

# Zoom de Imágenes Digitales usando Esquemas de Subdivisión

**Francisco José Ruiz Díaz**

Universidad Politécnica de Cartagena  
Dpto. Matemática Aplicada y Estadística  
Ingeniería Técnica de Telecomunicación Esp. Telemática

Directores:

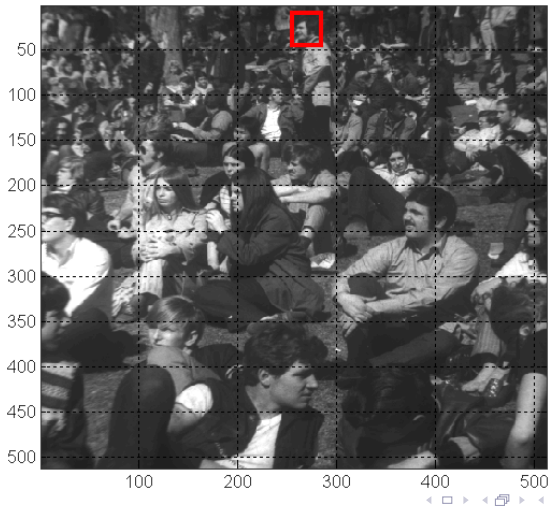
Sergio Amat Plata

Sonia Busquier Sáez

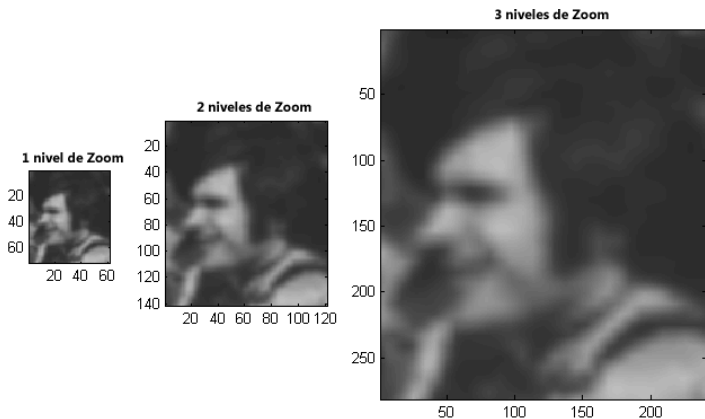
Juan Carlos Trillo Moya

# Motivación

## Imagen Original



## Zoom de la Imagen con 1, 2 y 3 niveles de Zoom



## Zoom de la Imagen con 4 niveles de Zoom



# Ejemplos de aplicaciones de zoom

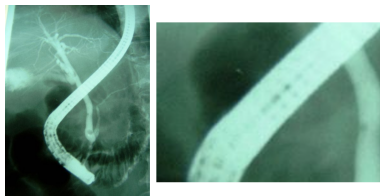
## Cámara Fotográfica

Podemos resaltar partes significantes de una fotografía.



## Zoom para imágenes médicas

Ver en detalle partes relevantes a juicio médico.



# Ejemplos de aplicaciones de zoom

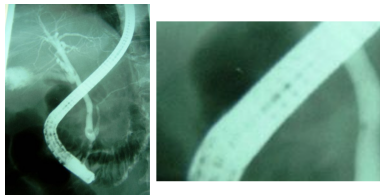
## Cámara Fotográfica

Podemos resaltar partes significantes de una fotografía.



## Zoom para imágenes médicas

Ver en detalle partes relevantes a juicio médico.



# Ejemplos de aplicaciones de zoom

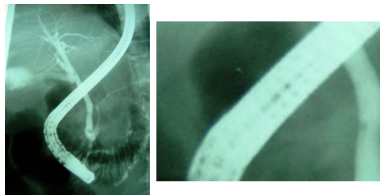
## Cámara Fotográfica

Podemos resaltar partes significantes de una fotografía.



## Zoom para imágenes médicas

Ver en detalle partes relevantes a juicio médico.





# Ejemplos de aplicaciones de zoom

## Zoom en imágenes de satélite

Aumentar zonas en una ciudad o de cualquier parte del mundo.



## Televigilancia

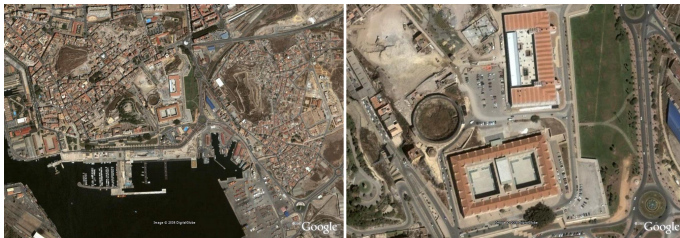
Para edificios, carreteras, seguridad ciudadana, etc.



# Ejemplos de aplicaciones de zoom

## Zoom en imágenes de satélite

Aumentar zonas en una ciudad o de cualquier parte del mundo.



## Televigilancia

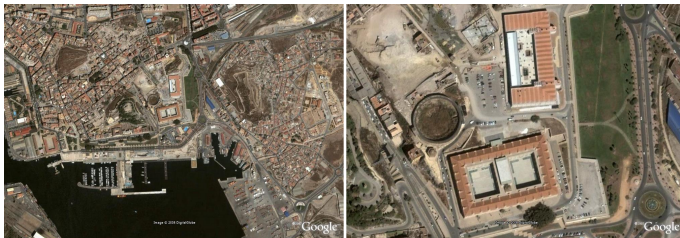
Para edificios, carreteras, seguridad ciudadana, etc.



# Ejemplos de aplicaciones de zoom

## Zoom en imágenes de satélite

Aumentar zonas en una ciudad o de cualquier parte del mundo.

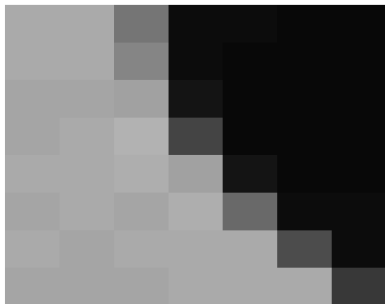


## Televigilancia

Para edificios, carreteras, seguridad ciudadana, etc.

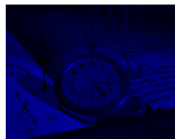


## Imagen a Escala Grises



168	169	116	13	12	11	11
168	171	132	13	10	10	10
166	167	163	21	11	9	9
167	169	177	71	11	9	9
168	171	174	160	22	10	10
166	168	167	175	106	14	12
168	166	169	170	170	76	12
166	165	167	170	168	169	57

## Ecualización de una Imagen a Color y separación en RGB



# Contenidos

- Operadores de Predicción y su Relación con Esquemas de Subdivisión

- Operadores de Predicción y su Relación con Esquemas de Subdivisión
  - Lagrange de cuarto orden
  - ENO no jerárquico
  - ENO jerárquico
  - ENO Subcell Resolution
  - WENO
  - PPH



- Operadores de Predicción y su Relación con Esquemas de Subdivisión
  - Lagrange de cuarto orden
  - ENO no jerárquico
  - ENO jerárquico
  - ENO Subcell Resolution
  - WENO
  - PPH
- Ejemplos de Zoom en Valores Puntuales - Experiencia 1
  - Imagen Real: Barco
  - Imagen Geométrica: Geo

- Operadores de Predicción y su Relación con Esquemas de Subdivisión
  - Lagrange de cuarto orden
  - ENO no jerárquico
  - ENO jerárquico
  - ENO Subcell Resolution
  - WENO
  - PPH
- Ejemplos de Zoom en Valores Puntuales - Experiencia 1
  - Imagen Real: Barco
  - Imagen Geométrica: Geo
- Medida de la Calidad del Zoom mediante *PSNR* - Experiencia 2
  - Imagen Real: Cámara
  - Imagen Geométrica: Squares

- Operadores de Predicción y su Relación con Esquemas de Subdivisión
  - Lagrange de cuarto orden
  - ENO no jerárquico
  - ENO jerárquico
  - ENO Subcell Resolution
  - WENO
  - PPH
- Ejemplos de Zoom en Valores Puntuales - Experiencia 1
  - Imagen Real: Barco
  - Imagen Geométrica: Geo
- Medida de la Calidad del Zoom mediante *PSNR* - Experiencia 2
  - Imagen Real: Cámara
  - Imagen Geométrica: Squares
- Explicación Interfaces Gráficas

- Operadores de Predicción y su Relación con Esquemas de Subdivisión
  - Lagrange de cuarto orden
  - ENO no jerárquico
  - ENO jerárquico
  - ENO Subcell Resolution
  - WENO
  - PPH
- Ejemplos de Zoom en Valores Puntuales - Experiencia 1
  - Imagen Real: Barco
  - Imagen Geométrica: Geo
- Medida de la Calidad del Zoom mediante *PSNR* - Experiencia 2
  - Imagen Real: Cámara
  - Imagen Geométrica: Squares
- Explicación Interfaces Gráficas
- Conclusiones

- Operadores de Predicción y su Relación con Esquemas de Subdivisión
  - Lagrange de cuarto orden
  - ENO no jerárquico
  - ENO jerárquico
  - ENO Subcell Resolution
  - WENO
  - PPH
- Ejemplos de Zoom en Valores Puntuales - Experiencia 1
  - Imagen Real: Barco
  - Imagen Geométrica: Geo
- Medida de la Calidad del Zoom mediante *PSNR* - Experiencia 2
  - Imagen Real: Cámara
  - Imagen Geométrica: Squares
- Explicación Interfaces Gráficas
- Conclusiones
- Bibliografía

# Operadores de Predicción y su Relación con Esquemas de Subdivisión

## Operador de Predicción

Para la definición de diferentes esquemas de subdivisión, los cuales serán aplicados para realizar el zoom de una imagen digital.

## Niveles de Subdivisión

El operador de predicción da una aproximación a la información discreta de un nivel superior.

Este proceso puede repetirse para conseguir más niveles a mayor resolución.

## Operador de Predicción

Para la definición de diferentes esquemas de subdivisión, los cuales serán aplicados para realizar el zoom de una imagen digital.

## Niveles de Subdivisión

El operador de predicción da una aproximación a la información discreta de un nivel superior.

Este proceso puede repetirse para conseguir más niveles a mayor resolución.



## Operador de Predicción

Para la definición de diferentes esquemas de subdivisión, los cuales serán aplicados para realizar el zoom de una imagen digital.

## Niveles de Subdivisión

El operador de predicción da una aproximación a la información discreta de un nivel superior.

Este proceso puede repetirse para conseguir más niveles a mayor resolución.

# Esquemas de Multirresolución de Harten

Operador de discretización  $D_k : F \rightarrow V^k$

Obtiene información discreta a un nivel particular de resolución  $k$  a partir de una señal continua.

Es siempre un operador lineal.

# Esquemas de Multirresolución de Harten

Operador de Reconstrucción  $R_k : V^k \rightarrow F$

Produce una aproximación a una señal a partir de sus valores discretos.

Debe satisfacer el requerimiento de consistencia siguiente

$$D_k R_k = I_{V^k}$$

Puede ser no lineal, y así mejor adaptado al problema considerado.

# Operadores de decimación y de predicción

Usando los operadores de discretización y de reconstrucción podemos conectar los espacios vectoriales  $V_k$ , los cuales representan de alguna manera los distintos niveles de resolución (mayor  $k$  indica mayor resolución ).

## Operador de decimación

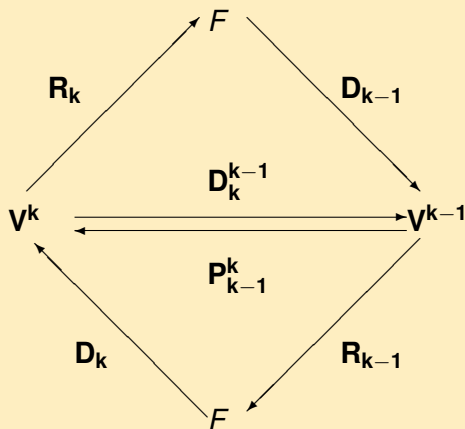
$$D_k^{k-1} : V^k \rightarrow V^{k-1}$$

## Operador de predicción

$$P_{k-1}^k : V^{k-1} \rightarrow V^k$$

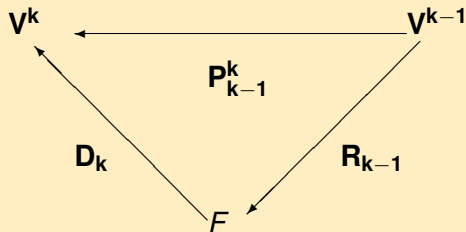
# Operadores de decimación y de predicción

## Operadores de decimación y de predicción



# Operador de predicción

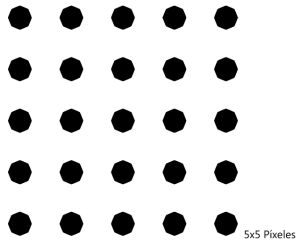
## Operador de predicción



## Esquema de Subdivisión

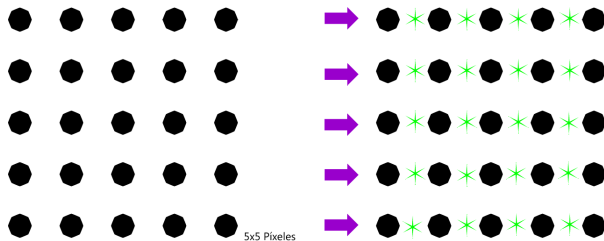
$$S := D_k R_{k-1} = P_{k-1}^k : V^{k-1} \rightarrow V^k$$

# Algoritmo 2D

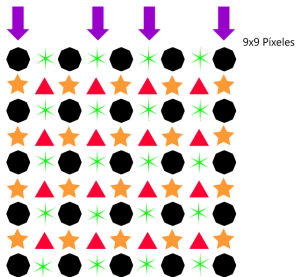
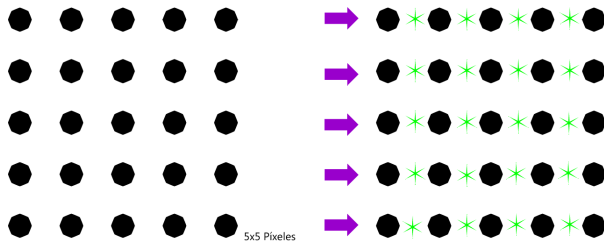




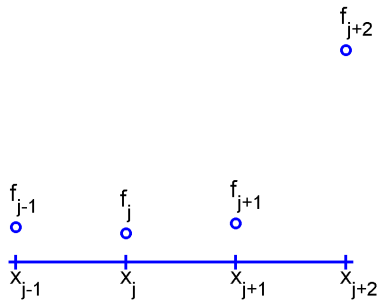
# Algoritmo 2D



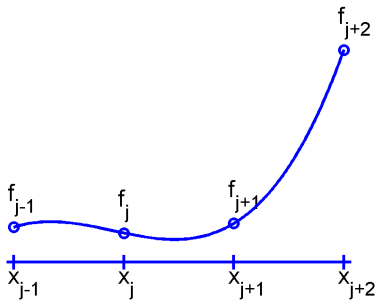
# Algoritmo 2D



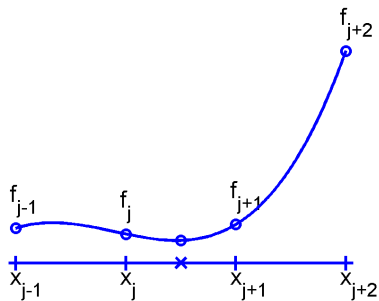
# Operador de reconstrucción de Lagrange con 4 puntos



# Operador de reconstrucción de Lagrange con 4 puntos



# Operador de predicción de Lagrange con 4 puntos

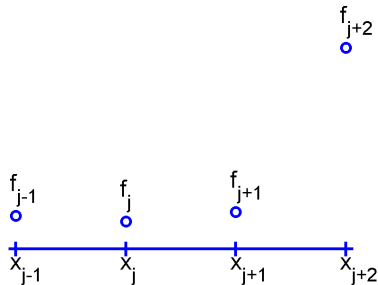


# Valor de la predicción de Lagrange con 4 puntos

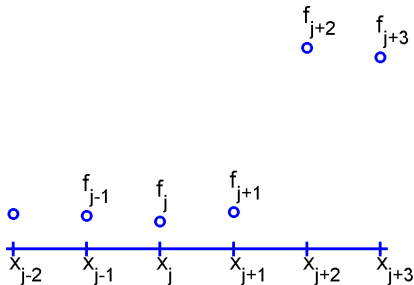
## Esquema de subdivisión de Lagrange de 4 puntos

$$Sf^k = D_{k+1}R_k f^k = \begin{cases} f_{2j+1}^{k+1} = \frac{1}{16}(-f_{j-1}^k + 9f_j^k + 9f_{j+1}^k - f_{j+2}^k), \\ f_{2j}^{k+1} = f_j^k. \end{cases}$$

# Operador de reconstrucción ENO NO jerárquico con 6 puntos

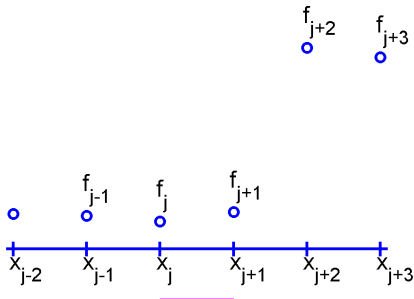


# Operador de reconstrucción ENO NO jerárquico con 6 puntos

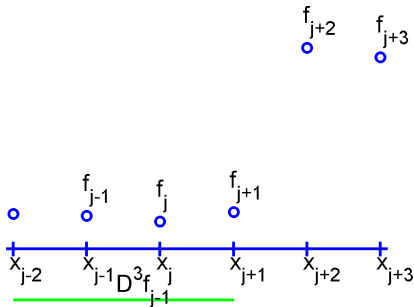




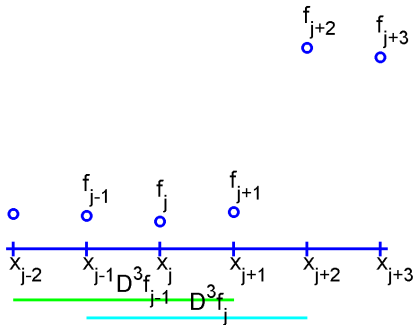
# Operador de reconstrucción ENO NO jerárquico con 6 puntos



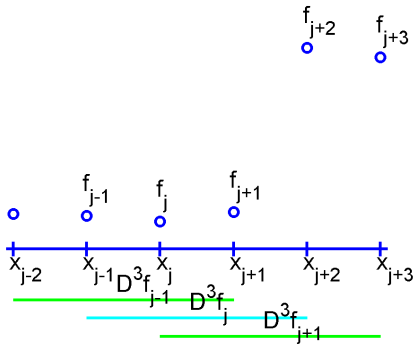
# Operador de reconstrucción ENO NO jerárquico con 6 puntos



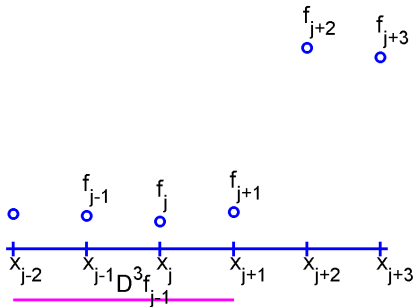
# Operador de reconstrucción ENO NO jerárquico con 6 puntos



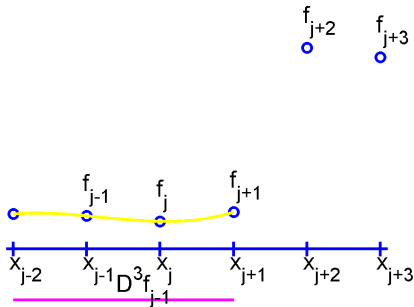
# Operador de reconstrucción ENO NO jerárquico con 6 puntos



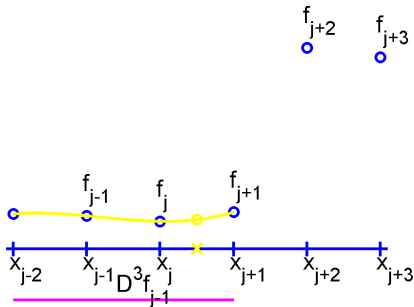
# Operador de reconstrucción ENO NO jerárquico con 6 puntos



# Operador de reconstrucción ENO NO jerárquico con 6 puntos



# Operador de predicción ENO NO jerárquico con 6 puntos



# Valor de la predicción de ENO NO jerárquico con 6 puntos

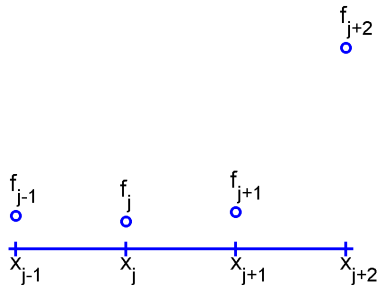
## Esquema de subdivisión ENO no jerárquico de 6 puntos

$$Sf^k = D_{k+1}R_k f^k$$

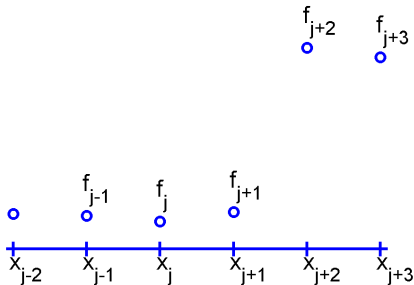
$$\left\{ \begin{array}{l} f_{2j+1}^{k+1} = \begin{cases} \frac{1}{16}(f_{j-2}^k - 5f_{j-1}^k + 15f_j^k + 5f_{j+1}^k) & \text{si escoge } D^3 f_{j-1}, \\ \frac{1}{16}(-f_{j-1}^k + 9f_j^k + 9f_{j+1}^k - f_{j+2}^k) & \text{si escoge } D^3 f_j, \\ \frac{1}{16}(5f_j^k + 15f_{j+1}^k - 5f_{j+2}^k + 3f_{j+3}^k) & \text{si escoge } D^3 f_{j+1}, \end{cases} \\ f_{2j}^{k+1} = f_j^k. \end{array} \right.$$



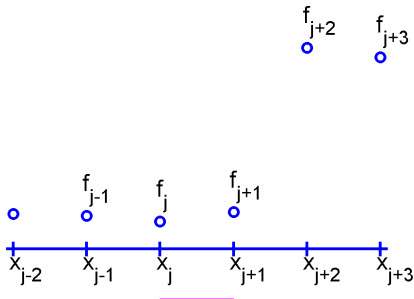
# Operador de reconstrucción ENO jerárquico con 6 puntos



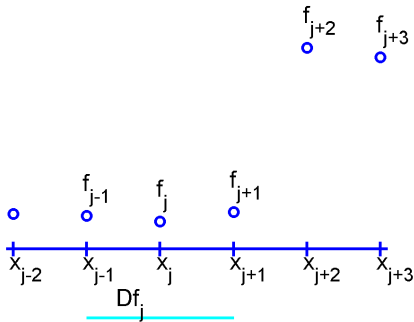
# Operador de reconstrucción ENO jerárquico con 6 puntos



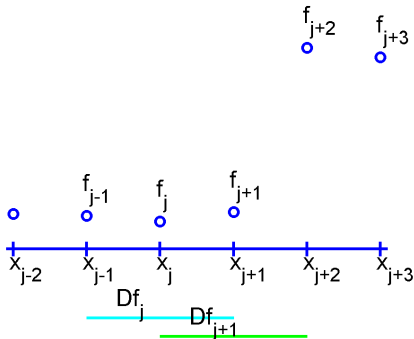
# Operador de reconstrucción ENO jerárquico con 6 puntos



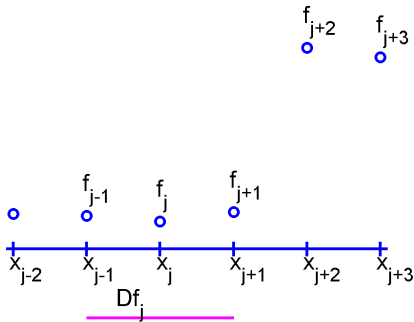
# Operador de reconstrucción ENO jerárquico con 6 puntos



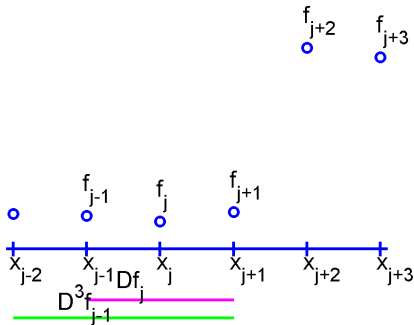
# Operador de reconstrucción ENO jerárquico con 6 puntos



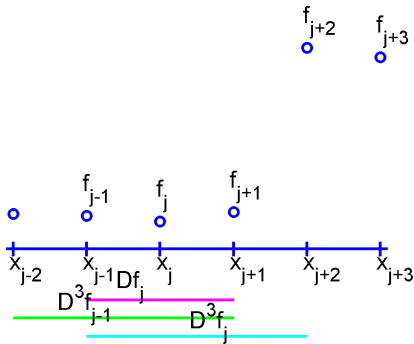
# Operador de reconstrucción ENO jerárquico con 6 puntos



# Operador de reconstrucción ENO jerárquico con 6 puntos

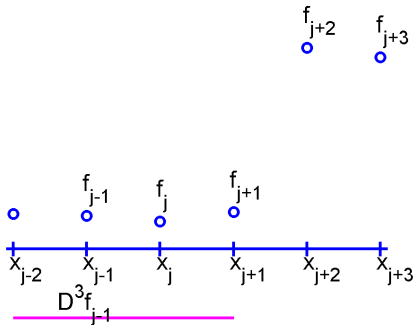


# Operador de reconstrucción ENO jerárquico con 6 puntos

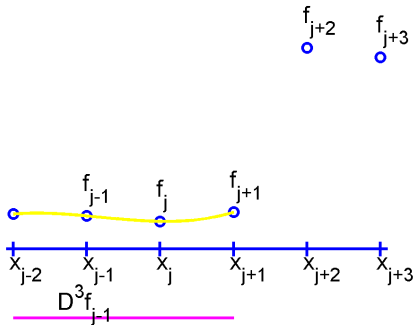




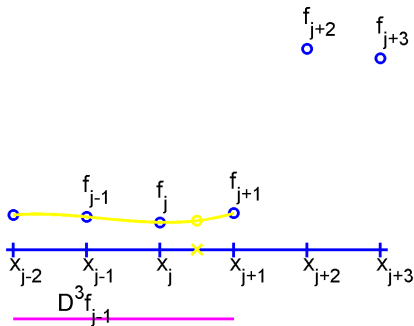
# Operador de reconstrucción ENO jerárquico con 6 puntos



# Operador de reconstrucción ENO jerárquico con 6 puntos



# Operador de predicción ENO jerárquico con 6 puntos



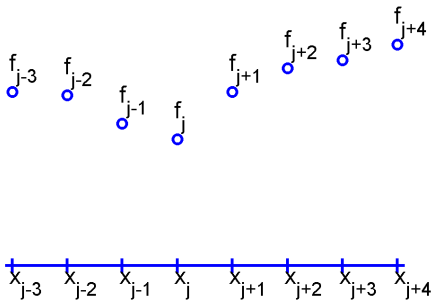
# Valor de la predicción de ENO jerárquico con 6 puntos

## Esquema de subdivisión ENO jerárquico de 6 puntos

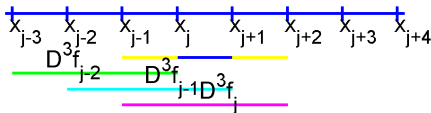
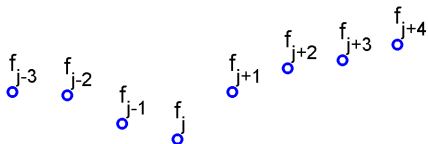
$$Sf^k = D_{k+1}R_k f^k$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{2j+1}^{k+1} = \begin{cases} \frac{1}{16}(f_{j-2}^k - 5f_{j-1}^k + 15f_j^k + 5f_{j+1}^k) & \text{si escoge } D^3 f_{j-1}, \\ \frac{1}{16}(-f_{j-1}^k + 9f_j^k + 9f_{j+1}^k - f_{j+2}^k) & \text{si escoge } D^3 f_j, \\ \frac{1}{16}(5f_j^k + 15f_{j+1}^k - 5f_{j+2}^k + 3f_{j+3}^k) & \text{si escoge } D^3 f_{j+1}, \end{cases} \\ f_{2j}^{k+1} = f_j^k. \end{array} \right.$$

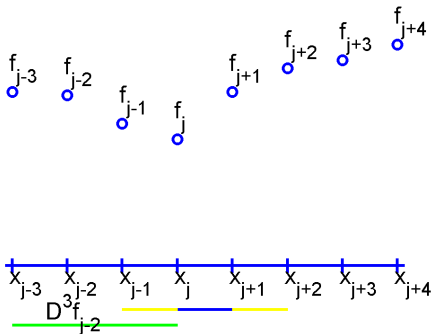
# Operador de reconstrucción ENO S-R con 8 puntos



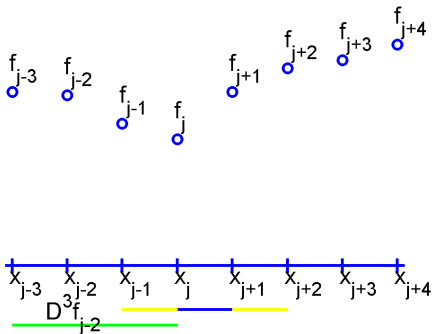
# Operador de reconstrucción ENO S-R con 8 puntos



# Operador de reconstrucción ENO S-R con 8 puntos

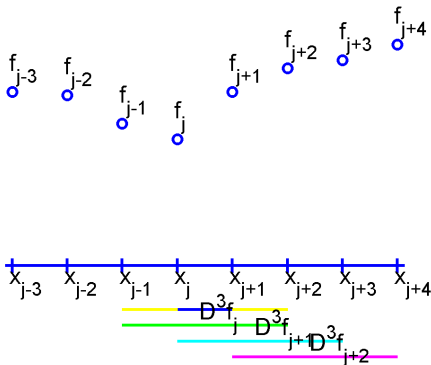


# Operador de reconstrucción ENO S-R con 8 puntos

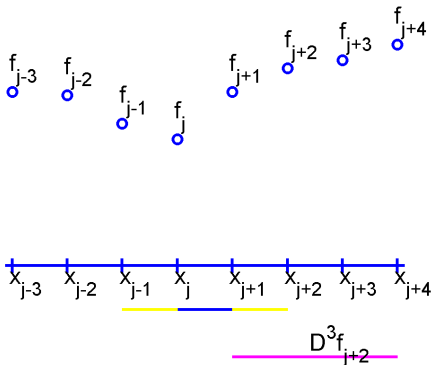




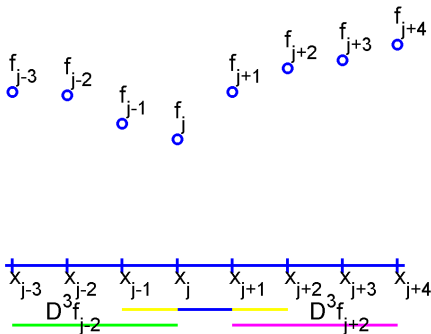
# Operador de reconstrucción ENO S-R con 8 puntos



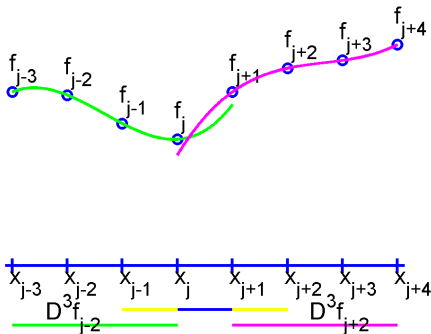
# Operador de reconstrucción ENO S-R con 8 puntos



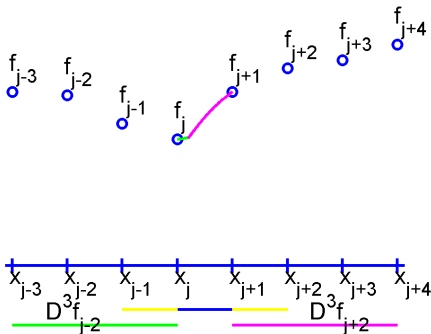
# Operador de reconstrucción ENO S-R con 8 puntos



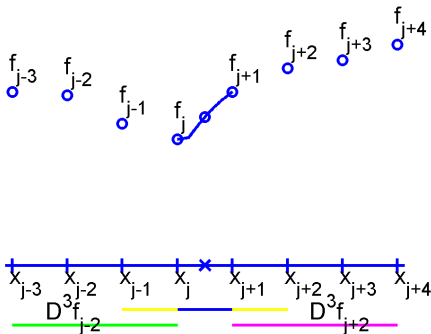
# Operador de reconstrucción ENO S-R con 8 puntos



# Operador de predicción ENO S-R con 8 puntos



# Operador de predicción ENO S-R con 8 puntos

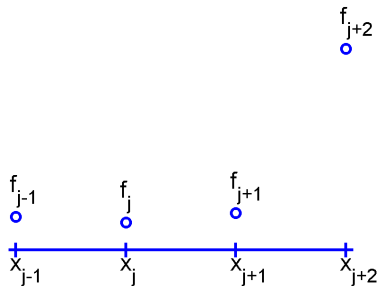


# Valor de la predicción ENO Subcell Resolution

## Esquema de subdivisión ENO Subcell Resolution

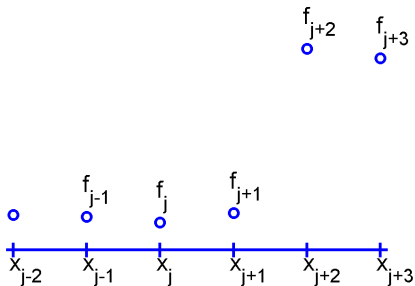
$$\left\{ \begin{array}{l} f_{2j}^k = f_j^{k-1} \\ f_{2j-1}^k = \left\{ \begin{array}{l} \text{ENO} \left\{ \begin{array}{l} 5f_{j-3}^{k-1} + 15f_{j-2}^{k-1} - 5f_{j-1}^{k-1} + f_j^{k-1}, \quad \text{si } S_j^1 \\ \frac{-f_{j-2}^{k-1} + 9f_{j-1}^{k-1} + 9f_j^{k-1} - f_{j+1}^{k-1}}{16}, \quad \text{si } S_j^2 \\ 5f_{j-1}^{k-1} + 15f_j^{k-1} - 5f_{j+1}^{k-1} + f_{j+2}^{k-1}, \quad \text{si } S_j^3 \end{array} \right. \\ \text{ENO - SR} \left\{ \begin{array}{l} \frac{-5f_{j-4}^{k-1} + 21f_{j-3}^{k-1} - 35f_{j-2}^{k-1} + 35f_{j-1}^{k-1}}{16}, \quad \text{si } q_{j-1} \\ \frac{35f_j^{k-1} - 35f_{j+1}^{k-1} + 21f_{j+2}^{k-1} - 5f_{j+3}^{k-1}}{16}, \quad \text{si } q_{j+1} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

# Operador de reconstrucción WENO con 6 puntos

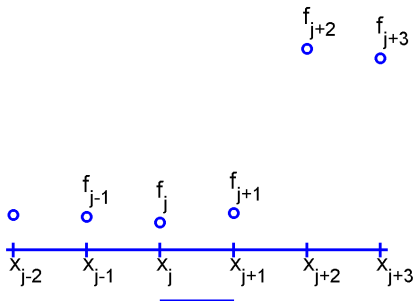




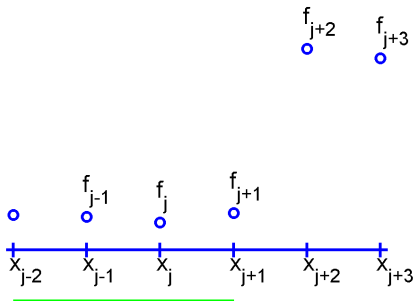
# Operador de reconstrucción WENO con 6 puntos



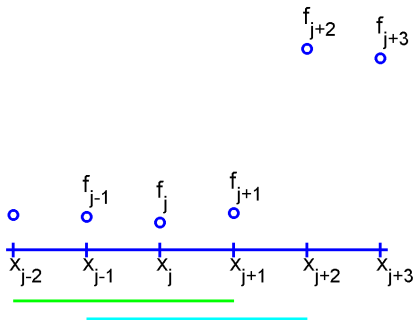
# Operador de reconstrucción WENO con 6 puntos



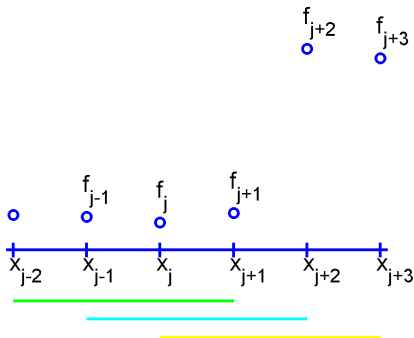
# Operador de reconstrucción WENO con 6 puntos



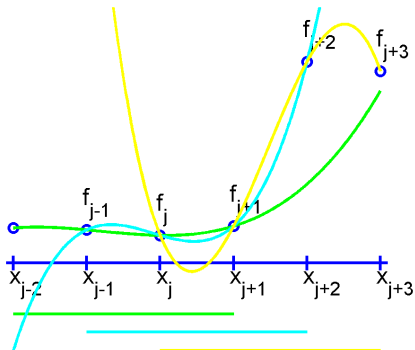
# Operador de reconstrucción WENO con 6 puntos



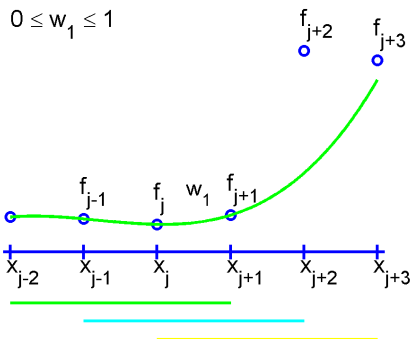
# Operador de reconstrucción WENO con 6 puntos



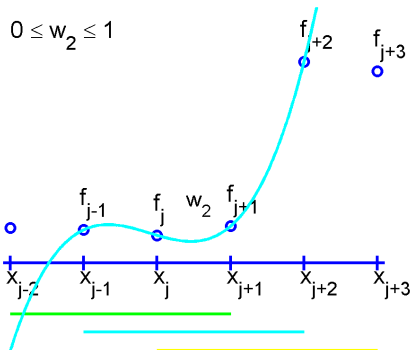
# Operador de reconstrucción WENO con 6 puntos



# Operador de reconstrucción WENO con 6 puntos

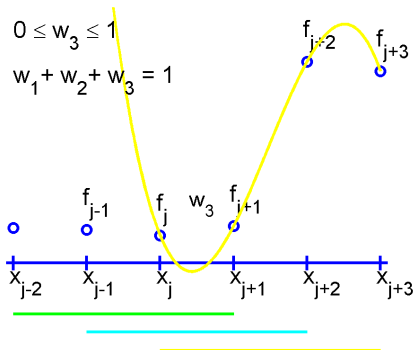


# Operador de reconstrucción WENO con 6 puntos





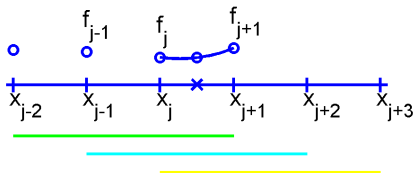
# Operador de reconstrucción WENO con 6 puntos



# Operador de predicción WENO con 6 puntos

$$w_1 p_{izq} + w_2 p_{cen} + w_3 p_{der}$$

$f_{j+2}$   $f_{j+3}$



## Esquema de subdivisión WENO

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{2j}^k = f_{j-1}^{k-1} \\ f_{2j-1}^k = (w_{j-1}^{k-1} s_{j-1}^{k-1} + w_j^{k-1} s_j^{k-1} + w_{j+1}^{k-1} s_{j+1}^{k-1}) \end{array} \right.$$

# Valor de la predicción WENO

## Cálculo de los Pesos

$$w_{j-1}^{k-1} = \frac{\alpha_{j-1}^{k-1}}{\alpha_{j-1}^{k-1} + \alpha_j^{k-1} + \alpha_{j+1}^{k-1}}$$

$$w_j^{k-1} = \frac{\alpha_j^{k-1}}{\alpha_{j-1}^{k-1} + \alpha_j^{k-1} + \alpha_{j+1}^{k-1}}$$

$$w_{j+1}^{k-1} = \frac{\alpha_{j+1}^{k-1}}{\alpha_{j-1}^{k-1} + \alpha_j^{k-1} + \alpha_{j+1}^{k-1}}$$

## Cálculo de los Indicadores de Suavidad

$$\alpha_{j-1}^{k-1} = \frac{\frac{3}{16}}{\epsilon + IS_{j-1}^{k-1}}, \quad \alpha_j^{k-1} = \frac{\frac{10}{16}}{\epsilon + IS_j^{k-1}}, \quad \alpha_{j+1}^{k-1} = \frac{\frac{3}{16}}{\epsilon + IS_{j+1}^{k-1}}$$

Con  $\epsilon = 10^{-5}$  o  $\epsilon = 10^{-6}$ .

Finalmente calculamos los indicadores de suavidad  $IS$ .



# Valor de la predicción WENO

## Cálculo de los Pesos

$$w_{j-1}^{k-1} = \frac{\alpha_{j-1}^{k-1}}{\alpha_{j-1}^{k-1} + \alpha_j^{k-1} + \alpha_{j+1}^{k-1}}$$

$$w_j^{k-1} = \frac{\alpha_j^{k-1}}{\alpha_{j-1}^{k-1} + \alpha_j^{k-1} + \alpha_{j+1}^{k-1}}$$

$$w_{j+1}^{k-1} = \frac{\alpha_{j+1}^{k-1}}{\alpha_{j-1}^{k-1} + \alpha_j^{k-1} + \alpha_{j+1}^{k-1}}$$

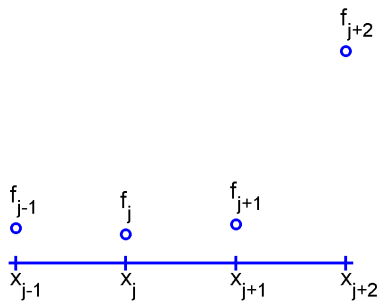
## Cálculo de los Indicadores de Suavidad

$$\alpha_{j-1}^{k-1} = \frac{\frac{3}{16}}{\epsilon + IS_{j-1}^{k-1}}, \quad \alpha_j^{k-1} = \frac{\frac{10}{16}}{\epsilon + IS_j^{k-1}}, \quad \alpha_{j+1}^{k-1} = \frac{\frac{3}{16}}{\epsilon + IS_{j+1}^{k-1}}$$

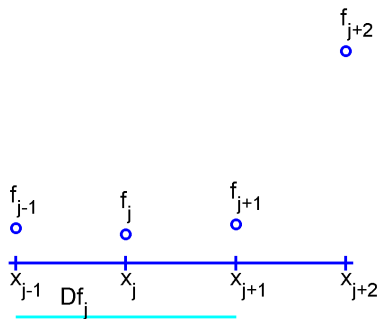
Con  $\epsilon = 10^{-5}$  o  $\epsilon = 10^{-6}$ .

Finalmente calculamos los indicadores de suavidad  $IS$ .

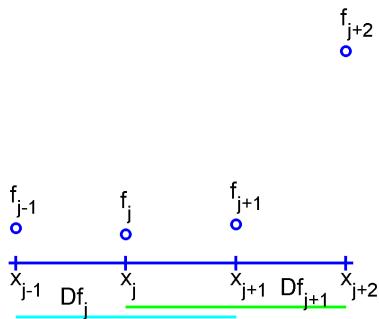
# Operador de reconstrucción PPH



# Operador de reconstrucción PPH

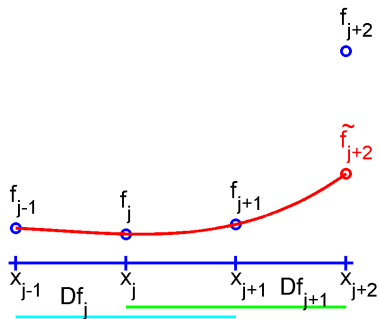


# Operador de reconstrucción PPH

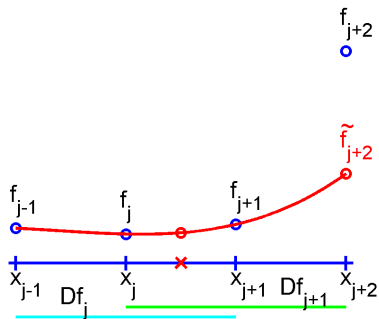




# Operador de reconstrucción PPH



# Operador de predicción PPH

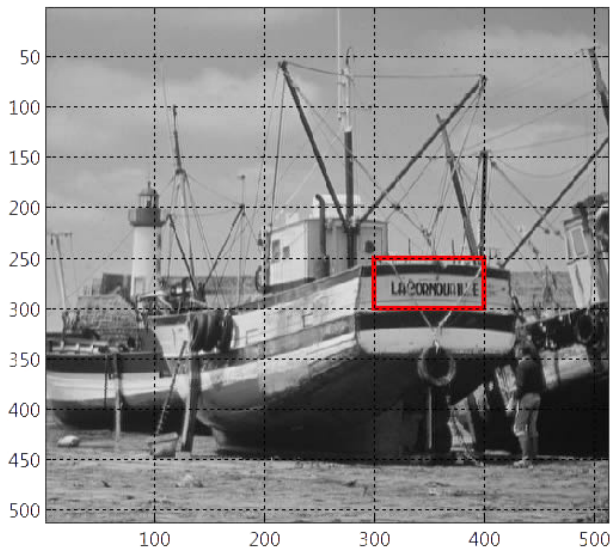


## Esquema de subdivisión PPH

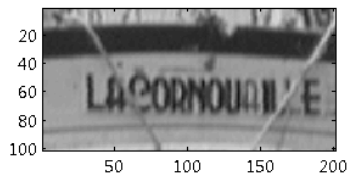
$$Sf^k = D_{k+1}R_k f^k = \begin{cases} f_{2j+1}^{k+1} = \frac{f_j^k + f_{j+1}^k}{2} - \frac{1}{4}\tilde{D}_{k,j}h_k^2, \\ f_{2j}^{k+1} = f_j^k. \end{cases}$$

# Ejemplos de Zoom en valores puntuales: Experiencia 1

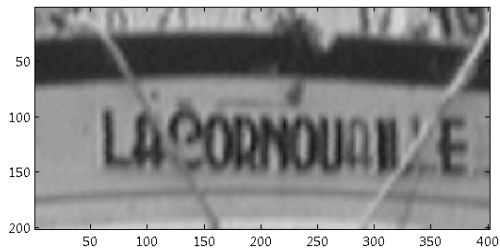
# Imagen Original Barco



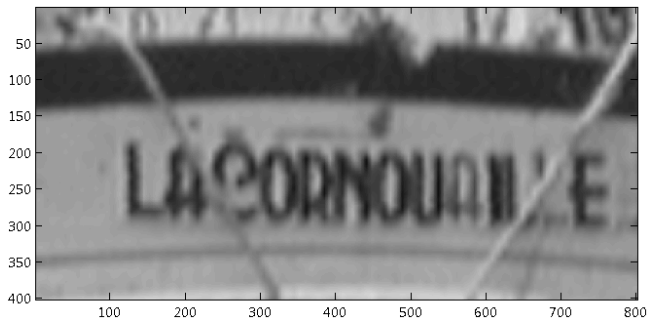
# Zoom con método PPH 1 nivel



# Zoom con método PPH 2 niveles

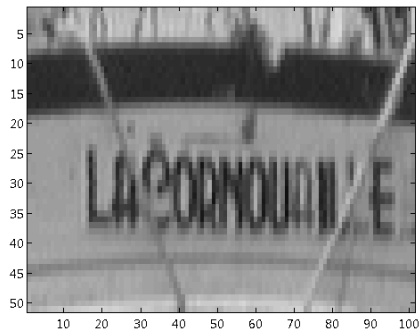


# Zoom con método PPH 3 niveles

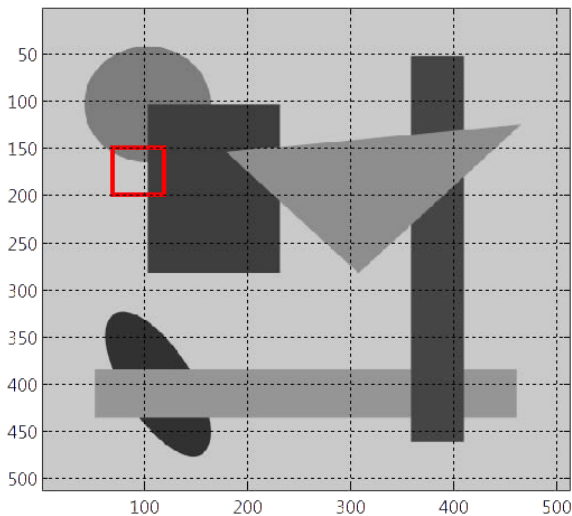




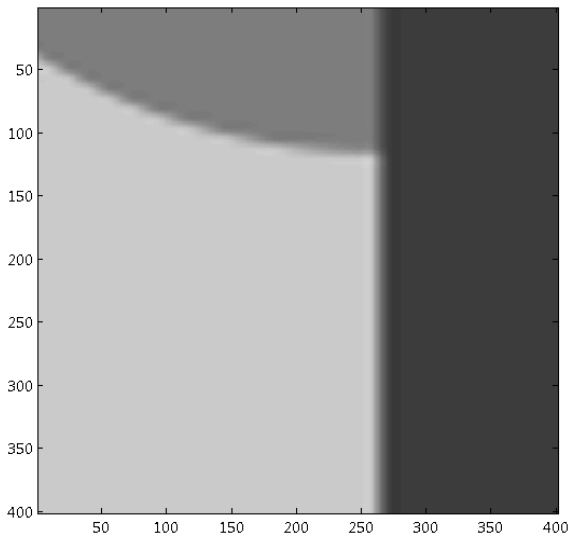
# Comparación con Zoom de Matlab



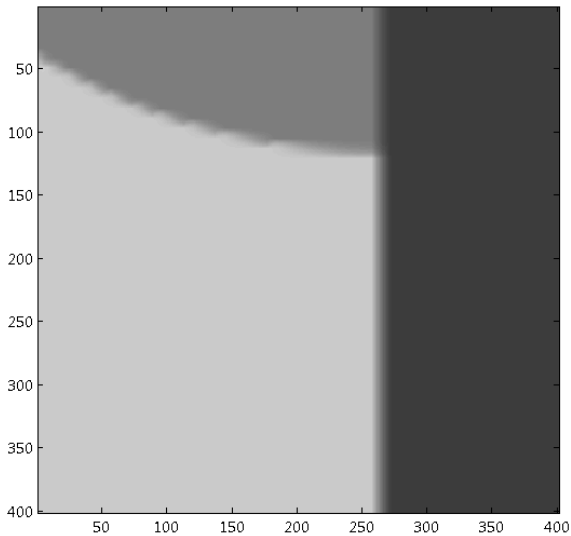
# Imagen Original Geométrica



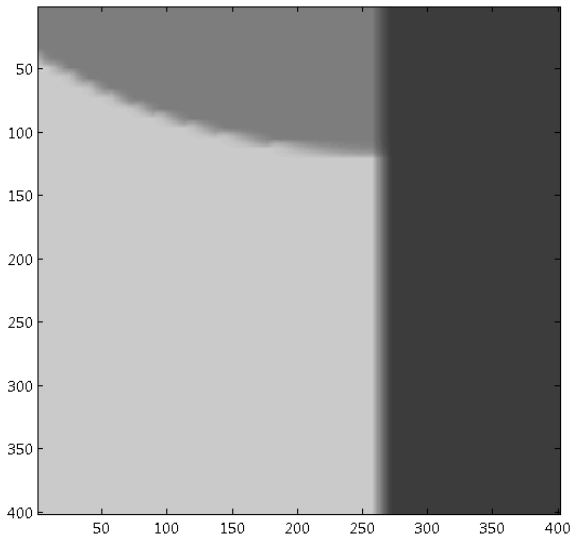
# Zoom con método Lineal 3 niveles



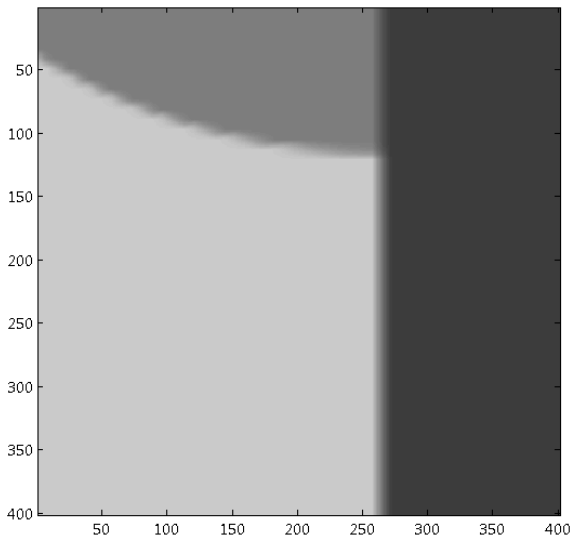
# Zoom con método ENO no Jerárquico 3 niveles



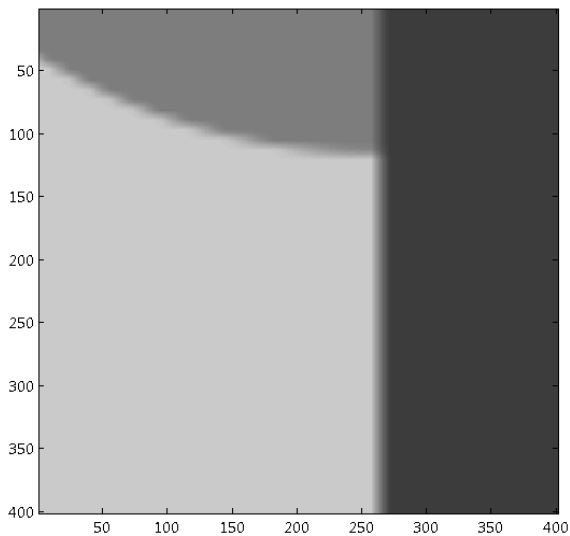
# Zoom con método ENO Jerárquico 3 niveles



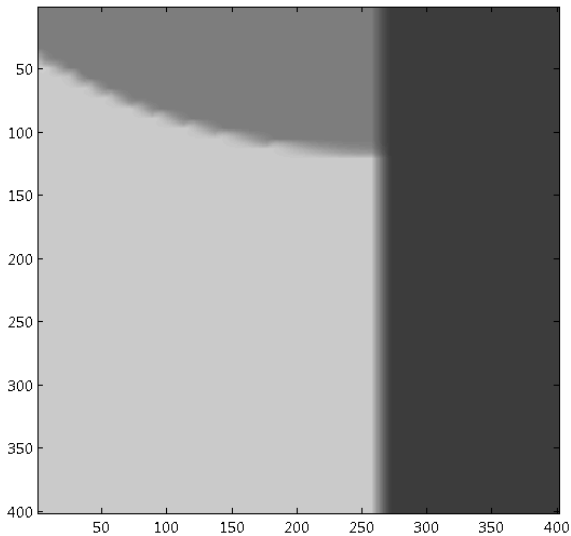
# Zoom con método WENO 3 niveles



# Zoom con método PPH 3 niveles

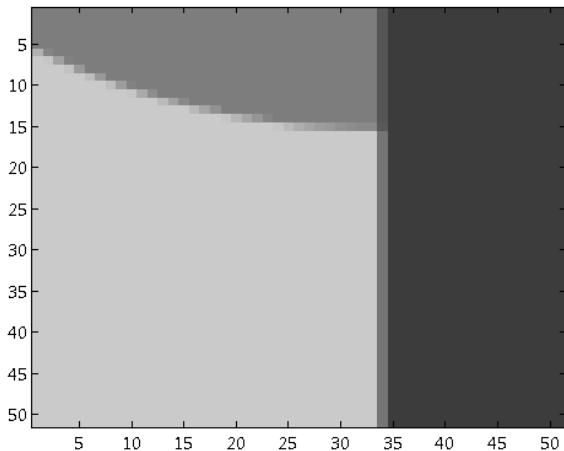


# Zoom con método ENO Subcell Resolution 3 niveles





# Comparación con Zoom de Matlab



# Ejemplos de Zoom en valores puntuales: Experiencia 2

# Imagen Original Cámara 256x256



# Imagen a Baja Resolución 1 nivel



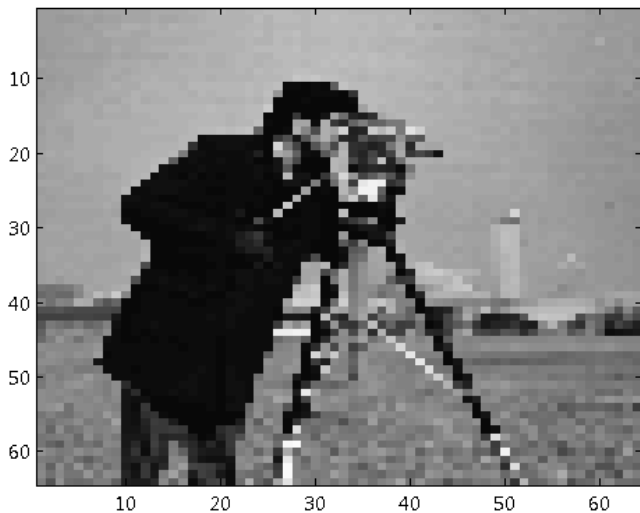
# Zoom con método Lineal 1 nivel



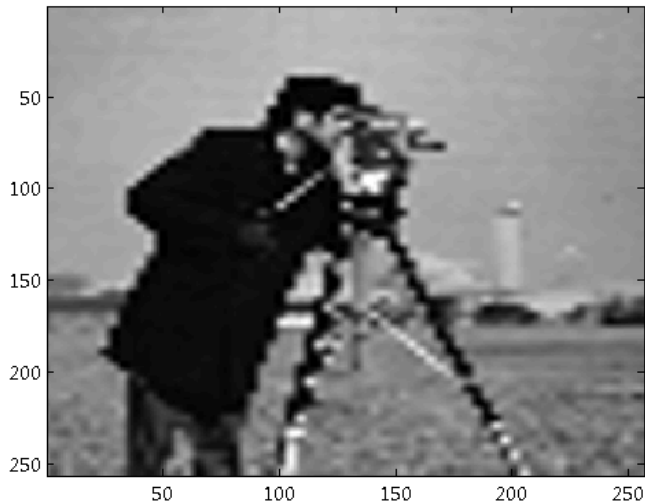
# Zoom con método PPH 1 nivel



# Imagen a Baja Resolución 2 niveles

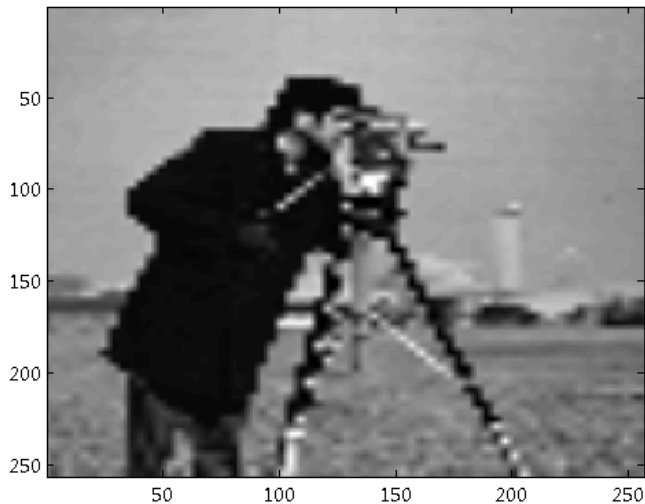


# Zoom con método Lineal 2 niveles





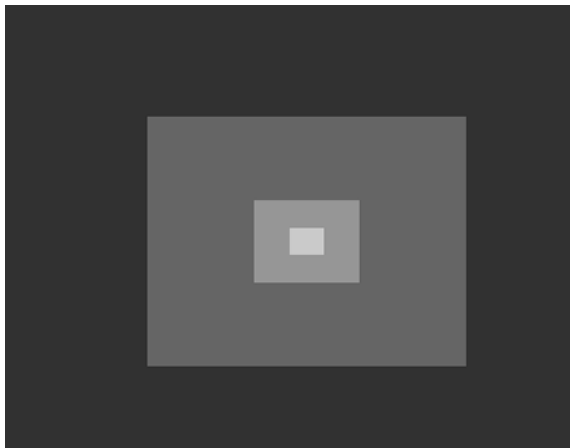
# Zoom con método PPH 2 niveles



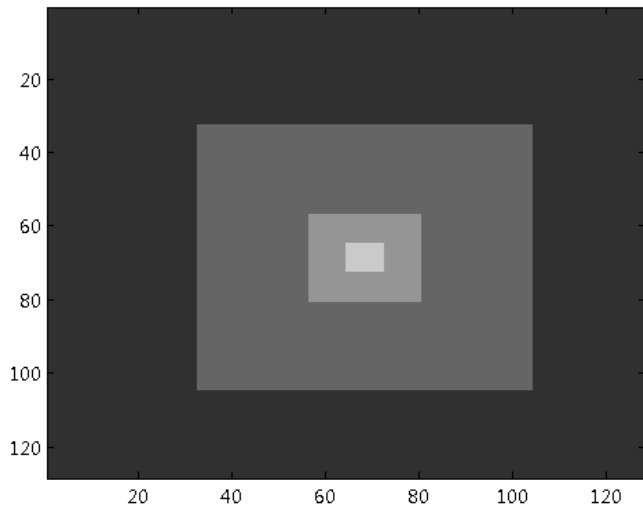
# Tabla de la imagen Cámara

Método	Niveles de Zoom	<i>PSNR</i>
Lineal	1	25,50
	2	21,33
	3	18,87
	4	16,44
ENO jerárquico	1	24,93
	2	21,22
	3	18,95
	4	16,74
WENO	1	25,26
	2	21,42
	3	19,01
	4	16,71
PPH	1	25,54
	2	21,50
	3	19,09
	4	16,71
ENO S-R	1	24,90
	2	21,18
	3	18,93
	4	16,73

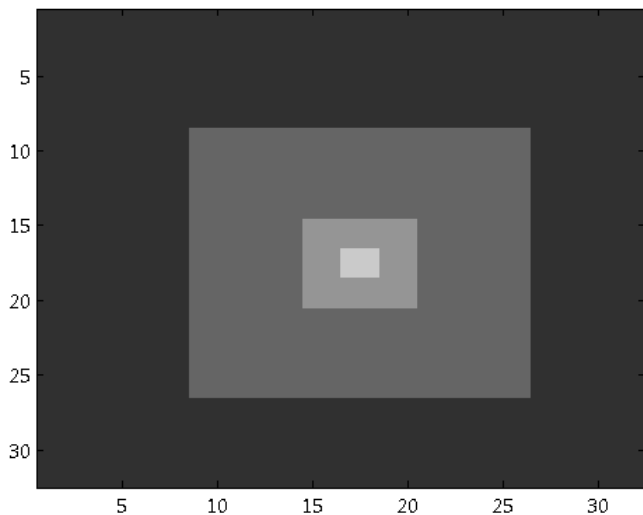
# Imagen Original de Squares 256x256



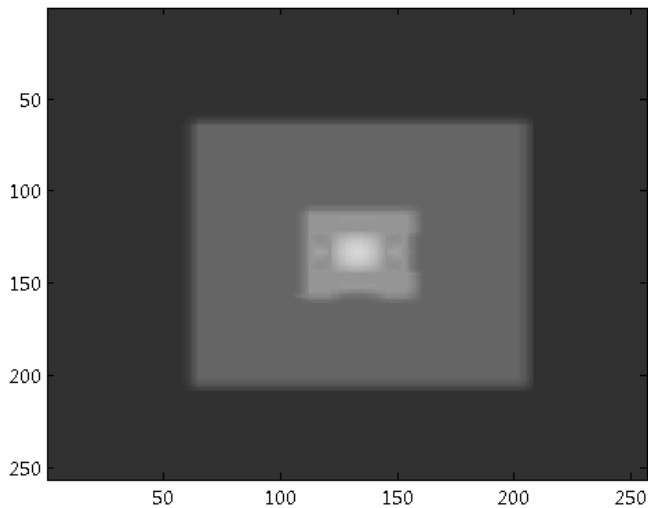
# Imagen a Baja Resolución 1 nivel



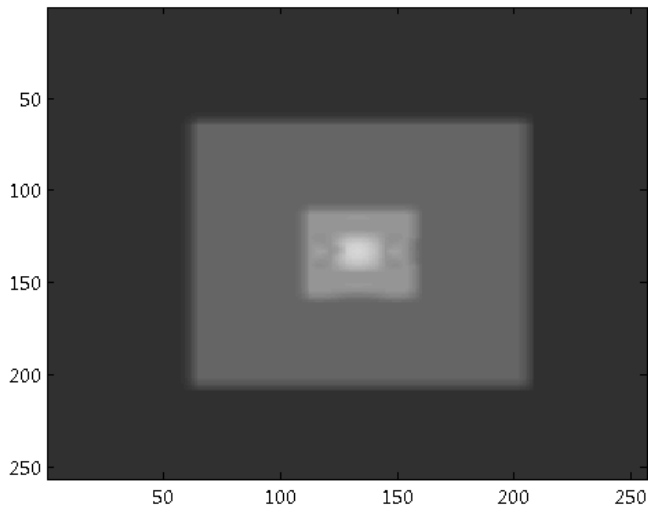
# Imagen a Baja Resolución 3 niveles



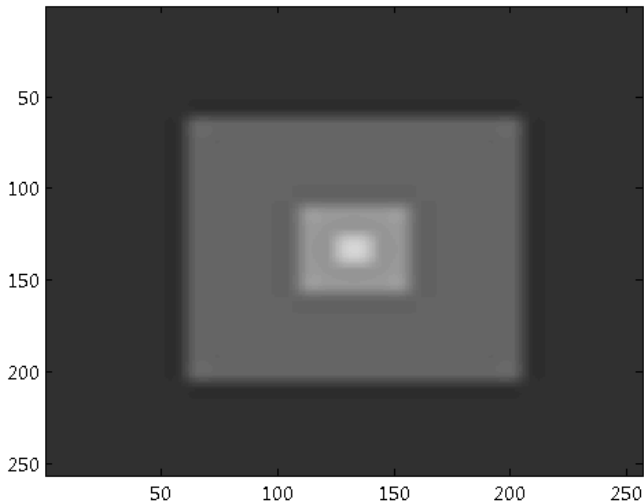
# Zoom con método ENO no Jerárquico 3 niveles



# Zoom con método ENO Subcell Resolution 3 niveles

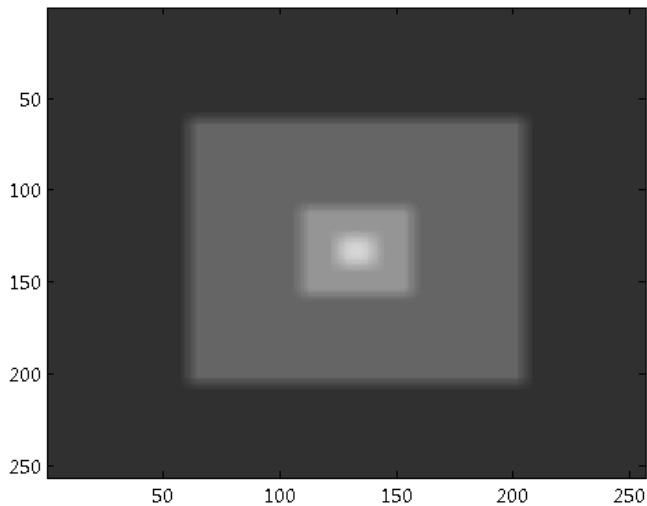


# Zoom con método Lineal 3 niveles





# Zoom con método PPH 3 niveles

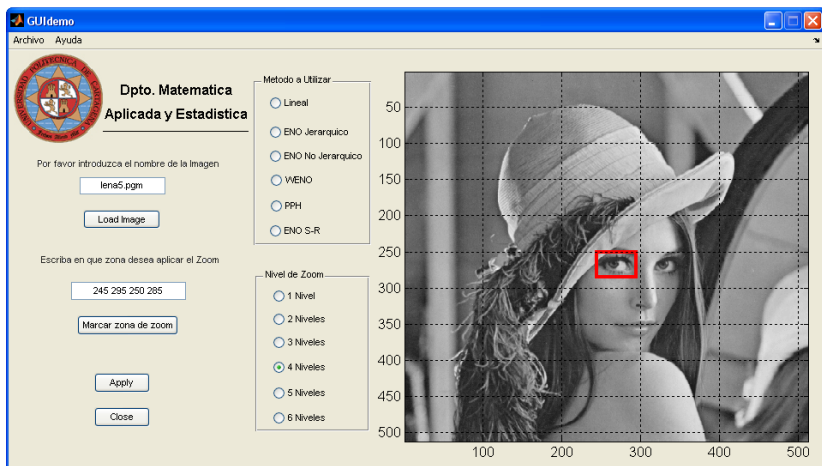


# Tabla de la imagen Squares

Método	Niveles de Zoom	<i>PSNR</i>
Lineal	1	39,02
	2	33,51
	3	29,59
	4	26,28
ENO jerárquico	1	43,22
	2	36,36
	3	31,69
	4	27,91
WENO	1	39,15
	2	33,52
	3	29,60
	4	26,31
PPH	1	39,15
	2	33,74
	3	29,83
	4	26,54
ENO S-R	1	43,22
	2	36,36
	3	31,69
	4	27,90

# Explicación de las Interfaces Gráficas

# Interfaz Gráfica con Lena



# Conclusiones

# Conclusiones

## Experimentos

El método utilizado consigue calidades de imágenes aceptables e incluso mejora otros métodos de zoom utilizados por programas comerciales.

## Diferencias entre los algoritmos lineales y no lineales

En imágenes geométricas los algoritmos no lineales definen mejor los contornos evitando efectos indeseables como el fenómeno de Gibbs y reduciendo la difusión de ejes; por otro lado cuando trabajamos con imágenes más reales las diferencias entre los métodos lineales y no lineales son mucho menos perceptibles. En este caso hay que tener cuidado si se elige un método no lineal, pues éste debe ser estable, ya que si no, puede producir artefactos espúreos en las imágenes. El método entre los estudiados que parece producir mejores resultados es el PPH.

# Conclusiones

## Experimentos

El método utilizado consigue calidades de imágenes aceptables e incluso mejora otros métodos de zoom utilizados por programas comerciales.

## Diferencias entre los algoritmos lineales y no lineales

En imágenes geométricas los algoritmos no lineales definen mejor los contornos evitando efectos indeseables como el fenómeno de Gibbs y reduciendo la difusión de ejes; por otro lado cuando trabajamos con imágenes más reales las diferencias entre los métodos lineales y no lineales son mucho menos perceptibles. En este caso hay que tener cuidado si se elige un método no lineal, pues éste debe ser estable, ya que si no, puede producir artefactos espúreos en las imágenes. El método entre los estudiados que parece producir mejores resultados es el PPH.

## Experimentos





El método utilizado consigue calidades de imágenes aceptables e incluso mejora otros métodos de zoom utilizados por programas comerciales.

## Diferencias entre los algoritmos lineales y no lineales

En imágenes geométricas los algoritmos no lineales definen mejor los contornos evitando efectos indeseables como el fenómeno de Gibbs y reduciendo la difusión de ejes; por otro lado cuando trabajamos con imágenes más reales las diferencias entre los métodos lineales y no lineales son mucho menos perceptibles. En este caso hay que tener cuidado si se elige un método no lineal, pues éste debe ser estable, ya que si no, puede producir artefactos espúreos en las imágenes. El método entre los estudiados que parece producir mejores resultados es el PPH.



# Bibliografía

-  S. Amat, F. Aràndiga , Cohen A. and R. Donat. Tensor product multiresolution analysis with error control for compact image representation, 2002. *Signal Processing*, **82**(4), 587-608.
-  S. Amat, F. Aràndiga, A. Cohen, R. Donat, G. García and M. Von Oehsen. Data compression with ENO schemes: A case study. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, **11**, 273-288, 2001.
-  S. Amat, R. Donat, J. Liandrat and J.C. Trillo. Analysis of a new nonlinear subdivision scheme. Applications in image processing. *Foundations of Computational Mathematics*, **6**(2), 193-226, 2006.
-  F. Aràndiga and R. Donat. Nonlinear Multi-scale Decomposition: The Approach of A.Harten, *Numerical Algorithms*, **23**, 175-216, 2000.