

UNA SOLUCIÓN HÍBRIDA UTD-PO PARA EL ANÁLISIS DE LA DIFRACCIÓN MÚLTIPLE DE UNA SERIE DE CILINDROS ASUMIENDO INCIDENCIA DE ONDA ESFÉRICA

José-Víctor Rodríguez⁽¹⁾, José-María Molina-García-Pardo⁽¹⁾ y Leandro Juan-Llácer⁽¹⁾.

jvictor.rodriguez@upct.es, josemaria.molina@upct.es, leandro.juan@upct.es

⁽¹⁾ Dpto. de Tecnologías de la Información y las Comunicaciones. Universidad Politécnica de Cartagena. Antiguo Cuartel de Antiguones, 30202 Cartagena, Murcia

Abstract- A new hybrid uniform theory of diffraction-physical optics (UTD-PO) formulation for the analysis of the multiple diffraction caused by an array of cylinders, assuming spherical-wave incidence, is hereby presented. The solution, validated with numerical data from technical literature, is mathematically less complex and computationally more efficient—for a large number of cylinders— than other existing methods, due to the fact that high-order diffraction terms (*slope diffraction*) are not considered, without such lack of terms barely entailing any loss in accuracy. Results can be applied in radiowave propagation analysis when multiple diffraction over rounded obstacles has to be considered.

I. INTRODUCCIÓN

El análisis de la difracción múltiple que experimentan las señales de radio debido a la presencia de obstáculos en su recorrido de propagación ha sido ampliamente llevado a cabo a través de diferentes formulaciones—bien basadas en la Teoría Uniforme de la Difracción (UTD) o en Óptica Física (PO)— que tratan de predecir las pérdidas que dicho fenómeno ocasiona, a menudo modelando los mencionados obstáculos como cuñas o aristas [1, 2]. Sin embargo, si consideramos que los objetos que obstruyen el recorrido de propagación entre el transmisor y el receptor pueden tener una forma redondeada, como es el caso de montañas, una estructura cilíndrica podría ser más apropiada para modelar estos obstáculos con el fin de obtener predicciones de pérdida de señal más precisas. En este sentido, Koutitas y Tzaras han presentado en [3] una formulación UTD que analiza con éxito la difracción sobre múltiples cilindros a través de la incorporación de términos de orden superior en el coeficiente de difracción. Este mecanismo se conoce como *slope diffraction*, y asegura predicciones de campo continuas y precisas alrededor de la zona de sombra del escenario bajo estudio. No obstante, la mencionada incorporación de términos de orden superior incrementa tanto la complejidad matemática de la formulación como su eficiencia computacional.

En este trabajo se presenta una solución híbrida UTD-PO para el análisis de la difracción múltiple producida sobre una serie de cilindros, que no necesita incorporar el mecanismo de *slope diffraction* debido a una técnica recursiva en la que únicamente se calculan difracciones simples, dando lugar, por tanto, a una formulación más rápida y sencilla que, al mismo tiempo, arroja resultados precisos.

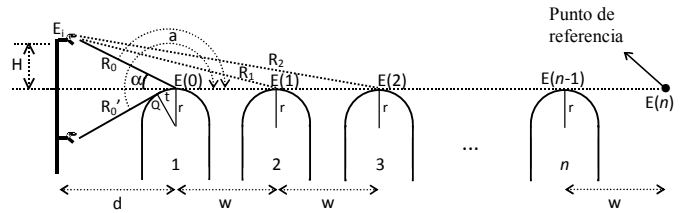


Fig. 1. Esquema del entorno de propagación considerado.

II. ENTORNO DE PROPAGACIÓN

En la Fig. 1 se puede apreciar el esquema del entorno de propagación considerado en este trabajo, donde se ha asumido una serie de n cilindros perfectamente conductores de la misma altura (relativa a la altura de la estación base H), separación constante w y mismo radio de curvatura r . La fuente emisora está situada a una altura arbitraria (por encima, al mismo nivel, o por debajo de la altura de los cilindros), y se encuentra a una cierta distancia d de estos últimos, de manera que se asume que es una onda esférica la que incide sobre el primer cilindro con un ángulo α . Cuando el punto transmisor está situado sobre la altura de los cilindros, un receptor localizado en el punto de referencia de la Fig. 1 se encontrará en la llamada *Zona de Luz*, y el campo dispersado por la superficie de los cilindros será considerado un campo reflejado. Por el contrario, si el punto transmisor se asume situado por debajo de la altura de los cilindros, un receptor localizado en el punto de referencia se encontrará en la denominada *Zona de Sombra*, y el campo dispersado por la superficie de los cilindros será un campo difractado resultante de los rayos que se propagan a lo largo del arco t que queda definido por el punto donde el rayo incidente es tangente al cilindro (Q) y el punto más alto de éste último.

III. MODELO TEÓRICO

Considerando la solución presentada por los autores en [4] para el estudio de la difracción múltiple producida por una serie de cuñas, se propone en este artículo una formulación híbrida UTD-PO para el análisis de la difracción múltiple ocasionada por un *array* de cilindros, asumiendo incidencia de onda esférica. La principal ventaja de la solución propuesta frente a otras formulaciones existentes en la literatura científica para el estudio de la difracción múltiple sobre superficies redondeadas es que, ya que se obtiene a través de la suma de términos finitos por medio de una técnica recursiva (basada en el método de PO para el análisis

de la difracción múltiple mostrado en [1]), se evita un uso sucesivo de la UTD en la zona de transición, esto es, únicamente se calculan difracciones simples. De esta manera, se genera una formulación más simple y computacionalmente más eficiente al mismo tiempo que se demuestra que no es necesario en determinadas situaciones introducir términos de orden superior en el coeficiente de difracción (como se sugiere en [5]) para predecir las pérdidas por difracción múltiple sobre cilindros. Así, asumiendo la aproximación de campo lejano a través de la cual $d \gg r$, $w \gg r$, $d \gg t$, $w \gg t$, y considerando el parámetro $m' = (kr/2)^{1/3}$ (donde k es el número de onda), el campo existente en el punto de referencia de la Fig. 1 puede expresarse, para $n \geq 1$, de la siguiente manera:

a) Punto transmisor situado por encima o al mismo nivel que la altura de los cilindros ($H \geq 0$, $\alpha \geq 0$):

$$E(n) = \frac{1}{n} \sum_{m=0}^{n-1} E(m) \left[\frac{R_0}{R_{n-m}} e^{-jk(R_n - R_m)} + \sqrt{\frac{R_0}{(n-m)w[R_0 + (n-m)w]}} R_{s,h}(a) e^{-jk(n-m)w} \right] \quad (1)$$

siendo

$$E(0) = \frac{E_i}{R_0} e^{-jkR_0} \quad (2)$$

donde E_i es la amplitud relativa de una fuente esférica, y

$$R_{s,h}(a) = -\sqrt{\frac{r}{m'}} e^{-j\frac{\epsilon^3(a)}{12}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \left\{ \frac{-F[X(a)]}{2\epsilon(a)\sqrt{\pi}} + \left[\begin{array}{l} p^*(\epsilon(a)) \\ q^*(\epsilon(a)) \end{array} \right] \right\} \quad (3)$$

es el coeficiente de reflexión para las polarizaciones horizontal/*soft* (*s*) y vertical/*hard* (*h*), donde $F[X]$ es la llamada *función de transición* (definida en términos de una integral de Fresnel), $p^*(\epsilon(a))$ y $q^*(\epsilon(a))$ son las funciones de *scattering Fock* para polarización *soft* y *hard*, respectivamente (que dependen de las características eléctricas de los cilindros [6]), y

$$\begin{aligned} X(a) &= 2kL \cos^2\left(\frac{a}{2}\right) \\ L &= \frac{R_0(n-m)w}{R_0 + (n-m)w} \\ \epsilon(a) &= -2m' \cos^2\left(\frac{a}{2}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

donde a es el ángulo indicado en la Fig. 1.

b) Punto transmisor situado por debajo de la altura de los cilindros ($H < 0$, $\alpha < 0$):

$$E(n) = \frac{1}{n} \sum_{m=0}^{n-1} E(m) \sqrt{\frac{R_0'}{(n-m)w[R_0' + (n-m)w]}} T_{s,h}(a) e^{-jk(n-m)w} \quad (5)$$

siendo

$$E(0) = \frac{E_i}{R_0'} \sqrt{\frac{R_0'}{R_0' + t(a)}} e^{-jkR_0'} e^{-jkt(a)} \approx \frac{E_i}{R_0'} e^{-jkR_0'} e^{-jkt(a)} \quad (6)$$

y

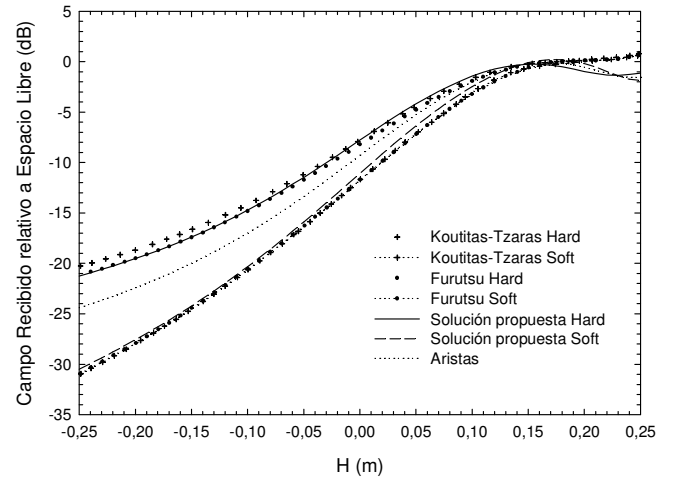


Fig. 2. Campo recibido en el punto de referencia, relativo a espacio libre, en función de H , considerando una frecuencia de GHz, $d=w=2$ m y dos cilindros conductores ($n=2$). El cilindro 1 tiene un radio de $r=0.25$ m y el cilindro 2 tiene un radio de $r=0.40$ m.

$$T_{s,h}(a) = -m' \sqrt{\frac{2}{k}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \left\{ \frac{-F[X(a)]}{2\epsilon(a)\sqrt{\pi}} + \left[\begin{array}{l} p^*(\epsilon(a)) \\ q^*(\epsilon(a)) \end{array} \right] \right\} \quad (7)$$

es el coeficiente de difracción para polarización *soft* (*s*) y *hard* (*h*), donde

$$\begin{aligned} X(a) &= \frac{kL(a-\pi)^2}{2} \\ L &= \frac{R_0'(n-m)w}{R_0' + (n-m)w} \\ \epsilon(a) &= m'(a-\pi) \\ t(a) &= r(a-\pi) \end{aligned} \quad (8)$$

Cabe decir que, para cilindros de radio de curvatura muy pequeño, la solución propuesta converge perfectamente a la presentada por los autores en [4] para el análisis de la difracción múltiple sobre una serie de aristas.

IV. RESULTADOS

Con el fin de validar la solución propuesta, se presenta en la Fig. 2 una comparación entre el campo obtenido en el punto de referencia (normalizado respecto a espacio libre y en función de H) a través de la formulación presentada en este trabajo –considerando dos cilindros perfectamente conductores ($n=2$), una frecuencia de 29 GHz, y $d=w=2$ m– y el obtenido a través de las formulaciones desarrolladas por Koutitas y Tzaras [3] y Furutsu [7]. Los radios de los cilindros 1 y 2 se han asumido $r=0.25$ m y $r=0.40$ m, respectivamente. Como se puede apreciar a partir de la figura, existe una excelente coincidencia para las dos polarizaciones entre la solución propuesta y las otras dos formulaciones en el rango de $H=-0.25$ m hasta $H=0.20$ m, punto en el que el método presentado en este trabajo comienza a fallar ligeramente. Sin embargo, cabe resaltar que un valor de $H=0.20$ m representa un ángulo de incidencia de $\alpha=5.71^\circ$, que debería ser lo suficientemente grande para realizar cálculos de difracción múltiple en los que se considere la aproximación de campo lejano. Además, cabe añadir que también se puede encontrar una excelente coincidencia entre los resultados presentados en la Fig. 2 con

la solución propuesta y las medidas mostradas por Sharples en la Fig. 8 de [8] para el mismo escenario.

Con el propósito de comparar, se ha añadido en la Fig. 2 el campo obtenido a través de la solución presentada en [4] para el caso en el que los cilindros del entorno bajo estudio hayan sido sustituidos por aristas. En este sentido, cabe resaltar cómo una elección apropiada del modelado de los obstáculos puede resultar muy importante para obtener predicciones de pérdidas por difracción múltiple realistas, especialmente cuando se aplican técnicas que incluyen diferentes polarizaciones.

Finalmente, resultados obtenidos con la formulación propuesta (en términos de atenuación debida a difracción múltiple) para varios valores de H , asumiendo una frecuencia de 29 GHz, $r=0.40$ m y $d=w=2$ m, se muestran en la Fig. 3 en función del número de cilindros conductores n , tanto para polarización *hard* como *soft*. Debe resaltarse que la menor complejidad matemática que encierra la nueva solución en comparación con otros métodos (debido a la ausencia de términos de difracción de orden superior) permite el análisis de la difracción múltiple sobre un gran número de cilindros (hasta 100 en la figura) con un coste computacional muy bajo (para el caso bajo estudio de cilindros separados por una distancia constante y la misma altura relativa a la estación base).

V. CONCLUSIONES

Se ha presentado una nueva formulación híbrida UTD-PO para el análisis de la difracción múltiple ocasionada por una serie de cilindros, asumiendo incidencia de onda esférica. La solución ha sido validada a través de la comparación de resultados obtenidos con ésta y los arrojados por dos métodos ya existentes, obteniendo una excelente coincidencia. De esta manera, se demuestra que no es necesario, en algunas situaciones, incorporar el mecanismo de *slope diffraction* para obtener predicciones precisas de pérdidas de difracción múltiple sobre cilindros. Finalmente, de la comparación llevada a cabo entre los resultados obtenidos con la formulación propuesta y los calculados considerando aristas en vez de cilindros se desprende que un modelado apropiado de los obstáculos que se sitúan en el recorrido de propagación resulta fundamental para obtener predicciones de pérdidas por difracción múltiple realistas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Ministerio de Educación y Ciencia (TEC2007-66698-C04-04/TCM) y a la Fundación Séneca de Murcia (03133/PI/05) la financiación de este trabajo.

REFERENCIAS

- [1] S. R. Saunders y F. R. Bonar, "Explicit Multiple Building Diffraction Attenuation Function for Mobile Radio Wave Propagation", *Electron. Lett.*, vol. 27, no. 14, pp. 1276-1277, Jul. 1991.
- [2] L. Juan-Llácer y N. Cardona, "UTD Solution for the Multiple Building Diffraction Attenuation Function for Mobile Radiowave Propagation", *Electron. Lett.*, vol. 33, no. 1, pp. 92-93, Ene. 1997.
- [3] G. Koutitas y C. Tzaras, "A UTD Solution for Multiple Rounded Surfaces", *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. 54, no. 4, pp. 1277-1283, Abr. 2006.
- [4] J-V. Rodríguez, J-M. Molina-García-Pardo y L. Juan-Llácer, "A New Solution expressed in Terms of UTD Coefficients for the Multiple Diffraction of Spherical Waves by a Series of Buildings", *Radio Sci.*, vol. 42, RS4011, 2007, DOI: 10.1029/2006RS003464.

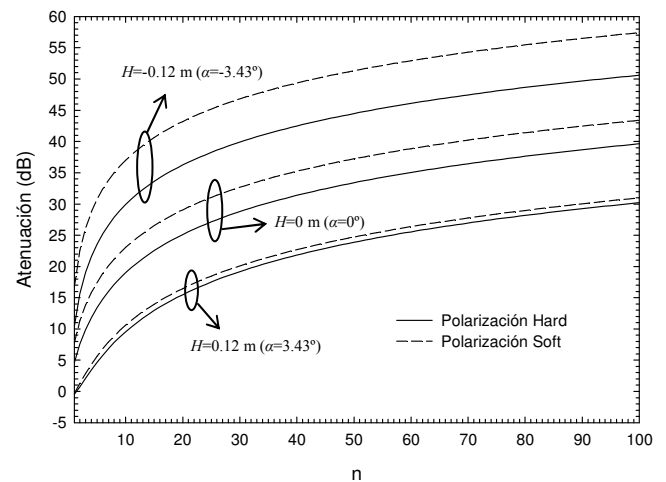


Fig. 3. Variación de la atenuación con el número de cilindros conductores (n) para diferentes valores de H . Frecuencia=29 GHz, $d=w=2$ m y $r=0.40$ m.

- [5] G. Koutitas y C. Tzaras, "Multiple Cylinder UTD Solution", *Electron. Lett.*, vol. 41, no. 9, 2005, DOI: 10.1049/el:20058308.
- [6] D. A. McNamara, C. W. Pisturius y J. A. G. Malherbe, "Introduction to the Uniform Geometrical Theory of Diffraction", *Artech House*, Boston, 1990.
- [7] K. Furutsu, "On the Theory of Radio Wave Propagation over Inhomogeneous Earth", *J. Res. Nat. Bur. Standards Radio Prop.*, vol. 67D, Ene.-Feb. 1963.
- [8] P. A. Sharples, "Cascaded Cylinder Model for Predicting Terrain Diffraction Loss at Microwave Frequencies", *Proc. Inst. Elect. Eng.*, vol. 136, no. 4, Ago. 1989