EVALUANDO EL FACTOR DE IMPRECISIÓN SOBRE LA ESCALA DE MEDIDA (*FIEM*); LA DETERMINACIÓN DE LA VARIANZA MÁS DESFAVORABLE

Jose Antonio Martínez García, josean.martinez@upct.es, Universidad Politécnica de Cartagena
Laura Martínez Caro, laura.martinez@upct.es, Universidad Politécnica de Cartagena

RESUMEN

La precisión de las estimaciones tiene que ser adecuadamente descrita en la investigación mediante encuesta, donde las escalas de medida ordinales y de intervalo son comúnmente utilizadas. En relación a la estimación de valores medios poblacionales, los errores absoluto y relativo están en función de esas escalas de medida. Este trabajo discute algunos de las asunciones en las que se fundamenta el "Factor de Imprecisión sobre la Escala de Medida -*FIEM*-" (Martínez y Martínez, 2006). Este índice es una herramienta para evaluar el grado de imprecisión de las estimaciones, independientemente del rango de la escala de medida considerado. Específicamente, proponemos un nuevo método para determinar la varianza más desfavorable, el cual es consistente con la asunción de normalidad en la población, a diferencia del método original basado en una distribución bimodal. Este método reduce el valor de la varianza más desfavorable, y es fácilmente calculado a partir de la función de distribución normal estándar.

PALABRAS CLAVE: *Imprecisión de las estimaciones, FIEM, error muestral, estimación de medias*

ABSTRACT:

The precision of estimates has to be adequately reported in survey research, where ordinal and interval measurement scales are commonly used. Regarding mean estimate, absolute and relative errors are in function of the measurement scales. This manuscript discusses some assumptions underlying the development of the "Measurement Scale Imprecision Factor -*MSIF*-" (Martínez and Martínez, 2006), a tool for assessing the degree of imprecision of the estimates regardless of the scale rank considered. Specifically we purpose a new method for determining the most unfavourable variance that it is consistent with the normal distribution assumption, unlike the prior assumption based on the bimodal distribution. This method reduces the value of the most unfavourable variance which is easily computed using the cumulative normal standard distribution function

KEYWORDS: *Imprecision of estimate, MSIF, sampling error, mean estimate*

1. INTRODUCCIÓN

En un reciente artículo (Martínez y Martínez, 2006), propusimos el "Factor de Imprecisión sobre la Escala de Medida" (*FIEM*), como herramienta para evaluar el grado de imprecisión de las estimaciones de valores medios en un muestreo aleatorio simple, independientemente del rango de escala de medida considerado. El desarrollo de este índice está justificado por la identificación de algunos errores comúnmente cometidos en la investigación de marketing relativos a la información suministrada sobre la precisión de las estimaciones. El índice propuesto, *FIEM*, puede ser utilizado para comparar los errores absolutos y relativos cuando se utilizan diferentes unidades de medida

El desarrollo de éste índice está basado en la estimación de la máxima varianza de la escala utilizada en la medición de la variable en cuestión. Sin embargo, esa estimación de la varianza más desfavorable está fundamentada en la asunción de que la variable sigue una distribución bimodal en "U" en la población. El objetivo de este trabajo es proponer una nueva forma de determinación de la varianza más desfavorable, concordante con la asunción de normalidad en la distribución poblacional.

2. LA NECESIDAD DE *FIEM*

Supongamos que se quiere estimar el valor medio de una característica poblacional $\bar{\bar{y}}$, como por ejemplo la actitud hacia una compañía o la satisfacción con un producto. Para ello se diseña un cuestionario en el que esas variables son medidas a través de uno o varios indicadores con una escala de intervalo. Así, se recoge una muestra aleatoria simple $(y_1,\ldots y_n)$ que permita cuantificar la precisión de la estimación del valor medio buscado. Si la población es normal, se puede construir un intervalo de confianza para la estimación de la media poblacional, que para el caso más habitual en el que la varianza poblacional es desconocida sería el siguiente (Levy y Lemeshow, 1999):

$$\bar{y} \pm t_{1-(\alpha/2)} \sqrt{\frac{N-n}{N}} \left(\frac{S_y}{\sqrt{n}} \right) \tag{1}$$

donde: n = tamaño de la muestra; N = tamaño de la población; t = coeficiente de fiabilidad para un nivel de confianza α, que se corresponde con una distribución t de Student con n-1 grados de libertad; S_y = desviación típica muestral[1].

El error absoluto de estimación ($\varepsilon_{A(\bar{y})}$) viene dado por la expresión:

$$\varepsilon_{A(\bar{y})} = t_{1-(\alpha/2)} \sqrt{\frac{N-n}{N}} \left(\frac{S_y}{\sqrt{n}} \right) \tag{2}$$

[1] Se usa el estadístico t en lugar del estadístico z cuando se toma la desviación típica muestral S_y como estimación de la desviación típica poblacional σ_y (Pedhazur y Schmelkin, 1991).

mientras que el error relativo ($\varepsilon_{R(\bar{y})}$) se obtiene de la ecuación:

$$\varepsilon_{R(\bar{y})} = \frac{\varepsilon_{A(\bar{y})}}{\bar{y}} \tag{3}$$

A partir de estas fórmulas se obtienen las expresiones para cuantificar el tamaño de la muestra en función de un error máximo admisible, ya sea a nivel absoluto o relativo. Para el primer caso se obtiene:

$$n \geq \frac{z^2 N \sigma_y^2}{z^2 \sigma_y^2 + (N-1)\varepsilon_{A(\bar{y})}^2} \tag{4}$$

y para el segundo:

$$n \geq \frac{z^2 N V_y^2}{z^2 V_y^2 + (N-1)\varepsilon_{R(\bar{y})}^2} \tag{5}$$

donde σ_y^2 es la varianza poblacional y V_y^2 es el coeficiente de variación[2].

Supongamos ahora que el investigador pretende conocer una característica poblacional que es un valor de probabilidad binomial[3] p, como la proporción de personas que han visto un anuncio o la proporción de consumidores que comprarán un nuevo producto. De forma análoga al caso de la estimación de medias, se puede construir un intervalo de confianza para la proporción (Casas, 1997):

$$p \pm t_{1-(\alpha/2)} \sqrt{\frac{N-n}{N}} \left(\sqrt{\frac{pq}{n}} \right) \tag{6}$$

siendo q la proporción de individuos que no poseen la característica de interés (por lo que la varianza de p es pq).

Y se obtienen de la misma forma las expresiones para cuantificar el tamaño de la muestra en función del error máximo absoluto:

$$n \geq \frac{z^2 N pq}{z^2 pq + (N-1)\varepsilon_{A(p)}^2} \tag{7}$$

y relativo:

$$n \geq \frac{z^2 N \frac{q}{p}}{z^2 \frac{q}{p} + (N-1)\varepsilon_{R(p)}^2} \tag{8}$$

Una forma habitual de proceder es fijar un error muestral máximo, un nivel de confianza determinado, y computar el tamaño muestral considerando el caso más desfavorable de la varianza. De esta forma, con el

[2] En este caso, como es común determinar el tamaño muestral antes de recoger los datos, se maneja información sobre la población.
[3] La distribución binomial se puede aproximar a la normal cuando n ≥ 30 (Casas, 1997)

tamaño de muestra resultante el investigador se asegura de que, como mucho, va a cometer el error que ha fijado, para todas las estimaciones que realice sobre los datos recogidos.

Cuando no es posible recoger el número de cuestionarios planeado, o simplemente se realiza un número de encuestas al amparo de algún criterio de coste, es práctica común recalcular el error muestral con las expresiones (4), (5), (7) u (8), según los objetivos de la investigación. Es decir, se despeja n o ε en función del caso pertinente.

El error de escoger la fórmula inadecuada

El error que más habitualmente se comete es fijar un error máximo relativo para la estimación de valores medios poblacionales y hallar el tamaño muestral usando la expresión (7), es decir, cuantificar n en función del error máximo absoluto para la estimación de una proporción. Expresiones como "…*se consideró una muestra de 400 individuos que implican un error máximo del 5% para el caso más desfavorable de la varianza (p=q=0,5) y para un nivel de confianza del 95%...*" son comunes en las revistas científicas de marketing y en estudios realizados por diversas entidades de investigación[4].

Dado que la varianza poblacional es normalmente desconocida, y también la varianza muestral (aún no se han recogido los datos), algunos investigadores asumen que, siendo $\bar{y}$ equivalente a p[5] (Levy y Lemeshow, 1999), la varianza máxima de $\bar{y}$ es pq=0,25, con lo que pueden hallar el tamaño muestral para un error fijado. Esta asunción es errónea, ya que las varianzas dependen de la escala de medida utilizada, por lo que las varianzas máximas serán distintas para diferentes opciones de medición, y desde luego, es harto difícil que su valor sea 0,25. Por otro lado, si p=0,5 significa que el coeficiente de variación es 1, siendo de nuevo independiente de las escalas de medición, algo totalmente ilógico.

Un ejemplo práctico

Para ilustrar de forma práctica los argumentos anteriores se muestran los datos del estudio de Martínez y Martínez (2004), en el que se analizaban las motivaciones de los consumidores de un servicio deportivo. Para una población de 352 consumidores se obtuvo una muestra aleatoria de 137 individuos, siendo el error muestral de 6,55% (nivel de confianza del 95%, con p=q=0,5) calculado tras la aplicación de la ecuación (7).

La primera equivocación proviene de dar un error relativo usando una fórmula para error absoluto. Es decir, el valor de 6,55 es en realidad una desviación de 0,0655 unidades del valor de la media, y no un porcentaje de error. Si se aplica (8) se obtiene un error relativo para ese tamaño muestral de 0,131; es decir, un 13,1% sobre el valor de la media. Sin embargo, la ecuación (8) está indicada cuando la característica de interés es una proporción y no una media, por tanto, ésta sería una segunda equivocación.

---

[4] Manzano y Braña (2003) se hacen eco también de esta observación.

[5] $y_i = \begin{cases} 1\ si\ \ posee\ la\ característica \\ 0 si\ no\ \ posee\ la\ característica \end{cases} \quad p = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{N} \approx \bar{y}$

Para comprobar hasta qué punto son erróneos los procedimientos anteriores, sólo hay que aplicar las ecuaciones (4) y (5) para datos simulados. Como la motivación del consumidor se midió en una escala Likert de 1 a 5, el caso más desfavorable de la varianza se produciría si las dos mitades de los datos estuvieran sobre los valores extremos de la escala, por lo que: $S_y = 2$; $\bar{y} = 3$; $V_y^2 = 0{,}44$. Aplicando (4), la muestra de 137 individuos proporciona un error absoluto máximo ($\varepsilon_{A(\bar{y})}$) de 0,262. Es decir, si medimos la motivación del consumidor sobre una escala de 1 a 5, el valor medio poblacional estará en el intervalo de confianza $\bar{y} \pm \varepsilon_{A(\bar{y})}$ en el caso de que la varianza fuera máxima. Si aplicamos ahora (5), se obtiene un error máximo relativo $\varepsilon_{R(\bar{y})}$ de 0,0872. Por tanto, las estimaciones de las medias serán erróneas en un máximo del 8,72% de su valor.

Una vez conocido el error máximo que se puede cometer con el tamaño muestral considerado, el error realmente cometido probablemente será bastante menor. En el caso del ejemplo práctico, la motivación "imagen corporal" tiene un valor medio ($\bar{y}$) de 3,211, y una desviación típica (S_y) *de* 1,034. Aplicando (1) se consigue el intervalo de confianza para la estimación[6]: (3,211± 0,149); siendo $\varepsilon_{A(\bar{y})} = 0{,}149$ y $\varepsilon_{R(\bar{y})} = 4{,}63\%$. Es decir, una estimación mucho más precisa que la que se obtendría en el caso más desfavorable de la varianza.

Las escalas de medición y FIEM

Las escalas de medición juegan un papel fundamental para la determinación de los errores absolutos y relativos, ya que producen coeficientes de variación distintos en el caso más desfavorable de variabilidad. En la Tabla 1 se muestran los errores absoluto y relativo máximos producidos para la medición de las motivaciones del consumidor, en la misma muestra y población del ejemplo, simulando los valores poblacionales más desfavorables de la varianza. Esos errores son computados para diferentes rangos de escalas aditivas tipo Likert.

Tabla 1: Errores en función de las escalas de medida

	Varianza máxima σ_y^2	Coeficiente de variación V_y	Error absoluto $\varepsilon_{A(\bar{y})}$	Error relativo $\varepsilon_{R(\bar{y})}$
Escala de 1 a 5	4	0,666	0,262	8,72%
Escala de 1 a 7	9	0,750	0,393	9,81%
Escala de 1 a 9	16	0,800	0,524	10,47%
Escala de 1 a 10	20,25	0,818	0,589	10,70%
Escala de 0 a 10	25	1,000	0,655	13,10%

Fuente: Martínez y Martínez (2006).

[6] Hubo 14 casos perdidos, por lo que *n* fue 123 para la computación del error.

Como puede contemplarse, los errores máximos admisibles se incrementan con el rango de medición de la escala. Sin embargo, las estimaciones son exactamente igual de imprecisas si se tiene en cuenta el factor de imprecisión sobre la escala de medida (*FIEM*), que se obtiene de la ecuación:

$$FIEM = 100\left(\frac{\varepsilon_A}{R_E}\right) \qquad (9)$$

donde R_E *es* el rango de la escala de medida (diferencia entre los valores máximo y mínimo). Aplicando (9) se obtiene un valor para *FIEM* de 6,654% sobre el rango de cada escala (Tabla 2)

Tabla 2. Factor de Imprecisión sobre la Escala de Medida (*FIEM*)

	Rango R_E	Error absoluto $\varepsilon_{A(\bar{y})}$	*FIEM*
Escala de 1 a 5	4	0,262	6,654%
Escala de 1 a 7	6	0,393	6,654%
Escala de 1 a 9	8	0,524	6,654%
Escala de 1 a 10	9	0,589	6,654%
Escala de 0 a 10	10	0,655	6,654%

Fuente: Martínez y Martínez (2006).

De este modo, el valor de *FIEM* es invariante frente a las escalas de medida, por lo que es una representación del grado de imprecisión de la estimación que permite comparar entre estudios que utilicen diferentes rangos de escalas.

FIEM debe utilizarse también para completar la información que proveen los intervalos de confianza una vez recogido los datos. En el caso del ejemplo sobre motivación, el valor de *FIEM* sería de 3,72%. De nuevo este valor es vital para la adecuada comparación entre las precisiones de estudios con diferentes escalas, ya que, como puede observarse en la Tabla 3, los errores absolutos y relativos dan una información limitada de la precisión de la estimación; es decir, estudios con idénticos errores relativos y absolutos, serán más o menos precisos dependiendo de la escala de medición.

Tabla 3. Variación de *FIEM* con la escala de medida en caso de medias y errores constantes

	Media $\bar{y}$	Error absoluto $\varepsilon_{A(\bar{y})}$	Error relativo $\varepsilon_{R(\bar{y})}$	*FIEM*
Escala de 1 a 5	3,211	0,149	4,63%	3,72%
Escala de 1 a 7	3,211	0,149	4,63%	2,48%
Escala de 1 a 9	3,211	0,149	4,63%	1,86%
Escala de 1 a 10	3,211	0,149	4,63%	1,65%
Escala de 0 a 10	3,211	0,149	4,63%	1,49%

Fuente: Martínez y Martínez (2006).

3. DETERMINACIÓN DE LA VARIANZA EN EL CASO MÁS DESFAVORABLE

El desarrollo de *FIEM* se basa en la asunción de normalidad en la distribución poblacional, ya que las fórmulas anteriormente descritas están fundamentadas en esa asunción. Cuando la población no es normal, existen otros métodos para hallar los intervalos de confianza de los parámetros estimados, como la aplicación de la desigualdad de Chebychev o métodos no paramétricos, como los basados en el remuestreo, por ejemplo el *boostrapping*. No obstante, por las propiedades del Teorema Central del Límite, se pueden obtener intervalos de confianza aproximados cuando la muestra es grande (>30), por lo que los errores muestrales (absoluto y relativo) o el tamaño de la muestra óptimo calculados en base a las fórmulas descritas serían una buena aproximación a medida que la muestra crece.

Sin embargo, si la asunción de normalidad en la población se mantiene, rápidamente se deduce que la determinación de la máxima varianza poblacional en el caso más desfavorable, es decir, en el que su valor es máximo, no es correcta. Si las dos mitades de los valores poblacionales estuvieran situados en los dos extremos de la escala, la distribución sería bimodal en forma de "U", y por tanto, alejada de la normalidad.

La distribución normal tiene forma simétrica en torno a la media. Si consideramos que los valores poblacionales de la variable en cuestión están en el mismo rango que la escala de medida utilizada, la varianza máxima de todas las distribuciones normales que pudieran encontrarse entre los dos extremos del intervalo de la escala vendría determinada cuando la media poblacional estuviese exactamente en el valor medio del rango de escala considerado. Además, por las propiedades de la distribución normal, el 95% del área bajo la curva debería estar entre la media más/menos 1,96 desviaciones típicas.

Por tanto, el único requerimiento necesario para el razonamiento anterior es que el 5% del área restante estuviera concentrado de forma equitativa en los dos extremos de la escala considerada. Bajo este supuesto, la determinación de la máxima varianza σ^2 se computa sencillamente resolviendo la siguiente expresión:

$$\sigma^2 = \left[\frac{1}{F(x)_{1-(\alpha/2)}} \frac{R_E}{2} \right]^2 \qquad (10)$$

donde $F(x)_{1-(\alpha/2)}$ es el valor de la función de distribución normal estándar para el nivel de confianza α (normalmente 0,05), y R_E es el rango de la escala de medida. De esta forma, aplicando la expresión 10, se puede obtener el valor de la varianza más desfavorable de una población normal. En la Tabla 4, se muestran la nueva varianza calculada, junto con los errores máximos relativo y absoluto, así como el valor de *FIEM* resultante.

Tabla 4. Estadísticos e índices derivados de poblaciones normales

	Varianza máxima σ^2	Rango R_E	Error absoluto ε_A	Error relativo ε_R	*FIEM*
Escala de 1 a 5	1,04	4	0,133	4,45%	3,33%
Escala de 1 a 7	2,34	6	0,200	5,00%	3,33%
Escala de 1 a 9	4,16	8	0,267	5,33%	3,33%
Escala de 1 a 10	5,27	9	0,300	5,46%	3,33%
Escala de 0 a 10	6,50	10	0,334	6,67%	3,33%

La Tabla 4 puede ser comparada con las Tablas 1 y 2 para comprobar como existe un menor grado de imprecisión (menor valor de *FIEM*) cuando se respeta la asunción de normalidad en la población.

La demostración de la idoneidad de los valores de la máxima varianza puede realizarse resolviendo la integral de la función de densidad normal:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{b} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \tag{11}$$

siendo *b* el extremo superior del rango de la escala, μ la media de la distribución, y σ^2 la varianza más desfavorable. Para cada rango de escala, *F(x)* = 0,975, lo que está en consonancia con las consideraciones realizadas para la derivación de la máxima varianza.

4. CONCLUSIÓN, LIMITACIONES Y FUTURAS INVESTIGACIONES

El Factor de Imprecisión sobre la Escala de Medida (*FIEM*) es una sencilla opción para informar de manera más adecuada sobre la imprecisión de las estimaciones de valores medios en la investigación mediante encuesta. En este breve trabajo, hemos presentado la forma de establecer este índice a través de la determinación de la varianza más desfavorable cuando realmente se plantea normalidad en la población.

El problema de las unidades de medida en ciencias sociales y su significado es un tema ampliamente discutido en la literatura (ej. Cohen et al., 1999). Precisamente Cohen et al. (1999) proponen el índice *POMP*[7] (porcentaje de la maxima puntuación possible), como forma de unificar y comparar resultados utilizando distintos escalas de medición. El fundamento de *FIEM* y *POMP* es similar, aunque se refieren

[7] Percent of Maximum Possible Score

a conceptos distintos; imprecisión de la estimación frente a unificación de métrica, siendo la relación entre ambos no proporcional.

La utilización de *FIEM* tiene sentido cuando los datos están medidos dentro un rango, es decir, con escalas ordinales o de intervalo. En muchas ocasiones se asume que esas escalas son arbitrarias y que las unidades de medida no tienen sentido (esa es la forma habitual de proceder de ciertas metodologías, como los modelos de ecuaciones estructurales, por ejemplo). Para los análisis más básicos, como son los relacionados con la estimación de valores medios, las escalas sí que deben de tenerse en cuenta, porque el valor medio estimado diverge en precisión dependiendo del rango de medición.

El debate sobre el carácter o no discreto de las escalas ordinales está todavía bajo discusión (Ato y López, 1996), existiendo diferencias importantes en cuanto a su aplicación en análisis estadísticos (ej., Coenders y Saris, 1995; Jöreskog y Sörbom, 2001; Vermunt y Magidson, 2005). En este sentido, *FIEM* trata las escalas ordinales como continuas, y por tanto, está sujeto a la misma crítica derivada de ese tratamiento no discreto.

FIEM asume que no existe heterogeneidad no observable en los datos. Es decir, no hay mezcla de distribuciones normales. Teniendo en cuenta la importancia actual que tiene el estudio de la heterogeneidad (ej. Allenby et al., 1998; Lubke y Muthén, 2005), y el desarrollo de metodologías que muestran cómo la asunción de homogeneidad es cuestionable (ej. Vermunt y Magidson, 2005), futuras investigaciones podrían tratar de estudiar la posible determinación de este índice en situaciones de heterogeneidad. No obstante, dado que *FIEM* viene determinado por el error máximo absoluto, y éste es establecido a priori a través de la máxima varianza de la escala, resultaría bastante complejo su análisis en situaciones de heterogeneidad, dado que esa heterogeneidad no observable viene determinada a posteriori, es decir, a través de los datos empíricos.

Finalmente, las recomendaciones generales para la adecuada información sobre la precisión de las estimaciones sobre medias en un muestreo aleatorio simple propuestas en Martínez y Martínez (2006) siguen vigentes:

- Indicar el valor de *FIEM* en las fichas técnicas de los estudios como una representación del grado de imprecisión de las estimaciones que permita la comparación entre diferentes investigaciones
- Utilizar FIEM como criterio para la obtención del tamaño muestral. Fijando su valor según el criterio del investigador, se puede obtener el tamaño de la muestra, el cual es independiente de la escala propuesta para medir la característica de interés
- Mostrar los intervalos de confianza para las estimaciones en la presentación de los resultados, ya que informan acerca del error absoluto y relativo cometido, que será menor que el indicado en el caso más desfavorable de la varianza

- Calcular el valor de FIEM a partir de esos intervalos. Ese valor puede utilizarse como criterio en la determinación del tamaño muestral de sucesivas investigaciones realizadas sobre la misma población, independientemente de la escala de medida que se utilice después.

Las decisiones sobre el tamaño de muestra óptimo pueden resultar mucho más complejas si se añaden otros factores al diseño de la investigación (hipótesis planteadas, potencia estadística, tamaños de efecto, criterios de coste, etc) (Manzano y Braña, 2003; Ares, 2004). Aún así, el investigador debe informar claramente acerca del error e imprecisión de sus estimaciones, siendo *FIEM* un valor universal, que además, facilitará el metanálisis.

5. REFERENCIAS

Allenby, G. M., Arora, N., y Ginter, J. L. (1998). On the heterogeneity of demand. *Journal of Marketing Research, 35*, 384–389.

Ares, V. M. (2004). Visión algebraica unificada para el cálculo del tamaño de la muestra. *Metodología de Encuestas, 6* (1), 53-59.

Ato, M., y López, J. J. (1996). *Análisis estadístico para datos categóricos*. Madrid: Síntesis.

Casas, J. M. (1997). *Inferencia Estadística* (2º ed.). Madrid: Editorial Centro de Estudios Ramón Areces, S. A.

Coenders, G., y Saris, W. E. (1995). Categorization and measurement quality. The choice between pearson and polychoric correlations. En Saris, W. E. y Münnich, Á. (Eds.) *The Multitrait-Multimethod Approach to Evaluate Measurement Instruments* (pp. 125-144). Budapest, Eötvös University Press.

Cohen, P., Cohen, J., Aiken, L., y West, S. (1999). The problem of units and the circumstance for POMP. *Multivariate Behavioral Research, 34* (3), 315-346.

Jöreskog, K. G. y Sörbom, D. (2001). *LISREL 8.50*. Chicago: Scientific Software International.

Levy, P. S., y Lemeshow, S. (1999). *Sampling of Populations: methods and applications* (3ª ed). Wiley series in probability and statistics. Survey methodology section.

Lubke, G. y Muthén, B. (2005). Investigating population heterogeneity with factor mixture models. *Psychological Methods, 10*, 21-39.

Manzano, V. y Braña, T. (2003). Análisis de datos y técnicas de muestreo". En Levy, J. P. y Varela, J. (Dir.) *Análisis Multivariante para las Ciencias Sociales* (pp. 91-143), Madrid: Pearson Educación.

Martinez, J. A. y Martinez, L. (2004). Las motivaciones deportivas del corredor de una media maratón. *Investigación y Marketing, 83*, 43-46.

Martínez, J. A. y Martínez, L. (2006): El Factor de Imprecisión sobre la Escala de Medida (FIEM) en la estimación de medias en un muestreo aleatorio simple. *Investigación y Marketing. 92*, 66-70

Pedhazur, E. J. y Schmelkin, L. P. (1991). *Measurement, design and analysis. An integrated approach*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Vermunt, J. K. y Magidson, J. (2005). *Latent GOLD 4.0 User's Guide*. Belmont, Massachusetts: Statistical Innovations Inc.