



industriales
etsii

Escuela Técnica
Superior
de Ingeniería
Industrial

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial

Modelado y Control de Máquinas Eléctricas en Software Libre

TRABAJO FIN DE GRADO

GRADO EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA INDUSTRIAL Y
AUTOMÁTICA

Autor: Francisco Pérez García
Director: José Antonio Villarejo Mañas
Codirector: María Esther De Jódar Bonilla

Cartagena, 9 de septiembre de 2021



Universidad
Politécnica
de Cartagena

Índice

Introducción.....	8
Objetivo del trabajo.....	8
Distribución en Capítulos.....	8
Herramientas Software. LTSpice y Scilab.	9
LTSpice IV.....	9
Scilab 6.0.2.....	11
Capítulo 1. Convertidor CC/CA. Inversor Trifásico.	12
1.1. Introducción	12
1.1.1. Definición de Convertidor de Potencia y clasificación.	12
1.1.2. Convertidor CC/CA. Inversor.	12
1.1.3. Esquema del Inversor Trifásico.	13
1.2. Inversor trifásico	14
1.2.1. Funcionamiento general.	14
1.2.2. Modulación en el inversor trifásico.....	16
1.2.3. Ejemplo de aplicación.	17
1.2.4. Contenido armónico de la señal modulada.	19
1.3. Conclusiones.....	20
Capítulo 2. Herramientas Matemáticas.	21
2.1. Introducción.	21
2.2. Transformaciones.....	21
2.2.1. Transformada de Clarke.	21
2.2.2. Tensión en modo común.....	25
2.2.3. Transformada de Park.	26
2.2.3.1. Ejemplo de aplicación.	26
Capítulo 3. Modulación Vectorial SVPWM.	29
3.1. Introducción	29
3.2. Modulación SVPWM.	29
3.2.1. Conmutación de interruptores en SVPWM.....	29
3.2.2. Tensión en modo común.....	34
3.3. Conclusión	37
3.3.1. Aprovechamiento de la tensión de línea.	37
3.3.2. Ejemplo de aplicación.	38

Capítulo 4. Diseño del Sistema de Control.	42
4.1. Control Feed Forward.	42
4.2. Control sobre el Inversor Modulado.	43
4.2.1. Ejemplo de aplicación. Sintonización PI.	44
4.3. Simulación del control sobre el inversor modulado.	48
Capítulo 5. Modelo y Control de la Máquina Eléctrica.	53
5.1. Introducción a las máquinas eléctricas.	53
5.2. Motor de Alterna Asíncrono. Motor de Inducción.	53
5.2.1. Principio de funcionamiento. Field Oriented Control.	53
5.2.2. Ecuaciones dinámicas.	54
5.2.3. Transformadas sobre la corriente.	56
5.2.4. Modelo completo.	58
5.3. Diseño del lazo de control.	63
5.3.1. Descripción del lazo de control.	63
5.3.2. Lazo de control del par.	64
5.3.3. Curva Par-Velocidad.	65
5.4. Ejemplo de aplicación.	66
5.4.1. Obtención de parámetros en régimen permanente.	66
5.4.2. Simulación del motor en campo orientado.	68
5.4.3. Sintonización de los controladores PI (I).	70
5.4.4. Sintonización de los controladores PI (II).	74
5.4.5. Resultados de la simulación.	77
5.4.6. Implementación del modelo del motor en LTSpice.	80
5.5. Validación del modelo del motor en PSIM.	86
5.5.1. Implementación del modelo del motor en PSIM.	86
5.5.2. Implementación del modelo del motor en LTSpice.	88
5.5.3. Simulación y comparación de resultados.	89
Capítulo 6. Conclusión.	93
6.1. Resumen del trabajo realizado.	93
6.2. Contribución del trabajo.	93
Bibliografía.	94

Figuras

Figura 1. Ejemplo en LTSpice.	10
Figura 1.1. Inversor Trifásico.	13
Figura 1.2. Inversor Trifásico Simplificado.....	13
Figura 1.3. Simulación LTSpice Inversor no modulado. Lógica de disparos.	14
Figura 1.4. Simulación LTSpice Inversor no modulado. Modelo de interruptor.....	15
Figura 1.5. Simulación LTSpice Inversor no modulado. Circuito completo.	15
Figura 1.6. Simulación LTSpice Inversor no modulado. Control de tiempos muertos.	15
Figura 1.7. Tensión fase-neutro en el inversor no modulado.	16
Figura 1.8. Señales de control y triangular del inversor trifásico modulado.....	16
Figura 1.9. Señal PWM del inversor modulado.....	17
Figura 1.10. Relaciones geométricas en la modulación senoidal-triangular.	18
Figura 1.11. Simulación LTSpice Inversor modulado. Señales de disparo.....	19
Figura 1.12. Simulación LTSpice Inversor modulado. Tensión de fase.	19
Figura 1.13. Simulación LTSpice Inversor modulado. Contenido armónico.	20
Figura 1.14. Tensiones de fase-neutro en inversor modulado.....	20
Figura 2.1. Representación del sistema trifásico en el plano $\alpha\beta$	22
Figura 2.2. Transformada de Clarke LTSpice.....	23
Figura 2.3. Proyecciones sobre $\alpha\beta$	24
Figura 2.4. Bloque de transformación en LTSpice.	24
Figura 2.5. Representación de la Transformada de Clarke.	24
Figura 2.6. Tensiones en el inversor trifásico.....	25
Figura 2.7. Transformada de Park (Bloque) en LTSpice.	26
Figura 2.8. Construcción del bloque de transformación $\alpha\beta$ -dq en LTSpice.....	27
Figura 2.9. Representación de los ejes dq en el plano complejo.....	27
Figura 2.10. Simulación LTSpice. Transformadas.	27
Figura 2.11. Simulación LTSpice. Señales obtenidas.	28
Figura 3.1. Inversor trifásico en estado (0, 0, 0).....	30
Figura 3.2. Inversor trifásico en estado (0, 0, 1).....	30
Figura 3.3. Inversor trifásico en estado (1, 1, 0).....	31
Figura 3.4. Inversor trifásico en estado (1, 1, 1).....	31
Figura 3.5. Hexágono de los posibles valores de $V\alpha\beta$	32
Figura 3.6. Generación de un vector $V\alpha\beta$ arbitrario inscrito en el hexágono.	33
Figura 3.7. Cronograma para la generación de $V\alpha\beta$ en un sector impar (5).	34
Figura 3.8. Cronograma para la generación de $V\alpha\beta$ en un sector par (0).	36
Figura 3.9. Tensión máxima proporcionada por el módulo SVPWM.....	38

Figura 3.10. Bloque de generación SVPWM.	39
Figura 3.11. Implementación del bloque de generación SVPWM en LTSpice.	40
Figura 3.12. Simulación LTSpice Modulación SVPWM. Tensiones de fase.	40
Figura 3.13. Simulación LTSpice Modulación SVPWM. Tensión en modo común.	41
Figura 3.14. Simulación LTSpice Modulación SVPWM. Ciclos de trabajo.	41
Figura 4.1. Control FeedForward en lazo abierto.	42
Figura 4.2. Control Feed Forward + Control Feed Back.	43
Figura 4.3. Lazo de control. Sintonización del controlador PI.	44
Figura 4.4. Lazo de control. Comprobación de la simulación en Xcos.	45
Figura 4.5. Lazo de control con referencia senoidal.	46
Figura 4.6. Lazo de control con referencia senoidal. Comprobación de la simulación en Xcos.	46
Figura 4.7. Esquema eléctrico a la salida del inversor trifásico.	47
Figura 4.8. Función de transferencia de la planta a controlar.	47
Figura 4.9. Sistema de control (I).	47
Figura 4.10. Sistema de control (II).	48
Figura 4.11. Sistema de control (III).	48
Figura 4.12. Sistema de control completo.	48
Figura 4.13. Señales de control en LTSpice. Control del inversor trifásico.	49
Figura 4.14. Circuito completo en LTSpice. Control del inversor trifásico.	49
Figura 4.15. Bloque del modelo promediado del inversor. Control del inversor trifásico.	50
Figura 4.16. Lazo de control en LTSpice. Control del inversor trifásico.	50
Figura 4.17. Conversión de la corriente medida al sistema "dq". Control del inversor trifásico.	50
Figura 4.18. Conversión de las tensiones controladas al sistema "abc". Obtención de los ciclos de trabajo. Control del inversor trifásico.	51
Figura 4.19. Representación de las corrientes en el inversor. Control del inversor trifásico. (I)	51
Figura 4.20. Representación de las corrientes en el inversor. Control del inversor trifásico. (II)	51
Figura 4.21. Efecto de la ganancia del controlador. Control del inversor trifásico.	52
Figura 4.22. Ciclos de trabajo y tensión en modo común. Control del inversor trifásico.	52
Figura 5.1. Conversión de magnitudes entre sistemas de referencia estátor/rotor.	56
Figura 5.2. Conversión de magnitudes entre sistemas de referencia estátor/dq.	56
Figura 5.3. Circuito equivalente del modelo dinámico del motor. Eje d.	58
Figura 5.4. Circuito equivalente del modelo dinámico del motor. Eje q.	58
Figura 5.5. Balance de potencias en el modelo completo del motor.	59
Figura 5.6. Circuito equivalente. Cálculo del par.	60
Figura 5.7. Circuito equivalente. Control en Campo Orientado.	61
Figura 5.8. Circuito equivalente. Control en Campo Orientado.	62
Figura 5.9. Lazo de control completo.	63
Figura 5.10. Lazo de control del par.	64

Figura 5.11. Curva par-velocidad del motor.	65
Figura 5.12. Extracto del fichero Scilab para el cálculo de parámetros en régimen permanente.....	67
Figura 5.13. Función para convertir valores de “abc” a “dq” en Scilab.	67
Figura 5.14. Otras funciones para el fichero de cálculo de valores en régimen permanente en Scilab.	67
Figura 5.15. Fichero de simulación en Xcos. Lazo de control completo.	68
Figura 5.16. Fichero de simulación en Xcos. Bloques “abc_dq” y “dq_abc”.	68
Figura 5.17. Fichero de simulación en Xcos. Bloque “Kpwm”.....	69
Figura 5.18 Fichero de simulación en Xcos. Bloque de Cálculo.	69
Figura 5.19. Fichero de simulación en Xcos. Modelo del motor en campo orientado.	70
Figura 5.20. Diagrama de bloques en cascada. Implementación en Scilab.....	71
Figura 5.21. Diagrama de bloques. Lazo de control del par (maestro). Implementación en Scilab.	71
Figura 5.22. Respuesta del sistema con controlador. Lazo de control del par.	72
Figura 5.23. Lazo de control de la corriente. Implementación en Scilab.	73
Figura 5.24. Respuesta del sistema con controlador. Lazo de control de la corriente.....	74
Figura 5.25. Respuesta del sistema con controlador en frecuencia y tiempo. Lazo de corriente.	75
Figura 5.26. Respuesta del sistema con controlador en frecuencia y tiempo. Lazo de velocidad.	76
Figura 5.27. Respuesta del sistema con controlador en frecuencia y tiempo. Lazo de control de velocidad variando MF(°).	77
Figura 5.28. Respuesta del par y de la velocidad (KPWM=1). Modelo en Campo orientado (Tiempo)..	78
Figura 5.29. Respuesta del par y de la velocidad (KPWM=1). Lazo de control en cascada (Tiempo).	78
Figura 5.30. Respuesta del par y de la velocidad (KPWM=1). Modelo en Campo orientado (Frecuencia).	78
Figura 5.31. Respuesta del par y de la velocidad (KPWM=1). Lazo de control en cascada (Frecuencia).	78
Figura 5.32. Respuesta del par y de la velocidad (KPWM=1/200). Modelo en Campo orientado (Tiempo).	79
Figura 5.33. Respuesta del par y de la velocidad (KPWM=1/200). Lazo de control en cascada (Tiempo).	79
Figura 5.34. Respuesta del par y de la velocidad (KPWM=1/200). Modelo en Campo orientado (Frecuencia).....	80
Figura 5.35. Respuesta del par y de la velocidad (KPWM=1/200). Lazo de control en cascada (Frecuencia).....	80
Figura 5.36. Modelo promediado en LTSpice del inversor trifásico con carga RL.....	81
Figura 5.37. Modelo de la carga RL en LTSpice.	81
Figura 5.38. Modelo de la carga RL conectado al inversor en LTSpice.....	82
Figura 5.39. Corrientes en el inversor. Carga RL. LTSpice.	82
Figura 5.40. Modelo del motor en LTSpice.	83
Figura 5.41. Modelo del circuito mecánico en LTSpice.	84
Figura 5.42. Modelo del motor conectado al inversor en LTSpice.	84
Figura 5.43. Evolución del par y la velocidad del motor. Simulación del modelo del motor LTSpice. ...	84

Figura 5.44. Corrientes en el inversor trifásico. Simulación del modelo del motor LTSpice.....	85
Figura 5.45. Rampa de tensión y frecuencia. Simulación del modelo del motor LTSpice.	85
Figura 5.46. Arranque en rampa. Simulación del modelo del motor LTSpice.	86
Figura 5.47. Comparación del par. Simulación del modelo del motor LTSpice.	86
Figura 5.48. Parámetros de la máquina de inducción sin neutro. Simulación del modelo del motor PSIM.	87
Figura 5.49. Tensión de alimentación de la máquina de inducción. Simulación del modelo del motor PSIM.	87
Figura 5.50. Implementación de la carga mecánica. Simulación del modelo del motor PSIM.	88
Figura 5.51. Sensor de velocidad en el eje. Simulación del modelo del motor PSIM.	88
Figura 5.52. Valor de resistencia serie en bobinas. Simulación del modelo del motor en LTSpice.....	88
Figura 5.53. Parámetros de la simulación del modelo. Simulación del modelo del motor en LTSpice. .	89
Figura 5.54. Modelo completo para la simulación. Simulación del modelo del motor en LTSpice.....	89
Figura 5.55. Par, corriente y velocidad del motor. Simulación del modelo del motor en LTSpice.....	90
Figura 5.53. Par, corriente y velocidad del motor. Simulación del modelo del motor en PSIM.	90
Figura 5.56. Circuito equivalente por fase en régimen estacionario.	90
Figura 5.57. Representación del par y corriente frente a la velocidad del motor en Mathcad.	92
Figura 5.58. Par, corriente y velocidad del motor en régimen estacionario. Simulación del modelo del motor en LTSpice.....	92
Figura 5.59. Par, corriente y velocidad del motor en régimen estacionario. Simulación del modelo del motor en PSIM.	92

Tablas

Tabla 1. Clasificación de Convertidores de Potencia.....	12
Tabla 2. Configuraciones de estados posibles en el inversor trifásico.....	30
Tabla 3. Valores de tensión para cada estado de conmutación.....	32

Introducción

Objetivo del trabajo

El objetivo del trabajo que se propone es el modelado de la electrónica de potencia asociada a las máquinas eléctricas de corriente alterna y de su control necesario, todo ello a través del uso de herramientas *software* libres, con el objetivo de facilitar su uso y distribución.

En el presente trabajo se llevará a cabo un estudio completo de los convertidores de potencia empleados como controladores de máquinas eléctricas, así como su implementación en *software* con el fin de contrastar los resultados obtenidos con aquellos esperados teóricamente. Además, se modelarán distintas máquinas eléctricas junto con su sistema de control, previamente definido y diseñado, para poder realizar simulaciones de arranque y control de velocidad, entre otras muchas posibilidades.

En los siguientes capítulos se detallarán los contenidos de cada una de las fases del trabajo, que son las siguientes: el estudio y diseño de una etapa de potencia con convertidores Corriente Continua / Corriente Alterna (DC/AC en adelante), la selección y el diseño de un sistema de control para el convertidor previamente definido (SVPWM o modulación vectorial), y, finalmente, el modelado completo de una máquina eléctrica de alterna sobre la que realizaremos simulaciones a través de *software*.

Distribución en Capítulos

El trabajo se repartirá en varios capítulos, cada uno de ellos establecido para abordar un tema específico. Previo al comienzo del primer capítulo se definirán las herramientas *software* necesarias para la elaboración del proyecto. En el primer capítulo se describirá el convertidor de potencia sobre el cual aplicaremos control y conectaremos a la máquina eléctrica. En este capítulo se comentarán resultados esperados y su implementación en *software*.

En el siguiente capítulo se desarrollarán las herramientas matemáticas necesarias para poder introducir una técnica de control más refinada. Plantearemos las bases necesarias para poder entender y analizar todos los aspectos relativos al control del inversor trifásico.

Los sistemas de control sobre el convertidor se describirán en el tercer capítulo, dedicado principalmente a contrastar las técnicas de control basadas en Modulación Senoidal-Triangular y otras más avanzadas como la Modulación Vectorial o SVPWM, para ello se definirán conceptos como PWM (Pulse Width Modulation – Modulación de ancho de pulso), esenciales para el trabajo propuesto.

En el cuarto capítulo se implementará en *software* todo aquello descrito en el capítulo anterior además del diseño del sistema de control para el convertidor DC/AC.

En el quinto capítulo se realizará un estudio de la máquina eléctrica a controlar junto con su modelo que se implementará en *software*, se detallarán todos los aspectos fundamentales para la comprensión de la máquina eléctrica con el fin de justificar y validar el modelo y el sistema de control implementado.

En cada capítulo se expondrán las conclusiones obtenidas, y se reservará un último capítulo para la cohesión de todos los sistemas estudiados por separado, donde se comentarán ventajas y conclusiones sobre el trabajo realizado en conjunto.

En los Anexos del proyecto se detallarán todos los pasos seguidos en las herramientas *software*, así como el desarrollo matemático en caso de que así se indique en la Memoria del trabajo.

Herramientas Software. LTSpice y Scilab.

LTSpice IV

El software LTSpice es un simulador de SPICE (Simulation Program with Integrated Circuits Emphasis – Programa de Simulación con énfasis en Circuitos Integrados) ofrecido por Linear Technology. En él se pueden ensamblar circuitos eléctricos y electrónicos, ofreciendo la capacidad de realizar numerosas simulaciones sobre los mismos. SPICE fue creado en 1975, en la Universidad de California, Berkeley).

Concretamente, la versión que se emplea para la realización del trabajo es LTSpice IV, un proyecto llevado a cabo por Linear Technology y que es de libre uso (*Freeware*). A pesar de tratarse de un Software Libre, LTSpice no ofrece ninguna limitación en cuanto a tamaño de circuito o número de nodos, o incluso a número de componentes, que suele ser habitual en programas comerciales.

La elección de este software para la realización del proyecto se debe a las siguientes razones principalmente:

- La simpleza para la realización de simulaciones y la velocidad de procesamiento y cálculo sobre las señales de un circuito eléctrico.
- La facilidad para el ensamblaje de circuitos eléctricos y su interfaz intuitiva y sencilla para su uso.
- La calidad de las representaciones de las señales en el *Plotter* (Herramienta para representar señales gráficamente).
- El abanico de simulaciones que ofrece: simulaciones en el dominio del tiempo y frecuencia, simulaciones estadísticas de Montecarlo, simulaciones térmicas en los componentes, etc.



Página Web del proyecto:

<https://www.analog.com/en/design-center/design-tools-and-calculators/ltspice-simulator.html>

A continuación, se muestra un ejemplo sencillo montado en LTSpice sobre el que anotaremos las características principales que nos ofrece el software.

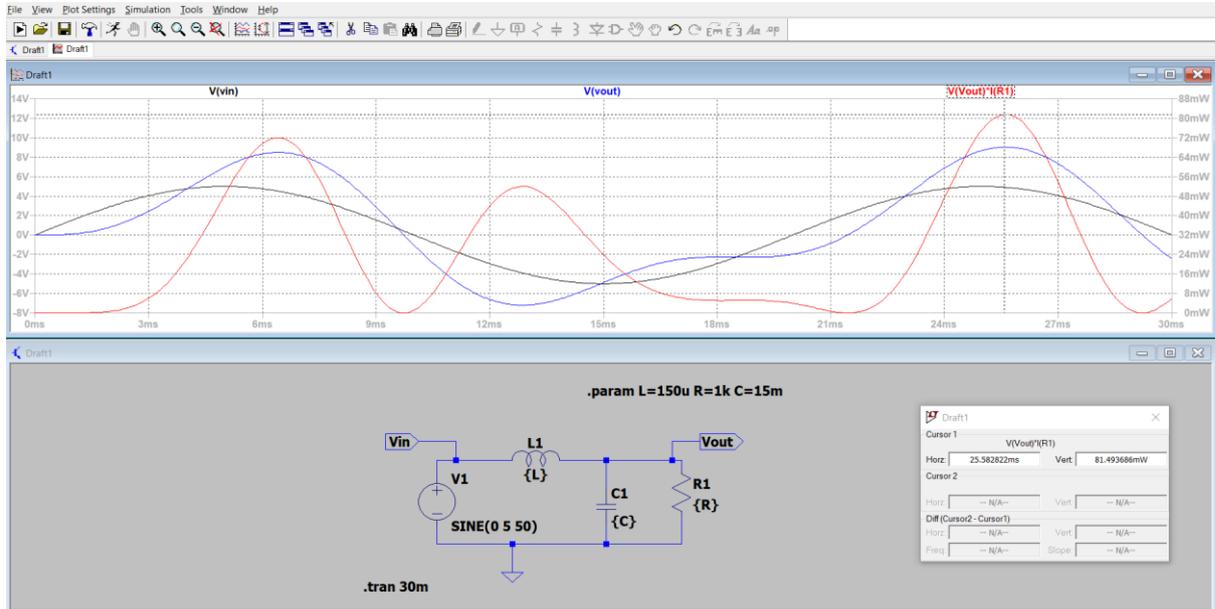


Figura 1. Ejemplo en LTSpice.

En la barra de herramientas podemos acceder a las configuraciones del Plotter 'Plotter Settings' (para modificar la rejilla, el formato de las señales o la disposición de estas), también podemos modificar la configuración de la ventana 'Window' y revisar los ajustes de la simulación actual.

Cuando ejecutamos una simulación se abre una ventana gráfica donde se muestran aquellas señales que marquemos sobre el circuito o esquemático (Schematic). En esta ventana podemos visualizar los valores instantáneos de las señales en un recuadro que nos proporciona el propio software, además, podremos comprobar el valor medio y eficaz de una señal en particular, lo que facilita mucho la comprobación de estos valores tan necesarios para los diseños eléctricos.

En cuanto a la ventana del esquemático, es precisamente sobre esta donde podremos realizar ajustes y cambios sobre el circuito eléctrico. Nos servirá también como plantilla para la creación de subcircuitos o subsistemas fácilmente. Bajo la barra de herramientas podremos introducir elementos pasivos (Resistores, Capacitores, Inductores e incluso diodos) así como cualquier otro componente como fuentes de tensión y corriente, interruptores o transistores y demás. Por último, hay que mencionar que podremos introducir 'directivas SPICE' que nos servirán para estructurar y dotar de funcionalidad a nuestro circuito.

Scilab 6.0.2

Scilab es un software libre orientado al cálculo numérico y matricial, ofrece también una gran capacidad de solvencia para la resolución de problemas de ingeniería gracias a su extensa librería de funciones enfocada sobre cada una de las ramas principales de este campo. Ofrece funcionalidad relativa a los campos de la Teoría de Control de Sistemas (en su versión Continua y Discreta), también aporta herramientas para el procesamiento de señal con funciones potentes como FFT (Fast Fourier Transform), necesaria para la resolución de circuitos eléctricos. Ofrece una librería completa para todo lo referente a la Mecánica de Fluidos y la Transferencia de Calor, que es sólo una más de todas las librerías que componen este programa.

Es un software basado en la resolución numérica, no simbólica, por lo que la estructura de la programación estará basada en el uso de matrices y *arrays*. El lenguaje de programación es similar a C o Fortran, lo que facilita mucho su comprensión y aprendizaje, ya que en cursos previos del grado se han estudiado lenguajes de estas características.

Entre las funcionalidades que ofrece Scilab, destacamos Xcos, una herramienta dedicada al modelado de sistemas de distinta naturaleza (mecánicos, eléctricos, hidráulicos, etc.). El uso de Xcos nos ofrece muchas facilidades a la hora de montar un circuito eléctrico y simularlo, de no ser por esta herramienta estaríamos limitados a resolver los circuitos numéricamente a través de las ecuaciones de estos, que es más pesado y lento.



Página Web del proyecto:
<https://www.scilab.org/>

Capítulo 1. Convertidor CC/CA. Inversor Trifásico.

1.1. Introducción

1.1.1. Definición de Convertidor de Potencia y clasificación.

Se denomina convertidor de potencia a un circuito eléctrico capaz de transformar las formas de tensión y/o corriente entre un generador y una carga. Son imprescindibles para poder acondicionar las variables eléctricas provenientes de un generador o una carga, modificando su relación de entrada/salida. Existen varios tipos de convertidores clasificándolos en su relación de entrada/salida, y se muestran en la siguiente tabla:

Entrada \ Salida	Corriente Continua (CC)	Corriente Alterna (CA)
Corriente Continua (CC)	Convertidor CC/CC	Convertidor CC/CA
Corriente Alterna (CA)	Convertidor CA/CC	Convertidor CA/CA

Tabla 1. Clasificación de Convertidores de Potencia.

Para este trabajo nos centraremos únicamente en el estudio del convertidor CC/CA, también conocido como *Inversor*.

1.1.2. Convertidor CC/CA. Inversor.

El inversor es un circuito eléctrico capaz de transformar la corriente continua en corriente alterna. Sus aplicaciones en la industria son numerosas, desde la alimentación de cargas que requieren corriente alterna desde una batería hasta el control de motores o máquinas eléctricas en general, como es el objetivo de este trabajo. En general, un inversor tratará de llevar la potencia generada por una fuente de corriente continua hasta una carga de alterna. En este capítulo nos centraremos en el estudio de un inversor en concreto, el inversor trifásico. Este nos proporcionará una salida de corriente alterna para un sistema trifásico, equilibrado o no. En la Figura 1.1 se muestra el esquema eléctrico de un inversor trifásico.

1.1.3. Esquema del Inversor Trifásico.

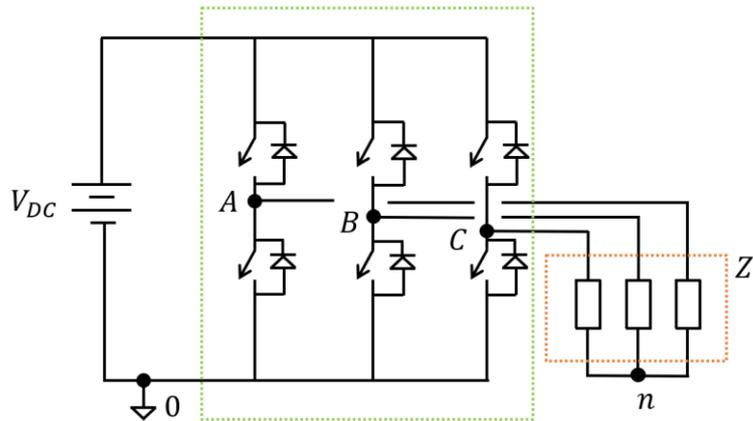


Figura 1.1. Inversor Trifásico.

El inversor trifásico está compuesto por tres inversores en medio puente. Su funcionamiento está ligado al de un medio puente, que es el inversor más simple que conocemos. La conmutación de los transistores de cada rama (representados como interruptores ideales en la Figura 1.1) se realizará con un ciclo de trabajo del 50% en el caso del inversor no modulado, es decir, la mitad del periodo de conmutación estarán cerrados, y el tiempo restante estarán abiertos. Con la conmutación de transistores se persigue minimizar las pérdidas ya que, estando el transistor únicamente en uno de dos posibles estados (cerrado o abierto), al menos una de las variables eléctricas será nula, por lo que trabajar con transistores en conmutación es ideal para minimizar las pérdidas.

Además, cabe destacar que los transistores de una misma rama siempre estarán en estados complementarios, es decir, si el transistor de la parte superior del puente se encuentra cerrado, la lógica de disparos del transistor de la parte inferior de esa misma rama le indicará que debe estar abierto, y viceversa. Esto es fundamental para evitar cortocircuitos en el inversor. A la hora de diseñar la lógica de disparos de los transistores se tendrá en cuenta el tiempo muerto.

En el esquema se nombra 'Z' a la carga trifásica que conectaremos a nuestro inversor trifásico, para el caso de estudio la consideraremos equilibrada (dado que conectaremos al inversor una máquina eléctrica, por ejemplo, un motor), es decir, que la impedancia de cada fase es equivalente.

El circuito que queda rodeado es el inversor trifásico, y lo podríamos reducir al siguiente diagrama. Será así como se representará en adelante:

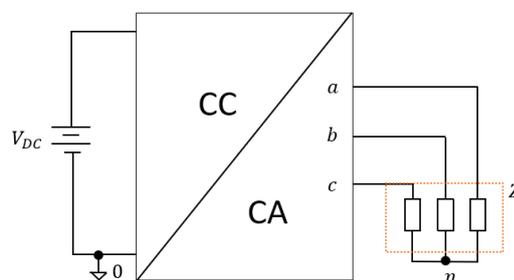


Figura 1.2. Inversor Trifásico Simplificado.

1.2. Inversor trifásico

1.2.1. Funcionamiento general.

Al tratarse de un inversor trifásico, el ángulo de control entre las señales de disparo para cada rama del puente está forzado a ser 120° , esto es así para poder alimentar de manera equilibrada la carga que conectamos al convertidor. Más adelante representaremos las señales de disparo que llegan a cada transistor del puente, teniendo en cuenta que los transistores en una misma rama se complementan, en una simulación propuesta.

El objetivo del inversor trifásico es obtener a la salida un sistema trifásico de tensiones y corrientes partiendo de una batería o fuente de continua. La apertura o cierre de los transistores provocará que se generen distintos niveles de tensión entre cada fase y el neutro (flotante). Debido a la alta frecuencia a la que conmutan los transistores la onda de salida en cada una de las fases, una vez aplicado un filtro a la salida, será aproximadamente senoidal. La calidad de la onda se cuantifica con el THD (Total Harmonic Distortion). En nuestro caso, dado que conectaremos un motor al convertidor, la calidad de la corriente entrante a la máquina será suficientemente buena, ya que el motor posee filtros de corriente (bobinas) a la entrada en cada una de sus fases.

A modo de ejemplo para contrastar los resultados que se esperan procedemos a comprobar, a través de una sencilla simulación en LTSpice (se encuentra en **Anexos LTSpice: "Simulacion_Inversor_Trifásico_No_Modulado.asc"**), los valores de las tensiones que obtenemos en el inversor no modulado. En primer lugar, debemos aclarar cómo se han implementado en este software la lógica de disparos en función de las tensiones de referencia impuestas.

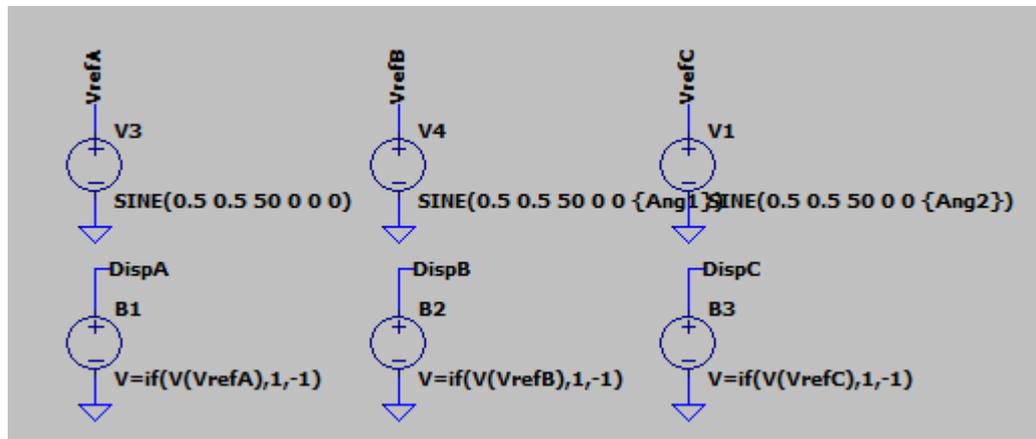


Figura 1.3. Simulación LTSpice Inversor no modulado. Lógica de disparos.

Las tensiones de referencia tienen esta forma:

$$V_{C_A}(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin \omega t$$

$$V_{C_B}(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$V_{C_C}(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right),$$

Con $\omega = 2\pi f$, $f = 50\text{Hz}$

La lógica de disparos se realizará de tal modo que, cuando la señal de referencia correspondiente sea mayor que $1/2$, la señal de disparo será nivel alto, y, en el otro caso, nivel bajo. Estas señales de disparo

hacen conmutar a los transistores del inversor, en este caso se han sustituido por interruptores con el modelo *MYSW*, que acepta parámetros para modelar resistencias en corte y en conducción, así como tensiones de histéresis y umbrales para hacerlo conmutar.

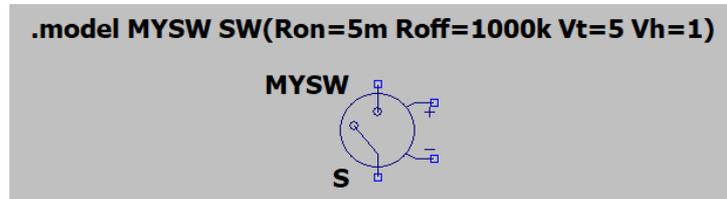


Figura 1.4. Simulación LTSpice Inversor no modulado. Modelo de interruptor.

El circuito propuesto incluye los interruptores (dos en cada rama), la fuente de continua y la carga en cada una de las fases (a, b y c).

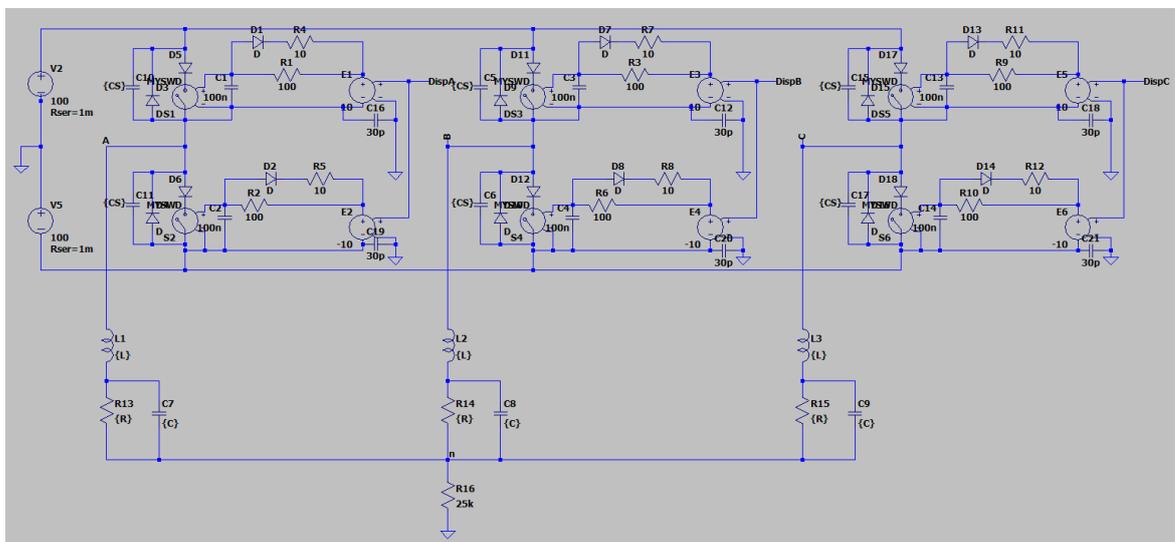


Figura 1.5. Simulación LTSpice Inversor no modulado. Circuito completo.

Toda la lógica de disparos que hacen conmutar a los interruptores debe contar con un mecanismo que evite los tiempos muertos en la conmutación. Es precisamente este fenómeno el que produce un cortocircuito en las tensiones en el puente; se trata de evitar que dos interruptores en una misma rama del puente estén cerrados simultáneamente puesto que provocaría que la fase estuviera conectada a la tensión de la fuente de continua (en el ejemplo serían 200 voltios) y conectada a tierra o cero voltios. Para implementar este método de prevención de tiempos muertos se asignan valores diferentes a las resistencias que controlan la conexión y la desconexión del interruptor ante la acción de la señal de disparo.

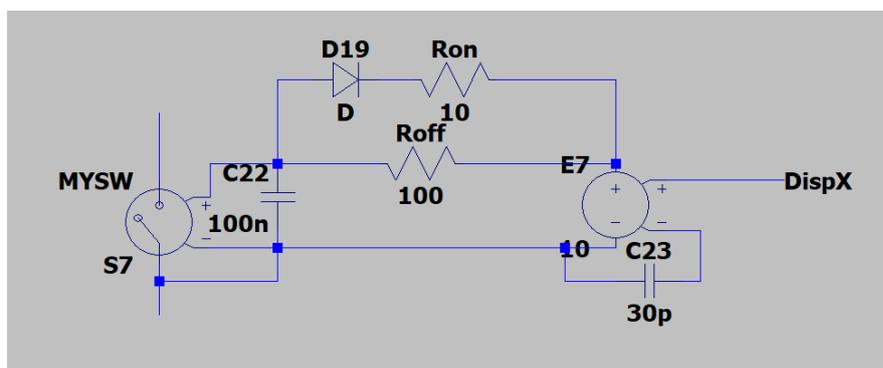


Figura 1.6. Simulación LTSpice Inversor no modulado. Control de tiempos muertos.

Cabe destacar que, para controlar la conexión del neutro con la referencia de tensión (tierra) de la fuente de continua bastará con modificar el valor de la resistencia R_{16} , en caso de que su valor sea pequeño simulará el efecto de un cortocircuito, y quedará unido el neutro a la tierra. En caso de que queramos comprobar las tensiones de fase-neutro nos interesa que este quede flotante y desconectado de la tierra, por lo que asignaremos un valor grande ($R_{16} = 25k\Omega$).

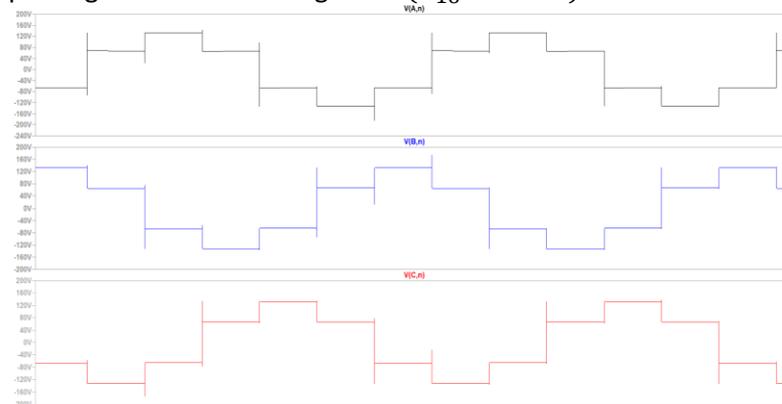


Figura 1.7. Tensión fase-neutro en el inversor no modulado.

Como podemos observar, las ondas están desplazadas 120° (debido al ángulo de control en los disparos de los transistores), y cada onda está restringida a cuatro niveles, estos son $\frac{\pm V_{DC}}{3}$ y $\frac{\pm 2V_{DC}}{3}$. Con el inversor logramos tener tensiones trifásicas a la salida del convertidor, pero no es suficiente para controlar una máquina eléctrica. En general, una máquina eléctrica de velocidad variable es controlada por un inversor trifásico al que se le aplica una modulación en las señales de disparo de los transistores. La carga no afecta a la forma de la onda de la tensión fase-neutro. En este ejemplo la carga RLC toma el valor de $R = 3\Omega$, $L = 5mH$, $C = 10\mu F$.

A continuación, aclararemos qué significa la modulación en un inversor trifásico y por qué nos permite controlar la velocidad de un motor o una máquina eléctrica de alterna en general.

1.2.2. Modulación en el inversor trifásico.

La modulación por anchura de pulso (PWM) nos permite mejorar el contenido armónico de la corriente y tensión de salida. Esto es así porque aleja el contenido armónico de la frecuencia fundamental, que en nuestro caso será la frecuencia de la señal de control. La etapa de filtrado será más sencilla y económica para un mismo THD, por lo que, con un mismo filtro de salida podremos incrementar la frecuencia de disparo de los transistores, mejorando la calidad de la corriente de salida.

Para aplicar esta modulación a los transistores del inversor necesitamos una señal de control (típicamente senoidal) y una señal triangular a una frecuencia que controlará los disparos de los transistores. Combinando estas dos señales podemos generar una lógica de disparo PWM, es decir, cuyo pulso varía en cada periodo de conmutación. Contamos con unas señales de control y triangular similares a las del apartado anterior. Esta vez representamos las señales en Scilab. El fichero para la simulación se encuentra en **Anexos Scilab: "Modulacion_Senoidal_Triangular.sce"**.

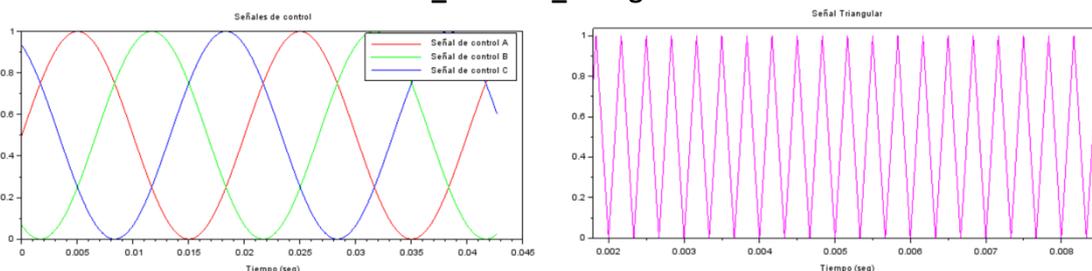


Figura 1.8. Señales de control y triangular del inversor trifásico modulado.

La señal triangular puede ser generada digitalmente como la señal de un contador de tiempo (ascendente-descendente). Su frecuencia dictará la conmutación de los transistores, por lo que la nombramos f_s . Además, podríamos realizar la modulación con señales de dientes de sierra o incluso señales triangulares que oscilen entre $\pm V_{PT}$, en el ejemplo propuesto para la figura 1.8 la señal triangular oscila entre 0 y 1. Para que la modulación sea adecuada, debemos comprobar que el índice de modulación en frecuencia sea superior a 21. Es decir:

$$m_f \geq 21$$

Donde

$$m_f = \frac{f_s}{f_c}$$

En nuestro caso, la frecuencia de conmutación es $f_s = 3 \text{ kHz}$, por lo que la modulación es suficiente.

Otro parámetro que se debe tener en cuenta es el índice de modulación en amplitud, que se define como la relación entre el valor de pico de la señal de control entre el valor de pico de la señal triangular. Este parámetro nunca puede superar la unidad ya que provocaría zonas de distorsión en las que no conmutan los transistores, generando una modulación incorrecta. En nuestro caso, al mantener el valor de pico de ambas señales a la unidad, no tendremos problemas de distorsión.

1.2.3. Ejemplo de aplicación.

Podemos reflejar en una simulación en LTSpice toda la información hasta el momento. Se trata de averiguar si existe alguna diferencia. El circuito en esquemático para la simulación que se realizará a continuación se encuentra en **Anexos LTSpice: "Simulacion_Inversor_Trifásico_Modulado.asc"**.

La lógica de disparos será la siguiente:

$$PWM_A = \begin{cases} 1 & \text{si } V_{control_A} > V_{tri} \\ -1 & \text{si } V_{control_A} < V_{tri} \end{cases}$$

$$PWM_B = \begin{cases} 1 & \text{si } V_{control_B} > V_{tri} \\ -1 & \text{si } V_{control_B} < V_{tri} \end{cases}$$

$$PWM_C = \begin{cases} 1 & \text{si } V_{control_C} > V_{tri} \\ -1 & \text{si } V_{control_C} < V_{tri} \end{cases}$$

Si representamos las señales PWM tras aplicar la lógica descrita sobre las señales representadas en el apartado anterior con una frecuencia de control de 50 Hz y una frecuencia de conmutación de 5kHz obtenemos la siguiente gráfica (PWM_A):

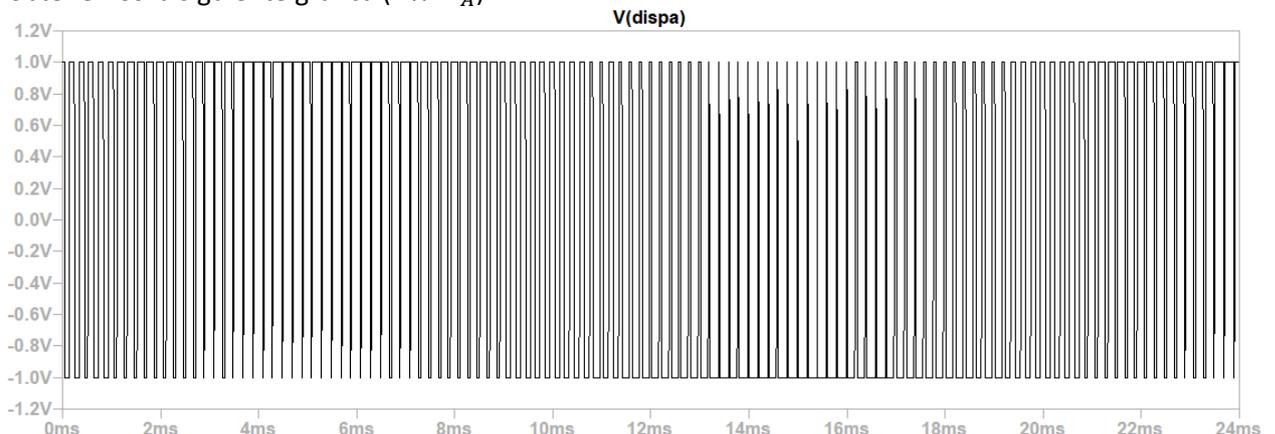


Figura 1.9. Señal PWM del inversor modulado.

Como podemos comprobar, la anchura del pulso en cada periodo de conmutación es diferente, es por esto por lo que obtendremos una tensión de fase diferente respecto del inversor trifásico no modulado. Podemos calcular el valor medio de la tensión V_{A0} si previamente suponemos que la señal de control permanece constante a lo largo de un periodo de conmutación (gracias a que $m_f > 21$) con las siguientes relaciones geométricas:

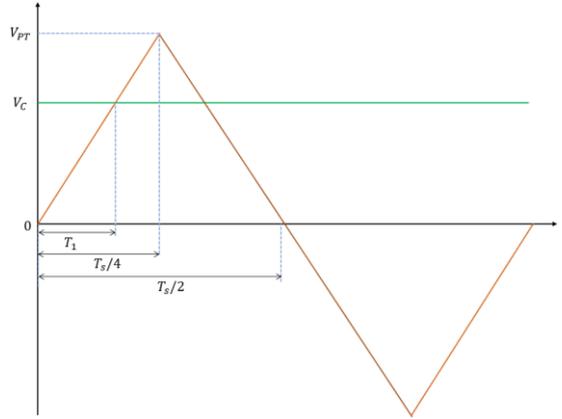


Figura 1.10. Relaciones geométricas en la modulación seno-triangular.

$$\langle \overline{V_{A0}} \rangle_{T_s} = V_{DC} * \frac{2 * T_1 + T_s/2}{T_s} \quad (1)$$

Donde

$$T_1 = \frac{T_s}{4 V_{PT}} * V_c \quad (2)$$

Sustituyendo (2) en (1):

$$\langle \overline{V_{A0}} \rangle_{T_s} = V_{DC} * \left(\frac{V_c}{2 V_{PT}} + \frac{1}{2} \right) \quad (3)$$

Este es el valor de la tensión media entre la tensión de la fase A y la referencia 0, podemos extrapolarlo a cualquier valor de la señal de control en función del tiempo tanto para esta tensión como para las del resto del puente.

$$\begin{aligned} \langle \overline{V_{A0}} \rangle_{T_s} (t) &= V_{DC} * \left(\frac{V_{cA}(t)}{2 V_{PT}} + \frac{1}{2} \right) \\ \langle \overline{V_{B0}} \rangle_{T_s} (t) &= V_{DC} * \left(\frac{V_{cB}(t)}{2 V_{PT}} + \frac{1}{2} \right) \\ \langle \overline{V_{C0}} \rangle_{T_s} (t) &= V_{DC} * \left(\frac{V_{cC}(t)}{2 V_{PT}} + \frac{1}{2} \right) \end{aligned}$$

Además, gracias al modelo promediado del inversor trifásico sabemos que:

$$\begin{aligned} \langle \overline{V_{A0}} \rangle_{T_s} &= V_{DC} * d_A \\ \langle \overline{V_{B0}} \rangle_{T_s} &= V_{DC} * d_B \\ \langle \overline{V_{C0}} \rangle_{T_s} &= V_{DC} * d_C \end{aligned}$$

Donde d_A , d_B y d_C son los ciclos de trabajo de cada rama del puente. Igualando las ecuaciones podemos obtener su valor:

$$\begin{aligned} d_A &= \frac{V_{cA}}{2 V_{PT}} + \frac{1}{2} \\ d_B &= \frac{V_{cB}}{2 V_{PT}} + \frac{1}{2} \\ d_C &= \frac{V_{cC}}{2 V_{PT}} + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Podemos comprobar el valor de las tensiones de fase en la simulación:

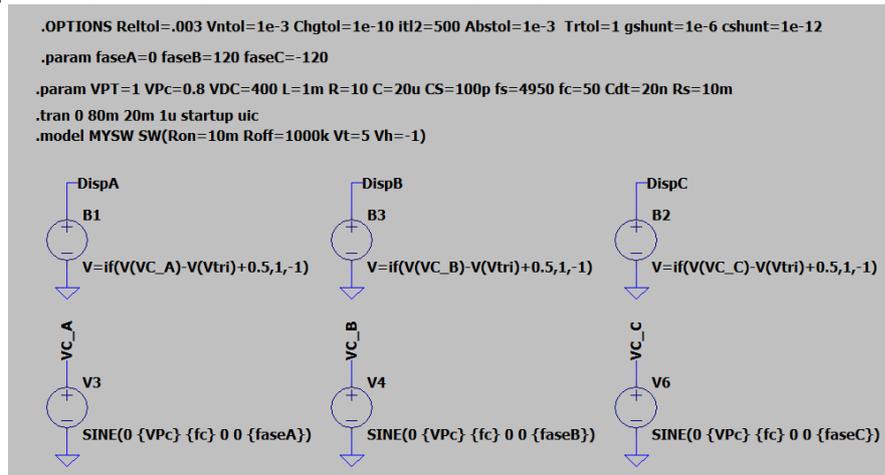


Figura 1.11. Simulación LTSpice Inversor modulado. Señales de disparo.

El circuito completo para la simulación no presenta diferencias con el circuito de la simulación del inversor no modulado, puesto que la diferencia radica en la modulación de las señales de control que se aplican al inversor. Podemos comprobar los resultados teóricos obtenidos con la simulación de las tensiones de fase.

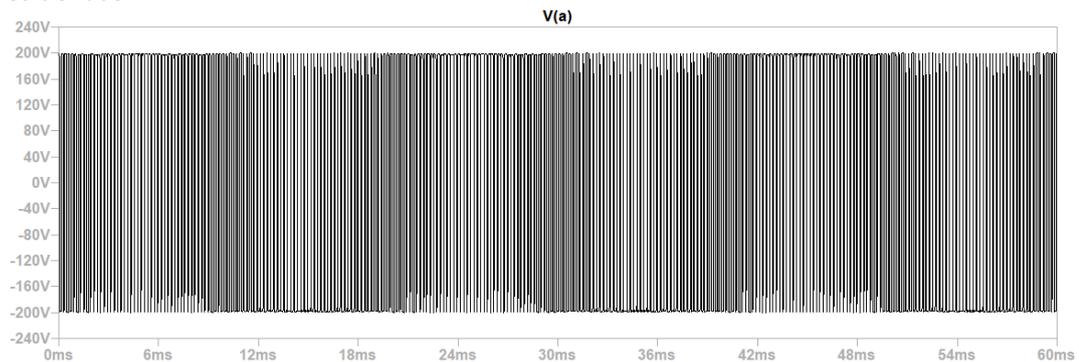


Figura 1.12. Simulación LTSpice Inversor modulado. Tensión de fase.

La tensión de fase está modulada y oscila entre los valores positivos y negativos de la tensión de la fuente de continua, es decir, 200 voltios (en la simulación se indican 400 voltios de continua pero las fuentes se comportan como dos baterías de $VDC/2$ cada una).

1.2.4. Contenido armónico de la señal modulada.

Podemos comprobar el contenido armónico de cualquier señal realizando una FFT (*Fast Fourier Transform*, o Transformada de Fourier Rápida), esta herramienta nos la facilita LTSpice y nos permite visualizar el contenido armónico en décadas, octavas o lineal. Si observamos el contenido armónico de la tensión de fase obtendremos la siguiente figura:

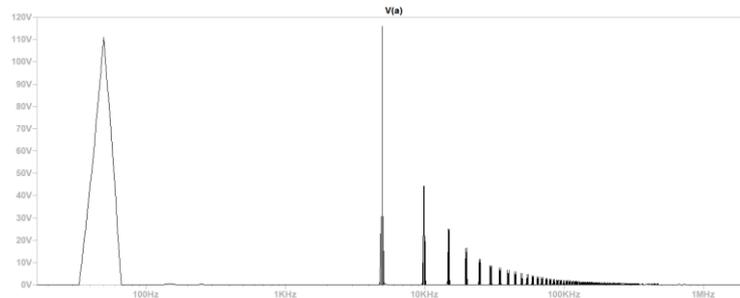


Figura 1.13. Simulación LTSpice Inversor modulado. Contenido armónico.

Podemos comprobar que tenemos un armónico con gran presencia localizado en la frecuencia de control (50Hz), y con un valor de 110.84 Vrms, es decir, 156 V de pico. Además, la señal presenta un contenido armónico elevado a partir de la frecuencia de conmutación y en sus posteriores múltiplos. Este contenido armónico reduce mucho la calidad de la onda y se puede corregir con un filtro pasa bajos. Si filtramos la tensión de línea obtendremos una señal con una calidad mucho mayor.

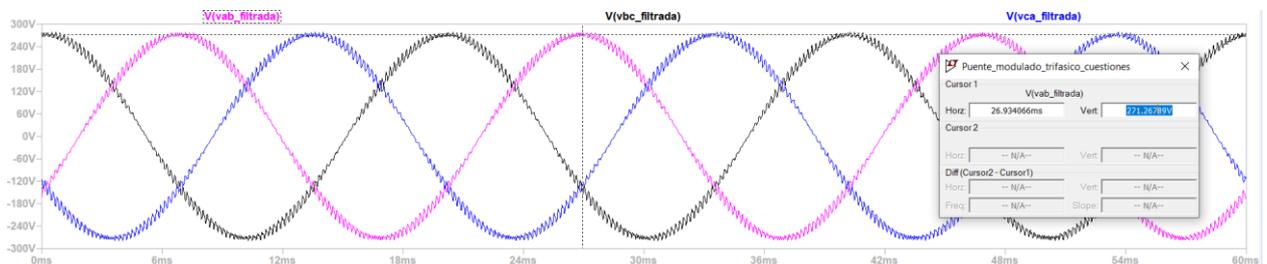


Figura 1.14. Tensiones de fase-neutro en inversor modulado.

Se cumple que $\hat{V}_{línea} = \sqrt{3}\hat{V}_{fase}$, por lo que la tensión de pico de línea debe ser $\sqrt{3} * 156 = 270.2 (V)$. Como podemos comprobar, la simulación se ajusta bastante bien a lo esperado teóricamente.

1.3. Conclusiones

Una vez hemos obtenido los resultados de la aplicación de una lógica de disparo a los interruptores mediante PWM (con modulación senoidal-triangular) y, tras haberlos comparado con la tensión fase-neutro del inversor trifásico no modulado, es evidente que la calidad de la senoidal es mucho mayor. Además, se cumple aquello que esperábamos, esto es, la calidad de la señal de salida es mayor a misma frecuencia de conmutación, por lo que, aplicando un mismo filtro a la salida de ambos circuitos, podemos conmutar los interruptores a una mayor frecuencia, alejando el contenido armónico de alta frecuencia aún más respecto de la frecuencia de control o fundamental.

El objetivo de analizar la respuesta del inversor trifásico ante una modulación senoidal-triangular no es otra que introducir una metodología sobre la que profundizaremos más adelante en este trabajo. Partiremos sobre algunas de las conclusiones obtenidas en este capítulo para dar explicación y contexto a una técnica más extendida en el control de máquinas eléctricas de alterna, esto es, la modulación vectorial o SVPWM (Space Vector Pulse Width Modulation). Aplicando esta modulación al inversor trifásico obtendremos un mayor rendimiento y un rizado en la corriente de salida menor, que mejorará la calidad del par de la máquina una vez la conectemos. Aunque cabe destacar que la disposición en la que conectamos el inversor es con el fin de utilizarlo como una fuente de tensión (con una ganancia K_{PWM}).

Antes de dar comienzo al desarrollo de la modulación SVPWM debemos conocer una serie de herramientas matemáticas que nos permitirán llegar a la realización de técnicas de control para el inversor trifásico.

Capítulo 2. Herramientas Matemáticas.

2.1. Introducción.

En el presente capítulo estudiaremos dos herramientas matemáticas que nos simplificarán la obtención de los desarrollos teóricos necesarios para describir la modulación vectorial, SVPWM en adelante.

Estas dos herramientas son transformaciones matemáticas que aplicaremos sobre los ejes de representación de las magnitudes eléctricas. El objetivo será simplificar el análisis de los vectores que representaremos en dichos sistemas de referencia, y es precisamente a través de su representación geométrica por la cual podremos simplificar los cálculos. La aplicación de estas transformaciones nos permitirá una visualización de unos vectores equivalentes con un número menor de componentes. Estas transformaciones se denominan “Transformada de Clarke” y “Transformada de Park”, y las desarrollaremos a continuación.

2.2. Transformaciones.

2.2.1. Transformada de Clarke.

La transformada de Clarke es una herramienta matemática que nos permite obtener una representación de un sistema trifásico en uno bifásico. También es conocida como la transformada $\alpha\beta$, y son precisamente estas coordenadas complejas (α como componente real y β como componente imaginaria del sistema bifásico) sobre las que proyectamos nuestro sistema trifásico (a, b, c) de tensiones de fase (o corrientes).

Para poder realizar estas proyecciones solo tendremos que representar en el plano el sistema trifásico y realizar algunas operaciones sobre estas.

Se realizarán todos los cálculos sobre un sistema trifásico equilibrado, es decir, distribuido equiespaciado en un plano (desfases entre vectores de 120°) y de igual módulo (amplitud) entre ellos. La expresión de este sistema en el dominio del tiempo quedaría así:

$$\begin{aligned}v_a(t) &= \hat{V} * \cos(\omega t) \\v_b(t) &= \hat{V} * \cos(\omega t - 2\pi/3) \\v_c(t) &= \hat{V} * \cos(\omega t + 2\pi/3)\end{aligned}$$

Los podemos representar como fasores en un plano complejo de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\vec{V}_a &= \hat{V} * e^{j0} \\ \vec{V}_b &= \hat{V} * e^{j2\pi/3} \\ \vec{V}_c &= \hat{V} * e^{-j2\pi/3}\end{aligned}$$

Como podemos observar en la figura 2.1, una vez proyectamos los vectores de nuestro sistema trifásico sobre el plano complejo $\alpha\beta$ podemos determinar las componentes de éstos en dichas coordenadas.

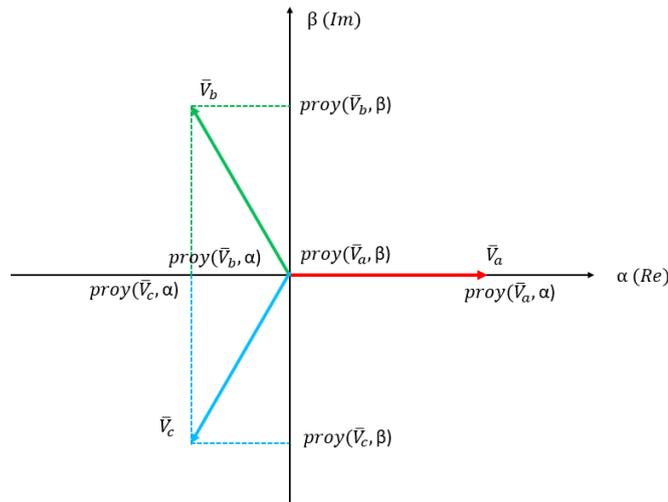


Figura 2.1. Representación del sistema trifásico en el plano $\alpha\beta$.

En coordenadas α :

$$\vec{V}_{\alpha\alpha} = \vec{V}_a$$

$$\vec{V}_{b\alpha} = \vec{V}_b * \cos(2\pi/3)$$

$$\vec{V}_{c\alpha} = \vec{V}_c * \cos(2\pi/3)$$

y en coordenadas β :

$$\vec{V}_{\alpha\beta} = 0$$

$$\vec{V}_{b\beta} = \vec{V}_b * \sin(2\pi/3)$$

$$\vec{V}_{c\beta} = -\vec{V}_c * \sin(2\pi/3)$$

Lo podemos expresar cómodamente en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \\ V_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & \sqrt{3}/2 \\ \gamma & \gamma & \gamma \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

Debemos aclarar unos cuantos términos de la ecuación (1). En primer lugar, debemos multiplicar la matriz de clase $M_{3 \times 3}$ que nos permite realizar la transformación por un factor $k = \sqrt{2/3}$ ya que necesitamos que la transformación sea ortonormal e invariante en potencia, es decir, que la podamos aplicar bilateralmente. Tanto si tratamos de convertir un sistema de los ejes abc- $\alpha\beta$ (Transformada de Clarke) como si pretendemos hacerlo de los ejes $\alpha\beta$ -abc (Transformada de Clarke inversa) es fundamental determinar un valor preciso a la constante de proporcionalidad que no incumpla la invarianza de potencia. Al convertir un sistema en tres ejes (o tres devanados equiespaciados) en uno de dos devanados, es necesario que la variable eléctrica que éstos entreguen sea $\sqrt{3/2}$ mayor que la que entregaría un solo devanado en caso de haber 3. Es por esto por lo que es necesario multiplicar la matriz de transformación por la constante k para asegurar la invarianza en potencia.

En segundo lugar, hemos de añadir una tercera componente al sistema $\alpha\beta$ para permitir que la matriz sea invertible y podamos realizar el camino de vuelta, es decir, traducir todo aquello que

realicemos sobre los ejes $\alpha\beta$ en los ejes abc, que son los que conectamos a la máquina trifásica. Esta componente la podemos llamar homopolar (V_h), ya que es invariante para cada fase (a, b, c).

Podemos implementar este bloque en LTSpice de la misma manera que hemos demostrado anteriormente (**Anexos LTSpice: "abc_alfa_beta.asc"**).

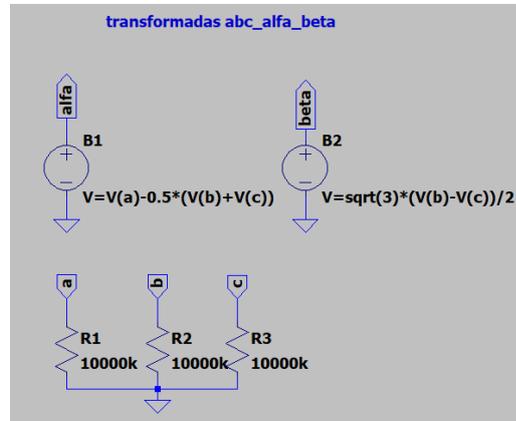


Figura 2.2. Transformada de Clarke LTSpice.

Únicamente necesitamos crear un subcircuito que reciba tres entradas (a, b y c) y que contenga dos salidas (las tensiones en α y β). La transformación es directa entre ellas y la comprobamos a continuación. La transformada de Clarke nos permite reunir toda la información contenida en el sistema abc y representarla en un único vector de coordenadas $\alpha\beta$, de tal manera que si lo proyectáramos sobre cada una de las coordenadas obtendríamos el valor de la magnitud eléctrica (tensión o intensidad) respecto de una única coordenada.

$$\text{proy}(\vec{V}_{\alpha\beta}, \alpha) = \vec{V}_{\alpha}$$

$$\text{proy}(\vec{V}_{\alpha\beta}, \beta) = \vec{V}_{\beta}$$

Para determinar el valor de $\vec{V}_{\alpha\beta}$ debemos proyectar los vectores del sistema abc sobre el plano complejo. Por tanto:

$$\vec{V}_{\alpha\beta}(t) = k * \left[v_a(t) * e^{j0} + v_b(t) * e^{\frac{j2\pi}{3}} + v_c(t) * e^{-\frac{j2\pi}{3}} \right]$$

De nuevo, para mantener la ortonormalidad de los vectores es necesario introducir una constante de proporcionalidad k que lo permita. Desarrollando esta ecuación obtendríamos la siguiente expresión:

$$\vec{V}_{\alpha\beta}(t) = k * \left[\frac{3}{2} \hat{V} * e^{j\omega t} \right]$$

Para que el módulo del vector $\vec{V}_{\alpha\beta}$ coincida con la amplitud del sistema trifásico equilibrado deducimos el valor de $k = 2/3$. $\vec{V}_{\alpha\beta}$ es un vector que gira en el plano $\alpha\beta$ con una velocidad ω , mientras que los vectores del sistema trifásico son estáticos. Al realizar la proyección sobre los ejes complejos obtendremos para cada instante los valores de \vec{V}_{α} y \vec{V}_{β} en función del tiempo para una posición arbitraria.

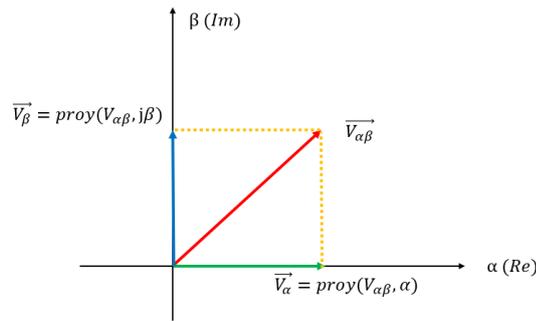


Figura 2.3. Proyecciones sobre $\alpha\beta$.

$$\vec{V}_\alpha = \|\vec{V}_{\alpha\beta}\| * \cos(\omega t) = k * \frac{3}{2} \hat{V} * \cos(\omega t)$$

$$\vec{V}_\beta = \|\vec{V}_{\alpha\beta}\| * \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = k * \frac{3}{2} \hat{V} * \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Podemos realizar una simulación sobre esta transformación para observar su resultado:

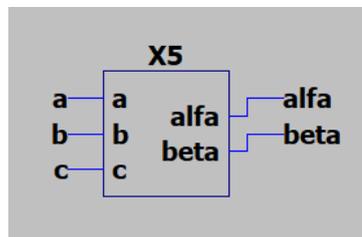


Figura 2.4. Bloque de transformación en LTSpice.

Las tensiones que obtenemos son las siguientes si realizamos una simulación de este bloque con unas señales senoidales de amplitud 1V en las fases 'a', 'b' y 'c'. (La simulación se encuentra en Anexos LTSpice: "Simulacion_abc_alfa_beta.asc").

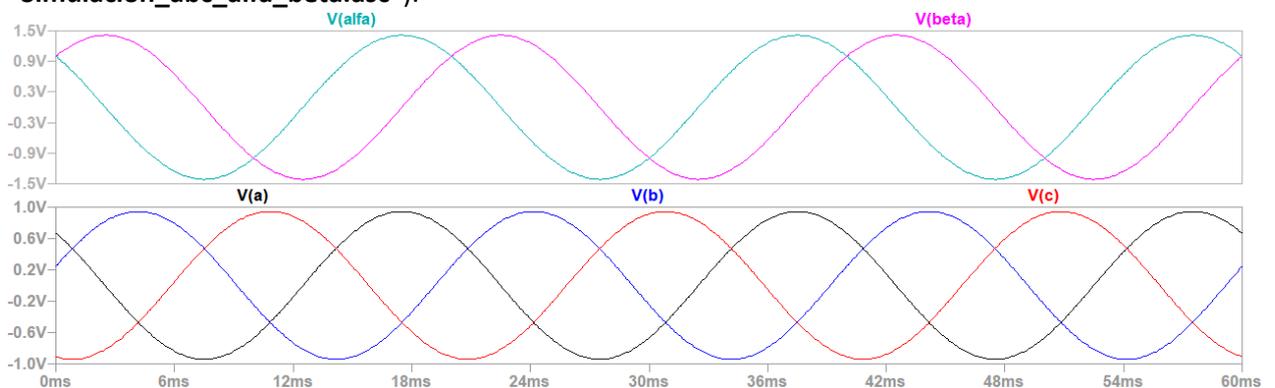


Figura 2.5. Representación de la Transformada de Clarke.

Como se puede observar, la transformación ha sido realizada con una constante $k = \sqrt{2/3}$, ya que las amplitudes no coinciden (para que coincidan debemos multiplicar por $k = 2/3$). Toda la información del sistema trifásico queda definida en los fasores $\alpha\beta$, que, además, son separables, es decir, las ecuaciones no están ligadas. Esto será fundamental para facilitar el control de las corrientes o tensiones del inversor y es uno de los principales motivos por los que se realiza este tipo de transformación en la modulación SVPWM.

2.2.2. Tensión en modo común.

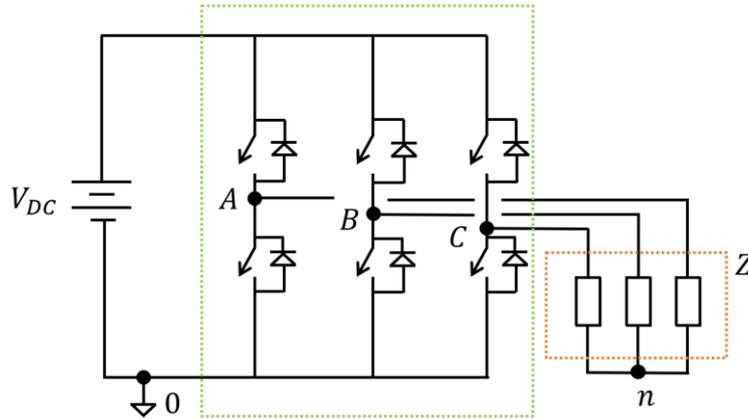


Figura 2.6. Tensiones en el inversor trifásico.

Si realizamos la transformada alfa/beta ($T_{\alpha\beta}$) sobre la tensión entre fase y neutro flotante 'n' en lugar de una transformación sobre la tensión de fase respecto de una referencia 'N' o '0' observaremos que no variará el resultado, esto es:

$$T_{\alpha\beta}\{V_{f0}\} = T_{\alpha\beta}\{V_{fn}\}$$

Esto se debe a que la diferencia entre ambas tensiones se debe únicamente a una componente que denominaremos tensión en modo común. En el inversor trifásico es fácil demostrar que, tras aplicar superposición, existe una componente en modo común entre la referencia '0' y el neutro flotante 'n':

$$v_{nN} = \frac{1}{3}(V_{A0} + V_{B0} + V_{C0})$$

Y con ello podemos relacionar las tensiones referidas a 'N' con aquellas referidas al neutro:

$$v_{an} = v_{aN} - v_{n0}$$

$$v_{bn} = v_{bN} - v_{n0}$$

$$v_{cn} = v_{cN} - v_{n0}$$

Cuando realizamos la transformada de Clarke sobre estas tensiones referidas al neutro se cancela la componente en modo común:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V_{\alpha\beta n}} &= k * \left(v_{an} * e^{j0} + v_{bn} * e^{\frac{j2\pi}{3}} + v_{cn} * e^{-\frac{j2\pi}{3}} \right) \\ \overrightarrow{V_{\alpha\beta n}} &= k * \left(v_{a0} * e^{j0} + v_{b0} * e^{\frac{j2\pi}{3}} + v_{c0} * e^{-\frac{j2\pi}{3}} - v_{n0} * \left(e^{j0} + e^{\frac{j2\pi}{3}} + e^{-\frac{j2\pi}{3}} \right) \right) \\ \overrightarrow{V_{\alpha\beta n}} &= k * \left(v_{a0} * e^{j0} + v_{b0} * e^{\frac{j2\pi}{3}} + v_{c0} * e^{-\frac{j2\pi}{3}} - v_{nN} * (0) \right) \\ \overrightarrow{V_{\alpha\beta n}} &= k * \left(v_{a0} * e^{j0} + v_{b0} * e^{\frac{j2\pi}{3}} + v_{c0} * e^{-\frac{j2\pi}{3}} \right) = \overrightarrow{V_{\alpha\beta 0}} \end{aligned}$$

2.2.3. Transformada de Park.

La transformada de Park, también conocida como transformación $dq0$, es una herramienta que nos permitirá visualizar sobre un sistema de referencia móvil las proyecciones de los vectores en el sistema abc una vez proyectados en el plano complejo.

Se aplica directamente sobre la salida de la transformada directa de Clarke habitualmente, y su objetivo es introducir un sistema de ejes rotatorio de tal manera que, girando solidarios a los fasores \vec{V}_α y \vec{V}_β , consigamos representar los valores de dichos fasores constantes.

La implementación de un bloque capaz de realizar una transformación así no es compleja, ya que lo único que debemos hacer es introducir una matriz de rotación un ángulo Θ , que será el ángulo de giro del rotor de la máquina eléctrica respecto del estátor cuando traslademos los resultados a la aplicación sobre máquinas eléctricas. Podemos modelar esta transformación de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \\ V_h \end{bmatrix}$$

De nuevo, la matriz que genera la transformación debe contemplar una tercera componente homopolar del sistema $\alpha\beta$. Aunque se podría realizar con una transformación M_{2x2} , esta no tendría en cuenta la componente homopolar, que se traslada directamente y solo afecta a la componente V_0 .

La principal utilidad de esta transformación vendrá a la hora de diseñar un sistema de control para el inversor. El hecho de poder utilizar señales de referencia constantes (que nos puede proporcionar el sistema $dq0$) implica que podremos lidiar con el error en estacionario con un sencillo controlador PI (Proporcional Integral). En cambio, si se opta por realizar el control aprovechando las señales generadas por la transformación $\alpha\beta$, que son sinusoidales, el error en estacionario no podrá ser corregido de la misma manera con un controlador PI (dedicaremos un capítulo para la elección del sistema de control, contrastando las distintas opciones posibles para ello).

La transformada de Park puede ser simplificada en un bloque, y constituirá parte de la notación que emplearemos en adelante, en este bloque debemos incluir el ángulo Θ , fundamental para realizar la transformación.

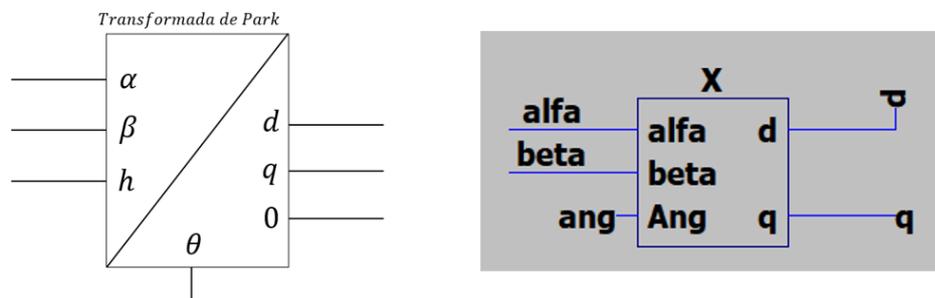


Figura 2.7. Transformada de Park (Bloque) en LTSpice.

2.2.3.1. Ejemplo de aplicación.

Podemos comprobar con una pequeña simulación en LTSpice cómo se visualizan las señales en el sistema $\alpha\beta$ y en el sistema dq a través del bloque de transformación. Internamente, este bloque contiene las ecuaciones que hemos desarrollado anteriormente.

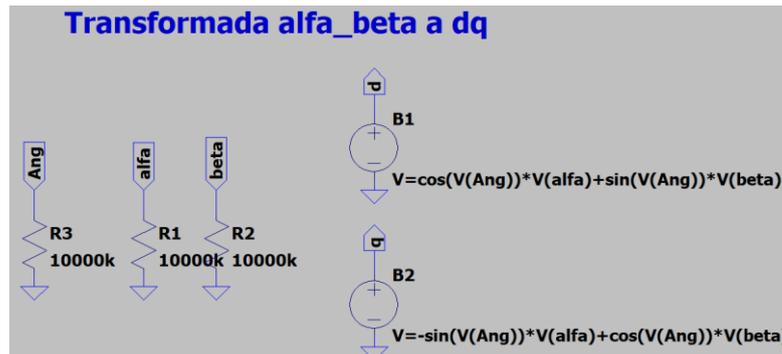


Figura 2.8. Construcción del bloque de transformación $\alpha\beta$ -dq en LTSpice.

Internamente se reciben las señales de entrada “Ang”, “alfa” y “beta” para poder construir las señales de salida ‘d’ y ‘q’. Las fuentes nombradas como “B1” y “B2” aprovechan el valor de las entradas para combinarlas entre sí (**Anexos LTSpice: “alfa_beta_dq.asc”**).

En la figura 2.9 se observa la colocación de los ejes dq (direct y quadrature, o directo y cuadratura) que giran con la misma velocidad angular que el vector espacial $\vec{V}_{\alpha\beta}$. Además, se ha representado en una posición arbitraria, esto es, desfasado un ángulo ϕ respecto del eje d, esto no implica que giren a distinta velocidad, sino que siempre mantienen este desfase debido a que su velocidad es uniforme. En el control de máquinas se persigue que estén alineados, es decir, que $\phi = 0^\circ$, esto es para cancelar una de las componentes del vector espacial con el fin de simplificar los cálculos.

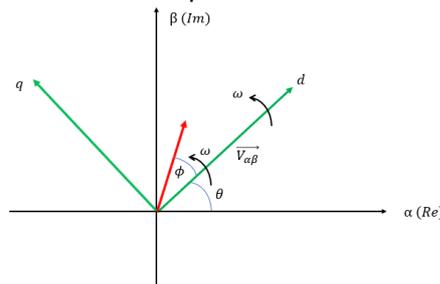


Figura 2.9. Representación de los ejes dq en el plano complejo.

El ejemplo de aplicación se puede comprobar sobre el siguiente circuito. Se trata de realizar la conversión de los ejes ‘abc’ a los ejes ‘dq’. El esquemático para la simulación se encuentra en **Anexos LTSpice: “Simulacion_abc_alfa_beta_dq.asc”**.

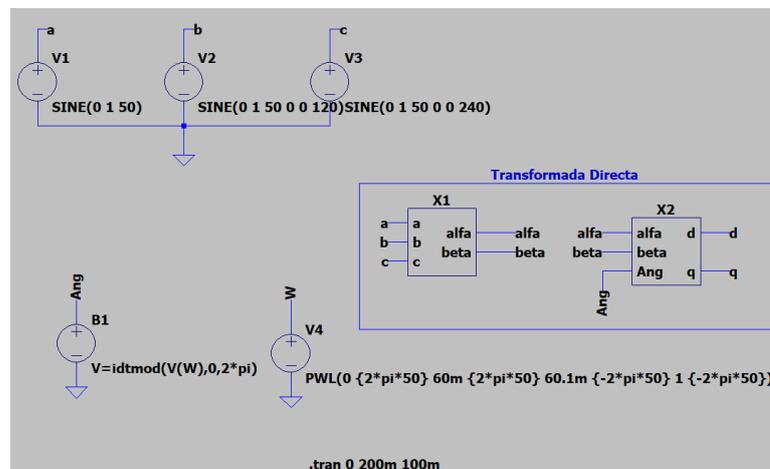


Figura 2.10. Simulación LTSpice. Transformadas.

Las curvas que se obtienen son las siguientes:

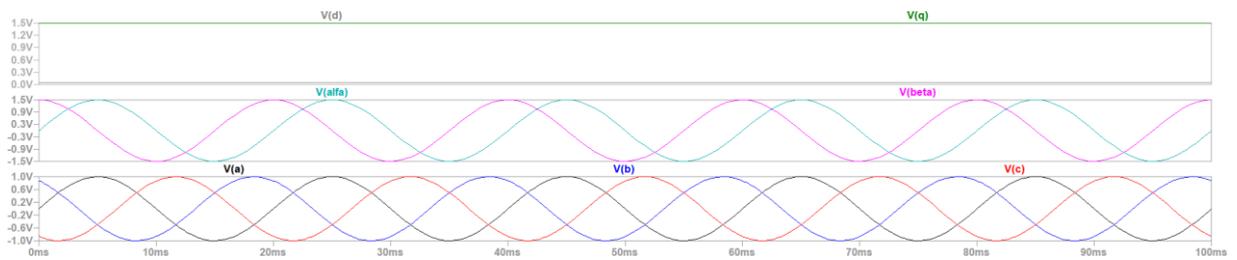


Figura 2.11. Simulación LTSpice. Señales obtenidas.

Como se puede comprobar, los valores de pico de las tensiones abc son la unidad, y los valores de pico de las tensiones $\alpha\beta$ son $\sqrt{2}$ veces mayores que estas últimas. Esto nos permite validar los modelos de los bloques de transformación que se han implementado en LTSpice.

Capítulo 3. Modulación Vectorial SVPWM.

3.1. Introducción

Como pudimos comprobar en el primer capítulo, la modulación sobre las señales PWM en un inversor trifásico nos permiten aprovechar un mayor rango de tensiones que la opción no modulada del inversor. Además, nos permiten obtener una calidad de la corriente (o tensión) de salida mucho mayor, por lo que el proceso de filtrado será más económico y, en el caso de que conectemos al inversor una máquina eléctrica (un motor, por ejemplo), la propia inductancia de cada fase actuará como un filtro suficientemente efectivo como para que el motor pueda funcionar adecuadamente.

Existen muchos tipos de modulación para un inversor trifásico, ya que es el convertidor electrónico más habitual para una máquina eléctrica de alterna. No obstante, la modulación vectorial por ancho de pulso (SVPWM) ofrece una solución que destaca entre el resto. Al término de este capítulo se expondrán los resultados y las conclusiones obtenidas a raíz de ellos con el fin de justificar la utilización de este método de modulación para el control de una máquina eléctrica.

Trataremos de reunir en un bloque, que denominaremos bloque SVPWM, todos los procesos internos para la generación de los ciclos de trabajo PWM en cada rama del inversor trifásico. El objetivo de la modulación SVPWM no es otro que obtener los ciclos de trabajo adecuados en función de la tensión deseada o de referencia.

3.2. Modulación SVPWM.

Para poder realizar una modulación vectorial se requiere del conocimiento de los vectores de \vec{V}_α y \vec{V}_β , que podremos obtener gracias a la Transformada de Clarke sobre el sistema en los ejes abc. El valor de estas tensiones depende directamente sobre el estado de los transistores del puente, en función del número de transistores abiertos o cerrados en un preciso instante determinará la amplitud y el ángulo en coordenadas polares del vector $\vec{V}_{\alpha\beta}$ en el plano complejo. Es por esto por lo que necesitamos realizar un estudio previo contemplando todos los posibles casos de conmutación de transistores en el inversor. Con ello podremos elaborar una tabla en la que sabremos en qué orientación se encuentra el vector en función de los estados de los transistores.

3.2.1. Conmutación de interruptores en SVPWM.

En un inversor trifásico (compuesto por tres medios puentes, que es el inversor más simple) contamos con dos interruptores (transistores ideales) en cada rama, es decir, un total de seis transistores que pueden conmutar en función de la lógica de disparo aplicada. No obstante, no es válida cualquier configuración de disparo, ya que dos transistores de una misma rama deben estar forzados a tener un estado complementario y teniendo en cuenta el efecto del *tiempo muerto*. Con esta restricción nos quedan ocho estados posibles (2^3) ya que contamos con tres ramas de dos interruptores por rama.

En adelante adoptaremos una notación particular para referirnos a las señales de disparo de los transistores, esto es q_A, q_B y q_C . q_A hará referencia a la señal de disparo del primer medio puente (rama A), un transistor recibirá esta señal y el segundo de la misma rama recibirá la complementaria $\overline{q_A}$. q_B servirá para la rama B y q_C para la tercera rama, siguiendo la misma lógica que con el primer medio puente.

Podemos agrupar las combinaciones posibles en una tabla con el fin de obtener las tensiones de fase en cada configuración permitida.

q_A	q_B	q_C
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

Tabla 2. Configuraciones de estados posibles en el inversor trifásico.

A continuación, obtendremos el valor de las tensiones de fase para algunos estados, el resto de ellos se plantean de la misma manera. Comenzando por el primer estado es $(q_A, q_B, q_C) = (0, 0, 0)$.

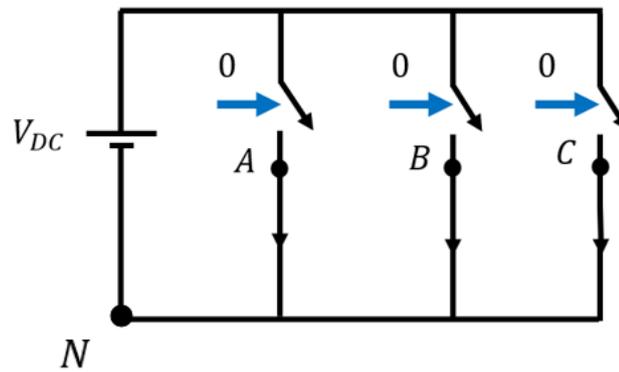


Figura 3.1. Inversor trifásico en estado $(0, 0, 0)$.

$$V_{AN} = V_{BN} = V_{CN}$$

$$\vec{V}_{\alpha\beta} = \frac{3}{2} \left(V_{AN} * e^{j0} + V_{BN} * e^{\frac{j2\pi}{3}} + V_{CN} * e^{-\frac{j2\pi}{3}} \right)$$

$$\vec{V}_{\alpha\beta} = \frac{3}{2} V_{AN} \left(e^{j0} + e^{\frac{j2\pi}{3}} + e^{-\frac{j2\pi}{3}} \right) = \mathbf{0}$$

Para la configuración $(q_A, q_B, q_C) = (0, 0, 1)$:

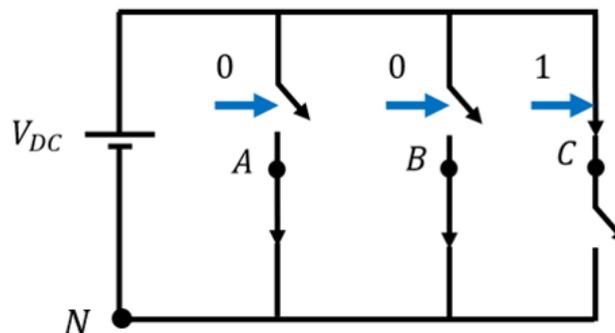


Figura 3.2. Inversor trifásico en estado $(0, 0, 1)$.

$$\begin{aligned}
 V_{AN} &= -V_{DC}; V_{BN} = -V_{DC}; V_{CN} = V_{DC} \\
 \vec{V}_{\alpha\beta} &= \frac{3}{2} \left(V_{AN} * e^{j0} + V_{BN} * e^{\frac{j2\pi}{3}} + V_{CN} * e^{-\frac{j2\pi}{3}} \right) \\
 \vec{V}_{\alpha\beta} &= \frac{3}{2} V_{DC} \left(-e^{j0} - e^{\frac{j2\pi}{3}} + e^{-\frac{j2\pi}{3}} \right) \\
 \vec{V}_{\alpha\beta} &= \frac{3}{2} V_{DC} * e^{-\frac{j2\pi}{3}}
 \end{aligned}$$

Para la configuración $(q_A, q_B, q_C) = (1, 1, 0)$:

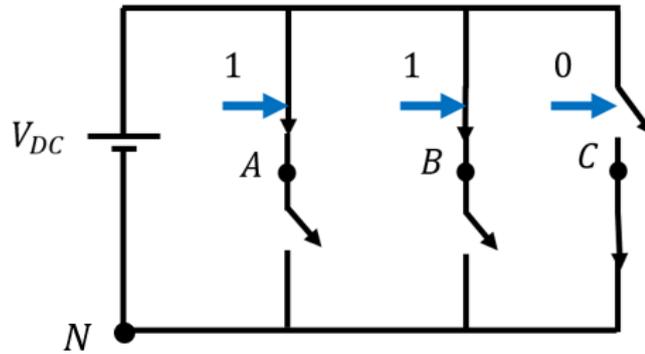


Figura 3.3. Inversor trifásico en estado (1, 1, 0).

$$\begin{aligned}
 V_{AN} &= V_{DC}; V_{BN} = V_{DC}; V_{CN} = -V_{DC} \\
 \vec{V}_{\alpha\beta} &= \frac{3}{2} \left(V_{AN} * e^{j0} + V_{BN} * e^{\frac{j2\pi}{3}} + V_{CN} * e^{-\frac{j2\pi}{3}} \right) \\
 \vec{V}_{\alpha\beta} &= \frac{3}{2} V_{DC} \left(e^{j0} + e^{\frac{j2\pi}{3}} - e^{-\frac{j2\pi}{3}} \right) \\
 \vec{V}_{\alpha\beta} &= \frac{3}{2} V_{DC} * e^{\frac{j\pi}{3}}
 \end{aligned}$$

Por último, para la combinación $(q_A, q_B, q_C) = (1, 1, 1)$:

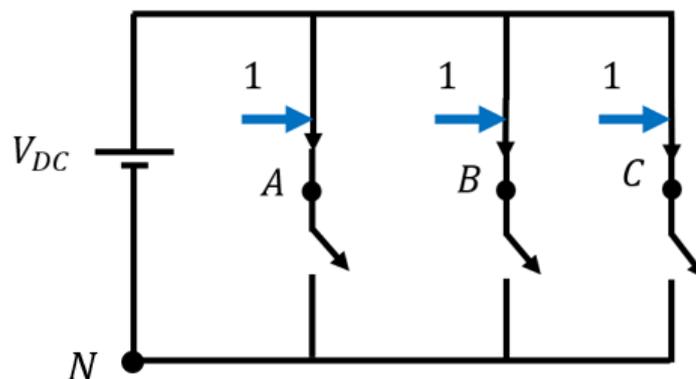


Figura 3.4. Inversor trifásico en estado (1, 1, 1).

$$\begin{aligned}
 V_{AN} &= V_{BN} = V_{CN} \\
 \vec{V}_{\alpha\beta} &= \frac{3}{2} \left(V_{AN} * e^{j0} + V_{BN} * e^{\frac{j2\pi}{3}} + V_{CN} * e^{-\frac{j2\pi}{3}} \right) \\
 \vec{V}_{\alpha\beta} &= \frac{3}{2} V_{AN} \left(e^{j0} + e^{\frac{j2\pi}{3}} + e^{-\frac{j2\pi}{3}} \right) = \mathbf{0}
 \end{aligned}$$

Si reunimos en una tabla todos los valores de las tensiones de fase en función de los posibles estados, así como el valor del vector $\vec{V}_{\alpha\beta}$ y representamos todos los valores que puede adoptar obtenemos lo siguiente:

q_A	q_B	q_C	V_{AN}^*	V_{BN}^*	V_{CN}^*	$\vec{V}_{\alpha\beta}^{**}$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	-1	-1	1	$A * e^{-\frac{j2\pi}{3}}$
0	1	0	-1	1	-1	$A * e^{\frac{j2\pi}{3}}$
0	1	1	-1	1	1	$A * e^{j\pi}$
1	0	0	1	-1	-1	$A * e^{j0}$
1	0	1	1	-1	1	$A * e^{-\frac{j\pi}{3}}$
1	1	0	1	1	-1	$A * e^{\frac{j\pi}{3}}$
1	1	1	1	1	1	0

*Tensiones de fase multiplicadas por V_{DC}

**Amplitud del vector $\vec{V}_{\alpha\beta}$ de $k * \frac{3}{2} \hat{V}$, con $k = \frac{2}{3}$ o $\sqrt{\frac{2}{3}}$

Tabla 3. Valores de tensión para cada estado de conmutación.

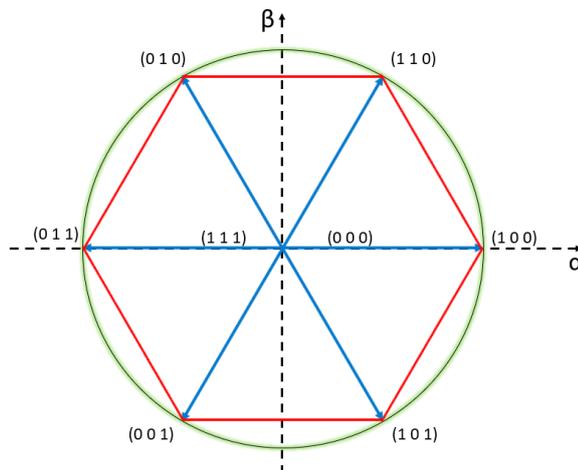


Figura 3.5. Hexágono de los posibles valores de $\vec{V}_{\alpha\beta}$.

Al representar los valores de $\vec{V}_{\alpha\beta}$ en cada estado de conmutación obtenemos un hexágono. El área inscrita en el hexágono representa todos los posibles valores que puede tomar el vector espacial, y, aunque el hexágono está circunscrito por una circunferencia de radio igual al módulo del vector, este no puede tomar cualquier valor de la circunferencia, únicamente puede acceder a los seis valores que componen los vértices del hexágono.

Los estados de conmutación $(q_A, q_B, q_C) = (1,1,1)$, $(0,0,0)$ generan un vector nulo (su amplitud es cero), por lo que se sitúan en el centro de la figura. Estos serán imprescindibles a la hora de obtener cualquier vector que deseemos dentro del hexágono, y la manera de realizar dicho procedimiento se detallará más adelante.

Cabe destacar que cualquier vector no inscrito en el hexágono, pero situado en el interior de la circunferencia no es posible, es decir, para obtenerlo deberíamos incumplir la siguiente ecuación:

$$d_1 + d_2 + d_3 = 1$$

Esta ecuación relaciona el valor de los tres ciclos de trabajo que intervienen en la generación de los vectores inscritos en el hexágono. En principio no es posible generar un vector distinto a los 6 vectores que componen el hexágono, esto se debe a que hay un número finito de estados de conmutación posibles, y hay infinitos vectores arbitrarios inscritos en el hexágono. Para generar un vector cualquiera dentro del hexágono debemos realizar un promedio entre los vectores adyacentes haciendo uso de los ciclos de trabajo d_1 , d_2 y d_3 . A continuación, se presenta un ejemplo de cómo realizar dicho proceso:

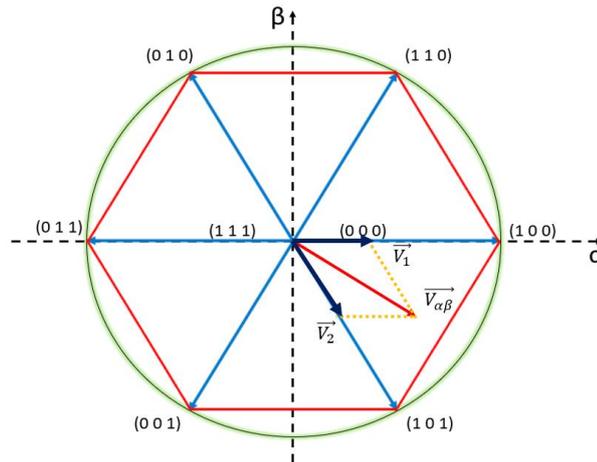


Figura 3.6. Generación de un vector $\vec{V}_{\alpha\beta}$ arbitrario inscrito en el hexágono.

Para generar el vector representado en color rojo (Figura 3.6) que se encuentra en un sector impar (Sector 5, numerados de 0 a 5 comenzando por el sector generado por los vectores (100) y (110)) debemos aplicar el vector \vec{V}_1 durante un tiempo $d_1 T_s$, por otro lado, debemos aplicar el vector \vec{V}_2 durante un tiempo $d_2 T_s$ y, por último, el vector nulo (puede ser (0,0,0) o (1,1,1)) durante un tiempo $d_3 T_s$, donde T_s representa el periodo de conmutación. La elección del vector nulo estará marcada por el vector que menos conmutaciones requiera, en algunos casos será el (0,0,0) y, en otros, el vector (1,1,1). Por tanto, una expresión para generar $\vec{V}_{\alpha\beta}$ sería:

$$\vec{V}_{\alpha\beta} = \vec{V}_1 * d_1 + \vec{V}_2 * d_2 + \vec{V}_3 * d_3$$

Donde \vec{V}_3 es un vector nulo.

Además, siempre se cumplirá:

$$d_1 + d_2 + d_3 = 1$$

Para el ejemplo propuesto los vectores serían $\vec{V}_1 = (1,0,0)$ y $\vec{V}_2 = (1,0,1)$.

No podemos obtener el vector deseado sin antes conocer el valor de los ciclos de trabajo. Los ciclos de trabajo d_1 , d_2 y d_3 no son los que controlan la conmutación de los transistores (esto son d_A , d_B y d_C) sino los que controlan cuánto tiempo se aplican los vectores \vec{V}_1 , \vec{V}_2 y \vec{V}_3 , respectivamente. Cualquier variación sobre los ciclos d_1 , d_2 y d_3 afectará directamente a la conmutación de los transistores, ya que estos aplican distintos vectores del hexágono que están asociados, cada uno de ellos, a una configuración de disparos de los transistores del inversor. Es por esto por lo que para minimizar el número de conmutaciones se debe escoger con criterio qué vector nulo se ha de aplicar, puesto que los vectores \vec{V}_1

y \vec{V}_2 dentro de un sector del hexágono permanecen constantes. En algunas ocasiones interesará utilizar como vector nulo el vector (0,0,0) y, en otras, el vector (1,1,1), como veremos a continuación en base al ejemplo antes propuesto.

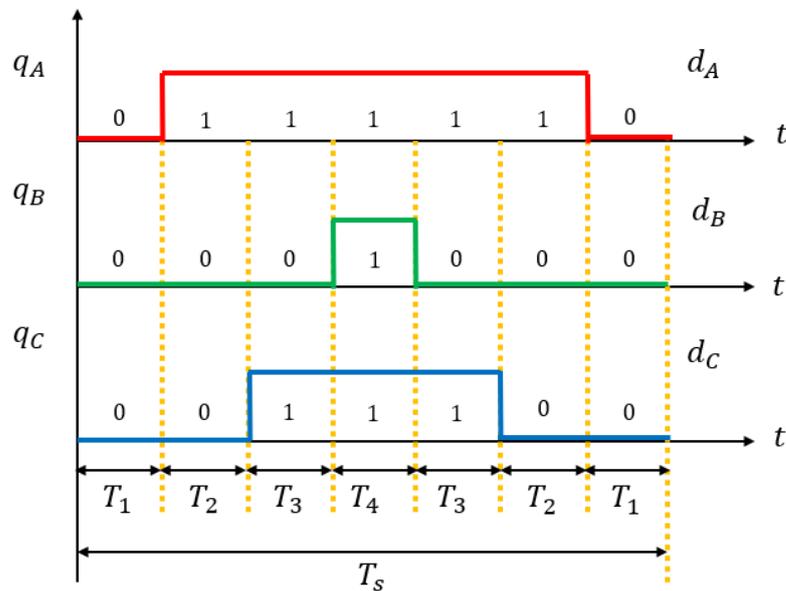


Figura 3.7. Cronograma para la generación de $\vec{V}_{\alpha\beta}$ en un sector impar (5).

3.2.2. Tensión en modo común.

Al comienzo del proceso de generación del vector $\vec{V}_{\alpha\beta}$ partiremos de un estado (0,0,0), y este permanecerá activo durante un tiempo T_1 , inmediatamente después debemos o bien seleccionar una configuración (1,0,0) o bien la configuración (1,0,1), ya que nuestro objetivo es generar un vector promediado entre ambos. Para reducir el número de conmutaciones escogemos el estado (1,0,0) durante un tiempo T_2 , ya que solo requiere la conmutación de una rama del inversor, mientras que si hubiésemos escogido la configuración (1,0,1) se necesitarían dos conmutaciones (partiendo del (0,0,0)).

A continuación, nos interesa cambiar al estado (1,0,1) puesto que necesitaremos aplicar este vector (durante un tiempo T_3) para lograr la referencia buscada. No podremos generarla si conmutamos entre los estados (0,0,0) y (1,0,0). Posteriormente volvemos a pasar por un vector nulo, en este caso, debido a que tratamos de reducir el número de conmutaciones, nos interesa el estado (1,1,1) en lugar del (0,0,0) puesto que solo requiere una conmutación. Éste vector será aplicado un tiempo T_4 .

Por último, realizamos el camino de vuelta con el objetivo de tener una modulación PWM centrada. Los ciclos de trabajo de cada rama (d_A , d_B y d_C) se pueden obtener a partir de este cronograma, para ello debemos calcular la relación entre los tiempos a nivel alto respecto de un período de conmutación completo (T_s), según se indica en la figura. Las expresiones para calcularlos serían así:

$$d_A = \frac{2T_2 + 2T_3 + T_4}{T_s}$$

$$d_B = \frac{T_4}{T_s}$$

$$d_c = \frac{2T_3 + T_4}{T_s}$$

Solo quedaría obtener el valor de cada uno de los tiempos de aplicación de cada vector. Sabiendo que:

$$\vec{V}_{\alpha\beta} = \vec{V}_1 * d_1 + \vec{V}_2 * d_2 + \vec{V}_3 * d_3$$

Deducimos que:

$$T_1 = \frac{d_3}{4} * T_s$$

$$T_2 = \frac{d_1}{2} * T_s$$

$$T_3 = \frac{d_2}{2} * T_s$$

$$T_4 = \frac{d_3}{2} * T_s$$

Recordando que d_1 , d_2 y d_3 representan cuánto tiempo se aplican los vectores \vec{V}_1 , \vec{V}_2 y el vector nulo, respectivamente, en un periodo de conmutación. Podríamos generar los ciclos de trabajo digitalmente (por ejemplo, a través de un microcontrolador), en cambio, para los ejemplos que se propondrán a continuación, la comparación se realiza en el mismo software donde construiremos el circuito completo.

Con estos valores calculados podemos conocer y predecir cuál será el valor medio de la tensión de fase que obtendremos en el inversor. Según el modelo promediado del inversor sabemos que:

$$\overline{V_{a0}} = V_{DC} * d_A$$

$$\overline{V_{b0}} = V_{DC} * d_B$$

$$\overline{V_{c0}} = V_{DC} * d_C$$

Observando el cronograma podemos deducir que:

$$\overline{V_{a0}} = V_{DC} - V_{DC} * 2T_1 = V_{DC} - V_{DC} * \frac{d_3}{2} \quad (1)$$

Mientras que:

$$\overline{V_{b0}} = V_{DC} * T_4 = V_{DC} * \frac{d_3}{2} \quad (2)$$

A modo de recordatorio del primer capítulo y, haciendo referencia a los resultados obtenidos para los valores medios de cada una de las tensiones de fase en un inversor modulado, podemos igualar las ecuaciones para obtener el valor de la señal de control que debemos aplicar para generar la modulación SVPWM.

$$\overline{V_{a0}} = \frac{V_{DC}}{2V_{PT}} * (V_{cA} + V_{CCM})$$

$$\overline{V_{b0}} = \frac{V_{DC}}{2V_{PT}} * (V_{cB} + V_{CCM})$$

Como podemos observar, las señales de control tienen una componente en modo común añadida, con ello pretendemos averiguar qué tensión debemos aportar a la tensión de control (senoidal) para obtener este tipo de modulación en concreto. Particularizando para la modulación senoidal-triangular observábamos que debíamos sumar una tensión de control en modo común $V_{CCM} = 1/2$ para poder modular la tensión de fase con una señal triangular de pico V_{PT} con semiperiodo positivo y negativo. Se trata de averiguar qué tensión en modo común se necesita sumar para que tengamos unas tensiones medias en cada fase iguales a las obtenidas en las ecuaciones (1) y (2).

$$\overline{V_{a0}} = \frac{V_{DC}}{2V_{PT}} * (V_{cA} + V_{CCM}) = V_{DC} - V_{DC} * \frac{d_3}{2}$$

$$\overline{V_{b0}} = \frac{V_{DC}}{2V_{PT}} * (V_{cB} + V_{CCM}) = V_{DC} * \frac{d_3}{2}$$

Al sumar las ecuaciones:

$$V_{DC} = \frac{V_{DC}}{2V_{PT}} * (V_{cA} + V_{cB} + 2V_{CCM})$$

Despejando la tensión en modo común:

$$V_{CCM} = V_{PT} - \frac{1}{2}(V_{cA} + V_{cB})$$

La tensión de control en modo común que obtenemos sólo es válida para este sector (impar), por lo que, a continuación, realizaremos el mismo procedimiento para un sector par, pero omitiendo el desarrollo matemático.

Para un sector par, por ejemplo, el sector 0, comprendido entre los vectores $\vec{V}_1 = (1,0,0)$ y $\vec{V}_2 = (1,1,0)$ obtenemos el siguiente cronograma:

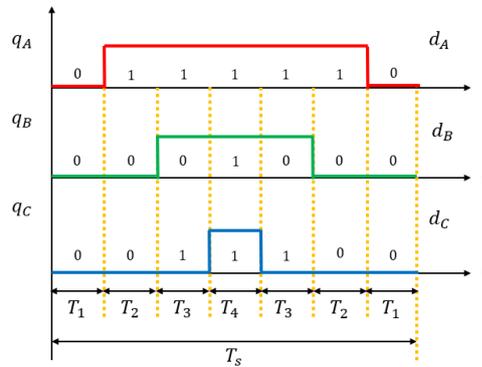


Figura 3.8. Cronograma para la generación de $\vec{V}_{\alpha\beta}$ en un sector par (0).

Observando el cronograma podemos deducir que:

$$\overline{V_{a0}} = \frac{V_{DC}}{2V_{PT}} * (V_{cA} + V_{CCM}) = V_{DC} - V_{DC} * \frac{d_3}{2}$$

Mientras que:

$$\overline{V_{c0}} = \frac{V_{DC}}{2V_{PT}} * (V_{cC} + V_{CCM}) = V_{DC} * \frac{d_3}{2}$$

Al sumar las ecuaciones:

$$V_{DC} = \frac{V_{DC}}{2V_{PT}} * (V_{cA} + V_{cC} + 2V_{CCM})$$

Despejando la tensión en modo común:

$$V_{CCM} = V_{PT} - \frac{1}{2}(V_{cA} + V_{cC})$$

A la vista de este resultado podemos deducir que, para cualquier caso en general, la tensión de control en modo común será:

$$V_{CCM} = V_{PT} - \frac{1}{2}(\max(V_{cA}, V_{cB}, V_{cC}) + \min(V_{cA}, V_{cB}, V_{cC}))$$

Esta señal, sumada a cada una de las señales de control, nos permitirá realizar una modulación vectorial o SVPWM. Podemos relacionar la señal en modo común con la señal de control en modo común a través de una constante que denominaremos K_{PWM} .

$$K_{PWM} = \frac{2V_{PT}}{V_{DC}}$$

En general, esta constante nos permite relacionar el valor de la señal de referencia con la señal de control para cada rama del puente de la siguiente manera:

$$X_{control} = X_{ref} * K_{PWM}$$

3.3. Conclusión.

Como hemos podido comprobar, la modulación SVPWM requiere el conocimiento en todo momento de la tensión de fase del inversor para poder calcular la señal de control en cada rama del puente. Además, esta señal que tomaremos como referencia nos servirá para ubicar en qué sector del hexágono se encuentra el vector $\vec{V}_{\alpha\beta}$, que se obtiene al aplicar la transformada de Clarke sobre las tensiones de fase.

Se podría reducir todo el funcionamiento de la modulación SVPWM en un único bloque que tiene por objetivo generar los ciclos de trabajo adecuados para cada rama del puente (d_A , d_B y d_C) a partir de la tensión de fase que consideraremos una referencia o consigna. El bloque de generación SVPWM adecuará los ciclos apropiadamente para lograr que la tensión de fase real sea igual a la de referencia.

3.3.1. Aprovechamiento de la tensión de línea.

Una de las principales ventajas que nos ofrece la modulación SVPWM es el mayor rango de tensiones de línea que podemos aprovechar para alimentar la máquina eléctrica que posteriormente conectaremos al mismo. En el caso de la modulación senoidal triangular no es difícil comprobar que la mayor tensión de línea que podemos obtener es:

$$V_{línea} = \frac{\sqrt{3}}{2} V_{DC} \sim 0.866 V_{DC}$$

En el caso de la modulación SVPWM la mayor tensión que nos puede proporcionar el inversor se encuentra acotada en el interior del hexágono, y ésta es máxima cuando tenemos la siguiente disposición:

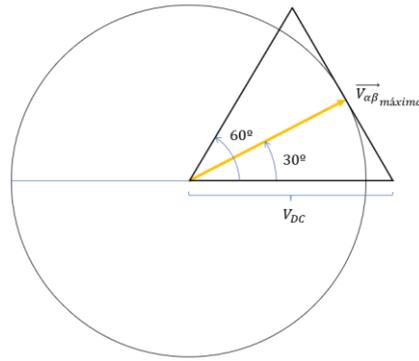


Figura 3.9. Tensión máxima proporcionada por el módulo SVPWM.

En este caso, podemos comprobar que:

$$\vec{V}_{\alpha\beta_{\text{máximo}}} = V_{DC} * \cos(30^\circ)$$

Por otro lado, sabemos que:

$$\vec{V}_{\alpha\beta} = \frac{3}{2} * \hat{V}_{fase}$$

Igualando estas ecuaciones y despejando la tensión de fase (o línea):

$$\vec{V}_{\alpha\beta_{\text{máximo}}} = V_{DC} * \cos(30^\circ) = \frac{3}{2} * \hat{V}_{fase_{\text{máximo}}}$$

$$\hat{V}_{fase_{\text{máximo}}} = \frac{\sqrt{3}}{3} V_{DC}$$

$$\hat{V}_{\text{línea}_{\text{máxima}}} = V_{DC}$$

Gracias a la modulación vectorial podemos aprovechar todo el rango de tensión de la batería para alimentar la máquina eléctrica. Esto supone una mejora del **15.38%** respecto de la modulación senoidal-triangular.

3.3.2. Ejemplo de aplicación.

En el control de un inversor queremos controlar la tensión de fase; para ello podemos medir la corriente que circula por cada una de las fases (i_a , i_b e i_c). Una vez conocemos su valor se trata de regularla de tal manera que la tensión que entregue el circuito sea la que deseamos. Todo lo relativo al control del inversor lo detallaremos en el siguiente capítulo, no obstante, conviene aprovechar el término de este para aclarar todo lo relativo al funcionamiento del inversor y la importancia de las transformaciones estudiadas anteriormente.

En el circuito que planteamos debemos transformar la corriente medida en cada fase a un valor de tensión en el sistema de referencia $\alpha\beta$ con la que podamos, posteriormente, transformarla a los ejes 'd' y 'q' (teniendo en cuenta el ángulo necesario para realizar dicho proceso). Será sobre las tensiones en estos nuevos ejes sobre la que aplicaremos un control, dado que su valor es constante y será más sencillo de controlar.

Una vez tengamos las señales controladas en ejes 'd' y 'q' deberemos realizar el proceso inverso, esto es, devolver estas variables al sistema trifásico en "abc". Será con estas tensiones con las que podremos generar los ciclos de trabajo necesarios a través del bloque que representa a nuestro inversor con los que generaremos las tensiones de fase que deseemos.

Para ello es fundamental manejar con habilidad las transformaciones en cada uno de los sistemas de referencia entendiendo cómo puede afectar un cambio en alguna de ellas sobre el resto. Como hemos mencionado anteriormente, el diseño del controlador se estudiará más adelante. Únicamente nos centraremos por el momento en comprender en detalle el funcionamiento del bloque del inversor, que podemos modelar en LTSpice y con el que podemos obtener señales útiles como ciclos de trabajo para cada una de las ramas. El modelo del bloque es el siguiente (se encuentra en **Anexos LTSpice: “Modulación_SVPWM.asc”**), a la derecha se muestra cómo se representará en adelante:

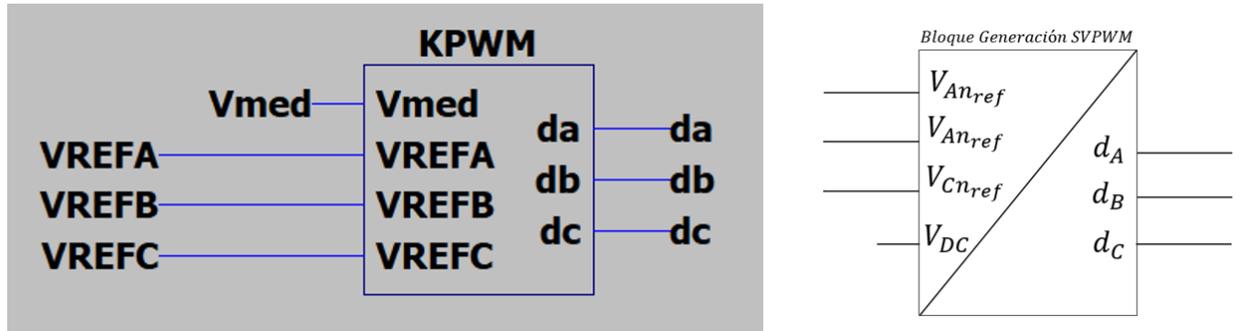


Figura 3.10. Bloque de generación SVPWM.

Internamente, este bloque contiene las ecuaciones que hemos desarrollado anteriormente. Cabe destacar que los ciclos de trabajo (en tanto por 1, a pesar de representarse en milivoltios por la configuración del *plotter* de LTSpice IV) se pueden relacionar con las señales de control a través de la ecuación del modelo promediado del inversor trifásico y de la señal de control para un sistema modulado de este tipo:

$$V_{fase} = V_{DC} * d$$

$$V_{fase} = \frac{V_{DC}}{2} * \left(1 + \frac{V_{control}}{V_{PT}} \right)$$

$$d = \frac{V_{control}}{2V_{PT}} + \frac{1}{2}$$

Una vez determinado el valor de la señal de control según el desarrollo planteado previamente en este capítulo, se pueden obtener los ciclos de trabajo a través de esta sencilla expresión. Podemos continuar con el desarrollo para relacionar la señal de control con el valor de la magnitud de referencia a través de la constante K_{PWM} .

$$d_A = \frac{V_{Anref}}{V_{DC}} + \frac{1}{2}$$

$$d_B = \frac{V_{Bnref}}{V_{DC}} + \frac{1}{2}$$

$$d_C = \frac{V_{Cnref}}{V_{DC}} + \frac{1}{2}$$

Analizando el modelo del bloque en LTSpice observamos lo que se muestra en la siguiente figura y, a continuación, procederemos a explicar cada una de sus funciones por separado.

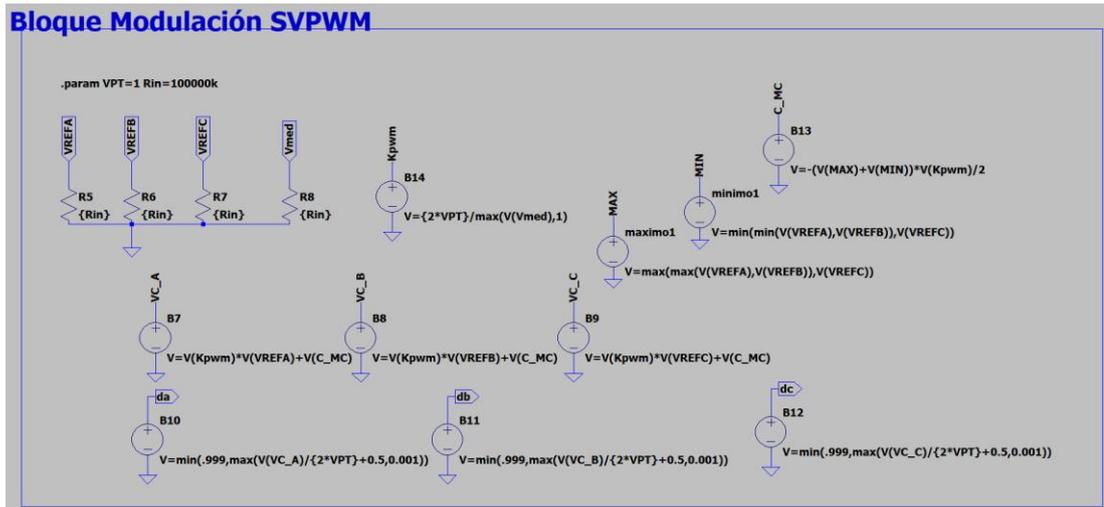


Figura 3.11. Implementación del bloque de generación SVPWM en LTSpice.

Las tensiones de fase que sirven como entradas al bloque sirven para generar las variables “MAX”, “MIN” y “C_MC”. Comenzando por la variable denominada como “MAX”, esta adopta el valor de la tensión de fase mayor en todo momento, mientras que “MIN” adoptará el valor de la menor tensión de fase en todo momento. En cuanto a “C_MC”, no es otra que la tensión de control en modo común. La ecuación se plantea tal y como la hemos obtenido anteriormente.

Para lograr obtener los ciclos de trabajo, que nos sirven como salidas del bloque, primero debemos conocer el valor de las señales de control en cada rama del puente, esto es porque las señales de control dependen de las tensiones de referencia que introducimos al bloque como entradas, y estas, a su vez, influyen en los ciclos de trabajo que deseemos obtener a la salida. Como hemos visto antes, podemos convertir rápidamente entre una tensión de control y una de fase (o referencia, en este caso) si la multiplicamos por una constante que llamamos K_{PWM} , ($K_{PWM} = \frac{2V_{PT}}{V_{DC}}$) y sin olvidar la tensión en modo común, que se suma a las tensiones de control. Podemos comprobarlo en el siguiente ejemplo, accesible desde los **Anexos LTSpice: “Simulacion_Inversor_Trifasico_SVPWM.asc”**.

Con todo esto podemos generar los ciclos de trabajo tal y como expresamos anteriormente:

$$d = \frac{V_{control}}{2V_{PT}} + \frac{1}{2}$$

Podemos observar gráficamente estas señales y comprobar si el bloque funciona adecuadamente. Dado que no entraremos todavía en la obtención de las señales a través del sistema de control, partiremos de un sistema trifásico de tensiones como el siguiente:

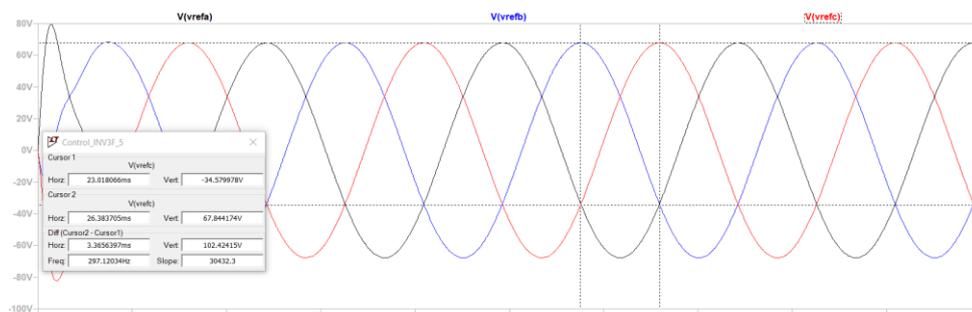


Figura 3.12. Simulación LTSpice Modulación SVPWM. Tensiones de fase.

Capítulo 3. Modulación Vectorial SVPWM.

$$v_{a_{ref}}(t) = 67.9 * \sin(\omega t) (V)$$

$$v_{b_{ref}}(t) = 67.9 * \sin(\omega t - 2\pi/3) (V)$$

$$v_{c_{ref}}(t) = 67.9 * \sin(\omega t + 2\pi/3) (V)$$

Para el cálculo de la tensión de fase máxima y mínima (que realizará internamente el programa) conviene que guardemos los valores para poder realizar el proceso por nuestra cuenta con el fin de comprobar el resultado que nos devuelva el bloque implementado. El valor máximo de la tensión de fase para el instante señalado en la figura 3.13 es 67.84V, y, el mínimo es -34.58V.

Tomando un valor de pico de la señal triangular $V_{PT} = 1V$ y una tensión en continua $V_{DC} = 400V$ (que será V_{MED} para nuestro bloque), entonces podemos obtener el valor de $K_{PWM} = \frac{2}{400} = 0.005$. El bloque se encargará de averiguar en todo momento cuál debe ser el valor de las variables internas "MAX" y "MIN", así como de "C_MC". La tensión en modo común tiene el siguiente aspecto:

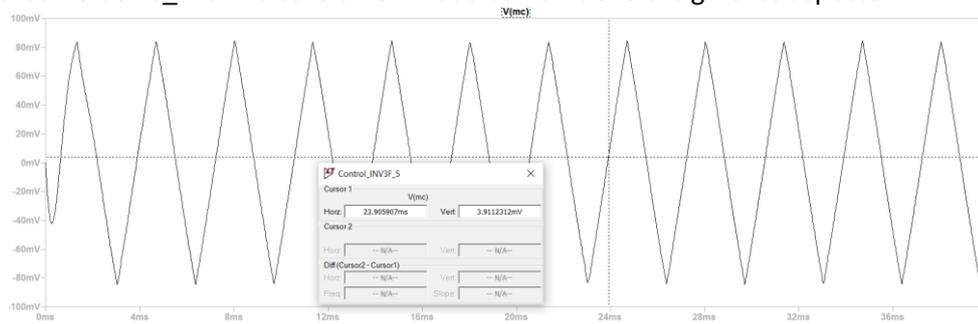


Figura 3.13. Simulación LTSpice Modulación SVPWM. Tensión en modo común.

Como podemos comprobar, en el mismo instante que hemos señalado en la figura 3.13, la tensión en modo común debe valer (según la ecuación demostrada teóricamente):

$$V_{CCM} = V_{PT} - \frac{1}{2} (\max(V_{CA}, V_{CB}, V_{CC}) + \min(V_{CA}, V_{CB}, V_{CC}))$$

$$V_{CCM} = V_{PT} - \frac{K_{PWM}}{2} (\max(V_{CA}, V_{CB}, V_{CC}) + \min(V_{CA}, V_{CB}, V_{CC}))$$

$$V_{CCM} = 1 - \frac{0.005}{2} (67.84 - 34.58) = 0.916V$$

Por tanto:

$$V_{CM} = \frac{V_{CCM}}{K_{PWM}} = 0.00458V = 4.58mV$$

El valor que obtenemos de la simulación es de 3.91mV, por lo que la aproximación es suficientemente buena. Por último, solo resta obtener los ciclos de trabajo que devuelve el bloque, su obtención es directa puesto que ya conocemos todas las variables que intervienen para lograrlos. La forma de onda que presentan los ciclos de trabajo es característica de la modulación vectorial (SVPWM).

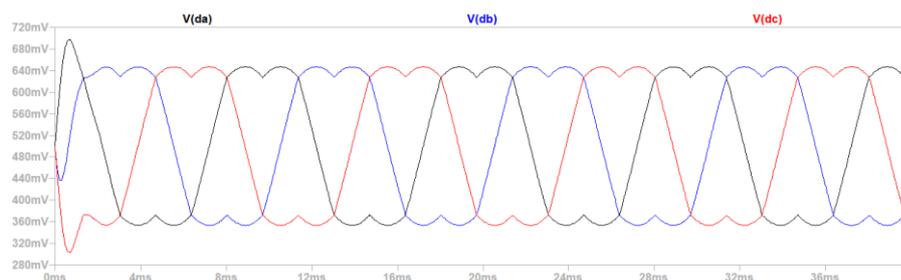


Figura 3.14. Simulación LTSpice Modulación SVPWM. Ciclos de trabajo.

Capítulo 4. Diseño del Sistema de Control.

4.1. Control Feed Forward.

El control Feed Forward es una técnica de control sensible a las perturbaciones del sistema. Su objetivo es anticiparse a una perturbación que pueda tener lugar y corregir la acción de control para compensarla cuando ocurra. Para poder implementar un sistema así debemos conocer previamente las perturbaciones que pueden afectar al sistema (planta). Su uso está muy extendido en el control de motores eléctricos DC debido a la capacidad de anticipación que nos ofrece debido a que las perturbaciones que afectan al sistema (ya sea el control de velocidad, posición o par) son generalmente conocidas.

Un ejemplo de las perturbaciones que se deben conocer previamente a la realización de un control Feed Forward en un motor DC serían, entre otras, la detección de una pendiente inclinada o declinada sobre la que gire el motor. En este caso debemos ser capaces de detectar un cambio en la inclinación de la carretera, y esto es posible mediante la implantación de sensores que midan la velocidad del motor. Cuando esta se incrementa nos indicará que se acerca un tramo de inclinación positiva, y el controlador se deberá anticipar para proporcionar una salida adecuada para permitir al motor mantener la misma velocidad (incrementar la corriente que llega al motor). Este sería solo un ejemplo del control Feed Forward en un motor DC, para ello es fundamental y necesario conocer las perturbaciones posibles.

El esquema general de un controlador Feed Forward en lazo abierto sería el siguiente:

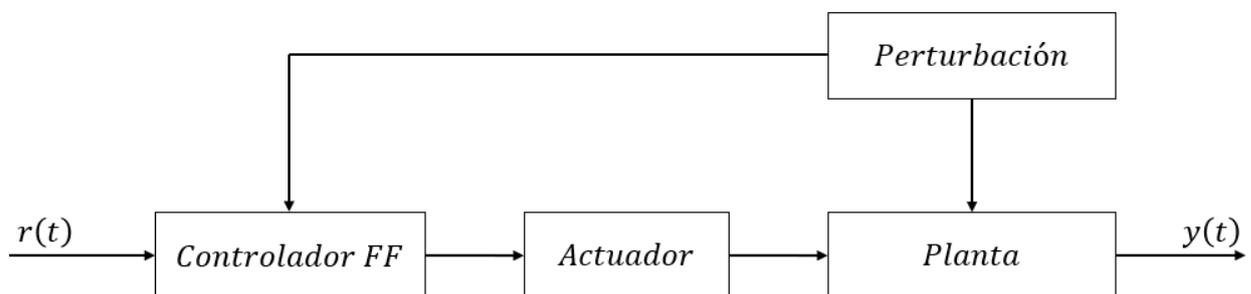


Figura 4.1. Control FeedForward en lazo abierto.

El controlador Feed Forward dispuesto en el esquema de la figura 4.1 no nos proporciona las ventajas que obtendríamos de un lazo cerrado. En esta disposición no podemos actuar con precisión y de manera constante sobre la salida con el fin de que siga la referencia impuesta 'r'.

Es por esto por lo que se implementa en un lazo cerrado acompañado de un lazo Feed Back (controlado por un controlador PID genérico) para dotar a nuestro sistema de control de las ventajas de los sistemas Feed Forward y los sistemas Feed Back que acostumbramos a manejar típicamente. Este esquema combinando ambos sistemas de control se representa según la figura 4.2.

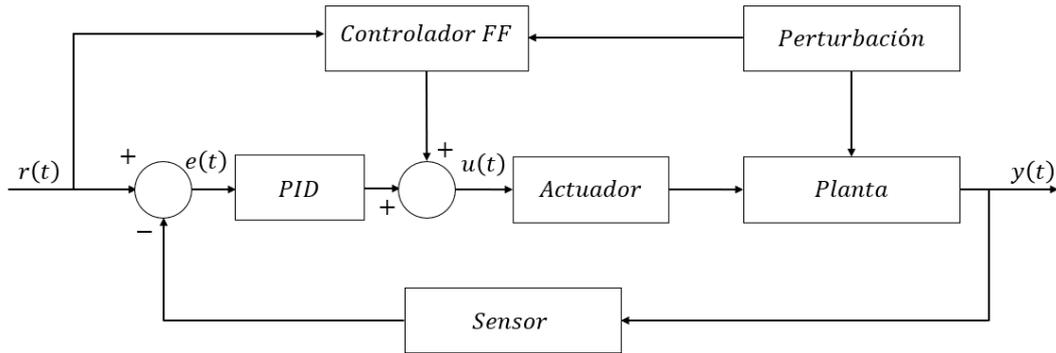


Figura 4.2. Control Feed Forward + Control Feed Back.

Con este modelo introducimos la realimentación al controlador Feed Forward, corrigiendo uno de sus principales defectos, no obstante, seguirá siendo necesario el conocimiento previo de las perturbaciones posibles que puedan afectar al sistema.

Para el caso de estudio en particular trataremos de aplicar un control Feed Forward anticipativo a las perturbaciones combinándolo con un control Feed Back PID, con la intención de realimentar la salida y conseguir que esta siga la consigna o referencia que se desee. Se adjuntará información completa sobre la obtención de los bloques que hemos presentado en la figura 4.2 en **Anexos Scilab: "Control_Feed_Forward.zcos"**.

4.2. Control sobre el Inversor Modulado.

El objetivo del trabajo es el modelado y el control de una máquina eléctrica de alterna. Será en este capítulo donde se detallarán todos los aspectos relativos al control de la máquina a través del inversor trifásico que conectaremos a esta. Como ya hemos podido comprobar en el capítulo anterior, el inversor trifásico nos proporcionará una tensión que llegará posteriormente al motor. Será precisamente el control sobre la corriente o la tensión de fase lo que nos permitirá controlar la máquina.

A través de la modulación SVPWM podemos obtener unos ciclos de trabajo que llegarán al puente trifásico y con ello lograremos un mayor rango de valores de tensiones respecto a la proporcionada por la fuente de continua, y esto nos permite alcanzar un mayor rango de velocidades del motor bajo una misma alimentación en continua, incrementando el rendimiento del inversor.

Para implantar un control preciso y estable sobre el inversor necesitamos una realimentación de la salida. Para ello necesitaremos dispositivos capaces de medir la corriente en cada una de las fases y aplicar un control PID con el objetivo de seguir una consigna deseada. Una de las complicaciones a la hora de diseñar el sistema de control será establecer una referencia para el mismo. La referencia podría provenir de una corriente deseada y representada en el sistema abc, en el sistema $\alpha\beta$ o en el sistema dq. Aunque podemos relacionar cada uno de los sistemas de referencia a través de las transformaciones previamente descritas (véase Capítulo 2: Herramientas Matemáticas), el lazo de control no será el mismo teniendo en cuenta que la referencia podría ser senoidal (ya sea en el sistema abc con cada una de las tres fases ligadas entre sí, o en el sistema $\alpha\beta$ con dos sistemas separables o independientes entre sí) o bien constante, como podría ser una corriente expresada en el sistema dq.

El motivo principal del uso de la transformación dq será que podremos realizar el control Feed Back con él, esto es, tendremos que diseñar un sistema capaz de controlar una referencia en el sistema dq, que será constante. Si tratáramos de realizar el mismo procedimiento aprovechando una señal

senoidal (ya sea proporcionada por el sistema abc o $\alpha\beta$) no podríamos asegurar un error en estacionario nulo, se debería implementar en su lugar un controlador PI resonante.

4.2.1. Ejemplo de aplicación. Sintonización PI.

A continuación, se mostrará un ejemplo a modo de comparación entre las distintas señales de referencia que podemos introducir en nuestro lazo de control. Para ello implementaremos un lazo de control sencillo y comprobaremos, tras haber sintonizado el controlador PI, el efecto de una señal de referencia constante y, en otro caso, el de una referencia senoidal. El lazo que se propone es de gran importancia para el control del inversor trifásico, puesto que trataremos de controlar la corriente del este.

Para este lazo de control la referencia podría ser constante (si la corriente se toma del sistema de referencia "dq") o senoidal (si se toma del sistema de referencia $\alpha\beta$). En cualquier caso, el lazo de control comparte la misma estructura. Se ha implementado en Scilab, con el fin de verificar las diferencias entre las distintas señales de entrada a nuestro sistema. A continuación, se muestra el lazo de control que se pretende simular:

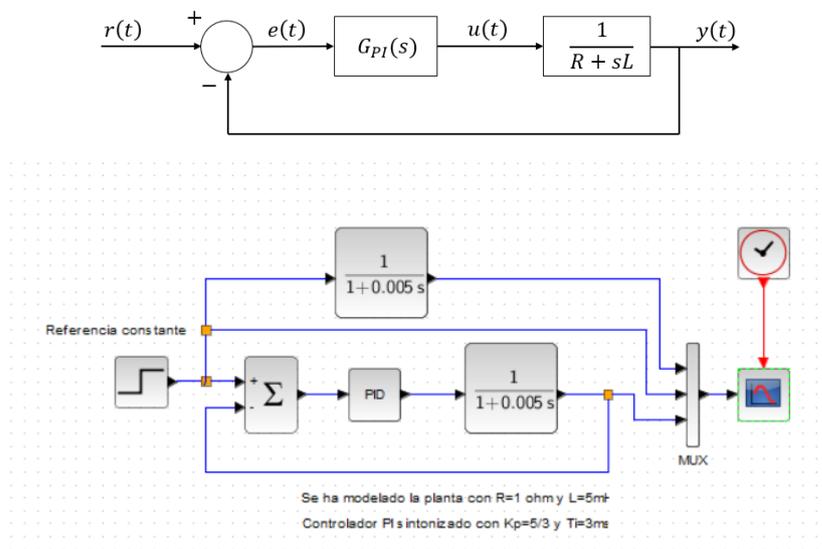


Figura 4.3. Lazo de control. Sintonización del controlador PI.

La función de transferencia de la planta es de primer orden, con una ganancia $k = 1$ y $\tau = 0.05s$. Para la sintonización del controlador se ha optado por un método de sintonía analítico (asignación de polos) puesto que la función de transferencia de la planta es conocida. Consiste en determinar la función de transferencia del controlador imponiendo que la respuesta debe adoptar la forma que se indique. Para ello imponemos que la respuesta del sistema sea de primer orden y con la siguiente forma:

$$M(s) = \frac{1}{\tau_1 s + 1}$$

A partir de la ecuación que nos relaciona la salida en función de la entrada (en lazo cerrado), podemos despejar la función de transferencia del controlador:

$$M(s) = R(s) \frac{G_{PI}(s)G(s)}{1 + G_{PI}(s)G(s)}$$

$$G_{PI}(s) = \frac{M(s)}{G(s)(1 - M(s))}, \quad R(s) = \frac{1}{s}$$

Si introducimos las funciones de transferencia de la planta y la respuesta que deseamos obtener podemos deducir la forma que debe tener el controlador.

$$G_{PI}(s) = \frac{1}{\frac{1}{\tau s + 1} \left(1 - \frac{1}{\tau_1 s + 1}\right)}$$

$$G_{PI}(s) = \frac{1}{\frac{\tau_1 s + 1}{\tau_1 s} (\tau_1 s + 1)} = \frac{1}{\tau_1} \left(\frac{1 + \tau s}{s}\right) = \frac{\tau}{\tau_1} \left(\frac{1}{\tau s} + 1\right)$$

Podemos asemejar esta función de transferencia a la de un controlador PI con:

$$k_p = \frac{\tau}{\tau_1} \text{ y } T_i = \tau$$

Solo resta dar valores a las constantes de tiempo y simular. Dado que $\tau = \frac{L}{R}$ de la función de transferencia de nuestra planta, si escogemos un valor de $R = 1\Omega$ y $L = 5mH$ obtendremos una constante de tiempo $\tau = 5ms$. Por otro lado, sabiendo que la respuesta del sistema en lazo abierto es de primer orden con un tiempo del 63% que coincide con la constante de tiempo de la función de transferencia, es lógico que, tras aplicar el controlador queramos que ese tiempo se vea reducido, es por esto por lo que imponemos que la constante de tiempo de la respuesta del sistema $\tau_1 < \tau$, por ejemplo, $\tau_1 = 3ms$.

En este caso obtenemos unos valores del controlador de $k_p = \frac{\tau}{\tau_1} = \frac{5ms}{3ms} = 5/3$ y $T_i = 5ms$. Solo nos queda comprobar con la simulación si la salida cumple las condiciones impuestas.

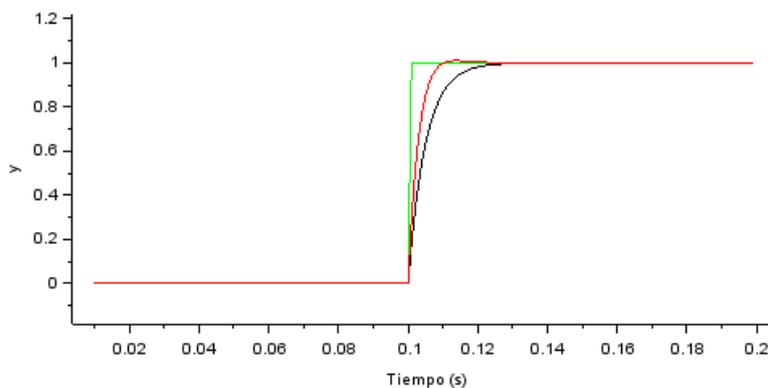


Figura 4.4. Lazo de control. Comprobación de la simulación en Xcos.

La señal de referencia constante (escalón unitario) se puede observar en color verde, la respuesta del sistema en lazo abierto se representa en color negro y, la respuesta tras aplicar un lazo de control PI realimentado se muestra en color rojo. A la vista de este resultado podemos afirmar que la sintonización del controlador PI es válida y nos permite obtener una salida más rápida para un mismo sistema. A cambio, el hecho de introducir un controlador nos afecta en cuanto a que aumentamos el tipo de sistema (pasa a ser de segundo orden), esta es la causa de la aparición de un pequeño sobreimpulso no deseado.

Podemos realizar el mismo procedimiento para comprobar el resultado que nos genera una señal de referencia senoidal, se muestra el lazo de control y, a continuación, los resultados:

Capítulo 4. Diseño del sistema de control.

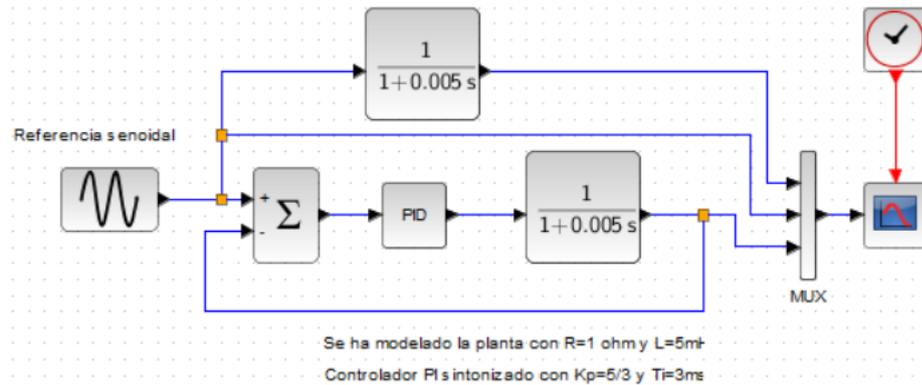


Figura 4.5. Lazo de control con referencia senoidal.

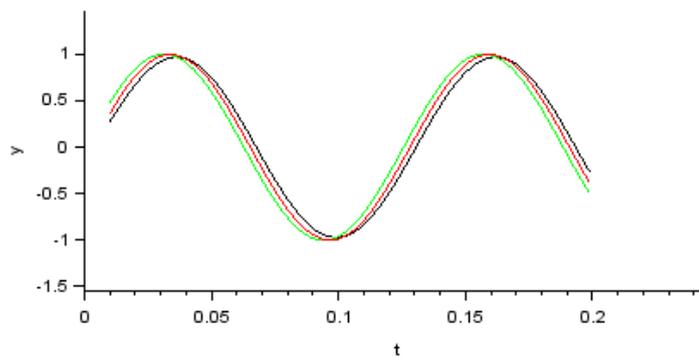


Figura 4.6. Lazo de control con referencia senoidal. Comprobación de la simulación en Xcos.

A la vista de los resultados (que siguen el mismo patrón de colores) podemos comprobar que el error en estacionario nunca se elimina, es decir, la señal de salida nunca es capaz de seguir a la referencia y se adelanta constantemente. Para la generación de la señal senoidal se ha tomado una frecuencia de 50Hz y una amplitud de unidad.

A modo de conclusión se puede afirmar que un mismo controlador nos permite obtener un error nulo en caso de que la señal de referencia sea constante o un error finito y permanente en caso de que se trate de una senoidal. Es por esto por lo que resulta fundamental el uso de las transformaciones sobre los sistemas de referencia.

Para nuestro caso de estudio en particular, nuestra referencia será la corriente en el sistema de referencia dq, ya que tendrá un valor constante. Para ello tendremos que medir la corriente que circula por cada una de las líneas que llega a la máquina eléctrica, luego tendremos que convertir esa señal (en ejes abc) a un sistema de referencia $\alpha\beta$ a través de la transformada de Park. Posteriormente podremos separar las ecuaciones obteniendo dos sistemas separados e independientes que podremos controlar y, por último, realizaremos la transformada de Park a la corriente en $\alpha\beta$ para lograr que tenga un valor constante antes de introducirla al sistema de control con el objetivo de tener un sistema de control exacto con un simple controlador PI.

Partiendo de un sistema de tensiones de fase trifásico en abc:

$$\begin{aligned}v_a &= \hat{V} * \sin(\omega t) \\v_b &= \hat{V} * \sin(\omega t - 2\pi/3) \\v_c &= \hat{V} * \sin(\omega t + 2\pi/3)\end{aligned}$$

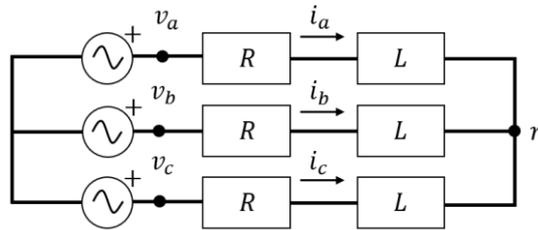


Figura 4.7. Esquema eléctrico a la salida del inversor trifásico.

Podemos relacionar la tensión con la corriente a través de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} v_{an} &= R * i_a + L * \frac{d}{dt} i_a \\ v_{bn} &= R * i_b + L * \frac{d}{dt} i_b \\ v_{cn} &= R * i_c + L * \frac{d}{dt} i_c \end{aligned}$$

Para transformarlo al sistema de referencia $\alpha\beta$ tomaremos:

$$\vec{V}_{\alpha\beta} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(v_{an} * e^{j0} + v_{bn} * e^{\frac{j2\pi}{3}} + v_{cn} * e^{-\frac{j2\pi}{3}} \right)$$

Una vez obtenido solo debemos separarlo en \vec{V}_α y \vec{V}_β , y nos queda el siguiente sistema de ecuaciones desacopladas con las que podremos construir la planta de nuestro sistema:

$$\begin{aligned} \vec{V}_\alpha &= R * \vec{i}_\alpha + L * \frac{d}{dt} \vec{i}_\alpha \\ \vec{V}_\beta &= R * \vec{i}_\beta + L * \frac{d}{dt} \vec{i}_\beta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_\alpha(s) &= \frac{1}{R + sL} * V_\alpha(s) \\ I_\beta(s) &= \frac{1}{R + sL} * V_\beta(s) \end{aligned}$$

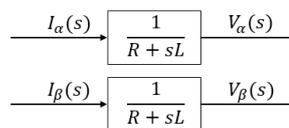


Figura 4.8. Función de transferencia de la planta a controlar.

Una vez obtenida la planta podremos construir el lazo de control para el control de la corriente del motor:

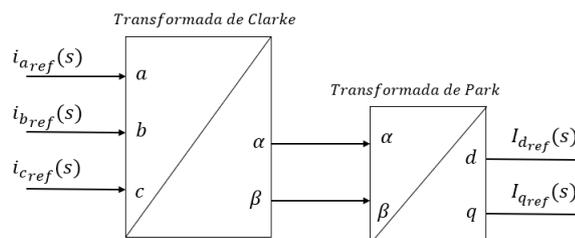


Figura 4.9. Sistema de control (I).

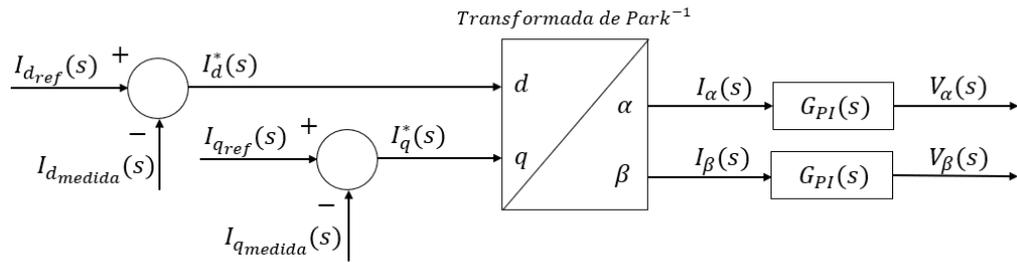


Figura 4.10. Sistema de control (II).

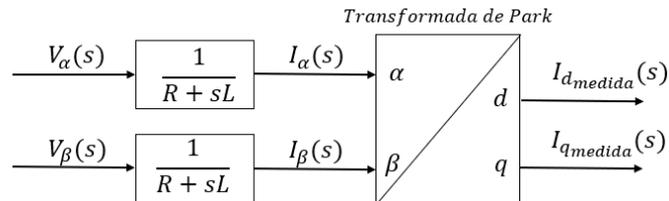


Figura 4.11. Sistema de control (III).

En conjunto, el lazo de control completo quedaría tal y como se presenta en la figura 4.12.

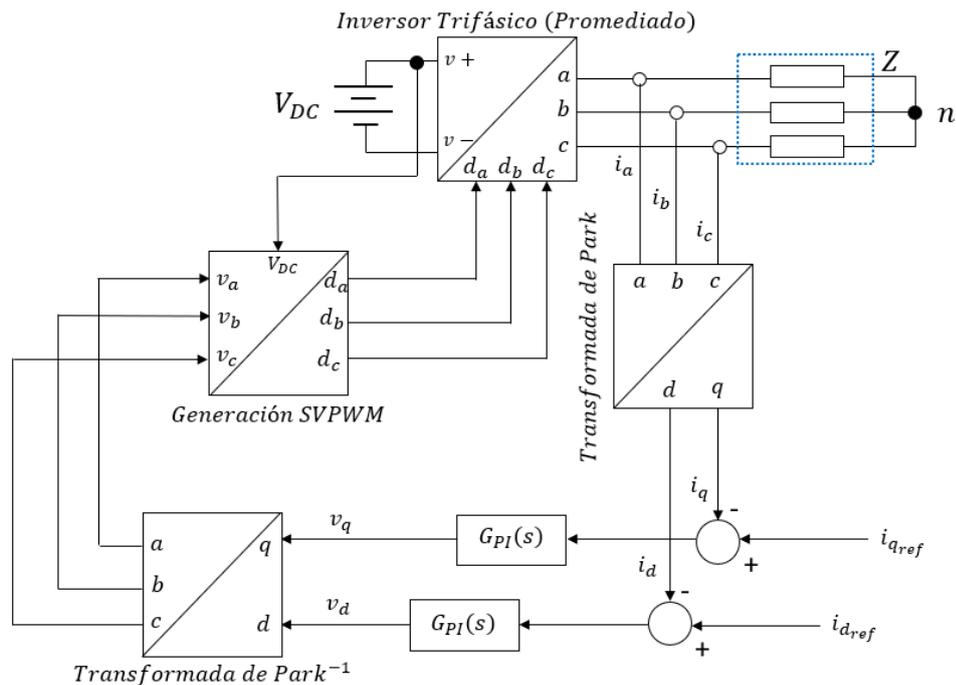


Figura 4.12. Sistema de control completo.

4.3. Simulación del control sobre el inversor modulado.

A continuación, mostraremos un ejemplo completo en una simulación en LTSpice (**Anexos LTSpice: "Simulacion_Inversor_Trifasico_SVPWM_barrido_ki.asc"**). En esta se implementarán los bloques que hemos descrito en las figuras 4.8-11. Cada uno de los bloques que representan transformaciones matemáticas ya han sido descritos en el capítulo 2. Se trata de combinar todos los bloques para lograr que el inversor, como fuente de tensión que aporta una constante K_{PWM} , genere los ciclos de trabajo necesarios para que devuelva las tensiones que se le exigen como referencias.

Estas referencias las aportaremos en el sistema “dq”, esto es por dos motivos; el primero de ellos es que aprovecharemos que se trata de una señal constante para implementar el controlador PI más sencillo; además su implementación en LTSpice será mucho más sencilla. Tal y como hemos descrito en la figura 4.10, las señales de referencia deben ser I_{dref} e I_{qref} , que, en software se implementan de la siguiente manera:

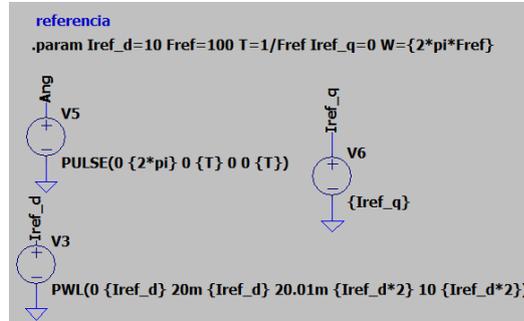


Figura 4.13. Señales de control en LTSpice. Control del inversor trifásico.

$$I_{qref} = 0 \text{ A}$$

$$I_{dref} = \begin{cases} 10 \text{ A} & \text{si } t < 20\text{ms} \\ 20 \text{ A} & \text{si } t \geq 20\text{ms} \end{cases}$$

La señal I_{dref} se construye como un escalón de valor 10 (A) e introduce un segundo escalón en $t=20\text{ms}$ de valor 20 (A) a modo de perturbación, nos servirá para comprobar la calidad de la etapa de control. La señal “Ang” nos servirá para introducirla en los bloques de transformación directa o inversa del sistema “dq”. El ángulo debe marcar el giro a la velocidad del sistema de referencia “ $\alpha\beta$ ”, es por esto por lo que debe girar con el periodo “T”.

El circuito del inversor (modelo promediado) es el siguiente:

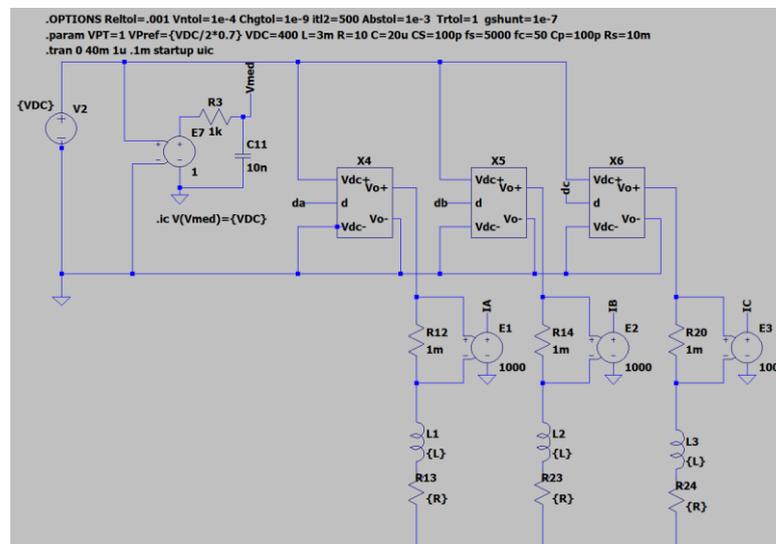


Figura 4.14. Circuito completo en LTSpice. Control del inversor trifásico.

Se trata del modelo promediado del inversor trifásico y no del modelo conmutado porque se sustituyen los interruptores por los bloques X4, X5 y X6, estos reciben los valores de la tensión de continua y el ciclo de trabajo que se debe aplicar. Con todo ello devuelven la tensión de fase según las ecuaciones:

$$\begin{aligned} v_{a0} &= v_{DC} * d_a \\ v_{b0} &= v_{DC} * d_b \\ v_{c0} &= v_{DC} * d_c \end{aligned}$$

Para construir los bloques en LTSpice creamos el siguiente subcircuito (**Anexos LTSpice: "Reductor_promediado_bidireccional.asc"**):

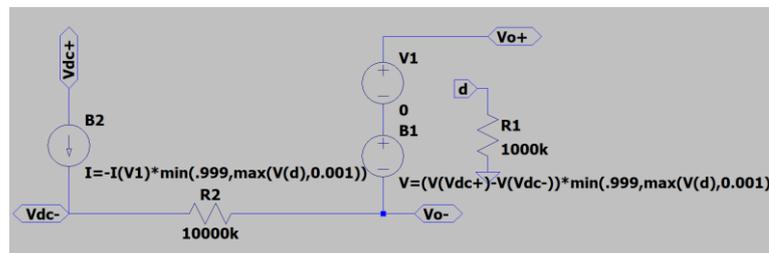


Figura 4.15. Bloque del modelo promediado del inversor. Control del inversor trifásico.

La función que realiza el bloque es idéntica a la descrita por las ecuaciones. Para que el bloque funcione correctamente debemos incluir las funciones de máximo y mínimo para acotar el valor del ciclo de trabajo entre 0 y 1, sin llegar a los límites puesto que nos devolvería errores. Además, para aislar los valores de las entradas estos se conectan a una resistencia de valor suficientemente elevado, de esta manera permanecen inalteradas. Por último, todos los parámetros de la simulación se pueden comprobar en la figura 4.13 (valores de la carga, fuente de continua, frecuencia de conmutación y control, etc.).

En cuanto a la etapa de control, la implementación en LTSpice se realiza de la siguiente manera:

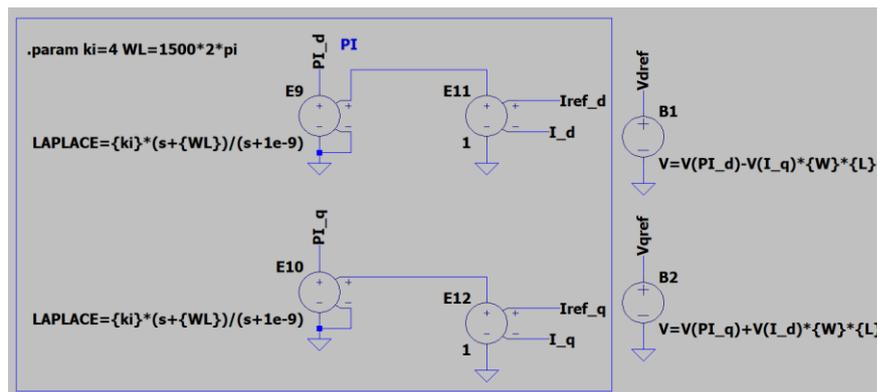


Figura 4.16. Lazo de control en LTSpice. Control del inversor trifásico.

El software compara la referencia de corriente frente a la corriente medida I_d e I_q . Para medir estas corrientes es necesario colocar un sensor en cada una de las fases y, tras medir la corriente en el sistema "abc" hay que convertirla al sistema "dq" para que pueda ser comparada con las referencias. En la figura 4.13 se puede observar cómo se ha medido la corriente en cada fase con la etiqueta "IA", "IB" e "IC". Para convertirla a "dq" se realiza la siguiente operación:

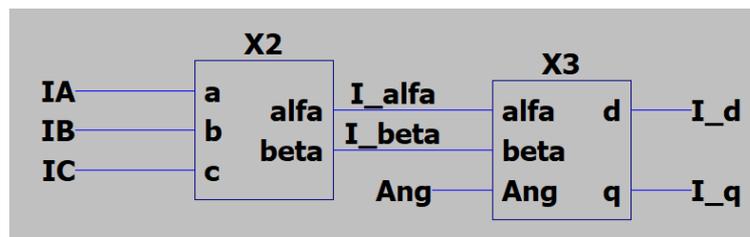


Figura 4.17. Conversión de la corriente medida al sistema "dq". Control del inversor trifásico.

Se escoge el valor de $k_i = 4$, con el objetivo de simular y observar la respuesta que nos ofrece. Más tarde comprobaremos con distintos valores de esta constante con un barrido mediante la directiva

“STEP” en LTSpice. Una vez hemos obtenido la tensión en el sistema “dq” tras el controlador PI (recibe una corriente en “dq” y entrega la tensión acorde) podemos devolver al sistema “abc” con tal de recuperar los ciclos de trabajo necesarios que nos proporciona el bloque que modela el inversor trifásico con la constante K_{PWM} . Estos ciclos de trabajo son los que sirven como entradas a los bloques del modelo promediado del inversor comentados anteriormente (figura 4.15).

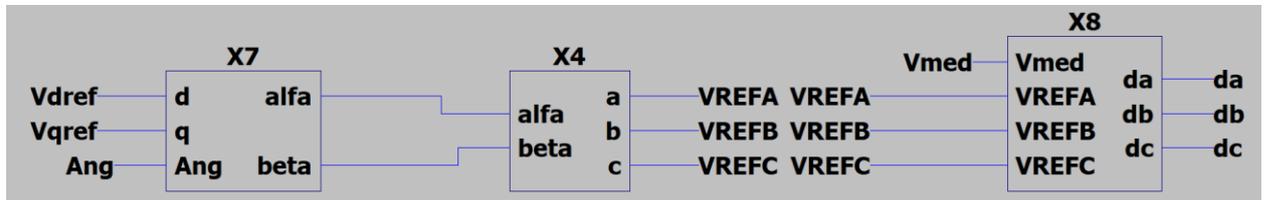


Figura 4.18. Conversión de las tensiones controladas al sistema “abc”. Obtención de los ciclos de trabajo. Control del inversor trifásico.

Tras haber descrito el funcionamiento del ejercicio propuesto comentaremos los resultados. Comenzando por el análisis de las corrientes en el inversor, podemos observar cómo la corriente en la fase ‘a’ coincide en fase con la corriente tras la transformación a ‘ α ’:

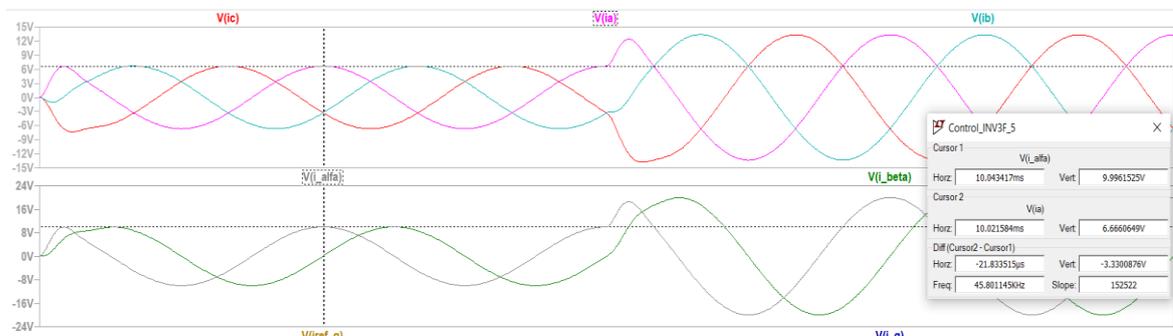


Figura 4.19. Representación de las corrientes en el inversor. Control del inversor trifásico. (I)

El desfase entre las corrientes es despreciable ($-21\mu s$), además, $\hat{I}_\alpha = 9.99$ y $\hat{I}_\beta = 6.66$, por lo que $\frac{\hat{I}_\alpha}{\hat{I}_\beta} = \frac{9.99}{6.66} = \frac{3}{2}$, esto verifica que la transformación se ha realizado correctamente. La perturbación que sufren las corrientes en el instante $t=20ms$ se debe a la generación de la corriente I_{dref} .



Figura 4.20. Representación de las corrientes en el inversor. Control del inversor trifásico. (II)

En cuanto a las corrientes en el sistema “dq”, podemos comprobar que las corrientes medidas (tras el control) siguen a la referencia con error nulo en estacionario, esto era precisamente lo que pretendíamos. Si realizamos un barrido con distintos valores de la ganancia del controlador podremos observar cómo responden:

`.STEP param {parámetro} {valor_inicial} {valor_final} {incremento}`

En nuestro caso:



Figura 4.21. Efecto de la ganancia del controlador. Control del inversor trifásico.

Podemos comprobar que, a mayor ganancia, más rápido se estabiliza el sistema; no obstante, tendremos un mayor sobreimpulso máximo, que no es conveniente ya que provocará picos de corriente y tensión en el inversor. Con una ganancia pequeña podemos conseguir el efecto que necesitamos con requisitos temporales suficientemente rápidos.

Solo queda revertir estas corrientes al sistema “abc” y obtener los ciclos de trabajo a través del bloque del inversor trifásico. Los ciclos de trabajo que se obtienen, así como la tensión en modo común que se suma a las señales de control para cada rama del puente tienen la siguiente forma (teniendo en cuenta el barrido de la ganancia del controlador):

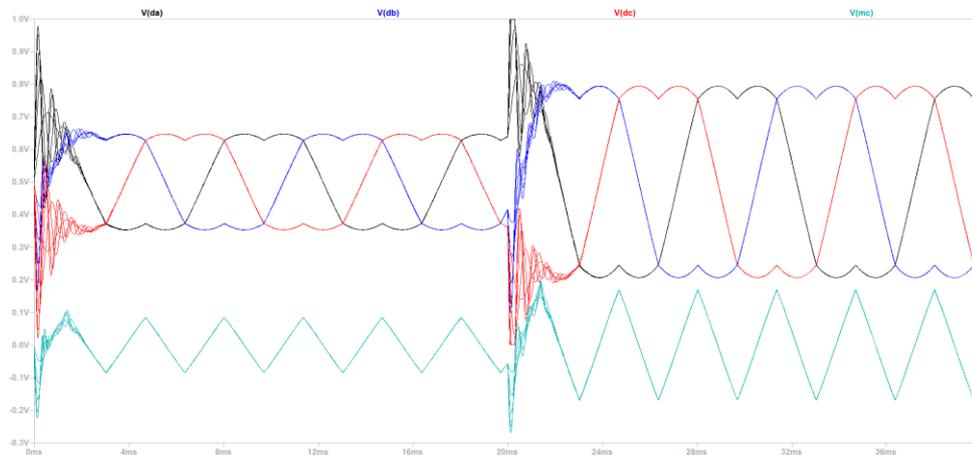


Figura 4.22. Ciclos de trabajo y tensión en modo común. Control del inversor trifásico.

De nuevo, un mayor valor de k_i implica que, ante una perturbación, los ciclos de trabajo excedan los valores sobre los que debe estar acotado (entre 0 y 1), es, por tanto, necesario incluir las funciones de máximo y mínimo en el bloque del inversor promediado para que la simulación se pueda llevar a cabo correctamente. En cualquier caso, una ganancia demasiado elevada no nos aporta una ventaja significativa sobre un controlador con una ganancia menor (aunque eso implique que el tiempo de establecimiento de la respuesta en estacionario sea más lento). La forma de onda que presentan los ciclos de trabajo tal y como se muestran en la figura 4.21 es característica de la modulación SVPWM. Con todo esto podemos concluir en que el modelado de cada uno de los bloques en LTSpice se ha realizado de manera correcta puesto que se ha logrado conseguir el resultado que se esperaba, que la acción de control fuese capaz de establecer una salida que sigue a la referencia impuesta.

Capítulo 5. Modelo y Control de la Máquina Eléctrica.

5.1. Introducción a las máquinas eléctricas.

Se considera una máquina eléctrica cualquier sistema capaz de transformar una energía de cualquier tipo en energía eléctrica. También se considera el caso de que la transformación suceda a la inversa, es decir, partiendo de una fuente de energía eléctrica que sea capaz de traducirla en mecánica, por ejemplo.

Concretamente, estudiaremos un caso de máquina eléctrica que sea capaz de traducir energía eléctrica en mecánica, y a este tipo de máquinas se las conoce como motores eléctricos. Existen dos tipos de máquinas eléctricas: motores y generadores, sin embargo, centraremos el objetivo del trabajo en la comprensión y el estudio de los primeros.

Existen multitud de motores eléctricos basados en distintas tecnologías y fundamentos físicos. En nuestro caso utilizaremos el motor eléctrico de alterna conocido como motor de inducción.

5.2. Motor de Alterna Asíncrono. Motor de Inducción.

El motor de inducción es uno de los más utilizados debido a su gran versatilidad en cuanto a su aplicación. También es conocido como motor asíncrono, y esto se debe a que los campos magnéticos en su interior, para el rotor y para el estátor de la máquina, giran a velocidades diferentes. A este efecto se le conoce como deslizamiento y en adelante lo llamaremos 's'.

En cuanto a las técnicas de control empleadas con más frecuencia sobre este tipo de motores destacan el control escalar y el control vectorial (de campo orientado). En el control escalar se trata de compensar la magnitud (o valor instantáneo) del campo magnético inducido, pero, en el control vectorial, no solo se trata de realizar una regulación sobre la magnitud del vector campo magnético, sino que, además, persigue orientarlo para lograr un desacople entre las corrientes generadoras del flujo magnético.

5.2.1. Principio de funcionamiento. Field Oriented Control.

El control de campo orientado (Field Oriented Control, FOC) tiene por objetivo simplificar el control de una máquina eléctrica de alterna reduciendo su control, complejo y entramado, en dos modelos semejantes al de un motor DC excitados por separado. Esto es posible gracias a la representación de los vectores resultantes de un marco trifásico equilibrado en un marco rotatorio con una velocidad angular tal que permanezcan constantes. Todo el marco teórico planteado en los capítulos anteriores plantea que los vectores resultantes de dos sistemas trifásicos independientes entre sí y que son necesarios para el modelado de la máquina podrían quedar resueltos en dos vectores estáticos en un marco giratorio d-q. En este marco, ambos vectores serían estáticos y podrían ser fácilmente controlados con un controlador PI, teniendo en cuenta la ganancia introducida por el bloque PWM, es decir, el inversor trifásico.

El objetivo de este capítulo será plantear las ecuaciones que rigen el modelo del motor de tal manera que, acoplado al inversor trifásico y regulado con un lazo de control adecuadamente ajustado, se puedan obtener a la salida variables como el par o la velocidad de la máquina que sigan la referencia impuesta.

5.2.2. Ecuaciones dinámicas.

En primer lugar, supondremos que tanto en el estátor como en el rotor tendremos un devanado sinusoidalmente distribuido además de un sistema trifásico en cada marco de referencia. Nombraremos al devanado del estator con 's', y, a su sistema trifásico, 'a', 'b' 'c'. En cuanto al rotor, este será descrito con la letra 'r' y su sistema trifásico de corrientes será nombrado como 'A', 'B' y 'C'.

Sobre cada uno de los tres ejes del sistema trifásico existirá un flujo enlazado, provocado tanto por la autoinducción (o inducción propia) como por inducción mutua. Esto impedirá que cada uno de los ejes estén desacoplados en todo momento, es decir, el vector de flujo enlazado en la fase 'a' del estator tendrá una componente debida a la corriente de la propia fase 'a', así como otras componentes debidas a las corrientes de las otras dos fases 'b' y 'c'. Lo podemos representar matricialmente de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Realizando algunas simplificaciones debidas a la simetría en 120º del sistema trifásico y, teniendo en cuenta que es equilibrado, podemos concluir con la siguiente expresión para los enlaces de flujo del estátor:

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} + L_{ds} & -L_{aa}/2 & -L_{aa}/2 \\ -L_{aa}/2 & L_{aa} + L_{ds} & -L_{aa}/2 \\ -L_{aa}/2 & -L_{aa}/2 & L_{aa} + L_{ds} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Con

$$L_{aa} = \mu_0 \left(\frac{N_s}{p/2} \right)^2 * \frac{r * l * \pi}{l_g}$$

Donde N_s es el número de vueltas del devanado del estátor, r es el radio del rotor, l es su longitud y l_g es la longitud del entrehierro. L_{ds} es la inductancia de dispersión, que se debe incluir debido a que los enlaces en cada una de las fases no son perfectos y completos.

Para el rotor se realiza de manera idéntica, tras llevarlo a cabo llegamos a la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} \lambda_A \\ \lambda_B \\ \lambda_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{AA} + L_{dr} & -L_{AA}/2 & -L_{AA}/2 \\ -L_{AA}/2 & L_{AA} + L_{dr} & -L_{AA}/2 \\ -L_{AA}/2 & -L_{AA}/2 & L_{AA} + L_{dr} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}$$

Con

$$L_{AA} = \left(\frac{N_r}{N_s} \right)^2 L_{aa}$$

Cuando el rotor y el estator se acoplan surgen nuevos inconvenientes, estas ecuaciones descritas solo contemplan al estator en ausencia del rotor y al rotor en ausencia del estator, respectivamente. A efectos prácticos ambos sistemas de acoplan y dan lugar a unas ecuaciones más complejas. El flujo enlazado por el estator como consecuencia de las corrientes del rotor sería así:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{a_r} \\ \lambda_{b_r} \\ \lambda_{c_r} \end{bmatrix} = \frac{N_r}{N_s} L_{aa} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r + 2\pi/3) & \cos(\theta_r - 2\pi/3) \\ \cos(\theta_r - 2\pi/3) & \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r + 2\pi/3) \\ \cos(\theta_r + 2\pi/3) & \cos(\theta_r - 2\pi/3) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}$$

En este caso se debe contemplar el ángulo de giro del rotor θ_r respecto del estator. De manera análoga para el rotor:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{A_s} \\ \lambda_{B_s} \\ \lambda_{C_s} \end{bmatrix} = \frac{N_r}{N_s} L_{aa} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r - 2\pi/3) & \cos(\theta_r + 2\pi/3) \\ \cos(\theta_r + 2\pi/3) & \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r - 2\pi/3) \\ \cos(\theta_r - 2\pi/3) & \cos(\theta_r + 2\pi/3) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Los enlaces de flujo del estator se componen de aquellos debidos a las corrientes del estator y de aquellos debidos a las corrientes del rotor. Con el rotor sucede lo mismo, es, por tanto, que la ecuación que relaciona las corrientes con las tensiones del estator y del rotor se pueden expresar así: (Ecuaciones 1 y 2)

$$v_{abc} = R_s i_{abc} + \frac{d}{dt} (\lambda_{abc_s} + \lambda_{abc_r}) \quad (1)$$

Que equivale a:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = R_s * \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_{aa} + L_{ds} & -\frac{L_{aa}}{2} & -\frac{L_{aa}}{2} \\ -\frac{L_{aa}}{2} & L_{aa} + L_{ds} & -\frac{L_{aa}}{2} \\ -\frac{L_{aa}}{2} & -\frac{L_{aa}}{2} & L_{aa} + L_{ds} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\ + \frac{d}{dt} \frac{N_r}{N_s} L_{aa} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}$$

$$v_{ABC} = R_r i_{ABC} + \frac{d}{dt} (\lambda_{ABC_r} + \lambda_{ABC_s}) \quad (2)$$

Que equivale a:

$$\begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \end{bmatrix} = R_r * \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_{AA} + L_{dr} & -\frac{L_{AA}}{2} & -\frac{L_{AA}}{2} \\ -\frac{L_{AA}}{2} & L_{AA} + L_{dr} & -\frac{L_{AA}}{2} \\ -\frac{L_{AA}}{2} & -\frac{L_{AA}}{2} & L_{AA} + L_{dr} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \\ + \frac{d}{dt} \frac{N_r}{N_s} L_{aa} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Estas ecuaciones matriciales pueden ser abreviadas con el uso de vectores espaciales, como hemos descrito en el **Capítulo 2: Herramientas matemáticas**. Teniendo en cuenta que un sistema 'abc' se puede representar con un único vector espacial (del estátor), estas ecuaciones acaban reducidas a:

$$\bar{v}_s^a(t) = R_s \bar{i}_s^a(t) + \frac{d}{dt} \bar{\lambda}_s^a(t)$$

$$\bar{v}_r^A(t) = R_r \bar{i}_r^A(t) + \frac{d}{dt} \bar{\lambda}_r^A(t),$$

El vector espacial de flujos enlazados del estator desde el sistema de referencia del estator surge como consecuencia de las corrientes del estator y del rotor. Para realizar la conversión de una magnitud en el sistema de referencia del estator al sistema de referencia del rotor únicamente tenemos que girar dicho vector una cantidad θ_r (desfase del rotor respecto del estator).

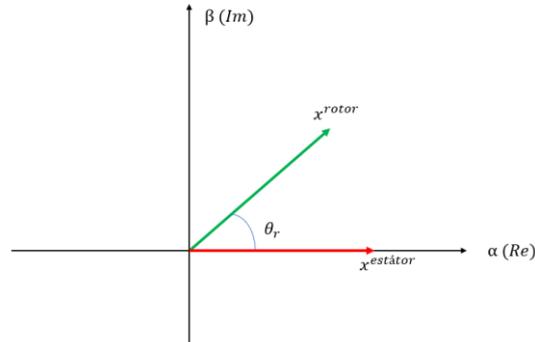


Figura 5.1. Conversión de magnitudes entre sistemas de referencia estator/rotor.

Se deduce la siguiente expresión:

$$x^{rotor} = x^{estator} * e^{j\theta_r}$$

5.2.3. Transformadas sobre la corriente.

Para lograr simplificar las ecuaciones de las tensiones obtenidas en el apartado anterior procederemos a convertir el sistema de referencia a uno móvil y en dos ejes. Se ha introducido previamente en este trabajo, y este es el sistema de referencia d-q, obtenido a través de la transformada de Park sobre unos vectores giratorios en el plano complejo. Para realizar esta transformación sólo necesitaremos aplicar una rotación sobre los vectores de corriente, en este caso. A continuación, veremos cómo lo hacemos posible.

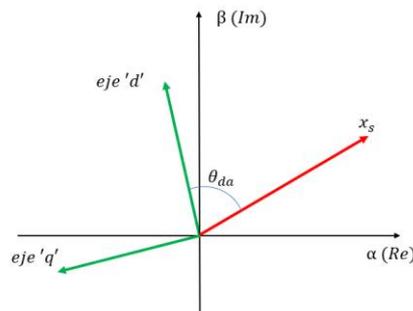


Figura 5.2. Conversión de magnitudes entre sistemas de referencia estator/dq.

Se deduce la siguiente expresión:

$$\vec{x}_{dq_s} = \vec{x}_s * e^{-j\theta_{da}}$$

Al aplicar esta ecuación sobre el vector espacial de corrientes en el sistema de referencia del estator podemos llegar a la siguiente ecuación matricial:

$$\vec{i}_{dq_s} = \vec{i}_s^a * e^{-j\theta_{da}} = \left(i_a * e^{j0} + i_b * e^{\frac{j2\pi}{3}} + i_c * e^{-\frac{j2\pi}{3}} \right) * e^{-j\theta_{da}}$$

$$\begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} \cos(\theta_{da}) & \cos(\theta_{da} - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_{da} - \frac{4\pi}{3}) \\ -\sin(\theta_{da}) & -\sin(\theta_{da} - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_{da} - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

La conversión la realizamos con una constante $k = \sqrt{2/3}$ para conservar la potencia al convertir de tres ejes a solo dos. Estos dos ejes equivalentes deberán contener $\sqrt{3/2} N_s$ espiras, teniendo N_s espiras cada uno de los devanados del sistema trifásico.

Habiendo analizado el caso de la conversión a dos ejes de la corriente del estátor, ahora queda convertir las ecuaciones de la tensión y flujos enlazados en el estátor y rotor que obtuvimos en el apartado anterior. Estas ecuaciones son las siguientes:

$$\begin{aligned} \bar{v}_s^a(t) &= R_s \bar{i}_s^a(t) + \frac{d}{dt} \bar{\lambda}_s^a(t) \\ \bar{\lambda}_s^a(t) &= L_s \bar{i}_s^a(t) + L_m \bar{i}_r^a(t) = L_s \bar{i}_s^a(t) + L_m \bar{i}_r^A(t) * e^{j\theta_r} \end{aligned}$$

Al aplicar la transformación debemos tener en cuenta que las magnitudes reflejadas sobre el sistema de referencia de rotor se convierten al nuevo sistema 'dq' con una rotación de un ángulo $\theta_{dA} = \theta_{da} - \theta_r$ (ángulo del rotor respecto del estátor, o ángulo de giro del motor, también conocido como θ_m en una máquina de dos polos), recordando que, en una máquina de dos polos, los ángulos eléctricos equivalen a los ángulos mecánicos y que $\omega_r = \frac{d}{dt} \theta_r$.

$$\begin{aligned} \bar{v}_{dq_s} &= \bar{v}_s^a * e^{-j\theta_{da}} \\ \bar{i}_{dq_s} &= \bar{i}_s^a * e^{-j\theta_{da}} \\ \bar{i}_{dq_r} &= \bar{i}_r^A * e^{-j\theta_{da}} = \bar{i}_r^A * e^{-j(\theta_{da} - \theta_m)} \\ \bar{v}_s^a &= \bar{v}_{dq_s} e^{j\theta_{da}} = R_s \bar{i}_{dq_s}(t) e^{j\theta_{da}} + \frac{d}{dt} (\bar{\lambda}_{dq_s}(t) e^{j\theta_{da}}) \\ \bar{v}_{dq_s} &= R_s \bar{i}_{dq_s} + L_s \frac{d}{dt} \bar{i}_{dq_s} + L_m \frac{d}{dt} \bar{i}_{dq_r} + j\omega_{da} (L_s \bar{i}_{dq_s} + L_m \bar{i}_{dq_r}) \end{aligned}$$

Lo podemos descomponer en dos ecuaciones, una para el eje directo 'd', y otra para el eje en cuadratura 'q', sabiendo que:

$$\bar{x}_{dq} = x_d + jx_q$$

Finalmente logramos las dos ecuaciones que definen la corriente del estátor en los nuevos ejes 'dq'.

$$\begin{aligned} v_{sd} &= R_s * i_{ds} + \frac{d}{dt} (L_s i_{ds} + L_m i_{dr}) - \omega_{da} (L_s i_{qs} + L_m i_{qr}) \\ v_{sq} &= R_s * i_{qs} + \frac{d}{dt} (L_s i_{qs} + L_m i_{qr}) + \omega_{da} (L_s i_{ds} + L_m i_{dr}) \end{aligned}$$

Realizamos la misma operación para las ecuaciones del rotor, esta vez, omitimos el desarrollo puesto que se deduce de la misma manera. Lo haremos así para poder contar con las ecuaciones de las tensiones del rotor y del estator para cada uno de los dos ejes 'd' y 'q', de tal modo que lo separaremos en dos circuitos equivalentes al combinar ambas ecuaciones dependiendo del eje sobre el que estén reflejadas.

$$\bar{v}_{dq_r} = R_r \bar{i}_{dq_r} + L_s \frac{d}{dt} \bar{i}_{dq_r} + L_m \frac{d}{dt} \bar{i}_{dq_s} + j(\omega_{da} - \omega_r) (L_r \bar{i}_{dq_r} + L_m \bar{i}_{dq_s})$$

$$v_{rd} = R_r * i_{dr} + \frac{d}{dt}(L_r i_{dr} + L_m i_{ds}) - \omega_{dA}(L_r i_{qr} + L_m * i_{qs})$$

$$v_{rq} = R_r * i_{qr} + \frac{d}{dt}(L_r i_{qr} + L_m i_{qs}) + \omega_{dA}(L_r i_{dr} + L_m * i_{ds})$$

$$\omega_{dA} = \omega_{dA} - \omega_r$$

Las podemos representar en un circuito equivalente, que nos servirá como modelo dinámico de la tensión y corriente del estátor de la máquina.

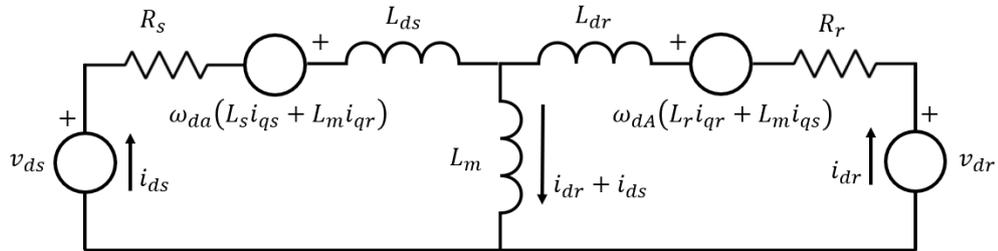


Figura 5.3. Circuito equivalente del modelo dinámico del motor. Eje d.

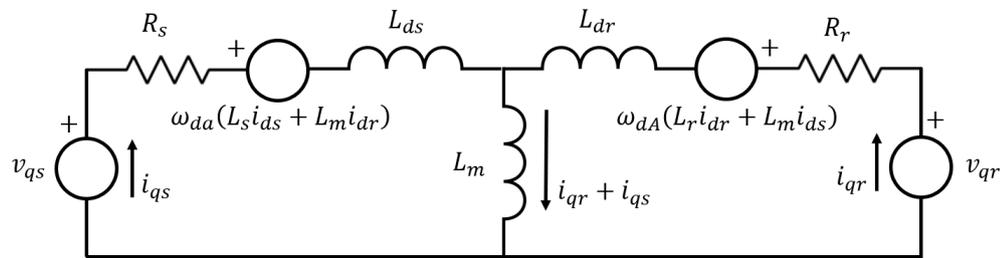


Figura 5.4. Circuito equivalente del modelo dinámico del motor. Eje q.

5.2.4. Modelo completo.

Podemos resolver el circuito equivalente y obtener las ecuaciones matriciales (debido a que son dos circuitos que relacionan variables entre sí) para variables eléctricas como la tensión, corriente y flujo enlazado. Cabe destacar que el modelo dinámico obtenido es válido en cualquier régimen, y es una generalización del circuito en régimen permanente con el que se suele describir el funcionamiento de un motor eléctrico de alterna de inducción.

Para obtener el circuito equivalente en régimen permanente a partir del modelo completo debemos anular las derivadas temporales, esto impondrá la condición de régimen estacionario en el modelo aproximado. En este apartado calcularemos, además, el par de desarrolla la máquina a partir del modelo completo.

La tensión de la máquina eléctrica, tanto del estátor como del rotor, reflejada sobre el eje directo o cuadratura, se puede relacionar con la corriente de esta a través de las ecuaciones que se deducen del circuito equivalente.

$$\begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \\ v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + \frac{L_s d}{dt} & -\omega_{da} L_s & \frac{L_m d}{dt} & -\omega_{da} L_m \\ \omega_{da} L_s & R_s + \frac{L_s d}{dt} & \omega_{da} L_m & \frac{L_m d}{dt} \\ \frac{L_m d}{dt} & -(\omega_{da} - \omega_r) L_m & R_r + \frac{L_r d}{dt} & -(\omega_{da} - \omega_r) L_r \\ (\omega_{da} - \omega_r) L_m & \frac{L_m d}{dt} & (\omega_{da} - \omega_r) L_r & R_r + \frac{L_r d}{dt} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix}$$

Podemos relacionar el flujo enlazado del rotor y del estator con las corrientes con una matriz de inductancias que entable la transformación. Podemos deducir esta expresión matricial en base a las ecuaciones del flujo enlazado una vez hemos realizado la conversión en dos ejes móviles. Las ecuaciones son las siguientes: (gracias a que los ejes están desacoplados)

$$\lambda_{qs} = L_s i_{qs} + L_m i_{qr}$$

$$\lambda_{qr} = L_r i_{qr} + L_m i_{qs}$$

$$\lambda_{ds} = L_s i_{ds} + L_m i_{dr}$$

$$\lambda_{dr} = L_r i_{dr} + L_m i_{ds}$$

Expresado en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{ds} \\ \lambda_{qs} \\ \lambda_{dr} \\ \lambda_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix}$$

Podemos calcular la matriz inversa con el objetivo de relacionar con una transformación directa la corriente con el flujo enlazado.

$$\begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} = \frac{1}{L_m^2 - L_r L_s} \begin{bmatrix} -L_r & 0 & L_m & 0 \\ 0 & -L_r & 0 & L_m \\ L_m & 0 & -L_s & 0 \\ 0 & L_m & 0 & -L_s \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \lambda_{ds} \\ \lambda_{qs} \\ \lambda_{dr} \\ \lambda_{qr} \end{bmatrix}$$

Ya tenemos todas las variables relacionadas entre sí a partir del modelo completo de la máquina eléctrica. A partir del modelo y de estas ecuaciones podremos calcular el par que genera la máquina y lo podremos expresar en función de las variables eléctricas que nos convengan.

A partir del modelo dinámico del motor podemos observar que toda la potencia que entregan las fuentes o bien se disipa en las resistencias, o bien incrementa la energía que almacena cada inductancia, o se transforma en energía mecánica. Podemos ver esto reflejado en un balance de potencias gráficamente.

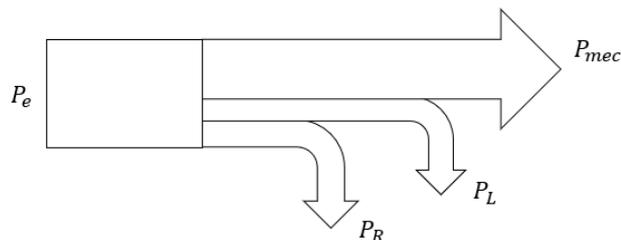


Figura 5.5. Balance de potencias en el modelo completo del motor.

Las fuentes de tensión aportan la totalidad de la energía al circuito. En las resistencias del estátor y del rotor se pierde parte de esta energía, que no es aprovechable. En las inductancias del estátor y del rotor, así como en la inductancia de magnetización se invierte parte de la energía, cargándolas, y, por último, queda la potencia útil que podemos transformar en energía mecánica. Podríamos definir el rendimiento del motor como el cociente entre la potencia útil (mecánica) y la potencia total aportada:

$$\eta = \frac{P_{mec}}{P_e} (* 100)\%$$

Para determinar el valor de cada uno de los factores que intervienen en el balance de energía bastará con acudir al circuito equivalente y deducir las expresiones del este. Realizaremos este proceso con el fin de calcular analíticamente el par electromagnético (T_{em}) que la máquina es capaz de producir, y lo obtendremos a partir de la siguiente expresión:

$$P_{mec} = T_{em} * \omega_m$$

Esta expresión se cumple siempre y cuando $\omega_{da} = \omega_m$, que implica que $\omega_{dA} = 0$.

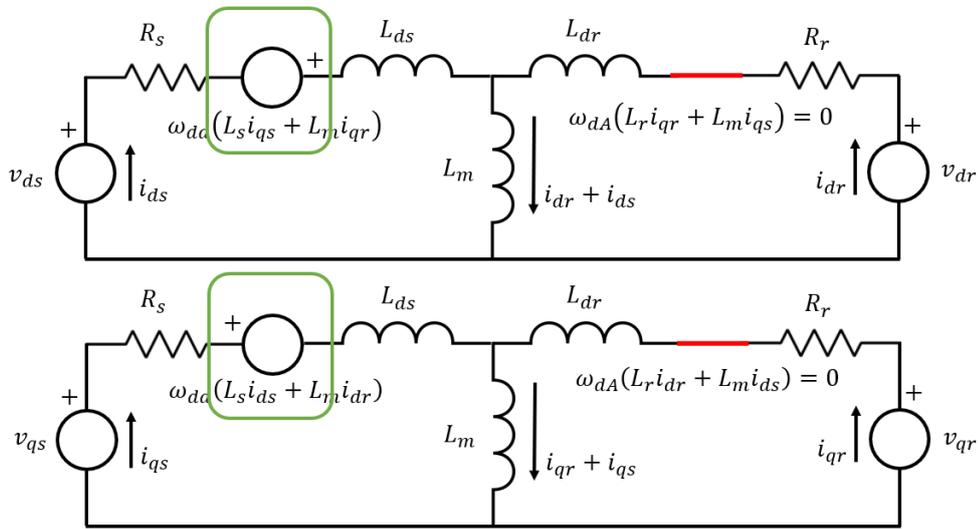


Figura 5.6. Circuito equivalente. Cálculo del par.

Del circuito equivalente deducimos que la energía útil y, por tanto, convertible para la contribución a potencia mecánica debe ser la que consumen las fuentes destacadas en la figura 5.6. Esto es así porque los demás elementos son pasivos (resistencias e inductancias) o son fuentes de tensión que se aportan al estátor y al rotor del motor.

La potencia eléctrica total suministrada será la suma de las potencias aportadas por las cuatro fuentes del circuito equivalente, esto es,

$$P_e = v_{ds} i_{ds} + v_{qr} i_{qr} + v_{qs} i_{qs} + v_{dr} i_{dr}$$

Y la potencia convertida en mecánica será:

$$P_{mec} = k(\omega_{da}(L_s i_{ds} + L_m i_{dr}) * i_{ds} - \omega_{da}(L_s i_{qs} + L_m i_{qr}) * i_{qs})$$

$$P_{mec} = k * \omega_{da} * [i_{ds} \lambda_{qs} - i_{qs} \lambda_{ds}]$$

Con $k = 3/2$ debido a la conversión de tres ejes a dos ejes móviles. El par se relaciona con la potencia mecánica a través de la velocidad mecánica (o del motor), hasta ahora se ha considerado que la máquina tiene dos polos, por lo que la velocidad mecánica y eléctrica coinciden, pero, para dotar de generalidad al

planteamiento y a las ecuaciones que obtendremos para el par, debemos considerar que la máquina tenga un número de polos 'p', de tal manera que:

$$\omega_r = \frac{p}{2} \omega_m$$

Al realizar la conversión a dos ejes móviles en un control de campo orientado forzamos a situar el vector de tensiones del rotor alineado con el eje directo, por tanto:

$$\omega_{da} = \omega_r = \frac{p}{2} \omega_m$$

Si los sustituimos podemos obtener el par directamente de la ecuación anterior:

$$P_{mec} = \frac{3}{2} * \frac{p}{2} \omega_m * [i_{ds} \lambda_{qs} - i_{qs} \lambda_{ds}]$$

$$T_{em} = \frac{3}{2} * \frac{p}{2} * [i_{ds} \lambda_{qs} - i_{qs} \lambda_{ds}]$$

Y lo podemos reescribir como:

$$T_{em} = \frac{3}{2} * \frac{p}{2} * L_m [i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr}]$$

Esta expresión para calcular el par nos sería útil en cualquier situación, no obstante, al realizar un control orientado en campo impondremos otras condiciones que nos simplificarán su obtención. Todo ello con el objetivo de lograr empaquetar las ecuaciones para el cálculo del par y la velocidad de la máquina, así como otras variables que intervengan, en sencillos bloques que podamos implementar en un lazo de control. Para realizar un control sobre una máquina orientada en campo impondremos la condición de que el eje directo esté alineado con el campo magnético de la máquina (del rotor). Podemos manifestar esta condición como:

$$\lambda_{rq} = \frac{d}{dt} \lambda_{rq} = 0$$

Con este control trataremos de mantener λ_{rd} constante. Al aplicar estas condiciones podremos comprobar su repercusión directamente sobre las ecuaciones del circuito equivalente, anulando las componentes del rotor de la tensión ($v_{rd} = v_{rq} = 0$). El circuito equivalente quedaría así:

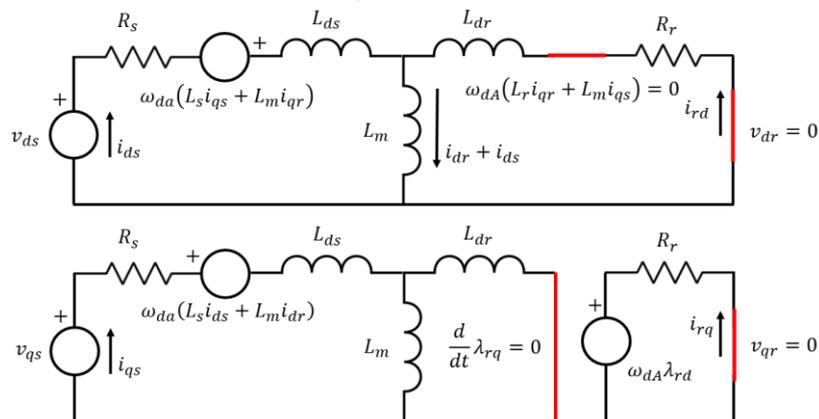


Figura 5.7. Circuito equivalente. Control en Campo Orientado.

El par, en esta nueva configuración, se puede obtener a partir de la ecuación deducida anteriormente, y, con aplicar las nuevas restricciones que permiten que el control sea posible, podremos calcular el par que entregará la máquina una vez controlada.

$$T_{em} = \frac{p}{2} \lambda_{rq} i_{rd} - \frac{p}{2} \lambda_{rd} i_{rq}$$

$$T_{em} = -\frac{p}{2} \lambda_{rd} i_{rq}$$

Siendo $\lambda_{rd} = L_r i_{rd} + L_m i_{sd}$, y $\lambda_{rq} = L_r i_{rq} + L_m i_{sq} = 0$.

De esta última expresión podemos relacionar las corrientes en el eje de cuadratura del estátor y el rotor:

$$i_{rq} = -\frac{L_m}{L_r} i_{sq}$$

Si introducimos este resultado en la ecuación del par:

$$T_{em} = \frac{p}{2} \left(\frac{L_m}{L_r} \lambda_{rd} \right) i_{sq}$$

Este resultado nos indica que el par solo depende de la corriente del estator vista desde el eje de cuadratura, debido a que λ_{rd} se mantendrá constante. Esta información es muy útil para el diseño del controlador, puesto que en este momento será mucho más sencillo aplicar un lazo de control sobre el par y podremos conseguir adaptarlo a la necesidad de la máquina fácilmente.

Únicamente queda por comprobar cómo se procederá para mantener λ_{rd} constante. Es fácil comprobar que, a partir del circuito equivalente en el eje directo, podemos encontrar otra relación de proporcionalidad entre las corrientes.

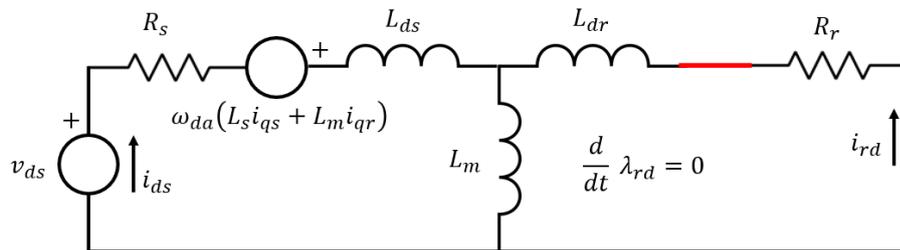


Figura 5.8. Circuito equivalente. Control en Campo Orientado.

$$i_{rd}(s) = -i_{ds}(s) * \frac{sL_m}{sL_r + R_r}$$

Además,

$$\lambda_{rd} = L_r i_{rd} + L_m i_{sd}$$

Si combinamos ambas ecuaciones podremos averiguar cómo controlar el flujo enlazado en el rotor alineado con el eje directo que queremos mantener constante en magnitud.

$$\lambda_{rd}(s) = \frac{L_m}{1 + s\tau_r} i_{sd}(s), \quad \tau_r = \frac{L_r}{R_r}$$

A modo de resumen de este apartado, podemos concluir en que se ha hallado una manera de controlar el par de la máquina y el vector de flujos enlazados en el rotor a partir de las corrientes del rotor. Como se ha podido comprobar, para realizar un control nos bastará con ajustar esta corriente y no otras variables eléctricas como las tensiones o corrientes en el rotor. Además, este resultado nos muestra una solución independiente para el control de ambas variables, puesto que lo podremos implementar con dos lazos independientes entre sí.

A continuación, veremos cómo podemos diseñar el lazo de control completo, tanto de la máquina eléctrica y su modelo como un lazo de control incluyendo el inversor trifásico y otros bloques de cálculo necesarios para reclutar todas las variables que intervengan en el lazo completo. Nuestro modelo de

máquina orientada en campo reúne dos ecuaciones (deducibles a partir del circuito equivalente y de las condiciones impuestas), y son las siguientes:

$$T_{em} = \frac{p}{2} \left(\frac{L_m}{L_r} \lambda_{rd} \right) i_{sq} \quad (1)$$

$$\lambda_{rd}(s) = \frac{L_m}{1 + s\tau_r} i_{sd}(s), \quad \tau_r = \frac{L_r}{R_r} \quad (2)$$

5.3. Diseño del lazo de control.

Para construir el lazo de control primero debemos plantear cuáles serán las variables por controlar y qué condiciones se deben satisfacer al término de la etapa de control. En este caso, plantearemos el lazo de control para gobernar el valor del par, la velocidad y la posición del motor en último lugar, además, exigiremos al sistema una capacidad de error nulo en estacionario y otras características como un máximo sobre impulso y un tiempo de respuesta pequeños.

El capítulo anterior se dedicó al diseño de un lazo de control único para el inversor trifásico, esto es, un controlador FeedForward capaz de lograr que el inversor trifásico nos entregase la corriente que se le exigía mediante una referencia. Los resultados mostraron que se podía alcanzar un error en estacionario nulo gracias al uso de herramientas matemáticas como la transformada de Park y de Clarke, que nos permitían convertir un sistema de tres ejes rotatorio en un sistema de dos ejes constantes 'd' y 'q'. Sin embargo, esa etapa de control no contemplaba en ningún caso el modelo de la máquina eléctrica, por tanto, no es válido para controlar una máquina de corriente alterna.

En este capítulo resolveremos el diseño del controlador junto con el inversor trifásico, con la intención de introducir la corriente que nos devuelve el inversor para alimentar la máquina eléctrica, controlada de manera independiente para variables como el par y la velocidad, y realimentada para reajustar la corriente que deba entregar el bloque inversor nuevamente para compensar dichas variables. Se trata de reunir los conocimientos desarrollados de la electrónica de potencia, el modelado del motor y el diseño de sistemas de control para cumplir con el fin del trabajo.

5.3.1. Descripción del lazo de control.

El esquema para el control por corriente consta de varias etapas y se muestra a continuación:

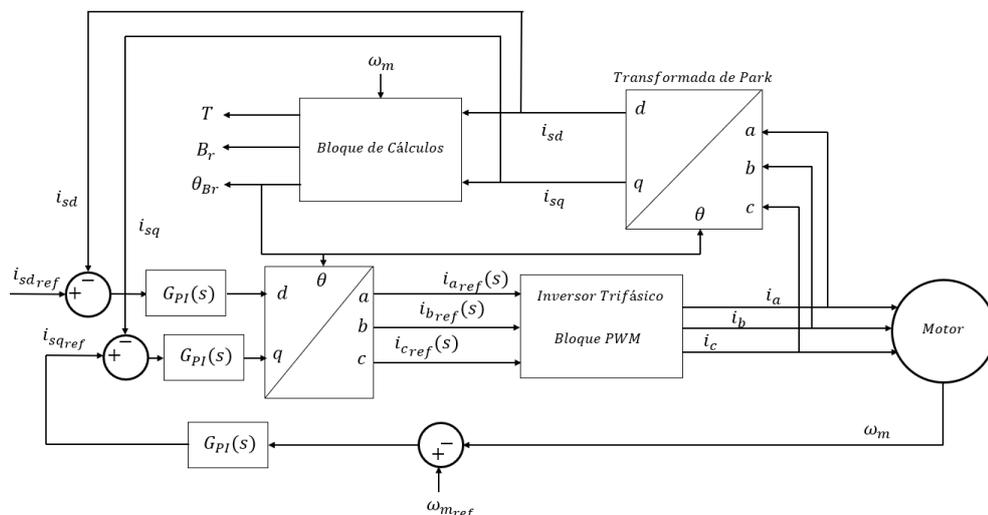


Figura 5.9. Lazo de control completo.

En primer lugar, podemos comprobar cómo realizamos la alimentación del motor (derecha) directamente del inversor trifásico, que suministra las corrientes que se requieren. Es precisamente sobre

este sistema trifásico y equilibrado de corrientes sobre el cual aplicamos una transformada de Park, para obtener las corrientes en dos ejes móviles (del estátor).

Seguidamente, contamos con un bloque que realice funciones de cálculo y que requiera únicamente las corrientes del estátor sobre el marco de referencia en dos ejes móviles junto con la velocidad del motor (mecánica, en ángulos mecánicos) para obtener el valor del par, el campo magnético del rotor y el ángulo de dicho vector espacial. Este será de vital importancia para realizar la transformada de Park, puesto que introduce un desfase en la matriz de conversión, como hemos podido comprobar a principios de este mismo capítulo (apartado 5.2.2. Ecuaciones Dinámicas).

El bloque de cálculo cuenta con las ecuaciones obtenidas anteriormente como consecuencia del modelo de la máquina en campo orientado. Observando el valor de las variables como el par a la salida del bloque de cálculo podremos comprobar que se requiere de un control sobre aquellas magnitudes que incidan directamente sobre estas. Por tanto, es fundamental medir las corrientes del estátor sobre los ejes 'd' y 'q' para poder realizar un control sobre ellas.

El control sobre la corriente se puede resolver con un simple controlador PI, esto es debido a que, al tratarse de señales de valor constante, con un controlador de esta clase podemos asegurar un error nulo (esto lo hemos podido comprobar en el Capítulo 4: Diseño del Sistema de Control).

Una vez la corriente ha sido controlada solo queda deshacer la transformación e introducir la nueva corriente en el sistema 'abc' para que el inversor trifásico, que aporta una ganancia que llamaremos k_{PWM} , pueda dotar al motor de la alimentación necesaria para que se cumpla la condición más básica en un sistema de control realimentado: que la salida siga a la referencia impuesta.

Cabe destacar que las referencias de la corriente, nombradas como i_{sdref} e i_{sqref} se obtienen a partir de un lazo de control anterior. Puesto que conocemos la relación que existen entre estas corrientes y el vector de flujo enlazado en el rotor y el par, respectivamente, hacer un control sobre estas corrientes implica directamente que el par, en este caso, será consecuencia del mismo control.

5.3.2. Lazo de control del par.

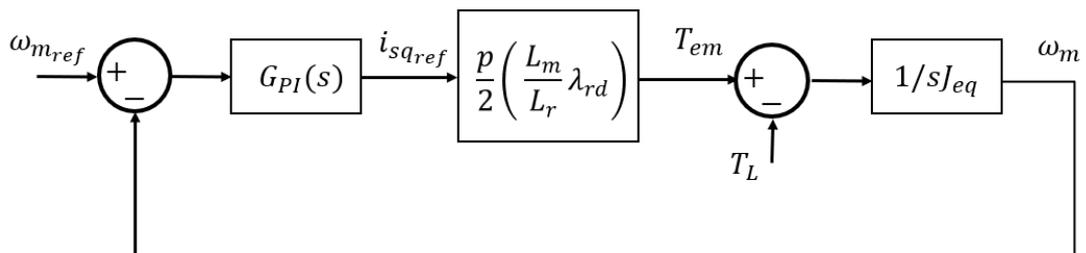


Figura 5.10. Lazo de control del par.

En la figura 5.10 podemos comprobar cómo se implementaría el lazo de control del par. Se debe tener en cuenta el par resistente de la máquina T_L y se podrían contemplar los efectos de rozamiento en el giro del eje de la máquina, pero, de hacerlo, simplificaríamos el sistema puesto que es un elemento que amortigua y estabiliza la respuesta del sistema. Para diseñar un lazo de control no conviene tenerlo en cuenta para poder dotar al sistema de un control más robusto.

Para realizar la conversión del par a velocidad del motor necesitamos conocer la inercia equivalente del mismo y, a través de la siguiente ecuación, podemos averiguar la velocidad a la que gira en ángulos mecánicos:

$$\frac{d}{dt} \omega_m = \frac{T_{em} - T_L}{J_{eq}}$$

Para aclarar por completo el lazo de control del par debemos conocer el valor del vector espacial de flujo enlazado en el estátor sobre el eje directo (d). Una de las condiciones que se impusieron para el modelo de campo orientado de la máquina fue que el valor de este debía ser constante, y esto se debe cumplir en régimen permanente. Obtuvimos una relación entre el vector de enlaces de flujo y la corriente del estátor en el eje directo (d):

$$\lambda_{rd}(s) = \frac{L_m}{1 + s\tau_r} i_{sd}(s), \quad \tau_r = \frac{L_r}{R_r}$$

Para adecuar el valor de esta magnitud y poder controlar el par nos podemos servir del control sobre la corriente i_{sd} . El motivo por el que se controla la corriente es precisamente para modificar el valor de λ_{rd} para que el par resulte tal y como queremos.

El bloque de cálculo nos entrega el valor de λ_{rd} instantáneo en la máquina eléctrica. La referencia que debemos imponer sobre dicha señal no es otra que la velocidad mecánica del motor de referencia. A través de esta variable y de la curva par-velocidad del motor podremos averiguar el par que debe dar la máquina y, por consiguiente, el valor de $\lambda_{rd_{ref}}$ que utilizaremos como referencia.

5.3.3. Curva Par-Velocidad.

Como hemos mencionado anteriormente, necesitaremos servirnos de la curva par-velocidad del motor para que la velocidad de referencia del motor nos sirva para obtener el vector de flujo enlazado (a través del par que se corresponde a la velocidad requerida). La curva par-velocidad del motor asíncrono tiene una región de par constante y otra región que se denomina debilitamiento de campo (*field weakening*). La correspondencia entre el par y la velocidad se puede representar de manera *aproximada* como:

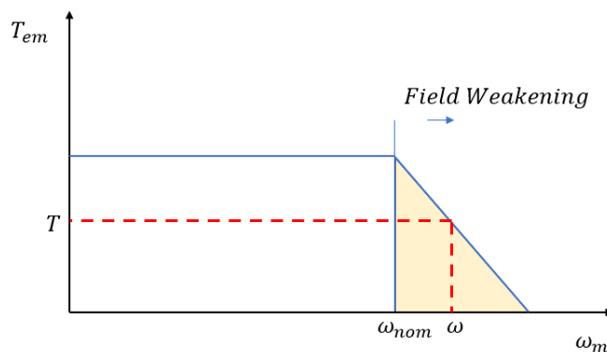


Figura 5.11. Curva par-velocidad del motor.

La región de debilitamiento de campo se da en el caso de que la velocidad del motor aumente por encima de su valor nominal, para que el motor pueda entregar esa velocidad debe disminuir el par (ya que se encuentra limitado por su potencia). Al disminuir el par, el campo magnético en su interior se ve disminuido también. En esta región la potencia se debe mantener constante.

Puesto que el par está relacionado con el flujo enlazado a través de la ecuación:

$$T_{em} = \frac{p}{2} \left(\frac{L_m}{L_r} \lambda_{rd} \right) i_{sq}$$

Podemos relacionar una velocidad del motor ω con el par T correspondiente por la curva par-velocidad, y este equivale a un valor concreto de flujo enlazado que nos permite relacionar la ecuación anterior. Con este valor de λ_{rd} podemos obtener la corriente i_{sd} a través de la ecuación:

$$\lambda_{rd}(s) = \frac{L_m}{1 + s\tau_r} i_{sd}(s)$$

Finalmente, con la corriente del estator sobre el eje directo (que se corresponde con la velocidad del motor de referencia impuesta) ya podremos aplicar un control PI sobre ella. La acción del controlador sobre las corrientes del estator nos permitirá lograr las corrientes necesarias para que la velocidad del motor obtenida como respuesta (ligada al par por la curva par-velocidad) se corresponda con la velocidad de referencia. Para completar el lazo de control bastará con alimentar al inversor con las nuevas corrientes obtenidas y medir las corrientes que entrega de vuelta (que suministra al motor). Sobre estas corrientes en el sistema de referencia “abc” debemos realizar las transformaciones necesarias para realimentar el lazo de control.

A continuación, comprobaremos con un ejemplo cómo podemos implementar este lazo de control y comentaremos los resultados obtenidos. Además, se tendrán que sintonizar los controladores PI y compararemos distintas ganancias del controlador y veremos cómo influyen en las respuestas del sistema.

5.4. Ejemplo de aplicación.

En el siguiente ejemplo podremos comprobar numéricamente si los resultados obtenidos encajan con el lazo de control planteado anteriormente. Además, podremos comprobar si el lazo de control nos permite conseguir una respuesta del par y de la velocidad que se ajuste a la referencia que imponamos. Con este ejercicio se pretende validar el modelo que se ha introducido en este capítulo. Por último, se mostrará un ejemplo de implementación del modelo del motor en el software LTSpice.

5.4.1. Obtención de parámetros en régimen permanente.

La siguiente simulación ha sido realizada en Xcos, un editor gráfico del software libre Scilab, que nos permite simular modelos y sistemas en tiempo continuo, para este caso en concreto. La simulación requiere de unos parámetros que deben ser previamente introducidos (ya sea introducidos como constantes en la misma simulación u obtenidas de la lista de variables de Scilab). En nuestro caso, optaremos por la segunda opción, esto es, arrancaremos un programa en Scilab previo a la simulación.

Este programa nos permitirá obtener los valores de la máquina en régimen permanente (**Anexos Scilab: “regimen_permanente_AC_FO.sce”**). Para ello debemos primero caracterizar la máquina, para ello daremos valores a parámetros como las inductancias de magnetización, estátor y rotor; las resistencias del estátor y del rotor, el número de polos, la potencia nominal, entre otras. Con estos valores se pretenden calcular las corrientes (en el estátor y en el rotor), así como los flujos enlazados. Para obtener estos datos de salida en función de los parámetros constantes de entrada debemos introducir los valores del par resistente (en caso de que se decida incluirlo) y la tensión de fase que se aplica al motor. Todo esto queda resumido en un archivo en Scilab:

```

Lm=139/(2*pi*60)//Henrios
Ls=Lm+5.25/(2*pi*60)//Henrios
Lr=Lm+4.57/(2*pi*60)//Henrios

//La matriz de inductancias quedará como:
M=[ Ls 0 Lm 0
    0 Ls 0 Lm
    0 Lm 0 Lr 0
    0 Lm 0 Lr 0 ];
//Mediante las corrientes podremos calcular los flujos enlazados
//ecuacion 3-61

Rs=1.77//Ohmios
Rr=1.34//Ohmios
Tau=Lr/Rr;
P=4 //Número total de polos
Jeq=0.025//kg*m^2 momento de inercia de la máquina
wsin=2*pi*60
snom=0.0172
wmech=wsin*(1-snom)*2/P
Pnom=3*746// 3 CV+Perdidas en el hierro+Perdidas fricción

```

Figura 5.12. Extracto del fichero Scilab para el cálculo de parámetros en régimen permanente.

Para obtener las corrientes a la salida debemos contar con funciones implementadas en Scilab que nos relacionen las tensiones de fase aplicadas al motor con la corriente que recibe el mismo (en el sistema trifásico “abc”). Además, las corrientes se transformarán de un sistema “abc” a “dq” y viceversa, es por esto por lo que implementamos las siguientes funciones:

```

//función para calcular los valores dq de un sistema trifásico
function [d,q]=dq_abc(a,b,c,ang)
... K=(2/3)^0.5;
... d=K*(cos(ang)*a+cos(ang-2*pi/3)*b+cos(ang-4*pi/3)*c);
... q=K*(-sin(ang)*a-sin(ang-2*pi/3)*b-sin(ang-4*pi/3)*c);
endfunction

```

Figura 5.13. Función para convertir valores de “abc” a “dq” en Scilab.

```

function [a,b,c]=abc_dq(d,q,ang)
... K=(2/3)^0.5;
... a=K*(cos(ang)*d-sin(ang)*q);
... b=K*(cos(ang+4*pi/3)*d-sin(ang+4*pi/3)*q);
... c=K*(cos(ang+2*pi/3)*d-sin(ang+2*pi/3)*q);
endfunction

//Calculo de las corrientes en función de S
function I=corrientes(V,wsyn,s)
... A=[ Rs -wsyn*Ls 0 -wsyn*Lm
        wsyn*Ls Rs wsyn*Lm 0
        0 -s*wsyn*Lm Rr -s*wsyn*Lr
        s*wsyn*Lm 0 s*wsyn*Lr Rr ];
I=inv(A)*V
endfunction

//función para determinar el par en función del deslizamiento
function T=ParMotor(V,wsyn,s)
... I=corrientes(V,wsyn,s);
... T=(P/2)*Lm*(I(3)*I(2)-I(1)*I(4));
endfunction

```

Figura 5.14. Otras funciones para el fichero de cálculo de valores en régimen permanente en Scilab.

Las funciones que se muestran en la figura 5.14 nos permiten, en orden, devolver las variables en “dq” al sistema “abc”, obtener las corrientes a partir de una tensión de fase aplicada al motor (a través de una matriz que desarrollamos anteriormente en el apartado 5.2.4) y un valor concreto del deslizamiento; y, finalmente, calcular el par de la máquina en función del deslizamiento (que interviene en el cálculo de

las corrientes). La expresión del par es la que utilizamos para un caso general (no es específico para campo orientado). En el fichero de Scilab se llaman a las funciones pasando como parámetros las condiciones iniciales previamente impuestas. Con todo ello podemos obtener los valores de salida para poder simular el lazo de control en Xcos.

5.4.2. Simulación del motor en campo orientado.

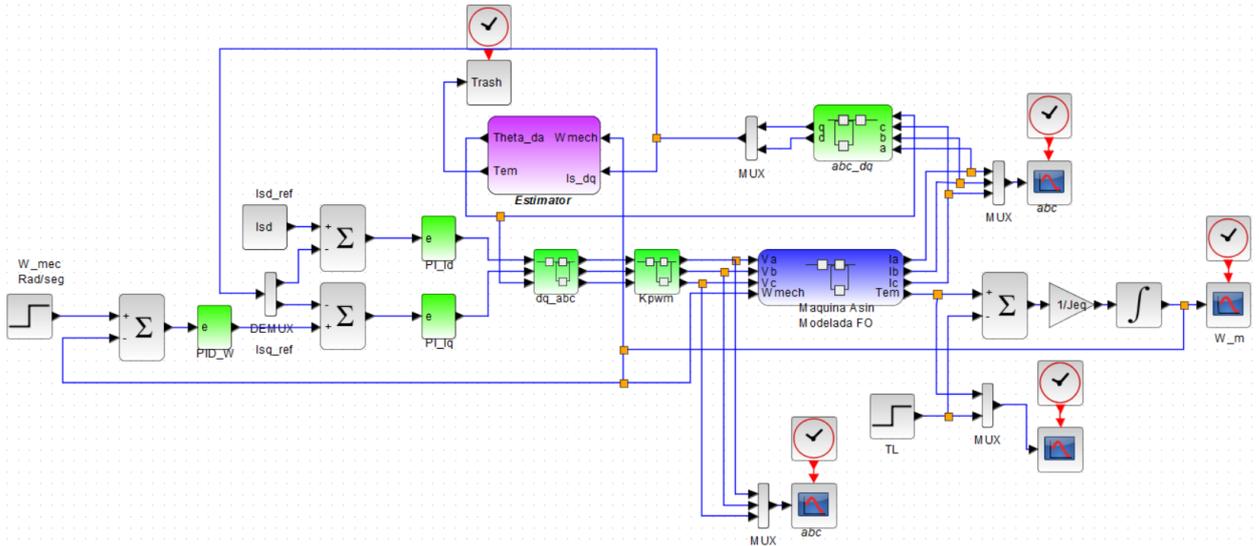


Figura 5.15. Fichero de simulación en Xcos. Lazo de control completo.

El esquema del lazo de control se ha implementado de manera idéntica al planteamiento que se realizó en la figura 5.9. A continuación, repasaremos cada uno de los bloques que intervienen en el lazo de control para detallar cómo se han implementado en Xcos. Se encuentra disponible en **Anexos Scilab: "Modelo_motor_FO.zcos"**.

En primer lugar, podemos observar los bloques "abc_dq" y "dq_abc". Estos nos permiten las transformaciones entre los distintos sistemas de referencia. Aceptan como parámetro de entrada el ángulo que nos proporciona el bloque de cálculo (sombreado en color morado). La implementación de los bloques se realiza de la siguiente manera:

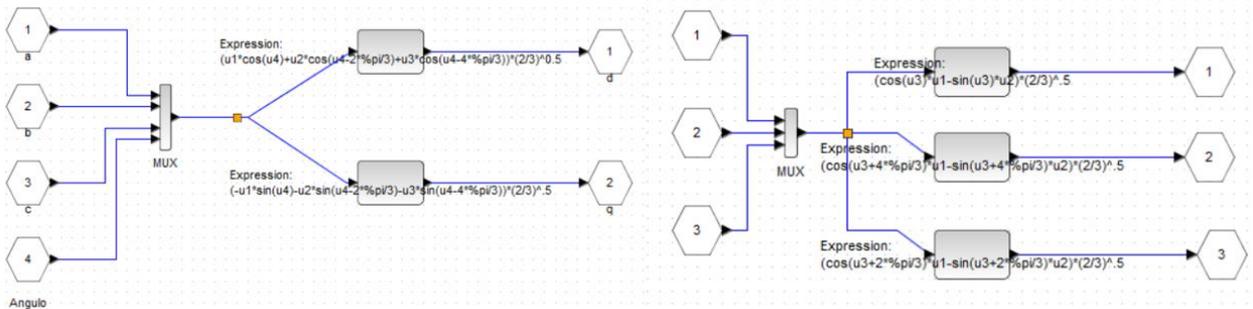


Figura 5.16. Fichero de simulación en Xcos. Bloques "abc_dq" y "dq_abc".

Los bloques de transformación entre los sistemas de referencia no serán comentados puesto que el procedimiento es idéntico al que se ha demostrado en el capítulo 2, y su implementación también se ha realizado en LTSpice. En cuanto al bloque "Kpwm", que emula el comportamiento del inversor como fuente de tensión de ganancia K_{PWM} , se ha modelado de la siguiente manera:

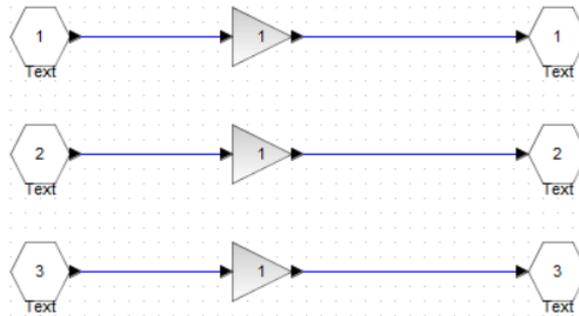


Figura 5.17. Fichero de simulación en Xcos. Bloque “Kpwm”.

Tal y como está planteado, $K_{PWM} = 1$. Esta ganancia multiplica a cada una de las tensiones de fase con las que se alimenta el bloque. Para afinar el comportamiento del inversor debemos dotar al bloque con una ganancia K_{PWM} distinta y observar su respuesta.

El bloque de cálculo reúne las ecuaciones de campo orientado que nos permiten conocer el par T_{em} y el ángulo θ_{Br} a partir de las corrientes medidas (en el sistema “dq”) y la velocidad del motor (en ángulos mecánicos, medida). Requiere de los valores de resistencias e inductancias que se han cargado previamente en el fichero de Scilab comentado anteriormente:

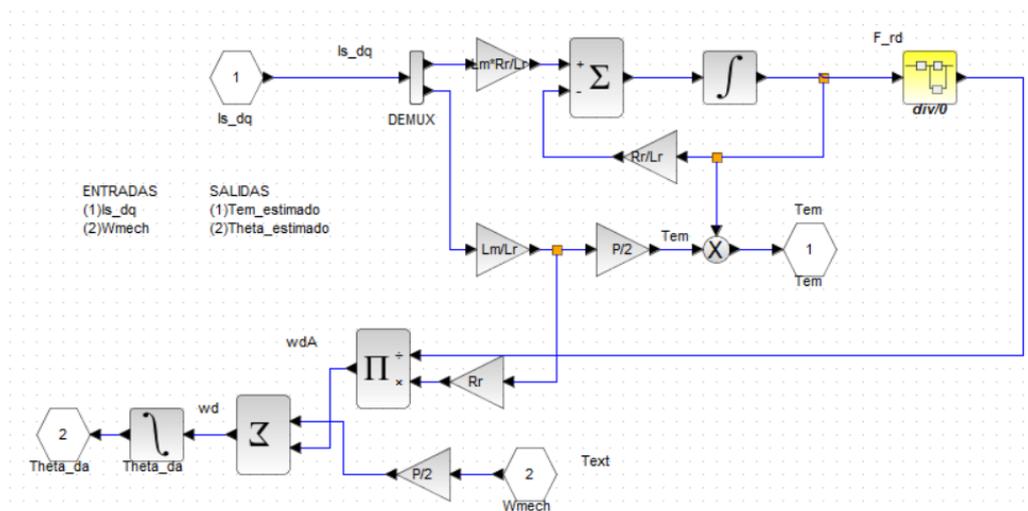


Figura 5.18 Fichero de simulación en Xcos. Bloque de Cálculo.

Por último, solo queda comentar el bloque que modela la máquina asíncrona en campo orientado, este bloque contiene todos los aspectos que se han estudiado este capítulo, desde el modelo completo del motor hasta las condiciones para la realización del modelo en campo orientado.

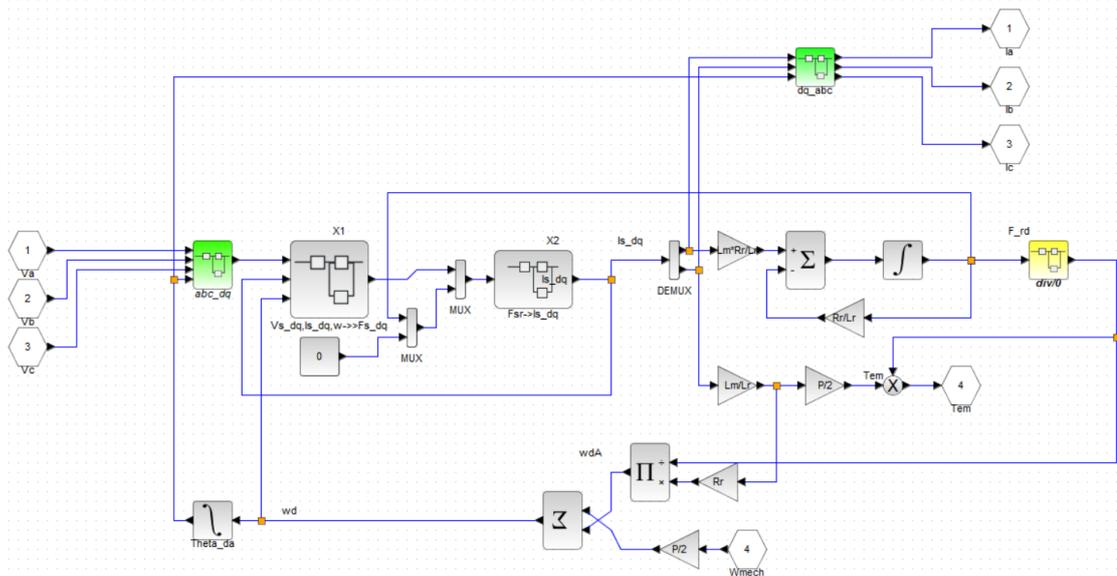


Figura 5.19. Fichero de simulación en Xcos. Modelo del motor en campo orientado.

A continuación, procedemos a explicar el funcionamiento de este subsistema. Las entradas son las tensiones de fase (en el sistema “abc”) y la velocidad del motor (mecánica, tomada como medida). En primer lugar, debemos convertir las tensiones al sistema “dq”, con tal de que, junto con las corrientes en “dq”, poder generar los enlaces de flujo tal y como indican las siguientes ecuaciones (este proceso de cálculo se realiza en el bloque “X1”):

$$v_{sd} = R_s * i_{ds} + \frac{d}{dt}(\lambda_{ds}) - \omega_{da}(\lambda_{qs})$$

$$v_{sq} = R_s * i_{qs} + \frac{d}{dt}(\lambda_{qs}) + \omega_{da}(\lambda_{ds})$$

A la salida del bloque obtendremos los enlaces de flujo del estátor en “dq”. Será precisamente con estas variables con las que podremos obtener las corrientes en “dq” que nos sirven para introducirlas como entradas en el bloque “X1” y para la obtención del par con el modelo de campo orientado. Las salidas serán las corrientes en “abc” (a través del bloque “dq_abc” previamente mencionado) y el par. Para relacionar la velocidad mecánica medida del motor con la variable ω_{da} (que nos servirá para integrarla y obtener θ_{da} , como ángulo necesario para las transformaciones “dq/abc”) tendremos que relacionarla con el número de pares de polos y posteriormente restarla de ω_{dA} , que es la velocidad con la que gira el eje directo respecto del rotor.

Por último, cabe mencionar que se debe situar un bloque que evite las divisiones por 0; este bloque de color amarillo nos evitará problemas en la generación del par cuando tratemos de calcular la constante $k_T = \frac{p}{2} \left(\frac{L_m}{L_r} \lambda_{rd} \right)$ para el par según el modelo en campo orientado.

5.4.3. Sintonización de los controladores PI (I).

Una vez finalizado el repaso de todos los bloques que componen la simulación, procederemos a sintonizar los controladores PI para poder generar los resultados que mostraremos más adelante. Para realizar la sintonización de los controladores PI en el dominio del tiempo comenzaremos por el lazo de control del par (**Anexos Scilab: “SintonizacionPI_Lazo_Par.zocs”**), el diagrama de bloques es el siguiente:

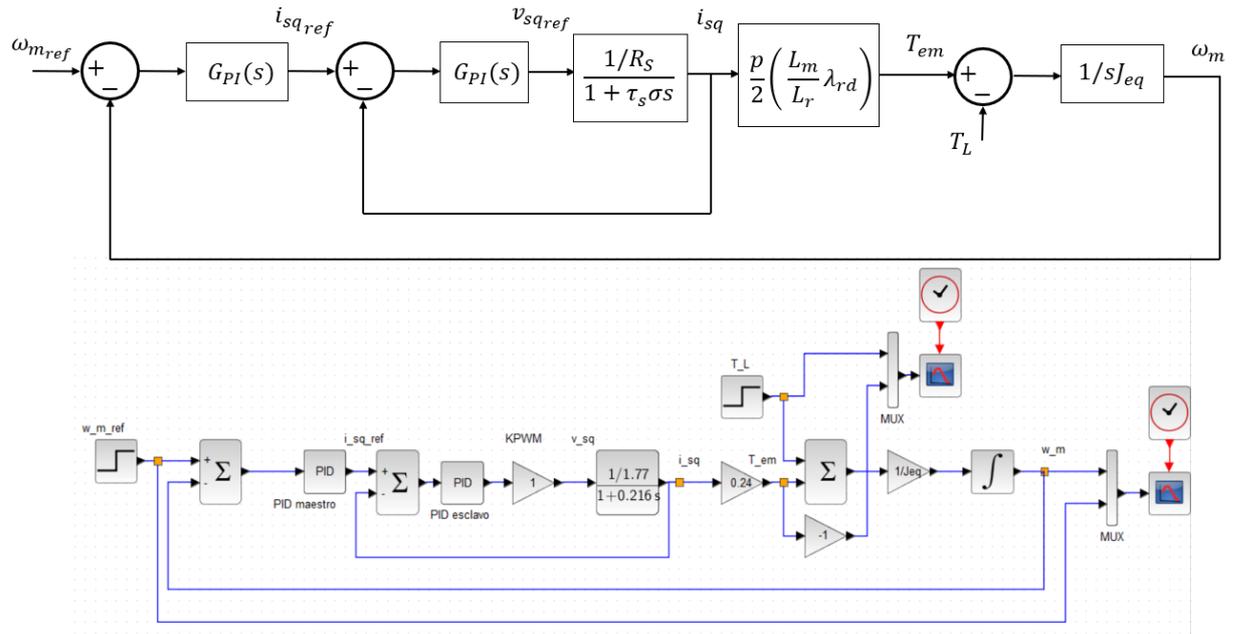


Figura 5.20. Diagrama de bloques en cascada. Implementación en Scilab.

El lazo de control completo está compuesto por un lazo interior (esclavo) que compensa la corriente del estátor en el eje 'q'. El control sobre esta corriente nos servirá para generar el par necesario para que la velocidad mecánica del motor siga a la referencia impuesta. Todos los valores han sido obtenidos del fichero de parámetros en régimen permanente. Para poder analizar este lazo debemos separarlo en dos problemas distintos, el primero de ellos, un lazo esclavo que deberá compensar la corriente a una velocidad mayor a la que trabaja el lazo maestro. Esto es así para que, a efectos del lazo de control maestro, el lazo esclavo quede reducido a la unidad, tal y como se puede observar en la figura 5.21.

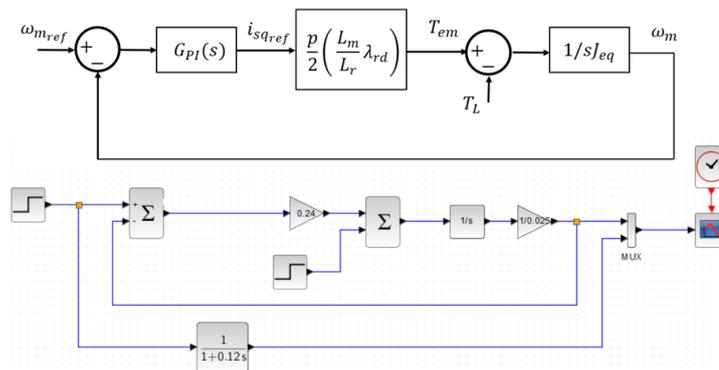


Figura 5.21. Diagrama de bloques. Lazo de control del par (maestro). Implementación en Scilab.

En la figura 5.21 podemos comprobar cómo se ha implementado el lazo de control del par en Xcos, el lazo esclavo queda reducido a la unidad (con la constante $K_{PWM} = 1$). Los valores numéricos de las inductancias, enlaces de flujo e inercia del motor se han tomado del fichero de generación de parámetros en régimen permanente que hemos mencionado anteriormente. La respuesta del sistema con un controlador proporcional de ganancia unitaria es equivalente al de un sistema de primer orden con una constante de tiempo de 0.12 segundos y ganancia unidad, por lo que nos resultará más cómodo trabajar con el sistema aproximado a una planta de primer orden. Para sintonizar el PI podremos realizar el mismo método que utilizamos en el último ejemplo de sintonización de controladores PI, esto es,

imponiendo previamente la respuesta que deseamos obtener del sistema y, en base a esa elección, calcular cuál debe ser la ganancia del controlador PI (tanto proporcional como integral).

Para evitar sobre impulsos elevados en la respuesta del sistema impondremos la condición de que la salida debe ser la que tendría un sistema de primer orden con un tiempo de establecimiento menor. Para ello escogemos una constante de tiempo $\tau_r < 0.12s$, por ejemplo, $\tau = 0.05s$. Al imponer esta condición aumentará el tipo del sistema en conjunto (ya que un controlador con parte integral añade un polo en el origen). Por lo tanto, aparecerá un sobre impulso que debemos reducir todo en cuanto sea posible, sin dejar de lado la velocidad en la respuesta del sistema.

$$G_{PI}(s) = \frac{M(s)}{G(s)(1 - M(s))}$$

Si introducimos las funciones de transferencia de la planta y la respuesta que deseamos obtener podemos deducir la forma que debe tener el controlador.

$$G_{PI}(s) = \frac{\frac{1}{\tau_r s + 1}}{\frac{1}{\tau s + 1} \left(1 - \frac{1}{\tau_1 s + 1}\right)}$$

$$G_{PI}(s) = \frac{\frac{1}{\tau_r s + 1}}{\frac{\tau_r s}{(\tau_r s + 1)(\tau s + 1)}} = \frac{1}{\tau_r} \left(\frac{1 + \tau s}{s}\right) = \frac{\tau}{\tau_r} \left(\frac{1}{\tau s} + 1\right)$$

Podemos asemejar esta función de transferencia a la de un controlador PI con:

$$k_p = \frac{\tau}{\tau_r} = \frac{0.12}{0.05} = 2.4 \text{ y } T_i = 0.12s$$

$$k_i = \frac{k_p}{T_i} = 20$$

Con el controlador sintonizado, la nueva respuesta del sistema se muestra en la figura 5.22. Se puede comprobar que la respuesta del sistema con controlador de ganancia unitaria (negro) es mucho más lenta que la respuesta con controlador (verde), que, además, no cuenta con sobre impulso. En color rojo se muestra el error del sistema ante la respuesta con controlador PI.

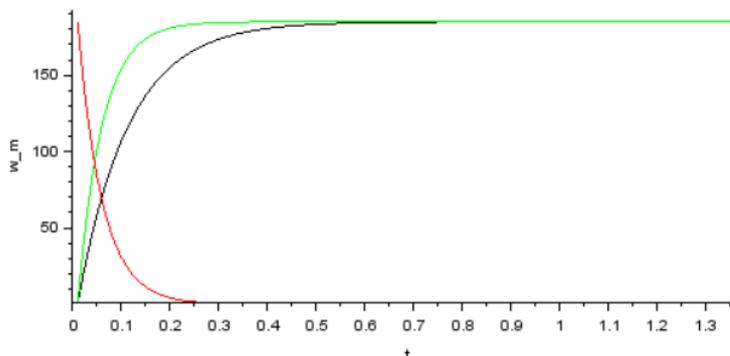


Figura 5.22. Respuesta del sistema con controlador. Lazo de control del par.

Para completar la simulación únicamente resta ajustar los controladores PI de la corriente del estátor. Estos controladores serán idénticos para ambas corrientes (tanto para el eje 'd' como para el eje 'q'). Una vez logremos ajustar uno de ellos habremos completado la sintonización de todos los

controladores de la simulación que planteamos como ejercicio. El lazo de control para la corriente del estátor en el eje en cuadratura (lazo de control esclavo) es el siguiente (**Anexos Scilab: "SintonizacionPI_Lazo_Corriente.zcos"**):

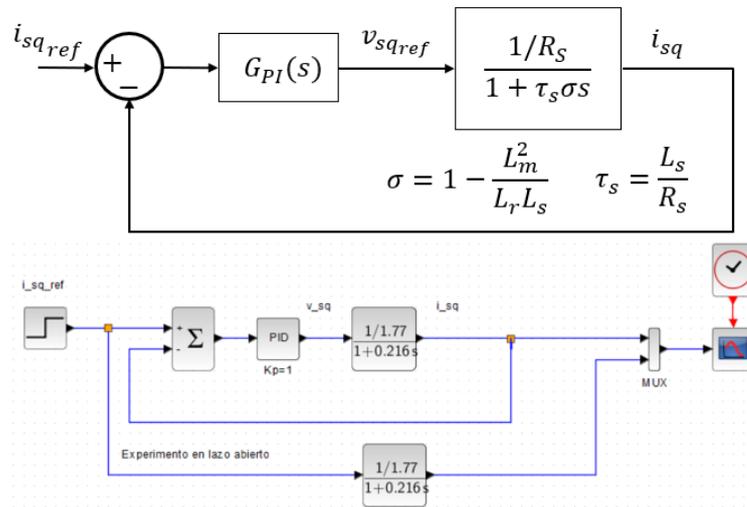


Figura 5.23. Lazo de control de la corriente. Implementación en Scilab.

Los valores para la inductancia y resistencia del estátor se han obtenido del fichero en Scilab para la obtención de parámetros en régimen permanente. La planta del lazo de control es un sistema de primer orden, esto implica que la sintonización se puede realizar de la misma manera que con los controladores anteriores. En este caso, la constante de tiempo del sistema es $\tau_s = 0.216s$, además, el sistema atenúa la referencia con un valor de $k = 1/1.77$, por lo que el controlador debe proporcionarnos una ganancia que nos permita que la salida pueda seguir a la referencia de corriente (que debe valer 5.71 Amperios, obtenida del fichero de simulación de parámetros en régimen permanente). Imponemos la condición de que la salida sea la misma que la de un sistema $M(s)$ en lazo abierto frente a la misma referencia:

$$M(s) = \frac{1}{\tau_r s + 1}$$

$M(s)$ debe tener una ganancia unitaria, para que la corriente $i_{sq} = i_{sqref}$. Además, fijamos una constante de tiempo de la respuesta $\tau_r < \tau_s$, que, además, debe ser menor que la constante de tiempo de la respuesta ofrecida por el lazo maestro; por ejemplo, $\tau_r = 0.01s$. Como hemos podido comprobar en el ejemplo anterior:

$$k_p = \frac{\tau_s}{\tau_r} = \frac{0.216}{0.01} = 21.6 \text{ y } T_i = 0.216s$$

$$k_i = \frac{k_p}{T_i} = 100$$

Si colocamos al sistema un controlador cuya función de transferencia sea:

$$G_{PI}(s) = 21.6 * \left(1 + \frac{1}{0.216 * s} \right)$$

Podremos obtener a la salida una respuesta como la que tendría un sistema $M(s)$ ante la referencia de $i_{sqref} = 5.71 A$ en lazo abierto, procedemos a comprobarlo con los resultados de la simulación:

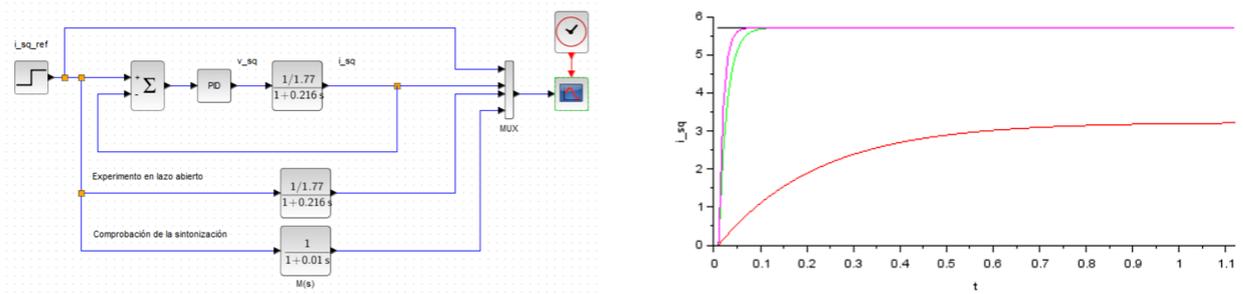


Figura 5.24. Respuesta del sistema con controlador. Lazo de control de la corriente.

La señal en color rosado muestra la salida del sistema $M(s)$, podemos comprobar que es muy parecida a la señal de respuesta del sistema controlado (en color verde). Por último, en color rojo podemos observar la respuesta del sistema en lazo abierto; la atenuación que introduce la planta $k = 1/1.77$ impide que la salida alcance el valor de la referencia.

5.4.4. Sintonización de los controladores PI (II).

Podemos realizar una sintonización de los controladores PI en el dominio de la frecuencia con el objetivo de comparar los resultados obtenidos con la sintonización en el dominio del tiempo y poder comparar los distintos métodos posibles. Para ello, comenzaremos por analizar el lazo esclavo; una vez lo hayamos sintonizado procederemos a establecer el controlador maestro. Con todo ello resolveremos la sintonización de los controladores PI en el dominio de la frecuencia, que suele ser conveniente en casos similares al que se propone puesto que se trata de un sistema conmutado (inversor). La simulación que se plantea se encuentra en **Anexos Scilab: "SintonizacionPI_Lazo_Corriente_TiempoFrecuencia.zcos"**.

La función de transferencia del lazo de control esclavo (figura 5.23) en lazo abierto se puede representar como:

$$G_{OL}(s) = G_{PI}(s) * K_{PWM} * \frac{1}{R_s + L_s \sigma s}$$

$$G_{OL}(s) = \frac{k_i}{s} \left(1 + \frac{sk_p}{k_i} \right) K_{PWM} \frac{1}{R_s + L_s \sigma s}$$

$$G_{OL}(s) = \frac{k_i}{s} \left(1 + \frac{sk_p}{k_i} \right) K_{PWM} \frac{1/R_s}{1 + \frac{L_s}{R_s} \sigma s}$$

De tal modo que si se cumple:

$$\frac{k_p}{k_i} = \frac{L_s}{R_s} \sigma$$

Entonces,

$$G_{OL}(s) = \frac{k_i}{s} K_{PWM} \frac{1}{R_s}$$

Para reflejarlo en el dominio de la frecuencia deberemos sustituir $s = j\omega = j2\pi f$. La condición que debemos imponer para diseñar el controlador será el ancho de banda del sistema (también se puede ajustar el margen de fase como segunda condición para el controlador). Dado que el inversor es un sistema conmutado, nos interesa que el ancho de banda que impongamos contenga la frecuencia de conmutación del inversor, pero no debe ser demasiado grande puesto que, de ser así, comenzaríamos a incluir armónicos de alta frecuencia. Estos armónicos pueden generar pares en la máquina en sentido

contrario al que deseamos obtener, y, además, se localizan a distintas frecuencias, por lo que no se restan al fundamental, sino que se traducen en vibraciones en el eje de la máquina.

Existe una similitud entre los parámetros de control en el dominio del tiempo y en el de la frecuencia. Podemos relacionar el ancho de banda del sistema con el tiempo de respuesta (en caso de sintonizar los controladores PI en el dominio del tiempo) mediante la relación:

$$BW * t_R = 0.35$$

Además, se puede relacionar el amortiguamiento de la respuesta con el margen de fase del sistema en el dominio de la frecuencia:

$$\xi = \frac{MF}{100}$$

Por lo que, si queremos comparar los resultados del controlador en el dominio de la frecuencia con los resultados tras sintonizarlo en el tiempo, escogeremos un ancho de banda tal que ofrezca un tiempo de respuesta similar al del sistema controlado anteriormente, es decir, $BW = \frac{0.35}{t_r} = \frac{0.35}{0.01} = 35\text{Hz}$. Si sustituimos este valor de frecuencia la función de transferencia (como número complejo, con módulo y fase) sabremos que, si bien en lazo cerrado debe tener un módulo $|G_{CL}(f = BW)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (-3dB), en lazo abierto debe tener un módulo $|G_{OL}(f = BW)| = 1$. Por tanto:

$$|G_{OL}(f = BW)| = \left| \frac{k_i}{j2\pi BW} K_{PWM} \frac{1}{R_s} \right| = 1$$

$$k_i = \frac{R_s}{K_{PWM}} 2\pi BW = \frac{1.77}{1} 2\pi * 35\text{Hz} = \mathbf{389.24}$$

Y podemos despejar k_p ,

$$k_p = \frac{L_s}{R_s} k_i \sigma = \frac{0.383\text{ H}}{1.77\ \Omega} 389.24 * \left(1 - \frac{0.369^2}{0.381 * 0.383} \right) = \mathbf{5.634}$$

El controlador ya está diseñado puesto que cumple que el margen de fase del sistema (que debe estar alejado de -180° ya que representa la inestabilidad del sistema) es:

$$MF = \phi(G_{OL}(j\omega)) - (-180^\circ) = \phi\left(\frac{k_i}{j\omega} K_{PWM} \frac{1}{R_s}\right) - (-180^\circ)$$

$$MF = \phi\left(\frac{k_i K_{PWM}}{R_s}\right) - \phi(j\omega) - (-180^\circ) = (0^\circ - 90^\circ) - (-180^\circ) = 90^\circ$$

El sistema cumple los requisitos de margen de fase y ancho de banda. Podemos observar la respuesta de este lazo esclavo respecto a la que obtenemos cuando sintonizamos los controladores PI en el dominio del tiempo.

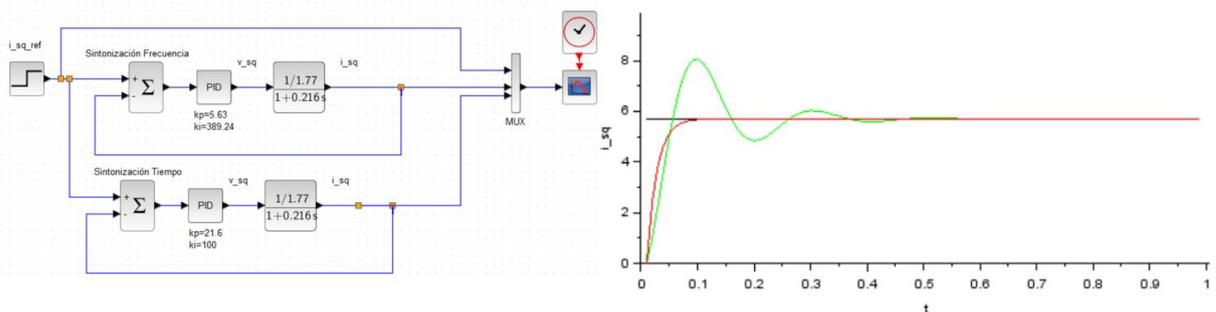


Figura 5.25. Respuesta del sistema con controlador en frecuencia y tiempo. Lazo de corriente.

En color verde se muestra la respuesta del sistema con el controlador en frecuencia, como podemos comprobar, el tiempo de respuesta es prácticamente idéntico, pero este cuenta con un sobre impulso máximo superior al sistema controlado en el dominio del tiempo (rojo).

En cuanto al lazo de control maestro, el diagrama de bloques es idéntico al de la figura 5.21 (Anexos Scilab: "SintonizacionPI_Lazo_Velocidad_TiempoFrecuencia.zcos"). Esta vez impondremos que el ancho de banda sea una década menor que el del lazo esclavo (puesto que el maestro siempre debe ser más lento que el esclavo para poder aproximar el lazo esclavo a la unidad). Impondremos, además, que el margen de fase del sistema controlado sea de 60° (suficientemente alejado de la inestabilidad):

$$MF = 60^\circ = \phi(G_{OL}(j2\pi BW)) + 180^\circ$$

$$BW = \frac{BW_{esclavo}}{10} = 3.5\text{Hz}$$

La manera de proceder será idéntica, pero esta vez, resolveremos el sistema de ecuaciones para k_i y k_p con las dos ecuaciones planteadas como condición para el control. La función de transferencia del sistema en lazo abierto será la siguiente:

$$G_{OL}(s) = \frac{k_i K_T}{s J_{eq}} G_{PI}(s) = \frac{k_i K_T}{J_{eq}} \frac{1}{s} \left(1 + \frac{s k_p}{k_i} \right)$$

En el dominio de la frecuencia:

$$G_{OL}(j\omega) = \frac{k_i K_T}{J_{eq}} \frac{1}{j\omega} \left(1 + \frac{j\omega k_p}{k_i} \right)$$

Si imponemos las condiciones anteriores obtendremos las dos siguientes ecuaciones:

$$|G_{OL}(j2\pi BW)| = 1 \quad (1)$$

$$\phi(G_{OL}(j2\pi BW)) = -120^\circ \quad (2)$$

Se desarrollan a continuación:

$$\frac{k_i K_T}{J_{eq}} \frac{1}{2\pi BW} \sqrt{1 + \left(\frac{2\pi BW k_p}{k_i} \right)^2} = 1 \quad (1)$$

$$\phi\left(\frac{k_i K_T}{J_{eq}}\right) - \phi(j2\pi BW) + \phi\left(1 + \frac{j2\pi BW k_p}{k_i}\right) = -120^\circ \quad (2)$$

$$0^\circ - 90^\circ + \text{atan}\left(\frac{2\pi BW k_p}{k_i}\right) = -120^\circ \quad (2)$$

Resolviendo el sistema obtenemos:

$$k_p = 0.812; \quad k_i = 30.93$$

Ahora podemos comprobar la respuesta del sistema de control maestro tanto en el dominio del tiempo como en frecuencia:

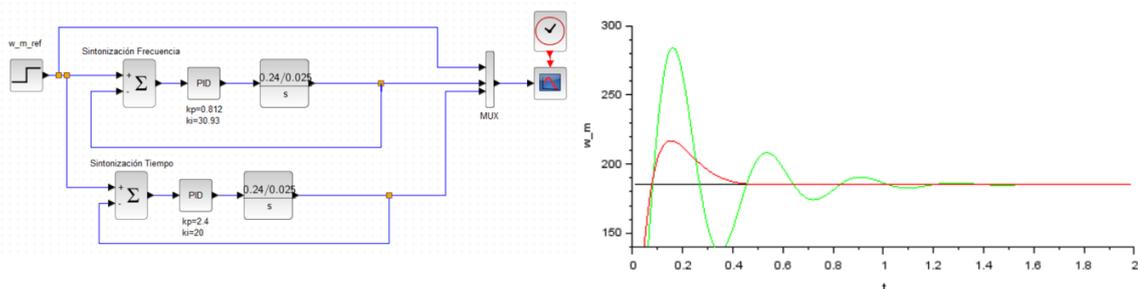


Figura 5.26. Respuesta del sistema con controlador en frecuencia y tiempo. Lazo de velocidad.

La respuesta del controlador en frecuencia (color verde), de nuevo, muestra un mayor sobre impulso máximo, además de un mayor tiempo de establecimiento. Si deseamos un coeficiente de amortiguamiento menor (el actual es $\xi = \frac{MF}{100} = 0.6$), solo debemos reajustar el margen de fase del sistema. Repetimos la simulación para un margen de fase de 30°, que implica:

$$k_p = 1.4 \quad k_i = 17.86$$

Obtenemos una respuesta más suave:

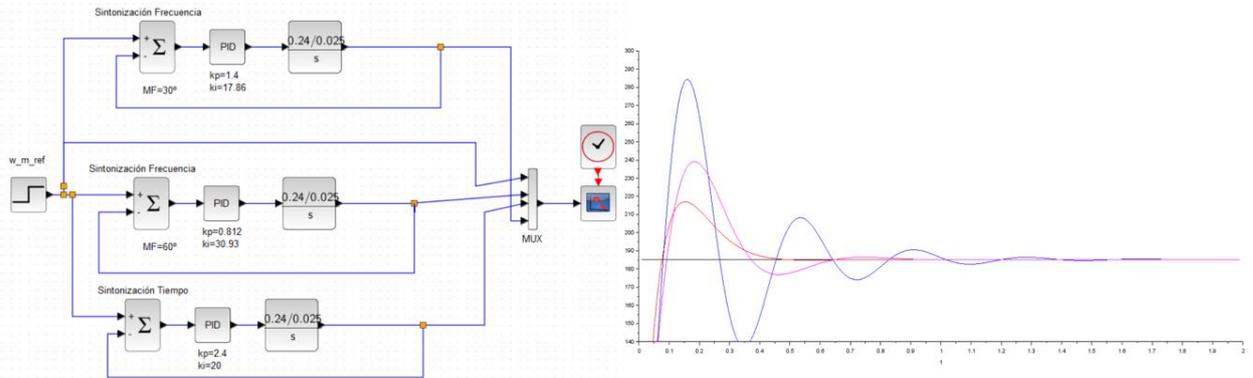


Figura 5.27. Respuesta del sistema con controlador en frecuencia y tiempo. Lazo de control de velocidad variando MF(°).

La respuesta en color rosado (MF=30°) es mucho más suave que la de color azul (MF=60°), no obstante, la respuesta más rápida de todas sigue siendo la lograda con el controlador PI en el dominio del tiempo. Variando el ancho de banda podemos corregir la velocidad de la respuesta, y, variando el margen de fase, el amortiguamiento (relacionado con el sobre impulso máximo). Con todos los controladores comprobados y simulados podemos introducirlos en el lazo completo (control en cascada), así como en el modelo del motor en campo orientado, analizado anteriormente en este capítulo (**Anexos Scilab: "SintonizacionPI_Lazo_Velocidad_VariandoMF.zcos"**).

5.4.5. Resultados de la simulación.

Una vez hemos sintonizado todos los controladores ya podemos introducir los valores obtenidos en los controladores del lazo de control del motor en campo orientado completo y observar los resultados que se obtienen en cuanto al control del par y la velocidad. Podemos comparar estos resultados con aquellos obtenidos con el diagrama de bloques completo (control en cascada, figura 5.20). Realizaremos este proceso con los controladores sintonizados en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia.

Las curvas de respuesta del par y la velocidad (junto a sus señales de referencia correspondientes) se muestran a continuación, con los controladores PI sintonizados en el dominio del tiempo, esto es:

$$G_{PI}(s)_{esclavo} = 21.6 \left(1 + \frac{1}{0.216s} \right)$$

$$G_{PI}(s)_{maestro} = 2.4 \left(1 + \frac{1}{0.12s} \right)$$

Además, se ha mantenido $K_{PWM} = 1$.

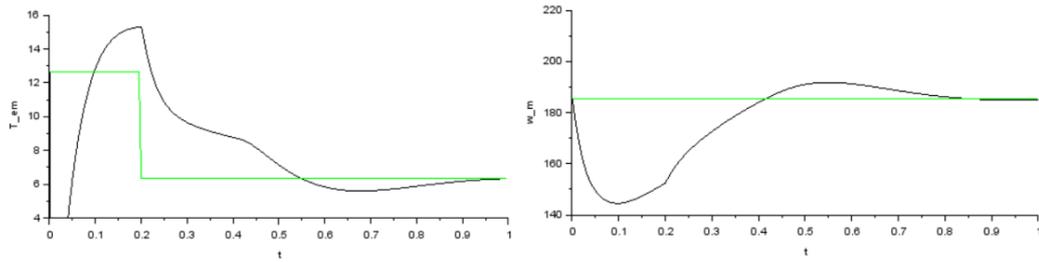


Figura 5.28. Respuesta del par y de la velocidad ($K_{PWM}=1$). Modelo en Campo orientado (Tiempo).

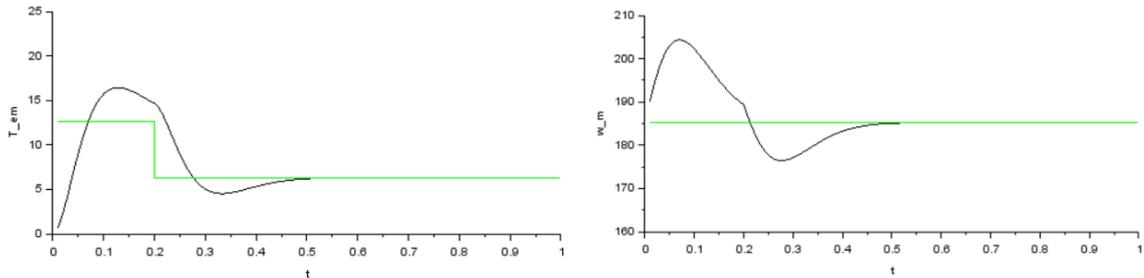


Figura 5.29. Respuesta del par y de la velocidad ($K_{PWM}=1$). Lazo de control en cascada (Tiempo).

Si realizamos el mismo procedimiento para la sintonización de los controladores en frecuencia y comparamos ambos modelos en el software Xcos ($K_{PWM} = 1$):

$$G_{PI}(s)_{esclavo} = 5.63 \left(1 + \frac{1}{0.0144s} \right)$$

$$G_{PI}(s)_{maestro} = 1.4 \left(1 + \frac{1}{0.0783s} \right)$$

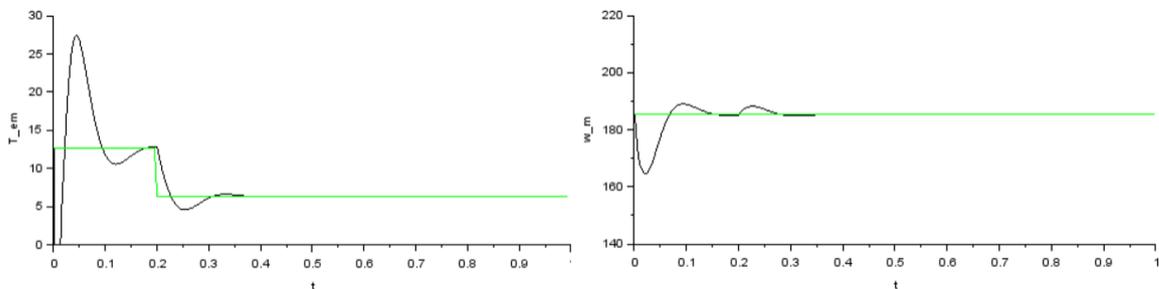


Figura 5.30. Respuesta del par y de la velocidad ($K_{PWM}=1$). Modelo en Campo orientado (Frecuencia).

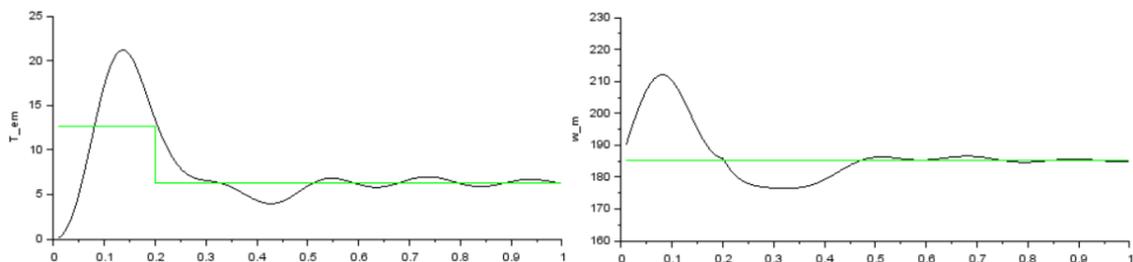


Figura 5.31. Respuesta del par y de la velocidad ($K_{PWM}=1$). Lazo de control en cascada (Frecuencia).

Como podemos comprobar, ambos modelos ofrecen una respuesta similar en cuanto a los máximos sobre impulsos que se obtienen (la respuesta del sistema se observa en color negro, frente a la referencia, en color verde). Sin embargo, las respuestas tanto de par como de velocidad según el modelo

aproximado son mucho más rápidas; alcanzan el estacionario en la mitad del tiempo (0.5 segundos). Probamos a cambiar el valor de la constante K_{PWM} . Como sabemos,

$$K_{PWM} = \frac{2V_{PT}}{V_{DC}}$$

Si la tensión de pico de la señal triangular (empleada para la modulación en el inversor trifásico) $V_{PT} = 1V$, y la tensión de continua que se suministra al inversor $V_{DC} = 400V$, entonces:

$$K_{PWM} = \frac{2 * 1V}{400V} = 0.005$$

Una vez modifiquemos la constante PWM debemos reajustar los controladores PI. El controlador PI esclavo deberá adoptar la forma:

$$G_{PI}(s)_{esclavo} = \frac{k_p}{K_{PWM}} \left(1 + \frac{1}{T_i K_{PWM} s} \right) = \frac{21.6}{0.005} \left(1 + \frac{1}{0.216 * 0.005 * s} \right)$$

Mientras que el controlador maestro no debe cambiar:

$$G_{PI}(s)_{maestro} = 2.4 \left(1 + \frac{1}{0.12s} \right)$$

De nuevo, las gráficas que obtenemos son las siguientes:

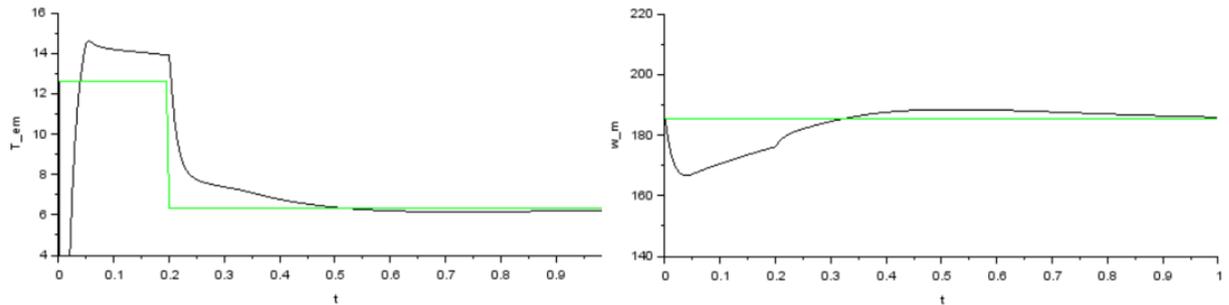


Figura 5.32. Respuesta del par y de la velocidad ($K_{PWM}=1/200$). Modelo en Campo orientado (Tiempo).

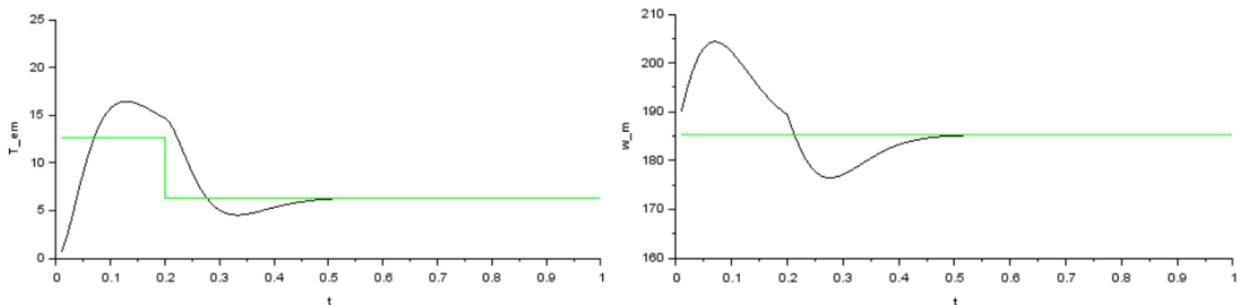


Figura 5.33. Respuesta del par y de la velocidad ($K_{PWM}=1/200$). Lazo de control en cascada (Tiempo).

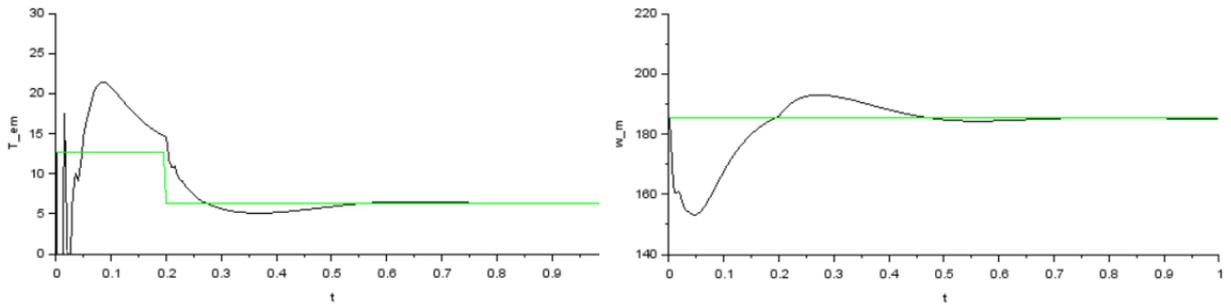


Figura 5.34. Respuesta del par y de la velocidad ($K_{PWM}=1/200$). Modelo en Campo orientado (Frecuencia).

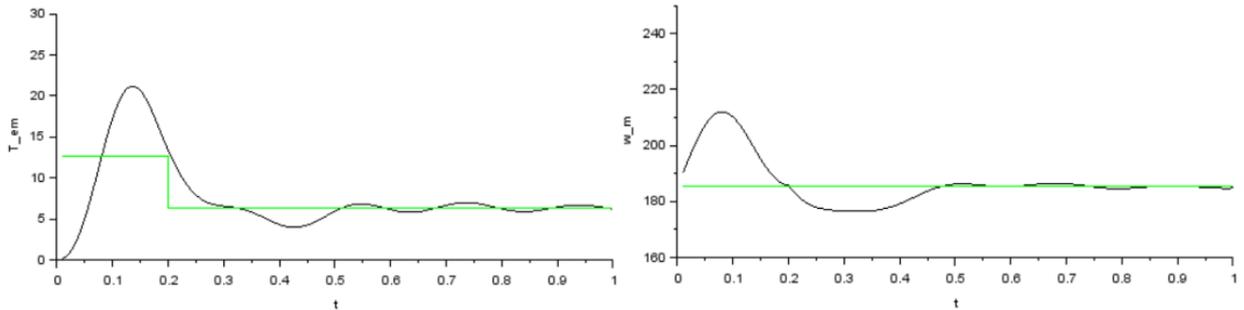


Figura 5.35. Respuesta del par y de la velocidad ($K_{PWM}=1/200$). Lazo de control en cascada (Frecuencia).

Esta vez, el controlador diseñado en tiempo nos refleja unos resultados mejores en cuanto a velocidad en la respuesta y máximos sobre impulsos. Sin embargo, el diseño del controlador en frecuencia nos permite obtener una respuesta más precisa en términos de amortiguamiento y tiempo de establecimiento, debido a que podemos controlarlos con el ancho de banda del sistema en lazo abierto, así como con su margen de fase. Podemos concluir con que, la aproximación del modelo en cascada es muy aproximado en la respuesta al modelo completo en campo orientado de la máquina, implementado en Xcos.

Con la exposición de estos resultados queda concluido el ejercicio que iniciamos anteriormente en este capítulo, a modo de recopilación y puesta en práctica de las ecuaciones dinámicas y el modelo de la máquina. Tanto con el diseño de los controladores en tiempo y en frecuencia hemos logrado controlar el par y la velocidad de la máquina (haciéndola seguir a una referencia y capaz de rechazar perturbaciones). A continuación, procederemos a la implementación del modelo del motor en LTSpice.

5.4.6. Implementación del modelo del motor en LTSpice.

En este apartado implementaremos en el software de simulación LTSpice el modelo del motor que hemos planteado en los apartados anteriores, con el fin de conectar este modelo (a modo de carga) al inversor trifásico que ya hemos concretado y simulado en capítulos anteriores. Para describir detalladamente el procedimiento de la implementación de una carga cualquiera en LTSpice para el inversor trifásico, comenzaremos con un ejemplo sencillo, el modelo de una carga RL. El objetivo será modelar una carga RL que conectaremos al inversor de tal manera que, internamente, queden todos los parámetros de dicha carga en el modelo y que, al conectarlo al inversor, quede de manera transparente al resto de la simulación. Esto nos ayudará a simplificar el esquemático en conjunto. A modo de recordatorio, se mostrará a continuación la implementación del inversor trifásico con carga RL en LTSpice. El fichero esquemático en LTSpice para la simulación se encuentra disponible en **Anexos LTSpice: "Simulacion_Inversor_Trifasico_CargaRL.asc"**.

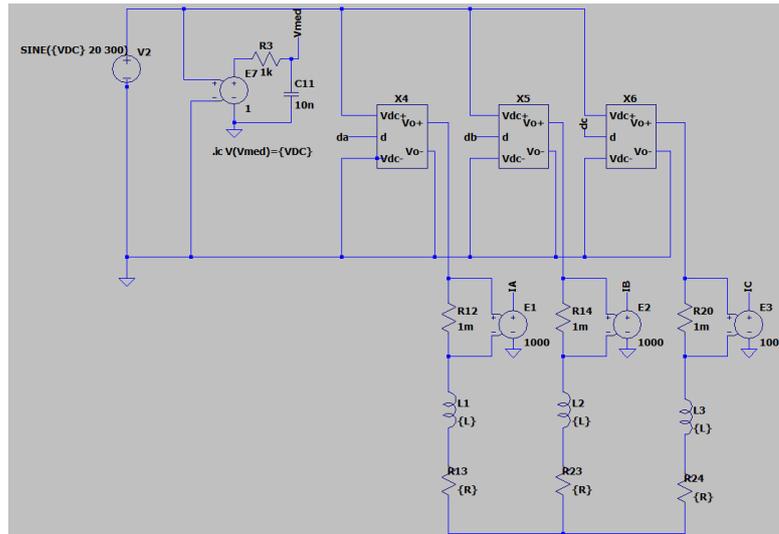


Figura 5.36. Modelo promediado en LTSpice del inversor trifásico con carga RL.

La carga que conectamos al inversor está parametrizada en el propio esquemático. Para poder reducirla a una “caja negra” cuyas entradas sean las tres líneas del inversor, debemos implementar el siguiente esquemático (**Anexos LTSpice: “Modelo_carga_RL.asc”**):

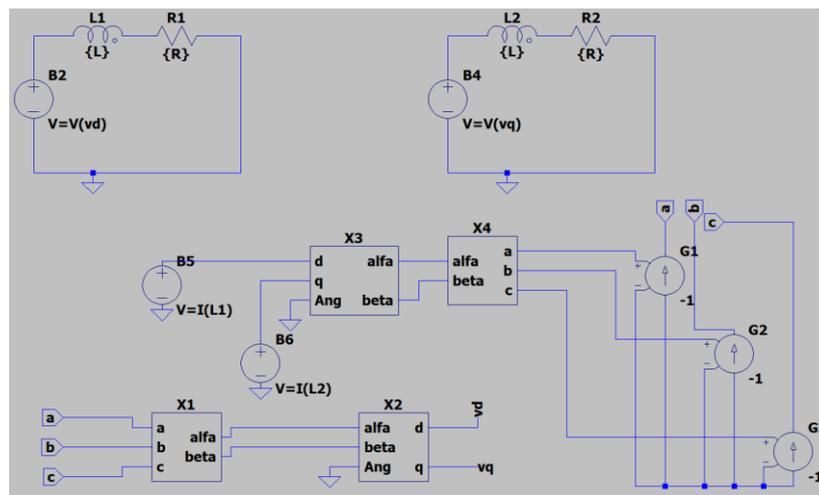


Figura 5.37. Modelo de la carga RL en LTSpice.

El modelo de la carga RL tiene como entradas las tres líneas ‘a’, ‘b’ y ‘c’ del inversor trifásico. Además, no cuenta con ninguna salida. Esto es determinante a la hora de generar el bloque como componente. En primer lugar, debemos convertir las tensiones al sistema de referencia ‘d’ y ‘q’. Esto es así porque, al convertir a este sistema de referencia, las ecuaciones para cada uno de los ejes quedan independientes entre sí, y podemos modelar la carga RL como un circuito equivalente cuya alimentación es la tensión sobre dicho eje, mientras que en el sistema trifásico las ecuaciones quedan ligadas entre sí. Por último, debemos establecer la conexión entre la corriente en cada una de las líneas ‘a’, ‘b’ y ‘c’ de nuestro modelo con las del inversor; para ello debemos convertir las corrientes en los ejes ‘d’ y ‘q’ de nuevo al sistema trifásico. Debido a que las corrientes entran a la carga RL el signo de las fuentes de corriente dependientes debe ser negativo (contrarias al sentido al que apuntan).

El procedimiento para la creación del modelo del motor será muy similar, a diferencia de que el circuito equivalente será distinto de una carga RL, y no será otro que el del modelo del motor en régimen dinámico estudiado anteriormente. Una vez generamos un componente a partir de este esquemático obtenemos lo siguiente:

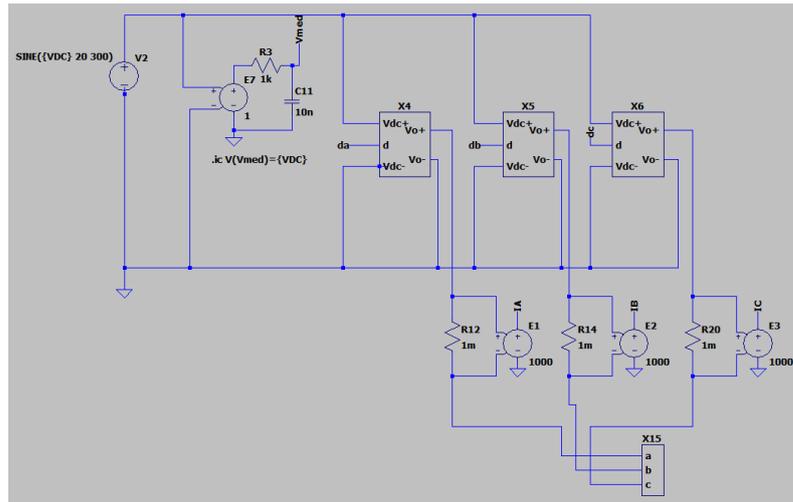


Figura 5.38. Modelo de la carga RL conectado al inversor en LTSpice.

Al realizar la simulación del inversor con el componente del modelo de la carga RL podemos observar que las corrientes son idénticas a las que obtenemos al simular el esquemático con la carga RL directamente conectada al inversor (figura 5.36):

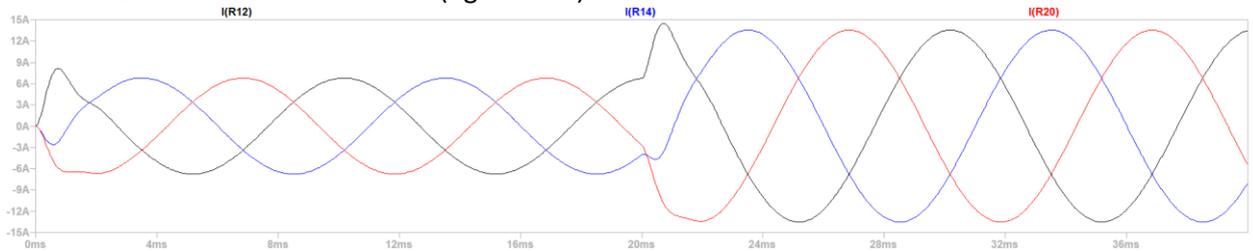


Figura 5.39. Corrientes en el inversor. Carga RL. LTSpice.

En cuanto al modelo del motor, bastará con introducir su circuito equivalente y obtener el componente de nuestro modelo en LTSpice. Este componente contará con las entradas de las líneas 'a', 'b' y 'c', así como una entrada de velocidad del motor ' ω_m ', debido a que esta velocidad influye en el circuito equivalente del motor. Las ecuaciones que lo modelan son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 v_{sd} &= R_s * i_{ds} + \frac{d}{dt}(L_s i_{ds} + L_m i_{dr}) - \omega_{da}(L_s i_{qs} + L_m * i_{qr}) \\
 v_{sq} &= R_s * i_{qs} + \frac{d}{dt}(L_s i_{qs} + L_m i_{qr}) + \omega_{da}(L_s i_{ds} + L_m * i_{dr}) \\
 v_{rd} &= R_r * i_{dr} + \frac{d}{dt}(L_r i_{dr} + L_m i_{ds}) - \omega_{dA}(L_r i_{qr} + L_m * i_{qs}) \\
 v_{rq} &= R_r * i_{qr} + \frac{d}{dt}(L_r i_{qr} + L_m i_{qs}) + \omega_{dA}(L_r i_{dr} + L_m * i_{ds}) \\
 \omega_{dA} &= \omega_{da} - \omega_m
 \end{aligned}$$

Como señal de salida tendremos el par que genera el motor. Esto es así debido a que será precisamente el par el que nos hará corresponder una velocidad de giro del motor (mecánica). Será necesario incluir un circuito mecánico que deberá tener en cuenta el par resistente y la inercia del motor para generar la velocidad de giro que debemos realimentar al modelo del motor.

La expresión para calcular el par en el circuito equivalente del motor en régimen dinámico es:

$$T_{em} = \frac{2}{3} * \frac{p}{2} * L_m [i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr}]$$

Por último, debemos tener en cuenta que el modelo en campo orientado no nos sirve a la hora de realizar la simulación en LTSpice puesto que este software únicamente simula los circuitos que definimos, no los controla. Para el modelo en campo orientado del motor es necesario tener en cuenta en todo momento la orientación del vector de flujo enlazado del rotor, puesto que debe estar alineado con el eje 'd'. Si tratamos de simular un modelo en campo orientado, el software no corregirá la orientación de este vector espacial y no podremos obtener los resultados que esperamos del modelo. El fichero se encuentra en **Anexos LTSpice: "Modelo_motor.asc"**.

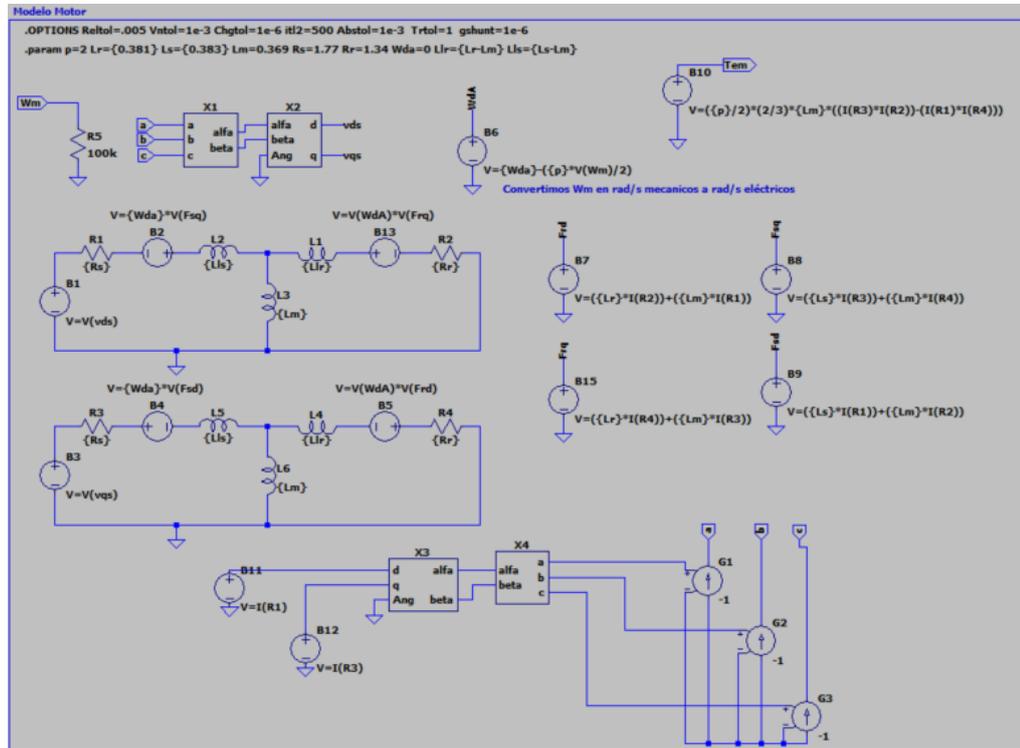


Figura 5.40. Modelo del motor en LTSpice.

A través de los componentes de fuentes de corriente y de tensión dependientes podemos generar variables como el par, que está relacionado con las corrientes de los circuitos 'd' y 'q'. Debido a que se trata de una máquina de jaula de ardilla, la tensión en el rotor es nula. Comparte la similitud con el modelo de la carga RL en cuanto a la conversión de las tensiones 'abc' a 'dq' y las transformaciones inversas sobre las corrientes, entrantes al motor. Debido a que las transformaciones se realizan y se deshacen en la misma simulación, el ángulo que nos permite realizarlas puede ser arbitrario, siempre que se aplique el mismo a la transformación directa e inversa. Es fundamental comprobar que el sentido de la corriente en las bobinas sea el adecuado para que el circuito del modelo mantenga la concordancia con el circuito equivalente en régimen dinámico del motor.

Las fuentes nombradas como B11 y B12 serán las encargadas de traducir la corriente en el eje 'd' ($I(R1)$) y en el eje 'q' ($I(R3)$) al sistema bifásico y, posteriormente, al sistema trifásico "abc". En las fuentes de corriente G1, G2 y G3 (con el signo negativo puesto que apuntan en sentido contrario al que marca el esquema) se reciben las corrientes que entran al modelo provenientes del sistema trifásico "abc".

Las fuentes dependientes de tensión B7, B8, B9 y B15 serán las encargadas de generar los flujos enlazados (a partir de las corrientes de los circuitos equivalentes 'd' y 'q' en el rotor y en el estátor, junto con las inductancias, tal y como se plantea en el modelo matemático del motor). Se realiza de este modo para simplificar el circuito, puesto que los flujos enlazados intervienen en el valor de las fuentes dependientes de tensión que aparecen en los circuitos equivalentes (B2, B4, B5 y B13).

En cuanto al circuito mecánico, se implementa de la siguiente manera (**Anexos LTSpice: “Modelo_carga_mecanica.asc”**):

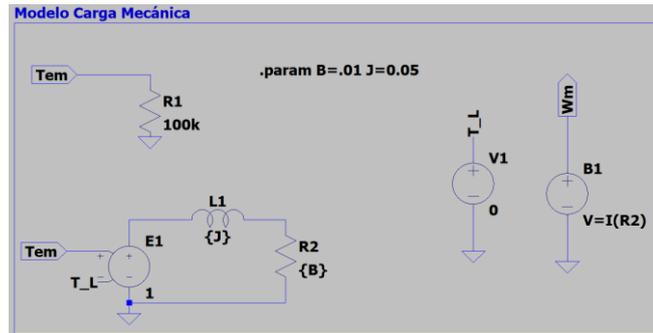


Figura 5.41. Modelo del circuito mecánico en LTSpice.

El modelo del circuito mecánico tiene por entrada el par de la máquina (que obtenemos del modelo del motor) y nos devuelve la velocidad de giro de esta, que nos servirá para introducirla como entrada al modelo del motor. La implementación del circuito equivalente sigue la siguiente ecuación:

$$T_{em} = T_L + B * \omega_m + J \frac{d}{dt} \omega_m,$$

Donde B es el coeficiente de rozamiento, T_L es el par resistente, y J es la inercia de la máquina. Se puede modelar como un circuito alimentado por una tensión de valor T_{em} , por el que circula una corriente ω_m . Esta corriente es precisamente la salida de nuestro componente, y, lo implementamos como una fuente de tensión cuyo valor es el de la corriente del circuito equivalente, de este modo, las entradas y salidas de los bloques del motor y del circuito mecánico son tensiones que podremos simular más adelante. Únicamente nos queda conectar estos componentes como cargas al inversor trifásico y realizar la simulación, disponible en **Anexos LTSpice: “Simulacion_Inversor_Trifasico_Motor.asc”**.

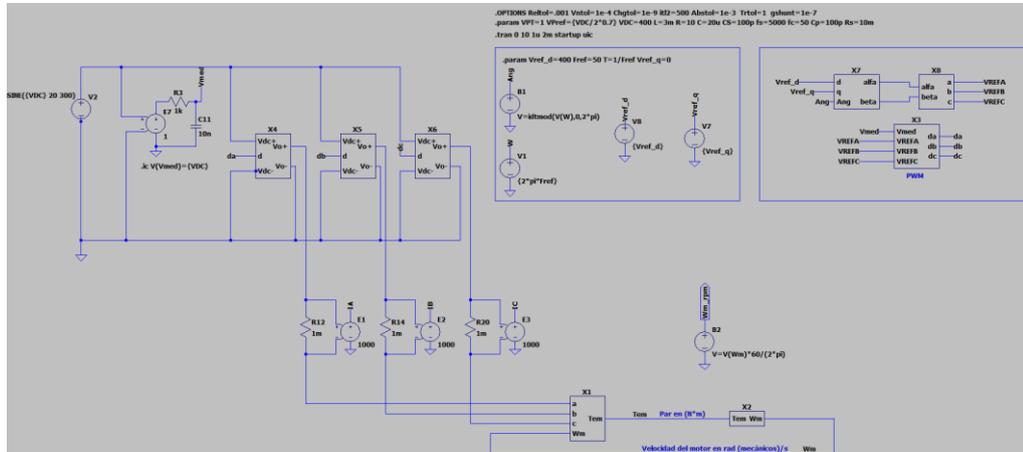


Figura 5.42. Modelo del motor conectado al inversor en LTSpice.

Si realizamos la simulación sobre el modelo del motor podremos observar las siguientes curvas:

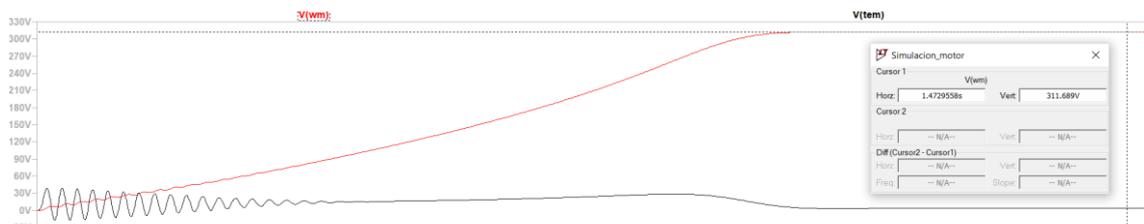


Figura 5.43. Evolución del par y la velocidad del motor. Simulación del modelo del motor LTSpice.

La velocidad del motor alcanza un valor de 311.68 rad/s en estacionario, que se corresponde con una velocidad de 2976.4 rpm, su velocidad nominal (al ser una máquina de dos polos alimentada a 50Hz). El par alcanza un valor de 3.42 N*m. En cuanto a las corrientes en el inversor trifásico, alcanzan el estacionario con un valor de pico $\hat{I} = 3.1A$, con una frecuencia de 50Hz, la misma que la frecuencia de control del inversor trifásico (figura 5.44).

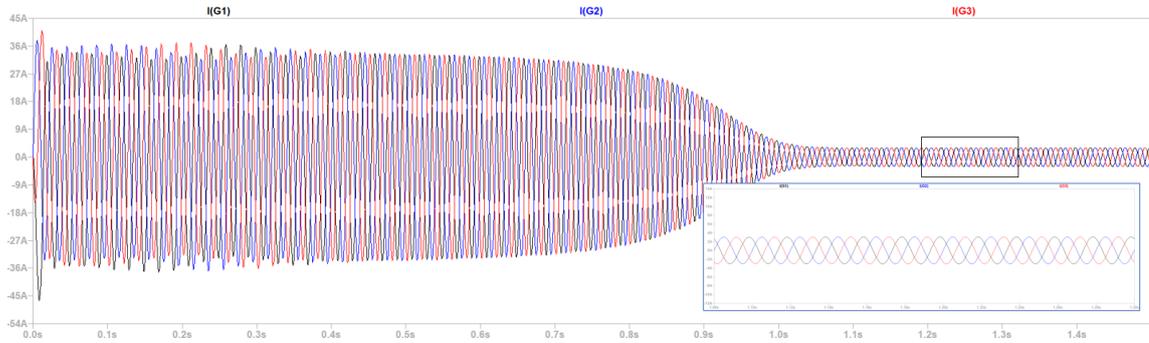


Figura 5.44. Corrientes en el inversor trifásico. Simulación del modelo del motor LTSpice.

Además de un arranque del motor con una entrada de tensión en escalón, también podemos generar una rampa de arranque con el fin de suavizar los valores de pico de par y corriente en el arranque. La principal restricción que mantendremos para generar la rampa de arranque será mantener el cociente tensión-frecuencia, que debe permanecer constante en la alimentación del motor. La simulación del arranque del motor en LTSpice se puede comprobar en **Anexos LTSpice: "Simulacion_Inversor_Trifasico_Motor_Arranque_Parada_Rampa.asc"**. Para generar la rampa de tensión y frecuencia se han implementado las siguientes fuentes:

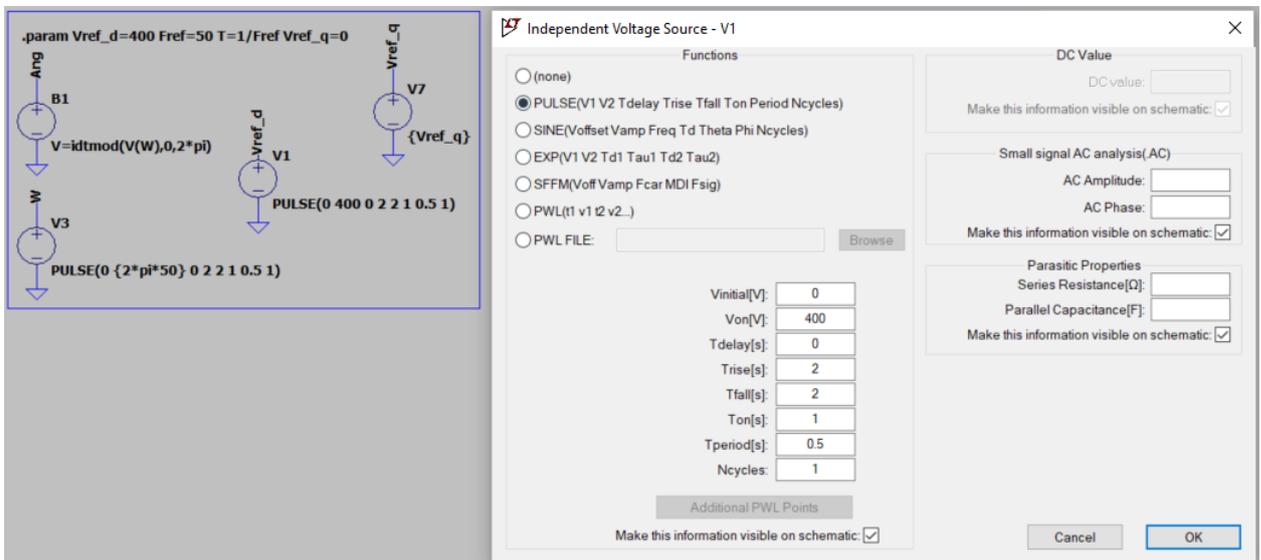


Figura 5.45. Rampa de tensión y frecuencia. Simulación del modelo del motor LTSpice.

La simulación de estas señales se comprueba a continuación (Figura 5.46):

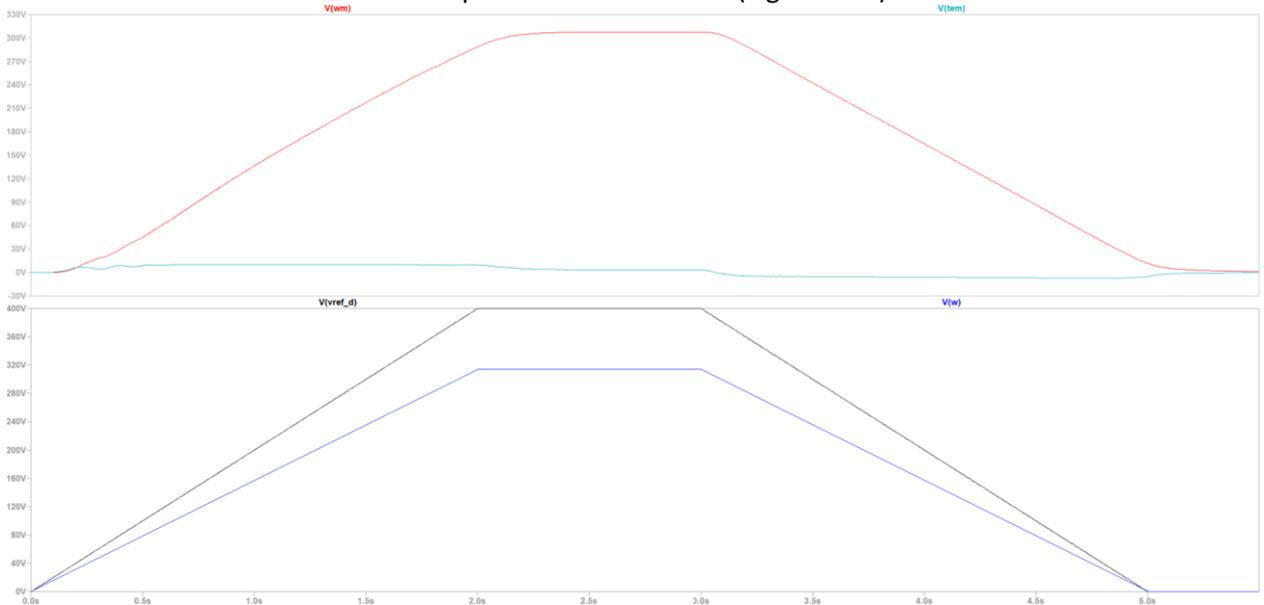


Figura 5.46. Arranque en rampa. Simulación del modelo del motor LTSpice.

La rampa de arranque dura 2 segundos. En el momento en el que alcanza el valor máximo (de 400V de tensión y $100 \cdot \pi$ rad/s en frecuencia) permanece por un segundo, el motor alcanza el estacionario en el momento en el que la rampa se estabiliza. Por último, se genera una rampa para la detención del motor con el fin de que sea progresiva. Los valores en estacionario de velocidad, par y corriente absorbida por el motor son idénticos a la simulación de arranque en escalón. No obstante, esta vez los valores de par oscilan en menor medida en el arranque y, además, el motor alcanza el valor en estacionario antes (a los 2 segundos). Se puede observar la oscilación del par en el arranque en escalón a la izquierda, y el par generado en el arranque en rampa a la derecha.

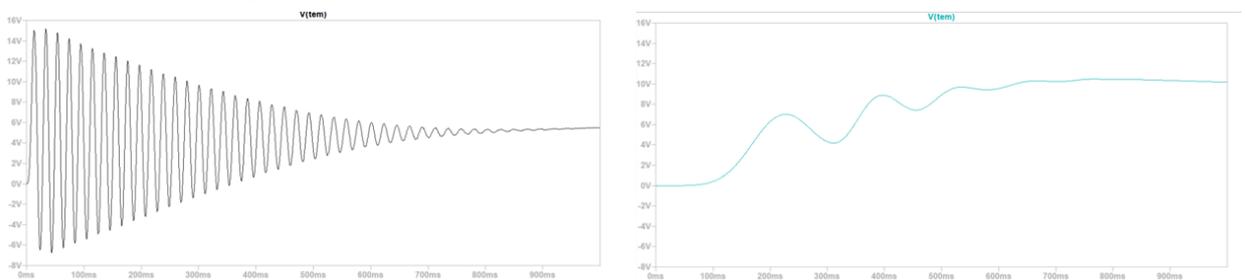


Figura 5.47. Comparación del par. Simulación del modelo del motor LTSpice.

5.5. Validación del modelo del motor en PSIM.

En este capítulo se comprobará si el modelo de la máquina de inducción implementado en LTSpice es válido o no. Para ello se simulará en el software PSIM un arranque sobre una máquina de inducción de idénticas características eléctricas (número de pares de polos, resistencias del estátor y rotor, inductancias de dispersión, momento de inercia, entre otras). El objetivo será comparar las corrientes, el par y la velocidad que se obtienen con el modelo en PSIM con las que se obtienen en el modelo ya implementado en LTSpice.

5.5.1. Implementación del modelo del motor en PSIM.

Para realizar la simulación en PSIM únicamente se debe introducir el modelo de la máquina asíncrona de inducción (sin neutro, ya que el modelo que se ha implementado en LTSpice no lo contempla)

y, a continuación, introducir cada uno de los parámetros que acepta el modelo, como se puede comprobar en la figura 5.45.

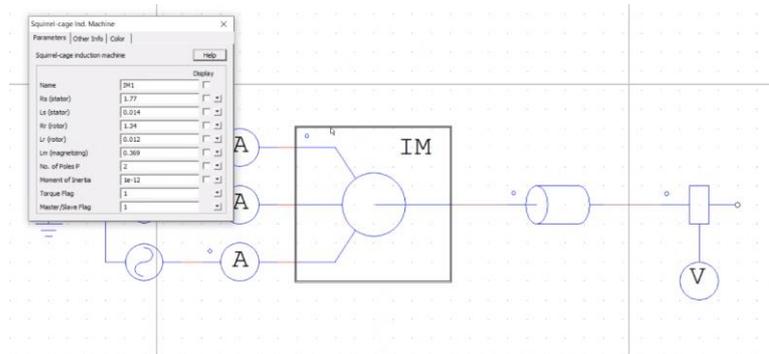


Figura 5.48. Parámetros de la máquina de inducción sin neutro. Simulación del modelo del motor PSIM.

Una vez completados los campos se debe proporcionar la fuente de tensión que alimentará la máquina. Para la simulación, tanto en PSIM como en LTSpice, emplearemos una fuente de tensión trifásica conectada en estrella con un valor de pico de fase $\hat{V}_f = 300 \text{ V}$, a 50Hz, como se puede comprobar en la figura 5.46.

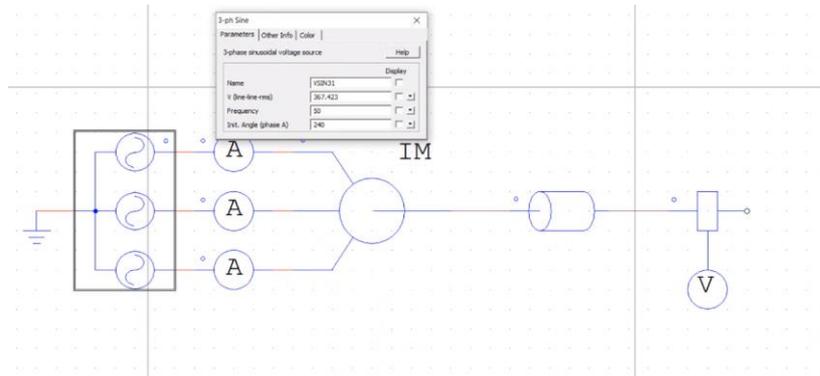


Figura 5.49. Tensión de alimentación de la máquina de inducción. Simulación del modelo del motor PSIM.

Como se pide la tensión de línea eficaz, debemos dividir nuestro valor de pico de fase entre $\sqrt{2}$ y luego multiplicar por $\sqrt{3}$ para convertir a valor de línea:

$$V_{L_{RMS}} = \hat{V}_f * \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 300 * \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 367.423 \text{ V}$$

Únicamente queda acoplar al eje del motor la carga mecánica. Dado que están unidos por el mismo eje, modelaremos el momento de inercia total equivalente (como suma del momento de inercia del motor y de la carga) como un único momento de inercia situado en la carga ($J_{carga} = 0.05 \text{ kg} * \text{m}^2$), teniendo el motor un momento de inercia despreciable ($J_{motor} = 1e - 12 \text{ kg} * \text{m}^2$). La carga mecánica se implementa de la siguiente manera en PSIM (figura 4.57).

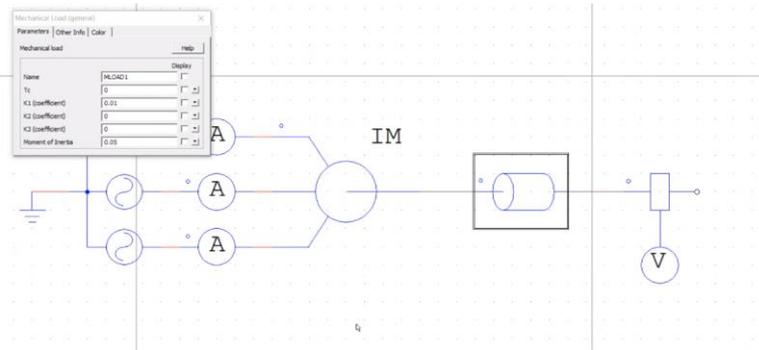


Figura 5.50. Implementación de la carga mecánica. Simulación del modelo del motor PSIM.

La fricción en el eje (proporcional a la velocidad del motor) se ha definido como $B = 0.01$. Se mantendrán los mismos valores para la simulación en LTSpice. Únicamente resta colocar los sensores para medir las variables (corriente, velocidad y par). Los sensores de corriente marcados con 'A' tienen ganancia unitaria, no obstante, el sensor colocado en el eje del motor (figura 5.48) tiene una ganancia de $2\pi/60$ para poder convertir las unidades de revoluciones por minuto (rpm) en la velocidad del motor a radianes por segundo (rad/s).

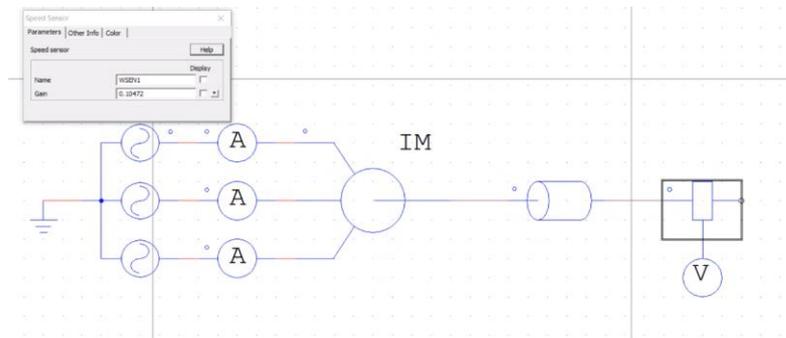


Figura 5.51. Sensor de velocidad en el eje. Simulación del modelo del motor PSIM.

5.5.2. Implementación del modelo del motor en LTSpice.

La implementación de este modelo ya ha sido comentada en el apartado anterior (Apartado 5.4), no obstante, para generar la simulación de este modelo con el objetivo de compararlo con el modelo en PSIM se debe comprobar que todos los parámetros, tanto eléctricos (que definen la máquina), como mecánicos (de la carga mecánica) deben coincidir. Se ha preparado un fichero en LTSpice específico para realizar esta simulación, está disponible en **Anexos LTSpice: "Arranque_Motor.asc"**. Para poder asegurar que la simulación se realice de manera idéntica se debe comprobar que la resistencia serie de las bobinas del circuito equivalente sea nula, y, además, se debe especificar de manera explícita. Podemos encontrar esta información en la Ayuda de LTSpice (figura 5.49).

By default, LTspice will supply losses to **inductors** to aid SMPS transient analysis. For SMPS, these losses are of usually of no consequence, but may be turned off if desired. On the "Tools=> Control Panel=>Hacks!" page, uncheck "Supply a min. **inductor** damping if no Rpar is given." This setting will be remembered between invocations of the program. There is also a default series resistance of 1 milliohm for **inductors** that aren't mentioned in a mutual inductance statement. This Rser allows LTspice XVII to integrate the inductance as a Norton equivalent circuit instead of Thevenin equivalent in order to reduce the size of the circuit's linearized matrix. **If you don't want LTspice to introduce this minimum resistance, you must explicitly set Rser=0 for that **inductor**.** This will require LTspice to use the more cumbersome invern equivalent of the **inductor** during transient analysis.

Figura 5.52. Valor de resistencia serie en bobinas. Simulación del modelo del motor en LTSpice.

En cuanto a la generación de las tensiones trifásicas en estrella, únicamente se debe comprobar que se esté alimentando la máquina con 300V de pico de fase, a 50Hz. Además, introduciremos el mismo valor de fricción y de momento de inercia total, así como el resto de los parámetros eléctricos (figura 5.50).

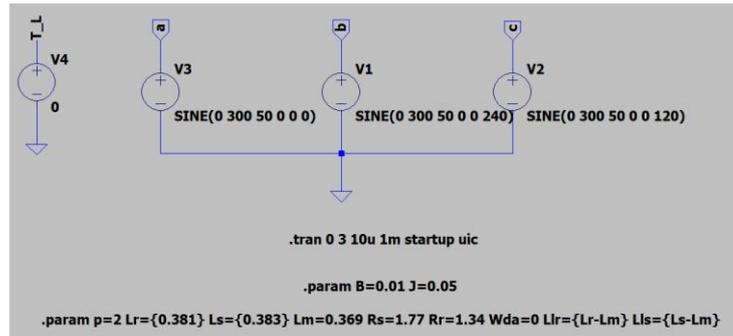


Figura 5.53. Parámetros de la simulación del modelo. Simulación del modelo del motor en LTSpice.

Por último, se debe comprobar que, en el momento de realizar las transformaciones entre ejes (del sistema trifásico “abc” al sistema bifásico “αβ” y viceversa), éstas se realicen con invarianza en potencia, de no ser así, el sistema de tensiones entre los sistemas de referencia no sería el mismo y, en consecuencia, las corrientes en los circuitos equivalentes ‘d’ y ‘q’ que son responsables de la generación del par de la máquina nos introducirían un error en el par. Dado que los bloques de transformación de “αβ” a “dq” no introducen una ganancia, estos no supondrán ningún conflicto en la conservación de la potencia entre los distintos sistemas de referencia.

En el caso de la simulación actual (que utiliza los bloques de transformación “abc” a “αβ” y viceversa sin invarianza de potencia) debemos corregir la ganancia que introducen. Esta operación se puede realizar directamente en el bloque de transformación o sobre el par. Dado que el par es proporcional al cuadrado de la corriente, si esta debe modificarse en un valor de ganancia k , el par deberá ser corregido en un valor de ganancia k^2 . Por tanto, se genera el par como se muestra en la figura 5.51.

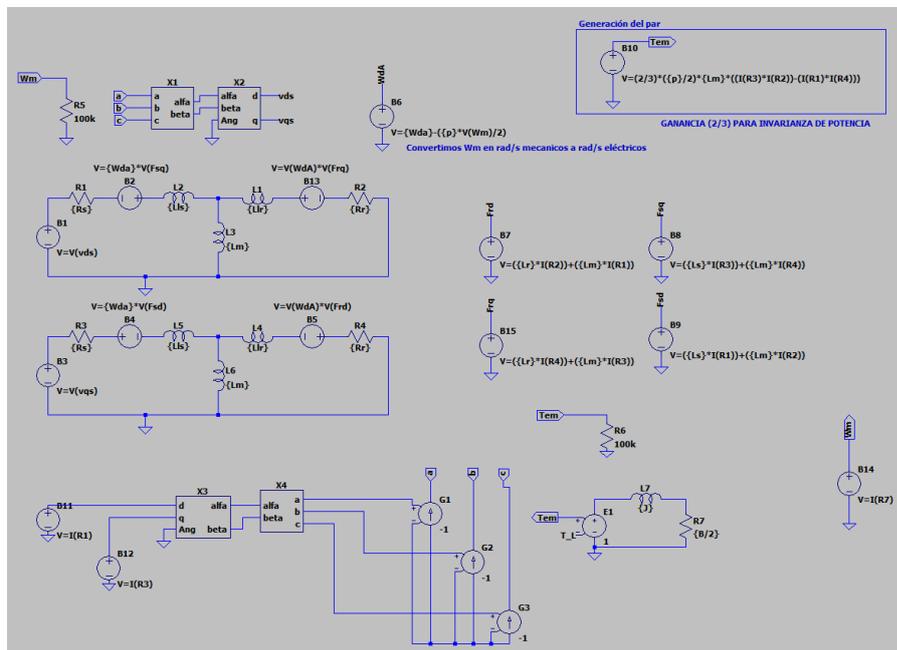


Figura 5.54. Modelo completo para la simulación. Simulación del modelo del motor en LTSpice.

5.5.3. Simulación y comparación de resultados.

Las curvas de par, corriente y velocidad del motor de inducción se muestran a continuación:

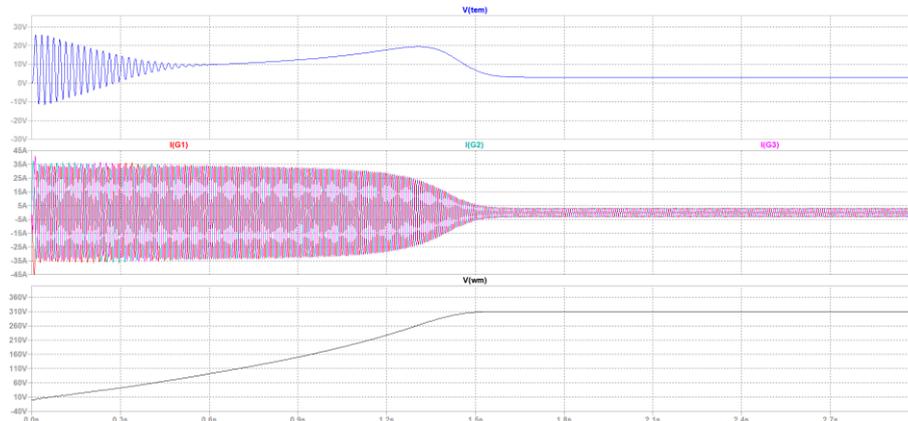


Figura 5.55. Par, corriente y velocidad del motor. Simulación del modelo del motor en LTSpice.

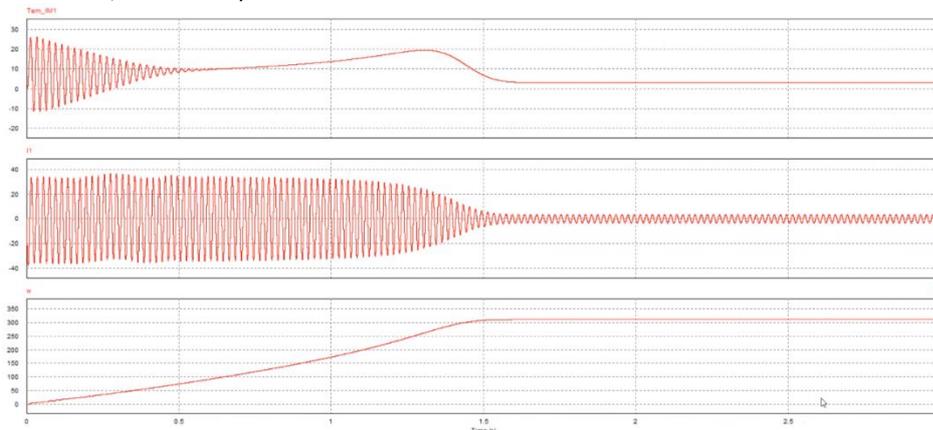


Figura 5.53. Par, corriente y velocidad del motor. Simulación del modelo del motor en PSIM.

Como se puede comprobar, las señales obtenidas son idénticas. Los valores en régimen estacionario se pueden comprobar con más detalle en las figuras 5.56 y 5.57. Para la comprobación de los valores en régimen permanente se pueden desarrollar matemáticamente los resultados que se deben esperar. Esto se puede realizar a partir del circuito equivalente por fase en régimen estacionario de la máquina de inducción (figura 5.54).

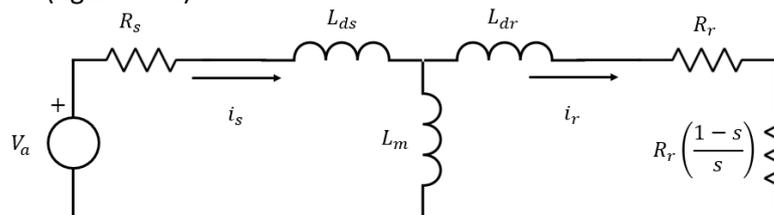


Figura 5.56. Circuito equivalente por fase en régimen estacionario.

Se parte de los siguientes datos:

$$R_s = 1.77\Omega, L_{ds} = 0.014H, L_m = 0.369H, L_{dr} = 0.012H, R_r = 1.34\Omega, f = 50Hz, \hat{V}_a = 300V, p = 2.$$

El deslizamiento $s = \frac{\omega_{sync} - \omega_m p}{\omega_{sync}}$ con las velocidades en radianes eléctricos por segundo.

$$\omega_{sync} = 2\pi * f = 314.159 \text{ rad/s}$$

$$s = 0.00945$$

A continuación, se calculan las corrientes (del estátor y del rotor) a partir de las impedancias del circuito, que son conocidas:

$$Z_r := R_r + j \cdot \omega_s \cdot L_r + R_r \cdot \frac{(1-s)}{s}$$

$$Z_{lm} := j \cdot L_m \omega_s$$

$$Z_{motor} := R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s + \frac{Z_{lm} Z_r}{Z_{lm} + Z_r}$$

$$I_s := \frac{V_{fase}}{Z_{motor}} = 15.253 - 28.989i \quad \frac{|I_s|}{\sqrt{2}} = 23.163$$

$$I_r := I_s \cdot \frac{Z_{lm}}{Z_{lm} + Z_r} = 15.39 - 27.734i \quad \frac{|I_r|}{\sqrt{2}} = 22.428$$

El par es función de la velocidad del motor y de la corriente, que depende a su vez de la tensión de fase aplicada. Éste se calcula como el cociente entre la potencia del eje y la velocidad del motor.

$$T_{em} = \frac{P_{eje}}{\omega_m} = \frac{1}{\omega_m} 3 I_{r_{RMS}}^2 R_r \left(\frac{1-s}{s} \right)$$

$$Tem(\omega_m, V_f, f) := \begin{cases} \omega_s \leftarrow 2\pi \cdot f \\ \omega_s - \omega_m \cdot \frac{P}{2} \\ s \leftarrow \frac{\omega_s - \omega_m \cdot \frac{P}{2}}{\omega_s} \\ Z_r \leftarrow \frac{R_r}{s} + j \cdot \omega_s \cdot L_r \\ Z_{lm} \leftarrow j \cdot L_m \omega_s \\ Z_{motor} \leftarrow R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s + \frac{Z_{lm} Z_r}{Z_{lm} + Z_r} \\ I_s \leftarrow \frac{V_f}{\sqrt{2} Z_{motor}} \\ I_r \leftarrow I_s \cdot \frac{Z_{lm}}{Z_{lm} + Z_r} \\ 3 \cdot (|I_r|)^2 \cdot \left[R_r \cdot \frac{(1-s)}{s} \right] \cdot \frac{1}{\omega_m} \end{cases}$$

Y se realiza el mismo procedimiento para la corriente del estátor, puesto que el objetivo será poder representar estas señales gráficamente frente a la velocidad del motor.

$$IS(\omega_m, V_f, f) := \begin{cases} \omega_s \leftarrow 2\pi \cdot f \\ \omega_s - \omega_m \cdot \frac{P}{2} \\ s \leftarrow \frac{\omega_s - \omega_m \cdot \frac{P}{2}}{\omega_s} \\ Z_r \leftarrow \frac{R_r}{s} + j \cdot \omega_s \cdot L_r \\ Z_{lm} \leftarrow j \cdot L_m \omega_s \\ Z_{motor} \leftarrow R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s + \frac{Z_{lm} \cdot Z_r}{Z_{lm} + Z_r} \\ I_s \leftarrow \left| \frac{V_f}{\sqrt{2} Z_{motor}} \right| \end{cases}$$

$$IS(\omega_s \cdot 0.9999999999, V_{fase}, f) \cdot \sqrt{2} = 2.493$$

$$\omega_m := \text{root}\left(\omega \cdot 0.015 - Tem(\omega, V_{fase}, f), \omega, 100, \omega_s \cdot 0.9999999999 \cdot \frac{2}{P}\right) = 309.021$$

Como se puede comprobar, el valor eficaz de la corriente en régimen permanente alcanzará un valor de 2.493 A, mientras que la velocidad del motor será 309.021 rad/s. Si representamos las variables del par y la corriente frente a la velocidad observamos lo siguiente:

Capítulo 5. Modelo y Control de la Máquina Eléctrica.

$$w := 0,01 \cdot \frac{2}{p} \omega_s \cdot 999999$$

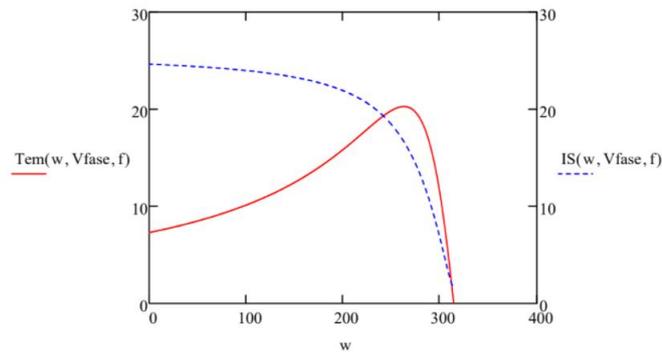


Figura 5.57. Representación del par y corriente frente a la velocidad del motor en Mathcad.

Únicamente queda por comprobar los valores en régimen permanente obtenidos en las simulaciones del modelo del motor, tanto en LTSpice como en PSIM (figuras 5.56 y 5.57).

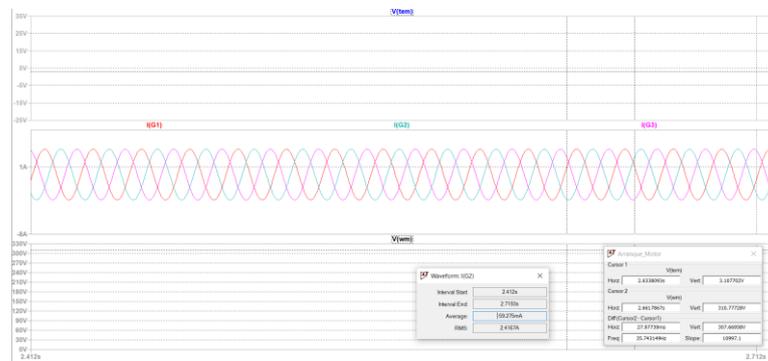


Figura 5.58. Par, corriente y velocidad del motor en régimen estacionario. Simulación del modelo del motor en LTSpice.

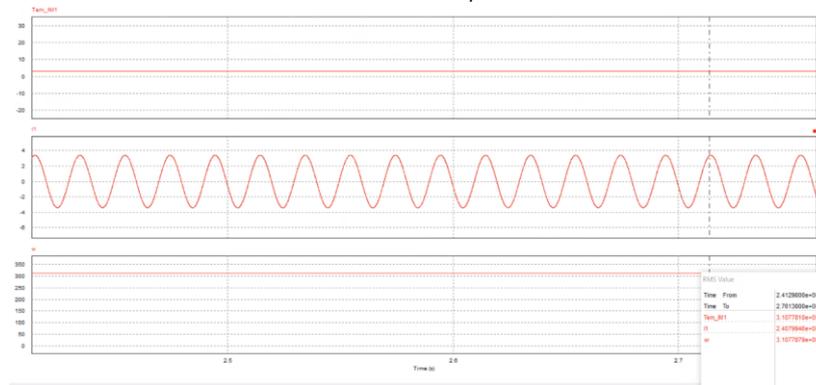


Figura 5.59. Par, corriente y velocidad del motor en régimen estacionario. Simulación del modelo del motor en PSIM.

En ambos modelos obtenemos un valor de la corriente eficaz en régimen permanente de ~ 2.4 A, además, la velocidad es ~ 310 rad/s (que equivalen a ~ 2960 rpm) y el par, como era de esperar, alcanza un valor en régimen permanente de ~ 3.10 Nm, esto se debe a que, en estas condiciones, el par del eje alcanza el equilibrio con la fricción que se produce en el mismo:

$$T = B * \omega_m = 0.01 * \omega_m \text{ (en régimen permanente)}$$

El par será cien veces menor que la velocidad del motor en régimen permanente, y así se verifica en las simulaciones (tanto en LTSpice como en PSIM).

Capítulo 6. Conclusión.

6.1 Resumen del trabajo realizado.

El objetivo del trabajo propuesto es el de llevar a cabo un estudio completo del conjunto de la máquina eléctrica de alterna (enfocado al motor de inducción) junto con la etapa del convertidor electrónico de potencia asociado a la misma, así como su implementación en software con el fin de poder simular y comprobar de esta manera si el ajuste al estudio teórico realizado previamente es válido. Entre otros, el objetivo de las simulaciones sobre los modelos implementados es el de controlar la velocidad y par de la máquina, así como poder visualizar todas las señales que intervienen en su control; desde los ciclos de trabajo en el convertidor de potencia como la corriente absorbida por el motor en cada una de sus fases. Tras la realización de este trabajo se han completado las tareas que se fijaron al comienzo, y que distribuimos en capítulos.

En los dos primeros capítulos se implementaron por completo los subcircuitos en LTSpice asociados al inversor trifásico y a los bloques de transformación entre los ejes trifásicos y los ejes bifásicos (tanto fijos como móviles). Con ello se ha podido continuar el estudio de la máquina en capítulos posteriores.

El tercer capítulo, dedicado al estudio de la técnica de control sobre el inversor trifásico “SVPWM”, o modulación vectorial, ha sido fundamental para poder implementar el modelo de la máquina eléctrica en LTSpice con el fin de simular el arranque de esta.

En cuanto a los capítulos cuarto y quinto, se ha conseguido cumplir con los objetivos que se marcaron en el planteamiento del trabajo, esto es, fijar las bases del control FeedForward y profundizar en el modelo matemático del motor de inducción. Al término de este capítulo se han realizado todas las simulaciones de control de velocidad y par en Scilab, así como la validación del modelo del motor en LTSpice y PSIM.

6.2 Contribución del trabajo.

En cuanto a los aspectos logrados en el trabajo, se ha tratado de seguir en todo momento una presentación dinámica de los desarrollos matemáticos necesarios con el fin de justificar vía software cada una de las unidades que componen el trabajo. Se ha tratado de justificar a través de las simulaciones en el término de cada capítulo todo aquello que se introduce al comienzo de este, todo ello partiendo de un nivel básico tratando de sintetizar las explicaciones que se presentan.

Bibliografía.

- [1] Prentice Hall. Daniel W. Hart, "Electrónica de potencia", Valparaíso University, Indiana. 2001.
- [2] Prentice Hall. Mohan, Undeland, Robbins, "Power Electronics: Converters, applications, and design". Third Edition New York, 2003.
- [3] Wiley. Erickson, Maksimovic, "Fundamentals of Power Electronics", University of Colorado. Second Edition. 1999.
- [4] N. Mohan, *Electric Drives - An Integrative Approach*, published by MNPERE (www.MNPERE.com), 2003.