



industriales  
etsii

Escuela Técnica  
Superior  
de Ingeniería  
Industrial

# UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial

## Análisis transitorio de la transferencia de calor conjugada en galerías subterráneas profundas

TRABAJO FIN DE GRADO

GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS  
INDUSTRIALES

**Autor:** Pablo Sanchez Muñoz  
**Director:** Juan Pedro Solano Fernández

Cartagena, septiembre de 2017



Universidad  
Politécnica  
de Cartagena



## Resumen

El presente TFG tiene como objetivo analizar el transitorio de la transferencia de calor conjugada que tiene lugar en las galerías de minas subterráneas profundas, por métodos de simulación numérica y CFD.

La continua demanda de materias primas de origen mineral, unido al agotamiento de yacimientos convencionales, ha motivado la construcción de minas cada vez más profundas. La operación en estos lugares está condicionada por la elevada temperatura de la roca debido al gradiente geotérmico, por lo que se han desarrollado soluciones tecnológicas que permiten refrigerar las galerías y así, alcanzar los parámetros de salubridad requeridos.

No obstante, el consumo de los equipos de refrigeración representa un elevado porcentaje de los costes de producción de la mina. Un buen conocimiento de los fenómenos subyacentes puede resultar útil para mejorar la eficiencia global de la mina.

En este proyecto se plantea el desarrollo de un modelo numérico tridimensional de una galería estándar situada bajo una columna de 3000 m de roca encajante, y se abordan muchos de los aspectos teóricos sobre los cuales se apoya. La metodología seguida, junto con los resultados obtenidos, serán de gran interés para futuros estudios sobre minas subterráneas reales.

## Abstract

The present TFG (Degree's Final Project) aims to analyze the transient conjugated heat flux which happens in the surroundings of deep underground mines. This is carried out by using of numeric simulation methods and CFD (Computational Fluid Dynamics).

The ceaseless demanding of raw materials of mineral source, together with the depletion of traditional deposit, has lead the mining activity to deeper areas below the surface. Safe operation in such places is determined by high temperatures of the environment, which is due to the geothermal gradient of the rock. Therefore, new technical solutions have been developed in order to refrigerate the galleries. By doing so, health standards are reachable inside deep mines.

Nevertheless, this equipment requires significant amounts of energy, and account for an important percentage of total production costs. A good understanding of the underlying phenomena may bring an improvement in the efficiency of the mine.

A numerical tridimensional model, based on a standard gallery geometry, is adopted in this project. Theoretical concepts supporting the model are explained and detailed as well. Both, the applied methodology and results drained, will become of great interest for future studies related with real deep underground mines.





# Índice de Contenidos

1.	PRESENTACIÓN .....	9
1.1.	INTRODUCCIÓN.....	9
1.2.	CONTEXTUALIZACIÓN .....	10
1.3.	OBJETIVOS.....	15
1.4.	ESTRUCTURA Y PLANTEAMIENTO.....	16
2.	FUNDAMENTOS TEÓRICOS .....	18
2.1.	CONCEPTOS DE TERMODINÁMICA.....	18
2.1.1.	Principios de la termodinámica.....	18
2.1.2.	Mecanismos del calor .....	20
2.1.3.	Conductividad y difusividad térmica.....	21
2.1.4.	Ecuación del calor .....	22
2.2.	CONCEPTOS DE MECÁNICA DE FLUIDOS .....	24
2.2.1.	Ecuaciones de Navier-Stokes .....	24
2.2.2.	Capa límite y flujo turbulento.....	25
2.2.3.	Concepto de capa límite térmica .....	29
2.2.4.	Efectos de flotabilidad.....	29
2.2.5.	Problema conjugado.....	30
2.3.	SIMULACIÓN NUMÉRICA .....	32
2.3.1.	Generalidades.....	32
2.3.2.	Método de las diferencias finitas.....	34
2.3.3.	Método de los volúmenes finitos .....	36
2.3.4.	Métodos de los elementos finitos .....	37
2.4.	SISTEMAS DE VENTILACIÓN EN MINAS.....	40
2.4.1.	Componentes del sistema de ventilación.....	41
2.4.2.	Configuración del sistema de ventilación.....	42
2.4.3.	Sistemas de ventilación auxiliares .....	44



3.	DESARROLLO.....	46
3.1.	GEOMETRÍA DEL MODELO .....	46
3.1.1.	Geometría.....	46
3.1.2.	Material y propiedades físicas.....	48
3.2.	MODELO DEL FLUIDO.....	50
3.2.1.	Convección forzada .....	50
3.2.2.	Convección natural .....	52
3.3.	CONDICIONES DE CONTORNO E INICIALES .....	54
3.3.1.	Condiciones de contorno .....	54
3.3.2.	Límites laterales de la roca encajante.....	57
3.3.3.	Condiciones iniciales .....	57
3.4.	MALLA.....	58
3.4.1.	Análisis de sensibilidad de la malla .....	59
3.5.	VERIFICACIÓN DEL MODELO.....	63
3.5.1.	Validación de software .....	63
4.	RESULTADOS .....	65
4.1.	FLUJO EN LA GALERÍA.....	65
4.2.	DISTRIBUCIÓN DE TEMPERATURA EN LA ROCA .....	77
4.3.	FLUJO DE CALOR.....	94
5.	CONCLUSIONES.....	98
6.	BIBLIOGRAFÍA.....	100
7.	ANEXOS.....	103



# Índice de Ilustraciones

Ilustración 1.1. Mina open-pit más grande del mundo. Bingham Canyon, Utah, US .....	10
Ilustración 1.2. "Fireman" quemando metano en una mina de carbón .....	11
Ilustración 1.3. Lámpara Davy .....	12
Ilustración 1.4. Modelo tridimensional de tuneladora (TBM) .....	14
Ilustración 2.1. Segundo principio de la termodinámica .....	19
Ilustración 2.2. Pared semi-infinita. ....	23
Ilustración 2.3. Capa límite de flujo en régimen laminar y turbulento. ....	26
Ilustración 2.4. Flujo laminar y turbulento en conductos. ....	26
Ilustración 2.5. Modelo von Karman de la capa límite viscosa. ....	27
Ilustración 2.6. Esquema de la influencia de la rugosidad en la capa límite .....	28
Ilustración 2.7. Capa límite térmica. ....	29
Ilustración 2.8. Perfil de velocidad y temperatura en convección natural. ....	30
Ilustración 2.9. Ejemplo de problema conjugado sobre refrigeración de un motor.....	31
Ilustración 2.10. Esquema de transferencia de calor conjugado.....	32
Ilustración 2.11. a) Malla estructurada en coordenadas curvilíneas. b) Malla no estructurada. .....	33
Ilustración 2.12. Malla conforme (no-estructurada). b) Malla no-conforme. ....	34
Ilustración 2.13. Discretización espacial en ejes cartesianos. ....	35
Ilustración 2.14. Funciones de forma sobre dominio bidimensional.....	38
Ilustración 2.15. Funciones de forma solapadas.....	40
Ilustración 2.16. Esquema general de sistema de ventilación de una mina.....	41
Ilustración 2.17. a) Configuración U-tube. b) Configuración through-flow. ....	43
Ilustración 2.18. Sistema de ventilación de un room and pillar en W y en U. ....	44
Ilustración 2.19. Ventilación auxiliar por hilera de tabiques (soplado y succión).....	45
Ilustración 2.20. Ventilación auxiliar por conducto y ventilador (soplado y succión). ....	45
Ilustración 3.1. Sección del modelo de la mina con 3 cul-de-sac.....	46
Ilustración 3.2. Dimensiones del modelo de la mina.....	47
Ilustración 3.3. Geometría del modelo del conducto de ventilación auxiliar. ....	48
Ilustración 3.4. Conducto de ventilación interior de Fosterville Gold mine, Australia.....	49
Ilustración 3.5. Técnica Shotcrete de hormigón proyectado. ....	52
Ilustración 3.6. Fronteras de la geometría del modelo.....	55
Ilustración 3.7. Malla bidimensional de la galería (pave+factor crecimiento).....	59
Ilustración 3.8. Proyección de malla 2D: a) estructurada 1,68M, b) pave 0,88M.....	60
Ilustración 4.1. Recta vertical de análisis de la distribución de temperatura en la roca .....	80
Ilustración 4.2. Corte de la malla del problema transversal a la galería .....	82
Ilustración 4.3. Corte de la malla del problema transversal a la galería (2).....	82
Ilustración 4.4. Rectas horizontales de análisis de la distribución de temperatura en la roca	85



## Índice de Tablas

Tabla 3.1. Parámetros físicos de la corteza terrestre. ....	49
Tabla 3.2. Valores de las propiedades del fluido. ....	51
Tabla 3.3. Análisis de convección natural. Temperatura, calor, velocidad y densidad. ....	53
Tabla 3.4. Análisis de convección natural. Coeficiente convectivo y números adimensionales. ....	53
Tabla 3.5. Variación porcentual del coeficiente convectivo. ....	53
Tabla 3.6. Variación del $Ri$ con la longitud característica. ....	54
Tabla 3.7. Tamaño de mallas de geometrías bidimensionales. ....	64
Tabla 4.1. Balance de flujos de entrada y salida de la galería ....	70
Tabla 4.2. Calor sensible por metro cúbico de aire anual ....	96

## Índice de Figuras

Figura 3.1. Número de iteraciones realizadas frente al tiempo de transitorio transcurrido ...	58
Figura 3.2. Comparación de la velocidad media en la galería con dos mallas .....	61
Figura 3.3. Mapa de isovalores de $y^+$ de la malla 1 (1,68M) .....	62
Figura 3.4. Campo de $y^+$ de la malla 2 (0,88M) .....	62
Figura 3.5. Comparación de la solución analítica de Cengel con la solución numérica.....	64
Figura 4.1. Vista general del campo de velocidad absoluta en la galería .....	66
Figura 4.2. Vista general del campo de la velocidad absoluta en la galería (2) .....	67
Figura 4.3. Campo de la velocidad absoluta en el tramo longitudinal de la galería.....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
Figura 4.4. Campo de velocidad absoluta en un cul-de-sac.....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
Figura 4.5. Residuos del cálculo del flujo en la galería.....	69
Figura 4.6. Campo de la componente X de la velocidad en cul-de-sac .....	71
Figura 4.7. Campo de la componente X de velocidad en el tramo longitudinal de la galería...	71
Figura 4.8. Campo de la componente Y de la velocidad en un cul-de-sac.....	72
Figura 4.9. Campo de la componente Y de la velocidad en el tramo longitudinal de la galería .....	72
Figura 4.10. Campo de la componente Z de la velocidad en un cul-de-sac.....	73
Figura 4.11. Campo de la componente Z de la velocidad en el tramo longitudinal de la galería .....	73
Figura 4.12. Campo de la componente Y de la velocidad en la galería. Efectos de flotabilidad .....	74
Figura 4.13. Campo de la componente Y de la velocidad en la galería. Efectos de flotabilidad (2).....	74
Figura 4.14. Mapa de vectores de velocidad en un corte vertical de un cul-de-sac .....	75
Figura 4.15. Perfil de velocidad en horizontal en la galería.....	76





Figura 4.16. Perfil de velocidad horizontal en la galería (2).....	76
Figura 4.17. Perfil de velocidad vertical en la galería.....	77
Figura 4.18. Evolución temporal de la temperatura de la pared de la galería .....	78
Figura 4.19. Evolución temporal de la temperatura del aire de la galería .....	79
Figura 4.20. Distribución de temperatura en una línea de la roca, para varios instantes del transitorio.....	81
Figura 4.21. Evolución temporal de la temperatura en puntos de la roca a distintas distancias de la pared.....	83
Figura 4.22. Evolución temporal de la temperatura en el punto de la roca alejado de la pared 7,58 m .....	84
Figura 4.23. Distribución de temperatura de las rectas a, b y c (Ilustración 4.4), en t=4 días (con resolución).....	86
Figura 4.24. Distribución de temperatura de las rectas a, b y c (Ilustración 4.4), en t=4 días. 86	
Figura 4.25. Distribución de temperatura de las rectas a, b y c (Ilustración 4.4), en t=3 meses .....	87
Figura 4.26. Distribución de temperatura de las rectas a, b y c (Ilustración 4.4), en t=5 años 87	
Figura 4.27. Campo de temperatura de la roca en t=4 días.....	88
Figura 4.28. Campo de temperatura de la roca en t=3 meses.....	89
Figura 4.29. Campo de temperatura de la roca en t=1 año.....	90
Figura 4.30. Campo de temperatura de la roca en t=5 años .....	90
Figura 4.31. Campo de temperatura en el fondo de un cul-de-sac, en t=1 hora .....	91
Figura 4.32. Campo de temperatura en la roca, en t=3 meses .....	92
Figura 4.33. Campo de temperatura en la roca, en t=16 meses .....	92
Figura 4.34. Campo de temperatura de la roca, en t=3 años .....	93
Figura 4.35. Campo de temperatura de la roca, en t=5 años.....	93
Figura 4.36. Evolución temporal del flujo de calor a través de la pared de la galería.....	94
Figura 4.37. Evolución temporal del flujo de calor a través de la pared de la galería. A partir de 30 días.....	95



# 1. PRESENTACIÓN

## 1.1. INTRODUCCIÓN

Datos sobre la minería a nivel global

El sector de la industria minera ha resultado ser de gran importancia para la economía de muchos países como Estados Unidos, que cuenta con más de 13.000 minas operativas; y China, que emplea millones de personas en la industria minera y cuenta con aproximadamente el 50% de explotación mundial del carbón. En Canadá existe una larga tradición minera, y allí se horadaron las primeras minas de minerales a cielo abierto a principios del siglo XIX. La fiebre del oro fue especialmente famosa en Australia hacia 1850, de donde se obtenía el 40% del oro mundial.

Búsqueda de recursos a mayor profundidad

Sin embargo, hay muchas minas que han sido cerradas debido a caídas de la producción por debajo del umbral de rentabilidad. La cantidad de recursos minerales que se hallan en la superficie se ha visto reducida de forma paulatina debido a la sobreexplotación de los mismos. Este hecho se agrava como consecuencia del crecimiento de la población global y de la industrialización, que deriva en un aumento de la demanda de recursos.

Paralelamente a este fenómeno sucede que, al igual que en el resto de sectores e industrias, la tecnología ha progresado enormemente provocando la aparición de nuevos métodos y técnicas de sondeo y fragmentación, así como mejorando las que ya había.

Por ahora, en el mundo predominan las minas de cielo abierto por su relativa económica explotación y su accesibilidad. Pero el agotamiento de recursos y los desarrollos tecnológicos han ocasionado que las perforaciones se desplacen a regiones cada vez más profundas. En Sudáfrica, Brasil e India, se hallan las minas más insondables, que cuentan con cavidades localizadas en torno a 3 km bajo la superficie. Este tipo de prospecciones se denominan “*minas ultra-profundas*”. El récord lo ostenta la Western Deep situada en Sudáfrica a 3900 metros bajo la superficie. Es importante añadir que la mayoría de estas minas se centran principalmente en la extracción de oro, y no es de extrañar puesto que este metal precioso logra rentabilizar los enormes costes de explotación.

Necesidad de optimizar el sistema de ventilación

Normalmente, el sistema de ventilación de cualquier galería subterránea es responsable del 40% del consumo eléctrico total [4]. Sin embargo, cuando se trata de minas ultra-profundas, la ventilación no basta para retirar el calor acumulado por la roca y la maquinaria. En estos casos es necesario, además, acondicionar el aire, con lo que el coste se eleva considerablemente suponiendo hasta el 60% de los costes de producción [6]. Por esta razón,



La eficiencia del sistema de ventilación se convierte en una de las áreas más importantes de la investigación dentro de la industria minera.

Este Trabajo de Fin de Grado se centra en el análisis de la distribución no estacionaria de temperatura en la roca encajante, y la evaluación de las cargas térmicas hacia la galería subterránea, con el fin de contribuir a la optimización de los sistemas de ventilación, adecuando la potencia de dichos sistemas para reducir el gasto energético.

Se usarán herramientas de la Mecánica de Fluidos Computacional (CFD) para simular el transitorio de la ecuación del calor sobre un modelo estándar de galería subterránea. Dicho transitorio es muy lento, del orden de meses o años, como consecuencia de la baja conductividad térmica de los materiales rocosos en comparación con los metales, y de la escala espacial del problema. Comprender de qué forma fluye la energía interna de la roca encajante hacia la galería nos puede permitir dar soluciones más eficientes a estos sistemas de refrigeración.

## 1.2. CONTEXTUALIZACIÓN



Ilustración 1.1. Mina open-pit más grande del mundo. Bingham Canyon, Utah, EE.UU.

Qué es la minería y tipos de minas

La minería es el proceso por el cual se extraen menas y otros materiales de la tierra. Una mena se define como roca o mineral generalmente metálica que puede ser extraída, procesada, transportada y vendida a cambio de un beneficio. Otras sustancias no-metálicas que se extraen comúnmente de minas son el carbón, el fosfato, grava y arena.

Esta actividad se desarrolla en la superficie terrestre, donde se excavan las denominadas minas de cielo abierto (“open pit mines”); y bajo la superficie, horadando túneles y galerías a distintos niveles bajo el suelo. El método empleado depende de factores como la profundidad, extensión y valor económico de la roca que se pretende extraer.



Los inicios de la minería se remontan al Neolítico, en torno al año 4000 a.C., cuando los hombres de la prehistoria extraían sílex de las cuevas y grutas que hallaban para fabricar herramientas. En los depósitos de sílex se encuentran indicios de fuegos junto a las paredes de la roca que presumiblemente, tenían la función de debilitar la roca y facilitar la extracción. Estos mineros prehistóricos estaban lejos de imaginar que las fogatas propiciarían la ventilación necesaria para sustituir el  $\text{CO}_2$  por el oxígeno necesario para la respiración.

La necesidad de un sistema de ventilación fue redescubierta posteriormente por en la Grecia Antigua, el Imperio Romano, durante la Europa medieval y la Revolución Industrial de Gran Bretaña.

En las minas de plata de Lavrio (Grecia) del año 600 a.C., se aprecian al menos dos respiraderos por cada cámara principal que formaban en su conjunto un circuito de ventilación. Más tarde, durante la época medieval se utilizaban máquinas de madera cuya fuente motriz eran caballos o los propios mineros, y que servían para inducir corrientes de aire en las galerías.

La Revolución Industrial del siglo XVIII y XIX trajo un rápido aumento de la demanda de carbón. Las condiciones de trabajo de hombres, mujeres y niños que estaban empleados en las minas eran insalubres. La ventilación se generaba por efectos naturales, con lo que el aire se estancaba cuando la temperatura de la galería se encontraba próxima a la de la superficie. O también, se encendían piedras de carbón suspendidas en cestas a lo largo del túnel de entrada que favorecía la ventilación.



Ilustración 1.2. "Fireman" quemando metano en una mina de carbón

Peligros de las antiguas prácticas en minería



Son numerosos los peligros que conllevan las actividades de la minería. Entre ellos está el polvo, las emisiones de gases perjudiciales, el calor y la humedad, los cuales contribuyen al riesgo de asfixia de los operarios. No obstante, estos factores de riesgo han sido paliados con el paso de los años gracias a la evolución en el diseño de sistemas de ventilación. De hecho, son más habituales los accidentes debidos a derrumbamientos o movimientos sísmicos que aquellos relacionados con la acumulación de gases nocivos.

Por otro lado, existe el peligro de incendio y explosiones, aunque hoy en día no es frecuente debido a los enormes progresos en la iluminación de las galerías y la ventilación. En los inicios de las minas de carbón del siglo XVII, se usaban velas, que resultaban mortíferas al combinarse con gases combustibles como el metano. En 1733, Carlisle Spedding inventó un artefacto que generaba chispas al hacer girar una rueda de acero en contacto con una piedra de sílex. La iluminación era escasa pero suficiente para hacer trabajos muy localizados. Tras unos desastrosos accidentes como la explosión que tuvo lugar en las minas inglesas de Gateshead en 1812, que acabó con la vida de 92 mineros, se desarrolló la lámpara de Davy. Este artilugio consistía en un tejido que encerraba una llama alimentada por el metano de la mina. El tejido permitía el paso del fluido sin dejar escapar las llamas, por lo que el fuego era incapaz de propagarse y se limitaba a una zona muy pequeña y controlada evitando así la explosión.

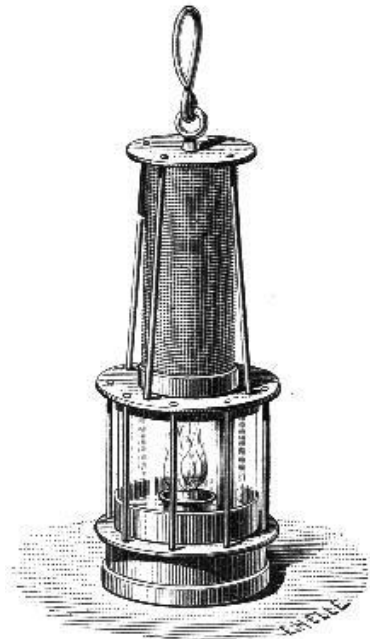


Ilustración 1.3. Lámpara Davy

Tal era el desconocimiento de los mineros ingleses por los peligros del metano, que resultaba una práctica común enviar a un hombre revestido con una pesada cota de tela húmeda y una vela al final de una larga vara, con el objetivo de quemar el metano acumulado durante el día.

Avances recientes en diseño de sistemas de ventilación

A finales del s. XIX se desarrollan los primeros ventiladores basados en grandes turbinas de vapor y en 1930 se introducen los primeros ventiladores axiales.

En la década de 1920 se consiguen tomar medidas de corrientes de aire y pérdidas de carga en conductos gracias a los adelantos en instrumentación, con el propósito de planificar los sistemas de ventilación. En 1943, el Profesor F. B. Hinsley produce un documento que proporciona un entendimiento avanzado del comportamiento del flujo de aire en galerías basándose en el uso de análisis termodinámicos. Hinsley también fue promotor del empleo de ordenadores analógicos para facilitar la planificación de la ventilación en 1952. Con la llegada de ordenadores digitales en los 60, se desarrollan programas de análisis de redes de ventilación. Posteriormente, en los 80 se desarrolló software más avanzado con la llegada de

los ordenadores de escritorio, que sustituían a los grandes y costosos *mainframe* o computadoras centrales.

#### Relevancia del sistema de ventilación

En muchas ocasiones, el sistema de ventilación es comparado con las venas y arterias que alberga el cuerpo humano. Las tomas de aire permiten el suministro de oxígeno a las zonas de trabajo, mientras que los conductos de salida expulsan los gases tóxicos. En cualquier infraestructura subterránea, un adecuado sistema de ventilación es fundamental para lograr una atmósfera de trabajo segura.

Los volúmenes de aire que se emplean en estos sistemas deben de ser suficientemente grandes como para mantener un ambiente agradable, facilitar de aire rico en oxígeno a las personas y la maquinaria, así como diluir y evacuar diligentemente los gases nocivos.

Además, las mejoras en la ventilación han contribuido notablemente al incremento de la productividad. Sin un suministro adecuado de aire habría sido imposible introducir cualquier tipo de maquinaria en las galerías, lo cual ha permitido excavar mayores cantidades de material y a mayores profundidades. Las máquinas generan polvo, calor y gases nocivos, lo que resulta en una demanda de sistemas más potentes que aseguren un mejor control del ambiente.

Para tener una idea cuantitativa del tamaño de los caudales de ventilación, se usarán datos reales de las regulaciones en industria minera de Nueva Zelanda [24]. Según esta legislación, el caudal de aire que discurre por una sección cualquiera de la galería no debe ser inferior a  $0,3 \text{ m}^3/\text{s}$  por cada metro cuadrado del plano transversal. El modelo escogido para el estudio tiene una sección de  $25 \text{ m}^2$ , lo que hace un caudal de  $7,5 \text{ m}^3/\text{s}$ . Un equipo convencional de aire acondicionado trabaja con caudales del orden de  $0,5 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Como se puede imaginar, un caudal de estas dimensiones genera una convección tal que, se logra refrigerar galerías poco profundas sin necesidad de enfriar el aire. No obstante, esto no sucede cuando se trabaja a los niveles de las minas sudafricanas, puesto que la roca puede alcanzar altísimas temperaturas, del orden de  $80 \text{ }^\circ\text{C}$ , como consecuencia del gradiente geotérmico.

Otras dificultades añadidas que encubren este tipo de minas son la complejidad de su diseño y planteamiento, dado que es muy difícil estimar los parámetros necesarios. Se caracterizan también por la carencia de flexibilidad, es decir, cualquier modificación en la planificación una vez comenzada la exploración acarrea elevados costes. Por último, los beneficios de la producción dependen mucho de factores como el transporte vertical y horizontal de menas, el desarrollo de la mina y la ventilación [19].

Revisión bibliográfica



La literatura existente relativa a ventilación en minas subterráneas es abundante. Resulta fácil encontrar manuales y guías que ofrecen un sinnúmero de pautas, métodos de cálculo y fórmulas experimentales dedicadas a la planificación y diseño de sistemas de ventilación. A esto hay que sumar los estudios de investigación que se han llevado a cabo con herramientas de cálculo de elementos finitos y CFD, las cuales han mejorado mucho en los últimos años ocasionando la proliferación de este tipo de análisis. [20-23]

Por el contrario, son menos abundantes los documentos relacionados con la eficiencia de refrigeración o acondicionamiento de aire en galerías, ya que esta es una práctica que se limita a minas profundas, una industria relativamente reciente [6]. *Ventilation handbook* (McPherson) [1], es un libro muy completo sobre ventilación en minas, y además contiene un capítulo dedicado en exclusiva a la refrigeración. W. Bornman y J. Dirker [7] realizaron un estudio para mejorar la eficiencia de una planta de refrigeración basándose en datos experimentales de una mina de Sudáfrica. Estos ingenieros generan un modelo matemático para predecir la demanda de potencia eléctrica de la planta y en función de ella, ajustar el número de refrigeradores operativos.

En una línea similar actúa H.J. van Antwerpen [8], quien propone una modificación en el ciclo de refrigeración para reducir el consumo energético basada, en la aplicación de turbinas y válvulas para controlar la pérdida de carga. Pingye Guo y Manchao He [9], sugieren una medida de ahorro energético a modo de simbiosis: intercambiar calor entre los edificios de una ciudad determinada y una mina de carbón. [10]

La comunidad científica también ha publicado varios artículos de investigación relacionados con otras problemáticas de las minas profundas como, por ejemplo, K.C. Kocsis [11] analiza las condiciones ambientales óptimas para los trabajadores en minas. R. Anderson [12] hace un repaso de los procedimientos para identificar y calcular cargas caloríficas en el interior de una mina. [13-18]

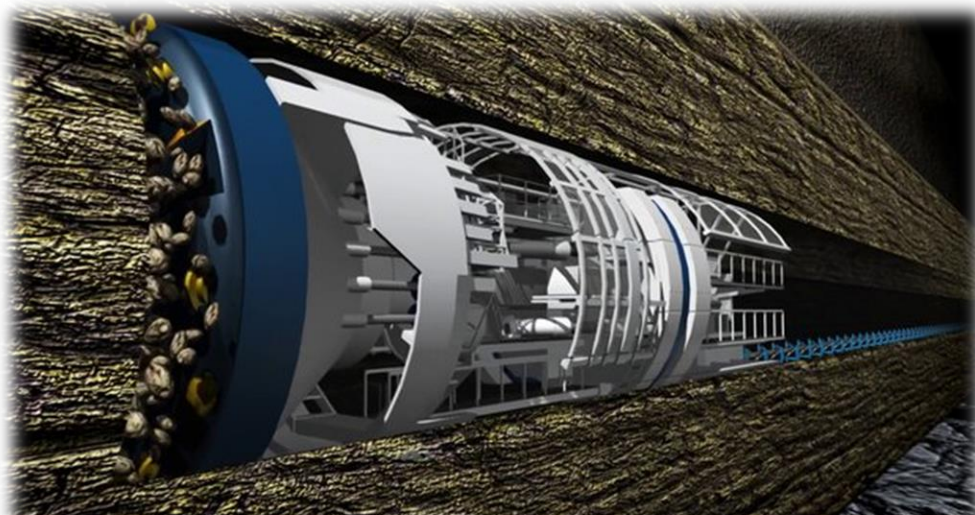


Ilustración 1.4. Modelo tridimensional de tuneladora (TBM)



Actualmente, existen más de 100 países en los que se pueden encontrar prospecciones para extracción de minerales, según un estudio de la asociación World Bank Group [25]. El sector de la minería tiene un peso importante en la economía de la mitad de estos países. Se destacan, por su alto nivel de exportaciones: Australia, Canadá, Chile, Perú y Sudáfrica, entre otros. Algunas de las empresas de mayor relevancia en el sector son BHP Billiton y Rio Tinto, ambas asutralianas; China Shenhua Energy, Coal India y Norilsk Nickel (Rusia).

Las tecnologías han evolucionado desde la extracción a base de pico y pala durante la Fiebre del Oro, las técnicas hidráulicas que fragmenta la roca usando agua a elevadas presiones, hasta la minería de gran escala en las minas de cielo abierto. Algunos de los avances más recientes son las tuneladoras (“*Tunel Boring Machine*”), sistemas de comunicación basados en redes Profibus PA, y el hielo líquido (*ice slurry*), que se destina para refrigerar minas profundas puesto que aguanta mucho más que el hielo convencional en estado sólido.

### 1.3. OBJETIVOS

El propósito de este proyecto consiste en resolver el fenómeno transitorio de transferencia de calor en el material rocoso que rodea una galería estándar de una mina, a la que se le inyecta aire acondicionado para su ventilación y refrigeración.

El tema de este TFG está basado en un trabajo tutelado por el profesor *Agus P. Sasmito*, “*3D Temperature Simulaition Of Deep Underground Mine*” [30], así como la geometría del modelo.

Se construirá un modelo considerando las hipótesis necesarias para reducir el costo computacional y la complejidad del problema sin comprometer demasiado su fidelidad a la realidad. Se prestará especial atención a aquellos aspectos del modelo que afecten significativamente a la transmisión del calor a través de la roca.

También se usará un caso simplificado del transitorio de la ecuación del calor unidimensional, de la cual existe solución analítica, resuelto numéricamente por el software con la intención de lograr una especie de “validación del modelo”. Hay que tener en cuenta que ésta no se puede considerar una validación como tal porque no se disponen de datos experimentales.

No obstante, el objetivo del proyecto no es tanto obtener una solución a partir de una rigurosa y completa definición del modelo sino mostrar un procedimiento o forma de trabajo a la hora de crear dicho modelo. Sentar unas bases para crear dicho modelo y analizarlo servirá de guía para futuros trabajos de otros estudiantes o simplemente sujetos interesados en el empleo de CFD (“*computational fluid dynamics*”).

Este trabajo pretende ser una primera aproximación a la resolución del transitorio de la ecuación del calor en una mina. Estudios posteriores más exhaustivos, tomarían este como punto de partida y concretarían el modelo para un caso práctico con geometrías, materiales y





flujos completamente definidos. Se contrastarían los resultados numéricos con datos experimentales y de esta manera se podría contribuir a la optimización del sistema de refrigeración de dicha mina.

Por otra parte, resulta de gran interés instruirse en herramientas para el análisis numérico de problemas de Mecánica de Fluidos y Transferencia de Calor. El presente trabajo ofrecerá un acercamiento al software de CFD mediante la resolución de un problema real de relativa complejidad. La temática del problema servirá como introducción al mundo de la minería, así como profundizar en el área de modelización y simulación numérica en ingeniería.

También es objetivo repasar y ampliar los conocimientos adquiridos a lo largo del Grado de Tecnologías Industriales. Las materias que han resultado más relevantes para este trabajo son Termodinámica Aplicada, Transmisión del Calor, Mecánica de Fluidos, Ingeniería de Fluidos, Cálculo Numérico, y Métodos Matemáticos para Análisis de Modelos.

#### ***1.4. ESTRUCTURA Y PLANTEAMIENTO***

El presente Trabajo de Fin de Grado se ha dividido en cinco capítulos que son los siguientes:

- Capítulo 1. Presentación
- Capítulo 2. Fundamentos teóricos
- Capítulo 3. Desarrollo
- Capítulo 4. Resultados
- Capítulo 5. Conclusiones

El primer capítulo comienza con una introducción que explica brevemente la motivación y cometido final. Seguidamente se proporcionan algunos hechos históricos relacionados con el sector de la minería, centrándose en la ventilación, que es el principal aspecto que compete al trabajo. También se realiza una ligera revisión de la bibliografía y de la situación del sector con perspectivas futuras. Finalmente se reúnen los objetivos que persigue el proyecto, así como su estructura y metodología.

En el capítulo 2, se recogen unas pinceladas de los fundamentos teóricos de las áreas que ocupa el trabajo. Habrá que mencionar conceptos de Termodinámica y Mecánica de Fluidos tales como los principios de la termodinámica y las características de un flujo turbulento. De igual modo se repasan nociones de métodos numéricos orientados al campo de CFD. El último apartado es dedicado a los sistemas de ventilación de una mina.

Es importante insistir en que el capítulo 2 no pretende ser una guía completa y exhaustiva de los fundamentos que expone, sino una mera explicación simplificada y acotada de conceptos que intervienen en la formulación del modelo y la simulación posterior. Por esta razón, no se recomienda como método de estudio.



El grueso del trabajo interviene en el tercer capítulo, donde se desarrollan las hipótesis del modelo de análisis. Desde la geometría, hasta las condiciones de contorno e iniciales, pasando por las hipótesis elaboradas sobre parámetros físicos. También se abarca la “validación del modelo y del software” comentados en el apartado anterior.

Se utilizará un primer software comercial para mallar la geometría del modelo que cuenta con una interfaz 3D que permite visualizar el modelo y dispone una serie de herramientas que facilitan mucho el mallado y posibilitan el crear una malla no estructurada o no-conforme. En cuanto a la simulación, se llevará a cabo con la versión del programa *ANSYS Fluent*, ampliamente conocido en la comunidad de CFD.

Adicionalmente, se hacen uso de las siguientes herramientas:

- *SSH*. El servidor de la universidad UPCT que resulta muy cómodo para ejecutar los cálculos. Mediante la aplicación “*SSH Secure File Transfer Client*” se lanzan los casos a dicho servidor, para lo que es necesario un archivo de extensión “.msh” que contiene la malla, y un “.jou” con la lista de comandos.
- *MatLab*. El procesamiento de datos se efectúa con el entorno MatLab, para lo cual se han desarrollado varios *scripts*. De esta manera se ha automatizado el graficado de los resultados.

El capítulo 4 incluye la exposición de los resultados numéricos de las simulaciones, en forma de gráficas, contornos de temperatura, campos de velocidades, etc. Además, se comparará el perfil de temperaturas con el de la solución analítica unidimensional.

Finalmente, el capítulo 5, comprende la discusión de los resultados, conclusiones del trabajo y un compendio de posibles acciones futuras para un análisis más completo y realista del problema en cuestión.



## 2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

### 2.1. CONCEPTOS DE TERMODINÁMICA

En el problema que se presenta intervienen varios fenómenos que tienen que ver con la Termodinámica y la Mecánica de Fluidos como, por ejemplo, la convección natural que se produce en el fluido de la galería en contacto con las paredes, el flujo turbulento que se expulsa a altas velocidades por los conductos de ventilación o, la transmisión de energía calorífica por conducción en la roca que rodea las cavidades. Previamente a la descripción de estos fenómenos, se considera oportuno repasar ciertos conceptos teóricos.

#### 2.1.1. Principios de la termodinámica

La energía puede ser transferida entre distintos cuerpos o masas mediante dos mecanismos: calor  $Q$  y trabajo  $W$ . La termodinámica define el calor como un intercambio de energía a través del contorno de un sistema como resultado de una diferencia de temperaturas. Para cualquier transferencia cuyo origen sea distinto, se trata de trabajo.

La primera ley de la termodinámica, también conocida como el *principio de conservación de la energía*, establece que la energía ni se crea ni se destruye; tan solo puede ser transformada. Este principio se enuncia, para cualquier sistema que sufre un determinado proceso, como: *el cambio neto de energía de un sistema durante un proceso es igual a la diferencia de la energía total que entra y la energía total que sale del sistema durante dicho proceso*. De forma general:

$$E_{in} - E_{out} = \Delta E_{system} \quad (2.1.)$$

Comúnmente, se expresa el primer principio de la termodinámica como la variación de energía interna del sistema igualada a la suma de energías que entran y salen del mismo. Así se tiene que:

$$Q_{in} - Q_{out} - W_{in} + W_{out} = \Delta U_{sys} \quad (2.2.)$$

El calor neto que sale del sistema menos el trabajo neto que realiza el sistema es igual a la variación neta de energía interna. El criterio de signos es arbitrario.

$$Q - W = \Delta U \quad (2.3.)$$

El *segundo principio de la termodinámica* tiene dos posibles formulaciones: la de Clausius y la de Kelvin-Planck. El primero declara que *es imposible la existencia de un sistema en el que la única transferencia de energía sea el paso de calor de un cuerpo frío a otro más caliente*.



Esta afirmación de la segunda ley establece que todos los procesos reales son irreversibles. En otras palabras, el proceso de transferencia de energía, siempre se desarrolla espontáneamente en un único sentido. Cuando existen desequilibrios entre dos sistemas, es posible obtener un trabajo. Así un fluido caliente encerrado en un depósito de paredes

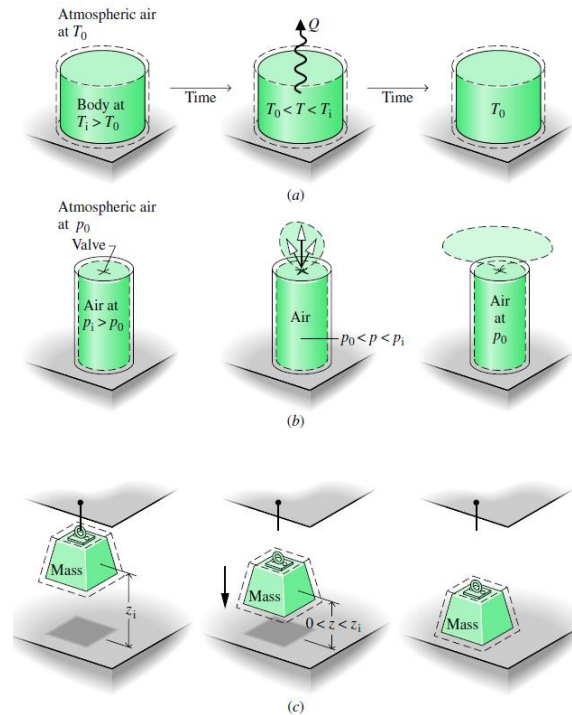


Ilustración 2.1. Segundo principio de la termodinámica

adiabáticas cede calor al entorno, y una masa suspendida de una cuerda a una altura determinada caerá irremediamente si se corta dicha cuerda. El proceso inverso es imposible sin el aporte de energía externa.

Este segundo principio resulta muy útil en el área de ciclos de frío y calor para hallar trabajos máximos teóricos y estimar rendimientos. Aunque tiene poca aplicación práctica en el problema que nos ocupa, es importante porque confiere sentido al fenómeno de la conducción: el calor se transmite de la roca, que es el cuerpo más caliente, al fluido de la galería.

### 2.1.2. Mecanismos del calor

El calor puede transferirse de tres modos diferentes: conducción, convección y radiación. Todos ellos requieren de la existencia de una diferencia de temperaturas. A continuación, se describen brevemente estos mecanismos:

**Conducción.** Es la transferencia de energía desde las partículas que poseen mayor energía interna a las que tienen menos, como resultado de interacciones entre las partículas, ya sean del mismo cuerpo o dos cuerpos en contacto.

En gases y líquidos, estas interacciones se materializan en forma de colisiones y de difusión de las moléculas en su movimiento aleatorio. Mientras que, en sólidos, se debe a la combinación de la vibración de moléculas y el transporte de energía de los electrones libres.

El flujo de calor depende de la geometría del medio, el grosor del contorno del sistema, los materiales de los cuerpos que intervienen y del gradiente de temperaturas existente.

La ley de conducción del calor es expresada por Fourier en forma diferencial para el caso más simple unidimensional:

$$q'' = -k \frac{dT}{dx} \quad (2.4.)$$

Donde  $q''$  representa el flujo de calor por unidad de superficie del contorno,  $dT/dx$  el gradiente de temperatura, y  $k$  ( $W/mK$ ) es la conductividad térmica del material que conduce el calor.

**Convección.** Este mecanismo tiene lugar entre la superficie de un sólido y fluido adyacente en movimiento. En realidad, aquí se ven involucrados los efectos de conducción y de movimiento del fluido.

En ausencia de movimiento, se trataría de una transferencia de energía por conducción pura. El desplazamiento de las moléculas del fluido contribuye a un mayor intercambio de energía, aunque también complica la estimación de los flujos de calor.

El cálculo del flujo de calor por convección puede resultar extremadamente complejo, dado que depende de muchos factores: la geometría de la superficie, las temperaturas de ésta y del fluido, y de la velocidad y propiedades del fluido (viscosidad, densidad, conductividad, capacidad calorífica).

A pesar de todo, se suele simplificar esta relación en la ecuación de la ley de enfriamiento de Newton. La transferencia de energía es proporcional a la diferencia de temperaturas entre el fluido y el sólido, y al coeficiente de convección  $h$  ( $W/m^2K$ ), el cual es función de los factores comentados.

$$q'' = h(T_s - T_\infty) \quad (2.5.)$$



**Radiación.** La radiación térmica es la energía emitida por todo cuerpo con temperatura superior al cero absoluto ( $0\text{ K}$ ) en la forma de ondas electromagnéticas, como resultado de cambios en la configuración electrónica de los átomos. A diferencia de los mecanismos anteriores, la radiación no requiere de un medio material para su propagación.

Este fenómeno se considera superficial porque la energía que emiten los átomos del interior de los cuerpos no llega a propagarse unas micras, por lo que no alcanza la superficie. Solamente las moléculas superficiales emiten radiación a otros cuerpos.

La ley de Stefan-Boltzmann expresa la radiación máxima que puede emitir un cuerpo a temperatura  $T_s$ . En la ecuación siguiente  $\sigma$  ( $\text{W}/\text{m}^2\text{K}^4$ ) equivale a la constante de Stefan-Boltzmann, y  $\varepsilon$  a la emisividad. Este parámetro es 1 para un cuerpo negro, que se define como el cuerpo que es perfecto emisor.

$$q'' = \varepsilon\sigma T_s^4 \quad (2.6.)$$

La radiación puede ser importante en el interior de la galería aun estando refrigerada, dado que las paredes pueden encontrarse a temperaturas en torno a  $35\text{ }^\circ\text{C}$ , y la emisividad de un cuerpo rocoso vale en torno a 0,95. Aunque, como ya se verá, esta es una de las simplificaciones del modelo.

### 2.1.3. Conductividad y difusividad térmica

La conductividad térmica  $k$  de un material es una medida de la capacidad de dicho material para conducir el calor, así como el calor específico  $C_e$  ( $\text{J}/\text{kg K}$ ) es la capacidad de un material para almacenar energía térmica.

Estas dos propiedades están relacionadas ya que, generalmente, los metales tienen altas conductividades y bajas capacidades caloríficas, mientras que ocurre lo contrario con materiales aislantes como plásticos y maderas. La conductividad de los metales oscila entre 10 y  $400\text{ W/mK}$ . En cambio, la de los gases como el aire, es del orden de  $10^4$  veces inferior. Algunos valores se encuentran en las tablas adjuntas en el apéndice.

La explicación científica de esta propiedad física tiene que ver con la energía cinética de las moléculas de los materiales. Cuanto mayor es la temperatura del cuerpo, mayor será la agitación de sus partículas y, por tanto, mayor número de colisiones se producirán entre ellas. Al producirse una colisión, parte de la energía se transfiere a la partícula menos energética. Un alto nivel de colisiones indica una alta conductividad. De hecho, la conductividad de materiales sólidos es, generalmente, superior a la de fluidos.

La teoría cinética de los gases indica que la conductividad térmica de los gases es proporcional al cuadrado de su temperatura, e inversamente proporcional a la masa molecular. De modo que cuanto menor masa molecular tiene un gas, mayor es la agitación de sus partículas.



A la hora de resolver problemas o hacer cálculos en los que interviene la conductividad, se suele asumir que su derivada con respecto a la temperatura es prácticamente cero, por razones de simplicidad.

Por otro lado, se conoce el producto de la densidad de un material por su calor específico,  $\rho C_e$ , como la capacidad calorífica de dicho material. La difusividad  $\alpha$  ( $m^2/s$ ) es el cociente entre la conductividad térmica y la capacidad calorífica.

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_e} \quad (2.7.)$$

Conviene notar que la conductividad representa cómo de bien conduce el calor el material; frente a la capacidad calorífica, que indica cuanta energía almacena por unidad de volumen. Así pues, la difusividad se puede interpretar como el ratio de calor conducido por el calor almacenado por unidad de volumen. Los metales tienen una alta difusividad, mientras que en los materiales rocosos es muy baja.

#### 2.1.4. Ecuación del calor

La mayoría de los problemas de conducción del calor pueden ser considerados unidimensionales y asumir que la transmisión en otras direcciones es despreciable. No obstante, el caso de estudio no puede considerarse unidimensional debido a la complejidad de la geometría. Existen diversas versiones de la ecuación del calor de aplicación práctica: en estado estacionario, bidimensional en coordenadas cilíndricas o tridimensional en coordenadas polares, por poner varios ejemplos.

Aquí se mostrará la ecuación del calor más general en coordenadas cartesianas, para el caso de conducción tridimensional, no estacionaria y, con generación de calor. Suponiendo que el material es isotrópico, es decir, tiene conductividad constante en toda su extensión, aunque variable con la temperatura, se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{g} = \rho C_e \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.8.)$$

Si se considera que la conductividad es independiente de la temperatura en el rango de operación:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{g}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.9.)$$

Esta ecuación por sí sola no se puede resolver. Es necesario especificar unas condiciones de contorno e iniciales. Al integrar la ecuación diferencial en el espacio, hay que establecer los límites para cada dimensión. Es decir, asumiendo que la generación de calor es un parámetro, son necesarias dos condiciones de contorno por coordenada.



Estas condiciones pueden ser de flujo de calor a través de una superficie (del plano YZ en este ejemplo),

$$-k \frac{\partial T(x_0, t)}{\partial x} = q_0, \quad \forall t \in (0, \infty), \forall (y, z) \in \partial\Omega \quad (2.10.)$$

O de temperatura,

$$T(x_0, y_0, z_0, t) = T_0, \quad \forall t \in (0, \infty) \quad (2.11.)$$

Con respecto a las condiciones iniciales, debe conocerse la temperatura en todos los puntos del material en el instante  $t = 0$ .

$$T(x, y, z, 0) = f(x, y, z) \quad (2.12.)$$

donde  $f(x, y, z)$  representa la distribución de temperatura por el medio.

Resultaría muy complejo o imposible obtener una solución analítica de un problema tridimensional transitorio. Este tipo de planteamientos no tienen cabida en la práctica, y surgen con el desarrollo de modelos numéricos y ordenadores potentes capaces de realizar los millones de operaciones que requieren.

En cambio, es interesante citar aquí la solución analítica que aparece en [2]. Aunque se trata de un caso transitorio unidimensional, refleja la dificultad que presenta emplear métodos analíticos para problemas de esta envergadura. Posteriormente, se podrá comparar la solución de Cengel con la solución numérica del modelo tridimensional.

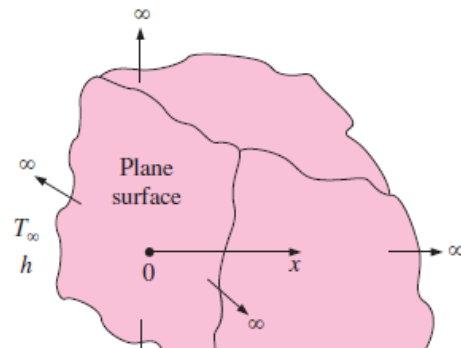


Ilustración 2.2. Pared semi-infinita.

Sea un sistema formado por una pared semi-infinita, de material determinado, tal que los cambios de temperatura se producen en las regiones próximas a la superficie libre de la pared. Esta pared se encuentra en contacto con un fluido de temperatura  $T_\infty$  y coeficiente convectivo  $h$ . El sólido semi-infinito se encuentra a la temperatura inicial  $T_i$ , y posee una difusividad  $\alpha$ .

La solución analítica exacta de la temperatura, en un plano paralelo a la superficie de cota  $x$ , y un instante  $t$  es:

$$\frac{T(x, t) - T_i}{T_\infty - T_i} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) - \exp\left(\frac{hx}{k} + \frac{h^2 \alpha t}{k^2}\right) \left[ \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + \frac{h\sqrt{\alpha t}}{k}\right) \right] \quad (2.133.)$$



donde  $erfc(\xi)$  es la función error complementaria, definida como:

$$erfc(\xi) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} e^{-u^2} du \quad (2.144.)$$

Esta integral no tiene solución analítica, sino que es evaluada numéricamente para diferentes valores de  $\xi$ . Si  $h \rightarrow \infty$ , entonces la superficie de la pared es llevada a la temperatura  $T_{\infty}$  en el instante  $t = 0$ . Esta aproximación se puede llevar a cabo en la práctica cuando se produce la condensación o ebullición del fluido en la superficie. La ecuación anterior queda de la siguiente manera:

$$\frac{T(x, t) - T_i}{T_{\infty} - T_i} = erfc\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \quad (2.155.)$$

Esta ecuación tiene algunas variantes para casos de dos y tres dimensiones, pero aquí se limita su resolución al de una sola dimensión.

## 2.2. CONCEPTOS DE MECÁNICA DE FLUIDOS

La mecánica de fluidos es la parte de la ciencia que estudia el movimiento de los fluidos y las fuerzas que se aplican sobre ellos. Está íntimamente relacionada con la termodinámica, ya que los cambios de temperatura y densidad alteran el reposo de los fluidos. Aquí se han diferenciado estas dos áreas con el fin de estructurar el capítulo.

### 2.2.1. Ecuaciones de Navier-Stokes

Las ecuaciones de Navier-Stokes describen el comportamiento y la mecánica de un fluido determinado que se halla en un volumen de control. Son tres ecuaciones principales: la de continuidad, la de cantidad de movimiento y la de energía; que se completan con las ecuaciones de estado. Estas ecuaciones solo son aplicables para medios continuos.

Es posible escribir la formulación de estas ecuaciones de dos maneras distintas: diferencial e integral. El uso de una u otra dependerá de la naturaleza del problema. La forma diferencial se emplea para describir un campo fluido completo, ya sea en coordenadas cartesianas, cilíndricas o esféricas. Mientras que la integral es útil para obtener magnitudes resultantes en un volumen de control.

La ecuación de *continuidad* o *conservación de la masa* expresa que la masa no puede crearse ni destruirse. La masa neta transferida a través del contorno de un sistema durante un proceso, es igual al incremento o decremento neto de la masa total del sistema. En su forma de derivadas parciales queda:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.166.)$$

donde  $\rho$  es la densidad del fluido,  $t$  el tiempo, y  $\vec{v}$  el vector velocidad.



La ecuación de *cantidad de movimiento* o *conservación del momento*, representa la segunda ley de Newton. Indica que la suma de las fuerzas que se ejercen sobre el fluido es igual a la masa del fluido por la derivada de la velocidad.

$$\frac{\partial(\rho\vec{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{v}\vec{v}) = \nabla p + \nabla \cdot \tau + \rho \cdot \vec{f} \quad (2.177.)$$

donde  $p$  es la presión del fluido,  $\tau$  es el tensor de esfuerzos viscosos, y  $\vec{f}$  el conjunto de fuerzas volumétricas que aplican sobre el fluido.

La ecuación de *energía* o *conservación de la energía*, no es más que el primer principio de la termodinámica que se explica en 2.2.1. Su forma diferencial es la siguiente:

$$\frac{\partial \rho \left( e + \frac{1}{2} v^2 \right)}{\partial t} + \nabla \cdot \left[ \rho \left( e + \frac{1}{2} v^2 \right) \vec{v} \right] = -\nabla \cdot (p\vec{v}) + \nabla \cdot (\tau \cdot \vec{v}) - \nabla \cdot (k\nabla T) + \rho \vec{f} \cdot \vec{v} + \rho \dot{q} \quad (2.188.)$$

donde  $e$  representa la energía interna,  $k$  es la conductividad térmica, y  $q$  la generación térmica por unidad de tiempo y masa en el fluido.

Las ecuaciones de estado relacionan las variables de estado del fluido: densidad, presión, temperatura, energía interna, entalpía y entropía. Estas variables no son uniformes en el fluido, sino que depende del espacio y del tiempo.

$$\rho(\vec{x}, t), p(\vec{x}, t), T(\vec{x}, t), e(\vec{x}, t), h(\vec{x}, t), s(\vec{x}, t)$$

Un ejemplo de ecuación de estado es la ecuación de los gases perfectos:

$$p = \rho R_g T \quad (2.199.)$$

Las ecuaciones de Navier-Stokes se pueden simplificar en función de las características del problema: si es un flujo compresible o incompresible, estacionario o transitorio, etc. Lógicamente, estas requieren de condiciones de contorno e iniciales, en caso de flujos no estacionarios, para su resolución.

### 2.2.2. Capa límite y flujo turbulento

Cuando un fluido se mueve en contacto con una superficie se produce el fenómeno denominado como *capa límite*, que se debe a la condición de adherencia. Esta condición establece que las partículas en contacto con la superficie tienen su misma velocidad absoluta, es decir, velocidad relativa nula.

La capa límite tiene distintas características dependiendo de cuál sea el comportamiento del fluido: laminar o turbulento. El movimiento laminar se identifica por sus bajas velocidades y su estabilidad. Las partículas se mueven formando estratos de velocidad paralelos entre sí. Los efectos viscosos son importantes en la capa límite. Un número de Reynolds bajo va asociado al flujo laminar.



$$Re = \frac{\rho UL}{\mu} = \frac{\text{efectos de convección}}{\text{efectos viscosos}} \quad (2.20.)$$

donde  $L$  es la longitud característica de la geometría donde se mueve el fluido, generalmente el diámetro del conducto.

Si aumenta el número de Reynolds la estabilidad del movimiento desaparece y el flujo se convierte en turbulento, caracterizado por su irregularidad de movimientos aleatorios y vórtices. La difusividad en estos flujos es muy alta; se mezcla el flujo y uniformiza eficazmente propagando la energía térmica y cinética. La capa límite en flujos turbulentos se limita a una zona muy delgada cerca de la pared, en la cual domina la viscosidad frente a la turbulencia.

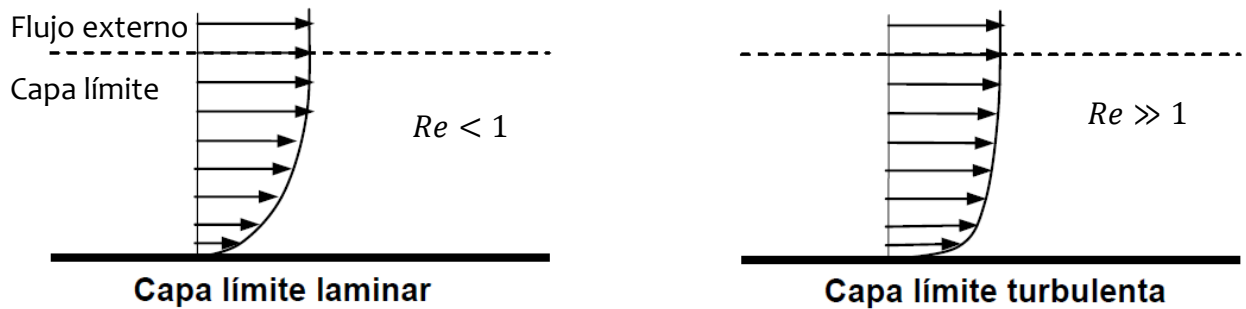


Ilustración 2.3. Capa límite de flujo en régimen laminar y turbulento.

En conductos, el perfil de velocidad se desarrolla en una zona pequeña debido a la cercanía de las paredes. Así pues, en flujo laminar se forma un perfil parabólico, mientras que en flujo turbulento es uniforme debido al elevado transporte de cantidad de movimiento en sentido transversal.

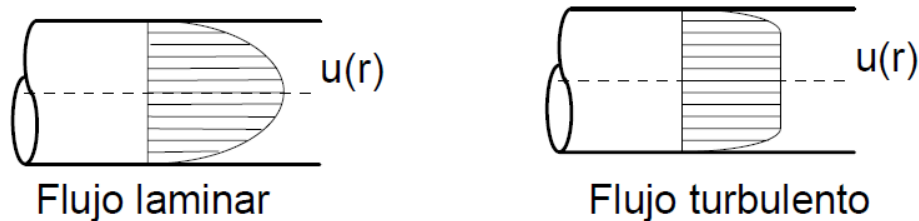


Ilustración 2.4. Flujo laminar y turbulento en conductos.

Comúnmente, se emplea el modelo de von Karman de la capa límite turbulenta. En este modelo se distinguen tres capas separadas en dos zonas:

- Región exterior. La viscosidad es despreciable frente a los términos convectivos. Esta zona es distinta al flujo externo, con perfil uniforme y flujo turbulento homogéneo.

$$y \approx \delta$$

- Región interior. En esta zona los esfuerzos viscosos son importantes. Dentro de ella se distinguen dos subcapas:



- Subcapa intermedia o logarítmica. El perfil sigue una ecuación logarítmica.

$$\delta_v < y \ll \delta \quad \rightarrow \quad \frac{u}{u^*} = A \ln \frac{u^* y}{\nu} + B \quad (2.21.)$$

Donde  $\delta_v$  es el espesor de subcapa viscosa,  $u^*$  es la agitación característica del flujo turbulento,  $\nu$  es la viscosidad cinemática.  $A$  y  $B$  son constantes.

- Subcapa viscosa. Cerca de la pared, las fluctuaciones turbulentas se anulan y los esfuerzos viscosos son muy superiores a los turbulentos.

$$y \approx \delta_v = \frac{\nu}{u^*} \quad \rightarrow \quad \frac{u}{u^*} = \frac{y}{\frac{\nu}{u^*}} \quad \rightarrow \quad u^+ = y^+ \quad (2.22.)$$

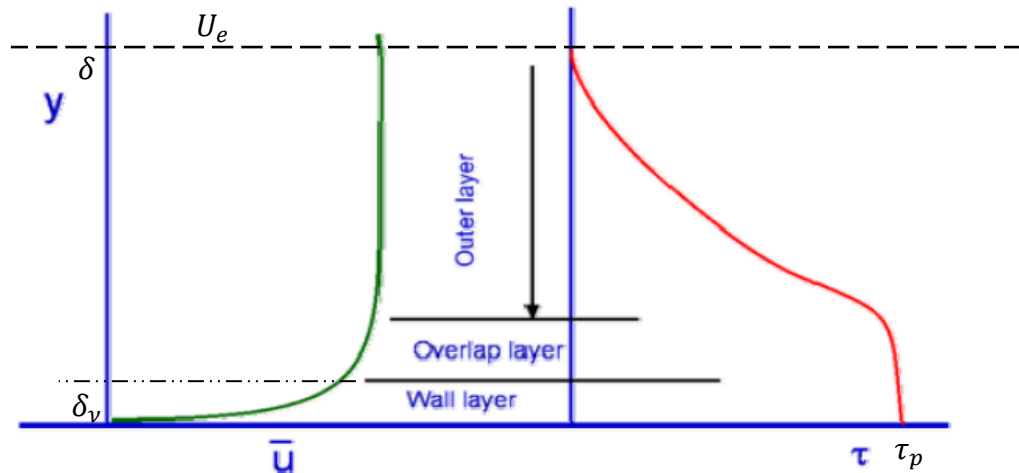


Ilustración 2.5. Modelo von Karman de la capa límite viscosa.

En CFD resulta muy útil la variable adimensional  $y^+$  para controlar la densidad de malla en una zona de capa límite. Tras la simulación numérica del flujo se comprueba que su valor sea en torno a 30 en las superficies de contacto.



Por otra parte, la rugosidad de la pared puede influir en el perfil de la capa límite y modificar el modelo de von Karman. Sea  $h$  la altura media de la rugosidad. Si  $h \gg \delta_v$ , la rugosidad es muy grande y por tanto no existe subcapa viscosa. El término de la rugosidad interviene en la ecuación logarítmica escalándola. En el caso contrario, la pared se considera lisa.

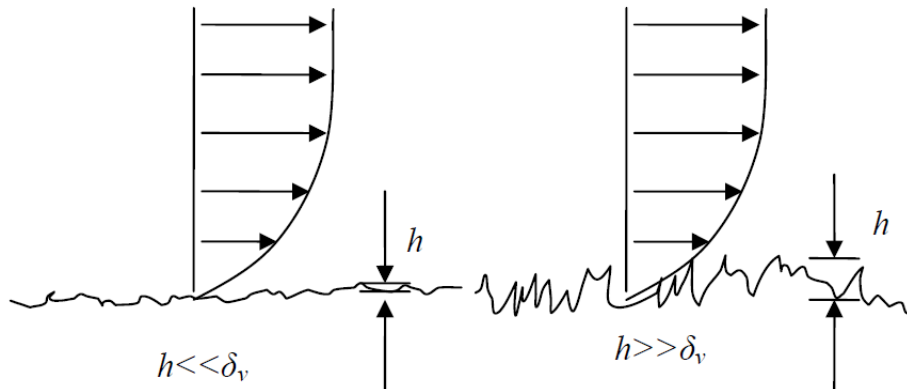


Ilustración 2.6. Esquema de la influencia de la rugosidad en la capa límite

En casos prácticos sobre conductos se usa el diagrama de Moody, que se halla en el anexo, para estimar la importancia de la rugosidad en función de la rugosidad relativa ( $h/D$ ) y el número de Reynolds. En el capítulo siguiente se verá con mayor detenimiento.

Son muchos los modelos matemáticos que existen para analizar los numerosos comportamientos de los fluidos. Es importante resaltar que las ecuaciones de Navier-Stokes no sirven para flujos turbulentos debido a su naturaleza irregular e intermitente. Dichas ecuaciones son modificadas mediante la aplicación de técnicas de promediado, generando las denominadas ecuaciones de Reynolds. Las variables del sistema (velocidad, temperatura, etc.) son aleatorias, aunque si las condiciones de contorno son constantes, el valor medio también lo será.

Las ecuaciones de fluidodinámica para flujos turbulentos incorporan incógnitas adicionales, que surgen de la descomposición de cada variable en suma de un valor medio y una fluctuación. La velocidad, presión y temperatura:

$$\vec{u} = \vec{U} + \vec{u}', \quad p = \bar{p} + p', \quad T = \bar{T} + T'$$

Estos términos adicionales suponen un problema, ya que se tienen más incógnitas que ecuaciones. Esto se conoce como el *problema de cierre de la turbulencia*, el cual requiere para su solución, de correlaciones experimentales, hipótesis o ecuaciones complementarias. Un ejemplo clásico muy utilizado es la hipótesis de Boussinesq, que expresa los esfuerzos turbulentos de manera análoga a los viscosos e introduce el concepto de viscosidad turbulenta.



$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.23.)$$

La viscosidad turbulenta se aproxima mediante la ecuación  $\mu_t = C\rho U_m l_m$ , de manera que la naturaleza del flujo da valor a la constante  $C$ , y los valores característicos de escala de velocidad y longitud, respectivamente  $U_m$  y  $l_m$ .

### 2.2.3. Concepto de capa límite térmica

En los problemas de fluidodinámica en los que los efectos térmicos son relevantes, es necesario resolver las ecuaciones de conservación de momento y de conservación de energía, de manera conjunta. Entonces, se dice que el problema mecánico y térmico están acoplados. Esto sucede en flujos compresibles, en los que la densidad y la viscosidad dependen de la temperatura.

En flujos turbulentos la conducción térmica puede llegar a ser despreciable frente a la convección térmica. En estos casos la transferencia de energía térmica se reduce a región estrecha en contacto con la superficie, que se conoce como *capa límite térmica*. Para evaluar los efectos de convección térmica frente a los de conducción se emplea el número Péclet (Reynolds\*Prandtl):

$$Pe = \frac{\rho U c_p \Delta T / L}{k \Delta T / L^2} = \frac{\rho U L \mu c_p}{\mu k} = Re Pr \gg 1 \quad (2.24.)$$

En la capa límite térmica, al igual que en la capa viscosa, se aprecia un perfil de temperatura, donde la temperatura evoluciona desde la que presenta el fluido externo  $T_e$ , hasta la que tiene la pared  $T_p$ .

El fenómeno de transferencia de calor a través de una pared en presencia de un fluido en movimiento, se conoce como *convección forzada*.

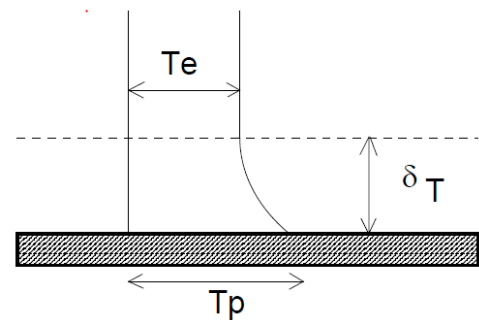


Ilustración 2.7. Capa límite térmica.

### 2.2.4. Efectos de flotabilidad

A diferencia de la convección forzada, la *convección natural* se produce cuando un fluido en reposo experimenta una aceleración, como consecuencia de los *efectos de flotabilidad*. Las diferencias de temperatura en el campo fluido ocasionan gradientes de densidad que, combinados con las fuerzas gravitatorias, provocan el movimiento del fluido. Se distingue entre *convección natural* y *convección libre* en función de si el fluido está confinado o no, respectivamente.

Los transportes de energía térmica son más elevados que cuando hay conducción pura. Estos efectos de flotabilidad son los causantes de las corrientes marinas y del viento, así como el tiro de chimeneas y los sistemas de calefacción por radiador.

Normalmente, la convección natural será relevante si la diferencia de temperaturas entre pared y fluido es grande. Aunque en ciertas ocasiones no es fácil determinar su relativa importancia frente a fenómenos de conducción o convección forzada. Para ello se hace uso de números adimensionales.

Los números de Rayleigh y Grashof comparan el término de flotabilidad con los de viscosidad y conductividad térmica. En un fluido con coeficiente de expansión  $\beta$ , difusividad  $\alpha$ , y viscosidad cinemática  $\nu$ :

$$Ra = \frac{\beta g \Delta T L^3}{\nu \alpha} \quad (2.205.)$$

$$Gr = \frac{\beta g \Delta T L^3}{\nu^2} = \frac{Ra}{Pr} \quad (2.216.)$$

El número de Richardson representa la importancia de la convección natural frente a la convección forzada:

$$Ri = \frac{\beta g \Delta T L}{U^2} = \frac{Gr}{Re^2} \quad (2.227.)$$

Cuando se conoce el flujo de calor a través de la pared, resultan útiles los números de Nusselt y Stanton. El primero compara la importancia relativa de la conducción en la transmisión de calor, mientras que el segundo lo hace con la convección forzada.

$$Nu = \frac{qL}{k\Delta T} \quad (2.238.)$$

$$Sta = \frac{q}{\rho U c_p \Delta T} = \frac{Nu}{Re Pr} = \frac{Nu}{Pe} \quad (2.249.)$$

### 2.2.5. Problema conjugado

En los apartados anteriores 2.2.3 y 2.2.4, se ha visto que existen problemas de fluidos donde la energía térmica juega un papel clave en la mecánica del fluido. Se han desarrollado modelos analíticos para estos problemas como, por ejemplo, la aproximación de Boussinesq o la ley de enfriamiento de Newton, que se presentó en el punto 2.1.2.

Se comentó que la ecuación para hallar el flujo de calor por convección simplificaba enormemente este fenómeno. El coeficiente de convección se estima, en la mayor parte de

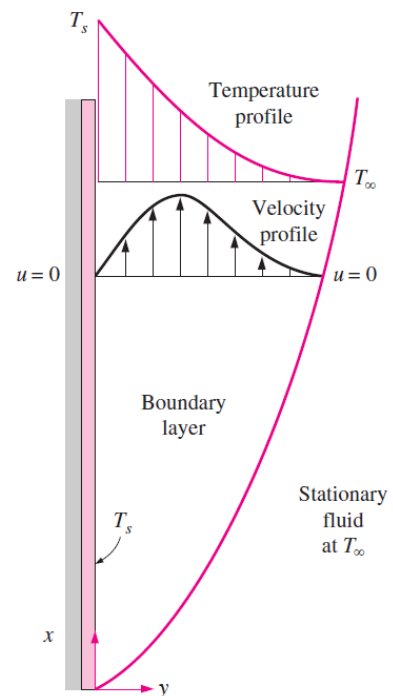


Ilustración 2.8. Perfil de velocidad y temperatura en convección natural.

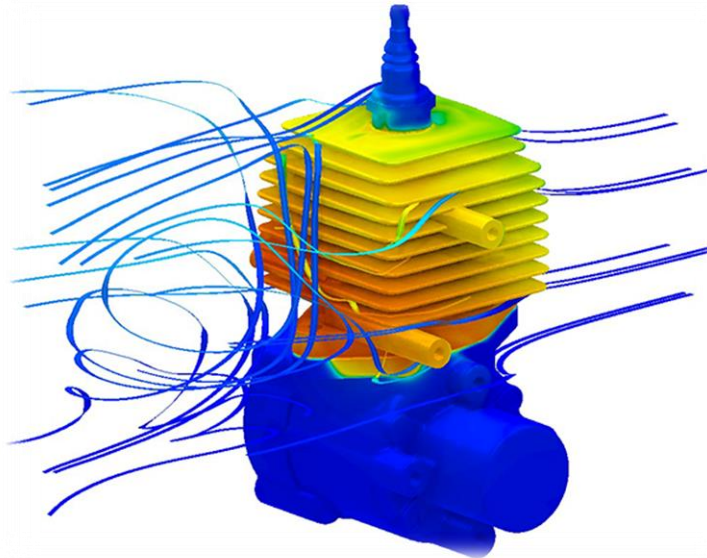


las aplicaciones en ingeniería, por medio de una serie de relaciones empíricas, obtenidas para un número limitado de geometrías. Estas relaciones proporcionan un valor del Nusselt. Y este número adimensional se relaciona con  $h$  como:

$$Nu = \frac{hL}{k} \quad (2.30.)$$

Esto ha tenido especial trascendencia en el área de intercambiadores de calor, puesto que era la única herramienta de que se disponía para la estimación de calor por convección, hasta el desarrollo de los ordenadores y del CFD.

Las herramientas de cálculo computacional permiten abordar el problema de transferencia de calor entre fluido y superficie de manera numérica, que resulta una mejor aproximación a la realidad que la ecuación de Newton, aunque más costosa. Esto se conoce como el *problema conjugado de transferencia de calor*.



*Ilustración 2.9. Ejemplo de problema conjugado sobre refrigeración de un motor*

El problema conjugado se caracteriza por aplicar las ecuaciones de gobierno de manera separada en los dos medios, e igualar las condiciones de contorno en la interfaz que los separa. Así pues, se elimina la necesidad de un coeficiente convectivo.

Las ecuaciones que se utilizan en el medio fluido, no son otras que las de Navier-Stokes, ya sea para flujo laminar o turbulento. En cuanto al sólido, se emplea la ecuación de conducción del calor de Fourier, transitoria o estacionaria.

En la superficie de contacto, la temperatura del fluido debe ser igual a la del sólido. El calor que absorbe o cede el fluido es igual al que atraviesa la interfaz.





$$T_i = T_s|_{pared} = T_f|_{pared} \quad (2.31.)$$

$$k_f \nabla T|_f = k_s \nabla T|_s \quad (2.32.)$$

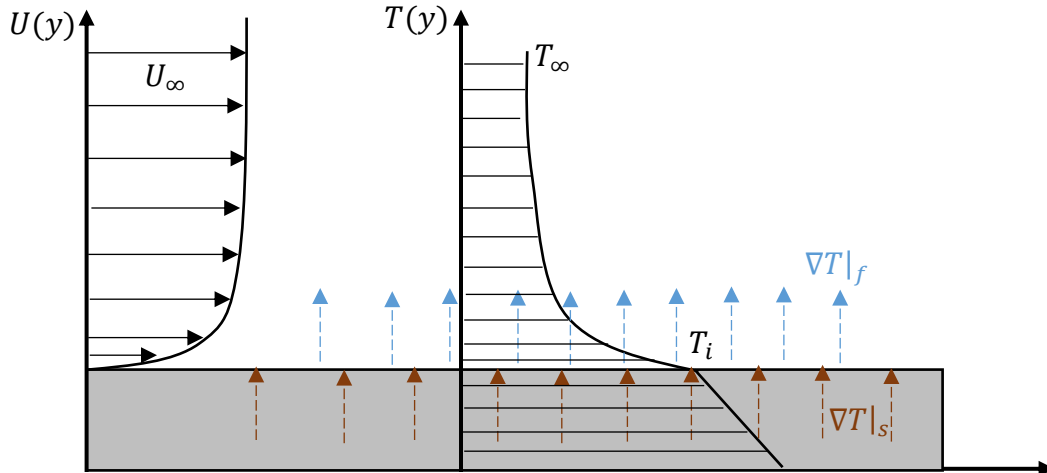


Ilustración 2.10. Esquema de transferencia de calor conjugado.

### 2.3. SIMULACIÓN NUMÉRICA

Las herramientas de CFD comenzaron a evolucionar en 1970s, acompañadas de los progresos en la industria de los ordenadores. Ya había métodos de discretización de ecuaciones en el siglo XVIII, cuando Brook Taylor publicó lo que hoy se conoce como cálculo de las diferencias finitas.

No obstante, la primera aplicación práctica de los métodos de discretización y modelización numérica tuvo lugar hacia 1952 en la empresa Boeing. El ingeniero R.W. Clough pasó dos veranos bajo la supervisión de M.J. Turner trabajando en el modelizado del análisis estructural dinámico de un ala de avión, quien tomó como base las teorías de métodos variacionales y residuos ponderados de Ritz y B.G. Galerkin, respectivamente. Su trabajo condujo más tarde a la formulación del método de elementos finitos.

El trasfondo matemático que esconde un programa de simulación numérica como Fluent es inmenso. Por ello, en este apartado, solo se proporciona una idea cualitativa de lo que son los métodos numéricos.

#### 2.3.1. Generalidades

Los métodos numéricos se basan en la aproximación de funciones por medio de un polinomio  $P(\xi)$  de grado  $n$ , obteniendo una expresión lineal de las ecuaciones de gobierno. Algunos ejemplos de estas funciones pueden ser, la función seno, coseno, o exponencial; así como derivadas e integrales.



$$P(\xi) = a_0 + a_1\xi + a_2\xi^2 + \dots + a_n\xi^n \quad (2.253.)$$

Cuanto mayor sea el grado del polinomio, menor será el error de la aproximación. Este error, denominado *error de truncamiento*, también depende del método numérico empleado para hallar los coeficientes  $a_0, a_1, \dots, a_n$ .

Además de un procedimiento para linealizar las ecuaciones, un método numérico consta de un algoritmo para converger a la solución de la ecuación o sistema de ecuaciones. Un método será tanto mejor cuanto menor sea el número de operaciones necesarias para converger a la solución con un mínimo error.

Por otro lado, es necesario discretizar el espacio y el tiempo, en caso de que se trate de un problema transitorio. Discretizar consiste en dividir el dominio del espacio y tiempo en unidades formando una malla. La solución que se obtiene para las ecuaciones de gobierno es discreta, es decir, se conoce dicha solución solo en los puntos de división de la malla. Estos puntos pueden ser los nodos de la malla o el centro de las celdas o divisiones. Lógicamente, cuantas más divisiones, mejor será la aproximación de la solución en el dominio, sin embargo, el costo computacional también aumenta.

Existen dos características relevantes en una malla cualquiera: su estructura y la conformidad. Se dice que una malla es estructurada si entre sus elementos topológicos (nodos o celdas), debidamente numerados, se puede establecer una aplicación  $f: N \rightarrow N$ .

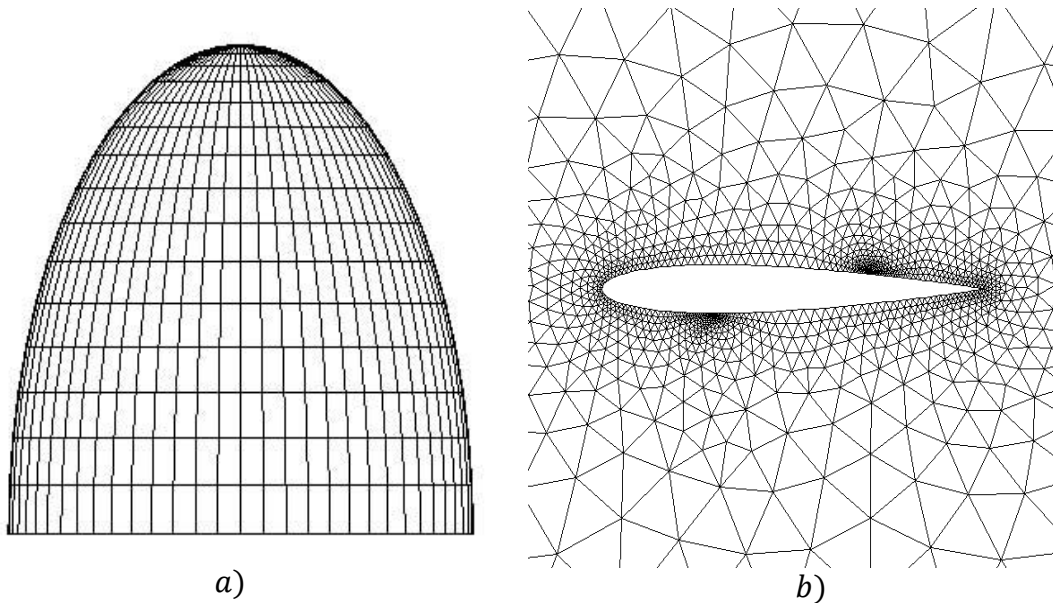


Ilustración 2.11. a) Malla estructurada en coordenadas curvilíneas. b) Malla no estructurada.



Una malla conforme es aquella en la que cada una de las caras de los poliedros que la forman, está enfrentada con una y solo una cara de un poliedro adyacente. En la *Ilustración 2.12* se muestra un caso de malla conforme y otra no-conforme.

### 2.3.2. Método de las diferencias finitas

El método de las diferencias finitas consiste en aproximar las derivadas que contiene una ecuación diferencial, por medio de las series de Taylor. Se llama polinomio de Taylor de grado  $n$  de la función  $f(x)$  en el punto  $a$ , a la expresión:

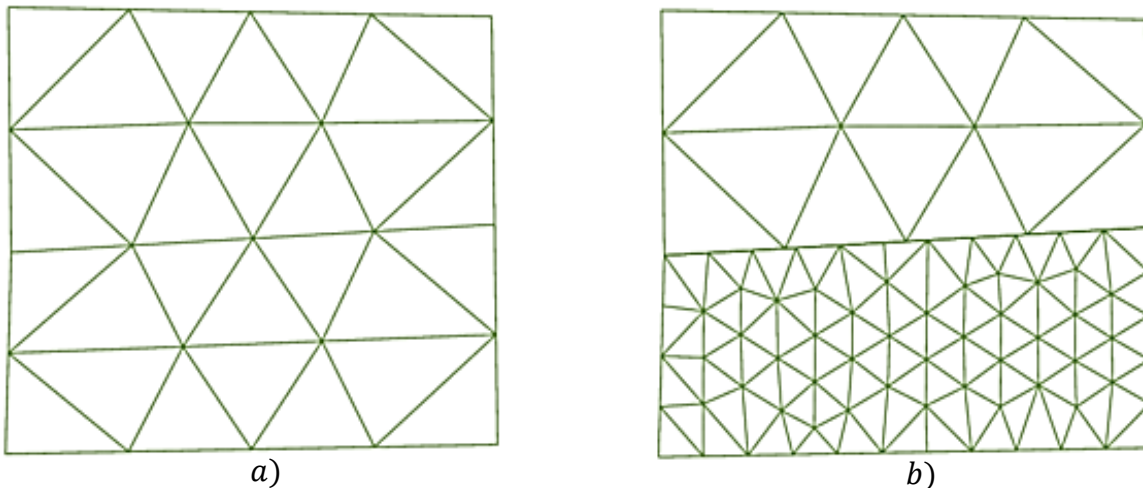
$$P_{n,a}(x) = f(a) + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_a (x - a) + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_a (x - a)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \left(\frac{\partial^n f}{\partial x^n}\right)_a (x - a)^n \quad (2.264.)$$

El error de truncamiento de la aproximación se estima mediante:

$$R_{n,a}(x) = \frac{1}{(n+1)!} \left(\frac{\partial^{n+1} f}{\partial x^{n+1}}\right)_\xi (x - a)^{n+1} \quad (2.275.)$$

Siendo  $\xi$  un punto comprendido entre  $x$  y  $a$ .

Se considera un caso de ecuación en derivadas parciales lineales de segundo orden, a las cuales pertenecen las ecuaciones más relevantes de la Física. Si el número de variables



*Ilustración 2.12. Malla conforme (no-estructurada). b) Malla no-conforme.*

independientes es dos, denominándolas por  $x$  e  $y$ , su forma general es

$$a(x, y) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b(x, y) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + c(x, y) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + d(x, y) \frac{\partial u}{\partial x} + e(x, y) \frac{\partial u}{\partial y} + f(x, y) u = g(x, y) \quad (2.286.)$$



Donde  $u$  es la función o variable dependiente a determinar sobre un dominio  $\Omega$ , verificando la ecuación anterior y algunas condiciones iniciales y/o de contorno sobre la frontera. Los coeficientes  $a(x, y), b(x, y), \dots$ , pueden ser constantes o variables en el dominio.

Se supone el dominio discretizado bidimensional que se muestra en la imagen siguiente:

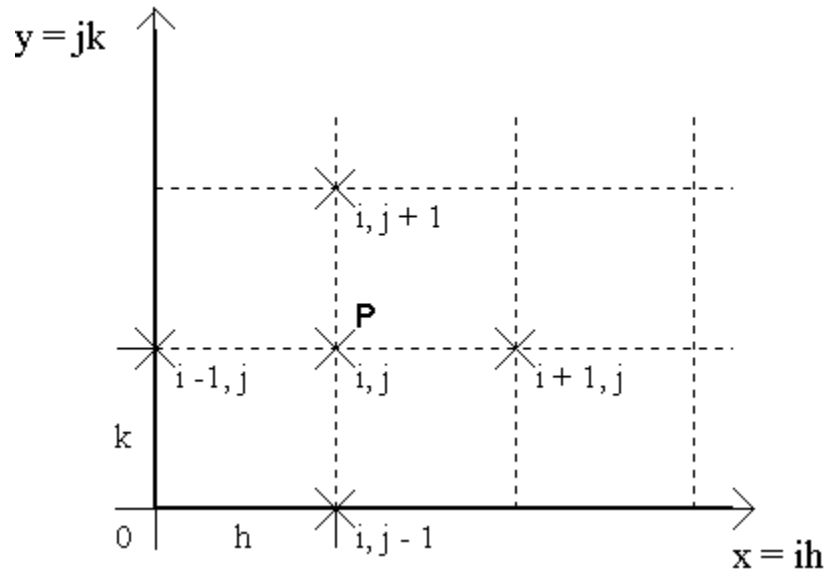


Ilustración 2.13. Discretización espacial en ejes cartesianos.

Comúnmente, se divide el dominio en elementos finitos separados en el espacio o tiempo un valor constante positivo  $h$  o  $k$ , que equivale a  $\Delta x$  e  $\Delta y$ , respectivamente. De esta forma, se puede identificar un nodo cualquiera de la malla como:

$$\begin{aligned} x_i &= x_0 + ih \\ y_j &= y_0 + jk, \quad (t_i = t + jk) \end{aligned} \quad (2.297.)$$

La aproximación en diferencias finitas de las derivadas se consigue despejando del polinomio de Taylor la derivada parcial del orden deseado. Así, por ejemplo, la derivada parcial de primer orden de  $u$  respecto  $x$ , en el punto  $(i, j)$ , se puede obtener a partir del nodo anterior o del siguiente.

Estableciendo analogías con la formulación del polinomio de Taylor, el punto  $x$  es ahora  $(i + 1, j)$ . Mientras que el punto  $a$  es  $(i, j)$ . Por tanto,  $(x - a) = h$ .

$$u_{i+1,j} = u_{i,j} + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} h + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} \frac{h^2}{2} + \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)_{i,j} \frac{h^3}{6} + \dots \quad (2.308.)$$

Entonces,



$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{h} \quad (2.319.)$$

Si se toma el punto anterior:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{h} \quad (2.40.)$$

También se pueden combinar estas dos ecuaciones, de forma que el error de truncamiento disminuye:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2h} \quad (2.41.)$$

Por ejemplo, la derivada parcial de segundo orden de  $u$  respecto de  $y$ :

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)_{i,j} = \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{k^2} \quad (2.42.)$$

Este método resulta de gran utilidad por su simplicidad. Sin embargo, está muy limitado a geometrías sencillas de mallas estructuradas.

La ecuación del calor unidimensional transitoria, en diferencias finitas quedaría de la siguiente manera:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \alpha \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\frac{T_{i+1,t} - 2T_{i,t} + T_{i-1,t}}{\Delta x^2} = \alpha \frac{T_{i,t+1} - T_{i,t}}{\Delta t} \quad (2.323.)$$

De donde se puede deducir el algoritmo siguiente, donde la temperatura en el instante  $t + 1$ , se obtiene a partir de la temperatura de los nodos adyacentes.

$$T_{i,t+1} = T_{i,t} \left(1 - 2\frac{\Delta t}{\Delta x^2}\right) + \alpha \frac{\Delta t}{\Delta x^2} (T_{i+1,t} + T_{i-1,t}) \quad (2.44.)$$

Esta ecuación se conoce como el método explícito de Euler. Presenta limitaciones en cuanto al intervalo de tiempo máximo; por encima de un valor determinado la ecuación no converge. En contraposición, existe el método implícito, que no tiene problemas de convergencia para pasos de tiempo elevados. Este método calcula la temperatura en un punto y un instante futuro, como función de la temperatura de los puntos adyacentes en dicho instante futuro.

### 2.3.3. Método de los volúmenes finitos

El *método de los volúmenes finitos* está basado en la integración, al contrario que el *método de diferencias finitas*. Consiste en integrar las ecuaciones de gobierno sobre cada volumen de control o celda del dominio discretizado, dando lugar a un sistema de ecuaciones algebraicas.



Los volúmenes finitos en que se divide la malla son poliedros, subdominios sobre los cuales es sencillo integrar las magnitudes del sistema. Dichos volúmenes pueden estar centrados en los vértices de la malla o las celdas. *Fluent* emplea este método con volúmenes centrados en las celdas. Este método presenta la ventaja de que puede ser empleado en mallas no estructuradas.

Las integrales sobre los volúmenes finitos se pueden aproximar con métodos como las fórmulas de Newton-Côtes, o como en el caso de *Fluent*, integrar en los límites del volumen para obtener una expresión que es posteriormente linealizada.

Tomando como ejemplo la ecuación de conservación de la masa, el procedimiento sería el siguiente.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_c} \rho dV + \int_{V_c} (\nabla \cdot \rho \vec{v}) dV = 0 \quad (2.45.)$$

Se aplica el teorema de la divergencia o Teorema de Gauss. El cual establece que la integral de la divergencia de una magnitud sobre un volumen continuo y cerrado, es igual a la integral de dicha magnitud por el vector normal a la superficie, sobre el contorno del volumen.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_c} \rho dV + \int_{S_c} \vec{n} \cdot \rho \vec{v} dS = 0 \quad (2.336.)$$

Tras discretizar el espacio en volúmenes finitos, la ecuación resultante de la integral es:

$$V_c \frac{\rho_t - \rho_{t-1}}{\Delta t} + \sum_i \rho_t U_i S_i = 0 \quad (2.347.)$$

Donde  $\rho_t$  es la densidad del fluido en el volumen de control en el instante actual,  $\rho_{t-1}$  es la densidad en el instante anterior. El producto  $\rho_t U_i S_i$  representa el flujo másico a través de la cara número  $i$  del volumen finito, que puede ser positivo o negativo.

#### 2.3.4. Métodos de los elementos finitos

Este método, al igual que el anterior, consiste en la discretización del espacio en geometrías simples poliédricas para integrar las magnitudes sobre estos volúmenes. La diferencia está en que el *método de los elementos finitos* integra las magnitudes multiplicadas por una función denominada *función de forma*, que tiene unas propiedades especiales. Además, los dos métodos anteriores trabajan con flujos, es decir, cocientes de gradientes de magnitud entre unidades espaciales.

Las ecuaciones de gobierno transformadas, para su posterior discretización, se conoce como *formulación variacional*. En esta formulación se incluyen las condiciones de contorno como un término integral adicional.



Las funciones de forma son funciones que se anulan fuera del dominio del elemento. Se tienen tantas funciones de forma como número de elementos hay en la malla. El resultado es un sistema de  $n$  ecuaciones y  $n$  incógnitas, siendo  $n$  el número de elementos de la malla. Estas funciones tienen forma polinómica de grado  $q$ :

$$\phi_i(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_qx^q \quad (2.48.)$$

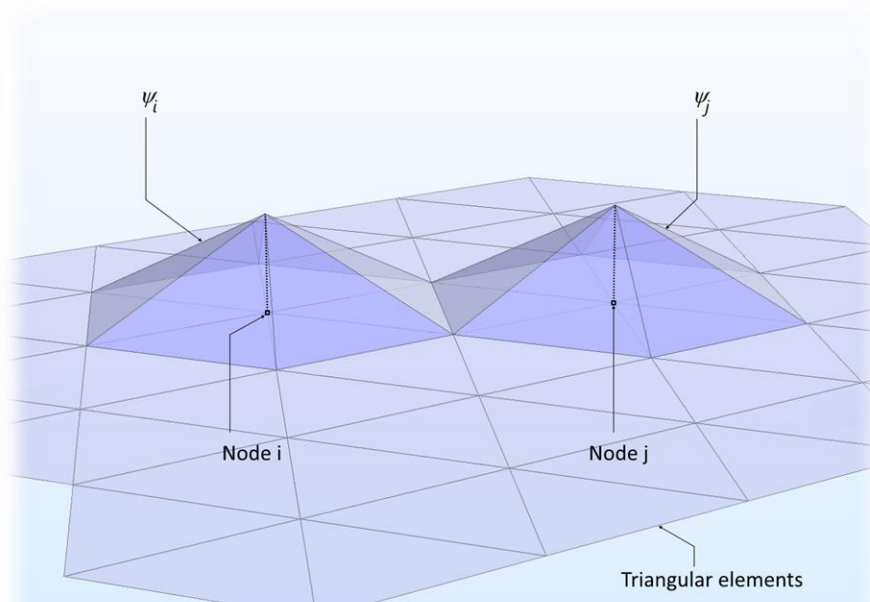


Ilustración 2.14. Funciones de forma sobre dominio bidimensional.

Tal que,

$$\phi_i(x_j) = \begin{cases} 1, & \text{si } i = j \\ 0, & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (2.49.)$$

Donde  $i, j$  son subíndices asociados a distintos elementos de la malla.

En la práctica, se suelen tomar polinomios de grado 1, o de grado 2 como mucho.

Para entender la metodología se mostrará un ejemplo de aplicación práctica sobre la ecuación del calor bidimensional transitoria. Sea el problema con ecuación diferencial y condiciones de contorno e iniciales siguiente:

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (k \nabla T) = 0 & \text{en } \Omega \times (0, T) \\ T(x, y, 0) = T_0(x, y) & \text{en } \Omega \\ k \frac{\partial T}{\partial n} + h(T - T_c) = 0 & \text{en } \Omega \times (0, T) \end{cases} \quad (2.50.)$$



Donde  $k$  es la conductividad,  $h$  el coeficiente de convección,  $T_c$  la temperatura en la frontera, y  $\frac{\partial T}{\partial n}$  el flujo de calor a través de ella.  $T_0$  representa la temperatura inicial en todo el dominio.

Para comenzar se multiplican los términos de la ecuación por una función denominada *función test*  $v$ , que no es otra que la función de forma, como se verá más adelante. Se quiere hacer esta distinción para mayor claridad. Tras integrar la ecuación queda,

$$\iint_{\Omega} \frac{\partial T}{\partial t} v \, dx dy - \iint_{\Omega} \nabla \cdot (k \nabla T) v \, dx dy = 0 \quad (2.51.)$$

Integrando por partes el segundo término se tiene,

$$\iint_{\Omega} \frac{\partial T}{\partial t} v \, dx dy - \int_{\partial\Omega} k \nabla T \cdot \vec{n} v \, dS + \iint_{\Omega} k \nabla T \cdot \nabla v \, dx dy = 0 \quad (2.52.)$$

Se añade la condición de contorno y se discretiza la variable temporal.

$$\iint_{\Omega} \frac{T_t - T_{t-1}}{\Delta t} v \, dx dy - \iint_{\Omega} k \nabla T \cdot \nabla v \, dx dy + \int_{\partial\Omega} h(T - T_c) v \, dS = 0 \quad (2.53.)$$

Puesto que el espacio ha sido dividido en elemento finitos, el campo de temperaturas también es discretizado, y aproximado por medio de  $T \approx T_h$ :

$$T_h(x, y) = \sum_{i=1}^n T_i \phi_i(x, y) \quad (2.354.)$$

Notar que ahora, el espacio discretizado tiene valores de temperatura  $T_i$  justamente en los nodos de la malla (o centro de las celdas). Mientras que, la temperatura de un punto cualquiera depende de los nodos adyacentes, donde las funciones de forma se solapan.

Así mismo se sustituye la función test por las funciones de forma:

$$v(x, y) = \phi_j(x, y) \quad (2.365.)$$

Finalmente, la formulación discretizada resulta,

$$\sum_j^n \frac{T_{i,t} - T_{i,t-1}}{\Delta t} \int_{\Omega} \phi_i \phi_j \, d\Omega - \sum_j^n k T_i \iint_{\Omega} \nabla \phi_i \nabla \phi_j \, d\Omega + \sum_j^n h T_i \int_{\partial\Omega} \phi_j \, dS - \sum_j^n h T_c \int_{\partial\Omega} \phi_j \, dS = 0 \quad (2.376.)$$

$$\forall (i, j) \in [1, n]$$





Se establece esta ecuación para cada nodo, que incluye tantos términos como el número de sumandos por el de elementos de la malla.

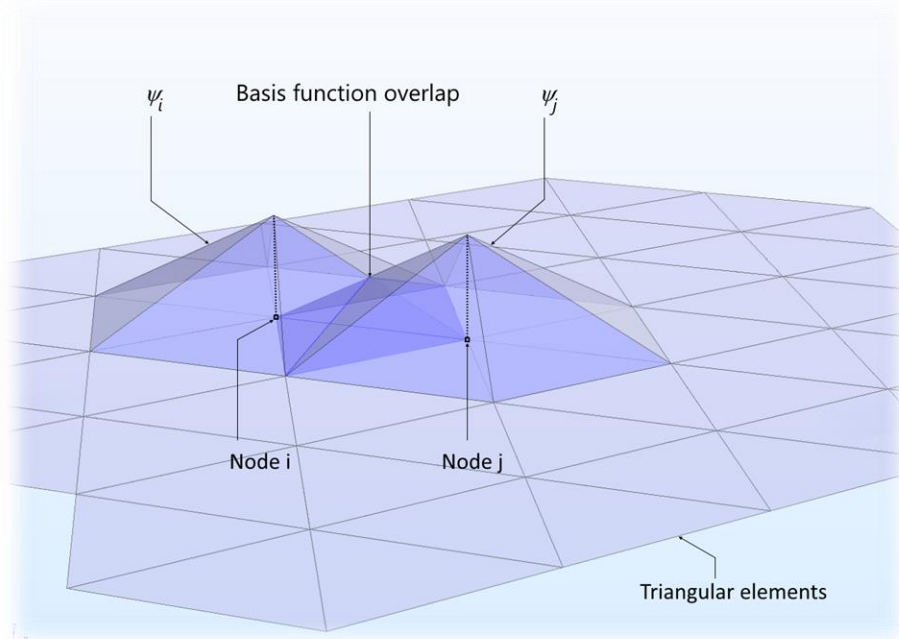


Ilustración 2.15. Funciones de forma solapadas.

A priori, pueden parecer muchas operaciones. Sin embargo, la mayoría de los términos de las múltiples ecuaciones con formulación variacional se anularán para la mayor parte de los elementos. De hecho, los únicos términos distintos de cero son aquellos con subíndices de elementos adyacentes a la celda en que se evalúa la ecuación, y los de la propia celda ( $i = j$ ). Esto es así, porque las funciones de forma se solapan como se aprecia en la [Ilustración 2.15](#).

## 2.4. SISTEMAS DE VENTILACIÓN EN MINAS

Dentro de la geometría de la mina el sistema de ventilación constituye la parte más relevante del modelo.

Prácticamente cada mina subterránea es única debido a su geometría, extensión y geología del medio que la rodea. Igualmente, las circulaciones y patrones de aire que se generan son muy variables. No obstante, existen algunos aspectos comunes que permiten identificar una estructura única general del sistema de ventilación. A continuación, se hará una breve presentación de las partes destacadas del sistema de ventilación de una mina.



### 2.4.1. Componentes del sistema de ventilación

En una mina cualquiera, el aire atmosférico entra al sistema por uno o más conductos de bajada o **downcast shaft** desde la superficie. El aire pasa por las vías de entrada o **intake airways** hasta llegar a la zona de trabajo o áreas con mayor acumulación de contaminantes (polvo, calor, humedad y gases tóxicos e inflamables).

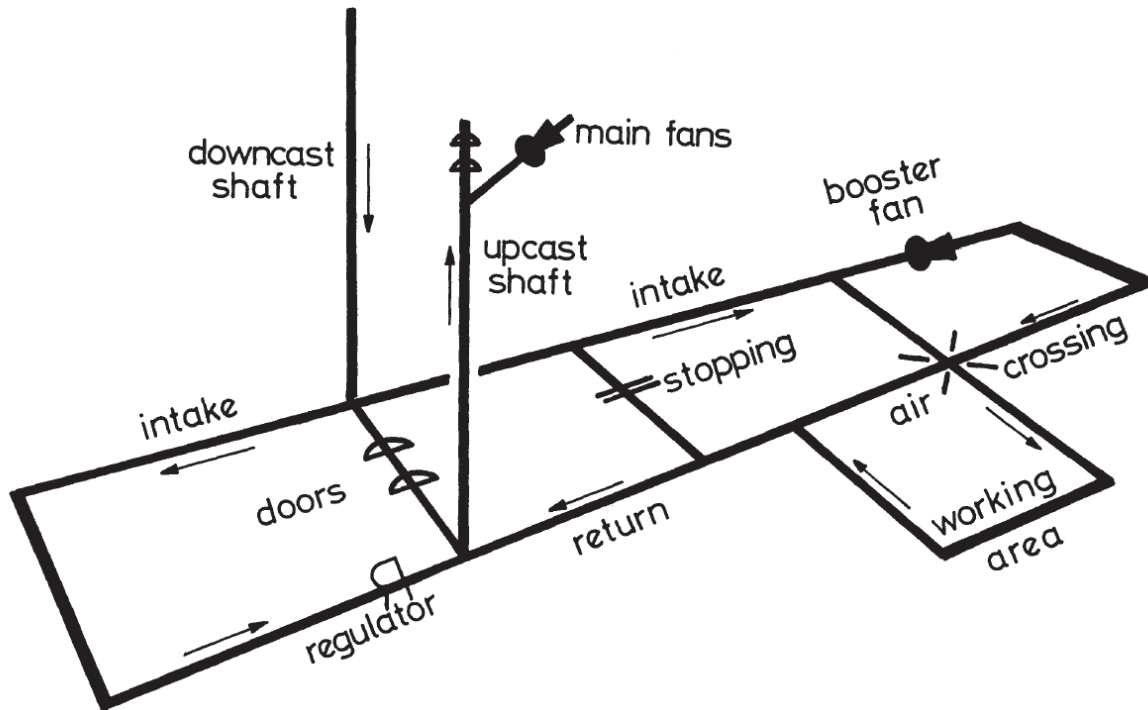


Ilustración 2.16. Esquema general de sistema de ventilación de una mina.

Este aire contaminado vuelve por las vías de salida o **return airways**. El caudal será suficiente para controlar que la concentración de contaminantes se mantenga por debajo de un límite estipulado. Finalmente, el aire es devuelto a la superficie mediante un conducto de subida o **upcast shaft**.

Los ventiladores principales (**main fans**) son los responsables de producir y controlar el caudal necesario. Suelen estar en la superficie terrestre a la entrada de la toma principal o a la salida, generando los gradientes de presión que mueven el aire de toda la mina. Por normativa, deben estar aislados de la mina para protegerlos de explosiones, especialmente en minas de carbón.

Durante el desarrollo de la mina se realizan conexiones entre las galerías de entrada y salida. Conforme se va excavando en la mina, hay partes que se quedan obsoletas, y estas conexiones se bloquean con **stoppings** para favorecer la circulación del aire al fondo de la mina, y evitar corto-circuitos. Estas barreras son de materiales reciclados de la mina, ladrillos y piedras o de cemento. Aunque también se utilizan barreras de acero prefabricadas. En



ocasiones, también se ponen tabiques resistentes al fuego (**brattice curtains**) de forma temporal.

Estas barreras deben tener un excelente sellado para evitar fugas de aire. Cuantas más barreras, mayor será la pérdida de carga debido a estas fugas, y mayor potencia deben desarrollar los ventiladores principales.

Es frecuente el empleo de puertas de ventilación (**ventilation door**) para bloquear el paso del aire, y a la vez permitir el acceso de personas y material. Se suelen poner dos puertas contiguas, de manera que nunca estén las dos abiertas simultáneamente y evitar así el cortocircuito.

Los reguladores sirven para controlar en la medida de lo posible el caudal de aire en una sección de la mina. El caso de regulador pasivo más elemental, es una puerta con una ventana y un panel que se desliza para ajustar la abertura, y reducir en mayor o menor medida el caudal. Cuando se requiere llevar el caudal a un nivel superior del nominal en la galería, se emplea un ventilador (**booster fan**).

En la mina se pueden encontrar tramos en los que una vía de entrada y otra de salida se cruzan, siendo necesario separar las corrientes de entrada y salida (**air crossing**). Normalmente, se excavan las vías a distintos niveles dejando un estrato de tierra entre ellas.

#### 2.4.2. Configuración del sistema de ventilación

Los sistemas de ventilación de minas subterráneas pueden clasificarse en función de la configuración que presentan en un distrito de trabajo. Se distinguen dos esquemas posibles: ventilación de tubo en U (**U-tube**), y de flujo pasante (**through-flow**).

En el primero, el aire fluye hacia las zonas de trabajo y vuelve por vías paralelas separadas de las de entrada por medio de barreras. Es el único método capaz de ventilar las áreas de trabajo ciegas que avanzan hacia regiones sin excavar. Estos túneles también son denominados cul-de-sac.



En la configuración pasante, las vías de entrada y salida están separadas geográficamente, de forma que las vías paralelas son también entradas o salidas, respectivamente. La ventaja de este sistema es que presenta una menor pérdida de carga global; como consecuencia del reducido número de barreras, y de la linealidad del circuito, que tiene menor recorrido. Además, el caudal es más estable que en la configuración *U-tube*, que amplía el circuito constantemente.

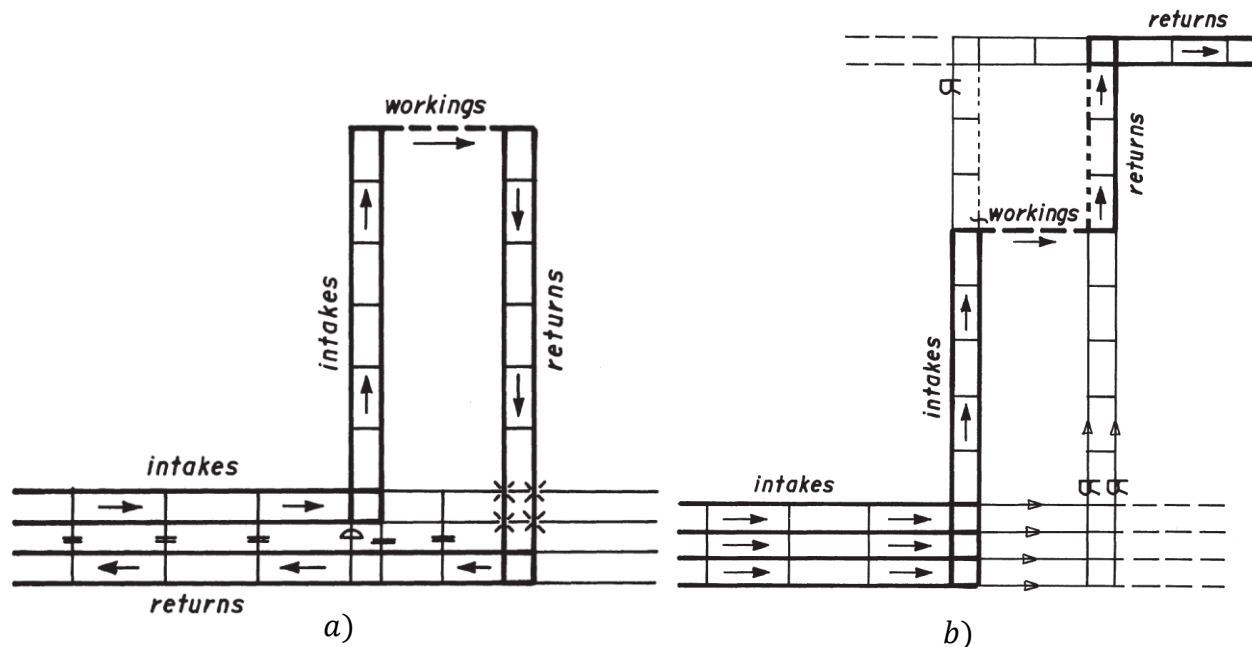


Ilustración 2.17. a) Configuración *U-tube*. b) Configuración *through-flow*.

La mayoría de las prospecciones siguen el método de *anchurón y pilares (room and pillar system)*, que excava las galerías dejando islas de tierra entre ellas. En función del recorrido que sigue el aire por el sistema de ventilación dentro de la mina, se pueden diferenciar dos configuraciones: en W, o bidireccional y en U, o unidireccional.

En la configuración en U, el aire entra por una parte de la mina y sale por el lado opuesto. De esta forma, el aire pasa por los frentes de trabajo en turnos, lo cual es una desventaja porque se arrastran los contaminantes a las áreas de trabajo consecutivas.

En cambio, el sistema bidireccional, reparte mejor el aire atmosférico por la mina intercalando galerías de entrada y salida. Con lo cual, es posible hacer llegar aire fresco a todas las áreas de trabajo, consiguiendo una extracción de gases nocivos mayor a la salida. Por este motivo, la configuración W es más habitual.

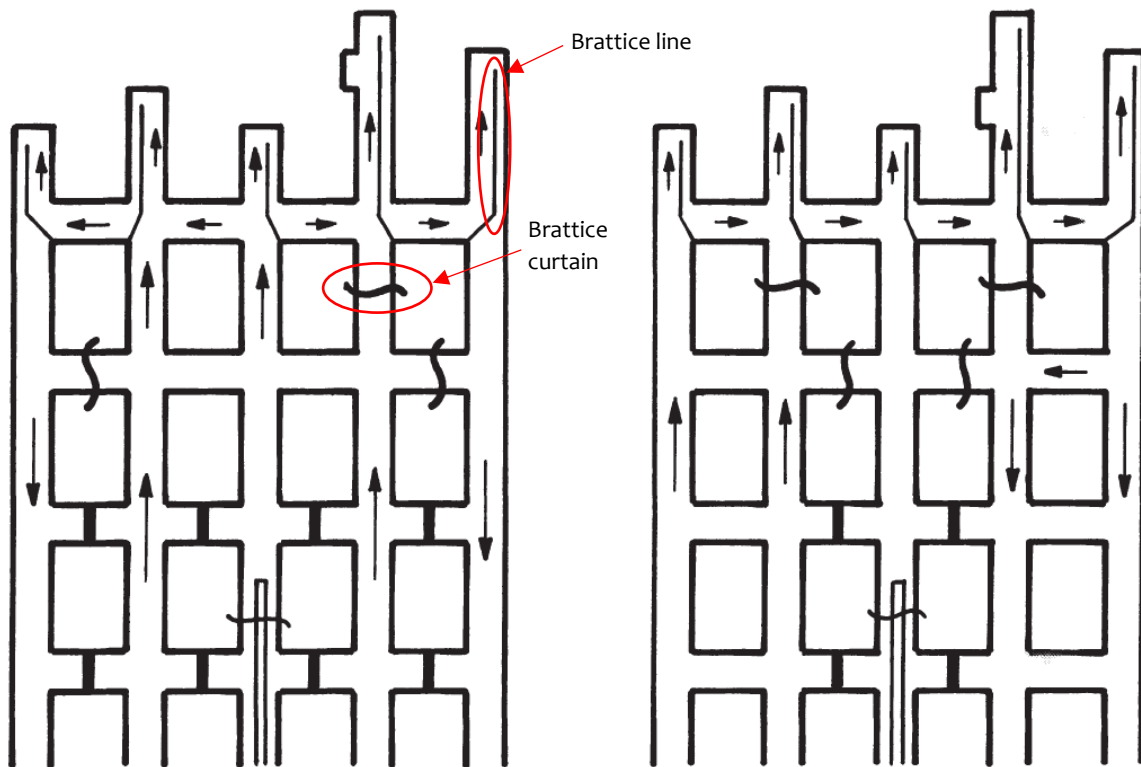


Ilustración 2.18. Sistema de ventilación de un room and pillar en W y en U.

En la *Ilustración 2.18* se muestran las denominadas *brattice curtains* comentadas anteriormente, y las *brattice line*, que separan el aire de entrada del de salida en los cul-de-sac de la mina.

### 2.4.3. Sistemas de ventilación auxiliares

Los sistemas de ventilación secundaria o auxiliares se emplean para suministrar aire a los túneles ciegos de las áreas de trabajo. Se clasifican en tres tipos:

- Hilera de tabiques. **Line brattices**. Presentan fugas y alta pérdida de carga, aunque son muy baratos.
- Sistemas de ventilador y conducto. **Fan and duct systems**. Proporcionan un buen control de la ventilación y permiten cul-de-sac largos (>30m). Son equipos caros y ruidosos.
- Suministradores de aire sin conducto. **'Ductless' air movers**. Son ventiladores aislados que mueven el aire de la habitación y favorecen la turbulencia y la ventilación.



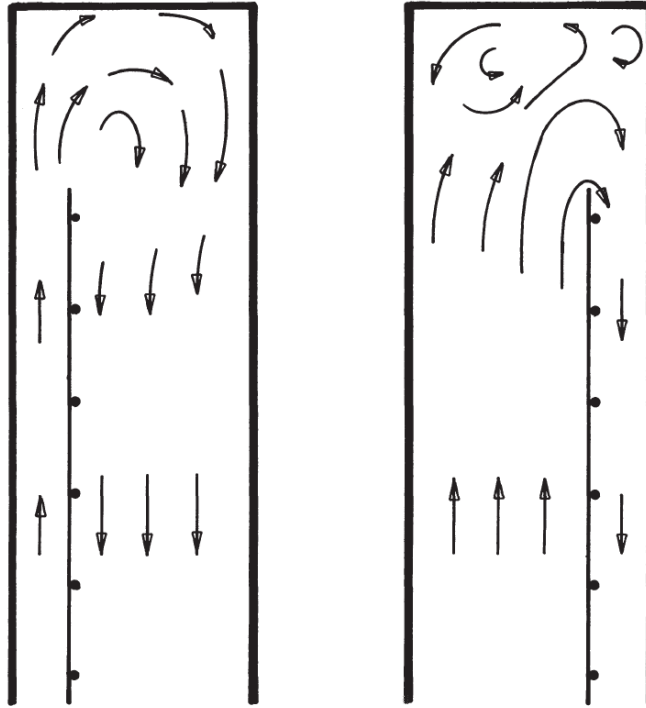


Ilustración 2.19. Ventilación auxiliar por hilera de tabiques (soplado y succión).

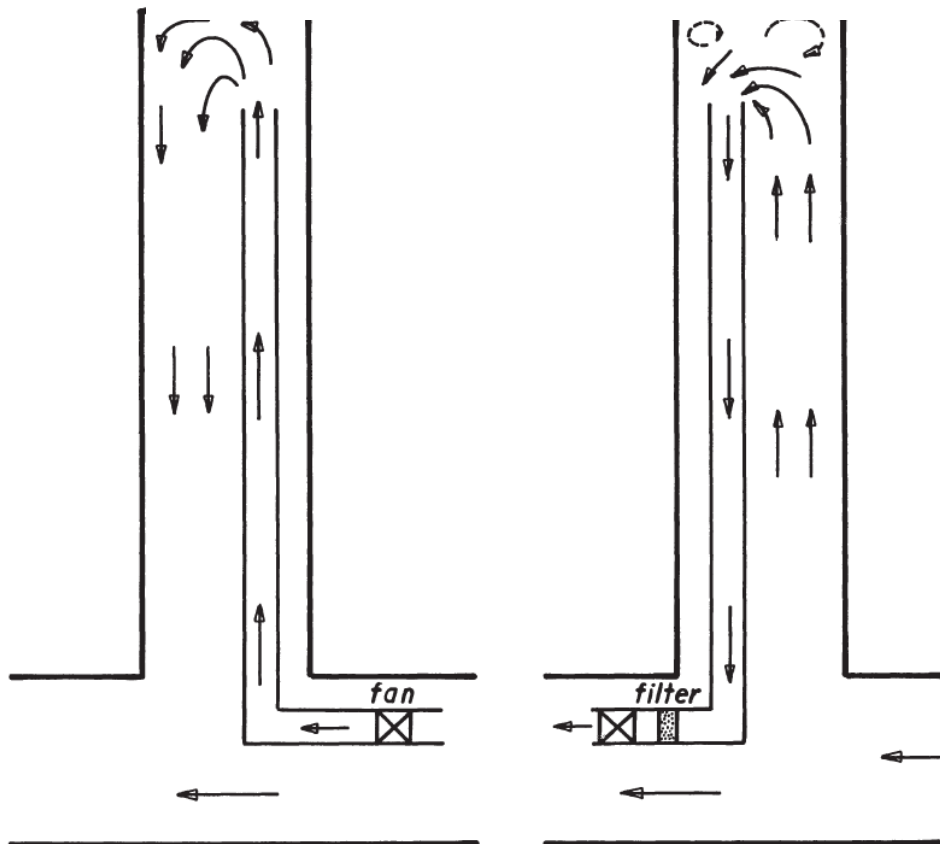


Ilustración 2.20. Ventilación auxiliar por conducto y ventilador (soplado y succión).



### 3. DESARROLLO

Todo análisis numérico comienza con la generación del modelo, que incluirá la geometría, ecuaciones que simulan los fenómenos subyacentes, y las condiciones de contorno, entre otros aspectos. Este capítulo se estructura en varios apartados que abordan estos puntos, siguiendo un orden lógico:

1. Geometría y propiedades físicas del material.
2. Modelo de fluido.
3. Condiciones de contorno e iniciales.
4. Mallado.
5. Validación del modelo.

Las condiciones de contorno determinan en parte el modelo del flujo, aunque el orden lógico es definir primero las ecuaciones y después las condiciones.

#### 3.1. GEOMETRÍA DEL MODELO

##### 3.1.1. Geometría

La geometría del modelo escogido es tridimensional. Un modelo 2D, simplificaría las ecuaciones, suponiendo un enorme ahorro de costo computacional. No obstante, la necesidad de emplear un modelo tridimensional deriva de la naturaleza del problema, puesto que la transmisión del calor se produce en todas las direcciones del espacio. Además, uno de los objetivos finales es obtener un valor de la integral del flujo de calor a través de las paredes de la galería, lo cual es imposible sin un modelo tridimensional.

En el punto 2.4 se hizo una breve reseña sobre las distintas configuraciones de sistemas de ventilación existentes. También se mostró el aspecto que tiene un esquema general de mina subterránea.

La primera simplificación de la geometría que se realiza, consiste en tomar una sección de galería enterrada en la roca a 3000 metros de profundidad, y suprimir todas las vías secundarias que se encontrarían en niveles superiores e inferiores. También se eliminan los ejes verticales *downcast* y *upcast shaft*. En la entrada y salida de

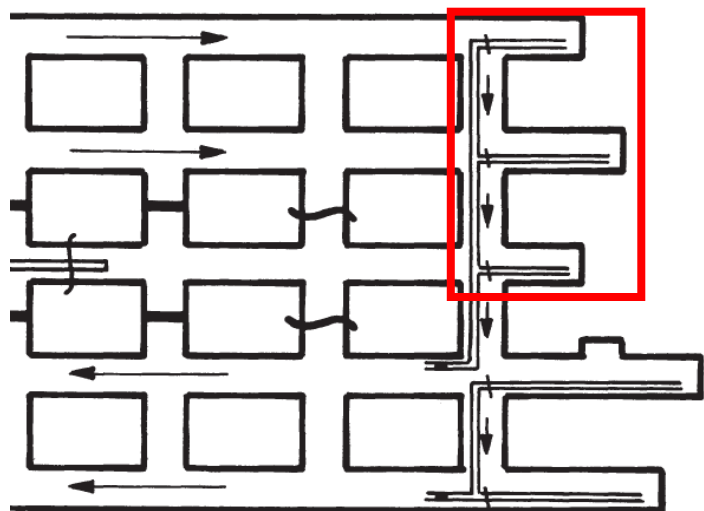
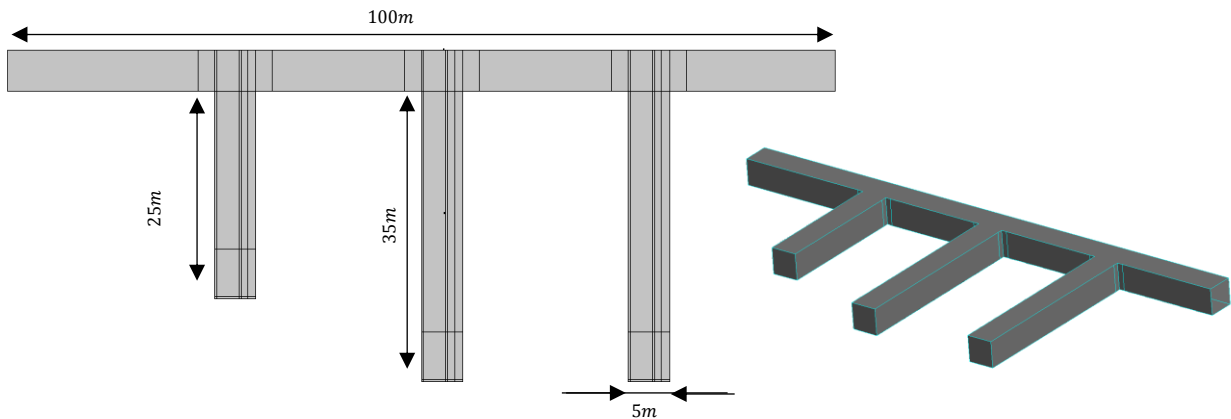


Ilustración 3.1. Sección del modelo de la mina con 3 cul-de-sac.



esta galería se fijarán condiciones de contorno adecuadas para simular el resto de las cavidades. Esta sección podría ser la parte de una galería *room and pillar* señalada en la *Ilustración 3.1*.

El modelo de mina está formado por un tramo longitudinal de 100 metros de largo, al cual interceptan tres túneles ciegos o *cul-de-sac*. El primero de estos túneles mide 25 m de largo, mientras que los otros dos tienen 35 m. La sección de la galería es constante en todos los tramos y forma un cuadrado de 5 m de lado.



*Ilustración 3.2. Dimensiones del modelo de la mina.*

En la realidad, las galerías suelen tener entre 3 y 4 metros de ancho y en torno a 3 m de alto; y desde luego la sección no es constante.

Hoy en día los conductos de ventilación en minas están compuestos por materiales sintéticos, que les proporcionan características especiales frente a los convencionales de aluminio. Estos conductos son resistentes al fuego, tienen una resistencia muy baja al paso del aire, y son muy livianos, para que sean fáciles de transportar en el interior de las galerías. Normalmente, la sección es circular, ya que es la forma geométrica de mayor área y menor perímetro, lo cual supone fricción mínima.

No obstante, el conducto simplificado del modelo es de sección cuadrada, puesto que el mallado de formas prismáticas es mucho más asequible. Se ha respetado el diámetro hidráulico de un tubo cilíndrico estándar en instalaciones, de 80 cm de diámetro. De forma que el lado del cuadrado es 80 cm también, como se demuestra con la expresión del diámetro hidráulico.

$$D_h = \frac{4 \times \text{Area}}{\text{Perímetro}} \quad (3.1.)$$

$$D_{h,circulo} = D_{h,cuadrado}$$

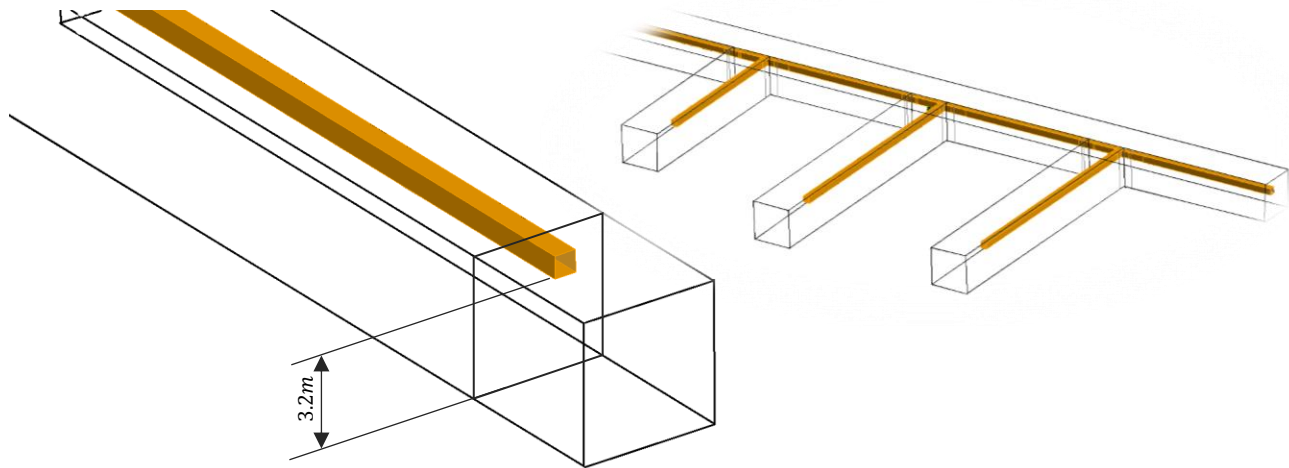
$$\frac{\pi D^2/4}{\pi D} = \frac{L^2}{4L}$$





Dos conductos que tienen igual diámetro hidráulico, presentan un coeficiente de fricción equivalente.

El conducto se sitúa en la esquina superior, a 1 m de la pared y del techo, tal y como se muestra en la *Ilustración 3.3*.



*Ilustración 3.3. Geometría del modelo del conducto de ventilación auxiliar.*

Como se puede apreciar en la imagen, el conducto de entrada es común para los tres túneles ciegos. Puesto que la sección del conducto es constante en toda la galería, de acuerdo con la ecuación de continuidad, se obtendrían velocidades distintas en cada salida.

En este análisis **se ha decidido no modelizar el flujo dentro del conducto** por motivos de sencillez. Si se quisiera realizar dicha modelización, habría que imponer una sección variable a lo largo de la galería. En su defecto, se han fijado velocidades constantes de entrada a la galería en cada una de las salidas del conducto como se expone en el punto 3.2.

Por otra parte, la geometría del modelo también incluye los 3 km de roca que se encuentran por encima de la galería. La razón es que se pretende estudiar la zona de afección térmica, es decir, hasta dónde evoluciona el frente de temperaturas. Además, en esta vasta extensión la densidad de malla es muy baja, por lo que el número de operaciones adicionales asociadas a estas celdas es pequeño.

### 3.1.2. Material y propiedades físicas

Como ya se ha comentado en 2.1.3, en la ecuación del calor aparece un parámetro llamado difusividad térmica, que a su vez está formado por el producto de tres parámetros físicos: capacidad calorífica, conductividad térmica y densidad.

En general, para una latitud y longitud cualesquiera se pueden distinguir varias capas de material en el suelo. Estas capas tienen composiciones distintas y, por tanto, parámetros físicos diferentes. Pero, a partir de una profundidad que varía entre 150 y 300 m, se encuentra



la roca madre. Esta capa se extiende hasta el límite entre la corteza terrestre y el manto superior de la Tierra. En los océanos, esta unión se encuentra a 5 o 10 km, mientras que en los continentes está a 35 km de profundidad, alcanzando los 70 km en la cordillera del Himalaya. Los distintos horizontes que se agrupan en los primeros 300 m son despreciables frente a los 3 km de roca madre que se va a estudiar.

A su vez, la roca madre se compone de aire, agua, minerales y mayoritariamente de granito, que es una roca metamórfica de granos de cuarzo y feldespato. Se podrían tomar las propiedades de un granito estándar como las de la [Tabla 3.1](#).

Tabla 3.1. Parámetros físicos de la corteza terrestre.

	Granito	Valor medio de la corteza terrestre	Carbón
$C_p$ (J/kg K)	790	1000	1300
$k$ (W/mK)	1,7-4	2,3	0,33
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	2,6-2,8	2,7	1,296

Sin embargo, para este problema se han escogido valores pertenecientes a un tipo de carbón, puesto que es el material dominante en los alrededores de la galería; donde se centra el foco de la atención. Se asume la hipótesis de un único material, homogéneo e isotrópico en toda la roca.



Ilustración 3.4. Conducto de ventilación interior de Fosterville Gold mine, Australia.



## 3.2. MODELO DEL FLUIDO

### 3.2.1. Convección forzada

Debido a los altos caudales que se mueven por las galerías de las minas, el flujo siempre es turbulento. En *Heat Transfer (Capítulo 5, Internal Forced Convection)*, de Nellis y Klein [3], se explica cómo evoluciona un fluido sometido a convección forzada en conductos.

Al principio, el fluido entra en régimen laminar y las capas límites de las paredes del conducto no están hidrodinámicamente desarrolladas por completo. Pero, a una cierta distancia crítica  $\chi_{crit}$ , debido a los mecanismos de turbulencia que favorecen el transporte de momento, el flujo se vuelve turbulento. Esto sucede cuando el número de Reynolds entre  $3 \times 10^5$  y  $6 \times 10^6$ . A partir de entonces, las capas viscosas crecen hasta solaparse, logrando el flujo su desarrollo completo.

En el Nellis-Klein, se encuentra la demostración de la expresión que relaciona el número de Reynolds basado en el diámetro hidráulico, con el Reynolds de la distancia crítica. Para un valor intermedio de  $Re_{\chi,crit} = 5 \times 10^5$ ,  $Re_{Dh} \approx 2800$ .

La expresión del Reynolds basado en el diámetro hidráulico nos permite saber si el flujo alcanzará el régimen turbulento. Con una velocidad del aire en la galería de 1 m/s, y viscosidad y densidad aproximadas de  $1,85 \times 10^{-5} \text{ kg/m s}$  y  $1,2 \text{ kg/m}^3$  respectivamente:

$$D_h = \frac{4 \times (5^2 - 0,8^2)}{4(5 + 0,8)} = 4.2 \text{ m} \quad (3.2.)$$

$$Re_{Dh} = \frac{1,2 \cdot 1 \cdot 4,2}{1,85 \times 10^{-5}} = 2,7 \times 10^5 \gg 2800 \quad (3.3.)$$

A continuación, hay que escoger un modelo numérico de turbulencia. Existen diversos modelos que incorporan ecuaciones adicionales, para permitir el cierre del sistema de ecuaciones de Navier-Stokes para régimen turbulento: RANS (Reynolds averaged Navier-Stokes), Spallart Allmaras, RSM (Reynolds Stress closure Model) y estándar  $k - \varepsilon$ , entre otros.

Para el presente problema se va a utilizar el modelo estándar  $k - \omega$ . Este modelo añade dos ecuaciones de cantidad de movimiento, que se han obtenido a partir de la ecuación exacta y por métodos experimentales; con dos incógnitas que representan las propiedades turbulentas del flujo. La primera variable  $k$  adicional es la energía cinética turbulenta. La segunda  $\omega$  equivale a la frecuencia de turbulencia o ratio de disipación de energía cinética.

En *Fluent*, simplemente se selecciona el método desde la pestaña del TUI (Text User Interface) `Define>Model>Viscous`.



Por otro lado, el fluido que se va a considerar es aire seco. Esto no es del todo correcto, ya que la humedad en una mina juega un papel fundamental. El aire húmedo influye en la convección forzada dentro de la mina y, por tanto, en el flujo de calor que atraviesa las paredes.

Las propiedades del aire se van a considerar constantes. Esta hipótesis es factible si el rango de temperaturas en que se desarrolla el flujo es pequeño. Se toma un valor medio interpolando en las tablas de aire seco comprendido en el rango de temperaturas del fluido, que estará comprendido entre los 295K y 310K.

Tabla 3.2. Valores de las propiedades del fluido.

$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$C_p$ (J/kgK)	$k$ (W/mK)	$\alpha$ (m <sup>2</sup> /s)	$\mu$ (kg/m s)	$\beta$
<b>1,1614</b>	<b>1006,47</b>	<b>0,0263</b>	<b><math>2,25 \times 10^{-5}</math></b>	<b><math>1,8691 \times 10^{-5}</math></b>	<b>0,0033</b>

Si los efectos de flotabilidad fueran significativos debido a la elevada diferencia entre las temperaturas de la roca y el fluido, entonces sería un error considerar la densidad independiente de la temperatura. No obstante, esta hipótesis se discutirá en el apartado siguiente.

Otro aspecto sobre el que es necesario reflexionar es la rugosidad. En una mina, como se puede apreciar en la [Ilustración 3.4](#), las paredes presentan rugosidades absolutas altas. Se debe distinguir entre dos rugosidades: la *macro-rugosidad*, y la *rugosidad* propiamente dicha.

La macro-rugosidad se refiere a las ondulaciones que tiene la galería del orden de decenas de centímetros. Estas imperfecciones no pueden ser modeladas en Fluent si no es modificando la geometría del modelo.

La rugosidad, propiamente dicha, es del orden de milímetros debido a las técnicas de shotcrete, que usan hormigón proyectado a presión sobre la pared. En este caso, los granos son del orden de varios milímetros.

Si se supone una rugosidad absoluta de como mucho 5mm. La rugosidad relativa vale  $\varepsilon/D = 0,005/5 = 0,001$ . El número de Reynolds está en torno a  $4 \times 10^5$  en la galería. De manera que, entrando en el *diagrama de Moody* con estos valores, resulta que el *coeficiente de fricción de Fanny*, es  $f = 0,0203$ . Mientras que para el mismo valor de  $Re$ , se tiene que, en tubos lisos  $f = 0,0135$ .

La diferencia entre ambos coeficientes es de aproximadamente el 50%, lo que indica la necesidad de modelar la rugosidad. En Fluent se introduce un valor de  $K_s = 0,005$  m, y  $C_s = 0,5$  (estándar).



### 3.2.2. Convección natural

Las grandes diferencias de temperatura existentes entre el fluido y la pared de la roca, provocan la convección natural debido a la flotabilidad (apartado 2.2.4). Inicialmente, la roca está a 80 °C, mientras que el fluido, tan solo a 27 °C. La convección natural se suma a la forzada modificando el flujo de calor que atraviesa la pared.



Ilustración 3.5. Técnica Shotcrete de hormigón proyectado.

Sin embargo, simular estos efectos de flotabilidad requiere resolver numéricamente las ecuaciones de conservación de momento y energía, conjuntamente. Lo cual incrementa el número de operaciones considerablemente.

Por el contrario, si se demuestra que los movimientos de flotabilidad no alteran significativamente el flujo de calor, es posible asumir que la convección natural es despreciable frente a la convección forzada. Entonces, se puede reducir el costo computacional notablemente con la estrategia siguiente:

1. Resolver el campo fluido en régimen estacionario en la galería, sin la ecuación de la energía.
2. Fluent permite interpolar el flujo resuelto numéricamente en la geometría que incorpora, además de la galería, la roca.
3. Resolver el transitorio de la ecuación de la energía en la roca, suprimiendo las ecuaciones de conservación de la masa y el momento.

Así pues, el flujo solo se resuelve una vez al principio, y permanece constante durante el transitorio. Esto es falso, pero puede ser una buena aproximación de los efectos convectivos.

Se ha realizado un ensayo para probar si los efectos de flotabilidad son significativos. Éste consiste en resolver el flujo de la galería, en régimen estacionario, teniendo en cuenta los cambios de densidad, y para distintas temperaturas en la roca. Se han estudiado los efectos de cinco temperaturas distintas en la pared comprendidas entre 353 K y 313 K, de manera que simula el transitorio de la temperatura en la pared.



El modelo de flujo es el definido en el punto anterior 3.2.1, excepto por la densidad, que se ha modelizado con la ecuación de los gases ideales. La aceleración de la gravedad vale  $9,81 \text{ m/s}^2$ . Las condiciones de contorno son similares a las que se explican en el punto siguiente 3.3.1.

Posteriormente, se ha calculado el coeficiente convectivo y los números de Grashof y Richardson. Los resultados se muestran en la *Tabla 3.4*.

*Tabla 3.3. Análisis de convección natural. Temperatura, calor, velocidad y densidad.*

$N^{\circ}$	$T_p \text{ (K)}$	$T_f \text{ (K)}$	$q \text{ (W/m}^2\text{)}$	$\bar{U} \text{ (m/s)}$	$\bar{\rho} \text{ (kg/m}^3\text{)}$
1	353	309,8	292,5	1,35	1,120
2	343	307,6	236,8	1,34	1,132
3	333	305,4	182,0	1,32	1,143
4	323	303,2	128,0	1,29	1,156
5	313	301,1	76,0	1,27	1,167

*Tabla 3.4. Análisis de convección natural. Coeficiente convectivo y números adimensionales.*

$N^{\circ}$	$h \text{ (W/m}^2\text{K)}$	$Nu$	$Re$	$Gr \text{ (}\times 10^{-11}\text{)}$	$Ri$
1	6,80	1292,3	406031	6,25	3,8
2	6,71	1276,2	404721	5,23	3,2
3	6,62	1258,0	403387	4,16	2,6
4	6,49	1233,7	399420	3,05	1,9
5	6,41	1217,8	396282	1,87	1,2

El número de Richardson indica que los efectos de convección natural son dominantes frente a la convección forzada. Por otro lado, el coeficiente de convección cambia relativamente poco, lo que significa que la dependencia del gradiente de temperaturas es pequeña, ya que la convección forzada no cambia de un ensayo a otro.

*Tabla 3.5. Variación porcentual del coeficiente convectivo.*

$N^{\circ}$	$\Delta h$
1	2,9 %
2	1,6 %
3	0,2 %
4	1,8 %
5	3,0 %



Aparentemente, existe una contradicción entre el número de Richardson y el coeficiente convectivo. Sin embargo, el  $Ri$  depende tanto del gradiente térmico  $\Delta T$  como de la longitud característica  $L$ . Al modificar dicha longitud el  $Ri$  se hace menor de la unidad.

El hecho de que, la altura del interior de una galería varía entre 3 y 5 m, lleva a pensar que la relevancia de la convección natural es relativa dentro de la mina.

Tabla 3.6. Variación del  $Ri$  con la longitud característica.

Nº	$Ri$ $L = 5m$	$Ri$ $L = 4m$	$Ri$ $L = 3m$
1	3,8	1,9	0,8
2	3,2	1,6	0,7
3	2,6	1,3	0,6
4	1,9	0,9	0,4
5	1,2	0,6	0,3

Un argumento adicional que apoya la hipótesis de la convección natural despreciable, es que, durante el transitorio la temperatura de la pared, inicialmente a 353 K, alcanza los 333 K en tan solo 24 horas; y se comienza a estabilizarse cerca de los 313 K, transcurridos 12 días. (como se comprueba en [Resultados 4.](#)).

Por tanto, los efectos de la convección natural solo serán dominantes en el primer día de transitorio, frente a los 5 años que se pretenden resolver. Esto, sumado a la ventaja de reducir el costo computacional sustanciosamente, inclina la balanza a favor de aceptar la hipótesis.

### 3.3. CONDICIONES DE CONTORNO E INICIALES

#### 3.3.1. Condiciones de contorno

Se distinguen 5 fronteras en el dominio de la roca, y 6 dentro del modelo de galería. Éstas son:

- Roca:
  - Superficie terrestre de cara a la atmósfera ( $A$ ).
  - Límite inferior del dominio de la roca ( $B$ ).
  - Límites laterales de roca ( $C$ ).
  - Paredes de la galería ( $D$ ).
  - Vacío a la entrada y salida de la galería, inmersas en la roca ( $E$ ).
- Galería:
  - Salidas del conducto de ventilación  $\times 3$  ( $F$ ).
  - Vía de entrada a la galería ( $G$ ).
  - Vía de salida a la galería ( $H$ ).
  - Paredes de la galería ( $I$ ).
  - Paredes del conducto ( $J$ ).



La ecuación que se resuelve en el dominio de la roca es (2.9.), con condiciones de contorno del tipo (2.10.) y (2.11.). Se establece una condición de contorno en cada una de las fronteras.

A continuación, se comentan las condiciones que se fijan en cada una de estas fronteras. Para mayor claridad, se muestra una ilustración del modelo de la galería, con las etiquetas de dichas fronteras. En la superficie atmosférica (A) se impone una convección forzada, con un

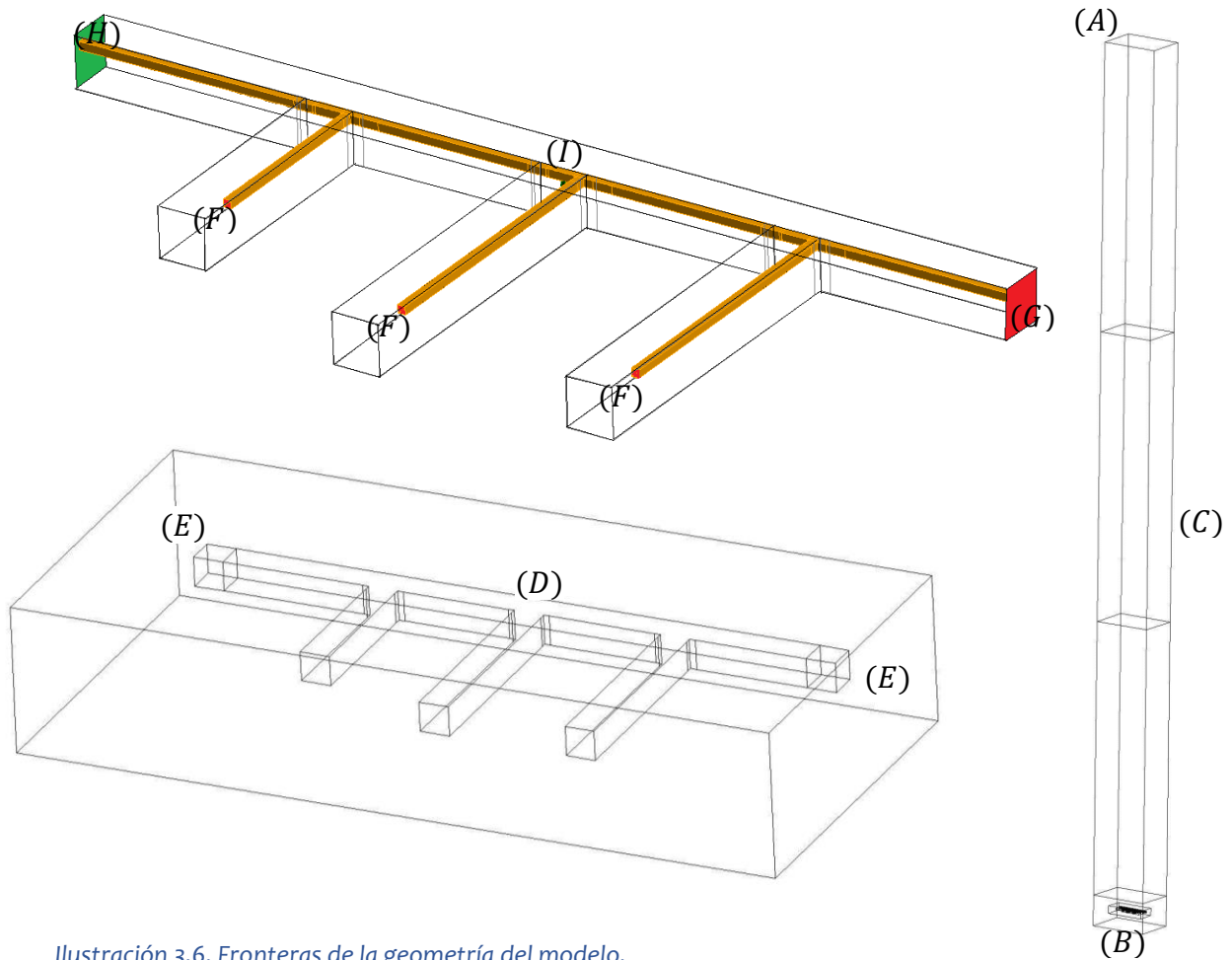


Ilustración 3.6. Fronteras de la geometría del modelo.

coeficiente convectivo de  $h = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$ , razonable para un viento ligero. El aire atmosférico se considera  $T_\infty = 285 \text{ K}$ . Esta condición es del tipo (2.10.), pero el flujo de calor no es constante, sino que varía en función de la temperatura de la superficie, la cual depende de la solución del problema.

$$-k \frac{\partial T(A, t)}{\partial y} = h[T_A(t) - T_\infty] \quad (3.4.)$$

El núcleo de la Tierra se encuentra a  $5400 \text{ }^\circ\text{C}$ , por lo que existe un flujo de calor desde el interior hacia la superficie terrestre. Dicho flujo de calor es variable con la profundidad debido a la





forma esférica del globo terráqueo. Se estima que la energía calorífica que despidе el núcleo equivale a  $47 TW = 47 \times 10^{12} W$ .

Si se divide este valor por la superficie que forma la esfera terrestre de radio aproximadamente  $6370 Km$ , se obtiene un flujo de calor de  $q_B = 90 mW/m^2$ . Así pues, en la parte inferior del modelo ( $B$ ) se fija una condición de flujo de calor constante.

En las paredes ( $C$ ) se impone una temperatura constante durante el transitorio. Esta temperatura varía con la profundidad siguiendo la distribución lineal del gradiente geotérmico. En este modelo, la superficie superior se encuentra a  $298 K$ , mientras que la inferior a  $353 K$ . Si se asume el origen de coordenadas en la parte inferior, la ecuación del gradiente es la siguiente.

$$T(K) = 353 + \frac{55}{3000} y(m) \quad (3.5.)$$

En realidad, esta ecuación surge de la solución de la ecuación del calor (2.8.) en régimen estacionario (la derivada temporal se anula), para un modelo unidimensional. Ver el apartado 3.3.3. Para implementar esta condición en Fluent se utiliza una UDF (User Defined Function).

Con respecto a las paredes de la galería ( $D$ ) = ( $I$ ), dado que se trata de un problema conjugado (ver punto 2.2.5 Problema conjugado), se impone la condición de que el calor que abandona el fluido es igual al que absorbe la roca; y la temperatura de ambos en la pared es coincidente. En Fluent, este tipo de frontera se denomina *interfaz*.

En la entrada a la galería ( $G$ ) se tiene un perfil uniforme de velocidad constante igual a  $1 m/s$ , con temperatura  $300 K$ . Mientras que en la salida ( $H$ ), se establece una presión relativa nula.

Hay que tener en cuenta que, de acuerdo con las ecuaciones de hidrostática, existe un gradiente de presión con la profundidad, ya que el *downcast shaft* soporta la presión atmosférica más la columna de aire de  $3 km$ . La presión absoluta en la mina está en torno a  $1,3 bar$ , un 30% superior a la atmosférica. [14]

Ya se comentó en el apartado 3.1.1 que el flujo del conducto no se modeliza, por ello es vacío y sus paredes adiabáticas ( $J$ ). En las salidas del conducto ( $F$ ), Fluent permite fijar una condición de caudal entrante siguiendo la curva de un ventilador determinado, que relaciona altura manométrica y diferencias de presión. Aunque, aquí se ha impuesto un caudal constante con velocidad y temperatura  $12 m/s$  y  $298 K$ , respectivamente.

Finalmente, los huecos que se ven a ambos lados de la galería ( $E$ ), en la entrada y salida, son vacío. La condición de contorno en esta frontera es flujo de calor nulo, es decir, pared adiabática. La función de este espacio sin material es paliar la alteración del campo de temperaturas, que se produce alrededor de esta zona.



### 3.3.2. Límites laterales de la roca encajante

La razón por la cual se dedica un apartado exclusivo para la condición de contorno de las paredes laterales de la roca encajante ( $C$ ), es que ha sido motivo de discusión en el desarrollo y de un análisis más sosegado que el resto de condiciones.

Se ha debatido si se debía imponer una condición de paredes adiabáticas, o bien una temperatura constante, permitiendo el flujo de calor. Para despejar la duda, se resolvió numéricamente la ecuación del calor en régimen transitorio, para un periodo de 5 años, sobre un modelo muy simplificado del problema, imponiendo un coeficiente convectivo en la pared de la galería.

Se resuelve la ecuación sobre dicho modelo con distintos anchos de roca encajante (200, 300, 400 y 500 m), y con los dos tipos de condiciones: adiabáticas y temperatura constante. En total son ocho sub-modelos. Posteriormente se evaluó cómo cambiaba la distribución de temperatura a lo largo y ancho de la roca, para cada uno de los modelos.

Se concluyó que independientemente del ancho de la roca y de la condición de contorno, la distribución era exactamente igual. El motivo es que el frente de avance de calor no alcanza los límites del dominio en el período evaluado, por ello lo que suceda en ( $C$ ) es irrelevante para el problema.

### 3.3.3. Condiciones iniciales

Previamente a la resolución del transitorio de la ecuación del calor en la roca, se resuelve el flujo en régimen estacionario sin tener en cuenta la ecuación de conservación de la energía. Una vez hecho esto, se inicializa el dominio del modelo con las condiciones siguientes:

- Temperatura del fluido igual a 300 K.
- Temperatura de la roca sigue la distribución lineal del gradiente geotérmico.

La ecuación del gradiente geotérmico se obtiene al resolver el caso unidimensional estacionario de la ecuación del calor (2.4.), con las condiciones de contorno de ( $A$ ) y ( $B$ ). La solución tiene la forma de la ecuación (3.5.), con los parámetros de calor y coeficiente convectivo determinados:

$$T(y) = C_1 + C_2 \cdot y \quad (3.5.)$$

$$T(y) = \left[ T_\infty + q_B \left( \frac{L}{k} + \frac{1}{h} \right) \right] - \frac{q_B}{k} \cdot y \quad (3.6.)$$

donde  $L$  se corresponde con la profundidad de la columna de roca encajante.

No obstante, la distribución de temperatura (3.6.) está totalmente alejada de la realidad debido a la aproximación de los parámetros del problema, especialmente la conductividad



térmica  $k$ , como se comenta en 3.1.2. Esta solución sería válida para un material homogéneo e isotrópico.

La complejidad del material de la roca: su heterogeneidad, anisotropía y la escala, obligan a establecer condiciones de contorno basadas en datos empíricos.

Es importante señalar que los intervalos de tiempo han de ser muy pequeños en las primeras iteraciones, ya que los saltos de temperatura serán muy grandes. Conforme va transcurriendo el tiempo del transitorio, el paso de tiempo  $\Delta t$  se va incrementando de forma cuadrática. En cuanto al número de operaciones crece de forma logarítmica.

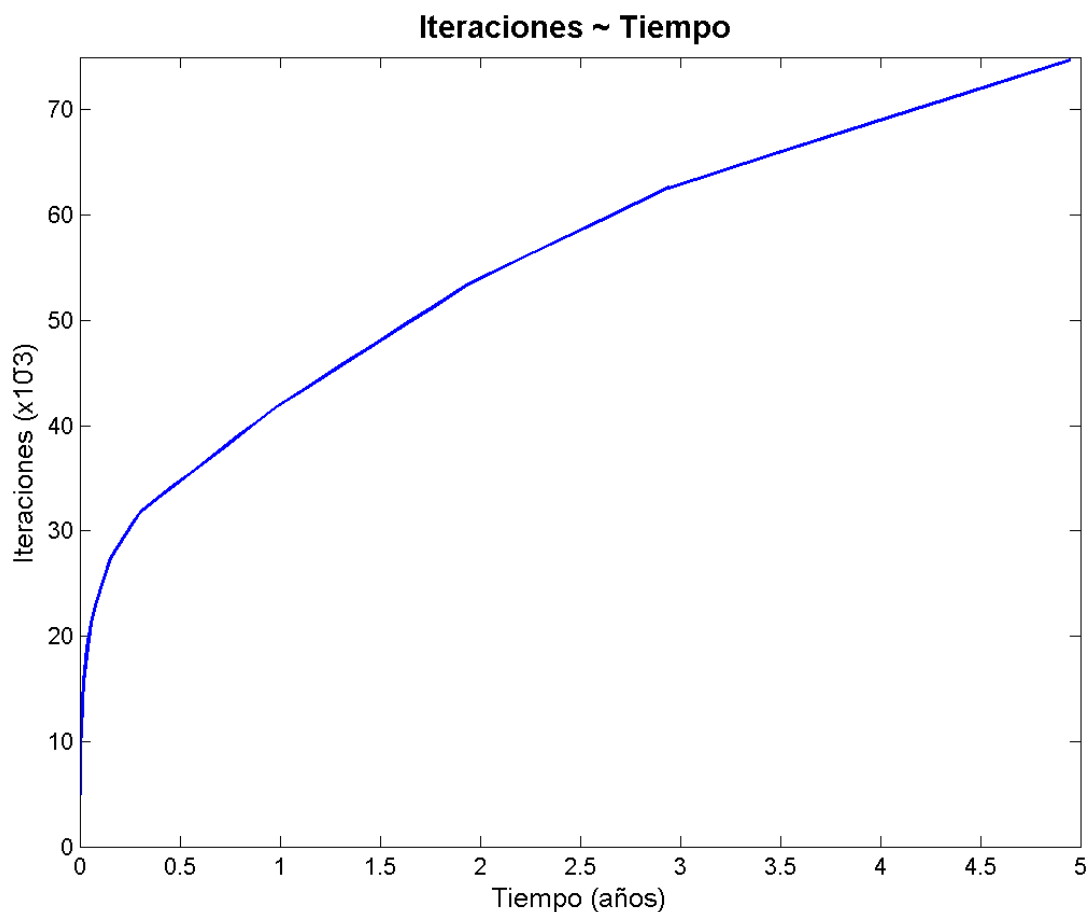


Figura 3.1. Número de iteraciones realizadas frente al tiempo de transitorio transcurrido

### 3.4. MALLA

La elaboración de la malla es la fase más costosa del estudio numérico; ha supuesto alrededor del 70% del tiempo. El mallado de la geometría se ha realizado con el software *Gambit*.

La galería se ha mallado mediante la estrategia de extrusión, que consiste en proyectar la malla de una cara en el espacio tridimensional, formando un prisma. Los elementos de esta malla son hexaedros alineados con la dirección del flujo, puesto que favorece el cálculo.



Con respecto a la roca, se han usado algoritmos incorporados en el software, que generan una malla de tetraedros. Los elementos tetraédricos son más adecuados para la transmisión del calor, ya que se produce en todas las direcciones.

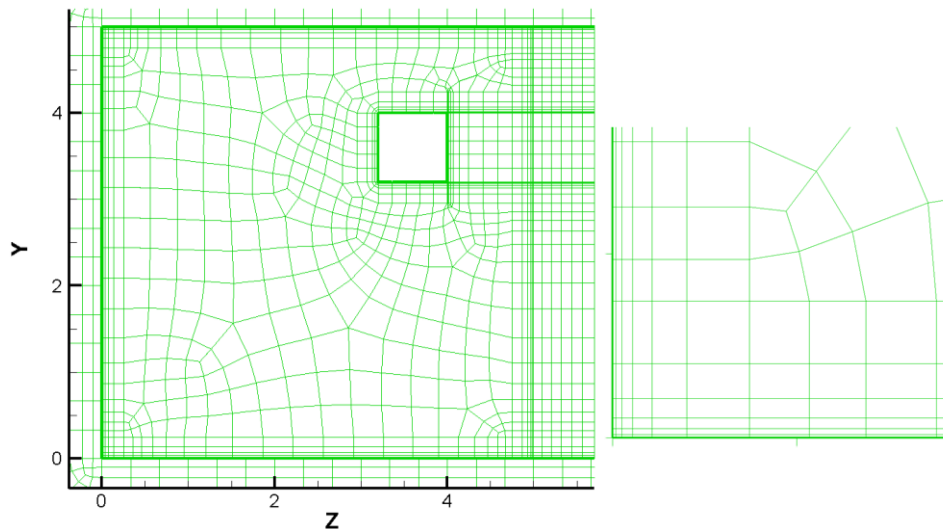


Ilustración 3.7. Malla bidimensional de la galería (pave+factor crecimiento).

Se ha comprobado que el tamaño de las celdas de la roca, cercanas a la pared, no afecta al campo de temperaturas (ver apartado 3.5.1). Pero sí influye en el flujo de calor en los primeros instantes de tiempo, aunque se estabiliza al cabo de 1 h (ver ANEXOS). Esto se debe a la diferencia de temperaturas inicial, que no es realista.

En la *Ilustración 3.7*, se muestra un corte de la malla bidimensional proyectada. La malla crece exponencialmente desde la pared para captar el perfil de la capa límite. En ANEXOS se adjuntan varias ilustraciones de la malla definitiva.

### 3.4.1. Análisis de sensibilidad de la malla

Antes de lograr la malla definitiva, se ha llevado a cabo un *análisis de sensibilidad*, que consiste en resolver el flujo para mallas de distinto grosor. Normalmente se asume que una malla proporciona buenos resultados cuando, al multiplicar por dos el número de elementos, los resultados obtenidos varían menos de un porcentaje determinado.

Se han evaluado varias mallas con distintos grosores, observando las velocidades y el valor de  $y^+$  en las paredes. No obstante, se destacarán solo dos mallas para acotar resultados.

La primera malla consta de 1,68 millones de nodos, mientras que la segunda se optimizó logrando la mitad, 0,88. Ambas poseen el mismo perfil en la zona cercana a la pared, es decir, igual tamaño inicial y factor de crecimiento.

Se han extraído los valores medios del módulo de la velocidad en distintas secciones del tramo principal de la galería, y se han representado frente a la posición. Las velocidades conseguidas con ambas mallas son similares.



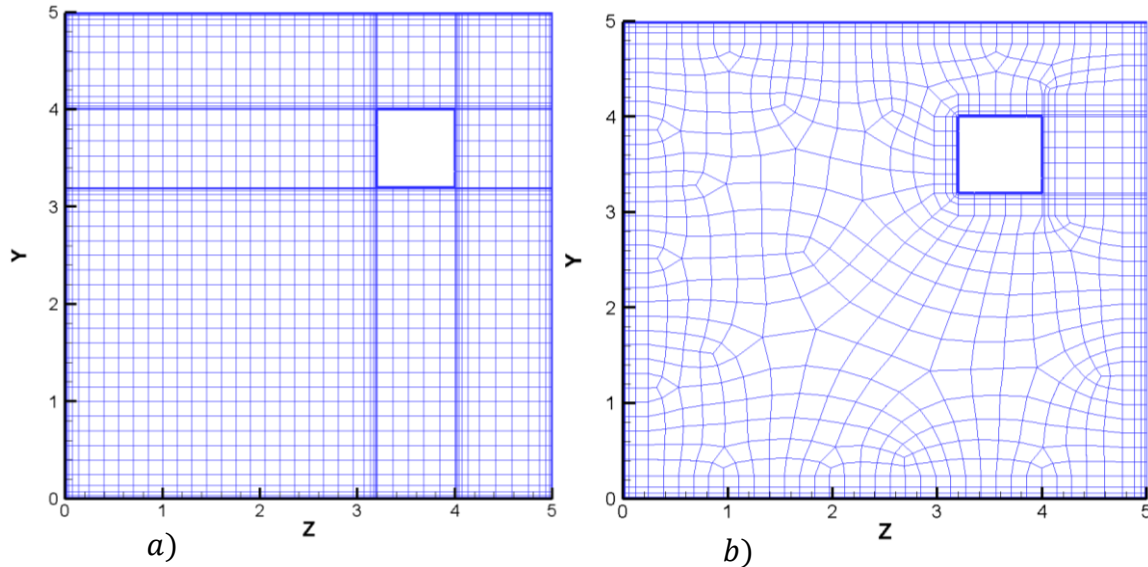


Ilustración 3.8. Proyección de malla 2D: a) estructurada 1,68M, b) pave 0,88M.

Conviene notar que las discontinuidades se corresponden con las intersecciones de los cul-de-sac con el tramo principal, donde se suman los flujos procedentes de los conductos.

Por otro lado, se han obtenido los valores de  $y^+$  en las paredes de la galería. En la [Figura 3.3](#) y la [Figura 3.4](#), se muestran dos gráficos tipo *contour* con los isovalores del  $Y^+$  de las dos mallas.

El valor de  $Y^+$  representa una distancia adimensional cerca de la pared. Los programas de CFD no resuelven el flujo turbulento en la subcapa viscosa, sino que asumen un perfil logarítmico donde  $u^+ = y^+$ . Si el valor de  $Y^+$  es muy alto, significa que el software interpreta que existe una elevada energía cinética turbulenta donde, realmente no la hay. Por ello, este valor debe estar entre unos límites, que dependen del modelo turbulento escogido, típicamente  $30 < y^+ < 300$ .

En la primera malla, se observa que el valor  $y^+$  está entre  $20 < y^+ < 70$  en la mayor parte de la mina, pero en el final de los cul-de-sac, se dispara alcanzando 150.

En cuanto a la segunda malla, con las celdas mejor distribuidas, y refinada en las zonas donde crece mucho el  $y^+$ , se tiene una situación parecida. La mayor parte de la mina tiene valores de  $30 < y^+ < 60$ . En el fondo de los túneles ciegos, el  $Y^+$  está entre  $120 < y^+ < 300$ , alcanzando valores máximos de 340 en la zona de la pared donde se proyecta el chorro de aire turbulento. Esto indica que la malla debe ser refinada en dicha zona.



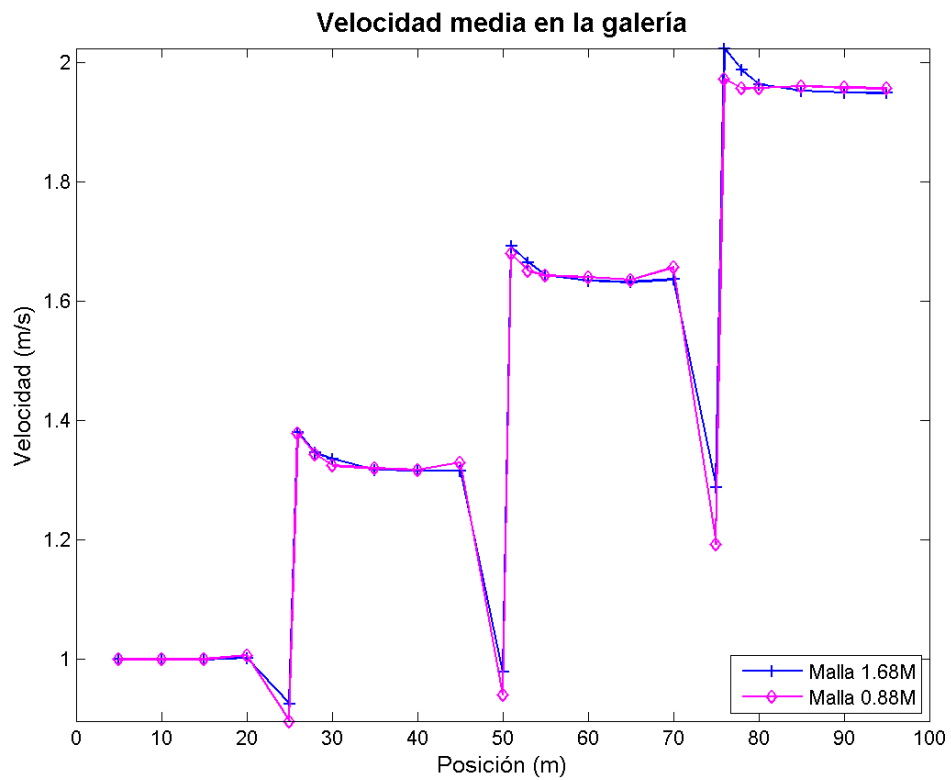


Figura 3.2. Comparación de la velocidad media en la galería con dos mallas

En conclusión, la segunda malla constituye una mejora importante respecto a la primera, ya que se reduce a la mitad el número de nodos, manteniendo el campo de velocidades y regulando el valor de  $y^+$  en toda la mina.



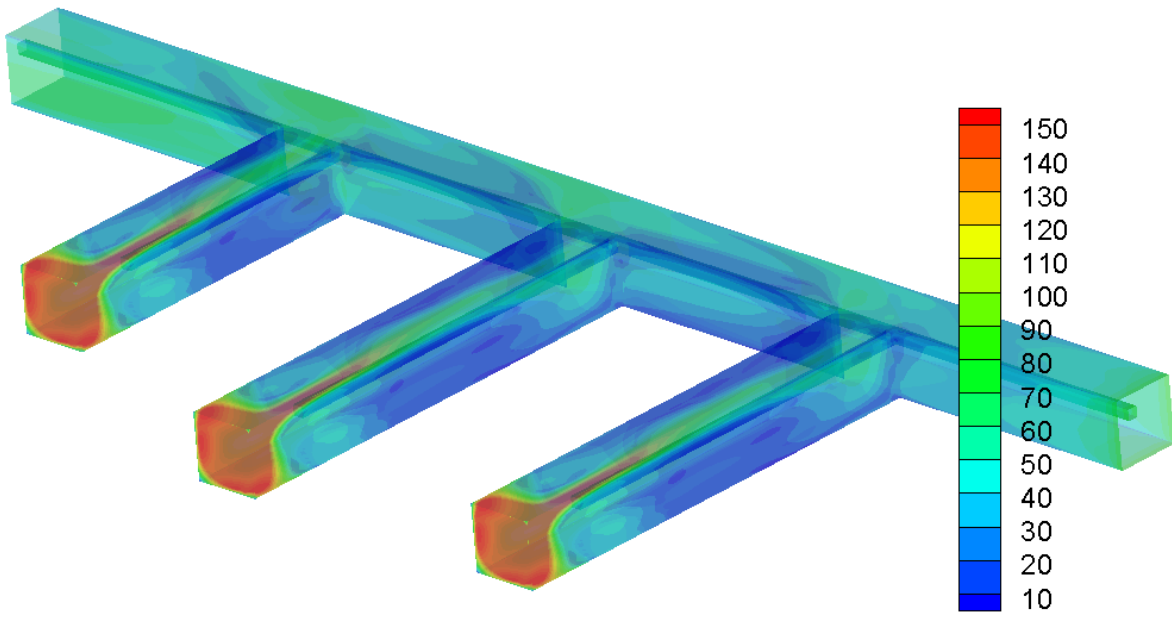


Figura 3.3. Mapa de isovalores de  $y^+$  de la malla 1 (1,68M)

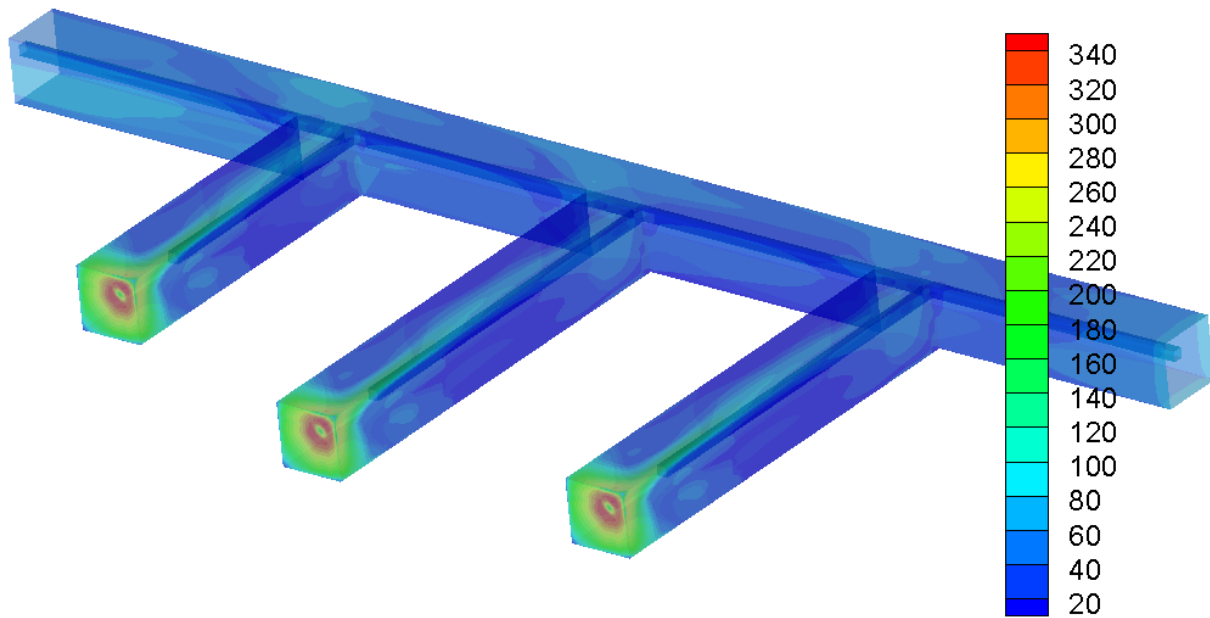


Figura 3.4. Campo de  $y^+$  de la malla 2 (0,88M)



### 3.5. VERIFICACIÓN DEL MODELO

El objetivo de un análisis de validación es asegurar la calidad de los resultados obtenidos, mediante la estimación de la incertidumbre. Estos errores provienen de dos fuentes principalmente: el modelo y los cálculos.

Al generar el modelo se asumen muchas hipótesis que producen una desviación de los resultados respecto de la realidad. Además, puesto que las ecuaciones se resuelven por métodos numéricos de aproximación, se cometen errores de truncamiento.

En general, si se desea cuantificar la incertidumbre se siguen tres pasos:

1. Recopilar información. Documentarse bien es clave para evitar equivocaciones en la formulación de ecuaciones y empleo de métodos numéricos.
2. Verificación. Se refiere al análisis de la convergencia de los resultados.
3. Validación. Consiste en tomar muestras experimentales y compararlas con el modelo numérico.

En muchos análisis de CFD resulta complicado recoger datos empíricos, bien por falta de medios o de viabilidad práctica. Por este motivo, es frecuente recurrir a una especie de validación de software. No es una validación del modelo, por lo que no asegura que los resultados numéricos obtenidos son fiables, pero es una muestra de que dicho software “funciona” correctamente.

La validación del software consiste, en resolver numéricamente un problema, del cual se conoce una solución analítica, y posteriormente, comparar ambas soluciones.

#### 3.5.1. Validación de software

Se ha generado una malla sobre una placa bidimensional que representa un corte de la roca. El material es idéntico al del modelo tridimensional. Las condiciones de contorno son similares también, tan solo se modifica la región de las paredes de la galería, donde el flujo se simplifica con un coeficiente convectivo.

Tras resolver el transitorio de la ecuación de la energía en la placa, se han extraído los datos de la distribución de temperatura en una línea vertical centrada, que sube desde la pared (galería) a 1 metro. La geometría de esta placa se encuentra en [ANEXOS](#).

La solución analítica a este problema es la que proporciona Çengel en *Heat Transfer* (2.1.4). Los valores de los parámetros de la ecuación coinciden con las condiciones de contorno del modelo de placa bidimensional; se muestran a continuación.

$$T_i = 360 \text{ K}, \quad T_\infty = 300 \text{ K}, \quad \alpha = 2.25 \times 10^{-5}$$





$$0 \leq y \leq 1 \text{ m}$$

$$0 \leq t \leq 24 \text{ h}$$

Se ha resuelto este problema para 6 placas con distinto grosor de malla.

Tabla 3.7. Tamaño de mallas de geometrías bidimensionales.

Malla	Tamaño de celda junto a la pared $\delta$ (cm)	Nodos
1	0,1	239
2	0,5	143
3	1	117
4	2	96
5	3	88
6	4	82

A continuación, se muestra una gráfica que refleja los resultados de temperatura en el instante  $t = 4 \text{ h}$  del transitorio (el resto se encuentran en [ANEXOS](#)), comparando la solución numérica con la analítica. Como se puede observar, los resultados se ajustan muy bien.

Notar que el tamaño de celda determina la información que extraemos de la distribución de temperaturas, pero no afecta a ésta.

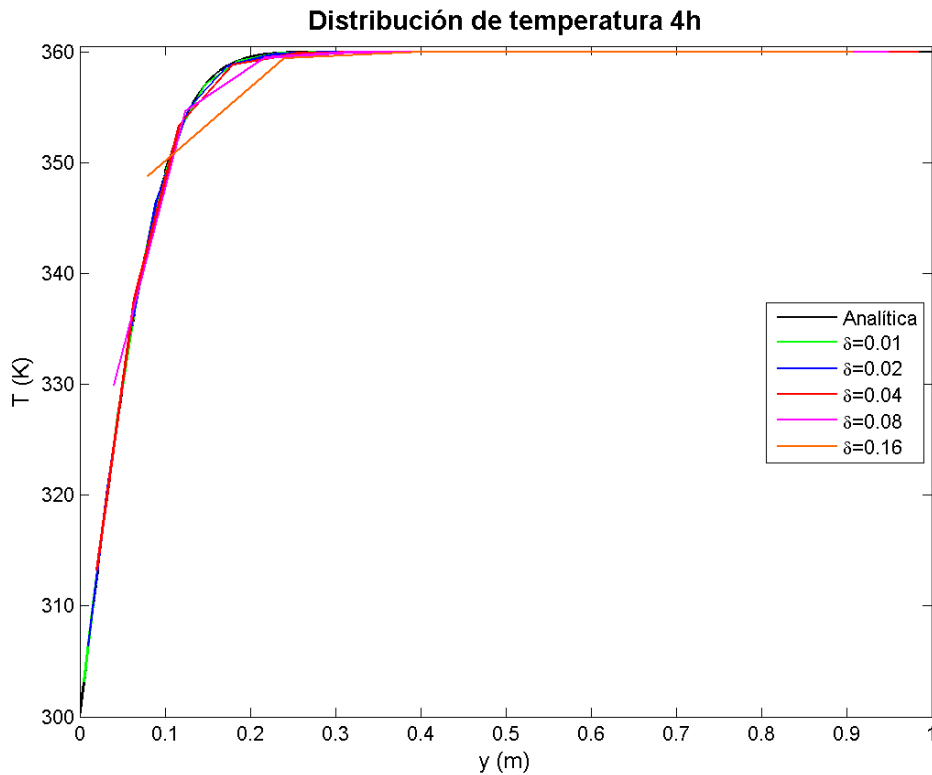


Figura 3.5. Comparación de la solución analítica de Cengel con la solución numérica



## 4. RESULTADOS

La resolución del modelo numérico del flujo y de la roca permite extraer una suma importante de datos, principalmente de velocidad y temperatura. Las posibilidades de análisis del modelo son numerosas: perfiles de velocidades en la galería, gráficas de temperatura en una línea cualquiera del dominio de la roca, trazas de temperatura frente a tiempo en puntos, contornos de temperatura en un plano cualquiera, etc. Además, se dispone de esta información para cada instante de tiempo.

Por esta razón, hay que focalizar y acotar el análisis buscando obtener conclusiones relevantes. Dicho análisis se estructura en: flujo de la galería, distribución de temperatura en la roca en el periodo transitorio y, evolución del flujo de calor a través de las paredes de la roca.

### 4.1. FLUJO EN LA GALERÍA

El flujo, como se comenta en apartados anteriores, se resuelve tan solo una vez en régimen estacionario. El análisis del mismo servirá, fundamentalmente, como una comprobación del modelo. Por tanto, se buscan patrones extraños en el campo de velocidades, se analiza el valor de  $y+$  en las paredes, y las velocidades medias en distintos planos. También se suele resolver el flujo turbulento con distintos modelos numéricos (SA, k-omega, k-epsilon, ...) para comparar y validar los resultados, aunque este paso se ha omitido en este trabajo.

Por otro lado, se prestará atención a la relación, más o menos intensa, que existe entre el campo de velocidades de la galería y la distribución de temperaturas en la roca circundante. En concreto, resulta de interés comparar la magnitud de velocidad en la dirección vertical del modelo final, con la del modelo del apartado 3.2.2, en el cual se tienen en cuenta los efectos de flotabilidad.

En primer lugar, el valor de  $y+$  se mantiene constante e inferior a 30 a lo largo de la galería, tanto en el canal longitudinal como en los transversales, tal y como se aprecia en la [Figura 3.4](#). Aunque aumenta notablemente en el tramo final de cada *cul-de-sac* debido a la concentración de efectos turbulentos ocasionados por el chorro de aire procedente de los conductos.

En las dos imágenes que se muestran a continuación, [Figura 4.1](#) y [Figura 4.2](#), se observa de forma rápida una vista general del campo de la velocidad en toda la galería. Se puede apreciar lo siguiente:

- El aire entra en la galería en con velocidad uniforme igual a 1 m/s
- La velocidad media del flujo se ve incrementada aproximadamente 0,5 m/s en cada intersección, lo cual concuerda con la ecuación de continuidad.



- El perfil de velocidad se vuelve más heterogéneo conforme avanza en el tramo longitudinal, debido a los fenómenos asociados a la turbulencia.
- Los cul-de-sac presentan un flujo muy heterogéneo que combina zonas de flujo estancado en el centro y altas velocidades en zonas próximas a la pared del final del túnel.
- Se genera una corriente de aire de alta velocidad en la parte superior del conducto de ventilación.

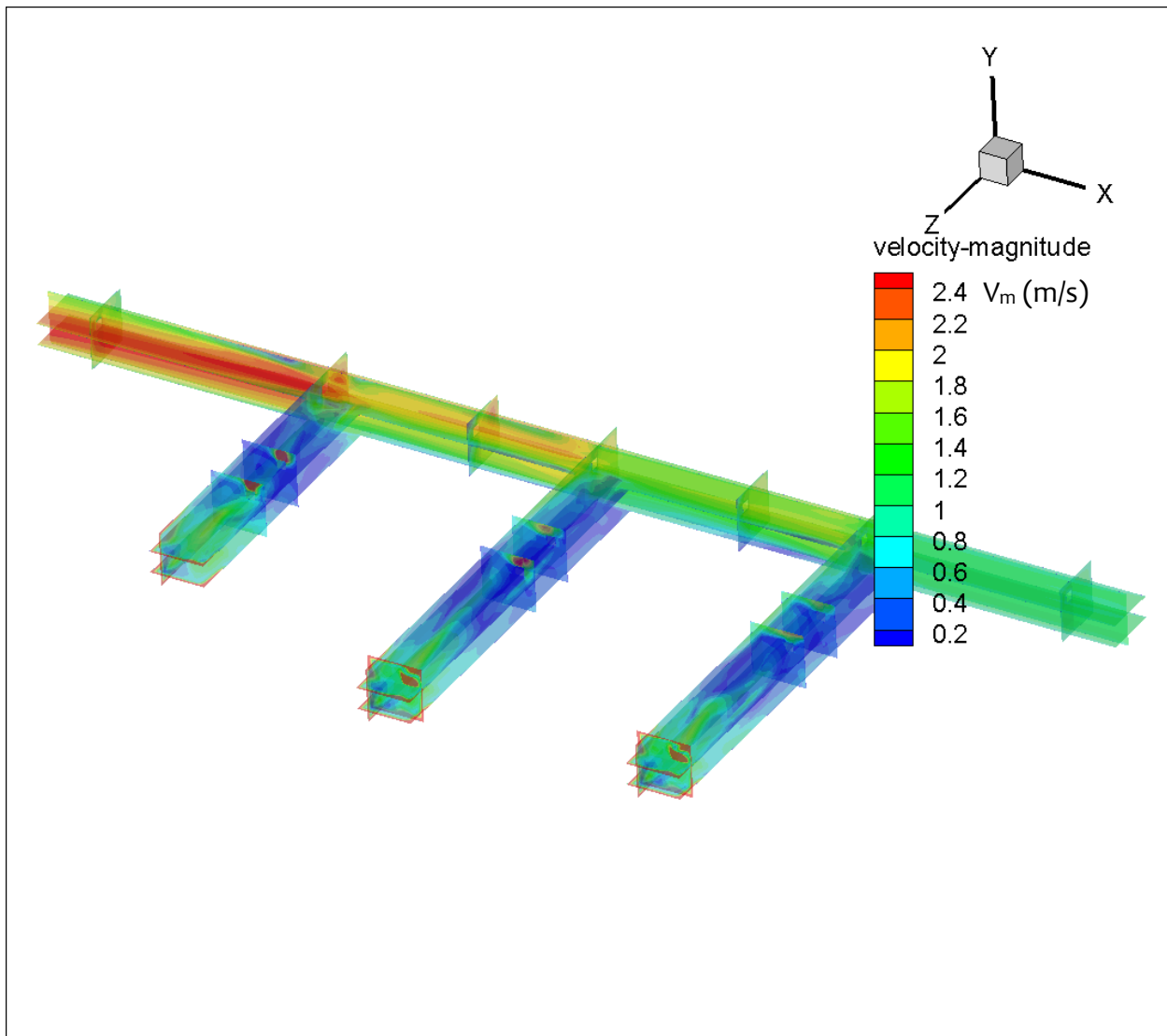


Figura 4.1. Vista general del campo de velocidad absoluta en la galería



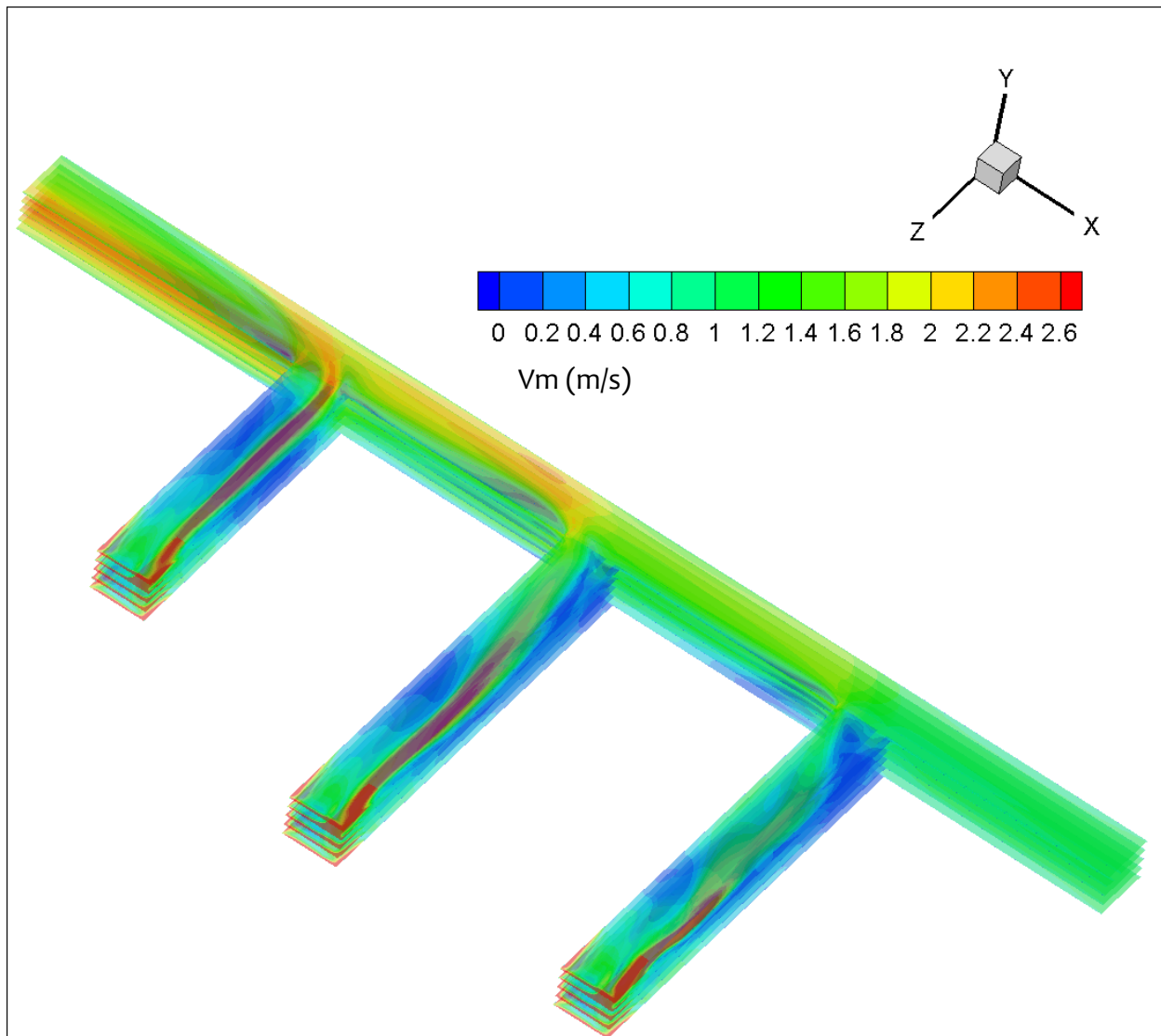


Figura 4.2. Vista general del campo de la velocidad absoluta en la galería (2)

En la [Figura 4.3](#) y la [Figura 4.4](#), también es posible observar con más detalle los aspectos del flujo que se comentan. Aquí se han representado cortes de un cul-de-sac y del tramo longitudinal de la galería, espaciados cada metro.

En el túnel ciego se observan dos corrientes de aire que se mueven desde el fondo, hacia el tramo principal de la galería. Una de velocidad superior a 2,5 m/s, que transcurre por la parte superior del túnel, sobre el conducto de ventilación. Y otra, de velocidad aproximada 1,5 m/s que circula por la parte inferior. El sentido de esta corriente se aprecia mejor en la [Figura 4.10](#).

Además, se observan algunos reflujos de velocidades despreciables que pueden deberse a la naturaleza del flujo turbulento, caracterizado por vórtices. Algunas de estas singularidades también pueden ser ocasionadas por un mallado deficiente en esta zona en concreto.



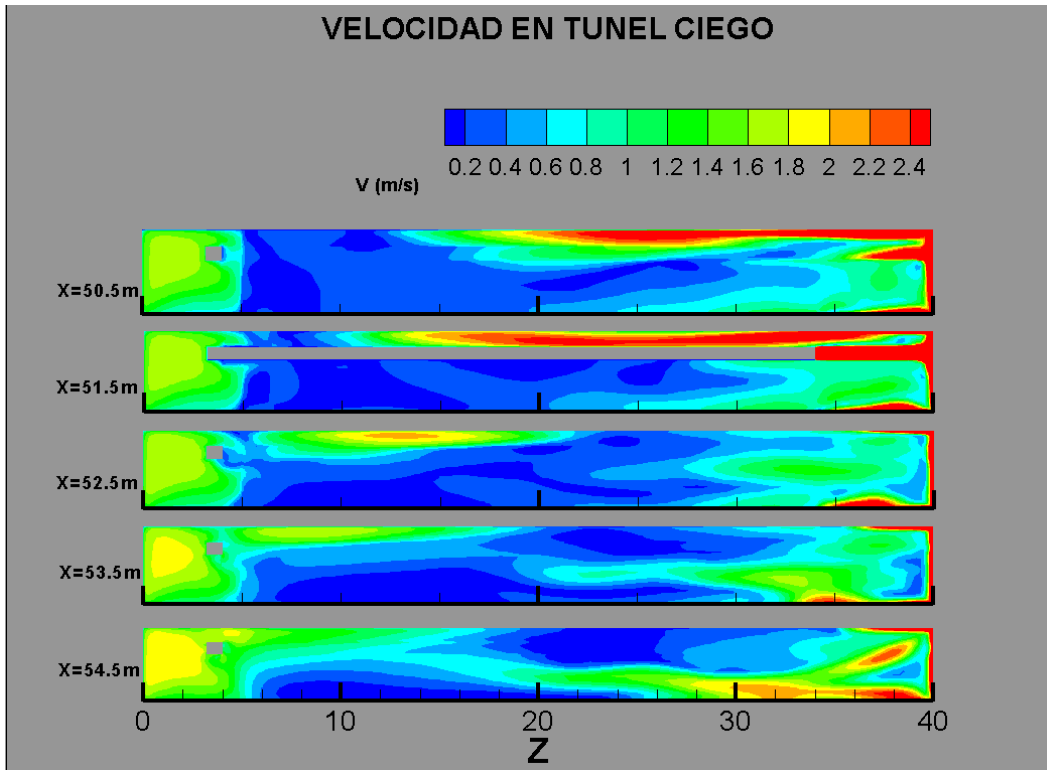


Figura 4.3. Campo de velocidad absoluta en un cul-de-sac

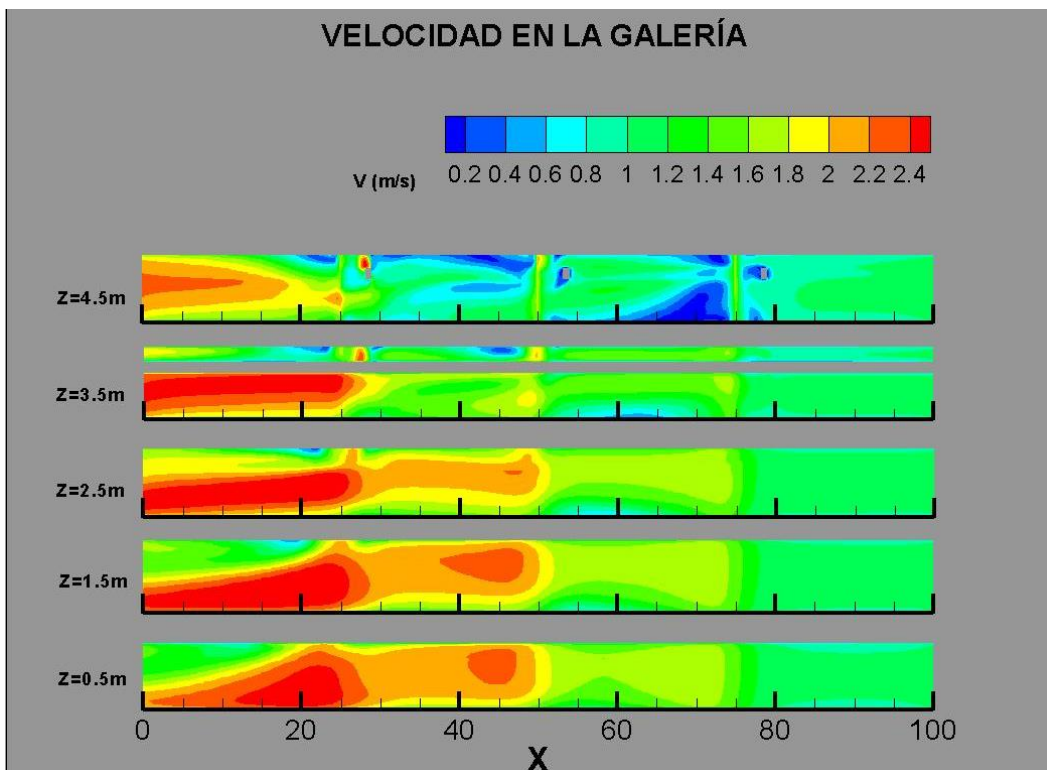


Figura 4.4. Campo de la velocidad absoluta en el tramo longitudinal de la galería



El análisis de los residuos permite verificar la malla y el modelo usados en el cálculo de elementos finitos. Ya se ha comprobado mediante el análisis de  $y^+$ , que la malla es aceptable en las regiones cercanas a la pared, que suelen ser más críticas. No obstante, no arroja mucha luz sobre la validez del modelo.

Como se puede observar en la [Figura 4.5](#), los residuos convergen una vez alcanzada la iteración número 100, y a partir de entonces oscilan levemente. El valor de convergencia es relativamente pequeño para todas las ecuaciones del modelo (inferior a 0,01).

Aunque, como ya se ha dicho, este valor es relativo. En flujos laminares o para los cuales existen modelos de turbulencia muy testados, se esperan valores de convergencia del orden de  $10^{-5}$ . Sin embargo, hay que tener en cuenta que se trata de un flujo muy turbulento, y con una malla un tanto robusta en el interior, puesto que la geometría es muy extensa en comparación con la escala del flujo o longitud característica del mismo.

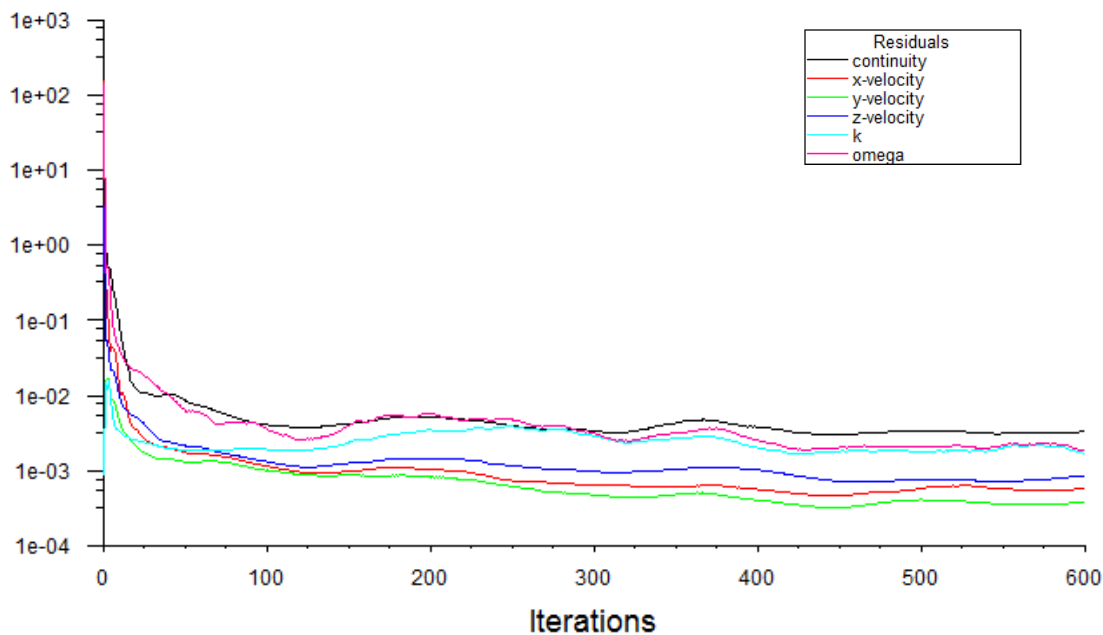


Figura 4.5. Residuos del cálculo del flujo en la galería

Los residuos de la velocidad son aceptables (0,001). En cambio, los residuos de la ecuación de continuidad podrían poner en cuestión la validez del modelo.

Por otro lado, si se evalúa el balance de flujos de entrada y salida de la galería en la [Tabla 4.1](#), se observa un flujo neto positivo (de entrada) de  $0,0065 \text{ kg/s}$ . Éste representa un 0,01% del flujo total, y por lo tanto es despreciable.



Mass Flow Rate	(kg/s)
drift_inlet	28.291703
drift_outlet	-55.043847
fan1	8.9195517
fan2	8.9195516
fan3	8.9195519
Net	0.0065107006

Tabla 4.1. Balance de flujos de entrada y salida de la galería

En las seis figuras siguientes (*Figura 4.6, Figura 4.7, Figura 4.8, Figura 4.9, Figura 4.10, Figura 4.11*) se tiene una representación bidimensional de las tres componentes de la velocidad ( $X, Y, Z$ ), tanto en el tramo longitudinal de la galería como en uno de los tres cul-de-sac.

Si se comparan las  $f$  mencionadas con la *Figura 4.3* y la *Figura 4.4*, se observa que el flujo en el tramo longitudinal de la galería, paralelo al eje  $X$ , se desarrolla en esta dirección principalmente, siendo las componentes  $V_Y$  y  $V_Z$ , prácticamente nulas. Tan solo existe una importante componente  $Z$  en las intersecciones de los tramos, como es lógico.

Igualmente, en los túneles ciegos, la velocidad del flujo tiene principalmente componente axial, aunque presenta una importante componente vertical en el final de los túneles, provocada por la geometría.

Es conveniente notar que esta componente vertical sería mucho mayor si la ecuación de la energía se resolviese de forma acoplada con la de cantidad de momento. De hecho, si se acoplan dichas ecuaciones los efectos de flotabilidad se vuelven importantes en algunas zonas del flujo, como se observa en la *Figura 4.12* y la *Figura 4.13* ambas extraídas del estudio de convección natural realizado en el apartado 3.2.2.

El aire que sale frío de los conductos tiene mayor densidad que el de la galería, por lo que genera un flujo descendente del orden de la velocidad característica del aire de la mina, 1 m/s. Aparecen otros movimientos verticales de convección natural en otras zonas de la mina, aunque son de velocidades despreciables (0,2 m/s) comparados con la velocidad media. La convección natural es importante solamente en el fondo de los cul-de-sac, por lo que se puede asumir que el flujo en el resto de la mina no se altera considerablemente.



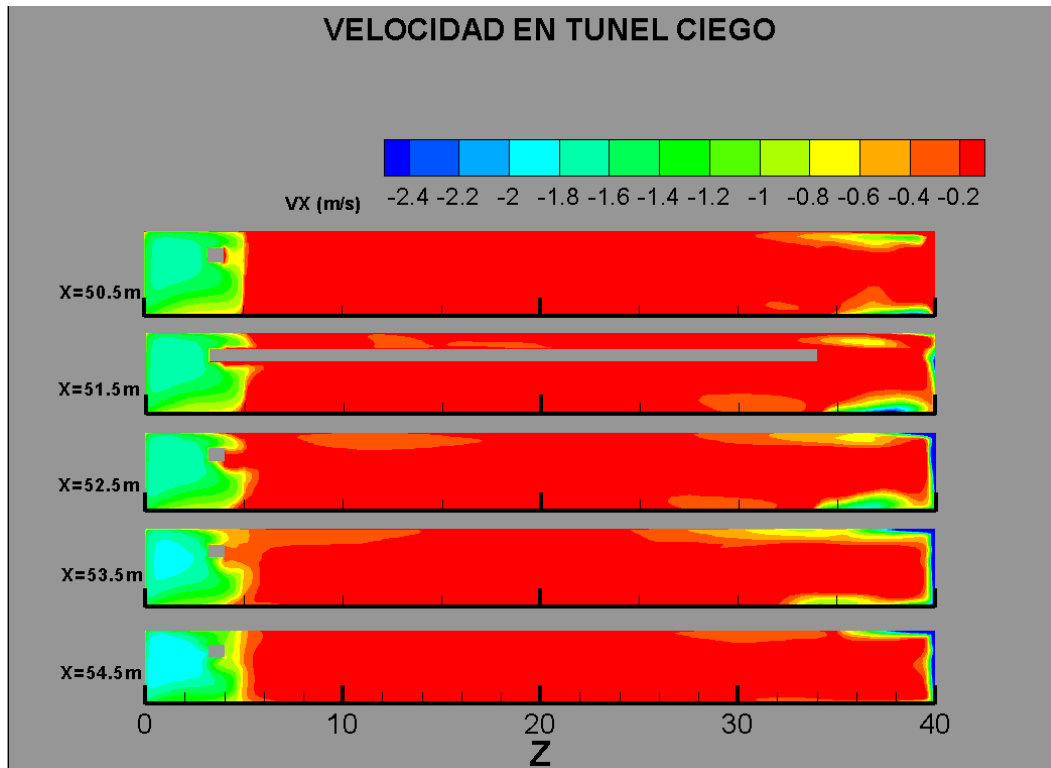


Figura 4.6. Campo de la componente X de la velocidad en cul-de-sac

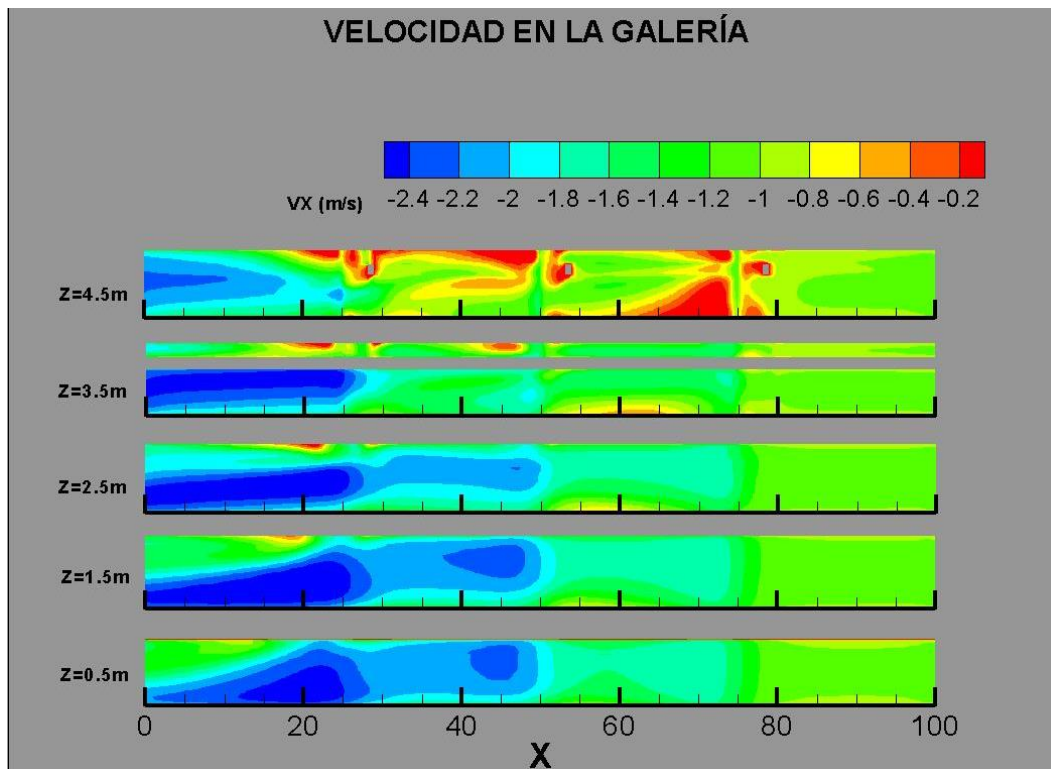


Figura 4.7. Campo de la componente X de velocidad en el tramo longitudinal de la galería





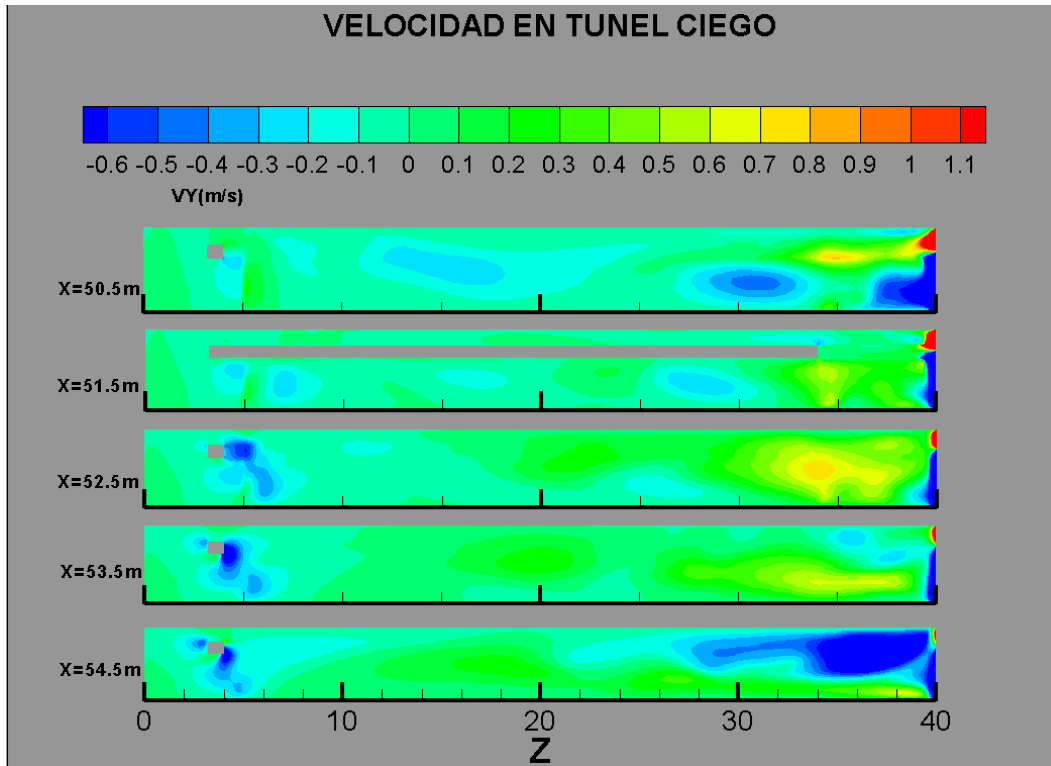


Figura 4.8. Campo de la componente Y de la velocidad en un cul-de-sac

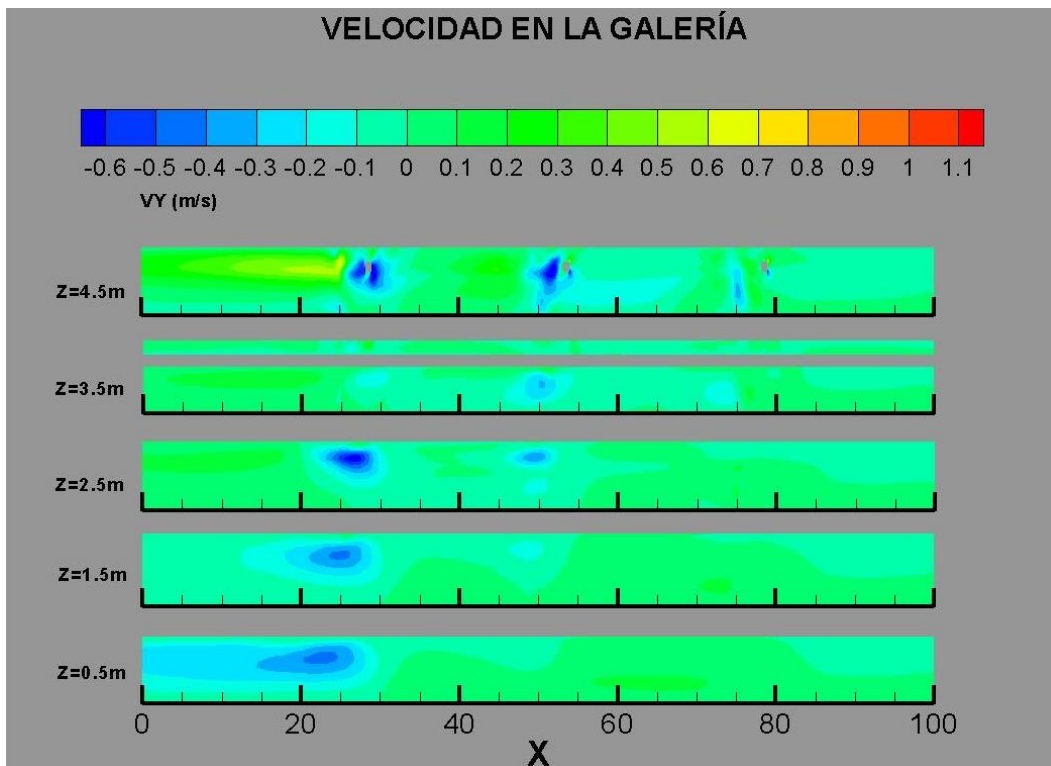


Figura 4.9. Campo de la componente Y de la velocidad en el tramo longitudinal de la galería



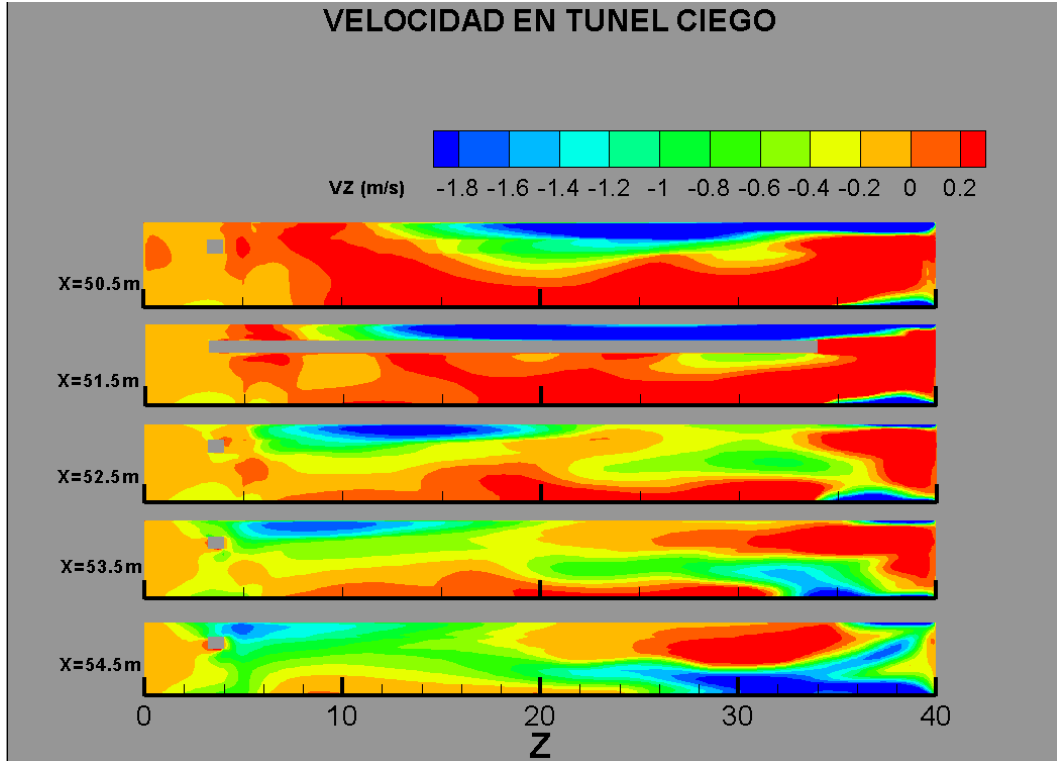


Figura 4.10. Campo de la componente Z de la velocidad en un cul-de-sac

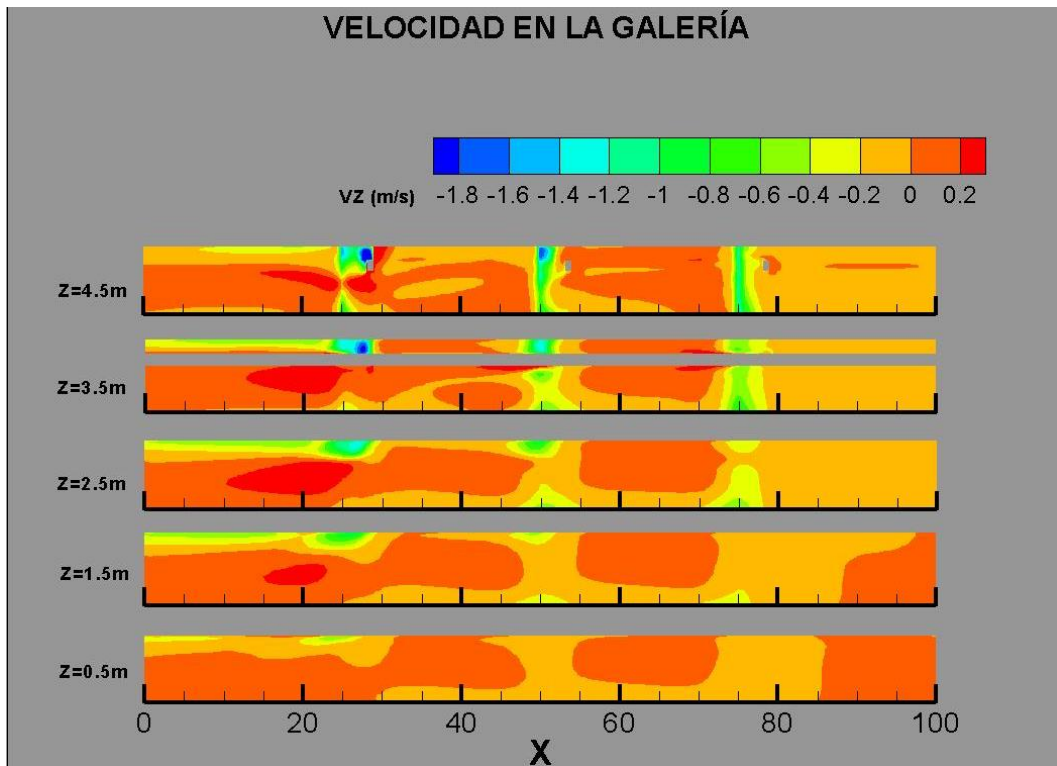


Figura 4.11. Campo de la componente Z de la velocidad en el tramo longitudinal de la galería



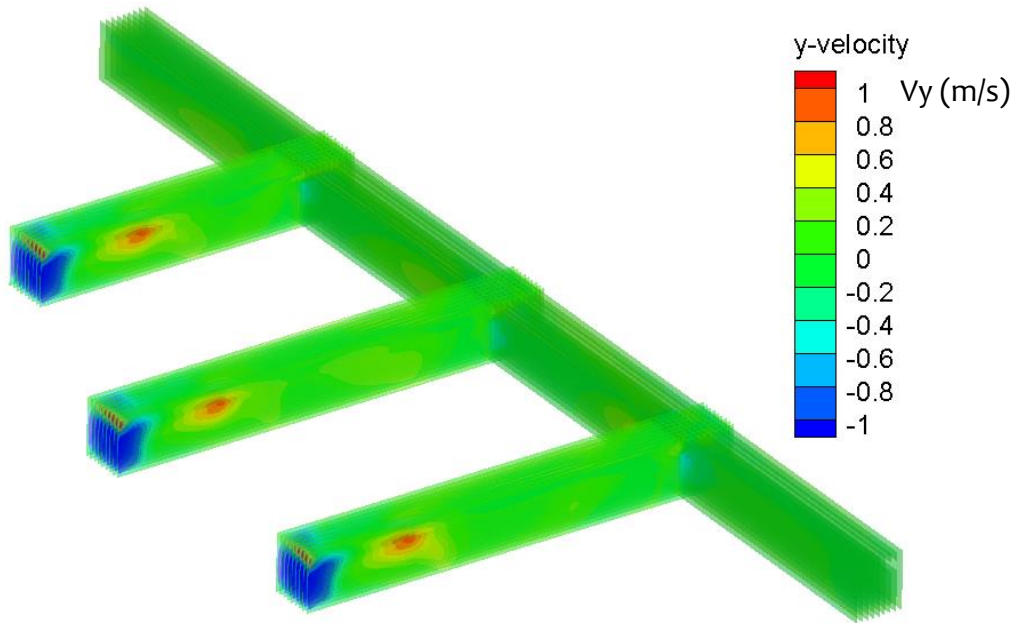


Figura 4.12. Campo de la componente Y de la velocidad en la galería. Efectos de flotabilidad

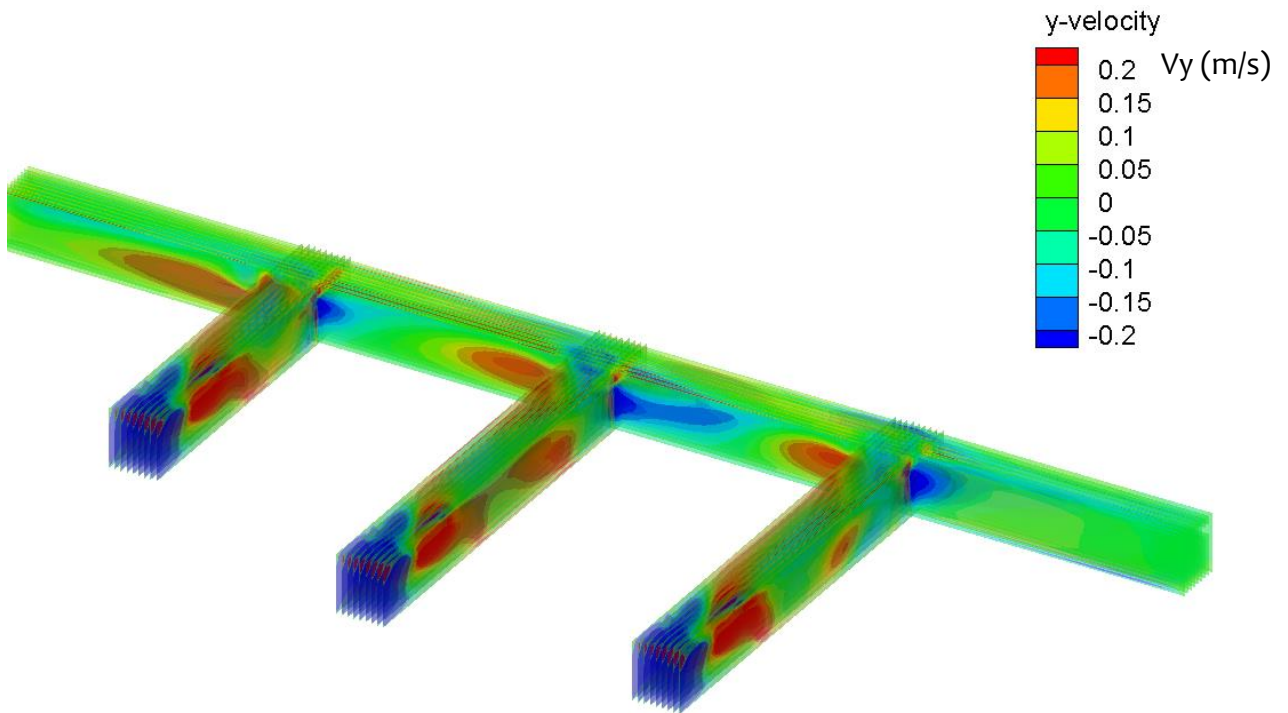


Figura 4.13. Campo de la componente Y de la velocidad en la galería. Efectos de flotabilidad (2)



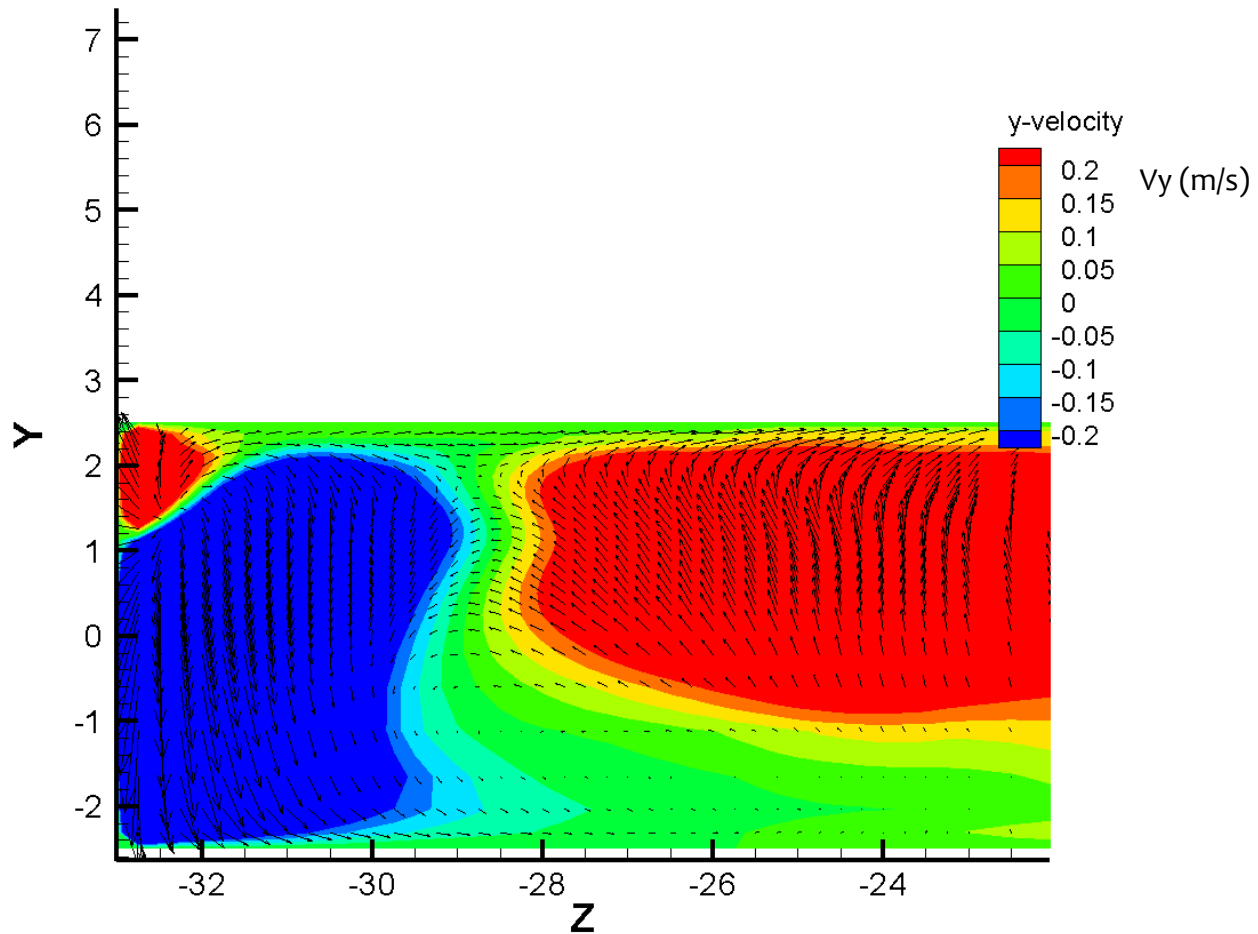


Figura 4.14. Mapa de vectores de velocidad en un corte vertical de un cul-de-sac

Claramente, en esta parte final del cul-de-sac la hipótesis de convección natural nula no es válida, porque el movimiento del fluido se modifica notablemente y, lo que es más importante, los efectos de transmisión del calor se verán potenciados gracias a la convección natural.

No obstante, ya se ha demostrado anteriormente que el flujo de calor global a través de las paredes de la mina no cambia significativamente.

Por otra parte, en las figuras siguientes (*Figura 4.15*, *Figura 4.16*, *Figura 4.17*) se muestra el perfil de velocidad en varias secciones del tramo longitudinal de la galería, espaciadas cada 10 metros. Dicho perfil es claramente turbulento debido a la fina capa límite, apenas visible, y la uniformidad en todo el cuerpo. Se aprecian algunas irregularidades en perfiles como el de la sección  $x = 70 \text{ m}$  y  $x = 40 \text{ m}$ , donde conectan los tramos transversales con el longitudinal, generando reflujos.

La entrada principal del fluido a la galería se encuentra en la cota  $x = 100 \text{ m}$ . La nomenclatura empleada, **I-y2x10**, se refiere a la cota de la línea: paralela a eje Z con  $y = 2\text{m}$ ,  $x = 10\text{m}$ .

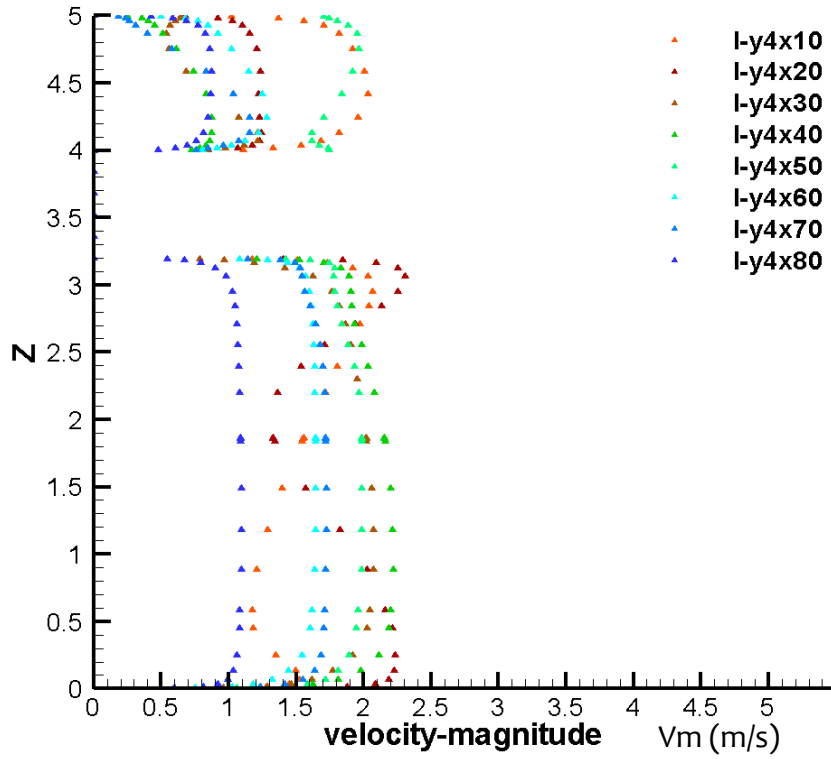


Figura 4.15. Perfil de velocidad en horizontal en la galería

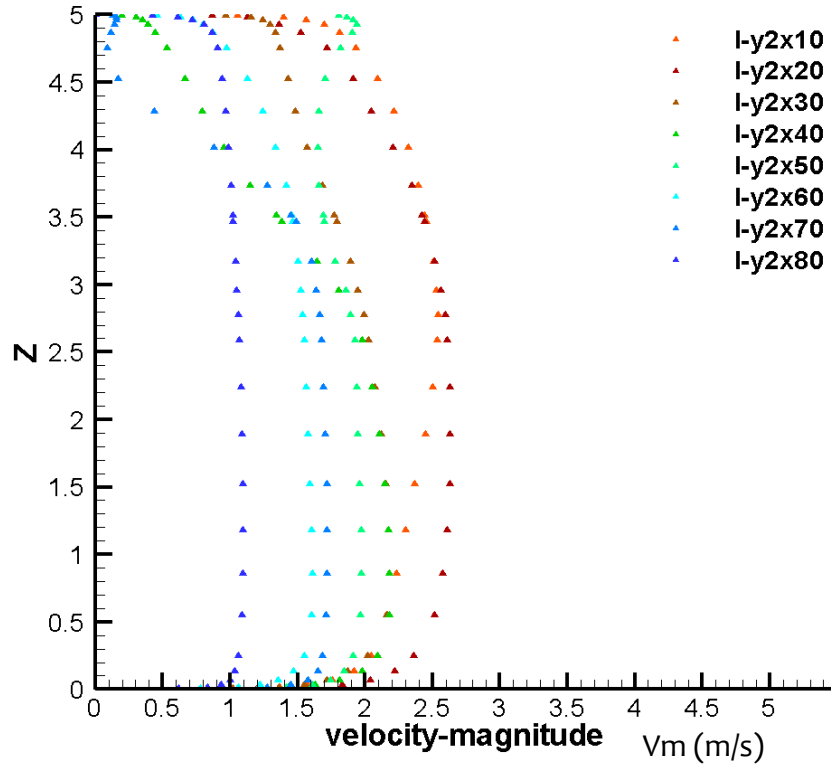


Figura 4.16. Perfil de velocidad horizontal en la galería (2)



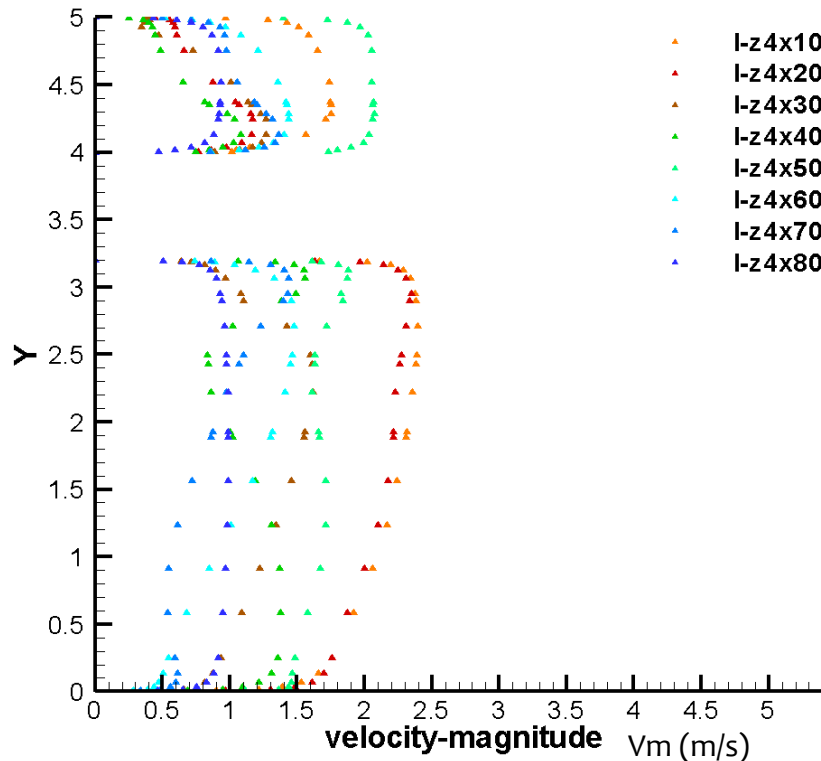


Figura 4.17. Perfil de velocidad vertical en la galería

En conclusión, el flujo se desarrolla de forma lógica de acuerdo con la geometría y las ecuaciones físicas de fluidodinámica. No se observan singularidades ni patrones que denoten un mallado deficiente, o errores graves de las hipótesis del modelo.

Los resultados del análisis son un buen signo de la aproximación a la realidad, aunque no aseguran que el comportamiento del fluido sea “real”, tan solo que es físicamente posible. Una vez más, se reitera que para contrastar estos resultados es necesario tomar muestras experimentales de una reproducción real del modelo.

#### 4.2. DISTRIBUCIÓN DE TEMPERATURA EN LA ROCA

Con respecto a la distribución de temperatura en la roca, se pretenden evaluar dos características principalmente: a) la evolución temporal del frente del gradiente de temperatura en la roca que rodea la galería, y b) forma del campo de temperaturas en dicha zona.

Además, al igual que con el flujo, resulta interesante detectar anomalías puntuales en la distribución de temperatura del dominio, puesto que pueden estar relacionadas con un mallado deficiente.



Un estudio más exhaustivo comprendería un análisis de sensibilidad mediante el cual, se podría observar la variación del transitorio y el campo de temperaturas en función de las propiedades termofísicas del material y/o la potencia de refrigeración empleada. No obstante, en este trabajo se analizan resultados de una única simulación.

En el comienzo del transitorio se suceden fenómenos irreales debido a las condiciones iniciales impuestas que son imposibles físicamente (para una explicación más detallada refiérase al apartado 3.3). Inicialmente el aire dentro de la galería se encuentra a  $300\text{ K}$ , que es la temperatura estándar a la que se suele encontrar el interior de las minas la mayor parte del tiempo. Mientras que la roca circundante se encuentra alrededor de  $350\text{ K}$  a causa del gradiente geotérmico.

Esto se ha modelado con dos superficies interfaces, que primero se hacen adiabáticas para inicializar el problema. Posteriormente se convierten en interfaces permitiendo la transferencia de energía. Al comenzar los cálculos se tienen dos superficies en contacto a cincuenta grados de diferencia de temperatura, lo que provoca un flujo de calor desorbitado.

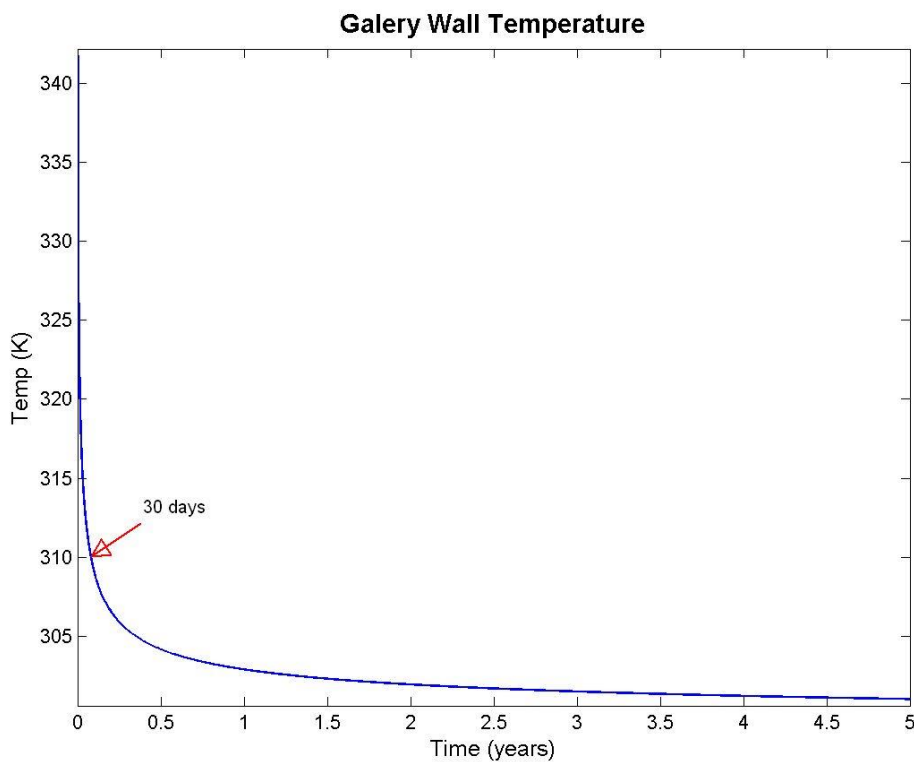


Figura 4.18. Evolución temporal de la temperatura de la pared de la galería

En el instante inicial la temperatura de la pared toma un valor medio de  $320\text{ K}$ , y se eleva hasta alcanzar un máximo de  $341\text{ K}$  a los 6 minutos de transitorio. A partir de entonces la temperatura de la pared disminuye de manera exponencial hasta los  $305\text{ K}$  ( $32\text{ °C}$ ), 4 meses después de iniciar el transitorio, cuando comienza a estabilizarse. Pasados 5 años, la pared se encuentra a  $28\text{ °C}$ .



La parte del transitorio que se puede considerar real en esta zona o, mejor dicho, físicamente posible, tiene lugar a partir de los 6 primeros minutos.

Un caso más realista sería tener el aire a la temperatura de la roca ( $350K$ ) e introducir aire frío por los conductos en el instante  $t = 0$ . Esto simularía la situación, físicamente posible, de que la mina estuviese cerrada y se pusiera en marcha en un momento determinado. En cuyo caso, el aire alcanzaría una temperatura cercana a la de régimen permanente en cuestión de horas, mientras que el transitorio de la pared de la galería sería del orden de semanas.

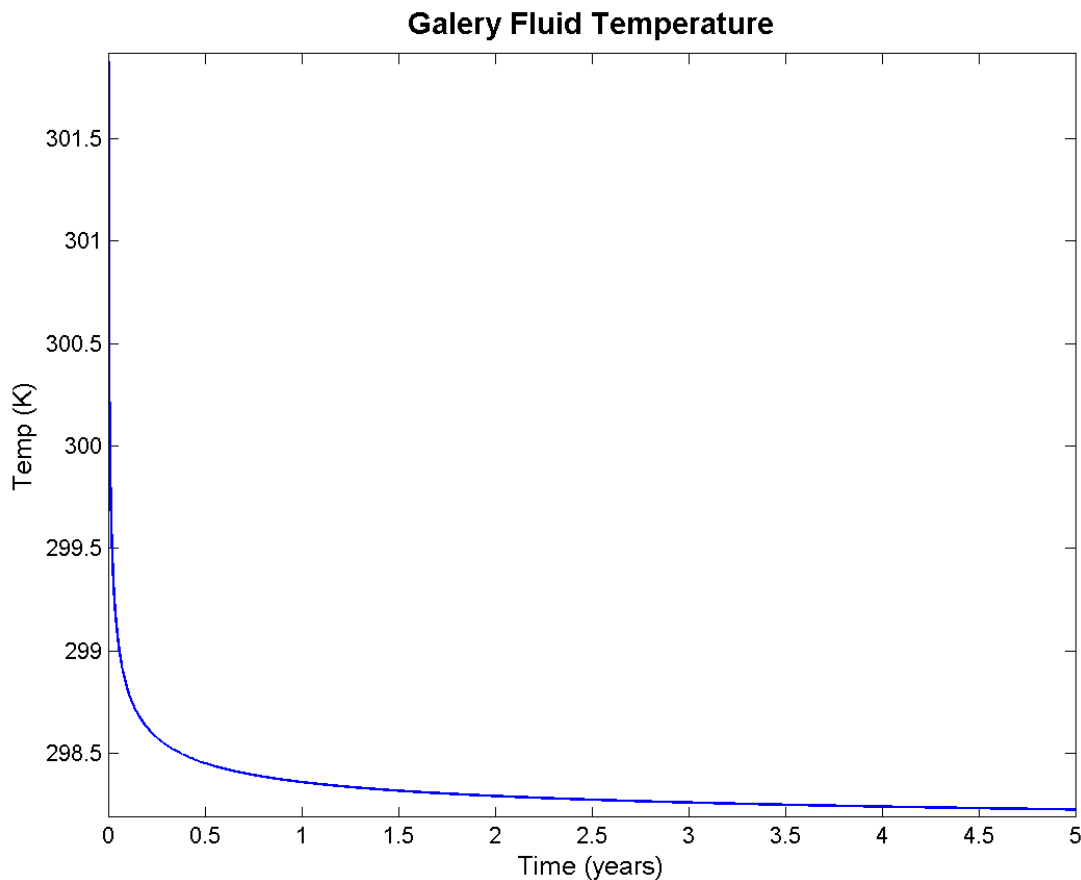


Figura 4.19. Evolución temporal de la temperatura del aire de la galería

El fluido sufre una variación relativamente pequeña de su temperatura a lo largo del transitorio. En los primeros 30 minutos ocurre un incremento de  $2^{\circ}C$  como consecuencia del planteamiento poco realista. Finalmente, la temperatura global de la galería converge a la temperatura del aire del conducto de refrigeración. Transcurridos 5 años, dicha temperatura es de  $298,2 K$ .

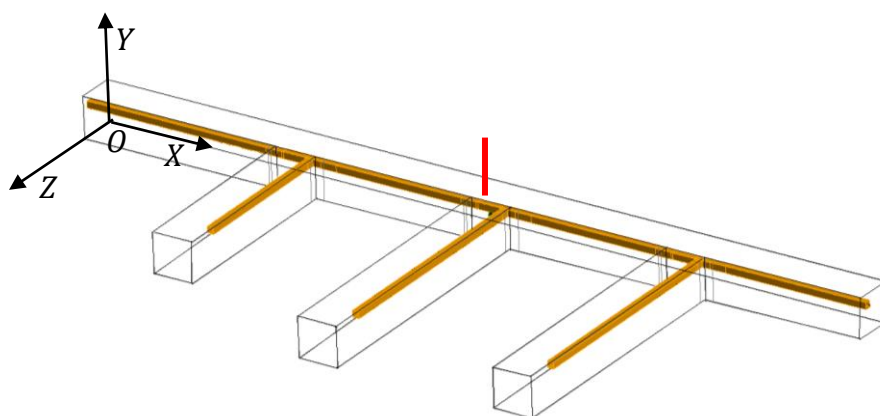
En termodinámica se consideran estados de cuasi-equilibrio, puesto que para alcanzar un equilibrio térmico se requiere de un tiempo teórico infinito. Si se asume de forma pragmática que se logra un estado de cuasi-equilibrio o régimen cercano al permanente cuando la





temperatura del fluido difiere un 1% de la temperatura final, se tiene que los periodos transitorios para el aire y la pared son respectivamente de 9 horas, y 4 meses.

En la [Figura 4.20](#) se observa la distribución de temperatura en varios puntos de la roca que forma una recta vertical, de origen en la pared de la mina y longitud 5 metros. Las coordenadas ( $x$  y  $z$ ) de sus extremos son (50 5 2,5) y (50 10 2,5). Dicha recta se señala en color rojo en la ilustración siguiente.



*Ilustración 4.1. Recta vertical de análisis de la distribución de temperatura en la roca*

En el transcurso del transitorio de la ecuación del calor en la roca, la energía térmica se transfiere de ésta al aire de la galería y es evacuada. En el instante inicial, todos los puntos de la recta se encuentran a  $351\text{ K}$ , y con el paso del tiempo la temperatura de los puntos adyacentes a la pared disminuye progresivamente. Se genera un gradiente térmico invertido, opuesto al gradiente geotérmico, que se va expandiendo paulatinamente.

La expansión del gradiente térmico invertido en la roca coincide con el avance del frente de temperatura. El frente de temperaturas se define como la línea isoterma de la roca cuyos puntos tienen una temperatura ligeramente inferior a la de inicialización del problema.

La recta distribución de temperatura tiene forma logarítmica en los primeros instantes de tiempo, y se convierte en una recta lineal cuando el transitorio está avanzado. Este comportamiento es lógico y cuadra con la solución analítica de la ecuación del calor de Fourier en régimen permanente para el caso unidimensional.

Por otro lado, se aprecian discontinuidades importantes en la recta de temperatura a partir del instante  $t = 3w$  (3 semanas). Esto se debe a que *Fluent* interpola entre los valores de temperatura conocidos en los nodos de las celdas que atraviesa la recta teórica. Aunque estos saltos de temperatura también pueden deberse a pequeñas anomalías o deficiencias en la malla: celdas con elevado *skewness* o *aspect ratio*, o bien un crecimiento de malla inapropiado.

En la [Ilustración 4.2](#) se observa que la malla está bien estructurada en la galería y en todo el perímetro de 1 metro de ancho. Es decir, que hasta  $y = 6\text{ m}$  las celdas están orientadas con la



dirección del flujo de calor, lo cual puede explicar que la primera discontinuidad de la recta se encuentre aproximadamente en  $y = 6,5 \text{ m}$ .

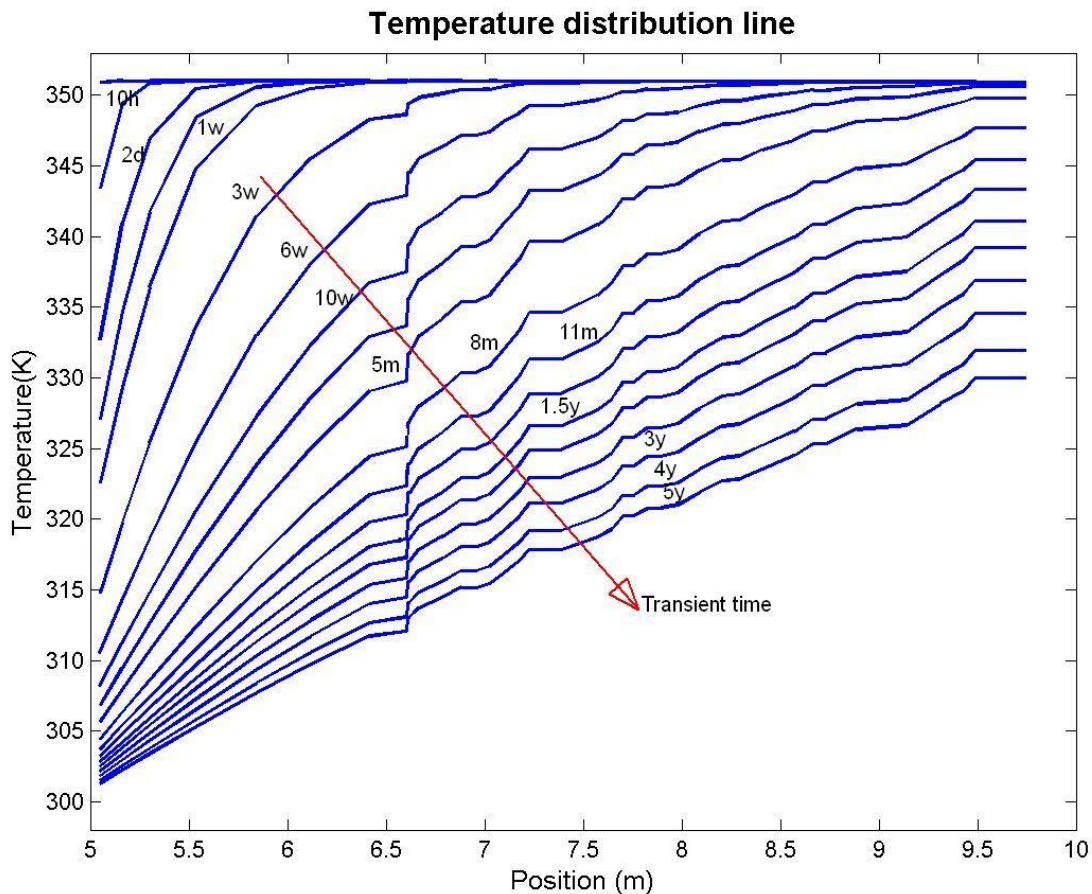


Figura 4.20. Distribución de temperatura en una línea de la roca, para varios instantes del transitorio

Se observa que el punto más próximo a la pared de la galería ve saltos de temperatura cada vez más pequeños con el transcurso del transitorio. Este efecto se aprecia mejor en una gráfica tiempo-temperatura como la [Figura 4.21](#). La forma exponencial de esta curva es igual a la descrita por la temperatura de la pared de la galería, en la [Figura 4.18](#).

En puntos más alejados de la pared, la curva adquiere la forma de *S* invertida, permitiendo distinguir tres tramos. Se toma de ejemplo la curva TT del punto  $y = 7,58 \text{ m}$  mostrada en la [Figura 4.22](#). El primer tramo representa el tiempo que tarda el frente de temperatura, en alcanzar el punto en cuestión. En el tramo *II*, se produce una disminución drástica o rápida de la temperatura, que se puede definir como la parte principal del transitorio. El tramo final de la curva coincide con el comienzo del régimen permanente, ya que la temperatura en el punto asociado empieza a estabilizarse.

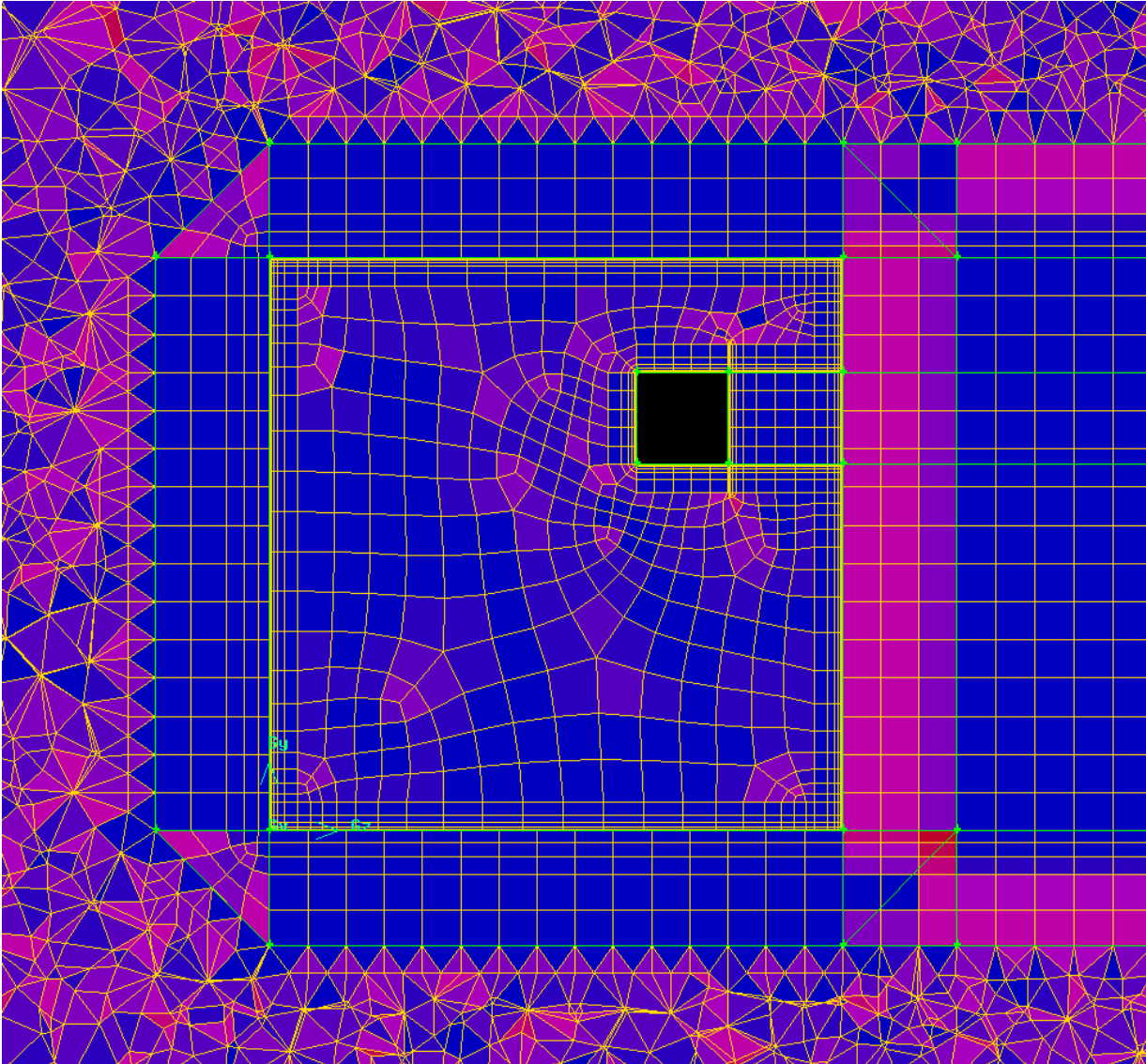


Ilustración 4.2. Corte de la malla del problema transversal a la galería

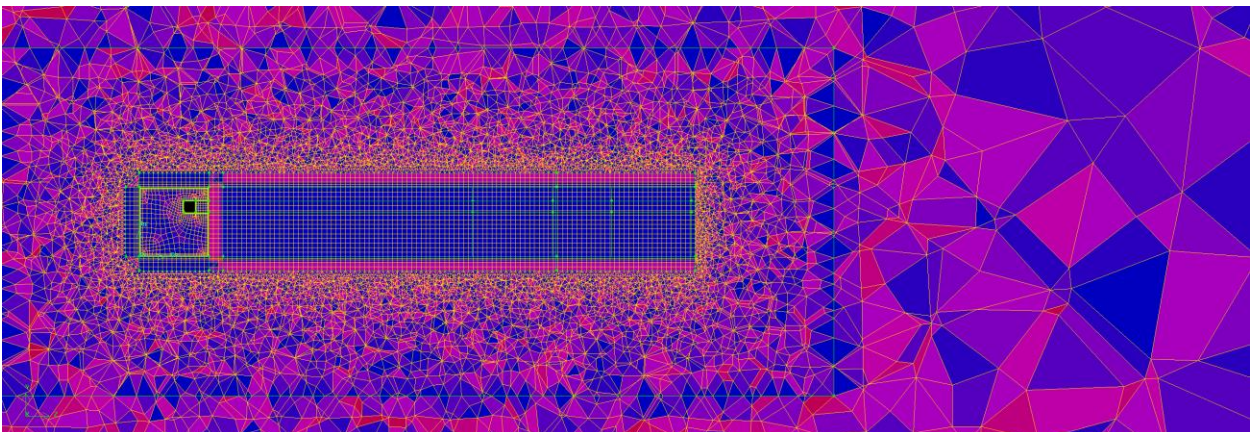


Ilustración 4.3. Corte de la malla del problema transversal a la galería (2)



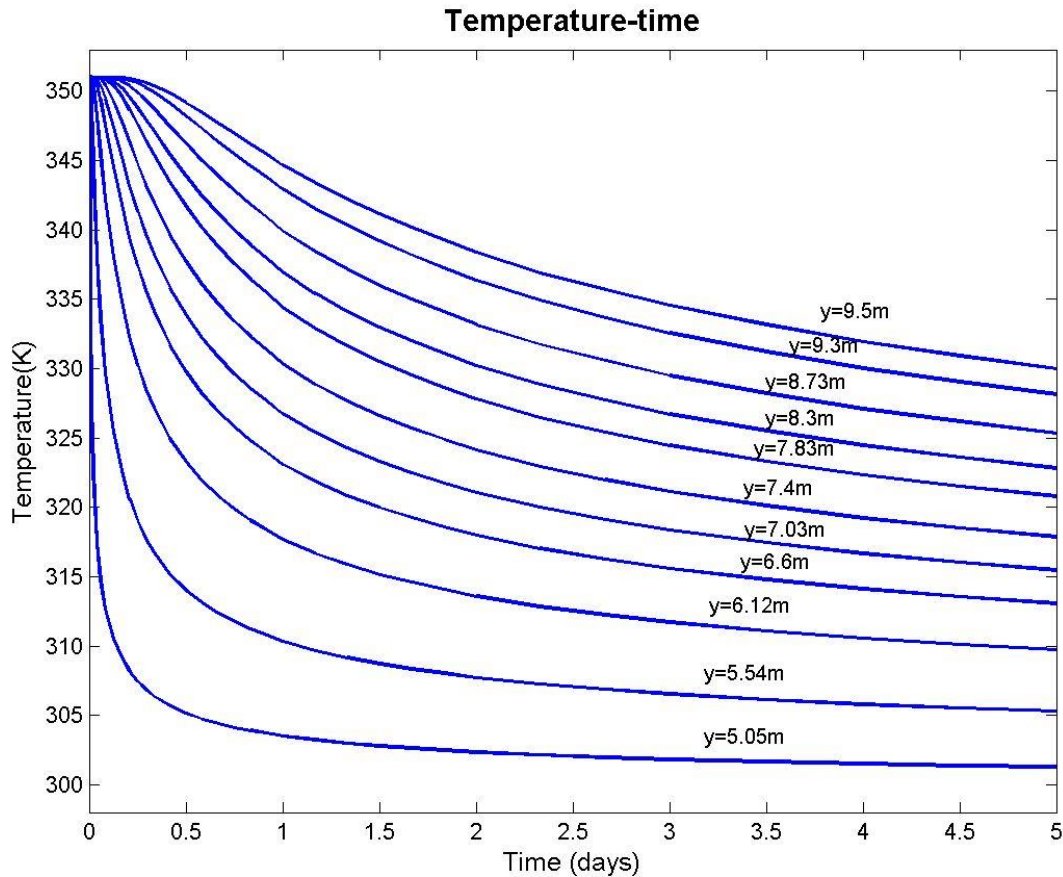


Figura 4.21. Evolución temporal de la temperatura en puntos de la roca a distintas distancias de la pared

El frente de temperatura avanza muy lentamente a causa de la enorme inercia térmica de la roca. Así pues, se aprecia que al cabo de 4 días, dicho frente se expande a 1 metro de distancia de las paredes de la galería.

Transcurridos 3 meses desde el inicio del transitorio, el frente de temperatura ha avanzado 5 metros, tomando como referencia la pared de la galería. Lo cual significa, que en este instante la isoterma localizada en este punto (paralela a la pared) se ve alterada levemente con respecto al valor de temperatura inicial del problema.



Finalmente, después de los 5 años de transitorio analizados, se tiene que el frente ha avanzado entre 15 y 18 metros de distancia en todo el perímetro de la galería. El hecho de que se proporcione un intervalo aproximado en lugar de un valor único se debe a la geometría de la galería.

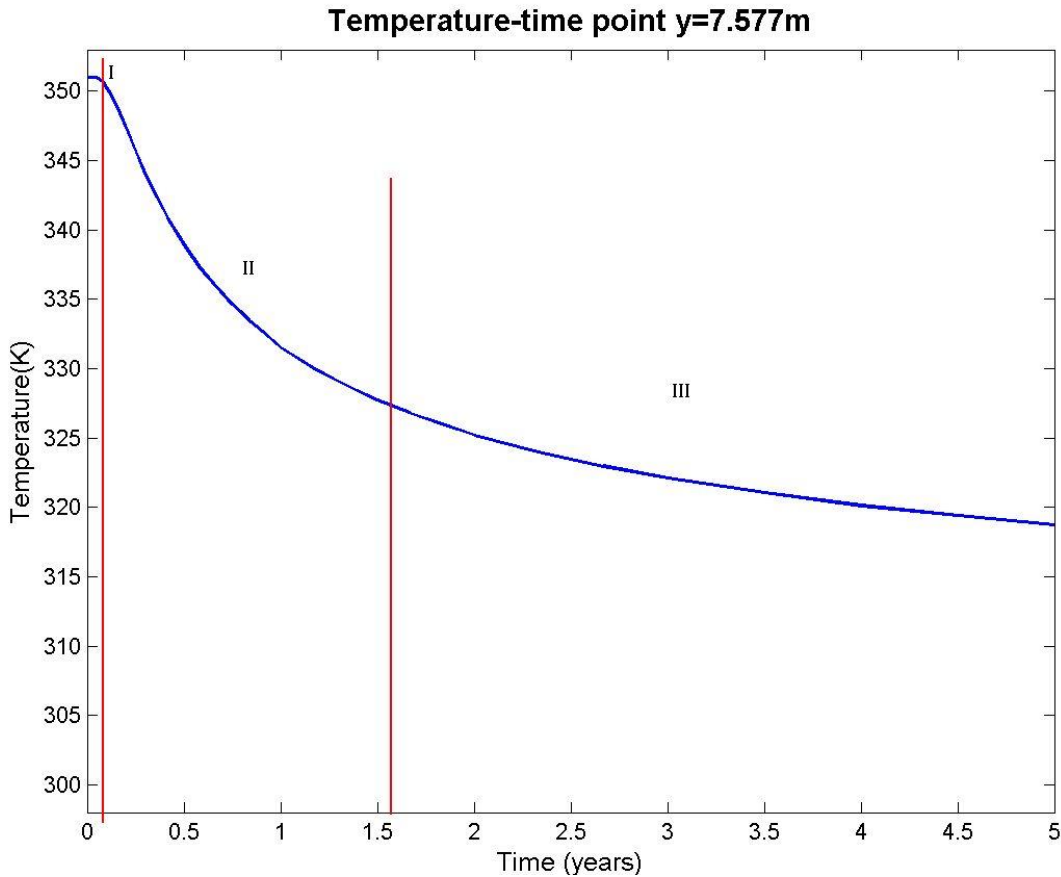


Figura 4.22. Evolución temporal de la temperatura en el punto de la roca alejado de la pared 7,58 m

A continuación, se muestran varios mapas de contorno de líneas isotermas y gráficas de distribución de temperatura en líneas horizontales, que reflejan el avance del frente de temperatura y su perfil.



Las siguientes gráficas representan la temperatura en tres rectas del espacio horizontales, que se encuentran a 1 m y 5 m sobre la pared de la galería. Tienen las siguientes coordenadas:

- Recta a)  $(x_0 \ y_0 \ z_0) = (-50 \ 1 \ 2,5)$        $(x_1 \ y_1 \ z_1) = (150 \ 1 \ 2,5)$
- Recta b)  $(x_0 \ y_0 \ z_0) = (-50 \ 1 \ 15)$        $(x_1 \ y_1 \ z_1) = (150 \ 1 \ 15)$
- Recta c)  $(x_0 \ y_0 \ z_0) = (-50 \ 5 \ 2,5)$        $(x_1 \ y_1 \ z_1) = (150 \ 5 \ 2,5)$

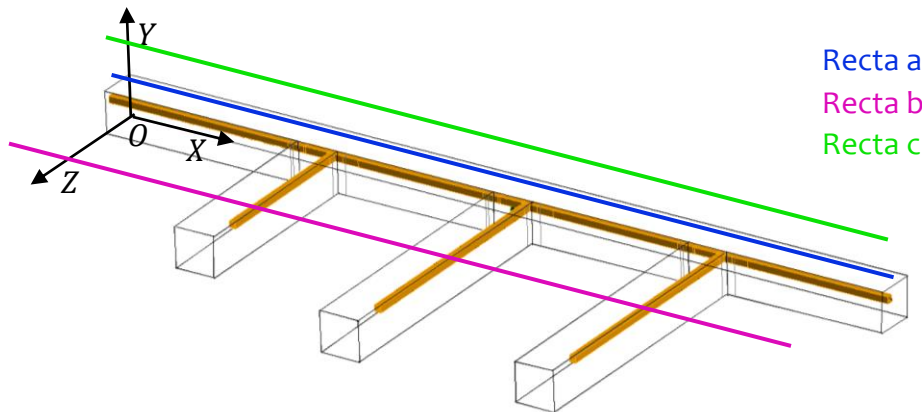


Ilustración 4.4. Rectas horizontales de análisis de la distribución de temperatura en la roca

En la [Figura 4.23](#) se muestra la distribución de temperatura de las tres rectas transcurridos cuatro días de transitorio. Estas rectas no han cambiado apenas desde que se inicializa el problema, es decir, es la temperatura establecida en las condiciones iniciales.

Puesto que, idealmente, el gradiente térmico es paralelo a la pared, estas rectas deberían ser paralelas a su vez, al plano XZ (la horizontal). Sin embargo, las oscilaciones que aparecen se explican porque el problema se ha inicializado resolviendo la ecuación del calor en régimen permanente en la roca, mediante métodos numéricos, con lo que se tiene una solución aproximada. No obstante, es conveniente notar que las irregularidades son despreciables, del orden de 0,2 °C.

En la figura siguiente, en cambio, se observa con menor resolución las temperatura de las rectas en el mismo instante. Se ve que son prácticamente constantes e igual a  $T \cong 351K$ . Aunque no se aprecia muy bien, las rectas 1 y 2 difieren de la recta 3 porque les ha alcanzado el frente de temperatura.

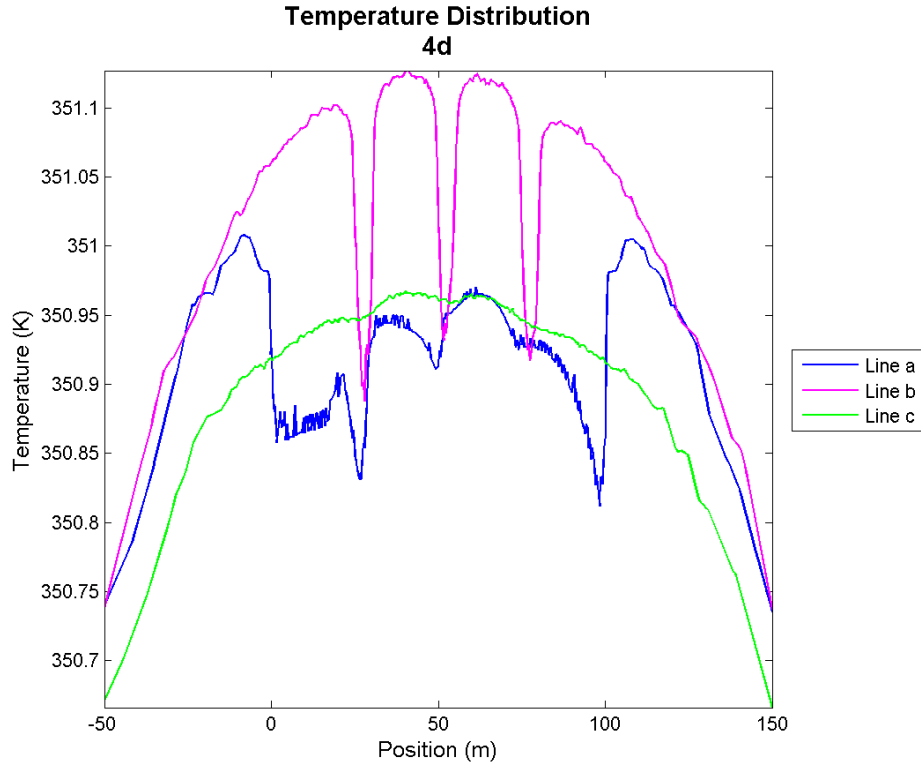


Figura 4.23. Distribución de temperatura de las rectas a, b y c (Ilustración 4.4), en  $t=4$  días (con resolución)

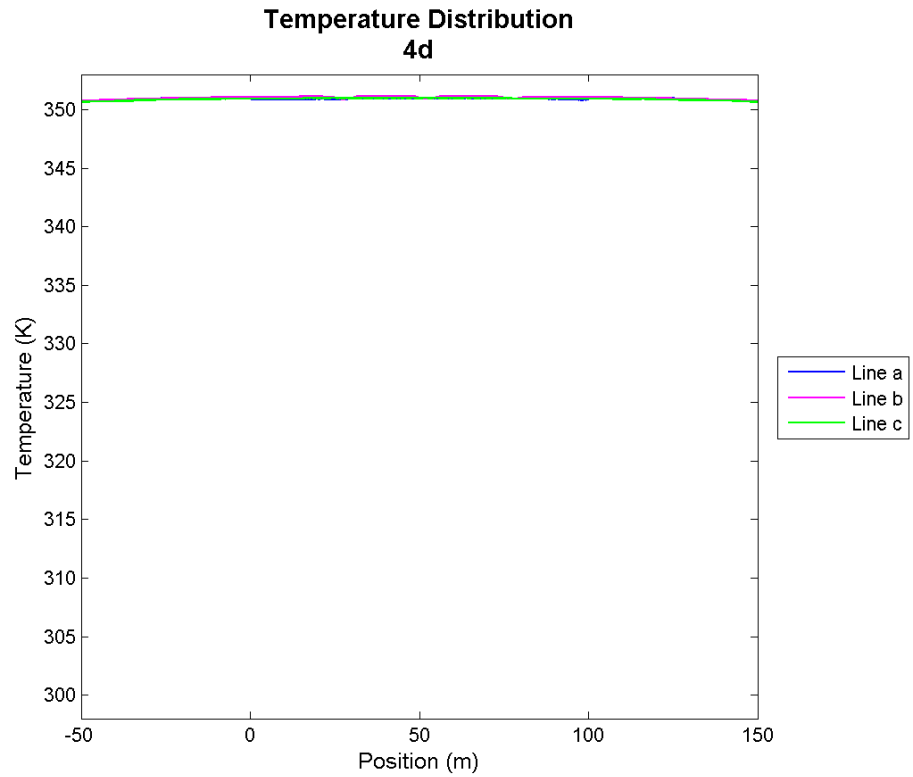


Figura 4.24. Distribución de temperatura de las rectas a, b y c (Ilustración 4.4), en  $t=4$  días



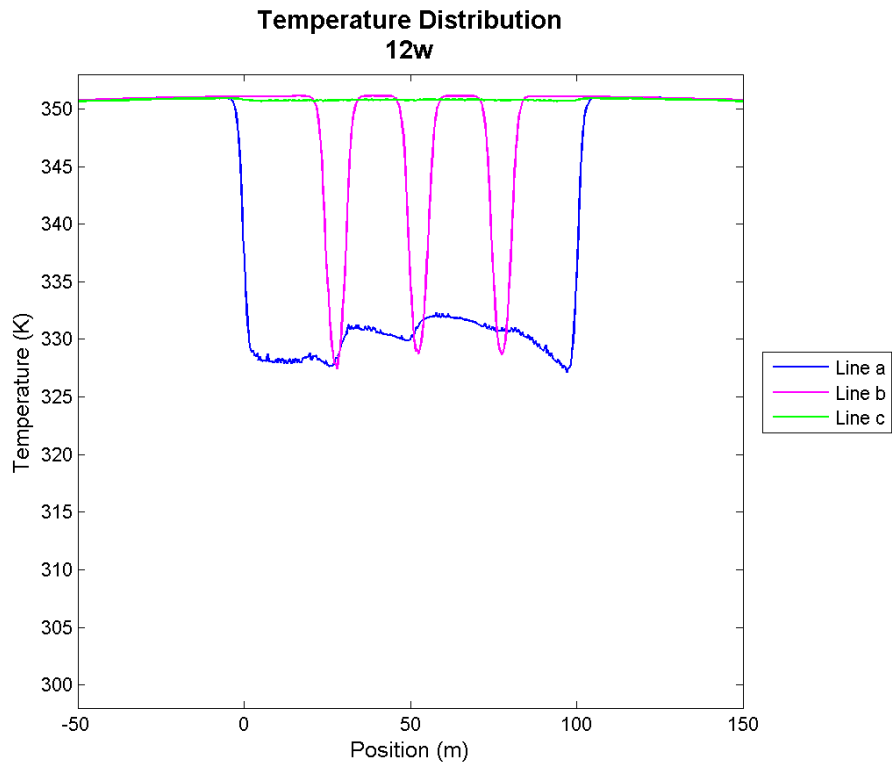


Figura 4.25. Distribución de temperatura de las rectas a, b y c (Ilustración 4.4), en t=3 meses

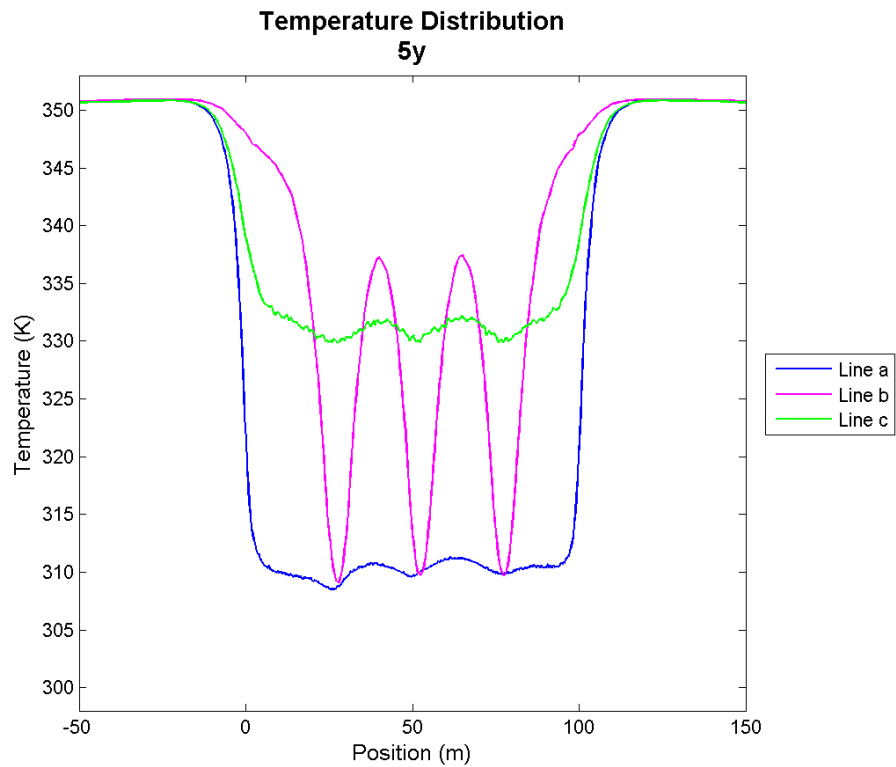


Figura 4.26. Distribución de temperatura de las rectas a, b y c (Ilustración 4.4), en t=5 años





En el instante  $t = 12w$  (3 meses), la recta 1, ha sufrido una variación de temperatura de  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Dicha recta no es isoterma, existe una variación de  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$  en su extensión.

En teoría debería ser isoterma ya que es completamente paralela a la pared de la galería, y el frente de temperaturas avanza paralelo a dicha pared. La fuente de estas irregularidades son las aproximaciones de los cálculos, por las cuales la pared no es isoterma y el frente no avanza paralelo.

Por otra parte, la recta 2, conserva una forma regular y simétrica, heredada de la geometría de la galería. Cada uno de los mínimos de los valles coinciden con el centro de los cul-de-sac. En cuanto a la recta 3, comienza a verse afectada por el frente de temperatura.

Al término de los 5 años de transitorio, se tiene la distribución mostrada en la [Figura 4.26](#). Si se presta atención al punto de inflexión de las curvas en ambos extremos, se puede hallar la máxima expansión del frente de temperaturas en este instante, que resulta en torno a 18 metros.

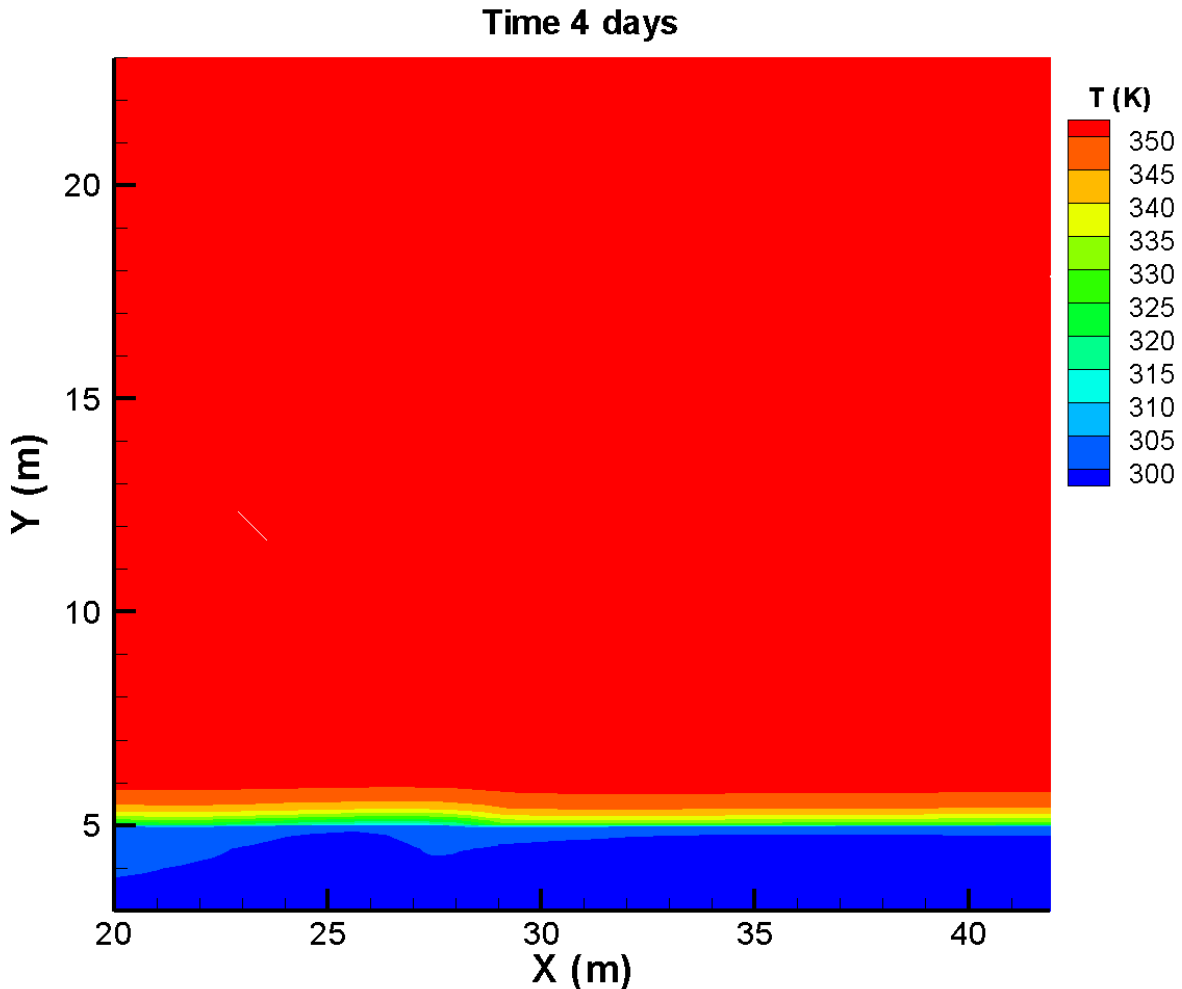


Figura 4.27. Campo de temperatura de la roca en  $t=4$  días



En los distintos mapas de isovalores formados por el contorno de las isotermas del medio rocoso, se observa que el frente de temperaturas avanza paralelo a la pared de la galería, y tiende a formar un cilindro que alrededor del túnel, y una semiesfera en el fondo del mismo. Lo cual, deja patente la uniformidad del fenómeno de la conducción del calor en todas las direcciones del espacio, siempre que se trate de un material isótropo.

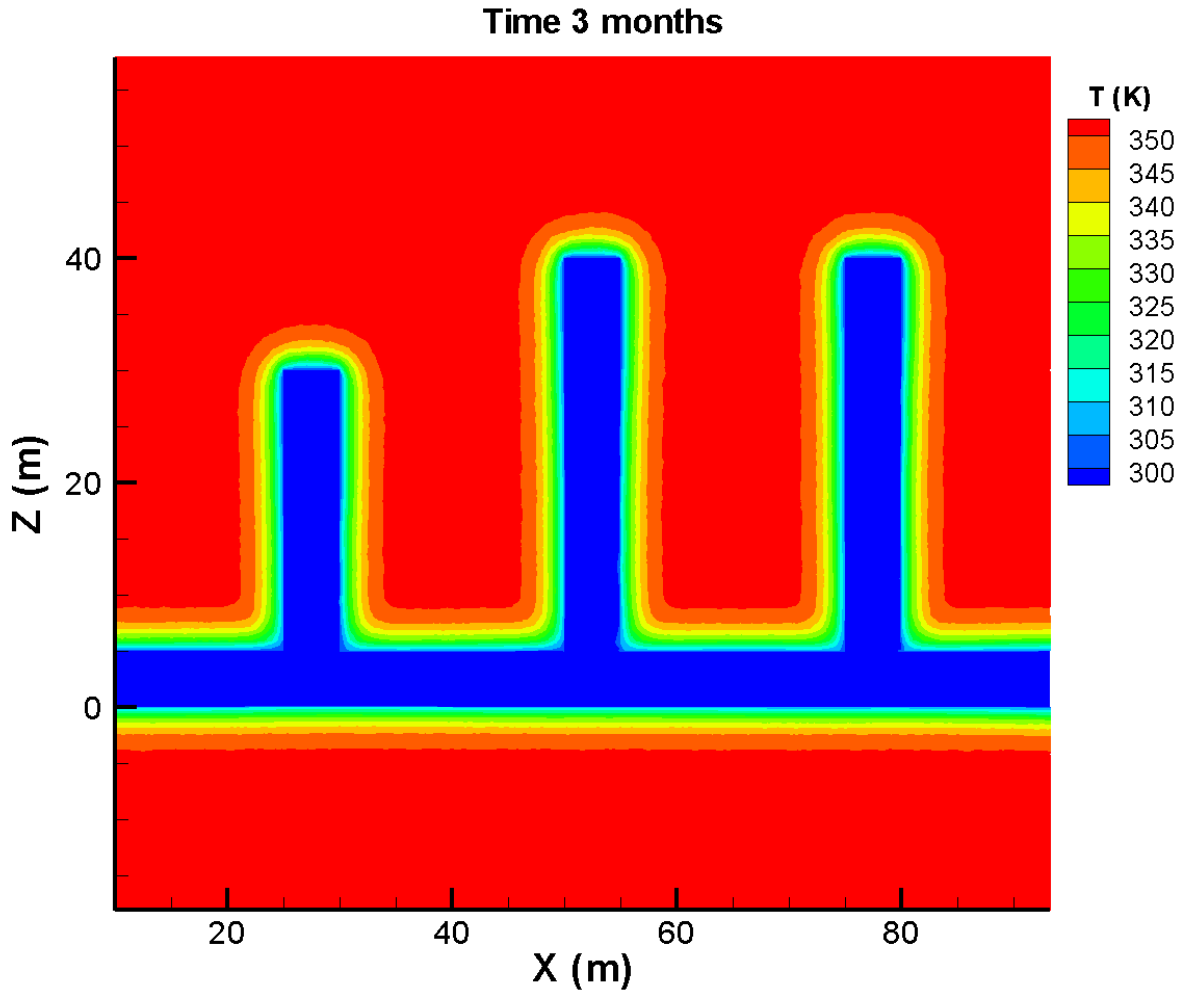


Figura 4.28. Campo de temperatura de la roca en  $t=3$  meses

De nuevo, es posible apreciar el avance total del frente de temperaturas al final del transitorio, en la [Figura 4.30](#).



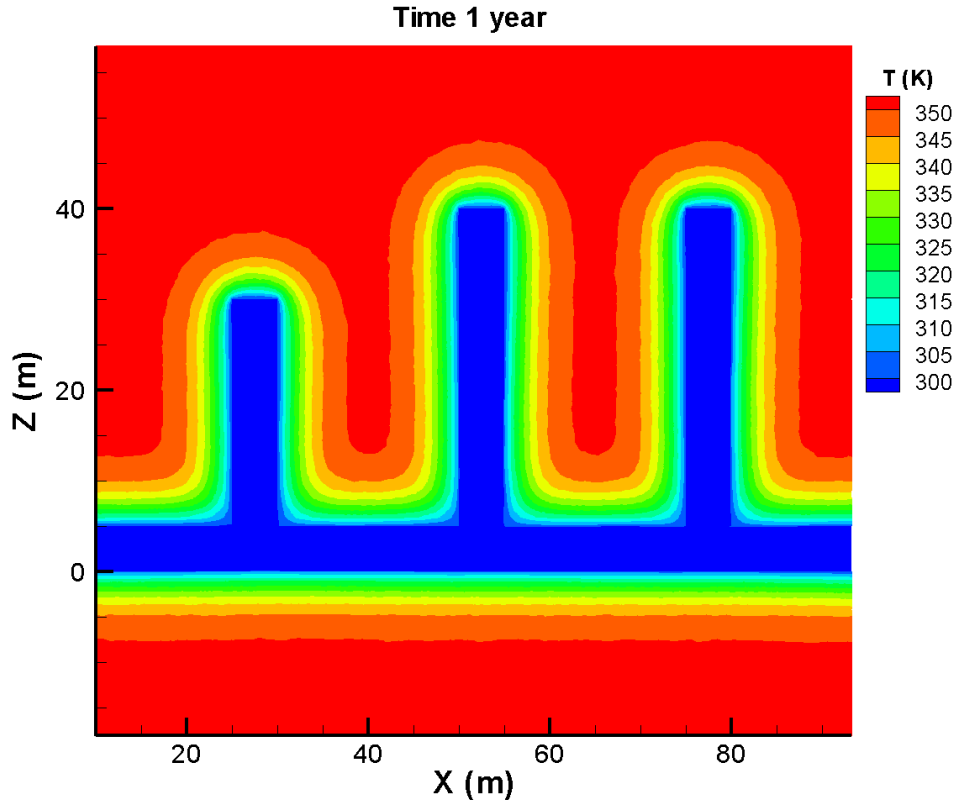


Figura 4.29. Campo de temperatura de la roca en t=1 año

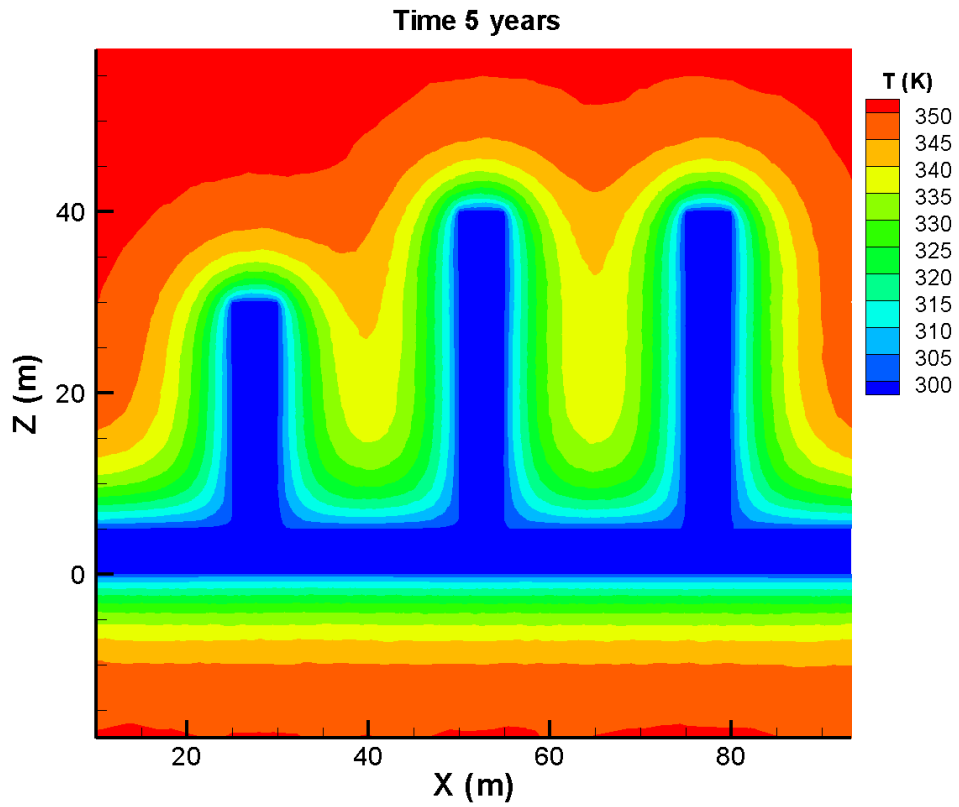


Figura 4.30. Campo de temperatura de la roca en t=5 años



En los primeros instantes del transitorio se observa una zona de afección térmica mayor en el fondo de los cul-de-sac, con respecto al resto del perímetro. Este efecto se debe a que en esta pared la convección forzada es elevada ya que el chorro libre de flujo turbulento, procedente del conducto de ventilación, impacta en dicha pared. De haber activado las ecuaciones de cantidad de momento durante la resolución del transitorio, este fenómeno se vería favorecido en gran medida por la convección natural.

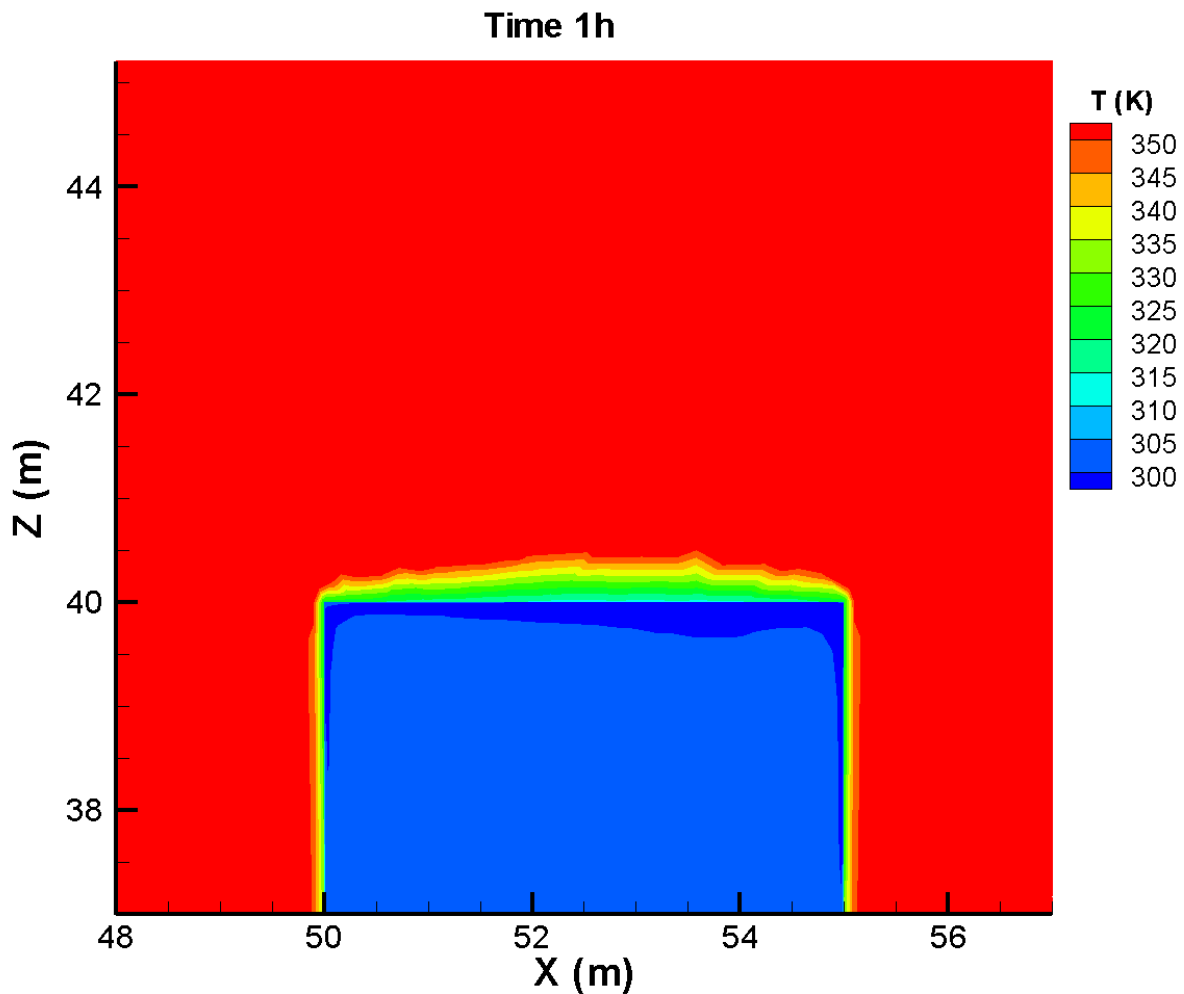


Figura 4.31. Campo de temperatura en el fondo de un cul-de-sac, en  $t=1$  hora



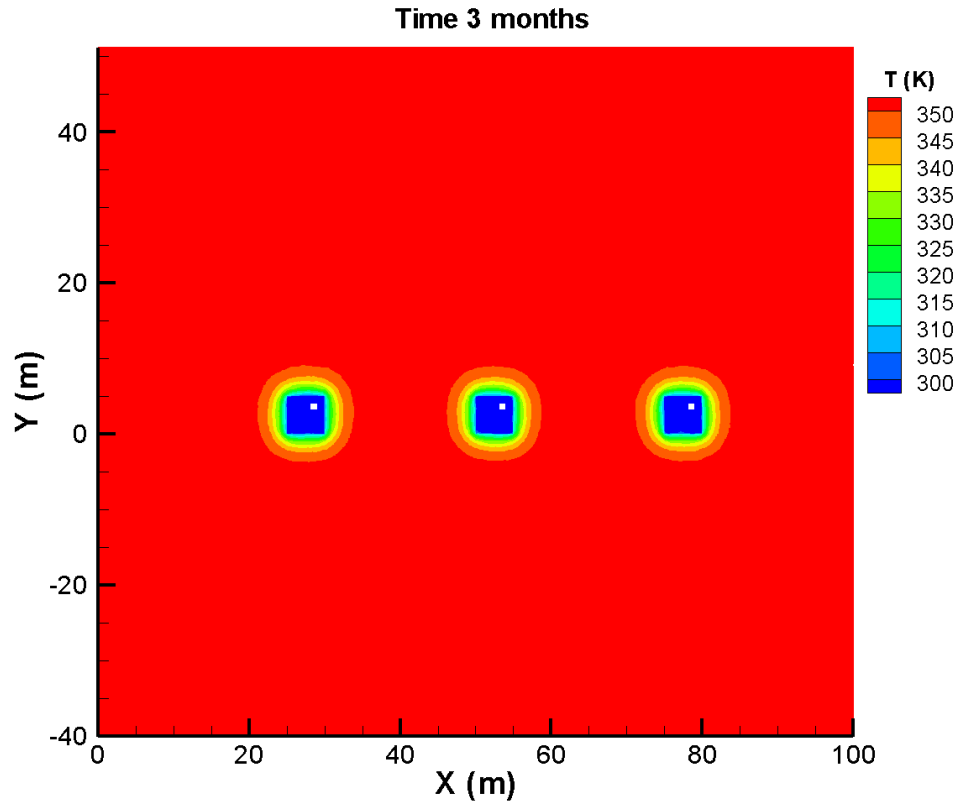


Figura 4.32. Campo de temperatura en la roca, en t=3 meses

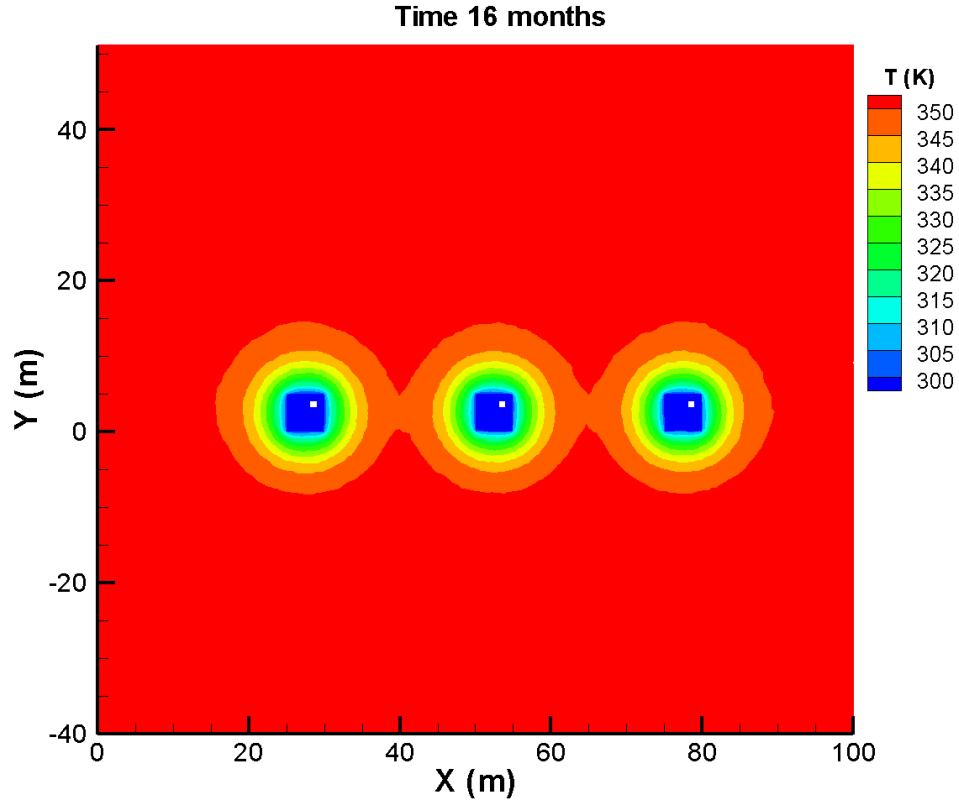


Figura 4.33. Campo de temperatura en la roca, en t=16 meses



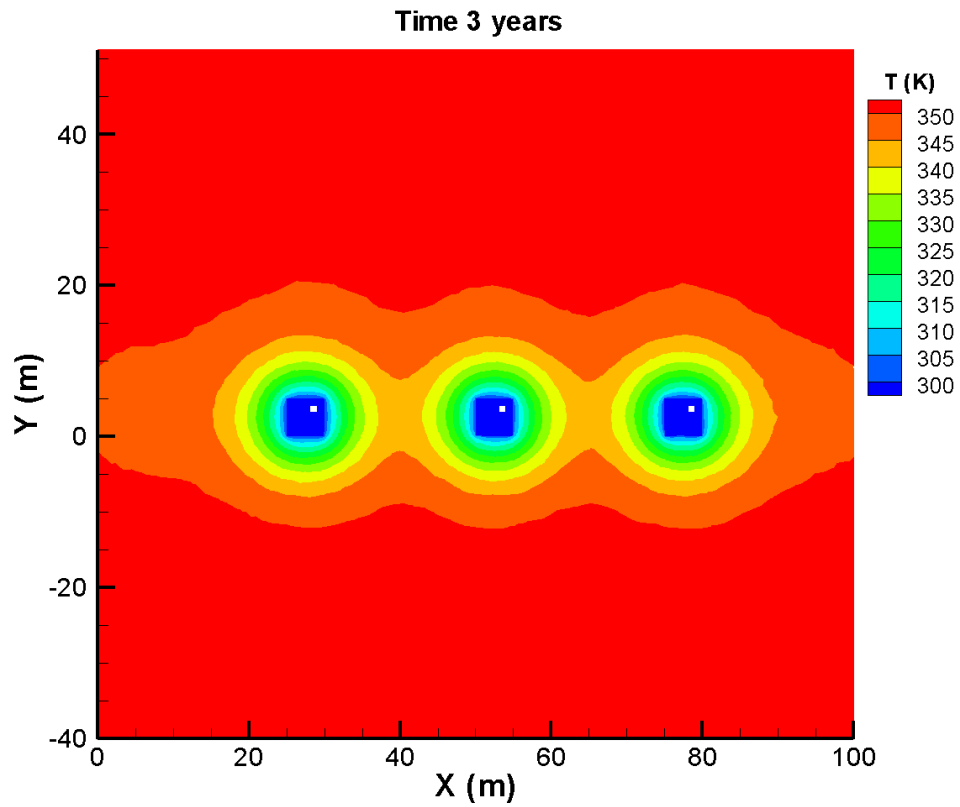


Figura 4.34. Campo de temperatura de la roca, en t=3 años

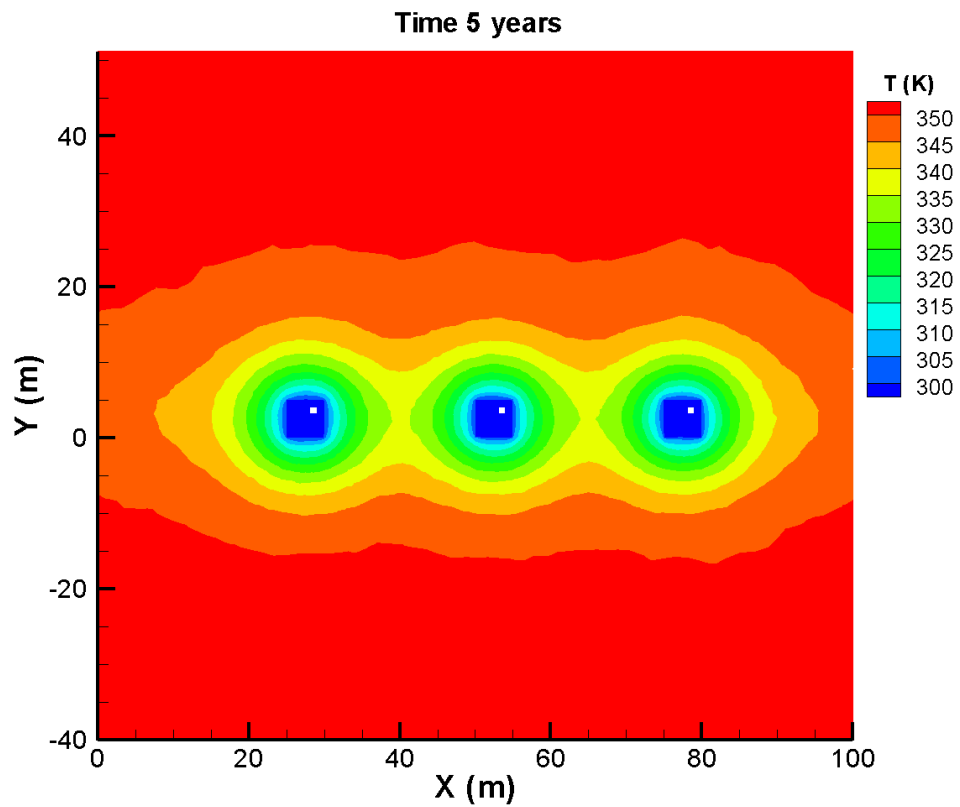


Figura 4.35. Campo de temperatura de la roca, en t=5 años

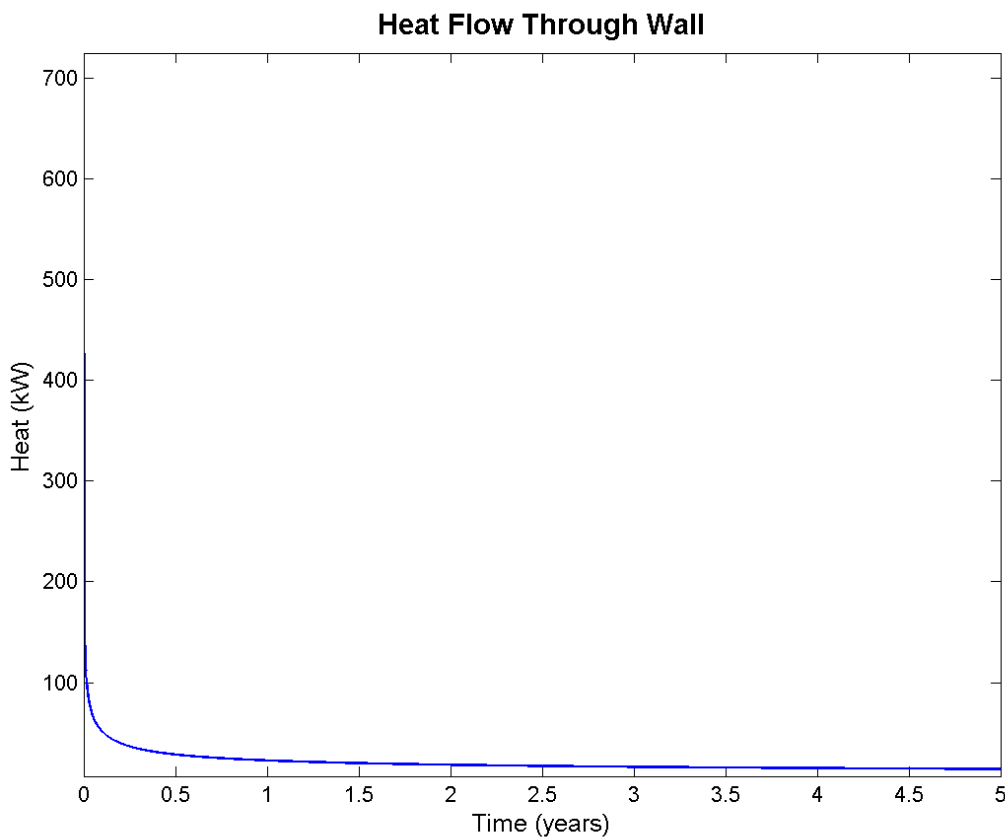


### 4.3. FLUJO DE CALOR

Aunque el flujo de calor está intrínsecamente relacionado con la distribución de temperatura en el espacio, se decide separarlo debido a que representa la magnitud de mayor relevancia para el estudio y las conclusiones finales.

El objetivo final del análisis del transitorio es estimar la integral del flujo de calor a través de las paredes de la galería, en todo el transcurso del transitorio.

El flujo de calor es muy elevado en los instantes iniciales del transitorio, como consecuencia de la situación irreal ya comentada. Esto se puede observar en gráficas anteriores como la [Figura 4.18](#), donde se muestra un salto de temperatura súbito de la pared de la galería. No obstante, en la [Figura 4.36](#) es donde mejor se aprecia el fenómeno producido.



*Figura 4.36. Evolución temporal del flujo de calor a través de la pared de la galería*

Aquí se observa que el flujo de calor comienza con un valor desorbitado de  $700 \text{ kW}$ . En tan solo 10 segundos, disminuye a  $250 \text{ kW}$ , y a partir de entonces continúa descendiendo de forma progresiva (ya acercándose más a la realidad) hasta alcanzar los  $100 \text{ kW}$  transcurridos 5 días de transitorio.



Al término del primer mes de transitorio, el flujo de calor comienza a estar dentro de los órdenes de energía que manejan grandes instalaciones de refrigeración, 55 kW. A partir de entonces esta magnitud sigue la curva exponencial de la [Figura 4.37](#).

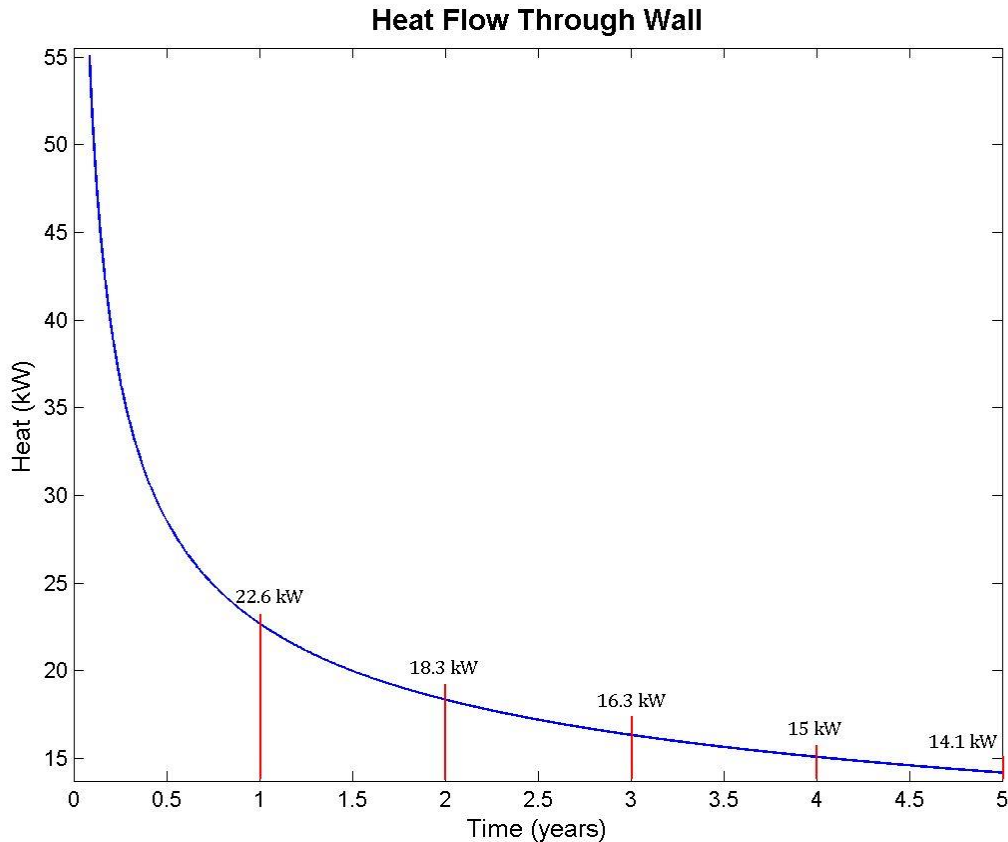


Figura 4.37. Evolución temporal del flujo de calor a través de la pared de la galería. A partir de 30 días

Es conveniente notar que, en la realidad, existen otros factores que influyen en la temperatura del aire de la galería, como es la radiación de las paredes de la mina y la maquinaria. Estos en concreto son muy importantes y pueden modificar significativamente la temperatura de la mina y, por tanto, la transferencia de calor. Es decir, cambiaría el transitorio por completo.





En las materias de *Calor y Frío Industrial e Ingeniería Térmica*, se suelen estimar las pérdidas o ganancias de energía del local que se pretende acondicionar.

Se define el calor sensible  $\Sigma Q_s$  como la cantidad de energía que atraviesa las paredes del volumen de control determinado, que es reflejada en un aumento o una disminución de la temperatura global de dicho volumen.

$$\Sigma Q_s = \dot{m}_a \bar{c}_p (T_2 - T_1) \tag{4.1.}$$

donde  $\dot{m}_a$  representa el flujo másico de aire neto que entra y sale del volumen de control,  $\bar{c}_p$  es la capacidad calorífica media del aire a presión constante,  $T_1$  y  $T_2$  son las temperaturas del aire a la entrada y salida, respectivamente.

Por otra parte, se define el calor latente  $\Sigma Q_l$  como la energía ganada o perdida en el local que se debe a evaporación o condensación del vapor de agua, y se refleja como un aumento o disminución de la humedad global del recinto.

$$\Sigma Q_l = \dot{m}_a \bar{h}_g (w_2 - w_1) \tag{4.2.}$$

donde  $\bar{h}_g$  es la entalpía media de la mezcla de aire húmedo, mientras que  $w_1$  y  $w_2$  equivalen a las humedades relativas del aire a la entrada y salida, respectivamente.

En el problema planteado se asumió que el aire es seco (apartado 3.1.2), por tanto la humedad relativa es nula en todo el volumen de control. Así que, el calor latente de la mina se considera nulo. Con respecto al calor sensible, no es otro que el flujo de energía que atraviesa las paredes de la galería, mostrado en la *Figura 4.36*.

El volumen total del modelo de la mina es aproximadamente  $4760 \text{ m}^3$ . Dividiendo el calor sensible de cada año por el volumen total, se tiene la energía que es necesario aportar a la mina por metro cúbico, para mantener las condiciones de temperatura deseadas.

*Tabla 4.2. Calor sensible por metro cúbico de aire anual*

<i>Instante (años)</i>	$Q_s$ (kW)	$q'_s$ (W/m <sup>3</sup> )	$q'_{s0} - q'_s$ (W/m <sup>3</sup> )	$q'_{s0} - q'_s$ %
1	22,6	4,8	0	0 %
2	18,3	3,9	0,9	19 %
3	16,3	3,4	1,3	28 %
4	15,0	3,2	1,6	34 %
5	14,1	3,0	1,8	38 %

Se toma como valor de referencia el calor sensible transcurrido 1 año de transitorio. El pico de calor inicial es poco realista, pero a partir del primer mes el calor sensible toma valores asequibles. No obstante, se considera que el primer año es un periodo de puesta en marcha en el que, indiscutiblemente, habrá que emplear elevadas potencias de refrigeración para



acondicionar las excavaciones por primera vez. También se producirá adaptación durante dicho periodo.

Aquí se plantea el ahorro en los años posteriores de producción. Una vez realizada la puesta en marcha se irían abriendo túneles paulatinamente, de manera que aumenta el volumen que necesita ser acondicionado, pero a la vez disminuye el gradiente térmico de la roca circundante.

Las excavaciones de la Western Deep Mine, en Sudáfrica, se extienden por más de 800 km de galerías y túneles, realizadas desde el año de su apertura en 1962. Suponiendo una sección media de  $20 m^2$ , se tiene un total de 16 millones de metros cúbicos de mina. Con lo que se deduce que se han excavado aproximadamente  $29.000 m^3$  anualmente.

Si esto es así, con la adaptación de la potencia de refrigeración se conseguiría un ahorro de  $7 GWh$  en tan solo los 5 primeros años de explotación. Si se mantiene la potencia del 5º año el resto de la explotación, supondría un ahorro de más de  $1.500 GWh$  (1500 millones de kWh) de energía en el total de la vida de la mina.



## 5. CONCLUSIONES

El presente trabajo se centra en los procedimientos a seguir cuando se pretende analizar un problema complejo de fluidodinámica y termodinámica por medio de procedimientos de modelización y simulación numérica. Se han expuesto de forma detallada muchos de los aspectos necesarios a considerar en el planteamiento y desarrollo del problema.

Este estudio representa una primera aproximación en la modelización de un fenómeno transitorio de transferencia de calor conjugada, en el que intervienen escalas de tiempo diferentes para el flujo y la roca. Así mismo, servirá como base y guía para profundizar en estas herramientas de simulación y validarlas por medio de datos experimentales, abriendo las puertas a un nuevo problema nunca antes abordado.

De cara a la ingeniería industrial más pragmática, se puede decir que, las simulaciones numéricas han facilitado una predicción del orden de magnitud de la potencia de refrigeración y el ahorro energético.

Se ha profundizado en los conocimientos de áreas de Mecánica de Fluidos y, especialmente, en las herramientas de modelización mediante mecánica de fluidos computacional. Así como, en la historia y cultura de la minería y los sistemas de ventilación existentes. También es digno de destacar, el control adquirido en los software de mallado y CFD, *Gambit* y *ANSYS Fluent*.

Se han abordado pequeños problemas empleando las herramientas de CFD, para dilucidar la consistencia de algunas hipótesis asumidas en el desarrollo del problema.

Entre las hipótesis tomadas, existen dos que merecen especial revisión para futuros trabajos y un mayor análisis para acercar el modelo a la realidad:

1. Hipótesis de material homogéneo e isotrópico con las propiedades de carbón. Esta es muy importante ya que determina por completo el fenómeno de la conducción térmica en la roca, y por tanto, la duración del transitorio.
2. Hipótesis de convección natural despreciable. Ya se ha comentado de forma extendida la problemática de los efectos de flotabilidad. No obstante, es importante incidir en que merecen ser incorporados en simulaciones futuras.

Con respecto a otras acciones y aportaciones a tener en cuenta para proyectos futuros, que continúen en la línea de este trabajo, se encuentran las siguientes:

- En primer lugar, sería necesario considerar la humedad del aire en lugar de un aire seco, ya que ésta juega un papel muy importante en la transmisión del calor y la convección. El vapor siempre está presente en las instalaciones de refrigeración.
- Por supuesto, en futuras simulaciones será imprescindible considerar los efectos de flotabilidad durante el transitorio, o al menos en las primeras etapas del mismo.



- Así mismo, la rugosidad en las paredes debería ser modelada, ya que puede afectar significativamente a la transmisión del calor.
- Considerar el calor y las emisiones de flujos emitidos por la abundante maquinaria que se halla en las minas. Sería posible simularlo como una corriente de aire caliente entrante a la galería en uno o varios de los túneles ciegos. O bien, una superficie caliente que genere una convección natural en el fluido adyacente.
- Puesto que las minas son refrigeradas desde el momento inicial en que comienza su construcción, sería interesante simular este efecto con una malla móvil creciente, como si se tratase de la excavación de la mina. *Fluent* permite establecer un movimiento de la malla simultáneo a la resolución del transitorio de las magnitudes presentes.
- Otro aspectos importante son las tensiones y esfuerzos producidos en la roca debido a los cambios de temperatura. Un análisis termomecánico de dichos esfuerzos sería de gran utilidad para predecir el comportamiento de la roca a lo largo del transitorio, aunque representa una elevada complejidad ya que añadiría las ecuaciones de elasticidad, a las ecuaciones de fluidodinámica de Navier-Stokes.
- Además de los fenómenos de conducción y convección, se puede estudiar el de radiación, ya que podría adquirir cierta relevancia en las paredes de la galería y la maquinaria, que son superficies con altas temperaturas.
- Sin duda alguna, un aspecto fundamental en la calidad y riqueza de los resultados son los datos experimentales, aunque otra forma de contrastar y dar valor a los mismos, es realizar varias simulaciones modificando ciertos parámetros como las propiedades termofísicas del material o del fluido.



## 6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] McPherson, M. J. *Subsurface Ventilation and Environmental Engineering*. Chapman & Hall, 1993.
- [2] Cengel, Y. A. *Heat Transfer, A Practical Approach*. McGraw-Hill, 2002.
- [3] Nellis, G., y S. Klein. *Heat Transfer*. Cambridge, 2009.
- [4] Vergne, J. de la. *Hard Rock Miner's Handbook*. Stantec Consulting Ltd., 2008.
- [5] Xu, Guang. «Remote Characterization of Underground Ventilation Systems using Tracer Gas and CFD.» Virginia: Virginia Polytechnic Institute & State University, 2013.
- [6] Sasmito, A. P., J. C. Kurnia, E. Birgersson, y A. S. Mujumdar. «Computational evaluation of thermal management strategies in an underground mine.» *Applied Thermal Engineering* (Elsevier), 2015: 1144-1150.
- [7] Bornman, W., J. Dirker, D. C. Arndt, y J. P. Meyer. «Integrated energy simulation of a deep level mine cooling system through a combination of forward and first-principle models applied to system-side parameters.» *Applied Thermal Engineering*, 2017: 1166-1180.
- [8] van Antwerpen, H.J., y G.P. Greyvenstein. «Use of turbines for simultaneous pressure regulation and recovery in secondary cooling water systems in deep mines.» *Energy Conversion and Management*, 2005: 562-575.
- [9] Guo, P., M. He, L. Zheng, y N. Zhang. «A geothermal recycling system for cooling and heating in deep mines.» *Applied Thermal Engineering*, 2017: 833-839.
- [10] Vosloo, J., L. Liebenberg, y D. Velleman. «Case study: Energy savings for a deep-mine water reticulation system.» *Applied Energy*, 2012: 328-335.
- [11] Sunkpal, M., P. Roghanchi, y K.C. Kocsis. «A method to protect mine workers in hot and humid environments.» *Safety and Health at Work*, 2017: 1-10.
- [12] Anderson, R., y E. De Souza. «Heat stress management in underground mines.» *International Journal of Mining Science and Technology*, 2017: 651-655.
- [13] Shuiping, Z., Q. Juan, y C. Gang. «Heat transfer analysis on double-skin air tube in ventilation of deep mine heading face.» *Procedia Engineering*, 2011: 1626-1632.
- [14] Tan, A, y T.X Zhang. «Pressure and density of air in mines.» *Indian Journal of Radio & Space Physics Vol. 37*, 2008: 64-67.
- [15] Xiaojie, Y., H. Qiaoyun, P. Jiewen, S. Xiaowei, H. Dinggui, y L. Chao. «Progress of heat-hazard treatment in deep mines.» *Mining Science and Technology (China)*, 2011: 295-299.



- [16] Thrybom, L., J. Neander, E. Hansen, y K. Landernäs. «Future Challenges of Positioning in Underground Mines.» *IFAC-PapersOnLine*, 2015: 222-226.
- [17] Xie, H., Y. Ju, F. Gao, M. Gao, y R. Zhang. «Groundbreaking theoretical and technical conceptualization of fluidized mining of deep underground solid mineral resources.» *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2017: 68-70.
- [18] Ghoreishi-Madiseh, S.A., L. Amiri, A.P. Sasmito, y F.P. Hassani. «A conjugate natural convection model for large scale seasonal thermal energy storage units: application in mine ventilation.» *Energy Procedia*, 2017: 4167-4172.
- [19] Pareja, Lucio David. «Deep Underground Hard-Rock Mining - Issues, Strategies and Alternatives.» Queen's University Kingston, 2000.
- [20] Wedding, William Chad. «Multiscale Modeling of the Mine Ventilation System and Flow through Gob.» University of Kentucky, 2014.
- [21] Parra, M.T, J.M Villafruela, F Castro, y C Méndez. «Numerical and experimental analysis of different ventilation systems in deep mines.» *Building and Environment*, 2006: 87-93.
- [22] Ranjan, M., K. Kumar, y S.K. Ghosh. «Mine ventilation in a bord and pillar mines using CFD.» *International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering*, 2013: 389-393.
- [23] Yuan, L., A.C. Smith, y J.F. Brune. «Computational fluid dynamics study on the ventilation flow paths in longwall gobs.» *North American Mine Ventilation Symposium*. Pennsylvania: Taylor&Francis Group, 2006. 591-598.
- [24] WorkSafe New Zealand. «Ventilation in Underground Mines and Tunnels.» 2014.
- [25] World Bank and International Finance Corporation. «Treasure or Trouble? Mining In Developing Countries.» 2002.
- [26] Moran, M.J., y H.N. Shapiro. *Fundamentals of Engineering Thermodynamics*. John Wiley & Sons, 2006.
- [27] Papadopoulos, P. *Introduction to Finite Element Method*. University of California, Berkeley, 2010.
- [28] Feng, Jing Tian., y A.P. Sasmito. «3D Temperature Simulation of Deep Underground Mine.» *Mining Project*, Abril, 2015.
- [29] Viedma, A. *Apuntes de Mecánica de Fluidos*. Universidad Politécnica de Cartagena, 2010.
- [30] Viguera, A. *Cálculo Numérico (Teoría y Problemas)*. Universidad Politécnica de Cartagena, 2014.



- [31] Federal Ministry of Science, Research and Economy. <https://www.en.bmwfw.gv.at/Energy/WorldMiningData/> (último acceso: Julio de 2017).
- [32] Australian Government Geoscience Australia. <http://www.australianminesatlas.gov.au/history> (último acceso: Julio 2017).
- [33] Thermo Fisher Scientific. <https://www.thermofisher.com/> (último acceso: Julio de 2017).
- [34] LG Electronics. <http://www.lg.com/> (último acceso: Julio de 2017).
- [35] University of Colorado Boulder. *Introduction to Finite Element Methods*. <http://www.colorado.edu/engineering/CAS/courses.d/IFEM.d/> (último acceso: Julio de 2017).
- [36] Fluent Inc. *Fluent 6.3 User's Guide*. 2006. [https://www.sharcnet.ca/Software/Fluent6/html/ug/main\\_pre.htm](https://www.sharcnet.ca/Software/Fluent6/html/ug/main_pre.htm) (último acceso: Julio de 2017).
- [37] COMSOL Inc. <https://www.comsol.es/multiphysics/finite-element-method> (último acceso: Julio de 2017).
- [38] ENGINEERING.com, Inc. <http://www.eng-tips.com/> (último acceso: Julio de 2017).
- [39] CFD Online. <https://www.cfd-online.com/> (último acceso: Julio de 2017).



## 7. ANEXOS

