



Universidad  
Politécnica  
de Cartagena



FACULTAD DE  
CIENCIAS DE LA  
E M P R E S A

U P C T

---

# ALGORITMOS DE BÚSQUEDA Y GOOGLE. UNA APLICACIÓN A LA CLASIFICACIÓN DE LA LIGA SANTANDER 19-20.

---

RUEDA AMORÓS, PALOMA  
CURSO 2019/2020

**DIRECTORES:**

CAÑAVATE BERNAL, ROBERTO JAVIER  
MARTÍNEZ MARÍA DOLORES, SOLEDAD MARÍA

**Trabajo Fin de Grado para la obtención del Título de Graduado en  
Administración y Dirección de Empresas.**

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

<b>1. Introducción.....</b>	<b>4</b>
<b>2. Evolución histórica de los motores de búsqueda.....</b>	<b>6</b>
2.1. <i>BOT</i> , ARAÑA O <i>CRAWLER</i> .....	8
2.1.1. Tres fases de un <i>bot</i> o araña.....	9
2.1.2. <i>Googlebot</i> .....	10
2.2. ALGORITMO.....	12
2.3. MOTORES DE BÚSQUEDA.....	14
2.4. SEO U OPTIMIZACIÓN DEL POSICIONAMIENTO WEB.....	16
2.4.1. Principales beneficios del SEO.....	16
2.4.2. Pilares que definen el posicionamiento.....	18
2.4.3. La relación entre SEO y los motores de búsqueda.....	19
<b>3. PageRank.....</b>	<b>22</b>
3.1. BUSCADOR DE GOOGLE.....	23
3.2. EVOLUCIÓN DEL ALGORITMO DE GOOGLE.....	24
3.3. FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DEL <i>PAGERANK</i> .....	28
3.3.1. Problema de ordenación.....	29
3.3.2. Problema de cálculo.....	32
<b>4. Aplicación al problema de la Clasificación de La Liga Santander 2019-2020.</b>	<b>34</b>
4.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	34
4.2. OBTENCIÓN DE LA SOLUCIÓN CON HOJA DE CÁLCULO.....	37
<b>5. Conclusiones.....</b>	<b>52</b>
<b>Bibliografía.....</b>	<b>54</b>

## ÍNDICE DE IMÁGENES

<b>Imagen 1: Principales beneficios del SEO</b> .....	17
<b>Imagen 2: Logo Google Panda</b> .....	25
<b>Imagen 3: Logo Google Venice</b> .....	25
<b>Imagen 4: Logo Google Penguin</b> .....	25
<b>Imagen 5: Logo Google Hummingbird</b> .....	25
<b>Imagen 6: Logo Google Pigeon</b> .....	26
<b>Imagen 7: Logo Google Mobilegeddon</b> .....	26
<b>Imagen 8: Logo Google RankBrain</b> .....	27
<b>Imagen 9: Logo Google Possum</b> .....	27
<b>Imagen 10: Logo Google Fred</b> .....	28
<b>Imagen 11: Logo Google Bert</b> .....	28
<b>Imagen 12: Ejemplo visual de un grafo</b> .....	29
<b>Imagen 13: Cantidades ingresadas de la UEFA Champions League temporada 2018-2019</b> .....	36
<b>Imagen 14: Clasificación la Liga Santander 2020 tras la Jornada 27</b> .....	38
<b>Imagen 15: Resultados de la Jornada 9 de la Liga Santander 2020</b> .....	38

## ÍNDICE DE ESQUEMAS

<b>Esquema 1: Avances hasta el motor de búsqueda</b> .....	6
<b>Esquema 2: Fases clave de un bot</b> .....	9
<b>Esquema 3: Partes de un algoritmo</b> .....	12
<b>Esquema 4: Tipos de algoritmos</b> .....	13
<b>Esquema 5: Proceso del funcionamiento del motor de búsqueda</b> .....	14
<b>Esquema 6: Black Hat SEO y White Hat SEO</b> .....	20
<b>Esquema 7: Línea temporal de los algoritmos de Google</b> .....	24

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1: Matriz M</b> .....	30
<b>Figura 2: Sistema de ecuaciones en forma matricial</b> .....	31
<b>Figura 3: Comprobación irreducibilidad</b> .....	39
<b>Figura 4: Cálculo del valor mínimo de la matriz</b> .....	41
<b>Figura 5: Elección de vector aleatorio (x) para Método de la Potencia</b> .....	42
<b>Figura 6: Cálculo del módulo del vector aleatorio (<math>\ x\ </math>)</b> .....	42
<b>Figura 7: Multiplicación matriz inicial y vector z (I)</b> .....	43
<b>Figura 8: Multiplicación matriz inicial y vector z (II)</b> .....	43
<b>Figura 9: Determinación de la posición de la coordenada de z de valor máximo y determinación de la coordenada del vector y en la posición anterior</b> .....	44
<b>Figura 10: Estimación del margen de error en términos absolutos</b> .....	44
<b>Figura 11: Autovector asociado al autovalor obtenido</b> .....	45
<b>Figura 12: Cálculo de la norma del vector <math>(A-\lambda I)\cdot v</math> (I)</b> .....	46
<b>Figura 13: Cálculo de la norma del vector <math>(A-\lambda I)\cdot v</math> (II)</b> .....	46
<b>Figura 14: Comparación entre el valor de la norma y la estimación del error</b> .....	47

<b>Figura 15: Generación del ranking de la clasificación (I).</b> .....	48
<b>Figura 16: Generación del ranking de la clasificación (II).</b> .....	49
<b>Figura 17: Generación del ranking de la clasificación en términos porcentuales.</b> .	50
<b>Figura 18: Comparativa entre la clasificación propuesta y la estándar.</b> .....	50

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1: Cantidades asignadas a cada fase de la UEFA Europa League 2019-20.</b> ..	36
<b>Tabla 2: Puntos que cada equipo ha conseguido con respecto a otro equipo.</b> .....	40

## 1. Introducción.

Hoy en día, prácticamente todo el mundo convive con los algoritmos, aunque no lo apreciamos. A modo de ejemplo nos encontramos con el que selecciona las propuestas que Google muestra al realizar una búsqueda; el que muestra las publicaciones que pueden gustar más en el buscador de Instagram; el que sugiere posibles amistades en Facebook; el que muestra móviles, ordenadores portátiles y otros productos electrónicos en cuanto se echa un vistazo a una web; Booking conoce dónde preferimos pasar las próximas vacaciones; SkyScanner desde dónde suele volar una persona; el corrector automático puede saber incluso mejor que uno mismo lo que se quiere escribir; e incluso el asistente personal del móvil recuerda el tiempo que ha pasado desde la última llamada a los padres.

Los algoritmos manejan programas informáticos, buscadores, redes sociales, aplicaciones, etc. En resumen, son enormes bases de datos donde se almacena información de todo el mundo.

La preocupación de un individuo por el hecho de que toda su vida quede expuesta es perfectamente entendible visto lo anterior, pero es precisamente el uso de los algoritmos lo que puede protegerles de este mal uso. Un algoritmo en sí no resulta ni beneficioso ni perjudicial, por lo tanto, esto dependerá del uso que se le dé.

El algoritmo es totalmente imparcial, y se limita a desarrollar una serie de procedimientos para resolver el modelo matemático que representa una situación real. En definitiva, son unas directrices a la espera de recibir un *input* para producir una respuesta.

El *input* puede ser cualquier acción que se realice con un dispositivo, como enviar un mensaje, consultar redes sociales, hacer una foto o decirle al asistente del móvil que ponga determinada canción.

La ciencia encargada de convertir todos estos datos y algoritmos en conocimiento que se pueda utilizar en favor de las personas es la matemática aplicada, por lo que será una parte fundamental en el desarrollo de este trabajo.

Como objetivo de este Trabajo Fin de Grado nos marcamos conocer cómo surgieron los motores de búsqueda, concretamente el de Google, y comprender su funcionamiento, tanto de forma teórica como práctica. Para esta segunda parte, utilizaremos el estudio de la base matemática del algoritmo, es decir, del *PageRank*, y su posterior aplicación en un

ejemplo práctico sobre la clasificación de la liga de fútbol española, la Liga Santander 2020.

Comenzaremos el trabajo exponiendo la evolución histórica hasta llegar a la confección del algoritmo y posterior creación de los motores de búsqueda, para de esta manera situarnos en el contexto.

A continuación, se explican los distintos elementos que han ido surgiendo, previos a los motores de búsqueda, y sin los cuales este no podría haber sido desarrollado, como son: el navegador, los *bots* y el algoritmo de búsqueda.

Después, hemos realizado una breve introducción al SEO u Optimización del Posicionamiento Web, ya que es una técnica que surge a raíz de los motores de búsqueda, por lo que guardan una relación muy estrecha entre sí y nos ayuda a comprender la importancia de los algoritmos y el por qué de sus continuas actualizaciones.

Seguidamente pasamos a la explicación del *PageRank*, ya que aunque el TFG versa sobre el algoritmo de búsqueda de forma genérica, nos apoyaremos para su explicación en el caso concreto de Google.

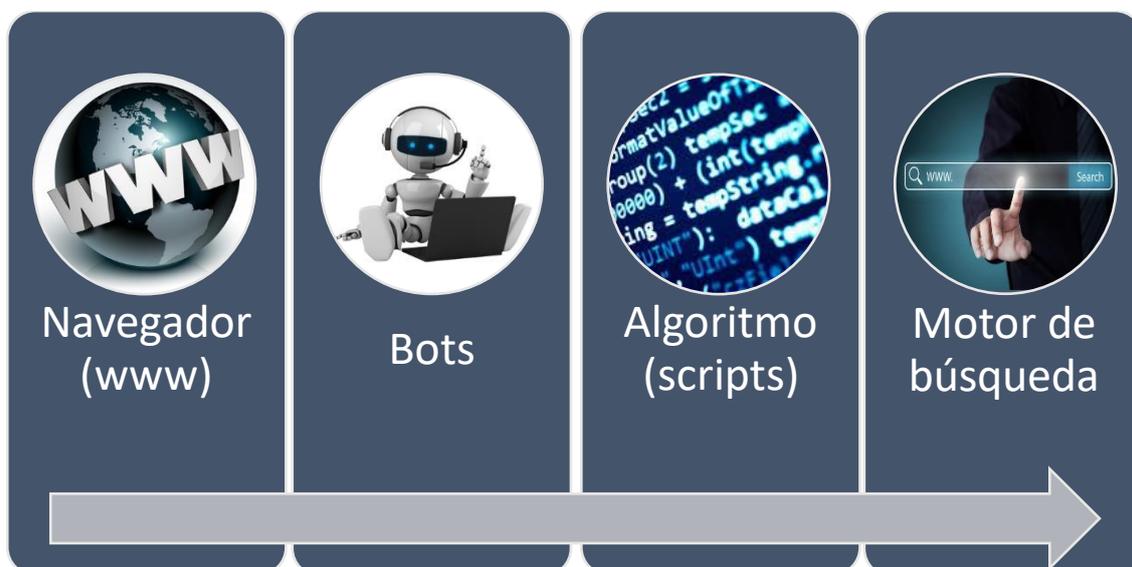
Una vez que tengamos todos estos conceptos, procedemos a la exposición de la base matemática del *PageRank*. En este punto del trabajo comprobamos que dicho algoritmo tiene su base en un problema de autovalores y autovectores propios, y vemos cómo con el Teorema de Perron-Frobenius y el Método de la Potencia podemos ser capaces de demostrar el funcionamiento del algoritmo de búsqueda.

Tras esto, hemos desarrollado un ejemplo práctico sobre su funcionamiento con datos extraídos de la vida real, mediante el programa informático Excel, para conseguir tener una percepción más clara de la aplicación del algoritmo, lo cual creemos que añade un valor adicional a este TFG.

## 2. Evolución histórica de los motores de búsqueda.

Internet es una herramienta que ha avanzado a pasos de gigante. En el esquema 1 se muestra esta evolución.

**Esquema 1: Avances hasta el motor de búsqueda.**



*Fuente: Elaboración propia a partir de Nobbot (2009) y Xataka (2018). Imagen 1: Web "Silicon.co" (2019). Imagen 2: Blog "Universo Abierto" (2017). Imagen 3: Web "Concepto.de" (2019). Imagen 4: Blog "Designplus" (2016).*

Para empezar a hablar del nacimiento de los motores de búsqueda debemos remontarnos a la creación de la *World Wide Web (www)*, la cual tuvo lugar entre 1889 y 1990.

En el artículo "Los padres de Internet: Tim Berners-Lee" (Pastor, 2009) encontramos información acerca del pionero que revolucionó la historia de Internet con la creación del primer navegador.

Tim Berners-Lee fue quien empezó a trabajar en el hipertexto, base de todas las páginas web existentes hoy día. Trabajó en el CERN (Organización Europea para la Investigación Nuclear) y, aprovechándose de que era el nodo de la red más grande de Europa, trató de unir su hipertexto con el incipiente Internet existente entonces.

El hipertexto es una herramienta con estructura no secuencial que permite crear, agregar, enlazar y compartir información de diversas fuentes por medio de enlaces asociativos. Es un texto que contiene enlaces a otros textos (Tecnologicon, 2018).

Entre 1989 y 1990 creó el HTTP (Protocolo de Transferencia de Hipertexto), protocolo que facilita el acceso a visitar una página web, y el HTML (Lenguaje de Marcas de Hipertexto), lenguaje que utiliza etiquetas para crear enlaces entre las diferentes páginas existentes. Berners-Lee había conseguido crear un medio de transporte y un lenguaje para visualizar cualquier página web desde cualquier parte del mundo.

Todas estas herramientas para compartir y distribuir la información de una forma más eficiente no tenían sentido sin la existencia de un navegador en el que poder aplicarlas y fue así como surgió la primera versión de lo que se conoce como la *World Wide Web* (*www*).

Por otro lado, sabemos que un navegador web es un programa informático que facilita al usuario el navegar por la red, esto es, el poder visualizar e interactuar con páginas web de cualquier red. Su nombre proviene de su capacidad para poder desplazarse de una página a otra mediante enlaces como los hipervínculos, que conectan las páginas situadas en distintos lugares del mundo entre sí con un solo clic (Sistemas.com, s.f.).

En el artículo de Xataka (López, 2018), también encontramos referencias acerca de cómo evolucionaron las aplicaciones y usos de Internet hasta llegar al nacimiento de Google.

A pesar del gran avance que la *www* supuso, resultaba muy complicado el uso del navegador para lograr encontrar la información exacta sobre lo que se buscaba entre la gran cantidad de sitios web existentes y es aquí donde surge el eje principal de este trabajo fin de grado, el motor de búsqueda.

Los motores de búsqueda (*Search Engines*) pueden definirse como aquellos sistemas informáticos que trabajan examinando todos los archivos almacenados en Internet a través de arañas o *bots* para elaborar páginas de resultados que sirvan para que los usuarios accedan a webs tras realizar una búsqueda. Son los responsables de que al investigar cualquier contenido en Internet recibamos siempre páginas relacionadas y que puedan sernos de utilidad (Neoattack, s.f.).

Hasta ese momento, la información era indexada de forma manual. Este hecho cambió cuando, en 1990, Matthew Gray y Oscar Marius Nierstras lograron lo que se consideró un gran avance en el campo de los motores de búsqueda. Gray creó el primer *bot* o araña capaz de indexar de forma automática los contenidos de la *www*, y Nierstras desarrolló

un conjunto de *scripts*<sup>1</sup> para copiar de forma periódica los índices de la web y almacenarlos en un formato normalizado.

Nierstras continuó desarrollando sus algoritmos y, a finales del año 1990, creó el código *W3Catalog*. Este es considerado como el motor de búsqueda en el que se han inspirado todos sus sucesores.

Entre algunos de los motores de búsqueda que surgieron posteriormente destacamos nombres como *JumpStation*, *WebCrawler*, *Lycos*, *Yahoo!* entre otros, hasta que llegó Google.

### 2.1. *Bot, araña o crawler.*

Para poder crear la base de datos en la que organizan la información, los buscadores se sirven de unos programas que se encargan de bucear en la red entre los millones de páginas existentes y seleccionar las que más se adecúan a sus criterios. Los criterios que tienen en cuenta se recogen en las técnicas SEO (*Search Engine Optimization*).

Este tipo de programa es conocido por varios nombres, entre ellos *bot* (versión abreviada de robot), araña web o *crawler* (significa rastreador).

Podemos definir *software* como el conjunto de instrucciones que un ordenador debe seguir, es decir, todas aquellas indicaciones sobre lo que tiene que hacer y cómo. (Zita, 2019).

Entre las distintas definiciones de araña encontramos la de ser un *software* automatizado que de manera sistemática va inspeccionando y rastreando todas las páginas de Internet para indexarlas y posicionarlas en el buscador (Xpertix, 2018).

En el Blog Universo Abierto (2017) encontramos información que puede ser útil a la hora de conocer en qué consisten estos programas y en la cantidad de veces que nos encontramos con ellos a diario sin darnos cuenta.

---

<sup>1</sup> *Script* se define como un documento que contiene instrucciones escritas en códigos de programación. Es un lenguaje de programación que ejecuta diversas funciones en el interior de un programa informático (Significados.com, 2018).

Los *bots*, por lo tanto, son programas informáticos que simulan comportamientos humanos para realizar tareas sencillas pero que de llevarlas a cabo manualmente resultarían muy pesadas, por lo que su función es simplificar o automatizar dichas tareas.

En los últimos años, ha habido un gran número de *bots* en línea, que van desde rastreadores web para motores de búsqueda, *chatbots* para el servicio al cliente en línea, *spambots* en redes sociales y *bots* de edición de contenido en comunidades de colaboración en línea (Universo Abierto, 2017).

No obstante, hay que tener en cuenta que también se puede hacer un mal uso de estos programas. Los *bots* pueden ser usados para realizar desde ataques cibernéticos hasta fraudes, robos, envío de spam y propagación de virus. Por este motivo, algunos sitios tienen reglas muy estrictas acerca de su uso. Muchas compañías que ofrecen servicio de correo electrónico, entre sus requerimientos para abrir una cuenta, exigen escribir los caracteres que son presentados en un gráfico, diseñado especialmente para comprobar que eres un humano y no un *bot* (Significados.com, 2017).

### 2.1.1. Tres fases de un *bot* o araña.

Las tres fases claves que lleva a cabo cualquier araña son: rastrear, indexar y clasificar, las cuales se van a desarrollar a continuación. Es importante conocer bien estas fases ya que son las que utiliza principalmente el algoritmo de búsqueda, objetivo de nuestro TFG.

**Esquema 2: Fases clave de un *bot*.**



*Fuente: Elaboración propia a partir del Blog Paradigma (2019).*

#### 1. Fase de Rastreo o búsqueda de información.

Según la web MOZ (Muller & Staff, s.f.), el rastreo es el proceso de descubrimiento en el cual los motores de búsqueda envían un equipo de robots (rastreadores o arañas) para encontrar contenido nuevo y actualizado. El contenido puede ser diferente: una página

web, una imagen, un vídeo, un PDF, etc., pero independientemente del formato, a este contenido se accede mediante enlaces.

Una vez que un sitio web ha sido rastreado, se procede a la siguiente fase: la indexación.

## 2. Fase de Indexación o almacenamiento de la información.

Esta fase se puede resumir en añadir páginas al índice del buscador, lo que se traduce en resultados de búsqueda.

Indexar es ordenar una serie de datos o informaciones de acuerdo con un criterio común a todos ellos, para facilitar su consulta o análisis (Google, 2019).

El artículo “¿Qué es la indexación o indexar un contenido?” (Romero, 2017) nos aclara que la indexación ocurre porque algunos de los *bots* han pasado por nuestra página web para rastrearla y añadirla a su índice definitivamente. Que la araña de un buscador indexe el contenido de una página web quiere decir que esta aparecerá en sus resultados de búsqueda, lo que resulta muy positivo porque genera visitas a dicha página y, por tanto, opciones de crear conversiones y ventas, que es finalmente lo que la empresa dueña de esa web desea.

## 3. Fase de Clasificación de los resultados o posicionamiento.

Esta última fase es la que se centra en los resultados obtenidos y sobre todo en la manera en que se encuentran clasificados, según la relevancia o importancia que puedan tener las entradas, previamente indexadas, para la búsqueda que ha solicitado el usuario.

Para ello, los algoritmos que usen los diferentes buscadores tendrán en cuenta otros múltiples factores, tales como ubicación, idioma, dispositivo, etc.

### 2.1.2. *Googlebot.*

Todos los buscadores tienen arañas o *bots* y en el caso de Google, es *Googlebot* el encargado de realizar su función, ya que rastrea las diferentes páginas web accesibles para ver su contenido, indexarlo y clasificarlo en su índice (Maciá, s.f.).

Además, según la propia web de su Centro de Asistencia (Google, 2019), el robot de Google engloba dos tipos de rastreadores: el de ordenadores, que simula ser un usuario navegando desde su ordenador, y el de dispositivos móviles, que recrea un usuario en este tipo de dispositivos. Por tanto, realiza dichas fases desde los dos enfoques.

Para buscar y seleccionar las páginas web más relevantes y de mayor confianza para los usuarios, se siguen las mismas fases ya mencionadas, al igual que cualquier araña.

### 1. Fase de Rastreo o búsqueda de información.

*Googlebot* realiza búsquedas intensivas por la red, descubriendo páginas nuevas y revisando las que ya tiene almacenadas en su base de datos. De esta manera comprueba si aún siguen siendo útiles o si se han quedado obsoletas. Además, estas búsquedas las realiza con una frecuencia y tiempos determinados.

Este bot recorre los billones de sitios web que existen en Internet, utilizando los diferentes enlaces de las páginas para poder navegar por todo el contenido. Al saltar por esta ruta de enlaces, el rastreador puede encontrar contenido nuevo y agregarlo a su índice, llamado *Caffeine* (base de datos masiva de url), el cual será utilizado cuando un usuario busque información acerca de esa url.

La forma que tiene Google de llevar a cabo este rastreo es utilizando algoritmos que a través de programas informáticos determinan los sitios que hay que rastrear, la frecuencia y el número de páginas que hay que buscar en cada uno de ellos (Delgado, 2019).

### 2. Fase de Indexación o almacenamiento de la información.

Una vez realizado el rastreo anterior, el *bot* de Google recopila las páginas para indexarlas, es decir, para añadirlas a un índice. De esta forma, cuando un usuario realice una consulta, el buscador sólo debe acudir a la parte del índice relacionada con ella para, posteriormente, posicionarla en función de su algoritmo (Romero, 2017). En sus resultados priorizará las páginas que le parezcan más interesantes y que mejor encajen con la búsqueda del usuario.

Una vez que *Googlebot* rastrea una página, la va a indexar y almacenar de manera que pueda ofrecerla como resultado de búsqueda a los usuarios cuando considere que va a ser relevante para ellos.

### 3. Fase de Clasificación de los resultados o posicionamiento.

En el artículo “Cómo funcionan los algoritmos de búsqueda” (Google, 2019) es el propio buscador el que responde a dicha pregunta indicándonos que sus sistemas de clasificación se diseñaron con el propósito de buscar entre cientos de miles de millones de páginas web

indexadas para ofrecer los resultados más útiles y relevantes en una fracción de segundo, y presentarlos de manera que se pueda encontrar lo que se busca.

Estos sistemas de clasificación están basados en toda una serie de algoritmos. Para poder ofrecer la información más útil, se tienen en cuenta una gran variedad de factores, como las palabras de la consulta, la relevancia, la usabilidad de las páginas, el grado de especialización de las fuentes, ubicación y configuración. El peso que se da a cada factor cambia según la naturaleza de la pregunta.

Con el tiempo Google ha ido aumentando la familia de rastreadores y, aunque *Googlebot* sigue siendo el principal, han surgido a partir de él otros nuevos bots más especializados:

- ⊕ Googlebot News.
- ⊕ Googlebot Images.
- ⊕ Googlebot Vídeo.
- ⊕ Googlebot Mobile.
- ⊕ Google Mobile AdSense.
- ⊕ Google AdsBot.

## 2.2. Algoritmo.

El artículo “Algoritmo en informática” (Raffino, 2019) explica de forma breve y clara su definición, las partes que lo componen, para qué se utiliza, los tipos que existen y sus características.

Un algoritmo es una secuencia de instrucciones secuenciales, gracias al cual pueden llevarse a cabo ciertos procesos y darse respuesta a determinadas necesidades o decisiones. Se trata de conjuntos ordenados y finitos de pasos, que nos permiten resolver un problema o tomar una decisión.

Aunque en un primer momento pueda dar la sensación de que un algoritmo está relacionado con el lenguaje de programación, la realidad es otra. Un mismo algoritmo puede estar representado en diferentes lenguajes, ya que es un ordenamiento anterior al paso de la programación.

**Esquema 3: Partes de un algoritmo.**



Fuente: Elaboración propia a partir de la web *Concepto.de* (2019).

En el esquema 3 vemos las partes esenciales de cualquier algoritmo, las cuales se definen a continuación:

- Input o entrada: El ingreso de los datos que el algoritmo necesita para operar.
- Proceso: Se trata de la operación lógica formal que el algoritmo emprenderá con lo recibido del input.
- Output o salida: Los resultados obtenidos del proceso sobre el input, una vez terminada la ejecución del algoritmo.

Como vemos, las partes de un algoritmo son las que guían el proceso para lograr la resolución de un problema. Forman la estructura de los procesos que más adelante se codificarán y programarán para que sean llevados a cabo finalmente por un ordenador o dispositivo.

Pero no todos los algoritmos son iguales, existen cuatro grandes grupos que definimos en el esquema 4 para poder diferenciarlos.

#### Esquema 4: Tipos de algoritmos.

COMPUTACIONALES	• Su resolución depende del cálculo, por medio de calculadora u ordenador.
NO COMPUTACIONALES	• Su resolución no necesita ordenador, la lleva a cabo un ser humano.
CUALITATIVOS	• Se resuelve mediante secuencias lógicas y/o formales, no con cálculos numéricos.
CUANTITATIVOS	• Su resolución depende de cálculos matemáticos.

*Fuente: Elaboración propia a partir de la web Concepto.de (2019).*

Las características básicas que todo algoritmo tiene son las siguientes:

- Secuenciales: Los algoritmos operan en secuencia, debe procesarse uno a la vez.
- Precisos: Los algoritmos han de ser precisos en su abordaje, es decir, no pueden ser subjetivos o ambiguos.

- Ordenados: Los algoritmos se deben establecer en la secuencia precisa y exacta para que su lectura tenga sentido y resuelva el problema.
- Finitos: Toda secuencia de algoritmos ha de tener un fin determinado, no puede prolongarse hasta el infinito.
- Concretos: Todo algoritmo debe ofrecer un resultado en base a las funciones que cumple.
- Definidos: Un mismo algoritmo ante los mismos elementos de entrada (input) debe dar siempre los mismos resultados.

### 2.3. Motores de búsqueda.

Los motores de búsqueda son aquellos sistemas que se ponen en funcionamiento cuando abrimos el navegador de Internet y buscamos información sobre algún tema, ya sea haciendo una pregunta concreta o escribiendo el tema en general para que vuelque toda la información sobre este.

Son los encargados de ayudar cuando necesitamos conocer un tema o ampliar nuestra información sobre este, dejando un poco obsoletos los diccionarios en papel. Los motores de búsqueda simplifican nuestra vida diaria, ya que los ordenadores o dispositivos móviles con conexión a la red son casi una extensión de nosotros.

Pero ¿cómo funcionan? Según Esepe Studio (2014), podemos explicar el proceso de su funcionamiento de una forma breve y sencilla, simplificada en el esquema 5.

**Esquema 5: Proceso del funcionamiento del motor de búsqueda.**



*Fuente: Elaboración propia a partir de la información de la web Esepe Studio (2014).*

Primero se abre el motor de búsqueda o buscador y se introduce la frase o palabra relacionada con la información que se requiere, esto que se escribe en la caja del buscador son las conocidas *keywords* o palabras clave.

Una *keyword* o palabra clave es el término o conjunto de términos que emplean los usuarios cuando utilizan los buscadores. La inmensa mayoría de visitas en las páginas de Internet se hacen a través de ellas, ya que son muy pocos los usuarios que, hoy en día, teclean directamente la dirección url (Equipo InboundCycle, 2017).

La url es una dirección única que poseen todos los elementos de Internet, es decir, que, literalmente, existe una url por cada página, imagen, vídeo y documento en Internet, lo que nos permitirá ubicarlos fácilmente gracias a la información que contiene. Siempre que visitemos una página web, será a través de su url y cada vez que cliquemos sobre cualquier enlace que contenga la página o sitio, también nos dirigirá a otra url (Tecnología&Informática, s.f.). Los antecesores de las url serían los hipervínculos o enlaces desarrollados por Tim Berners-Lee en la creación del hipertexto.

A continuación, el motor de búsqueda volcará un listado con todas las entradas relacionadas con dichas palabras clave, que contendrán documentos con la información deseada. Para poder proporcionar ese listado, el buscador se vale de los *bots* o arañas, que son los que realmente indagan entre todas las entradas registradas y seleccionan las relacionadas con el tema buscado.

Un motor de búsqueda, además de buscar documentos, busca que estos sean importantes y relevantes para la búsqueda. Pero ¿cómo sabe el motor de búsqueda si un sitio web es importante o no? (Esepe Studio, 2014). La mayoría de los buscadores se basan en la premisa de que popularidad e importancia son equivalentes, por lo que cuantas más visitas reciba una página, mejor es la información que esta contiene.

Todos estos procesos se llevan a cabo a través de los algoritmos, que son realmente complejos y tienen en consideración una enorme cantidad de factores para finalmente, estudiar a fondo cada página web y las clasificarlas en lo que se denomina *ranking*.

Un *ranking* es la lista de propuestas que un buscador despliega, como resultado a una búsqueda determinada, con la posición que ocupa cada página web en esta (La Web del Programador, s.f.). Si una página está situada en una buena posición en el *ranking*, implica que esta aparecerá en los primeros resultados de las búsquedas.

Por tanto, es importante trabajar y proponer *keywords* correctas para los contenidos ya que permitirá posicionarlos en las primeras posiciones de los buscadores y, como consecuencia, aumentar sus visitas (Equipo InboundCycle, 2017). El estudio de estas

palabras clave, así como otros aspectos a tener en cuenta, como el algoritmo utilizado, son los que han dado lugar a la creación de la profesión de especialistas que se dedican al estudio del posicionamiento web.

## 2.4. SEO u Optimización del Posicionamiento Web.

Al hablar de las arañas y del algoritmo, debemos hablar inevitablemente del SEO (*Search Engine Optimization*), el cual traduciríamos como la Optimización del Posicionamiento Web.

SEO es una técnica que consiste en optimizar un sitio web para que alcance el mejor posicionamiento posible en los buscadores de Internet. Un sitio web que respeta sus criterios, y por tanto los del algoritmo de búsqueda, aparecerá entre los primeros resultados que arroja un buscador ante determinadas búsquedas. Esto se traduce en una mayor cantidad de visitantes para las páginas web en cuestión, frente a aquellos que aparecen más retrasados en las búsquedas (Porto & Merino, 2016).

Para poder entender y explicar el SEO utilizaremos la información proporcionada por el artículo “La guía completa de cómo crear una estrategia de SEO” (DesignPlus, s.f.).

El posicionamiento web engloba tanto recursos técnicos como creativos, necesarios para mejorar los *rankings*, impulsar el tráfico en página web y colaborar con los motores de búsqueda para que estos encuentren un determinado sitio web más rápido.

La estrategia del SEO consiste en estructurar de una manera eficiente un sitio web para ayudar a los motores de búsqueda a comprender el tema principal que se trata en esa web, y que así estos puedan clasificarlo en el lugar que mejor corresponda.

Llevar a cabo las técnicas del SEO no siempre requieren de inversiones financieras y los resultados que se obtienen al aplicarlas perduran a largo plazo.

### 2.4.1. Principales beneficios del SEO.

Entre los múltiples beneficios que se pueden obtener de un buen posicionamiento web, hay cinco de ellos que destacan, los cuales podemos observar en la imagen 1.

**Imagen 1: Principales beneficios del SEO**



*Fuente: Web “Factoria Creativa Brand Design” (2019).*

### **1. Tráfico.**

Tráfico web se entiende como el número de visitas y de páginas vistas de un sitio web. Se refiere por tanto al número de visitas que reciben las webs a través de los diferentes canales disponibles.

Las primeras posiciones en los *rankings* que ofrecen los motores de búsqueda siempre son las páginas web más visitadas, por lo que la clasificación en estas posiciones dará lugar a que exista más tráfico en dichos sitios.

### **2. Reconocimiento.**

Aparecer en los primeros puestos de la clasificación del motor de búsqueda da lugar a una mayor exposición de la marca en la web. Esto suscita mayor confianza y credibilidad a los usuarios, ya que las compañías que aparecen en las primeras entradas se consideran más fiables. Además, mejora la imagen de la empresa.

### **3. Navegabilidad.**

El posicionamiento web también ayuda a que navegar por una página web sea más atractivo para los usuarios. La estrategia consiste en reorganizar la estructura de la web y sus enlaces, así las páginas dentro de la propia web serán más fáciles de encontrar.

### **4. Resultados.**

Los efectos de la técnica SEO son permanentes. Se necesita un poco de mantenimiento para lograr aparecer en los primeros puestos, pero una vez que se logra, es difícil revertirlo.

Esto se puede comprobar realizando la prueba desde diferentes motores de búsqueda y viendo que, efectivamente, aunque el motor de búsqueda cambie, las páginas que aplican técnicas SEO aparecen siempre en los primeros puestos de los *rankings*.

## 5. Rentabilidad.

El SEO está considerado como una de las estrategias más rentables, ya que está enfocada a los usuarios que buscan activamente los productos y servicios de la web, es decir, son ellos los que van a nuestras páginas web por voluntad propia, escribiendo en el buscador lo que desean. Además, como se ya se ha dicho anteriormente, los beneficios de este perduran a largo plazo.

### 2.4.2. Pilares que definen el posicionamiento.

El SEO se puede dividir en dos grandes grupos: SEO *On-Site* o SEO *On-Page* y SEO *Off-Site* o SEO *Off-Page*. Cada uno de ellos influye en uno de los dos pilares fundamentales que definen el posicionamiento de una página: la relevancia y la autoridad.

#### ▪ La relevancia.

La relevancia recibe la influencia del SEO *On-Site*. Es la importancia que tiene una página cuando se realiza una búsqueda relacionada con ella. Esto no es simplemente que una página contenga varias veces el término buscado, un motor de búsqueda estudia cientos de factores *On-Site* para determinarla.

El objetivo del SEO *On-Page* es hacerle la vida más fácil al motor de búsqueda para que pueda indexar las páginas de la forma más rápida posible (DesignPlus, s.f.).

El artículo “¿Qué es el SEO y por qué lo necesito?” (40deFiebre, s.f.), indica que entre las técnicas que lleva a cabo el SEO *On-Site* destacan:

- Optimización de las palabras clave.
- Tiempo de carga de los resultados de búsqueda.
- Formato de las url.

#### ▪ La autoridad.

La autoridad recibe la influencia del SEO *Off-Site*. Se basa en la popularidad de un sitio web, o lo que es lo mismo, a mayor popularidad, mayor valor tendrá la información que contiene. Este factor es el que más peso tiene para un motor de búsqueda, ya que se basa en la propia experiencia del usuario. Cuantas más veces se haya compartido una página web o su contenido, más veces les habrá resultado útil a los usuarios.

El SEO *Off-Site* son acciones realizadas fuera del sitio web que contribuyen a mejorar el SEO del mismo por medio de *link building*<sup>2</sup> (Rodríguez J. , 2015). Esta parte del SEO se centra en los factores externos a la página web en la que trabajamos, es por ello que está relacionado con la autoridad de un sitio web.

El objetivo principal de SEO *Off-Page* es conseguir *backlinks*<sup>3</sup>. Pero es importante que estos sean de buena calidad y tengan una buena autoridad de dominio, es decir, una buena cantidad de enlaces desde una página relevante (por ejemplo, no es lo mismo que te mencione el periódico EL PAÍS, que uno de ámbito local).

El artículo “¿Qué es el SEO y por qué lo necesito?” (40deFiebre, s.f.), indica que entre las técnicas que lleva a cabo el SEO *Off-Site* destacan:

- Cantidad y calidad de enlaces.
- Presencia en las redes sociales.
- Menciones en medios locales.
- Autoridad de la marca.
- Rendimiento de los resultados de búsqueda.

Estos dos pilares, relevancia y autoridad, se utilizan matemáticamente a la hora de desarrollar el algoritmo, ya que, como veremos más adelante, no solo se puede tener en cuenta la cantidad de enlaces que lleven a una página, sino la calidad de estos.

### 2.4.3. La relación entre SEO y los motores de búsqueda.

La relación entre el posicionamiento web y los motores de búsqueda está basada en realizar un trabajo conjunto para dar a sus usuarios los resultados más relevantes de sus búsquedas. Para que esto sea eficaz, ambos deben cumplir algunos requisitos.

En cuanto a los motores de búsqueda, sus *bots* deben revisar toda la información de los sitios web para luego clasificarla. Para no cometer errores, estos han desarrollado algoritmos que ayudan a revisar todas las páginas web con la intención de que las búsquedas sean acertadas y no se filtre contenido carente de valor o incluso malicioso (DesignPlus, s.f.).

---

<sup>2</sup> El *link building* es uno de los fundamentos del posicionamiento web o *SEO*, que busca aumentar la autoridad de una página el máximo posible mediante la generación de links hacia la misma (40deFiebre, s.f.).

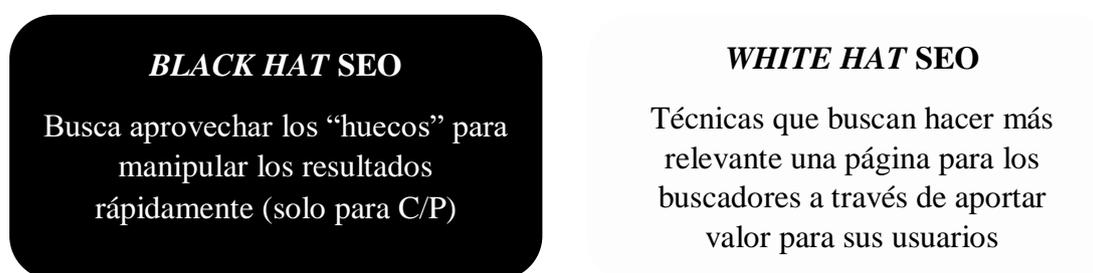
<sup>3</sup> Los *backlinks* son enlaces entrantes que apuntan desde otras páginas hacia la tuya (DesignPlus, s.f.).

Por ejemplo, si se busca un tipo de producto concreto y al acceder a la página ofrecida por el buscador vemos que esta no está relacionada con lo que se buscaba, el buscador utilizado perderá credibilidad para el usuario.

Los algoritmos de los motores de búsqueda son los encargados de que los usuarios no sufran esas decepciones, ya que parte de su misión es no indexar ni mostrar resultados de sitios web con prácticas maliciosas en SEO, conocidas como *Black Hat*.

Hay dos tipos de acciones que desarrollan los creadores de las páginas web: las no convenientes (*Black Hat SEO*) y las que sí ayudan al posicionamiento (*White Hat SEO*).

#### Esquema 6: *Black Hat SEO* y *White Hat SEO*.



Fuente: Elaboración propia a partir de la web “40deFiebre” (s.f.) y la web “Cyberclick” (2020).

A través del *Black SEO*, o *Black Hat SEO*, se optimizan los sitios web mediante prácticas contrarias a las condiciones de los buscadores o que son de dudosa moral, aunque puedan ser legales. Sus resultados son rápidos, casi inmediatos, pero estas prácticas son penalizadas por parte de los buscadores, ya que consideran que perjudican a los usuarios.

Entre las diferentes técnicas que puede realizar el *Black SEO*, destacan:

1. Inserción de *links* o textos ocultos en la web.

Repitiendo en estos textos las palabras clave que interesa que el motor de búsqueda relacione con su web para así aparecer en los primeros puestos del ranking del buscador.

2. Utilización de *Spam*.

Dejando comentarios tanto en otras páginas web como en redes sociales.

3. Granjas de enlaces.

Consiste en intercambiar enlaces entre distintos sitios web que no guardan ninguna relación entre sí, y de esta manera aumentar la popularidad de la web.

#### 4. Cloacking.

Práctica según la cual se muestra un contenido optimizado para los motores de búsqueda y otro diferente para los usuarios, de modo que éstos permanecen en la página web mientras que los robots de los buscadores acuden a la página optimizada, elevando así su posición en el ranking del motor de búsqueda (Diseño Web Madrid, s.f.).

#### 5. Page Hijacking.

Consiste en copiar y plagiar una página web existente con el objetivo de engañar al motor de búsqueda y hacerle creer que el verdadero plagio es el otro sitio web (Diseño Web Madrid, s.f.).

Por otro lado, el *White SEO*, también conocido como *White Hat SEO*, es el tipo de práctica honesta en la optimización web para buscadores. Los objetivos del *White SEO* empezarán a cumplirse a medio y largo plazo, pues requiere mucho trabajo, constancia y esfuerzo para alcanzar las metas propuestas.

Existen una serie de técnicas necesarias para aplicar el *White SEO* y, por tanto, optimizar y mejorar el posicionamiento de una web, lo que conllevará mayores visitas y beneficios para esta:

##### 1. Contenido.

Debe ser original, de calidad, único y novedoso, será necesario actualizar la página web constantemente.

##### 2. Títulos.

Los de los textos y entradas de la página web, son realmente importantes para los motores de búsqueda, por lo que serán claros, descriptivos y contendrán palabras clave asociadas a estos. Estas *keywords* deberán aparecer también a lo largo del texto, justificadamente, si no se considerará como *Black SEO*.

##### 3. Cantidad y calidad de enlaces.

Mejorarán el posicionamiento del sitio web y, a su vez, otras páginas web se enlazarán con la nuestra. Esta vez sí guardarán relación entre sí, de lo contrario hablaríamos de una granja de enlaces, lo que nuevamente se considera una mala práctica.

##### 4. Página web configurada con código HTML accesible.

Hará que mejore la visibilidad del sitio web y su posicionamiento en los buscadores.

### 3. *PageRank*.

Para poder hablar de lo que es y cómo surge, primero se debe conocer a sus fundadores: Larry Page y Sergey Brin.

En la entrada “Google es el dominador absoluto, pero había vida antes de él: estos son los buscadores a los que derrotó y cómo consiguió hacerlo” (López, 2018), encontramos información sobre estos autores y el *PageRank*.

Page estudió Informática en Michigan, por otro lado, Brin, de origen ruso, estudió Informática al igual que el anterior, además de Matemáticas. La relación entre ellos surgió en la Universidad de Standford, donde ambos hicieron el Doctorado en Informática.

Todo comenzó con una idea de Larry Page, el cual, tras una charla en la universidad, pensó en la posibilidad de explorar las propiedades matemáticas de la *www*. Llegó a la conclusión de que los hiperenlaces de la web eran un símil de las citas de las publicaciones científicas y que esta estructura de hiperenlaces que conforman la *www* podría recogerse matemáticamente en un enorme grafo.

Un grafo es un dibujo que tiene una serie de vértices y aristas, las aristas sirven para conectar dichos vértices, es decir, es un dibujo que ilustra puntos que se conectan. Representa, básicamente, cómo se relacionan los elementos dentro de él, es decir, utilizan relaciones binarias, lo que quiere decir que se relacionan o no se relacionan, un 0 o un 1 (Math4all, 2016).

Page decidió crear un rastreador web que exploraba e indexaba las páginas web de la *www*, proyecto al que finalmente se uniría también Brin. Esta innovación recibió el nombre de *BackRub*.

A raíz de este proyecto sintieron la necesidad de crear un algoritmo que midiera la relevancia de cada una de las páginas que rastreaba e indexaba *BackRub*, y fue así como surgió *PageRank*, nombre de dicho algoritmo.

El funcionamiento del algoritmo se podría resumir, de forma genérica, en contar el número de hiperenlaces que recibe una página determinada, teniendo en cuenta la calidad de cada uno de estos, y asignar un valor proporcional a dicho número. La idea, a grandes rasgos, es que, a mayor número de vínculos con mayor calidad o importancia, mayor relevancia tiene la página.

Más adelante, profundizaremos en los fundamentos matemáticos del algoritmo.

El éxito del funcionamiento del *BackRub* y el *PageRank* dieron lugar al motor de búsqueda que originó el nacimiento de Google. Primero, lo probaron en la red de Stanford, en 1996 y al ver que funcionaba correctamente, así como el gran potencial que podría tener, pulieron los detalles y lo lanzaron al año siguiente a nivel mundial.

Factores como, la situación del mercado de los buscadores en ese momento, la fuerza de voluntad de sus creadores y la suerte, influyeron en el enorme éxito de Google. Este no se puede explicar solo a través del uso del *PageRank*, aunque claramente es su punto más fuerte, aún casi 25 años después.

### 3.1. Buscador de Google.

De los artículos: “Google, una historia de éxito”, (Thomsen, 2019) y “El buscador de Google cumple 20 años: esta es la historia de la compañía”, (Álvarez, 2018) extraemos la información de este apartado.

En septiembre de 1997 los fundadores de Google registraron su dominio como *google.com*. Fue en ese momento cuando tanto investigadores como empresarios comenzaron a mostrar un serio interés por Google.

A finales del año 1998 el buscador de Google estaba compuesto por 60 millones de páginas web y, a pesar de que sus creadores, Page y Brin, aún no lo veían como una versión definitiva, comenzó a ser percibido como una amenaza por los mejores buscadores de la época, como *Yahoo!*, *MSN* o *Alta Vista*, entre otros.

En 1999 las oficinas de Google se quedaron pequeñas debido al enorme crecimiento que tuvo la empresa. Por ello, estas fueron trasladadas a Mountain View (California), lugar en el que hoy día continúa estando su sede principal.

A pesar de la negativa inicial de sus fundadores a que aparecieran anuncios en su buscador, estos claudicaron al comprender que esta publicidad podría ser un elemento significativo a la hora de mantener económicamente el negocio. Es por esto por lo que a partir del año 2000 comenzaron a aparecer anuncios como resultados de las búsquedas de sus usuarios.

Así mismo, a mediados de 2004, Google salió a bolsa, permitiendo así a inversores de todo el mundo adquirir acciones de este. Este hecho hizo que aumentara rápidamente el valor de la marca Google, lo que, a su vez, dio lugar a la compra de otras empresas y a fomentar el lanzamiento de nuevos productos, como Gmail, Google Docs y Google Maps.

Además, Google ha expandido su negocio hacia el sector de dispositivos móviles, desde la fabricación de su propio *smartphone*, Google Pixel, hasta el desarrollo de aplicaciones y redes sociales propias y de sistemas operativos de Android.

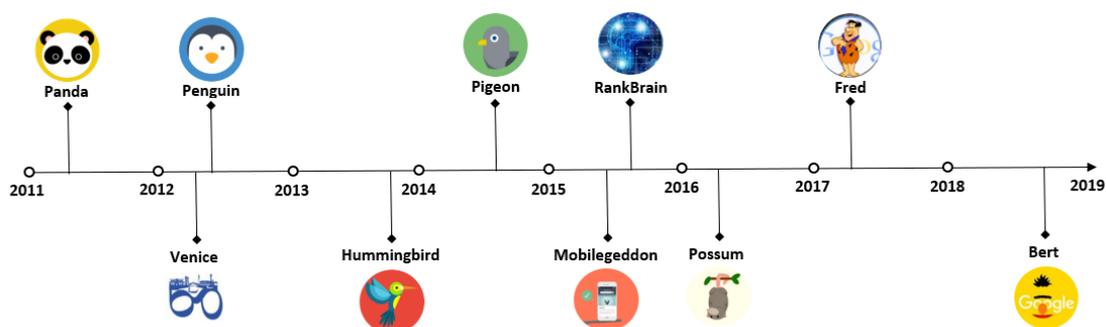
### 3.2. Evolución del algoritmo de Google.

Antes de que se lanzara la primera actualización del algoritmo, era muy fácil para el dueño de una página web posicionarla en los primeros puestos. El sistema de clasificación se fijaba únicamente en la cantidad de veces que aparecía escrita la palabra clave o *keyword* que buscaba el usuario para ordenar el *ranking* del buscador.

Además, si un usuario deseaba obtener resultados próximos al lugar en que se encontraba, debía escribir expresamente la localidad, ya que de lo contrario el buscador le devolvería un listado genérico.

El algoritmo inicial de Google ha sido actualizado y modificado en múltiples ocasiones desde su creación. Entre la gran variedad de estas actualizaciones, destacamos las señaladas en el esquema 7.

**Esquema 7: Línea temporal de los algoritmos de Google.**



*Fuente: Elaboración propia a partir de los sitios web: "Marketing4ecommerce" (2019), "Rockcontent" (2016), "Mott Marketing" (2016), "BierzoSEO" (2018), "Lleida Tours 360" (2018), "Boom Town" (2017) y "Market In House" (2019).*



**Imagen 2:  
Logo Google  
Panda.**

*Fuente: Blog  
"Rockcontent"  
(2019).*

### GOOGLE PANDA (2011).

El algoritmo Google Panda fue lanzado en febrero de 2011.

Su aparición afectó a los resultados de las búsquedas, ya que se basa en el análisis de calidad de los sitios y penaliza aquellos sitios que están bien posicionados y que tienen contenidos copiados, traducidos o de baja calidad que no aportan nada a los usuarios (Giraldo, 2019).



**Imagen 3:  
Logo Google  
Venice**

*Fuente: Web  
"Student Show"  
(2015).*

### GOOGLE VENICE (2012).

El algoritmo Google Venice fue lanzado en febrero de 2012.

A partir de este algoritmo, el usuario ya no necesita especificar el lugar en el que se encuentra, ya que el propio Google determina su ubicación, en base a su IP, para ofrecerle el mejor resultado local (Rubén, 2019).



**Imagen 4:  
Logo Google  
Penguin**

*Fuente: Blog  
"Rockcontent"  
(2019).*

### GOOGLE PENGUIN (2012).

El algoritmo Google Penguin fue lanzado en abril de 2012. Afectó a las páginas web que manipulaban su posicionamiento con enlaces artificiales.

Antes de este, era relativamente fácil posicionar una web, ya que, colocando el mayor número de enlaces entrantes hacia una web, esta ocuparía los primeros resultados en el buscador. (Rubén, 2019). Esta actualización evita los enlaces de baja calidad, fomentando el buen uso del *linkbuilding*, usando enlaces de otros sitios que de verdad otorguen información necesaria y valor a los usuarios. (Giraldo, 2019).



**Imagen 5: Logo  
Google  
Hummingbird**

*Fuente: Blog  
"Rockcontent" (2019).*

### GOOGLE HUMMINGBIRD (2013).

El algoritmo Google Hummingbird, o Colibrí, fue lanzado en septiembre de 2013. Este algoritmo no penaliza las páginas web, sino que las clasifica según las intenciones y palabras clave que utilizan y las necesidades del usuario.

Gracias a esta actualización Google comprende variables como dónde, qué y cómo, lo que consigue que los resultados en el buscador sean más naturales y la intención de búsqueda del usuario se responda de una mejor forma (Rubén, 2019).



**Imagen 6: Logo Google Pigeon**

Fuente: Blog "Rockcontent" (2019).

#### GOOGLE PIGEON (2014).

El algoritmo de Google Pigeon, o Paloma, fue lanzado en julio de 2014. Este algoritmo tampoco penaliza y se encarga de regular las búsquedas enfocándose en la relevancia de la geografía, ayudando concretamente en las búsquedas locales.

El posicionamiento que hace el algoritmo depende del registro que se tenga en Google Maps. Google Pigeon otorga a los usuarios mapas con los múltiples establecimientos cerca de su ubicación geográfica (Giraldo, 2019).

Gracias a este algoritmo una web local de cualquier negocio se puede posicionar por delante de un gigante en Internet para una búsqueda en concreto de un servicio, ya que premia a los enlaces locales antes que a los generales (Rubén, 2019).



**Imagen 7: Logo Google Mobilegeddon**

Fuente: Web "Mott Marketing" (2016).

#### GOOGLE MOBILEGEDDON (2015).

El algoritmo de Google Mobilegeddon fue lanzado en abril de 2015. Con este, el buscador apuesta por las webs que se adaptan a los diferentes dispositivos móviles. Lo más importante para este es tener un *theme*<sup>4</sup> *responsive*, es decir, un *theme* que haga que la web se ajuste tanto a ordenadores como a tablets y móviles.

Hoy en día, casi el 70% de las visualizaciones de las webs se hacen desde teléfonos móviles (Rubén, 2019).

---

<sup>4</sup> Un *theme* (tema) es una serie de elementos gráficos que, al aplicarse sobre un determinado *software*, modifican su apariencia externa (Wikipedia, 2011).



**Imagen 8: Logo Google RankBrain**

Fuente: Blog "BierzoSEO" (2018).

### GOOGLE RANKBRAIN (2015).

El algoritmo de Google RankBrain fue lanzado en el año 2015. Es una conjunción de dos algoritmos anteriores, Panda y Penguin, interpreta las respuestas que se dan en las SERPs (*Search Engine Result Pages*, es decir, en las páginas de resultados de búsqueda) de Google a determinadas búsquedas.

RankBrain se ocupa de entender qué es lo que los usuarios están buscando y para lograrlo lleva a cabo ciertas acciones:

1. Analizar las *keywords* que buscan los usuarios, para entender el concepto.
2. Medir la satisfacción del usuario respecto a los resultados mostrados.
3. Aplicar algoritmos para mejorar los resultados.

En conclusión, conecta las búsquedas nuevas con las anteriores identificando patrones de comportamiento. Aplica inteligencia artificial con cierta capacidad de interpretación (Blanco, 2019).



**Imagen 9: Logo Google Possum**

Fuente: Web "Lleida Torus 360" (2018).

### GOOGLE POSSUM (2016).

El algoritmo de Google Possum, o Zarigüeya fue lanzado en el año 2016. Al igual que el algoritmo Venice, Possum sigue considerando la ciudad en la que el usuario se encuentra, pero, además, le muestra resultados de municipios limítrofes que podrían resultarle más próximos.

Se trata de una actualización sobre los resultados de búsqueda locales, afectando especialmente a los resultados de búsqueda obtenidos mediante Google Maps (Lleida Tours 360, 2018).



**Imagen 10:**  
**Logo Google Fred**

Fuente: Web “Boom Town” (2017).

### GOOGLE FRED (2017).

El algoritmo de Google Fred fue lanzado en marzo de 2017. Este algoritmo afecta sobre todo a aquellas webs que están centradas en la temática financiera y que buscan enriquecerse por medios diferentes a los de Google Ads.

Gracias a esta nueva incorporación, Google se quedaría con la mayor parte de anuncios e ingresos por publicidad en los sitios web relacionados con las finanzas (Rubén, 2019).



**Imagen 11:**  
**Logo Google Bert**

Fuente: Blog “Market In House” (2019).

### GOOGLE BERT (2018).

El algoritmo de Google Bert fue lanzado en octubre de 2018. Las siglas BERT representan el acrónimo de “Bidirectional Encoder Representations”, una técnica basada en redes neuronales para la preparación previa al procesamiento del lenguaje natural (Valverde, 2019).

Este algoritmo es capaz de comprender consultas más extensas y, además, tendrá en cuenta las preposiciones “a” o “para” con el fin de entender el contexto de las palabras que formulan la consulta, así como la intención de la búsqueda del usuario.

Bert evita las dudas sobre cuál sería la mejor forma de consultar a Google para que devuelva el resultado que se desea.

Actualmente, es común el uso de una práctica llamada *Google Bombing*, que consiste en colocar páginas web en las primeras posiciones de búsqueda. Por esta razón, tanto Google como otros motores de búsqueda, necesitan renovar y actualizar sus algoritmos constantemente, ya que, de no hacerlo, podrían ocupar los primeros puestos páginas menos relevantes para el usuario y perderían así la confianza en la utilidad del buscador.

### 3.3. Fundamentos Matemáticos del *PageRank*.

Todo lo anteriormente explicado de forma teórica ahora lo llevaremos a la práctica a través del uso de las matemáticas, ya que, sin ellas, este gran método de búsqueda no sería posible.

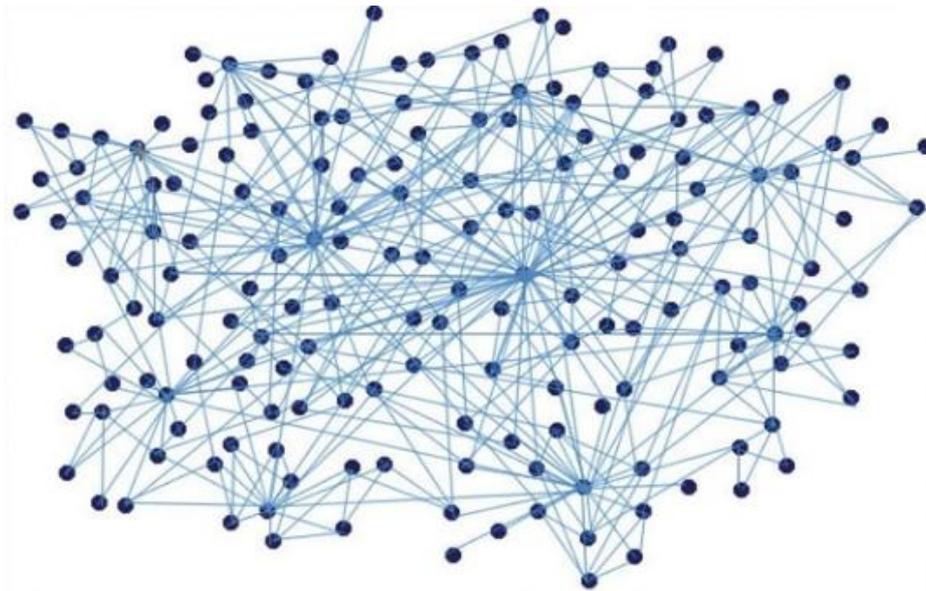
Como ya hemos mencionado, el *PageRank* tiene por objetivo establecer una ordenación de las páginas web en función de un determinado valor que se denomina importancia y que permitirá, cuando se realice una búsqueda, mostrarlas en una lista con un determinado orden.

Ahora bien, ¿cómo se consigue crear esa lista? La clave está en los valores asignados a dichas importancias, por tanto, se tratará de averiguar cómo asignarlos.

### 3.3.1. Problema de ordenación.

Como hemos dicho anteriormente, la estructura de hiperenlaces formada por la web puede verse reflejada gráficamente en un grafo (imagen 12). Como vemos, este está formado por vértices y aristas, los primeros representan cada una de las páginas que existen en la red y las segundas los enlaces que hay entre estas páginas.

**Imagen 12: Ejemplo visual de un grafo.**



Fuente: Web “Revista Digital INESEM” (2017).

Hay vértices de los que parten, o a los que llegan, múltiples aristas, es decir, páginas relacionadas con muchas otras a través de enlaces. Una primera aproximación sería pensar que, por el hecho de que una página esté relacionada con muchas otras, esta ya es más relevante que otras relacionadas con menos páginas. Es decir, que, a mayor número de enlaces, más relevante sería una página y que, teniendo en cuenta únicamente este factor, Google decidirá elaborar su *ranking*.

Sin embargo, esta conclusión no es eficiente, ya que no se debería considerar que todos los enlaces tuvieran el mismo peso. Por ejemplo, tiene mucha más relevancia un enlace

que relacione dos páginas conocidas y visitadas mundialmente, como podrían ser YouTube y la propia página de Google, que uno que relacione la página web de un periódico local con la de un taller de la misma ciudad.

Para poder comprender la parte matemática del tema, se comenzará dando nombre a los diferentes elementos que se vayan analizando. Cada una de las páginas web será denominada  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$  y cada una de las importancias que estas tengan asignadas será  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ . Si se tuvieran los valores numéricos de cada  $x_i$ , se podría tener el orden de la lista que Google utiliza para mostrar los resultados.

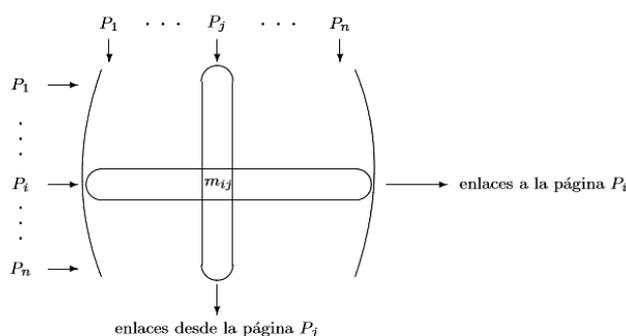
Como no se debe considerar que todos los enlaces tengan el mismo peso, se dirá que la importancia ( $x_i$ ) para cada página ( $P_i$ ) es proporcional a la suma de las importancias de los enlaces que llegan a cada  $P_i$ .

No obstante, aunque para hallar los valores de las importancias de las páginas se debe tener en cuenta la calidad de los enlaces que recibe cada página, también hay que conocer la cantidad de enlaces que recibe cada una de estas. Para simplificar la descripción de la situación se empleará una notación basada en matrices, en este caso se trabajará con la matriz asociada al grafo,  $M$ .

Esta matriz ( $M$ ) se compone de entradas ( $m_{ij}$ ) únicamente con valores 1 y 0, recibiendo valor 1 cuando exista un enlace desde  $P_j$  a  $P_i$  y 0 en caso contrario. La matriz tendrá tantas filas y columnas como páginas existan, por tanto, será siempre una matriz cuadrada.

Se puede observar que si se suman las columnas se obtendrá el número de enlaces que salen de esa página, mientras que, si se suman los valores de una fila, se obtendrá el número de enlaces que entran en esa página (fig. 1).

**Figura 1: Matriz  $M$ .**



Fuente: Elaboración propia.

Como lo que se quiere averiguar es la relevancia de cada página, se sumarán los valores de cada una de las importancias de los enlaces que recibe cada página, lo que da lugar al siguiente sistema de ecuaciones que relaciona las importancias ( $x_i$ ) de las diferentes páginas web, salvo la constante de proporcionalidad  $K^5$ .

$$\begin{aligned} x_1 &= K (x_{a1} + x_{a2} + x_{a3} + \dots + x_{ai1}) \\ x_2 &= K (x_{b1} + x_{b2} + x_{b3} + \dots + x_{bi2}) \\ &\vdots \\ x_n &= K (x_{c1} + x_{c2} + x_{c3} + \dots + x_{cin}) \end{aligned}$$

El sistema de ecuaciones que resultaría sería inmenso, debido a los millones de páginas de web que se relacionan. La expresión en forma matricial se muestra en la figura 2:

**Figura 2: Sistema de ecuaciones en forma matricial.**

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = K \begin{pmatrix} \begin{matrix} P_1 & P_2 & & & P_{25} & & & P_{256} & & & P_{n-1} \\ \downarrow & \downarrow & & & \downarrow & & & \downarrow & & & \downarrow \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{matrix} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

*Fuente: Elaboración propia.*

Si al vector de importancias ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ) se le llamara  $v$ , a la constante de proporcionalidad  $K$  se le denominara  $\lambda$  y la matriz  $M$  continuara siendo la asociada al grafo anteriormente dicho, la ecuación sería la siguiente

$$v = \lambda Mv \rightarrow \lambda v = Mv$$

Viendo esta igualdad, se deduce que el problema que se plantea en este trabajo es de autovectores y valores propios, y que el objetivo directo a determinar es el autovector de la matriz asociada ( $v$ ), ya que este es el vector de importancias de las diferentes páginas web.

<sup>5</sup> El sistema de ecuaciones se ha construido suponiendo un ejemplo en el que existen enlaces a la página  $P_1$  desde las páginas  $P_{a1}, P_{a2}, P_{a3}, \dots, P_{ai1}$ , enlaces a la página  $P_2$  desde las páginas  $P_{b1}, P_{b2}, P_{b3}, \dots, P_{bi2}$  y enlaces a la página  $P_n$  desde las páginas  $P_{c1}, P_{c2}, P_{c3}, \dots, P_{cin}$ .

Este autovector ( $v$ ), como se ha dicho antes, estará formado por las importancias, que serán valores no negativos, ya que una importancia de signo negativo carecería de sentido, es decir,

$$v \geq 0.$$

Por otra parte, parece evidente que sería deseable que la matriz  $M$  solo tuviera un autovector  $v$  con componentes no negativas, ya que de esa forma se facilitaría la determinación de dicho autovector.

Para poder abordar mejor el problema de autovectores y valores propios que se plantea en este trabajo, se tendrá en cuenta el teorema de Perron-Frobenius (Poole, 2011), ya que está relacionado con matrices formadas por entradas no negativas, lo cual era la primera condición propuesta. De este teorema se extrae lo siguiente:

*Sea  $A$  una matriz de  $n \times n$  no negativa irreducible<sup>6</sup>. Entonces  $A$  tiene un autovalor real  $\lambda_1$  con las siguientes propiedades:*

- a.  $\lambda_1 > 0$ .*
- b. El autovector asociado a  $\lambda_1$  es un vector  $v$  con todas sus componentes positivas. Además, cualquier otro autovector de  $A$  con componentes positivas es múltiplo de  $v$ .*
- c. Si  $\lambda$  es cualquier otro autovalor de  $A$ , entonces  $|\lambda| \leq \lambda_1$ .*

Es decir, el teorema de Perron-Frobenius garantiza que existe un autovalor de  $A$  de módulo máximo y positivo, y cuyo vector propio asociado tendrá todas las entradas positivas.

### 3.3.2. Problema de cálculo.

Hasta ahora se ha descubierto que existe un único vector de importancias, pero no se ha mostrado cómo hallarlo, de modo que nos centraremos a continuación en establecer un método para su determinación. Para ello se aplicará el Método de la Potencia, ya que este método se utiliza para calcular de forma aproximada el autovalor de mayor módulo de una matriz y, una vez conocido este, podremos determinar cuál es su autovector asociado, es decir, habremos logrado el objetivo directo del problema que se plantea en este trabajo.

---

<sup>6</sup> Se entiende que una matriz  $A$  de dimensiones  $n \times n$  es irreducible cuando  $(I + A)^{n-1}$  tiene todas sus entradas positivas, es decir,  $a_{ij} > 0$ , donde  $I$  es la matriz identidad  $n \times n$ . Véase “Matrices positivas y aplicaciones” (Planas, 2008).

Es verdad que existen otros procedimientos exactos para calcular de forma numérica los autovalores de una matriz, sin embargo, estos son útiles cuando el tamaño de la matriz no es muy grande. Es por este motivo por el que se utilizará el Método de la Potencia, ya que está enfocado a matrices de elevadas dimensiones, como es el caso de la matriz del *PageRank*.

Como ya se ha comentado, el Método de la Potencia se utiliza para calcular el autovalor de módulo más grande de una matriz real. Este autovalor se puede hallar con el Método de la Potencia solamente cuando es simple y real, algo que se sabe que se cumple gracias al Teorema de Perron-Frobenius.

Siguiendo las instrucciones sobre este procedimiento descritas en “Métodos Matemáticos. Lección 2: Cálculo de Autovalores” (Universidad de Sevilla, 2016-2017), se aplicará el Método de la Potencia de la forma siguiente:

1. Tomar  $x \in \mathbb{R}^m$  cualquiera,

$$\frac{x}{\|x\|} \rightarrow z$$

2. Hasta que dos aproximaciones consecutivas a  $\lambda$  disten menos que una tolerancia previamente establecida, se repetirá lo siguiente

- 2.1.  $A \cdot z \rightarrow y$

- 2.2. Si  $j$  es tal que  $|z_j| = \max_{1 \leq i \leq m} |z_i|$

- $\frac{y_j}{z_j} \rightarrow \lambda,$

- 2.3.  $\frac{y}{\|y\|} \rightarrow z$

Tras realizar este proceso tendremos que

$$\lambda \approx \lambda_1, \quad z \approx \frac{v_1}{\|v_1\|}$$

Donde  $\lambda$  será el autovalor positivo y de módulo máximo buscado y  $z$  será el autovector asociado a dicho valor propio, es decir, será el vector de importancias ( $v$ ).

Por consiguiente, una vez que hayamos encontrado el autovalor de la matriz del *PageRank* siguiendo los pasos del algoritmo del Método de la Potencia, podremos

encontrar su autovector asociado y así finalmente habremos logrado el objetivo de este trabajo.

#### 4. Aplicación al problema de la Clasificación de La Liga Santander 2019-2020.

A lo largo de la elaboración de este TFG nos hemos ido dando cuenta de que la aplicación del algoritmo del *PageRank* puede ayudar a resolver problemas reales, y tal y como indicábamos en la introducción queríamos realizar una aplicación práctica de su funcionamiento utilizando para ello una hoja de cálculo. Finalmente, hemos considerado el que a continuación proponemos.

##### 4.1. Planteamiento del problema.

Actualmente en la liga de fútbol española se plantea el siguiente problema: debido a la pandemia producida por la COVID-19 esta se ha visto interrumpida quedando pendientes de disputarse 11 de las 38 jornadas de la liga. De momento no se puede asegurar que la competición puede ser finalizada<sup>7</sup>, por lo que la clasificación podría quedar incompleta. De ser así, la clasificación resultante no sería justa, ya que, en una situación normal, cada equipo habría disputado dos partidos contra cada uno de los equipos que conforman la liga, el de ida y el de vuelta. Sin embargo, en estos momentos los equipos han jugado dos partidos contra algunos de sus contrincantes pero solo un partido contra otros. Además, no todos los equipos son de igual calidad, ya que algunos como el Real Madrid o el Barcelona están considerados como especialmente difíciles de batir, por lo que no sería lo mismo haber ganado un partido contra uno de ellos que contra otro equipo más moderado.

Quizá se pueda pensar que en el caso de que se disputaran las jornadas pendientes, el resultado de la clasificación no variaría mucho, pero dado el enorme volumen de dinero que se mueve en el mundo del fútbol, cualquier pequeña variación en la clasificación final podría tener repercusiones económicas muy importantes para algunos de los equipos.

Existen dos grandes competiciones internacionales en el mundo del fútbol organizadas por la UEFA (*Union of European Football Associations*), confederación que agrupa las asociaciones nacionales de fútbol europeas: la UEFA Champions League y la UEFA

---

<sup>7</sup> Recientemente se aprobó su continuación a partir del 08/06/2020.

Europa League. Los equipos de la liga española que disputan el torneo de la Champions son los que hayan quedado en las cuatro primeras posiciones de la Liga tras haber disputado todos los partidos, y los que juegan la Europa League los que se clasifiquen en quinta, sexta y séptima posición.

La UEFA Champions League es uno de los torneos más importantes a nivel mundial tanto a nivel deportivo como, especialmente, a nivel económico. Según datos obtenidos del torneo (Canibe, AS, 2019), los 32 equipos que participan en dicho torneo en 2020, se repartirán un total de 2.040 millones de euros.

Simplemente por el hecho de participar en dicha competición durante la temporada 19/20, un equipo recibe la cantidad de 15,25 millones de euros, un 25% aproximadamente de la cantidad total, mientras que un 30% se repartirá en función de los resultados de cada equipo en la competición, otro 15% por el *market pool*<sup>8</sup> y el 30% restante en función de un ranking de resultados y títulos en las competiciones europeas en los últimos 10 años.

Si bien, la cantidad de 15,25 millones de euros podría no tener una gran relevancia para los grandes equipos, podría resultar fundamental para algunos equipos más modestos. Pero no solo eso, sino que además también tendrían la oportunidad de obtener una cantidad mucho mayor, llegando hasta un total de 62 millones de euros, como mínimo, en caso de ganar la competición. Por último, debe tenerse en cuenta que el equipo que gana la UEFA Champions League se clasifica directamente para disputar la Supercopa de Europa, algo que podría suponer al equipo correspondiente hasta 3,5 millones de euros adicionales.

A continuación, se muestra un cuadro (imagen 13) que resume las cantidades que ingresaría cada equipo según los partidos ganados y hasta dónde llegarán en la clasificación del torneo de la temporada 2018-2019.

La UEFA repartirá este año 2020 entre los dos torneos un total de 2.550 millones de euros (As.com, 2019). Si descontamos la parte anteriormente comentada correspondiente a la Champions League, se deduce que habría un total de 510 millones de euros destinados a la Europa League. Como vemos, la cantidad otorgada a esta última competición es cuatro

---

<sup>8</sup> El *market pool* es un sistema que destina a cada país una cantidad de dinero en función de su valor como mercado televisivo para la Champions (es una cifra cerrada para cada país que se reparte entre los equipos participantes) (As.com, 2017).

veces menor a la de la Champions, dato muy relevante a la hora de quedar clasificado para una competición o para otra.

**Imagen 13: Cantidades ingresadas de la UEFA Champions League temporada 2018-2019.**

Motivos	Cantidad ingresada 2018-19
Clasificarse para Champions	15,25M€
Prima por victoria en la fase de grupos	2,7M€
Prima por empate en la fase de grupos	900.000 €
Octavos	9.5M€
Cuartos	10.5M€
Semifinales	12M€
Campeón y subcampeón	19M€ o 15M€

*Fuente: Web "Goal" (2019).*

En este torneo compiten 48 clubes y cada uno de ellos recibirá 2,92 millones de euros únicamente por participar en la competición. Durante la fase de grupos, los equipos reciben 570.000 euros por victoria y 190.000 euros por empate, además, los primeros de cada grupo reciben 1 millón de euros y los segundos medio millón de euros adicionales.

Una vez finalizada la fase de grupos, cada equipo recibe una cantidad que depende de la fase que haya alcanzado, tal como se muestra en la siguiente tabla.

**Tabla 1: Cantidades asignadas a cada fase de la UEFA Europa League 2019-20.**

FASE	CANTIDAD
<b>Dieciseisavos de final</b>	500.000 euros
<b>Octavos de final</b>	1,1 millones de euros
<b>Cuartos de final</b>	1,5 millones de euros
<b>Semifinales</b>	2,4 millones de euros
<b>Final</b>	4,5 millones de euros
<b>Campeón</b>	4 millones de euros adicionales

*Fuente: Elaboración propia a partir de la web "As" (2019).*

Por tanto, un club podría obtener 24,8 millones de euros tras ganar este torneo.

Como vemos, el hecho de que hubiera un leve cambio en las posiciones de la clasificación tendría una repercusión económica muy significativa, especialmente para los equipos con presupuestos más limitados. Es por ello por lo que resulta tan importante, no solo desde el punto de vista de justicia deportiva sino, y especialmente, por su importante repercusión económica, el que se pueda obtener una clasificación de La Liga que se ajuste a los merecimientos reales de los equipos en el caso de que no se pudiera finalizar la competición. Como ya se ha explicado, la simple utilización de la clasificación habitual tras la última jornada de liga disputada no puede considerarse en absoluto un medio adecuado salvo que finalice la competición, como así atestiguan las numerosas declaraciones contradictorias realizadas sobre esta importante cuestión: “La injusticia que señala Courtuois con los que defienden que el Barcelona es el ‘campeón’” (Sánchez-Flor, 2020), “Roures: ‘Si no se puede retomar la Liga, lo lógico es que el Barça sea campeón’” (La Jugada Financiera, 2020) o “Las plazas europeas desatan otro pulso entre la Liga y la Federación” (Moñino, 2020). Sin embargo, creemos que la utilización de un algoritmo similar al del *PageRank* permitiría utilizar un método objetivo y basado en los méritos de cada equipo para determinar la clasificación de la Liga en caso de que no se disputasen todos los partidos.

#### 4.2. Obtención de la solución con hoja de cálculo.

Mostraremos a continuación cómo efectuar este proceso utilizando el programa informático Excel<sup>9</sup> y los resultados existentes a fecha del trabajo de la Liga Santander 2019 - 2020.

Lo primero es buscar los datos reales de la última actualización de las puntuaciones de la clasificación, es decir, los datos resultantes tras la última jornada en la que tuvo lugar un encuentro de la competición 2019-2020 (Imagen 14). En este caso fue la jornada 27, por lo que quedan 11 jornadas por disputarse.

De la página digital del diario MARCA se han tomado los resultados de cada uno de los partidos disputados por jornada (ejemplo en la Imagen 15). Gracias a estos, se crea una matriz cuadrada en la que cada casilla indica los puntos obtenidos por el equipo situado

---

<sup>9</sup> La versión del año 2016 es la utilizada para el desarrollo de la parte práctica de este trabajo.

en la fila de una casilla en los partidos disputados contra el equipo de la columna de dicha casilla. Dado que para cada pareja de equipos no siempre se han producido los dos enfrentamientos previstos, algunas casillas pueden tener un valor significativamente más alta que otras (Tabla 2).

**Imagen 14: Clasificación la Liga Santander 2020 tras la Jornada 27.**

EQUIPOS	TOTALES								EN CASA								FUERA							
	PT	PJ	PG	PE	PP	GF	GC	PT	PJ	PG	PE	PP	GF	GC	PT	PJ	PG	PE	PP	GF	GC			
1  Barcelona	58	27	18	4	5	63	31	40	14	13	1	0	45	12	18	13	5	3	5	18	19			
2  Real Madrid	56	27	16	8	3	49	19	31	13	9	4	0	27	9	25	14	7	4	3	22	10			
3  Sevilla	47	27	13	8	6	39	29	23	13	6	5	2	19	13	24	14	7	3	4	20	16			
4  R. Sociedad	46	27	14	4	9	45	33	26	13	8	2	3	27	12	20	14	6	2	6	18	21			
5  Getafe	46	27	13	7	7	37	25	25	14	7	4	3	21	13	21	13	6	3	4	16	12			
6  Atlético	45	27	11	12	4	31	21	29	14	8	5	1	20	9	16	13	3	7	3	11	12			
7  Valencia	42	27	11	9	7	38	39	30	14	8	6	0	23	12	12	13	3	3	7	15	27			
8  Villarreal	38	27	11	5	11	44	38	22	13	6	4	3	26	17	16	14	5	1	8	18	21			
9  Granada	38	27	11	5	11	33	32	26	13	8	2	3	16	8	12	14	3	3	8	17	24			
10  Athletic	37	27	9	10	8	29	23	24	13	7	3	3	15	7	13	14	2	7	5	14	16			
11  Osasuna	34	27	8	10	9	34	38	20	14	5	5	4	20	20	14	13	3	5	5	14	18			
12  Betis	33	27	8	9	10	38	43	24	14	7	3	4	27	21	9	13	1	6	6	11	22			
13  Levante	33	27	10	3	14	32	40	24	13	7	3	3	19	12	9	14	3	0	11	13	28			
14  Alavés	32	27	8	8	11	29	37	23	14	6	5	3	18	11	9	13	2	3	8	11	26			
15  Valladolid	29	27	6	11	10	23	33	16	13	3	7	3	14	13	13	14	3	4	7	9	20			
16  Eibar	27	27	7	6	14	27	41	19	14	6	1	7	19	20	8	13	1	5	7	8	21			
17  Celta	26	27	5	11	11	22	34	17	13	4	5	4	10	12	9	14	1	6	7	12	22			
18  Mallorca	25	27	7	4	16	28	44	20	14	6	2	6	16	14	5	13	1	2	10	12	30			
19  Leganés	23	27	5	8	14	21	39	15	14	4	3	7	13	19	8	13	1	5	7	8	20			
20  Espanyol	20	27	4	8	15	23	46	8	13	1	5	7	12	24	12	14	3	3	8	11	22			

Champions League   
 Europa League   
 Descenso   
 PT: Puntos Totales   
 PJ: Partidos Jugados   
 PG: Partidos Ganados  
 PE: Partidos Empatados   
 PP: Partidos Perdidos   
 GF: Goleo a favor   
 GC: Goleo en contra

Fuente: Web "MARCA" (2020).

**Imagen 15: Resultados de la Jornada 9 de la Liga Santander 2020.**

**Jornada 9** [Ir arriba ^](#)

Granada	<b>1-0</b>	Osasuna
Eibar	<b>0-3</b>	Barcelona
Atlético	<b>1-1</b>	Valencia
Getafe	<b>2-0</b>	Leganés
Mallorca	<b>1-0</b>	Real Madrid
Alavés	<b>2-0</b>	Celta

Fuente: Web "MARCA" (2020).

La matriz de la tabla 2 será con la que trabajaremos a la hora de simular el funcionamiento del *PageRank*. Recordemos que este se entendía gráficamente con un grafo que combinaba páginas y enlaces, en este caso las páginas se corresponderían con cada uno de los equipos de fútbol ( $P_i$ ) que disputan la Liga Santander 2020 y los enlaces con la cantidad de puntos que cada equipo consigue tras jugar contra otro equipo de la Liga. Los méritos realizados por el equipo  $i$  para la clasificación final se denotará por  $x_i$ .

Una vez conocida la matriz, se tendrá que comprobar, tal y como se ha explicado en la parte teórica que, efectivamente, esta es irreducible, requisito necesario para aplicar el Teorema de Perron-Frobenius. Se sabe que si alguna potencia de la suma de una matriz más la identidad es una matriz con todas las entradas positivas entonces es una matriz irreducible. La comprobación de si la matriz de puntos de los equipos cumple la condición anterior se ha realizado en la pestaña “Demostración irreducibilidad” del fichero Excel (figura 3). La matriz formulada en el rango “A1:T20” es la matriz de resultados obtenida de sumar la matriz inicial más la identidad, ya que como se puede observar, ahora su diagonal está cumplimentada con valores 1.

**Figura 3: Comprobación irreducibilidad.**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	1	3	1	0	3	6	1	1	0	2	6	0	0	1	0	3	3	1	1	0
2	3	1	0	3	1	1	4	1	3	1	3	3	3	0	1	1	4	1	0	4
3	1	3	1	0	1	3	4	3	4	4	3	0	3	1	3	1	2	2	4	
4	3	0	3	1	3	6	1	6	3	3	3	1	4	6	1	3	3	3	3	3
5	0	4	1	0	1	1	1	1	1	3	0	1	0	0	1	1	1	4	3	3
6	0	1	3	0	4	1	0	0	3	3	4	1	0	2	0	0	0	3	0	3
7	1	1	1	1	1	3	1	1	0	0	3	0	0	1	0	3	0	1	0	3
8	1	4	0	0	4	3	1	1	3	6	3	1	3	4	0	6	3	0	4	0
9	3	0	1	3	4	0	6	0	1	3	1	6	0	3	0	3	4	0	0	1
10	2	1	1	0	3	0	3	0	0	1	0	0	4	1	0	3	1	0	1	3
11	0	0	0	3	3	1	0	0	4	6	1	3	0	3	3	3	0	0	3	
12	3	3	0	1	1	1	6	1	0	3	4	1	0	1	0	1	2	1	3	3
13	3	3	3	1	3	6	3	0	3	1	0	3	1	3	0	6	4	0	4	0
14	1	3	0	0	3	2	1	1	0	4	3	1	3	1	4	4	0	0	3	0
15	3	1	4	4	4	3	3	3	3	3	6	3	1	1	0	4	6	1	1	
16	3	1	0	0	1	6	3	0	0	0	1	0	1	3	1	0	0	3	3	
17	0	1	1	0	1	3	6	0	1	1	0	2	1	3	1	6	1	0	1	1
18	4	1	2	0	1	0	4	6	6	3	3	4	3	3	0	3	3	1	1	0
19	4	3	2	3	3	3	3	1	3	1	3	0	1	3	1	3	1	1	1	3
20	6	1	1	0	0	0	3	3	1	3	3	3	3	1	0	4	3	0	1	

Fuente: Elaboración propia.

En el rango “V1:AO20” se ha aplicado la función “MMULT” para multiplicar la matriz anterior por sí misma, es decir, se ha elevado al cuadrado. Para verificar que todos sus valores son estrictamente positivos, se calcula el valor mínimo de la matriz con la función “MIN” (figura 4), obteniendo como resultado un valor estrictamente positivo, con lo cual queda demostrado.

**Tabla 2: Puntos que cada equipo ha conseguido con respecto a otro equipo.**

	Alavés	Athletic Bilbao	Atlético Madrid	Barcelona	Celta	Éibar	Espanyol	Getafe	Granada	Leganés	Levante	Osasuna	Real Sociedad	Real Betis	Real Madrid	Real Mallorca	Real Valladolid	Sevilla	Valencia	Villarreal
Alavés		3	1	0	3	6	1	1	0	2	6	0	0	1	0	3	3	1	1	0
Athletic Bilbao	3		0	3	1	1	4	1	3	1	3	3	3	0	1	1	4	1	0	4
Atlético Madrid	1	3		0	1	3	4	3	4	4	3	3	0	3	1	3	1	2	2	4
Barcelona	3	0	3		3	6	1	6	3	3	3	1	4	6	1	3	3	3	3	3
Celta	0	4	1	0		1	1	1	1	3	0	1	0	0	1	1	1	4	3	3
Éibar	0	1	3	0	4		0	0	3	3	4	1	0	2	0	0	0	3	0	3
Espanyol	1	1	1	1	1	3		1	0	0	3	0	0	1	0	3	0	1	0	3
Getafe	1	4	0	0	4	3	1		3	6	3	1	3	4	0	6	3	0	4	0
Granada	3	0	1	3	4	0	6	0		3	1	6	0	3	0	3	4	0	0	1
Leganés	2	1	1	0	3	0	3	0	0		0	0	4	1	0	3	1	0	1	3
Levante	0	0	0	3	3	1	0	0	4	6		1	3	0	3	3	3	0	0	3
Osasuna	3	3	0	1	1	1	6	1	0	3	4		0	1	0	1	2	1	3	3
Real Sociedad	3	3	3	1	3	6	3	0	3	1	0	3		3	0	6	4	0	4	0
Real Betis	1	3	0	0	3	2	1	1	0	4	3	1	3		4	4	0	0	3	0
Real Madrid	3	1	4	4	4	3	3	3	3	3	3	6	3	1		0	4	6	1	1
Real Mallorca	3	1	0	0	1	6	3	0	0	0	0	1	0	1	3		0	0	3	3
Real Valladolid	0	1	1	0	1	3	6	0	1	1	0	2	1	3	1	6		0	1	1
Sevilla	4	1	2	0	1	0	4	6	6	3	3	4	3	3	0	3	3		1	0
Valencia	4	3	2	3	3	3	3	1	3	1	3	0	1	3	1	3	1	1		3
Villarreal	6	1	1	0	0	0	3	3	1	3	3	3	3	3	1	0	4	3	0	

Fuente: Elaboración propia.

**Figura 4: Cálculo del valor mínimo de la matriz.**

	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN	AO
1	35	47	33	31	76	65	63	20	73	91	63	42	48	42	42	76	49	39	35	85
2	83	53	47	38	78	99	110	52	60	90	85	73	56	82	26	108	93	46	50	67
3	102	71	41	47	101	79	126	50	74	118	106	83	76	79	43	109	90	48	55	95
4	106	119	71	38	150	142	137	68	117	172	133	101	92	126	59	178	109	65	104	94
5	79	42	32	30	48	37	90	50	64	57	63	59	55	52	17	58	62	37	27	59
6	56	45	25	25	55	24	76	44	62	93	51	63	51	44	31	62	61	39	33	61
7	42	29	21	14	42	49	36	30	44	62	51	32	34	37	29	39	39	31	26	47
8	86	82	44	47	110	110	126	20	67	95	70	67	70	68	58	127	74	36	75	106
9	64	72	32	21	67	104	110	46	27	80	86	40	43	63	37	103	53	45	69	88
10	55	51	28	13	39	78	59	23	29	38	42	36	25	40	23	65	45	30	44	45
11	81	43	52	34	81	78	108	40	47	72	40	78	63	72	27	85	78	52	54	67
12	69	52	32	38	68	78	77	40	55	75	87	37	60	54	32	91	65	36	31	80
13	81	86	52	38	100	129	133	37	67	91	108	69	35	82	48	111	61	55	70	112
14	69	61	46	48	85	89	79	26	63	73	60	57	58	42	38	75	67	51	55	79
15	108	104	73	44	122	127	167	100	124	158	135	107	84	125	33	165	121	74	95	110
16	55	45	46	28	64	62	48	31	43	56	88	40	27	42	18	35	43	60	21	55
17	58	48	30	22	56	85	75	23	29	48	63	41	25	43	37	64	29	34	46	72
18	84	94	36	44	118	123	142	36	69	129	103	84	61	93	38	165	100	23	85	78
19	83	68	49	41	96	111	95	60	75	110	105	76	64	79	47	102	88	61	57	88
20	67	76	38	28	89	103	107	46	64	102	100	62	64	70	29	136	87	27	61	51
21																				
22	13	Como este es el valor mínimo de la matriz, todos son positivos. Por tanto, concluimos que la matriz es irreducible.																		
23																				

Fuente: Elaboración propia.

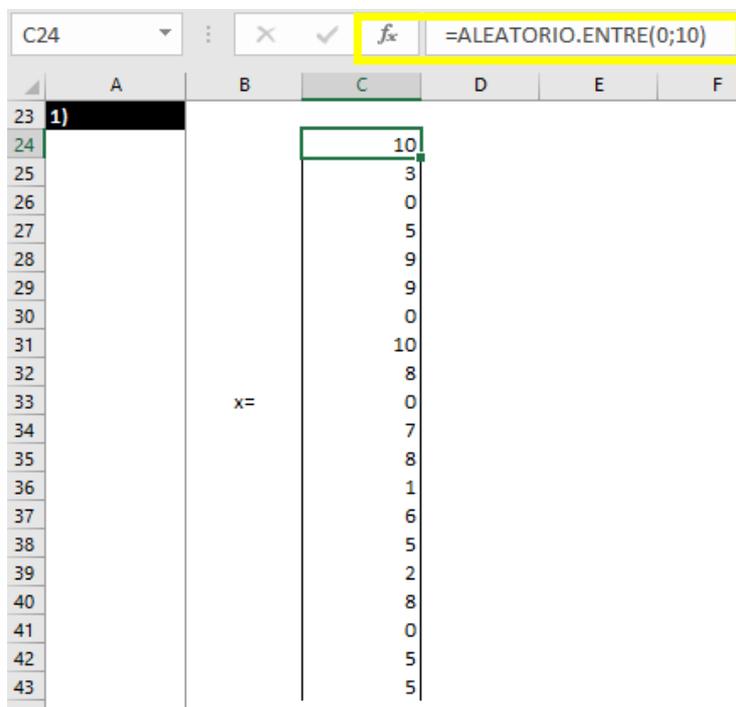
Una vez que se ha comprobado que es irreducible, ya es posible aplicar el Método de la Potencia, ya que podemos emplear el Teorema de Perron-Frobenius, el cual nos permite asegurar que hay un autovalor de máximo módulo que tiene asociado el único autovector con todas las entradas positivas (salvo multiplicación por una constante), el vector de las importancias. Se empleará el Método de la Potencia para hallar ese autovalor de módulo máximo y su autovector positivo asociado.

Para empezar, se escoge un vector de forma aleatoria mediante la función “ALEATORIO.ENTRE”, de forma que el vector tenga el mismo tamaño que la matriz (figura 5). Se han escogido valores aleatorios de entre 0 y 10, pero en realidad podrían seleccionarse de entre cualquier otro rango de valores.

El primer paso de este método (apartado 1), como se ha expuesto anteriormente, es dividir el vector entre su módulo. En Excel no existe una fórmula que realice el módulo de un

vector directamente, es por ello por lo que se han combinado las funciones: “RAIZ” y “SUMA.CUADRADOS” (figura 6).

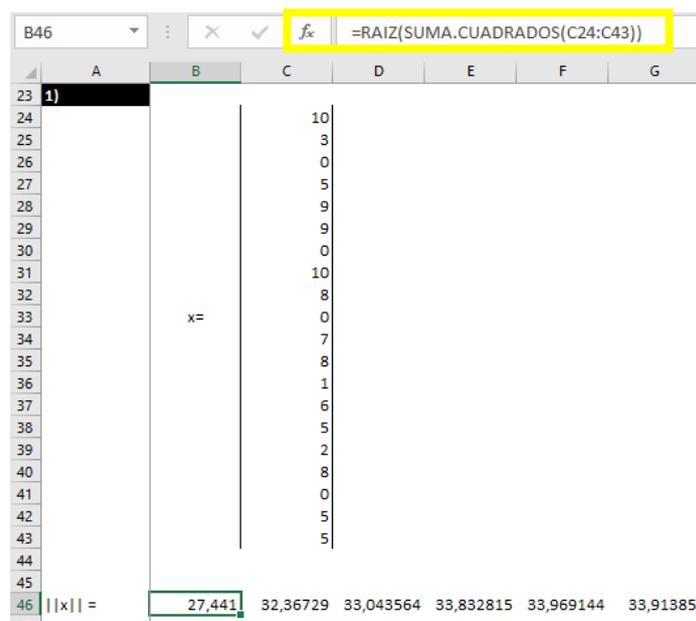
**Figura 5: Elección de vector aleatorio ( $x$ ) para Método de la Potencia.**



Fuente: Elaboración propia.

Una vez hallado el módulo del vector aleatorio ( $\|x\|$ ), se divide el vector entre este y se denomina al resultado  $z$ .

**Figura 6: Cálculo del módulo del vector aleatorio ( $\|x\|$ ).**



Fuente: Elaboración propia.

El siguiente paso (apartado 2.1.) es multiplicar la matriz por el vector  $z$ , para lo cual se ha utilizado la función “MMULT” (figuras 7 y 8).

**Figura 7: Multiplicación matriz inicial y vector  $z$  (I).**

	A	B	C	F	G	H	I	J	K		
		Alavés	Athletic Bilbao	Atlético Madrid	Barcelona	Celta	Eibar	Espanyol	Getafe	Granada	Leganés
1											
2	Alavés	0	3	1	0	3	6	1	1	0	2
3	Athletic Bilbao	3	0	0	3	1	1	4	1	3	1
4	Atlético Madrid	1	3	0	0	1	3	4	3	4	4
5	Barcelona	3	0	3	0	3	6	1	6	3	3
6	Celta	0	4	1	0	0	1	1	1	1	3
7	Eibar	0	1	3	0	4	0	0	0	3	3
8	Espanyol	1	1	1	1	1	3	0	1	0	0
9	Getafe	1	4	0	0	4	3	1	0	3	6
10	Granada	3	0	1	3	4	0	6	0	0	3
11	Leganés	2	1	1	0	3	0	3	0	0	0
12	Levante	0	0	0	3	3	1	0	0	4	6
13	Osasuna	3	3	0	1	1	1	6	1	0	3
14	Real Sociedad	3	3	3	1	3	6	3	0	3	1
15	Real Betis	1	3	0	0	3	2	1	1	0	4
16	Real Madrid	3	1	4	4	4	3	3	3	3	3
17	Real Mallorca	3	1	0	0	1	6	3	0	0	0
18	Real Valladolid	0	1	1	0	1	3	6	0	1	1
19	Sevilla	4	1	2	0	1	0	4	6	6	3
20	Valencia	4	3	2	3	3	3	3	1	3	1
21	Villarreal	6	1	1	0	0	0	3	3	1	3

Fuente: Elaboración propia.

**Figura 8: Multiplicación matriz inicial y vector  $z$  (II).**

	A	B	C	F	G		
		MMULT(matriz1; matriz2)					
46	x   =	27,441	32,36729	33,043564	33,832815	33,969144	33,91385
47							
48		0,3644203	0,206038	0,1619826	0,1745913	0,1744974	0,173982
49		0,1093261	0,2296817	0,2304351	0,2234415	0,2235877	0,2240108
50		0	0,2578289	0,2583068	0,2586657	0,2581761	0,258208
51		0,1822101	0,370418	0,3505422	0,3502954	0,352308	0,3521752
52		0,3279782	0,1035819	0,1723067	0,1687098	0,1655238	0,1661709
53		0,3279782	0,1418622	0,1573828	0,1652132	0,1636317	0,1634694
54		0	0,1260997	0,122424	0,1212434	0,1214396	0,1214949
55		0,3644203	0,2488218	0,2436213	0,2518084	0,2509728	0,2506053
56		0,2915362	0,2218004	0,1947949	0,2029078	0,2025073	0,2022393
57	Z=	0	0,1058337	0,1360191	0,1315903	0,130827	0,1310183
58		0,2550942	0,1733871	0,2021887	0,2046843	0,2031484	0,2033002
59		0,2915362	0,1733871	0,1901269	0,190448	0,1891517	0,1893973
60		0,036442	0,2871021	0,2524462	0,2534077	0,2544414	0,2541777
61		0,2186522	0,1677577	0,2000421	0,2051315	0,2035356	0,203353
62		0,1822101	0,3265083	0,3537791	0,3503589	0,3497204	0,3500825
63		0,0728841	0,174513	0,1499208	0,1510554	0,1514374	0,1513811
64		0,2915362	0,1227221	0,154214	0,152839	0,1527957	0,1527292
65		0	0,3028646	0,2736737	0,2657547	0,2688692	0,2686305
66		0,1822101	0,2544513	0,2587497	0,2542214	0,2550387	0,2551042
67		0,1822101	0,2296817	0,2275389	0,2213145	0,2227457	0,2228976
68							
69	2.1)						
70			5,3524837	5,9069146	5,9275282	5,9004003	5,9029258
71			7,4324733	7,6143070	7,5506555	7,5070010	7,5066601

Fuente: Elaboración propia.

A continuación (apartado 2.2.) se determina la posición de la coordenada de  $z$  de valor máximo con la función “MAX” y, posteriormente, se selecciona la coordenada del vector y en la posición anterior con la combinación de las funciones “INDICE” y “COINCIDIR” (figura 9).

**Figura 9: Determinación de la posición de la coordenada de  $z$  de valor máximo y determinación de la coordenada del vector y en la posición anterior.**

	A	B	C	D	E	F	G
90							
91	2.2)						
92	máx Zj	0,3644203	0,370418	0,3537791	0,3503589	0,352308	0,3521752
93	Yj	B67;0);1)	11,583162	11,853626	11,879704	11,943618	11,939236

Fuente: Elaboración propia.

El término de la función “B70#” indica la matriz de la cual la función “INDICE” devuelve el resultado, en este caso se trata del vector y. “B92” es el valor que la función “COINCIDIR” tiene que buscar en el rango “B48:B67”, esto es, en el vector  $z$ . En el último campo de la función se indica la opción 0 ya que esto significa que el valor que se busca es exacto, no aproximado. Por otra parte, el valor 1 al final de la función “COINCIDIR” indica la columna de la matriz antes especificada de la que tiene que devolver el resultado. En este caso, al tratarse de un vector solamente hay una columna, así que se podría omitir.

A continuación, se dividen el valor  $Z_j$  entre  $Y_j$  para obtener una aproximación del autovalor ( $\lambda$ ) y se comprueba la diferencia en valor absoluto entre un autovalor y el anterior mediante la función “ABS” (figura 10). Esto permitirá disponer de una estimación del margen de error correspondiente al  $\lambda$  obtenido.

**Figura 10: Estimación del margen de error en términos absolutos.**

	A	N	O	P	Q	R
90						
91	2.2)					
92	máx Zj	0,3520726	0,3520726	0,3520726	0,3520726	0,3520726
93	Yj	11,941155	11,941156	11,941156	11,941156	11,941156
94						
95	2.3)					
96	$\lambda =$	33,916744	33,916745	33,916745	33,916745	33,916745
97	Error=	7,735E-07	1,116E-06	1,657E-07	4,618E-08	Q96)

Fuente: Elaboración propia.

Es a partir de este momento cuando el proceso expuesto se repite hasta que la valoración del margen de error equivalente a una iteración sea inferior a la tolerancia fijada de  $10^{-6}$ .

El autovector asociado al autovalor obtenido es el último vector  $z$  hallado, en este caso es el marcado en color verde<sup>10</sup> (figura 11).

**Figura 11: Autovector asociado al autovalor obtenido.**

	A	K	L	M	N	O	P	Q	R
46	x   =	33,916688	33,916743	33,916749	33,916744	33,916745	33,916745	33,916745	33,916745
47									
48		0,1740662	0,1740667	0,1740666	0,1740666	0,1740666	0,1740666	0,1740666	0,1740666
49		0,2239542	0,2239537	0,2239538	0,2239538	0,2239538	0,2239538	0,2239538	0,2239538
50		0,2582268	0,2582267	0,2582267	0,2582267	0,2582267	0,2582267	0,2582267	0,2582267
51		0,3520725	0,3520724	0,3520726	0,3520726	0,3520726	0,3520726	0,3520726	0,3520726
52		0,1661889	0,1661884	0,1661884	0,1661884	0,1661884	0,1661884	0,1661884	0,1661884
53		0,1635511	0,163551	0,1635509	0,1635509	0,1635509	0,1635509	0,1635509	0,1635509
54		0,1214871	0,1214871	0,121487	0,121487	0,121487	0,121487	0,121487	0,121487
55		0,2506928	0,2506934	0,2506933	0,2506933	0,2506933	0,2506933	0,2506933	0,2506933
56		0,2023082	0,2023084	0,2023084	0,2023084	0,2023084	0,2023084	0,2023084	0,2023084
57	Z=	0,1310263	0,1310262	0,1310262	0,1310262	0,1310262	0,1310262	0,1310262	0,1310262
58		0,2033413	0,2033409	0,2033408	0,2033409	0,2033409	0,2033409	0,2033409	0,2033409
59		0,1894191	0,1894191	0,189419	0,189419	0,1894191	0,1894191	0,1894191	0,1894191
60		0,2541944	0,2541949	0,2541949	0,2541949	0,2541949	0,2541949	0,2541949	0,2541949
61		0,2034648	0,2034651	0,2034649	0,2034649	0,2034649	0,2034649	0,2034649	0,2034649
62		0,3500355	0,3500349	0,350035	0,350035	0,350035	0,350035	0,350035	0,350035
63		0,1513922	0,1513924	0,1513923	0,1513923	0,1513923	0,1513923	0,1513923	0,1513923
64		0,1527553	0,1527557	0,1527556	0,1527556	0,1527556	0,1527556	0,1527556	0,1527556
65		0,2685428	0,2685429	0,2685431	0,268543	0,268543	0,268543	0,268543	0,268543
66		0,2550844	0,2550843	0,2550843	0,2550843	0,2550843	0,2550843	0,2550843	0,2550843
67		0,2227943	0,222794	0,2227942	0,2227942	0,2227942	0,2227942	0,2227942	0,2227942

Fuente: Elaboración propia.

En la pestaña “Norma-Error” del archivo Excel.

Una vez hecho esto, se lleva a cabo la comprobación de que el autovalor  $\lambda$  obtenido no es erróneo. Para ello, se calcula la norma del vector  $(A-\lambda I)\cdot v$  y se compara dicho resultado con el error entre los valores propios correspondientes antes calculados, es decir, el último.

Se comienza calculando el vector  $(A-\lambda I)\cdot v$  mediante la función “MMULT”. Para ello, primero se crea la matriz cuadrada en color azul, la cual es resultado de restarle a la diagonal de la matriz inicial el valor propio obtenido ( $\lambda I$ ). Hay que recordar que la diagonal tenía valor 0, por lo que la operación es  $0 - 33,916745$  y, con el redondeo que

<sup>10</sup> Estos números varían con cada modificación que se haga en el archivo, ya que el vector inicial, como hemos especificado al principio, ha sido generado con la función “ALEATORIO” y cambia constantemente.

utiliza Excel para mostrar los resultados, esta aparece con valor -34. Una vez creada dicha matriz, se multiplica por el vector  $v$  (correspondiente al último vector  $z$  calculado) y se obtiene el vector “AB2:AB21” (figura 12).

Figura 12: Cálculo de la norma del vector  $(A-\lambda I)\cdot v$  (I).

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB
1																											
2	Alavés	-34	3	1	0	3	6	1	1	0	2	6	0	0	1	0	3	3	1	1	0		$\lambda = 33,916745$		$ (A-\lambda I)v  = 2,0977E-08$		
3	Athletic Bilbao	3	-34	0	3	1	1	4	1	3	1	3	3	3	0	1	1	4	1	0	4		$v =$				vector_v
4	Atlético Madrid	1	3	-34	0	1	3	4	3	4	3	3	0	3	1	3	1	3	1	2	2	4		0,1740666			1,2266E-09
5	Barcelona	3	0	3	-34	3	6	1	6	3	3	3	1	4	6	1	3	3	3	3	3	3		0,2239538			4,285E-09
6	Celta	0	4	1	0	-34	1	1	1	1	3	0	1	0	0	1	1	1	4	3	3		0,2582267			-7,772E-16	
7	Eibar	0	1	3	0	4	-34	0	0	3	3	4	1	0	2	0	0	0	3	0	3		0,3520726			7,0126E-09	
8	Espanyol	1	1	1	1	1	3	-34	1	0	0	3	0	0	1	0	3	0	1	0	3		0,1661884			8,431E-09	
9	Getafe	1	4	0	0	4	3	1	-34	3	6	3	1	3	4	0	6	3	0	4	0		0,121487			4,5E-09	
10	Granada	3	0	1	3	4	0	6	0	-34	3	1	6	0	3	0	3	4	0	0	1		0,2506933			-5,927E-09	
11	Leganés	2	1	1	0	3	0	3	0	0	-34	0	0	4	1	0	3	1	0	1	3		0,2023084			-1,749E-09	
12	Levante	0	0	0	3	3	1	0	0	4	6	-34	1	3	0	3	3	3	0	0	3		0,1310262			-2,927E-09	
13	Osasuna	3	3	0	1	1	1	6	1	0	3	4	-34	0	1	0	1	2	1	3	3		0,2033409			4,0978E-10	
14	Real Sociedad	3	3	3	1	3	6	3	0	3	1	0	3	-34	3	0	6	4	0	4	0		0,1894191			3,628E-09	
15	Real Betis	1	3	0	0	3	2	1	1	0	4	3	1	3	-34	4	4	0	0	3	0		0,2541949			-4,011E-09	
16	Real Madrid	3	1	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	6	3	1	-34	0	4	6	1		0,2034649			1,4854E-09	
17	Real Mallorca	3	1	0	0	1	6	3	0	0	0	0	1	0	1	3	-34	0	0	3	3		0,350035			7,0765E-09	
18	Real Valladolid	0	1	1	0	1	3	6	0	1	1	0	2	1	3	1	6	-34	0	1	1		0,1513923			6,145E-09	
19	Sevilla	4	1	2	0	1	0	4	6	6	3	3	4	3	3	0	3	3	-34	1	0		0,1527556			-3,58E-09	
20	Valencia	4	3	2	3	3	3	3	1	3	1	3	0	1	3	1	3	1	1	-34	3		0,268543			-7,633E-09	
21	Villarreal	6	1	1	0	0	0	3	3	1	3	3	3	3	3	1	0	4	3	0	-34		0,2550843			4,6723E-09	
																							0,2227942			-2,61E-09	

Fuente: Elaboración propia.

Para hallar la norma de este último vector ( $v$ ), se vuelve a utilizar la combinación de las funciones “RAIZ” y “SUMA.CUADRADOS” al vector “AB2:AB21” (figura 13).

Figura 13: Cálculo de la norma del vector  $(A-\lambda I)\cdot v$  (II).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB
1																												
2																												
3																												
4																												
5																												
6																												
7																												
8																												
9																												
10																												
11																												
12																												
13																												
14																												
15																												
16																												
17																												
18																												
19																												
20																												
21																												

Fuente: Elaboración propia.

Ahora que se ha obtenido el valor de la norma del autovector, se compara con el valor del error y se ve si el autovalor que hemos calculado es apto (figura14). Ambos valores deberían estar próximos al valor 0 y, además, estar relativamente próximos entre ellos. Como esto es así, se puede concluir que el valor propio que se ha calculado es correcto.

**Figura 14: Comparación entre el valor de la norma y la estimación del error.**

X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH
1	λ=		(A-λI)v  =	1,36094E-08		Error=	2,13399E-08		DIF. NORMA-ERROR	=ABS(AB1-AE1)

Fuente: Elaboración propia.

Una vez determinado el autovector indicado anteriormente, se puede generar el *ranking* de la clasificación de la Liga Santander 2020, ya que los valores del vector son proporcionales a los méritos conseguidos por cada uno de los equipos de la competición en los partidos disputados.

En la pestaña “Resultados” se ha creado una columna numérica correspondiente a las posiciones en la clasificación, desde el primer puesto hasta el vigésimo. A continuación, se ha creado otra columna con los nombres de todos los equipos de la liga. Esta columna se ha construido con una combinación de las funciones “BUCARV” y “K.ESIMO.MAYOR”.

Lo primero que se le indica a la función “BUSCARV” es el valor que se busca, para ello se aplica la función “K.ESIMO.MAYOR” (figura 15) con objeto de seleccionar la coordenada del vector  $v$  con el  $k$ -ésimo mayor valor. Se debe tener en cuenta que esta función devuelve la posición en el vector y no el valor del vector correspondiente a dicha posición.

Tal y como se ha indicado la función “K.ESIMO.MAYOR” se aplica al vector  $v$  calculado, es decir, el autovector asociado al valor propio; lo segundo que se debe introducir en la función “K.ESIMO.MAYOR” es la posición, es por ello por lo que se selecciona la casilla correspondiente de la columna “Posición”.

**Figura 15: Generación del ranking de la clasificación (I).**

Posición	Equipo	%
1	(vector_v;B2)	100,00%
2	Real Madrid	99,42%
3	Sevilla	76,27%
4	Atlético Madrid	73,34%
5	Valencia	72,45%
6	Real Sociedad	72,20%
7	Getafe	71,21%
8	Athletic Bilbao	63,61%
9	Villarreal	63,28%
10	Real Betis	57,79%
11	Levante	57,76%
12	Granada	57,46%
13	Osasuna	53,80%
14	Alavés	49,44%
15	Celta	47,20%
16	Eibar	46,45%
17	Real Valladolid	43,39%
18	Real Mallorca	43,00%
19	Leganés	37,22%
20	Espanyol	34,51%

■ EQUIPOS QUE JUGARÍAN LA CHAMPIONS LEAGUE  
■ EQUIPOS QUE JUGARÍAN LA EUROPA LEAGUE  
■ EQUIPOS QUE ESTARÍAN EN DESCENSO

Fuente: Elaboración propia.

Continuando con la función “BUSCARV” (figura 16), lo siguiente que se tiene que indicar es la matriz en la que se debe realizar la búsqueda y el número de columna que contiene el valor a devolver por la función, en este caso la matriz es la formada por el vector propio y la columna es la correspondiente a los nombres del equipo. Dicha matriz se ha creado en la pestaña “Norma-Error” y ocupa el rango A2:B21. A continuación se le indica de cuál de las columnas se quiere que devuelva el resultado, se ha escrito “2” ya que lo que se quiere que aparezca es el nombre del equipo. Y, por último, se tiene que indicar el rango (“FALSO” o “VERDADERO”), como se quiere que la coincidencia sea exacta, se escribe “FALSO”. Esta elección es importante ya que, al encontrarse algunos valores muy próximos a otros, si no se especifica que se quiere que la coincidencia sea exacta la función podría devolver el equipo incorrecto.

Si bien con esto se muestra, tal y como se había propuesto, la clasificación de los equipos en función de sus méritos reales, se ha decidido añadir una columna adicional denominada “%” (ver figura 16), en la que se muestra un porcentaje de los méritos de cada equipo comparándolo con los méritos del primer clasificado, al que se le ha asignado un 100% en la columna. Esta columna jugaría un papel equivalente al de la puntuación en la clasificación habitual de las competiciones futbolísticas.

**Figura 16: Generación del ranking de la clasificación (II).**

Posición	Equipo	%
1	K.ESIMO.MAYOR	100,00%
2	Real Madrid	99,42%
3	Sevilla	76,27%
4	Atlético Madrid	73,34%
5	Valencia	72,45%
6	Real Sociedad	72,20%
7	Getafe	71,21%
8	Athletic Bilbao	63,61%
9	Villarreal	63,28%
10	Real Betis	57,79%
11	Levante	57,76%
12	Granada	57,46%
13	Osasuna	53,80%
14	Alavés	49,44%
15	Celta	47,20%
16	Eibar	46,45%
17	Real Valladolid	43,39%
18	Real Mallorca	43,00%
19	Leganés	37,22%
20	Espanyol	34,51%

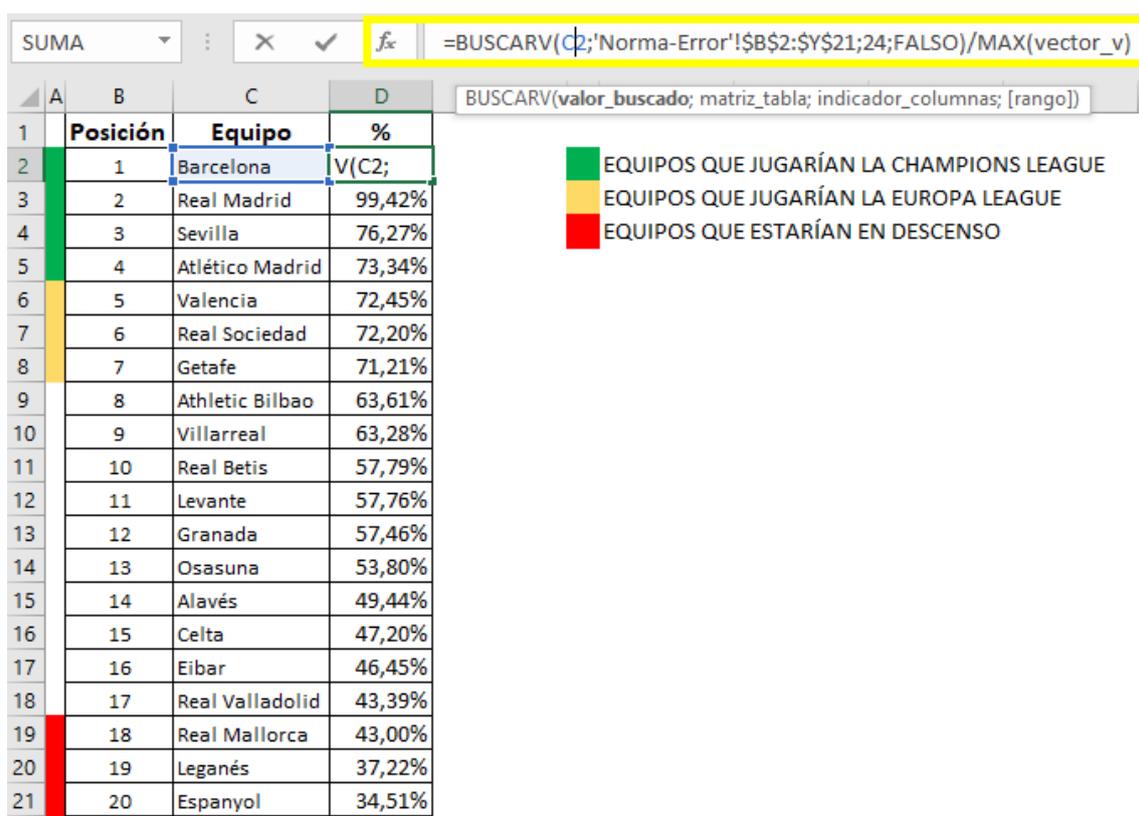
■ EQUIPOS QUE JUGARÍAN LA CHAMPIONS LEAGUE  
■ EQUIPOS QUE JUGARÍAN LA EUROPA LEAGUE  
■ EQUIPOS QUE ESTARÍAN EN DESCENSO

Fuente: Elaboración propia.

Para realizar esta columna se ha aplicado nuevamente la función “BUSCARV” (figura 17). En esta ocasión, el valor que se busca es el nombre del equipo. La matriz que se selecciona para buscar es la comprendida en el rango B2:Y21 de la pestaña “Norma-Error”, la columna que contiene los datos a devolver es la correspondiente al autovector (columna 24 de la matriz). De nuevo se indica la opción “FALSO” en la función “BUSCARV” para asegurar así que la coincidencia sea exacta. Finalmente se dividen todos los valores entre la coordenada máxima del vector  $v$  para, de esta manera, que el mejor equipo obtenga un 100%, lo que permite hacerse una idea de las diferencias de calidad de un equipo respecto a otro en este período de la Liga Santander 2019 - 2020.

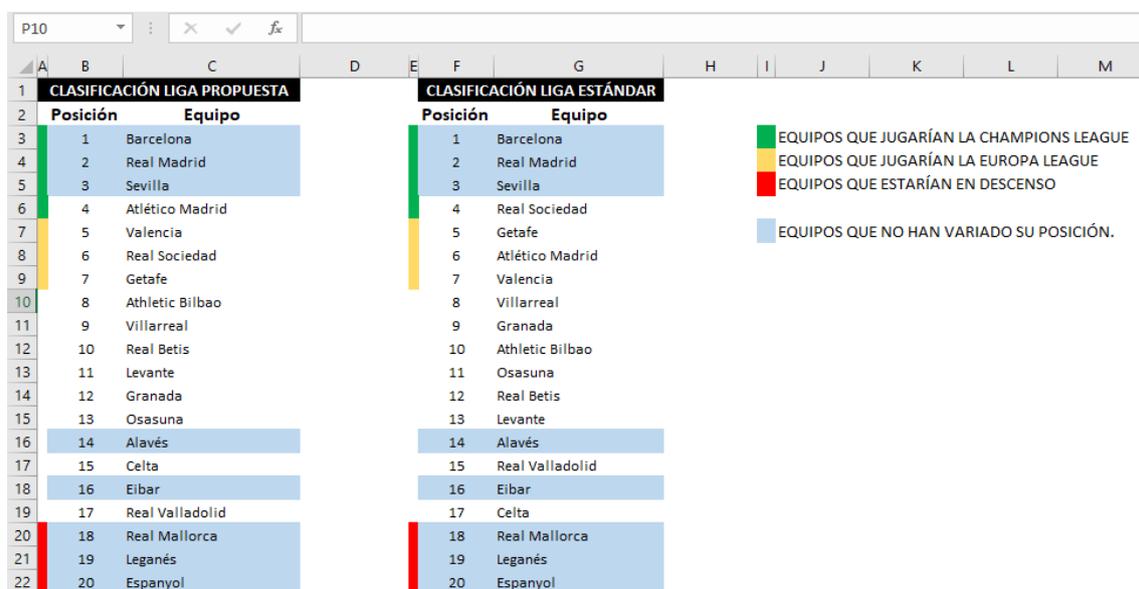
Centrándonos en los resultados de la aplicación, los equipos que pasarían a disputar la UEFA Champions League tras este estudio serían el Barcelona, el Real Madrid, el Sevilla y el Atlético de Madrid. Si se mantuviera la clasificación actual para seleccionar los equipos que disputarían este torneo, vemos que el Atlético de Madrid se quedaría fuera de este y que la Real Sociedad pasaría a jugarla (figura 18). Esta posición reportaría grandes beneficios para la Real Sociedad, por lo que el hecho de quedar fuera del torneo sí supondría la pérdida de optar a un capital importante para el equipo.

**Figura 17: Generación del ranking de la clasificación en términos porcentuales.**



Fuente: Elaboración propia.

**Figura 18: Comparativa entre la clasificación propuesta y la estándar.**



Fuente: Elaboración propia.

Con respecto a los equipos que disputarían la Europa League. Si aplicáramos este estudio, jugarían el torneo el Valencia, la Real Sociedad y el Getafe, si por el contrario se

mantuviera la clasificación actual, lo disputarían el Getafe, el Atlético de Madrid y el Valencia. Nuevamente la diferencia estaría entre la Real Sociedad y el Atlético de Madrid.

En caso de que se diera por válida la clasificación oficial de la Liga Santander 2019 - 2020 de la jornada 27, la Real Sociedad participaría en la Champions League, mientras que el Atlético de Madrid debería conformarse con la UEFA Europa League.

Sin embargo, se ha puesto de manifiesto que lo correcto es que el Atlético de Madrid participe en la Champions League y la Real Sociedad sea la que compita en la Europa League. Esto haría que los ingresos del Atlético de Madrid fueran entre 15,25 y 62 millones de euros superiores a los que obtendría en la clasificación oficial (de forma opuesta para la Real Sociedad).

Como vemos, un salto de una sola posición en la Liga puede tener un efecto económico enorme, ya que, equipos que normalmente estarían dentro o fuera de la Champions, ahora están en la situación contraria y eso implica un gran cambio, llegando a tener la equivalencia de 37,2 millones de euros en el mejor de los escenarios.

## 5. Conclusiones.

En primer lugar, reseñar lo aprendido sobre el funcionamiento el *PageRank*, algoritmo empleado por el Buscador de Google, lo que ha permitido comprobar que su base matemática coincide en parte con diversos contenidos explicados en la asignatura Matemáticas para la Empresa I. También se ha visto que es posible llevar a cabo una reproducción del algoritmo del *PageRank* empleando el programa informático Excel aplicando los conceptos adquiridos sobre este tanto en la materia de Informática de Gestión como en la de Ampliación de Informática de Gestión.

En este trabajo, además, se han conocido otros métodos matemáticos y teoremas no desarrollados en el Grado de Administración y Dirección de Empresas, como el Método de la Potencia y el Teorema de Perron-Frobenius.

Se ha comprobado que, basándose en el algoritmo del *PageRank* y sin utilizar un *software* científico especializado, se pueden obtener adaptaciones muy útiles en otros campos totalmente diferentes como el de las clasificaciones deportivas, donde su utilización puede resultar especialmente interesante cuando se producen interrupciones de las competiciones motivadas por situaciones extraordinarias como pandemias, catástrofes, desastres naturales o similares. Esta aplicación se podría adaptar a cualquier tipo de competición: baloncesto, balonmano, waterpolo, voleibol, etc.

En el caso concreto de la Liga Santander, se ha verificado que aplicando un criterio más justo para la determinación de la clasificación de los equipos cuando no se puede completar el calendario previsto, se obtienen resultados clasificatorios diferentes a los de las simples clasificaciones provisionales y que estos cambios pueden tener un enorme impacto económico en los equipos en términos millonarios.

Todo esto hace plantear la posibilidad de que este tipo de soluciones sean conocidas y utilizadas en las competiciones con el fin de evitar situaciones injustas como la que se ha comprobado que podría producirse de finalizar la temporada de la Liga Santander 2019 - 2020 sin disputarse más jornadas de las actuales.

Por otro lado, hay que añadir que este trabajo podría suponer el punto de partida para nuevas líneas de investigación a desarrollar por futuros estudiantes. El algoritmo de Google está en continua evolución, por lo que se debe seguir indagando en cómo afecta

a las búsquedas y, en su caso, intentar encontrar nuevas vías de aplicación para la resolución de otros problemas.

Finalmente, cabría resaltar que con la realización de este TFG se ha podido alcanzar uno de los objetivos propuestos al comienzo del trabajo, esto es, la aplicación de algunos de los conocimientos adquiridos durante el grado a una situación real, lo que siempre genera un alto grado de satisfacción para los estudiantes, ya que en ocasiones se tiene la sensación de que las teorías desarrolladas durante la carrera son muy abstractas.

## Bibliografía.

### Bibliografía de contenido

- 40deFiebre. (s.f.). *¿Qué es el link building?* Obtenido de 40deFiebre: <https://www.40defiebre.com/que-es/link-building>
- 40deFiebre. (s.f.). *¿Qué es el SEO y por qué lo necesito?* Obtenido de 40deFiebre: <https://cutt.ly/IyHshgp>
- Álvarez, E. (2018). *El buscador de Google cumple 20 años: esta es la historia de la compañía.* Obtenido de Computer Hoy: <https://cutt.ly/GyHofDu>
- Aparicio, M. (2018). *Guía SEO: Indexación y errores técnicos.* Obtenido de Aukera: <https://cutt.ly/eyHfMm5>
- As.com. (Junio de 2017). *As.* Obtenido de <https://cutt.ly/4yHsDIF>
- As.com. (Julio de 2019). *As.* Obtenido de <https://cutt.ly/iyHsYXc>
- Blanco, Á. (2019). *Qué es RANK BRAIN y cómo te puede ayudar.* Obtenido de Bierzo SEO: <https://blog.bierzoseo.com/rank-brain>
- Canibe, Á. (Septiembre de 2019). *AS.* Obtenido de <https://cutt.ly/ayHgesm>
- Canibe, Á. (s.f.). *as.* Obtenido de [https://as.com/futbol/2019/09/17/champions/1568714329\\_664971.html](https://as.com/futbol/2019/09/17/champions/1568714329_664971.html)
- Cantalapiedra, A. (2019). *Qué es un motor de búsqueda y los tipos.* Obtenido de Alex Cantalapiedra: <https://cutt.ly/nyHo3d3>
- Cultura SEO. (2019). *Buscadores web.* Obtenido de Cultura SEO: <https://cutt.ly/uyHdCaa>
- Delgado, H. (2019). *GoogleBot ¿Qué es? Araña o robot de rastreo para el buscador.* Obtenido de Akus.net Diseño Web: <https://disenowebakus.net/googlebot.php>
- DesignPlus. (s.f.). *La guía completa de cómo crear una estrategia de SEO.* Obtenido de DesignPlus: <https://cutt.ly/eyHeQo6>
- Digital Guide Ionos. (2019). *¿Qué es un servidor web y qué soluciones de software existen?* Obtenido de Ionos: <https://cutt.ly/AyHpuYq>
- Digital Guide Ionos. (2019). *Hipervínculos: definición, estructura y tipos.* Obtenido de Ionos: <https://cutt.ly/ryHpnmo>
- Diseño Web Madrid. (s.f.). *Diferencias entre White SEO y Black SEO.* Obtenido de Diseño Web Madrid: <https://cutt.ly/LyHuzvd>
- El País. (2019). *La otra cara del algoritmo.* Obtenido de El País: <https://cutt.ly/vyHfvq5>
- Equipo InboundCycle. (2017). *¿Qué es una keyword o palabra clave?* Obtenido de InboundCycle: <https://cutt.ly/syHeBxU>

- Esepe Studio. (2014). *¿Cómo funciona un buscador?* Obtenido de Esepe Studio: <https://cutt.ly/WyHsyj4>
- Giraldo, V. (2019). *Google: los animales encargados de los resultados de búsqueda.* Obtenido de Rockcontent: <https://cutt.ly/kyHpJFj>
- Google. (2019). *Cómo funcionan los algoritmos de búsqueda.* Obtenido de Google: <https://cutt.ly/uyHdiDG>
- Google. (2019). *Diccionario: indexar.* Obtenido de Google: <https://cutt.ly/byHw546>
- Google. (2019). *Robot de Google.* Obtenido de Centro de Asistencia de Google: <https://cutt.ly/ayHiza9>
- La Jugada Financiera. (7 de mayo de 2020). *La Jugada Financiera.* Obtenido de <https://cutt.ly/LyHfa7y>
- La Web del Programador. (s.f.). *Definición de Ranking.* Obtenido de La Web del Programador: <https://cutt.ly/yyHuLqj>
- Lleida Tours 360. (2018). *Google Possum, el cambio del algoritmo.* Obtenido de Lleida Tours 360: <https://cutt.ly/XyHrhhr>
- López, J. C. (2018). *Google es el dominador absoluto, pero había vida antes de él: estos son los buscadores a los que derrotó y cómo consiguió hacerlo.* Obtenido de Xataka: <https://cutt.ly/pyHrI6L>
- Maciá, F. (s.f.). *Googlebot.* Obtenido de Human Level: <https://www.humanlevel.com/diccionario-marketing-online/googlebot>
- marketINhouse. (2018). *Tráfico web: medición, análisis y estrategias.* Obtenido de marketINhouse: <https://cutt.ly/tyHfJMB>
- Math4all. (14 de Septiembre de 2016). *¿QUÉ SON LOS GRAFOS? - Nivel Básico.* Obtenido de YouTube: <https://cutt.ly/xyHp3JK>
- Moñino, L. J. (16 de abril de 2020). *El País.* Obtenido de <https://cutt.ly/HyHy3dB>
- Muller, B., & Staff, t. M. (s.f.). *How Search Engines Work: Crawling, Indexing and Ranking.* Obtenido de MOZ: <https://cutt.ly/MyHaibC>
- Neoattack. (s.f.). *Concepto de Motores de Búsqueda.* Obtenido de Neoattack: <https://cutt.ly/IyHdj7>
- Pastor, R. (2009). *Los padres de Internet: Tim Berners-Lee.* Obtenido de Nobbot: <https://cutt.ly/WyHggiG>
- Planas, M. I. (2008). Matrices irreducibles. Proposición 4.2.4. En M. I. Planas, *Matrices positivas y aplicaciones* (pág. 77).
- Poole, D. (2011). *Álgebra lineal: Una introducción moderna.* Tercera edición.
- Porto, J. P., & Merino, M. (2016). *Definición de SEO.* Obtenido de Definicion.de: <https://definicion.de/seo/>

- Raffino, M. E. (2019). *Algoritmo en informática*. Obtenido de Concepto.de: <https://concepto.de/algoritmo-en-informatica/>
- Rodríguez, J. (2015). *Si tu agencia te habla de SEO y no entiendes ni una palabra, este glosario es para ti*. Obtenido de DesignPlus: <https://cutt.ly/WyHyqrD>
- Rodríguez, J. (2016). *¿Qué son los motores de búsqueda y por qué son importantes en SEO?* Obtenido de Designplus: <https://cutt.ly/UyHi4uG>
- Romero, D. (2017). *¿Qué es la indexación o indexar un contenido?"*. Obtenido de Inboundcycle: <https://cutt.ly/WyHtMgA>
- Rubén. (2019). *Algoritmos de Google: historia de los cambios en el buscador que más afectan a tu web*. Obtenido de Marketing4ecommerce: <https://cutt.ly/ByHtxDL>
- Sánchez-Flor, U. (5 de mayo de 2020). *El Confidencial*. Obtenido de <https://cutt.ly/ZyHtOWn>
- Sevilla, D. d. (2016-2017). *Métodos Matemáticos. Lección 2: Cálculo de autovalores*. Sevilla, España.
- Significados.com. (2017). *Bots*. Obtenido de Significados: <https://www.significados.com/bots/>
- Significados.com. (2018). *Scripts*. Obtenido de Significados: <https://www.significados.com/script/>
- Significados.com. (2019). *Software*. Obtenido de Significados.com: <https://www.significados.com/software/>
- Sistemas.com. (s.f.). *Definición de Navegador*. Obtenido de Sistemas: <https://sistemas.com/navegador.php>
- Tecnología&Informática. (s.f.). *¿Qué es una URL?* Obtenido de Tecnología&Informática: <https://cutt.ly/RyHdIrJ>
- Tecnologicon. (2018). *Definición de Hipertexto (Informática)*. Obtenido de Technologicon: <https://cutt.ly/ByHd8aZ>
- Thomsen, M. R. (2019). *Google, una historia de éxito*. Obtenido de La Vanguardia: <https://cutt.ly/JyHtyoG>
- Ub.edu. (s.f.). Obtenido de <https://cutt.ly/ryHa2KZ>
- Universidad de Sevilla, D. d. (2016-2017). *Métodos Matemáticos. Lección 2: Cálculo de Autovalores*. Sevilla, España.
- Universo Abierto. (2017). *¿Qué son los bots y qué importancia tendrán en el futuro de la web?* Obtenido de Universo Abierto: <https://cutt.ly/cyHrBPS>
- Valverde, M. (28 de Noviembre de 2019). *Actualización del algoritmo Google BERT*. Obtenido de MarketInHouse: <https://www.marketinhouse.es/google-bert/>
- Wikipedia. (2011). *Tema (informática)*. Obtenido de Wikipedia: <https://cutt.ly/9yHfO3z>

Xpertix. (2018). *Crawler o Araña Web*. Obtenido de Xpertix: <https://xpertix.com/que-es-un-crawler/>

Zita, A. (2019). *¿Qué es software?* Obtenido de Toda Materia: <https://cutt.ly/PyHgEyt>

## Bibliografía de imágenes

*Imagen 1: Principales beneficios del SEO. Fuente: Web Factoria Creativa Brand Design. Consultado en diciembre de 2019. Recuperado de: <https://www.factoriacreativabarcelona.es/agencia-posicionamiento-seo-barcelona/>*

*Imagen 2: Logo Google Panda. Fuente: Blog Rockcontent. Consultado en enero de 2020. Recuperado de: <https://rockcontent.com/es/blog/algoritmos-de-google/>*

*Imagen 3: Logo Google Venice. Fuente: Recorte de la Web Student Show. Consultado en enero de 2020. Recuperado de: <http://www.studentshow.com/gallery/24296749/Evolucion-de-Google-Cambios-de-algoritmos>*

*Imagen 4: Logo Google Penguin. Fuente: Blog Rockcontent. Consultado en enero de 2020. Recuperado de: <https://rockcontent.com/es/blog/algoritmos-de-google/>*

*Imagen 5: Logo Google Hummingbird. Fuente: Blog Rockcontent. Consultado en enero de 2020. Recuperado de: <https://rockcontent.com/es/blog/algoritmos-de-google/>*

*Imagen 6: Logo Google Pigeon. Fuente: Blog Rockcontent. Consultado en enero de 2020. Recuperado de: <https://rockcontent.com/es/blog/algoritmos-de-google/>*

*Imagen 7: Logo Google Mobilegeddon. Fuente: Web Mott Marketing. Consultado en enero de 2020. Recuperado de: <https://mott.marketing/tecnologia-mobile-friendly-google/>*

*Imagen 8: Logo Google RankBrain. Fuente: Blog BierzoSEO. Consultado en enero de 2020. Recuperado de: <https://blog.bierzoseo.com/rank-brain>*

*Imagen 9: Logo Google Possum. Fuente: Web Lleida Tours 360. Consultado en enero de 2020. Recuperado de: <https://cutt.ly/tynKJII>*

*Imagen 10: Logo Google Fred. Fuente: Web Boom Town IG. Consultado en enero de 2020. Recuperado de: <https://cutt.ly/XynKKBe>*

*Imagen 11: Logo Google Bert. Fuente: Blog Market In House. Consultado en enero de 2020. Recuperado de: <https://www.marketinhouse.es/google-bert/>*

*Imagen 12: Ejemplo visual de un grafo. Fuente: Revista Digital INESEM. Consultado en enero de 2020. Recuperado de: <https://revistadigital.inesem.es/informatica-y-tics/teoria-grafos/>*

*Imagen 13: Clasificación la Liga Santander 2020 tras la jornada 27. Fuente: Web MARCA. Consultado en mayo de 2020. Recuperado de: <https://cutt.ly/gynKLco>*

*Imagen 14: Resultados de la Jornada 9 de la Liga Santander 2020. Fuente: Web MARCA. Consultado en mayo de 2020. Recuperado de: <https://cutt.ly/TynKLVs>*

*Imagen 15: Cantidades ingresadas de la UEFA Champions League temporada 2018-19. Fuente: Web Goal. Consultado en mayo de 2020. Recuperado de: <https://cutt.ly/yymZGn3>*

## Bibliografía de esquemas

- Esquema 1: Avances hasta el motor de búsqueda. Fuente: Elaboración propia a partir de la web Nobbot (2009) y Xataka (2018). Consultado en diciembre de 2019. Recuperado de: <https://www.nobbot.com/tecnologia/los-padres-de-internet-tim-berners-lee/> y <https://cutt.ly/SytsxWR> . Imagen 1: Web “Silicon.co”. Recuperado de: <https://cutt.ly/wytsmrH> . Imagen 2: Blog “Universo Abierto”. Recuperado de: <https://cutt.ly/vytsvFe> . Imagen 3: Web “Concepto.de”. Recuperado de: <https://concepto.de/algoritmo-en-informatica/> . Imagen 4: Blog “Designplus”. Recuperado de: <https://cutt.ly/xytsWE2> .*
- Esquema 2: Fases clave de un bot. Fuente: Elaboración propia a partir del Blog Paradigma (2018). Consultado en diciembre de 2019. Recuperado de: <https://www.paradigmadigital.com/techbiz/como-funciona-buscador-google/>*
- Esquema 3: Partes de un algoritmo. Fuente: Elaboración propia a partir de la web Concepto.de (2019). Consultado en diciembre de 2019. Recuperado de: <https://concepto.de/algoritmo-en-informatica/>*
- Esquema 4: Tipos de algoritmos. Fuente: Elaboración propia a partir de la web Concepto.de (2019). Consultado en diciembre de 2019. Recuperado de: <https://concepto.de/algoritmo-en-informatica/>*
- Esquema 5: Proceso del funcionamiento del motor de búsqueda. Fuente: Elaboración propia a partir de la web Esepe Studio (2014). Consultado en diciembre de 2019. Recuperado de: <https://www.espestudio.com/noticias/como-funciona-un-buscador>*
- Esquema 6: Black Hat SEO y White Hat SEO. Fuente: Elaboración propia a partir de la web 40deFiebre (s.f.) y la web “Cyberclick (2019). Consultado en diciembre de 2019 y abril de 2020. Recuperado de: <https://www.40defiebre.com/guia-seo/que-es-seo-por-que-necesito> y de: <https://www.cyberclick.es/que-es/seo-por-que-necesito>*
- Esquema 7: Línea temporal de los algoritmos de Google. Fuente: Elaboración propia a partir de los sitios web: Marketing4ecommerce (2019), Rockcontent (2019), Mott Marketing (2016), BierzoSEO (2019), Lleida Tours 360 (2018), Boom Town (2017) y Market In House (2019). Consultado en diciembre de 2019. Recuperado de: <https://cutt.ly/3ytsUop> , <https://rockcontent.com/es/blog/algoritmos-de-google/> , <https://mott.marketing/tecnologia-mobile-friendly-google/> , <https://blog.bierzoseo.com/rank-brain> , <https://cutt.ly/eytsOfy> , <https://cutt.ly/gytsAEz> y <https://www.marketinhouse.es/google-bert/>*