que colisionan con la materia produce una excitación de sus electrones de valencia hasta la banda de conducción. Debido a la continua miniaturización de las tecnologías, las pequeñas corrientes que se producen pueden ser suficientes para alterar el funcionamiento del componente.
- *Desplazamiento atómico*: tiene lugar cuando el átomo que impacta sobre el material desplaza al átomo golpeado de su posición de equilibrio en la red, lo que ocasiona una modificación de las propiedades químicas y por tanto físicas del dispositivo.

Para finalizar, puede concluirse que las dosis de radiación que reciban los satélites dependerán del tipo de órbita en la que éstos trabajen, por lo que habrá que conocer las intensidades y distribuciones de dichas radiaciones para poder diseñar adecuadamente sus estructuras protectoras y asegurar así el correcto funcionamiento de todos sus equipos internos.

### 2.2.5. Meteoros y basura espacial

El espacio alrededor de la Tierra está contaminado por dos tipos de materia sólida hiper veloz que pueden dañar, o incluso destruir, a un satélite: los meteoros y los desechos artificiales, fruto de satélites que ya no se encuentran operativos y de las distintas fases de los lanzadores.

Los primeros son pequeños cuerpos celestes que quedaron como residuo al formarse el Sistema Solar y viajan a velocidades en torno a 20 km/s o superiores. Su flujo no es constante y varía a lo largo del año en episodios denominados lluvias de meteoros que se dan cuando, por ejemplo, la órbita de la Tierra cruza la estela de un cometa. Aunque la mayor parte de estos micro-meteoros tiene una masa de menos de una milésima de gramo, al tener una velocidad tan elevada, un impacto con un satélite puede tener consecuencias devastadoras. Así, una manera de proteger a los satélites es utilizando blindajes gruesos, con un casco o armazón de dos o más capas que amortigüen el impacto, o colocando los paneles solares de manera paralela a la dirección de la lluvia de meteoros cuando ésta se pueda prever.

El segundo tipo de materia contaminante ha comenzado a ser preocupante recientemente, ya que cuando se inició la carrera espacial la idea de contaminar el espacio con unos pocos cohetes y satélites no parecía ser un problema a tener en cuenta. La fuente principal de esta chatarra es la fragmentación de cohetes y satélites en órbita, generalmente por explosiones.

A fecha de hoy se estima que sólo el 2% de toda la basura orbital puede ser rastreada. Además, sólomente las piezas con un diámetro superior a algunos centímetros pueden seguirse desde la Tierra y puede haber unos 50000 objetos más en órbita con dimensiones aproximadas de 1 cm, y muchos cientos de miles de tamaño inferior. Esta contaminación espacial rodea todos los planos y a alturas diferentes.

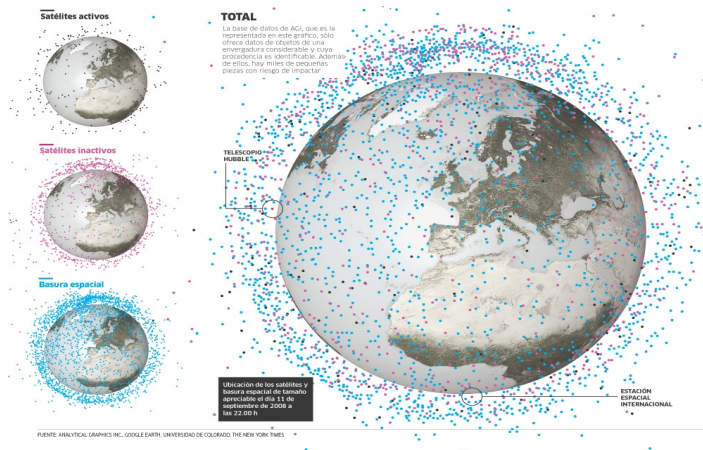


Figura 2.3: Satélites activos y basura espacial en torno a la Tierra en 2008

Cuando los objetos de desecho en órbita chocan o hacen explosión, su fragmentado origina miles de nuevas partículas más pequeñas, con lo que la probabilidad de que colisionen entre ellas o con aparatos en órbita también aumenta. La velocidad promedio con la que chocan dos objetos en órbita baja es de 10 km/s, de manera que el daño que pueden causar es similar al de los meteoros. La evolución orbital de estas piezas de chatarra y el tiempo que permanecen en órbita dependen mucho de las perturbaciones mecánicas naturales del medio espacial, por lo que su rastreo y cuantificación se dificultan aún más.

Hoy en día la tarea prioritaria es encontrar los medios para quitar o impedir la acumulación de más basura, pudiendo garantizar así una mayor seguridad en los programas espaciales futuros. De modo que se ha sugerido que tanto las etapas de los cohetes y lanzadores como los satélites después de su vida útil, tengan sus propios dispositivos de propulsión para que abandonen su órbita una vez terminada su misión, o bien caigan con mayor rapidez a la atmósfera y se desintegren.

## 2.2.6. Plasma

Gran parte del entorno orbital cercano a la tierra está compuesto de plasma, entendiendo como tal un gas de partículas cargadas en el cual la energía potencial de atracción entre las partículas es menor que la suma de sus energías cinéticas. En otras palabras, en él los electrones tienen suficiente energía cinética para permanecer libres de iones.

En un satélite existen diferentes tipos de materiales cuyas características como medios conductores son muy diferentes por lo que en presencia de un entorno de plasma el satélite se puede cargar con altos potenciales eléctricos, incluso puede darse el caso de que al producirse tal diferencia de potencial entre dos superficies cercanas se creen entre ellas arcos de descarga con su consiguiente deterioro. La creación de estas descargas también puede acarrear interferencias electromagnéticas en los equipos del satélite.

La formación de plasma se produce principalmente a bajas alturas, en las que la luz UV ioniza los átomos constituyentes de ese entorno, a este mecanismo se le conoce como fotoionización y es dominante en la zona de la atmósfera conocida como Ionosfera. En capas atmosféricas superiores solamente existen especies ionizadas móviles cuyo movimiento está regido por los campos magnéticos, denominándose a esta zona Magnetosfera.

Cuando un satélite se expone a un entorno de plasma en el que existen iones y electrones distribuidos de forma desigual se producirá una carga en el mismo, que dependerá de su tipo de órbita. En órbitas bajas la velocidad térmica de los electrones es mucho mayor que la velocidad del satélite, por lo que éstos podrán alcanzar todas las partes del satélite. En este caso, el satélite se cargará hasta que la carga negativa sea suficiente para repeler a los electrones del entorno y se llegue a un equilibrio en las corrientes. Por el contrario, en órbitas geostacionarias la densidad de plasma es mucho menor y se han de tener en cuenta las corrientes secundarias producidas por la emisión de fotoelectrones, electrones liberados de una superficie por el impacto de una partícula de alta energía, un fotón o un átomo.

Debido a la presencia de plasma y a la consiguiente carga de las superficies de los materiales es posible que se pueda transmitir carga electrostática entre objetos a diferente potencial causado por contacto directo o por la presencia de campos electrostáticos. Del mismo modo los productos de outgassing pueden ser ionizados por la acción de los rayos UV y, una vez ionizados, pueden ser atraídos hacia superficies cargadas quedando atrapados en éstas.

### **2.2.7. Otros efectos**

Los puntos anteriores describen las principales características del medio espacial que deben tenerse en cuenta para que un satélite sobreviva inmerso en él durante su vida útil. Con todo, no son las únicas propiedades y efectos que se dan en este entorno existiendo otros tantos que, aún siendo menos importantes, también deben considerarse.

#### **Interferencia solar**

En ciertas épocas del año, la conjunción o alineación estación terrena-satélite-Sol no es nada favorable para las comunicaciones.

Cuando esto ocurre, las radiaciones solares de radiofrecuencia en el rango de las microondas se reflejan en todos los platos parabólicos en un cierto radio de acción, como una población, y pueden entrar concentradas al alimentador interfiriendo con las señales del enlace de bajada, emitidas por el satélite y que las estaciones intentan recibir.

Esta radiación solar produce un importante ruido en el enlace de comunicaciones cuyo nivel de interferencia depende de la orientación del lóbulo principal de recepción de la antena con relación a la dirección hacia el satélite y el Sol. Conforme la Tierra gira, el efecto de interferencia desaparece en la población en cuestión, y comienza a ser desfavorable en regiones adyacentes situadas un poco más al oeste. Mientras dura este fenómeno, las comunicaciones normales con el satélite se interrumpen, ya que la temperatura de ruido introducida por el Sol llega a alcanzar los 25000°K, aunque su valor exacto depende del diámetro de la antena y de la frecuencia a la que esté recibiendo. Para el caso de parabólicas muy grandes estas radiaciones fuertes pueden dañar parte del equipo, siendo conveniente en estos casos cubrir la antena con pintura no reflejante, que disperse los rayos caloríficos del Sol en lugar de concentrarlos hacia el alimentador.

### **Eclipses**

Durante ciertos periodos a lo largo de toda su vida útil, el satélite se ve expuesto a eclipses y en estos casos se necesita una fuente de energía eléctrica que no sea el Sol para poder seguir funcionando. Esta fuente secundaria o de respaldo está formada por un conjunto de baterías, que se cargan cuando las células solares se hallan expuestas al Sol y se descargan durante los eclipses o en las horas de pico de mayor demanda de energía. En el momento en que ocurre un eclipse, unos reguladores eléctricos detectan la disminución en el nivel de energía suministrado por las células a los equipos y conectan las baterías automáticamente.

Cuando éste concluye y el satélite queda otra vez expuesto a los rayos del Sol, las células solares vuelven a hacerse cargo como fuente primaria de energía. En todos los casos, cuando sucede un eclipse el satélite se enfría mucho, ya que no recibe el calor de los rayos del Sol lo que exige modificaciones en su sistema de equilibrio térmico.

### **Campo gravitatorio terrestre**

El campo gravitatorio no es constante en todo el globo, si no que presenta variaciones debido a la distribución no estática ni homogénea de la masa de la Tierra. Esta perturbación provoca variaciones de parámetros orbitales que en numerosas ocasiones pueden aprovecharse para obtener órbitas con prestaciones adecuadas a las necesidades de operación.

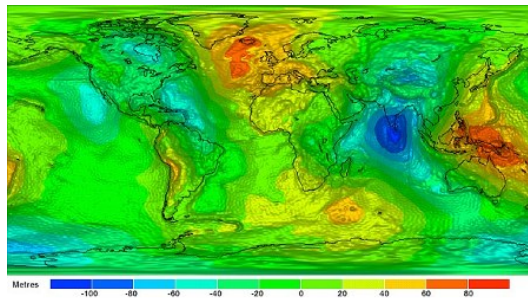


Figura 2.4: Distribución del campo gravitatorio terrestre

### **Resistencia atmosférica**

Esta perturbación se traduce en una fuerza o resistencia sobre el satélite dirigida siempre en la misma dirección, respecto a la capa atmosférica, y con sentido opuesto al de la velocidad del mismo. Se trata de una fuerza tangencial que reduce la energía orbital del satélite modificando el tamaño de la órbita y su semieje mayor, dando como resultado una reducción paulatina de la altura orbital. Otro efecto de esta perturbación, aunque claramente menor, es la disminución de la excentricidad que se traduce en una circularización de la órbita.

### **Efectos de un tercer cuerpo**

Las perturbaciones orbitales debidas a la no esfericidad terrestre disminuyen a medida que aumenta la altura orbital del sistema. Por el contrario, aumentan las perturbaciones creadas por las fuerzas gravitacionales de otros cuerpos celestes, fundamentalmente el Sol y la Luna, aunque también pueden incluirse las de otros planetas. Por este motivo, estas perturbaciones han de ser tenidas en cuenta a la hora de analizar el movimiento orbital de los satélites en órbitas de gran altura, como es el caso de las órbitas geoestacionarias.

### **Presión de la radiación solar**

La presión de la radiación solar sobre los satélites es inducida por los fotones de baja energía emitidos por el Sol. Aunque pudiera parecer que esta perturbación es insignificante frente a otras anteriormente citadas, su acción continuada puede generar perturbaciones importantes, fundamentalmente en órbitas de gran altura.

Su efecto depende de las características geométricas, másicas y de reflexión del satélite, lo que complica su modelización, que normalmente se simplifica agrupando las características geométricas del satélite en un único parámetro denominado relación efectiva área-masa .



### 2.3. El satélite de comunicaciones

En 1960 se lanzó el reflector pasivo ECHO y en 1962 le llegó el turno al primer repetidor activo, el TELSTAR I, considerado como el primer satélite de comunicaciones propiamente dicho ya que gracias a él tuvo lugar la primera conexión telefónica vía satélite. Finalmente, en 1963 fue lanzado el primero que sería geoestacionario, el *Early Bird* de INTELSAT. Hoy en día, casi medio siglo después, los avances que han experimentado los satélites de comunicaciones son abrumadores, tal y como queda demostrado en la tabla que sigue acerca de dos generaciones de HISPASAT separadas 10 años:

Características	Hispasat 1A	Hispasat 1D
Año de lanzamiento	1992	2002
Potencia total	3792 W	7000 W
Masa	2200 kg	3288 kg
Vida útil	10 años	15 años

Tabla 2.1: Comparativa características entre dos satélites Hispasat

La evolución de este tipo de satélites se ha centrado en ciertos aspectos clave con un trasfondo casi siempre común, optimizar el coste, ya que no hay que olvidar que las empresas poseedoras de los satélites se dedican a la explotación y venta de los servicios que éstos proveen. Por ello, dejando a un lado el deseo de los operadores de maximizar el beneficio que se obtiene de dicha explotación, cabe destacar que los sistemas espaciales son caros por definición, por citar algunos motivos: han de tenerse consideraciones especiales debido al exigente entorno en el que operan; se fabrican muy pocas unidades que han de hacerse por personal muy cualificado, lo que hace imposible una producción en cadena; poseen plazos de entrega muy largos, con la imposibilidad de reutilizar la tecnología empleada en uno para su sustituto; operan en un contexto que hace imposible su reparación, han de ser también muy fiables llevar redundancias y complejos sistemas de seguridad. De esta forma, no es de extrañar que en todo proyecto de comunicaciones espaciales se quiera aprovechar al máximo la capacidad del satélite investigando cómo hacer lo mismo en menos espacio, para de este modo poder embarcar en él más capacidad que poder explotar y recuperar la inversión inicial en menos tiempo. Así han ido surgiendo una serie de mejoras que se aplican a todos los sistemas que viajan en la actualidad al espacio, entre las que pueden citarse:

- *Aumento de la capacidad*, con el fin de amortizar antes la gran inversión inicial necesaria para la puesta en órbita y su posterior mantenimiento.
- *Mejora de la linealidad de canal y reducción de las distorsiones introducidas*, lo que aumenta la calidad de los enlaces.
- *Aumento de la potencia transmitida* que brinda la opción de transmitir más canales o de emplear receptores terrenos más sencillos.

- La reducción de la masa de los dispositivos de carga útil, que está ligado con el primer punto de esta lista al permitir un mayor número de, por ejemplo, transpondedores por unidad de peso de carga útil.
- *Aparición de los diagramas de radiación conformados* pudiéndose evitar de este modo zonas sin interés y abriendo el camino hacia la multiplexación espacial.
- *Aparición de sistemas multimisión* que aprovechan la misma plataforma para varios sistemas de comunicaciones reduciendo así el coste total.
- *Aumento de la fiabilidad de los sistemas embarcados en el satélite* consiguiéndose un rendimiento mayor al reducir la tasa de fallos.
- *Aumento de la vida útil del satélite* engrosando el retorno de inversión del operador del mismo.

Entre estos avances se aprecia que no hay mención alguna al mundo digital, puesto que, aunque las prestaciones del sistema serían considerablemente mejores demodulando y volviendo a modular, el elevado coste del satélite hace necesario que pueda ser empleado durante un largo periodo de tiempo. Esto implica que el sistema debe ser capaz de adaptarse a los cambios que sufran las tecnologías en sus quince o veinte años de vida, es decir, adecuarse a cualquier tipo de modulación. Por ello, la mayoría de los repetidores de comunicaciones son transparentes, o lo que es lo mismo, no realizan tratamiento alguno de la señal que reciben.

Además, no hay que olvidar que en las comunicaciones por satélite intervienen más elementos aparte del que aquí nos interesa, el satélite, que también han sufrido una evolución y mejora constante. Como ejemplo puede citarse el avance sufrido por las estaciones terrenas, desde las gigantescas antenas con amplificadores refrigerados empleadas por el *Early Bird* hasta los terminales VSAT1 con antenas de poco más de medio metro. Gracias ello se encuentran de manera constante innovadores servicios que pueden ofrecer los satélites de comunicaciones. De emplearse como simples relés para saltar océanos o grandes distancias han pasado a ser la pieza angular de las más revolucionarias aplicaciones, como las comunicaciones móviles, el acceso a internet o los sistemas de localización, que necesitan valerse de constelaciones de decenas o cientos de satélites para lograr dar cobertura a nivel mundial.

De este modo, los satélites de comunicaciones se emplean en alguno de los distintos tipos de servicios existentes, bien en enlaces punto a punto, bien en sistemas de difusión directa o bien en las constelaciones antes citadas. Por lo que el tipo de misión que tengan condicionará su arquitectura ya que, por ejemplo, los enlaces punto a punto y la radiodifusión directa poseen requisitos contrarios en cuanto al número de señales que manejan y la potencia de cada una de ellas.

### 2.3.1. La carga útil

Un sistema espacial de comunicaciones se compone de dos segmentos, el Segmento Terreno que es el que se encuentra en Tierra y sirve de enlace con el otro, el Segmento Espacio formado por uno o varios satélites según sea el tipo de misión del sistema.

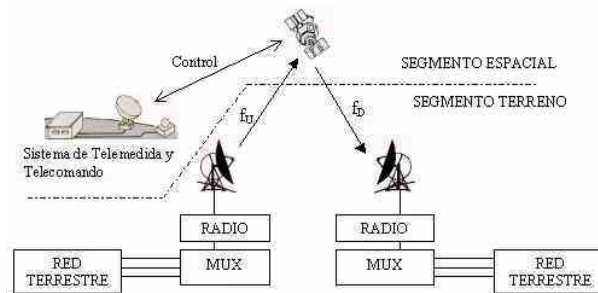


Figura 2.5: Sistema de comunicaciones por satélite

La unidad básica del segmento espacial, el satélite, puede dividirse a su vez en dos partes bien diferenciadas: la carga útil y la plataforma.

La plataforma, o módulo de servicio, proporciona soporte mecánico y funcional a la carga útil. Se compone de múltiples subsistemas que realizan funciones muy diversas. Es aquí donde se encuentran el subsistema de control orbital y de posición, el de propulsión, el de energía, el de control térmico, el de procesado de datos a bordo, y el sistema de telemando, telemetría y seguimiento o de forma abreviada TTLC.

No hay que pasar por alto tampoco la importancia de la estructura del satélite, que proporciona soporte mecánico a sus subsistemas y los protege durante todas las fases de su vida operativa, suministrando rigidez y resistencia de acuerdo a unos requisitos térmicos y de carga estática y dinámica.

En definitiva, son los constituyentes de la plataforma los que se encargan de dar soporte a la carga útil para que esta pueda funcionar en el entorno espacial que se han visto en el tercer apartado de este capítulo.

Por otro lado, la carga útil está formada por los instrumentos y equipos específicos necesarios para llevar a cabo la misión, por lo que es la razón de ser del sistema. Los dispositivos de la plataforma y del segmento terreno, que también son básicos para el funcionamiento del sistema completo, deberán adaptar sus características a la carga útil definida por la misión.

El tipo de misión que deberá cumplir el segmento espacio define la clase de carga útil a utilizar, así como algunos parámetros básicos del sistema como la órbita emplear, la duración de la misión o tiempo de vida del satélite.

De esta forma, dado que existe una gran diversidad de aplicaciones para los sistemas espaciales y que cada día surgen nuevos intereses, hay muchas cargas útiles diferentes. A pesar de ello, puede hacerse una clasificación general que consta de tres grandes categorías. Éstas no deben considerarse independientes unas de otras pues se da a menudo el caso de misiones que engloban a más de una:

- *Cargas útiles científicas*: su misión no es comercial y están relacionadas con el estudio e investigación científica del universo, de nuestro sistema solar, de la Tierra, etc.
- *Cargas útiles de observación de la Tierra*: su misión puede ser comercial, científica o militar y consiste en observar la superficie de la Tierra utilizando diversos tipos de sensores.
- *Cargas útiles de comunicaciones*: su misión normalmente es comercial o militar, se basa en facilitar las comunicaciones entre puntos de la superficie de la Tierra o entre la Tierra y el espacio. De forma que en este caso en particular a estas cargas útiles también se les denomina subsistemas de comunicaciones, ya que facilitan la conexión entre puntos de la Tierra que mediante enlaces terrestres se comunican con dificultad, o distribuyen información a zonas muy amplias de cobertura.

La carga útil de comunicaciones más extendida se compone de:

- Una sección de entrada que recibe las señales y las filtra, discriminando así las señales no deseadas destinadas a satélites vecinos o a otras cargas útiles del satélite;
- Un bloque que realiza la conversión inferior en frecuencia del enlace ascendente al descendente. Esta conversión es necesaria para evitar interferencias entre las señales manejadas dentro del propio satélite. Esto además mejora la transmisión hacia Tierra, puesto que potencia y frecuencia son parámetros inversamente relacionados y las pérdidas en el espacio libre dependen de la frecuencia.
- Y una unidad de salida que amplifica las señales hasta los niveles requeridos con la mínima degradación posible y las conduce hacia la antena desde donde serán transmitidas.

De entre estos tres bloques, los equipos electrónicos que permiten la amplificación de la señal recibida del enlace ascendente hasta el nivel de potencia de salida, así como la transposición a una frecuencia más baja en el enlace descendente, constituyen la unidad básica sobre la que se construyen las cargas útiles de comunicaciones y reciben el nombre de transpondedores. Se diferencian dos tipos regenerativos y transparentes en función de si realizan un procesamiento sobre la señal o no. En la Figura 2.6 se muestra el esquema esta unidad básica y en la Figura 2.7 podemos ver las bandas de trabajo utilizadas en comunicaciones por satélite.

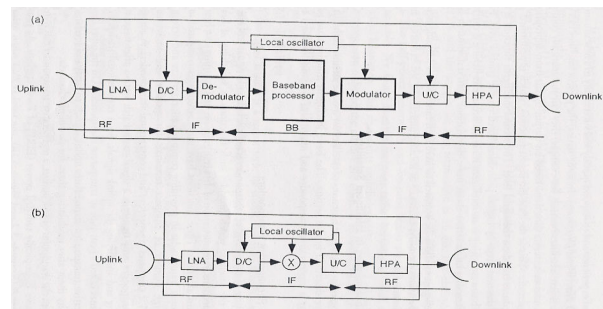


Figura 2.6: Esquema transpondedor (a)regenerativo, (b)transparente

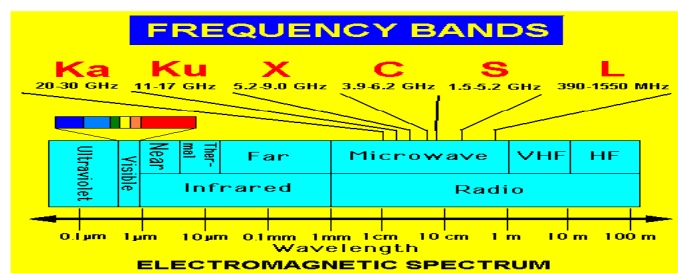


Figura 2.7: Banda de frecuencias empleadas en las comunicaciones por satélite

Las mejoras de los sistemas espaciales que se han enumerado en el apartado anterior, junto con la capacidad de la plataforma de dar soporte a una electrónica más compleja, dieron lugar a la siguiente evolución en la carga útil: colocar varios transpondedores en paralelo, superando de este modo las limitaciones de banda y potencia de salida de los amplificadores al poder combinar varios de ellos. Para esto fue necesaria la aparición de los multiplexores, bancos de filtros que trabajan con la señal dividida en sub-bandas o canales, normalmente de 72, 54 o 36MHz. Con esta nueva estructura tanto la sección de entrada como las antenas siguen siendo comunes, pero después un multiplexor de entrada produce la división de la señal en canales multiplicando de este modo la capacidad del sistema. Posteriormente cada señal fruto de esta división entra en un transpondedor donde se amplifica por separado, aumentando así la potencia total entregada por el satélite. Tras esto, todas las señales se recombinan en el multiplexor de salida y son enviadas a la antena para ser transmitidas. El esquema básico de esta carga útil se muestra en la Figura 2.8.

Con esta estrategia se puede multiplicar la capacidad de la carga útil, su ancho de banda o la cantidad de información transmitida manteniendo la calidad del enlace, multiplicando por el mismo factor la potencia transmitida. Como la potencia máxima que puede dar un amplificador no puede aumentarse indefinidamente, esto se consigue dividiendo la señal en el multiplexor de entrada en tantos canales como se necesiten para lograr la potencia requerida cuando se amplifiquen por separado por separado.

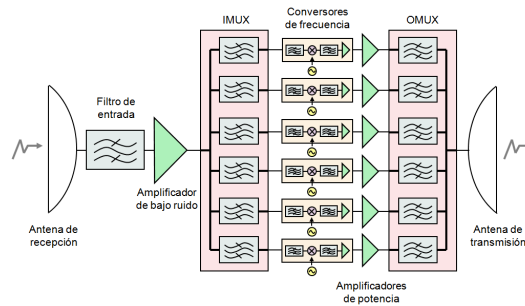


Figura 2.8: Esquema carga útil con transpondedores en paralelo

## 2.4. Teoría de multiplexación

En una red multipuerto, los multiplexores (MUXs) son los dispositivos encargados de dividir o combinar un determinado número de canales de radiofrecuencia. En el primer caso dividen una señal de gran ancho de banda en diversos canales de radiofrecuencia de banda estrecha. Esta canalización favorece el flujo de tráfico en entornos multiusuario. La amplificación de los canales de forma individual facilita también que los amplificadores de alta potencia (HPAs) puedan trabajar con una relativa alta eficiencia con un grado de no linealidades aceptable. El segundo caso es la operación contraria, es decir, se combinan una serie de canales de RF de banda estrecha en una señal de gran ancho de banda para luego mandarla por una antena común. Debido a la reciprocidad de las redes de filtrado, un multiplexor puede también emplearse para separar las bandas de frecuencia de transmisión y recepción en un único dispositivo conocido como **Diplexor**. Los MUXs se emplean en numerosas aplicaciones como: comunicaciones por satélite, sistemas inalámbricos y sistemas para la guerra electrónica.

### 2.4.1. Configuraciones de multiplexación

Las redes de multiplexación se dividen en tres categorías en función de los requerimientos del sistema de comunicación y la función que desempeñe. Distinguimos entre canalizadores de RF, combinadores de RF y diplexores de transmisión-recepción. Por otro lado son cuatro las configuraciones más usadas en el diseño de multiplexores.

**Acoplado de forma híbrida (Hybrid-coupled)** En la Figura 2.9 se muestra el esquema de un multiplexor acoplado de forma híbrida. En él cada canal consiste en dos filtros y dos híbridos de  $90^\circ$  idénticos. La principal ventaja de esta configuración es la propiedad de direccionalidad que minimiza la interacción entre los filtros y permite una estructura modular y ampliable a posteriori.

Otra de sus ventajas radica en que sólo la mitad de la potencia de entrada pasa a través de cada filtro por lo que el diseño del filtro puede relajarse en aplicaciones de alta potencia. Por el contrario su principal desventaja es su gran tamaño. Otra consideración importante en el diseño es la desviación de fase entre las dos ramas que atraviesa la señal antes de unirse constructivamente a la salida del canal, esto obliga a fabricar la estructura con tolerancias estrechas para minimizar esta desviación, especialmente en circuitos planares donde es muy difícil ajustar los elementos para balancear las dos ramas.

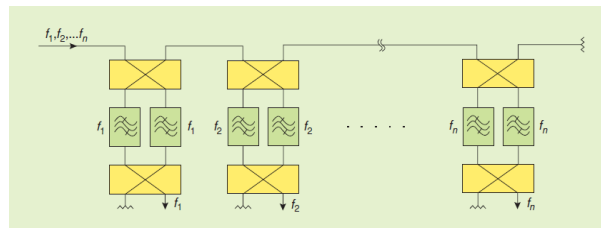


Figura 2.9: Diagrama de bloques MUX acoplado de forma híbrida

**Acoplado mediante circuladores** En esta configuración cada canal consiste en un filtro en *dropping* a través de un circulator como se puede ver en la Figura 2.10. La propiedad de unidireccionalidad de los circuladores proporciona las mismas ventajas de modularidad y ampliación que en la configuración anterior. Otra ventaja es que son fáciles de ajustar porque no hay interacción entre los filtros de los canales. Su principal desventaja se debe a las pérdidas que sufre la señal en su camino a través de los circuladores, ya que éstas se suman a las pérdidas de inserción de los filtros.

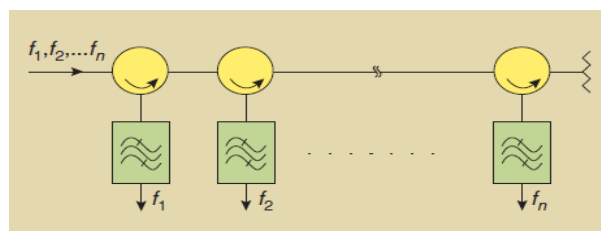


Figura 2.10: Diagrama de bloques MUX acoplado con circuladores

**Con filtros direccionales** En la Figura 2.11 se muestra un multiplexor diseñado mediante la conexión de filtros direccionales en serie. Los filtros direccionales son dispositivos de cuatro puertos en los que uno de ellos está adaptado con una carga, mientras que los otros tres puertos actúan como un circulator conectado a un filtro paso banda, en ellos la potencia que incide en el puerto de entrada pasa hacia el puerto de salida con una respuesta paso banda mientras que la potencia reflejada del filtro se envía al siguiente filtro por un tercer puerto. Estos filtros no necesitan el uso de circuladores de ferrita.

Esta configuración de multiplexación presenta las mismas ventajas que las dos anteriores sin embargo está limitada a aplicaciones de banda estrecha.

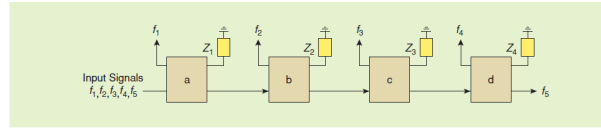


Figura 2.11: Diagrama de bloques MUX con filtros direccionales

**Acoplado mediante un manifold** Esa configuración es la mejor opción en cuanto a la minimización y pérdidas de inserción absolutas se refiere, sin embargo obliga a que el diseño se haga con todos los filtros de canal desde el principio para compensar las interacciones entre ellos por lo que no es modular ni ampliable. Además conforme aumenta el número de canales esta configuración se vuelve más difícil de implementar. La Figura 2.12 muestra el esquema de esta configuración.

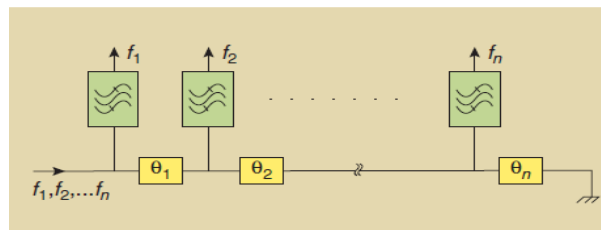


Figura 2.12: Diagrama de bloques MUX acoplado con un *manifold*

## 2.4.2. Diplexores de transmisión-recepción

Los diplexores son dispositivos que combinan las funciones de recepción y transmisión. En la Figura 2.13 vemos el esquema básico de un diplexor construido con híbridos de  $90^\circ$ . Éste consiste en dos filtros y dos híbridos de  $90^\circ$  idénticos. Los filtros están diseñados para trabajar en la banda de recepción con el suficiente aislamiento para rechazar la banda de transmisión. El diplexor permite el uso de una antena para recibir y transmitir. Gracias a los híbridos se cumple que la señal recibida en el puerto de la antena se dirige al puerto de recepción mientras que la señal proveniente del puerto de transmisión se refleja en los filtros y se direcciona hacia el puerto de la antena. Este diseño es simple pero muy voluminoso.

Otra forma de realizar un diplexor consiste en usar dos filtros, uno de recepción y otro de transmisión y combinarlos mediante una unión en T. En este diseño la interacción entre los dos filtros es muy grande y hay que ajustar bien los brazos de la unión para que las señales se combinen adecuadamente en fase.



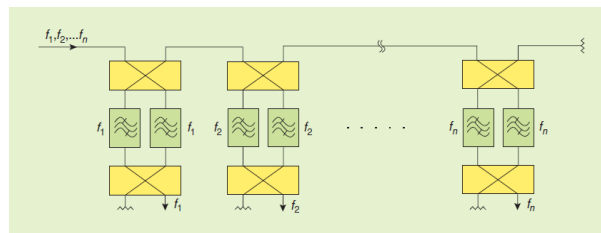


Figura 2.13: Diagrama diplexor con híbridos de 90°

En las aplicaciones con diplexores, las pérdidas de inserción del filtro receptor son un factor muy importante debido a que contribuyen de forma directa a la figura de ruido total del receptor situado detrás. Las pérdidas del filtro transmisor son también muy importantes ya que afectan a la potencia que se transmite y a la eficiencia del sistema de transmisión. Por tanto en el diseño de diplexores hay que llegar a un compromiso entre el tamaño, las pérdidas y el rechazo de los filtros. Empleando filtros de respuesta asimétrica se puede obtener un amplio rechazo con un mínimo efecto sobre las pérdidas de inserción, y el tamaño ya que permiten situar varios polos de atenuación en la banda deseada.

En general las pérdidas de inserción de un híbrido de 90° son mayores que las de un unión en T, sin embargo la configuración con híbridos permite trabajar con más potencia ya que la potencia máxima de trabajo de la unión viene determinada sólo por un filtro, mientras que en el híbrido por la reflexión de dos filtros idénticos.

Los diplexores de recepción-transmisión se emplean en sistemas en los que la antena se usa para recibir y transmitir señales simultáneamente. En los sistemas radar estas señales raramente se presentan a la vez como en los sistemas de comunicaciones, por lo que se suele sustituir la unión por un *switch* electrónico que permite a la antena conectarse o al circuito de transmisión o al de recepción y aísla el receptor de bajo ruido del transmisor de alta potencia. En los transpondedores de comunicaciones de los satélites, se suelen emplear diplexores de recepción-transmisión de banda ancha para tapan los anchos de banda de los canales de transmisión en uno de los filtros y los de recepción en el otro para crear los enlaces de subida o bajada en una antena. No obstante los mayores requisitos es este tipo de dispositivos se dan en las estaciones de telefonía móvil, en las que los canales de transmisión y recepción están muy próximos entre sí.

En los sistemas de recepción-transmisión, es de vital importancia mantener un elevado aislamiento entre los caminos del receptor y el transmisor, por encima de 120dBs, para evitar que la potencia del transmisor, sus armónicos o productos de intermodulación (IM) alcancen los amplificadores de bajo ruido (LNA).

## Capítulo 3

# SÍNTESIS DE FILTROS DE MICROONDAS

### 3.1. Introducción

El desarrollo de filtros de microondas es importante durante la concepción y diseño de los modernos sistemas de comunicaciones móviles y por satélite. Estas aplicaciones requieren diseños cada vez más compactos y ligeros sin perder la selectividad y la capacidad de rechazar señales indeseadas. El diseño de filtros es un proceso largo y costoso que se puede dividir en tres etapas fundamentalmente.

Las primera de ellas es la relativa a la síntesis de la función de transferencia deseada. La segunda es la que nos relaciona el modelo matemático con el físico y consiste en la obtención de los acoplos entre resonadores asociados a la función de transferencia siendo la última la implementación de los acoplos en una tecnología determinada.

En este capítulo vamos a desarrollar el procedimiento completo de síntesis para obtener la matriz de acoplos transversal  $N+2$  asociada al prototipo paso bajo de cualquier filtro tipo Chebyshev generalizado. El procedimiento se divide en dos partes bien diferenciadas, la síntesis de las funciones de filtrado y la síntesis de la matriz de acoplos asociada.

El proceso de síntesis de las funciones de filtrado comienza con la caracterización de los filtros como redes de dos puertos estudiándose los distintos parámetros que caracterizan estas redes. A continuación se extraen los polinomios característicos de las funciones de filtrado a partir de una técnica recursiva obteniéndose un método de síntesis que depende únicamente de los parámetros iniciales ceros de transmisión preescritos, orden del filtro y pérdidas de retorno.

Una vez obtenidas las funciones de filtrado asociadas al prototipo paso bajo se estudia el método de extracción directa de la matriz de acoplos  $N+2$  transversal de la red considerando tanto el caso de redes de doble terminación resistiva como de terminación resistiva única. También se detalla el procedimiento necesario para reducir la matriz transversal a su forma doblada.

El capítulo acaba con un apartado de ejemplos en el que se estudia el efecto sobre las funciones de filtrado y las matrices de los distintos parámetros involucrados en la síntesis.

## 3.2. Redes de dos puertos

Las redes de dos puertos son circuitos en que se define un par de terminales como puerto de entrada y otro par de terminales como puerto de salida. Ejemplos de redes de dos puertos son los amplificadores y los filtros. Una red de dos puertos puede conectarse con un generador o una carga así como con otra red de dos puertos para constituir una red de dos puertos más compleja.

En esta sección vamos caracterizar las redes de dos puertos desde el punto de vista eléctrico y físico, para ello obtendremos las matrices de impedancia  $[Z]$ , admitancia  $[Y]$ , de parámetros  $[ABCD]$  y de dispersión  $[S]$  así como la relación entre ellas. Las matrices  $[Z]$ ,  $[Y]$  y  $[ABCD]$  relacionan las tensiones y corrientes en la red a nivel eléctrico mientras que la matriz  $[S]$  relaciona las tensiones normalizadas incidentes y reflejadas en la red proporcionando el comportamiento físico. Una vez definidas calcularemos las funciones de filtrado de transmisión y reflexión y las funciones de admitancia equivalentes.

### 3.2.1. Representación matricial

**Matrices de impedancia  $[Z]$  y admitancia  $[Y]$**  Partiendo de la Figura 3.1 definimos las matrices  $[Z]$  e  $[Y]$  como:

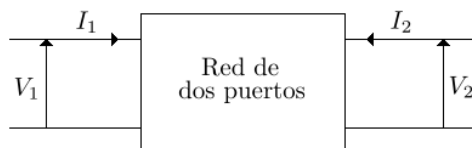


Figura 3.1: Red de dos puertos

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$[V] = [Z][I] \quad (3.3)$$

$$[I] = [Y][V] \quad (3.4)$$

Cumpléndose que :

$$Z = [Y]^{-1} \quad (3.5)$$

Observando (3.1) y (3.2) vemos como  $Z_{11}$  es la impedancia en el puerto 1 cuando el puerto dos está abierto ( $I_2 = 0$ ) e  $Y_{11}$  es la admitancia en el puerto 1 cuando el puerto dos está cortocircuitado ( $V_2 = 0$ ), pudiéndose calcular el resto de parámetros siguiendo el mismo razonamiento de ahí que la matriz  $[Z]$  se conozca como **matriz de impedancias de circuito abierto** y la matriz  $[Y]$  como **matriz de admitancias de cortocircuito**. Si la red es sin pérdidas todos los elementos de estas matrices son imaginarios puros, y si la red es recíproca, es decir, no contiene ferritas, plasmas o dispositivos activos se cumple que  $Z_{12} = Z_{21}$  e  $Y_{12} = Y_{21}$ .

En el diseño de filtros, las matrices  $[Z]$  e  $[Y]$  se suelen usar para representar los circuitos equivalentes en  $T$  o  $\pi$  de la red tal y como se muestra en la Figura 3.2

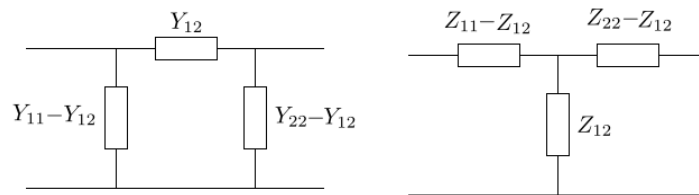


Figura 3.2: Equivalente en  $\pi$  y en  $T$  de una red de dos puertos

**Matriz [ABCD]** La Figura 3.3 muestra la representación ABCD de una red de dos puertos, en ella se aprecia cómo la corriente en el puerto dos está definida como saliente. Esta representación es muy útil para análisis en cascada de subredes, ya que la corriente que sale de la primera etapa es igual a la que entra en la siguiente y así sucesivamente, pudiéndose calcular la matriz [ABCD] de la red completa multiplicando las matrices [ABCD] de cada etapa.

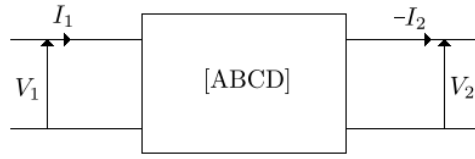


Figura 3.3: Representación ABCD de una red de dos puertos

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Si la red es simétrica  $A = D$ , y si es recíproca se cumple la siguiente ecuación de unitariedad:

$$AD - CB = 1 \quad (3.7)$$

La relación entre los parámetros de las matrices  $[Z]$ ,  $[Y]$  y  $[ABCD]$  se obtiene fijando primero  $I_2 = 0$  en (3.1), (3.2) y (3.6) de forma que:

$$C = \frac{1}{Z_{21}}, \quad A = \frac{Z_{11}}{Z_{21}} \quad (3.8)$$

$$B = -\frac{1}{Y_{21}}, \quad D = -\frac{Y_{11}}{Y_{21}} \quad (3.9)$$

Y después  $V_2 = 0$  obteniéndose que :

$$C = \frac{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}{Y_{21}}, \quad A = -\frac{Y_{22}}{Y_{21}} \quad (3.10)$$

$$B = \frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}}, \quad D = \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \quad (3.11)$$

**Matriz de Dispersión [S]** La Figura 3.4 muestra la matriz de parámetros S para una red de dos puertos, ésta proporciona la relación entre la tensión normalizada incidente y reflejada según la ecuación 3.12

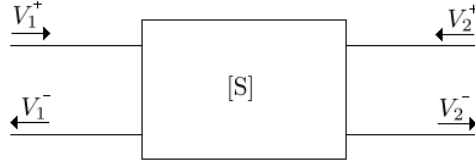


Figura 3.4: Matriz [S] de una red de dos puertos

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Adaptando el puerto dos con una carga de forma que  $V_2^+ = 0$  obtenemos que :

$$V_1^- = S_{11}V_1^+, \quad V_2^- = S_{21}V_1^+ \quad (3.13)$$

Es decir, cuando el puerto 2 está adaptado el parámetro  $S_{11}$  es el coeficiente de reflexión en el puerto 1 y  $S_{21}$  el de coeficiente de transmisión del puerto 1 al 2. De forma análoga  $S_{22}$  es el coeficiente de reflexión en el puerto 2 cuando el 1 está adaptado.

Los parámetros S son una característica de la red por si solos y están definidos suponiendo que los puertos están adaptados, de forma que si cambian las terminaciones cambia la reflexión en los puertos. En la definición (3.12), se ha supuesto que las impedancias de los puertos son iguales. En el caso de que las terminaciones de los puertos sean distintas es necesario normalizar las tensiones incidentes y reflejadas de la siguiente manera:

$$a_1 = \frac{V_1^+}{\sqrt{Z_{01}}}, \quad a_2 = \frac{V_2^+}{\sqrt{Z_{02}}} \quad (3.14)$$

$$b_1 = \frac{V_1^-}{\sqrt{Z_{01}}}, \quad b_2 = \frac{V_2^-}{\sqrt{Z_{02}}} \quad (3.15)$$

Por lo que de forma general podemos escribir la matriz S como:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

donde  $b_1$  y  $b_2$  son las ondas salientes de los puertos 1 y 2 respectivamente y  $a_1$  y  $a_2$  las incidentes.

En redes recíprocas se cumple que  $S_{21} = S_{12}$ . Si la red es sin pérdidas la matriz S satisface una condición de unitariedad (ecuaciones 3.17, 3.18 y 3.19) que establece que la potencia media disipada en la red es cero, de forma que la energía incidente es igual a la transmitida.

### 3.2.2. Polinomios característicos de los parámetros $S_{21}(s)$ y $S_{11}(s)$

Suponemos ahora que tenemos una red de dos puertos como la de la Figura 3.5, en la que en el puerto 1 se conecta una fuente y en el 2 una carga, que es pasiva, sin pérdidas y recíproca y cuyos parámetros de dispersión son función de la variable frecuencial compleja  $s = j\omega$

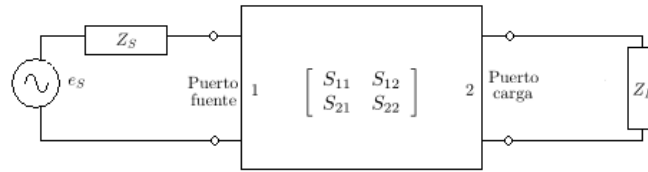


Figura 3.5: Red de dos puertos cargada

La matriz de dispersión de una red de dos puertos viene dada por la ecuación (3.16). Como la red es pasiva, sin pérdidas y recíproca, sus parámetros S cumplen la ecuación de unitariedad que se compone de dos ecuaciones de conservación de energía:

$$S_{11}(s)S_{11}(s)^* + S_{21}(s)S_{21}(s)^* = 1 \quad (3.17)$$

$$S_{22}(s)S_{12}(s)^* S_{12}(s)S_{22}(s)^* = 1 \quad (3.18)$$

y una de ortogonalidad

$$S_{11}(s)S_{12}(s)^* + S_{21}(s)S_{22}(s)^* = 1 \quad (3.19)$$

Llegado a este punto conviene diferenciar las operaciones conjugación y para-conjugación. Dado un polinomio complejo de grado  $N$ ,  $Q(s)$ , con coeficientes complejos  $q_i$  ( $i=0,1,\dots,N$ ), llamamos conjugación a la operación que produce una reflexión respecto al eje real de las singularidades del polinomio, y la denotamos como:  $Q^*(s)$ .

$$\begin{aligned} Q(s) &= q_0 + q_1s + q_2s^2 + \dots + q_Ns^N \\ Q^*(s) &= q_0^* + q_1^*s + q_2^*s^2 + \dots + q_N^*s^N \end{aligned}$$

Siendo la para-conjugación la operación que produce una reflexión de las singularidades del polinomio respecto al eje imaginario, y la denotamos como  $Q(s)^* = Q^*(-s)$ .

$$\begin{aligned} Q(s) &= q_0 + q_1s + q_2s^2 + \dots + q_Ns^N \\ Q(s)^* = Q^*(-s) &= q_0^* - q_1^*s + q_2^*s^2 + \dots + q_N^*s^N \quad (N \text{ par}) \\ &\quad \dots - q_N^*s^N \quad (N \text{ impar}) \end{aligned}$$

Los parámetros de dispersión se pueden expresar como el cociente de dos polinomios de orden finito. El parámetro de reflexión en el puerto 1,  $S_{11}(s)$ , viene dado por la siguiente relación:

$$S_{11} = \frac{F(s)/\varepsilon_R}{E(s)} \quad (3.20)$$

Donde  $E(s)$  y  $F(s)$  son dos polinomios de grado  $N$ , de coeficientes complejos  $e_0, e_1, e_2, \dots, e_N$  y  $f_0, f_1, f_2, \dots, f_N$  respectivamente, siendo  $N$  el orden de la red y  $\varepsilon_R$  una constante de normalización respecto al coeficiente de mayor grado de  $E(s)$  y  $F(s)$ , es decir, tal que  $e_N = f_N = 1$ .

Debido a que la red es pasiva y sin pérdidas,  $E(s)$  es estrictamente Hurwitz, es decir, todas sus raíces (polos de  $S_{11}$ ) se encuentran en el semiplano complejo izquierdo y no tienen por qué ser simétricos respecto al eje real.

El polinomio  $F(s)$  es de orden  $N$  en filtros paso-bajo y paso-banda, pudiendo ser de menor orden en filtros elimina-banda. Sus raíces (ceros de  $S_{11}$ ) son los puntos de reflexión nula ( $b_i = 0$ ) o transmisión perfecta.



Sustituyendo la forma polinomial de  $S_{11}(s)$  en la ecuación (3.17), obtenemos la expresión polinomial del parámetro  $S_{21}(s)$

$$S_{21}(s)S_{21}(s)^* = 1 - \frac{F(s)F(s)^*/\varepsilon_R^2}{E(s)E(s)^*} = \frac{P(s)P(s)^*/\varepsilon^2}{E(s)E(s)^*}$$

$$S_{21} = \frac{P(s)/\varepsilon}{E(s)} \quad (3.21)$$

donde  $P(s)P(s)^*/\varepsilon^2 = E(s)E(s)^* - F(s)F(s)^*/\varepsilon_R^2$

Como se observa en (3.20) y (3.21) los parámetros  $S$  comparten un denominador común  $E(s)$ . El numerador de  $S_{21}$  es el polinomio  $P(s)/\varepsilon$  cuyos ceros se corresponden con los ceros de transmisión de la función de filtrado, y cuyo orden  $nfz$  es el número de ceros de transmisión finitos. Al tratarse de una red pasiva se ha de cumplir que  $nfz < N$  ya que si no  $S_{21} > 1$  cuando  $s \rightarrow \infty$ .

Los ceros de transmisión pueden estar en el infinito o ser finitos. Los primeros se dan cuando  $nfz < N$  y  $s \rightarrow \infty$ , entonces para  $s = j\infty$ ,  $S_{21} = 0$ . El caso particular en el que todos los ceros estén en el infinito ( $nfz = 0$ ) se denomina respuesta todo polos. Si  $0 < nfz < N$  el número de ceros en el infinito viene dado por  $N - nfz$ . Los ceros de transmisión finitos se dan cuando la variable frecuencial  $s$  coincide con alguna raíz imaginaria pura del polinomio  $P(s)$ , es decir, cuando  $s = s_{0i}$ . Las raíces  $s_{0i}$  pueden también ser complejas siempre y cuando formen pares paraconjugados, es decir, parejas de la forma  $\{s_{0i}, -s_{0i}^*\}$  que son simétricas respecto al eje imaginario.

Analizando las condiciones de ortogonalidad y unitariedad dadas en (3.17), (3.18) y (3.19) obtenemos la relación de fase entre los parámetros  $S_{11}(s)$ ,  $S_{22}(s)$  y  $S_{21}(s)$  y la relación entre los ceros en el plano complejo de  $S_{11}(s)$  y  $S_{22}(s)$ . Para ello aplicamos primero la condición de reciprocidad  $S_{21}(s) = S_{12}(s)$  a dichas ecuaciones.

$$S_{11}(s)S_{11}(s)^* + S_{21}(s)S_{21}(s)^* = 1 \quad (3.22a)$$

$$S_{22}(s)S_{12}(s)^* S_{21}(s)S_{21}(s)^* = 1 \quad (3.22b)$$

$$S_{11}(s)S_{21}(s)^* + S_{21}(s)S_{22}(s)^* = 1 \quad (3.22c)$$

Reescribimos ahora los parámetros  $S$  en su forma polar  $S_{11} = |S_{11}|e^{j\theta_{11}}$ ,  $S_{22} = |S_{22}|e^{j\theta_{22}}$  y  $S_{21} = |S_{21}|e^{j\theta_{21}}$  y observamos en (3.22a) y (3.22b) que  $|S_{11}| = |S_{22}|$ , obteniendo de (3.22a) la siguiente relación:

$$|S_{21}|^2 = 1 - |S_{11}|^2$$

Haciendo lo mismo en (3.22c) obtenemos:

$$\begin{aligned} |S_{11}|e^{j\theta_{11}}|S_{21}|e^{-j\theta_{21}} + |S_{21}|e^{j\theta_{21}}|S_{11}|e^{-j\theta_{22}} &= 0 \\ |S_{11}||S_{21}|(e^{j(\theta_{11}-\theta_{21})} + e^{j(\theta_{21}-\theta_{22})}) &= 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

Esta ecuación sólo es válida si:

$$e^{j(\theta_{11}-\theta_{21})} = -e^{j(\theta_{21}-\theta_{22})} \quad (3.24)$$

Sustituyendo en (3.24) el signo menos por  $e^{j(2k\pm 1)\pi}$  con  $k$  un entero obtenemos:

$$\begin{aligned} e^{j(\theta_{11}-\theta_{21})} &= e^{j((2k\pm 1)\pi + \theta_{21}-\theta_{22})} \\ \theta_{21} - \frac{(\theta_{11} + \theta_{22})}{2} &= \frac{\pi}{2}(2k \pm 1) \end{aligned} \quad (3.25)$$

Debido a que los vectores  $S_{11}(s)$ ,  $S_{22}(s)$  y  $S_{21}(s)$  se pueden representar como el cociente de polinomios en  $s$  con un denominador común  $E(s)$ , podemos escribir sus fases como:

$$\begin{aligned} \theta_{21}(s) &= \theta_{n21}(s) - \theta_d(s) \\ \theta_{11}(s) &= \theta_{n11}(s) - \theta_d(s) \\ \theta_{22}(s) &= \theta_{n22}(s) - \theta_d(s) \end{aligned} \quad (3.26)$$

donde  $\theta_d(s)$  es la fase del denominador y  $\theta_{n21}$ ,  $\theta_{n11}$ ,  $\theta_{n22}$  las fases de los numeradores. Sustituyendo estas expresiones en (3.25),  $\theta_d$  se cancela y llegamos a la siguiente relación:

$$-\theta_{n21}(s) + \frac{(\theta_{n11}(s) + \theta_{n22}(s))}{2} = \frac{\pi}{2}(2k \pm 1) \quad (3.27)$$

Esta ecuación nos muestra que independientemente del valor que tome la variable  $s$ , la diferencia de fase entre el numerador de  $S_{21}(s)$  y la media de las fases de los numeradores de  $S_{11}(s)$  y  $S_{22}(s)$  es siempre un múltiplo impar de  $\frac{\pi}{2}$  radianes, es decir, ortogonal. De esta condición se derivan dos propiedades muy importantes:

- Los ceros del del polinomio numerador de  $S_{21}(s)(P(s)/\varepsilon)$  han de estar sobre el eje imaginario o formando parejas simétricas respecto al mismo para que su fase  $\theta_{n21}(s)$  sea un número entero de  $\frac{\pi}{2}$  para cualquier  $s$  a lo largo del eje imaginario  $]-j\infty, j\infty[$ .

- De forma análoga, la media de las fases de los polinomios numeradores de  $S_{11}(s)$  y  $S_{22}(s)$ ,  $(\theta_{n11}(s) + \theta_{n22}(s)) / 2$  tiene que poder ser evaluada en números enteros de  $\frac{\pi}{2}$  para cualquier  $s$  entre  $] -j\infty, j\infty[$ . Esto implica como en el caso anterior que los ceros del numerador de  $S_{11}(s)$  ( $F(s)$ ) y de  $S_{22}(s)$  ( $F_{22}(s)$ ) tienen que estar sobre el eje imaginario o formando parejas simétricas respecto a él (ceros paraconjugados).

La segunda propiedad nos permite relacionar los polinomios numeradores de  $S_{11}(s)$  y  $S_{22}(s)$  ( $F(s)$  y  $F_{22}(s)$  respectivamente). Que los ceros o raíces de sendos polinomios hayan de estar sobre el eje imaginario o formando parejas simétricas respecto a él implica que el cero  $i$ -ésimo de  $F_{22}(s)$ , llamado  $s_{22i}$  se relacione con el cero  $i$ -ésimo de  $F(s)$  ( $s_{11i}$ ) de la siguiente manera:

$$s_{22i} = -s_{22i}^* \quad \text{con } i = 1, 2, \dots, N. \quad (3.28)$$

Escribiendo el polinomio  $F_{22}(s)$  a partir de sus raíces  $s_{22i}$  obtenemos:

$$\begin{aligned} F_{22}(s) &= \prod_{i=1}^N (s - s_{22i}) \\ &= \prod_{i=1}^N (s + s_{11i}^*) \end{aligned} \quad (3.29a)$$

$$= (-1)^N \prod_{i=1}^N (s - s_{11i})^* \quad (3.29b)$$

Como  $F(s) = \prod_{i=1}^N (s - s_{11i})$  resulta obvio que :

$$F_{22}(s) = (-1)^N F(s)^* \quad (3.30)$$

Esta relación nos da dos reglas de síntesis derivadas de la condición de ortogonalidad:

- El polinomio numerador de  $S_{22}(s)$ ,  $F_{22}(s)$ , se puede crear a partir del producto de los ceros paraconjugados de  $F(s)$  (ecuación 3.29a), o de del conjugado del polinomio  $F(s)$  multiplicado por  $-1$  cuando  $N$  es un entero impar (ecuaciones 3.29b y 3.30).

Multiplicar por  $-1$  cuando  $N$  es impar equivale a que la fase de  $F_{22}(s)$  en (3.30) sea:

$$\theta_{n21}(s) = -\theta_{n11} + N\pi \quad (3.31)$$

sustituyendo (3.31) en (3.27) da:

$$-\theta_{n21}(s) + \frac{N\pi}{2} = \frac{\pi}{2}(2k \pm 1) \quad (3.32)$$

- Cuando la diferencia de grados  $(N - n f z)$  entre los polinomios  $E(s)$  y  $F(s)$  normalizados es un número par, el polinomio numerador de  $S_{21}(s)$ ,  $P(s)$ , tiene que ser multiplicado por  $j$  para cumplir la condición de ortogonalidad. Esto se demuestra fácilmente si volvemos a la ecuación que define  $\theta_{n21}$  que es la fase del polinomio  $P(s)$ . Esta fase siempre es un número entero de  $\pi/2$  radianes porque los ceros de transmisión finitos cumplen simetría respecto al eje imaginario o están contenido en él, es decir:

$$\theta_{n21}(s) = \frac{n f z \pi}{2} + k_1 \pi \quad \text{donde } k_1 \in \mathbb{Z} \quad (3.33)$$

Sustituyendo (3.33) en (3.32) obtenemos:

$$\begin{aligned} -\frac{n f z \pi}{2} - k_1 \pi + \frac{N\pi}{2} &= \frac{\pi}{2}(2k \pm 1) \\ (N - n f z) \frac{\pi}{2} - k_1 \pi &= \frac{\pi}{2}(2k \pm 1) \end{aligned} \quad (3.34)$$

Esta ecuación obliga a que  $(N - n f z)$  ha de ser un entero impar para que se cumpla la parte derecha. En caso de que  $(N - n f z)$  sea un entero par hay que añadir  $\pi/2$  radianes adicionales a la parte izquierda de la ecuación (3.34) para que se siga cumpliendo la condición de ortogonalidad, o lo que es lo mismo, añadir  $\pi/2$  radianes a  $\theta_{n21}$  en la parte izquierda de (3.33) ó multiplicar el polinomio  $P(s)$  por  $j$ . La Tabla 3.1 resume estas conclusiones.

N	nfz	N-nfz	Multiplicar $P(s)$ por $j$
Impar	Impar	Par	Si
Impar	Par	Impar	No
Par	Impar	Impar	No
Par	Par	Par	Si

Tabla 3.1: Multiplicación de  $P(s)$  por  $j$  para satisfacer la condición de ortogonalidad

Aplicando la condición de ortogonalidad a la matriz de acoplos obtenemos:

$$\text{Para } (N - n f z) \text{ impar,} \quad F(s)P(s)^* + P(s)F_{22}(s)^* = 0 \quad (3.35a)$$

$$\begin{aligned} \text{Para } (N - n f z) \text{ par,} \quad & F(s)[jP(s)]^* + [jP(s)]F_{22}(s)^* = 0 \\ \text{o} \quad & F(s)P(s)^* - P(s)F_{22}(s)^* = 0 \end{aligned} \quad (3.35b)$$

$$\text{Para } (N - n f z) \text{ par o impar,} \quad F(s)P(s)^* - (-1)^{N-nfz} P(s)F_{22}(s)^* = 0 \quad (3.35c)$$

Lo que en forma matricial se expresa como:

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{21} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{E(s)} \begin{bmatrix} \frac{F(s)}{\varepsilon_R} & \frac{P(s)}{\varepsilon} \\ \frac{P(s)}{\varepsilon} & \frac{-(-1)^{(N-nfz)} F_{22}(s)}{\varepsilon_R} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Como  $F_{22}(s) = (-1)^N F(s)^*$  (ecuación 3.30), la matriz  $S$  queda finalmente como:

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{21} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{E(s)} \begin{bmatrix} \frac{F(s)}{\varepsilon_R} & \frac{P(s)}{\varepsilon} \\ \frac{P(s)}{\varepsilon} & \frac{(-1)^{(nfz+1)} F(s)^*}{\varepsilon_R} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

De las ecuaciones de unitariedad se derivan dos relaciones adicionales mas:

- La relación entre las constantes reales  $\varepsilon$  y  $\varepsilon_R$  que normalizan los polinomios  $P(s)$  y  $F(s)$  respectivamente.
- El método de los polos alternados, que nos permite obtener la expresión de  $E(s)$ ,  $P(s)$  o  $F(s)$  a partir de los otros dos.

**Relación entre  $\varepsilon$  y  $\varepsilon_R$**  Las expresiones polinomiales de las funciones de transmisión y reflexión vienen dadas por:

$$S_{21}(s) = \frac{P(s)/\varepsilon}{E(s)}, \quad S_{11}(s) = \frac{F(s)/\varepsilon_R}{E(s)} \quad (3.38)$$

donde  $E(s)$  y  $F(s)$  son polinomios de grado  $N$ ,  $P(s)$  es de grado  $nfz$  y  $\varepsilon$  y  $\varepsilon_R$  son constantes reales que normalizan  $P(s)$  y  $F(s)$  respectivamente de forma que  $|S_{21}(s)|, |S_{11}(s)| \leq 1 \forall s$ . Los polinomios  $E(s), P(s)$  y  $F(s)$  están normalizados respecto al coeficiente de la mayor potencia y  $P(s)$  está multiplicado por  $j$  cuando  $N - nfz$  es un número par.

El valor de la constante  $\varepsilon$  se calcula evaluando  $P(s)/E(s)$  para una  $s$  en la que  $|S_{21}(s)|$  o  $|S_{11}(s)|$  son conocidos, como por ejemplo en  $s = \pm j$ , que se corresponde con el nivel de perdidas de retorno de rizado constante en filtros Chebyshev o de  $3dB$  en filtros Butterworth. Esto fija el máximo nivel de  $|S_{21}(s)|$  a 1. Cuando  $nfz < N$ , se cumple que  $|S_{21}(\pm j\infty)| = 0$  siendo  $S_{11}(s)$  según la condición de la conservación de la energía (3.22a)

$$S_{11}(j\infty) = \frac{1}{\varepsilon_R} \left| \frac{F(j\infty)}{E(j\infty)} \right| = 1 \quad (3.39)$$

Como los coeficientes de mayor grado ( $e_N$  y  $f_N$ ) de  $E(s)$  y  $F(s)$  son unitarios  $\varepsilon_R = 1$ . Cuando  $nfz = N$ , es decir, todos los ceros de transmisión son finitos (función *fully canonical*), la atenuación en  $s = \pm\infty$  es finita y  $\varepsilon_R$  se obtiene al sustituir en la ecuación de la conservación de la energía (3.22a):

$$\begin{aligned} S_{11}(j\infty)S_{11}(j\infty)^* + S_{21}(j\infty)S_{21}(j\infty)^* &= 1 \\ \frac{F(j\infty)F(j\infty)^*}{\varepsilon_R^2 E(j\infty)E(j\infty)^*} + \frac{P(j\infty)P(j\infty)^*}{\varepsilon^2 E(j\infty)E(j\infty)^*} &= 1 \end{aligned} \quad (3.40)$$

En este caso todos los polinomios son de orden  $N$  y están normalizados respecto a la mayor potencia por lo que en  $s = \pm\infty$  la ecuación (3.40) queda como:

$$\frac{1}{\varepsilon_R^2} + \frac{1}{\varepsilon^2} = 1 \quad \text{o} \quad \varepsilon_R = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 - 1}} \quad (3.41)$$

Como se observa, en este caso  $\varepsilon_R > 1$  ya que  $\varepsilon > 1$  y las pérdidas de inserción y de retorno en  $s = \pm\infty$  son:

$$S_{21}(\pm\infty) = \frac{1}{\varepsilon} = 20\log_{10}\varepsilon dB \quad (3.42a)$$

$$S_{11}(\pm\infty) = \frac{1}{\varepsilon_R} = 20\log_{10}\varepsilon_R dB \quad (3.42b)$$

### 3.2.3. Funciones de admitancia

Con el objetivo de calcular a posteriori la matriz de acoplos de nuestro filtro vamos a obtener las expresiones polinomiales de las funciones de admitancia que nos relacionan de forma directa los acoplos físicos entre resonadores con el prototipo circuital. Las redes de dos puertos se pueden analizar circuitalmente según dos enfoques. El primero consiste en considerar que la red está conectada entre una fuente real con impedancia interna  $R_s$  y una carga  $R_L$ , estas redes se denominan **double ended** y en el segundo se supone que la fuente es ideal de forma que  $R_s = 0$ , estas redes se denominan **singly ended**. Analizamos los dos casos.

**Redes de doble terminación resistiva (double ended)** La Figura 3.6 muestra el esquema general de una red de dos puertos pasiva y sin pérdidas conectada entre una fuente con impedancia interna  $R_S$  y una carga de impedancia  $R_L$ .

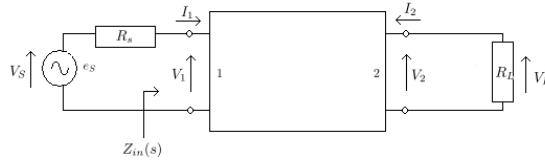


Figura 3.6: Red dos puertos doble terminación resistiva

En primer lugar vamos a obtener la impedancia de entrada a la red, que está definida por:

$$Z_{in}(s) = \frac{V_1(s)}{I_1(s)} \quad (3.43)$$

para ello partimos de las ecuaciones (3.1) y (3.2) que reescribimos como:

$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2 \quad (3.44)$$

$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2 \quad (3.45)$$

$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \quad (3.46)$$

$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \quad (3.47)$$

Analizando el circuito vemos que:

$$I_1 = \frac{e_g - V_1}{R_s} \quad (3.48)$$

$$I_2 = \frac{-V_L}{R_L} \quad (3.49)$$

$$V_2 = V_L = -I_2R_L \quad (3.50)$$

Obtenemos el valor de  $I_2$  en función de  $V_1$  para ello sustituimos (3.50) en (3.45) y despejamos:

$$I_2 = y_{21}V_1 - y_{22}I_2R_L$$

$$I_2 = \left( \frac{y_{21}}{1 + R_L y_{22}} \right) V_1 \quad (3.51)$$

Sustituimos ahora esta ecuación en (3.46) y obtenemos:

$$\begin{aligned}
 V_1 &= z_{11}I_1 + z_{12} \left( \frac{y_{21}}{1 + R_L y_{22}} \right) V_1 \\
 V_1 \left( 1 - \frac{z_{12}y_{21}}{1 + R_L y_{22}} \right) &= z_{11}I_1 \\
 Z_{in}(s) = \frac{V_1(s)}{I_1(s)} &= \frac{z_{11} \left( \frac{1}{y_{22}} + R_L \right)}{R_L + \left( \frac{1 - z_{12}y_{21}}{y_{22}} \right)} \quad (3.52)
 \end{aligned}$$

Como la red es recíproca cumple la propiedad de unitariedad (3.7), y además que  $|Z_{ij}| = |Z_{ji}|$  por lo que reescribimos (3.7) como:

$$\begin{aligned}
 AD - CB &= 1 \\
 -\frac{y_{22} z_{22}}{y_{21} z_{21}} + \frac{1}{y_{21}} \frac{1}{z_{21}} &= 1 \\
 z_{22}z_{12} - y_{22}y_{21} &= 1 \quad (3.53)
 \end{aligned}$$

de donde:

$$\frac{1 - z_{21}y_{21}}{y_{22}} = z_{22} \quad (3.54)$$

sustituyendo esta última ecuación en (3.52) y normalizándola respecto a  $R_L$  la impedancia de entrada a la red queda finalmente como:

$$Z_{in}(s) = \frac{z_{11} \left( 1 + \frac{1}{y_{22}} \right)}{1 + z_{22}} \quad (3.55)$$

Como la red está adaptada respecto a  $R_L$  podemos relacionarla con el parámetro de dispersión  $S_{11}(s)$  y expresarla en función de los polinomios  $F(s)$  y  $E(s)$  de la siguiente manera:

$$Z_{in}(s) = \frac{1 \pm S_{11}(s)}{1 \mp S_{11}(s)} = \frac{E(s) \pm F(s)}{E(s) \mp F(s)} = \frac{m_1(s) + n_1(s)}{m_2(s) + n_2(s)} \quad (3.56)$$

donde  $m_1(s), m_2(s), n_1(s)$  y  $n_2(s)$  son los polinomios complejos par e impar construidos a partir de  $E(s)$  y  $F(s)$ .



En concreto los polinomios del numerador son de la forma:

$$\begin{aligned} m_1(s) &= Re(e_0 + f_0) + jIm(e_1 + f_1)s + Re(e_2 + f_2)s^2 + \dots \\ n_1(s) &= jIm(e_0 + f_0) + Re(e_1 + f_1)s + jIm(e_2 + f_2)s^2 + \dots \end{aligned}$$

siendo  $e_i$  y  $f_i$  con  $i = 1, 2, \dots, N$  los coeficientes complejos de  $E(s)$  y  $F(s)/\varepsilon_R$  respectivamente.

Finalmente comparando (3.55) y (3.56) podemos obtener el valor de  $y_{22}(s)$  e  $y_{21}(s)$  para ello distinguimos dos casos:

- Si el orden del filtro (N) es par sacamos de (3.55)  $n_1$  como factor común de forma que:

$$\begin{aligned} Z_{in}(s) &= \frac{n_1(s) \left( \frac{m_1(s)}{n_1(s)} + 1 \right)}{m_2(s) + n_2(s)} \\ y_{22}(s) &= \frac{n_1(s)}{m_1(s)} \end{aligned} \quad (3.57a)$$

como  $y_{21}(s)$  posee los mismos ceros que  $S_{21}(s)$  y comparte denominador con  $y_{22}(s)$  tenemos que:

$$y_{21}(s) = \frac{(P(s)/\varepsilon)}{m_1(s)} \quad (3.57b)$$

- Si el orden del filtro (N) es impar, el procedimiento es análogo sólo que sacando factor común  $m_1$  de (3.55) quedandonos:

$$\begin{aligned} Z_{in}(s) &= \frac{m_1(s) \left( 1 + \frac{m_1(s)}{n_1(s)} \right)}{m_2(s) + n_2(s)} \\ y_{22}(s) &= \frac{m_1(s)}{n_1(s)} \end{aligned} \quad (3.58a)$$

$$y_{21}(s) = \frac{(P(s)/\varepsilon)}{n_1(s)} \quad (3.58b)$$

**Redes de terminación resistiva única (singly ended)** La Figura 3.7 muestra el esquema general de una red de dos puertos pasiva y sin pérdidas conectada entre una fuente ideal y una carga de impedancia  $R_L$ .



Figura 3.7: Red dos puertos de terminación resistiva única

En este caso vamos a obtener la admitancia de transferencia de la red, que está definida por:

$$Y_{21}(s) = \frac{I_2(s)}{V_1(s)} \quad (3.59)$$

para ello partimos de las ecuaciones (3.44) y (3.45):

$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2$$

$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2$$

Analizando el circuito vemos que:

$$V_1 = e_g \quad (3.60)$$

$$I_2 = \frac{-V_L}{R_L} \quad (3.61)$$

$$V_2 = V_L = -I_2R_L \quad (3.62)$$

Obtenemos el valor de  $I_2$  en función de  $V_1$  para ello sustituimos (3.62) en (3.45) y despejamos:

$$\begin{aligned} I_2 &= y_{21}V_1 - y_{22}I_2R_L \\ I_2 &= \frac{y_{21}V_1}{(1 + y_{22}R_L)} \end{aligned} \quad (3.63)$$

sustituyendo esta última ecuación en (3.59) y normalizándola respecto a  $R_L$  la admitancia de transferencia de la red queda como:

$$Y_{21}(s) = \frac{y_{21}}{(1 + y_{22})} \quad (3.64)$$

Por otro lado sabemos que el parámetro  $S_{21}(s)$  de la red viene dado por:

$$S_{21}(s) = \frac{P(s)/\varepsilon}{E(s)} = \frac{P(s)/\varepsilon}{m_1 + n_1} \quad (3.65)$$

donde  $m_1(s)$  y  $n_1(s)$  son los polinomios complejos par e impar contruidos a partir de  $E(s)$ .

$$\begin{aligned} m_1(s) &= Re(e_0) + jIm(e_1)s + Re(e_2)s^2 + \dots \\ n_1(s) &= jIm(e_0) + Re(e_1)s + jIm(e_2)s^2 + \dots \end{aligned}$$

siendo  $e_i$  con  $i = 1, 2, \dots, N$  los coeficientes complejos de  $E(s)$ .

Como la red está normalizada respecto a  $R_L$ , el parámetro  $S_{21}(s)$  se corresponde con la admitancia de transferencia, por lo que comparando (3.64) y (3.65) podemos obtener el valor de  $y_{22}(s)$  e  $y_{21}(s)$ . Distinguimos dos casos:

- Si el orden del filtro (N) es par sacamos de (3.65)  $m_1$  como factor común de forma que:

$$S_{21}(s) = \frac{P(s)/\varepsilon}{m_1 + n_1} = \frac{P(s)/(\varepsilon m_1)}{1 + \frac{n_1}{m_1}} \quad (3.66a)$$

$$y_{22}(s) = \frac{n_1(s)}{m_1(s)} \quad (3.66a)$$

$$y_{21}(s) = \frac{P(s)/\varepsilon}{m_1(s)} \quad (3.66b)$$

- Si el orden del filtro (N) es impar, el procedimiento es análogo sólo que sacando factor común  $n_1$  de (3.55) quedandonos:

$$S_{21}(s) = \frac{P(s)/\varepsilon}{m_1 + n_1} = \frac{P(s)/(\varepsilon m_1)}{\frac{m_1}{n_1} + 1} \quad (3.67a)$$

$$y_{22}(s) = \frac{m_1(s)}{n_1(s)} \quad (3.67a)$$

$$y_{21}(s) = \frac{P(s)/\varepsilon}{n_1(s)} \quad (3.67b)$$

### 3.3. Filtros de Chebyshev generalizado

En esta sección vamos a obtener las funciones de transferencia y reflexión para cualquier función de filtrado Chebyshev cuyas características sean:

- Orden del filtro par o impar
- Ceros de transmisión preescritos (finitos o de ecualización) o en el infinito.
- Características simétricas o asimétricas.
- Redes de doblemente terminadas o de terminación única.

#### 3.3.1. Síntesis de polinomios del prototipo paso bajo

Por simplicidad, vamos a trabajar en el dominio real  $\omega$  en vez del complejo  $s$ , los cuales se relacionan mediante la expresión  $s = j\omega$ .

Las funciones de transmisión y reflexión de cualquier red de dos puertos sin pérdidas compuesta por  $N$  resonados interacoplados vienen dadas por:

$$S_{11}(\omega) = \frac{F(\omega)/\varepsilon_R}{E(\omega)}, \quad S_{21} = \frac{P(\omega)/\varepsilon}{E(\omega)} \quad (3.68)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{RL/10} - 1}} \left| \frac{P(\omega)}{F(\omega)/\varepsilon_R} \right|_{\omega=\pm 1} \quad (3.69)$$

donde  $RL$  son las pérdidas de retorno en  $dB$  en  $\omega = \pm 1$  y se asume que los polinomios  $P(\omega)$ ,  $F(\omega)$  y  $E(\omega)$  están normalizados respecto a su coeficiente de mayor grado.  $S_{21}(\omega)$  y  $S_{11}(\omega)$  comparten denominador común  $E(\omega)$ , y el polinomio  $P(\omega) = \prod_{n=1}^{n_{fz}} (\omega - \omega_n)$  genera los  $n_{fz}$  ceros de transmisión finitos. La constante  $\varepsilon$  es real y normaliza  $S_{21}(\omega)$  en  $\omega = \pm 1$  al nivel de rizado constante.

Por definición las funciones de Chebyshev poseen todos sus ceros de reflexión en el eje real del plano  $\omega$ . En cualquier red de dos puertos sin pérdidas se cumple:

$$S_{21}(\omega)S_{21}(\omega)^* = \frac{P(\omega)P(\omega)^*}{\varepsilon^2 E(\omega)E(\omega)^*} = \frac{1}{\left[1 - j\frac{\varepsilon}{\varepsilon_R}kC_N(\omega)\right] \left[1 + j\frac{\varepsilon}{\varepsilon_R}kC_N(\omega)^*\right]}$$

donde  $kC_N(\omega) = \frac{F(\omega)}{P(\omega)}$  y  $k$  es una constante de normalización. (3.70)

$C_N(\omega)$  es la función de filtrado de orden  $N$ , cuyos polos y ceros son las raíces de  $P(\omega)$  y  $F(\omega)$  respectivamente. Para funciones tipo Chebyshev generalizado toma la forma:

$$C_N(\omega) = \cosh \left[ \sum_{n=1}^N \cosh^{-1}(x_n(\omega)) \right] \quad (3.71a)$$

o usando la identidad  $\cosh(\theta) = \cos(j\theta)$

$$C_N(\omega) = \cos \left[ \sum_{n=1}^N \cos^{-1}(x_n(\omega)) \right] \quad (3.71b)$$

Para analizar el polinomio característico  $C_N(\omega)$ , tomamos 3.71a para  $|\omega| \geq 1$  y 3.71b para  $|\omega| \leq 1$ . En este caso, la función  $x_n(\omega)$  cumple las siguientes condiciones:

- En  $\omega = \omega_n$ , siendo  $\omega_n$  un cero de transmisión finito o en el infinito,  $x_n = \pm\infty$ .
- En  $\omega = \pm 1$ ,  $x_n(\omega) = \pm 1$
- Entre  $\omega = -1$  y  $\omega = 1$ ,  $1 \geq x_n(\omega) \geq -1$

La primera condición se cumple si  $x_n(\omega)$  es una función racional con el denominador igual a  $\omega - \omega_n$ , es decir:

$$x_n(\omega) = \frac{f(\omega)}{\omega - \omega_n} \quad (3.72)$$

La segunda condición dice que en  $\omega = \pm 1$

$$x_n(\omega)|_{\omega=\pm 1} = \frac{f(\omega)}{\omega - \omega_n} \Big|_{\omega=\pm 1} = \pm 1 \quad (3.73)$$

Esta condición se cumple si  $f(1) = 1 - x_n(\omega)$  y  $f(-1) = 1 + x_n(\omega)$ , de manera que  $f(\omega) = 1 - \omega\omega_n$  y por tanto:

$$x_n(\omega) = \frac{1 - \omega\omega_n}{\omega - \omega_n} \quad (3.74)$$

Derivando  $x_n(\omega)$  respecto a  $\omega$  se aprecia que no hay puntos de inflexión entre  $\omega = -1$  y  $\omega = 1$ . Si  $x_n(\omega) = -1$  en  $\omega = -1$  y  $x_n(\omega) = 1$  en  $\omega = 1$ , entonces  $|x_n(\omega)| \leq 1$  cuando  $|\omega| \leq 1$  satisfaciéndose la tercera condición.

Normalizando respecto a  $\omega_n$  obtenemos la ecuación final que define la función  $x_n(\omega)$

$$x_n(\omega) = \frac{\omega - 1/\omega_n}{1 - \omega/\omega_n} \quad (3.75)$$

En la ecuación 3.75,  $\omega_n = s_n/j$  se corresponde con la posición de enésimo cero de transmisión en el plano complejo, y mediante las ecuaciones 3.73 y 3.74 se puede comprobar que se cumple que  $C_N(\omega)|_{\omega=\pm 1} = 1$ ,  $C_N(\omega) < 1$  cuando  $|\omega| < 1$  y  $C_N(\omega) > 1$  cuando  $|\omega| > 1$  que son las condiciones necesarias para que se de una respuesta Chebyshev. Como los  $N$  ceros de transmisión tienden a  $\infty$ ,  $C_N(\omega)$  deriva en una función de Chebyshev pura:

$$C_N(\omega)|_{\omega_n \rightarrow \infty} = \cosh[N \cosh^{-1}(\omega)] \quad (3.76)$$

A la hora de elegir los ceros de transmisión lo único que hay que tener en cuenta es conservar la simetría respecto al eje imaginario  $j\omega$  del plano complejo  $s$  con el fin de que siempre se cumplan las condiciones de unitariedad. El número de ceros de transmisión finitos  $nfz$  tiene que ser  $\leq N$ , y en el caso en el que  $nfz < N$  los  $(N - nfz)$  ceros no finitos han de estar situados en el infinito. La matriz de acoplos  $N+2$  nos permite que  $nfz = N$  (funciones *fully canonical*), mientras que la matriz  $N \times N$  sólo nos permite tener  $N - 2$  ceros de transmisión finitos (regla del camino mínimo) por lo que al menos dos de ellos están siempre en el infinito.

Para obtener los coeficientes del numerador de  $C_N(\omega)$  tenemos que resolver 3.71a. Normalizando este polinomio respecto al coeficiente de mayor grado obtenemos  $F(\omega)$ . Conociendo  $\varepsilon$  de la ecuación 3.69 y el polinomio  $P(\omega) = \prod_{n=1}^{nfz} (\omega - \omega_n)$ , el polinomio de Hurwitz  $E(\omega)$  que es el denominador común de  $S_{21}(\omega)$  y  $S_{11}(\omega)$  puede ser evaluado en la ecuación 3.70.

El primer paso en la síntesis polinomial es cambiar el  $\cosh^{-1}$  de la ecuación 3.71a por su identidad quedando:

$$C_N(\omega) = \cosh \left[ \sum_{n=1}^N \ln(a_n + b_n) \right]$$

donde

$$a_n = x_n(\omega) \quad \text{y} \quad b_n = (x_n^2(\omega) - 1)^{1/2} \quad (3.77)$$

Entonces

$$\begin{aligned} C_N(\omega) &= \frac{1}{2} [e^{\sum \ln(a_n + b_n)} + e^{-\sum \ln(a_n + b_n)}] \\ &= \frac{1}{2} \left[ \prod_{n=1}^N (a_n + b_n) + \frac{1}{\prod_{n=1}^N (a_n + b_n)} \right] \end{aligned} \quad (3.78)$$

Multiplicando arriba y abajo el segundo término de la ecuación 3.78 por  $\prod_{n=1}^N (a_n - b_n)$  se obtiene:

$$C_N = \frac{1}{2} \left[ \prod_{n=1}^N (a_n + b_n) + \prod_{n=1}^N (a_n - b_n) \right] \quad (3.79)$$

de la ecuación 3.77 se deduce que  $\prod_{n=1}^N (a_n + b_n) \prod_{n=1}^N (a_n - b_n) = \prod_{n=1}^N (a_n^2 - b_n^2)$  es siempre uno. De las ecuaciones 3.75 y 3.77 obtenemos:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{\omega - 1/\omega_n}{1 - \omega/\omega_n} \\ b_n &= \frac{\sqrt{(\omega - 1/\omega_n)^2 - (1 - \omega/\omega_n)^2}}{1 - \omega/\omega_n} \\ &= \frac{\sqrt{(\omega^2 - 1)(1 - 1/\omega_n^2)}}{1 - \omega/\omega_n} \\ &= \frac{\omega' \sqrt{1 - 1/\omega_n^2}}{1 - \omega/\omega_n} \end{aligned} \quad (3.80)$$

donde  $\omega' = \sqrt{\omega^2 - 1}$  es una variable de frecuencia transformada.

sustituyendo 3.80 en 3.79 obtenemos la expresión final de  $C_N(\omega)$

$$\begin{aligned} C_N(\omega) &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\prod_{n=1}^N [(\omega - 1/\omega_n) + \sqrt{(1 - 1/\omega_n^2)}\omega'] + \prod_{n=1}^N [(\omega - 1/\omega_n) - \sqrt{(1 - 1/\omega_n^2)}\omega']}{\prod_{n=1}^N (\omega - 1/\omega_n)} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\prod_{n=1}^N (c_n + d_n) + \prod_{n=1}^N (c_n - d_n)}{\prod_{n=1}^N (\omega - 1/\omega_n)} \right] \end{aligned}$$

donde

$$c_n = \left( \omega - \frac{1}{\omega_n} \right) \quad \text{y} \quad d_n = \omega' \sqrt{1 - \frac{1}{\omega_n^2}} \quad (3.81)$$

Comparando 3.81 con la ecuación 3.70 resulta evidente que el denominador de  $C_N(\omega)$  tiene los mismos ceros que el numerador de  $S_{21}(\omega)$ ,  $P(\omega)$ , que está determinado por los ceros de transmisión  $\omega_n$ . También se observa que el numerador de  $C_N(\omega)$  tiene los mismos ceros que el numerador de  $S_{11}(\omega)$ ,  $F(\omega)$ , y que es la suma de dos polinomios finitos, uno dependiente de  $\omega$  y el otro de  $\omega'$  aunque los coeficientes que dependen de  $\omega'$  se anulan al sustituir 3.81, esto se demuestra calculando el numerador de  $C_N(\omega)$  para distintos  $N$ :

Para  $N = 1$ ,  $Num(C_1(\omega)) = \frac{1}{2} \left[ \prod_{n=1}^N (c_n + d_n) + \prod_{n=1}^N (c_n - d_n) \right] = c_1$

Para  $N = 2$ ,  $Num(C_2(\omega)) = c_1c_2 + d_1d_2$

Para  $N = 3$ ,  $Num(C_3(\omega)) = (c_1c_2 + d_1d_2)c_3 + (c_2d_1 + c_1d_2)d_3$

...

Se observa como los términos que dependen del coeficiente  $d_n$  que va multiplicado por la variable  $\omega'$  aparecen multiplicados entre sí por parejas o se anulan, como  $\omega' = \sqrt{\omega^2 - 1}$  y  $c_n$  depende sólo de  $\omega$  se concluye que  $C_N$  es una función en  $\omega$ .

Los coeficientes del polinomio numerador de  $C_N(\omega)$  se pueden obtener a partir de las relaciones anteriores y normalizando el numerador de  $C_N(\omega)$  respecto al coeficiente de mayor grado obtenemos  $F(\omega)$ , que es el numerador de  $S_{11}(\omega)$ .

**Técnica recursiva** El numerador de la ecuación 3.81 puede escribirse como:

$$Num[C_N(\omega)] = \frac{1}{2} [G_N(\omega) + G'_N(\omega)] \quad (3.82)$$

donde

$$G_N(\omega) = \prod_{n=1}^N [c_n + d_n] = \prod_{n=1}^N \left[ \left( \omega - \frac{1}{\omega_n} \right) + \omega' \sqrt{\left( 1 - \frac{1}{\omega_n^2} \right)} \right] \quad (3.83a)$$

$$G'_N(\omega) = \prod_{n=1}^N [c_n - d_n] = \prod_{n=1}^N \left[ \left( \omega - \frac{1}{\omega_n} \right) - \omega' \sqrt{\left( 1 - \frac{1}{\omega_n^2} \right)} \right] \quad (3.83b)$$

Para obtener los coeficientes de  $Num[C_N(\omega)]$  empleamos una técnica recursiva en la que la solución  $n$ -ésima se genera a partir de la  $(n-1)$ -ésima. Primero tomamos el polinomio  $G_N(\omega)$  (ecuación 3.83a) y lo expresamos como suma de dos polinomios,  $U_N(\omega)$  y  $V_N(\omega)$  donde  $U_N(\omega)$  depende únicamente de  $\omega$  y  $V_N(\omega)$  está multiplicado por la variable transformada  $\omega'$ .

$$G_N(\omega) = U_N(\omega) + V_N(\omega)$$



donde

$$U_N(\omega) = u_0 + u_1\omega + u_2\omega^2 \dots + u_N\omega^N$$

y

$$V_N = \omega'(v_0 + v_1\omega + v_2\omega^2 \dots + v_N\omega^N) \quad (3.84)$$

El ciclo recursivo se inicia con los términos correspondientes al primer cero de transmisión  $\omega_1$ , poniendo  $N = 1$  en las ecuaciones 3.83a y 3.84:

$$\begin{aligned} G_1(\omega) &= [c_1 + d_1] \\ &= \left(\omega - \frac{1}{\omega_1}\right) + \omega' \sqrt{\left(\omega - \frac{1}{\omega_1^2}\right)} \\ &= U_1(\omega) + V_1(\omega) \end{aligned} \quad (3.85)$$

En el primer ciclo se multiplica  $G_1(\omega)$  por los términos correspondientes al segundo cero de transmisión  $\omega_2$  obteniéndose  $G_2(\omega)$ :

$$\begin{aligned} G_2(\omega) &= G_1[c_2 + d_2] \\ &= [U_1(\omega) + V_1(\omega)] \left(\omega - \frac{1}{\omega_2}\right) + \omega' \sqrt{\left(\omega - \frac{1}{\omega_2^2}\right)} \\ &= U_2(\omega) + V_2(\omega) \end{aligned} \quad (3.86)$$

donde

$$U_2(\omega) = \omega U_1(\omega) - \frac{U_1(\omega)}{\omega_2} + \omega' \sqrt{\left(\omega - \frac{1}{\omega_2^2}\right)} V_1(\omega) \quad (3.87a)$$

$$V_2(\omega) = \omega V_1(\omega) - \frac{V_1(\omega)}{\omega_2} + \omega' \sqrt{\left(\omega - \frac{1}{\omega_2^2}\right)} U_1(\omega) \quad (3.87b)$$

Una vez obtenidos los polinomios  $U_2(\omega)$  y  $V_2(\omega)$  el proceso se repite con todos los ceros de transmisión, incluidos los que están en el infinito, concretamente se hace  $N - 1$  veces.

Si repetimos el mismo proceso para  $G'_N(\omega) = U'_N(\omega) + V'_N(\omega)$  (ecuación 3.83b), obtenemos que  $U'_N(\omega) = U_N(\omega)$  y  $V'_N(\omega) = -V_N(\omega)$  por lo que de las ecuaciones 3.82 y 3.84 obtenemos que:

$$Num[C_N(\omega)] = \frac{1}{2}[G_N(\omega) + G'_N(\omega)] = \frac{1}{2}((U_N(\omega) + U'_N(\omega)) + (V_N(\omega) + V'_N(\omega))) = U_N(\omega) \quad (3.88)$$

La ecuación 3.88 demuestra que el numerador de  $C_N(\omega)$  es igual a  $U_N(\omega)$  después de  $N - 1$  iteraciones del método recursivo. Los ceros de  $F(\omega)$  se obtienen a partir de las raíces de  $U_N(\omega)$  y junto con el polinomio predefinido  $P(\omega)/\varepsilon$  se obtiene el polinomio denominador  $E(\omega)$  mediante el método de las singularidades alternadas:

- Se construye el polinomio complejo  $P(\omega)/\varepsilon - jF(\omega)/\varepsilon_R$  y se obtienen sus ceros, los cuales estarán situados entre los semiplanos inferior y superior del plano  $\omega$  de forma alterna.
- Tomamos los conjugados de todos los ceros que estén en el semiplano inferior del plano  $\omega$ , esto equivale a reflejar los ceros en el semiplano derecho del plano  $s$  alrededor del eje imaginario para que se cumpla la condición de Hurwitz.
- Reconstruimos el polinomio para obtener  $E(\omega)$ .

### 3.4. Síntesis de las matrices de acoplo de una red de filtrado

Las matrices de acoplos son una forma representar los circuitos de microondas. Cada elemento de la matriz se corresponde de forma única con un elemento del dispositivo físico. Estas nos permiten cuantificar la contribución de cada elemento en la respuesta eléctrica y proporciona información sobre la interacción que se produce entre los distintos dispositivos que conforman el filtro cosa que es imposible obtener de la representación polinomial de la respuesta del filtro.

Se distinguen dos tipos de matrices: la matriz  $N \times N$  y la  $N+2$ . La principal diferencia entre ellas es que la primera no considera en el análisis la fuente y la carga de la red mientras que la segunda sí.

Estas matrices tienen tres tipos de acoplos en común:

- Acoplos inline  $M_{ij}$ : son los que se producen entre resonadores consecutivos
- Acoplos cruzados  $M_{i,j}$ : son los que se producen entre resonadores no consecutivos
- Auto-acoplos  $M_{ii}$ : representan la desviación de la frecuencia de resonancia del resonador  $i$  respecto a la del filtro

La matriz  $N+2$  además incluye el acoplo asociado a la fuente y a la carga.

En este apartado vamos a estudiar cómo se extraen las matrices de acoplos de forma directa, es decir, a partir de las funciones de admitancia.

### 3.4.1. Síntesis directa de la matriz $N \times N$

La matriz de parámetros de admitancia en corto-circuito de una red de dos puertos viene dada por:

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [y]_{11} & [y]_{2N} \\ [y]_{N1} & [y]_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_N \end{bmatrix} \quad (3.89)$$

donde  $[y]_{11}$ ,  $[y]_{1N}$ ,  $[y]_{N1}$  e  $[y]_{NN}$  son los elementos de las esquinas de la matriz de admitancia  $[y]$  que a su vez es la inversa de la matriz de impedancia  $[z] = jM + sI$  (ecuación...). Partiendo de la definición de los elementos de la matriz  $[y]$  podemos escribir los parámetros de admitancia de la red en función de la matriz de acoplos  $M$  y de la variable frecuencial  $s = j\omega$  como:

$$y_{11}(s) = [z]_{11}^{-1} = \left. \frac{i_1}{v_1} \right|_{v_N=0} = [jM + sI]_{11}^{-1} = j[-M - \omega I]_{11}^{-1} \quad (3.90a)$$

$$y_{22}(s) = [z]_{NN}^{-1} = \left. \frac{i_N}{v_N} \right|_{v_1=0} = [jM + sI]_{NN}^{-1} = j[-M - \omega I]_{NN}^{-1} \quad (3.90b)$$

$$y_{12}(s) = [z]_{N1}^{-1} = \left. \frac{i_N}{v_1} \right|_{v_1=0} = [jM + sI]_{N1}^{-1} = j[-M - \omega I]_{N1}^{-1} \quad (3.90c)$$

Esta representación nos permite relacionar las funciones matemáticas ideales que determinan el comportamiento de la red con la matriz de acoplos, que está compuesta por los acoplos físicos de los elementos del filtro real.

Como la matriz  $M$  es real y simétrica respecto a su diagonal principal todos sus autovalores son reales por lo que existe una matriz  $T$  tal que :

$$-M = T \cdot \Lambda \cdot T^t \quad (3.91)$$

donde  $\Lambda = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_N]$ , siendo  $\lambda_i$  los autovalores de  $-M$  y  $T^t$  la traspuesta de  $T$  de forma que  $TT^t = I$ . Los polinomios  $y_{ij}(s)$  los obtuvimos en las páginas 44 y 46 a partir de los coeficientes  $E(s)$ ,  $F(s)/\varepsilon_R$  y  $P(s)/\varepsilon$ . Tomando los polinomios  $y_{22}(s)$  e  $y_{21}(s)$  y sustituyendo (3.91) en (3.90b) y (3.90c) tenemos que:

$$y_{21}(s) = j[T \cdot \Lambda \cdot T^t - \omega I]_{N1}^{-1} \quad (3.92a)$$

$$y_{22}(s) = j[T \cdot \Lambda \cdot T^t - \omega I]_{NN}^{-1} \quad (3.92b)$$

La solución general para un elemento  $i, j$  de una ecuación como (3.92) es de la forma:

$$[T \cdot \Lambda \cdot T^t - \omega I]_{ij}^{-1} = \sum_{k=1}^N \frac{T_{ij}T_{jk}}{\omega - \lambda_k}, \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (3.93)$$

Por lo que:

$$y_{21}(s) = \frac{y_{21n}(s)}{y_d(s)} = j \sum_{k=1}^N \frac{T_{Nk}T_{1k}}{\omega - \lambda_k}, \quad (3.94a)$$

$$y_{22}(s) = \frac{y_{22n}(s)}{y_d(s)} = j \sum_{k=1}^N \frac{T_{Nk}^2}{\omega - \lambda_k}, \quad (3.94b)$$

De (3.94) vemos que los autovalores  $\lambda_k$  de la matriz  $-M$  multiplicados por  $j$  se corresponden con las raíces del denominador común  $y_d(s)$ . La primera y última fila  $T_{1k}$  y  $T_{Nk}$  de la matriz ortogonal  $T$  podemos obtenerlas calculando los residuos de  $y_{21}(s)$  e  $y_{22}(s)$  mediante expansión en fracciones simples.

$$y_{21}(s) = \frac{y_{21n}(s)}{y_d(s)} = -j \sum_{k=1}^N \frac{r_{21k}}{\omega - \lambda_k}, \quad y_{22}(s) = \frac{y_{22n}(s)}{y_d(s)} = -j \sum_{k=1}^N \frac{r_{22k}}{\omega - \lambda_k}$$

de forma que:

$$\begin{aligned} T_{Nk} &= \sqrt{r_{22k}} \\ T_{1k} &= \frac{r_{21k}}{T_{Nk}} = \frac{r_{21k}}{\sqrt{r_{22k}}}, \quad k = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (3.95)$$

Si tomamos la ecuación (3.90a) y realizamos el mismo procedimiento obtenemos que  $T_{1k} = \sqrt{r_{11k}}$  donde  $r_{11k}$  son los residuos de  $y_{11}(s)$ . Aplicando ahora (3.95) vemos que  $T_{1k} = \sqrt{r_{11k}} = r_{21k}/\sqrt{r_{22k}}$ . Una vez obtenido  $T_{1k}$  a partir de  $y_{21}(s)$  e  $y_{22}(s)$  podemos construir el polinomio  $y_{11}(s) = y_{11k(s)}/y_d(s)$ .

La red puede conectarse de forma directa entre las terminaciones resistivas de fuente y carga  $R_S$  y  $R_L$  que en general son no unitarias. Para normalizar a  $1\Omega$  dichas terminaciones debemos obtener los valores de los inversores de entrada y salida  $M_{S1}$  y  $M_{NL}$  mediante el escalado de los vectores  $T_{1k}$  y  $T_{Nk}$  de forma que:

$$M_{S1}^2 = R_S = \sum_{k=1}^N T_{1k}^2 \quad M_{NL}^2 = R_L = \sum_{k=1}^N T_{Nk}^2 \quad (3.96)$$

Es decir,  $T_{1k} \rightarrow T_{1k}/M_{S1}$  y  $T_{Nk} \rightarrow T_{Nk}/M_{NL}$ , donde  $M_{S1}$  y  $M_{NL}$  son equivalente a cambiar los ratios  $n_1$  y  $n_2$  de dos transformadores en las terminaciones de fuente y carga respectivamente, incluyendo las terminaciones resistivas dentro de la red.

Con la primera y última fila de la matriz  $T$ , podemos calcular el resto de filas ortogonales mediante el método de ortonormalización de Grand-Schmitt u otros similares. Una vez obtenida  $T$ , podemos calcular  $M$  aplicando (3.91).

### 3.4.2. Síntesis directa de la matriz N+2

#### Síntesis de la matriz de acoplos transversal

Para construir la matriz de acoplos N+2 transversal tenemos que expresar la matriz de parámetros de admitancia en corto-circuito  $[Y_N]$  de la red a partir de los coeficientes de los polinomios que forman los parámetros de dispersión  $S_{21}(s)$  y  $S_{11}(s)$  que representan las características del filtro a realizar y mediante los elementos circuitales de la red transversal. De esta forma los elementos de la matriz de acoplos asociados a la red transversal quedan relacionados con los coeficientes de los polinomios  $S_{21}(s)$  y  $S_{11}(s)$ .

**Síntesis de la función de admitancia  $Y_N$  a partir de los polinomios de transmisión y reflexión** Los polinomios de transmisión y reflexión de una función de filtrado Chebyshev son de la forma (ecuaciones 3.20 y 3.21):

$$S_{11} = \frac{F(s)/\varepsilon_R}{E(s)}, \quad S_{11} = \frac{F(s)/\varepsilon_R}{E(s)} \quad (3.97)$$

donde

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{R_L/10} - 1}} \left| \frac{P(s)}{F(s)} \right|_{s=\pm j}$$

donde  $RL$  son las pérdidas de retorno preescritas en dB, y los polinomios  $E(s)$ ,  $F(s)$  y  $P(s)$  están normalizados respecto al coeficiente de la potencia de mayor grado. Tanto  $E(s)$  como  $F(s)$  son de grado  $N$ , siendo  $N$  el grado de la función de filtrado. El polinomio  $P(s)$  es el que contiene los ceros de transmisión finitos preescritos y es de orden  $n_{fz}$  cumpliéndose que  $n_{fz} \leq N$ .

El valor de  $\varepsilon_R$  es uno excepto en redes *fully canonical* en las que  $n_{fz} = N$ . Cuando se da esta condición el valor de  $S_{21}$  (en dB) es finito cuando  $s \rightarrow \pm j\infty$ , por lo que si los polinomios  $E(s)$ ,  $F(s)$  y  $P(s)$  están normalizados respecto a su mayor potencia el valor de  $\varepsilon_R$  es mayor que uno, en concreto toma el valor:

$$\varepsilon_R = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 - 1}} \quad (3.98)$$

Los polinomios numerador y denominador de los elementos  $y_{21}(s)$  e  $y_{22}(s)$  de la matriz  $[Y_N]$  se pueden generar directamente a partir de los polinomios de transmisión y reflexión  $S_{21}(s)$  y  $S_{11}(s)$ .

En el caso de una red doblemente terminada, con terminaciones de fuente y carga unitaria ( $R_s = R_L = 1\Omega$ ) de (3.57a-3.58b) obtenemos:

$$\begin{aligned} \text{Para } N \text{ par:} \quad y_{21}(s) &= \frac{y_{21n}(s)}{y_d(s)} = \frac{(P(s)/\varepsilon)}{m_1(s)} \\ y_{22}(s) &= \frac{y_{22n}(s)}{y_d(s)} = \frac{n_1(s)}{m_1(s)} \\ \text{Para } N \text{ impar:} \quad y_{21}(s) &= \frac{y_{21n}(s)}{y_d(s)} = \frac{(P(s)/\varepsilon)}{n_1(s)} \\ y_{22}(s) &= \frac{y_{22n}(s)}{y_d(s)} = \frac{m_1(s)}{n_1(s)} \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned} m_1(s) &= Re(e_0 + f_0) + jIm(e_1 + f_1)s + Re(e_2 + f_2)s^2 + \dots \\ n_1(s) &= jIm(e_0 + f_0) + Re(e_1 + f_1)s + jIm(e_2 + f_2)s^2 + \dots \end{aligned} \quad (3.99)$$

siendo  $e_i$  y  $f_i$  con  $i = 1, 2, \dots, N$  los coeficientes complejos de  $E(s)$  y  $F(s)/\varepsilon_R$  respectivamente.

De igual manera de (3.66a-3.67b) obtenemos las expresiones de una red de terminación única, con resistencia de carga unitaria:

$$\begin{aligned}
 \text{Para } N \text{ par: } \quad y_{21}(s) &= \frac{y_{21n}(s)}{y_d(s)} = \frac{(-P(s)/\varepsilon)}{m_1(s)} \\
 y_{22}(s) &= \frac{y_{22n}(s)}{y_d(s)} = \frac{n_1(s)}{m_1(s)} \\
 \text{Para } N \text{ impar: } \quad y_{21}(s) &= \frac{y_{21n}(s)}{y_d(s)} = \frac{(-P(s)/\varepsilon)}{n_1(s)} \\
 y_{22}(s) &= \frac{y_{22n}(s)}{y_d(s)} = \frac{m_1(s)}{n_1(s)}
 \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned}
 m_1(s) &= Re(e_0) + jIm(e_1)s + Re(e_2)s^2 + \dots \\
 n_1(s) &= jIm(e_0) + Re(e_1)s + jIm(e_2)s^2 + \dots
 \end{aligned} \tag{3.100}$$

Conociendo el numerador y denominador de los polinomios  $y_{21}(s)$  e  $y_{22}(s)$  podemos calcular los residuos  $r_{21k}$  y  $r_{22k}$  con  $k = 1, 2, \dots, N$  mediante expansión en fracciones simples. Los  $N$  autovalores  $\lambda_k$  de la red se obtienen a partir de las raíces del polinomio denominador  $y_d$  ya que este polinomio de grado  $N$  posee las raíces imaginarias puras  $j\lambda_k$ . La matriz de admitancia  $[Y_N]$  expresada en función de los residuos y los autovalores toma la forma:

$$\begin{aligned}
 Y_N &= \begin{bmatrix} y_{11}(s) & y_{12}(s) \\ y_{21}(s) & y_{22}(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{y_d(s)} \begin{bmatrix} y_{11n}(s) & y_{12n}(s) \\ y_{21n}(s) & y_{22n}(s) \end{bmatrix} \\
 &= j \begin{bmatrix} 0 & K_\infty \\ K_\infty & 0 \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^N \frac{1}{s-j\lambda_k} \begin{bmatrix} r_{11k} & r_{12k} \\ r_{21k} & r_{22k} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.101}$$

Donde la constante real  $K_\infty = 0$  excepto en el caso *fully canonical* en el que  $n_f z = N$  y el grado del polinomio numerador de  $y_{21}(s)$  ( $y_{21n}(s) = jP(s)/\varepsilon$ ) es igual al de su denominador ( $y_d(s)$ ). En este caso es necesario extraer  $K_\infty$  de  $y_{21}(s)$  para reducir en uno el grado del polinomio  $y_{21n}(s)$  antes de calcular sus residuos  $r_{21k}$ . Se observa que en el caso *fully canonical* ( $N - n_f z = 0$ ) el polinomio  $P(s)$  va multiplicado por  $j$  con el fin de que se cumpla la condición de unitariedad.

Independientemente de  $s$ ,  $K_\infty$  se evalúa en  $s = j\omega$  de la siguiente manera:

$$jK_\infty = \left. \frac{y_{21n}(s)}{y_d(s)} \right|_{s=j\omega} = \left. \frac{jP(s)/\varepsilon(s)}{y_d(s)} \right|_{s=j\omega} \quad (3.102)$$

Del proceso de generación de  $y_d$  vemos que el coeficiente de mayor grado posee un valor de  $1 + 1/\varepsilon_R$ . Como el coeficiente de mayor orden de  $P(s)$  es 1, el valor de  $K_\infty$  se obtiene de la siguiente manera:

$$K_\infty = \frac{1}{\varepsilon} \frac{1}{(1 + 1/\varepsilon_R)} = \frac{\varepsilon_R}{\varepsilon} \frac{1}{(\varepsilon_R + 1)} \quad (3.103a)$$

Con la ecuación (3.98),  $K_\infty$  se puede expresar de forma alternativa como:

$$K_\infty = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_R} (\varepsilon_R - 1) \quad (3.103b)$$

El nuevo polinomio numerador  $y'_{21n}(s)$  se calcula como:

$$y'_{21n}(s) = y_{21n}(s) - jK_\infty y_d(s) \quad (3.104)$$

éste es de grado  $N - 1$  y sus residuos se calculan de la forma habitual.

**Síntesis de la función de admitancia  $[Y_N]$  mediante el enfoque circuital** La matriz  $[Y_N]$  de la red completa se puede sintetizar también a partir de la red transversal fully canonical. Su forma general se muestra en la Figura 3.8. La matriz consiste en  $N$  secciones paso bajo de orden uno conectadas en paralelo entre las terminaciones de fuente y carga. El acoplo directo fuente-carga  $M_{SL}$  se incluye para permitir la realización de funciones fully canonical, ya que de acuerdo con la regla el camino mínimo el máximo número de ceros de transmisión finitos que puede realizar la red es  $N - n_{min}$ , donde  $n_{min}$  es el número de nodos resonantes que hay en el camino más corto entre las terminaciones de fuente y carga. En general  $n_{min} = 2$  siendo  $n_{fz_{max}} = N - 2$  excepto en el caso fully canonical en el que  $n_{min} = 0$  siendo  $n_{fz_{max}} = N$ .

Cada una de las  $N$  secciones paso bajo consiste en un condensador  $C_k$  en paralelo con una susceptancia invariante a la frecuencia (FIR)  $B_k$  conectados a través de inversores de admitancia de valores  $M_{SK}$  y  $M_{LK}$  a las terminaciones de fuente y carga como se observa en la Figura (3.8).



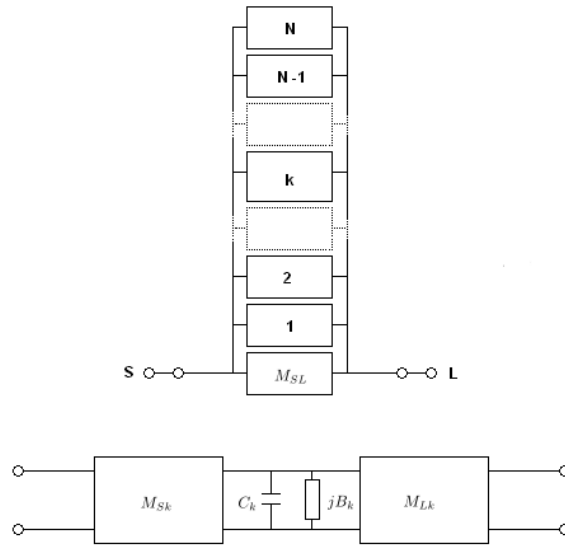


Figura 3.8: (a) Array transversal canónico incluyendo acoplo  $M_{SL}$ , (b) Circuito equivalente  $k$ -ésimo resonador

**Funciones de filtrado fully canonical** El inversor directo entre la fuente y carga  $M_{SL}$  en la Figura 3.8 normalmente es cero excepto para las funciones de filtrado fully canonical, donde el número de ceros finitos es igual al orden de la red. A frecuencia infinita ( $s = \pm\infty$ ), todos los condensadores  $C_k$  de las secciones paso bajo se convierten en corto-circuitos en paralelo, es decir, son circuitos abiertos respecto a los puertos de fuente-carga a través de los inversores  $M_{LK}$  y  $M_{SK}$ , por lo que el único camino entre la fuente y la carga es mediante el inversor de admitancia  $M_{SL}$  que no depende de la frecuencia.

Si la impedancia de carga es de  $1\Omega$ , la función admitancia para  $s = \pm 1$  vista desde el puerto de entrada, es:

$$Y_{11\infty} = M_{SL}^2 \quad (3.105)$$

Siendo el coeficiente de reflexión de entrada  $S_{11}(s)$

$$S_{11}(s)|_{s=j\infty} \equiv |S_{11\infty}| = \left| \frac{(1 - Y_{11\infty})}{(1 + Y_{11\infty})} \right| \quad (3.106)$$

Haciendo uso del principio de la conservación de la energía y sustituyendo  $S_{11\infty}$  en la ecuación (3.106), obtenemos:

$$\begin{aligned} |S_{11\infty}| &= \sqrt{1 - |S_{21\infty}|^2} = \frac{2\sqrt{Y_{11\infty}}}{(1 + Y_{11\infty})} \\ &= \frac{2M_{SL}}{(1 + M_{SL}^2)} \end{aligned} \quad (3.107)$$

Despejando  $M_{SL}$ , tenemos que:

$$M_{SL} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - |S_{21\infty}|^2}}{|S_{21\infty}|} = \frac{1 \pm |S_{11\infty}|}{|S_{21\infty}|} \quad (3.108)$$

Debido a que  $P(s)$ ,  $F(s)$ , y  $E(s)$  son de grado  $N$ , en  $s = ju\infty$  tenemos que  $S_{21(j\infty)} = |(P(j\infty)/\varepsilon)/E(j\infty)| = 1/\varepsilon$  y  $S_{11(j\infty)} = |(F(j\infty)/\varepsilon_R)/E(j\infty)| = 1/\varepsilon_R$ , por lo que

$$M_{SL} = \frac{\varepsilon(\varepsilon_R \pm 1)}{\varepsilon_R} \quad (3.109)$$

Como  $\varepsilon_R$  es mayor que uno, tomamos el signo negativo en la ecuación (3.109) con el fin de que  $M_{SL}$  sea lo menor posible quedando:

$$M_{SL} = \frac{\varepsilon(\varepsilon_R - 1)}{\varepsilon_R} \quad (3.110a)$$

Vemos como para redes no canónicas ( $\varepsilon_R = 1$ ) esta ecuación proporciona un  $M_{SL} = 0$ . Si tomamos el signo positivo en (3.109) obtenemos una segunda solución tal que  $M'_{SL} = 1/M_{SL}$  aunque en la práctica nunca se usa. A partir de (3.98) podemos expresar de forma alternativa la ecuación (3.110a) como:

$$M_{SL} = \sqrt{\frac{\varepsilon(\varepsilon_R - 1)}{\varepsilon_R}} \quad (3.110b)$$

Se comprueba como esta ecuación es válida también para redes no canónicas.

**Síntesis de la matriz de admitancia  $[Y_N]$**  de una red de dos puertos:

Colocando en cascada los equivalentes de los resonadores de la Figura 3.8, obtenemos una matriz  $[ABCD]$  para el  $k$ -ésimo resonador paso bajo de la forma:

$$[ABCD]_k = - \begin{bmatrix} \frac{M_{Lk}}{M_{Sk}} & \frac{(sC_k + jB_k)}{M_{Sk}M_{Lk}} \\ 0 & \frac{M_{Lk}}{M_{Sk}} \end{bmatrix} \quad (3.111)$$

Convirtiendo esta matriz a su equivalente matriz de parámetros de admitancia en corto-circuito obtenemos:

$$\begin{aligned} [y_k] &= \begin{bmatrix} y_{11k}(s) & y_{12k}(s) \\ y_{21k}(s) & y_{22k}(s) \end{bmatrix} = \frac{M_{Sk}M_{Lk}}{(sC_k + jB_k)} \begin{bmatrix} \frac{M_{Sk}}{M_{Lk}} & 1 \\ 1 & \frac{M_{Lk}}{M_{Sk}} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{(sC_k + jB_k)} \begin{bmatrix} M_{Sk}^2 & M_{Sk}M_{Lk} \\ M_{Sk}M_{Lk} & M_{Lk}^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.112)$$

La matriz de admitancia en circuito-abierto del array transversal conectado en paralelo de la red de dos puertos (Figura ( 3.8)) es la igual a la suma de las matrices de admitancia  $[y_k]$  de las N secciones individuales mas la matriz  $[y_{SL}]$  correspondiente al inversor que acopla de forma directa la fuente y carga  $M_{SL}$  de forma que:

$$\begin{aligned} [y_N] &= \begin{bmatrix} y_{11}(s) & y_{12}(s) \\ y_{21}(s) & y_{22}(s) \end{bmatrix} = [y_{SL}] + \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} y_{11k}(s) & y_{12k}(s) \\ y_{21k}(s) & y_{22k}(s) \end{bmatrix} \\ &= j \begin{bmatrix} 0 & M_{SL} \\ M_{SL} & 0 \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^N \frac{1}{(sC_k + jB_k)} \begin{bmatrix} M_{Sk}^2 & M_{Sk}M_{Lk} \\ M_{Sk}M_{Lk} & M_{Lk}^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.113)$$

**Síntesis de la matriz N+2 transversal** Una vez obtenidas la ecuaciones que caracterizan la matriz  $[Y_N]$  en función de los residuos de la matriz de transferencia de la red (3.101) y de los elementos circuitales del array transversal (3.113) las igualamos.

Lo primero que se observa es que  $M_{SL} = K_\infty$ . Igualando los términos de la parte derecha de las matrices (subíndices 21,22) obtenemos:

$$\frac{r_{21k}}{(s - j\lambda_k)} = \frac{M_{Sk}M_{Lk}}{(sC_k + jB_k)} \quad (3.114a)$$

$$\frac{r_{22k}}{(s - j\lambda_k)} = \frac{M_{Lk}^2}{(sC_k + jB_k)} \quad (3.114b)$$

Los residuos  $r_{21k}$  y  $r_{22k}$  y autovalores  $\lambda_k$  son conocidos ya que se han obtenido a partir de los polinomios  $S_{21}(s)$  y  $S_{22}(s)$  de la función de filtrado en cuestión. Separando los términos reales e imaginarios en sendos lados de las igualdades obtenemos las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}
 C_k &= 1, & B_k (\equiv M_{kk}) &= -\lambda_k \\
 M_{Lk}^2 &= r_{22k}, & M_{Sk} M_{Lk} &= r_{21k} \\
 M_{Lk} &= \sqrt{r_{22k}} = T_{Nk} \\
 M_{Sk} &= r_{21k} / \sqrt{r_{22k}} = T_{1k}, & k &= 1, 2, \dots, N
 \end{aligned} \tag{3.115}$$

La Tabla 3.2 representa la forma final de la matriz transversal N+2 fully canonical de la red. Se aprecia como los N acoplos de entrada  $M_{Sk} (= T_{1k})$  ocupan la primera fila y columna estando los N acoplos de salida  $M_{Lk} (= T_{Lk})$  en la última fila y columna. El resto de entradas son nulas excepto la diagonal principal que representa los autoacoplos  $M_{kk} (= B_k)$ . Los acoplos  $M_{S1}^2$  y  $M_{NL}^2$  son el equivalente de las impedancias  $R_S$  y  $R_L$ .

	S	1	2	3	..	k	..	N-1	N	L
S		$M_{S1}$	$M_{S2}$	$M_{S3}$	..	$M_{Sk}$	..	$M_{S,N-1}$	$M_{SN}$	$M_{SL}$
1	$M_{1S}$	$M_{11}$								$M_{1k}$
2	$M_{2S}$		$M_{22}$							$M_{2L}$
3	$M_{3S}$			$M_{33}$						$M_{3L}$
⋮	⋮				⋮					
k	$M_{kS}$					$M_{kk}$				$M_{kL}$
⋮	⋮						⋮			⋮
N-1	$M_{N-1,S}$							$M_{N-1,N-1}$		$M_{N-1,L}$
N	$M_{NS}$								$M_{NN}$	$M_{NL}$
L	$M_{LS}$	$M_{L1}$	$M_{L2}$	$M_{L3}$	..	$M_{Lk}$	..	$M_{L,N-1}$	$M_{LN}$	

Tabla 3.2: Matriz transversal N+2 fully canonical

### 3.5. Reducción de la matriz de acoplos

Con N acoplos de entrada y de salida la topología transversal es imposible de realizar físicamente por lo que en la práctica se transforma la matriz de acoplos N+2 transversal hasta que se obtiene una topología adecuada al filtro que se quiere fabricar como por ejemplo la doblada "folded canonical".

Para reducir la matriz transversal en la doblada se aplican una serie de rotaciones sobre los elementos de la matriz de forma que se eliminan los acoplos indeseados. Estas rotaciones se aplican de forma alterna de derecha-izquierda en las filas y de arriba a abajo en las columnas partiendo de la filas y columnas más externas y trabajando hacia el centro de la matriz hasta que los acoplos de la matriz se corresponden la estructura doblada. La Figura 3.9

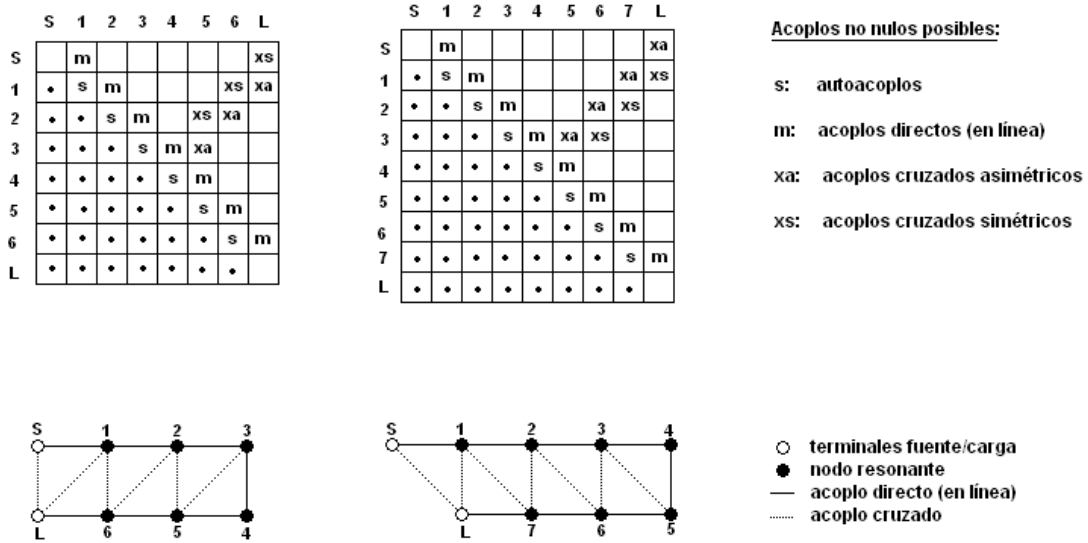


Figura 3.9: Matriz de acoplos asociada a una topología doblada para filtros de orden par e impar

La eliminación de un elemento  $[i, j]$  para  $(i \neq j)$  se consigue pre-multiplicando primero la matriz original  $M_0$  por una matriz de rotación  $R$  y el resultado por la transpuesta  $R^t$ . Expresado en forma matricial queda como:

$$M_1 = R_1 M_0 R_1^t \tag{3.116}$$

donde  $M_0$  es la matriz original, inicialmente la transversal.  $M_1$  es la matriz tras la rotación y  $R_1$  la matriz de rotación.

La matriz de rotación para el elemento  $[i, j]$  con  $(i \neq j)$  se construye de forma que la diagonal principal es 1 excepto los elementos  $R_{ii} = R_{jj} = \cos\phi_r$ . Con los elementos  $R_{ij} = -R_{ji} = \sin\phi_r$  ( $i, j \neq 1 \text{ o } 0$ ) y  $\phi_r$  el ángulo de rotación tal y cómo se ve en la Figura 3.10.

Tras la rotación los autovalores de la matriz  $M_1$  son iguales a los de la matriz original  $M_0$ , es decir, podemos realizar todas las transformaciones necesarias para eliminar los elementos indeseados sin que esto afecte a los autovalores. No obstante, estas rotaciones se aplican de forma ordenada e iterativa pudiendo expresarse cómo:

$$M_r = R_r M_{r-1} R_r^t \quad r = 1, 2, 3, \dots, R \tag{3.117}$$

	S	1	2	3	4	5	6	7	L
S	1								
1		1							
2			1						
3				$c_r$	$-s_r$				
4					1				
5				$s_r$	$c_r$				
6						1			
7							1		
L									1

$c_r \equiv \cos\phi_r \quad s_r \equiv \sin\phi_r$

Figura 3.10: Matriz de rotación, eliminación elemento [3,5]

Donde  $M_R$  es la matriz resultante del proceso.

Cuando se aplica una rotación de ángulo  $\phi_r \neq 0$  a un elemento  $[i, j]$  de la matriz  $M_{r-1}$  los elementos de las filas y columnas  $i, j$  cambian su valor. Por ejemplo, el elemento  $k$ -ésimo de la fila o columna  $i$  o  $j$  de  $M_r$  para  $k \neq i, j$  los valores cambian según las siguientes fórmulas:

$$M'_{ik} = c_r M_{ik} + s_r M_{jk} \quad \text{elemento en la fila } i \quad (3.118a)$$

$$M'_{jk} = s_r M_{ik} + c_r M_{jk} \quad \text{elemento en la fila } j \quad (3.118b)$$

$$M'_{ki} = c_r M_{ki} - s_r M_{kj} \quad \text{elemento en la columna } i \quad (3.118c)$$

$$M'_{kj} = s_r M_{ki} + c_r M_{kj} \quad \text{elemento en la columna } j \quad (3.118d)$$

donde  $k(\neq i, j) = 1, 2, 3, \dots, N$ ,  $c_r = \cos\phi_r$ ,  $s_r = \sin\phi_r$ .

Mientras que para los elementos cruzados al par  $(i,j)$ , es decir  $M_{ii}$ ,  $M_{jj}$ , y  $M_{i,j}(= M_{j,i})$  son :

$$M'_{ii} = c_r^2 M_{ii} - 2s_r c_r M_{ij} + s_r^2 M_{jj} \quad (3.118e)$$

$$M'_{jj} = s_r^2 M_{ii} + 2s_r c_r M_{ij} + c_r^2 M_{jj} \quad (3.118f)$$

$$M'_{ki} = M_{ij}(c_r^2 - s_r^2) + s_r c_r (M_{ii} - M_{jj}) \quad (3.118g)$$

De esta técnica se extraen dos propiedades:

- La rotación  $[i, j]$  sólo afecta a los elementos de las filas  $i, j$
- Si dos elementos enfrentados  $(s_r, c_r)$  de la rotación son nulos antes lo seguirán siendo después de aplicarla independientemente del ángulo.

A partir de las ecuaciones anteriores se pueden obtener los ángulos necesarios para eliminar un elemento concreto. Las ecuaciones que se obtienen son:

$$\phi_r = \tan^{-1}(M_{ik}/M_{jk}) \quad \text{para el k-esimo elemento en la fila i } (M_{ik}) \quad (3.119a)$$

$$\phi_r = -\tan^{-1}(M_{jk}/M_{ik}) \quad \text{para el k-esimo elemento en la fila j } (M_{ik}) \quad (3.119b)$$

$$\phi_r = \tan^{-1}(M_{ki}/M_{kj}) \quad \text{para el k-esimo elemento en la columna i } (M_{ik}) \quad (3.119c)$$

$$\phi_r = -\tan^{-1}(M_{kj}/M_{ki}) \quad \text{para el k-esimo elemento en la columna j } (M_{ik}) \quad (3.119d)$$

$$\phi_r = \tan^{-1} \left( \frac{-M_{ij} \pm \sqrt{M_{ij}^2 - M_{ii}M_{jj}}}{M_{ii}} \right) \quad \text{para el elemento } (M_{ii}) \quad (3.119e)$$

$$\phi_r = \tan^{-1} \left( \frac{M_{ij} \pm \sqrt{M_{ij}^2 - M_{ii}M_{jj}}}{M_{ii}} \right) \quad \text{para el elemento } (M_{jj}) \quad (3.119f)$$

$$\phi_r = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{2M_{ij}}{(M_{jj} - M_{ii})} \right) \quad \text{para el elemento } (M_{ij}) \quad (3.119g)$$

Para reducir la matriz transversal a su forma doblada se aplica una secuencia de rotaciones que eliminan de forma alterna los elementos de derecha a izquierda sobre las filas y de arriba a abajo en las columnas. Los elementos pertenecientes a las diagonales principales y primeras (situadas inmediatamente por encima o debajo de la principal) permanecen inalterados. Se comienza por tanto, por el elemento más a la derecha de la primera fila y se eliminan todos los elementos de la fila hacia la derecha hasta que llegamos a la diagonal primera. A continuación seguimos por el elemento situado más arriba de la última columna por debajo de la diagonal primera cruzada y continuamos hacia abajo hasta volvernos a encontrar con la diagonal primera. El proceso se repite de forma alterna hasta que hemos recorrido todas las filas y columnas de la matriz por encima de la diagonal primera. En la Figura 3.11 podemos ver la secuencia que se seguiría para reducir una matriz N+2 de 8x8 a su forma doblada.

	S	1	2	3	4	5	6	L
S		m	5	4	3	2	1	xs
1	•	s	m	12	11	10	xs	xa
2	•	•	s	m	15	xs	xa	6
3	•	•	•	s	m	xa	13	7
4	•	•	•	•	s	m	14	8
5	•	•	•	•	•	s	m	9
6	•	•	•	•	•	•	s	m
L	•	•	•	•	•	•	•	

Figura 3.11: Secuencia de rotaciones

### 3.6. Ejemplos de síntesis

El procedimiento de síntesis general del prototipo paso bajo de un filtro Chebyshev generalizado se puede resumir en los siguientes pasos:

- Se parte de los parámetros de diseño orden del filtro (N), número y tipo de ceros transmisión ( $n, f_z, p_k$ ) y de las pérdidas de retorno (RL).
- Se extraen las singularidades y polinomios de las funciones de transferencia
- Se calcula el retardo de grupo (GD)
- Por último se obtienen las matrices de acoplos N+2 transversales y se reducen a su forma canónica doblada.

Con el fin de cuantificar el efecto de éstos parámetros de síntesis en las respuestas de los filtros y sus matrices de acoplos realizamos dos ejemplos y extraemos las conclusiones mediante comparación. Cada ejemplo posee los filtros más representativos de cada tipo.

En el primer ejemplo sintetizamos tres filtros cuyas pérdidas de retorno y orden son iguales y que se diferencian en el número y tipo de ceros. El primero carece de ceros de transmisión, mientras que el segundo y tercero poseen dos ceros de transmisión finitos. De este ejemplo extraemos dos análisis. En el primero estudiamos la influencia de la simetría y el número de ceros sobre las funciones de transferencia, retardo de grupo y matrices de acoplos asociadas suponiendo tanto que el orden de los filtros es impar como par. El segundo análisis se obtiene considerando el orden fijo y variando el nivel de pérdidas de retorno observando gráficamente su efecto sobre las funciones de transmisión y de retardo de grupo.

El último ejemplo tiene como fin estudiar el efecto de los ceros de ecualización. Para ello partimos de un filtro con dos ceros de transmisión simétricos y sintetizamos tres más añadiéndoles paulatinamente ceros de ecualización.



### 3.6.1. Ejemplo 1: Efecto de los ceros de transmisión finitos, del orden del filtro y de las pérdidas de retorno

Una vez fijados los parámetros de diseño  $RL = 22dB$  y  $N = 5,6$  extraemos las raíces, polinomios característicos, matrices y respuestas de transmisión y retardo de grupo de los tres filtros escogidos. A continuación se muestra una comparativa de los resultados obtenidos en cada caso.

Empezamos analizando las Tablas 3.3, 3.4 y 3.5 que contienen las raíces y los polinomios obtenidos de la síntesis de los tres filtros comentados anteriormente.

Orden impar N=5				Orden par N=6																																																																							
Ceros Reflexión ( $f_k$ )	Ceros de transmisión preescritos ( $p_k$ )	Polos de reflexión/ transmisión ( $e_k$ )		Ceros Reflexión ( $f_k$ )	Ceros de transmisión preescritos ( $p_k$ )	Polos de reflexión/ transmisión ( $e_k$ )																																																																					
1	0	$j\infty$	$-0,2134 + j1,1558$	1	$j0,9659$	$j\infty$	$-0,1459 + j1,1088$																																																																				
2	$j0,9511$	$j\infty$	$-0,2134 - j1,1558$	2	$-j0,9659$	$j\infty$	$-0,1459 - j1,1088$																																																																				
3	$-j0,9511$	$j\infty$	$-0,5586 + j0,7143$	3	$j0,7071$	$j\infty$	$-0,3986 + j0,8117$																																																																				
5	$-j0,5878$	$j\infty$	$-0,6905$	4	$-j0,7071$	$j\infty$	$-0,3986 - j0,8117$																																																																				
				5	$j0,2588$	$j\infty$	$-0,5444 + j0,2971$																																																																				
				6	$-j0,2588$	$j\infty$	$-0,5444 - j0,2971$																																																																				
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;"><math>s^i, i =</math></th> <th style="text-align: center;">E(s)</th> <th style="text-align: center;">F(s)</th> <th style="text-align: center;">P(s)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0,7843</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2,4439</td> <td style="text-align: center;">0,3125</td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3,7452</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">3,7466</td> <td style="text-align: center;">1,2500</td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">2,2346</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>\varepsilon = 1,5966</math></td> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>\varepsilon_R = 1</math></td> </tr> </tbody> </table>				$s^i, i =$	E(s)	F(s)	P(s)	0	0,7843	-	1	1	2,4439	0,3125	-	2	3,7452	-	-	3	3,7466	1,2500	-	4	2,2346	-	-	5	1	1	-	$\varepsilon = 1,5966$		$\varepsilon_R = 1$		<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;"><math>s^i, i =</math></th> <th style="text-align: center;">E(s)</th> <th style="text-align: center;">F(s)</th> <th style="text-align: center;">P(s)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0,3934</td> <td style="text-align: center;">0,0313</td> <td style="text-align: center;"><math>j</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">1,5889</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3,2532</td> <td style="text-align: center;">0,5625</td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">4,1599</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">3,8713</td> <td style="text-align: center;">1,5000</td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">2,1778</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>\varepsilon = 2,5499</math></td> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>\varepsilon_R = 1</math></td> </tr> </tbody> </table>				$s^i, i =$	E(s)	F(s)	P(s)	0	0,3934	0,0313	$j$	1	1,5889	-	-	2	3,2532	0,5625	-	3	4,1599	-	-	4	3,8713	1,5000	-	5	2,1778	-	-	6	1	1	-	$\varepsilon = 2,5499$		$\varepsilon_R = 1$	
$s^i, i =$	E(s)	F(s)	P(s)																																																																								
0	0,7843	-	1																																																																								
1	2,4439	0,3125	-																																																																								
2	3,7452	-	-																																																																								
3	3,7466	1,2500	-																																																																								
4	2,2346	-	-																																																																								
5	1	1	-																																																																								
$\varepsilon = 1,5966$		$\varepsilon_R = 1$																																																																									
$s^i, i =$	E(s)	F(s)	P(s)																																																																								
0	0,3934	0,0313	$j$																																																																								
1	1,5889	-	-																																																																								
2	3,2532	0,5625	-																																																																								
3	4,1599	-	-																																																																								
4	3,8713	1,5000	-																																																																								
5	2,1778	-	-																																																																								
6	1	1	-																																																																								
$\varepsilon = 2,5499$		$\varepsilon_R = 1$																																																																									

Tabla 3.3: Singularidades y polinomios de las funciones de transferencia del filtro todo polos

Vemos cómo cuando los ceros de transmisión finitos ( $p_k$ ) que son únicamente imaginarios son simétricos respecto al eje imaginario  $j\omega$  y real  $\sigma$  lo cual se cumple en el primer filtro todo polos y el segundo, tanto los ceros de reflexión  $f_k$  como los polos  $e_k$  de las funciones de transferencia se distribuyen de forma simétrica en torno al eje real  $\sigma$ .

Debido a esta simetría de las raíces los polinomios de las funciones poseen coeficientes reales excepto en los casos en los que  $N - n$  es un número par en los que según la condición de ortogonalidad el polinomio  $P(s)$  va multiplicado por  $j$ .

Orden impar N=5				Orden par N=6																																																																							
Ceros Reflexión ( $f_k$ )	Ceros de transmisión preescritos ( $p_k$ )	Polos de reflexión/ transmisión ( $e_k$ )		Ceros Reflexión ( $f_k$ )	Ceros de transmisión preescritos ( $p_k$ )	Polos de reflexión/ transmisión ( $e_k$ )																																																																					
1	0	$j1,5$	$-0,8054$	1	$j0,9722$	$j1,5$	$-0,1077 + j1,0912$																																																																				
2	$+j0,9613$	$-j1,5$	$-0,5452 + j0,8310$	2	$-j0,9722$	$-j1,5$	$-0,1077 - j1,0912$																																																																				
3	$-j0,9613$	$j\infty$	$-0,5452 - j0,8310$	3	$j0,7407$	$j\infty$	$-0,3694 + j0,8760$																																																																				
4	$+j0,6315$	$j\infty$	$-0,1425 + j1,1289$	4	$-j0,7407$	$j\infty$	$-0,3694 - j0,8760$																																																																				
5	$-j0,6315$	$j\infty$	$-0,1425 - j1,1289$	5	$j0,2813$	$j\infty$	$-0,5968 + j0,3453$																																																																				
				6	$-j0,2813$	$j\infty$	$-0,5968 - j0,3453$																																																																				
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;"><math>s^i, i =</math></th> <th style="text-align: center;">E(s)</th> <th style="text-align: center;">F(s)</th> <th style="text-align: center;">P(s)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">1,0299</td><td style="text-align: center;">-</td><td style="text-align: center;">2,2500</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">2,6425</td><td style="text-align: center;">0,3685</td><td style="text-align: center;">-</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">3,7817</td><td style="text-align: center;">-</td><td style="text-align: center;">1,0000</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">3,7009</td><td style="text-align: center;">1,3229</td><td style="text-align: center;">-</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">2,1808</td><td style="text-align: center;">-</td><td style="text-align: center;">-</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">5</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">-</td></tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>\varepsilon = 1,5966</math></td> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>\varepsilon_R = 1</math></td> </tr> </tbody> </table>				$s^i, i =$	E(s)	F(s)	P(s)	0	1,0299	-	2,2500	1	2,6425	0,3685	-	2	3,7817	-	1,0000	3	3,7009	1,3229	-	4	2,1808	-	-	5	1	1	-	$\varepsilon = 1,5966$		$\varepsilon_R = 1$		<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;"><math>s^i, i =</math></th> <th style="text-align: center;">E(s)</th> <th style="text-align: center;">F(s)</th> <th style="text-align: center;">P(s)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">0,5166</td><td style="text-align: center;">0,0410</td><td style="text-align: center;"><math>j2,25</math></td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1,8118</td><td style="text-align: center;">-</td><td style="text-align: center;">-</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">3,4560</td><td style="text-align: center;">0,6368</td><td style="text-align: center;"><math>j</math></td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">4,2402</td><td style="text-align: center;">-</td><td style="text-align: center;">-</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">3,8794</td><td style="text-align: center;">1,5729</td><td style="text-align: center;">-</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">5</td><td style="text-align: center;">2,1478</td><td style="text-align: center;">-</td><td style="text-align: center;">-</td></tr> <tr> <td style="text-align: center;">6</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">-</td></tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>\varepsilon = 4,3693</math></td> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>\varepsilon_R = 1</math></td> </tr> </tbody> </table>				$s^i, i =$	E(s)	F(s)	P(s)	0	0,5166	0,0410	$j2,25$	1	1,8118	-	-	2	3,4560	0,6368	$j$	3	4,2402	-	-	4	3,8794	1,5729	-	5	2,1478	-	-	6	1	1	-	$\varepsilon = 4,3693$		$\varepsilon_R = 1$	
$s^i, i =$	E(s)	F(s)	P(s)																																																																								
0	1,0299	-	2,2500																																																																								
1	2,6425	0,3685	-																																																																								
2	3,7817	-	1,0000																																																																								
3	3,7009	1,3229	-																																																																								
4	2,1808	-	-																																																																								
5	1	1	-																																																																								
$\varepsilon = 1,5966$		$\varepsilon_R = 1$																																																																									
$s^i, i =$	E(s)	F(s)	P(s)																																																																								
0	0,5166	0,0410	$j2,25$																																																																								
1	1,8118	-	-																																																																								
2	3,4560	0,6368	$j$																																																																								
3	4,2402	-	-																																																																								
4	3,8794	1,5729	-																																																																								
5	2,1478	-	-																																																																								
6	1	1	-																																																																								
$\varepsilon = 4,3693$		$\varepsilon_R = 1$																																																																									

Tabla 3.4: Singularidades y polinomios de las funciones de transferencia del filtro con dos ceros de transmisión finitos simétricos

Por el contrario observando la Tabla 3.5 vemos cómo cuando los ceros de transmisión se distribuyen de forma asimétrica los ceros de reflexión  $f_k$  y los polos  $e_k$  también presentan distribuciones asimétricas respecto al eje real lo cual provoca que en el caso de los polinomios  $P(s)$  y  $F(s)$  cuyas raíces son imaginarias puras los coeficientes alternen entre imaginarios y reales puros cumpliéndose de nuevo la condición de ortogonalidad. Mientras que el polinomio  $E(s)$  cuyas raíces son complejas presenta coeficientes complejos.

Orden impar N=5				Orden par N=6			
	Ceros Reflexión ( $f_k$ )	Ceros de transmisión preescritos ( $p_k$ )	Polos de reflexión/ transmisión ( $e_k$ )		Ceros Reflexión ( $f_k$ )	Ceros de transmisión preescritos ( $p_k$ )	Polos de reflexión/ transmisión ( $e_k$ )
1	$j0,9236$	$-j1,5$	$-0,3568 + j1,2391$	1	$j0,9508$	$-j1,5$	$-0,2184 + j1,1559$
2	$-j0,9753$	$-j1,8$	$-0,7829 + j0,4793$	2	$j0,5936$	$-j1,8$	$-0,5463 + j0,6998$
3	$-j0,7600$	$j\infty$	$-0,0926 - j1,0807$	3	$-j0,9811$	$j\infty$	$-0,6209 + j0,0204$
4	$j0,4018$	$j\infty$	$-0,3388 - j0,9126$	4	$-j0,8212$	$j\infty$	$-0,4692 - j0,5757$
5	$-j0,2754$	$j\infty$	$-0,6722 - j0,4104$	5	$-j0,4729$	$j\infty$	$-0,2496 - j0,9243$
				6	$j0,0454$	$j\infty$	$-0,0733 - j1,0615$
<hr/>				<hr/>			
$s^i, i =$	E(s)	F(s)	P(s)		E(s)	F(s)	P(s)
0	$0,1586 + j0,9715$	$j0,0757$	$-2,7000$	0	$0,0974 + j0,4811$	$0,00980$	$-j2,7000$
1	$1,6167 + j2,3927$	$0,1818$	$j3,3000$	1	$0,9393 + j1,6364$	$j0,1993$	$-3,3000$
2	$3,2601 + j2,6864$	$j0,6655$	$1$	2	$2,5461 + j2,5916$	$0,3880$	$j$
3	$3,5909 + j1,6696$	$1,0747$	$-$	3	$3,7254 + j2,6117$	$j0,8368$	$-$
4	$2,2433 + j0,6853$	$j0,6853$	$-$	4	$3,6959 + j1,5612$	$1,3247$	$-$
5	$1$	$1$	$-$	5	$2,1777 + j0,6853$	$j0,6853$	$-$
				6	$1$	$1$	$-$
<hr/>				<hr/>			
$\varepsilon = 1,5966$		$\varepsilon_R = 1$		$\varepsilon = 5,5019$		$\varepsilon_R = 1$	
<hr/>				<hr/>			

Tabla 3.5: Singularidades y polinomios de las funciones de transferencia del filtro con dos ceros de transmisión finitos asimétricos

Las Figuras 3.12 y 3.13 muestran las respuestas de transmisión y retardo de grupo respectivamente, asociadas a los seis filtros anteriores. Observando la respuesta en transmisión se aprecia claramente que cuando las distribuciones de ceros de transmisión son simétricas las respuestas que se obtienen también lo son. Además vemos cómo la inclusión de ceros de transmisión afecta a la selectividad de la respuesta de filtrado y al nivel de lóbulos secundarios presentando niveles menores conforme más ceros hay.

También se observa un aumento de la selectividad y una disminución del nivel de los lóbulos secundarios conforme aumenta el orden del filtro.

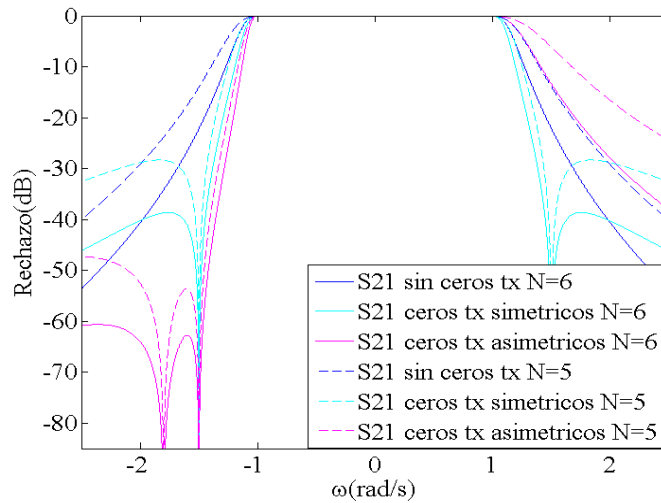


Figura 3.12: Respuesta en transmisión del prototipo paso bajo

En la gráfica asociada al retardo de grupo comprobamos cómo la distribución de los ceros de transmisión afecta de la misma forma a esta respuesta que a la anterior. En esta respuesta es donde más notorio es el efecto del orden del filtro. Se observa cómo a mayor orden mayor es el retardo cosa que es evidente respecto a una perspectiva física, ya que a mayor número de resonadores que atravesar mayor es el retardo que sufre la señal.

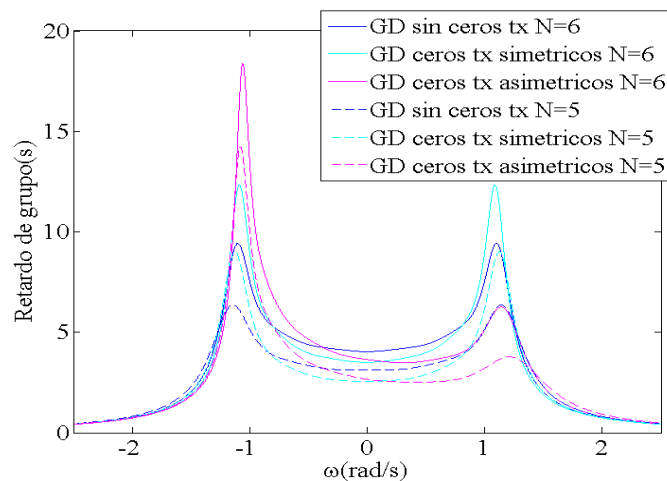


Figura 3.13: Retardo de grupo

A continuación se muestran las respuestas obtenidas al variar la adaptación (nivel de pérdidas de retorno) para un orden constante de  $N=6$ . En la Figura 3.14 vemos cómo a mayor nivel de pérdidas de retorno menos selectivos son los filtros y mayores niveles de lóbulo secundario aparecen.

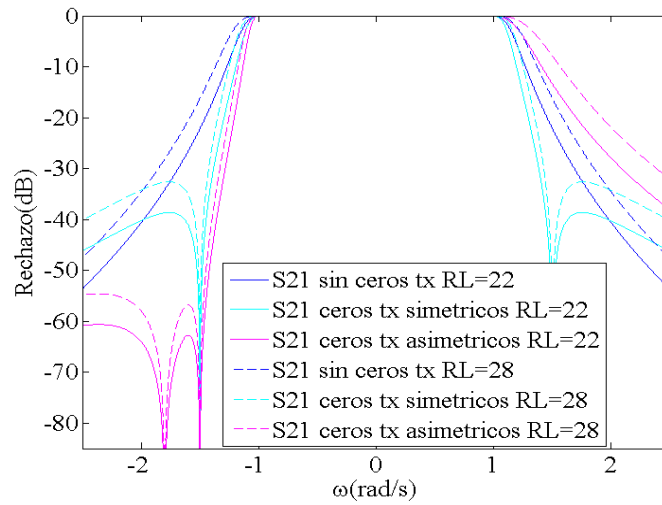


Figura 3.14: Respuesta en transmisión del prototipo paso bajo

Además si ampliamos la banda de paso tal y como se muestra en la Figura 3.15 observamos que cuanto mejor es la adaptación (RL mayor) menor es el rizado en banda.

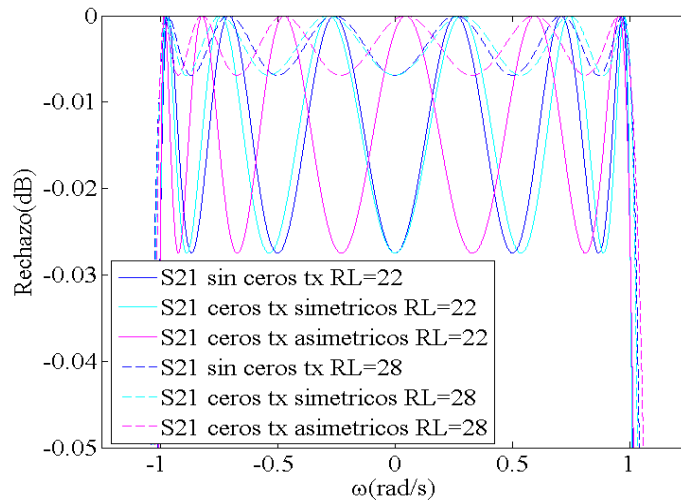


Figura 3.15: Respuesta en transmisión del prototipo paso bajo

Atendiendo finalmente a la Figura 3.16 que muestra la respuesta del retardo de grupo vemos que al aumentar la adaptación la curva se ensancha en la banda de paso y presenta un nivel menor.

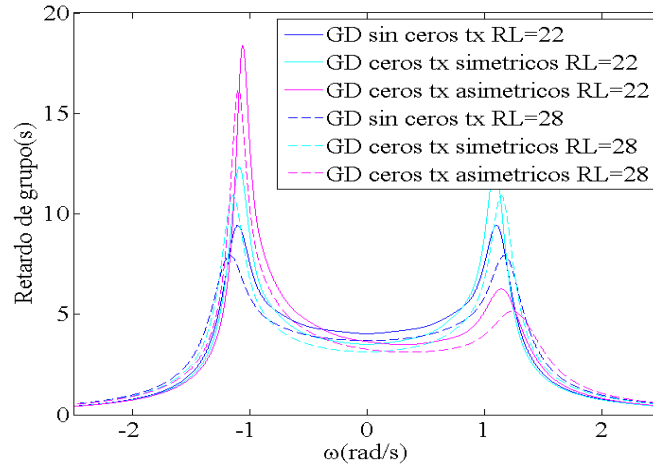


Figura 3.16: Retardo de grupo

Por último extraemos las matrices de acoplo asociadas a los filtros. Por simplicidad suponemos redes doblemente terminadas y reducimos las matrices a su forma doblada. Los resultados obtenidos se muestran a continuación.

<b>Filtro todo polos</b>																																																																																				
Orden impar N=5	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th></th> <th><i>S</i></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th><i>L</i></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th><i>S</i></th> <td>0</td> <td>1.0570</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>1</th> <td>1.0570</td> <td>0</td> <td>0.9068</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>2</th> <td>0</td> <td>0.9068</td> <td>0</td> <td>0.6533</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>3</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0.6533</td> <td>0</td> <td>0.6533</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>4</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0.6533</td> <td>0</td> <td>0.9068</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>5</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0.9068</td> <td>0</td> <td>1.0570</td> </tr> <tr> <th><i>L</i></th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1.0570</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table> <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse; width: 80%;"> <tr> <td style="text-align: center;"><math>R_S = 1.1173</math></td> <td style="text-align: center;"><math>R_L = 1.1173</math></td> </tr> </table>		<i>S</i>	1	2	3	4	5	<i>L</i>	<i>S</i>	0	1.0570	0	0	0	0	0	1	1.0570	0	0.9068	0	0	0	0	2	0	0.9068	0	0.6533	0	0	0	3	0	0	0.6533	0	0.6533	0	0	4	0	0	0	0.6533	0	0.9068	0	5	0	0	0	0	0.9068	0	1.0570	<i>L</i>	0	0	0	0	0	1.0570	0	$R_S = 1.1173$	$R_L = 1.1173$																	
	<i>S</i>	1	2	3	4	5	<i>L</i>																																																																													
<i>S</i>	0	1.0570	0	0	0	0	0																																																																													
1	1.0570	0	0.9068	0	0	0	0																																																																													
2	0	0.9068	0	0.6533	0	0	0																																																																													
3	0	0	0.6533	0	0.6533	0	0																																																																													
4	0	0	0	0.6533	0	0.9068	0																																																																													
5	0	0	0	0	0.9068	0	1.0570																																																																													
<i>L</i>	0	0	0	0	0	1.0570	0																																																																													
$R_S = 1.1173$	$R_L = 1.1173$																																																																																			
Orden par N=6	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th></th> <th><i>S</i></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th><i>L</i></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th><i>S</i></th> <td>0</td> <td>1.0435</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>1</th> <td>1.0435</td> <td>0</td> <td>0.8806</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>2</th> <td>0</td> <td>0.8806</td> <td>0</td> <td>0.6251</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>3</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0.6251</td> <td>0</td> <td>0.5942</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>4</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0.5942</td> <td>0</td> <td>0.6251</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>5</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0.6251</td> <td>0</td> <td>0.8806</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>6</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0.8806</td> <td>0</td> <td>1.0435</td> </tr> <tr> <th><i>L</i></th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1.0435</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table> <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse; width: 80%;"> <tr> <td style="text-align: center;"><math>R_S = 1.0889</math></td> <td style="text-align: center;"><math>R_L = 1.0889</math></td> </tr> </table>		<i>S</i>	1	2	3	4	5	6	<i>L</i>	<i>S</i>	0	1.0435	0	0	0	0	0	0	1	1.0435	0	0.8806	0	0	0	0	0	2	0	0.8806	0	0.6251	0	0	0	0	3	0	0	0.6251	0	0.5942	0	0	0	4	0	0	0	0.5942	0	0.6251	0	0	5	0	0	0	0	0.6251	0	0.8806	0	6	0	0	0	0	0	0.8806	0	1.0435	<i>L</i>	0	0	0	0	0	0	1.0435	0	$R_S = 1.0889$	$R_L = 1.0889$
	<i>S</i>	1	2	3	4	5	6	<i>L</i>																																																																												
<i>S</i>	0	1.0435	0	0	0	0	0	0																																																																												
1	1.0435	0	0.8806	0	0	0	0	0																																																																												
2	0	0.8806	0	0.6251	0	0	0	0																																																																												
3	0	0	0.6251	0	0.5942	0	0	0																																																																												
4	0	0	0	0.5942	0	0.6251	0	0																																																																												
5	0	0	0	0	0.6251	0	0.8806	0																																																																												
6	0	0	0	0	0	0.8806	0	1.0435																																																																												
<i>L</i>	0	0	0	0	0	0	1.0435	0																																																																												
$R_S = 1.0889$	$R_L = 1.0889$																																																																																			

**CAPÍTULO 3. SÍNTESIS DE FILTROS DE MICROONDAS**

**Filtro con dos ceros de transmisión finitos simétricos**

Orden impar N=5	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th></th> <th><i>S</i></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th><i>L</i></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th><i>S</i></th> <td>0</td> <td>1.0442</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>1</th> <td>1.0442</td> <td>0</td> <td>0.8820</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>2</th> <td>0</td> <td>0.8820</td> <td>0</td> <td>0.5909</td> <td>0</td> <td>-0.2380</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>3</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0.5909</td> <td>0</td> <td>0.7792</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>4</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0.7792</td> <td>0</td> <td>0.8492</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>5</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>-0.2380</td> <td>0</td> <td>0.8492</td> <td>0</td> <td>1.0442</td> </tr> <tr> <th><i>L</i></th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1.0442</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>		<i>S</i>	1	2	3	4	5	<i>L</i>	<i>S</i>	0	1.0442	0	0	0	0	0	1	1.0442	0	0.8820	0	0	0	0	2	0	0.8820	0	0.5909	0	-0.2380	0	3	0	0	0.5909	0	0.7792	0	0	4	0	0	0	0.7792	0	0.8492	0	5	0	0	-0.2380	0	0.8492	0	1.0442	<i>L</i>	0	0	0	0	0	1.0442	0																	
		<i>S</i>	1	2	3	4	5	<i>L</i>																																																																										
<i>S</i>	0	1.0442	0	0	0	0	0																																																																											
1	1.0442	0	0.8820	0	0	0	0																																																																											
2	0	0.8820	0	0.5909	0	-0.2380	0																																																																											
3	0	0	0.5909	0	0.7792	0	0																																																																											
4	0	0	0	0.7792	0	0.8492	0																																																																											
5	0	0	-0.2380	0	0.8492	0	1.0442																																																																											
<i>L</i>	0	0	0	0	0	1.0442	0																																																																											
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td align="center" style="width: 50%;"><math>R_S = 1.0904</math></td> <td align="center" style="width: 50%;"><math>R_L = 1.0904</math></td> </tr> </table>		$R_S = 1.0904$	$R_L = 1.0904$																																																																															
$R_S = 1.0904$	$R_L = 1.0904$																																																																																	
Orden par N=6	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th></th> <th><i>S</i></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th><i>L</i></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th><i>S</i></th> <td>0</td> <td>1.0363</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>1</th> <td>1.0363</td> <td>0</td> <td>0.8671</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>2</th> <td>0</td> <td>0.8671</td> <td>0</td> <td>0.5954</td> <td>0</td> <td>-0.1417</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>3</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0.5954</td> <td>0</td> <td>0.7022</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>4</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0.7022</td> <td>0</td> <td>0.5954</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>5</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>-0.1417</td> <td>0</td> <td>0.5954</td> <td>0</td> <td>0.8671</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>6</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0.8671</td> <td>0</td> <td>1.0363</td> </tr> <tr> <th><i>L</i></th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1.0363</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>		<i>S</i>	1	2	3	4	5	6	<i>L</i>	<i>S</i>	0	1.0363	0	0	0	0	0	0	1	1.0363	0	0.8671	0	0	0	0	0	2	0	0.8671	0	0.5954	0	-0.1417	0	0	3	0	0	0.5954	0	0.7022	0	0	0	4	0	0	0	0.7022	0	0.5954	0	0	5	0	0	-0.1417	0	0.5954	0	0.8671	0	6	0	0	0	0	0	0.8671	0	1.0363	<i>L</i>	0	0	0	0	0	0	1.0363	0
		<i>S</i>	1	2	3	4	5	6	<i>L</i>																																																																									
<i>S</i>	0	1.0363	0	0	0	0	0	0																																																																										
1	1.0363	0	0.8671	0	0	0	0	0																																																																										
2	0	0.8671	0	0.5954	0	-0.1417	0	0																																																																										
3	0	0	0.5954	0	0.7022	0	0	0																																																																										
4	0	0	0	0.7022	0	0.5954	0	0																																																																										
5	0	0	-0.1417	0	0.5954	0	0.8671	0																																																																										
6	0	0	0	0	0	0.8671	0	1.0363																																																																										
<i>L</i>	0	0	0	0	0	0	1.0363	0																																																																										
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td align="center" style="width: 50%;"><math>R_S = 1.0739</math></td> <td align="center" style="width: 50%;"><math>R_L = 1.0739</math></td> </tr> </table>		$R_S = 1.0739$	$R_L = 1.0739$																																																																															
$R_S = 1.0739$	$R_L = 1.0739$																																																																																	

**Filtro con dos ceros de transmisión finitos asimétricos**

Orden impar N=5	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th></th> <th><i>S</i></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th><i>L</i></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th><i>S</i></th> <td>0</td> <td>1.0591</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>1</th> <td>1.0591</td> <td>-0.0589</td> <td>0.9142</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>2</th> <td>0</td> <td>0.9142</td> <td>-0.0874</td> <td>0.4540</td> <td>-0.4762</td> <td>0.1773</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>3</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0.4540</td> <td>0.7896</td> <td>0.3730</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>4</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>-0.4762</td> <td>0.3730</td> <td>0.1009</td> <td>0.8968</td> <td>0</td> </tr> <tr> <th>5</th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0.1773</td> <td>0</td> <td>0.8968</td> <td>-0.0589</td> <td>1.0591</td> </tr> <tr> <th><i>L</i></th> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1.0591</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>		<i>S</i>	1	2	3	4	5	<i>L</i>	<i>S</i>	0	1.0591	0	0	0	0	0	1	1.0591	-0.0589	0.9142	0	0	0	0	2	0	0.9142	-0.0874	0.4540	-0.4762	0.1773	0	3	0	0	0.4540	0.7896	0.3730	0	0	4	0	0	-0.4762	0.3730	0.1009	0.8968	0	5	0	0	0.1773	0	0.8968	-0.0589	1.0591	<i>L</i>	0	0	0	0	0	1.0591	0
		<i>S</i>	1	2	3	4	5	<i>L</i>																																																									
<i>S</i>	0	1.0591	0	0	0	0	0																																																										
1	1.0591	-0.0589	0.9142	0	0	0	0																																																										
2	0	0.9142	-0.0874	0.4540	-0.4762	0.1773	0																																																										
3	0	0	0.4540	0.7896	0.3730	0	0																																																										
4	0	0	-0.4762	0.3730	0.1009	0.8968	0																																																										
5	0	0	0.1773	0	0.8968	-0.0589	1.0591																																																										
<i>L</i>	0	0	0	0	0	1.0591	0																																																										
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td align="center" style="width: 50%;"><math>R_S = 1.1217</math></td> <td align="center" style="width: 50%;"><math>R_L = 1.1217</math></td> </tr> </table>		$R_S = 1.1217$	$R_L = 1.1217$																																																														
$R_S = 1.1217$	$R_L = 1.1217$																																																																

Orden par N=6		<i>S</i>	1	2	3	4	5	6	<i>L</i>
	<i>S</i>	0	1.0435	0	0	0	0	0	0
	1	1.0435	-0.0316	0.8814	0	0	0	0	0
	2	0	0.8814	-0.0402	0.6197	0	0.1074	0	0
	3	0	0	0.6197	0.0776	0.3520	-0.4284	0	0
	4	0	0	0	0.3520	0.7513	0.4477	0	0
	5	0	0	0.1074	-0.4284	0.4477	-0.0402	0.8814	0
	6	0	0	0	0	0	0.8814	-0.0316	1.0435
	<i>L</i>	0	0	0	0	0	0	1.0435	0
	$R_S = 1.0889$					$R_L = 1.0889$			

**Analizando las matrices concluimos que:**

- Si el filtro es todo polos la matriz de acoplos es máximamente simétrica respecto al centro de la red independientemente del orden del filtro.
- Si existen ceros de transmisión finitos o de ecualización aparecen acoplos cruzados en la matriz.
- Si hay ceros de transmisión finitos distribuidos de forma simétrica y el orden es par la matriz es máximamente simétrica respecto a su centro mientras que si el orden es impar es asimétrica.
- Cuando existe simetría de los ceros de transmisión respecto a los ejes real e imaginario no aparecen autoacoplos en la matriz siendo la diagonal principal nula (ajuste síncrono).
- Si los ceros de transmisión finitos se distribuyen de forma asimétrica la matriz de acoplos es asimétrica siempre.
- Cuando alguno de los polinomios de las funciones de transferencia posee coeficientes complejos (ceros de transmisión distribuidos de forma asimétrica) aparecen autoacoplos en la matriz, es decir, la diagonal principal deja de ser nula. Estos autoacoplos se trasladan como offsets en frecuencia respecto a la frecuencia central de resonancia (ajuste asíncrono) y aseguran la asimetría de la respuesta.
- La resistencia de fuente y carga son iguales porque la red es doblemente terminada, si fuese de terminación única serían distintas.
- Además se ha comprobado que si se considera el enfoque de red de terminación única las matrices que se obtienen siempre son asimétricas.



### 3.6.2. Ejemplo 2: Efecto de los ceros de ecualización

Para este ejemplo se han tomado 4 filtros que comparten como parámetros de diseño dos ceros de transmisión finitos distribuidos de forma simétrica, el nivel de pérdidas de retorno (RL=22) y el orden (N=6) y que se diferencian en el número y tipo de ceros de ecualización. Como en el ejemplo anterior extraemos las singularidades y polinomios característicos. Los resultados obtenidos se muestran en las Tablas 3.6, 3.7, 3.8 y 3.9

Singularidades				Polinomios			
Ceros Reflexión ( $f_k$ )	Ceros de transmisión preescritos ( $p_k$ )	Polos de reflexión/ transmisión ( $e_k$ )	$s^i, i =$	E(s)	F(s)	P(s)	
1	$j0,9699$	$j1,8$	0	0,4691	0,0373	$j3,24$	
2	$-j0,9699$	$-j1,8$	1	1,7302	—	—	
3	$j0,7285$	$j\infty$	2	3,3826	0,6090	$j$	
4	$-j0,7285$	$j\infty$	3	4,2112	—	—	
5	$j0,2732$	$j\infty$	4	3,8763	1,5460	—	
6	$-j0,2732$	$j\infty$	5	2,1588	—	—	
			6	1	1	—	
				$\varepsilon = 6,9281 \quad \varepsilon_R = 1$			

Tabla 3.6: Singularidades y polinomios de las funciones de transferencia del filtro con dos ceros de transmisión finitos simétricos y ninguno de ecualización

Singularidades				Polinomios			
Ceros Reflexión ( $f_k$ )	Ceros de transmisión preescritos ( $p_k$ )	Polos de reflexión/ transmisión ( $e_k$ )	$s^i, i =$	E(s)	F(s)	P(s)	
1	$j0,9651$	$j1,8$	0	0,3542	0,0281	$-j4,6656$	
2	$-j0,9651$	$-j1,8$	1	1,5247	—	—	
3	$j0,6978$	1,2	2	3,1885	0,5416	$j1,8$	
4	$-j0,6978$	$-1,2$	3	4,1168	—	—	
5	$j0,2491$	$j\infty$	4	3,8513	1,4805	$j$	
6	$-j0,2491$	$j\infty$	5	2,1775	—	—	
			6	1	1	—	
				$\varepsilon = 13,2135 \quad \varepsilon_R = 1$			

Tabla 3.7: Singularidades y polinomios de las funciones de transferencia del filtro con dos ceros de transmisión finitos simétricos y dos ceros de ecualización reales

Analizando todas las tablas comprobamos de nuevo que cuando hay simetría respecto a los dos ejes en los ceros de transmisión (filtros 1,2,4) los polinomios son de coeficientes puramente reales mientras que si sólo existe simetría respecto al eje complejo (filtro 3) aparece una asimetría en la distribución de las singularidades  $e_k$  y  $f_k$  que provoca que  $E(s)$  tenga coeficientes complejos y  $F(s)$  coeficientes alternos entre imaginarios y reales puros.

Singularidades				Polinomios			
Ceros Reflexión ( $f_k$ )	Ceros de transmisión preescritos ( $p_k$ )	Polos de refleflexión/ transmisión ( $e_k$ )	$s^i, i =$	E(s)	F(s)	P(s)	
			0	$0,3385 - j0,1812$	$0,0270$	$-j5,4756$	
1	$-j0,9623$	$j1,8$	1	$1,4969 - j0,5505$	$-j0,0699$	$3,2400$	
2	$-j0,6702$	$-j1,8$	2	$3,1547 - j0,8203$	$0,5344$	$j1,5500$	
3	$j0,9695$	$1,2 + j0,5$	3	$4,0917 - j0,8135$	$-j0,2736$	$1$	
4	$j0,7353$	$-1,2 + j0,5$	4	$3,8382 - j0,4833$	$1,4737$	$j$	
5	$j0,3249$	$j\infty$	5	$2,1746 - j0,2161$	$-j0,2161$	$-$	
6	$-j0,1810$	$j\infty$	6	$1$	$1$	$-$	
				$\varepsilon = 14,2949$	$\varepsilon_R = 1$		

Tabla 3.8: Singularidades y polinomios de las funciones de transferencia del filtro con dos ceros de transmisión finitos simétricos y dos ceros de ecualización complejos

Singularidades				Polinomios			
Ceros Reflexión ( $f_k$ )	Ceros de transmisión preescritos ( $p_k$ )	Polos de refleflexión/ transmisión ( $e_k$ )	$s^i, i =$	E(s)	F(s)	P(s)	
			0	$0,3146$	$0,0250$	$j9,2538$	
1	$-j0,9618$	$j1,8$	1	$1,4231$	$-$	$-$	
2	$-j0,6819$	$-j1,8$	2	$3,0955$	$0,5109$	$-j4,8551$	
3	$j0,9618$	$1,2 + j0,5$	3	$4,0849$	$-$	$-$	
4	$j0,6819$	$-1,2 + j0,5$	4	$3,8500$	$1,4482$	$j0,8600$	
5	$-j0,2411$	$1,2 - j0,5$	5	$2,1920$	$-$	$-$	
6	$j0,2411$	$-1,2 - j0,5$	6	$1$	$1$	$j$	
				$\varepsilon = 29,5118$	$\varepsilon_R = 1,0006$		

Tabla 3.9: Singularidades y polinomios de las funciones de transferencia del filtro con dos ceros de transmisión finitos simétricos y cuatro ceros de ecualización complejos

Hasta ahora en todos los filtros hemos visto que la constante de normalización  $\varepsilon$  es mayor que 1 mientras que  $\varepsilon_R$  siempre era 1. Esto no se cumple en el filtro 4 en el que  $\varepsilon_R$  es mayor, esto se debe a que es una red fully canonical, es decir, el número de ceros de transmisión es igual al orden del filtro.

El hecho de que los ceros de transmisión sean de ecualización o finitos no influye en la topología de la matriz ya que lo que determina el tipo de acoplos es la distribución de los ceros.

A continuación se muestran las matrices asociadas a los filtros suponiendo de nuevo que la red está doblemente terminada. En ellas comprobamos que las conclusiones extraídas en el ejemplo anterior se cumplen.

**Filtro con dos ceros de transmisión finitos simétricos**

	<i>S</i>	1	2	3	4	5	6	<i>L</i>
<i>S</i>	0	1.0389	0	0	0	0	0	0
1	1.0389	0	0.8720	0	0	0	0	0
2	0	0.8720	0	0.6102	0	-0.0879	0	0
3	0	0	0.6102	0	0.6617	0	0	0
4	0	0	0	0.6617	0	0.6102	0	0
5	0	0	-0.0879	0	0.6102	0	0.8720	0
6	0	0	0	0	0	0.8720	0	1.0389
<i>L</i>	0	0	0	0	0	0	1.0389	0

$R_S = 1.0794$	$R_L = 1.0794$
----------------	----------------

**Filtro con dos ceros de transmisión finitos simétricos y dos de ecualización reales**

	<i>S</i>	1	2	3	4	5	6	<i>L</i>
<i>S</i>	0	-1.0434	0	0	0	0	0	0
1	-1.0434	0	0.8798	0	0	0	-0.0348	0
2	0	0.8798	0	0.6235	0	0.0307	0	0
3	0	0	0.6235	0	0.5815	0	0	0
4	0	0	0	0.5815	0	0.6235	0	0
5	0	0	0.0307	0	0.6235	0	0.8798	0
6	0	-0.0348	0	0	0	0.8798	0	1.0434
<i>L</i>	0	0	0	0	0	0	1.0434	0

$R_S = 1.0888$	$R_L = 1.0888$
----------------	----------------

**Filtro con dos ceros de transmisión finitos simétricos y dos de ecualización complejos**

	<i>S</i>	1	2	3	4	5	6	<i>L</i>
<i>S</i>	0	-1.0427	0	0	0	0	0	0
1	-1.0427	0.0061	0.8786	0	0	0	-0.0322	0
2	0	0.8786	0.0058	0.6219	0	0.0260	-0.0283	0
3	0	0	0.6219	0.0068	0.5682	0.1563	0	0
4	0	0	0	0.5682	-0.2483	0.6071	0	0
5	0	0	0.0260	0.1563	0.6071	0.0074	0.8782	0
6	0	-0.0322	-0.0283	0	0	0.8782	0.0061	1.0427
<i>L</i>	0	0	0	0	0	0	1.0427	0

$R_S = 1.0873$	$R_L = 1.0873$
----------------	----------------

**Filtro con dos ceros de transmisión finitos simétricos y cuatro de ecualización complejos**

	$S$	1	2	3	4	5	6	$L$
$S$	0	-1.0471	0	0	0	0	0	0.0002
1	-1.0471	0	0.8861	0	0	0	-0.0277	0
2	0	0.8861	0	0.6251	0	0.0931	0	0
3	0	0	0.6251	0	0.5369	0	0	0
4	0	0	0	0.5369	0	0.6251	0	0
5	0	0	0.0931	0	0.6251	0	0.8861	0
6	0	-0.0277	0	0	0	0.8861	0	1.0471
$L$	0.0002	0	0	0	0	0	1.0471	0

$R_S = 1.0963$	$R_L = 1.0963$
----------------	----------------

Por último vemos gráficamente las respuestas de transmisión y retardo de grupo asociadas. En transmisión se aprecia una pérdida de selectividad y un aumento del nivel de los lóbulos secundarios conforme aumenta el número de ceros de transmisión, sin embargo donde más se nota el efecto de los ceros de ecualización es en la respuesta de retardo de grupo.

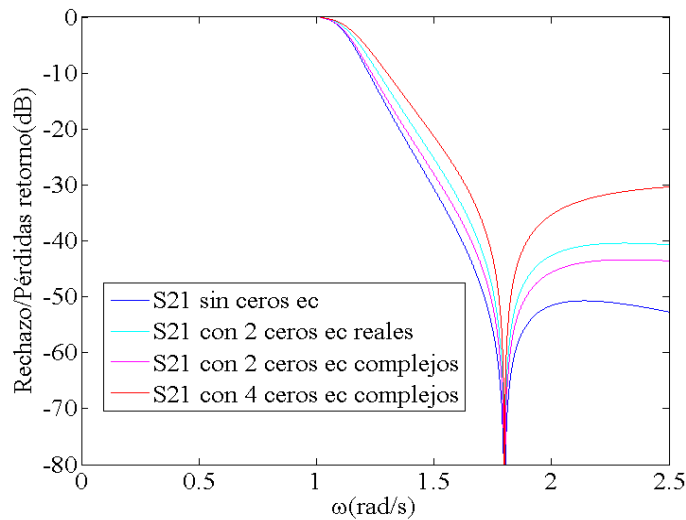


Figura 3.17: Respuesta en transmisión del prototipo paso bajo

Si nos fijamos en la Figura 3.18 que muestra el retardo de grupo vemos que los ceros de ecualización cuando están distribuidos de forma simétrica respecto a los ejes real e imaginario tienden a aplanar la banda de paso de forma que el retardo en banda es más uniforme aunque aumentan su nivel mientras que si no hay simetría obtenemos una respuesta asimétrica.

En general en el diseño de filtros sobre todo de alta frecuencia como los de microondas interesa que el retardo de grupo sea bajo y muy uniforme para que la deformación en torno a los flancos sea mínima y el rechazo entre la banda de paso y la atenuada sea muy elevado. Con estos resultados concluimos que si se incluyen ceros de ecualización las configuraciones más ventajosas son o bien incluir una pareja de ceros reales o dos parejas paraconjugadas de ceros complejos.

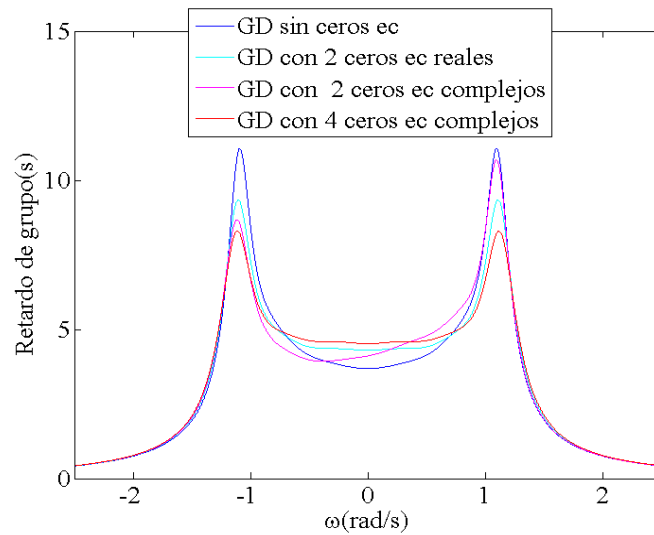


Figura 3.18: Retardo de grupo

El principal inconveniente de realizar filtros auto-ecualizados es que aumenta el número de acoplos a realizar, en concreto los cruzados y a la hora de implementar físicamente interesa que el número de acoplos sea lo menor posible para reducir los espurios. Por este motivo lo que habitualmente se hace es diseñar los filtros de forma más simple posible y se les añade una etapa ecualizadora posterior.

## Capítulo 4

# PÉRDIDAS Y PREDISTORSIÓN

### 4.1. Introducción

Los filtros de microondas de altas prestaciones se emplean en un amplio espectro de sistemas de comunicaciones, como en comunicaciones satélite, estaciones base terráneas, estaciones base inalámbricas y otros repetidores punto a punto. En comunicaciones satélite, que es el caso que nos ocupa la necesidad de obtener filtros de altas prestaciones se debe al alto coste del espectro electromagnético y del lanzamiento y mantenimiento de los satélites en órbita.

El concepto de altas prestaciones se refiere al uso más eficiente posible del espectro, es decir, a obtener respuestas máximamente planas en la banda de paso y con abruptas transiciones (pendiente casi infinita) entre la banda de paso y la rechazada (alta selectividad) mientras se conserva un tamaño y peso mínimo. El diseño de estos filtros por lo tanto conlleva llegar a un compromiso entre parámetros como las pérdidas de inserción en banda (IL), el aislamiento fuera de banda, el retardo de grupo y el tamaño y el peso del dispositivo.

En filtros de resonadores para obtener altas prestaciones es necesario emplear resonadores con alto factor de calidad, idealmente infinito. Cuando se fabrican los dispositivos con materiales reales se producen pérdidas (disipación de energía) que dependen de las características del material y la forma del resonador en cuestión. Estas pérdidas se pueden modelar como un factor de calidad descargado  $Q_u$  finito cuya consideración se traduce en que la característica del filtro presente pérdidas en la banda de paso y que la pendiente de la transición entre la banda de paso y la rechazada sea finita (pérdida de selectividad).

Aumentar el factor de calidad del resonador se traduce en un aumento del tamaño y peso del filtro. Con el fin de obtener mejores prestaciones sin que esto afecte al tamaño y peso han surgido diversas técnicas como la predistorsión o las lossy filter.

En este capítulo vamos a analizar en primer lugar el modelo real o con pérdidas de un filtro y a continuación estudiaremos en detalle el fundamento matemático y las principales características de la predistorsión así como sus distintas variantes. Veremos cómo se obtiene una respuesta predistorsionada paso a paso y comprobaremos el efecto de la predistorsión sobre las matrices de acoplo considerando en primer lugar que la red es doblemente terminada y luego que se trata de una red de terminación única.

## 4.2. Modelado de las pérdidas

Las técnicas de síntesis de funciones de filtrado suponen que los filtros están formados por elementos no disipativos (prototipo sin pérdidas). En la práctica todos los elementos que conforman los filtros disipan algo de energía de forma que se produce una pérdida de selectividad y un redondeamiento en las respuestas de filtrado.

Las pérdidas están inversamente relacionadas con el factor de calidad descargado  $Q_u$ , que en el prototipo paso bajo sin pérdidas se supone infinito. Suponer un  $Q_u$  finito en el análisis de funciones de filtrado implica añadir un factor real  $\sigma$  a la variable puramente imaginaria  $s = j\omega$  de forma que  $s = \sigma + j\omega$ , es decir, se produce un desplazamiento hacia la derecha del eje  $j\omega$  una cantidad  $\sigma$  que provoca que la distancia de las singularidades al eje aumente. El factor  $\sigma$  se obtiene a partir de la siguiente fórmula:

$$\sigma = \frac{f_0}{BW} \frac{1}{Q_u} \quad (4.1)$$

donde  $Q_u$  es el factor de calidad descargado de un filtro de resonadores y  $f_0$  y  $BW$  son su frecuencia central y ancho de banda respectivamente.

Hemos visto que el análisis con pérdidas consiste en desplazar el eje imaginario hacia la derecha un factor real  $\sigma$ . Este análisis es equivalente al de sin pérdidas habiendo desplazado las singularidades de las funciones de transmisión y reflexión hacia la izquierda el factor  $\sigma$ , de forma que la distancia entre las singularidades y el eje imaginario es la misma en ambos casos.

Para cuantificar los efectos de incluir pérdidas en el modelo (modelo real) vamos a estudiar las respuestas de transmisión y reflexión de un filtro paso banda centrado en 12GHz con un ancho de banda de 40MHz y unas pérdidas de retorno de 21dB en función del factor de calidad descargado. Analizamos tres casos: el ideal ( $Q_u = inf$ ) o sin pérdidas en azul, uno real con un  $Q_u = 12000$  en rojo y otro real con  $Q_u = 4000$  en cian. Las Figuras 4.1 y 4.2 muestran las respuestas obtenidas.

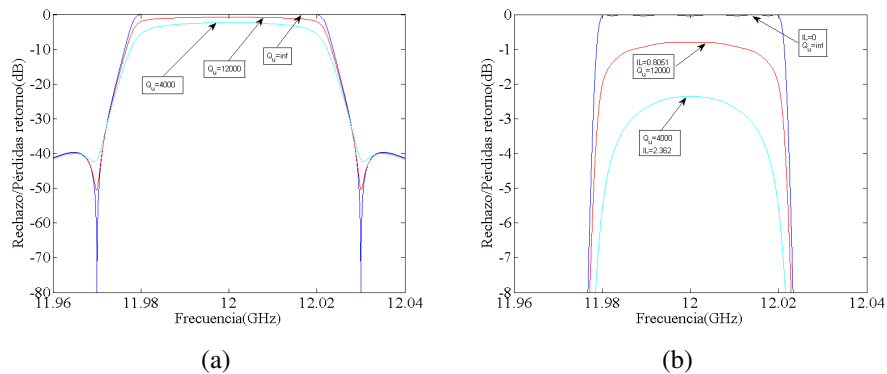


Figura 4.1: (a) Respuesta paso banda de transmisión con pérdidas para  $Q_u = 4000$ ,  $Q_u = 12000$ ,  $Q_u = \infty$ , (b) Zoom, pérdidas de inserción

Analizando las respuestas de transmisión vemos cómo las pérdidas de inserción aumentan conforme menor es el factor de calidad descargado, lo cual demuestra que las pérdidas están relacionadas de forma inversa con dicho factor.

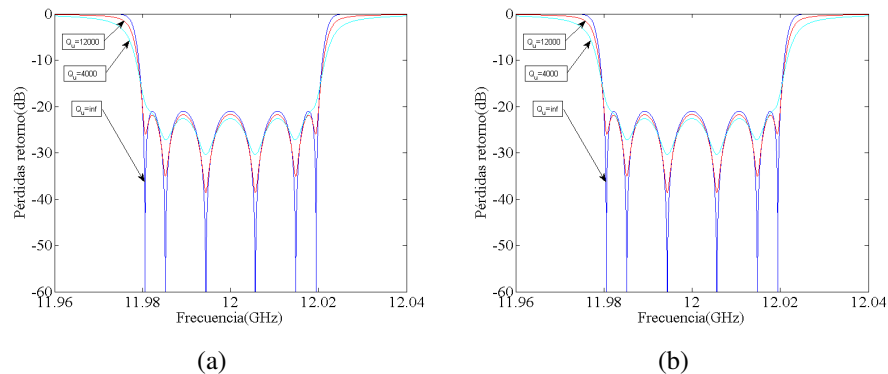


Figura 4.2: (a) Respuesta paso banda de reflexión con pérdidas para  $Q_u = 4000$ ,  $Q_u = 12000$ ,  $Q_u = \infty$ , (b) Zoom

En reflexión vemos cómo el nivel de pérdidas de retorno (RL) permanece cuasi constante respecto al valor de  $Q_u$  sin embargo se aprecia una deformación no uniforme del rizado, siendo esta mayor en torno a los flancos y menor hacia el centro. Esta no uniformidad también afecta a la respuesta en transmisión (son complementarias) de forma que produce un redondeamiento cerca de los flancos. Conforme menor es  $Q_u$  menos uniforme es la deformación y por tanto más redonda se vuelve la respuesta o dicho de otro modo disminuye la planitud de las pérdidas en banda y menos selectiva es la respuesta.

Dado que la selectividad de la respuesta depende del valor del factor de calidad descargado parece obvio que para obtener una respuesta de altas prestaciones tales como pérdidas de inserción bajas y máximamente planas y alta selectividad sólo hay que escoger resonadores con un elevado  $Q_u$ . Físicamente como veremos en el próximo capítulo este parámetro está ligado al tamaño y materiales del resonador en cuestión.



La relación en general es directamente proporcional, de ahí que haya que llegar a un compromiso entre las prestaciones y el tamaño en función de la aplicación en la que vaya a trabajar el dispositivo.

### 4.3. Características de la predistorsión

La técnica de la predistorsión surge con el objetivo de obtener filtros de altas prestaciones contruidos a partir de resonadores con bajo factor de calidad. La idea principal es la de anticipar el efecto de las pérdidas en la síntesis de las respuestas ideales realizando matemáticamente la operación opuesta de forma que cuando el dispositivo trabaje en presencia de pérdidas se produzca una compensación.

Esta técnica consiste por tanto en la síntesis de una función de filtrado ideal (sin pérdidas) como por ejemplo una función de Chebyshev y en el desplazamiento de los polos (singularidades del denominador  $E(s)$  de las funciones de filtrado) hacia la derecha una cantidad  $\sigma$  que se deriva del factor del factor de calidad descargado anticipado de la estructura del filtro. Una vez desplazados los polos se realiza un análisis sin pérdidas que proporciona la respuesta predistorsionada. Las respuestas que se obtienen de este análisis son complementarias a las obtenidas del modelo con pérdidas, es decir, la respuesta en transmisión es mínima entorno a la frecuencia central y máxima en los flancos y la respuesta en reflexión es máxima y uniforme en la banda de paso y mínima en torno a los flancos tal y como se muestra en las Figuras 4.3 y 4.4

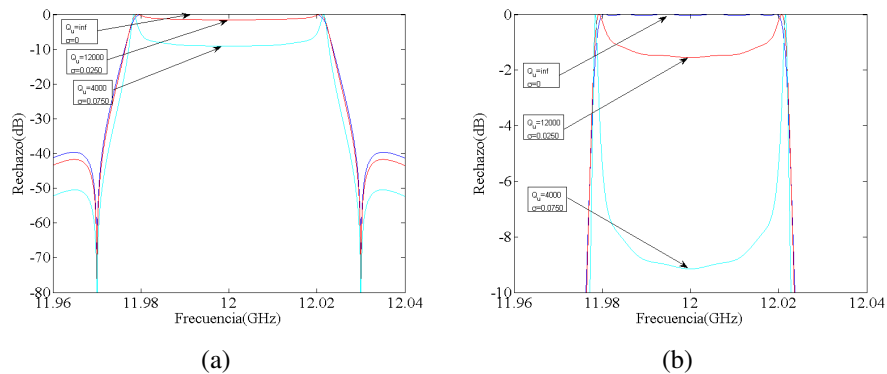


Figura 4.3: (a) Respuesta paso banda predistorsionada de transmisión sin pérdidas para  $Q_u = 4000$ ,  $Q_u = 12000$ ,  $Q_u = \infty$ , (b) Zoom

Gráficamente se aprecia cómo la deformación que sufren las respuestas es mayor conforme menor es el factor de calidad descargado.

En funciones de filtrado con ceros de transmisión finitos, no se puede recuperar la respuesta ideal con elementos disipativos. Esto se debe a que para sintetizar una red realizable, debe haber simetría de los ceros de transmisión respecto al eje imaginario y esto no se puede conseguir mediante un único desplazamiento de magnitud  $\sigma$ . Sin embargo, la respuesta en banda

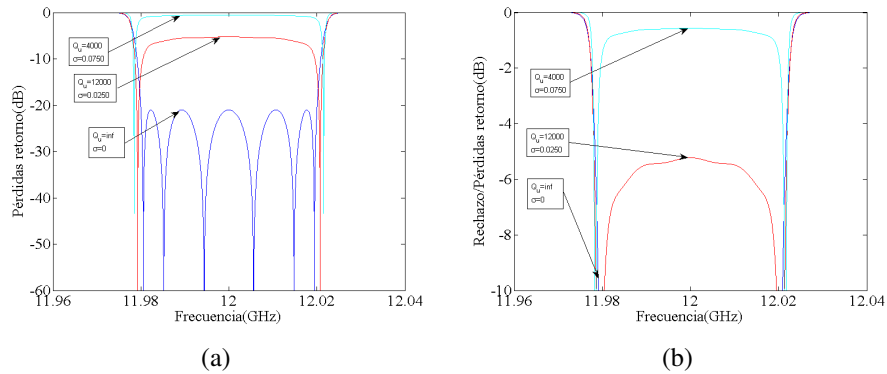


Figura 4.4: (a) Respuesta paso banda predistorsionada de reflexión para  $Q_u = 4000$ ,  $Q_u = 12000$ ,  $Q_u = \infty$ , (b) Zoom

depende fundamentalmente de los polos, y la desviación de la característica de transferencia  $S_{21}(s)$  respecto a la ideal no es significativa si se mantienen los ceros en sus posiciones originales.

La compensación total de un  $Q_u$  finito, es decir, la restauración del factor de calidad descargado hasta el infinito incurre por lo general en un incremento de las pérdidas de inserción y en un empeoramiento de las pérdidas de retorno muy elevado tal y como se ve en las Figuras 4.5 y 4.6.

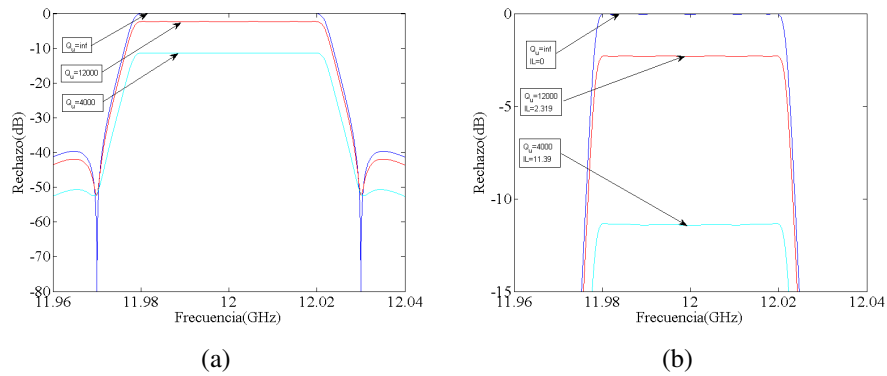


Figura 4.5: (a) Respuesta paso banda de transmisión predistorsionada con pérdidas, compensación total, (b) Zoom

Observando la planitud de las pérdidas en la banda de paso y la selectividad de las respuestas se comprueba que la compensación es casi perfecta aun habiendo ceros de transmisión finitos. Por otro lado se observa un aumento muy significativo de las pérdidas de inserción (IL) respecto al filtro real sin predistorsión y un empeoramiento muy elevado de las pérdidas de retorno (RL). Debido a esto lo que habitualmente se hace es una compensación parcial, de forma que se restaura un factor de calidad descargado efectivo  $Q_p$  que se establece como parámetro de diseño.

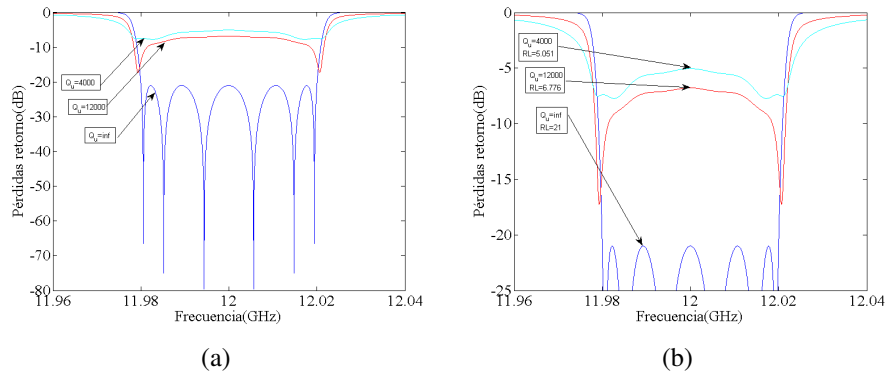


Figura 4.6: (a) Respuesta paso banda de reflexión predistorsionada con pérdidas, compensación total, (b) Zoom

El factor  $\sigma$  empleado en este caso se calcula cómo:

$$\sigma = \frac{f_0}{BW} \left( \frac{1}{Q_u} - \frac{1}{Q_p} \right) \quad (4.2)$$

La compensación parcial tiende a reducir las pérdidas de inserción sin degradar seriamente la linealidad en la banda de paso de la respuesta respecto a la ideal y reduce la distorsión que sufre la respuesta en reflexión obteniéndose niveles de pérdidas de retorno mayores.

La Figura 4.7 muestra las respuestas en transmisión y reflexión del filtro del ejemplo anterior para cuatro casos: en azul el filtro ideal ( $Q_u = inf$ ), en rojo el filtro real con  $Q_u = 4000$ , en verde el filtro real con  $Q_u = 20000$  y en celeste el filtro predistorsionado real con  $Q_u = 4000$  y  $Q_p = 20000$ .

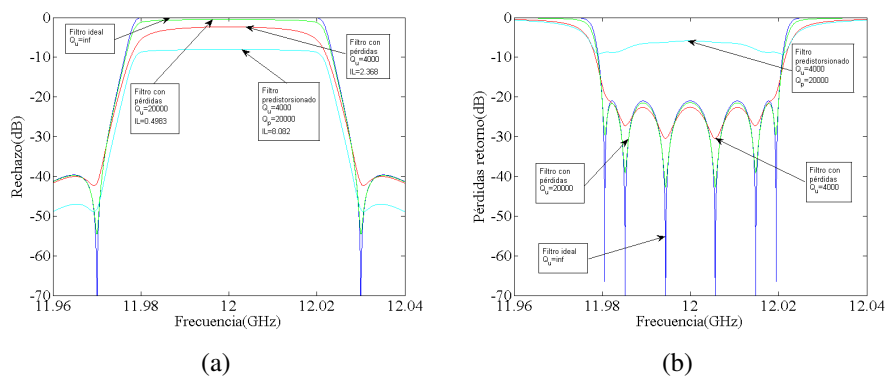


Figura 4.7: ((a) Respuesta paso banda de transmisión predistorsionada con pérdidas compensación parcial, (b) Respuesta paso banda de reflexión predistorsionada con pérdidas, compensación parcial

Comparando las respuestas de rechazo del filtro con  $Q_u = 20000$  y el filtro predistorsionado se observa cómo las características son equivalentes en forma, es decir, excepto por el nivel de pérdidas de inserción ambas presentan la misma planitud de las pérdidas en banda y selectividad. Las pérdidas de inserción (IL) del filtro predistorsionado son sustancialmente mayores unas 20 veces mayores.

Realizando la misma comparación entre la respuesta predistorsionada y la del filtro real con  $Q_u = 4000$  vemos cómo la característica predistorsionada presenta una mayor selectividad y pérdidas de inserción siendo la variación de las pérdidas en la banda de paso menor.

Del análisis anterior podemos concluir que, si el factor de calidad que define las pérdidas de los filtros con y sin predistorsión es el mismo  $Q_u = 4000$  y por tanto los filtros son físicamente iguales en cuanto a tamaño, mediante la predistorsión obtenemos en transmisión una respuesta equivalente en prestaciones a la de un filtro con un factor de calidad descargado de  $Q_p = 20000$  o dicho de otra manera podemos diseñar filtros de resonadores de bajo Q que se comportan como resonadores de alto Q. Por otro lado la predistorsión nos permite reducir el tamaño y peso de los dispositivos obteniendo las mismas prestaciones en transmisión, esto resulta evidente si nos fijamos en que mientras que el filtro predistorsionado posee un  $Q_u = 4000$  físico y produce respuestas con un  $Q_u$  equivalente a  $Q_p = 20000$ , el filtro sin predistorsión posee un  $Q_u = Q_p$  físicamente y por tanto su tamaño es mayor.

Sin embargo la predistorsión presenta dos principales inconvenientes, en primer lugar las pérdidas de inserción (IL) siempre son mayores que en el caso sin predistorsión y en segundo y último lugar gráficamente ha quedado demostrado que la respuesta en reflexión se ve seriamente empeorada siendo las pérdidas de retorno menores conforme mayor es  $Q_p$  por lo que en el diseño tendremos de nuevo que llegar a un compromiso entre las prestaciones que se pretenden y el tamaño y el peso o incluir dispositivos no recíprocos como aisladores y circuladores que compensen la característica de pérdidas de retorno y amplificadores de bajo ruido (LNA) que compensen las pérdidas de inserción.

La Tabla 4.1 muestra una comparativa numérica entre los parámetros característicos obtenidos para el filtro con  $Q_u = 4000$  sin predistorsión, con predistorsión total y con predistorsión parcial así como los correspondientes al filtro real con  $Q_u = 20000$  que es el valor que se ha tomado como factor de calidad efectivo para la predistorsión parcial.

Parámetros	Filtro real $Q_u = 4000$	Filtro real $Q_u = 20000$	Filtro real predistorsionado compensación total	Filtro real predistorsionado compensación parcial
$\sigma$	0.0750	0.0250	0.0750	0.06
IL (dB)	-2.368	-0.4963	-11.39	-8.082
RL (dB)	-21	-21	-5.051	-5.85

Tabla 4.1: Comparativa de los parámetros característicos obtenidos

Un parámetro muy importante en el diseño de filtros es el retardo de grupo, sobre todo cuando se trabaja a altas frecuencias. Lo ideal es obtener respuestas máximamente planas y con rizado uniforme en toda la banda de paso. La predistorsión provoca un aumento del retardo y su rizado mejorando la planitud en banda, es decir, consigue un rizado mayor pero más uniforme. Al mejorar la planitud del retardo en banda también se mejora la respuesta de pendiente del retado en la transición entre la banda de paso y la rechazada haciéndola más abrupta. Este comportamiento es más notorio en filtros autoecualizados que de por sí presentan respuestas con una banda de paso más plana y uniforme.

A continuación se muestran las respuestas de retardo de grupo y pendiente del retardo de un filtro todo polos con dos ceros de ecualización centrado en 12GHz, con un ancho de banda de 40MHz y pérdidas de retorno de 21dB y el mismo predistorsionado con  $Q_u = 4000$  y  $Q_p = 20000$  donde se aprecia claramente los efectos previamente descritos.

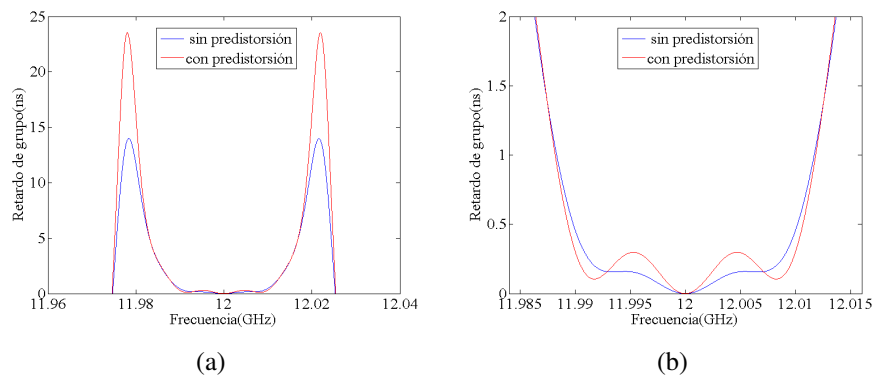


Figura 4.8: (a)Respuestas de retardo de grupo de un filtro paso banda sin predistorsión y predistorsionado ,(b)Zoom

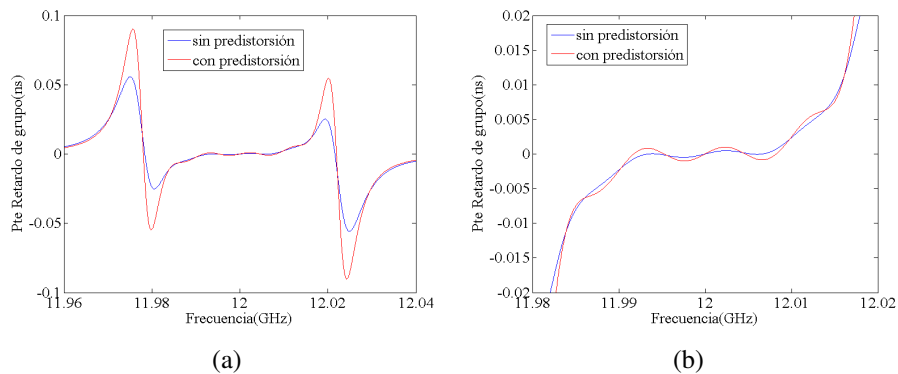


Figura 4.9: (a)Respuestas de pendiente del retardo de grupo de un filtro paso banda sin predistorsión y predistorsionado,(b)Zoom

La compensación parcial también puede realizarse de forma adaptativa, es decir, asignando pesos a los polos y desplazándolos de forma proporcional a dichos pesos. La asignación de los pesos es arbitraria aunque en general es una función proporcional a la distancia entre los polos y el eje imaginario. La principal diferencia con el método tradicional radica en que el factor de desplazamiento  $\sigma$  va multiplicado por unos pesos  $v_i$  que pueden ser mayores, menores o igual a la unidad siempre y cuando los polos desplazados cumplan la condición de Hurtwiz. Esta flexibilidad nos permite sobre-predistorcionar los polos más lejanos al eje y bajo-predistorcionar los más cercanos para obtener mejores resultados. Otra ventaja importante es que nos permite obtener el vector de pesos mediante la optimización de un parámetro determinado como por ejemplo las pérdidas de inserción máximas o la variación del retardo de grupo.

Incorporando los pesos al factor de desplazamiento  $\sigma$  tenemos que

$$\sigma_i = v_i \frac{f_0}{BW} \left( \frac{1}{Q_u} - \frac{1}{Q_p} \right) \text{ con } i = 1, \dots, N \quad (4.3)$$

Viendo la fórmula vemos cómo la predistorción tradicional no es más que un caso particular de la adaptativa en la que los pesos son iguales a la unidad y por tanto los desplazamientos son constantes.

Además la predistorción adaptativa mejora el nivel de pérdidas de inserción y la respuesta en reflexión respecto a la tradicional sin afectar de forma significativa a la planitud de la pérdidas y la selectividad del filtro. Para comprobarlo, aplicamos el vector de pesos  $v_i = [1,1 \ 1,1 \ 1 \ 1 \ 0,8 \ 0,8]$  al ejemplo del filtro predistorcionado de forma parcial.

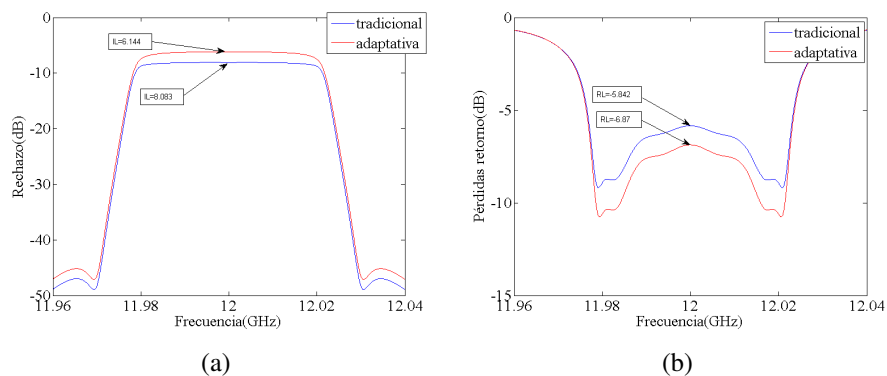


Figura 4.10: (a) Respuesta paso banda de transmisión predistorcionada de forma adaptativa con pérdidas, (a) Respuesta paso banda de reflexión predistorcionada de forma adaptativa con pérdidas

Gráficamente se aprecia una mejora de casi de 2dBs en las pérdidas de inserción y de 1dB en las de retorno. La planitud en banda y la selectividad han empeorado respecto a la tradicional, pero las prestaciones obtenidas son cercanas a las que se pretendían. Se consigue restaurar el factor de calidad descargado a un valor próximo al  $Q_p$ .

## 4.4. Síntesis de respuestas predistorsionadas

El primer paso para sintetizar una respuesta predistorsionada es la obtención de las funciones de transferencia y singularidades del prototipo paso bajo del filtro que se pretende predistorsionar. Para ello necesitamos conocer el tipo de respuesta, el orden de la red, el número y tipo de ceros de transmisión y el nivel de pérdidas de retorno.

A continuación se obtiene el factor de predistorsión  $\sigma$  aplicando la ecuación 4.3. Para ello necesitamos saber la frecuencia a la que va estar centrado el filtro, el ancho de banda, el factor de calidad descargado ( $Q_u$ ), el factor de calidad equivalente o deseado ( $Q_p$ ) y el vector de pesos. En función del factor de calidad equivalente la predistorsión puede ser total o parcial y dependiendo del vector de pesos escogido la predistorsión puede ser tradicional (desplazamientos constantes) o adaptativa.

Una vez calculado el factor de desplazamiento lo aplicamos a los polos de las funciones de filtrado  $e_k$  obteniendo los polos  $e_{kr}$  del filtro predistorsionado ( $e_{kr} = e_k + \sigma$ ). Si al aplicar el desplazamiento los polos no cumplen la condición de Hurwitz, habrá que recalcular el factor de desplazamiento para que se cumpla.

Para ejemplificar el proceso vamos a predistorsionar un filtro paso banda tipo Chebyshev generalizado de orden 6, con dos ceros de transmisión finitos simétricos en  $\omega = \pm 1,3$ , con unas pérdidas de retorno de 22dBs, centrado en  $f_c = 12GHz$  y con un ancho de banda de 30MHz. Realizamos una predistorsión parcial tradicional ( $v_i = 1$ ) y tomamos un factor de calidad descargado de  $Q_u = 9000$  y uno equivalente de  $Q_p = 20000$ .

El factor de desplazamiento empleado es:

$$\sigma = 0,0244 \quad (4.4)$$

La Tabla 4.2 muestra las singularidades del prototipo paso bajo del filtro y los polos del filtro predistorsionado.

	Ceros Reflexión ( $f_k$ )	Ceros de transmisión preescritos ( $p_k$ )	Polos de reflexión/ transmisión ( $e_k$ )	Polos de reflexión/ transmisión pred ( $e_{kr}$ )
1	$j0,9753$	$-j1,3$	$-0,6220 + 0,3669j$	$-0,5975 - 0,3669j$
2	$-j0,9753$	$j1,3$	$-0,6220 - 0,3669j$	$-0,5975 + 0,3669j$
3	$j0,7573$	$j\infty$	$-0,3563 + 0,9089j$	$-0,3318 - 0,9089j$
4	$-j0,7573$	$j\infty$	$-0,3563 - 0,9089j$	$-0,3318 + 0,9089j$
5	$j0,2920$	$j\infty$	$-0,0883 + 1,0821j$	$-0,0639 - 1,0821j$
6	$-j0,2920$	$j\infty$	$-0,0883 - 1,0821j$	$-0,0639 + 1,0821j$

Tabla 4.2: Singularidades de las funciones de transmisión y reflexión

Comprobamos que los polos del prototipo predistorsionado están desplazados hacia el eje imaginario el factor  $\sigma$  y que cumplen la condición de Hurwitz. También vemos que los ceros de reflexión del prototipo paso bajo sin predistorsión son puramente imaginarios.

En este punto ya tenemos definidos los polinomios  $E(s)$  y  $P(s)$  que definen la función de transmisión  $S_{21}(s)$  de nuestro filtro predistorsionado ya que conocemos  $e_{kr}$  y los ceros de transmisión  $p_k$  permanecen inalterados. Recalculamos la constante de normalización  $\epsilon$  de forma que se cumpla que el valor máximo de la función de transferencia es uno. La nueva constante de normalización vale  $\epsilon = 3,8625$ .

El último paso consiste en obtener los polinomios numeradores  $F(s)$  y  $F_{22}(s)$  de las funciones de reflexión  $S_{11}(s)$  y  $S_{22}(s)$  respectivamente aplicando la condición de conservación de la energía y teniendo en cuenta que para que la red sea sintetizable los ceros de  $F(s)$  y  $F_{22}(s)$  deben formar parejas paraconjugadas respecto al eje imaginario.

Al aplicar la condición de conservación de la energía obtenemos  $2N$  ceros distribuidos por parejas para-conjugadas en el plano complejo tal y como se ve en la Figura 4.11

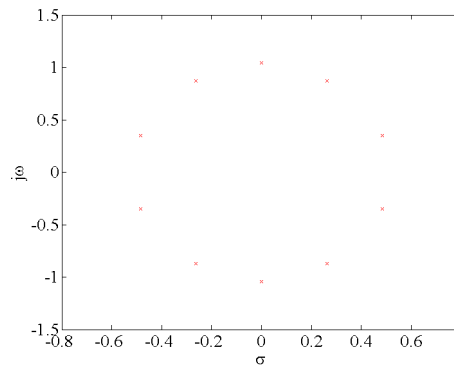


Figura 4.11: Posibles ceros de reflexión

Los ceros que forman el polinomio  $F(s)$  se eligen de uno a uno de forma arbitraria, tomando uno de cada pareja paraconjugada y el polinomio  $F_{22}(s)$  a partir de los ceros restantes de cada pareja que generan la función complementaria. Existen por tanto  $2^N$  posibles combinaciones de ceros para construir los polinomios.

Para simplificar este proceso nos vamos a valer de un parámetro  $\mu$  que se calcula como:

$$\mu = \left| \sum_{k=1}^N \operatorname{Re}(f_{kr}) \right| \quad (4.5)$$

donde  $f_{kr}$  son los  $N$  ceros elegidos del semiplano derecho o izquierdo de cada pareja para formar  $F(s)$ .



Maximizando y minimizando este parámetro obtenemos cuatro posibles distribuciones de ceros  $f_{kr}$ . El parámetro  $\mu$  es máximo cuando se toman los N ceros pertenecientes al semiplano izquierdo o derecho respectivamente ya que las partes reales de los ceros se suman. Consideramos predistorsión tipo 1 a la que tiene la distribución de los ceros de reflexión en el semiplano izquierdo y tipo 2 a la que la tiene en el derecho. Por el contrario es mínimo cuando se eligen los ceros de forma que las partes reales se compensen, es decir, se resten dos a dos. Esto se consigue de dos formas, la primera o tipo 3 consiste en tomar los ceros del semiplano derecho inferior y del izquierdo superior de forma alterna. La segunda o tipo 4 toma los ceros de forma alterna conforme aumenta la variable  $\omega$ . Las Figuras 4.12 y 4.13 muestran las distribuciones de ceros  $f_{kr}$  para los casos en el que  $\mu$  es máximo y las respuestas asociadas y las Figuras 4.14 y 4.15 muestran los mismos resultados para los casos en los que  $\mu$  es mínimo.

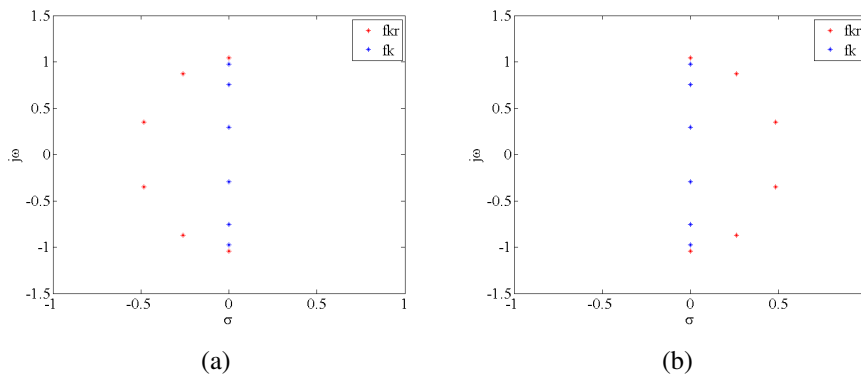


Figura 4.12: Distribución de los ceros de reflexión  $f_k$  con  $\mu$  máximo (a) Predistorsión tipo 1 (b) Predistorsión tipo 2

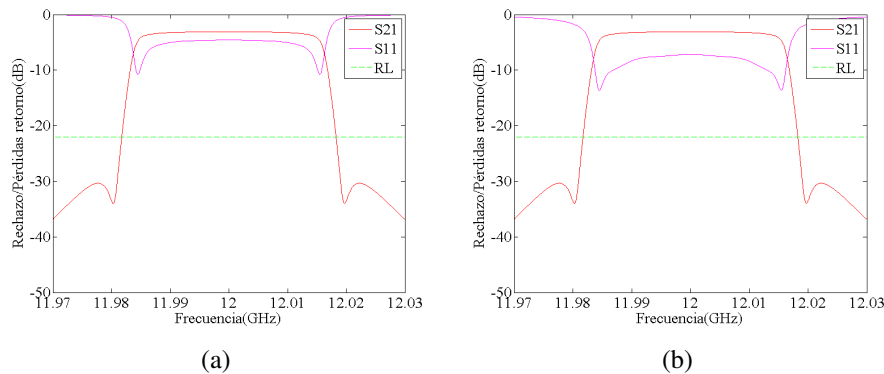


Figura 4.13: Respuestas paso banda obtenidas con  $\mu$  máximo (a) Predistorsión tipo 1 (b) Predistorsión tipo 2

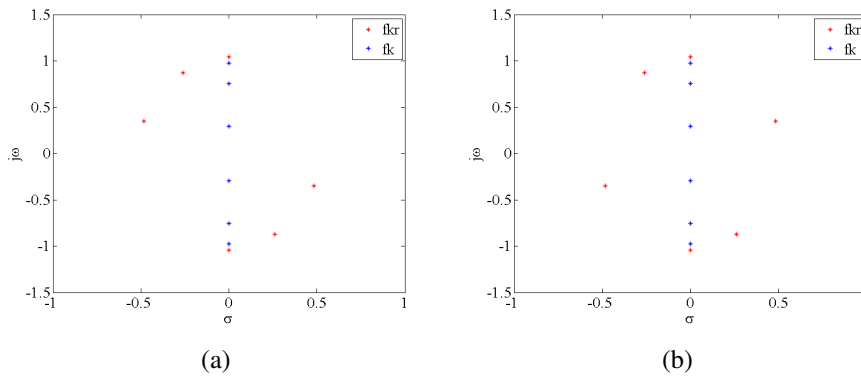


Figura 4.14: Distribución de ceros de reflexión  $f_k$  con  $\mu$  mínimo (a) Predistorsión tipo 3 (b) Predistorsión tipo 4

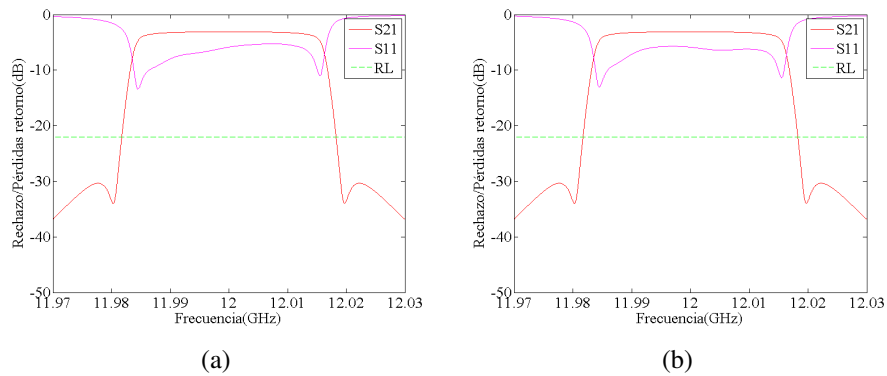


Figura 4.15: Respuestas paso banda obtenidas con  $\mu$  mínimo (a) Predistorsión tipo 3 (b) Predistorsión tipo 4

El último paso de la síntesis es la obtención de la matriz de acoplos asociada. Hemos visto que matemáticamente al predistorsionar un filtro modificamos en magnitud los polos de las funciones de transferencia y la distribución y la magnitud de los ceros de reflexión. Para comprobar el efecto de la predistorsión en las matrices de acoplos vamos a obtener las matrices asociadas al filtro sin predistorsión y a los cuatro filtros que hemos predistorsionado previamente suponiendo en primer lugar que la red está doblemente terminada y luego que es de terminación única. Las Tablas 4.3 y 4.4 muestran los resultados obtenidos.

La Tabla 4.3 muestra los resultados referentes a una red de doble terminación resistiva. Analizando la matriz asociada al filtro sin predistorsión que se muestra en esta tabla vemos que se trata de un filtro síncrono (sin offsets en frecuencia) y máximamente simétrico respecto al centro físico de la red.

	Filtro sin predistorsión	Predistorsión tipo1	Predistorsión tipo2	Predistorsión tipo3	Predistorsión tipo4
$M_{S1}$	1.0327	-0.4971	-4.3063	1.0250	0.9997
$M_{12}$	0.8608	0.7499	-1.3644	0.7247	0.8229
$M_{23}$	0.5666	-0.5254	0.2077	0.6564	0.4875
$M_{34}$	0.7588	0.7578	0.6410	0.6723	0.7786
$M_{45}$	0.5666	0.6398	0.5684	0.6705	0.4888
$M_{56}$	0.8608	1.1530	-0.7492	0.7199	0.8206
$M_{6L}$	1.0327	1.3189	-0.4970	0.9424	0.9966
$M_{25}$	-0.2186	0.2284	-0.0592	-0.2429	-0.1924
$M_{35}$	0	0	0	0.0114	0.0011
$M_{11}$	0	0	0	0.4429	0.0659
$M_{22}$	0	0	0	0.0916	0.2260
$M_{33}$	0	0	0	-0.1714	-0.3488
$M_{44}$	0	0	0	0.1407	0.3461
$M_{55}$	0	0	0	-0.1053	-0.2294
$M_{66}$	0	0	0	-0.3983	-0.0599
$R_S$	1.0665	0.2471	18.5445	1.0506	0.9994
$R_L$	1.0665	1.7394	0.2470	0.9932	0.9932

Tabla 4.3: Matrices de acoplo N+2 canónicas dobladas para una red doblemente terminada

Las matrices asociadas a los tipos 1 y 2 ( $\mu_{max}$ ) también son síncronas pero la red deja de ser simétrica respecto a su centro y por el contrario las matrices correspondientes a los tipos 3 y 4 ( $\mu_{min}$ ) presentan offsets en frecuencia, es decir, son asíncronas pero son cuasi simétricas respecto al centro de la red. También se aprecia la aparición de un acoplo cruzado asimétrico que es relativamente despreciable respecto al resto de acoplos.

Este cambio en las matrices se debe principalmente a que los ceros de reflexión no son imaginarios puros sino que presentan una componente real y los coeficientes de las funciones de admitancia de las cuales se extraen las matrices cambian en magnitud y a veces en signo.

La elección del tipo de predistorsión es arbitraria y va a depender del tipo de filtro que se quiera conseguir, es decir, si queremos obtener una red simétrica tendremos que aplicar las predistorsiones tipo 3 o 4 aunque tendremos offsets en frecuencia que nos dificultarán el ajuste físico del filtro. Por el contrario si se prefiere obtener el filtro síncrono de cara a facilitar el ajuste aplicaremos las tipo 1 o 2 pero tendremos el handicap de que la red es asimétrica y por tanto físicamente será más compleja de diseñar.

	Filtro sin predistorsión	Predistorsión tipo1	Predistorsión tipo2	Predistorsión tipo3	Predistorsión tipo4
$M_{S1}$	-0.8349	-0.7135	-0.7135	-0.7135	-0.7135
$M_{12}$	0.6369	0.6761	0.6761	0.6761	0.6761
$M_{23}$	-0.4878	-0.5063	-0.5063	-0.5063	-0.5063
$M_{34}$	0.8769	0.8434	0.8434	0.8434	0.8434
$M_{45}$	0.6991	0.6767	0.6767	0.6767	0.6767
$M_{56}$	1.3706	1.2898	1.2898	1.2898	1.2898
$M_{6L}$	1.4605	1.4094	1.4094	1.4094	1.4094
$M_{25}$	0.3247	0.2952	0.2952	0.2952	0.2952
$M_{35}$	0	0	0	0	0
$M_{11}$	0	0	0	0	0
$M_{22}$	0	0	0	0	0
$M_{33}$	0	0	0	0	0
$M_{44}$	0	0	0	0	0
$M_{55}$	0	0	0	0	0
$M_{66}$	0	0	0	0	0
$R_S$	0.6971	0.5091	0.5091	0.5091	0.5091
$R_L$	2.1331	1.9864	1.9864	1.9864	1.9864

Tabla 4.4: Matrices de acoplo N+2 canónicas dobladas para una red de terminación única

Realizando el mismo análisis a las matrices obtenidas en el caso de considerar una red de terminación única (Tabla 4.4) se aprecia que la predistorsión sea cual sea el tipo en este caso afecta a la magnitud de los acoplos que existen el el filtro sin predistorsión pero nunca aparecen acoplos nuevos o desaparecen los que ya existían. Esto se debe a que las funciones de admitancia en este caso sólo dependen de los polos de las funciones de transferencia y jamás se puede producir un cambio en el signo de sus coeficientes. Además se observa que sea cual sea el tipo elegido de predistorsión la matriz resultante es siempre la misma cosa evidente ya que las matrices de admitancia en todos los casos son las mismas. Además mantiene la asimetría de la red.

# Capítulo 5

## RESONADORES DE MICROONDAS

### 5.1. Introducción

Los resonadores son los elementos básicos con los que se diseña cualquier filtro paso banda. Son elementos capaces de almacenar a la vez energía eléctrica y magnética. El resonador más simple y didáctico es el formado por una bobina y un condensador (circuito LC), en el que la inductancia almacena la energía magnética mientras la capacitancia almacena la eléctrica. Se define la frecuencia de resonancia del resonador como la frecuencia a la cual la energía almacenada en el campo eléctrico es igual a la almacenada en el magnético.

Existen diversos dispositivos que se comportan como resonadores a frecuencias de microondas como por ejemplo líneas de transmisión o guías de onda con o sin dieléctricos. En teoría cualquier estructura de microondas puede comportarse como un resonador. La energía que almacenan y la frecuencia a la cual resuenan dependen de la geometría y las características físicas de la estructura.

Como ya vimos en el capítulo de teoría de espacio, los dispositivos que se diseñan para comunicaciones espaciales han de ser muy robustos debido a que trabajan en entornos muy hostiles soportando condiciones de trabajo extremas como vibraciones, altas potencias o ciclos de temperatura. También han de ser muy fiables y duraderos porque su reparación una vez en órbita es casi imposible. Por último deben tener las mejores prestaciones posibles ya que el tiempo de vida útil del dispositivo es muy largo. Las tecnologías que mejor responden a estos requisitos son las de cavidades resonadores y resonadores dieléctricos.

Este capítulo vamos a obtener las ecuaciones que caracterizan las distribuciones de campo o modos en cavidades resonantes rectangulares así como el factor de calidad descargado y la frecuencia de resonancia asociadas al resonador. Estas expresiones nos van a servir a posteriori para fijar el modo de operación, la frecuencia central, las dimensiones, factor de calidad descargado y la ventana libre de espurios de las cavidades de nuestros filtros.

## 5.2. Configuraciones de resonadores de microondas

Las principales consideraciones en el diseño de un resonador de microondas son su tamaño, el factor de calidad descargado  $Q_u$ , la distribución de modos y la potencia máxima de trabajo. El factor de calidad descargado representa las pérdidas inherentes al resonador. Conforme menor es más pérdidas se producen por lo que interesa emplear resonadores con alto factor de calidad para reducir las pérdidas de inserción y mejorar la selectividad de la respuesta.

A diferencia de los resonadores LC que resuenan a una única frecuencia, los resonadores de microondas pueden contener un número infinito de distribuciones de campos electromagnéticos o modos resonantes en su interior. La distribución o carta de modos es una característica que representa los modos en función de su frecuencia de resonancia o aparición y nos da una idea de su distribución.

Se llama frecuencia de corte a la frecuencia a la cual comienza a propagarse el modo fundamental (primer modo en aparecer) y se define la ventana libre de espurios al segmento espectral entre el modo de trabajo y sus vecinos más próximos. En general interesa que la ventana libre de espurios sea lo más grande posible para que los modos adyacentes al de operación interfieran lo menos posible y se mejore la respuesta de rechazo fuera de banda. Existen unos modos llamados degenerados que presentan la misma frecuencia de aparición pero distinta distribución de campo y que permiten trabajar en régimen bimodo o trimodo.

Los resonadores de microondas se pueden clasificar en tres categorías: de elementos concentrados LC, resonadores planares, y resonadores 3D.

- **Resonadores de elementos concentrados** se caracterizan por ser muy pequeños, poseer una ventana libre de espurios elevada y un bajo factor de calidad. Se pueden construir en diversas tecnologías como por ejemplo con un chip inductivo y otro capacitivo o mediante un inductor en espiral y un capacitor interdigital impresos sobre un substrato dieléctrico.
- **Resonadores planares** son circuitos impresos sobre un substrato dieléctrico de diferentes geometrías que resuenan a una frecuencia que depende de la geometría y del dieléctrico y altura del substrato. Un ejemplo de ellos es un línea microstrip terminada en circuito abierto o corto circuito.
- **Resonadores 3D** Se pueden clasificar a su vez en tres tipos
  - Coaxial: es un segmento de cable coaxial cortocircuitado en sus dos extremos.
  - Cavidades resonantes: es un segmento de guía de onda (rectangular, circular..) cortocircuitada en sus dos extremos.
  - Dieléctrico: consisten en un dieléctrico de alta constante dieléctrica sobre un soporte de baja constante dieléctrica dentro de una estructura metálica.

En general estos resonadores son voluminosos pero poseen alto factor de calidad y pueden trabajar a altas potencias.

La elección del tipo de resonador a emplear en una determinada aplicación depende de diversos factores como las pérdidas de inserción ( $Q_u$ ), el tamaño del filtro, el coste, los requerimientos de potencia etc y siempre conyeva un compromiso. La Figura 5.1 muestra dos comparativas entre las diferentes tecnologías. La primera gráfica realiza una clasificación en función de cuál es más apropiada según la banda de trabajo. La segunda nos indica la relación entre las pérdidas de inserción y el tamaño de cada tecnología.

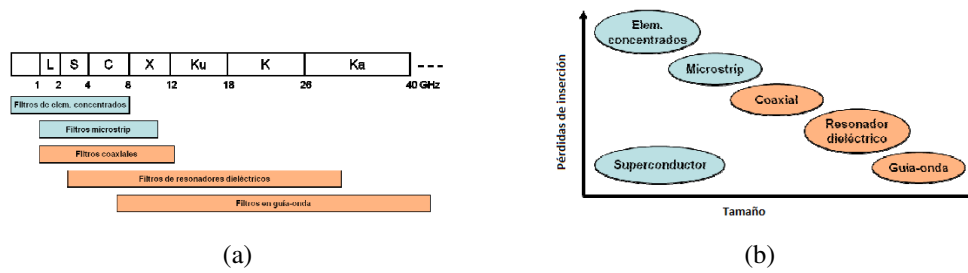


Figura 5.1: (a) Aplicación de los resonadores en función de la banda de trabajo (b) Características de las distintas tecnologías de fabricación de resonadores

### 5.3. El factor de calidad descargado $Q_u$

El factor de calidad descargado  $Q_u$  de un resonador describe su selectividad en frecuencia, es decir, lo abrupta que es su curva de resonancia. Matemáticamente se define como:

$$Q_u = \omega_0 \frac{W_T}{P_{dis}} \quad (5.1)$$

donde  $\omega_0$  es la frecuencia de resonancia en radianes,  $W_T$  es la energía almacenada media y  $P_{dis}$  es la potencia disipada en el resonador. La energía almacenada es la suma de la energía eléctrica almacenada  $W_e$  y la magnética  $W_m$ . En resonancia tenemos que

$$W_T = W_e + W_m = 2W_e = W_m \quad (5.2)$$

$$W_e = \frac{\epsilon}{4} \int_v EE^* dv \quad (5.3)$$

$$W_m = \frac{\mu}{4} \int_v HH^* dv \quad (5.4)$$

La potencia disipada en el resonador  $P_{dis}$  es la suma de la que se disipa en las paredes conductoras (conductividad finita)  $P_c$  y la que se disipa en el dieléctrico  $P_d$ . Siendo la potencia total disipada en el resonador que se calculan como:

$$P_c = \frac{R_s}{2} \int_{paredes} |H_t|^2 ds \quad (5.5)$$

$$P_d = \frac{\omega_0 \epsilon''}{2} \int_v EE^* dv \quad (5.6)$$

donde  $H_t$  es el campo magnético tangencial a la superficie,  $R_s$  es la resistencia de las paredes debida a una conductividad  $\sigma$  finita ( $R_s = \sqrt{\omega\mu_0/2\sigma}$ ) y  $\epsilon''$  la parte imaginaria de la permitividad que está relacionada con la tangente de pérdidas  $\tan(\delta)$  por la ecuación:

$$\epsilon = \epsilon' - j\epsilon'' = \epsilon_r \epsilon_0 (1 - j \tan \delta) \quad (5.7)$$

Factorizando en pérdidas de conducción y dieléctricas en 5.1 tenemos que:

$$Q_u = \omega_0 \frac{W_T}{P_c + P_d} \quad (5.8)$$

Definiendo ahora los factores  $Q_c = \omega_0 W_T / P_c$  y  $Q_d = \omega_0 W_T / P_d$  podemos expresar  $Q_u$  como

$$\frac{1}{Q_u} = \frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q_d} \quad (5.9)$$

Finalmente el factor  $Q_d$  se puede expresar como:

$$Q_d = \omega_0 \frac{2W_e}{P_d} = \frac{\epsilon'}{\epsilon''} = \frac{1}{\tan(\delta)} \quad (5.10)$$

analizando las dos últimas ecuaciones, vemos en aquellos resonadores que tengan carga dieléctrica el factor de calidad descargado es menor que  $1/(\tan(\delta))$ .



## 5.4. Cavidades resonantes rectangulares

Son un segmento de guía onda rectangular cortocircuitada en sus extremos mediante paredes metálicas. Siendo el volumen encerrado por la estructura metálica un dieléctrico (generalmente aire) .La Figura 5.2 muestra la representación característica de estas cavidades.

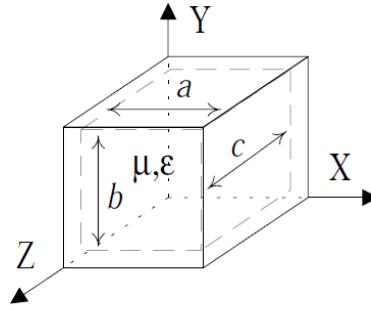


Figura 5.2: Cavidad resonante rectangular

Los campos en el interior no tienen carácter de onda viajera con el término de propagación (exponencial compleja) como en las guías de onda ya porque no existe ninguna dirección en la que se puedan extender ilimitadamente. Además al cerrar la estructura cambian condiciones de contorno. Se puede considerar que las ondas experimentan reflexiones continuas sobre las superficies del sistema y tienden a adoptar la forma de ondas estacionarias, en correspondencia con la geometría de la cavidad.

El estudio de los modos de vibración propios y de sus frecuencias características se realiza mediante la superposición de los modos de propagación de las guías abiertas que interfieren al viajar en sentidos opuestos.

### 5.4.1. Distribución de los campos

Para el cálculo de la distribución de los campos en la cavidad suponemos que el material conductor es perfecto y que el medio dieléctrico es lineal, homogéneo e isótropo. Los campos se modelan mediante las ecuaciones de Maxwell sin fuentes en notación fasorial.

$$\nabla \vec{E} = 0 \quad \nabla_x \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \quad (5.11a)$$

$$\nabla_x \vec{H} = -j\omega\mu\vec{E} \quad \nabla \vec{H} = 0 \quad (5.11b)$$

De las ecuaciones de Maxwell obtenemos la ecuación de onda.

$$\nabla^2 \vec{E} + \omega^2 \mu \epsilon \vec{E} = 0 \quad (5.12a)$$

$$\nabla^2 \vec{H} + \omega^2 \mu \epsilon \vec{H} = 0 \quad (5.12b)$$

Esta ecuación tiene por solución una función que depende de la geometría y se puede resolver aplicando el método de separación de variables de forma que la solución es del tipo:

$$\vec{E} = f(\vec{r}) = f(x, y, z)$$

$$\vec{H} = f(\vec{r}) = f(x, y, z)$$

$$f(\vec{r}) = f(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z) \quad (5.14)$$

$$f(\vec{r}) = (A \operatorname{sen}(K_x x) + B \operatorname{cos}(K_x x))(C \operatorname{sen}(K_y y) + D \operatorname{cos}(K_y y)) \\ (E \operatorname{sen}(K_z z) + F \operatorname{cos}(K_z z)) \quad (5.15)$$

donde  $A, B, C, D, E, F$  son constantes.

Al resolver las ecuaciones de onda en este tipo de estructuras se obtienen dos tipos de soluciones que definen el tipo de ondas o modos que pueden existir dentro de la cavidad. Estas son los modos transversales eléctricos  $TE_{mnp}$  en los que la componente longitudinal del campo eléctrico es nulo y los modos transversales magnéticos  $TM_{mnp}$  en los que la componente longitudinal del campo magnético es nula.

### 5.4.2. Modos $TE_{mnp}$

Para obtener los modos transversales eléctricos ( $E_z = 0$ ) forzamos a que en las paredes el campo eléctrico tangencial se anule (pared eléctrica) de forma que

$$E_x|_{z=0,c} \quad 0 \leq x \leq a \quad 0 \leq y \leq b = 0 \quad (5.16)$$

$$E_y|_{z=0,c} \quad 0 \leq x \leq a, \quad 0 \leq y \leq b = 0 \quad (5.17)$$

$$E_x = E_{0x} \cos(K_x x) \sin(K_y y) \sin(K_z z) \quad (5.18a)$$

$$E_y = E_{0y} \sin(K_x x) \cos(K_y y) \sin(K_z z) \quad (5.18b)$$

$$E_z = 0 \quad (5.18c)$$

donde

$$K^2 = \omega^2 \mu \epsilon = K_x^2 + K_y^2 + K_z^2 \quad (5.19)$$

$$K_x = \frac{n\pi}{a} \quad K_y = \frac{m\pi}{b} \quad K_z = \frac{p\pi}{c} \quad \text{para} \begin{cases} m, n = 0, 1, \dots \\ p = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (5.20)$$

Aplicando las relaciones entre las componentes transversales y longitudinales de los campos obtenemos el resto de ecuaciones

$$H_x = H_{0x} \sin(K_x x) \cos(K_y y) \cos(K_z z) \quad (5.21a)$$

$$H_y = H_{0y} \cos(K_x x) \sin(K_y y) \cos(K_z z) \quad (5.21b)$$

$$H_z = H_{0z} \cos(K_x x) \cos(K_y y) \sin(K_z z) \quad (5.21c)$$

Si las dimensiones satisfacen  $c > a > b$  el modo fundamental es el  $TE_{101}$

### 5.4.3. Modo fundamental: $TE_{101}$

$$E_x = 0 \quad (5.22a)$$

$$E_y = E_{0y} \sin(K_x x) \sin(K_z z) \quad (5.22b)$$

$$E_z = 0 \quad (5.22c)$$

$$H_x = H_{0x} \sin(K_x x) \cos(K_z z) \quad (5.22d)$$

$$H_y = 0 \quad (5.22e)$$

$$H_z = H_{0z} \cos(K_x x) \sin(K_z z) \quad (5.22f)$$

Los campos son de la forma

$$\vec{E} = E_y \vec{y}$$

$$\vec{H} = H_x \vec{x} + H_z \vec{z}$$

Analizando los máximos y mínimos de los campos obtenidos concluimos que:

El campo eléctrico varía linealmente según la coordenada  $y$ , y es máximo cuando  $x = a/2$  y  $z = c/2$ , es decir, en el centro de la cavidad decreciendo de forma sinusoidal según nos alejamos del centro en  $x$  y  $z$ . El campo magnético varía según las coordenadas  $x$  y  $z$  y por lo tanto presenta dos máximos uno en cada dirección. Según  $x$  es máximo cuando  $x = a/2$  y  $z = 0, d$  y según  $z$  cuando  $x = 0, a$  y  $z = c/2$ , es decir, es máximo en el punto medio de las paredes contenidas en los planos  $x$ - $z$  e  $y$ - $z$ .

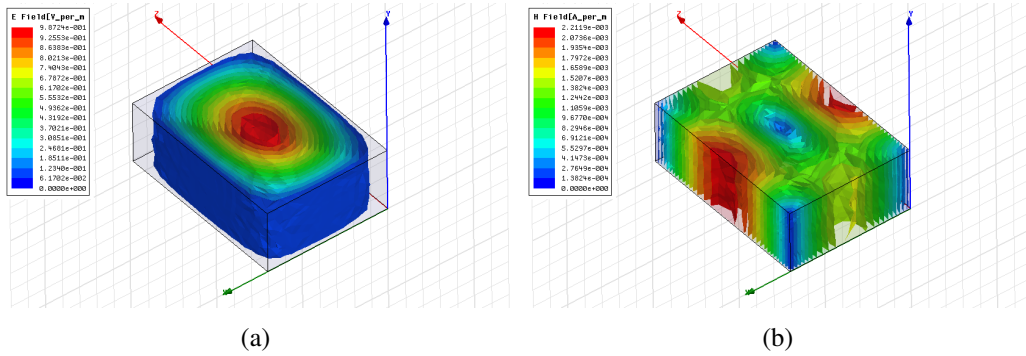


Figura 5.3: Distribución de campo modo  $TE_{101}$  (a) Campo eléctrico, (b) Campo magnético

#### 5.4.4. Modos $TM_{mnp}$

Los modos transversales magnéticos se caracterizan por tener la componente del campo magnético en  $z$  nula ( $H_z = 0$ ) y se obtienen de forma análoga a los eléctricos, sólo que ahora hay que anular también la componente  $E_z$  en las paredes. La nueva ecuación de contorno es:

$$E_z|_{x=0,a} \quad y=0,b} = 0 \quad (5.24)$$

Y los campos obtenidos :

$$E_x = E_{0x} \cos(K_x x) \sin(K_y y) \sin(K_z z) \quad (5.25a)$$

$$E_y = E_{0y} \sin(K_x x) \cos(K_y y) \sin(K_z z) \quad (5.25b)$$

$$E_z = E_{0z} \sin(K_x x) \sin(K_y y) \sin(K_z z) \quad (5.25c)$$

$$K^2 = \omega^2 \mu \epsilon = K_x^2 + K_y^2 + K_z^2$$

$$K_x = \frac{n\pi}{a} \quad K_y = \frac{m\pi}{b} \quad K_z = \frac{p\pi}{c} \quad \text{para } \begin{cases} m, n = 1, 2, \dots \\ p = 0, 1, \dots \end{cases} \quad (5.26)$$

$$H_x = H_{0z} \text{sen}(K_x x) \cos(K_y y) \cos(K_z z) \quad (5.27a)$$

$$H_y = H_{0z} \cos(K_x x) \text{sen}(K_y y) \cos(K_z z) \quad (5.27b)$$

$$H_z = 0 \quad (5.27c)$$

### 5.4.5. Cálculo de la frecuencia de resonancia

La frecuencia de resonancia para los modos  $TE_{nmq}$  y  $TM_{nmq}$  es la misma y se obtiene aplicando la siguiente relación:

$$K = \frac{2\pi}{\lambda_{mnp}} = \frac{2\pi}{c} f_{cmnq} = \sqrt{K_x^2 + K_y^2 + K_z^2} \quad (5.28)$$

$$f_{cmnq} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{c}\right)^2} \quad (5.29)$$

### 5.4.6. Factor de calidad descargado $Q_u$

El factor de calidad descargado se debe únicamente a la pérdidas por conducción en las paredes (conductividad finita), ya que las cavidades están rellenas de aire ( $\tan(\delta) = 0$ ). Aplicando las expresiones analíticas de la distribución de los campos en la cavidad en las ecuaciones 5.1-5.6 podemos calcularla expresión para del  $Q_c$  descargado.

Para una cavidad de dimensiones a,b,d operando en modos  $TE_{10q}$ ,  $Q_c = Q_u$  viene dado por:

$$Q_u = Q_c = \omega_0 \frac{W_T}{P_c} = \frac{(K_{10p} a c)^3 b \eta}{2\pi^2 R_s} \frac{1}{[2p^2 a^3 b + 2bc^3 + p^2 a^3 c + ac^3]} \quad (5.30a)$$

$$k_{10p} = \left[ \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 \right]^{1/2}, \quad \eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (5.30b)$$

En la Figura 5.4 se muestran dos imágenes, la primera es una representación de los modos en una cavidad rectangular en función de sus dimensiones y de la frecuencia de resonancia y la segunda es una gráfica que relaciona el factor de calidad descargado con las dimensiones. Estas gráficas son las que se van a usar para fijar las dimensiones, el factor de calidad descargado y la frecuencia de resonancia de las cavidades de nuestros filtros.

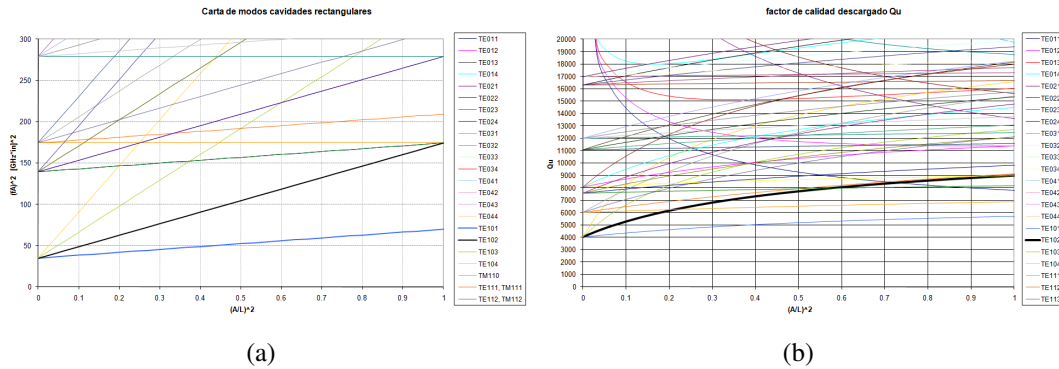


Figura 5.4: (a)Carta de modos cavidades resonantes rectangulares, (b)Factor de calidad descargado modos TEMnp

# Capítulo 6

## RESULTADOS

### 6.1. Introducción

Este proyecto tiene como objetivo el diseño de un diplexor en banda Ku con filtros predistorcionados. Como ya sabemos un diplexor consta de dos filtros, uno de transmisión y otro de recepción, siendo el de transmisión el de menor frecuencia central. Con el fin de comparar y obtener conclusiones sobre las ventajas y desventajas de la predistorsión vamos a diseñar e implementar dos filtros de TX-RX sin predistorcionar y a continuación los predistorcionaremos.

El procedimiento que vamos a seguir en el diseño del diplexor es el siguiente:

- A partir de unas máscaras de rechazo, retardo de grupo y parámetros como frecuencia central, ancho de banda y pérdidas de retorno generamos una respuesta Chebyshev generalizada que las cumpla. De esta respuesta sintetizamos de acuerdo a una topología la matriz de acoplos paso bajo que posteriormente nos servirá para implementar físicamente el filtro.
- Puesto que existe una relación entre los modos de trabajo, las dimensiones y el factor de calidad descargado en cavidades resonantes rectangulares fijamos el tipo de material y obtenemos las dimensiones de la cavidad individual y su factor de calidad descargado asociado. Una vez conocido el factor de calidad descargado lo incluimos en el modelo sin pérdidas obteniendo las pérdidas de inserción asociadas y predistorcionamos las respuestas.
- Mediante simulación electromagnética caracterizamos la cavidad individual así como los acoplos existentes entre dos cavidades para distintas configuraciones. Estas configuraciones dependen del tipo de acoplos presentes en la matriz extraída.

- Usando las caracterizaciones se construye un modelo electromagnético del filtro completo y se ajusta mediante un programa de análisis de filtros facilitado por Thales Alenia Space llamado fpb2.
- Medimos las pérdidas de inserción y los factores de calidad físicos y equivalentes y los comparamos con los resultados teóricos esperados.
- Por último realizamos la multiplexación de los filtros con ADS.

## 6.2. Diseño teórico de los filtros

El primer paso en el diseño de los filtros va a ser obtener una respuesta teórica que cumpla con las máscaras de rechazo, pérdidas de retorno y retardo de grupo. Para ello se han programado en Matlab una serie de funciones que a partir de unas especificaciones de partida nos generan respuestas tipo Chebyshev generalizado. En nuestro caso partimos de la frecuencia central y el ancho de banda. El diseño teórico nos permite realizar cualquier filtro matemáticamente posible y nos proporciona la matriz de acoplos que lo caracteriza, sin embargo, a la hora de la implementación física no todos los filtros son realizables. Por este motivo en este punto interesa obtener la respuesta más simple en cuanto a orden, ceros de transmisión y ceros de ecualización que cumpla las máscaras con el fin de que la matriz de acoplos sea fácilmente realizable.

### 6.2.1. Filtro de transmisión

Las especificaciones de partida son:

Frecuencia central ( $f_c$ )	13.05 GHz
Ancho de banda (BW)	340 MHz
Pérdidas de retorno (RL)	21 dB

Como queremos que la respuesta tenga ceros de transmisión finitos y que sea síncrona (sin offsets en frecuencia) tenemos que elegir los ceros de forma simétrica, es decir, por parejas. Los ceros de transmisión finitos y de ecualización se traducen en acoplos cruzados en la matriz. Estos acoplos cruzados a la hora de implementar suelen ser difíciles de conseguir e introducen muchos espurios por lo que con el fin de simplificar el diseño electromagnético y el ajuste vamos a restringir el número de ceros de transmisión finitos a dos y ninguno de ecualización obteniendo respuestas del tipo N 2 0.

Una vez fijado esto fijamos el orden del filtro y elegimos los ceros en el dominio complejo transformado paso bajo de forma que se cumplan las especificaciones. En nuestro caso después de varias combinaciones tomamos:



Orden del filtro(N)	6
Ceros tx finitos	$\omega = \pm 2.2$

Las respuestas paso banda obtenidas se muestran en las Figuras 6.1 y 6.2.

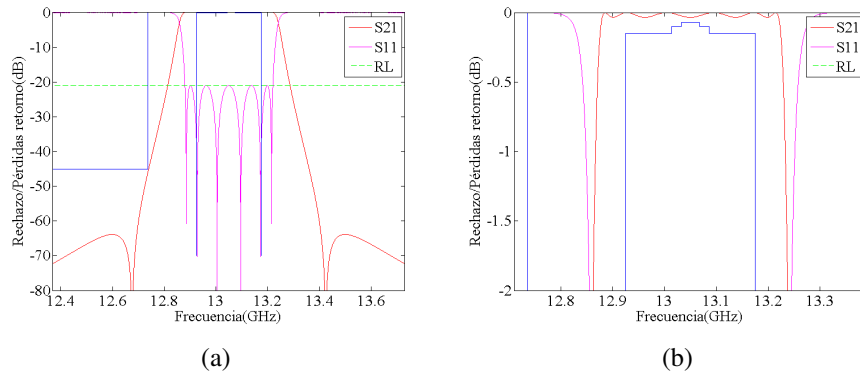


Figura 6.1: (a) Características paso banda de transmisión-reflexión sin pérdidas y nivel de pérdidas de retorno (b) Zoom, pérdidas de inserción

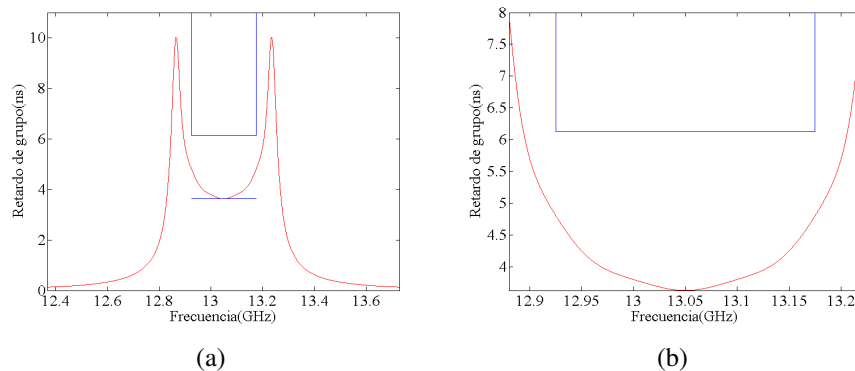


Figura 6.2: (a) Característica paso banda de retardo de grupo sin pérdidas, (b) Zoom

El siguiente paso es obtener la matriz de acoplos asociada a esta respuesta que posteriormente será lo que se implemente físicamente. Para ello lo primero que hacemos es elegir el tipo de aproximación circuital, obtenemos las funciones de admitancia y partir de éstas extraemos la matriz. En nuestro caso tomamos la aproximación de red doblemente terminada.

Inicialmente la matriz que se obtiene de este proceso es la transversal que caracteriza una topología en línea, sin embargo, nosotros queremos realizar la topología doblada por lo que aplicando las transformaciones vistas en el capítulo 3 obtenemos la matriz de la Tabla 6.1.

	$S$	1	2	3	4	5	6	$L$
$S$	0	1.0203	0	0	0	0	0	0
1	1.0203	0	0.8566	0	0	0	0	0
2	0	0.8566	0	0.6105	0	-0.0528	0	0
3	0	0	0.6105	0	0.6299	0	0	0
4	0	0	0	0.6299	0	0.6105	0	0
5	0	0	-0.0528	0	0.6105	0	0.8566	0
6	0	0	0	0	0	0.8566	0	1.0203
$L$	0	0	0	0	0	0	1.0203	0

$R_S = 1.0410$	$R_L = 1.0410$
----------------	----------------

Tabla 6.1: Matriz de acoplos paso bajo N+2 canónica doblada

### 6.2.2. Filtro de recepción

Para sintetizar el filtro de recepción seguimos el mismo procedimiento que en el de transmisión. En este caso partimos de las siguientes especificaciones:

Frecuencia central ( $f_c$ )	14.125 GHz
Ancho de banda (BW)	350 MHz
Pérdidas de retorno (RL)	21 dB

Y fijamos el orden y los ceros de transmisión a:

Orden del filtro(N)	6
Ceros tx finitos	$\omega = \pm 1.85$

Las respuestas paso banda de transmisión-reflexión y retardo de grupo del filtro de recepción se muestran en las Figuras 6.3 y 6.4.

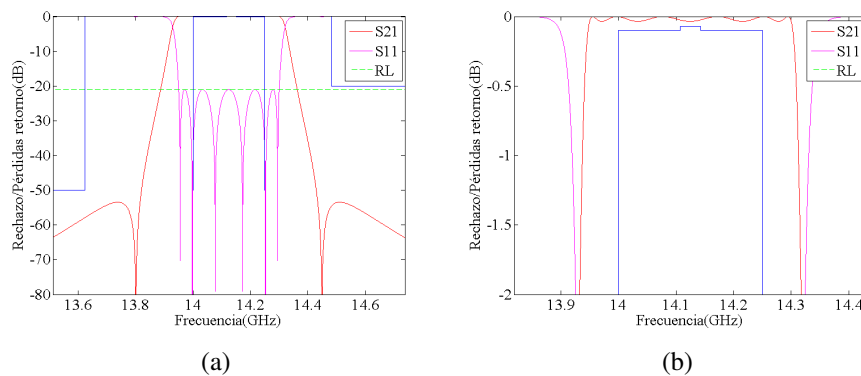


Figura 6.3: (a) Características paso banda de transmisión-reflexión sin pérdidas y nivel de pérdidas de retorno (b) Zoom, pérdidas de inserción

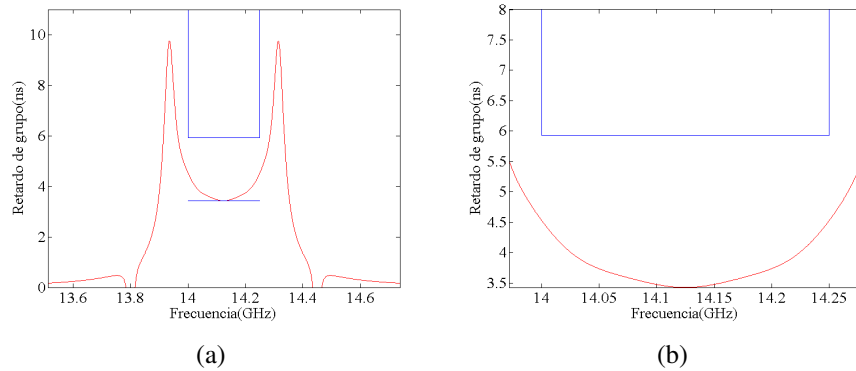


Figura 6.4: (a) Característica paso banda de retardo de grupo sin pérdidas, (b) Zoom

La Tabla 6.2 muestra la matriz de acoplos que se ha extraído.

	$S$	1	2	3	4	5	6	$L$
$S$	0	1.0190	0	0	0	0	0	0
1	1.0190	0	0.8542	0	0	0	0	0
2	0	0.8542	0	0.6052	0	-0.0794	0	0
3	0	0	0.6052	0	0.6505	0	0	0
4	0	0	0	0.6505	0	0.6052	0	0
5	0	0	-0.0794	0	0.6052	0	0.8542	0
6	0	0	0	0	0	0.8542	0	1.0190
$L$	0	0	0	0	0	0	1.0190	0

$R_S = 1.0384$	$R_L = 1.0384$
----------------	----------------

Tabla 6.2: Matriz de acoplos paso bajo N+2 canónica doblada

### 6.2.3. Obtención de $Q_u$ y dimensiones de la cavidad individual

Cuando sintetizamos una función de filtrado matemáticamente suponemos que no hay pérdidas y por tanto las respuestas son ideales. En la práctica el uso de materiales no ideales introduce pérdidas en las respuestas de filtrado. En el caso de utilizar dispositivos metálicos las pérdidas van asociadas a la conductividad del metal que es finita, a la geometría de la estructura y a la distribución de los campos en ella. Como vimos en el capítulo 5 el parámetro que modela este efecto es el factor de calidad descargado de la estructura.

Lo primero que hay que elegir es la tecnología en la que se va a implementar. Esta elección depende de las especificaciones del filtro en cuestión, como el espectro de operación, las pérdidas máximas de inserción o el aislamiento. Como vamos a diseñar filtros de transmisión y recepción en los que el ancho de banda fraccionario (relación entre el ancho de banda y la frecuencia central) es mayor que el 1% hemos optado por la tecnología en guía de onda rectangular. Estos filtros van a trabajar en banda Ku (11-17 GHz) y la interfaz de entrada salida va a ser la WR75.

Empleando las gráficas de la Figura 5.4 y suponiendo que las cavidades rectangulares son de aluminio ( $\sigma = 38000000$ ) y trabajan en el modo fundamental  $TE_{101}$  donde  $a = b/2$  y  $(a/l)^2 = 0,5$  obtenemos los siguientes parámetros de diseño:

	Filtro Transmisión	Filtro Recepción
Frecuencia central ( $f_c$ )	13.05 GHz	14.125 GHz
Factor de calidad ( $Q_u$ )	5177	5177
Ancho cavidad (a)	14.0785 mm	13.007 mm
Alto cavidad (b)	7.03926 mm	6.5035 mm
Largo cavidad (l)	19.91 mm	18.3947 mm
Ventana libre de espurios	5.4 GHz	5.85GHz

Tabla 6.3: Parámetros obtenidos de la carta de modos

Por comodidad a partir de este puntos nos referimos al factor de calidad descargado  $Q_u$  como factor de calidad.

#### 6.2.4. Filtro de transmisión predistorsionado

Para diseñar este filtro vamos a partir de las funciones de transferencia y las singularidades que caracterizan el filtro de transmisión previamente sintetizado. Realizamos una predistorsión adaptativa suponiendo que el factor de calidad del filtro es el que obtuvimos de la carta de modos  $Q_u = 5177$  y que se pretende obtener un factor de calidad equivalente 3 veces superior, es decir,  $Q_p = 3Q_u$ . Tomamos como pesos el siguiente vector  $v = [1,5 \quad 1,5 \quad 1,1 \quad 1,1 \quad 0,9 \quad 0,9]$  que desplaza de forma no uniforme los polos.

Con el fin de simplificar la implementación física y el ajuste hemos elegido la predistorsión tipo 4, es decir, los ceros de reflexión se reorganizan de forma alterna conforme aumenta la frecuencia ya que para redes de doble terminación resistiva este tipo produce offsets en frecuencia pero mantiene la simetría en la matriz de acoplos. En la Tabla 6.4 se muestra los polos y ceros de reflexión del filtro antes y después de la predistorsión y la Figura 6.5 lo muestra gráficamente.

La característica paso banda sin pérdidas del filtro predistorsionado se muestra en la Figura 6.6, vemos como la respuesta en transmisión presenta una concavidad en la banda de paso inversa al efecto que producen las pérdidas y que la respuesta en reflexión ha empeorado teniendo un nivel de pérdidas de retorno de 14,54dB.

Por último, la Tabla 6.5 muestra la matriz de acoplos canónica doblada extraída. En ella se comprueba el efecto de la predistorsión anteriormente comentado, es decir, han aparecido offsets en frecuencia y es cuasi simétrica.

Ceros Reflexión filtro TX ( $f_k$ )	Ceros Reflexión filtro TX ( $f_{kr}$ ) presistorsionado	Polos de reflexión/ transmisión filtro TX ( $e_k$ )	Polos de reflexión/ transmisión filtro TX predistorsionado( $e_{kr}$ )
+0.9684j	-0.2210 - 0.2796j	-0.1261 + 1.0923j	-0.1216 + 1.0923j
-0.9684j	0.1414 - 0.7489j	-0.1261 - 1.0923j	-0.1216 - 1.0923j
+0.7206j	-0.1414 + 0.7489j	-0.3717 + 0.8287j	-0.3662 + 0.8287j
-0.7206j	0.2210 + 0.2796j	-0.3717 - 0.8287j	-0.3662 - 0.8287j
+0.2680j	-0.9856j	-0.5433 + 0.3134j	-0.5359 + 0.3134j
-0.2680j	+0.9856j	-0.5433 - 0.3134j	-0.5359 - 0.3134j

Tabla 6.4: Comparativa entre las singularidades de la función de reflexión del filtro con y sin predistorsión

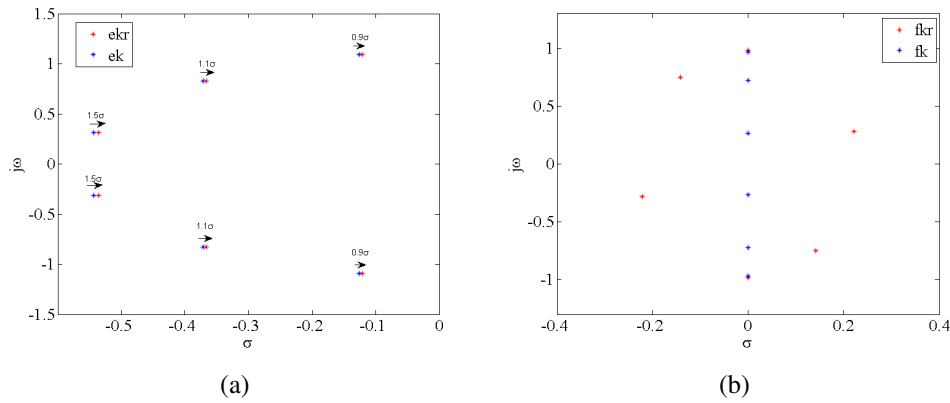


Figura 6.5: (a) Polos originales y predistorsionados ( $e_k, e_{kr}$ ), (b) Ceros de reflexión originales y predistorsionados ( $f_k, f_{kr}$ )

	$S$	1	2	3	4	5	6	$L$
$S$	0	1.0128	0	0	0	0	0	0
1	1.0128	0.0438	0.8490	0	0	0	0	0
2	0	0.8490	0.0514	0.6037	0	-0.0525	0	0
3	0	0	0.6037	-0.0777	0.6381	0	0	0
4	0	0	0	0.6381	0.0774	0.6038	0	0
5	0	0	-0.0525	0	0.6038	-0.0518	0.8482	0
6	0	0	0	0	0	0.8482	-0.0431	1.0118
$L$	0	0	0	0	0	0	1.0118	0

$R_S = 1.0258$	$R_L = 1.0237$
----------------	----------------

Tabla 6.5: Matriz de acoplos paso bajo N+2 canónica doblada

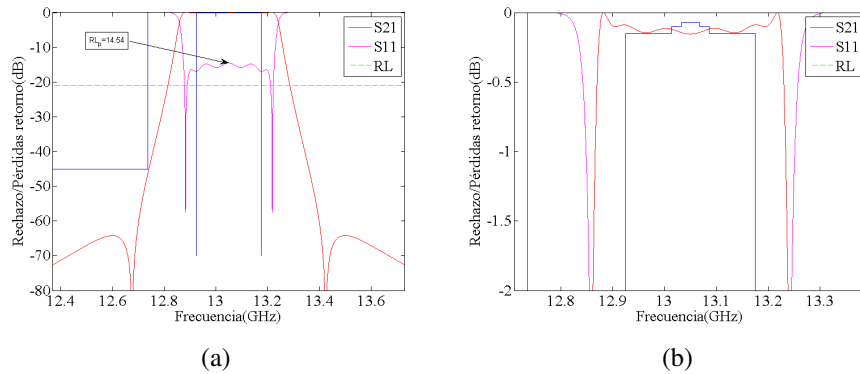


Figura 6.6: (a) Características paso banda de transmisión-reflexión predistorsionadas sin pérdidas y nivel de pérdidas de retorno (b) Zoom, pérdidas de inserción

Obtenemos ahora las respuestas paso banda reales teóricas introduciendo el factor de pérdidas debido a  $Q_u$ . Las Figuras 6.7 y 6.8 muestran el resultado, vemos cómo en el filtro sin predistorsionar tenemos unas pérdidas de inserción en la banda de paso de  $IL = 0,259$ dB y que la respuesta en transmisión se ha redondeado disminuyéndose la selectividad del filtro. En el caso del filtro predistorsionado se aprecia como las pérdidas de inserción son mayores  $IL_p = 0,3747$ dB en la banda de paso pero por el contrario la respuesta en transmisión está menos redondeada, es decir, posee mayor selectividad y el rizado en la banda de paso es más uniforme.

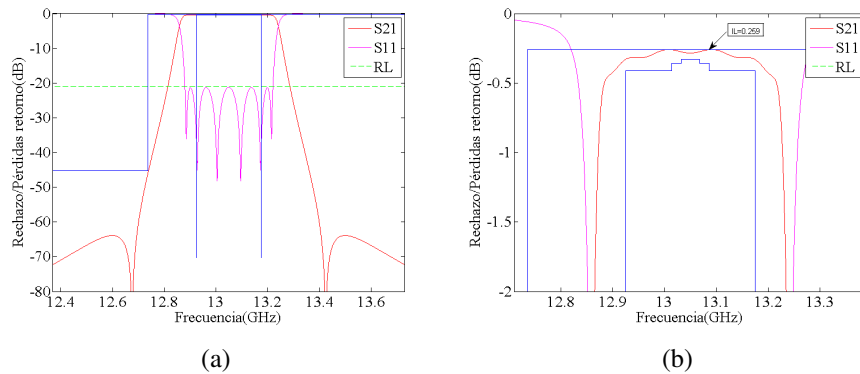


Figura 6.7: (a) Características paso banda de transmisión-reflexión sin predistorsión y con pérdidas y nivel de pérdidas de retorno (b) Zoom, pérdidas de inserción

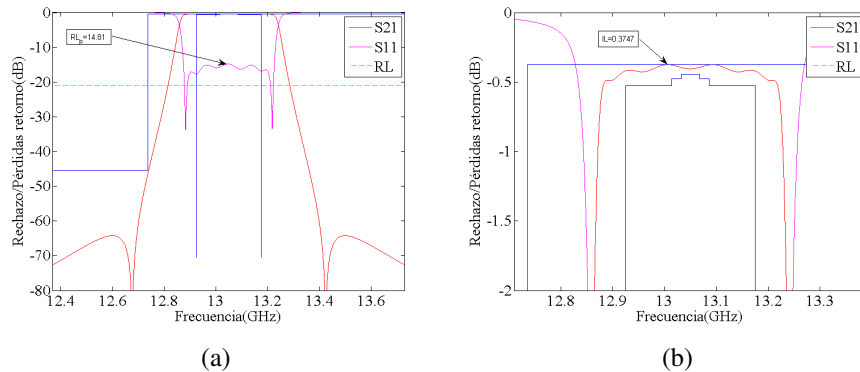


Figura 6.8: (a) Características paso banda de transmisión-reflexión predistorsionadas con pérdidas y nivel de pérdidas de retorno (b) Zoom, pérdidas de inserción

### 6.2.5. Filtro de recepción predistorsionado

Para el diseño de este filtro seguimos el mismo procedimiento que en el de transmisión predistorsionado. Partimos del mismo factor de calidad  $Q_u = 5177$  y tomamos el mismo factor de calidad esperado  $Q_p = 3Q_u$  pero aplicamos el vector de pesos  $v = [1,1 \ 1,1 \ 1 \ 1 \ 0,9 \ 0,9]$  y el tipo de predistorsión 3, que reorganiza los ceros de reflexión entre los semiplanos inferior-derecho y superior-izquierdo. Tomamos ahora este tipo porque produce los mismo efectos que el tipo 4 en la matriz de acoplos y nos permite verificar otro caso.

Los resultados obtenidos se muestran a continuación, en la Tabla 6.6 y la Figura 6.9 se muestra matemática y gráficamente el valor los polos y ceros de reflexión antes y después de la predistorsión. La Figura 6.10 muestra la respuesta paso banda del filtro predistorsionado y las Figuras 6.11 y 6.12 las respuestas paso banda de el filtro de recepción sin y con predistorsión en presencia de pérdidas respectivamente. Por último la la Tabla 6.7 muestra la matriz de acoplos extraída.

Ceros Reflexión filtro TX ( $f_k$ )	Ceros Reflexión filtro TX ( $f_{kr}$ ) predistorsionado	Polos de reflexión/transmisión filtro TX ( $e_k$ )	Polos de reflexión/transmisión filtro TX predistorsionado( $e_{kr}$ )
+0.9696j	-0.2528 + 0.2881j	-0.1191 + 1.0893j	-0.1144 + 1.0893j
-0.9696j	0.2528 - 0.2881j	-0.1191 - 1.0893j	-0.1144 - 1.0893j
+0.7271j	-0.1525 + 0.7620j	-0.3664 + 0.8407j	-0.3612 + 0.8407j
-0.7271j	0.1525 - 0.7620j	-0.3664 - 0.8407j	-0.3612 - 0.8407j
+0.2723j	-0.9887j	-0.5529 + 0.3224j	-0.5472 + 0.3224j
-0.2723j	+0.9887j	-0.5529 - 0.3224j	-0.5472 - 0.3224j

Tabla 6.6: Comparativa entre las singularidades de la función de reflexión del filtro con y sin predistorsión

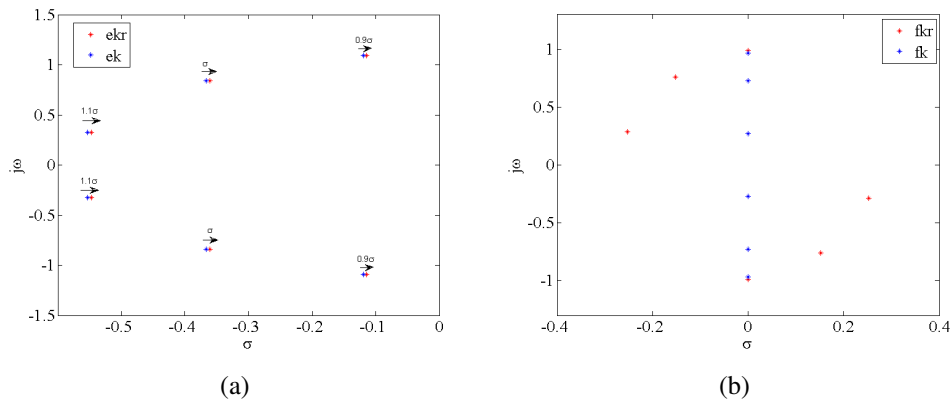


Figura 6.9: (a) Polos originales y con predistorsión ( $ek, ekr$ ), (b) Ceros de reflexión originales y predistorsionados ( $fk, fkr$ )

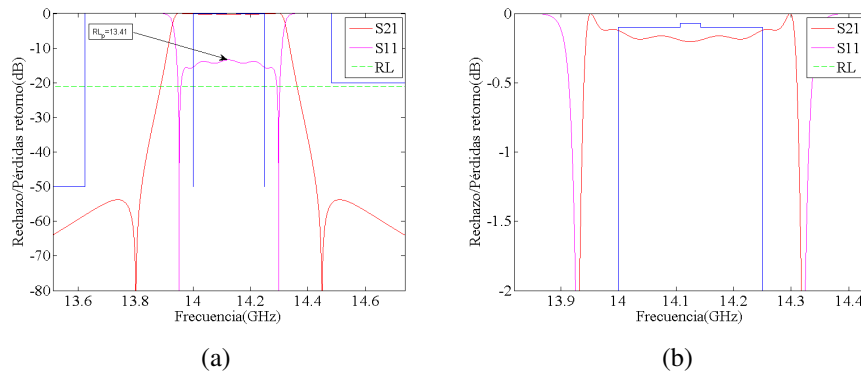


Figura 6.10: (a) Características paso banda de transmisión-reflexión predistorsionadas sin pérdidas y nivel de pérdidas de retorno (b) Zoom, pérdidas de inserción

	$S$	1	2	3	4	5	6	$L$
$S$	0	1.0122	0	0	0	0	0	0
1	1.0122	0.1860	0.8270	0	0	0	0	0
2	0	0.8270	-0.0016	0.6325	0	-0.0826	0	0
3	0	0	0.6325	0.0098	0.6258	0	0	0
4	0	0	0	0.6258	-0.0105	0.6326	0	0
5	0	0	-0.0826	0	0.6326	0.0011	0.8265	0
6	0	0	0	0	0	0.8265	-0.1848	1.0113
$L$	0	0	0	0	0	0	1.0113	0

$R_S = 1.0246$	$R_L = 1.0228$
----------------	----------------

Tabla 6.7: Matriz de acoplos paso bajo N+2 canónica doblada



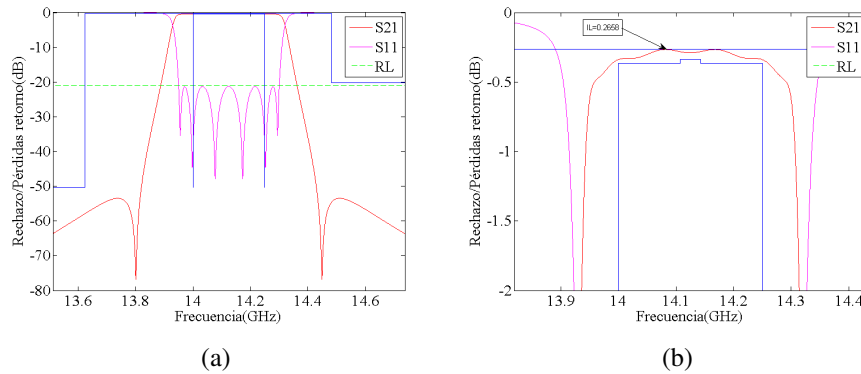


Figura 6.11: (a) Características paso banda de transmisión-reflexión sin predistorsión y con pérdidas y nivel de pérdidas de retorno (b) Zoom, pérdidas de inserción

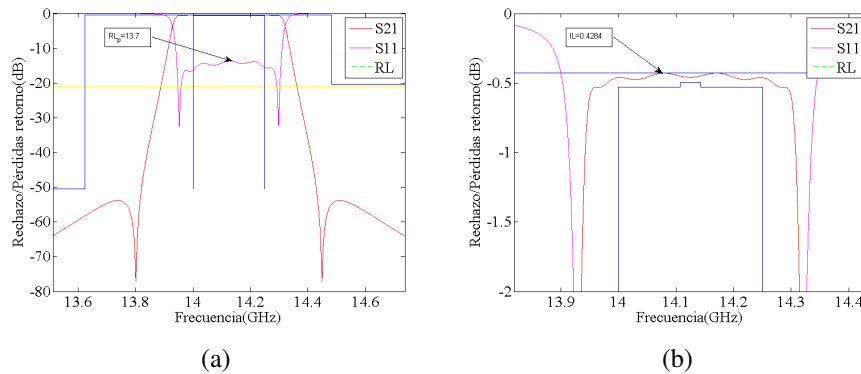


Figura 6.12: (a) Características paso banda de transmisión-reflexión predistorsionadas con pérdidas y nivel de pérdidas de retorno (b) Zoom, pérdidas de inserción

Vemos cómo los resultados teóricos obtenidos son análogos a los que obtuvimos al predistorsionar el filtro de transmisión, es decir, en el caso ideal la predistorsión empeora el nivel de pérdidas de retorno ( $RL_p = 13,41dB$ ) y produce una deformación en la banda de paso en transmisión. Cuando se introducen las pérdidas vemos como de nuevo en el caso sin predistorsionar el efecto es redondeamiento de la respuesta de transmisión en la banda de paso y una disminución de la amplitud en concreto de  $IL = 0,2658dB$  mientras que en el filtro predistorsionado el redondeamiento es menor, se observa una mayor uniformidad del rizado en la banda de paso y un incremento de las pérdidas de inserción  $IL_p = 0,4284dB$ .

### 6.3. Realización electromagnética de los filtros

Una vez caracterizados los filtros de forma matemática y elegida la tecnología de fabricación el siguiente paso es la caracterización electromagnética. Para ello se hace una asociación entre los parámetros matemáticos y los físicos, es decir, entre las matrices de acoplo y las interacciones electromagnéticas que se producen entre los elementos que conforman los filtros.

Como ya se ha comentado anteriormente nosotros hemos elegido la tecnología de guía de onda rectangular por lo que en nuestro caso los acoplos se asocian a las interacciones entre cavidades mediante ventanas y los offsets en frecuencia con las frecuencias de resonancia de las cavidades.

Dado que las matrices de acoplos y la topología de los cuatro filtros sintetizados son del mismo tipo, vamos a realizar la caracterización de las cavidades y los acoplos sólo para el filtro de transmisión ya que los demás presentarán un comportamiento equivalente y los vamos a extraer a partir de éste.

#### 6.3.1. Caracterización de la cavidad individual

Para la caracterización vamos a tomar las dimensiones redondeadas que obtuvimos de la carta de modos para el filtro de transmisión y vamos a diseñar una cavidad rectangular metálica ideal en HFSS. La Tabla 6.8 muestra las dimensiones iniciales.

Filtro Transmisión	
Ancho cavidad (a)	14mm
Alto cavidad (b)	7 mm
Largo cavidad (l)	19.9 mm

Tabla 6.8: Medidas iniciales de la cavidad individual

Realizando un análisis eigen-mode con 5 modos como máximo obtenemos las frecuencias de los cinco primeros modos en aparecer:

Modos	Frecuencia de aparición
modo 1 (fundamental)	13.0919 GHz
modo 2	18.4845 GHz
modo 3	22.7073 GHz
modo 2	22.7137 GHz
modo 3	23.9625 GHz

Tabla 6.9: Modos en la cavidad

Mediante un análisis tipo eigen-mode paramétrico vamos a ver cómo varía la frecuencia de corte de la cavidad, es decir, la frecuencia del primer modo y la ventana libre de espurios que es la diferencia frecuencial entre el primer modo y el segundo que aparece respecto a la longitud de la cavidad.

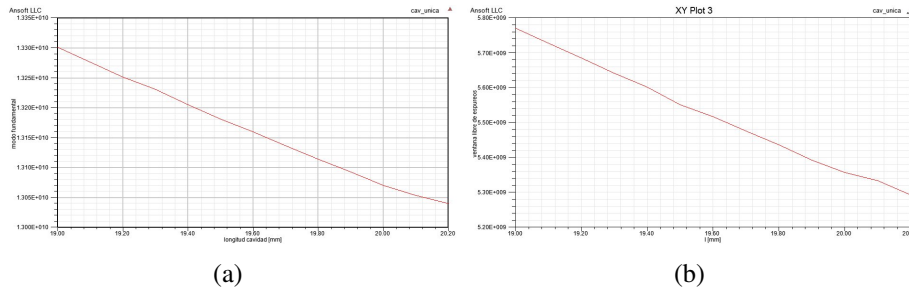


Figura 6.13: (a) Modo fundamental, (b) Ventana libre de espurios

Analizando sendas gráficas vemos cómo la frecuencia de corte de la cavidad y la ventana libre de espurios disminuyen proporcionalmente con la longitud de la misma. Permaneciendo la ventana libre de espurios por encima de 5GHz.

### 6.3.2. Caracterización de acoplos

Como vimos en el capítulo 5, el modo fundamental en cavidades rectangulares es el  $TE_{101}$ . El campo eléctrico para este modo se comporta de forma que es máximo en el centro de la cavidad y decrece de forma sinusoidal hacia las paredes laterales, mientras que el campo magnético es máximo en el centro de las paredes laterales y mínimo en el centro de la cavidad.

Cuando dos cavidades resonantes se unen por una ventana y entran en resonancia se produce un acoplo electromagnético. Debido a que los campos en las cavidades no son uniformes, en función de la ubicación de la ventana se acopla más el campo eléctrico o el magnético dando lugar a dos tipos de acoplos, acoplo-eléctrico y acoplo-magnético.

Nuestro objetivo en el diseño electromagnético consiste en conseguir los acoplos de la matriz que caracteriza las funciones de transferencia. Dado que en la matriz los acoplos pueden ser positivos o negativos es necesario establecer una notación sobre el significado del signo y asignárselo a uno de los tipos. Esta notación es arbitraria.

Para realizar la caracterización de los acoplos primero definimos el tipo de acoplos de la matriz canónica doblada paso bajo. Vamos a suponer que los acoplos positivos son de tipo magnético mayoritariamente y los de signo negativo eléctrico. Siguiendo esta notación y teniendo en cuenta la topología de nuestro filtro distinguimos cuatro tipos de acoplo:

- Acoplo inline
- Acoplo de entrada-salida
- Acoplo inline doblado
- Acoplo cruzado simétrico

### Acoplo inline

Para cuantificar y caracterizar este acoplo partimos de la cavidad individual anterior y añadimos otra a continuación según la dirección de propagación unida por una apertura o ventana de 3mm de espesor y ancho variable como muestra la Figura 6.14.

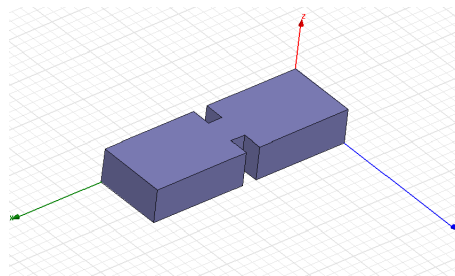


Figura 6.14: Acoplo inline

Las dos cavidades son iguales respecto al alto (b) y al ancho (a) y la ventana es de alto fijo igual a b, realizamos un análisis paramétrico del tipo eigen-mode para dos modos variando las longitudes de las cavidades y el ancho de la ventana y observamos cómo afectan a las frecuencias de resonancia y al acoplo. El acoplo físico se calcula como:

$$K_{i,j} = M_{i,j} \frac{BW}{f_c} = \frac{f_2^2 - f_1^2}{f_1^2 + f_2^2} \quad (6.1)$$

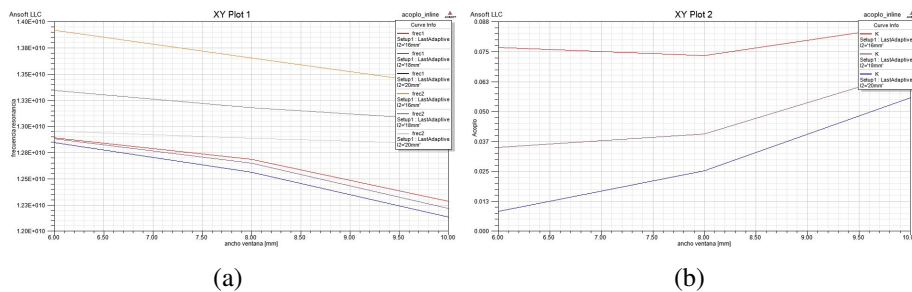


Figura 6.15: (a)Frecuencias de resonancia en las cavidades,(b)Acoplos

Observando las gráficas vemos cómo tanto las frecuencias como los acoplos son inversamente proporcionales a las longitudes de las cavidades como ocurría en la cavidad individual sin embargo las frecuencias disminuyen conforme aumenta el ancho de la ventana mientras que los acoplos aumentan.

### Acoplo entrada-salida

Este acoplo es un caso particular del anterior en el que la primera cavidad es una sección de 5mm de guía WR75 cuyas dimensiones son:

Interfaz WR75	
Ancho cavidad (a)	19.05 mm
Alto cavidad (b)	9.525 mm

Tabla 6.10: Interfaz WR75

El esquema se muestra a continuación:

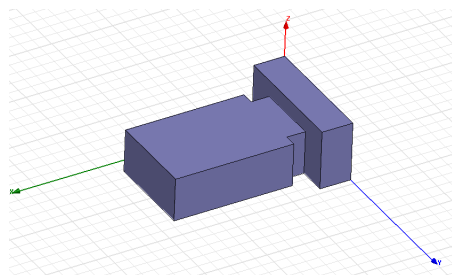


Figura 6.16: Acoplo entrada-salida

Para la caracterización del acoplo de entrada-salida vamos a realizar un análisis paramétrico driven-modal excitando el puerto de la sección de guía WR75 y vamos a calcular la frecuencia de resonancia, el retardo de grupo máximo y el factor de calidad de entrada variando la longitud de la cavidad y el ancho de la ventana. La fórmula usada en este caso es:

$$Q_e = \frac{2\pi f_r G D_{max}}{4} \quad (6.2)$$

Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 6.17. Vemos como de nuevo la frecuencia de resonancia es inversamente proporcional a la longitud de la cavidad y disminuye conforme aumenta el ancho de la ventana. En el caso del factor de calidad se aprecia un decrecimiento exponencial con el aumento del ancho de la ventana y que es directamente proporcional a la longitud de la cavidad.

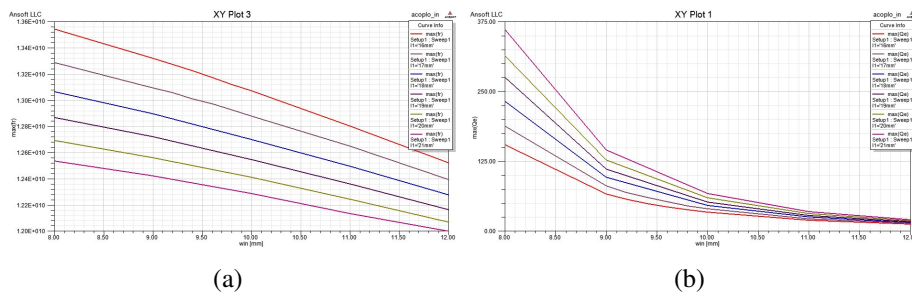


Figura 6.17: (a)Frecuencia de resonancia en la cavidad,(b)Factor de calidad de entrada

### Acoplo inline-doblado

Al haber elegido una topología doblada necesitamos caracterizar un acoplo que sea a la vez directo (inline) y cruzado. Observando nuestras matrices de acoplo vemos que en nuestro caso ese acoplo ( $M_{34}$ ) es positivo en todos los casos por lo que tenemos que conseguir un acoplo magnético. La configuración elegida para realizarlo son dos cavidades una encima de la otra acopladas por una ventana rectangular de alto y ancho variable y espesor de 3mm situada en la pared superior de la primera cavidad e inferior de la segunda en un extremo como muestra la Figura 6.18

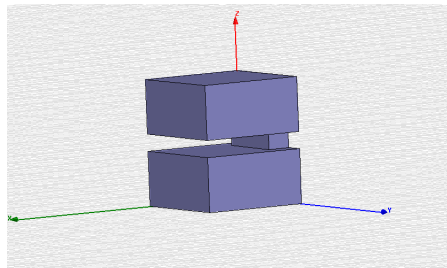


Figura 6.18: Acoplo 34

Para ver el efecto de la ventana se hemos tomado las dimensiones iniciales de la cavidad individual y hemos realizado un análisis paramétrico variando el ancho ( $w_{34}$ ) y el alto ( $d_{34}$ ) obteniéndose las frecuencias y los acoplos.

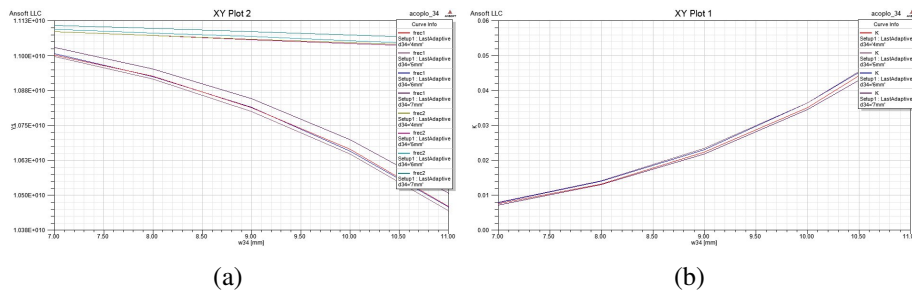


Figura 6.19: (a)Frecuencias de resonancia en las cavidades,(b)Acoplos

Como se puede ver en la Figura 6.19 la variación del alto ( $d_{34}$ ) no tiene un efecto característico, no podemos establecer ninguna relación de proporcionalidad. Por el contrario se aprecia que el aumento del ancho de la ventana ( $w_{34}$ ) provoca una disminución de las frecuencias de resonancia y un aumento del acoplo.

### Acoplo cruzado simétrico

Analizando las matrices vemos que el único acoplo sin caracterizar es el  $M_{25}$  que posee signo negativo en todos los casos. Para conseguir este acoplo de tipo eléctrico vamos a simular una estructura similar a la anterior en la que la ventana en vez de estar en un extremo está situada en el centro de las cavidades donde es máximo el campo que pretendemos acoplar. El esquema se muestra en la Figura 6.20

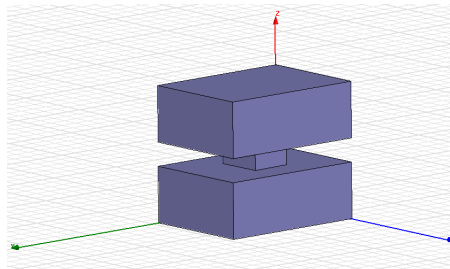


Figura 6.20: Acoplo 25

Realizando el mismo análisis que en el caso anterior obtenemos:

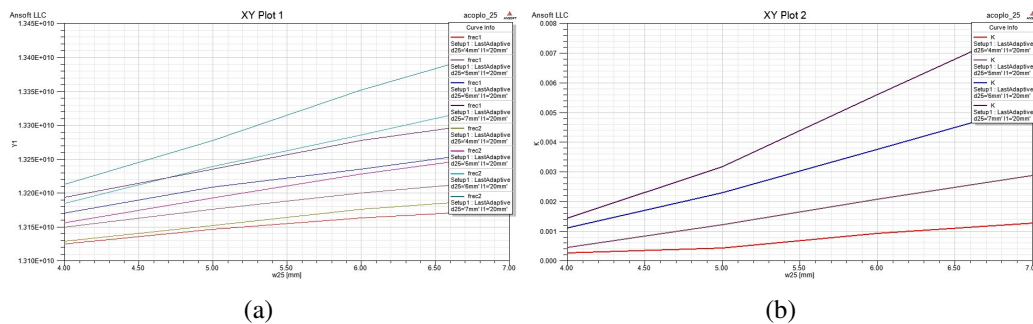


Figura 6.21: (a)Frecuencias de resonancia en las cavidades,(b)Acoplos

En este caso vemos como las frecuencias de resonancia y los acoplos aumentan proporcionalmente conforme aumenta la ventana tanto a lo ancho como a lo largo.

### 6.3.3. Ajuste de los filtros

Una vez caracterizados todos los acoplos presentes en nuestras matrices el siguiente paso es construir el filtro completo. La Figura 6.22 muestra el diseño final de los filtros.

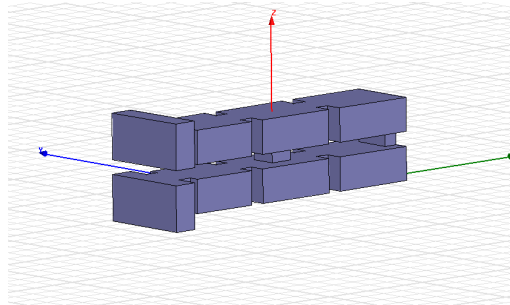


Figura 6.22: Filtro de transmisión

Las dimensiones iniciales para las cavidades y las ventanas se obtienen a partir de las gráficas anteriores. En las caracterizaciones hemos supuesto que cada resonador se acopla únicamente con otro, sin embargo, cada resonador se acopla en mayor o menor medida con el resto de resonadores del filtro. Debido a esto las dimensiones iniciales proporcionan respuestas que se parecen poco a las teóricas y es necesario realizar un ajuste.

A continuación se muestran las dimensiones iniciales obtenidas de las gráficas para el filtro de transmisión y las respuestas paso banda de transmisión-recepción correspondientes.

Dimensiones fijas	Largo cavidades	Anchuras ventanas
Ancho cavidades (a)=14 mm Alto cavidades (b)= 7 mm Ancho WR75 (a)= 19.05 mm Alto WR75 (b)= 9.525 mm	$l_1 = l_6 = 16\text{mm}$ $l_2 = l_3 = l_4 = l_5 = 18\text{mm}$	$w_{in} = w_{out} = 9\text{mm}$ $w_{12} = w_{23} = w_{45} = w_{56} = 7\text{mm}$ $w_{25} = 6\text{mm}$ $d_{25} = 5\text{mm}$ $w_{34} = 8\text{mm}$ $d_{34} = 3\text{mm}$

Tabla 6.11: Dimensiones iniciales filtro transmisión

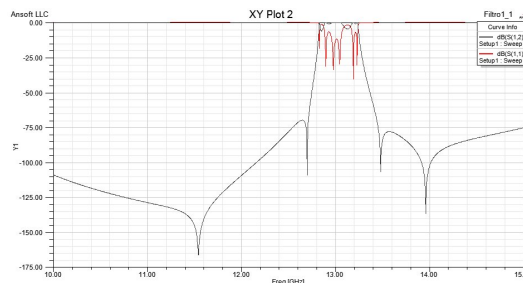


Figura 6.23: Características paso banda de transmisión-recepción sin pérdidas



Para realizar el ajuste vamos a utilizar dos programas de forma conjunta. En primer lugar el simulador electromagnético HFSS que nos genera las respuestas de TX-RX en formato s2p y en segundo lugar un programa llamado fpb2 que a partir de una respuesta s2p extrae su matriz de acoplos, permite compararla con un objetivo y calcula e incluye los posibles acoplos parásitos.

Este programa trabaja con una matriz de acoplos transformada paso banda  $K_{aBW}$  y emplea los siguientes parámetros para el ajuste:

Desplazamiento de las frecuencias de resonancia	$F(i)$
Coefficientes de acoplamiento entre cavidades	$Ka(i, j) = 10^3 K(i, j)$
Factores de acoplamiento externo de entrada (k) y salida (l)	$Qea(k)$ $Qeb(l)$
Factores de calidad (o pérdidas) de las cavidades	$Q(i)$
Factores de calidad (o pérdidas) de los acoplamientos	$QK(i, j)$ $QQea(k)$ $QQeb(l)$
Acoplamiento entre cavidades	$KaBW(i, j) = 10^{-3} F_0 Ka(i, j)$
Acoplamiento externo de entrada y salida	$QeaBW(i) = F_0/Qea(i)$ $QebBW(j) = F_0/Qeb(j)$
Calidad (o pérdidas) de las cavidades	$QBW(i) = F_0/Q(i)$ $Q_0BW = F_0/Q_0$
Calidad (o pérdidas) de los acoplamientos	$QKBW(i, j) = F_0/QK(i, j)$ $QK_0BW = F_0/QK_0$ $QQeaBW(k) = F_0/QQea(k)$ $QQebBW(l) = F_0/QQeb(l)$

Donde  $F_0$  es la frecuencia central y la unidad de medida de trabajo para frecuencias y anchos de banda es el MHz.

El procedimiento empleado para el ajuste de los filtros (ideales) es el siguiente:

- Se establece un objetivo en fpb2 que se almacena en memoria
- se obtiene la respuesta .s2p en HFSS
- se obtienen los parámetros asociados (PAR) a la respuesta .s2p en fpb2 (sin espurios)
- se obtienen las barras de error respecto al objetivo
- se modifican las dimensiones del diseño en HFSS y se repite el proceso iterativamente hasta que se obtiene una respuesta en HFSS válida.
- una vez obtenida la respuesta válida se obtienen los espurios asociados

La Tabla 6.12 muestra los parámetros utilizados y obtenidos (PAR) en fpb2 en el ajuste del filtro de transmisión y la Figura 6.24 las respuestas asociadas. El objetivo empleado (columna izquierda) es la respuesta teórica ideal, es decir, sin espurios (acoplos 1-5,2-4=0) y sin pérdidas ( $Q0bw=0$ ). Observando los parámetros del filtro ajustado (columna derecha) se aprecia la existencia de acoplos espurios y offsets en frecuencia.

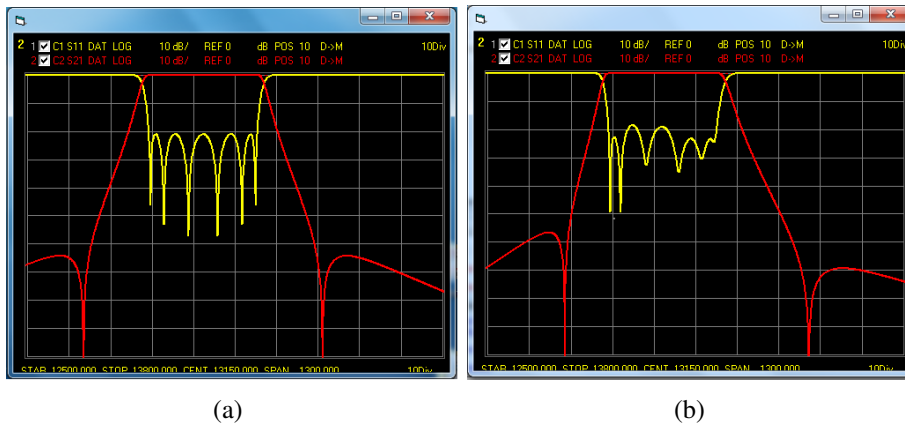


Figura 6.24: Características paso banda sin pérdidas del filtro de transmisión (a) PAR teórico ,(b) PAR ajustado

Las barras de error asociadas al filtro de transmisión ajustado respecto al teórico se muestran en la Figura 6.25

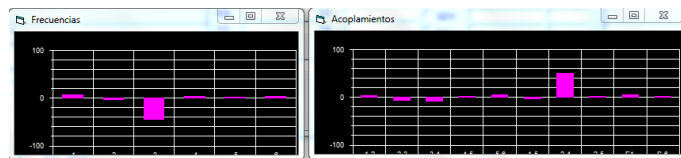


Figura 6.25: Barras de error del filtro de transmisión

Las dimensiones finales del diseño se pueden ver en la Tabla 6.13 y las respuestas obtenidas en HFSS del filtro ajustado se muestran en la Figura 6.26

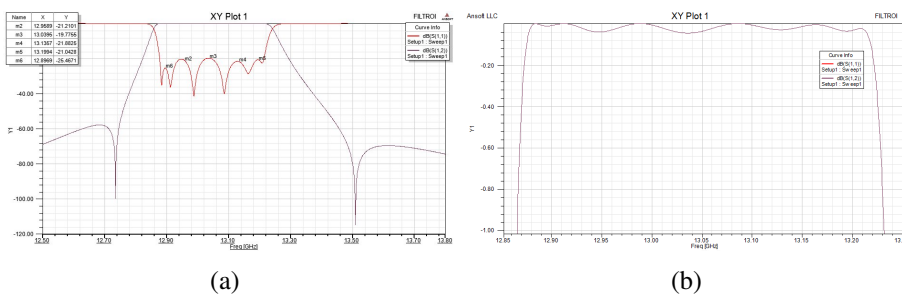


Figura 6.26: (a)Respuesta paso banda del filtro de transmisión sin pérdidas simulada en HFSS , (b) zoom

PAR Filtro de transmisión teórico sin pérdidas	PAR Filtro de transmisión ajustado sin pérdidas
<p>N = 6  F0 = 13050.000  Q0bw = 0.000089  QEAbwc( 1) = 353.9501  QEBbwc( 6) = 353.9501  QEAbw( 6) = 0.9457E-09  QEAbw( 7) = 0.1900E-09  KAbw( 1, 2) = 291.2418  KAbw( 2, 3) = 207.5831  KAbw( 3, 4) = 214.1806  KAbw( 4, 5) = 207.5831  KAbw( 5, 6) = 291.2418  KAbwc( 1, 5) = 0.00001  KAbwc( 2, 4) = 0.00001  KAbwc( 2, 5) = -17.968  F(1)= 0.00001  F(2)= 0.00001  F(3)= 0.00001  F(4)= 0.00001  F(5)= 0.00001  F(6)= 0.00001</p>	<p>N = 6  F0 = 13050.000  Q0bw = 0.000089  QEAbw( 1) = 359.2987  QEBbw( 6) = 356.5488  QEAbw( 6) = 0.9457E-09  QEAbw( 7) = 0.1900E-09  KAbw( 1, 2) = 294.751  KAbw( 2, 3) = 202.016  KAbw( 3, 4) = 206.373  KAbw( 4, 5) = 210.246  KAbw( 5, 6) = 296.981  KAbw( 1, 5) = -2.527  KAbw( 2, 4) = 50.589  KAbw( 2, 5) = -15.469  F(1)= 6.998  F(2)= -2.270  F(3)= -44.514  F(4)= 4.690  F(5)= 2.529  F(6)= 3.913</p>

Tabla 6.12: Parámetros fpb2 del filtro de transmisión

Dimensiones fijas	Largo cavidades	Anchuras ventanas
Ancho cavidades (a)=14 mm	$l_1=14.7375$ mm	$w_{in}=9.9165$ mm, $w_{out}=9.9168$ mm
Alto cavidades (b)= 7 mm	$l_2=17.901$ mm	$w_{12}=7.3385$ mm, $w_{23}=6.761$ mm
Ancho WR75 (a)= 19.05 mm	$l_3=17.96598$ mm	$w_{45}=6.78192$ mm, $w_{56}=7.34445$ mm
Alto WR75 (b)= 9.525 mm	$l_4=17.95065$ mm	$w_{34}=7.87799$ mm, $d_{34}=3$ mm
	$l_5=17.86285$ mm	$w_{25}=5.3$ mm, $d_{25}=5$ mm
	$l_6=14.74365$ mm	

Tabla 6.13: Dimensiones finales del filtro de transmisión

De los resultados obtenidos podemos concluir que las respuestas del filtro físico aunque sin pérdidas presentan una distorsión debida a los acoplos parásitos y desplazamientos (offsets) en frecuencia. Esta distorsión se aprecia en la asimetría de la respuesta de transmisión y en que el rizado no es uniforme en la banda de paso tanto en transmisión como en reflexión. Esta falta de equirrizado afecta a la planitud de las pérdidas cuando estas existen y también a al nivel de pérdidas de retorno, ya que al no ser uniforme habrá que realizar un ajuste manual tras la fabricación que cumpla el nivel requerido.

Una vez ajustado el filtro de transmisión podemos emplearlo como filtro de partida para ajustar el filtro de transmisión predistorsionado, para ello tomamos la respuesta .s2p del filtro de transmisión quitándole los espurios, introducimos en fpb2 como objetivo los parámetros de la respuesta teórica del filtro predistorsionado y lo ajustamos teniendo en cuenta únicamente la respuesta en reflexión.

A continuación se muestran los resultados obtenidos, la Tabla 6.14 contiene las dimensiones finales del ajuste y la Figura 6.27 la representación del PAR teórico y ajustado que se muestra en la Tabla 6.15. Las barras de error del ajuste se muestran en la Figura 6.28. Por último la Figura 6.29 muestra las respuestas obtenidas de la simulación electromagnética del filtro ajustado en HFSS.

Dimensiones fijas	Largo cavidades	Anchuras ventanas
Ancho cavidades (a)=14 mm	$l_1=14.752\text{mm}$	$w_{in}=9.886\text{ mm}, w_{out}=9.8559\text{ mm}$
Alto cavidades (b)= 7 mm	$l_2=17.8285\text{ mm}$	$w_{12}=7.314\text{ mm}, w_{23}=6.76525\text{ mm}$
Ancho WR75 (a)= 19.05 mm	$l_3=18.002\text{ mm}$	$w_{45}=6.7644\text{ mm}, w_{56}=7.3253\text{mm}$
Alto WR75 (b)= 9.525 mm	$l_4=17.8883\text{ mm}$	$w_{34}=7.888\text{mm}, d_{34}=3\text{mm}$
	$l_5=17.91\text{ mm}$	$w_{25}=5.3\text{mm}, d_{25}=5\text{mm}$
	$l_6=14.8495\text{ mm}$	

Tabla 6.14: Dimensiones finales del filtro de transmisión predistorsionado

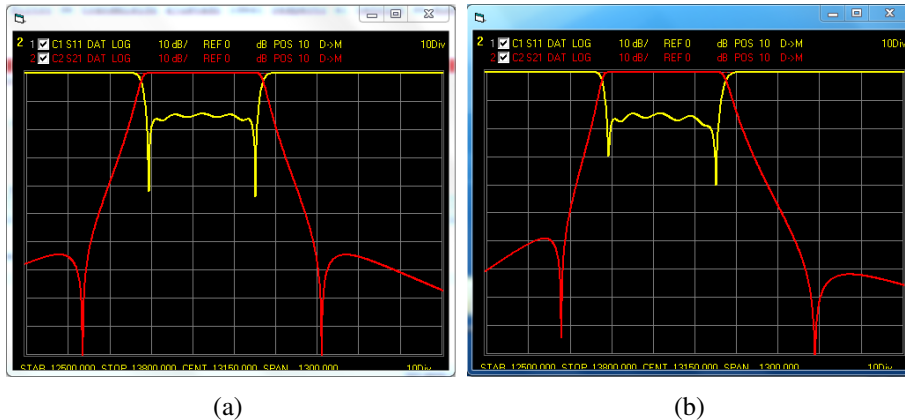


Figura 6.27: Características paso banda sin pérdidas del filtro de transmisión predistorsionado(a) PAR teórico ,(b) PAR ajustado

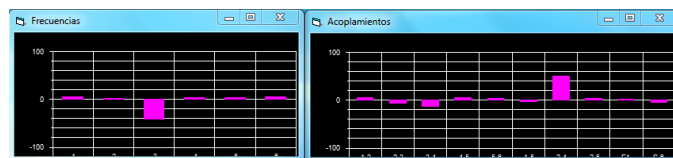


Figura 6.28: Barras error del filtro de transmisión predistorsionado

PAR filtro de transmisión teórico predistorsionado sin pérdidas	PAR filtro de transmisión ajustado predistorsionado sin pérdidas
N = 6	N = 6
F0 = 13050.000	F0 = 13050.000
Q0bw = 0.000089	Q0bw = 0.000089
QEAbwc( 1) = 348.7757	QEAbw( 1) = 351.2873
QEBbwc( 6) = 348.0683	QEBbw( 6) = 344.2911
QEAbw( 6) = 0.9457E-09	QEAbw( 6) = 0.9457E-09
QEAbw( 7) = 0.1900E-09	QEAbw( 7) = 0.1900E-09
KAbw( 1, 2) = 288.6674	KAbw( 1, 2) = 294.010
KAbw( 2, 3) = 205.2648	KAbw( 2, 3) = 199.050
KAbw( 3, 4) = 216.9553	KAbw( 3, 4) = 204.284
KAbw( 4, 5) = 205.2922	KAbw( 4, 5) = 211.737
KAbw( 5, 6) = 288.3836	KAbw( 5, 6) = 291.930
KAbwc( 1, 5) = 0.00001	KAbw( 1, 5) = -2.378
KAbwc( 2, 4) = 0.00001	KAbw( 2, 4) = 50.097
KAbwc( 2, 5) = -17.8651	KAbw( 2, 5) = -14.469
F(1)= 7.446	F(1)= 13.556
F(2)= 8.7422	F(2)= 12.023
F(3)= -13.2145	F(3)= -54.166
F(4)= 13.1602	F(4)= 18.028
F(5)= -8.8065	F(5)= -4.635
F(6)= -7.3274	F(6)= -1.603

Tabla 6.15: Parámetros fpb2 del filtro de transmisión predistorsionado

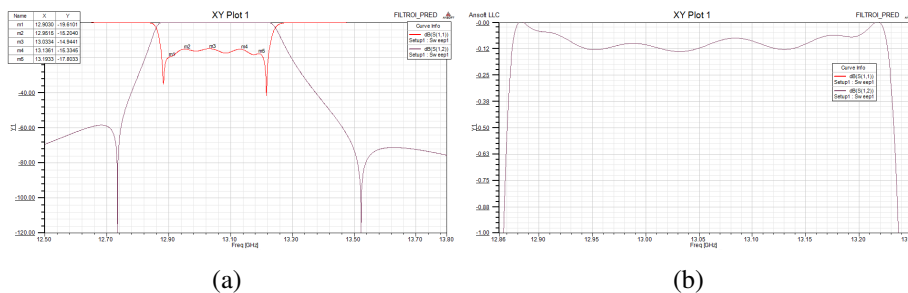


Figura 6.29: (a) Respuesta paso banda del filtro de transmisión predistorsionado sin pérdidas simulada en HFSS , (b) zoom

El filtro de recepción también lo extraemos a partir del filtro de transmisión ya que al tener el mismo factor de calidad podemos escalar directamente las dimensiones de las cavidades y la anchura de las ventanas por el factor  $r = 13,05/14,125$  y conseguir así es desplazamiento en frecuencia mientras que conservamos el ancho de banda de forma aproximada. La respuesta de este filtro escalado es de la que partimos para realizar el ajuste respecto a la respuesta teórica sin pérdidas.

La Tabla 6.16 contiene los PAR asociados al filtro de recepción teórico y ajustado respectivamente, su representación gráfica se puede ver en la Figura 6.30 y las barras de error asociadas al ajuste en la Figura 6.31.

PAR filtro de recepción teórico sin pérdidas	PAR filtro de recepción ajustado sin pérdidas
N = 6	N = 6
F0 = 14125.000	F0 = 14125.000
Q0bw = 0.000089	Q0bw = 0.000089
QEAbwc( 1) = 363.4386	QEAbw( 1) = 362.6098
QEBbwc( 6) = 363.4386	QEBbw( 6) = 363.5721
QEAbw( 6) = 0.9457E-09	QEAbw( 6) = 0.9457E-09
QEAbw( 7) = 0.1900E-09	QEAbw( 7) = 0.1900E-09
KAbw( 1, 2) = 298.9629	KAbw( 1, 2) = 301.781
KAbw( 2, 3) = 211.8352	KAbw( 2, 3) = 207.548
KAbw( 3, 4) = 227.6773	KAbw( 3, 4) = 214.345
KAbw( 4, 5) = 211.8352	KAbw( 4, 5) = 215.435
KAbw( 5, 6) = 298.9629	KAbw( 5, 6) = 302.325
KAbwc( 1, 5) = 0.00001	KAbw( 1, 5) = -4.284
KAbwc( 2, 4) = 0.00001	KAbw( 2, 4) = 57.511
KAbwc( 2, 5) = -27.8070	KAbw( 2, 5) = -20.088
F(1)= 0.00001	F(1)= 3.472
F(2)= 0.00001	F(2)= 5.916
F(3)= 0.00001	F(3)= -45.864
F(4)= 0.00001	F(4)= 13.004
F(5)= 0.00001	F(5)= 5.619
F(6)= 0.00001	F(6)= 1.919

Tabla 6.16: Parámetros fpb2 del filtro de recepción

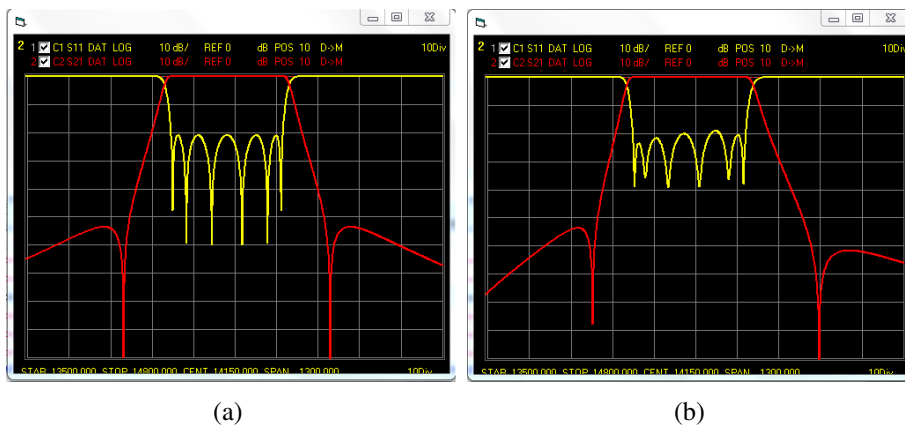


Figura 6.30: Características paso banda sin pérdidas del filtro de recepción(a) PAR teórico ,(b) PAR ajustado

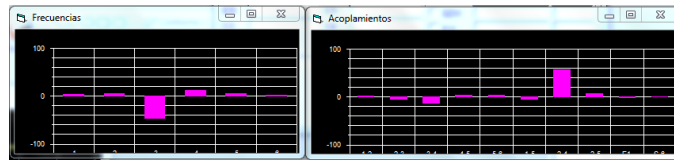


Figura 6.31: Barras error del filtro de recepción

Las dimensiones finales del filtro de recepción ajustado se encuentran en la Tabla 6.17 y las respuestas obtenidas de la simulación electromagnética con HFSS se pueden ver en la Figura 6.3.3.

Dimensiones fijas	Largo cavidades	Anchuras ventanas
Ancho cavidades (a)=13 mm	$l_1=13.3657\text{ mm}$	$w_{in}=9.148\text{ mm}, w_{out}=9.1467\text{ mm}$
Alto cavidades (b)= 6.5 mm	$l_2=16.3965\text{ mm}$	$w_{12}=6.7885\text{ mm}, w_{23}=6.285\text{ mm}$
Ancho WR75 (a)= 19.05 mm	$l_3=16.3655\text{ mm}$	$w_{45}=6.2859\text{ mm}, w_{56}=6.7879\text{ mm}$
Alto WR75 (b)= 9.525 mm	$l_4=16.36462\text{ mm}$	$w_{34}=7.255\text{ mm}, d_{34}=3\text{ mm}$
	$l_5=16.3935\text{ mm}$	$w_{25}=5.2\text{ mm}, d_{25}=5\text{ mm}$
	$l_6=13.366\text{ mm}$	

Tabla 6.17: Dimensiones finales del filtro de recepción

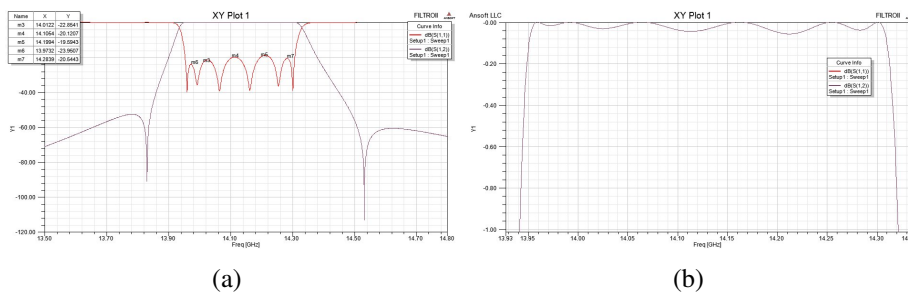


Figura 6.32: (a) Respuesta paso banda del filtro de recepción sin pérdidas simulada en HFSS , (b) zoom

Por último realizamos el mismo proceso que hicimos para predistorcionar y ajustar el filtro de transmisión pero con el filtro de recepción obteniendo los siguientes resultados.

En la Tabla 6.18 encontramos los PAR asociados al filtro de recepción predistorcionado teórico y ajustado respectivamente siendo la Figura 6.33 su representación gráfica y la Figura 6.34 el error cometido en el ajuste. Las dimensiones finales del filtro se muestran en la Tabla 6.19 y las respuestas obtenidas de la simulación electromagnética con HFSS se pueden ver en la Figura 6.35.

PAR filtro de recepción predistorsionado teórico sin pérdidas	PAR Filtro de recepción predistorsionado ajustado sin pérdidas
<p>N = 6</p> <p>F0 = 14125.000</p> <p>Q0bw = 0.000089</p> <p>QEAbwc( 1) = 358.6032</p> <p>QEBbwc( 6) = 357.9818</p> <p>QEAbw( 6) = 0.9457E-09</p> <p>QEAbw( 7) = 0.1900E-09</p> <p>KAbw( 1, 2) = 289.4574</p> <p>KAbw( 2, 3) = 221.3675</p> <p>KAbw( 3, 4) = 219.035</p> <p>KAbw( 4, 5) = 221.4199</p> <p>KAbw( 5, 6) = 289.2740</p> <p>KAbwc( 1, 5) = 0.00001</p> <p>KAbwc( 2, 4) = 0.00001</p> <p>KAbwc( 2, 5) = -28.9173</p> <p>F(1)= 32.5495</p> <p>F(2)= -0.2749</p> <p>F(3)= 1.72</p> <p>F(4)= -1.8422</p> <p>F(5)= 0.1956</p> <p>F(6)= -32.348</p>	<p>N = 6</p> <p>F0 = 14125.000</p> <p>Q0bw = 0.000089</p> <p>QEAbw( 1) = 362.8323</p> <p>QEBbw( 6) = 355.1824</p> <p>QEAbw( 6) = 0.9457E-09</p> <p>QEAbw( 7) = 0.1900E-09</p> <p>KAbw( 1, 2) = 288.516</p> <p>KAbw( 2, 3) = 220.189</p> <p>KAbw( 3, 4) = 207.352</p> <p>KAbw( 4, 5) = 223.631</p> <p>KAbw( 5, 6) = 295.085</p> <p>KAbw( 1, 5) = -4.023</p> <p>KAbw( 2, 4) = 58.480</p> <p>KAbw( 2, 5) = -19.420</p> <p>F(1)= 34.360</p> <p>F(2)= 5.439</p> <p>F(3)= -44.721</p> <p>F(4)= 3.616</p> <p>F(5)= 7.218</p> <p>F(6)= -26.620</p>

Tabla 6.18: Parámetros fpb2 del filtro de recepción predistorsionado

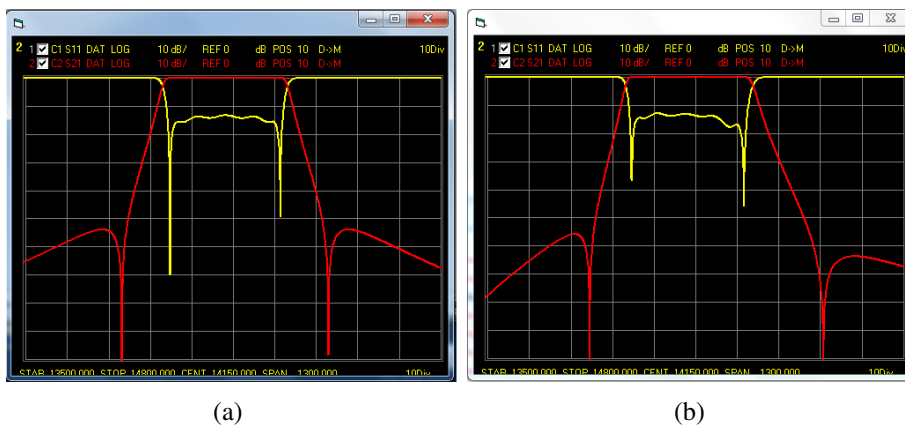


Figura 6.33: Características paso banda sin pérdidas del filtro de recepción predistorsionado(a) PAR teórico ,(b) PAR ajustado



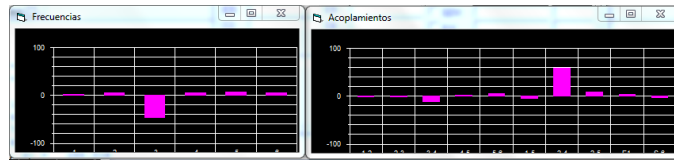


Figura 6.34: Barras de error del filtro de recepción predistorsionado

Dimensiones fijas	Largo cavidades	Anchuras ventanas
Ancho cavidades (a)=13 mm	$l_1=13.301\text{mm}$	$w_{in}=9.11\text{ mm}, w_{out}=9.152\text{ mm}$
Alto cavidades (b)= 6.5 mm	$l_2=16.406\text{ mm}$	$w_{12}=7.727\text{ mm}, w_{23}=6.359\text{ mm}$
Ancho WR75 (a)= 19.05 mm	$l_3=16.345\text{mm}$	$w_{45}=6.343\text{ mm}, w_{56}=7.757\text{mm}$
Alto WR75 (b)= 9.525 mm	$l_4=16.37\text{ mm}$	$w_{34}=7.201\text{mm}, d_{34}=3\text{mm}$
	$l_5=16.387\text{ mm}$	$w_{25}=5.2\text{mm}, d_{25}=5\text{mm}$
	$l_6=13.504\text{mm}$	

Tabla 6.19: Dimensiones finales del filtro de recepción predistorsionado

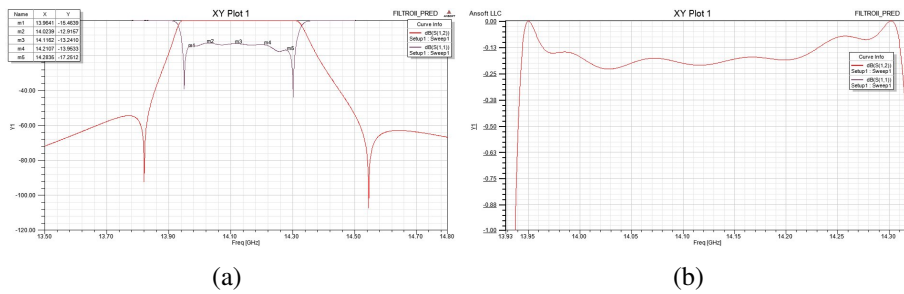


Figura 6.35: (a)Respuesta paso banda del filtro de recepción predistorsionado sin pérdidas simulada en HFSS , (b) zoom

## 6.4. Medidas y conclusiones

El último paso del diseño es la inclusión de las pérdidas en los filtros. Para ello introducimos la conductividad del aluminio ( $\sigma = 38000000$ ) en los filtros y simulamos las respuestas. Como se puede ver en las cuatro gráficas siguientes, el efecto de considerar los materiales no ideales es la aparición de pérdidas de inserción en la banda de paso, una distorsión de la respuesta en reflexión y por lo tanto empeoramiento de la planitud de dichas pérdidas y un redondeamiento de las respuestas en transmisión. Se comprueba cómo las pérdidas de inserción de los filtros predistorsionados son mayores que los filtros sin predistorsión y cómo mientras en los filtros sin predistorsión se aprecia un redondeamiento en los predistorsionados se produce una compensación de forma que las respuestas son menos redondeadas.

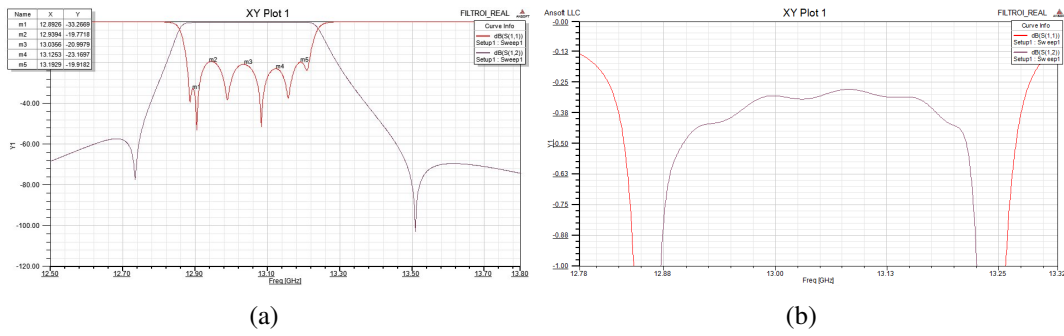


Figura 6.36: (a) Características paso banda de transmisión-reflexión del filtro de transmisión real (b) Zoom, pérdidas de inserción

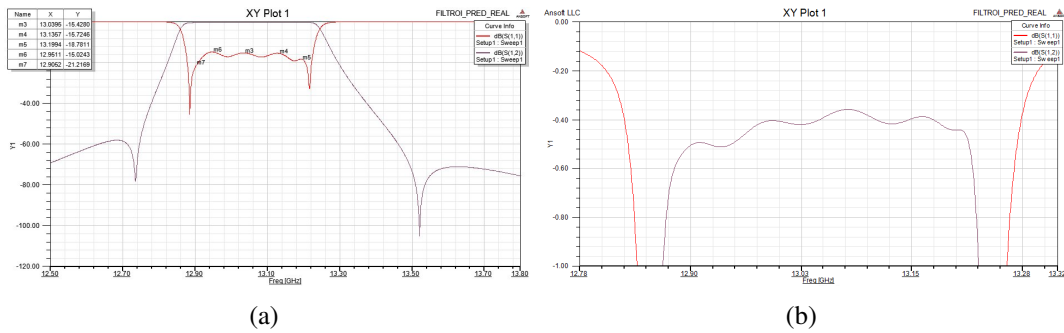


Figura 6.37: (a) Características paso banda de transmisión-reflexión del filtro de transmisión predistorsionado real (b) Zoom, pérdidas de inserción

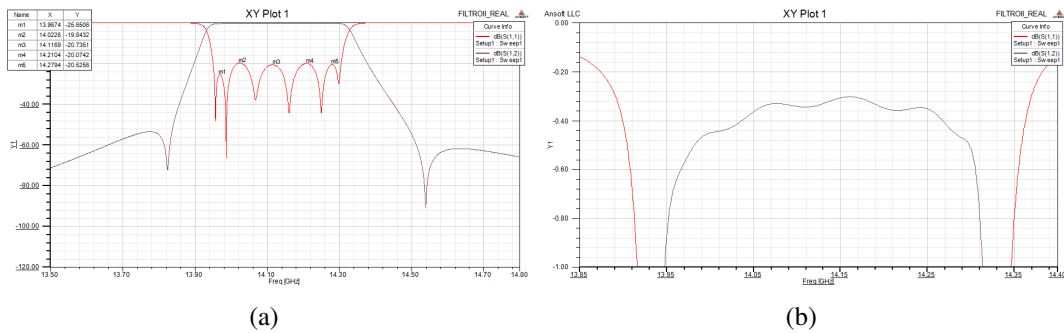


Figura 6.38: (a) Características paso banda de transmisión-reflexión del filtro de recepción real (b) Zoom, pérdidas de inserción

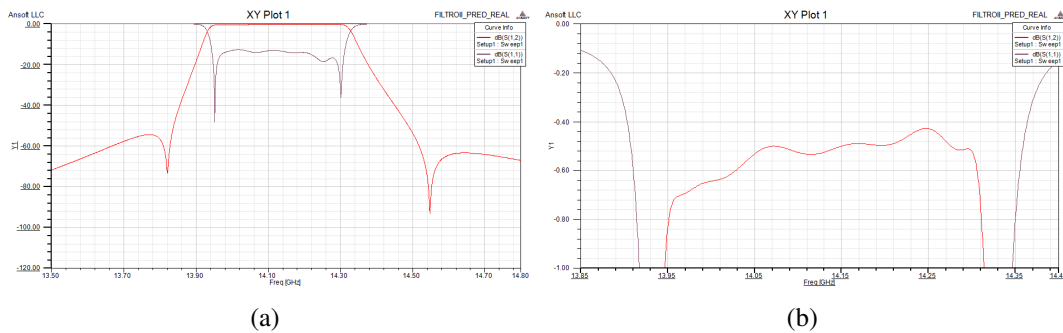


Figura 6.39: (a) Características paso banda de transmisión-reflexión del filtro de recepción predistorsionado real (b) Zoom, pérdidas de inserción

Con el fin de cuantificar la bondad de los diseños vamos a realizar con el fpb2 medidas de factor de calidad real y efectivo así como una comparativa con los resultados teóricos esperados.

El método de trabajo empleado en este punto es el siguiente:

- Para medir el factor de calidad real del filtro partimos del PAR que caracteriza el filtro ideal en el que el parámetro  $Q_{obw} = 0$
- Guardamos en memoria el s2p obtenido de HFSS del filtro real (pérdidas)
- Modificando únicamente el parámetro  $Q_{obw}$  que relaciona la frecuencia central con el factor de calidad hacemos coincidir las dos respuestas y despejamos matemáticamente el factor de calidad real.
- Para cuantificar el factor de calidad efectivo de los filtros predistorsionados hacemos coincidir el PAR del filtro real sin predistorsión con la respuesta s2p del filtro real con predistorsión
- Modificamos en parámetro  $Q_{obw}$  hasta que se obtiene más o menos la misma planitud en la banda de paso y despejamos matemáticamente el factor de calidad efectivo

La Tabla 6.20 muestra los resultados teóricos esperados y los obtenidos del ajuste de los filtros de transmisión sin y con predistorsión. Comparandolos vemos cómo tanto en el caso del filtro sin predistorsión como en el predistorsionado el factor de calidad real es menor que el teórico, en concreto el factor de calidad del filtro de transmisión es el 88,76 % el teórico y el del predistorsionado el 90,35 %. Las pérdidas de inserción reales son mayores que las teóricas cosa que era de esperar ya que están inversamente relacionadas con el factor de calidad y éste es menor que el teórico.

	FILTROS TRANSMISIÓN			
	Sin predistorsión		predistorsionado	
	Teórico	Real	Teórico	Real
IL	0.259	≈0.3	0.3747	0.35-0.4
$Q_{obw}$	2.52076	2.84	2.52076	2.79
$Q_{real}$	5177	4595.1	5177	4677.4
$Q_p$	-	-	15531	-
$Q_{obw}$	-	-	-	1.12
$Q_{efectivo}$	-	-	-	11652

Tabla 6.20: Medidas obtenidas filtros de transmisión

El factor de calidad efectivo o equivalente teórico del filtro predistorsionado lo desconocemos ya que hemos usado una predistorsión adaptativa. Se espera por tanto que esté comprendido entre  $Q_u$  y  $Q_p = 3Q_u$ . Se ha obtenido un factor de calidad equivalente 2.4911 veces el factor de calidad real.

	FILTROS RECEPCIÓN			
	Sin predistorsión		predistorsionado	
	Teórico	Real	Teórico	Real
IL	0.2658	≈ 0.3	0.4284	≈0.5
$Q_{obw}$	2.728414	3.2	2.728414	3.2
$Q_{real}$	5177	4414.1	5177	4414.1
$Q_p$	-	-	15531	-
$Q_{obw}$	-	-	-	1.3
$Q_{efectivo}$	-	-	-	10865.38

Tabla 6.21: Medidas obtenidas filtros de recepción

La Tabla 6.21 contiene los resultados referentes a los filtros de recepción. Realizando el mismo análisis que en los filtros de transmisión tenemos que el factor de calidad real de sendos filtros es el 85,26% del teórico. En este caso el factor de calidad efectivo obtenido para el mismo objetivo anterior es de 2.4615 veces el real.

Vemos cómo se cumplen por tanto las expectativas sobre la predistorsión adaptativa. Por un lado se aprecia un incremento de las pérdidas de inserción y una disminución de las pérdidas de reflexión. También se aprecia un aumento de la planitud del rizado en banda y un redondeamiento menor en presencia de pérdidas en los filtros predistorsionados.

## 6.5. Simulación del diplexor

Existen diferentes técnicas de multiplexación para realizar un diplexor. En este apartado vamos a diseñar y simular tres configuraciones distintas. Para ello usamos el programa Agilent ADS que nos permite utilizar las respuestas obtenidas de HFSS en formato s2p, concatenar los con diferentes elementos como circuladores, aisladores, uniones en T, etc que poseen su comportamiento ideal conocido caracterizado y simular el sistema.

El primer diseño consiste en un diplexor compuesto por un circulador ideal y los dos filtros predistorsionados que hemos implementado en HFSS. Como sabemos, un circulador ideal es un dispositivo de tres puertos no recíproco y direccional en el que el aislamiento entre puertos es perfecto. Valiéndonos de este comportamiento hemos conectado uno de los puertos de cada filtro a dos de los puertos del circulador adaptando el resto de puertos tal y como muestra la Figura 6.40

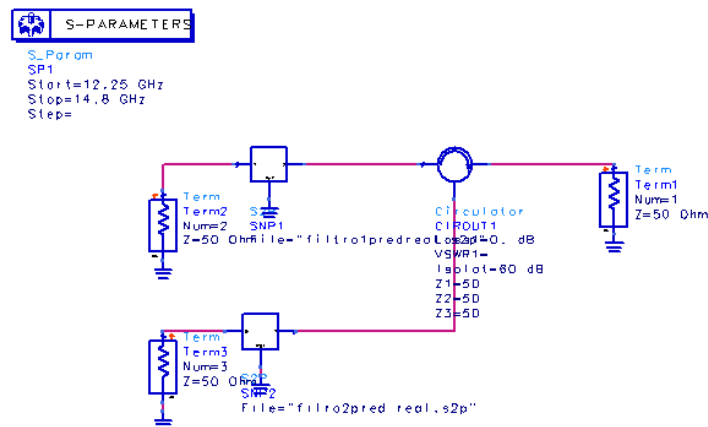


Figura 6.40: Diplexor implementado con un circulador ideal

Para la simulación se ha considerado el circulador ideal fijando el aislamiento a 100dBs y suponiendo las pérdidas de inserción nulas. El filtro de transmisión está conectado al puerto 2 del circulador, el de recepción al 3 y el puerto 1 actúa de puerto común por el que se reciben y transmiten las señales. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 6.41

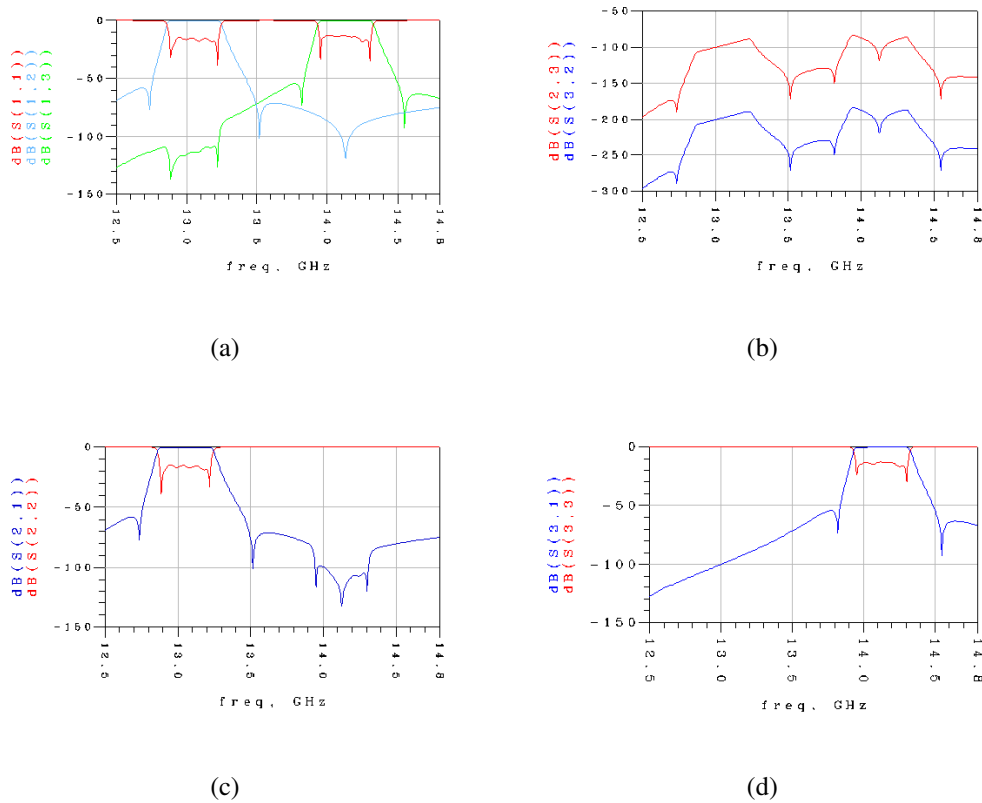


Figura 6.41: (a) Puerto común,(b) Aislamiento entre los filtros, (c) Puerto de transmisión,(d) Puerto de recepción

La siguiente configuración consiste en unir los dos filtros mediante una unión en T ideal. La unión en T es un dispositivo de tres puertos recíproco y simétrico que en el que el puerto común hace de divisor o combinador. La biblioteca del programa carece de una unión en T en tecnología de guía de onda rectangular pero teniendo en cuenta que estamos suponiendo los dispositivos ideales hemos tomado una unión de guía coaxial adaptada. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 6.43

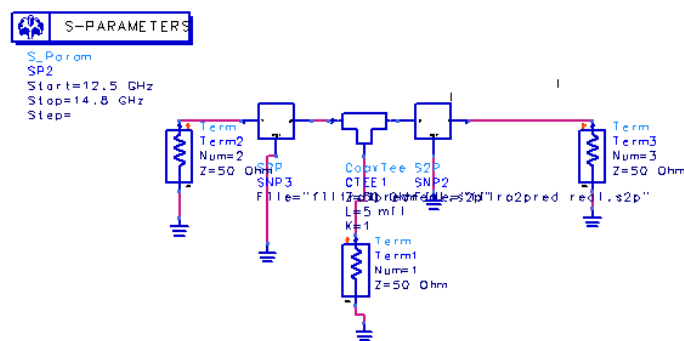


Figura 6.42: Diplexor implementado con unión en T

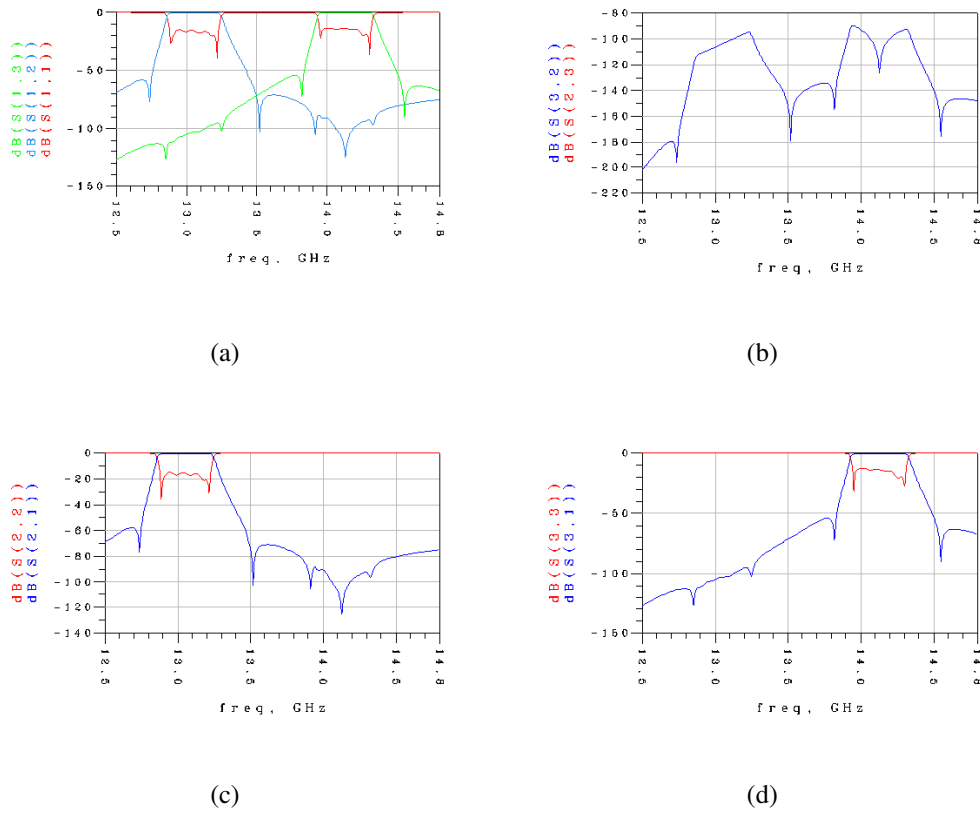


Figura 6.43: (a) Puerto común,(b) Aislamiento entre los filtros,(c) Puerto de transmisión,(d) Puerto de recepción

La última configuración es la que vimos en el capítulo 2, que consiste en utilizar dos híbridos de  $90^\circ$  y dos filtros idénticos. Los híbridos de  $90^\circ$  son dispositivos de 4 puertos:(1) puerto de entrada,(2) puerto de salida camino directo, puerto de salida camino desfasado  $90^\circ$  y puerto aislado. Los filtros están diseñados para trabajar en la banda de recepción con el suficiente aislamiento para rechazar la banda de transmisión de forma que la señal recibida en el puerto de la antena se dirige al puerto de recepción mientras que la señal proveniente del puerto de transmisión se refleja en los filtros y se direcciona hacia el puerto de la antena. El diplexor construido con híbridos de  $90^\circ$  no incluye el filtro de transmisión, este pertenece a la sección de transmisión.

El la Figura 6.44 se muestra el esquema. Vemos cómo el puerto 1 es el común, la sección de transmisión se conecta al puerto 2, el puerto 3 se conecta a la sección de recepción y el 4 es el puerto aislado. En la Figura 6.45 vemos las respuestas obtenidas en los puertos de transmisión, recepción y común.

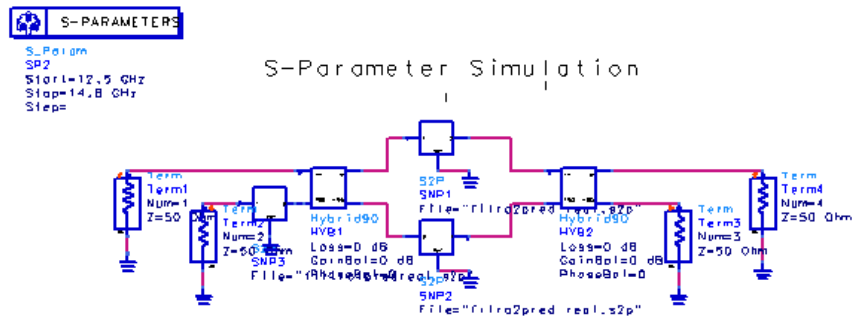


Figura 6.44: Diplexor implementado con híbridos de 90°

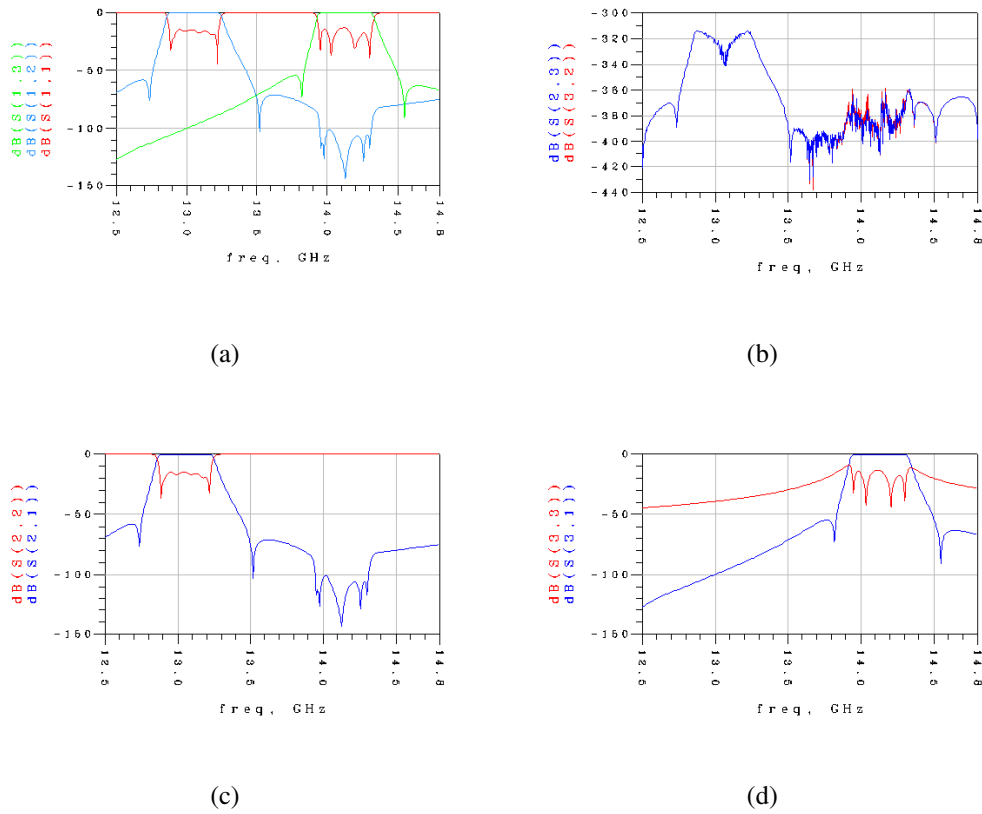


Figura 6.45: (a) Puerto común,(b) Aislamiento entre los filtros,(c) Puerto de transmisión,(d) Puerto de recepción



## 6.6. Líneas futuras

Durante el desarrollo de este proyecto se han sintetizado e implementado filtros de microondas en tecnología de guía de onda rectangular y topología canónica doblada a los cuales hemos aplicado la técnica de la predistorsión adaptativa. Los resultados obtenidos han demostrado las ventajas e inconvenientes que conocíamos a priori.

La ventaja más destacable es la mejora de las respuestas en transmisión de los filtros sin requerir un aumento del tamaño del mismo, es decir, el aumento del factor de calidad efectivo de los filtros. Los inconvenientes principales son el incremento de las pérdidas de inserción y el empeoramiento de las respuestas en reflexión aunque este último es subsanable mediante la introducción en el diseño de elementos aisladores.

Con el fin de comprobar el efecto de la predistorsión en el tamaño de los filtros un enfoque alternativo sería implementar un filtro con el factor de calidad físico igual al equivalente o efectivo de un filtro predistorsionado.

Por otro lado en los filtros de transmisión-recepción no queda patente el efecto de la predistorsión sobre la planitud del rizado del retardo de grupo por lo que otro estudio interesante sería el diseño de filtros de canal (ancho de banda fraccionario menor del 1 %) y el estudio del efecto de la predistorsión sobre el retardo de grupo.

Por último nosotros hemos diseñado y simulado tres configuraciones que multiplexan los filtros suponiendo ideales los componentes utilizados. El último paso sería el diseño electromagnético de una unión en T, un circulador o un híbrido de 90° de forma que se pudiese obtener un dispositivo fabricable.

# Anexo 1

## Cheby.m

Esta función calcula los polinomios de las funciones de transmisión y reflexión del prototipo paso bajo ideal normalizado de cualquier filtro tipo Chebyshev generalizado cuyas características sean:

- Orden par o impar
- Característica simétrica o asimétrica
- Ceros de transmisión finitos ( $\text{Re}(p_k)=0$ ) o de ecualización
- Ceros de transmisión prescritos ( $\text{Re}(p_k) \neq 0$ ) o todo polos ( $p_k=[]$ )
- Redes singly o double terminated

Para ello recibe como argumentos de entrada los siguientes parámetros:

- **pk**: array de ceros de transmisión prescritos en el dominio  $\omega$
- **RL**: nivel de pérdidas de retorno en dBs
- **N**: orden filtro
- **Puntos**: tamaño de las funciones devueltas
- **ffin**: frecuencia normalizada máxima de representación
- **Q**: factor de calidad descargado

La función devuelve las singularidades y polinomios así como las funciones de transferencia y constantes de normalización. A continuación se enumeran los parámetros de salida.

- **H**: función de transmisión lineal
- **Y**: función de reflexión puerto 1 lineal
- **L**: función de reflexión puerto 2 lineal
- **S21**: función transmisión en dB
- **S11**: función de reflexión puerto 1 en dB
- **S22**: función de reflexión puerto 2 en dB
- **Es**: coeficientes normalizados polinomio de Hurwitz  $E(s)$
- **Ps**: coeficientes normalizados polinomio  $P(s)$
- **Fs**: coeficientes normalizados polinomio  $F(s)$
- **F22s**: coeficientes normalizados polinomio  $F22(s)$
- **epsilon**: constante de normalización de  $S_{21}(s)$
- **epsilonR**: constante de normalización de  $S_{11}(s)$
- **pk**: ceros de transmisión en el dominio complejo normalizado  $s = j\omega$
- **fk**: ceros reflexión dominio complejo normalizado  $s = j\omega$
- **fk22**: ceros reflexión dominio complejo normalizado  $s = j\omega$
- **ek**: ceros de  $E(s)$
- **nfz**: número de ceros de transmisión
- **a**: rango de representación

## Chebybanda.m

Desnormaliza el prototipo paso bajo sin pérdidas mediante un escalado y traslación en frecuencia e incorpora las pérdidas inherentes al filtro debidas al factor de calidad descargado finito. Recibe como argumentos de entrada:

- **fc:** frecuencia central del filtro [GHz]
- **BW:** ancho de banda del filtro generalmente en MHz
- **Q:** factor de calidad descargado
- **epsilon:** cte de normalización  $S_{21}(s)$
- **epsilonR:** cte de normalización  $S_{11}(s)$
- **pk:** ceros de transmisión prototipo paso bajo
- **fk:** ceros de reflexión prototipo paso bajo
- **fk22:** ceros de reflexión prototipo paso bajo
- **ek:** polos funciones de filtrado
- **N:** orden del filtro
- **puntos:** nº de puntos de representación
- **RL:** pérdidas de retorno
- **a:** rango de representación

Devuelve los siguientes parámetros:

- **Hpb:** función de transmisión lineal
- **Ypb:** función de reflexión puerto 1 lineal
- **Lpb:** función de reflexión puerto 2 lineal
- **S21pb:** función transmisión en dB
- **S11pb:** función de reflexión puerto 1 en dB
- **S22pb:** función de reflexión puerto 2 en dB
- **p:** ceros tx dominio complejo  $s = j\omega + \delta$  desnormalizados
- **f:** ceros reflexión dominio complejo  $s = j\omega + \delta$  desnormalizados
- **f2:** ceros reflexión dominio complejo  $s = j\omega + \delta$  desnormalizados
- **e:** ceros E(s)
- **z:** rango representación paso banda

- **delta:** pérdidas
- **fp:** ceros tx dominio real en GHz
- **fe:** polos dominio real en GHz
- **ff:** ceros reflexión dominio real en GHz
- **ff2:** ceros reflexión dominio real en GHz
- **epsilon:** cte de normalización  $S_{21}(s)$
- **epsilonR:** cte de normalización  $S_{11}(s)$

## groupdelay.m

Esta función calcula el retardo de grupo de los prototipos p.bajo normalizado sin pérdidas y del paso banda con y sin pérdidas para ello recibe como argumentos de entrada los siguientes parámetros:

- **ek:** ceros de  $E(s)$
- **pk:** ceros de transmisión en el dominio complejo normalizado  $s = j\omega$
- **BW:** ancho de banda del filtro [MHz]
- **a:** rango de representación del prototipo paso bajo normalizado
- **z:** rango de representación del prototipo paso banda
- **delta:** pérdidas de inserción
- **tipo:**
  - 1:calcula el retardo de grupo del prototipo paso bajo normalizado sin pérdidas [seg]
  - 2:calcula el retardo de grupo del prototipo paso banda [ns/Hz]

Devolviendo los siguientes parámetros:

- **Gd:** retardo de grupo sin normalizar
- **Gdo:**group delay en  $\omega = 0$   $\omega = \omega_c$

## predistadap.m

Predistorsiona los polos del prototipo paso bajo normalizado sin pérdidas ( $e_k$ ), calcula los ceros de reflexión del prototipo paso bajo predistorsionado de 4 formas distintas y nos devuelve todos los parámetros del nuevo prototipo (paso bajo sin pérdidas predistorsionado). Recibe como argumentos de entrada:

- **tipo:** selecciona la configuración de los ceros de reflexión según mu
  - 1: ceros en el semiplano izquierdo
  - 2: ceros en el semiplano derecho
  - 3: ceros alternos semiplano inferior derecho-izquierdo superior
  - 4: ceros alternos conforme aumenta  $\omega$
- **fc:** frecuencia central del filtro [GHz]
- **BW:** ancho de banda del filtro [MHz]
- **Q:** factor de calidad descargado
- **Qp:** factor de calidad deseado o efectivo
- **Ps:** Coeficientes normalizados polinomio  $P(s)$ (prototipo paso bajo normalizado)
- **pk:** ceros de transmisión del prototipo paso bajo normalizado sin pérdidas
- **ek:** polos del prototipo paso bajo normalizado sin pérdidas
- **RL:** pérdidas de retorno
- **N:** orden del filtro
- **epsilon:** cte de normalización  $S_{21}(s)$
- **epsilonR:** cte de normalización  $S_{11}(s)$
- **a:** rango representación prototipo paso bajo normalizado
- **v:** vector de pesos para la predistorsión adaptativa

Los argumentos de salida son:

- **S21pr:** función transmisión predistorsionada en dB
- **S11pr:** función de reflexión puerto 1 predistorsionada en dB
- **Hpr:** función de transmisión predistorsionada lineal

- **Ypr**: función de reflexión predistorsionada puerto 1 lineal
- **Esr**: Coeficientes normalizados polinomio E(s) con predistorsión
- **Ps**: Coeficientes normalizados polinomio P(s)
- **Fsr**: Coeficientes normalizados polinomio F(s) con predistorsión
- **F22sr**: Coeficientes normalizados polinomio F22(s) con predistorsión
- **epsilonR**: constante de normalización  $S_{21pr}(s)$
- **epsilonRr**: constante de normalización  $S_{11pr}(s)$
- **pk**: ceros tx dominio complejo normalizado  $s = j\omega$  prototipo paso bajo normalizado
- **fk**: ceros reflexión dominio complejo normalizado  $s = j\omega$  prototipo paso bajo normalizado
- **fk22**: ceros reflexión domino complejo normalizado  $s = j\omega$  prototipo paso bajo normalizado
- **ek**: polos prototipo paso bajo normalizado
- **nfz**: n° ceros transmisión
- **sigma**: factor de predistorsión
- **mu**: parámetro de selección de configuración de los ceros de reflexión

## Ysingly.m e Ydouble.m

Estas dos funciones obtienen los parámetros de admitancia en cortocircuito(Y) de la red. La función singly supone que la red es de terminación única y la función double que la red está doblemente terminada. Los parámetros de entrada en ambas funciones son:

- **N**: orden del filtro
- **Es**: coeficientes normalizados polinomio de Hurwitz E(s)
- **Ps**: coeficientes normalizados polinomio P(s)
- **Fs**: coeficientes normalizados polinomio F(s)
- **epsilon**: constante de normalización de  $S_{21}(s)$
- **epsilonR**: constante de normalización de  $S_{11}(s)$

Las funciones devuelven los parámetros de admitancia siguientes:

- $y_{21n}$
- $y_{22n}$
- $y_d$

## **N+2.m**

Obtiene las matrices de acoplo  $N \times N$ ,  $N+2$  transversal y  $N+2$  folded canonical (doblada) y las resistencias de entrada salida de la red ( $R_s, R_L$ ) a partir de los parámetros de admitancia en cortocircuito ( $Y$ ) para el prototipo paso bajo normalizado sin pérdidas y las matrices de acoplo  $N \times N$ ,  $N+2$  transversal y  $N+2$  folded canonical, los factores de calidad externos de entrada y salida y la pendiente de inductancia para el prototipo paso banda sin pérdidas. Para ello recibe los siguientes parámetros de entrada:

- **N**: orden del filtro
- **Es**: coeficientes normalizados polinomio de Hurwitz  $E(s)$
- **Ps**: coeficientes normalizados polinomio  $P(s)$
- **Fs**: coeficientes normalizados polinomio  $F(s)$
- **epsilon**: constante de normalización de  $S_{21}(s)$
- **epsilonR**: constante de normalización de  $S_{11}(s)$
- **tipo**: tipo de red
  - 1**: (singly terminated) red de terminación única
  - 2**: (double terminated) red de doble terminación resistiva
- **nfz**: nº ceros de transmisión finitos
- **fe**: frecuencias propias del filtro (frecuencias de resonancia de cada resonador) [GHz]
- **fc**: frecuencia central [GHz]
- **BW**: ancho de banda del filtro [MHz]



Los parámetros de salida son:

- **Mt**: Matriz de acoplos N+2 transversal del prototipo paso bajo
- **Mflp**: Matriz de acoplos N+2 folded canonical (doblada) del prototipo paso bajo
- **Mfbp**: Matriz de acoplos N+2 folded canonical (doblada) del prototipo paso banda
- **MNNlp**: Matriz de acoplos NxN del prototipo paso bajo
- **MNNbp**: Matriz de acoplos NxN del prototipo paso banda
- **transf**: n° de rotaciones para cambio de topología
- **Rs**: Resistencia de entrada
- **RL**: Resistencia de carga
- **Xi**: pendiente de inductancia de cada resonador
- **Qein**: factor de calidad externo de entrada
- **Qeout**: factor de calidad externo de salida

## **mascaraspbanda.m**

Es una función que dibuja las máscaras de especificaciones que se le introducen como parámetro de entrada. Los parámetros de entrada son:

- **fp[MHz]**: array frec banda de paso (fp1,fpmax)
- **fs[MHz]**: array frec banda atenuada
- **fc[GHz]**: frecuencia de normalización (frec central BPF)
- **Rp[dB]**: Máxima atenuación en banda de paso
- **Rs[dB]**: Mínima atenuación en banda atenuada
- **t[ns]**: Retardo
- **tipo**:
  - 1 → Módulo de  $|S_{21}|^2$  y  $|S_{11}|^2$
  - 2 → Pendiente de  $|S_{21}|^2$
  - 3 → Retardo de grupo
  - 4 → Pendiente del retardo

# Bibliografía

- [1] G. Matthaei, L. Young, M. T. Jones, "Microwave Filters, Impedance Matching Networks and Coupling Structures", McGraw-Hill, 1964
- [2] R. J. Cameron, C.M Kudsia, R.R Mansour, "Microwave Filters for Communications Systems: Fundamentals, Design, and Applications", Wiley, 2007
- [3] Ming Yu, Richard Cameron, David Smith, Van Dokas, Ying Wang "Symmetrical Realization for Predistorted Microwave Filters", Microwave Symposium Digest, 2005 IEEE MTT-S International, Jun 2005, pp 245-248.
- [4] A. E. Williams, W.G. Bush, and R. R. Bonetti, "Predistortion Technique for Multicoupled Resonator Filters", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT- 33, No. 5, May 1985, pp 402-407.
- [5] R. J. Cameron, "Advanced coupling matrix synthesis techniques for microwave filters", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-51, pp. 1-10, Jan. 2003.
- [6] Ming Yu, Wai-Cheung Tang, Alastair Malarky, Van Dokas, Richard Cameron and Ying Wang, "Predistortion Technique for Cross Coupled Filters and Its Application to Satellite Communication Systems", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 51, No. 12, Dec. 2003, pp2505-2514.
- [7] Ming Yu, Wai-Cheung Tang, Alastair Malarky, Van Dokas, Richard Cameron and Ying Wang, "Novel Adaptive Predistortion Technique for Cross Coupled Filters and", Microwave Symposium Digest, 2003 IEEE MTT-S International, Vol. 2, No. 2, Jun. 2003, pp. 929 - 932.
- [8] R. M. Livingston, "Predistorted waveguide filters", in IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig., 1969, pp. 291-297.
- [9] M. Yu, V. Miroftab, "Shrinking Microwave Filters" IEEE Microwave Magazine, Vol. 9, No. 5, October 2008, pp. 40-54.
- [10] M. Yu, V. Miroftab, "Design of Manifold-Coupled Multiplexers" IEEE Microwave Magazine, Vol. 8, No. 5, October 2007, pp. 46-59
- [11] Mónica Martínez Mendoza, "Síntesis de Filtros Usando el Método de la Matriz de Acoplos, y Aplicación al Diseño de Filtros Transversales Multicapa", Proyecto Final de Carrera, Universidad Politécnica de Cartagena, Noviembre 2006

- [12] Lara Arche Andradas, "Diseño y Ajuste de un Filtro en Banda C Construido Mediante Tecnología Híbrida de Resonadores Dieléctricos y Cavidades Reentrantes", Proyecto Final de Carrera, Universidad Politécnica de Madrid, Mayo 2010
- [13] Luis Roglá Madrid, "Diseño y Desarrollo de un Multiplexor de Entrada de Banda Ancha en Banda K Para Aplicaciones Espaciales", Proyecto Final de Carrera, Universidad Politécnica de Valencia, Septiembre 2004