

# Una Técnica Simple y Efectiva para el Análisis de Antenas de Hilo de Grosor Considerable

Fernando Quesada Pereira, J.L. Gómez Tornero y A. Alvarez Melcón  
Departamento de Tecnologías de la Información y las Comunicaciones  
Universidad Politécnica de Cartagena

*Abstract*—This contribution presents a simple and efficient technique for the analysis of moderately thick wire antennas. The formulation uses the integral equation technique combined with the rigorous free space kernel expressed in terms of spherical Hankel function harmonics. The integral equation is solved using a full symmetric Galerkin algorithm combined with linear basis functions. The singular terms in the kernel are treated with a novel numerical procedure specially developed for wire antennas. The advantage of the technique is that it treats the rigorous kernel without complex analytical formulations, hence providing generality to treat complex wire geometries. Results show that the new technique developed is efficient and very accurate even for moderately thick wire antennas.

## I. INTRODUCCIÓN

El análisis de antenas de hilo es un tema muy interesante debido al gran número de aplicaciones que tienen, sobre todo en comunicaciones HF y VHF, aunque también se utilizan en bandas de frecuencias más altas (UHF). Las antenas de hilo han sido ampliamente tratadas en la literatura con el método de la ecuación integral [1]. El enfoque que se emplea habitualmente es el llamado kernel para hilo delgado [1]. Siguiendo este método, se supone que el campo no varía con la coordenada angular alrededor del hilo, a la vez que se supone constante la densidad de corriente en su superficie [2]. La primera aproximación solo es válida para hilos eléctricamente muy delgados (radios menores de  $0.01 \lambda$ ), y cuando las celdas de fuente y observación están alejadas. Debido a ello, otras aproximaciones han sido desarrolladas para tratar el kernel riguroso en las interacciones singulares [3]. Estas técnicas conducen a aproximaciones más exactas, pero el problema es que deben emplear complejas técnicas analíticas para tratar los términos singulares del kernel [3], [4]. Estas técnicas analíticas solo son válidas para determinadas geometrías, y por tanto pierden generalidad cuando se trata de analizar hilos de geometrías más complejas (hilos curvos o inclinados por ejemplo).

En esta contribución presentamos el desarrollo de una formulación que combina una forma del kernel riguroso expandido en armónicos de Hankel esféricos [5], con una técnica numérica novedosa para el tratamiento de los términos singulares del kernel. El tratamiento numérico de los términos singulares es general, y permite el análisis de cualquier geometría de hilo. Por otra parte el uso del kernel riguroso permite obtener buenos resultados para antenas de

hilo de grosor moderado.

## II. TEORÍA

El análisis de antenas de hilo ha sido efectuado usando el método de la ecuación integral combinado con el kernel riguroso para antenas cilíndricas mostrado en [5]:

$$K(z) = \frac{e^{-j k R_a}}{R_a} - j k \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(k^2 \rho a)^{2n} (2n-1)!}{(2n)! (2n)!!} \frac{H_{2n}^{(2)}(k R_a)}{(k R_a)^{2n}} \quad (1)$$

Con el fin de tener en cuenta la mayor variación del campo en las interacciones próximas a la singularidad, el número de términos de la serie se escoge dinámicamente en función de la distancia fuente-observación y del diámetro del hilo (entre 5 y 20 términos para los ejemplos de este artículo). De esta forma se consigue combinar eficiencia de cálculo con una buena precisión numérica.

De todas las interacciones a tratar, la que más influye en la precisión del algoritmo es la correspondiente al término singular del kernel [3]. En este caso se ha preferido utilizar el kernel riguroso expresado en coordenadas cilíndricas de la siguiente forma:

$$K(z, z') = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{e^{-j k R}}{R} d\varphi d\varphi' \quad (2a)$$

$$R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} \quad (2b)$$

A través de un cambio a coordenadas cilíndricas, y tras varias manipulaciones matemáticas de la expresión resultante, podemos escribir la siguiente ecuación para la distancia fuente-observación:

$$R = \sqrt{4a^2 \sin^2 \left( \frac{\varphi - \varphi'}{2} \right) + (z - z')^2} \quad (3)$$

El paso clave del procedimiento desarrollado consiste en aproximar la expresión anterior para valores pequeños de  $(\varphi - \varphi')$ . En este caso podemos escribir la expresión simplificada:

$$R \approx \sqrt{a^2 (\varphi - \varphi')^2 + (z - z')^2} \quad (4)$$

Finalmente hay que darse cuenta que la distancia resultante corresponde (previa extracción de la constante  $a$ ) a la coordenada radial  $\rho$  en un plano polar formado por las coordenadas de integración  $(\varphi - \varphi', z - z')$ . Lo importante de esta conclusión es que ahora la integral singular puede ser

evaluada utilizando coordenadas polares en dicho plano de integración. En la zona donde  $(\varphi - \varphi')$  es pequeño, la distancia fuente-observación se cambia por la expresión (4), y entonces el Jacobiano de la transformación a polares compensa exactamente la singularidad del kernel riguroso, por lo que la singularidad queda efectivamente extraída. Fuera de esta zona la integral ya no es singular y se efectúa utilizando cuadraturas especiales diseñadas para dominios rectangulares [6]. El doble proceso de integración en las dos regiones mencionadas se ilustra en la Fig. 1. En dicha figura la zona clara se

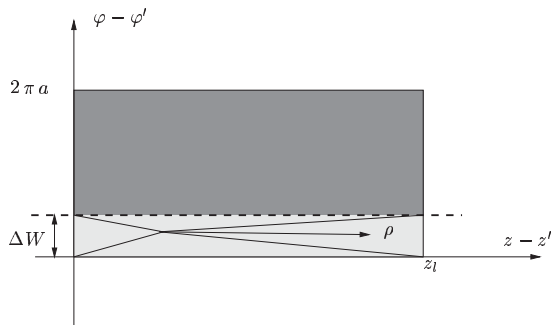


Fig. 1. Plano de integración mostrando la región polar.

integra con el cambio a polares (tres puntos por dimensión), mientras que la zona oscura se integra con las cuadraturas especiales antes mencionadas (13 puntos).

### III. RESULTADOS

La técnica desarrollada ha sido utilizada para el análisis de antenas de hilo de espesor moderado. En la Fig. 2 podemos ver la impedancia de entrada que se obtiene para una antena de hilo de radio  $0.0509 \lambda$ , y longitud  $\lambda/2$ , en función del número de funciones de base utilizadas en la discretización. También presentamos resultados medidos y los calculados con la técnica presentada en [4]. Resultados similares pueden verse en la Fig. 3, pero esta vez para un radio todavía mayor:  $0.1129 \lambda$ , y una longitud de dipolo de  $\lambda/4$ . Vemos en los dos casos cómo los resultados obtenidos son muy precisos y comparan bien con respecto de las medidas. En particular destacamos que el programa NEC-Win Profesional 1.1 da resultados completamente erróneos para estas antenas de hilo gordo. Por último, con el fin de ver el comportamiento de la técnica numérica desarrollada, presentamos en la Fig. 4 el valor de la impedancia de entrada para las estructuras anteriores en función del ancho de la zona de integración polar  $\Delta W$  (ancho de la zona clara de la Fig. 1). Para la estructura de la Fig. 2 se han empleado 28 funciones de base, mientras que para la Fig. 3 se han empleado 16 funciones de base. Los resultados muestran que el algoritmo es muy estable con la anchura de la zona de integración polar, y que muy buenos resultados se obtienen con una anchura del orden de  $(\Delta W = \pi a/10)$ .

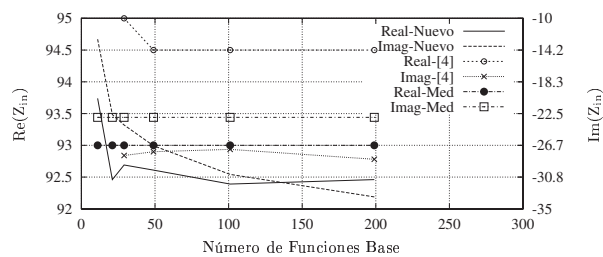


Fig. 2. Impedancia de dipolo radio  $0.059 \lambda$ .

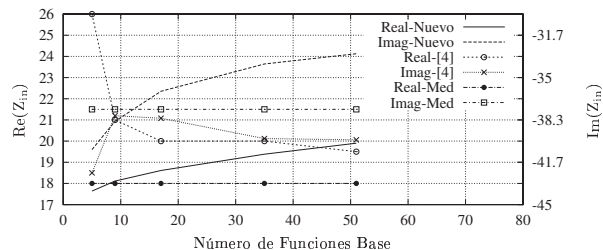


Fig. 3. Impedancia de dipolo radio  $0.1129 \lambda$ .

### IV. CONCLUSIONES

En esta contribución hemos desarrollado una técnica simple pero eficiente para el análisis de antenas de hilo de espesor moderado utilizando la ecuación integral. La alta precisión del método se consigue utilizando el kernel riguroso expresado en términos de una serie de armónicos de Hankel esféricos. Por otro lado la singularidad del kernel se trata rigurosamente sin introducir ninguna aproximación con una técnica numérica novedosa que se ha desarrollado. Los resultados demuestran que la técnica es muy precisa para antenas de hilo de radio del orden de  $0.1 \lambda$  y mayores.

### REFERENCES

- [1] C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*. John Wiley and Sons, 1989. pp. 717-726.
- [2] A. F. Peterson, S. L. Ray, and R. Mittra, *Comput. Methods for Electromag.* IEEE Press, 1998. pp. 302-310.
- [3] W. A. Davis, "Numerical methods for wire structures," tech. rep., Virginia Polytechnic Institute and State University, March 1995. pp. 1-12.
- [4] D. H. Werner, "A method of moments approach for the efficient and accurate modeling of moderately thick cylindrical wire antennas," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 46, pp. 373-382, March 1998.
- [5] W.-X. Wang, "The exact kernel for cylindrical antenna," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 39, pp. 434-435, April 1991.
- [6] R. Cools, "Monomial cubature rules since Stroud," *Journal of Computational Applied Mathematics*, vol. 112, no. 21, pp. 1-2, 1999.

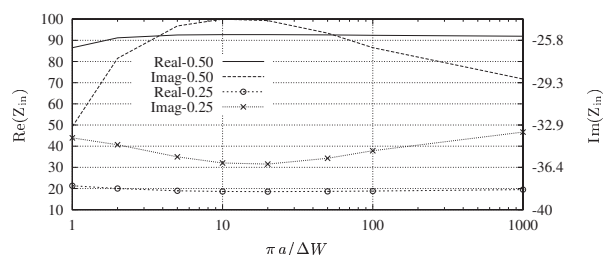


Fig. 4. Variación de Impedancia con anchura franja.