

Capítulo 5

Canal simple con flujo de calor simétrico en las paredes

5.1 Introducción

Antes de introducirnos en el estudio de los fenómenos de convección natural en chimeneas solares, se presenta este capítulo previo donde se hará un breve estudio de la convección natural en un canal simple con flujo de calor simétrico en las paredes, considerando flujo turbulento.

Con este capítulo se introducirán, en primer lugar, los conceptos físicos y de análisis dimensional necesarios para abordar el estudio de la convección natural. Posteriormente nos centraremos en el estudio de la geometría de canal simple vertical configurado por dos placas planas. Aunque en principio el interés se centra en un canal con placas paralelas, se presentarán resultados para canal con placas convergentes, con el objeto de obtener un resultado generalizado.

Se presentarán correlaciones para el número de Nusselt medio en función del número de Rayleigh, para el caso de canal con placas paralelas. Los resultados numéricos obtenidos se compararán con correlaciones presentadas por otros autores.

Un punto importante consiste en establecer la temperatura de referencia a partir de la que se definirá el número de Nusselt. Se estudiará en este capítulo la influencia de considerar distintas temperaturas para la definición de este número adimensional. Una vez elegido el criterio para su cálculo, este mismo criterio será aplicado para el estudio posterior de las chimeneas solares. Resulta además de particular interés conocer como es la distribución de temperatura a lo largo del canal cuando se establece un cierto flujo de calor uniforme en las paredes para distintos valores del número de Rayleigh.

5.2 Principios de convección natural

En convección natural, cualquier movimiento del fluido ocurre por medios naturales, como la flotación, en contraposición con la convección forzada donde el fluido es impulsado por medios externos, como una bomba o un ventilador.

Como consecuencia de esto, en convección natural las velocidades del fluido suelen ser bajas, por lo común menores de 1 m/s. Por tanto, los coeficientes de transferencia de calor suelen ser mucho más bajos que en convección forzada. Sin embargo, varios tipos de sistemas de transferencia de calor están diseñados para operar en condiciones de convección natural porque en ella no se requiere ningún dispositivo que mueva el fluido y esto siempre es una ventaja

energética. Un ejemplo de este tipo de sistemas son las configuraciones de pared Trombe y chimenea solar, objeto de estudio en este proyecto.

Los principios físicos que gobiernan la transmisión de calor por convección natural son sencillos. Como ejemplo nos puede servir la configuración que estudiamos en este capítulo. Supongamos una pared caliente en contacto con aire más frío. El aire adyacente a la pared aumentará su temperatura como resultado de la conducción de calor desde la pared hacia el aire. Como consecuencia, la pared tendrá una capa de aire delgada adyacente a ella más caliente y el calor será transferido de esta capa hacia las capas exteriores de aire. La temperatura del aire adyacente a la pared es más alta y por tanto su densidad es más baja; puesto que nos encontramos a presión constante la densidad de un gas es inversamente proporcional a su temperatura. Tenemos una situación en la que el gas de baja densidad o “ligero” está rodeado por un gas de mayor densidad o “pesado” y las leyes naturales dictan que el gas “ligero” suba. El aire calentado sube y el espacio que deja este aire en la vecindad de la pared es vuelto a llenar por el aire más frío cercano y la presencia de este en el espacio inmediato a la pared acelera el proceso de enfriamiento. La subida de aire más caliente y el flujo del más frío para ocupar su lugar persisten hasta que la pared se enfría e iguala su temperatura a la del aire circundante. Este proceso de convección natural suele estar acompañado por radiación de magnitud similar en el caso de que el fluido sea un gas, excepto para las superficies de baja emisividad.

Se debe señalar aquí que de no existir las corrientes de convección natural, la transferencia de calor de la pared al aire sería sólo por conducción y radiación, siendo entonces la velocidad de transferencia de calor desde la pared al aire mucho más baja.

Desde el punto de vista del análisis dimensional, los problemas de convección nos hacen definir en primer lugar al número de Nusselt. Este número, expresión (5.1), puede interpretarse como la relación entre la transmisión de calor por convección y la transmisión de calor por conducción, siendo h el coeficiente general de transmisión de calor por convección y k el de conducción.

$$Nu_L = \frac{hl}{k}. \quad (5.1)$$

Un análisis más detallado del número de Nusselt lleva a que su significado físico es en realidad una evaluación de la eficiencia del proceso de transferencia de calor. Por ejemplo, en una pared isoterma a temperatura T_w , el número de Nusselt local se definiría como:

$$Nu_x = \frac{(\partial T / \partial y)_x l}{(T_w - T_\infty)}, \quad (5.2)$$

siendo y la coordenada transversal a la pared y T_∞ la temperatura “fría” del fluido o de referencia. El análisis dimensional aplicado al problema en estudio nos proporciona la siguiente relación funcional,

$$Nu_L = f(Re, Ec, Gr, Pr). \quad (5.3)$$

Siendo Re el número de Reynolds, que representa la relación de las fuerzas convectivas a las viscosas, y Ec el número de Eckert, relación de la energía cinética del fluido al calor producido por la disipación de esa energía debido a las fuerzas viscosas. La definición de ambos números adimensionales se muestra a continuación:

$$Re = \frac{ul}{\nu}, \quad (5.4)$$

$$Ec = \frac{u^2}{C_p \Delta T}, \quad (5.5)$$

siendo u la velocidad, ν la viscosidad cinemática, l la longitud característica, C_p el calor específico a presión constante, y T la temperatura.

Añadiendo las premisas típicas de la convección natural pura que son, una baja velocidad del fluido y la inexistencia de disipación viscosa, la expresión nos queda,

$$Nu_L = f(Gr, Pr), \quad (5.6)$$

siendo el Nusselt (Nu_L) una función de los números adimensionales de Grashof (Gr) y Prandtl (Pr). El número de Grashof juega un papel análogo en convección natural al que ofrece el número de Reynolds en convección forzada. Este número representa, como podemos observar en la expresión (5.7), la relación de las fuerzas de empuje hidrostático o de flotación a las viscosas. Como se ha explicado antes las fuerzas de origen hidrostático son las responsables del movimiento fluido en convección natural, pues este movimiento está basado en las diferencias de densidad desarrolladas por el calentamiento del fluido.

$$Gr = \frac{g\beta l^3 \Delta T}{\nu^2}. \quad (5.7)$$

El número de Prandtl es una propiedad sólo del fluido; es la relación entre la difusión de cantidad de movimiento dado por la viscosidad cinemática ν , y la difusión del calor, α , por conducción.

$$Pr = \frac{\mu C_p}{k} = \frac{\nu}{\alpha}. \quad (5.8)$$

Suele emplearse otro número adimensional en problemas de convección libre o natural, el número de Rayleigh, definido como el producto del número de Grashof por el número de Prandtl (5.9).

$$Nu_L = (Gr)(Pr) = \frac{g\beta l^3 \Delta T}{\nu^2} \frac{\nu}{\alpha}. \quad (5.9)$$

Por tanto, es de esperar que las correlaciones basadas en el número de Rayleigh tomen la forma,

$$Nu_L = f(Ra_L). \quad (5.10)$$

Una vez definidos estos conceptos, podemos desarrollar la expresión del número de Nusselt particularizada en una pared caliente, que en el caso que nos ocupa en este capítulo se aplicaría a cualquiera de las paredes de la geometría estudiada y posteriormente en el estudio de una chimenea solar se podrá aplicar tanto a la pared de cristal como al muro

$$Nu_x = \frac{h_x l}{k} = \frac{(\partial T / \partial y)_x l}{\Delta T_{\text{caract}}}, \quad (5.11)$$

significando el subíndice x un punto genérico de la superficie para la que se particulariza la expresión. La variación de temperatura característica se suele calcular como la diferencia entre la temperatura de la superficie en dicho punto x y la temperatura de referencia T_∞ , como se ha indicado antes.

A partir de la expresión (5.11) podemos definir un número de Nusselt medio, dado por la expresión (5.12), siendo L la longitud de la superficie para la que se ha particularizado la expresión.

$$Nu_L = \frac{1}{L} \int_0^L Nu_x dx. \quad (5.12)$$

En la mayoría de los problemas de convección natural planteados en este proyecto se partirá de la condición de contorno de flujo de calor constante en las paredes, al igual que en el estudio realizado en este capítulo introductorio. Para este tipo de problemas el número de Nusselt medio se puede desarrollar hasta la expresión (5.13), donde q es el flujo de calor impuesto en la pared.

$$Nu_L = \frac{ql}{k\Delta T_{caract}}. \quad (5.13)$$

Una vez aclarados algunos conceptos básicos sobre convección natural nos disponemos a abordar el problema de un canal simple con flujo de calor simétrico en las paredes.

5.3 Temperatura de referencia para la definición del número de Nusselt

Para el estudio de la transición de laminar a turbulento en un canal simple con flujo de calor simétrico vamos a utilizar los resultados obtenidos por simulaciones numéricas desarrolladas en PHOENICS, utilizando el modelo de turbulencia $k-\omega$ para poder aproximar dicha transición de la forma más acertada posible.

Para desarrollar una correlación que podamos comparar con otras correlaciones empíricas halladas en la bibliografía (Wirtz & Stutzman (1982), Vliet & Ross (1975)), en primer lugar debemos seleccionar la temperatura que tomamos como base para el cálculo del número de Nusselt. Para este fin se han desarrollado una serie de representaciones gráficas con distinta temperatura base para el cálculo del mencionado parámetro adimensional:

- Temperatura máxima alcanzada en el canal.
- Temperatura al final del canal.
- Diferencia de temperatura promediada a lo largo del canal.

Antes de presentar y comparar estas correlaciones se deben introducir las correlaciones empíricas que nos servirán para valorar los resultados computacionales. Para una placa aislada con flujo de calor utilizaremos como referencia las correlaciones dadas por Vliet & Ross (1975) que para flujo laminar son,

$$Nu_{x,q} = 0.55(Gr_x^* Pr)^{1/5}, \quad \text{para } 10^5 < Gr_x^* Pr < 10^{13}, \quad (5.14)$$

$$\text{siendo } \overline{Nu}_q = 1.25Nu_{x=L,q} \quad (5.15)$$

y para flujo turbulento,

$$Nu_{x,q} = 0.17(Gr_x^* Pr)^{1/4}, \quad \text{para } 10^{13} < Gr_x^* Pr < 10^{16}, \quad (5.16)$$

$$\text{siendo } \overline{Nu}_q = 1.136Nu_{x=L,q}. \quad (5.17)$$

Los números adimensionales locales utilizados en las expresiones anteriores se definen a continuación, donde se puede observar que estos parámetros están particularizados para cada punto de la superficie.

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k}, \quad (5.18)$$

$$Gr_x^* = \frac{g\beta qx^4}{k\nu^2}. \quad (5.19)$$

Estas correlaciones para el Nusselt global tienen el inconveniente de que este se debe hallar por integración del Nu_x . En publicaciones posteriores se definió este Nusselt global de forma similar a la recogida en (5.13), siendo

$$\Delta T_{caract} = T_{m\acute{a}x} - T_{\infty} \quad (5.20)$$

y $T_{m\acute{a}x}$, la temperatura máxima encontrada en la placa. Estas expresiones, (5.13) y (5.20), son las que nos aproximan de mejor forma a las correlaciones de referencia, como demostraremos a lo largo de esta sección. Por tanto serán las utilizadas para el cálculo del Nusselt global en las representaciones y correlaciones facilitadas en este proyecto.

Según la bibliografía el número de Rayleigh para el que ocurre la transición de flujo laminar a turbulento, en el caso de una placa aislada, se estima en un valor de 10^{13} . (Bejan, 2003) que como se puede observar coincide con el valor estimado por Vliet & Ross (1975) para una placa aislada con flujo de calor. A lo largo del capítulo veremos que este valor se aproxima bastante al encontrado en el caso de placas paralelas con flujo de calor simétrico.

La correlación de Vliet & Ross (1975), a pesar de ser para una placa aislada, puede ser comparada con un canal simple para altos números de Rayleigh. Para estos valores del número adimensional la capa límite está plenamente desarrollada y el comportamiento del flujo se aproxima al encontrado en un canal formado por dos placas. Por esta razón la tomaremos como una de las referencias a la hora de evaluar los datos adquiridos de forma computacional.

Para placas paralelas con flujo de calor constante se tendrá como referencia las correlaciones experimentales publicadas por Wirtz & Stutzman (1982). La correlación presentada por estos autores es la siguiente:

$$Nu_b = \frac{0.144Ra^{*0.5}}{\left[1 + 0.0156Ra^{*0.9}\right]^{0.33}}, \quad (5.21)$$

con

$$Ra^* = Gr Pr \frac{b}{L} = \frac{\rho^2 g \beta C_p b^5 q}{\mu L k^2}, \quad (5.22)$$

siendo b la anchura y L la longitud del canal.

Una vez introducidas estas referencias, encontradas en la bibliografía sobre estudios de convección natural, pasaremos a realizar las diferentes pruebas para seleccionar la temperatura base para el cálculo del número de Nusselt.

En primer lugar, calcularemos el número de Nusselt en función de la temperatura alcanzada al final del canal, utilizamos para su cálculo la expresión (5.13) con el siguiente gradiente térmico característico,

$$\Delta T_{caract} = T_{x=L} - T_{\infty}. \quad (5.23)$$

En la Figura 5.1 se presentan los resultados obtenidos con ángulos de convergencia entre las paredes (γ) de 0° , 12° y 18° . También se presentan los resultados arrojados por las correlaciones de Vliet & Ross (1975), tanto en el caso laminar como en el turbulento, para los números de Rayleigh estudiados.

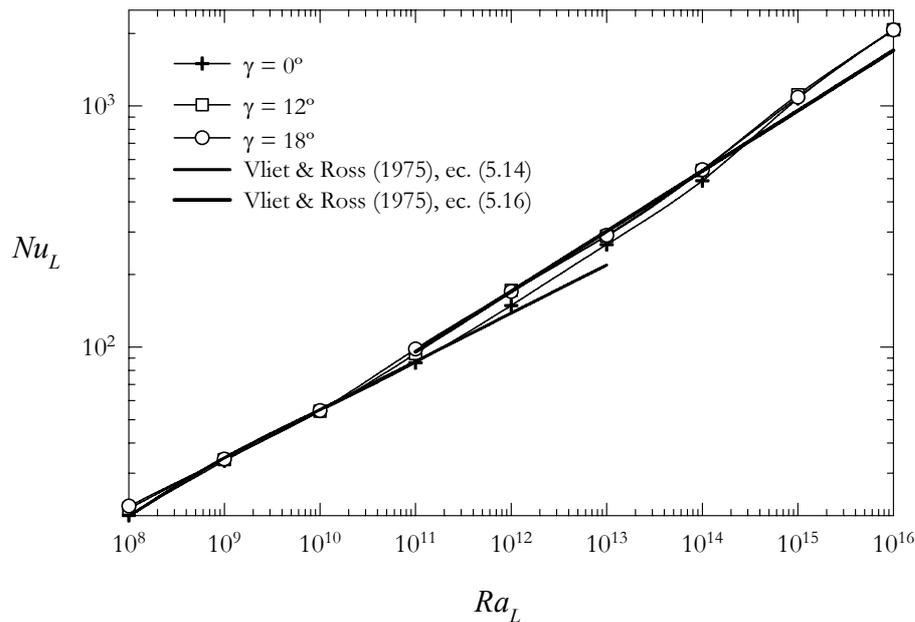


Figura 5.1. Número de Nusselt medio, definido con la temperatura alcanzada en $x = L$, en función del número de Rayleigh.

Podemos ver que en el caso de las soluciones teóricas dadas por Vliet & Ross (1975), laminar y turbulenta, están lejos de coincidir en $Ra_L = 10^{13}$. Esto es debido a que existe una zona donde el flujo se encuentra en transición y no se puede identificar como laminar o turbulento puro, por ello no son coincidentes las rectas en este Rayleigh. Por esta razón el caso turbulento se ha representado para números de Rayleigh inferiores a 10^{13} , así podemos contemplar donde se solapan las representaciones laminar y turbulenta que en nuestro caso es aproximadamente en $Ra_L = 10^{11}$. Este punto podría ser un punto cercano al comienzo de la transición de régimen de flujo. Se ha de tener en cuenta que esta correlación es para una placa aislada y la estamos comparando con los resultados obtenidos para dos placas con un cierto ángulo de convergencia, por lo que se deben de tomar ciertas reservas a la hora de comparar las diferentes representaciones.

En lo referente a las distintas representaciones del número de Nusselt en función del Rayleigh, podemos observar al comparar estas con las rectas, laminar y turbulenta, dadas por Vliet & Ross (1975) que distan bastante de seguir la tendencia marcada por esta referencia bibliográfica. Todas ellas, independientemente del ángulo de convergencia, divergen de las rectas de Vliet & Ross para los más altos y más bajos números de Rayleigh. En la zona central, donde se produce la transición de flujo laminar a turbulento, no apreciamos el cambio de pendiente característico que debería estar marcado por un pequeño sector curvado para cambiar la pendiente de la recta. No vemos este cambio en ninguna de las tres representaciones ($\gamma = 0^\circ$, $\gamma = 12^\circ$, $\gamma = 18^\circ$), apareciendo estas como líneas aproximadamente rectas y sin apreciar ningún tipo de transición. En base a lo dicho anteriormente, se puede deducir que la temperatura final del canal no es una temperatura acertada para utilizar como base en el cálculo del número de Nusselt.

Seguiremos el mismo procedimiento anterior, esta vez con un Nusselt basado en la temperatura promediada a lo largo de la placa.

$$\Delta T_{caract} = T_{promediada} - T_{\infty} \quad (5.24)$$

El trabajo necesario para la construcción de esta gráfica consistió en la obtención de todas las temperaturas del fluido, calculadas en los puntos de discretización contiguos a la pared, a

partir de programa PHOENICS. Una vez obtenidas todas estas temperaturas se promediaron con la ayuda de una hoja de cálculo. Tras esto las representaciones gráficas se muestran en la Figura 5.2.

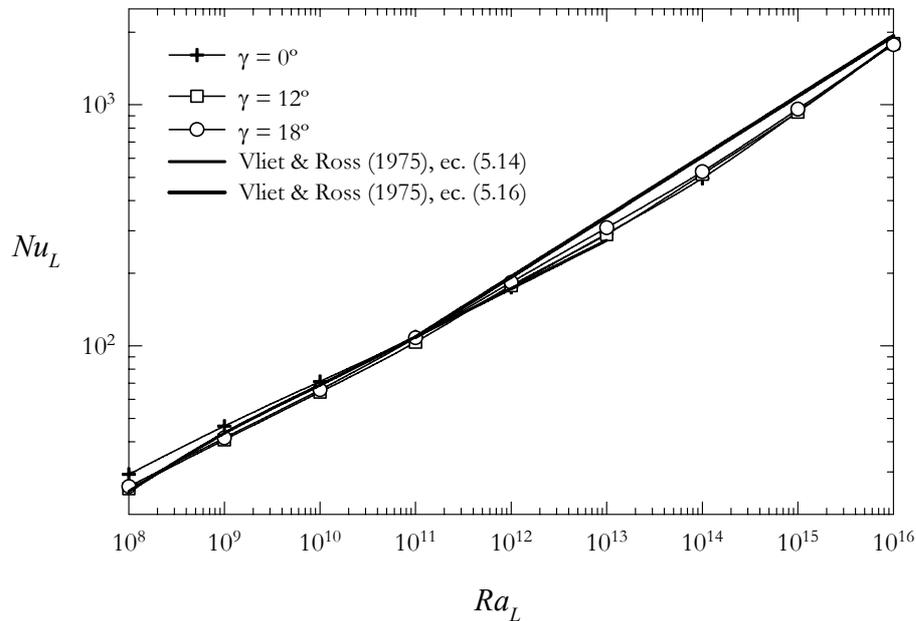


Figura 5.2. Número de Nusselt medio calculado con la temperatura promediada en la pared, en función del número de Rayleigh.

Aquí volvemos a comparar las soluciones obtenidas para los diferentes ángulos de convergencia con las correlaciones de Vliet & Ross (1975). Las representaciones parecen tener una mejor correlación con las rectas, laminar y turbulenta, dadas por los anteriores autores, aunque para números de Rayleigh intermedios divergen bastante en la zona turbulenta. En estas representaciones podemos ver de forma más clara el sector de transición del régimen del flujo con su correspondiente cambio de pendiente a pesar de las divergencias comentadas. Además, esta transición se encuentra en las cercanías de $Ra_L = 10^{11}$, como sospechábamos en un principio. La representación para $\gamma = 0$, que en teoría debería de ser la más aproximada a la referencia bibliográfica, es la que más diverge de las tres representadas, esto nos pone en alerta de que esta temperatura de referencia posiblemente no sea la idónea. Por lo visto hasta ahora, ninguna de las opciones de elección de temperatura nos da resultados convincentes.

Por último tomaremos como referencia la temperatura máxima alcanzada en el canal, cuya variación de temperatura característica se recoge en la expresión (5.20). Las representaciones obtenidas se pueden apreciar en la Figura 5.3; en esta ocasión la referencia teórica no son las correlaciones de Vliet & Ross (1975) sino la de Wirtz & Stutzman (1982) para un canal simple.

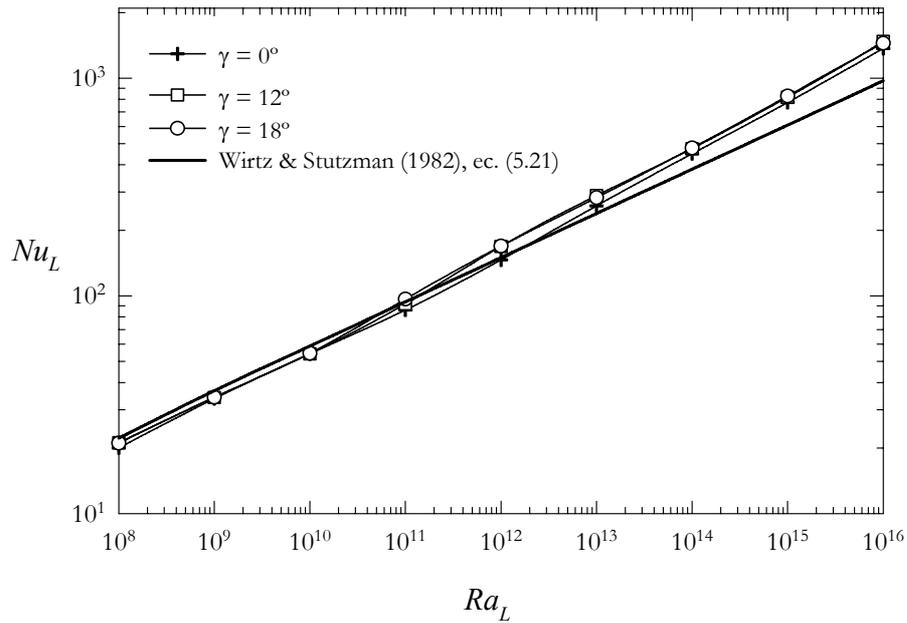


Figura 5.3. Número de Nusselt medio calculado con la temperatura máxima alcanzada en la pared, en función del número de Rayleigh.

Como podemos observar la correlación de los datos es bastante buena, sólo diverge para altos números de Rayleigh, tal vez por el hecho de que se aproxima mejor la zona de transición apareciendo un ligero cambio de pendiente inapreciable en la solución de referencia. En comparación con las anteriores opciones esta es con diferencia la mejor de las aproximaciones.

Podemos señalar que en el caso de $\gamma = 0$, que de forma lógica es la que más se aproxima a los datos de la bibliografía ya que estos se probaron para dos placas paralelas, se pueden correlacionar los datos con la siguiente expresión,

$$Nu_L = 0,184(Ra_L)^{0,242}, \quad (5.25)$$

ajustada por el método de los mínimos cuadrados con un error máximo de tan sólo el 0.6%.

En vistas de lo comentado en esta sección a partir de ahora se elegirá como temperatura de referencia para el cálculo del número de Nusselt, como ya adelantamos al principio de esta sección, la temperatura máxima encontrada en la pared. Esta será una regla a seguir en todo este proyecto fin de carrera.

Una cuestión importante es el significado físico de escoger la temperatura máxima alcanzada a lo largo del canal. El número de Nusselt así calculado evalúa la eficacia del proceso de transferencia de un flujo de calor dado q , para el que resulta necesario un cierto valor máximo de temperatura. Esta temperatura máxima resulta especialmente importante en ciertas aplicaciones, tales como placas de circuitos electrónicos integrados, o en sistemas de enfriamiento pasivos de energía, por ejemplo.

5.4 Estudio de la distribución de temperatura sobre la superficie de la placa

Una vez escogida la temperatura base para el cálculo del número de Nusselt y tras haber demostrado que la temperatura idónea es la máxima alcanzada en la placa, vamos ahora a estudiar la situación y la magnitud de este máximo en la placa.

En primer lugar se ha representado la temperatura a lo largo de la longitud de la placa en función del parámetro x/L , consiguiendo así la independencia de esta representación con la longitud real de la placa. Los resultados de dicha representación se pueden apreciar en la Figura 5.4.

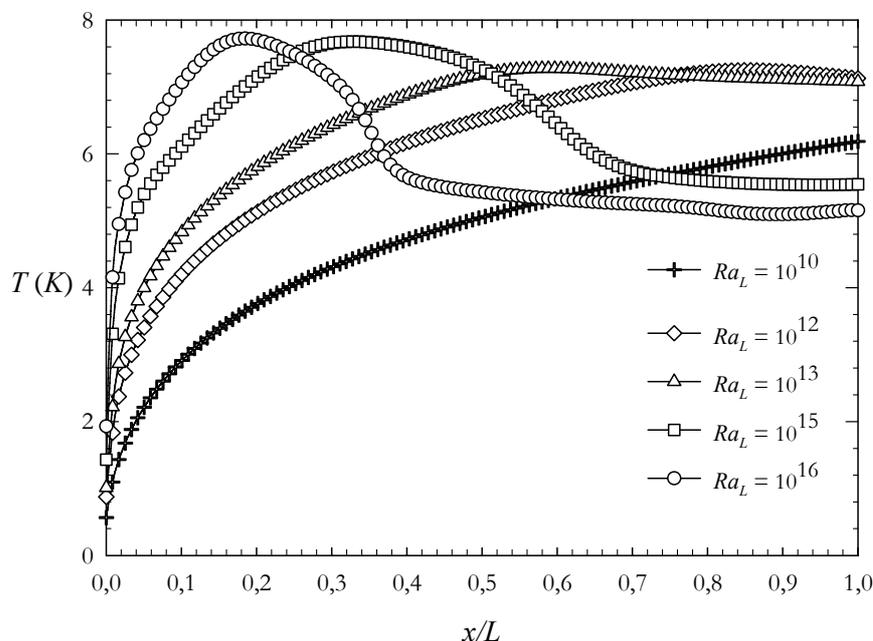


Figura 5.4. Distribución de temperatura a lo largo de la placa en función del número de Rayleigh.

Como podemos observar la temperatura máxima en la placa se encuentra en un punto intermedio del canal; este punto está más alejado del inicio de la placa cuanto menor es el número de Rayleigh. Como ejemplos aclaratorios tomamos los casos extremos: en el caso de $Ra_L = 10^{16}$ obtenemos la máxima temperatura para un valor aproximado del parámetro adimensional $x/L = 0.15$, relativamente cerca del extremo inicial de la placa, y para un valor de $Ra_L = 10^{10}$ el punto de temperatura máxima se encuentra en el punto final de la placa. También debemos destacar que la temperatura máxima alcanzada es mayor cuanto más elevado es el número de Rayleigh.

Es para el más bajo número de Rayleigh representado donde podemos apreciar que la distribución de temperatura deja de tener un máximo y se convierte en una curva ascendente para toda la longitud de la placa. Este fenómeno podría deberse a que para números de Rayleigh elevados la turbulencia al final del canal estaría plenamente desarrollada y, como consecuencia, la transmisión de calor por convección aumenta considerablemente. Esto disminuye la temperatura de la pared y localiza de forma visible un máximo en la distribución. En números de Rayleigh menores, la turbulencia no se llega a desarrollar plenamente y el fluido tiene una menor capacidad para absorber calor al final del canal, por eso la temperatura allí es mayor en estos casos.

A continuación, en la Figura 5.5, estudiaremos la situación de este máximo en función del número de Rayleigh dominante en el flujo fluido. En esta gráfica se presenta este estudio para distintos valores del ángulo de convergencia γ .

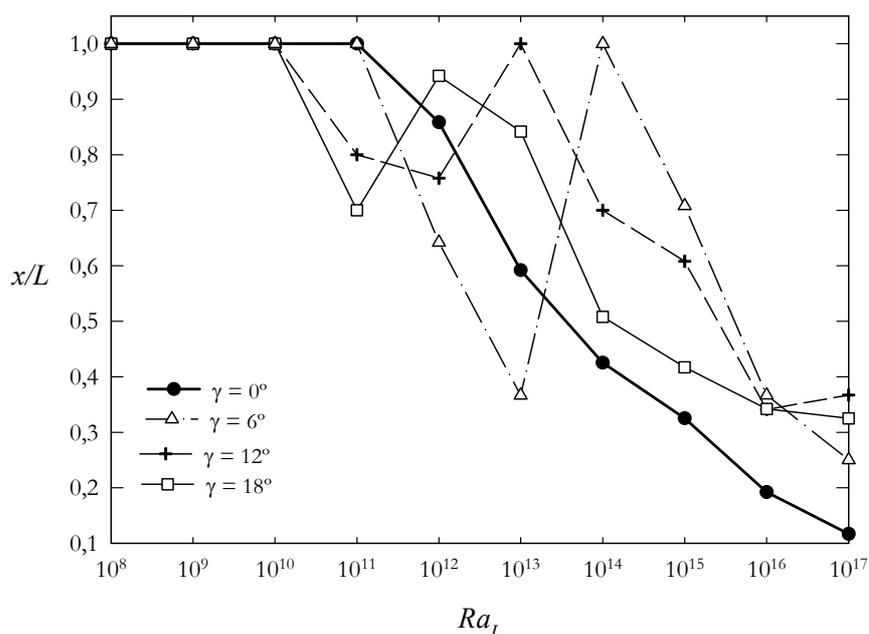


Figura 5.5. Localización de la temperatura máxima en la placa en función del número de Rayleigh.

Tomando como referencia el caso de $\gamma = 0^\circ$ se puede ver que el valor máximo de la temperatura para números de Rayleigh inferiores a 10^{11} , se mantiene en el punto final de la placa. A partir de este valor del número adimensional la localización de este máximo se va desplazando progresivamente hacia el inicio de la placa. Este comportamiento podría ser explicado por la pérdida de fuerza de los efectos de conducción a medida que el número de Rayleigh aumenta. Estos efectos de conducción eran los responsables de que se transfiriera calor al fluido progresivamente a lo largo de todo el canal. Por tanto, para números de Rayleigh bajos, la mayor temperatura se encuentra en el punto final de la placa tras estar el fluido absorbiendo calor a lo largo de todo el recorrido.

A partir del valor de Rayleigh antes citado los efectos convectivos empezarán a hacer acto de presencia, haciendo que al final del canal la transmisión de calor sea mayor que en los casos anteriores. Esto hace que la temperatura de la placa disminuya y se desplace la localización de la temperatura máxima hacia el inicio de la placa.

Cuanto mayor es el Rayleigh, mayores son los efectos convectivos y antes se produce la transición a régimen turbulento en el interior del canal y como consecuencia la temperatura máxima estará cada vez más cercana al inicio de la placa. Como se puede apreciar la explicación física del proceso es la misma que se dio para la existencia de este máximo.

Todas estas posibles explicaciones sólo tienen sentido para condiciones de contorno de flujo de calor constante en las paredes, que son las presentadas en los problemas que estamos tratando, ya que si las condiciones de contorno fueran de paredes isotermas, por ejemplo, la explicación de los fenómenos físicos presentados sería diferente, ya que el flujo de calor hacia el fluido sería muy distinta.

Para terminar exponemos la Figura 5.6, donde se representa la temperatura promediada en la placa en función del número de Rayleigh para diferentes valores de γ .

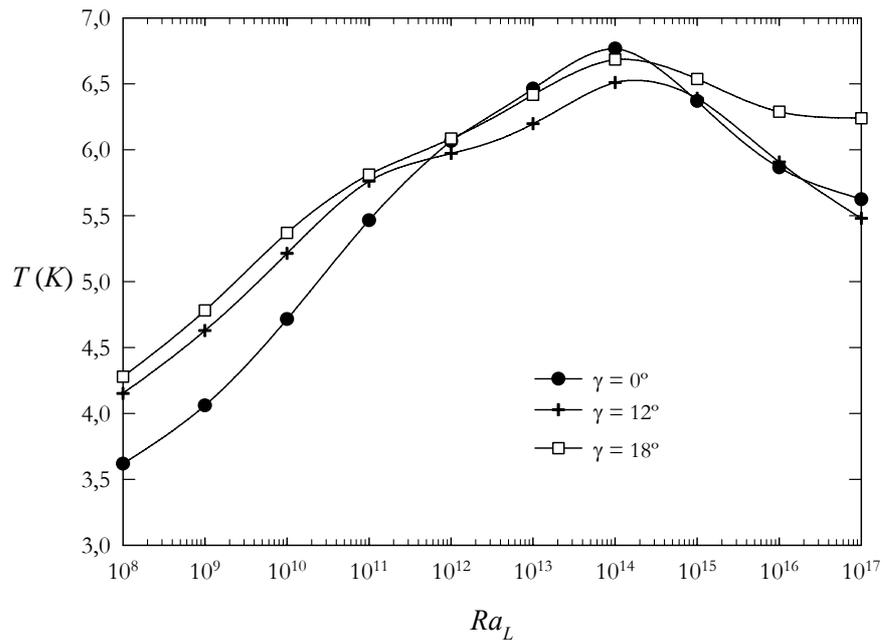


Figura 5.6. Temperatura promediada en la placa en función del número de Rayleigh.

En esta gráfica podemos apreciar la existencia de un máximo en el entorno de $Ra_L = 10^{14}$ para todos los valores de γ . Para dar una posible explicación de la existencia de este máximo debemos recordar que conforme el número de Rayleigh aumenta también lo hace el número de Nusselt, como vimos en las representaciones gráficas de la anterior sección. Este aumento de la eficiencia de la transmisión del calor, debido al significado físico del número de Nusselt que ya se comentó, hacia el fluido conlleva que el calor se reparta de forma más eficiente y la temperatura media, no así la máxima, aumente.

En cuanto a la variación del ángulo de incidencia las gráficas no presentan diferencias significativas, manteniendo incluso el número de Rayleigh en el que encontramos la temperatura máxima.