



industriales
etsii

Escuela Técnica
Superior
de Ingeniería
Industrial

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA

Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Industrial

EVALUACIÓN DE LA CAPACIDAD DE ROTACIÓN DE UNIONES DE ACERO SEMIRRÍGIDAS UTILIZANDO MODELOS MICROMECAÑICOS DE FRACTURA Y ANÁLISIS POR ELEMENTOS FINITOS

GRADO EN INGENIERÍA MECANICA

Autor: D. MARTÍN ROS MARTÍN
Director: Dr. JESÚS MARTÍNEZ FRUTOS

Cartagena, a 18 de Enero de 2017



Universidad
Politécnica
de Cartagena

Índice general

1	INTRODUCCIÓN	1
1.1	Introducción	1
1.2	Objeto del proyecto	2
1.3	Estructura del Proyecto.....	2
1.4	Medios utilizados.....	3
2	INTRODUCCIÓN AL CONCEPTO DEL NUDO SEMIRRÍGIDO. ANTECEDENTES Y ESTADO ACTUAL	5
2.1	Introducción.....	5
2.2	Antecedentes y estado actual.....	6
2.2.1	El Eurocódigo 3.....	8
2.3	El diagrama momento-rotación.....	10
2.3.1	Idealización elástica para análisis global elástico.....	11
2.3.2	Idealización rígido-plástica de la curva momento-rotación para análisis rígido-plástico.....	12
2.3.3	Idealización no lineal para el análisis elástico-plástico.....	12
2.4	Clasificación de uniones.....	14
2.4.1	Clasificación según la rigidez.....	15
2.4.2	Clasificación según la resistencia.....	17
2.4.3	Clasificación según la ductilidad.....	18
2.4.4	Otros sistemas de clasificación.....	18
2.4.5	Tipos de uniones semirrígidas.....	19
2.5	Ventajas de las uniones semirrígidas.....	23
2.5.1	Ventajas en la ejecución.....	23
2.5.2	Ventajas en el coste.....	24
2.5.3	Ventajas estructurales.....	25
3	EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS	27
3.1	Introducción al MEF.....	27
3.2	Aspectos generales del MEF.....	28
3.3	Formulación general del MEF.....	28
3.3.1	Características de los elementos.....	28
3.3.1.1	Función de desplazamientos.....	28
3.3.1.2	Deformación (total).....	30
3.3.1.3	Deformación inicial.....	31

3.3.1.4	Matriz de elasticidad.....	32
3.3.1.5	Matriz de rigidez.....	33
3.3.1.6	Fuerzas nodales debidas a deformaciones.....	33
3.3.1.7	Fuerzas nodales debidas a tensiones iniciales.....	34
3.3.1.8	Fuerzas nodales debidas a fuerzas másicas distribuidas	34
3.3.1.9	Fuerzas nodales debidas a cargas superficiales.....	35
3.3.1.10	Cálculo de las tensiones.....	37
3.4	Análisis no lineal de estructuras.....	37
3.4.1	Introducción al análisis no lineal.....	37
3.4.1.1	Causas de la no linealidad.....	37
3.4.1.2	Tipos de análisis.....	39
3.4.2	El método de Newton-Raphson.....	40
3.4.3	Teoría del contacto.....	41
4	EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EN ANSYS	47
4.1	Introducción.....	47
4.2	Fundamentos del programa.....	47
4.3	Organización del programa.....	48
4.4	Análisis con ANSYS.....	49
4.4.1	Preproceso.....	49
4.4.2	Solución y ensamblaje.....	53
4.4.3	Postproceso.....	54
4.5	El método Newton-Raphson en ANSYS.....	54
5	MODELO DE LA UNIÓN VIGA-PILAR CON CHAPA DE TESTA EXTENDIDA	57
5.1	Introducción.....	57
5.2	Los modelos de los elementos finitos en los Eurocódigos estructurales	58
5.3	Modelos numéricos previos.....	60
5.4	Consideraciones generales para el modelado de uniones semirrígidas de chapa de testa extendida.....	63
5.4.1	Elección del tipo de elemento.....	53
5.4.2	Discretización.....	65
5.4.2.1	Introducción.....	65
5.4.2.2	Estudios previos.....	65
5.4.2.3	Observaciones del mallado.....	68
5.4.3	Modelado de los tornillos. Introducción del pretensado.....	68

5.4.4	Formulación del contacto.....	70
5.5	Modelo numérico de la unión.....	72
5.5.1	Descripción del modelo ANSYS.....	72
5.5.2	Descripción del ensayo experimental Test FS1a.....	78
5.5.3	Resultados del modelo numérico.....	80
5.6	Principales modos de fallo.....	89
5.6.1	Modelado micromecánico de fractura en el acero estructural	89
5.6.1.1	Modelo de mecánica del daño continuo: formulación de Lemaitre.....	89
6	RESULTADOS. ANÁLISIS Y CONCLUSIONES	93
6.1	Trabajos realizados.....	93
6.2	Conclusiones.....	93
6.3	Trabajos futuros.....	94
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	95

Índice de figuras

2.1	Giros en una unión semirrígida.....	7
2.2	Modelización del comportamiento de las uniones viga-pilar.....	10
2.3	Curva $M-\phi$ - elástica-perfectamente plástica (EN-1993-1-8, 2005)	11
2.4	Idealización elástica para análisis global elástico (EN-1993-1-8, 2005).....	12
2.5	Idealización rígido-plástica de la curva momento-rotación (EN-1993-1-8, 2005).....	13
2.6	Idealización no lineal para el análisis elástico-plástico (EN-1993-1-8, 2005)	13
2.7	Límites para la clasificación en función de la rigidez (EN-1993-1-8, 2005)...	16
2.8	Límites para la clasificación en función de la resistencia.....	17
2.9	Soportes continuo y no continuo (Guardiola Villora, 2006).....	18
2.10	Sistema de clasificación no lineal en unidades americanas (Hasan y otros, 1998).....	19
2.11	Comportamiento momento-rotación de uniones semirrígidas genéricas (EN-1993-1-8, 2005).....	20
2.12	Uniones viga-pilar semirrígidas en estructuras de acero (Chen y otros, 1996)	21
2.13	Comparación momento-rotación de los diversos tipos de uniones (Kishi y otros, 1997).....	22
2.14	Distribución de momentos óptima para una viga con carga uniformemente distribuida y uniones semirrígidas.....	23
2.15	Distribución de momentos para una viga con carga uniformemente distribuida en el caso de unión rígida y articulada.....	24
3.1	Elemento de un medio continuo bajo tensión o deformación plana.....	29
3.2	Escalones de carga, subescalones y tiempo (ANSYS 2005c).....	41
3.3	Elemento de contacto TARGET170 (ANSYS, 2005d).....	45
3.4	Elemento de contacto CONTA178 (ANSYS, 2005d).....	45
3.5	Elemento de contacto CONTA176 (ANSYS, 2005d).....	45
3.6	Situaciones modelizadas por un contacto nodo-nodo (ANSYS, 2005d).....	45
4.1	Iteraciones en el proceso de solución de Newton-Raphson.....	55
5.1	Curva tensión – deformación material perfectamente elastoplástico.....	58
5.2	Curva tensión deformación con endurecimiento nominal.....	59
5.3	Curva tensión – deformación de material elastoplástico con endurecimiento isotrópico.....	59
5.4	Curva – tensión deformación con ley de endurecimiento según curva real....	59
5.5	Modelo de elementos finitos realizado por Bursi y Jaspar (1997a).....	61
5.6	Modelo numérico de la unión de chapa de testa extendida realizado con ABAQUS (Cabrerero Ballarín, 2006).....	63
5.7	Elemento sólido de 8 nodos, SOLID45 (ANSYS, 2009b).....	64
5.8	Elemento sólido de 20 nodos, SOLID95 (ANSYS, 2009b).....	64

5.9	Análisis comparativo. Mejora de los resultados numéricos al aumentar el número de capas de elementos (Cabrero Ballarín, 2006).....	66
5.10	Influencia del número de capas de elementos en el espesor de la chapa de testa. Deformación plástica equivalente. Modelo ANSYS.....	67
5.11	Detalle de la malla del perfil IPE300 en función del tamaño de elemento.....	68
5.12	Curvas tensión-deformación del acero de los distintos componentes de la unión.....	69
5.13	Modelo elementos finitos de los tornillos con elementos <i>brick</i>	69
5.14	Definición del pretensado (ANSYS, 2005a).....	70
5.15	Modelo CAD. Conjunto.....	73
5.16	Modelo CAD. Detalle.....	73
5.17	Detalle de la soldadura.....	73
5.18	Marcas sobre la superficie de la chapa de testa.....	73
5.19	Modelo de elementos finitos de la unión.....	75
5.20	Detalle de la malla en las regiones próximas a la unión.....	75
5.21	Detalle del tamaño de malla, T-stub 1ª y 2ª filas de tornillos.....	75
5.22	Condiciones de contorno en los apoyos.....	76
5.23	Geometría de los elementos (dimensiones en mm).....	78
5.24	Detalles de los elementos (dimensiones en mm).....	78
5.25	Curva momento-giro de la unión. Ensayo FS1a (Girão Coelho, 2004).....	80
5.26	Características de la deformación de la conexión (Girão Coelho, 2004).....	80
5.27	Localización medidores de desplazamientos en ensayo experimental.....	81
5.28	Curva momento-giro de la unión. ANSYS Vs Ensayo FS1a (Girão Coelho, 2004).....	82
5.29	Deformada (amplificada por 1,2). Desplazamientos UX.....	83
5.30	Deformada (amplificada por 1,2). Desplazamientos UZ.....	83
5.31	Tensiones de Von Mises (MPa).....	84
5.32	Deformación última de la chapa de testa.....	84
5.33	Evolución de la deformación plástica equivalente.....	85
5.34	Detalle de la deformación plástica equivalente en el colapso.....	86
5.35	Tensiones de Von Mises en la región traccionada (MPa).....	86
5.36	Tensiones en el eje x en los tornillos. Primer estado de carga: pretensado.....	87
5.37	Tensiones en el eje x en el vástago. Primer estado de carga: pretensado.....	87
5.38	Modelo de la unión con soldadura. Colapso.....	88
5.39	Modelo de la unión sin soldadura. Colapso.....	88
5.40	Influencia de la triaxialidad en la deformación para la ruptura de acuerdo con el criterio de Lemaitre.....	90
5.41	Curva momento-giro de la unión del modelo ANSYS mostrando la aplicación del criterio de Lemaitre.....	91

Índice de tablas

2.1	Coeficiente Modificador de la rigidez η (EN-1993-1-8, 2005).....	12
2.2	Modelización de las uniones y análisis de la estructura.....	14
2.3	Clasificación de las uniones.....	15
2.4	Estimaciones de costos obtenidas para cada unión (Sánchez, 1999).....	25
5.1	Relación del número de entidades del modelo CAD.....	72
5.2	Tamaños de malla en el modelo numérico.....	74
5.3	Relación del número de entidades del modelo MEF.....	74
5.4	Definición de las regiones de contacto.....	76
5.5	Características geométricas del ensayo FS1a (Girão Coelho, 2004) (dimensiones en mm).....	79
5.6	Propiedades mecánicas del ensayo FS1a (Girão Coelho, 2004).....	79

Introducción

1.1 INTRODUCCIÓN

El presente proyecto consiste en el modelado y análisis del comportamiento no lineal de las uniones viga-pilar semirrígidas de chapa de testa, de estructuras metálicas, utilizando el Método de los Elementos Finitos con el programa ANSYS.

Las fases para la consecución del objetivo global del proyecto son las siguientes:

- Una revisión bibliográfica sobre nudos semirrígidos viga-pilar de chapa de testa: características, métodos de análisis y de experimentación.
- Una revisión bibliográfica sobre técnicas avanzadas de análisis en el Método de los Elementos Finitos.
- El aprendizaje y profundización en el conocimiento del programa de elementos finitos ANSYS.
- La elaboración de un modelo numérico de una unión semirrígida viga-pilar de chapa de testa con ANSYS. Se considerarán: el pretensado de los tornillos; el contacto chapa de testa-pilar (incluyendo el rozamiento), y las no linealidades geométricas y del material (comportamiento elastoplástico con endurecimiento).
- El ajuste numérico del modelo de elementos finitos (tipos de elementos, densidad de malla, etc.) y la calibración del mismo con resultados de ensayos experimentales disponibles en la bibliografía.
- La realización de estudios paramétricos con el modelo propuesto y el análisis y la interpretación de los resultados obtenidos.

- La obtención de conclusiones sobre el comportamiento de las uniones viga-pilar semirrígidas de chapa de testa.

1.2 OBJETO DEL PROYECTO

El objetivo global del proyecto fin de carrera es el modelado y análisis no lineal de uniones viga-pilar semirrígidas de chapa de testa, para estructuras metálicas, utilizando el Método de los Elementos Finitos con el programa ANSYS, con el objeto de realizar estudios paramétricos y modelos simplificados que faciliten el diseño y utilización de este tipo de nudos.

Los objetivos parciales son

- El establecimiento del estado del conocimiento acerca del modelado y análisis de uniones viga-pilar semirrígidas de chapa de testa de estructuras metálicas.
- La elaboración, verificación, y calibración mediante ensayos experimentales, de un modelo numérico de unión viga-pilar semirrígida de chapa de testa.
- La realización de estudios paramétricos del modelo desarrollado.

1.3 ESTRUCTURA DEL PROYECTO

En este Capítulo 1, *Introducción*, se describen en primer lugar los objetivos del proyecto, las fases para su elaboración, una breve descripción de la estructura del proyecto y los medios que han sido necesarios para su realización. El Capítulo 2, *Introducción al concepto de nudo semirrígido. Antecedentes y estado actual*, se realiza una aproximación al comportamiento de los nudos semirrígidos, exponiendo las ventajas de su utilización desde el punto de vista de su ejecución, coste y su influencia en el conjunto global de la estructura; se resume el marco normativo de este tipo de uniones a nivel Europeo (Eurocódigo 3), desarrollando el método de clasificación propuesto para este tipo de uniones y la representación gráfica de su comportamiento por medio del diagrama momento-rotación. En el Capítulo 3, *El Método de los Elementos Finitos*, se describen aspectos generales del Método de los elementos finitos, discretización del continuo elástico y formulación para elementos sólidos tridimensionales. Por último, se realiza una introducción a la no linealidad estructural, centrándonos en las causas de no linealidad existentes en nuestro problema. En el Capítulo 4, *El Método de los Elementos Finitos en ANSYS*, introducimos una breve descripción del programa de elementos finitos ANSYS. En el Capítulo 5, *Modelo de unión viga-pilar con chapa de testa extendida*, se propone y se analiza mediante elementos finitos un modelo que describa fielmente el comportamiento de la unión. En el Capítulo 6, se resumen las conclusiones obtenidas de este proyecto.

1.4 MEDIOS UTILIZADOS

El proyecto se ha llevado a cabo en el laboratorio de I+D+I del grupo de Investigación de optimización estructural del Departamento de Estructuras y Construcción, situado en la Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de la Universidad Politécnica de Cartagena.

Para la realización del mismo ha sido necesaria la utilización de los siguientes equipos y software:

Ordenador:

- Características técnicas
 - Procesador Intel® Core™ 2 Duo CPU E8500
 - 3,16 GHz, 4 Gb de memoria RAM
- Sistema Operativo:
 - Windows 10 Professional

Software

- ANSYS *Workbench* v15.

Introducción al concepto de nudo semirrígido. Antecedentes y estado actual

2.1 INTRODUCCIÓN

A la hora de realizar el análisis de una estructura es necesario elaborar un modelo de cálculo en el que se determine el tipo de unión entre los distintos elementos que componen la misma. A partir de la definición de las ligaduras entre los distintos elementos se establecen las restricciones en giros y desplazamientos en el extremo de cada elemento, así como la transmisión de esfuerzos entre los mismos. A pesar de las ventajas y ahorros que se obtienen del empleo de uniones semirrígidas en el diseño de estructuras metálicas, tradicionalmente no se ha considerado el comportamiento real de las uniones viga-pilar, y se ha optado por utilizar la simplificación de uniones rígidas o articuladas. Estas dos situaciones extremas suponen una rigidez infinita y nula respectivamente. Esto se debe a la complicación que supone considerar dicho comportamiento real tanto en el ámbito del diseño como en el del análisis.

Hasta hace unos pocos años, las normas de aplicación para el cálculo y diseño de las uniones no incluían los criterios necesarios para el cálculo de la rigidez de la unión. Con la publicación del Eurocódigo 3 se ha establecido una base consistente para la aplicación de este tipo de uniones a la hora de realizar diseños de estructuras de acero, ya que considera la unión semirrígida junto a las articuladas y rígidas tradicionales. Estudios recogidos en el Eurocódigo 3, en su parte 1-8: diseño de uniones, permiten analizar el comportamiento real de las uniones y determina el principal sistema de clasificación de uniones semirrígidas y una excelente herramienta orientada al análisis de este tipo de uniones, el Método de las Componentes.

La aplicación de uniones semirrígidas en estructuras de edificación posibilita la combinación de los criterios de diseño desde el punto de vista funcional junto con los requisitos de seguridad estructural.

Desde un punto de vista funcional se buscan propiedades en la estructura tales como su sencillez, luminosidad, claridad, etc. En muchas ocasiones la necesidad de utilizar sistemas de arriostramiento horizontal hace que nos alejemos de estos valores. Es aquí donde adquiere sustancial importancia el uso de uniones semirrígidas puesto que no necesitan rigidizadores y son uniones de sencilla ejecución, proporcionando suficiente estabilidad lateral para cargas normales de viento en edificios de poca altura (Cabrero Ballarín, 2006).

Desde el punto de vista de optimización estructural, este tipo de uniones introduce una rigidez rotacional que nos permite optimizar la distribución de momentos a lo largo de la estructura obteniendo vigas de menor canto y por lo tanto estructuras más ligeras.

2.2 ANTECEDENTES Y ESTADO ACTUAL

Los primeros estudios relativos a uniones semirrígidas y su efecto en el comportamiento de las estructuras se remontan a 1930, cuando aparecen los primeros informes del *Steel Structures Research Committee* de Londres.

Se han desarrollado un gran número de estudios tanto a nivel teórico como experimental sobre el comportamiento de este tipo de uniones y su influencia en el resto de la estructura.

En 1934, Bartho y Rowan proponen un método de cálculo gráfico que permite obtener las restricciones generadas por las uniones en el extremo de cada una de las barras conectadas, a partir de la curva obtenida experimentalmente $M-\Phi$, este método es conocido como *beam-line*.

En 1936, J.P.Baker, y J.C.Rathbun, aplican por primera vez a un análisis de estructuras de barras con nudos semirrígidos, el método *Slope-Deflection* desarrollado por Axel Bendixen para estructuras de barras con uniones rígidas, y el *Método de distribución de momentos* desarrollado por Hardy Cross.

En el periodo entre 1936 y 1950 han sido numerosas las investigaciones y aportaciones a la aplicación de estos métodos en el análisis de estructuras con nudos semirrígidos. Entre todos estos estudios destacan los realizados por J.F. Baker, y E.L. Williams, *The effect of wind loads on frames with semi-rigid connections* (1936); B.Johnston, y E.H.Mount, *Analysis of building frames with semi-rigid connections* (1942); R.W. Stewart, *Analysis of frames with elastic joints* (1949) y B.Sourochnikoff, *Wind stresses in semi-rigid connections of steel framework* (1950).

A partir de los años 50 el desarrollo de los ordenadores aportó una mayor facilidad para resolver sistemas de ecuaciones, lo que unido a la creciente complejidad

de los sistemas estructurales, conducen al nacimiento de los métodos matriciales, de entre los cuales destaca el método de las rigideces o de los desplazamientos, que es el más utilizado debido a su fácil automatización. El uso de estos métodos se generaliza durante los años 60 y es en 1963 cuando G.R. Monforton, y T. Wu, *Matrix analysis of Semi-Rigidly Connected Frames*, proponen modificar la matriz de rigidez de una barra con nudos rígidos, para introducir las propiedades de las uniones semirrígidas y de este modo tener en cuenta los efectos en el análisis de la estructura. En este mismo artículo, Monforton y Wu introducen el concepto de grado de rigidez, que se define como la relación existente, cuando se aplica un momento unidad al nudo, entre el giro del extremo de la barra α respecto al giro del nudo ϕ , el grado de rigidez relaciona la rigidez de la viga con la de la unión (figura 2.1)

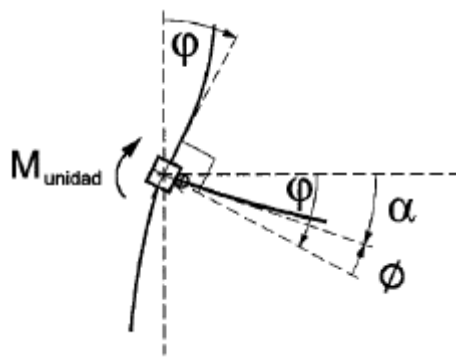


Figura 2.1. Giros en una unión semirrígida

$$r = \frac{\alpha}{\phi} = \frac{\alpha}{\alpha + \phi} \quad (2.1)$$

Posteriormente otros autores como R.K. Livesley en *Matrix Methods of Structural Analysis* (1964); y J.M Gere y W. Weaver, en *Analysis of Frames Structures* (1965), desarrollan estudios similares a los llevados a cabo anteriormente por Monforton y Wu.

En 1969 S.R. Lionberger y W.Weaver, *Dynamic response of frames with non-rigid connections*, estudiaron el comportamiento dinámico de las uniones semirrígidas.

En 1978 la *European Convention for Constructional Steelwork* (ECCS) publica unas recomendaciones para la construcción en acero: *European recommendations for steel construction*, que serán las bases del futuro Eurocódigo 3. Estas bases sustituyen el método de las tensiones admisibles por el de los estados limite, y recomienda para el diseño de uniones, las articuladas y sin rigidizar.

En 1984, basándose en los estudios de la ECCS, la *Commission des Communautés Européennes* publica la primera versión del Eurocódigo 3: Eurocode nº3: *règles unifiées communes pour les constructions en acier*.

2.2.1 El Eurocódigo 3

La Comisión de las Comunidades Europeas (CCE) inició el trabajo de establecer un conjunto de reglas técnicas armonizadas para los proyectos de edificación y trabajos de ingeniería civil desde el punto de vista estructural y geotécnico, que sirviese inicialmente, como una alternativa a las diferentes reglas vigentes en los distintos estados miembros y que, finalmente, las sustituyese proporcionando una normativa común a los países de la Comunidad Europea. Estas reglas técnicas desarrolladas en los últimos veinte años por especialistas de toda Europa, se conocen con el nombre de Eurocódigos Estructurales (EC).

Inicialmente surgen las ENVs (normas experimentales) para ser utilizadas de forma experimental y como una invitación a ser comentadas por parte de las organizaciones técnicas, científicas y posibles usuarios a título personal, así como organizaciones de normalización, con el objetivo último de utilizar dichos comentarios para elaborar la norma definitiva (EN).

Han sido desarrollados los siguientes Eurocódigos:

- EN 1991 Eurocódigo 1. Bases de proyecto y acciones sobre las estructuras.
- EN 1992 Eurocódigo 2. Proyecto de estructuras de Hormigón.
- EN 1993 Eurocódigo 3. Proyecto de estructuras de Acero.
- EN 1994 Eurocódigo 4. Proyecto de estructuras mixtas de hormigón y acero.
- EN 1995 Eurocódigo 5. Proyecto de estructuras de madera.
- EN 1996 Eurocódigo 6. Proyecto de estructuras de mampostería.
- EN 1997 Eurocódigo 7. Proyecto geotécnico.
- EN 1998 Eurocódigo 8. Reglas de proyecto para la resistencia al sismo de las estructuras.
- EN 1999 Eurocódigo 9. Proyecto de estructuras de aluminio.

La Euronorma EN 1993: Proyecto de estructuras de acero, está formada por seis documentos principales:

- EN 1993-1 Reglas generales y reglas para edificación
- EN 1993-2 Proyecto de estructuras de acero. Puentes.
- EN 1993-3 Proyecto de estructuras de acero. Torres, mástiles y chimeneas.
- EN 1993-4 Proyecto de estructuras de acero. Silos, depósitos y conducciones.
- EN 1993-5 Proyecto de estructuras de acero. Pilotes y tablestacas.
- EN 1993-6 Proyecto de estructuras de acero. Vigas carril.

El Eurocódigo 3, en su parte 1.8, dedicada al diseño de uniones en estructuras de acero, permite explícitamente el empleo de uniones semirrígidas, provee “métodos para el diseño de uniones sometidas a cargas mayoritariamente estáticas, para los tipos de acero S235, S275, S355, S460”.

En cuanto a la consideración de las uniones, este documento las clasifica como articuladas, rígidas y flexibles para el análisis elástico, y de resistencia completa o parcial para el análisis plástico, sin incluir criterios acerca de su uso y modelización.

En su parte 1.8, el Eurocódigo 3 incluye una herramienta a emplear para el análisis y cálculo de las uniones, el Método de los Componentes. Este método de cálculo es una de las metodologías existentes más avanzadas para el cálculo de uniones.

TC-10 Structural connections. Tras la investigación, recopilación y publicación de distintos procedimientos de análisis de estructuras de barras con uniones semirrígidas propuestos por diversos autores, D.A.Nethercot publica en 1985, *Joint action and the design of steel frames*, y en 1986 *The behaviour of steel frame structures allowing for semi-rigid joint action*. En 1987, W.F.Chen, publica, junto con M.E. Lui *Steel frame analysis with flexible joints*, y con Y. Goto *On the computer-based design analysis for the flexibly jointed frames*. Todas estas publicaciones proponen, a partir de la matriz de rigidez, métodos de análisis de estructuras con uniones semirrígidas.

Fruto de los estudios realizados en 1987 por el grupo de trabajo TWG 8.2, se crea el comité técnico de la ECCS, TC-10 *Structural connections*, dedicado al estudio del comportamiento de nudos estructurales.

Actualmente, podemos obtener información muy precisa acerca de la deformabilidad y resistencia de las uniones, a partir de ensayos de laboratorio, los cuales se limitan únicamente a niveles de investigación debido al coste de dicha técnica. A pesar de ello, podemos utilizar resultados experimentales gracias a la creación de bancos de datos en los se han almacenado resultados para diferentes configuraciones de uniones viga-pilar.

En estos bancos, junto a la curva momento-rotación obtenida para cada ensayo, se describen las propiedades geométricas de la viga, el pilar y los elementos de enlace, así como el tipo de acero, sus propiedades mecánicas y se recoge el nombre de la persona que realizó el ensayo. Dentro de los bancos de datos podemos destacar el programa SCDB (*Steel Connection Data Bank*) realizado por Kishi y Chen (1986), que recoge los distintos ensayos llevados a cabo en el mundo desde 1936. Actualmente a nivel Europeo ha sido desarrollada la base de datos SERICON, por Arbed Recherches (J.C. Gerardy y J.B. Schleich, (1991)) y la Universidad de Aachen (Weynand (1992)). Esta base de datos incluye resultados de diferentes países.

Desde el punto de vista del diseñador de estructuras, el campo de aplicación de estos bancos de datos es bastante limitado, debido a que existe una baja probabilidad de encontrar la configuración de unión a diseñar. Sin embargo, los bancos de ensayos adquieren una vital importancia a la hora de calibrar y validar distintos modelos utilizados para predecir el comportamiento de las uniones, a partir de sus propiedades geométricas y mecánicas.

2.3 EL DIAGRAMA MOMENTO-ROTACIÓN

El comportamiento real de una unión viga-pilar puede representarse por un muelle con rigidez al giro que une los ejes del pilar y de la viga en el punto de intersección como muestra la figura 2.2(c), de manera que en función del momento M_j que le transmita la viga, se producirá un giro relativo entre las barras unidas (figura 2.2(b)). Si representamos gráficamente en un sistema de coordenadas los pares de valores $M-\Phi$ para distintas sollicitaciones, obtenemos el correspondiente diagrama momento-rotación de la unión (figura 2.2(d)).

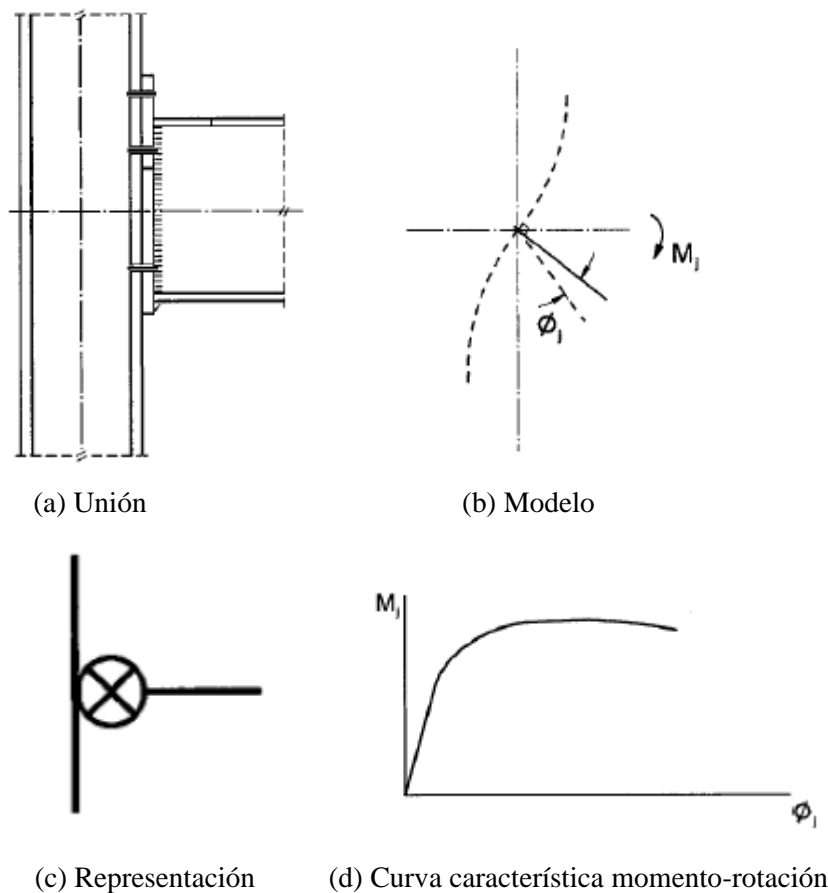


Figura 2.2. Modelización del comportamiento de las uniones viga-pilar

Tal y como muestra la figura 2.2(d) la curva $M-\Phi$ tiene un comportamiento no lineal. Esta ley puede ser sustituida por otra más sencilla (bilineal o trilineal) siempre y cuando estas curvas aproximadas queden por debajo de la más precisa. La elección de un tipo u otro de idealización está condicionado por el tipo de análisis de las barras que se realice: elástico, rígido-plástico o elastoplástico. La aproximación más sencilla es la curva $M-\Phi$ elástica-perfectamente plástica (figura 2.3), como muestra la figura 2.3 esta curva queda totalmente definida mediante tres parámetros:

- El momento resistente de cálculo: $M_{j,Rd}$, es el valor del máximo momento. Equivale al momento resistente plástico de la unión.
- La rigidez de la unión: S_j , relaciona el momento transmitido M_j con el giro relativo Φ_j (este giro relativo representa la diferencia entre los giros absolutos de los extremos de las dos barras conectadas).
- La capacidad de rotación: Φ_{Cd} , representa el giro máximo producido por el momento resistente de cálculo de la unión. Este valor es necesario para un análisis plástico de la estructura.

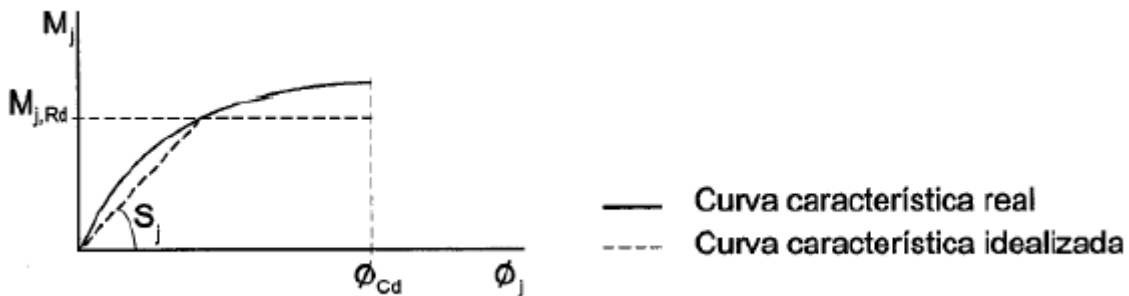


Figura 2.3. Curva $M-\Phi$ elástica-perfectamente plástica (EN-1993-1-8, 2005)

2.3.1 Idealización elástica para análisis global elástico

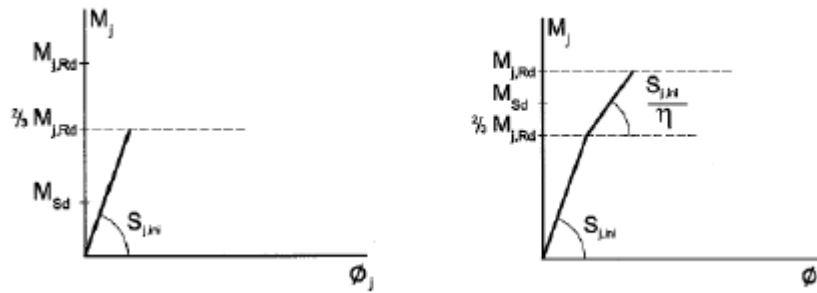
Para realizar el cálculo de las uniones en análisis global elástico-lineal, el Eurocódigo 3, en su parte 1-8: diseño de uniones (apartado 5.1), propone las siguientes posibilidades:

- Comprobación de la resistencia de la unión en régimen elástico. En este caso se considera una constante de rigidez igual a la rigidez inicial de la unión, $S_{j,ini}$. Es preciso comprobar que el momento que solicita la unión es inferior a dos tercios del momento resistente elástico.

$$M_{Sd} < \frac{2}{3} M_{j,Rd} \quad (2.2)$$

- Comprobación de la resistencia de la unión en régimen plástico. En este caso se considera una rigidez ficticia igual a $S_{j,ini}/\eta$, que tiene un valor intermedio entre la rigidez inicial y la rigidez secante relativa a $M_{j,Rd}$. Es preciso comprobar que el momento que solicita la unión se encuentra en el intervalo:

$$\frac{2}{3} M_{j,Rd} < M_{Sd} < M_{j,Rd} \tag{2.3}$$



(a) Comprobación elástica

(b) Comprobación plástico

Figura 2.4. Idealización elástica para análisis global elástico (EN-1993-1-8, 2005)

Tabla 2.1. Coeficiente Modificador de la rigidez η (EN-1993-1-8, 2005)

Tipo de conexión	Uniones viga-pilar	Otras uniones
Soldada	2	3
Placa extrema atornillada	2	3
Angulares en las alas unidos con tornillos	2	3,5

2.3.2 Idealización rígido-plástica de la curva momento-rotación para análisis rígido-plástico

En este caso consideramos una rigidez en la unión infinita, siendo los giros nulos hasta alcanzar el momento resistente elástico, $M_{j,Rd}$. La capacidad de rotación es suficiente para la formación de rótulas plásticas. Conociendo estos dos parámetros, momento resistente y capacidad de giro, queda perfectamente definida la curva momento-giro de la unión, figura 2.5.

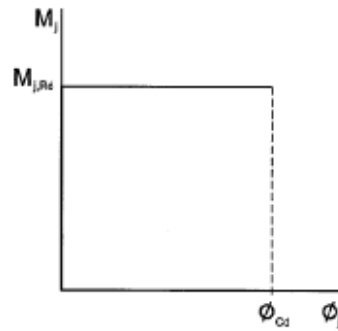


Figura 2.5. Idealización rígido-plástica de la curva momento-rotación (EN-1993-1-8, 2005)

2.3.3 Idealización no lineal para el análisis elástico-plástico

A partir de la determinación de tres parámetros como son, la rigidez inicial, S_j , la resistencia, $M_{j,Rd}$, y la capacidad de rotación, Φ_{Cd} , queda totalmente definido el comportamiento de las uniones, mediante la construcción de su curva momento-rotación. Tal y como muestra la figura 2.6(a), podemos idealizar la curva momento-rotación, mediante una curva bilineal, trilineal y una completamente no lineal.

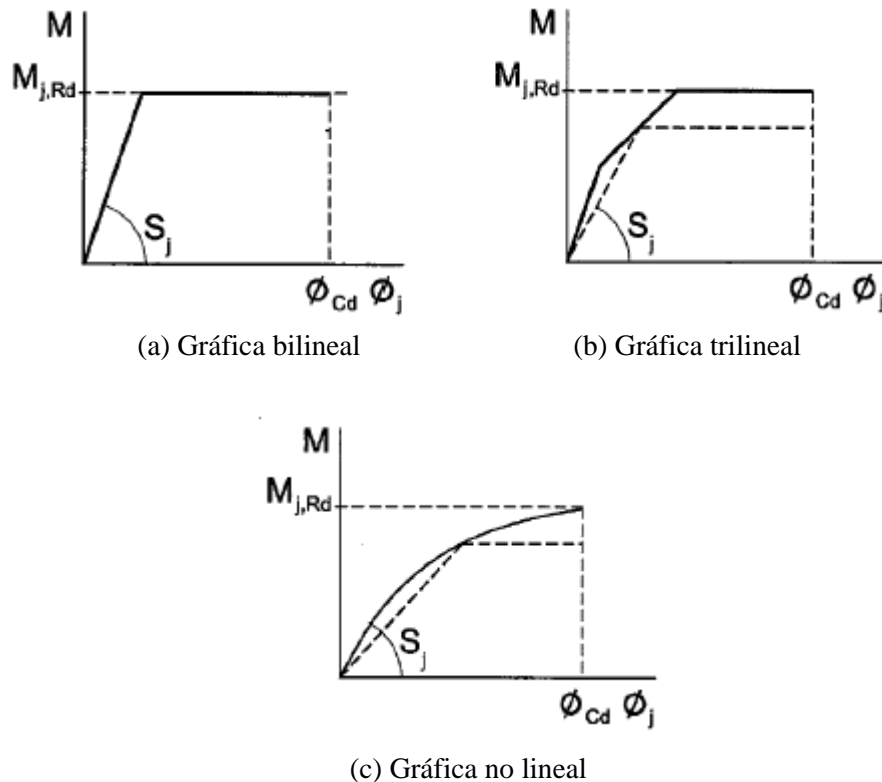


Figura 2.6. Idealización no lineal para el análisis elástico-plástico (EN-1993-1-8, 2005)

2.4 CLASIFICACIÓN DE LAS UNIONES

El comportamiento de las uniones influye en la respuesta global de la estructura, tanto en el factor crítico y en la carga de colapso, como en los desplazamientos horizontales en el caso de pórticos traslacionales. Pueden existir diferencias significativas entre una estructura con uniones semirrígidas y otra con uniones rígidas. Es por ello que a la hora de realizar el análisis y el diseño de la estructura, la unión debe ser modelizada al igual que otros elementos de la misma como las vigas y los pilares.

La clasificación de las uniones se realiza a partir de tres características de la misma:

- Rigidez rotacional.
- Resistencia al momento.
- Capacidad de rotación plástica.

Es preciso modelizar el comportamiento de la unión a la hora de abordar un análisis global de la estructura, siendo necesario tener en cuenta un modelo adecuado que introduzca el comportamiento interno de la unión en relación con la distribución de fuerzas y momentos con respecto a la estructura. Para saber cuándo es necesario tener en cuenta los efectos del comportamiento de la unión en la distribución de solicitaciones y deformaciones de la estructura, el Eurocódigo 3, en su parte 1-8, recoge una clasificación del modelo de unión a utilizar en función del tipo de análisis que se va a llevar a cabo. La tabla 2.2 recoge esta clasificación.

Tabla 2.2. Modelización de las uniones y análisis de la estructura.

Método de análisis global		Clasificación de las uniones	
ELÁSTICO	Articulada	Rígida	Semirrígida
RÍGIDO-PLÁSTICO	Articulada	Resistencia completa	Resistencia parcial
ELASTO-PÁSTICO	Articulada	Rígida de resistencia completa	Semirrígida Resistencia parcial Semirrígida Resistencia completa Rígida de Resistencia parcial
Modelización de la unión	Simple	Continua	Semi-continua

La unión continua garantiza una continuidad total en el giro de entre los componentes que une, de modo que su comportamiento no influye en el análisis global de la estructura.

La unión simple impide cualquier continuidad de giros entre las barras conectadas, no se transmiten momentos y corresponden a uniones articuladas.

Por último la unión semi-continua presenta una continuidad parcial del giro entre los elementos conectados por la unión, es preciso tener en cuenta el comportamiento de la unión en el análisis global de la estructura.

La tabla 2.3 recoge las propiedades de estos tres tipos de uniones.

Tabla 2.3. Clasificación de las uniones.

Rigidez	Resistencia		
	Resistencia completa	Resistencia parcial	Articuladas
Rígidas	continuas	semicontinuas	▪
Semi-rígidas	semicontinuas	semicontinuas	▪
Articuladas	▪	▪	simple
			▪Sin sentido

2.4.1 Clasificación según la rigidez

A partir de la rigidez rotacional de la unión podemos describir tres tipos de unión:

- **Nominalmente articuladas.** Transmiten esfuerzo cortante de la viga al pilar y de modo ocasional también esfuerzos axiales. Este tipo de unión gira sin producir momentos significativos.
- **Rígidas.** Transmiten la totalidad de los esfuerzos en el extremo de la viga. La deformación de este tipo de uniones es mínima y por ello la influencia en la distribución de momentos y deformaciones de la estructura puede omitirse.
- **Semirrígida.** Este tipo de uniones interactúan con el resto de la estructura y recogen a todas aquellas uniones que no se ajustan a ninguno de los casos anteriores.

Criterios de clasificación del Eurocódigo 3. el Eurocódigo 3, mediante el Método de los Componentes, nos permite calcular la rigidez de la unión a partir de sus componentes constitutivos. Una vez determinado el valor de cálculo de la rigidez de la unión, es posible clasificarla como: rígida, semirrígida y nominalmente articulada, comparando este valor de la rigidez con los límites propuestos por el Eurocódigo 3, en

su parte 1-8, obtenidos en función de la rigidez de la viga unida (figura 2.7). Si la rigidez de la unión es suficientemente grande respecto a la rigidez de la viga, ésta se clasifica como rígida; si la rigidez es menor o igual a la mitad de la rigidez de la viga, la unión se clasifica como articulada.

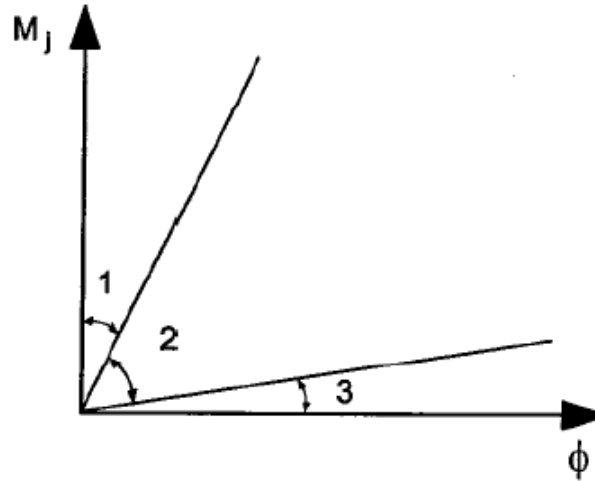


Figura 2.7. Límites para la clasificación en función de la rigidez (EN-1993-1-8, 2005)

Zona 1

Si $S_{j,ini} > k_b EI/L_b$, se puede considerar que la unión es rígida.

Siendo:

$k_b = 8$ para estructuras arriostradas,

$k_b = 25$ para el resto de estructuras, teniendo en cuenta que en cada planta se cumpla la condición $K_b/K_c \geq 1$,

$k_b = I_b/L_b$ es el cociente entre la inercia y la longitud de la viga superior de esa planta,

$k_c = I_c/L_c$ es el cociente entre la inercia y la longitud del pilar.

Cabe destacar que una misma unión viga-pilar puede ser clasificada dentro de este sistema como rígida, semirrígida o articulada dependiendo de la longitud de la viga unida.

Zona 2

Si $0,5EI/L_b < S_{j,ini} < k_b EI/L_b$ se considera unión semirrígida.

Zona 3

Si $S_{j,ini} \leq 0,5EI/L_b$ se considera unión nominalmente articulada.

2.4.2 Clasificación según la resistencia

A partir de la comparación de la resistencia de diseño de la unión y la resistencia de los elementos que une (viga y pilar) podemos clasificar las uniones en: uniones de resistencia parcial y uniones de resistencia total. Si la resistencia de la unión es igual o superior a la de los elementos conectados diremos que se trata de una unión de resistencia total, en caso contrario se tratará de una unión de resistencia parcial. Se formaría una rótula plástica en la unión y sería necesario tener la suficiente capacidad de rotación plástica.

Criterios de clasificación del Eurocódigo 3. El Eurocódigo 3, parte 1-8 artículo 5.2.3, clasifica las uniones en tres tipos según su resistencia: nominalmente articuladas, de resistencia parcial, y de resistencia total.

Zona 1

Si $M_{j,Rd} \geq M_{Rd}$, se considera la unión de resistencia completa. M_{Rd} representa el menor valor del momento resistente plástico de la viga y del pilar, tanto para pilar continuo como no continuo (ver figura 2.9(a) y 2.9(b)).

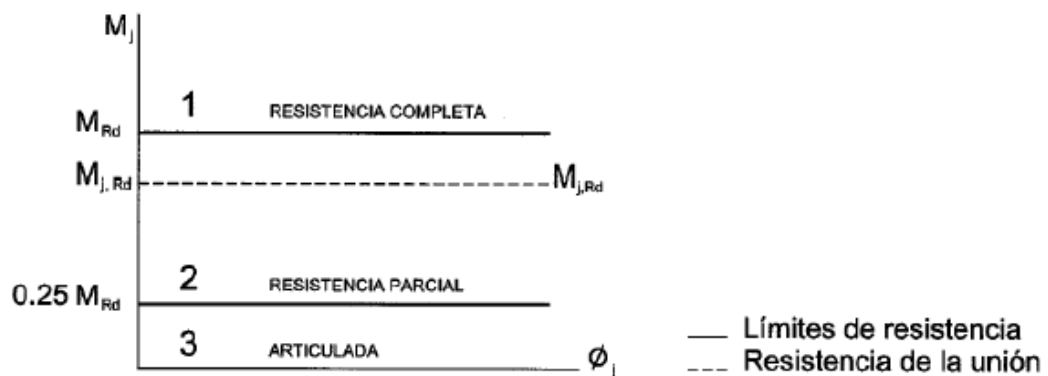


Figura 2.8. Límites para la clasificación en función de la resistencia

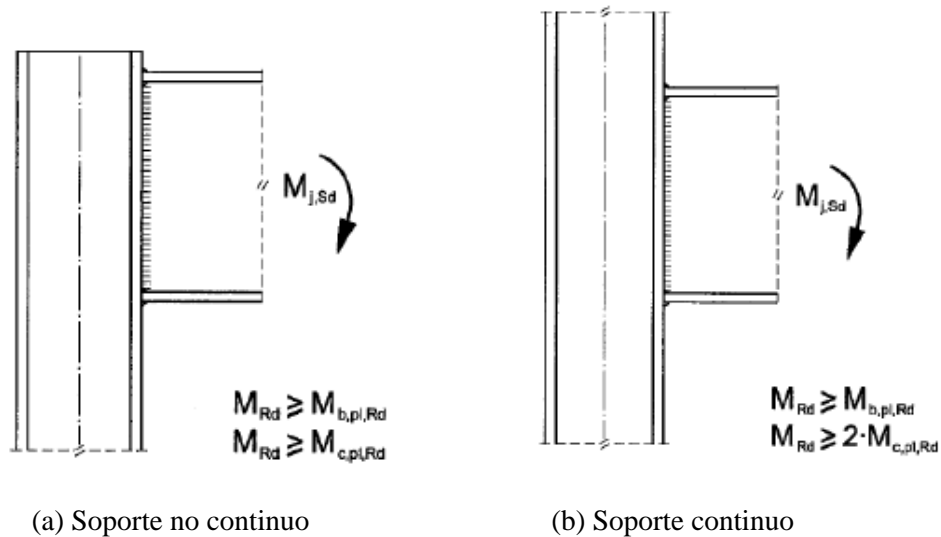


Figura 2.9. Soportes continuo y no continuo (Guardiola Villora, 2006)

Zona 2

Si $0,25M_{Rd} < M_{j,Rd} < M_{Rd}$ se considerará unión de resistencia parcial.

Zona 3

Si $M_{j,Rd} \leq 0,25M_{Rd}$ se considera unión nominalmente articulada.

2.4.3 Clasificación según la ductilidad

El tercer criterio de clasificación está basado en la capacidad de rotación, y clasifica a las uniones en dos categorías: uniones de ductilidad total y de ductilidad parcial.

Las uniones con ductilidad total tienen una capacidad rotacional igual o superior a la del miembro que conectan. Las uniones que no cumplen este requisito son clasificadas como uniones de ductilidad parcial. Este último criterio no está presente aun en los códigos modernos (EN-1993-1-8, 2005), donde no se recogen criterios cuantitativos. El Eurocódigo únicamente presenta una serie de recomendaciones relativas a la capacidad rotacional de la unión.

2.4.4 Otros sistemas de clasificación

La principal desventaja que presenta la clasificación propuesta por el Eurocódigo es que requiere definir previamente la unión y la estructura. No puede clasificarse la unión de modo independiente a la estructura en la que se situará. Su principal carencia es no especificar una demanda rotacional mínima.

Paralelamente a la clasificación propuesta por el Eurocódigo, existen otros sistemas de clasificación de uniones semirrígidas, entre los que destacan los propuestos por Hasan y otros (1998), que presentan un sistema de clasificación no lineal válido para uniones viga-pilar en pórticos no arriostrados (figura 2.10); Nethercot y otros (1998) proponen un sistema de clasificación que proporcione resultados consistentes con la teoría, de modo que las uniones de un pórtico clasificadas como rígidas tengan una distribución interna de esfuerzos similar al resultado teórico obtenido a partir del análisis tradicional, igualmente para uniones articuladas. Nethercot y otros (1998) consideran al mismo tiempo la resistencia y la rigidez de la unión, puesto que la distribución interna de fuerzas en una estructura (excepto en el caso de isostáticas) depende de la rigidez relativa de cada uno de sus miembros, de manera que los componentes más rígidos soportan mayores esfuerzos internos, mientras que los más flexibles tienen menores esfuerzos pero mayores deformaciones.

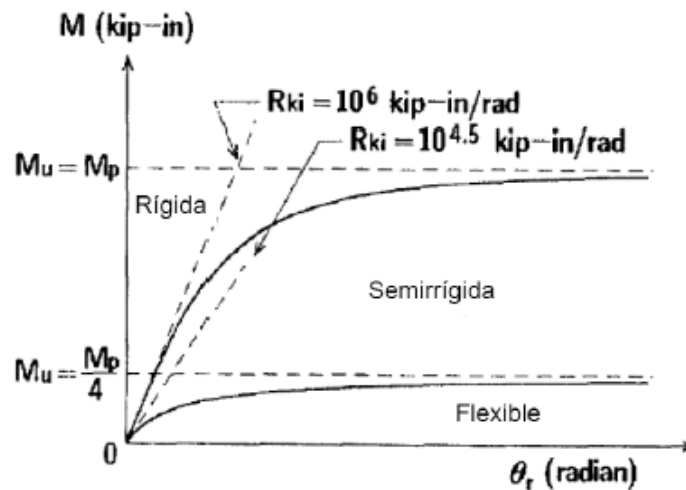


Figura 2.10. Sistema de clasificación no lineal en unidades americanas (Hasan y otros, 1998)

2.4.5. Tipos de uniones semirrígidas

A continuación, se realiza una recopilación de algunas de las uniones viga-pilar semirrígidas en estructuras de acero que aparecen en la bibliografía especializada: Chen y otros (1996), Hasan y otros (1997), Hasan y otros (1998). La figura 2.12 muestra algunas de las uniones viga-pilar recogidas por Chen y otros (1996), y la figura 2.13 recoge las curvas características momento-rotación obtenidas por Hasan y otros (1997) para las diferentes configuraciones en relación con la clasificación propuesta por el Eurocódigo 3.

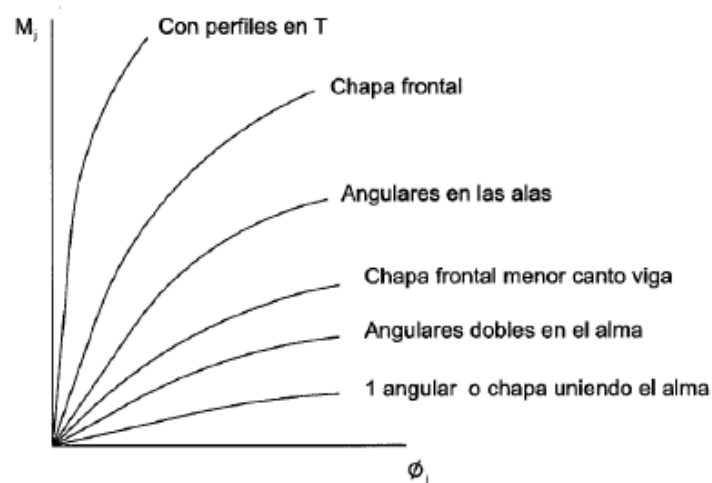


Figura 2.11. Comportamiento momento-rotación de uniones semirrígidas genéricas (EN- 1993-1-8, 2005)

Si analizamos las curvas características que aparecen en la figura 2.13, las uniones resueltas mediante simple angular al alma de la viga o doble angular presentan unas curvas características, que en su mayoría nacen en la zona semirrígida, para giros bajos, acabando en la región flexible definida por el Eurocódigo, presentando un comportamiento mixto entre semirrígido y articulado. Tradicionalmente han sido consideradas como articuladas. El resto de las uniones recogidas en la figura 2.12 presentan un comportamiento semirrígido, destacando las uniones con chapa de testa extendida, objeto de nuestro estudio, que presentan dos posibles configuraciones: Chapa de testa extendida en la zona de tracción o en las zonas de tracción y compresión, esta última configuración es utilizada en zonas sísmicas donde aparecen inversiones de momentos. De todas las analizadas por Kishi y otros es la que presenta mayor resistencia ($2/5M_{b,p}$, 0,25 es el límite establecido por el Eurocódigo). Las curvas momento-rotación (Figura 2.13) presentan un comportamiento inicial rígido para giros pequeños y para giros mayores su comportamiento es semirrígido. Su comportamiento depende en gran medida de la existencia de rigidizadores en el alma del pilar.

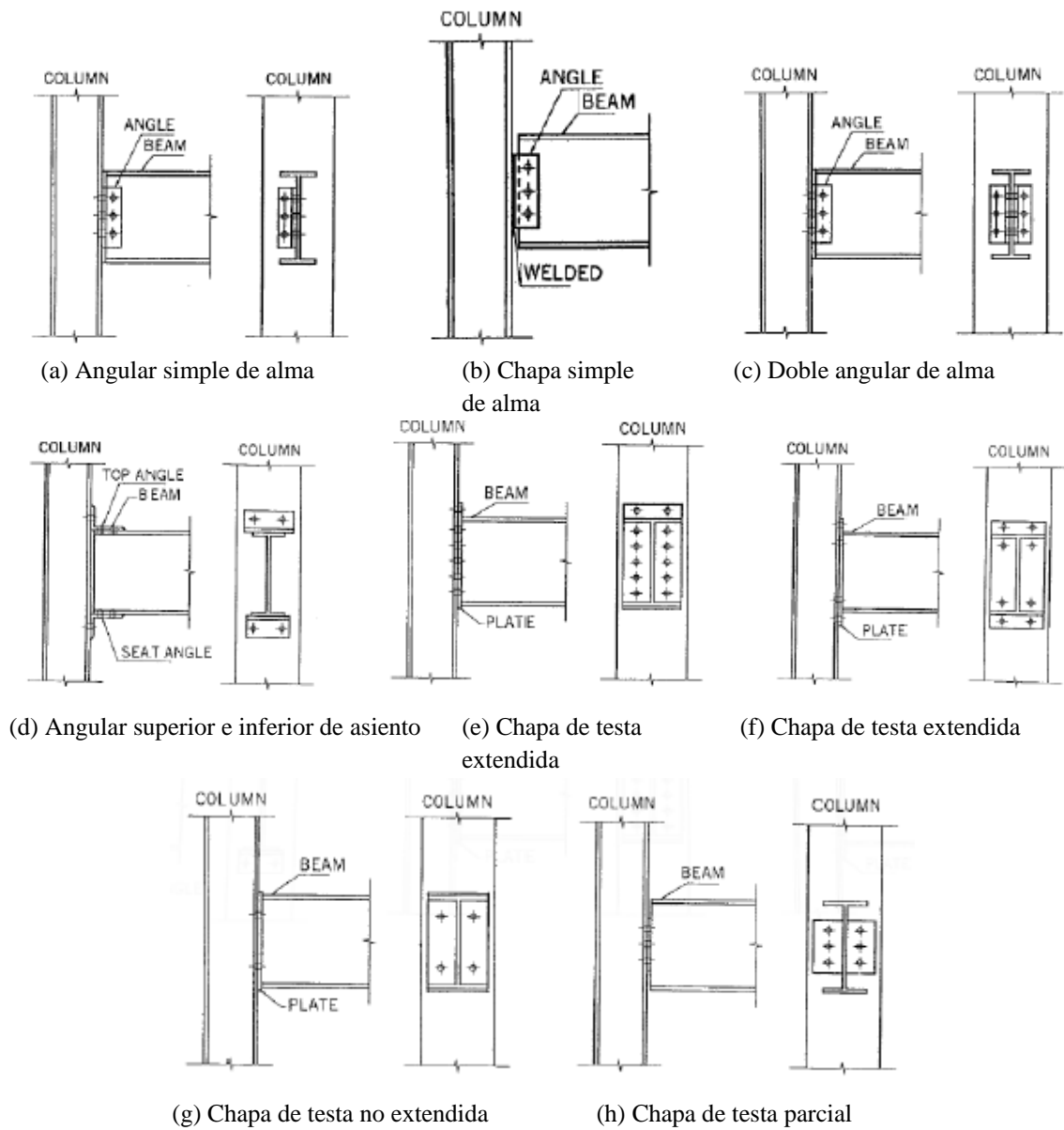
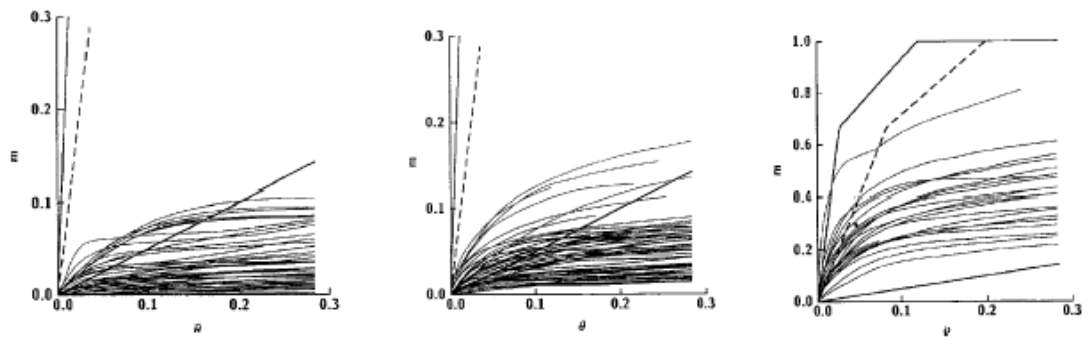


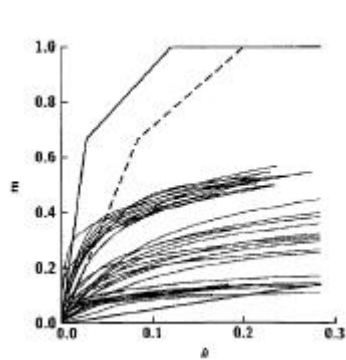
Figura 2.12. Uniones viga-pilar semirrígidas en estructuras de acero (Chen y otros, 1996)



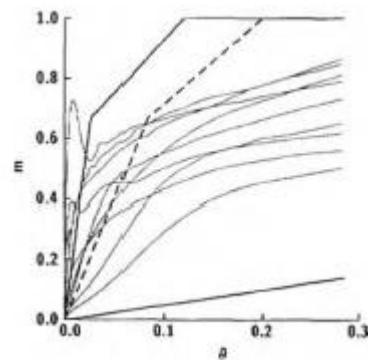
(a) Angular simple de alma

(b) Doble angular de alma

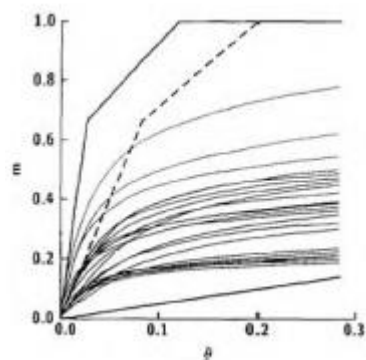
(c) Angular superior e inferior de asiento con doble angular de alma



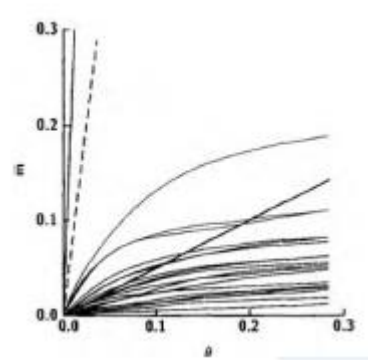
(d) Angular superior e inferior



(e) Chapa de testa extendida



(f) Chapa de testa no extendida



(g) Chapa de testa parcial

Figura 2.13. Comparación momento-rotación de los diversos tipos de uniones (Kishi y otros, 1997)

2.5 VENTAJA DE LAS UNIONES SEMIRRÍGIDAS

2.5.1 Ventajas en la ejecución

Las uniones semirrígidas introducen una rigidez rotacional que posibilita la optimización de la distribución de momentos en la estructura. Esto nos permite disminuir el momento en el centro del vano (en el caso de carga uniforme $qL^2_b/16$ frente a $qL^2_b/8$ en el caso de una viga biarticulada) y obtener estructuras con vigas de menor canto en comparación con las estructuras articuladas, debido a este hecho conseguimos edificios de menor altura y disminuimos las dimensiones del forjado

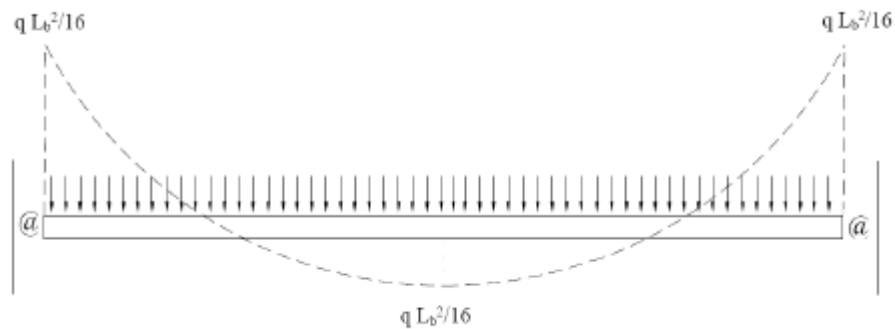


Figura 2.14. Distribución de momentos óptima para una viga con carga uniformemente distribuida y uniones semirrígidas

Si comparamos la ejecución de las uniones semirrígidas con respecto a las rígidas, las primeras presentan una serie de ventajas a la hora de ejecutarlas. En primer lugar los tornillos de alta resistencia no requieren de un par de apriete como en el caso de las rígidas, solamente es necesario un par mínimo de un 20-30% del necesario para uniones rígidas (*snug-tight*).

En segundo lugar al no requerir soldadura en obra se evitan todos los problemas asociados al control de calidad de este proceso y a la mala ejecución del mismo. Por último al ser uniones que no trabajan por rozamiento no requieren la preparación de las superficies.

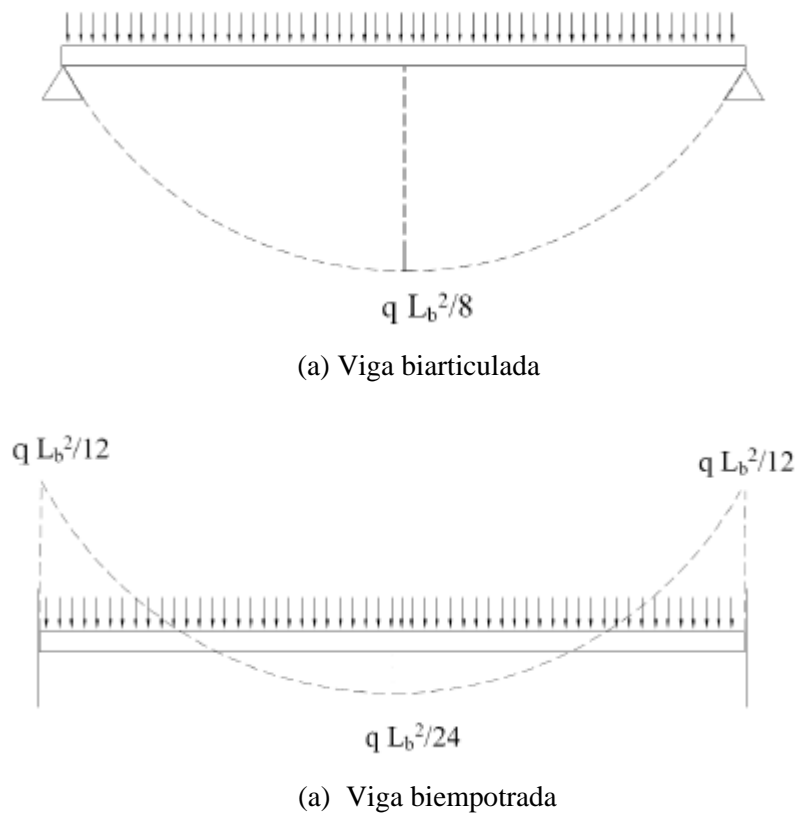


Figura 2.15. Distribución de momentos para una viga con carga uniformemente distribuida en el caso de unión rígida y articulada

Todas las ventajas anteriores suponen una disminución tanto en el tiempo como en el coste de la ejecución.

2.5.2 Ventajas en el coste

El empleo de uniones semirrígidas supone una disminución del peso de la estructura y por lo tanto del coste en acero. En el caso de compararlas con uniones rígidas obtenemos una disminución en las dimensiones de los pilares mientras que para uniones articuladas disminuimos la inercia de la viga, pero a cambio puede suponer un incremento en el coste de la unión si las comparamos con las articuladas más sencillas (Couchman, 1997).

En la bibliografía especializada existen estudios sobre la reducción que supone el empleo de uniones semirrígidas en el coste de la estructura, por ejemplo, Anderson y Tahir (1996) concluyen que el ahorro general que supone la construcción semirrígida frente a la articulada oscila entre un 5% y un 9%. Mientras que Dhillon y O'Malley III (1999) determinan ese ahorro entre un 7,2% y un 10% cuando se comparan con pórticos rígidos.

Sánchez (1999), realiza el único estudio conocido sobre el coste de estas uniones en España. Tomando como patrón la unión articulada y a igualdad de perfiles (no de capacidad portante), Sánchez concluye que el precio de la unión semirrígida de chapa de testa extendida resulta el doble, y el de la rígida siete veces superior. Sánchez indica igualmente que tomando como referencia la capacidad portante, las uniones semirrígida y rígida reducirían su encarecimiento respecto a la articulada pues disminuiría también el peso y las dimensiones de la estructura. En cuanto a la mano de obra y la proporción de materiales para cada tipo de unión, la unión articulada es la que requiere menor mano de obra y mayor cantidad de material, mientras que las uniones semirrígidas y rígidas, repercuten en el precio de la mano de obra, el doble y el cuádruple respectivamente frente a las articuladas.

Tabla 2.4. Estimaciones de costos obtenidas para cada unión (Sánchez, 1999)

	Articulada	Semirrígida	Rígida
	€	€	€
Material	2,39	4,22	9,04
Mano de obra	4,75	19,80	123,00
Tornillos	1,65	6,07	2,44
Mano de obra pintura	0,00	0,00	5,30
Forros o casquillos	6,00	6,00	6,00
Extra	6,00	6,00	6,00
Costo total	20,78	42,09	151,78
	100,00%	202,54%	730,38%

2.5.3 Ventajas estructurales

Las uniones semirrígidas introducen una rigidez rotacional que permiten la optimización de la distribución de los momentos de la estructura, obteniendo vigas de menor peso y momento, alcanzando finalmente estructuras más ligeras. Esta rigidez rotacional no solo permite la redistribución de momentos en la estructura sino que además aumenta el grado de hiperestaticidad de la misma, algo muy interesante desde el punto de vista de resistencia al sismo o ante el fuego.

En el caso de pórticos de poca altura en los que el desplazamiento debido al viento no alcanza gran relevancia, la utilización de uniones semirrígidas proporciona suficiente estabilidad lateral sin necesidad de utilizar sistemas de arriostramiento, esto permite obtener edificaciones finales cumpliendo con los requisitos funcionales (Cabrero Ballarín (2006)).

En el caso de pórticos de mayor altura, Chen y otros (1996), muestran la fusión de sistemas de arriostramiento con uniones semirrígidas para soportar cargas laterales debidas al viento.

El Método de los Elementos Finitos

3.1 INTRODUCCIÓN AL MEF

El Método de los Elementos Finitos (MEF) ha adquirido una gran importancia en la solución de problemas de ingeniería, físicos, etc. ya que permite resolver casos que hasta hace poco tiempo eran prácticamente imposibles de resolver por métodos matemáticos tradicionales. Esta circunstancia obligaba a realizar prototipos, ensayarlos e ir realizando mejoras de forma iterativa, lo que traía consigo un elevado coste tanto económico como en tiempo de desarrollo.

El Método de los Elementos Finitos permite realizar un modelo matemático de cálculo del sistema real, más fácil y económico de modificar que un prototipo. Sin embargo no deja de ser un método aproximado de cálculo debido a las hipótesis básicas del método. Los prototipos, por lo tanto, siguen siendo necesarios, pero en menor número, ya que el primero que se obtenga con ayuda de este método puede acercarse bastante más al diseño óptimo.

El Método de los Elementos Finitos como formulación matemática es relativamente nuevo. Aunque su estructura básica es conocida desde hace bastante tiempo, en los últimos años ha sufrido un gran desarrollo debido a los avances informáticos. Han sido precisamente estos avances informáticos los que han puesto a disposición de los usuarios gran cantidad de programas que permiten realizar cálculos con elementos finitos. Pero no hay que llevarse a engaño, el manejo correcto de este tipo de programas exige un profundo conocimiento no sólo del material con el que se trabaja, sino también de los principios del MEF. Sólo en este caso se estará en condiciones de garantizar que los resultados obtenidos en los análisis se ajustan a la realidad.

3.2 ASPECTOS GENERALES DEL MEF

Este método ha sido ampliamente usado en la discretización de cualquier tipo de estructura. Una de sus ventajas más importantes consiste en que las aproximaciones de tipo físico realizadas en el proceso de discretización siguen una metodología unitaria y sistemática. El continuo analizado es sustituido por un número finito de subdominios interconectados entre sí en un número finito de puntos denominados nodos. El comportamiento dinámico del continuo original está gobernado por las leyes de la Mecánica del Medio Continuo. En el Método de los Elementos Finitos las funciones solución no se definen en todo el continuo, sino que sus valores numéricos se calculan únicamente en los nodos. La función solución se obtiene en cualquier otro punto del continuo utilizando unas funciones de interpolación adecuadas. Un elemento finito es un subdominio en el cual se definen las funciones de interpolación. La exactitud de la solución depende del número de elementos empleados en la discretización del continuo, así como del tipo de funciones de interpolación utilizadas (Barbat y Canet, 1994).

3.3 FORMULACIÓN GENERAL DEL MEF

3.3.1 Características de los elementos

3.3.1.1 Función de desplazamientos

En la Fig. 3.1 se muestra el elemento triangular típico considerado, con los nodos i , j y m numerados en sentido antihorario.

Los desplazamientos de cualquier punto de un elemento se aproximan en función de los desplazamientos de los nodos

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \cong \mathbf{N} \mathbf{a}^e = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_i & \mathbf{N}_j & \mathbf{N}_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{a}_i \\ \mathbf{a}_j \\ \mathbf{a}_m \end{Bmatrix}$$

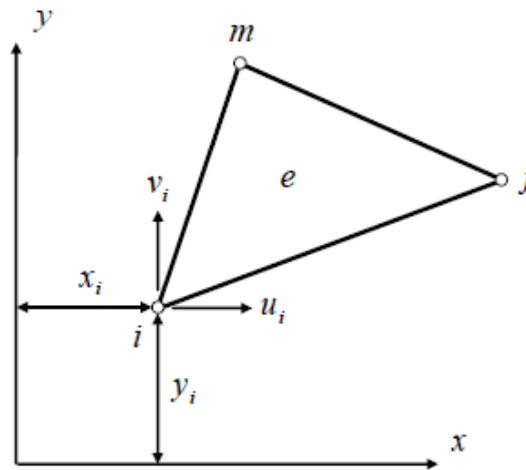


Fig. 3.1. Elemento de un medio continuo bajo tensión o deformación plana

y los desplazamientos de un nodo i tienen dos componentes

$$\mathbf{a}_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix}$$

Usando las mismas funciones de forma para la interpolación del desplazamiento horizontal que para el vertical

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_m & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_m \\ v_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_i u_i + N_j u_j + N_m u_m \\ N_i v_i + N_j v_j + N_m v_m \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

Los desplazamientos horizontal y vertical se interpolan de forma independiente.

Utilizando una aproximación polinómica para el desplazamiento horizontal (para el vertical el razonamiento es el mismo) y teniendo en cuenta que hay tres incógnitas de desplazamiento horizontal

$$u = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y$$

que particularizando para cada nodo

$$\begin{cases} u_i = \alpha_0 + \alpha_1 x_i + \alpha_2 y_i \\ u_j = \alpha_0 + \alpha_1 x_j + \alpha_2 y_j \\ u_m = \alpha_0 + \alpha_1 x_m + \alpha_2 y_m \end{cases} \quad (3.2)$$

Resolviendo el sistema (3.2) se obtienen las expresiones de los coeficientes α en función de las coordenadas de los nodos

$$u = \frac{a_i + b_i x + c_i y}{2\Delta} u_i + \frac{a_j + b_j x + c_j y}{2\Delta} u_j + \frac{a_m + b_m x + c_m y}{2\Delta} u_m \quad (3.3)$$

donde

$$\begin{aligned} a_i &= x_j y_m - x_m y_j; & a_j &= x_m y_i - x_i y_m; & a_m &= x_i y_j - x_j y_i \\ b_i &= y_j - y_m; & b_j &= y_m - y_i; & b_m &= y_i - y_j \\ c_i &= x_m - x_j; & c_j &= x_i - x_m; & c_m &= x_j - x_i \end{aligned}$$

y

$$\Delta = \frac{a_i + a_j + a_m}{2} = \text{área del triángulo } ijm$$

De las ecuaciones (3.1) y (3.3) se obtienen las expresiones de las funciones de forma

$$\begin{aligned} N_i &= \frac{a_i + b_i x + c_i y}{2\Delta} \\ N_j &= \frac{a_j + b_j x + c_j y}{2\Delta} \\ N_m &= \frac{a_m + b_m x + c_m y}{2\Delta} \end{aligned}$$

La función de desplazamientos elegida garantiza automáticamente la continuidad de desplazamientos entre elementos adyacentes, debido a que los desplazamientos varían linealmente a lo largo de cualquiera de los lados del triángulo y, al imponer los mismos desplazamientos en los nodos para dos elementos contiguos, evidentemente existirá el mismo desplazamiento a lo largo del contorno de separación.

3.3.1.2 Deformación (total)

La deformación total, para tensión o deformación plana, en cualquier punto del elemento se define mediante sus tres componentes que contribuyen al trabajo interno

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \mathbf{S}\mathbf{u} \cong \mathbf{S}\mathbf{N}\mathbf{a}^e = \mathbf{B}\mathbf{a}^e$$

Para elemento triangular lineal

$$\mathbf{B} = \mathbf{S}\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_j}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_m}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_j}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_m}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_j}{\partial y} & \frac{\partial N_j}{\partial x} & \frac{\partial N_m}{\partial y} & \frac{\partial N_m}{\partial x} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_m & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_m \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_m & b_m \end{bmatrix}$$

Se advertirá que, para elemento triangular lineal, la matriz \mathbf{B} es independiente de la posición del punto dentro del elemento y, por consiguiente, las deformaciones son constantes en todo el mismo.

3.3.1.3 Deformación inicial

Las deformaciones iniciales, las deformaciones independientes de las tensiones, pueden deberse a muchas causas: retracción, cristalización, o con más frecuencia, a cambios de temperatura, y en general darán por resultado un vector de deformación inicial

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \end{Bmatrix}$$

Aunque esta deformación inicial puede ser, en general, función de la posición dentro del elemento, normalmente se definirá por su valor medio constante en todo el elemento.

Así, para el caso de *tensión plana* en un elemento de material isótropo sujeto a un incremento de temperatura θ^e , si el coeficiente de dilatación térmica es α , se tendrá

$$\varepsilon_0 = \begin{Bmatrix} \alpha\theta^e \\ \alpha\theta^e \\ 0 \end{Bmatrix}$$

ya que una dilatación térmica no produce deformaciones transversales.

En el caso de *deformación plana*, a causa de la dilatación térmica, se desarrollan tensiones perpendiculares al plano xy , y consiguientemente las deformaciones iniciales estarán afectadas por las constantes elásticas

$$\varepsilon_0 = (1+\nu) \begin{Bmatrix} \alpha\theta^e \\ \alpha\theta^e \\ 0 \end{Bmatrix}$$

donde ν es el coeficiente de Poisson.

3.3.1.4 Matriz de elasticidad

Para comportamiento lineal y suponiendo que no hay deformaciones ni tensiones iniciales (no influyen en el cálculo de la matriz de elasticidad)

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}$$

En el caso de *tensión plana* y para material isótropo

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E}\sigma_x - \frac{\nu}{E}\sigma_y \\ \varepsilon_y &= -\frac{\nu}{E}\sigma_x + \frac{1}{E}\sigma_y \\ \gamma_{xy} &= \frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{xy} \end{aligned}$$

donde E es el módulo de elasticidad longitudinal.

Resolviendo el sistema de ecuaciones, se obtiene la matriz de elasticidad para tensión plana

$$\mathbf{D} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

En el caso de *deformación plana* y para material isótropo

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E}\sigma_x - \frac{\nu}{E}\sigma_y - \frac{\nu}{E}\sigma_z \\ \varepsilon_y &= -\frac{\nu}{E}\sigma_x + \frac{1}{E}\sigma_y - \frac{\nu}{E}\sigma_z \\ \gamma_{xy} &= \frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{xy}\end{aligned}$$

pero, además

$$\varepsilon_z = 0 = -\frac{\nu}{E}\sigma_x - \frac{\nu}{E}\sigma_y + \frac{1}{E}\sigma_z$$

Eliminando σ_z resolviendo el sistema de ecuaciones, se obtiene la matriz de elasticidad para deformación plana

$$\mathbf{D} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}-\nu \end{bmatrix}$$

3.3.1.5 Matriz de rigidez

La expresión de la matriz de rigidez del elemento es

$$\mathbf{K}^e = \int_{V^e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} d(\text{vol})$$

Para elemento triangular lineal (B constante)

$$\mathbf{K}^e = \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \int_{V^e} d(\text{vol})$$

por lo tanto, la matriz de rigidez para un elemento triangular lineal es

$$\mathbf{K}^e = \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} t \Delta$$

3.3.1.6 Fuerzas nodales debidas a deformaciones iniciales

La expresión del vector de fuerzas nodales equivalentes para deformaciones iniciales es

$$\mathbf{f}_{\varepsilon_0}^e = - \int_{V^e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \varepsilon_0 d(\text{vol})$$

Para elemento triangular lineal (B constante)

$$\mathbf{f}_{\varepsilon_0}^e = -\mathbf{B}^T \mathbf{D} \varepsilon_0 \int_{V^e} d(\text{vol})$$

Por lo tanto, el vector de fuerzas nodales equivalentes para deformaciones iniciales para un elemento triangular lineal es

$$\mathbf{f}_{\varepsilon_0}^e = -\mathbf{B}^T \mathbf{D} \varepsilon_0 t \Delta$$

3.3.1.7 Fuerzas nodales debidas a tensiones iniciales

La expresión del vector de fuerzas nodales equivalentes para tensiones iniciales es

$$\mathbf{f}_{\sigma_0}^e = \int_{V^e} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}_0 d(\text{vol})$$

Para elemento triangular lineal (B constante)

$$\mathbf{f}_{\sigma_0}^e = \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}_0 \int_{V^e} d(\text{vol})$$

Por lo tanto, el vector de fuerzas nodales equivalentes para tensiones iniciales para un elemento triangular lineal es

$$\mathbf{f}_{\sigma_0}^e = \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}_0 t \Delta$$

3.3.1.8 Fuerzas nodales debidas a fuerzas másicas distribuidas

La expresión del vector de fuerzas nodales equivalentes para fuerzas másicas distribuidas es

$$\mathbf{f}_b^e = - \int_{V^e} \mathbf{N}^T \mathbf{b} d(\text{vol})$$

como el elemento es plano y de espesor constante

$$\mathbf{f}_b^e = - \int_{A^e} \mathbf{N}^T \mathbf{b} t d(\text{área}) = -t \iint_{A^e} \mathbf{N}^T \mathbf{b} dx dy$$

el vector de fuerzas másicas por unidad de volumen es

$$\mathbf{b} = \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \end{Bmatrix}$$

Suponiendo que \mathbf{b} es constante

$$\mathbf{f}_b^e = -t \left(\iint_{A^e} \mathbf{N}^T dx dy \right) \mathbf{b}$$

Para elemento triangular líneas, los cálculos se simplifican si se sitúa el origen de coordenadas en el centro de gravedad del elemento. Entonces

$$\iint_{A^e} x \, dx \, dy = \iint_{A^e} y \, dx \, dy = 0$$

y

$$a_i = a_j = a_m = \frac{2}{3} \Delta$$

Sustituyendo

$$\mathbf{f}_b^e = - \left(\iint_{A^e} dx \, dy \right) \frac{t}{2\Delta} \begin{bmatrix} a_i & 0 \\ 0 & a_i \\ a_j & 0 \\ 0 & a_j \\ a_m & 0 \\ 0 & a_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \end{Bmatrix}$$

por lo tanto, el vector de fuerzas nodales equivalentes para fuerzas másicas para un elemento triangular lineal es

$$\mathbf{f}_b^e = - \begin{Bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_x \\ b_y \\ b_x \\ b_y \end{Bmatrix} \frac{t \Delta}{3}$$

Como cabía esperar, para elementos lineales, cada nodo absorbe la tercera parte de la carga total.

3.3.1.9 Fuerzas nodales debidas a cargas superficiales

La expresión del vector de fuerzas nodales equivalentes para una carga superficial es

$$\mathbf{f}_t^e = - \int_{A^e} \mathbf{N}^T \bar{\mathbf{t}} \, d(\text{área})$$

como el elemento es plano y de espesor constante

$$\mathbf{f}_i^e = - \int_{z_i} \mathbf{N}^T \mathbf{t} t d(\text{lon}) = - \int_{z_i} \mathbf{N}^T \mathbf{p} d(\text{lon})$$

Integrando a lo largo de la línea cargada (si ésta es la que une los nodos j y m)

$$\mathbf{f}_i^e = - \int_0^{L_{jm}} \mathbf{N}^T \mathbf{p} ds$$

Las funciones de forma, unidimensionales, para el cálculo del vector de cargas del elemento triangular lineal, son

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & N_j & 0 & N_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_j & 0 & N_m \end{bmatrix}$$

$$N_j = 1 - \frac{s}{L_{jm}}$$

$$N_m = \frac{s}{L_{jm}}$$

El vector de carga distribuida es

$$\mathbf{p} = \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \end{Bmatrix}$$

Sustituyendo, el vector de cargas es

$$\mathbf{f}_i^e = - \int_0^{L_{jm}} \mathbf{N}^T \mathbf{p} ds = - \int_0^{L_{jm}} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 - \frac{s}{L_{jm}} & 0 \\ 0 & 1 - \frac{s}{L_{jm}} \\ \frac{s}{L_{jm}} & 0 \\ 0 & \frac{s}{L_{jm}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \end{Bmatrix} ds$$

Por lo tanto, el vector de fuerzas nodales equivalentes para cargas superficiales para un elemento triangular lineal es

$$\mathbf{f}_i^e = -\frac{L_{jm}}{2} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ p_x \\ p_y \\ p_x \\ p_y \end{Bmatrix}$$

Como cabía esperar, para elementos lineales, cada nodo absorbe la mitad de la carga total.

3.3.1.10 Cálculo de las tensiones

La tensión de un punto de un elemento es

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_0) + \boldsymbol{\sigma}_0 \cong \mathbf{D}(\mathbf{B}\mathbf{a}^e - \boldsymbol{\varepsilon}_0) + \boldsymbol{\sigma}_0$$

Al igual que ocurre con la deformación, para elemento triangular lineal, la tensión en los puntos de cada elemento es constante.

Dada la discontinuidad en las tensiones (y deformaciones), es corriente obtener el valor de las tensiones de los nodos como media de los valores en los elementos adyacentes, e interpolar las tensiones en los puntos de los elementos en función de las tensiones de los nodos.

3.4 ANÁLISIS NO LINEAL DE ESTRUCTURAS

3.4.1 Introducción al análisis no lineal

3.4.1.1 Causas de la no linealidad

La no linealidad de una estructura tiene distintas causas posibles

1) Cambio de estado

Cuando hablamos de cables y membranas, cuyo comportamiento o estado puede variar en función de la carga que se aplica, se presenta una situación de no linealidad. Dichos elementos pueden comportarse de dos maneras concretas: estarán tensos y soportarán esfuerzos ante una sollicitación de tracción mientras que, si se trata de una compresión, pierden su rigidez y no realizan trabajo.

2) No linealidades geométricas

En el análisis con pequeñas deformaciones y tensiones se asume que los desplazamientos son lo suficientemente pequeños para que los cambios que originan en la matriz de rigidez sean despreciables. Sin embargo, grandes deformaciones, cambios en la geometría o cambios en la orientación, pueden provocar que la estructura no responda linealmente, y hacen necesario considerar la variación de la rigidez de la estructura. La no linealidad geométrica está caracterizada por grandes desplazamientos y/o rotaciones.

Existen diferentes tipos de no linealidades geométricas:

1. Grandes deformaciones (o deformaciones finitas). Cuando las deformaciones de un material exceden más de un pequeño porcentaje, el cambio de geometría debido a esta deformación no puede ser despreciado. Se asume que las deformaciones son finitas (no infinitesimales), considerando los cambios de forma y permitiendo que los desplazamientos y las rotaciones puedan ser arbitrariamente grandes.
2. Grandes rotaciones. Asume que las rotaciones son grandes pero que las tensiones mecánicas (aquellas causadas por las deformaciones) son pequeñas y se evalúan con expresiones linealizadas. Considera que la forma de la estructura no cambia excepto para movimientos de sólido rígido.
3. Rigidización por tensión (*stress stiffening*). Rigidización de la estructura debido a su propio estado de tensiones. La rigidez fuera del plano de una estructura puede verse significativamente afectada por el estado de tensiones en el plano de esa estructura. Este acoplamiento entre el estado de tensiones en el plano y la rigidez transversal, conocido como rigidización por tensión, es más pronunciado en estructuras delgadas y altamente tensionadas como los cables y las membranas, donde la rigidez a flexión es despreciable en comparación a la rigidez axial. Asume que las deformaciones y las rotaciones son pequeñas.
4. Ablandamiento por giro (*spin softening*). Asume que las deformaciones y las rotaciones son pequeñas. Es un tipo de no linealidad semejante a los grandes desplazamientos pero con aproximación de pequeñas rotaciones. Esta opción tiene en cuenta el movimiento radial de la masa estructural de un cuerpo como si estuviera sujeto a una velocidad angular. La vibración del cuerpo girando causa movimientos circunferenciales relativos que cambiarán la dirección de las cargas centrífugas

desestabilizando la estructura. La matriz de rigidez de un cuerpo en rotación es ajustada para los efectos dinámicos de la masa.

3) Comportamiento no lineal del material

Debido a las relaciones no lineales de tensión de formación del material.

3.4.1.2 Tipos de análisis

En el cálculo de todo tipo de estructuras nos podemos encontrar cuatro tipos de análisis:

1) Análisis elástico lineal

Basado en la teoría elástica-lineal. Es el más sencillo, puesto que considera el material perfectamente elástico, y la geometría se corresponde durante todo el análisis con la geometría inicial, esto es, no considera la no linealidad geométrica.

2) Análisis con la no linealidad del material

Este análisis considera una ley del material no lineal, es decir, con endurecimiento a medida que se somete a tensiones mayores. La geometría de la estructura sigue siendo la inicial en todo el análisis.

3) Análisis con la no linealidad geométrica

Este análisis al contrario que el anterior, considera la no linealidad geométrica, adoptando para cada incremento de carga, la geometría deformada del problema, mientras que el material se considera lineal.

4) Análisis no lineal

Cuando necesitamos conocer la respuesta de una estructura utilizamos el análisis no lineal. Este es el análisis más realista, y el que se utiliza para el cálculo de las vigas armadas del presente proyecto. En este se consideran tanto la no linealidad del material como la no linealidad geométrica. Los incrementos de carga necesarios para la convergencia del análisis y una correcta representación de los resultados dependen

3.4.2 El método de Newton-Raphson

La discretización mediante elementos finitos conduce a un grupo de ecuaciones simultáneas como las mostradas en (3.4):

$$\mathbf{K}\mathbf{u}=\mathbf{F}^a \quad (3.4)$$

donde \mathbf{K} es la matriz de coeficientes, \mathbf{u} es el vector de los valores desconocidos de los grados de libertad y \mathbf{F}^a el vector de cargas aplicadas.

Si la matriz de coeficientes es una función de los grados de libertad desconocidos, la ecuación anterior es no lineal. El método de Newton-Raphson es un procedimiento iterativo para resolver ecuaciones no lineales. La formulación del método se presenta en (3.5):

$$\begin{cases} \mathbf{K}_i^T \Delta \mathbf{u}_i = \mathbf{F}^a - \mathbf{F}_i^{nr} \\ \mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{u}_i + \Delta \mathbf{u}_i \end{cases} \quad (3.5)$$

Donde \mathbf{K}_i^T es la matriz tangente (jacobiana), el subíndice i representa la iteración de equilibrio actual, \mathbf{F}_i^{nr} representa el vector de las cargas *restoring* correspondiente a las cargas internas del elemento, \mathbf{K}_i^T y \mathbf{F}_i^{nr} son evaluados para el valor de \mathbf{u}_i , $\mathbf{F}^a - \mathbf{F}_i^{nr}$ es el residuo o el vector de equilibrio de cargas (*out of balance load vector*), es decir, la cantidad en la que el sistema está desequilibrado.

El algoritmo general del proceso es el siguiente:

1. Se asume un valor inicial \mathbf{u}_0 que es normalmente el valor convergido en la solución anterior o 0 si se trata del primer escalón.
2. Se calculan \mathbf{K}_i^T y \mathbf{F}_i^{nr} para la configuración \mathbf{u}_i .
3. Se calcula $\Delta \mathbf{u}_i$ mediante la ecuación (3.5) mediante una solución lineal.
4. Se añade $\Delta \mathbf{u}_i$ a \mathbf{u}_i para tener la siguiente aproximación \mathbf{u}_{i+1} .
5. Se repiten los pasos 2 a 5 hasta que se obtiene la convergencia.

El proceso de Newton-Raphson garantiza la convergencia si y sólo si la solución en cada iteración \mathbf{u}_i está cercana a la solución exacta. Esto lleva a la necesidad de realizar una aproximación incremental (aplicación de \mathbf{F}^a en incrementos) para obtener la solución correspondiente al nivel de carga final. De este modo un análisis no lineal está organizado en tres niveles de operación, como muestra la Fig. 3.2.

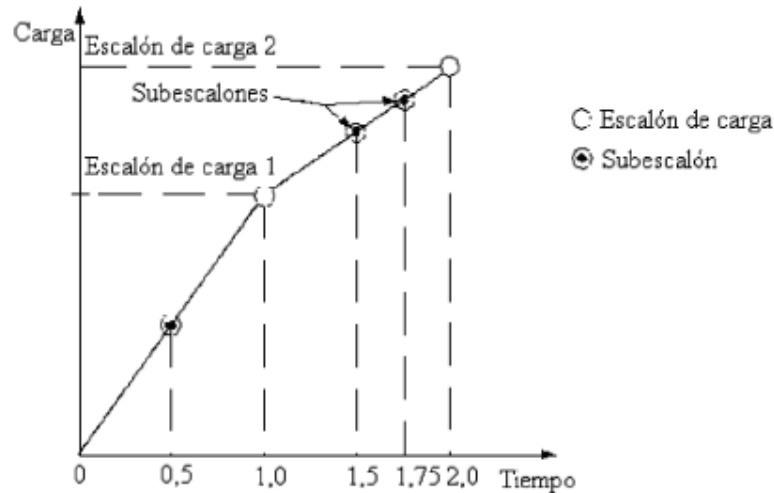


Fig. 3.2. Escalones de carga, subescalones y tiempo (ANSYS 2005c)

1. El nivel alto consiste en los escalones de carga (*load step*) que se definen explícitamente sobre un “tiempo” (*time*). Para el análisis estático se asume que las cargas varían linealmente entre escalones de carga.
2. Dentro de cada escalón de carga se puede dirigir el programa para que realice varias soluciones (*substeps* o *time steps*) de manera que la carga sea aplicada gradualmente.
3. En cada subescalón (*substep*) el programa realizará iteraciones de equilibrio con el objetivo de converger la solución.

En algunos análisis no lineales estáticos, si se usa sólo el método Newton-Raphson, la matriz de rigidez tangente puede volverse singular (o no única), causando severos problemas de convergencia. Este incidente incluye el análisis de pandeo no lineal en el que la estructura colapsa completamente o “salta” a otra configuración estable. Para estas situaciones se puede activar un esquema alternativo de iteración, el método longitud de arco, que ayuda a evitar los puntos de bifurcación y *track unloading*. Este método hace que las iteraciones de equilibrio converjan a lo largo de un arco, previniendo la divergencia incluso cuando la pendiente carga – deformación se hace cero o negativa.

3.4.3 Teoría del contacto

La formulación del contacto es un aspecto complicado dentro del modelo numérico de la unión, el problema de contacto presenta dos grandes dificultades. En primer lugar, al comienzo del análisis desconocemos las superficies que pertenecen al mismo. Dependiendo del tipo de material, las cargas y otros factores, las superficies pueden entrar y salir del contacto de una forma desconocida e inesperada. Este hecho introduce un alto grado de no linealidad en nuestro problema. En segundo lugar, el

contacto en nuestro modelo requiere tener en cuenta la fricción, la fricción es una fuerza no conservativa, depende de la trayectoria seguida y requiere un historial de cargas preciso y un tamaño de paso pequeño. ANSYS permite la elección de diferentes tipos de leyes y modelos para la fricción, siendo todos no lineales. Escoger un modelo inadecuado puede suponer una respuesta caótica dando lugar a problemas de convergencia.

Propiedades del contacto. A pesar de estas dificultades ANSYS nos permite definir el contacto entre dos superficies mediante el *Contact manager*, simplificando en gran medida el modelado del contacto. ANSYS propone cuatro tipos de modelos para la formulación del contacto: superficie-superficie, nodo-nodo, 3D línea-línea y nodo-superficie.

Elementos de contacto superficie-superficie. Dentro de los cuatro modelos de contacto propuestos por ANSYS, el que más se adecua a modelos de uniones atornilladas es el tipo de contacto superficie-superficie, ya que permite la utilización de elementos de bajo y alto orden de interpolación en la zona de contacto, además las superficies que intervienen en el contacto pueden tener mallados distintos y no es preciso conocer la localización del contacto inicialmente. Este tipo de contacto es el adecuado para problemas con grandes deformaciones y rotaciones.

Adicionalmente las superficies que entran en contacto pueden ser rígidas o deformables, dando lugar a dos clases generales de modelo:

Rígida-flexible: una o más superficies son modeladas como perfectamente rígidas (es decir, cuando tienen una rigidez mucho mayor con respecto a las partes deformables del modelo), en general este tipo de modelo de contacto es aplicado en el caso de tener materiales blandos en contacto con otros de más dureza.

Flexible-flexible: ambas superficies son modeladas con elementos finitos deformables. Utilizando el tipo de contacto superficie-superficie, una de las superficies se establece como principal (target surface) y la otra como superficie de contacto (contact surface). El conjunto de ambas superficies forma el “par de contacto”. Utilizaremos como elementos de contacto el CONTA173 (3D ocho nodos, figura 3.3) y para la superficie principal el TARGET170. Se impide que los nodos de la superficie de contacto penetren en la superficie principal, mientras que para el caso de la superficie principal sus nodos podrían, en principio, penetrar en la superficie secundaria.

En el caso de que el contacto sea entre una superficie rígida y una deformable, la designación del tipo de superficie es obvio, la superficie principal es siempre la rígida, y la de contacto la deformable. Pero en el caso de que ambas superficies sean deformables la designación no es tan evidente, y la asignación de una u otra provoca diferente penetración y por lo tanto afecta a la precisión de la solución final. ANSYS (2005d) propone una serie de líneas a seguir para facilitar la designación de la superficie principal y de contacto:

- En el caso de que una superficie convexa entre en contacto con una cóncava, la superficie cóncava debería ser la principal.
- Si una superficie tiene una malla mucho más fina que la otra superficie, es aconsejable que la superficie de contacto corresponda a la superficie con la malla fina.
- Si una de las superficies del contacto tiene mayor rigidez en comparación con las restantes, esta será la superficie principal.

Elementos de contacto nodo-nodo. Los elementos de contacto nodo-nodo son típicamente utilizados para modelar aplicaciones con contactos puntuales. Para la utilización de este tipo de elementos, es necesario conocer la localización del contacto de antemano. Este tipo de problemas de contacto normalmente engloban pequeños desplazamientos entre las superficies de contacto (incluso en casos con no linealidades geométricas). Los elementos de contacto nodo-nodo también pueden utilizarse para resolver problemas con contacto superficie-superficie si los nodos de ambas superficies son coincidentes, el deslizamiento despreciable, y los desplazamientos (rotaciones) entre las dos superficies permanecen pequeños.

Para la mayoría de problemas con este tipo de contacto el tipo de elemento más recomendable en ANSYS es el CONTA178 (figura 3.4), aunque en otras ocasiones puede ser necesario el uso del CONTAC12 O el CONTAC52.

Elementos de contacto 3D línea-línea. El contacto 3D línea-línea es normalmente usado para modelizar contactos tridimensionales viga-viga (cruzándose o paralelas entre sí, figura 3.6), también es utilizado para la simulación de una tubería deslizando en el interior de otra. El elemento utilizado para este tipo de contacto es el CONTA176 (figura 3.5), la superficie objetivo utiliza elementos TARGET170. El elemento CONTA176 permite la utilización de elementos de alto y bajo orden de interpolación en la superficie de contacto y soporta un análisis en grandes desplazamientos.

Elementos de contacto nodo-superficie. El elemento CONTA175 es un elemento de contacto nodo-superficie que soporta grandes deslizamientos, y

deformaciones, además de diferentes mallas entre los componentes en contacto. Es normalmente utilizado para el modelado de aplicaciones con contactos punto-superficie, como esquinas o partes delgadas deslizando sobre una superficie. A diferencia de los elementos de contacto nodo-nodo, en este caso no es necesario conocer la localización de las superficies de contacto de antemano. Este tipo de elemento de contacto permite aplicaciones con grandes y pequeños desplazamientos. El CONTA175 no soporta elementos tridimensionales de alto orden en la superficie de contacto.

Contacto simétrico o asimétrico. ANSYS define dos tipos de contacto, el contacto asimétrico y el simétrico. Normalmente la manera más eficiente de modelar un contacto superficie-superficie es mediante un contacto asimétrico, en este tipo de contacto todos los elementos de contacto están en una superficie mientras que los elementos target pertenecen a la otra superficie en su totalidad. En ciertas ocasiones el uso del modo asimétrico puede no funcionar del modo esperado, en estos casos podemos optimizar el algoritmo definiendo ambas superficies como principal y de contacto, este es conocido como modo simétrico o *two-pass-contact*. Por lo general el uso del contacto simétrico es menos eficiente que el asimétrico, aunque en los casos en los que la distinción entre la superficie principal y de contacto no este clara o en el caso de que ambas mallas sean muy groseras es aconsejable el uso del contacto simétrico. En el caso de tener superficies idénticas y con un mallado lo suficientemente fino, el uso del algoritmo para contacto simétrico no consigue mejorar las características y de hecho conlleva un coste computacional mucho mayor.

Modelización del contacto. Para la modelización del contacto se pueden utilizar diversos métodos, de entre todos ellos destacan:

- **Multiplicadores de Lagrange.** Es uno de los métodos más elegantes a la hora de aplicar restricciones matemáticas a un sistema, consiguiendo evitar la penetración entre los cuerpos. En contra de este método está el coste computacional asociado a operaciones adicionales para conseguir una solución estable y precisa.
- **Métodos de penalización.** Los métodos de penalización son un procedimiento alternativo para implementar numéricamente las restricciones de contacto. Se restringe el desplazamiento relativo de las dos superficies en contacto aplicando una penalización proporcional a la penetración detectada. La constante de penalización escogida tiene una importante influencia en la estabilidad numérica de los cálculos.

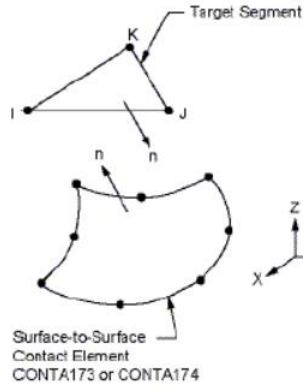


Figura 3.3. Elemento de contacto TARGET170 (ANSYS, 2005d)

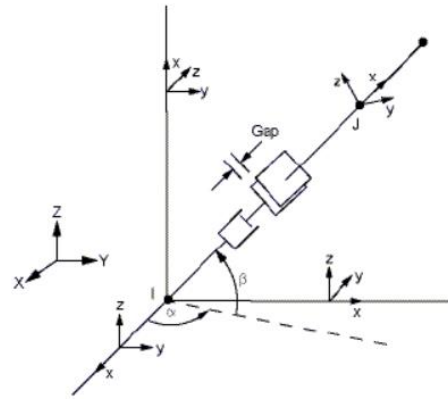


Figura 3.4. Elemento de contacto CONTA178 (ANSYS, 2005d)

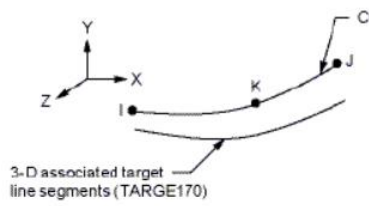


Figura 3.5. Elemento de contacto CONTA176 (ANSYS, 2005d)

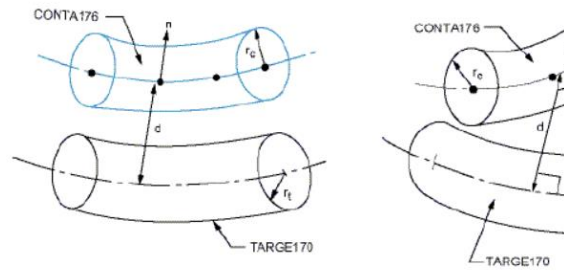


Figura 3.6. Situaciones modelizadas por un contacto nodo-nodo (ANSYS, 2005d)

El Método de elementos finitos en ANSYS

4.1 INTRODUCCIÓN

ANSYS es un software de “uso general” que contiene capacidades y funciones para diversas utilidades, resuelve numerosos tipos de análisis y tiene múltiples aplicaciones en el campo de la ingeniería. El programa está basado en el análisis por el Método de los Elementos Finitos, ha sido desarrollado por la empresa SWANSON ANALYSIS SYSTEMS, INC., la cual presentó la primera edición comercial de ANSYS en 1971. Desde ese momento ha evolucionado hasta presentar su actual semblante, aprovechando los avances en el mundo de la informática.

Definimos el programa ANSYS como un código de propósito general de elementos finitos, lo que significa la inclusión de diversas capacidades generales, (preprocesador, solución, postprocesador, gráficos y utilidades) proporcionando un programa fácil de usar. En otras palabras, no es simplemente un programa especializado para resolver problemas, ANSYS puede satisfacer los problemas de diseño y análisis requeridos en una industria o en cualquier otro grupo de la ingeniería.

“Uso general” tiene otro significado en cuanto a resolver diversos tipos de problemas, incluyendo: estructurales, térmicos, eléctricos, magnéticos, de fluidos, lineales o no lineales, a partir de un mismo formato de entrada. También se pueden unir los efectos de estas disciplinas para resolver, por ejemplo, problemas térmico- tensionales, electro-magnéticos, acústicos o piezoeléctricos.

4.2 FUNDAMENTOS DEL PROGRAMA

La respuesta analítica de un sistema físico a una acción es difícil de encontrar, ya que supone resolver el sistema de ecuaciones diferenciales que representan el fenómeno, y eso es prácticamente imposible para la mayoría de los

casos. El Método de los Elementos Finitos ofrece una manera apropiada de obtener soluciones aproximadas a casi todos los problemas de ingeniería. El programa ANSYS transforma un sistema real (con infinitas incógnitas), en un modelo de elementos finitos. El modelo es una idealización matemática del sistema real, los nodos, elementos y condiciones de contorno se usan en la descripción del modelo.

El término elemento finito resume el concepto básico del método; la transformación de un sistema físico, con un número infinito de incógnitas (la respuesta en cada punto del sistema), a uno que tienen un número finito de incógnitas relacionadas unas con otras por elementos con un tamaño finito. El programa es utilizado en una gran cantidad de campos de la ingeniería, incluyendo el aeroespacial, el del automóvil, el biomecánico, el de productos de consumo, el de productos electrónicos, el de la ingeniería nuclear, mecánica y energía, etc.

Puede ser utilizado para analizar el choque de un vehículo, para estudiar el campo magnético en un reproductor de imagen de resonancia magnética, o en el proceso de solidificación de una pieza de fundición de una máquina. Si se usa el programa ANSYS u otro paquete CAD para construir el modelo, se puede utilizar ANSYS más adelante en el proceso para verificar el diseño final antes de hacer el prototipo. ANSYS puede ayudar a reducir de manera significativa la totalidad del tiempo empleado en desarrollar el producto, reduciéndose el número de ciclos de prototipo-chequeo-evaluación. Incluso, en algunos casos no es deseable o práctico hacer un prototipo, como por ejemplo en aplicaciones de biomedicina, incluyendo implantes de cadera, lentes intraoculares o aplicaciones aeroespaciales, es entonces cuando el programa ANSYS cumple un papel fundamental.

4.3 ORGANIZACIÓN DEL PROGRAMA

Al trabajar con ANSYS se debe tener en cuenta la organización del programa. ANSYS presenta dos niveles fundamentales:

- Nivel Inicial (*Begin Level*).
- Nivel de Procesador (*Processor Level*).

Cuando comenzamos ANSYS se está en el nivel inicial, desde este nivel se accede a los distintos procesadores, o a utilizar algunas de las diferentes utilidades del programa.

El procesador es una colección de comandos relacionados para ejecutar una función general. Los comandos son utilizados para introducir datos y controlar el programa, existen más de 800 comandos, normalmente asociados a un procesador, no

es necesario memorizarlos ya que se puede acceder a la documentación de los mismos directamente durante el desarrollo del análisis.

Además de la estructura del programa ANSYS se debe tener en cuenta la organización de los datos. Estos incluyen:

- Datos de entrada, información como: las dimensiones de un modelo, las propiedades de materiales, las cargas aplicadas, etc.
- Los resultados o datos de salida, valores que ANSYS calcula como: desplazamientos y tensiones, en un análisis estructural.

Estos dos tipos de datos se almacenan de manera ordenada en la base de datos de ANSYS. No importa en qué parte del programa se encuentre, se puede acceder a los datos de entrada o salida desde cualquier nivel, ya que se trabaja con una única base de datos. Esto permite listar, mostrar, modificar, o borrar cualquier dato específico de una manera rápida y fácil.

4.4 ANÁLISIS CON ANSYS

El programa ANSYS es capaz de ejecutar una gran variedad de análisis por elementos finitos, desde un simple análisis lineal-estático hasta un complejo análisis no lineal- dinámico y transitorio, como ya fue mencionado al principio. Cualquiera que sea el tipo de análisis, existen unos pasos comunes a seguir. El procedimiento para un análisis con ANSYS está dividido en tres pasos distintos:

- Preproceso.
- Solución y ensamblaje.
- Postproceso.

Para la realización de este apartado, se ha tomado como referencia la información obtenida en el curso de promoción educativa realizado por el Servicio de Apoyo a la Investigación Tecnológica (SAIT): El Método de los Elementos Finitos. Aplicaciones con ANSYS (Cartagena, 1999).

4.4.1 Preproceso

Definición de la geometría

La geometría del modelo se puede definir de dos formas: mediante puntos, líneas, superficies y volúmenes (puntos para definir líneas, líneas para definir superficies y superficies para construir volúmenes), o mediante una definición directa de superficies y volúmenes. Cuando se opta por la generación automática de mallas, pueden aparecer errores de conexión entre elementos, pudiéndose dar los siguientes casos:

- Conexión de nodos que están dentro de un radio predefinido.
- Generación de bordes comunes definidos por curvas de diferente orden.

También cabe la posibilidad de haber aproximado una curva real por otra de orden más bajo apareciendo así pendientes discontinuas en la unión, constituyendo un falso concentrador de tensiones. Se pueden utilizar curvas spline en las cuales las pendientes en los extremos que se conectan se hacen iguales. Por otro lado, el error puede aparecer después de mallar, debido a que las funciones de forma de los elementos pueden estar definidas por elementos de bajo orden, sin continuidad de la pendiente. En los casos en que exista intersección de sólidos y superficies, si éstos son muy diferentes, aparecen concentradores de tensión a lo largo de la línea de intersección.

Elección de los tipos de elementos

El tipo de elemento a utilizar debe ser el apropiado para resolver cada problema: térmico, estructural, etc. En el caso estructural, la elección de los elementos depende de la forma en que la estructura transmite la carga. Los tipos de comportamiento son:

- membrana. El elemento resiste cargas en su plano y no tiene rigidez normal a su plano,
- placa. El elemento resiste cargas normales a su plano,
- lámina. Combina los dos casos anteriores,
- sólidos. Análisis de elementos tridimensionales, y
- axilimétricos. Para cuerpos de revolución.

Por razones de precisión y coste computacional, es conveniente utilizar siempre el elemento más sencillo dentro de los que puedan dar un adecuado resultado.

Características del material

La propiedad más importante es la relación entre la tensión y la deformación (Módulo de Young o módulo de elasticidad longitudinal). Para materiales isótropos (las propiedades no dependen de la dirección), y homogéneos (propiedades constantes en todo el material), sólo es necesario dar un valor para cada propiedad del material dentro del elemento. En elasticidad tridimensional, para definir la relación tensión-deformación son necesarias dos magnitudes independientes (módulo de elasticidad longitudinal y coeficiente de Poisson). Para materiales isótropos y no homogéneos (p.ej.: debido a cambios de temperatura), hay que especificar las propiedades del material en varios puntos del elemento o dar una tabla de propiedades para que el programa obtenga el valor necesario mediante interpolación. Los materiales no isótropos son de naturaleza fibrosa (plásticos reforzados), otros de comportamiento más complejo se idealizan como tales (hormigón armado, placas reforzadas, etc.). Para el análisis dinámico es necesario introducir la

densidad del material, el Módulo de Young y el coeficiente de Poisson. Para el análisis térmico son necesarios los coeficientes de dilatación térmica.

Generación de la malla

Se distinguen las siguientes modalidades:

- Mallado libre. En operaciones de mallado libre, no se requieren restricciones especiales en el modelo sólido. En el mallado libre los elementos de superficie utilizados pueden presentar formas diversas o bien definirse una única configuración (triangular o tetraédrica), pudiendo especificar la forma deseada.
- Mallado mapeado. Mallado en el que se especifica que el programa implementa elementos de área tetraédrica, así como los elementos de volumen hexaédricos (*brick*) con el fin de generar un mallado mapeado. El mallado mapeado requiere que el área o volumen sea regular, es decir, debe cumplir unas condiciones especiales:
 - El área debe estar limitada por tres o cuatro líneas, si el área se limita por más de cuatro líneas, se pueden combinar o concatenar algunas de ellas, reduciendo el número de líneas a cuatro.
 - El número de divisiones de elementos en caras opuestas debe ser el mismo.
 - Si se especifican divisiones en una sola línea, cabe la posibilidad de transferir dichas divisiones a la línea opuesta.
 - El número de divisiones de elementos ha de especificarse incluso si el área está limitada por tres líneas y elementos hexaédricos.
 - El volumen debe tener forma de *brick* (limitado por seis caras), prisma (cinco caras) o tetraedro (cuatro caras).
 - Debe tener especificado un número igual de divisiones o elementos en líneas opuestas.
 - Se debe tomar un número uniforme de divisiones de elementos en un área triangular en el caso de prisma o un tetraedro.
- Mallado adaptativo. A partir de un mallado primario o inicial, el propio programa varía la malla automáticamente con el fin de conseguir un error determinado en un número de iteraciones máximas.

Tratamiento de la malla

La densidad de la malla depende principalmente del tipo de elemento utilizado y de la distribución de tensiones esperada en la estructura. Es fundamental elegir una densidad de malla adecuada para resolver el problema, ya que si es demasiado basta, no se consigue una solución correcta y si es demasiado fina el coste del análisis es desproporcionado. Para definir una buena malla es necesario tener alguna idea de la distribución de tensiones, en general es suficiente con conocer las zonas con gradientes de tensiones altos, adoptando mallas finas en las

zonas de cambio rápido de tensiones, y mallas más groseras en las áreas en las que las tensiones varían lentamente o son casi constantes.

Por otro lado, el usuario debe conocer la respuesta del elemento y las aproximaciones utilizadas en su formulación. Los elementos lineales requieren mallas más finas que los parabólicos, y estos más que los cúbicos.

Si se cumple la compatibilidad de desplazamientos a través de toda la estructura, se garantiza la convergencia monótona hacia la solución, a medida que se refina la malla. Si no hay continuidad no se puede asegurar esta convergencia y los resultados pueden oscilar alrededor de la solución final, a medida que se refina la malla o pueden converger a una solución errónea.

Los cambios rápidos de tensión ocurren en cualquier tipo de discontinuidad: en la geometría, en la carga, en las propiedades del material, etc. En problemas de elasticidad, las ecuaciones son tales que cualquier forma de discontinuidad sólo produce una perturbación local del campo de las tensiones y el efecto de la discontinuidad decae con la distancia, produciendo una concentración local de tensiones (Principio de Saint-Venant). En cada caso existe una longitud de decaimiento, que es la que define los cambios en la densidad de la malla, siendo necesario utilizar “mallas graduadas” a lo largo de la longitud de decaimiento. Si el objetivo del análisis no es encontrar la magnitud de la concentración de tensiones en una zona, sino en una zona suficientemente alejada, puede emplearse una malla más basta en la zona de la discontinuidad y la tensión obtenida en la zona de interés sigue siendo segura (si se ponen las condiciones de contorno y las leyes de transmisión de carga en la zona de interés).

Para generar la malla completa de una estructura, puede optarse por dos formas:

- malla de densidad uniforme sobre toda la estructura, con el tamaño del elemento definido por la zona más exigente, o
- malla de densidad variable:
 - número de elementos en los lados opuestos,
 - variando el número de elementos a lo largo de los lados opuestos, o
 - variando los tamaños de los elementos y manteniendo el mismo
 - con refinamiento automático de la malla.

Es casi imposible verificar una malla sin disponer de facilidades gráficas, sobre todo para mallas tridimensionales. Los requerimientos gráficos mínimos son:

- pantalla con resolución de 1024 x 1024 píxeles,
- posibilidad de ver la numeración de nodos y elementos,
- posibilidad de seleccionar partes de la estructura para su visualización,
- posibilidad de cambiar los puntos de vista y de mira,
- posibilidad de escalado selectivo en cualquier dirección,

- posibilidad de vistas explotadas,
- control de operaciones por cursor o por teclado,
- posibilidad de ocultar líneas,
- indicadores de nodos cercanos pero no conectados,
- dibujo de formas reales (frente a modelos alámbricos), y
- representación de ejes principales en vigas, placas, láminas, etc., ensamblaje de la matriz de rigidez y vectores de cargas.

4.4.2 Solución y ensamblaje

Ensamblaje

En cada fase de la aplicación del MEF (Métodos de los Elementos Finitos) hay que realizar una serie de comprobaciones con el objetivo de asegurar una realización correcta del mismo, destacando:

- Antes del análisis. Se realiza durante la generación de la malla y el proceso de formación de la matriz de rigidez y vectores de cargas.
- Durante el análisis. Son las comprobaciones de la consistencia de los datos y del condicionamiento del sistema de ecuaciones.
 - Errores fatales. No se puede continuar, finaliza la ejecución.
 - Avisos. Indican inconsistencias. Se puede continuar.
- Después del análisis. Para investigar los resultados y para intentar confirmar que la solución obtenida es correcta. En general se suele comprobar el orden de magnitud de los resultados obtenidos.

Los problemas que pueden aparecer a la hora de la generación y ensamblaje de elementos son debido principalmente a:

- una excesiva distorsión de elementos,
- conexión incorrecta entre elementos, o
- una mezcla incorrecta de los tipos de elementos.

Solución

El sistema de ecuaciones final que resulta es de la forma

$$Ax = b$$

el cual se puede resolver mediante los siguientes métodos:

- Métodos iterativos. Gauss-Seidel. De gran facilidad de programación, pero con una convergencia impredecible para las ecuaciones del MEF.
- Métodos directos. Eliminación de Gauss,
 - factorización:

- Gauss $A = LU$
- Choleski $A = LL^T$
- método frontal

4.4.3 Postproceso

El módulo de postproceso de un programa de elementos finitos nos permite la lectura de los resultados obtenidos tras realizar el análisis, lectura que puede hacerse de manera gráfica o listada. Los resultados básicos son los desplazamientos en nodos, y mediante interpolación, en el resto del dominio. Mediante derivación se obtienen deformaciones y tensiones, y multiplicando rigideces por desplazamientos se obtienen reacciones y fuerzas en los nodos.

Los resultados en desplazamientos son leídos en ejes globales, e indican la rigidez de la estructura. En general suelen ser resultados buenos, incluso con mallas bastas, aunque la solución dada por el MEF siempre es más rígida que la real.

Los resultados en tensiones presentan mayor error que los anteriores, y son utilizados en el diseño a resistencia y para diferentes casos de carga, simples y combinaciones. Pueden leerse en sistemas de coordenadas globales o locales. A menudo los mayores errores se dan en el contorno y los menores en los nodos interiores (puntos de Gauss). Los resultados en análisis modal (frecuencias de cada modo) son medianamente buenos. Conforme aumentamos el número de modos, los resultados son sensiblemente menos erróneos. Si los resultados no son correctos debemos revisar los datos introducidos y la densidad de la malla, y así realizar un nuevo análisis. Es en este caso cuando toma mayor importancia el mallado adaptativo. La imposición de condiciones de contorno apropiadas es una de las decisiones más complejas a la hora de realizar un análisis por elementos finitos, a la hora de obtener unos resultados fiables adquiere una gran importancia la aplicación de unas condiciones de contorno que representen fielmente el comportamiento real del problema.

4.5 EL MÉTODO NEWTON-RAPHSON EN ANSYS

El control automático de la solución de ANSYS usará el método de Newton-Raphson completo con descenso adaptativo desactivado si hay presentes no linealidades. No obstante cuando se usan elementos de contacto nodo-nodo o nodo-superficie para análisis de contacto con fricción, el descenso adaptativo es activado automáticamente. Los elementos de contacto requieren descenso adaptativo para conseguir convergencia.

Las diferentes opciones que afectan al método Newton-Raphson especifican con qué frecuencia la matriz de rigidez tangente es actualizada durante la solución:

- Elección por el programa (NROPT, AUTO). El programa elige cuál de las opciones usar, basándose en el tipo de no linealidad presente en el modelo. El descenso adaptativo se activa automáticamente cuando sea necesario.
- Completo (NROPT, FULL). El programa usa el procedimiento de Newton- Raphson completo, en el que la matriz de rigidez es actualizada en cada iteración de equilibrio.

Si el descenso adaptativo está activado, el programa usará la matriz de rigidez tangente sólo mientras las iteraciones permanezcan estables (es decir, mientras los residuos decrezcan y ningún pivote de la diagonal principal sea negativo). Si detecta tendencia a la divergencia el programa descarta las iteraciones divergentes y reinicia la solución utilizando una combinación ponderada de las matrices de rigidez tangente y secante. Cuando las iteraciones retoman una pauta convergente, el programa prosigue el proceso usando la matriz de rigidez tangente. Activando el descenso adaptativo se suele intensificar la capacidad del programa para obtener convergencia en problemas de no linealidad complicados.

Existen otros algoritmos que actualizan la matriz de rigidez para cada subescalón o que utilizan la matriz de rigidez inicial en cada iteración.

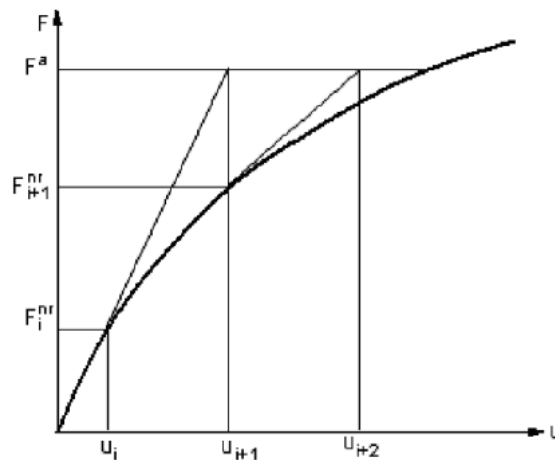


Fig. 4.1. Iteraciones en el proceso de solución de Newton-Raphson.

Modelo de unión viga-pilar con chapa de testa extendida

5.1 INTRODUCCIÓN

Históricamente las uniones atornilladas con chapa de testa extendida han gozado de una gran popularidad a la hora de conseguir uniones con un comportamiento rígido, esto puede atribuirse a la economía y sencillez asociadas con su diseño, fabricación y ejecución. Por otra parte es sabido que en el diseño de estructuras metálicas son necesarios requisitos tales como la sencillez, luminosidad, estructuras diáfanos, etc. Los códigos modernos, Eurocódigo 3 (EN-1993-1-8) y LRFD AISC (1990), permiten la introducción de uniones semirrígidas a la hora de realizar el análisis estructural, lo cual posibilita la combinación de requisitos funcionales junto con los requisitos de seguridad estructural.

El cálculo numérico basado en el Método de Elementos Finitos (MEF) se ha convertido en una herramienta fundamental para el cálculo del comportamiento de estructuras y para examinar aquellos fenómenos que determinan la respuesta de este tipo de uniones. La simulación de uniones atornilladas es generalmente un proceso complejo puesto que es un problema con un comportamiento tridimensional combinado con no linealidades geométricas y debidas al material, contacto, fricción, deslizamiento, interacciones tornillos-chapa de testa y fractura. Aunque todas estas situaciones complejas pueden ser simuladas con garantías debemos de apoyarnos siempre en resultados experimentales con el objetivo de obtener un modelo de cálculo suficientemente valido.

Se ha utilizado el programa de elementos finitos ANSYS, versión 15.0, para modelizar la unión viga-pilar con chapa de testa extendida, sobre la cual se ha realizado un ensayo previamente y obtenido su curva momento – rotación. A partir de dicha curva se ha realizado la validación del modelo numérico.

5.2 LOS MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS EN LOS EUROCÓDIGOS ESTRUCTURALES

En el Anejo C de la Norma EN 1993-1-5 se contempla la posibilidad de calcular estructuras metálicas mediante el Método de los Elementos Finitos. Nos proporciona una guía para el uso de dicho método para la verificación de los estados de carga últimos y el comportamiento a fatiga de las estructuras metálicas.

De acuerdo con la norma, es preciso seleccionar la linealidad o no del comportamiento del material y de la geometría en función del tipo de análisis a realizar.

Así mismo, se ha de seleccionar cuidadosamente el modelado de los componentes estructurales, las condiciones de contorno, el software de cálculo, el uso o no de imperfecciones, el modelado de las propiedades de los materiales empleados, las cargas aplicadas, los estados límite y los factores parciales que van a ser aplicados. Esto siempre debe realizarse de la manera más realista posible y dando prioridad a que los resultados estén del lado de la seguridad.

Para empezar a modelizar una estructura hay que decidir qué tipo de elemento utilizar (de tipo lámina o sólido volumétrico), y el tamaño de la malla de modo que se obtengan resultados precisos. En nuestro caso sólido volumétrico.

En cuanto a la modelización del comportamiento del material, con carácter general, se pueden considerar distintas curvas tensión-deformación en función de la precisión que se quiera obtener y de los datos disponibles. Se distingue:

Material perfectamente elastoplástico: en el cual tras alcanzar el límite elástico el comportamiento se modeliza con una recta de pendiente nula (Fig. 5.1).

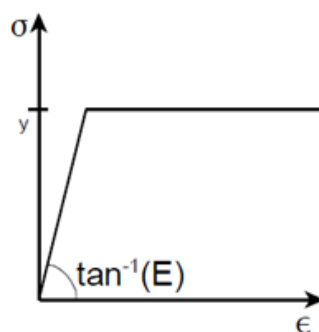


Fig. 5.1. Curva tensión – deformación material perfectamente elastoplástico

Material elastoplástico con endurecimiento nominal: tras alcanzar el límite elástico, se considera un endurecimiento con pendiente aproximadamente del orden de

$E/10000$, para evitar problemas numéricos del comportamiento perfectamente elastoplástico (Fig. 5.2).

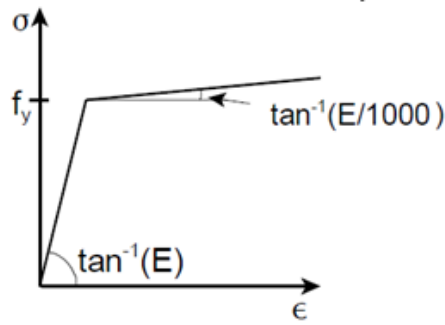


Fig. 5.2. Curva tensión deformación con endurecimiento nominal

Material elastoplástico con endurecimiento isotrópico: comportamiento bilineal, donde la pendiente tiene el valor de E , y se considera un endurecimiento con pendiente aproximada de $E/100$ en la parte plástica (Fig. 5.3).

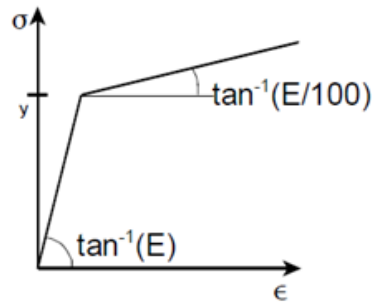


Fig. 5.3. Curva tensión – deformación de material elastoplástico con endurecimiento isotrópico

Material con ley de endurecimiento según la curva real de tensión-deformación modificada a partir de resultados experimentales (Fig. 5.4). Se debe hacer la siguiente transformación

$$\sigma_{real} = \sigma(1 + \epsilon)$$

$$\epsilon_{real} = \ln(1 + \epsilon)$$

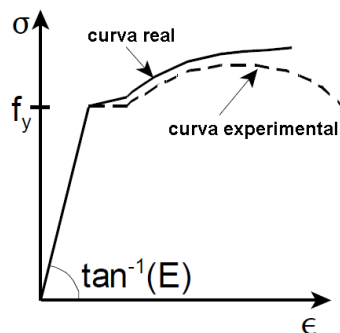


Fig. 5.4. Curva – tensión deformación con ley de endurecimiento según curva real

5.3 MODELOS NUMÉRICOS PREVIOS

Una de las primeras referencias que encontramos en la literatura al respecto del estudio por elementos finitos de uniones es Krishnamurthy y Graddy (1976). Krishnamurthy y Graddy desarrollaron un modelo tridimensional de uniones atornilladas, a partir de elementos subparamétricos de ocho nodos de tipo *brick* para reproducir el comportamiento de uniones de chapa de testa. Llevaron a cabo análisis elásticos lineales, en los que modelaron el contacto de manera artificial uniendo o separando los nodos adecuados en cada estado de carga, basándose en la distribución de tensiones en la unión. También compararon el efecto del pretensado en los tornillos. Finalmente llevaron a cabo una correlación entre los resultados obtenidos en el modelo de elementos finitos tridimensional y un modelo bidimensional con el que realizaron un estudio paramétrico de la unión. Posteriormente otros autores desarrollaron también modelos bidimensionales de uniones atornilladas obteniendo una buena correspondencia con los resultados experimentales, aunque las soluciones estimadas por estos modelos predicen soluciones más rígidas y resistentes cuando los campos de tensiones y desplazamientos en la unión se alejan de ser bidimensionales (Bursi y Jaspár, 1998).

Kukreti y otros (1987) presentaron un modelo similar a Krishnamurthy y Graddy (1976) para reproducir la relación momento-rotación de uniones de chapa de testa. Los resultados obtenidos fueron excelentes, pero solo pueden ser aplicados dentro del rango para el que han sido validados los análisis.

Posteriormente Kukreti y otros (1989) desarrollaron por primera vez modelos híbridos en los que se combinaron elementos sólidos tridimensionales, para modelar las chapas y los tornillos, junto con elementos planos para el alma y los rigidizadores. También desarrollaron modelos de elementos finitos para uniones rigidizadas en T, obteniendo resultados satisfactorios tratando a su vez temas como la discretización y el tipo de criterio de rotura.

Sherbourne y Bahaari (1994, 1997) evaluaron las características momento-rotación de uniones de chapa de testa atornillada. Para ello realizaron modelos tridimensionales usando ANSYS, supusieron una conexión continua entre los nodos de la cabeza de los tornillos y los correspondientes nodos de las chapas de contacto, restringiendo de ese modo giros relativos entre tornillos y chapa.

En 1996 Choi y Chung usaron el paquete de elementos finitos ADINA para modelar uniones con chapa de testa extendida, estudiando la influencia de la existencia o no de rigidizadores en la zona de compresión. Tuvieron en consideración el efecto del pretensado y la forma del vástago, cabeza de tornillos y tuercas, en el modelo. Compararon las curvas momento-rotación obtenidas con dicho modelo con resultados experimentales, obteniendo una buena correlación entre ambos.

Bursi y Jaspar (1998, 1997a,b) llevaron a cabo modelos de conexiones del tipo T-stub y chapa de testa extendida sin rigidizar (figura 5.1), usaron los paquetes comerciales ABAQUS y LAGAMINE. En Bursi y Jaspar (1997a) encontramos una primera parte del estudio posteriormente llevado a cabo en Bursi y Jaspar (1997b). En esta primera parte se analizan uniones simplificadas del tipo T-stub, con el objetivo de fijar parámetros del modelo de elementos finitos como: la malla, número de nodos y puntos de integración del elemento, coeficiente de fricción, tipo de contacto, etc. En este modelo únicamente se modelaron la chapa de testa, la viga y los tornillos en la zona de tracción, sin incluir el pilar (figura 5.1). Para la validación de su modelo, compararon los resultados con experimentos en los que no se incluía la flexibilidad correspondiente al pilar, obteniendo unos buenos resultados para las curvas momento-rotación al compararlas con las experimentales, sin embargo, no realiza comparación alguna para las fuerzas en tornillos.

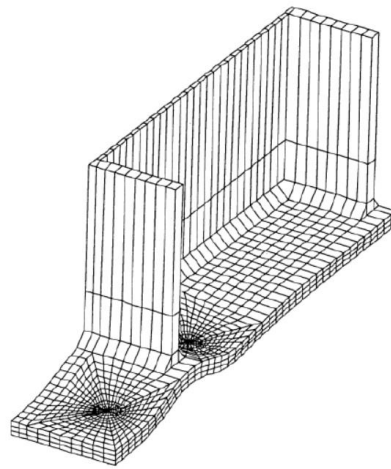


Figura 5.5. Modelo de elementos finitos realizado por Bursi y Jaspar (1997a)

Troup y otros (1998) utilizaron el programa ANSYS para crear un modelo numérico de uniones con chapa de testa extendida y del tipo T-stub. Consideraron curvas tensión deformación bilineales tanto para el vástago como para los perfiles. Incluyeron en el análisis de su modelo la no-linealidad geométrica y la debida al material, tanto para los perfiles como para los componentes del contacto. Troup y otros realizaron una comparación entre elementos lamina y elementos sólidos, llegando a la conclusión de que con los primeros se consigue una precisión similar que, con los sólidos, pero se reduce el tiempo computacional necesario.

Bahaari y Sherbourne (2000) utilizaron ANSYS para realizar un modelo con chapa de testa extendida. Utilizaron elementos lámina para la chapa de testa y elementos tipo *spar* conectando un nudo de la chapa de testa con otro nudo del ala del pilar. No modelaron ni cabeza del tornillo ni tuerca, aumentando el espesor de los elementos de la chapa de testa y el pilar para compensar el efecto rigidizador.

Sumner y otros (2000) realizaron un modelo numérico en ANSYS (figura 5.3), modelando la viga y el pilar con elementos sólidos de ocho nodos, y los tornillos y chapa de testa con elementos sólidos de veinte nodos. Llevaron a cabo un estudio para dos tipos de configuraciones de uniones de chapa de testa propuestas por la AISC y determinaron la validez de dichas uniones frente a cargas cíclicas. Los resultados obtenidos con el modelo indican que la simulación por elementos finitos puede ser utilizada para predecir el comportamiento de las uniones de chapa de testa.

Basándose en las recomendaciones realizados anteriormente por Bursi y Jaspar (1998), Citipitioglu y otros (2002) modelaron uniones semirrígidas de doble angular de alma y ala. Realizaron estudios paramétricos para investigar el efecto que tiene la fricción y el pretensado de los tornillos en el comportamiento de la unión. Utilizaron elementos sólidos de ocho nodos con integración completa y modos incompatibles para modelar todos los componentes de la unión. Incorporaron de forma explícita el contacto entre los elementos de la unión.

Maggi y otros (2005b, a) han realizado un modelo en ANSYS aplicando elementos sólidos hexaédricos con modos incompatibles. Utilizaron elementos del tipo *beam* para modelar el comportamiento de la viga lejos de la unión. Llevaron a cabo un análisis de la influencia de parámetros tales como el espesor de la chapa de testa y el diámetro de los tornillos, en el comportamiento de la unión. También con elementos sólidos de ocho nodos, Kanchanalai y Suparp (2005) usaron ABAQUS para modelar uniones con angulares en ala y alma.

Más recientemente, Cabrero Ballarín (2006) utilizó los programas ABAQUS y COSMOS/M para realizar dos modelos de uniones con chapa de testa extendida, aplicando las recomendaciones sugeridas por Bursi y Jaspar (1998) en lo referente a tipo de elemento, coeficiente de fricción y discretización. Para el modelo en ABAQUS utilizó elementos sólidos hexaédricos de ocho nodos y modos incompatibles, mientras que para el modelo en COSMOS/M empleó elementos viga para el modelado de los tornillos y elementos placa para el resto de elementos de viga, pilar, y chapa de testa. En el caso del modelo en COSMOS/M, para la superficie de contacto entre el ala del pilar y la chapa, tanteó diferentes estrategias como realizar un acoplamiento de los grados de libertad entre nodos sin llegar a buenos resultados, por lo que finalmente se utilizaron elementos GAP. Para ambos modelos obtuvo una aproximación bastante buena presentando una rigidez ligeramente inferior al resultado experimental y una resistencia ligeramente superior.

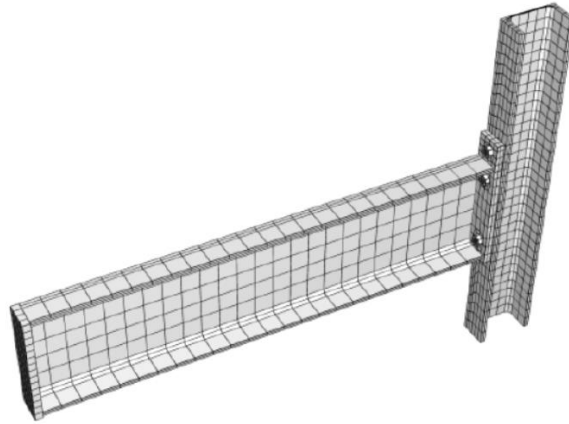


Figura 5.6. Modelo numérico de la unión de chapa de testa extendida realizado con ABAQUS (Cabrerero Ballarín, 2006)

5.4 CONSIDERACIONES GENERALES PARA EL MODELADO DE UNIONES SEMIRRÍGIDAS DE CHAPA DE TESTA EXTENDIDA

La última generación de paquetes comerciales de elementos finitos es capaz de simular casi todos los fenómenos complejos que caracterizan a las uniones semirrígidas con chapa de testa extendida. Sin embargo, permanecen aún algunas dificultades en el análisis numérico a la hora de conseguir modelos que sean capaces de representar de forma precisa el comportamiento de la unión, con costes computacionales relativamente bajos. Estos problemas surgen a la hora de la elección de la ley constitutiva de los distintos materiales, el número de puntos de integración y el tipo de elemento, la densidad y el tipo de mallado, el método de análisis, etc.

En esta sección se justifica la elección realizada de todos estos parámetros que influyen en el modelo de elementos finitos de nuestra unión de chapa de testa extendida. En concreto nos centraremos en las posibilidades que nos ofrece el software que utilizaremos para la modelización de la unión, ANSYS.

5.4.1 Elección Tipo de elemento

En este apartado se ha analizado el tipo de elemento y las características del mismo que se adecuan de la mejor manera posible al modelo de nuestra unión.

La conexión se ha generado con elementos tridimensionales, elementos sólidos y elementos de unión. En particular, los elementos sólidos son hexaédricos y se han usado para modelar el medio continuo. Los elementos de unión se han empleado en la simulación del elemento de contacto.

El uso de elementos sólidos en la discretización se debe a que son los más adecuados a la hora de analizar problemas en los que incluyen fenómenos de contacto, plasticidad y grandes deformaciones. También se ha optado por los elementos hexaédricos ya que poseen una mejor tasa de convergencia que los tetraédricos y una menor sensibilidad a la orientación del mallado. En el caso de un análisis de tres dimensiones es recomendable utilizar elementos hexaédricos puesto que dan buenos resultados a un mínimo costo.

En la biblioteca de EF del paquete comercial ANSYS hay dos tipos de elementos sólidos hexaédricos: el elemento de ocho nodos (SOLID45 y SOLID185) y el elemento de veinte nodos (SOLID95 y SOLID186). En las Fig. 5.7 y Fig. 5.8 se muestra la geometría, la localización de los nodos y el sistema de coordenadas de los elementos SOLID45 y SOLID95 respectivamente.

Estos elementos pertenecen a una familia de elementos isoparamétricos serendípi, es decir, no tienen nodos en el interior y la interpolación de la geometría y desplazamientos se lleva a cabo por medio de las mismas funciones de forma. Los elementos tienen tres grados de libertad por nodo (x , y y z) y se integran numéricamente.

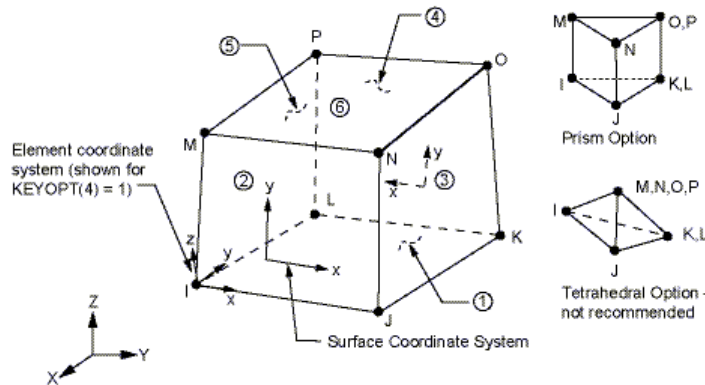


Fig. 5.7. Elemento sólido de 8 nodos, SOLID45 (ANSYS, 2009b).

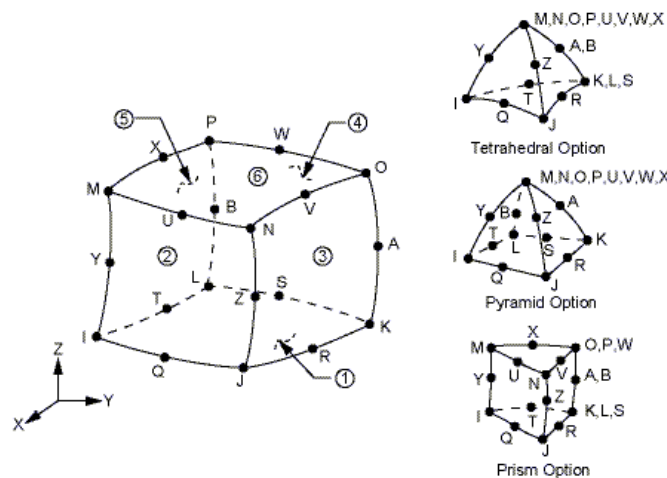


Fig. 5.8. Elemento sólido de 20 nodos, SOLID95 (ANSYS, 2009b).

La elección de uno u otro tipo de elemento depende de su aplicación. En problemas de elasticidad lineal, los elementos de orden superior (veinte nodos) son más precisos que los de ocho nodos. Mientras que en el caso de problemas no lineales, que implican plasticidad y fenómenos de contacto, en los que los elementos tienen que reproducir discontinuidades en el campo de las deformaciones, son más adecuados los elementos de primer orden (ocho nodos).

Para nuestro modelo de uniones atornilladas con chapa de testa extendida, la elección de un elemento de primer orden parece aconsejable frente a uno de segundo orden, debido a sus ventajas frente a situaciones complejas de contacto y al menor coste computacional.

5.4.2 Discretización

5.4.2.1 Introducción

Es intuitivo que a mayor número de elementos empleados, los resultados obtenidos en un análisis de elementos finitos serán mejores. Aún así, el coste computacional que supone a nivel de memoria y tiempo de cálculo exige que se realice un estudio de la malla óptima, llegando a un compromiso entre calidad de los resultados y los recursos empleados en su obtención.

Para los miembros que conforman la unión, es conveniente utilizar un mallado con elementos rectangulares uniformes, de manera que la malla sea lo más uniforme posible y se obtengan resultados precisos. El método de obtención de una malla adecuada pasa por un análisis de convergencia.

Para obtener una mayor precisión en los resultados disminuyendo al máximo el coste computacional, utilizamos una malla fina en las regiones cercanas a la unión donde esperamos tener grandes gradientes de tensiones y deformaciones, mientras que en las zonas lejanas a la unión, donde existen pequeños gradientes de tensiones, usaremos una malla mucho más grosera. Este modelo permite aumentar la precisión en las zonas próximas a la conexión, que son el objeto de nuestro estudio.

5.4.2.2 Estudios previos

A la hora de realizar nuestro mallado hemos de tener en cuenta el estudio realizado por Bursi y Jaspas (1998), en el que examinaron las características de los elementos hexaédricos de ocho nodos y de contacto en función de la discretización del modelo. Para ello realizaron modelos de problemas dominados por la flexión. Las condiciones de contorno establecidas corresponden a las de un problema de deformación plana. Del estudio podemos concluir que una única capa de elementos en el

canto aporta resultados insatisfactorios. Con dos capas los resultados son satisfactorios en el régimen elástico, pero no son adecuados en el plástico. A partir de dos capas de elementos se observan excelentes resultados incluso para grandes desplazamientos.

Posteriormente Cabrero Ballarín (2006) realizó un análisis complementario utilizando elementos C3D8I de la biblioteca de ABAQUS. Los resultados obtenidos corroboran los aportados por Bursi y Jaspas (1998), mostrando en la figura 5.18(d) que con tres capas de elementos percibimos mejor el comportamiento de la sección, y la distribución de tensiones es menos burda.

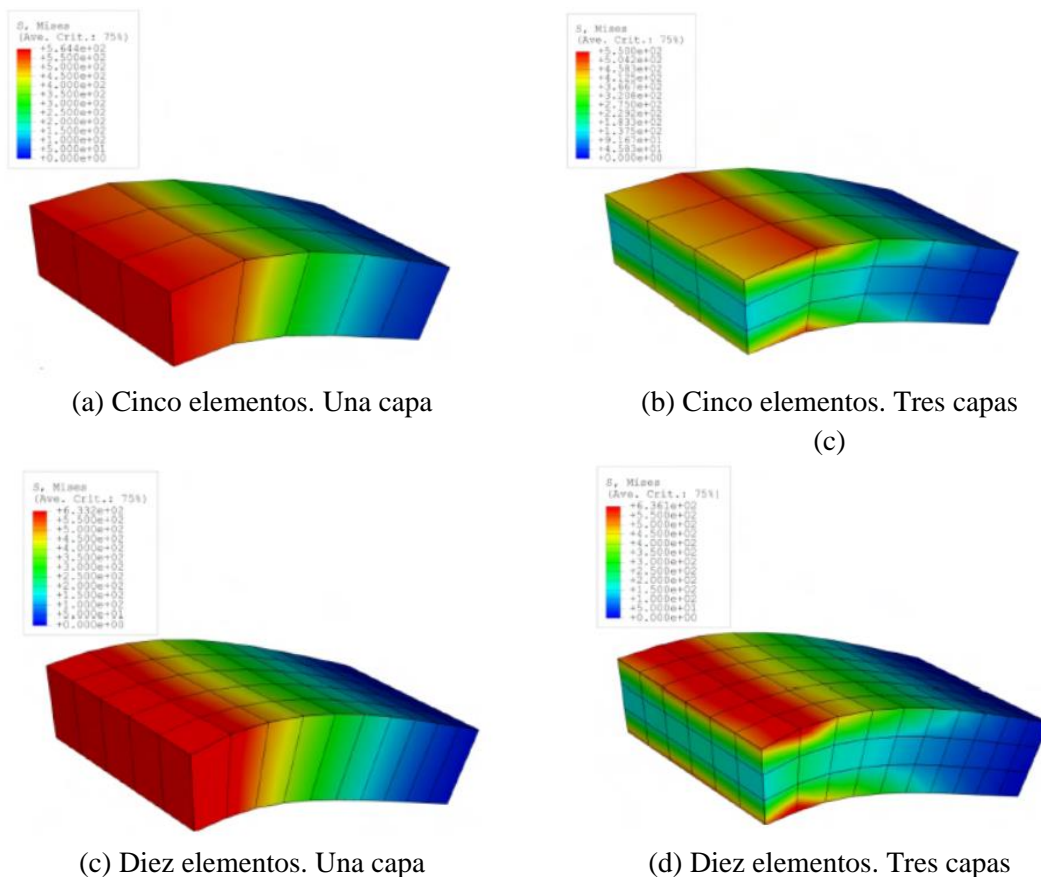
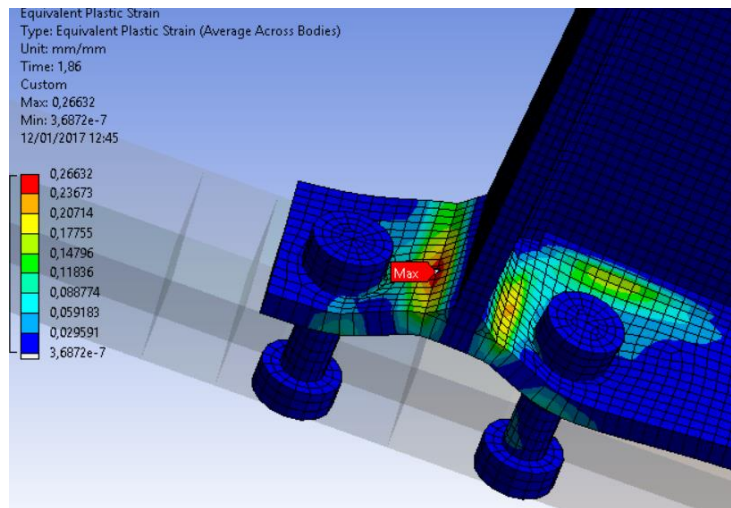
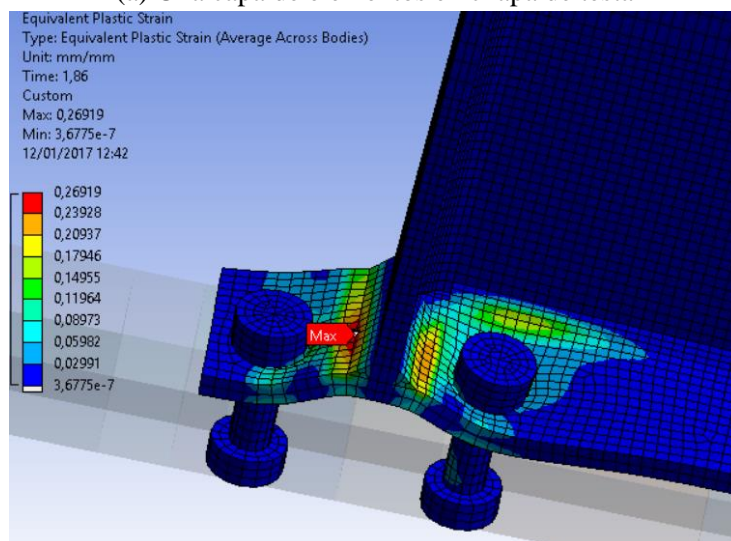


Figura 5.9. Análisis comparativo. Mejora de los resultados numéricos al aumentar el número de capas de elementos (Cabrero Ballarín, 2006)

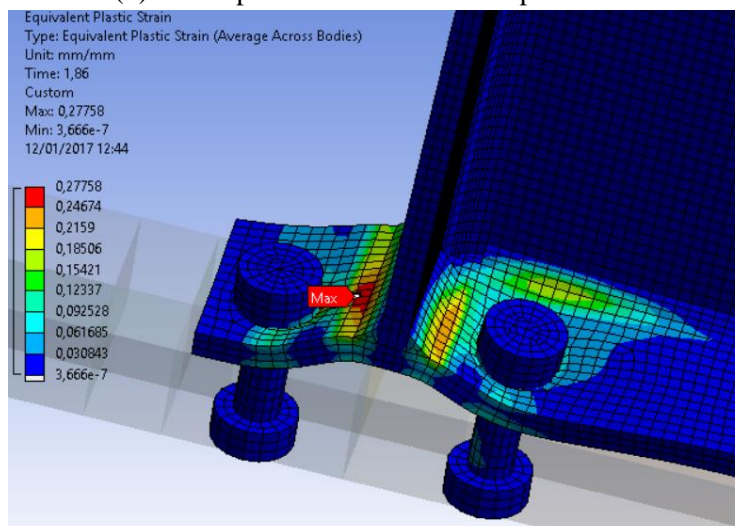
A continuación, se muestran nuestro modelo teniendo en cuenta una, dos y tres divisiones en la chapa de testa. Podemos apreciar claramente como usando tres divisiones, como recomienda Bursi y Jaspas (1998), obtenemos una distribución de tensiones más precisa y conseguimos predecir adecuadamente el comportamiento a flexión de la chapa de testa, así como la formación de rótulas plásticas en las zonas de unión entre el ala de la viga y la chapa de testa.



(a) Una capa de elementos en chapa de testa



(b) Dos capas de elementos en chapa de testa



(c) Tres capas de elementos en chapa de testa

Figura 5.10. Influencia del número de capas de elementos en el espesor de la chapa de testa. Deformación plástica equivalente. Modelo ANSYS

5.4.2.3 Observaciones del mallado

Para obtener una mayor precisión en los resultados disminuyendo al máximo el coste computacional, utilizamos una malla fina en las regiones cercanas a la unión donde esperamos tener grandes gradientes de tensiones y deformaciones, mientras que, en las zonas lejanas a la unión, donde existen pequeños gradientes de tensiones, usaremos una malla mucho más grosera. Este modelo permite aumentar la precisión en las zonas próximas a la conexión, que son el objeto de nuestro estudio.

El modelo de elementos finitos está formado en su totalidad por elementos tridimensionales (SOLID45), tomamos como referencia los resultados correspondientes a un tamaño de malla lo más fino posible. Con un tamaño de elemento de cinco mm conseguimos tres capas de elementos en el ala del perfil.

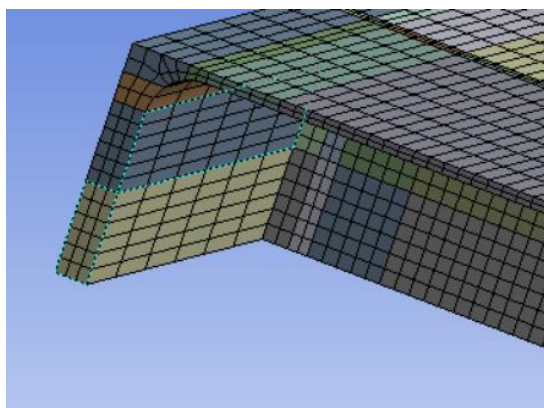
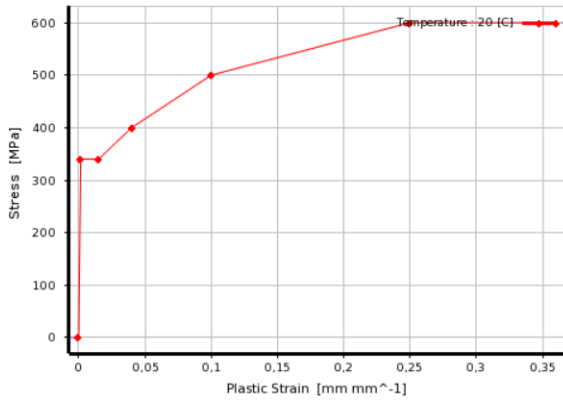


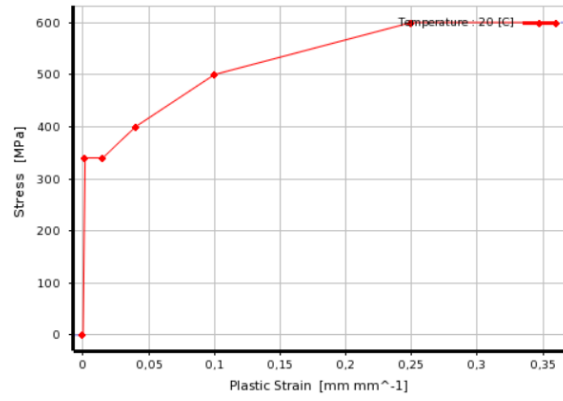
Figura 5.11. Detalle de la malla del perfil IPE300 en función del tamaño de elemento

5.4.3 Modelado de los tornillos. Introducción del pretensado

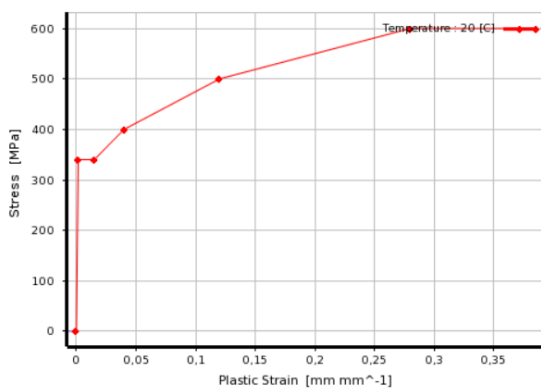
La unión atornillada se compone de cabeza y vástago del tornillo, tuerca, chapa de testa y ala del pilar. Antes de desarrollar el modelo de elementos finitos, es necesario determinar las características de la unión atornillada y el modelo a utilizar. En situaciones donde es necesario simular una estructura con un número elevado de tornillos, utilizar un modelo de tornillos con elementos *brick* puede conllevar un coste computacional.



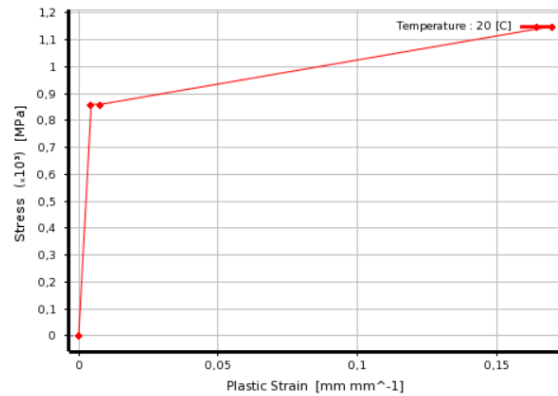
(a) Alma de la viga



(b) Ala de la viga



(c) Chapa de testa



(d) Tornillos

Figura 5.12. Curvas tensión-deformación del acero de los distintos componentes de la unión

Los tornillos en este tipo de uniones se comportan de modo tridimensional. Para nuestro modelo utilizaremos un modelo basado en elementos *brick* (SOLID45) de ocho nodos y con integración completa. Geométricamente los tornillos se definen como un cilindro con el diámetro correspondiente a su sección resistente. Tanto la cabeza del tornillo como la tuerca son modeladas con su diámetro y espesor medios.

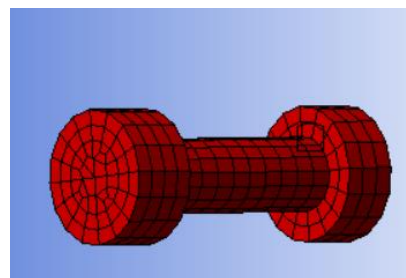


Figura 5.13. Modelo elementos finitos de los tornillos con elementos *brick*

Precarga. Trabajar con pretensado conlleva cierta dificultad asociada a determinar la fuerza de precarga producida por un determinado momento de apriete. Existen varios métodos para modelar este fenómeno, incluyendo análisis térmicos con variaciones de temperatura que introduzcan tensiones en la estructura equivalentes al efecto del apriete, o mediante elementos viga conectados por elementos rígidos, sometidos a tensiones de compresión.

El pretensado de los tornillos lo realizamos mediante el comando PSMESH y SLOAD de ANSYS y los elementos PRETS179. Para ello basta con seleccionar una superficie cilíndrica para definir la precarga. Mediante el comando PSMESH, ANSYS realiza una división de la malla en dos partes e introduce los elementos de pretensado (PRETS179), que se encargan de establecer las ecuaciones de restricción correspondientes entre las dos partes.

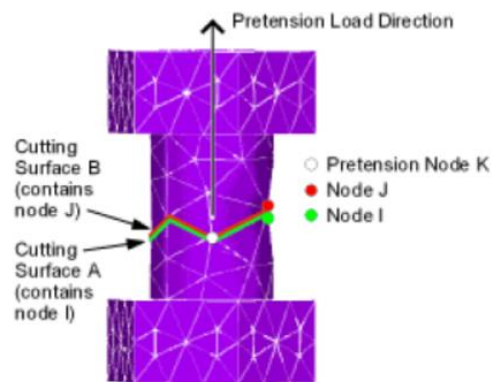


Figura 5.14. Definición del pretensado (ANSYS, 2005a)

Las superficies A y B mostradas en la figura 5.14 deben tener nodos coincidentes. Los lados A y B de la sección de pretensado son conectados por uno o más elementos de pretensado, uno por cada par de nodos coincidentes. El nodo de pretensado (K en la figura 5.14) se usa para controlar y monitorizar las tensiones en la sección de pretensado. Tras introducir los elementos PRETS179, aplicamos en la primera etapa de carga el pretensado, introduciendo bien una fuerza o un desplazamiento al nodo K. En nuestro caso introducimos una fuerza, la cual será bloqueada en las sucesivas etapas de carga, de manera que los efectos producidos inicialmente por dicha fuerza son preservados como desplazamientos después del bloqueo de la misma.

5.4.4 Formulación del contacto

Dentro de los cuatro modelos de contacto propuestos por ANSYS, para nuestro modelo de elementos finitos escogemos el contacto superficie-superficie, ya que es el que mejor sea justa al tipo de problema. El tipo de contacto superficie-superficie es el más adecuado para modelos de uniones atornilladas, permite la utilización de elementos de bajo y alto orden de interpolación en la zona de contacto, además las superficies que

intervienen en el contacto pueden tener mallados distintos y no es preciso conocer la localización del contacto inicialmente. Este tipo de contacto es el adecuado para problemas con grandes deformaciones y rotaciones.

Utilizaremos como elementos de contacto el CONTA173 (3D ocho nodos, figura 5.7) y para la superficie principal el TARGET170. Se impide que los nodos de la superficie de contacto penetren en la superficie principal, mientras que para el caso de la superficie principal sus nodos podrían, en principio, penetrar en la superficie secundaria. Esta penetración viene fijada a partir de un factor de tolerancia, FTOLN, que fija la penetración permitida en función del tamaño de la capa superficial de elementos del contacto, en nuestro modelo de elementos finitos fijamos la penetración máxima permitida en un valor constante de 0,08 mm. El tipo de contacto utilizado es un contacto asimétrico y el algoritmo de contacto Augmented Lagrangian method, que fueron descritos con mayor detalle en la sección 3.4.3. La tabla 5.4 recoge de forma resumida las regiones de contacto existentes en nuestro modelo numérico y las características del contacto en cada una de ellas.

Modelo de fricción. En las superficies de contacto definidas en nuestro modelo no solo se transmiten presiones normales, también se transmite cortante. El modelo utilizado para relacionar ambas es el modelo clásico de fricción de Coulomb. Según este modelo cuando dos superficies entran en contacto pueden transmitir tensiones debidas al cortante a través de la interfaz que las separa, hasta alcanzar una cierta magnitud a partir de la cual comenzaran a deslizar. Este estado es conocido como adhesión (*sticking*). El modelo de fricción de Coulomb considera una tensión equivalente como una fracción de la presión normal transmitida, P,

$$\tau_{crit} = \mu \cdot P$$

donde μ es el coeficiente de fricción. Una vez superada τ_{crit} las dos superficies comenzarán a deslizar una con respecto a la otra, este estado es conocido como deslizamiento (*sliding*). El modelo de fricción considerado en ANSYS es isótropo, es decir, se define mediante un único valor del coeficiente de fricción, igual en todas las direcciones.

Estudios realizados por Bursi y Jaspar (1998) y posteriormente por Citipitioglu y otros (2002), analizaron la influencia que tiene una variación del coeficiente de fricción en el modelo de elementos finitos a la hora de predecir el comportamiento de uniones con chapa de testa extendida, de los que se puede concluir que su influencia sobre el comportamiento rotacional de la unión es mínima.

5.5 MODELO NUMÉRICO DE LA UNIÓN

5.5.1 Descripción del modelo ANSYS

Modelo CAD. Este es el modelo desarrollado por la herramienta DESIGN MODELER de ANSYS, empleado en desarrollos posteriores. Con el objetivo de disminuir el coste computacional modelamos media unión, estableciendo las condiciones de contorno adecuadas en los planos de simetría. La tabla 5.1 muestra el número de entidades que forman el modelo CAD.

El modelo CAD consta de los siguientes componentes:

- Viga
- Columna o pilar
- Chapa de testa
- Cordones de soldadura
- Tornillos y tuercas
- Chapa o rigidizador para la aplicación de la carga en el extremo de la viga

Tabla 5.1. Relación del número de entidades del modelo CAD

Entidades	Cantidad
Vértices	698
Ejes	1615
Caras	1207
Cuerpos	288

Todos los elementos se han diseñado de acuerdo a las medidas utilizadas en el ensayo experimental, tanto su geometría como sus propiedades.

Los volúmenes fueron construidos a partir de la extrusión de la mitad de la sección de los perfiles correspondientes a la viga y a la columna. Tal y como muestra las imágenes mostradas a continuación se realizaron una serie de cortes sobre los volúmenes correspondientes a viga, pilar, y chapa de testa, con el objetivo de conseguir un control exacto de la malla en las regiones próximas a la unión. Con el mismo objetivo se realizaron las marcas de la geometría tanto de la cabeza de los tornillos como del perfil de la viga y los cordones de soldadura, sobre la superficie de la chapa de testa (figura 5.18). Los tornillos se definen geoméricamente como un cilindro con el diámetro correspondiente a su sección resistente. La cabeza es modelada con su diámetro y espesor medios.

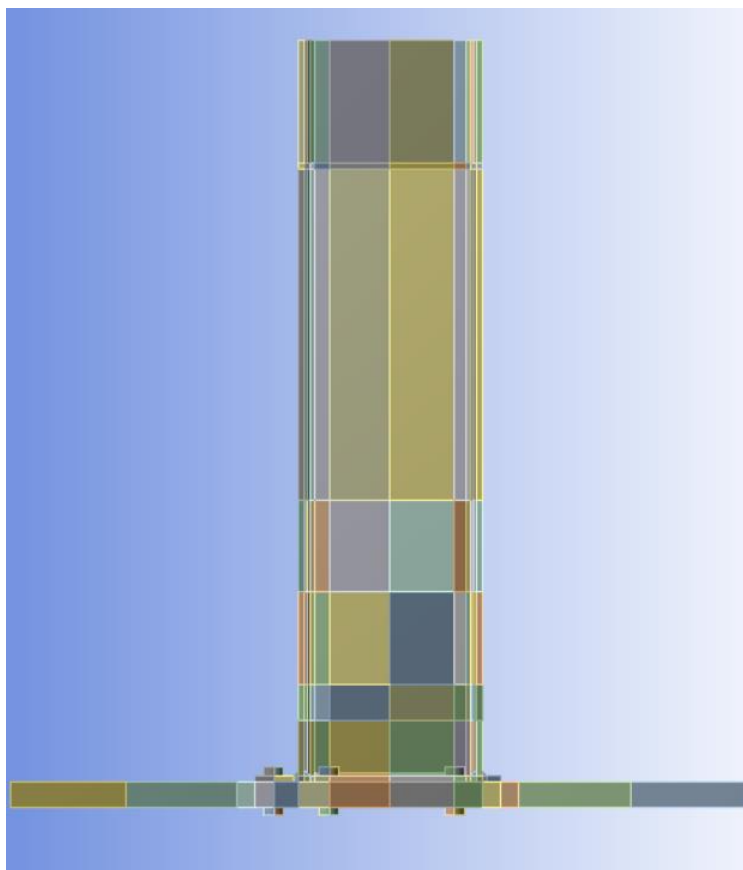


Figura 5.15. Modelo CAD. Conjunto

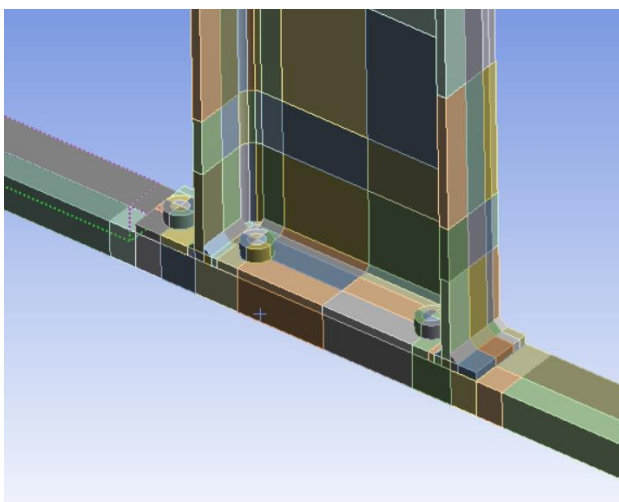


Figura 5.16. Modelo CAD. Detalle

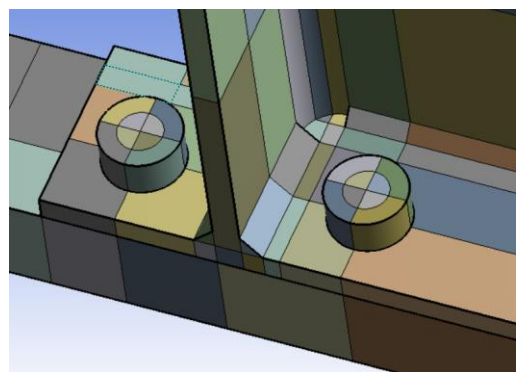


Figura 5.17. Detalle de la soldadura

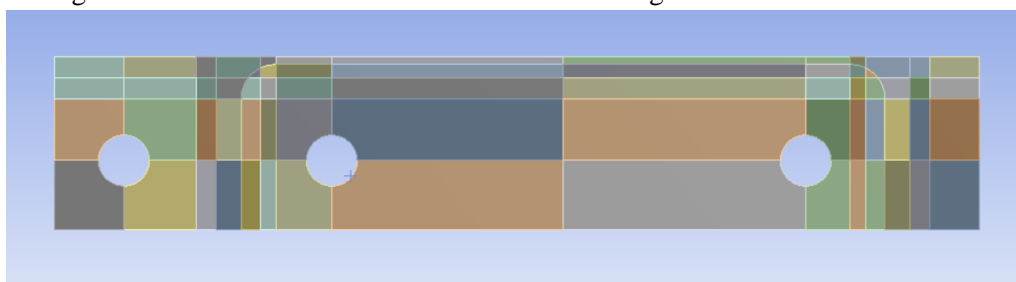


Figura 5.18. Marcas sobre la superficie de la chapa de testa

Modelo de Elementos Finitos. Los elementos empleados son elementos sólidos. Se emplea el elemento SOLID45 ESF (*extra shape functions*), elemento sólido de ocho nodos, para el modelado de la chapa de testa, apoyos y los perfiles. Los tornillos se modelan con el elemento SOLID45 (con integración completa y sin funciones de desplazamientos adicionales).

A partir de los resultados obtenidos en la sección 5.4.2, dividimos el espesor de la chapa de testa y tuercas en tres elementos, el de las cabezas de los tornillos en 4, pues tiene un espesor suficiente para ello, y mantenemos el espesor de las alas de los perfiles con tres elementos. Como vimos en la sección anteriormente, son necesarios un mínimo de dos elementos a lo largo del espesor de componentes sometidos a flexión para representar adecuadamente su comportamiento. Para elevar la exactitud en las zonas críticas (próximas a la zona de la unión), variamos la densidad del mallado, optando por un mallado fino en las regiones cercanas a la unión y otro más grosero en zonas más alejadas, realizando una transición entre ambas con un tamaño de elemento intermedio.

De esta manera conseguimos aumentar la precisión de los resultados en las zonas de interés, a la vez que disminuimos el coste computacional de nuestro modelo. La tabla 5.2 muestra el tamaño de malla seleccionado para cada zona de nuestro modelo numérico.

Tabla 5.2. Tamaños de malla en el modelo numérico

Regiones	Tamaño elemento (mm)
Chapa de testa	5
Cabeza de tornillo y tuercas	5
Vástago	5
Cordones de soldadura	5
Viga cercana a la unión	5
Viga lejana a la unión	35
Columna cercana a la unión	5
Columna lejana a la unión	10

Tabla 5.3. Relación del número de entidades del modelo MEF

Entidades	Cantidad
Elementos	20691
Nodos	24654

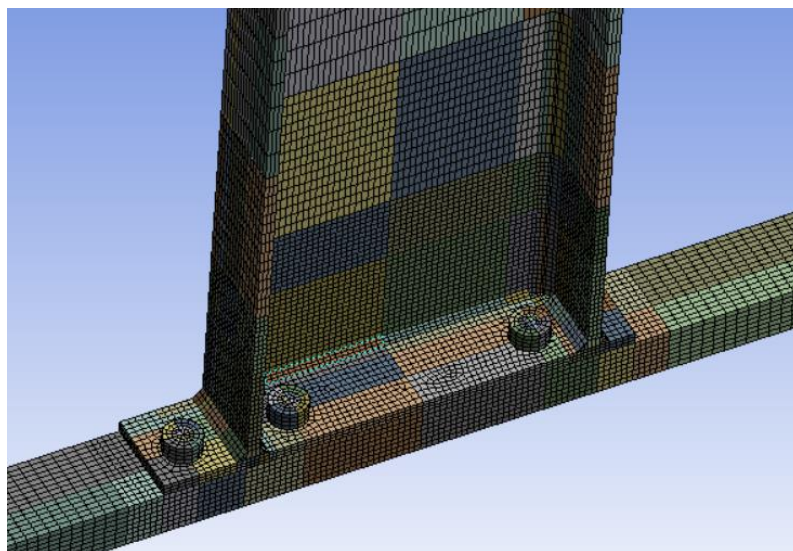


Figura 5.19. Modelo de elementos finitos de la unión

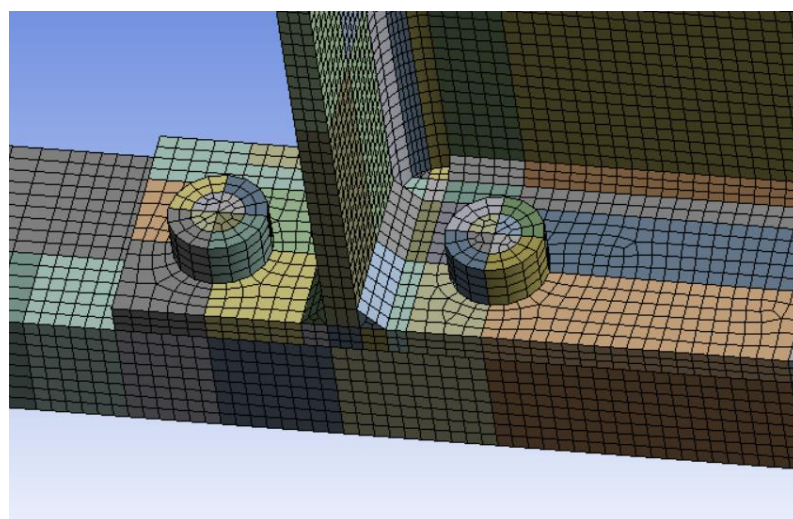


Figura 5.20. Detalle de la malla en las regiones próximas a la unión

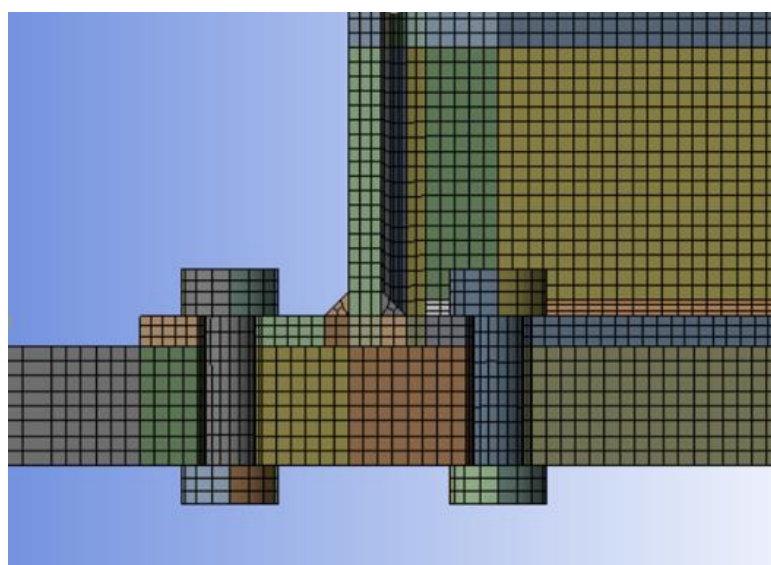


Figura 5.21. Detalle del tamaño de malla, T-stub 1ª y 2ª filas de tornillos

Tabla 5.4. Definición de las regiones de contacto

Región de contacto	Tipo de contacto	Algoritmo
Chapa de testa-Pilar	-Superficie-Superficie -Asimétrico - $\mu = 0,5$	Augmented Lagrangian method.
Tornillos-Chapa de testa	-Superficie-Superficie -Asimétrico - $\mu = 0,5$	Augmented Lagrangian method.
Tornillos-Pilar	-Superficie-Superficie -Asimétrico - $\mu = 0,5$	Augmented Lagrangian method.

Condiciones de contorno Para simular los apoyos y conseguir fijar el modelo consideramos las dos caras exteriores de la columna como soportes.

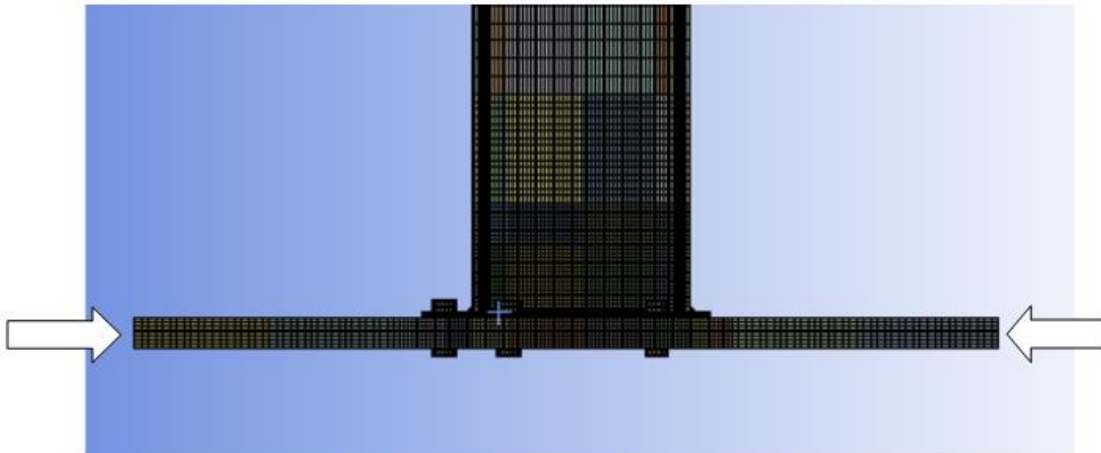


Figura 5.22. Condiciones de contorno en los apoyos

Parámetros de análisis El objetivo de realizar un modelo de elementos finitos radica en determinar las tensiones y deformaciones producidas en los miembros de la unión, al aplicar una carga. De esta manera, se pueden reproducir las fuerzas de colapso y los distintos modos de fallo que aparecen en la unión. También se pueden obtener las tensiones, deformaciones y desplazamientos en los puntos que se deseen para poder crear curvas fuerza-desplazamiento o tensión-deformación como las que se obtienen en un ensayo real.

El análisis se ha realizado en dos etapas de carga:

- En la primera etapa se introduce una carga de pretensado en los tornillos equivalente al 30% del límite elástico. El número mínimo de Substep utilizados en este paso de carga es de 3 y el número máximo de 10.
- En la segunda etapa se introduce una carga en el extremo de la viga, en la dirección negativa del eje z para conseguir el momento en la unión. En el análisis no lineal, se ha aplicado una carga desde 0 kN hasta el colapso de la unión. Hay que considerar que debido a la simetría, la carga se reduce a la mitad en nuestro modelo con ANSYS, por lo que la carga irá de 0 kN hasta 175 kN. Esta etapa de carga es necesario dividirla en un mayor número de substeps por dos razones, en primer lugar la no linealidad del contacto en esta etapa es mucho más acusado, este hecho unido a la no linealidad debida a la plasticificación del material implica un aumento del número de pasos de carga. Por otro lado es necesario dividir la carga en un número de pasos suficiente para conseguir una buena representación de la curva momento-giro de la unión. El número de substep mínimo en este caso es de 20 y el máximo de 60.

5.5.2 Descripción ensayo experimental Test FS1a

En el presente proyecto se utilizan, para la validación del modelo numérico en elementos finitos, resultados del ensayo experimental de evaluación de la ductilidad de las uniones de chapa extendida de Ana M. Girão Coelho (2004).

El ensayo FS1a consiste en una unión viga-pilar con chapa de testa. Se empleó un perfil HEB 340 para el pilar y un IPE 300 para la viga, con acero S275. Las propiedades geométricas están recogidas en la figura 5.23 y en la tabla 5.5.

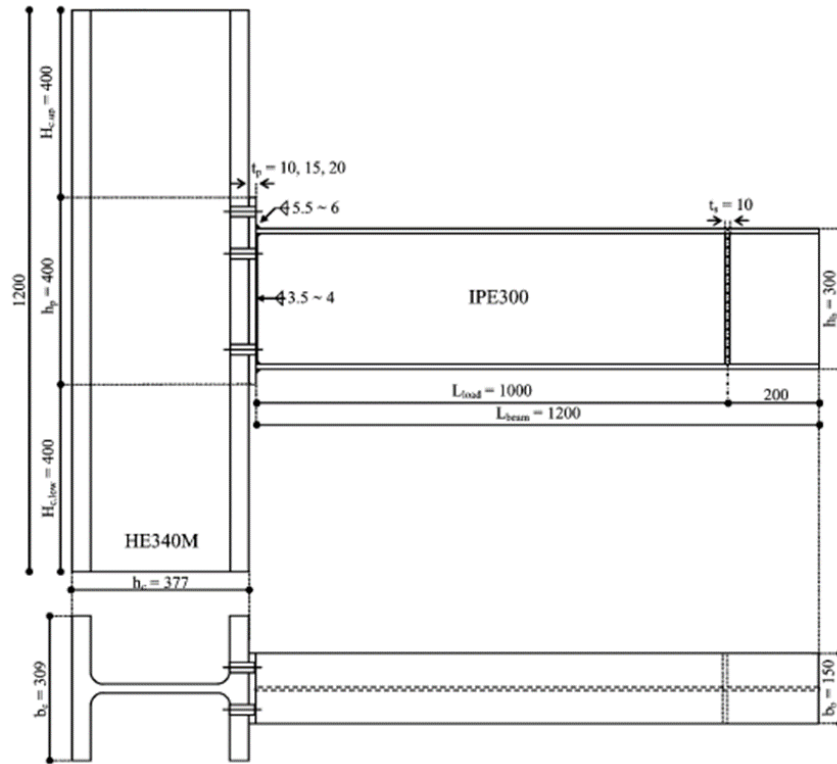


Figura 5.23. Geometría de los elementos (dimensiones en mm)

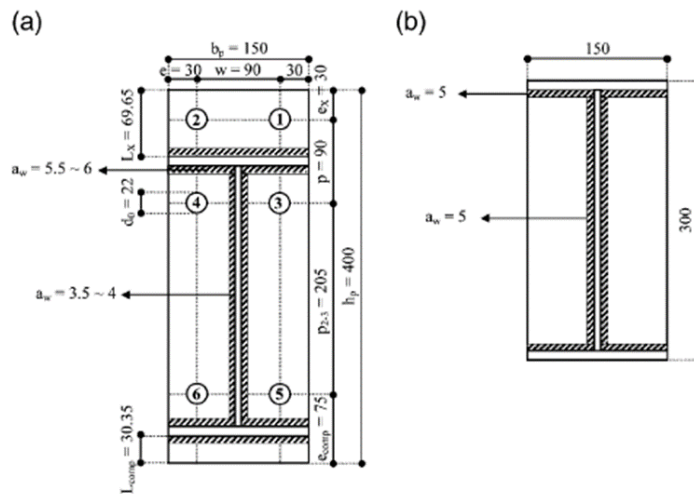


Figura 5.24. Detalles de los elementos (dimensiones en mm) (a) Detalle de la placa. (b) Detalle del refuerzo

Tabla 5.5. Características geométricas del ensayo FS1a (Girão Coelho, 2004) (dimensiones en mm)

Geometría del pilar							Geometría de la viga						
h_c	b_c	t_{fc}	t_{wc}	r_c	$H_{c,up}$	$H_{c,low}$	h_b	b_b	t_{fb}	t_{wb}	r_b	L_{beam}	L_{load}
377	309	40	21	27	175	219	300	150	10,7	7,1	15	1200	100

Geometría de la chapa de testa									
h_p	b_p	t_p	e	w	e_x	L_x	p	p_{2-3}	
400	150	10	30	90	30	70	90	205	

Geometría tornillo					
d	e	s	k	m	
20	33	30	16	13	

Los valores característicos de los aceros utilizados se exponen en la tabla.

Tabla 5.6. Propiedades mecánicas del ensayo FS1a (Girão Coelho, 2004)

	Grado acero	E (MPa)	E_{st} (MPa)	f_y (MPa)	f_u (MPa)	ρ_y	ϵ_{st}	ϵ_{uni}	ϵ_u	
Chapa	$t_p=10$	S355	209856	2264	340,12	480,49	0,708	0,015	0,224	0,361
	Alma	S235	208332	1856	299,12	446,25	0,670	0,016	0,235	0,464
Viga	Ala	S235	209296	1933	316,24	462,28	0,684	0,016	0,235	0,299

Los tornillos utilizados en el ensayo son tornillos de alta resistencia de una calidad 8.8. La unión fue sometida a una carga estática en el extremo de la viga (donde se encuentra el rigidizador), esta carga fue incrementándose hasta alcanzar el colapso de la conexión o hasta conseguir un desplazamiento máximo en el extremo de la viga donde se aplica la carga de 63 mm.

Tal y como muestra la figura 5.27, fueron medidos los desplazamientos al final de la columna y la viga, así como la pendiente del eje de la viga y columna cerca de la unión. Según el Eurocódigo 3, parte 1-8 artículo 1.4.2, entendemos por conexión el conjunto de componentes básicos necesarios para la transmisión de las fuerzas y momentos internos a la unión. La conexión se concentra en el lugar donde se produce el atado. Por otro lado, el conjunto formado por la conexión y la zona de interacción de las barras se define como unión. Para una conexión viga-pilar la unión estará formada por un panel de alma del pilar y una conexión (placa, tornillos, soldadura, etc). El modo de rotura experimental fue el fallo en la sección de soldadura, y el momento máximo alcanzado fue de 159,3 kNm.

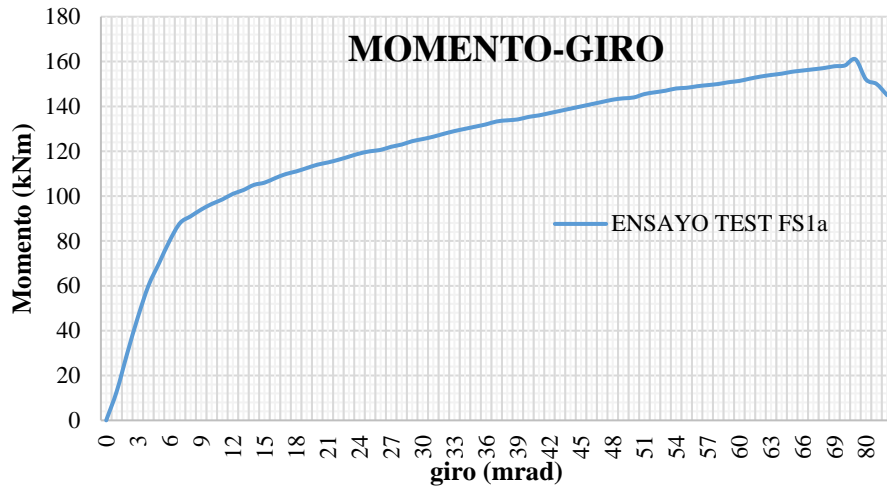


Figura 5.25. Curva momento-giro de la unión. Ensayo FS1a (Girão Coelho, 2004)

5.5.3 Resultados del modelo numérico

A continuación, se presentan los resultados obtenidos con el modelo de elementos finitos realizado con ANSYS. El momento flector, M , corresponde a la carga aplicada en el extremo de la viga, F , por la distancia entre el punto de aplicación de la carga y la superficie de contacto entre la chapa de testa y el pilar, L_{carga} .

$$M = F \times L_{carga}$$

La rotación de la unión, Φ , es la suma de la deformación debida a cortante del panel del alma de la columna, γ , y de la deformación rotacional de la conexión, ϕ . La rotación de conexión se define como el cambio del ángulo entre las líneas centrales de la viga y del pilar, θ_b y θ_c , respectivamente. Como el comportamiento de la columna es prácticamente el de un elemento rígido consideramos γ y θ_c como nulos.

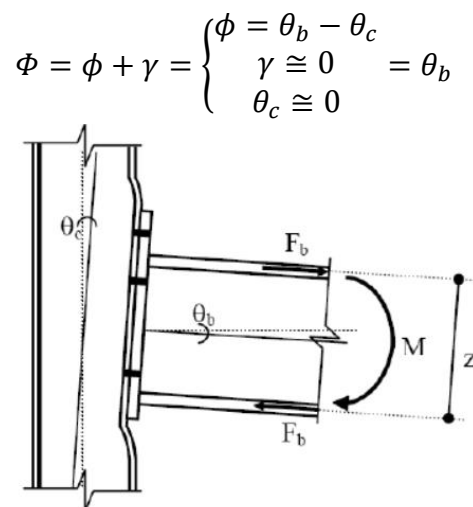


Figura 5.26. Características de la deformación de la conexión (Girão Coelho, 2004)

A la rotación de la conexión contribuyen por una parte la deformación de la chapa de testa y por otra la deformación de los tornillos.

La rotación de la viga viene expresada por la expresión

$$\begin{aligned}\theta_b &= \arctan\left(\frac{\delta_{DT1}}{900}\right) - \theta_{b,el} = \arctan\left(\frac{\delta_{DT2}}{600}\right) - \theta_{b,el} = \arctan\left(\frac{\delta_{DT3}}{300}\right) - \theta_{b,el} \\ &= \arctan\left(\frac{\delta_{DT4}}{100}\right) - \theta_{b,el}\end{aligned}$$

Donde δ_{DTi} son los desplazamientos verticales medidos y $\theta_{b,el}$ es la rotación elástica de la viga.

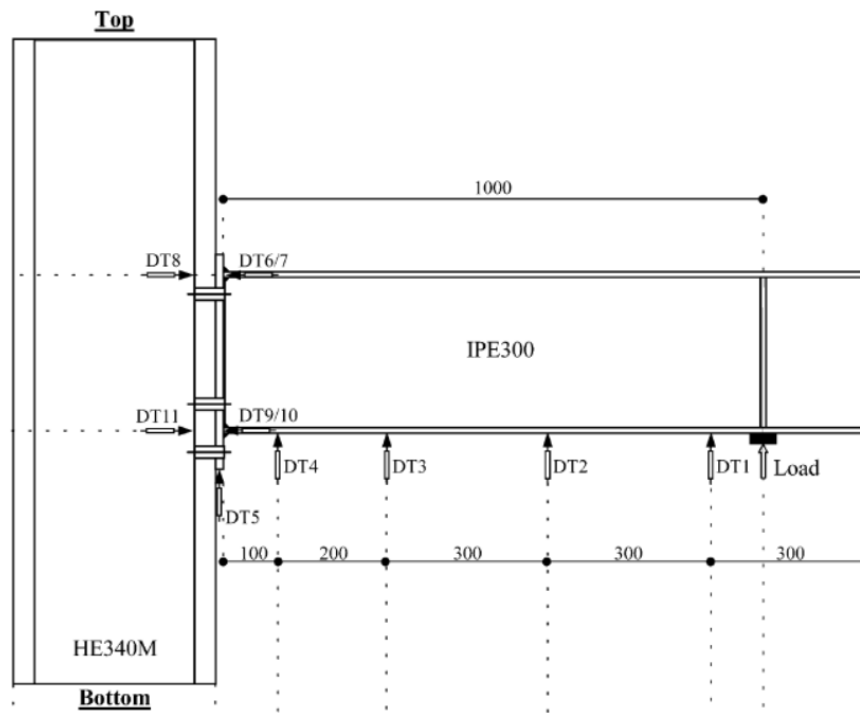


Figura 5.27. Localización medidores de desplazamientos en ensayo experimental

La figura 5.28 muestran el comportamiento rotacional de la unión obtenido con el modelo de desarrollado en ANSYS, comparándolo con el obtenido en el ensayo experimental FS1a, descrito anteriormente. Este presenta una rigidez y una resistencia ligeramente superior al resultado experimental. Las rotaciones relativas a la conexión y a la unión son aproximadamente lineales en el inicio de la carga, posteriormente comienza la plastificación seguida de un endurecimiento por deformación con rigidez casi constante. Como se puede ver en los resultados el giro de la unión es debido principalmente a la deformación de la chapa de testa, ya que hemos despreciado la deformación de la columna, y la deformación de la viga no es relevante si la comparamos con la de la chapa de testa. El modelo ha sido calculado hasta que el

programa no ha podido proseguir, obteniendo un momento último de 151,48 kNm, un 5% inferior al obtenido experimentalmente.

MOMENTO-GIRO

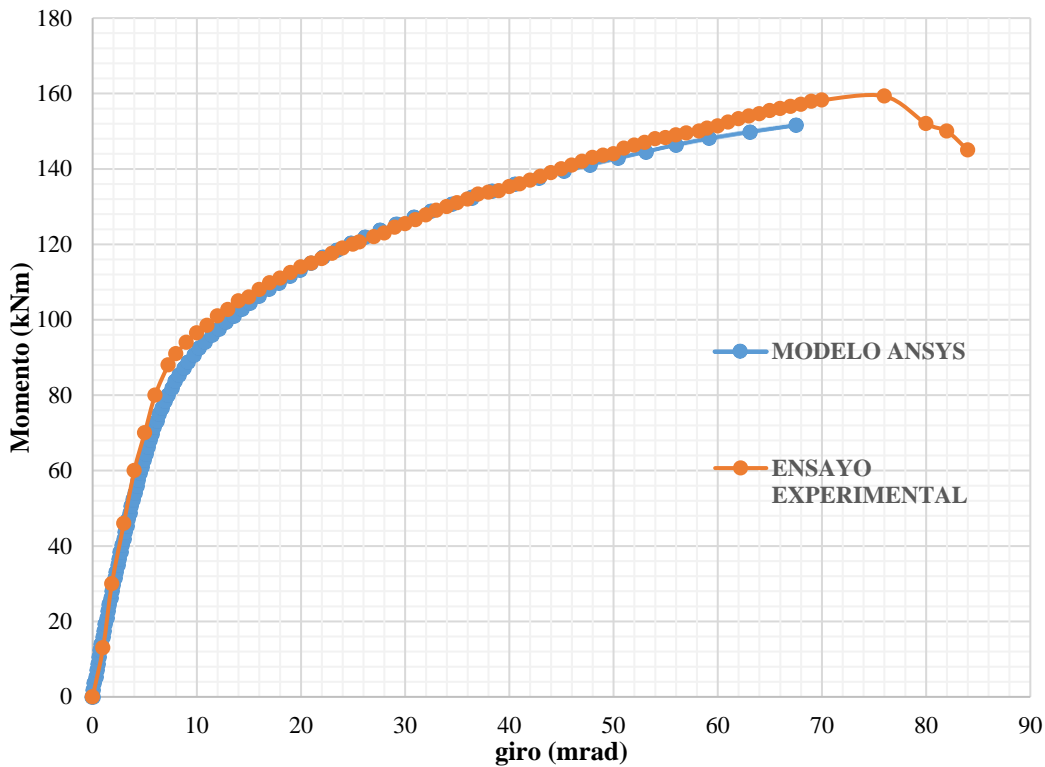


Figura 5.28. Curva momento-giro de la unión. ANSYS Vs Ensayo FS1a (Girão Coelho, 2004)

Se puede observar que en la curva momento-rotación de la unión la rigidez inicial es inferior a los resultados experimentales. Estas diferencias con respecto a los resultados experimentales pueden asociarse a:

1. La soldadura introduce unas tensiones residuales del orden de la tensión de fluencia del acero, que no son tenidas en cuenta en el modelo.
2. Errores asociados a la aproximación de la curva tensión-deformación del acero.
3. Imperfecciones originadas por el montaje experimental.

En las siguientes imágenes se mostrarán los resultados del modelo ANSYS. En la figura 5.52 podemos observar los desplazamientos según el eje x de la unión junto con la deformada de la misma amplificada 1,2 veces, en la imagen se puede ver claramente los desplazamientos debidos a la propia deformación de la unión, la T formada por las dos primeras filas de tornillos y la chapa de testa, que presenta un desplazamiento máximo de 15 mm.

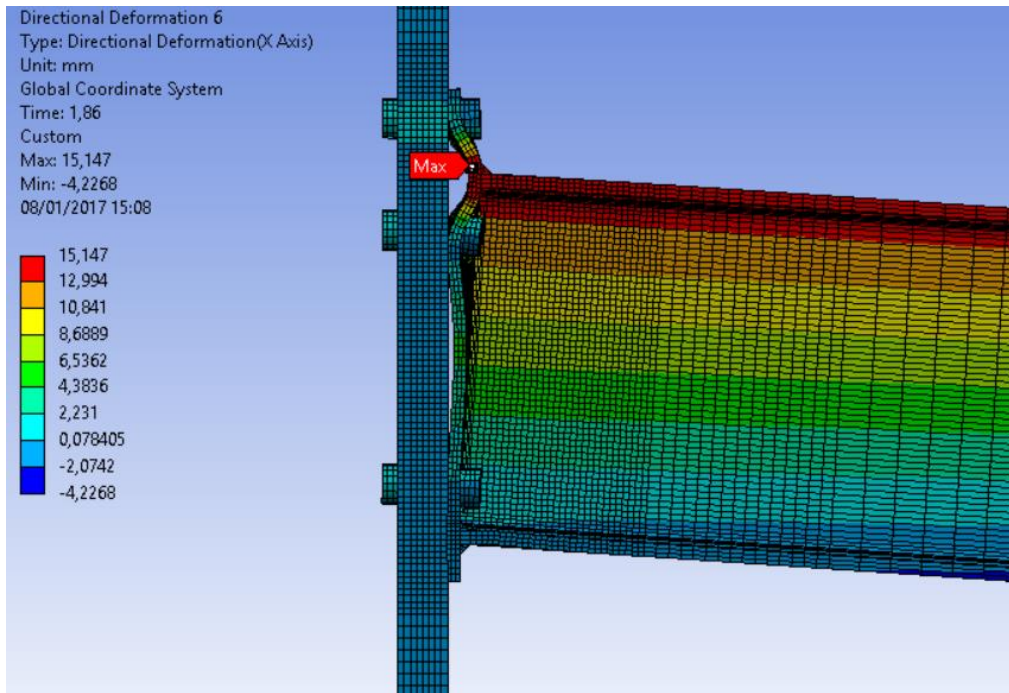


Figura 5.29. Deformada (amplificada por 1,2). Desplazamientos UX

La figura 5.30 ilustra los desplazamientos en Z de las regiones cercanas a la unión.

La figura 5.31 muestra los contornos de tensiones de Von Mises con un máximo de 2410 MPa en la parte del ala del pilar en contacto con los tornillos, mientras que estos llegan a soportar una tensión máxima de 1000 MPa.

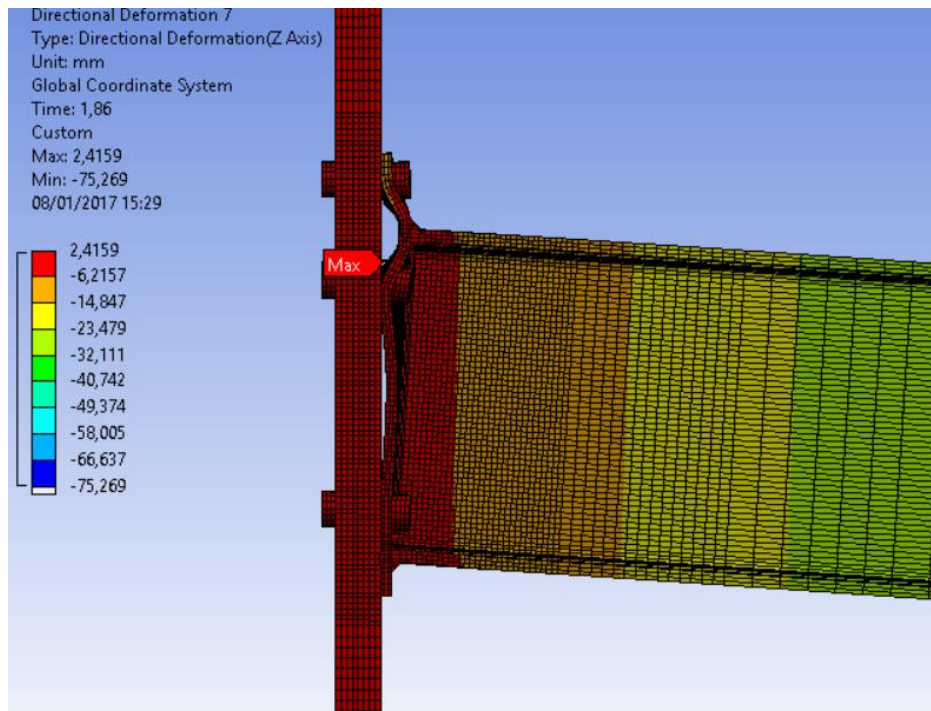


Figura 5.30. Deformada (amplificada por 1,2). Desplazamientos UZ

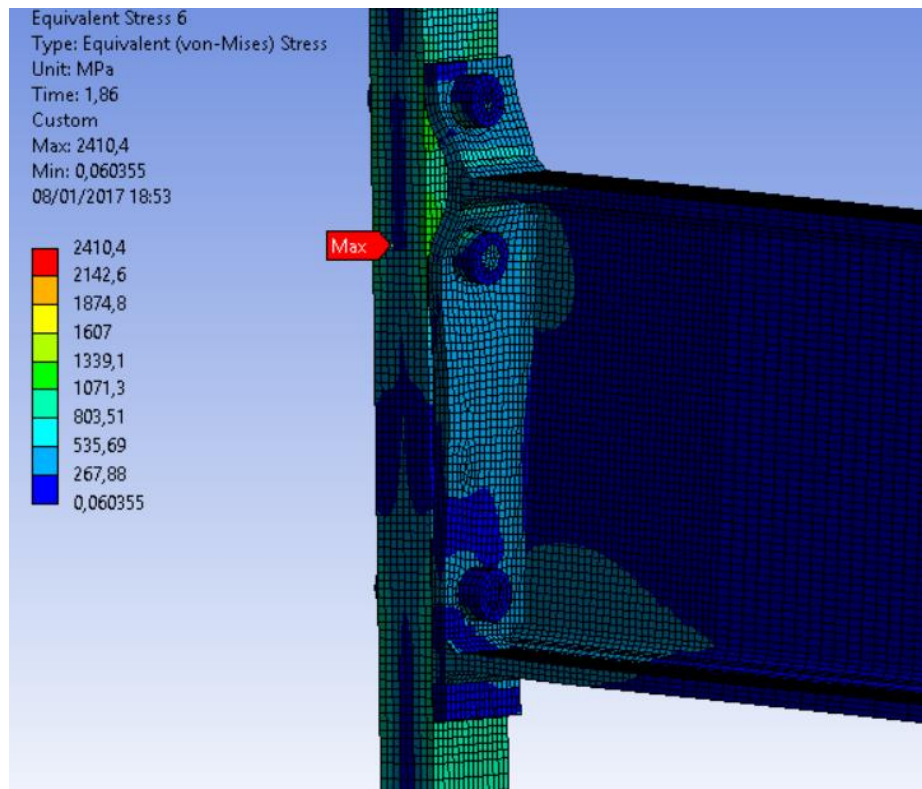


Figura 5.31. Tensiones de Von Mises (MPa)

El modelo ha sido calculado hasta que el programa no ha podido proseguir, debido a un fallo en la chapa de testa.

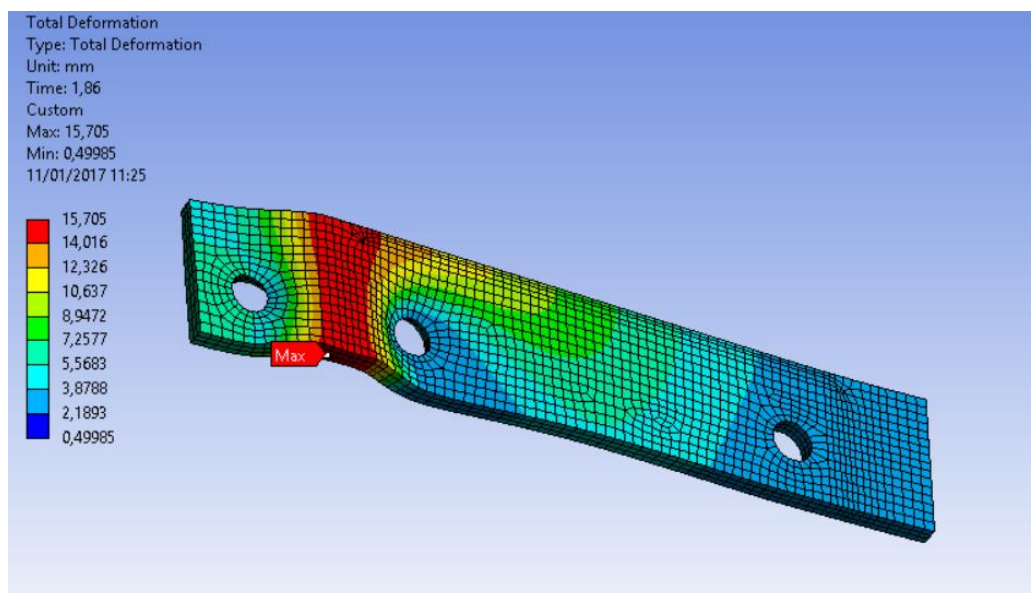


Figura 5.32. Deformación última de la chapa de testa.

A continuación, se muestra la evolución de la deformación plástica equivalente de la chapa de testa con diferentes cargas hasta la rotura.

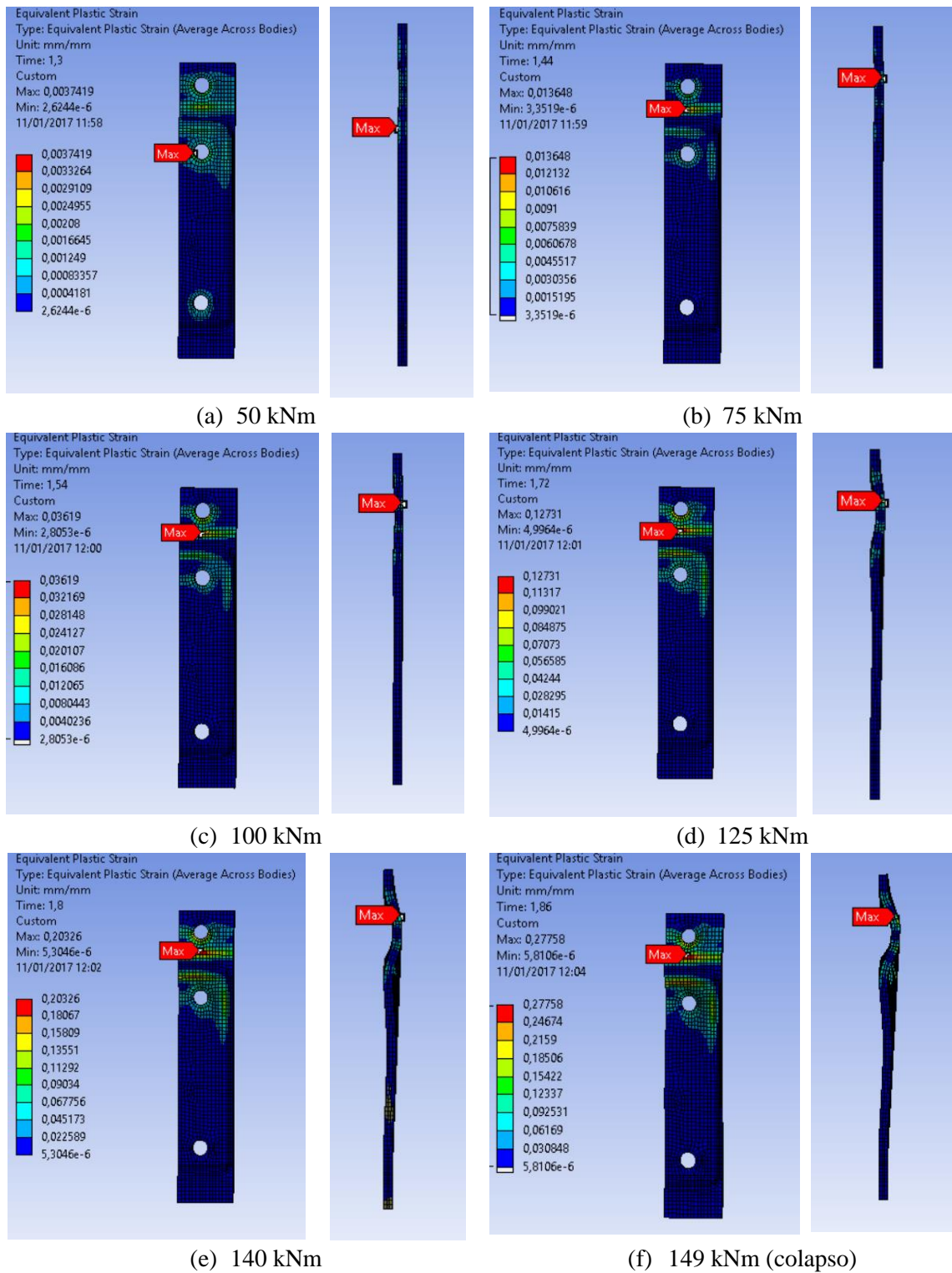


Figura 5.33. Evolución de la deformación plástica equivalente

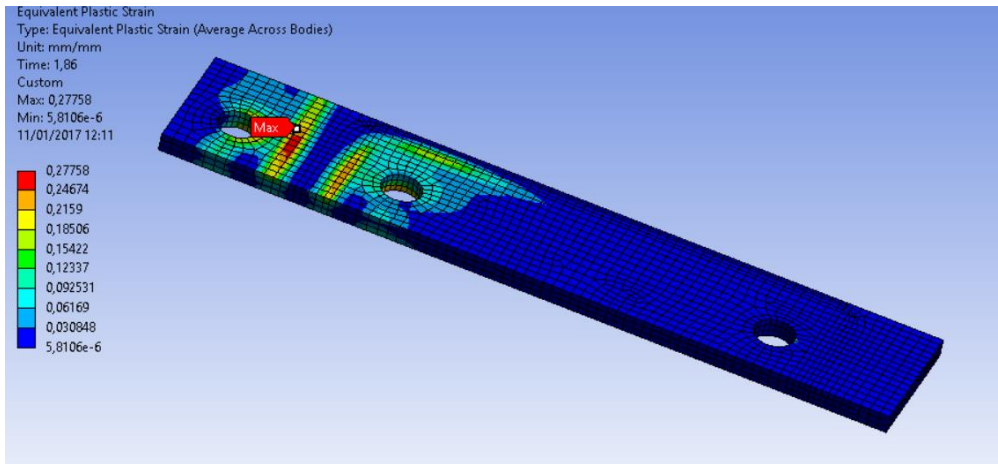
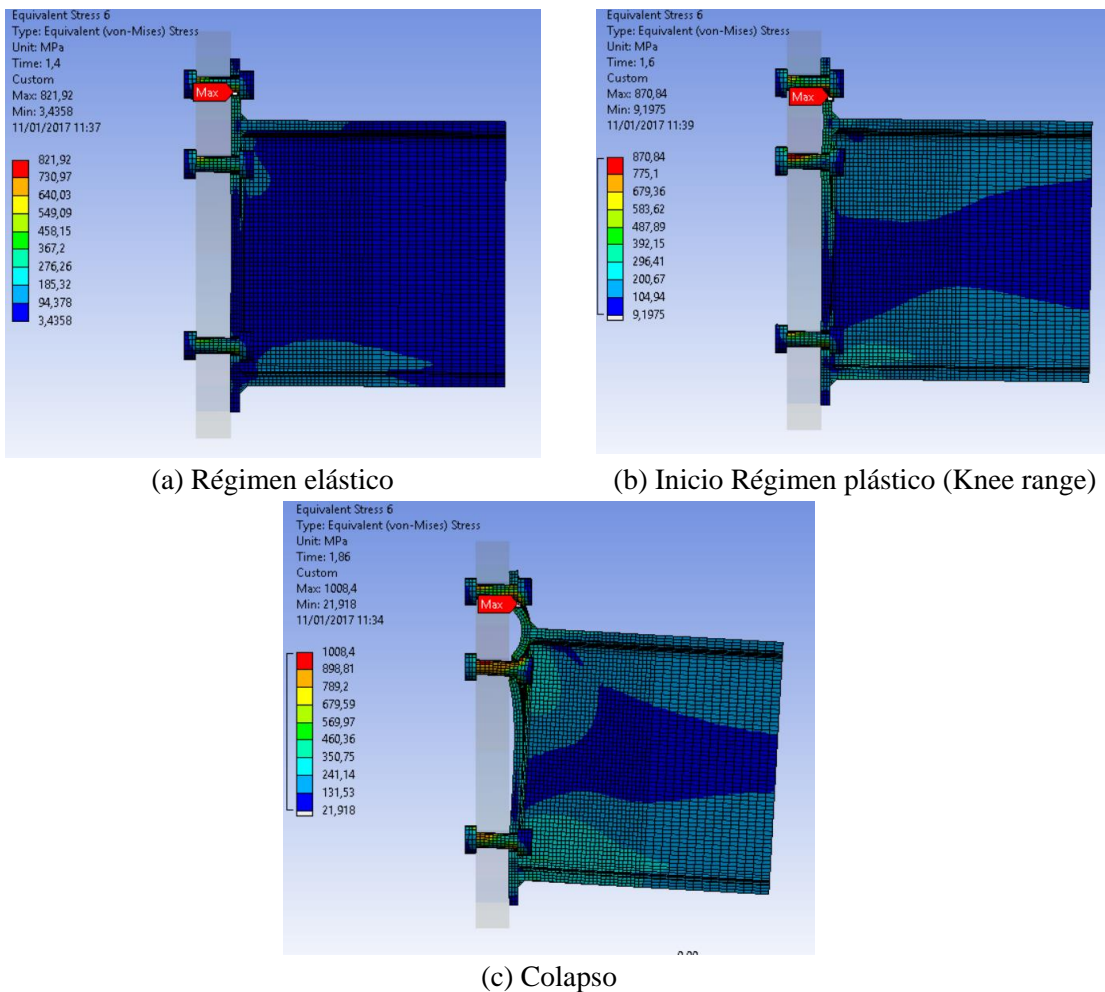


Figura 5.34. Detalle de la deformación plástica equivalente en el colapso

En las figuras 5.35(a), 5.35(b), y 5.35(c), muestran la evolución de las tensiones equivalente de Von Mises en la T-Stub formada por los tornillos, la chapa de testa, y el ala del pilar, para el régimen elástico, el codo de inicio del régimen plástico y el colapso.



(a) Régimen elástico

(b) Inicio Régimen plástico (Knee range)

(c) Colapso

Figura 5.35. Tensiones de Von Mises en la región traccionada (MPa)

Pretensado. La precarga introducida en el modelo según los datos experimentales es la correspondiente al 30% del límite elástico del acero de los tornillos, esto da lugar a una precarga:

$$F_{pre} = 0,3 \cdot \sigma_{bolt} \cdot A_t = 66686 \text{ N}$$

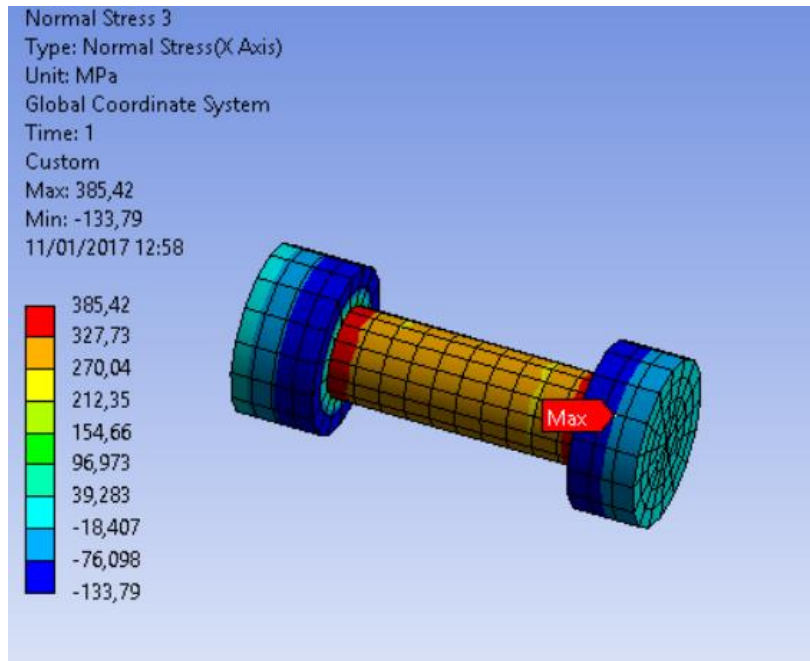


Figura 5.36. Tensiones en el eje x en los tornillos. Primer estado de carga: pretensado

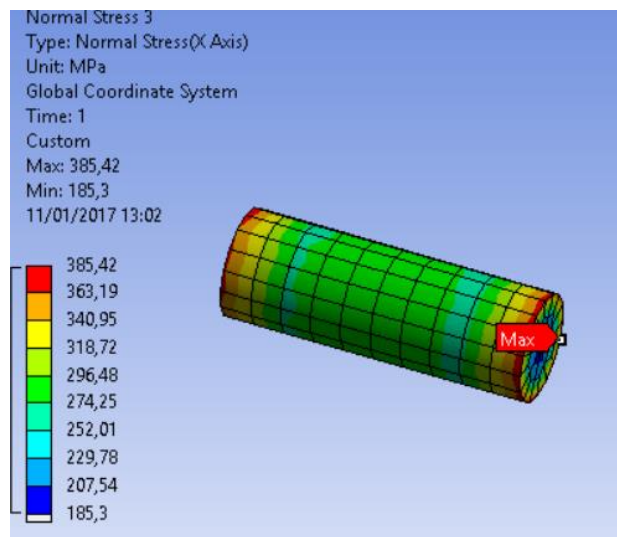


Figura 5.37. Tensiones en el eje x en el vástago. Primer estado de carga: pretensado

Soldadura. Con la introducción de los cordones de soldadura en el modelo conseguimos suavizar las tensiones, principalmente en la unión entre la chapa de testa y la viga en la zona traccionada. Esto adquiere gran importancia a la hora de predecir la región en la que se produce una mayor plastificación del material. Las figuras 5.38 y

5.39 muestran la tensión de von mises en la zona próxima a la unión para el modelo con y sin soldadura. Al considerar el modelo sin soldadura en la figura, aunque la máxima plastificación también se produce en la chapa de testa, el colapso se produce mucho antes y soporta una carga de 125 kNm, un 16% menos que la que soporta el modelo con soldadura.

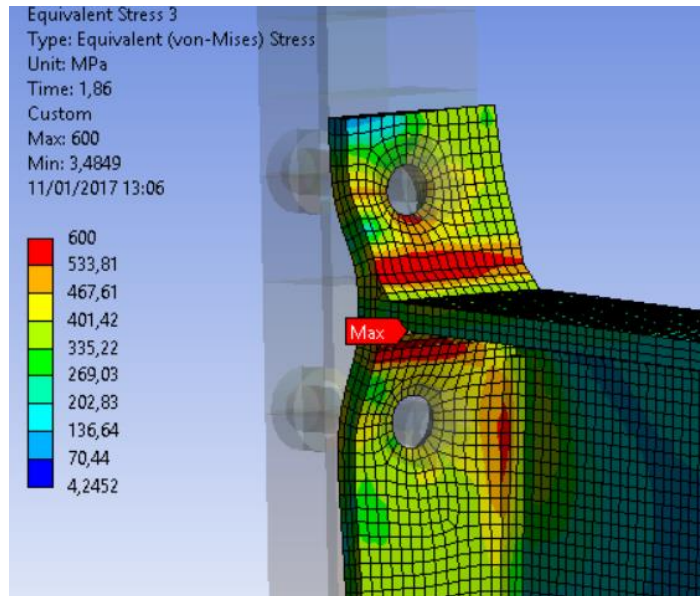


Figura 5.38. Modelo de la unión con soldadura. Colapso.

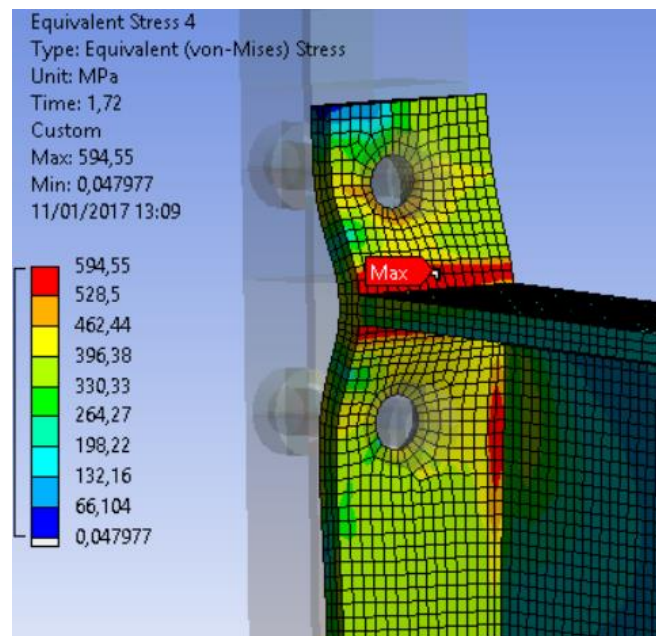


Figura 5.39. Modelo de la unión sin soldadura. Colapso.

5.6 Principales modos de fallo

El fallo de las uniones de chapa de testa puede estar regido por dos posibilidades:

- Fallo en la chapa de testa, caracterizado por una excesiva deformación plástica de la chapa y por la separación inelástica de ésta del ala de la pilar.
- Fractura del tornillo debido a una combinación de tensiones sobre este.

Del primero modo de fallo se espera una ductilidad más alta, y suponemos que nuestro caso, el fallo que tendrá lugar alcanzará una ductilidad crítica.

5.6.1 Modelado micromecánico de fractura en el acero estructural

La fractura es un proceso de separación de un sólido en trozos como resultado de una tensión impuesta. Presenta dos aspectos básicos: la formación de grietas y su propagación. La propagación de las grietas puede ser lenta. La mayoría de las estructuras de acero se someten a una gran escala de plasticidad antes de que realmente lleguen a fracturarse. El fallo por lo general se produce de una manera dúctil, lo que se conoce como fractura dúctil, en contraste con la fractura frágil. Este estudio se centra principalmente en el fractura dúctil.

Los modelos basados en la micromecánica continua fueron desarrollados para materiales dúctiles y se basan en combinaciones de tensiones locales y deformaciones plásticas para predecir la iniciación de grietas dúctiles. Se determinó que la generación y el crecimiento de cavidades en los materiales eran la clave de la fractura micromecánica para los metales dúctiles. Rice y Tracey propusieron criterios de fallo basados en el crecimiento de las cavidades. Siendo Steglich quien agrupara estos enfoques en tres clases principales: (i) fracturas locales (ii) plasticidad de metal poroso y (iii) daño mecánico continuo.

En nuestro proyecto trabajaremos con el modelo de daño mecánico continuo.

5.6.1.1 Modelo de mecánica del daño continuo: formulación de Lemaitre

Lemaitre propuso un modelo de daño plástico-dúctil isotrópico basado en una variable de daño continuo D , en el concepto de tensión efectiva y en el de la termodinámica. El modelo se basa en los siguientes supuestos básicos:

- Isotropía (plasticidad isotrópica y daño isotrópico);
- Equivalencia de la deformación: Los defectos solo varían el comportamiento de la deformación mediante la tensión efectiva. $\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1-D}$

- Relación constante de la triaxialidad durante la aplicación de la carga (aproximadamente constante en las direcciones principales de las tensiones);
- En los intervalos de deformaciones muy grandes, el comportamiento del material es prácticamente plástico, con pequeñas variaciones de tensión. El proceso de ruptura es por lo tanto una deformación controlada.

A partir de estas suposiciones obtenemos la expresión para predecir la deformación equivalente al fallo ε_f^* ,

$$\varepsilon_f^* = \varepsilon_f \left[\frac{2}{3}(1 + \nu) + 3(1 - 2\nu) \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right]^{-1} \quad (5.1)$$

En el que ε_f es la deformación a la ruptura a partir de los ensayos de tracción uniaxial y ν es el coeficiente de Poisson, cuyo valor en nuestro caso es 0,3.

La figura 5.40 muestra de las relaciones $\varepsilon_f^*/\varepsilon_f$ vs σ_m/σ_{eq} , teniendo en cuenta la ecuación 5.1, para diferentes valores del coeficiente de Poisson. El gráfico muestra que hay una influencia importante de la tensión triaxial en el nivel de deformación equivalente, en el cual se inicia la fractura.

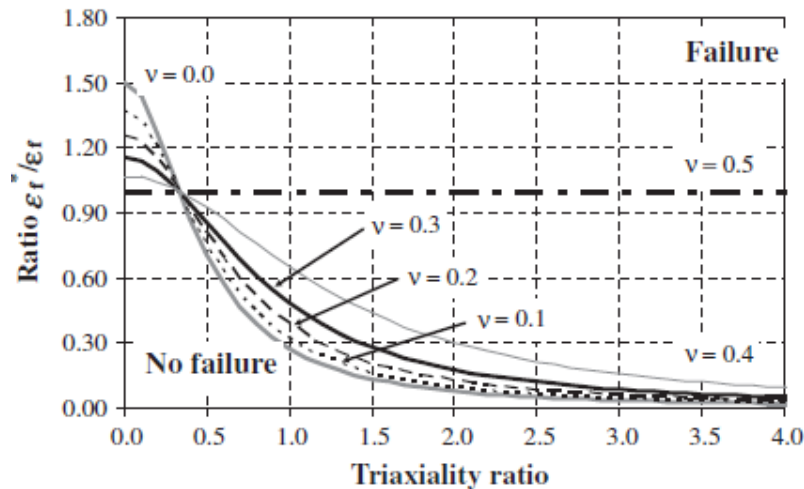


Figura 5.40. Influencia de la triaxialidad en la deformación para la ruptura de acuerdo con el criterio de Lemaitre.

El cociente de la tensión normal en dirección z y tensión equivalente de von Mises (σ_m/σ_{eq}) debemos calcularlo en la sección de la chapa de testa donde existe mayor plastificación.

En el último instante obtenido en nuestro modelo, es decir aquel en el que se produce el fallo, aplicamos el criterio de Lemaitre. En este punto determinamos que la relación $\varepsilon_f^*/\varepsilon_f$ tiene un valor de 1,005, de lo que deducimos que $\varepsilon_f^*/\varepsilon_f > 1$, y,

observando la Fig 5.40 podemos determinar que en ese punto se ha producido una fractura dúctil.

En la figura 5.41. aparece señalado el punto en el que según el criterio de Lemaitre se produce una fractura dúctil.

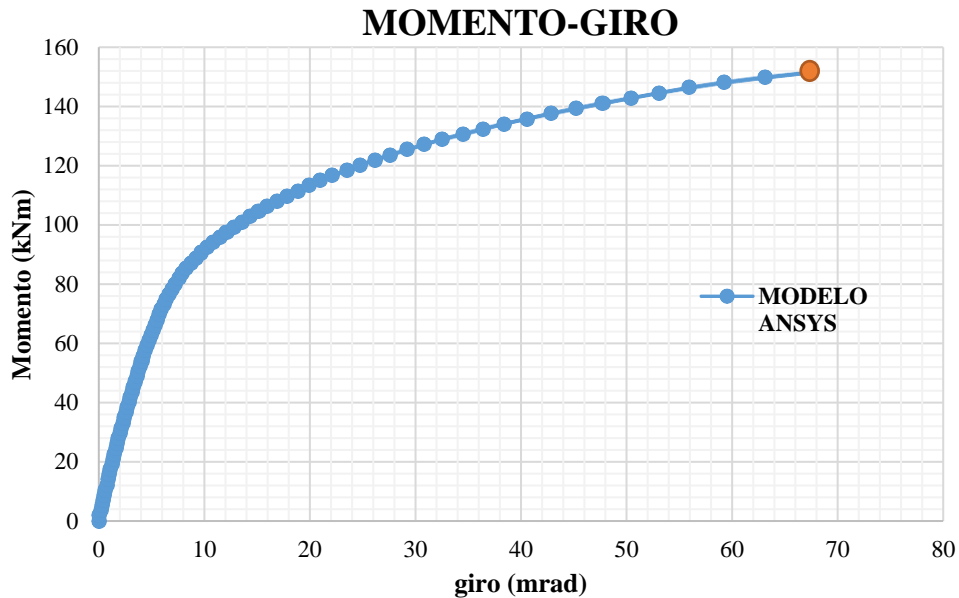


Figura 5.41. Curva momento-giro de la unión del modelo ANSYS mostrando la aplicación del criterio de Lemaitre

A continuación, seguimos aplicando el criterio de Lemaitre para las situaciones inmediatamente anteriores. Del siguiente punto estudiado obtenemos que el valor del cociente $\varepsilon_f^*/\varepsilon_f = 0,973$, por lo que al ser $\varepsilon_f^*/\varepsilon_f < 1$ podemos considerar que en dicho instante y los anteriores (en todos ellos $\varepsilon_f^*/\varepsilon_f < 1$) no se produce fractura dúctil.

El último instante previo al fallo dúctil sobre nuestro modelo actúa un momento de 149,74 kNm, un 6% inferior al momento máximo que se obtiene en el ensayo experimental.

En todas las situaciones estudiadas y descritas en este proyecto hemos trabajado única y exclusivamente con aquellos datos que según el criterio de Lemaitre pueden ser considerados como válidos, es decir aquellos previos a la fractura dúctil.

Resultados. Análisis y conclusiones

6.1 TRABAJOS REALIZADOS

En el presente proyecto se han realizado los siguientes trabajos:

- Se ha realizado un modelo de elementos finitos para una unión viga-pilar mediante una chapa de testa con una carga puntual aplicada sobre puntos rigidizados.
- Se han estudiado las deformaciones y tensiones de diferentes puntos de la unión a fin de examinar su comportamiento.
- Se han comparado los resultados obtenidos mediante el método de elementos finitos con los obtenidos anteriormente en el ensayo experimental.
- Se ha analizado los resultados del modelo por medio de la formulación de Lemaitre sobre la mecánica del daño continuo.

6.2 CONCLUSIONES

Los modelos de elementos finitos permiten predecir el comportamiento de uniones atornilladas y en concreto de uniones viga-pilar semirrígidas de chapa de testa extendida. Permiten simular fenómenos complejos asociados al comportamiento de este tipo de uniones como: la fricción, el contacto, las concentraciones de tensiones, las acciones de los tornillos y los esfuerzos de palanca y realizar análisis contrastando con valores tomados de ensayos en laboratorios. Establecidos los modelos y habiendo sido pertinentemente validados y contrastados, es posible estudiar el comportamiento de cualquier tipo de unión cambiando los parámetros. Esto es de gran utilidad, con vistas a optimizar el uso de materiales, y ajustar el diseño a su sollicitación con gran precisión. Para ello es preciso hacer numerosas investigaciones y consideraciones que requieren el

uso de programas de Elementos Finitos robustos y una disponibilidad de numerosos ensayos para ajustar y validar dichos modelos.

En este proyecto se ha utilizado un modelo de mecánica del daño continuo junto con un modelo de elemento finitos para predecir el fallo de la unión atornillada viga-columna. Dicho modelo está basado en la formación, crecimiento y unión de grietas. Los resultados presentados muestran como el modelo de elementos finitos es capaz de predecir de forma precisa el comportamiento de la unión. Así mismo, el modelo de fallo dúctil utilizado se ha mostrado muy efectivo para estimar la capacidad de rotación de la unión.

6.3 TRABAJOS FUTUROS

Se propone como trabajos futuros los siguientes puntos:

- 1) Investigar la utilización de modelos de fractura dúctil en modelos de elementos finitos de uniones semirrígidas con modos de fallo que involucren distintas partes de la unión.
- 2) Realizar estudios para otros tipos de cargas y solicitaciones.
- 3) Estudiar otros caminos posibles de implementar las pretensiones en los tornillos y las soldaduras.
- 4) Realizar modelos de optimización.
- 5) Realización de estudios paramétricos para investigar el efecto de diferentes parámetros de la unión en el comportamiento de la unión, especialmente en la ductilidad.

Referencias Bibliográficas

AISC: Extended end-plate connections, steel design guide S., 1990. Chicago.

Anderson, D y Tahir, M M: Economic Comparisons Between Simple and Partial Strength Design of Braced Steel Frames. En: R. Bjorhovde; A. Colson y R. Zandonini (Eds): Connections in Steel Structures III: Behaviour, Strength & Design, 1996. PP: 527-534 Pergamon, Trento (Italia).

ANSYS: ANSYS release 11.0 Documentation for ANSYS. Basic Analysis guide, 2005a.

ANSYS: ANSYS release 11.0 Documentation for ANSYS. Element Reference. Part I: Element Library, 2005b.

ANSYS: ANSYS release 11.0 Documentation for ANSYS. Structural Analysis Guide. Nonlinear Structural Analysis, 2005c.

ANSYS: ANSYS release 11.0 Documentation for ANSYS. Contact Technology Guide, 2005d.

Bahaari, Mohammed R y Sherbourne, Archibald N: Behavior of eight-bolt large capacity endplate connections. Computers & Structures, 2000, 77, pp. 315–325.

Barbat, A H y Canet, J M: Estructuras sometidas a acciones sísmicas. Cálculo por ordenador. Centro internacional de métodos numéricos en ingeniería. 2a ed., 1994.

Bursi, Oreste S y Jaspar, J P: Benchmarks for Finite Element Modelling of Bolted Steel Connections. Journal of Constructional Steel Research, 1997a, 43(1-3), pp. 17–42.

Bursi, Oreste S y Jaspar, J P: Calibration of a Finite Element Model for isolated bolted End-Plate Steel Connections. Journal of Constructional Steel Research, 1997b, 44(3), pp. 225–262.

Bursi, Oreste S y Jaspar, J P: Basic issues in the finite element simulation of extended end plate connections. Computer & Structures, 1998, 69, pp. 361–382.

Cabrero Ballarín, Jose Manuel: Nuevas Propuestas para el diseño de pórticos y uniones semirrígidas de acero. Tesina o Proyecto, Universidad de Navarra, 2006. Escuela Técnica Superior de Arquitectura, Dpto. de Estructuras.

Chen, W F; Goto, Y y Richard Liew, J Y: Stability Design of Semi-Rigid Frames. John Wiley & Sons (Inc), 1996.

Choi, C K y Chung, G T: Refined three-dimensional finite element model for end-plate connection. Journal of Structural Engineering, 1996, 122(11), pp. 1307–1322.

Citipitioglu, A M; Haj-Ali, R M y White, D W: Refined 3D finite element modeling of partially-restrained connections including slip. Journal of Constructional Steel Research, 2002, 58, pp. 995–1013.

Couchman, G H: Design of semi-continuous Braced Frames. Specialist design guides. The Steel construction Institute, Ascot (Reino Unido), 1997.

Dhillon, B S y O'Malley III, J W: Interactive design of semirigid steel frames. Journal of structural Engineering, ASCE, 1999, 125(5), pp. 556–.

EN-1993-1-1:2005: Eurocode 3: Desing of steel structures- Part 1-1: General rules and rules for buildings. CEN, 2005. EN 1993-1-1:2005.

EN-1993-1-8: Eurocode 3: Desing of steel structures- Part 1-8: Desing of joints. CEN, 2005. EN 1993-1-8:2005.

ENV-1993-1-1:1992/A2:1998: Eurocode 3: Desing of steel structures- Part 1-1: General rules and rules for buildings. Annex. CEN, 2005. EN 1993-1-1:2005.

Girão Coelho, Ana Margarida: Characterization Of The Ductility Of Bolted End Plate Beam-To-Column Steel Connections. Tesis doctoral, Universidade de Coimbra, 2004.

Girão Coelho, Ana Margarida: Experimental assessment of the ductility of extended end plate connections.

Girão Coelho, Ana Margarida: Rotation capacity of partial strength steel joints with three-dimensional finite element approach.

Guardiola Villora, Arianna: Comportamiento de los nudos semi-rígidos en estructuras metálicas de edificación. Tesina o Proyecto, Universidad Politécnica de Valencia, 2006.

Hasan, R; Kishi, N y Chen, F, W: A New Nonlinear Connection Clasification System. Journal of Constructional Steel Research, 1998, 47, pp. 119–140.

Hasan, R; Kishi, N; Chen, F, W y Komuro, M: Evaluation of Rigidity of Extended End-Plate Connections by Utilizing Update Data Base. Informe técnico, CE-STR-95-19. Universidad de Purdue (EEUU), 1997.

Kanchanalai, T y Suparp, S: Experimental Behaviour of Steel Beam-Column Subassemblages with Semi-Rigid Connections. En: B. Hoffmeister y O. Hechler (Eds). Eurosteel 2005: 4th European Conference on Steel and Composite Structures, volumen C, , 2005. Verlag Mainz Maastricht (Holanda).

Kishi, N y Chen, F, W: Data Base of Steel Beam-to-Column Connections, Structural Engineering Report No. CE-STR-86-26. Informe técnico, School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette IN., 1986.

Kishi, N; Hasan, R; Chen, F, W y Goto, Y: Study of Eurocode 3 Steel Connection Clasification. Journal of Constructional Steel Research, 1997, 19(9), pp. 772–779.

Krishnamurthy, N y Graddy, D: Correlation between 2 and 3-dimensional finite element analysis of steel bolted end-plate connections. Computer & Structures, 1976, 6, pp. 381–390.

Kukreti, A R; Murray, T M y Abolmaali, A: End plate connection moment-rotation relationship. Journal of Constructional Steel Research, 1987, 8, pp. 137–194.

Kukreti, A R; Murray, T M y Ghassemieh, M: Finite element modeling of large capacity stiffened steel tee-hanger connections. Computer & Structures, 1989, 32(2), pp. 409–431.

Maggi, Y I; Gonçalves, R M y Tristao, G A: Experimental and Numerical Behaviour of bolted T-Stubs Applied for Design of Extended End Plate Connections. En: B. Hoffmeister y O. Hechler (Eds). Eurosteel 2005: 4th European Conference on Steel and Composite Structures, volumen C, , 2005b. Verlag Mainz Maastricht (Holanda).

Maggi, Y I; Gonçalves, R M; Leon, R T y Ribeiro, L F L: Parametric analysis of Steel bolted end plate connections using finite element modeling. Journal of Constructional Steel Research, 2005a, 61, pp. 689–708.

Martínez Castejón, P., Apuntes de la asignatura El Método de los Elementos Finitos de la Ingeniería, Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial, Cartagena.

Nethercot, A, D; Li, Q, T y Ahmed, B: Determination of rotation Capacity Requirements for Steel and Composite Beams. *Journal of Constructional Steel Research*, 1998, 32, pp. 303–332.

Rice JR, Tracey DM. On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields. *J Mech Phys Solids* 1969;17:201–17.

Sánchez, G: Diseño óptimo de estructuras semirrígidas y comportamiento no lineal. Tesis doctoral, Departamento de Ingeniería Mecánica y Energética, Universidad de Murcia, 1999.

Sherbourne, A N y Bahaari, M R: 3-D simulation of end-plate bolted connections. *Journal of Structural Engineering*, 1994, 120(11), pp. 3122–3136.

Steglich D, Pironi A, Bonora N, Brocks W. Micromechanical modelling of cyclic plasticity incorporating damage. *Int J Solids Struct* 2005;42:337–51.

Sumner, Emmett A; Mays, Timothy W y Murray, Thomas M: End-Plate Moment Connections: test results and finite element method validation. En: *Fourth International Workshop on Connections in Steel Structures*, pp. 82–93, 2000. Roanoke, Virginia (Estados Unidos).

Troup, S; Xiao, R Y y Moy, S S J: Numerical modeling of bolted steel connections. *Journal of Constructional Steel Research*, 1998, 46(362), pp. 1–4.

Weynand, K: SERICON-Data bank on Joint in Building Frames. *Proceedings of the 1st COST C1 Workshop*, Stasbourg, 1992.

