



TRABAJO FIN DE
MASTER

Máster en Ingeniería de Caminos,
Canales y Puertos

UPCT

**CONSOLIDACIÓN 3D CON MECHAS
DRENANTES: UNA SOLUCIÓN NUMÉRICA
MEDIANTE EL MÉTODO DE REDES**

Alumno: Gonzalo López Fernández

Director: Iván Alhama Manteca

Codirector: Gonzalo García Ros

INDICE

1. Introducción y objetivos	4
2. Teoría de la consolidación	6
2.1. Fundamentos teóricos	6
2.2. Mechas drenantes	20
3. Modelo matemático y numérico	26
3.1. Método de redes	26
3.2. Modelo matemático	32
3.3. Modelo en red	34
4. Aplicaciones	37
4.1. Influencia de la profundidad de penetración de la mecha	37
4.2. Influencia de la separación entre mechas	52
5. Conclusiones	71
6. Bibliografía	72

1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

Muchas veces, cuando hablamos de ingeniería civil y construcción, nos vienen inmediatamente a la cabeza edificios singulares, presas u otros grandes elementos artificiales que se añaden en un entorno que originalmente no contaba con ellos para realizar una función que nos sea útil a las personas.

Como si la ingeniería consistiera tan solo en crear elementos, todo lo grandes y complejos que uno quiera, y colocarlos en un lugar que se nos antoje, a menudo, nos olvidamos de que todos estos elementos tienen un peso y que todo este peso acaba siendo resistido íntegramente por el terreno del que esté formado el suelo.

El suelo, ese complejo material poroso que nos viene impuesto de forma natural y que en la mayoría de los casos resulta inviable económicamente cambiar.

Gracias al desarrollo de la ciencia y los conocimientos en "*Geotecnia*" hemos podido llegar a comprender, de forma razonable, el comportamiento que pueden mostrar estos medios porosos, con una serie de características físico-químicas que los hacen distintos entre sí y que a su vez tienen que ejercer una reacción ante las cargas colocadas sobre ellos.

Uno de los procesos que se producen en el suelo como consecuencia de estas interacciones físico-químicas y mecánicas, y que resulta de gran importancia en el estudio de los suelos, es el de la consolidación.

De forma resumida, al aplicar una carga sobre un suelo (generalmente limos y arcillas) saturado con agua, ésta se verá sometida a un aumento de presión que la hará fluir desde los puntos de mayor presión hasta otros puntos sometidos a una presión menor, como es la presión atmosférica existente en la superficie del suelo, produciéndose una expulsión de agua intersticial. Esta pérdida de agua hace que la matriz de suelo se reestructure lentamente en el tiempo, produciendo un asentamiento diferido que puede llegar a tener un valor importante y que puede dañar a las estructuras colocadas sobre el terreno.

Para hacer compatible la construcción de estructuras con la consolidación del suelo, se emplean técnicas para acelerar este proceso de forma que la mayor parte del asentamiento diferencial se produzca antes de que se construya la estructura sobre el terreno, de modo que la parte residual del asentamiento diferencial que falte por producirse no sea capaz de dañar la estructura antes mencionada.

Las técnicas para producir este drenaje rápido del terreno han evolucionado a lo largo del tiempo, pudiendo convertir periodos de consolidación de varios años en periodos

de consolidación de pocos meses.

La no utilización de sistemas drenantes resulta normalmente inviable en la práctica, debido a los grandes periodos temporales que se requerirían. A su vez, sistemas drenantes como columnas de gravas o arenas resultan efectivos para lugares aislados y puntuales, pero la realización de estas soluciones en grandes extensiones de terreno supone un coste demasiado alto para llevarlas a cabo.

Tras esto aparecen las soluciones mediante mechas drenantes, que surgieron en torno a los años 30 y que evolucionaron de forma más importante desde los años 70 hasta hoy. Estas soluciones permiten acortar el proceso de consolidación de un suelo poco permeable y saturado de agua a un tiempo relativamente pequeño, con un coste inferior al de otras técnicas conocidas.

Es por ello que, a lo largo de este trabajo, se intentarán conocer más a fondo las consecuencias de estos sistemas mediante mechas drenantes y el comportamiento del terreno, estudiado de forma espacial y numérica, viendo la influencia y variación en el proceso que tienen los parámetros geométricos del sistema de mechas drenantes, como son la penetración de la mecha dentro del estrato de suelo y su espaciamiento a lo largo de la superficie del terreno.

2. TEORÍA DE LA CONSOLIDACIÓN

2.1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Cuando un depósito de suelo es sometido a un incremento de esfuerzos totales, debido a una carga aplicada producida por ejemplo en la construcción de un edificio o de un terraplén, se produce en el suelo un exceso de presión intersticial. Puesto que el agua no puede resistir ningún tipo de esfuerzo cortante, el exceso de presión intersticial en los poros de suelo se irá disipando con el transcurso del tiempo mediante un flujo de agua desde el interior de la matriz de suelo hacia el exterior. El parámetro principal del que depende la velocidad del flujo de agua es la permeabilidad de la masa de suelo.

La disipación del exceso de presión intersticial debida al flujo de agua hacia el exterior se denomina consolidación, proceso con dos importantes consecuencias.

- a) Conduce a una reducción del volumen de poros y, debido a ello, a una reducción del volumen total de la masa de suelo, lo cual repercute en el asentamiento de la superficie del terreno y por consiguiente en un asentamiento de la estructura colocada en ella.
- b) Durante la disipación del exceso de presión intersticial, el esfuerzo efectivo en la masa de suelo aumenta incrementando debido a ello la resistencia al cortante. La consolidación y la resistencia al cortante están, por tanto, relacionados mutuamente.

De lo anterior podemos extraer que cuando un suelo se consolida se produce en él una disminución de la relación de vacíos la cual va acompañada por un incremento del esfuerzo efectivo.

En un suelo granular, como pudiera ser una arena, la permeabilidad es relativamente alta y por ello el exceso de presión intersticial se disipa de forma casi instantánea. En consecuencia, el asentamiento que ha de aparecer en el terreno bajo las cargas de una estructura por lo general aparece antes de finalizar la construcción. Opuestamente a esto, los depósitos de arcilla suelen tener una permeabilidad considerablemente baja y por ello la disipación del exceso de presión intersticial en los poros del suelo resulta ser un proceso muy lento. En consecuencia, una estructura ejecutada sobre un suelo de este tipo puede continuar asentándose durante varios años después de terminada la construcción.

El proceso de consolidación aparece en todos los tipos de suelos, sin embargo, en la práctica, solo tiene interés el caso de estructuras cimentadas sobre depósitos de

arcilla. Para tales casos se necesita predecir:

- a) El asentamiento total de la estructura.
- b) La velocidad a la cual se produce dicho asentamiento.

Para predecir todos estos elementos la bibliografía técnica nos aporta una extensa teoría de la consolidación.

En general, el proceso de la consolidación involucra en tres dimensiones el flujo del agua intersticial y las deformaciones de la masa de suelo. Sin embargo, las teorías tridimensionales son muy complejas y difíciles de aplicar en la práctica. El caso más simple que puede tratarse matemáticamente es el caso unidimensional. Esta es la teoría que se utiliza con mayor frecuencia en la práctica y es la base de la casi totalidad de los cálculos de asentamientos.

2.1.1. Consolidación 1D, flujo vertical (coordenadas rectangulares)

A partir de la “Teoría de Terzaghi”, deducimos la ecuación de comportamiento para consolidación vertical. Considérese un depósito de suelo homogéneo, saturado, de longitud lateral infinita y sometido a una carga uniforme “ q ” aplicada en toda el área superficial como se muestra en la Figura 2.1.

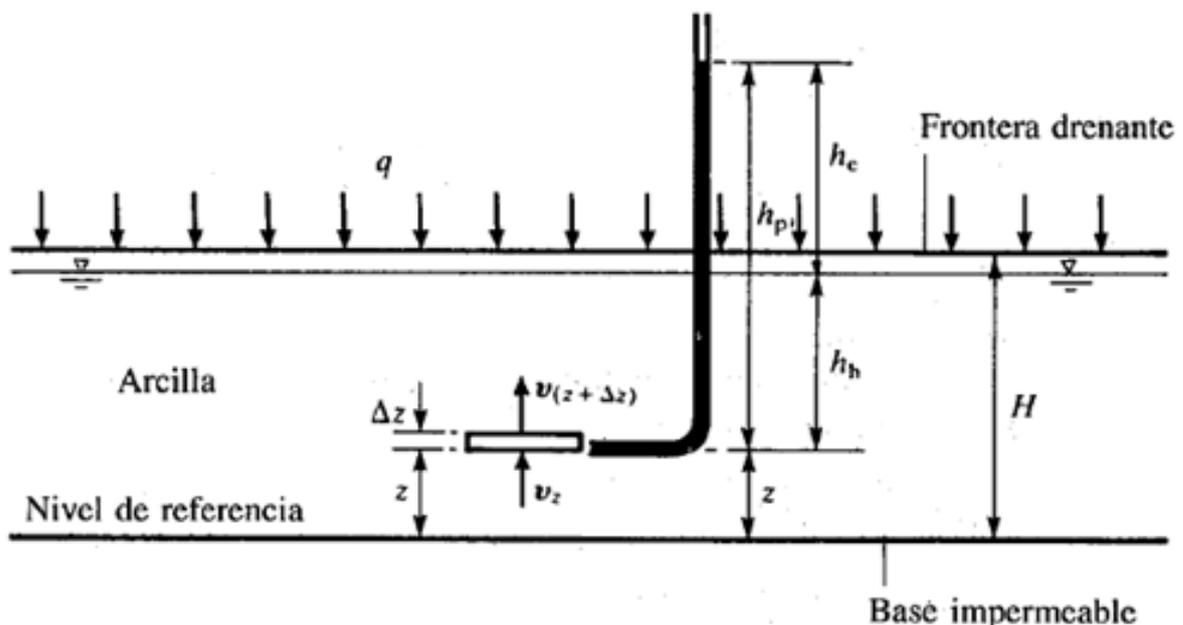


Figura 2.1 Consolidación vertical de una capa de suelo

El suelo reposa sobre una base impermeable y drena libremente por su cara superior. La disipación del exceso de presión intersticial en cualquier punto solo se producirá mediante el flujo del agua intersticial en sentido vertical ascendente hacia la superficie, ya que el gradiente hidráulico únicamente se presenta en la dirección vertical. Como

resultado se producirán deformaciones en la dirección vertical. Por tanto, para un elemento de suelo se tiene:

v_z es la velocidad vertical del flujo que entra en el elemento.

$v_z + \Delta_z$ es la velocidad vertical del flujo que sale del elemento.

Obteniendo la siguiente expresión:

$$v_z + \Delta_z = v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} * \Delta_z$$

A partir del principio de continuidad del volumen se tiene que:

$$\begin{aligned} & \text{Flujo que sale por unidad de tiempo} - \text{Flujo que entra por unidad de tiempo} \\ & = \text{Velocidad de cambio de volumen del elemento} \end{aligned}$$

De esta forma:

$$\left[v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} * \Delta_z \right] * A - v_z * A = - \frac{\partial V}{\partial t}$$

Donde "A" sería el area plana del elemento y "V" es el volumen. Por tanto:

$$V * \frac{\partial v_z}{\partial z} = - \frac{\partial V}{\partial t}$$

Suponiendo que las partículas de suelo y el agua intersticial son incompresibles, entonces la velocidad de cambio de volumen del elemento (termino derecho de la ecuación anterior) es igual a la velocidad de cambio de volumen de vacios. Quedando así:

$$V * \frac{\partial v_z}{\partial z} = - \frac{\partial V_v}{\partial t}$$

Si " V_s " es el volumen de solidos en el elemento y "e" es la relacion de vacios, entonces por definición:

$$V_v = e * V_s$$

Si se remplaza en la ecuación anterior y se tiene en cuenta que " V_s " es constante, se obtiene lo siguiente:

$$V * \frac{\partial v_z}{\partial z} = -V_s * \frac{\partial e}{\partial t}$$

Donde:

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} = - \frac{1}{1 + e} * \frac{\partial e}{\partial t}$$

Y a partir de la ecuación de *Darcy* se obtiene para flujo vertical del agua intersticial a través del elemento:

$$v_z = -k_z + \frac{\partial h}{\partial z}$$

Donde “*h*” sería la cabeza total en el elemento y “*k_z*” el coeficiente de permeabilidad vertical del suelo (“*k_v*” según la notación de *Terzaghi*).

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(k_v * \frac{\partial h}{\partial z} \right) = \frac{1}{1 + e} * \frac{\partial e}{\partial t}$$

En la práctica, las deformaciones verticales suelen ser pequeñas y por tanto es razonable suponer que la permeabilidad del suelo permanece constante durante la aplicación del incremento de carga. Por tanto, se obtiene:

$$k_v * \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{1}{1 + e} * \frac{\partial e}{\partial t}$$

Tomando como nivel de referencia la base del suelo, la cabeza total “*h*” del elemento está dada por:

$$h = z + h_h + h_e$$

Donde “*z*” es la cabeza de posición, “*h_h*” es la cabeza hidrostática y “*h_e*” el exceso de cabeza de presión. En la teoría de pequeñas deformaciones puede suponerse que la cabeza de posición y la cabeza hidrostática permanecen constantes. Por lo que obtenemos la siguiente expresión:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 h_e}{\partial z^2}$$

El exceso de presión intersticial en el elemento viene dado por:

$$u_e = \rho_w * g * h_e$$

De esta forma obtenemos:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{1}{\rho_w * g} * \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2}$$

Reordenado términos se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{k_v * (1 + e)}{\rho_w * g} * \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} = \frac{\partial e}{\partial t}$$

Se obtiene entonces una ecuación con dos incógnitas (“*u_e*” y “*e*”) y para plantear el problema completamente se necesita una ecuación adicional que relacione el exceso

de presión intersticial y la relación de vacíos. Esta se obtiene al considerar el comportamiento del suelo bajo esfuerzo vertical – deformación. *Terzaghi* tomó este comportamiento como lineal para un incremento de carga en particular, como se puede ver en la Figura 2.2.

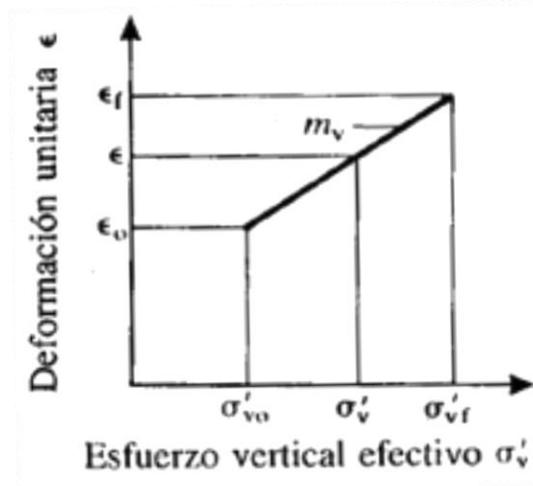


Figura 2.2 Deformación lineal unitaria para cada incremento de esfuerzo vertical efectivo

Puesto que el cambio de deformación es proporcional al cambio de relación de vacíos, esto también implica la existencia de una relación lineal entre “e” y “σ'v”, como se puede ver en la Figura 2.3, lo cual es completamente razonable siempre que la relación de incremento de presión sea casi igual a la unidad. La pendiente de la línea se designa con “a_v” y se denomina “coeficiente de compresibilidad”. Se tiene entonces:

$$a_v = -\frac{\partial e}{\partial \sigma'_v}$$

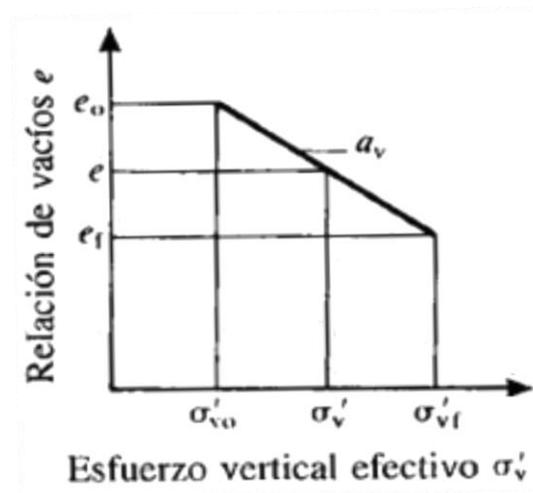


Figura 2.3 Relación de vacíos para cada incremento de esfuerzo vertical efectivo

La presión intersticial “ u ” está dada por la presión hidrostática “ u_h ” y por el exceso de presión “ u_e ”. Esto es:

$$\sigma_v = \sigma'_v + u_h + u_e$$

Derivando respecto del tiempo obtenemos:

$$\frac{\partial \sigma'_v}{\partial t} + \frac{\partial u_e}{\partial t} = 0$$

Además:

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \frac{\partial e}{\partial \sigma'_v} * \frac{\partial \sigma'_v}{\partial t}$$

Operando se obtiene:

$$\frac{\partial e}{\partial t} = a_v * \frac{\partial u_e}{\partial t}$$

Y sustituyendo:

$$\frac{\partial u_e}{\partial t} = \frac{k_v * (1 + e)}{\rho_w * g * a_v} * \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2}$$

De esta expresión obtenemos el denominado “*coeficiente de consolidación vertical*”:

$$c_v = \frac{k_v * (1 + e)}{\rho_w * g * a_v}$$

Y la expresión final de la consolidación unidimensional, derivada por *Terzaghi* en 1923, quedaría finalmente de la siguiente manera:

$$\frac{\partial u_e}{\partial t} = c_v * \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2}$$

El “*coeficiente de compresibilidad volumétrica*” por su parte se obtiene así:

$$m_v = \frac{a_v}{1 + e}$$

Para un área cargada de extensión ilimitada, la presión aplicada “ q ” es constante con la profundidad e inicialmente es absorbida por el agua intersticial en la forma de un exceso de presión “ u_{0e} ”. Se tiene entonces:

$$\text{Condición inicial para } t = 0; u_e = u_{0e} = q; \text{ para } 0 \leq z \leq H$$

$$\text{Condición de frontera para todo } t: \frac{\partial u_e}{\partial z} = 0; \text{ en } z = 0, u_e = 0 \text{ en } z = H$$

$$\text{Condición final para } t = \infty; u_e = 0; \text{ para } 0 \leq z \leq H$$

La solución final de la ecuación está dada por:

$$\frac{u_e}{u_{0e}} = \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{2}{M} * \sin \left[M * \left(1 - \frac{z}{H} \right) \right] * \exp(-M^2 * T_v)$$

Donde:

$$M = \frac{\pi}{2} * (2m + 1), \text{ con } m = 0, 1, 2, \dots, \infty$$

Donde “H” es la longitud máxima de la trayectoria de drenaje y “T_v” es un factor adimensional denominado "factor de tiempo vertical", definido como:

$$T_v = \frac{C_v * t}{H^2}$$

El “grado de consolidación”, designado por “U_v”, de un elemento de suelo quedaría definido por la siguiente expresión:

$$U_v = 1 - \frac{u_e}{u_{0e}}$$

Y el “grado de consolidación” es por tanto igual al “grado de disipación del exceso de presión intersticial”:

$$U_v = 1 - \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{2}{M} * \sin \left[M * \left(1 - \frac{z}{H} \right) \right] * \exp(-M^2 * T_v)$$

De esta ecuación podemos deducir una gráfica de triple entrada con “U_v” en función de “T_v” y “z/H”, como la que se muestra en la Figura 2.4.

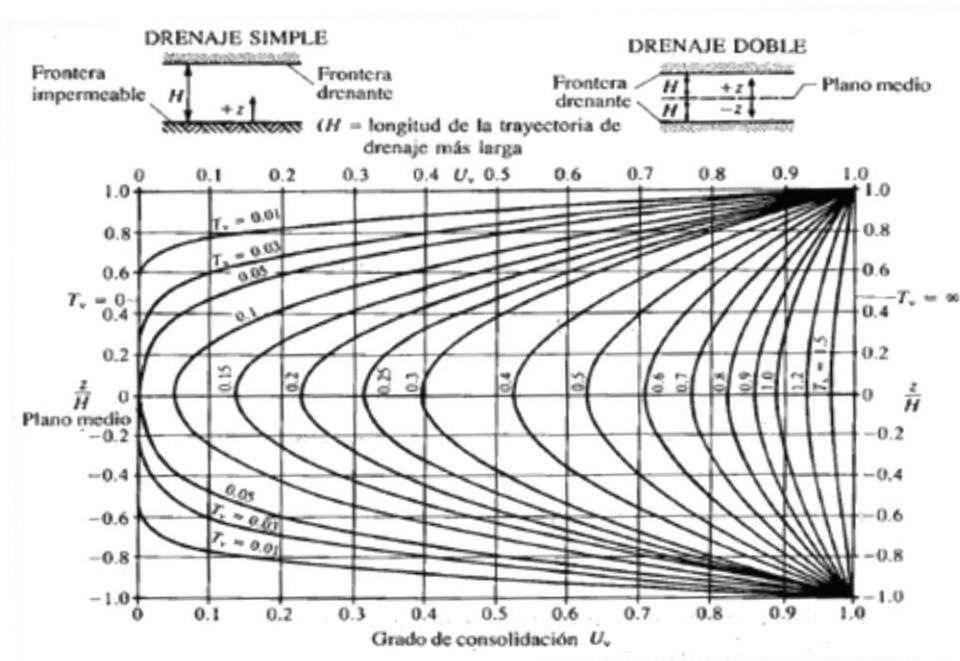


Figura 2.4 Grado de consolidación en función de “T_v” y “z/H”

Donde como hemos mencionado:

$$U_v = 1 - \frac{u_e}{u_{0e}}$$

En un caso como el considerado inicialmente, donde la lámina de suelo reposa sobre una frontera impermeable y el agua solo puede drenar hacia arriba (hacia la superficie), la distribución del grado de consolidación en función de la profundidad para varios valores del factor de tiempo está representada por la mitad superior de la gráfica. Este caso se denomina "*drenaje simple*".

Para una lámina de suelo que reposa sobre una frontera permeable, la distribución del grado de consolidación en función de la profundidad para varios valores del factor de tiempo vertical, está representada por la gráfica completa. Este segundo caso se denomina "*drenaje doble*". Se puede observar que la consolidación se produce con mayor rapidez en las proximidades de las fronteras drenantes y con menor rapidez en la frontera impermeable de una lámina con drenaje simple o en el plano medio de una lámina con drenaje doble.

Además de los valores del grado de consolidación, también es interesante el cálculo del "*grado promedio de consolidación, \bar{U}_v* " el cual refleja el asentamiento en la superficie de la capa y, por tanto, el asentamiento en la estructura ingenieril.

La relación entre el "*factor de tiempo vertical*" y "*el grado promedio de consolidación*" puede observarse en la Figura 2.5.

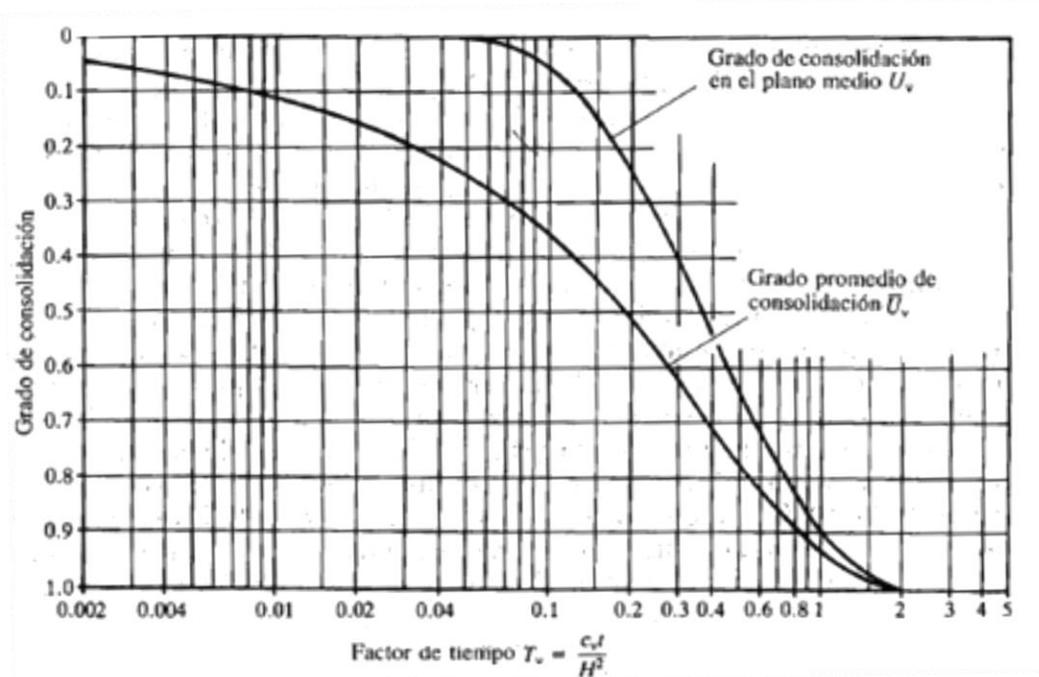


Figura 2.5 Relación entre el "*factor de tiempo vertical*" y "*el grado promedio de consolidación*"

Este es el caso teórico considerado por *Terzaghi*. Las deformaciones y el flujo intersticial se producen solo en la dirección vertical, y la capa de suelo se comporta como un elemento de suelo en el ensayo de consolidación de laboratorio. Entonces, a partir de la ecuación:

$$m_v = \frac{\Delta S}{\Delta D} * \frac{1}{\Delta \sigma'_v}$$

El asentamiento al final de la consolidación en la capa de suelo de un elemento como el de la Figura 2.6, está dado por:

$$\Delta S = m_v * \Delta D * \Delta \sigma'_v$$

Donde " $\Delta \sigma'_v$ " es el "incremento de esfuerzo vertical efectivo" en el elemento, " ΔD " es el "espesor" del elemento, y " m_v " es el "coeficiente de compresibilidad volumétrica" para el rango de esfuerzos efectivos correspondiente.

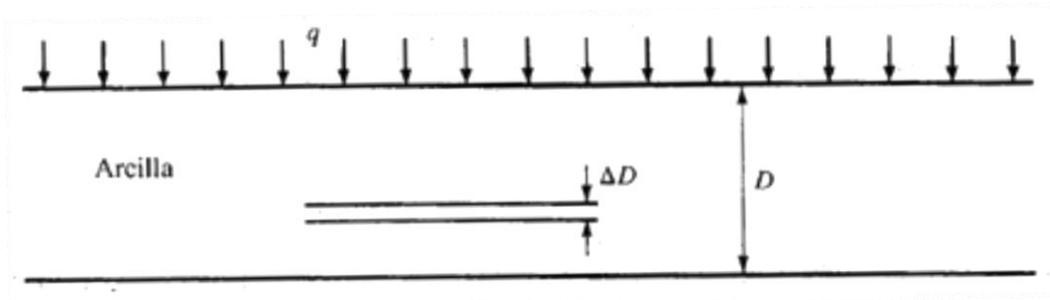


Figura 2.6 Área cargada de extensión infinita

Inicialmente se tiene que:

$$\sigma_{v0} = \sigma'_{v0} + u_h$$

Y al final de la consolidación se tiene:

$$\sigma_{vf} = \sigma'_{vf} + u_h$$

Entonces:

$$\Delta \sigma_v = \Delta \sigma'_v$$

Y por tanto:

$$\Delta S = m_v * \Delta D * \Delta \sigma'_v = m_v * \Delta D * \Delta \sigma_v$$

El asentamiento al final de la consolidación esta dado por:

$$S = \sum \Delta S = \sum m_v * \Delta D * \Delta \sigma'_v = \sum m_v * \Delta D * \Delta \sigma_v$$

Se tiene además que el incremento de esfuerzos verticales totales " $\Delta\sigma_v$ " es constante con la profundidad e igual a la carga aplicada " q ". Por tanto no es necesario dividir el depósito de arcilla en varias subcapas y puede tomarse $\Delta D = D$, obteniéndose así:

$$S = m_v * \Delta D * \Delta\sigma'_v = m_v * D * \Delta\sigma'_v = m_v * D * q$$

Siendo " m_v " el valor promedio del "*coeficiente de compresibilidad volumétrica*" en todo punto a igual profundidad de la arcilla para el rango de esfuerzos aplicado.

Las condiciones teóricas de la deformación vertical y flujo vertical intersticial se aproximan bastante a las condiciones de campo cuando las dimensiones del área cargada son mucho mayores que la profundidad de la capa de arcilla. Por lo general este es el caso que se presenta en los terraplenes para vías y en los sistemas de aprovechamiento del terreno.

2.1.2. Consolidación 2D, flujo radial (columnas de grava)

Teniendo en cuenta una supuesta muestra de depósito homogéneo de arcilla saturada de dimensión lateral infinita sujeta a una carga uniforme " q " y aplicada en la totalidad del área de la superficie como la de la Figura 2.7.

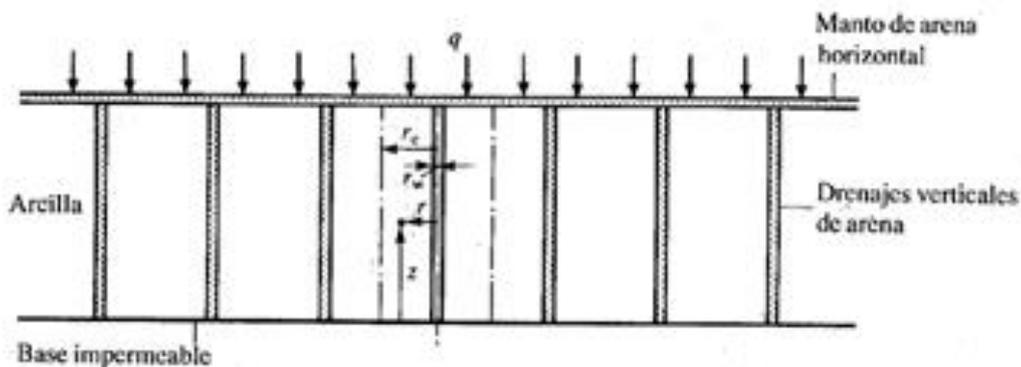


Figura 2.7 Depósito de arcilla saturada sujeta a carga uniforme

La arcilla reposa sobre una base impermeable y puede drenar con libertad por su cara superior. Si la arcilla es blanda, a menudo se necesita acelerar la velocidad de consolidación para limitar el asentamiento a largo plazo hasta un valor aceptable. Esto puede obtenerse instalando un sistema de drenaje vertical de arena, como también se puede ver en la figura anterior. El exceso de presión intersticial se disipa entonces por los flujos vertical y radial conjuntamente, sin embargo, las deformaciones que resultan se producirán en la dirección vertical.

Si la cimentación con la cual se aplica la carga al depósito de arcilla es flexible, la superficie asentará de manera diferencial durante la consolidación ya que la arcilla

adyacente a los drenajes verticales de arena se consolida con mayor rapidez que el suelo por fuera de la zona de influencia. Este caso se denomina como de “*deformación vertical libre*”. Si por el contrario, la cimentación es rígida, el suelo en la superficie asentará uniformemente durante la consolidación y se denomina caso con “*deformación uniforme*”.

Al considerar los flujos radial y vertical del agua intersticial a través de un elemento de suelo a una altura “*z*” sobre una base impermeable y a una distancia radial “*r*” del eje vertical del drenaje de arena, como muestra la Figura 2.8, de modo similar a como se desarrollo en la “*Teoría de consolidación de Terzaghi*”, podremos obtener la ecuación de comportamiento para la condición de “*deformación vertical libre*”.

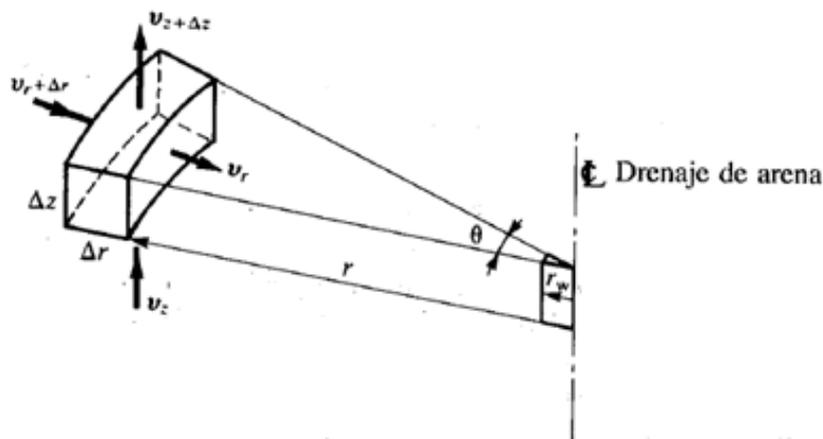


Figura 2.8 Flujo radial y vertical a través de un elemento de suelo

La ecuación diferencial que rige el flujo vertical y radial serie la siguiente:

$$\frac{\partial u_e}{\partial t} = c_v * \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} + c_h * \left[\frac{\partial^2 u_e}{\partial r^2} + \frac{1}{r} * \frac{\partial u_e}{\partial r} \right]$$

Donde el “*coeficiente de consolidación vertical*” sigue siendo:

$$c_v = \frac{k_v * (1 + e)}{\rho_w * g * a_v}$$

Y el “*coeficiente de consolidación horizontal*” es:

$$c_h = \frac{k_h * (1 + e)}{\rho_w * g * a_v}$$

Según se demostró en Carrillo [1942], la ecuación puede convertirse en la ecuación lineal para la consolidación vertical:

$$\frac{\partial u_e}{\partial t} = c_v * \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2}$$

Y la ecuación para la consolidación radial plana, operándolas por separado y superponiendo los resultados.

$$\frac{\partial u_e}{\partial t} = c_h * \left[\frac{\partial^2 u_e}{\partial r^2} + \frac{1}{r} * \frac{\partial u_e}{\partial r} \right]$$

Si " \overline{U}_v " es el "grado promedio de consolidación debido al flujo vertical" para un tiempo dado y " \overline{U}_r " es el "grado promedio de consolidación debido al flujo radial" para el mismo tiempo, el "grado promedio de consolidación debido al flujo vertical y radial combinado" " \overline{U}_{vr} ", se determina con la ecuación:

$$(1 - \overline{U}_{vr}) = (1 - \overline{U}_v) * (1 - \overline{U}_r)$$

La ecuación para el "grado promedio de consolidación radial", por su parte, se puede obtener de la ecuación dada por Barron [1948] que se muestra a continuación:

$$\overline{U}_r = 1 - \sum_{\alpha_1 \alpha_2 \dots}^{\alpha=\infty} \frac{4 * U_1^2(\alpha)}{\alpha^2 * (n^2 - 1) [n^2 * U_0^2(\alpha n) * \alpha - U_1^2(\alpha)]} * \exp(-\alpha^2 * n^2 * T_r)$$

Donde:

$$U_1(\alpha) = J_1(\alpha) * Y_0(\alpha) - Y_1 * (\alpha) * J_0(\alpha)$$

$$U_0(\alpha n) = J_0(\alpha n) * Y_0(\alpha) - Y_0 * (\alpha n) * J_0(\alpha)$$

Siendo:

"J0" y "J1", funciones de Bessel de primer genero, de orden cero y de primer orden respectivamente.

"Y0" y "Y1", funciones de Bessel de segundo genero, de orden cero y de primer orden respectivamente.

$\alpha_1, \alpha_2 \dots$ = raíces de las funciones de Bessel que satisfacen:

$$J_1(\alpha n) * Y_0(\alpha) - Y_1 * (\alpha n) * J_0(\alpha) = 0$$

$n = \frac{r_e}{r_w}$; donde " r_w " es el "radio del drenaje" y " r_e " es el radio de influencia y " T_r " es el

"factor de tiempo radial" adimensional, definido por:

$$T_r = \frac{c_h * t}{r_e^2}$$

Por tanto, para un valor de "n" especificado y para valores dados del "factor de tiempo" pueden calcularse los valores correspondientes del grado promedio de consolidación

“ \bar{U}_r ”, obteniéndose las familias de curvas de la Figura 2.9 y disminuyendo la velocidad de consolidación a medida que el valor de “ n ” aumenta.

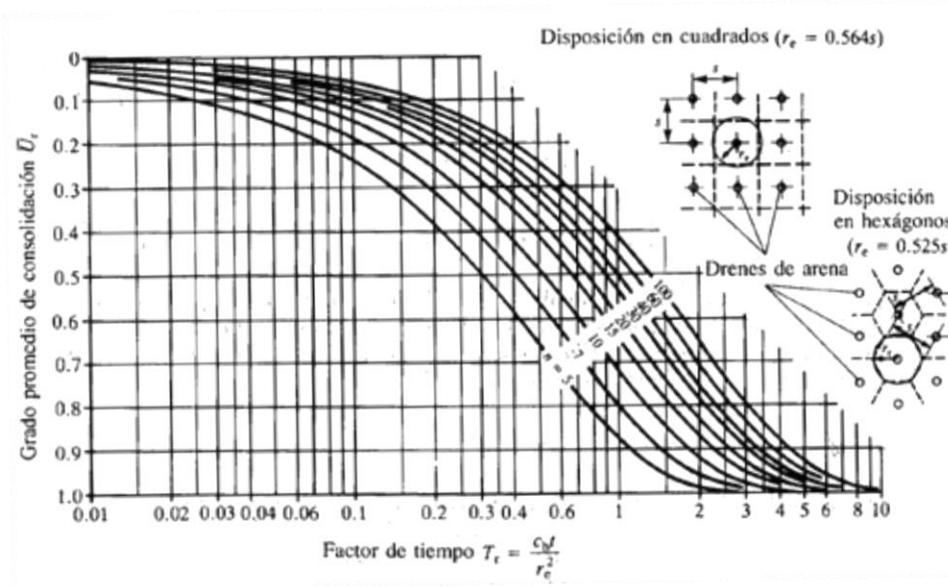


Figura 2.9 Grado promedio de consolidación en función de “ n ” y el “factor de tiempo”

Para obtener la “deformación vertical uniforme”, la ecuación de comportamiento está dada por:

$$\frac{\partial \bar{u}_e}{\partial t} = c_v * \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2} + c_h * \left[\frac{\partial^2 u_e}{\partial r^2} + \frac{1}{r} * \frac{\partial u_e}{\partial r} \right]$$

Donde “ \bar{u}_e ” es el “valor promedio del exceso de presión intersticial” a cualquier profundidad.

Para el flujo radial esta expresión se reduce a:

$$\frac{\partial \bar{u}_e}{\partial t} = ch * \left[\frac{\partial^2 u_e}{\partial r^2} + \frac{1}{r} * \frac{\partial u_e}{\partial r} \right]$$

La resolución a esta ecuación es dada por Barron [1948], apareciendo esta a continuación:

$$\bar{U}_r = 1 - \exp \left[- \frac{2 * T_r}{F(n)} \right]$$

Siendo:

$$F(n) = \frac{n^2}{n^2 - 1} * \ln(n) - \frac{3 * n^2 - 1}{4 * n^2}$$

2.1.3. Consolidación 2D y 3D, flujo vertical y horizontal (coordenadas rectangulares)

En dominios anisótropos 2D y 3D las ecuaciones de *Terzaghi* se escriben, respectivamente, en la forma:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{v,z} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + c_{v,x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{v,z} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + c_{v,x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + c_{v,y} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

La Figura 2.10 muestra el esquema físico de un escenario de consolidación 2-D rectangular, con drenajes hacia las fronteras superior y lateral. En general, los coeficientes de consolidación en el plano horizontal son iguales, $c_{v,x} = c_{v,y}$. Llamando $c_{v,h}$ al coeficiente de consolidación horizontal, la ecuación 3-D se simplifica a

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{v,z} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + c_{v,h} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

Esta ecuación se aplica a escenarios 2-D (y 3-D horizontalmente isótropos) en los que el agua drena hacia las fronteras superior y lateral, esta última por la existencia de drenes corridos o zanjas, o por la existencia de mechas drenantes parcial o completamente introducidas en el terreno.

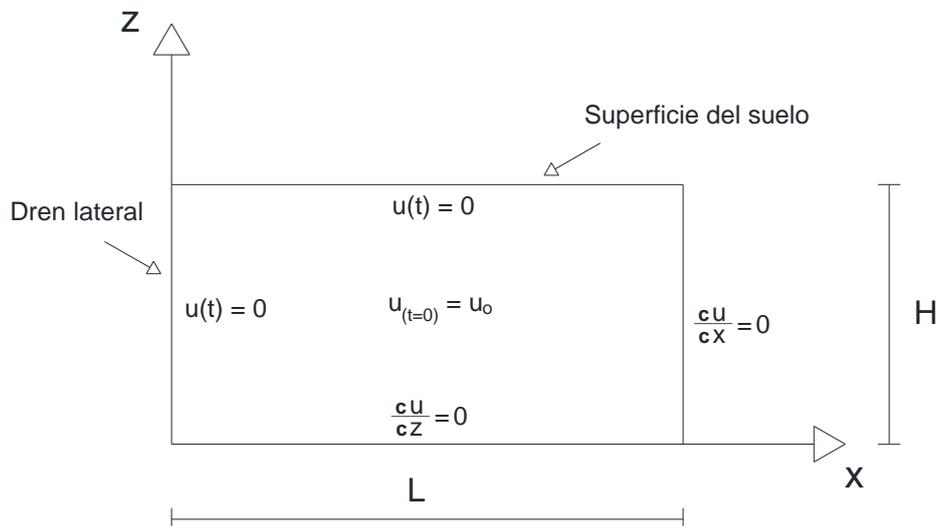


Figura 2.10 Esquema físico de un escenario de consolidación 2-D rectangular

Existen soluciones exactas, analíticas o semi-analíticas, para estas ecuaciones de consolidación en escenarios 2-D y 3-D *Di Francesco* [2013], aunque dada su complejidad resultan de difícil aplicación por parte del ingeniero civil.

2.2. MECHAS DRENANTES

Las “mechas drenantes” tuvieron un desarrollo paralelo al de los drenes de arenas y comenzaron sus aplicaciones en gran escala en la década del los 30 en Suecia, sin embargo no fue hasta los 70 cuando su mejor diseño, por ejemplo el de la Figura 2.11), hizo extensiva su aplicación a nivel mundial.

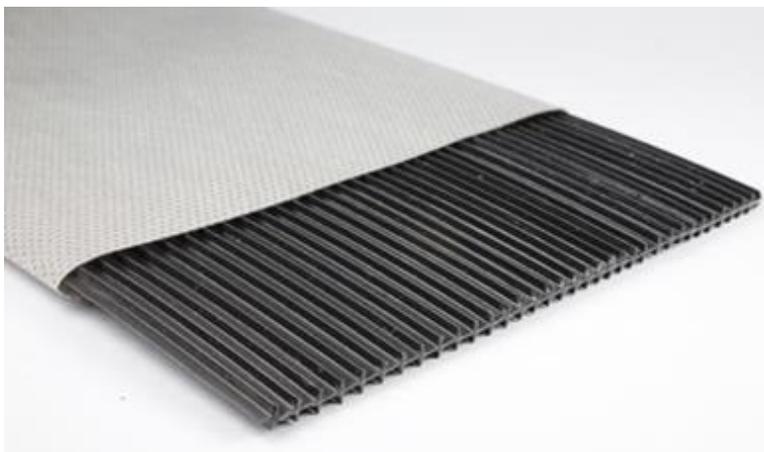


Figura 2.11 Mecha drenante modelo TenCate Polyfelt® Alidrain AD

El uso principal de las mechas drenantes es el de acelerar el proceso de consolidación para disminuir de forma significativa el tiempo de asentamientos de terraplenes sobre suelos blandos (generalmente limos y arcillas poco permeables), mejorando además con ello sus propiedades mecánicas al corte.

En la práctica las mechas drenantes se les utiliza en situaciones de consolidación en la que el suelo a tratar es moderada a altamente compresible con un coeficiente de permeabilidad bajo y totalmente saturado en su estado natural. Tales suelos son descritos típicamente como limos, arcillas, turba y fangos.

Actualmente, el uso de mechas drenantes se ha impuesto a otras metodologías drenantes ya que el coste de su ejecución es bastante inferior a, por ejemplo, las columnas de arena o gravas además de acortar mucho los tiempos de ejecución.

La utilización de mechas drenantes acelera todo el proceso pasando de plazos que pueden llegar a ser de varios años, al de unos pocos meses, según la configuración y disposición de los drenes empleados.

Cabe recordar aquí que en suelos impermeables cualquier incremento de carga causa un incremento en las presiones de poro la cual se va disipando en el tiempo de forma muy lenta gracias al drenaje. En la Figura 2.12 se puede ver cómo sería una consolidación sin mechas drenantes.

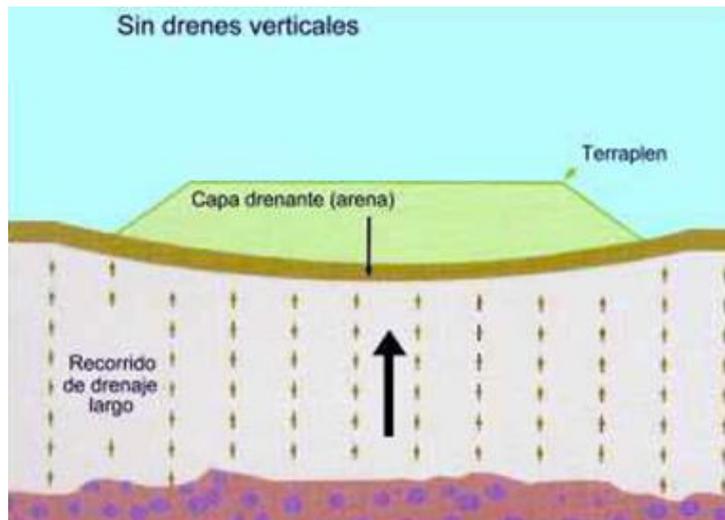


Figura 2.12 Drenaje natural, recorrido largo del agua

La instalación de mechas provee un recorrido de drenaje corto que provoca una mayor rapidez de liberación de las presiones de poro, resultando en una mayor rapidez de la materialización de los asentamientos y en una mejora de la resistencia al corte por consolidación como se puede ver en la Figura 2.13.

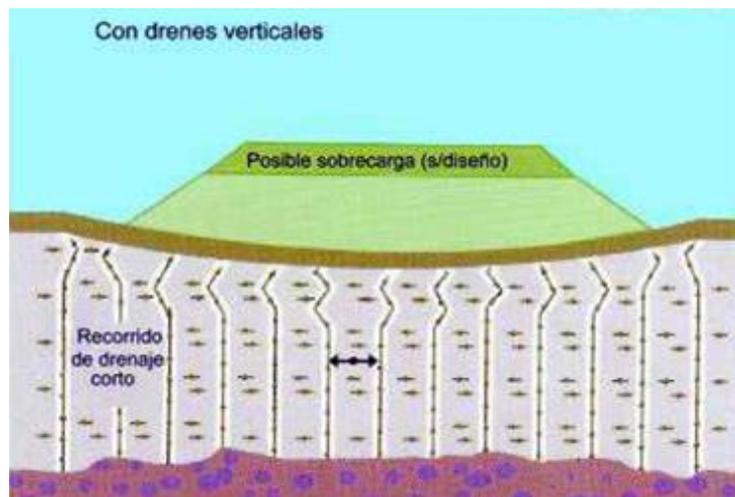


Figura 2.13 Drenaje con mechas drenantes, recorrido corto del agua

En los sitios donde existan problemas de estabilidad, el ritmo de incrementos de carga debe de ser abordada de forma cuidadosamente controlado siendo a su vez monitoreada.

Se debe de considerar que para mejorar el proceso de consolidación el suelo debe de estar normalmente consolidado o tener una pequeña preconsolidación antes de ser cargado. La sobrecarga debe exceder la máxima presión de preconsolidación para que la utilización de mechas drenantes sea beneficiosa. Igualmente se debe evaluar

en ciertos casos la consolidación secundaria, (en suelos orgánicos principalmente), en caso de que afecte los asentamientos de post-construcción, pudiendo solucionarse con una mayor sobrecarga.

Es importante por otro lado, mencionar que las mechas drenantes no cumplen ningún tipo de función estructural excepto en casos muy específicos como la posible reducción del potencial de licuefacción en algunos suelos.

Para el adecuado diseño de la instalación de mechas drenantes con fines de consolidación se requiere conocer bien el suelo donde se va a hallar la cimentación, su extensión y sus propiedades geomecánicas. Los análisis de ingeniería deben incluir predicciones de cantidad y el ritmo de asentamientos, durante y después de la construcción e indicar la estabilidad del terraplén durante las etapas de construcción. Para los análisis de consolidación, la investigación geotécnica debe definir la extensión y profundidad de los estratos compresibles y asegurar la toma de muestras inalteradas de alta calidad para determinar presiones de preconsolidación, coeficientes de compresibilidad y de consolidación tanto vertical como horizontal.

Habitualmente se busca un grado de consolidación de entre un 90% y un 95% de la consolidación primaria para poder realizarse este proceso en un periodo de meses.

El efecto de las mechas drenantes en el proceso de consolidación quedaría bien reflejado en la Figura 2.14 que compara de forma grossa el proceso de consolidación sin drenes y el proceso de consolidación con drenes y precarga.

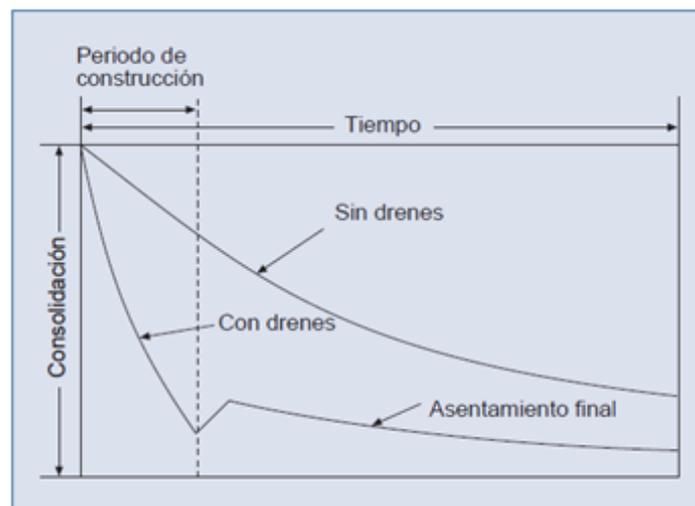


Figura 2.14 Consolidación del terreno en función del tiempo con drenaje o sin drenaje

La disposición habitual de mechas drenantes es en tresbolillo pudiendo ser también en forma de cuadrícula. Esto supone áreas de influencia distintas en ambos casos y unos diámetros equivalentes según aparece en la siguiente Figura 2.15.

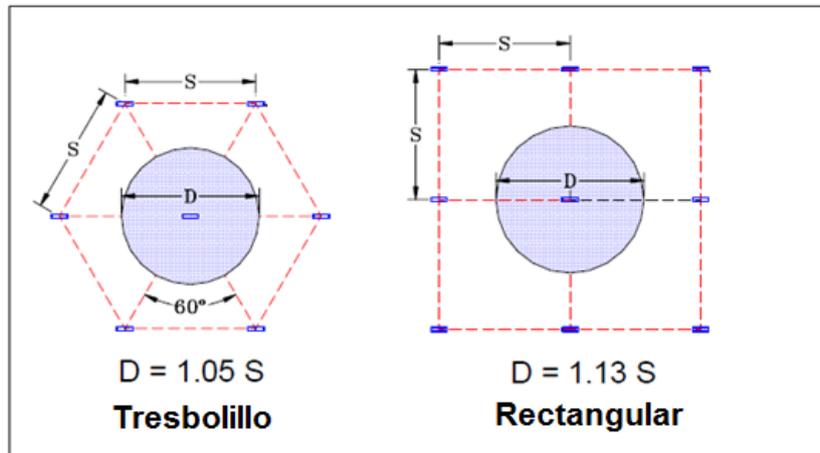


Figura 2.15 Esquema de disposición en “Tresbolillo” y “Rectangular”

El material con el que están fabricadas las mechas drenantes es un filtro geotextil que rodea un núcleo de plástico el cual está compuesto por canales que permiten el flujo de agua a través de él. Además puede tener una sección rectangular con unas dimensiones típicas de 10 centímetros de ancho y espesor de entre 3 y 7 milímetros.

Los equipos de instalación consisten en unos mástiles de empuje estático que se montan sobre la maquina base de retroexcavadoras o grúas. Los ritmos de trabajo permiten rendimientos de instalación de hasta 5000 metros lineales de mecha drenante por jornada y maquina.

Debe colocarse una capa o manto drenante superior que provee un claro camino de drenaje a las presiones de poro a la presión atmosférica sin crear una pérdida importante de carga. Habitualmente se hace de arena con espesores entre 0,6 y 1 metros siendo el espesor más pequeño si el material usado son gravas con filtros de protección. Un perfil tipo de suelo consolidado mediante mechas drenantes se puede ver en la Figura 2.16.

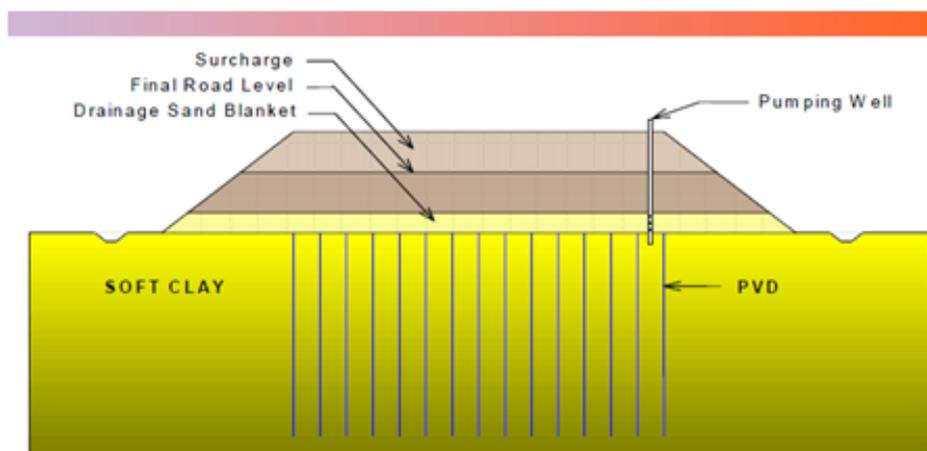


Figura 2.16 Perfil tipo de suelo consolidado mediante mecha drenante

Por su parte en los últimos años se ha incrementado el uso de drenes sintéticos en remplazo de la capa drenante.

La instrumentación de la obra mediante piezómetros, placas de asiento e inclinómetros entre otros revelan el desarrollo real del proceso de consolidación y dan la posibilidad de controlar el ritmo de ejecución del terraplén o de aplicación de la sobrecarga.

Los elementos de medición y asentamientos nos dan el ritmo y la cantidad de asentamiento, mientras que el inclinómetro principalmente se utiliza para medir deformaciones horizontales en profundidad como control de potenciales fallas de deslizamiento. Los piezómetros son utilizados tanto para calcular el grado de consolidación alcanzado como el exceso de presiones de poro durante la construcción que indican el riesgo de potenciales fallas.

En caso de la incongruencia de la instrumentación se debe dar prioridad a las mediciones de asentamientos como indicadores del grado de consolidación.

Para proyectos sencillos en que la estabilidad no es una preocupación se puede implementar solo las placas de asentamientos.

La maquinaria usada resulta de gran tamaño, como se puede apreciar en la Figura 2.17, sin embargo, se consigue que no se produzca una gran perturbación en las distintas capas de suelo siendo además la implementación del sistema limpio, sin generar ningún tipo de residuo extra en el suelo.



Figura 2.17 Maquinaria usada para la colocación de mechas drenantes

Otra ventaja de esta tecnología es que puede realizar drenajes hasta una profundidad muy alta, en torno a los 70 metros de profundidad de ser necesario.

De cara al procedimiento constructivo se puede dividir éste en 4 etapas.

La primera de ellas es situar la maquinaria en el lugar donde se ha de realizar la mecha. Esto implica a su vez elegir las características de la mecha drenante y el vástago cuyas características combinen bien con las características del suelo a tratar.

La segunda etapa es la introducción del vástago junto a la mecha drenante hasta la profundidad necesaria. Es importante en esta etapa controlar la verticalidad del vástago y la colocación recta y estirada de la mecha drenante.

La tercera etapa es la extracción del vástago dejando la mecha drenante dentro del terreno tratado y en la profundidad necesaria.

La cuarta y última etapa consiste en, una vez totalmente extraído el vástago, cortar la mecha drenante unos 30 centímetros por encima de la superficie del terreno para conseguir que el agua llegue hasta la superficie y elimine toda su presión de poro.

Un resumen grafico de todo este proceso se puede visualizar en la Figura 2.18.

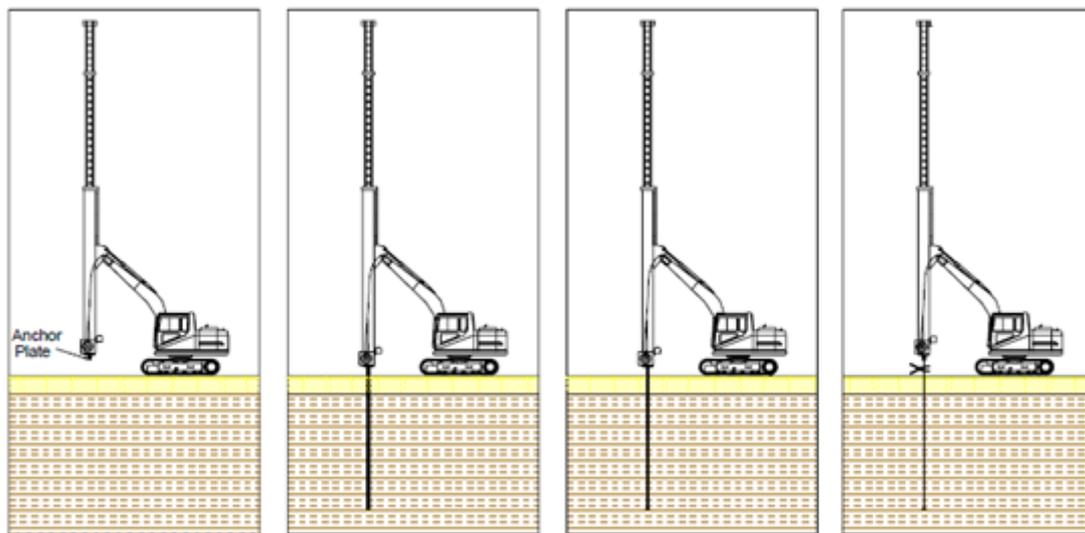


Figura 2.18 Etapas en la colocación de las mechas drenantes

3. MODELO MATEMÁTICO

3.1. MÉTODO DE REDES

3.1.1 Idea del método

El método de simulación por redes es una técnica para el estudio de muchos procesos físicos que pueden definirse mediante un modelo matemático.

Partiendo de éste, el procedimiento consiste en dos etapas:

- a) Elaborar un “modelo en red” o circuito eléctrico equivalente al proceso.
- b) Simular numéricamente el modelo mediante un programa adecuado de resolución de circuitos eléctricos.

Una descripción detallada del método, con numerosas aplicaciones a los campos de transporte a través de membranas, transferencia de calor y sistemas electroquímicos puede encontrarse en el libro de *González-Fernández* [2002]. En los últimos años se ha aplicado con éxito en otros campos de la ingeniería tales como ondas elásticas, resistencia de materiales, corrosión, magneto-hidrodinámica, flujo y transporte, tribología, problemas mecánicos y caos, dando lugar a numerosas publicaciones científicas (*Castro y col.* [2005], *Bég y col.* [2008], *Marín y col.* [2012], *Morales y col.* [2012], *Sánchez y col.* [2012] y *Cánovas y col.* [2015]).

La equivalencia formal entre el modelo en red y el proceso físico reside en que ambos se rigen por las mismas ecuaciones discretizadas en el espacio; es decir, por las mismas ecuaciones referidas a un elemento de volumen o celda y por las mismas ecuaciones discretizadas para las condiciones de contorno. En consecuencia, los errores provenientes de la simulación son sólo achacables al mallado geométrico que, para un número de celdas aceptable (del orden de 60), son muy inferiores al 1% en problemas lineales (*Alhama* [1999]). Los potentes códigos de computación integrados en los actuales paquetes de resolución numérica de circuitos proporcionan la solución exacta de éstos merced a una fina selección de los pasos temporales de computación.

La elaboración del método de red consiste en reticular el espacio en elementos de volumen o celdas elementales; al aplicar a éstas las ecuaciones en derivadas parciales, se obtiene un conjunto de ecuaciones diferenciales (en el tiempo), en diferencias finitas (en el espacio), que constituyen el punto de partida para la obtención del modelo en red correspondiente a la celda. Para ello se establece una correspondencia entre las variables dependientes del problema y las variables eléctricas del circuito, tensiones e intensidades. La asociación de celdas, de acuerdo con la geometría del problema, configura el modelo en red correspondiente a todo el

dominio, que es tanto más preciso cuanto mayor sea su número. Por último, las condiciones de contorno e iniciales suele implementarse en el modelo mediante componentes eléctricos sencillos.

El planteamiento formal que sirve de base para el desarrollo del método de redes es la “*Teoría de redes*” de *Peusner*, en la que se apoya su “*termodinámica de redes*” (*Peusner* [1987]). Los modelos en red son para *Peusner* una representación exacta de las características matemáticas de los procesos que describen. Las variables flujos y fuerzas (o potenciales) características del mismo deben satisfacer las leyes de *Kirchhoff* y sus relaciones determinan los elementos de circuito del modelo. Así, las relaciones entre flujo y fuerza asociados a una rama y sus (dos) nudos, que pueden incluir o no variaciones temporales de estas variables, definen los elementos concretos del circuito equivalente a esa rama.

En síntesis, el método de simulación por redes puede considerarse un método numérico en tanto que no sólo diseña un modelo preciso del problema sino que lo simula mediante un software fiable proporcionando la solución numérica del mismo.

3.1.2 Elementos pasivos y activos: resistencias, condensadores y fuentes

A la red o modelo se le asocia un conjunto de flujos que obedecen a una ley de balance (o conservación) local y un conjunto de fuerzas que satisfacen la condición de unicidad en el dominio. Por otro lado, las relaciones entre un par flujo-fuerza se conocen como ecuaciones constitutivas o fenomenológicas y definen los elementos de circuito, que expresan características específicas de cada proceso. En los procesos típicos de difusión lineal, como los que se tratan en varios casos de este trabajo de consolidación, el modelo matemático está regido por ecuaciones en derivadas parciales y sólo precisa (como se ilustrará) de dos elementos de circuito para la implementación del modelo en red correspondiente a un volumen finito del dominio o celda elemental (para geometrías rectangulares).

Elementos pasivos. Cuando las relaciones constitutivas se establecen entre un par flujo-fuerza se habla de monpuertas (un elemento de circuito con dos nodos). Una primera clasificación de estas monpuertas responde a lo que en electricidad se conoce como elementos pasivos y activos. Los elementos pasivos (que pueden ser lineales o no) no generan potencia, la disipan o la almacenan, mientras que los activos son las típicas fuentes o generadores de dos nodos. Los dos elementos (lineales) pasivos que utilizaremos en este trabajo son la resistencia (elemento disipador de energía) y el condensador (elemento almacenador de energía).

La resistencia es un elemento de circuito de valor constante, designado por “*R*”, que

relaciona las variables flujo ("J") y fuerza ("X") de una misma rama en la forma:

$$X(t) = R J(t)$$

Su acción es instantánea, no depende de los estados anteriores de las variables (carecen de memoria). En su analogía física representa efectos disipativos, fricciones, efectos viscosos, etc. Su representación simbólica se muestra en la Figura 3.1.



Figura 3.1 Representación simbólica de una resistencia lineal

El condensador lineal (de valor constante), designado por "C", es un elemento de circuito asociado a una relación entre la variable flujo y la derivada temporal de la variable fuerza, es decir:

$$J(t) = C \frac{dX(t)}{dt}$$

En este elemento se produce almacenamiento, sin pérdidas (no hay disipación energética), y su estado, que no cambia instantáneamente, tiene en cuenta todas las operaciones llevadas a cabo en el pasado (tiene memoria). En su analogía, representa procesos físicos en los que se produce algún tipo de almacenamiento. Su representación simbólica se muestra en la Figura 3.2.



Figura 3.2 Representación simbólica de un condensador lineal

Los procesos de almacenamiento y disipación de energía, bajo la hipótesis de continuidad del medio, se originan en todos los puntos del sistema. Los elementos "R" y "C" se identifican sin embargo con regiones pequeñas pero finitas del medio y sus conexiones con los elementos de las otras regiones se realizan con enlaces ideales de energía, es decir, con conductores de resistencia nula. El que cada elemento pueda ser caracterizado por un par de variables conjugadas con una única ecuación constitutiva entre ellas es una hipótesis básica del método de redes. Físicamente equivale a decir que es posible elegir un elemento de volumen lo suficientemente pequeño como para que su tiempo de relajación interna sea mucho menor que el del sistema global, pero suficientemente grande como para que las fluctuaciones de las variables que describe el sistema en él sean despreciables.

Elementos activos. En ellos se produce una aportación o extracción de energía al sistema. Cabe distinguir:

- a) Fuentes constantes o dependientes del tiempo. Son elementos de dos terminales que especifican un flujo o fuerza constante o dependiente del tiempo y se corresponden eléctricamente a pilas o generadores de tensión o corriente. Su representación simbólica se muestra en la Figura 3.3a.
- b) Fuentes controladas de tensión o corriente. Se trata de dispositivos eléctricos de más de dos terminales. En general tienen dos terminales por donde entra la lectura de la variable de control y otros dos por donde sale la señal controlada. La expresión que relaciona la señal de salida (tensión o corriente) con la de entrada (también tensión o corriente) puede ser cualquier función matemática que se introduce como software en la especificación de la fuente. La conexión de los terminales de salida de estas fuentes al modelo se realiza en serie o en paralelo según se trate de fuentes de corriente o de tensión. Las librerías de los programas de simulación de circuitos disponen de un completo espectro de este tipo de fuentes que incluye, por un lado, la posibilidad de elegir como variables de control tanto corrientes como tensiones y, por otro lado, la posibilidad de elegir más de una variable de control para una misma fuente (una salida definida como función de varias entradas). Existen cuatro tipos de fuentes: de corriente controlada por corriente, de corriente controlada por tensión, de tensión controlada por corriente y de tensión controlada por tensión. Su representación simbólica se muestra en la Figura 3.3b.

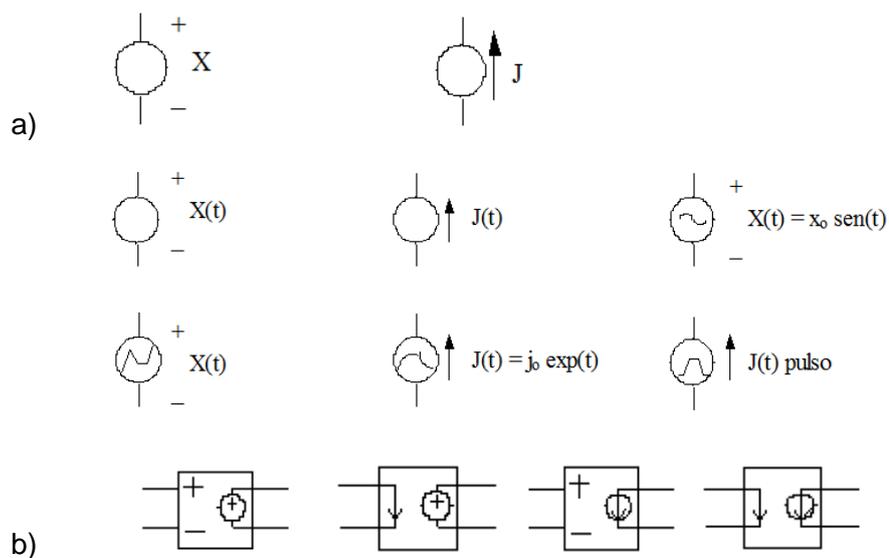


Figura 3.3 Representación simbólica de las fuentes. a) fuentes constantes y dependientes del tiempo, b) fuentes controladas

La existencia de estas fuentes controladas permite asumir cualquier tipo de no-linealidad de las ecuaciones del modelo, así como cualquier tipo de acoplamiento en el mismo, aunque para ello a veces es necesario la implementación de ciertos circuitos auxiliares, según el caso; pero todo ello siguiendo un proceso fácil e intuitivo que sólo precisa del conocimiento de las reglas elementales de teoría de circuitos. El software elegido en este trabajo para la simulación, *Ngspice-26* [2016] (*Nenzi y Vogt* [2014]), es capaz de reconocer un gran catálogo de componentes eléctricos.

3.1.3 El método de simulación por redes como método numérico

En el método de redes, el punto de partida es siempre el modelo matemático de un cierto proceso, esto es, un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales (EDP) espacio-temporales. Las ecuaciones diferenciales (en el tiempo) en diferencias finitas (en el espacio) derivadas de la reticulación o discretización espacial del modelo matemático son el punto de partida para la implementación o diseño del modelo en red de la celda elemental. De hecho, ésta es la única manipulación directa que se hace de las ecuaciones de gobierno. La interconexión de celdas elementales, de acuerdo con la geometría del modelo, más la implementación de los componentes eléctricos asociados a las condiciones de contorno y las condiciones iniciales, permiten configurar el modelo en red completo del problema.

Así, el modelo en red es el formato que se da al modelo matemático para que pueda ser utilizado como entrada (fichero) en un programa de resolución de circuitos eléctricos tal como *Ngspice-26* [2016] y *Bhushan* [2014]). Este software es el que resuelve las ecuaciones de la red y proporciona la solución numérica del modelo matemático. En definitiva, puesto que la simulación del modelo en red mediante ordenador implica la resolución numérica de sus ecuaciones, el método de simulación por redes es, de hecho, un método numérico.

Las dificultades asociadas al aprendizaje de un lenguaje de programación típico de circuitos son fáciles de soslayar, puesto que son muy pocos los componentes del modelo (5 en problemas de consolidación) y, por tanto, pocas las reglas de programación necesarias.

Ngspice es un simulador de circuitos de señal mixta/nivel mixto, de código abierto. Un pequeño grupo de mantenimiento, así como la comunidad de usuarios del programa, contribuye al proyecto *Ngspice*, proporcionando nuevas características, mejoras y correcciones. Es un sucesor de *Spice* (*Pspice* [1994]), el origen de todos los simuladores de circuitos eléctricos y electrónicos. Sus sucesores se utilizan ampliamente en la comunidad electrónica.

Pspice es miembro de la familia de programas de simulación de circuitos *Spice2* (Nagel [1975]). Mucho más potente y rápido que sus predecesores, fue desarrollado inicialmente por el “Grupo de Circuitos Integrados del Laboratorio Electrónico de Investigación de la Universidad de California” (Berkeley) en los años setenta, siendo acabada su primera versión en 1992. Desde entonces, miles de copias han sido distribuidas a universidades, empresas e industria electrónica. El amplio uso de *Pspice* y sus nuevas versiones garantizan la aplicación del programa a una gran variedad de problemas de simulación de circuitos en los que se hace uso de las ventajas de los potentes, eficientes y fiables algoritmos numéricos implementados en el mismo.

Es interesante advertir en este punto que la clásica analogía eléctrica (que aparece en numerosos libros de texto e incluso en montajes experimentales en la época de los sesenta antes del desarrollo de los computadores) no tiene nada que ver con el método de simulación por redes ya que ésta se refiere esencialmente a problemas siempre lineales y no acoplados. En este sentido, en los casos de consolidación lineal estudiados en este trabajo sí que se podría aducir que se realiza una analogía eléctrica del proceso de consolidación de suelos. Como además, existe una solución analítica del problema, podría criticarse el trabajo, y con razón, de que no se ha ido más allá de lo que ya es conocido. En este sentido, cabe mencionar en primer lugar que el modelo propuesto es muy fiable (se utiliza la solución analítica para verificar esta fiabilidad) y que evita el engorroso tratamiento de series de lenta convergencia de la solución analítica. Además, la implementación de suelos heterogéneos, formados por capas de diferentes propiedades, la asunción condiciones de contorno no habituales y de condiciones iniciales asimismo no habituales, es una ventaja clara para la opción de la simulación numérica. Las posibilidades de uso de este método como herramienta educativa son también potencialmente interesantes.

En lo referente a los problemas de consolidación no lineal, se ha realizado una intensa y a nuestro juicio exitosa investigación, con tres objetivos iniciales:

- a) La implementación eficaz de los modelos en red, cada uno con sus particularidades, diseñando el circuito eléctrico más sencillo posible que garantice la rápida convergencia y precisión de su solución.
- b) Utilizar el método de redes para la extensión de los modelos de consolidación no lineal clásicos a casos más generales, con hipótesis menos restrictivas que las asumidas inicialmente por sus autores.
- c) Conjugar la potencia de resolución del método de redes con el análisis dimensional discriminado, cotejando mediante simulaciones numéricas los resultados postulados por ésta y permitiendo la elaboración de nuevas curvas

universales de consolidación, más generales y precisas que las existentes en la literatura científica hasta la fecha.

3.2. MODELO MATEMÁTICO

Este modelo, que reproduce, por ejemplo, la consolidación de suelos anisótropos con mechas drenantes verticales parcialmente penetrantes y con disposición en planta rectangular, con el flujo de agua en la dirección ascendente y hacia las mechas, se muestra en la Figura 3.4. Se tiene en cuenta la influencia de la anchura de la mecha (dirección x), considerando su espesor (dirección y) despreciable. Se dan condiciones de impermeabilidad en la frontera inferior y en las laterales, con excepción de la zona de ubicación de la mecha, y condición de presión nula en la frontera superior y en la zona del dren.

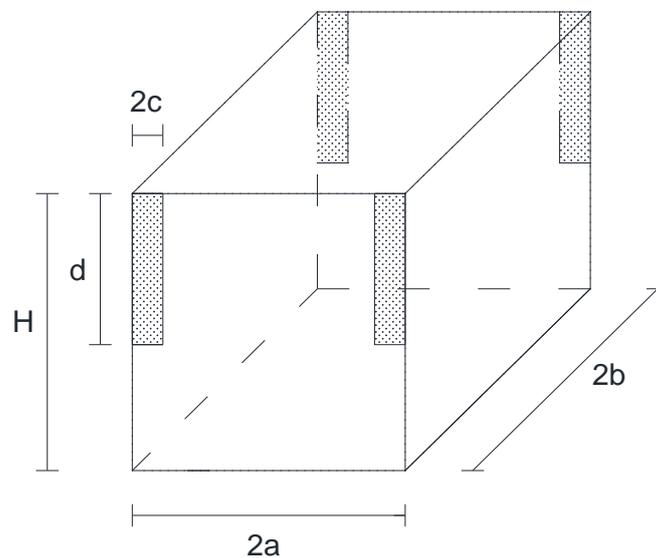


Figura 3.4 Esquema físico del proceso de consolidación 3-D (región de suelo con mechas drenantes verticales parcialmente penetrantes y disposición en planta rectangular)

En la actualidad, la instalación en un terreno con mechas drenantes verticales prefabricadas es la técnica más empleada a la hora de acelerar el proceso de consolidación en obras de ingeniería civil. Básicamente, tal y como vimos en el apartado 2.2, existen dos tipos de disposiciones en planta de las mechas drenantes: disposición rectangular y disposición al tresbolillo (Figura 3.5).

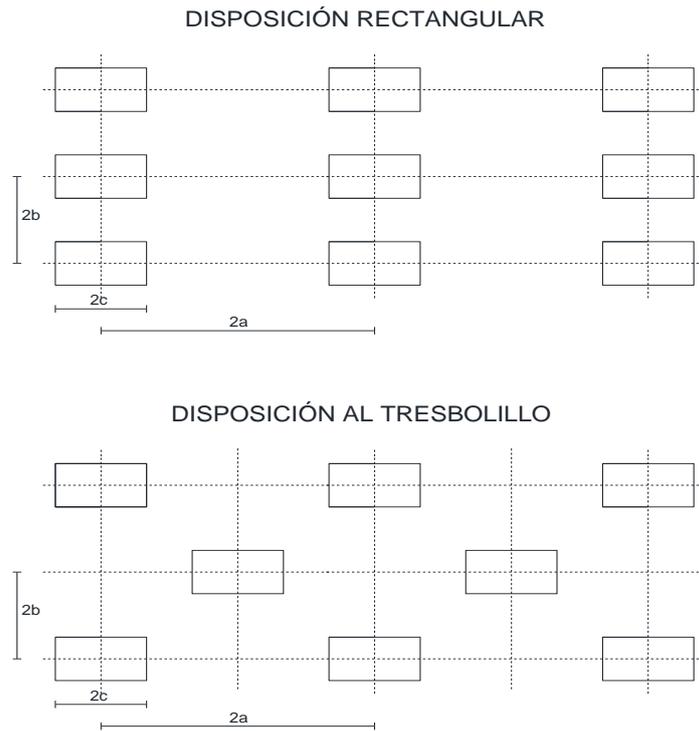


Figura 3.5 Disposiciones habituales de las mechas drenantes verticales en ingeniería civil

En la Figura 3.6 se muestra un esquema físico del problema: suelo drenado por la superficie del terreno y mediante una mecha drenante vertical de espesor despreciable que consolida, debido al efecto de una carga “ q_0 ” aplicada en superficie, en un proceso con flujo de agua 3-D en coordenadas rectangulares, bajo las condiciones de contorno indicadas.

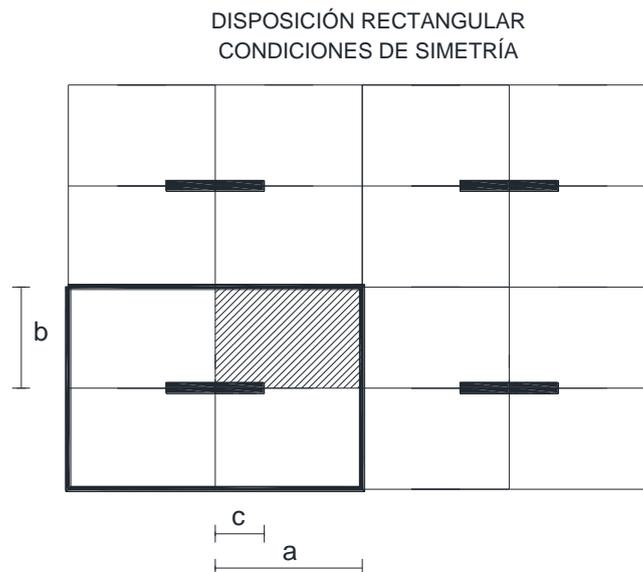


Figura 3.6 Esquema físico del problema de consolidación 3-D lineal rectangular con mechas drenantes verticales con disposición en planta rectangular

El modelo matemático, asumidas las habituales hipótesis de consolidación lineal, está formado por las ecuaciones:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{v,z} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + c_{v,x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + c_{v,y} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

En general, los coeficientes de consolidación en el plano horizontal son iguales, $c_{v,x}=c_{v,y}$. Llamando $c_{v,h}$ al coeficiente de consolidación horizontal, tenemos la siguiente ecuación de gobierno:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{v,z} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + c_{v,h} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

En cuanto a las condiciones de contorno e iniciales, tenemos:

- Drenaje superficial:

$$u_{(x,y,z=H,t)} = 0$$

- Mecha drenante:

$$u_{(x=[0,c],y=0,z=[H-d,H],t)} = 0$$

- Bordes impermeables en X:

$$\frac{\partial u}{\partial x}_{(x=0,y,z,t)} = \frac{\partial u}{\partial x}_{(x=a,y,z,t)} = 0$$

- Bordes impermeables en Y:

$$\frac{\partial u}{\partial y}_{(x=[0,c],y=0,z=[0,H-d],t)} = \frac{\partial u}{\partial y}_{(x=[c,a],y=0,z,t)} = \frac{\partial u}{\partial y}_{(x,y=b,z,t)} = 0$$

- Borde impermeable en Z:

$$\frac{\partial u}{\partial z}_{(x,y,z=0,t)} = 0$$

- Exceso de presión intersticial inicial uniforme:

$$u_{(x,y,z,t=0)} = q_0$$

3.3. MODELO EN RED

En términos de la primera derivada espacial, la ecuación de consolidación 3D se escribe en la forma:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{v,z} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \left[\frac{\partial u}{\partial z} \right]_{z^+} - \left[\frac{\partial u}{\partial z} \right]_{z^-} \right\} + c_{v,x} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left[\frac{\partial u}{\partial x} \right]_{x^+} - \left[\frac{\partial u}{\partial x} \right]_{x^-} \right\} + c_{v,y} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left[\frac{\partial u}{\partial y} \right]_{y^+} - \left[\frac{\partial u}{\partial y} \right]_{y^-} \right\}$$

Donde z^+ y z^- denotan las posiciones de las regiones de salida y entrada de la celda en la dirección Z, x^+ y x^- las posiciones de las regiones de salida y entrada en la dirección X e y^+ y y^- las posiciones de las regiones de salida y entrada en la dirección Y. En diferencias finitas, y usando la nomenclatura de la Figura 3.7, la ecuación anterior puede escribirse en la forma:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_{v,z} \frac{1}{\Delta z} \left\{ \left[\frac{u_{i+\Delta z} - u_i}{\frac{\Delta z}{2}} \right] - \left[\frac{u_i - u_{i-\Delta z}}{\frac{\Delta z}{2}} \right] \right\} + c_{v,x} \frac{1}{\Delta x} \left\{ \left[\frac{u_{i+\Delta x} - u_i}{\frac{\Delta x}{2}} \right] - \left[\frac{u_i - u_{i-\Delta x}}{\frac{\Delta x}{2}} \right] \right\} \\ + c_{v,y} \frac{1}{\Delta y} \left\{ \left[\frac{u_{i+\Delta y} - u_i}{\frac{\Delta y}{2}} \right] - \left[\frac{u_i - u_{i-\Delta y}}{\frac{\Delta y}{2}} \right] \right\}$$

O bien:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \left[\frac{u_{i+\Delta z} - u_i}{\frac{(\Delta z)^2}{2c_{v,z}}} \right] - \left[\frac{u_i - u_{i-\Delta z}}{\frac{(\Delta z)^2}{2c_{v,z}}} \right] + \left[\frac{u_{i+\Delta x} - u_i}{\frac{(\Delta x)^2}{2c_{v,x}}} \right] - \left[\frac{u_i - u_{i-\Delta x}}{\frac{(\Delta x)^2}{2c_{v,x}}} \right] + \left[\frac{u_{i+\Delta y} - u_i}{\frac{(\Delta y)^2}{2c_{v,y}}} \right] - \left[\frac{u_i - u_{i-\Delta y}}{\frac{(\Delta y)^2}{2c_{v,y}}} \right]$$

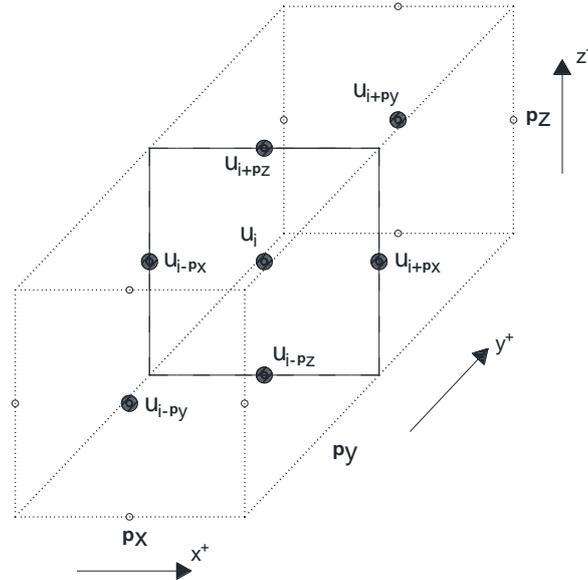


Figura 3.7 Nomenclatura de la celda elemental del proceso de consolidación rectangular 3-D

Cada uno de los términos de esta ecuación puede asociarse a un flujo eléctrico.

Definiendo las corrientes:

$$j_C = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad j_{R+\Delta z} = \frac{u_{i+\Delta z} - u_i}{\frac{(\Delta z)^2}{2c_{v,z}}}, \quad j_{R-\Delta z} = \frac{u_i - u_{i-\Delta z}}{\frac{(\Delta z)^2}{2c_{v,z}}}, \quad j_{R+\Delta x} = \frac{u_{i+\Delta x} - u_i}{\frac{(\Delta x)^2}{2c_{v,x}}}, \\ j_{R-\Delta x} = \frac{u_i - u_{i-\Delta x}}{\frac{(\Delta x)^2}{2c_{v,x}}}, \quad j_{R+\Delta y} = \frac{u_{i+\Delta y} - u_i}{\frac{(\Delta y)^2}{2c_{v,y}}}, \quad j_{R-\Delta y} = \frac{u_i - u_{i-\Delta y}}{\frac{(\Delta y)^2}{2c_{v,y}}}$$

Que satisfacen el balance:

$$j_C = j_{R+\Delta z} - j_{R-\Delta z} + j_{R+\Delta x} - j_{R-\Delta x} + j_{R+\Delta y} - j_{R-\Delta y}$$

Las resistencias:

$$R_{i+\Delta z} = R_{i-\Delta z} = \frac{(\Delta z)^2}{2c_{v,z}}, R_{i+\Delta x} = R_{i-\Delta x} = \frac{(\Delta x)^2}{2c_{v,x}}, \quad R_{i+\Delta y} = R_{i-\Delta y} = \frac{(\Delta y)^2}{2c_{v,y}}$$

y un condensador de capacidad unitaria, $C = 1$, son los dispositivos pasivos que definen el modelo en red de la celda elemental (Figura 3.8) que conecta con el de las celdas adyacentes hasta formar el modelo completo del problema.

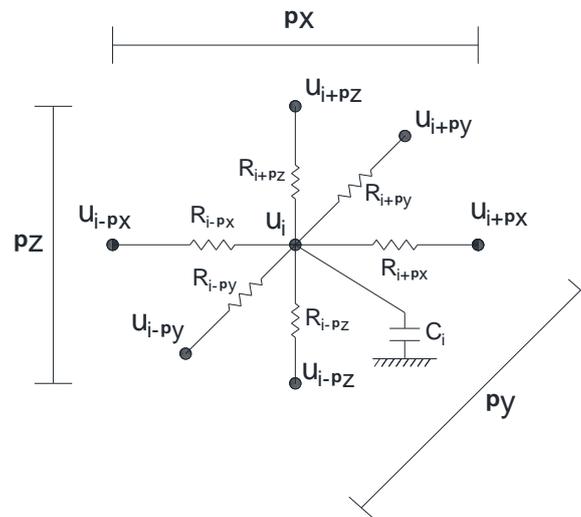


Figura 3.8 Modelo en red de la celda elemental (consolidación rectangular 3-D)

4. APLICACIONES

4.1. INFLUENCIA DE LA PROFUNDIDAD DE PENETRACIÓN DE LA MECHA

De cara a nuestra investigación se ha procedido a simular el problema de consolidación para un estrato de suelo en el que inicialmente no existen mechas drenantes y toda la expulsión del agua se hace a través de la superficie del terreno. Tras ello, se procede a simular distintos escenarios de consolidación para el mismo estrato de suelo, en el que vamos variando la profundidad de penetración de la mecha drenante, de manera que podamos cuantificar como afecta esta profundidad al problema de la consolidación.

La disposición en planta de las mechas drenantes se ha considerado que es rectangular. En concordancia con la Figura 3.6, la geometría queda resumida en la Tabla 4.1.

Separación entre mechas de una misma hilera	$2a$	2 m
Separación entre hileras	$2b$	2 m
Anchura de mecha	$2c$	0.10 m

Tabla 4.1 Geometría de la cuadrícula de mechas

Se ha realizado un total de 10 simulaciones de consolidación con mechas drenantes, introducidas a distintas profundidades (d), además del caso inicial de consolidación sin mechas drenantes. Estas 10 simulaciones van desde un 10% de profundidad de penetración de la mecha a un 100% (en intervalos de 10% en 10%).

Para cada una de las simulaciones se han obtenido los siguientes resultados:

- La evolución en el tiempo del exceso de presión intersticial en una columna de suelo lo más alejada posible de la mecha drenante ($X = 1$ m, $Y = 1$ m) y en una columna de suelo situada a una distancia correspondiente al 20% del dominio de influencia de la mecha drenante ($X = 0.2$ m, $Y = 0.2$ m).
- La evolución temporal del grado medio de consolidación en todo el medio.
- La evolución en el tiempo de los asientos locales en una columna de suelo lo más alejada posible de la mecha drenante ($X = 1$ m, $Y = 1$ m) y en una columna de suelo situada a una distancia correspondiente al 20% del dominio de influencia de la mecha drenante ($X = 0.2$ m, $Y = 0.2$ m).
- Distribución de asientos en superficie para un instante temprano, a un 20% del grado medio de consolidación, y para el tiempo correspondiente a un 90% del grado medio de consolidación.

Las propiedades del terreno para el que se han llevado a cabo las simulaciones quedan resumidas en la Tabla 4.2.

Permeabilidad vertical	k_v	0.01 m/año
Permeabilidad horizontal	k_h	0.03 m/año
Coefficiente de compresibilidad	a_v	0.000002 m ² /N
Relación de vacíos	e_o	1.25
Espesor del estrato	H	3 m

Tabla 4.2 Características del suelo

Los asentamientos obtenidos se comparan con los proporcionados por la siguiente expresión teórica, *Berry y Reid* [1993].

$$s_f = H * q_o * \frac{a_v}{1 + e_o}$$

Donde, para un valor de $q = 50.000 \text{ N/m}^2$ (el valor de la carga en superficie en todas nuestras simulaciones), y con los valores de la Tabla 4.2, se obtiene un resultado para el asiento final por consolidación de 13.3 centímetros.

De todas las simulaciones realizadas pasamos a representar las figuras obtenidas para los casos $d/H = 0$; $d/H = 0.3$; $d/H = 0.5$; $d/H = 1$, los cuales consideramos suficientemente representativos para entender el comportamiento del suelo.

Caso 01 - Sin mecha drenante

Como se puede apreciar en la Figura 4.1.1, al ejercer la carga sobre el terreno ésta es transmitida instantáneamente al agua, experimentándose un exceso de presión intersticial en los poros del suelo.

Se puede apreciar como al no existir ningún tipo de mecha drenante y producirse todo el drenaje de forma vertical, las dos columnas de suelo estudiadas presentan las mismas presiones intersticiales en todo momento.

Se puede apreciar también como en las capas más superficiales (“Z” de mayor valor), el exceso de presión intersticial se disipa antes que en las capas inferiores del suelo.

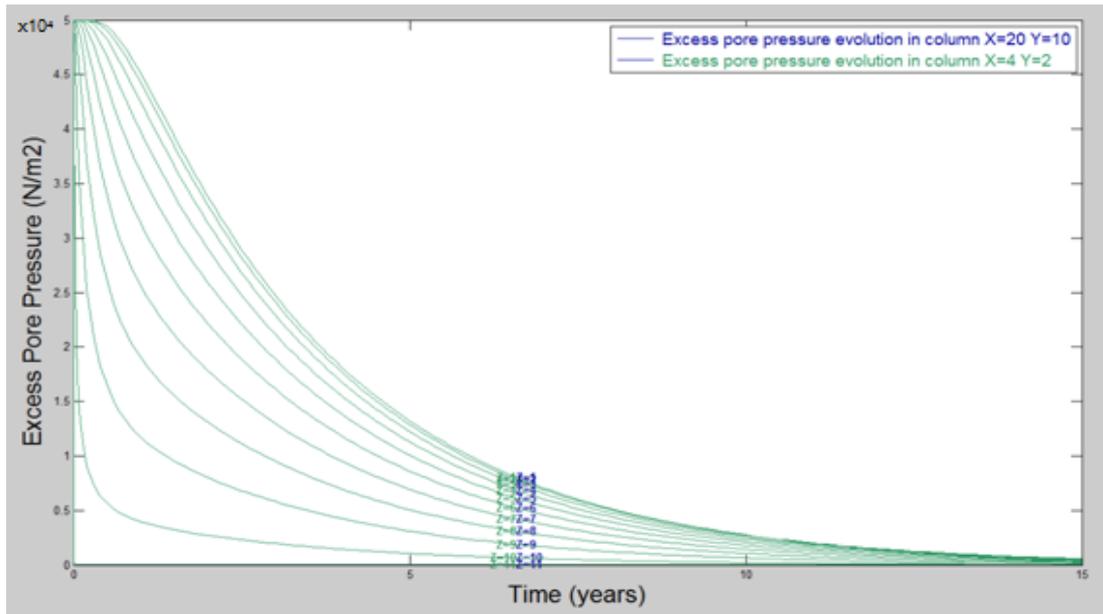


Figura 4.1.1 Evolución del exceso de presión intersticial en dos columnas de suelo: (X=1 m, Y=1 m) y (X=0.2 m, Y=0.2 m). Sin mecha drenante

La evolución del grado medio de consolidación se presenta en la Figura 4.1.2. En ella podemos ver como el tiempo para el que se alcanza un valor medio del 90% del asiento final por consolidación, tomando este porcentaje como un valor suficientemente alto como para ya no dañar a las estructuras ubicadas encima del suelo, es de 6.67 años.

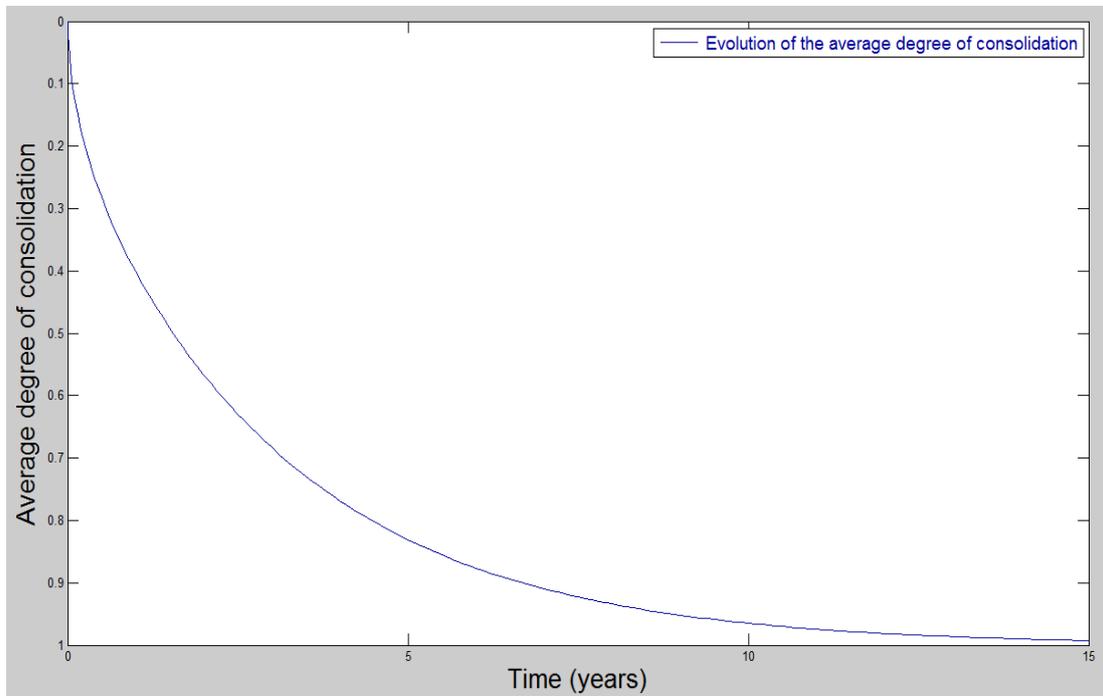


Figura 4.1.2 Evolución del grado medio de consolidación. Sin mecha drenante

Por su parte el valor de los asientos en el terreno evoluciona parejamente al de la disipación de presión intersticial dentro de los poros del terreno, como se puede ver en la Figura 4.1.3. En este caso, las dos verticales estudiadas en el terreno asientan de igual forma, evolucionando en el tiempo de forma asintótica hasta llegar al valor máximo teórico de 13.3 centímetros.

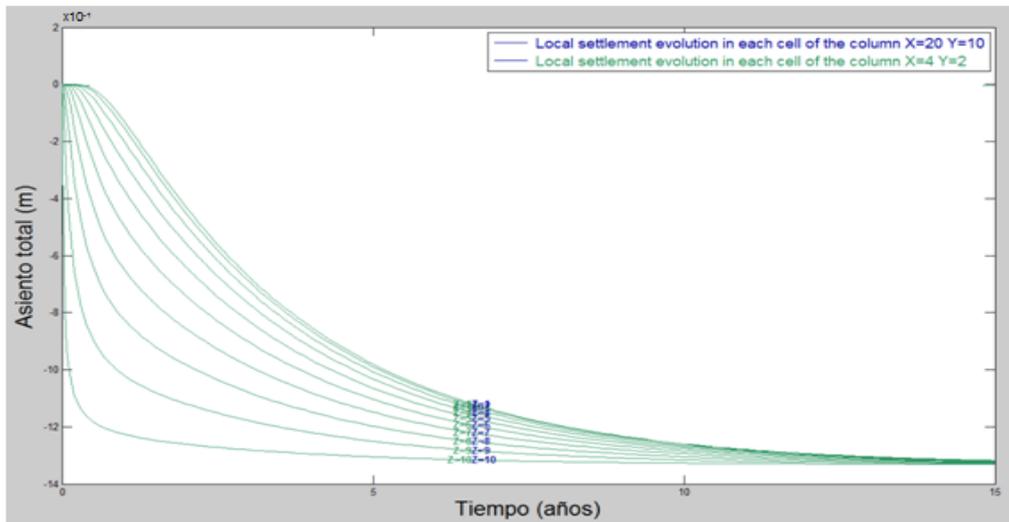


Figura 4.1.3 Evolución del asiento local en dos columnas de suelo: (X=1 m, Y=1 m) y (X=0.2 m, Y=0.2 m). Sin mecha drenante

Para conseguir al menos un 20% de la consolidación media del terreno, se requerirían en torno a 0.3 años. La distribución de asientos en superficie se recoge en la Figura 4.1.4, en ella podemos ver al igual que para el estudio de presiones de poro, que los asientos son completamente homogéneos en el terreno al no existir mechas drenantes dispuestas en este caso y drenar el agua entera de forma vertical.

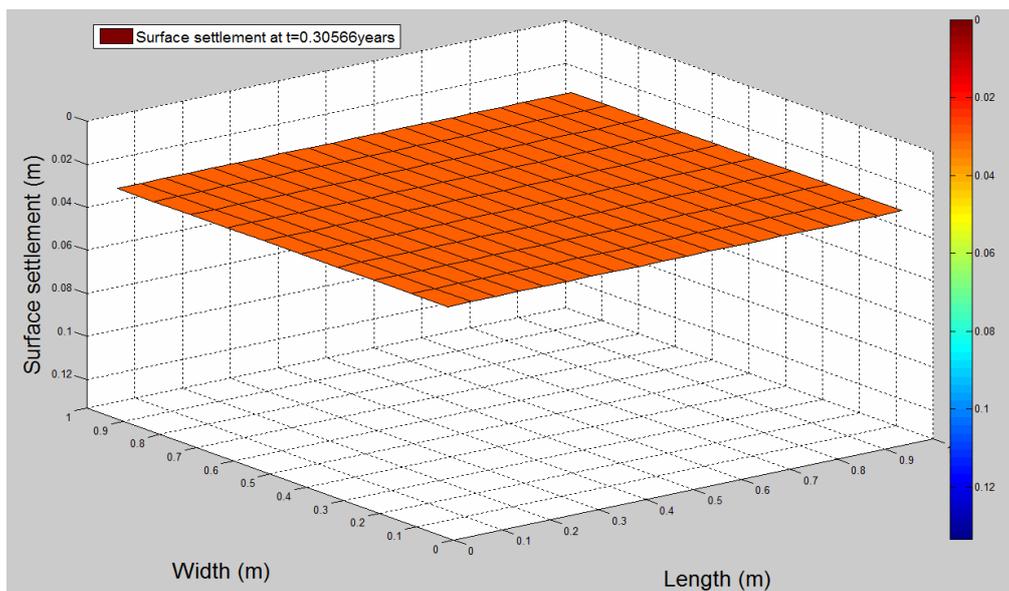


Figura 4.1.4 Asiento en superficie para una consolidación media del 20%. Sin mecha drenante

Por su parte, como se aprecia en la Figura 4.1.5, para llegar a un 90% de consolidación en promedio necesitaremos aproximadamente 22 veces más de tiempo que para el 20% de consolidación, desarrollándose igualmente esta de forma homogénea en el espacio.

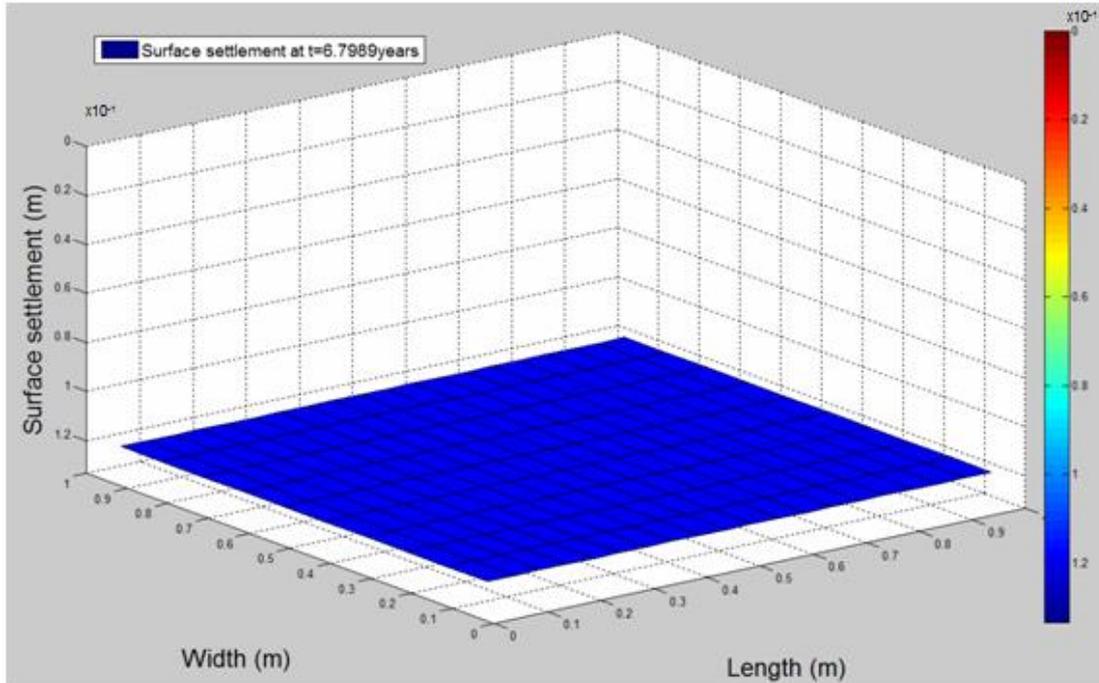


Figura 4.1.5 Asiento en superficie para una consolidación media del 90%. Sin mecha drenante

Caso 02 - Mecha penetrante un 30%

Para este caso, introducimos la mecha drenante en el terreno hasta una profundidad relativa del 30% ($d/H = 0.3$). Se puede apreciar en la Figura 4.1.6 como la influencia de la mecha hace que el exceso de presión intersticial (que comienza siendo de igual valor en todos los puntos del medio en el instante inicial), con la evolución del tiempo, sea de menor valor en las zonas de suelo cercanas a la misma, pues éstas consiguen disipar antes este exceso de presión.

Se puede apreciar también como para las capas más profundas del terreno, donde no llega la mecha drenante, la disipación de presión de poros apenas se ve influenciada por la mecha, siendo para cualquier vertical del terreno prácticamente de igual valor.

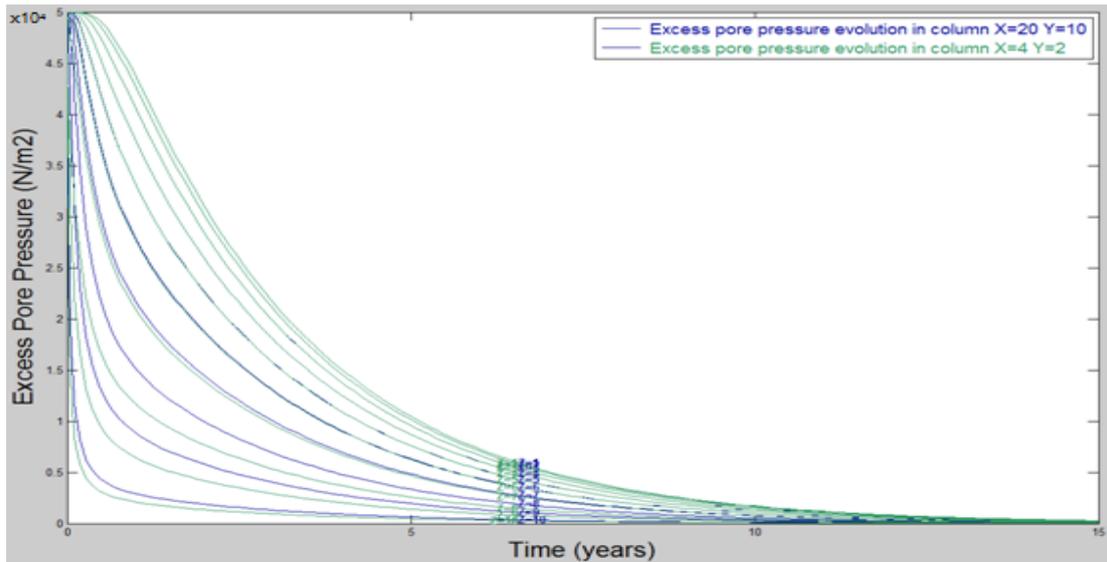


Figura 4.1.6 Evolución del exceso de presión intersticial en dos columnas de suelo: (X=1 m, Y=1 m) y (X=0.2 m, Y=0.2 m). Mecha drenante hasta un 30% del estrato de suelo

La evolución del grado medio de consolidación se presenta en la Figura 4.1.7. En ella podemos ver como el tiempo para el que se alcanza un valor medio del 90% del asiento final por consolidación es de 5.63 años. De esta manera, vemos como la instalación de la mecha drenante ha acelerado el proceso de la consolidación. En este caso, introducirla hasta un 30% del espesor del estrato produce una reducción del tiempo de consolidación en torno al 15%.

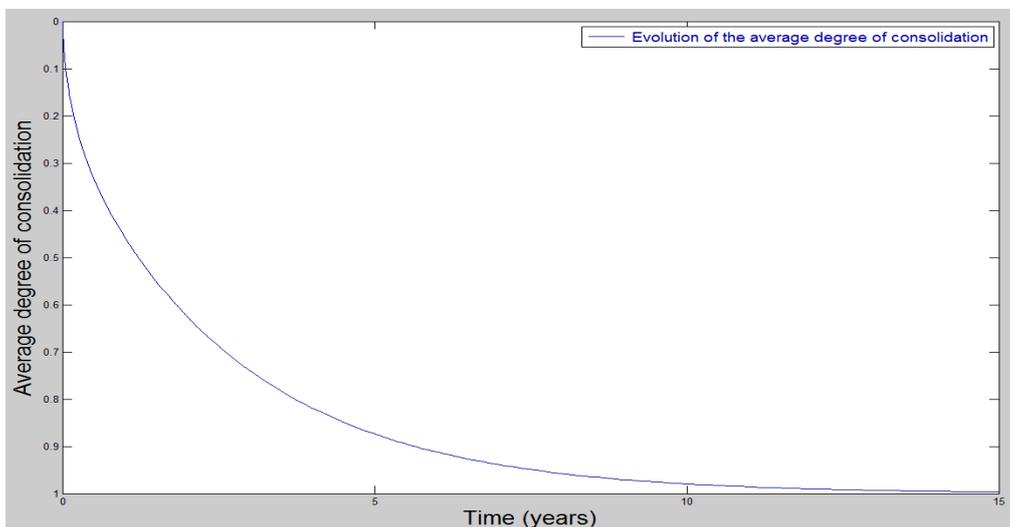


Figura 4.1.7 Evolución del grado medio de consolidación. Mecha drenante hasta un 30% del estrato de suelo

El valor de los asientos en el terreno continua evolucionando paralelamente al de la disipación de presión intersticial dentro de los poros del terreno, como se puede ver en la Figura 4.1.8. En este caso, las dos verticales estudiadas ya no asientan de la misma

manera, de manera que en las capas más superficiales el valor del asiento es algo mayor en la parte cercana a la mecha que en las más partes alejadas.

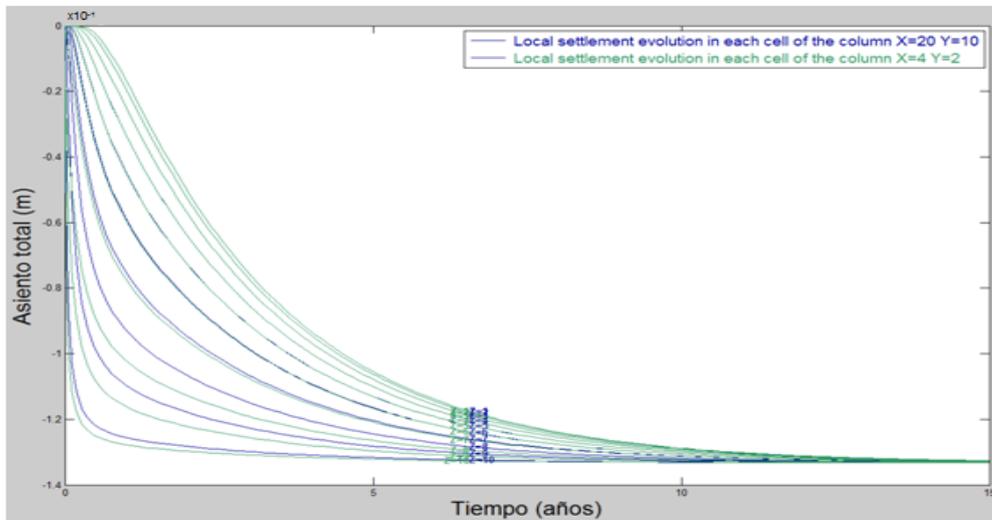


Figura 4.1.8 Evolución del asiento local en dos columnas de suelo: (X=1 m, Y=1 m) y (X=0.2 m, Y=0.2 m). Mecha drenante hasta un 30% del estrato de suelo

La distribución de asientos en superficie para un 20% de la consolidación media del terreno, para este caso, se puede ver en la Figura 4.1.9. Este nivel de consolidación se consigue para un tiempo en torno a 0.2 años, tiempo que rebaja en un 50% el tiempo que se hubiese necesitado para alcanzar este nivel de consolidación sin mechas drenantes. La distribución de asientos en superficie muestra una leve influencia de la mecha drenante en las cercanías de la misma.

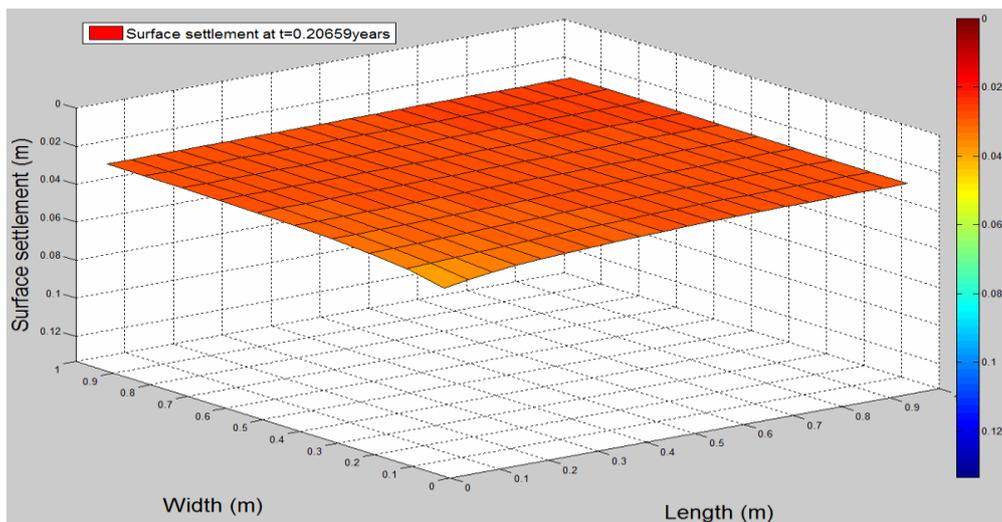


Figura 4.1.9 Asiento en superficie para una consolidación media del 20%. Mecha drenante hasta un 30% del estrato de suelo

Por otro lado, tal y como se aprecia en la Figura 4.1.10, para llegar al 90% de consolidación necesitaremos aproximadamente 28 veces más de tiempo que para el

20% de consolidación, siendo ahora la distribución de asientos completamente homogénea.

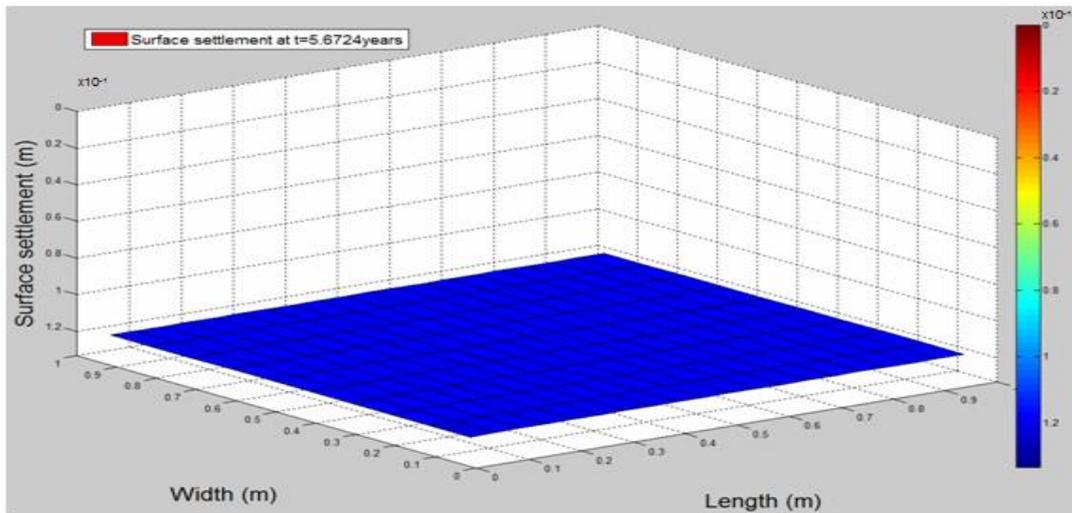


Figura 4.1.10 Asiento en superficie para una consolidación media del 90%. Mecha drenante hasta un 30% del estrato de suelo

Caso 03 - Mecha penetrante un 50%

Para este caso, en el que la mecha ya alcanza una profundidad importante dentro del terreno, se aprecia, como muestra la Figura 4.1.11, que la disipación de presión intersticial es mucho más rápida que en los casos anteriores. Las verticales de terreno cercanas a la mecha drenante muestran una disipación más rápida que las verticales situadas lejos de la mecha, siendo esta diferencia aún mayor en las capas superficiales que están en contacto con las mechas.

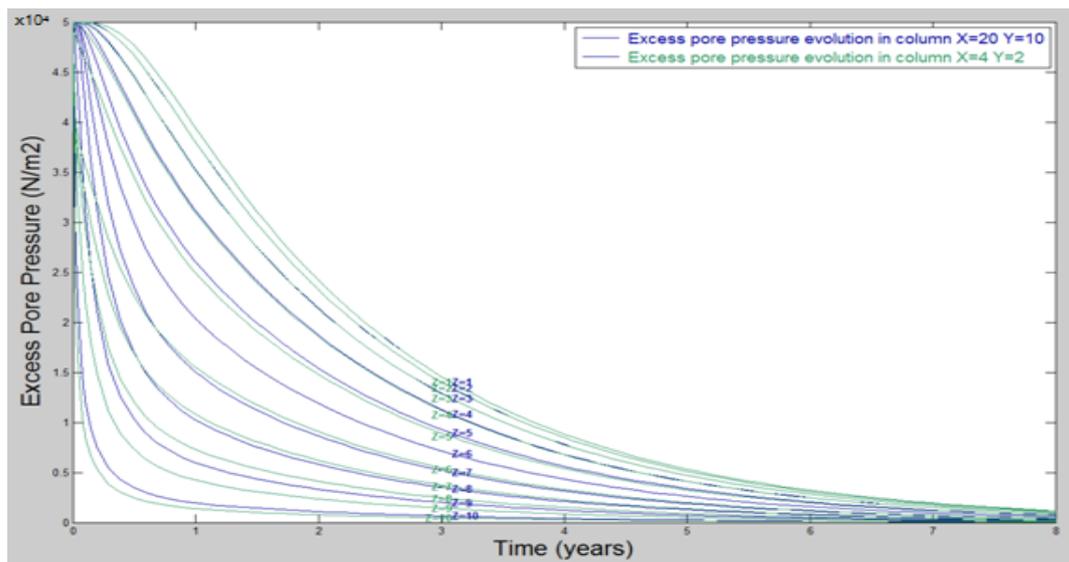


Figura 4.1.11 Evolución del exceso de presión intersticial en dos columnas de suelo: (X=1 m, Y=1 m) y (X=0.2 m, Y=0.2 m). Mecha drenante hasta un 50% del estrato de suelo

La evolución del grado de consolidación para un 50% de profundidad de la mecha drenante se puede apreciar en la Figura 4.1.12. El tiempo para el que se produce un valor del 90% de la consolidación es de 3.91 años, siendo este valor un 42% menor que en el caso de no haber introducido mechas drenantes en el terreno y un 30% que en el caso de haber introducido mechas drenantes hasta un 30% del espesor del suelo.

Estos datos indican que una mecha drenante introducida hasta esta profundidad causa modificaciones importantes en los tiempos de consolidación.

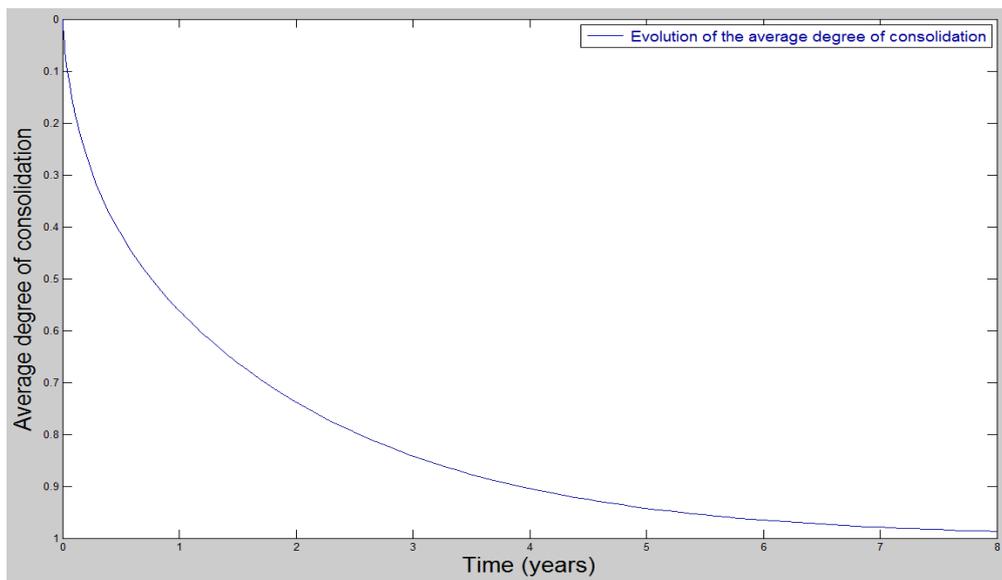


Figura 4.1.12 Evolución del grado medio de consolidación. Mecha drenante hasta un 50% del estrato de suelo

En la Figura 4.1.13, se puede observar la evolución de los asentamientos en las dos verticales de terreno estudiadas. Los tiempos para los que se van alcanzando los asentamientos finales se acortan respecto a los casos anteriores.

Además, las zonas cercanas a la mecha ven más acusado adelanto en el asentamiento respecto a los casos anteriores, debido a la influencia de la mayor penetración de la mecha.

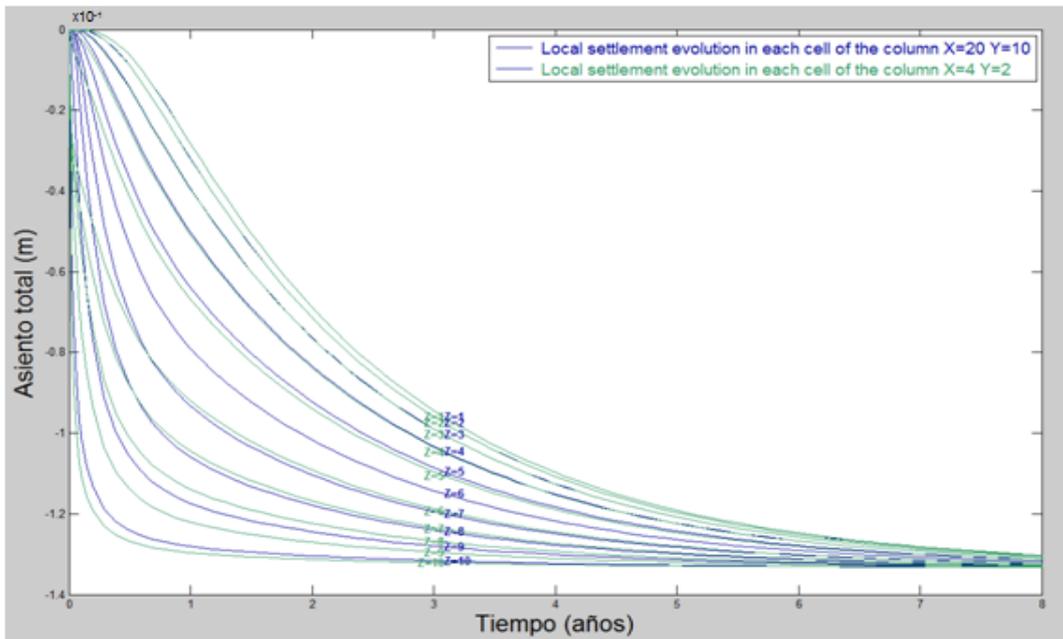


Figura 4.1.13 Evolución del asiento local en dos columnas de suelo: (X=1 m, Y=1 m) y (X=0.2 m, Y=0.2 m). Mecha drenante hasta un 50% del estrato de suelo

La distribución de asientos superficiales para un 20% de consolidación en promedio, para un 50% de la profundidad de penetración de la mecha, se puede ver en la Figura 4.1.14. Este nivel de consolidación se consigue para un tiempo en torno a 0.12 años, tiempo menor que los casos anteriores. La distribución de asientos en superficie muestra una mayor influencia de la mecha drenante que en los casos estudiados anteriormente para distintas profundidades de mecha.

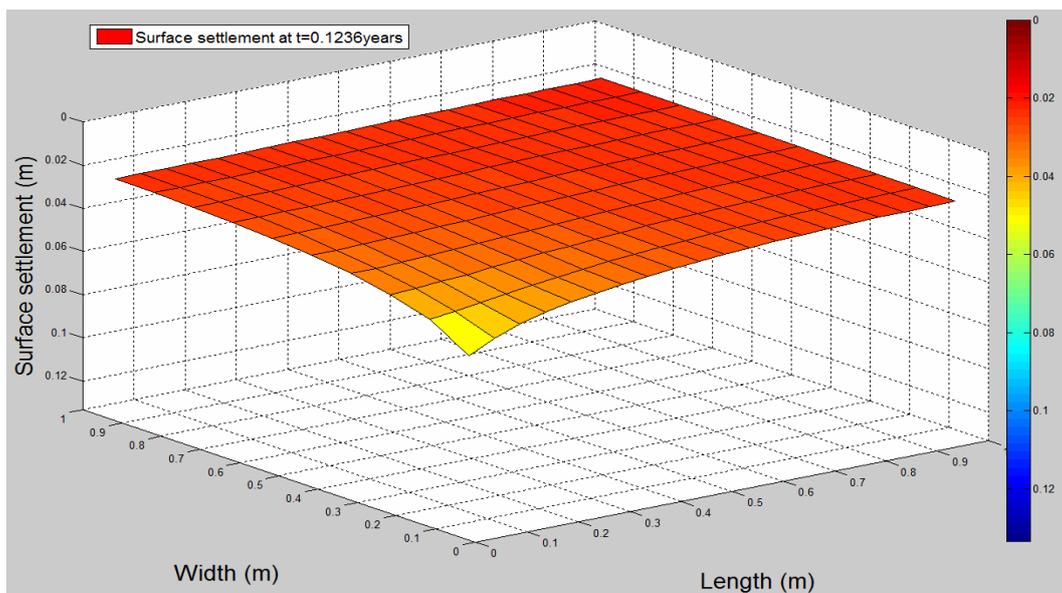


Figura 4.1.14 Asiento en superficie para una consolidación media del 20%. Mecha drenante hasta un 50% del estrato de suelo

Por su parte, esta influencia prácticamente desaparece al alcanzar 90% de consolidación en promedio, como se puede apreciar en la Figura 4.1.15.

En este caso, para conseguir un 90% de consolidación necesitamos en torno a 32 veces más de tiempo que el necesario para alcanzar un 20% de consolidación.

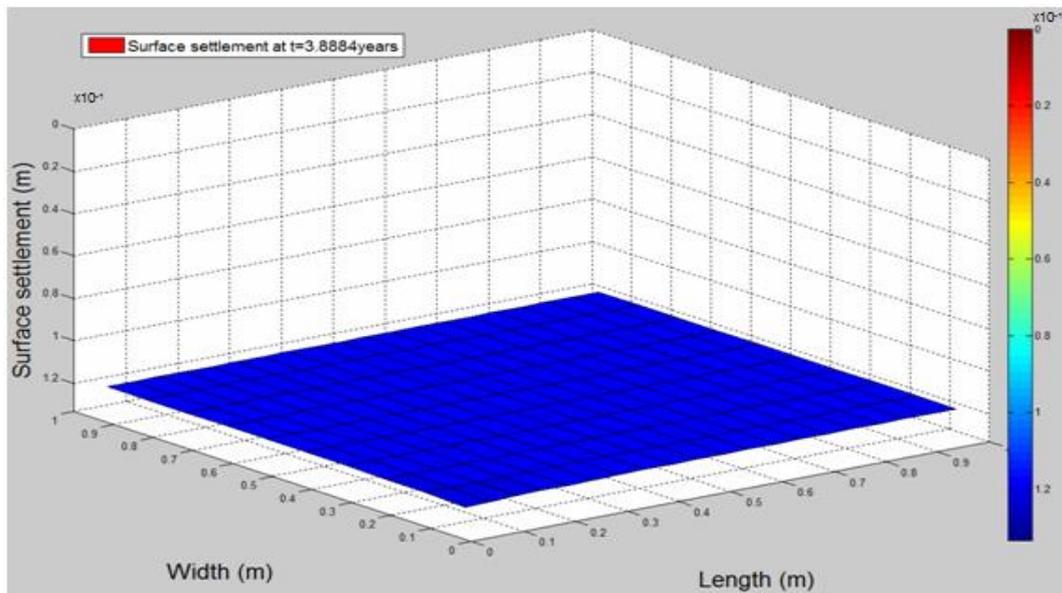


Figura 4.1.15 Asiento en superficie para una consolidación media del 90%. Mecha drenante hasta un 50% del estrato de suelo

Caso 04 - Mecha totalmente penetrante

Este es el caso donde la mecha llega a toda la profundidad del suelo, viendo reflejada de forma clara su influencia sobre ellas.

En la Figura 4.1.16 se puede apreciar este hecho. La práctica totalidad de la disipación del exceso de presión de poro se consigue en un tiempo menor que en todos los otros casos. Además, a edades tempranas de consolidación, esta reducción de presión de poro se ve importantemente reducida, sobre todo en las zonas cercanas a la mecha drenante.

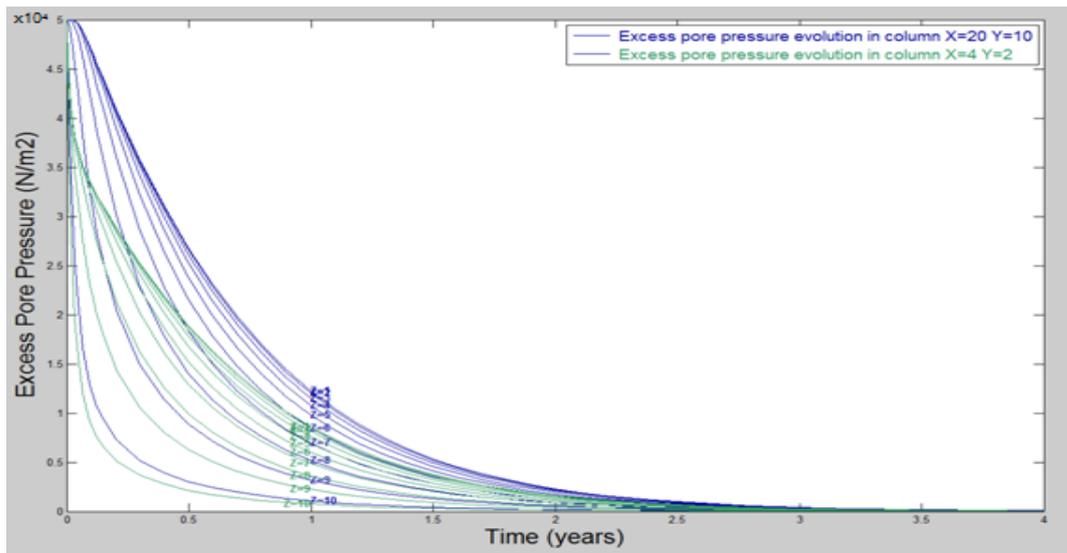


Figura 4.1.16 Evolución del exceso de presión intersticial en dos columnas de suelo: (X=1 m, Y=1 m) y (X=0.2 m, Y=0.2 m). Mecha drenante hasta un 100% del estrato de suelo

La evolución del grado medio de consolidación para este caso se muestra en la Figura 4.1.17. El tiempo para el que se produce un valor del 90% de la consolidación es de 1.23 años, siendo este resultado un valor muy inferior a los otros casos.

Respecto al caso de no introducir mechas drenantes en el terreno, este resultado supone una reducción del 82% de su valor, mientras que para el caso de introducir las mechas al 30% de profundidad se reduce su valor en un 78% y en el caso de introducir las mechas drenantes hasta un 50% de su profundidad, se alcanza un valor menor del 68%.

Estos datos muestran una gran influencia en los tiempos de consolidación del suelo de las mechas drenantes.

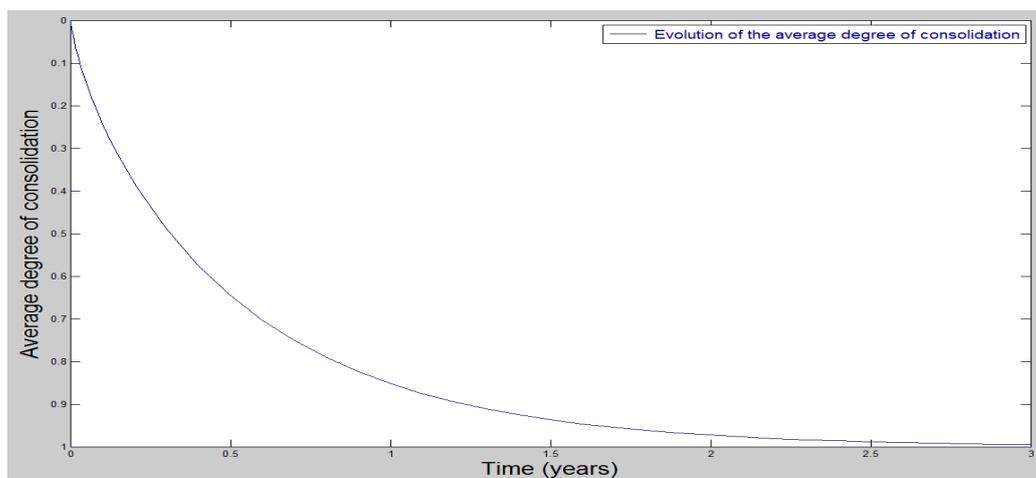


Figura 4.1.17 Evolución del grado medio de consolidación. Mecha drenante hasta un 100% del estrato de suelo

En la Figura 4.1.18, observamos la evolución de los asientos en las dos verticales de terreno estudiadas donde, esta vez, la variación de asentamiento entre verticales cercanas y lejanas a la mecha drenante sí que resulta bastante acusada en valor para edades tempranas de consolidación, yendo esta suavizándose a medida que se avanza en el tiempo. Además, los tiempos para conseguir los distintos niveles de asiento en el terreno son inferiores que para los casos anteriores.

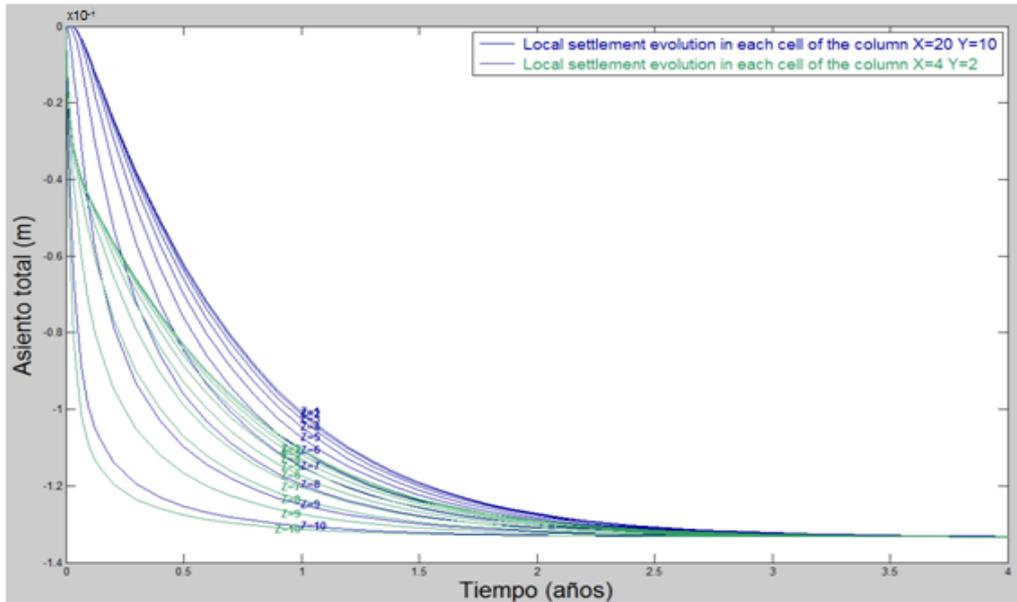


Figura 4.1.18 Evolución del asiento local en dos columnas de suelo: (X=1 m, Y=1 m) y (X=0.2 m, Y=0.2 m). Mecha drenante hasta un 100% del estrato de suelo

La distribución de asientos superficiales para un 20% de consolidación en promedio, para este caso, se puede apreciar en la Figura 4.1.19, alcanzándose éste en torno a los 0.07 años. Este valor supone un 75% de reducción en el tiempo de consolidación respecto del caso de no poner mechas drenantes en el terreno.

Por su parte, los asientos diferenciales en la superficie del terreno en este nivel de consolidación resultan evidentes. Se muestra una fuerte influencia de la mecha drenante en las cercanías de la misma donde el asentamiento está mucho más avanzado que las partes lejanas a la mecha.

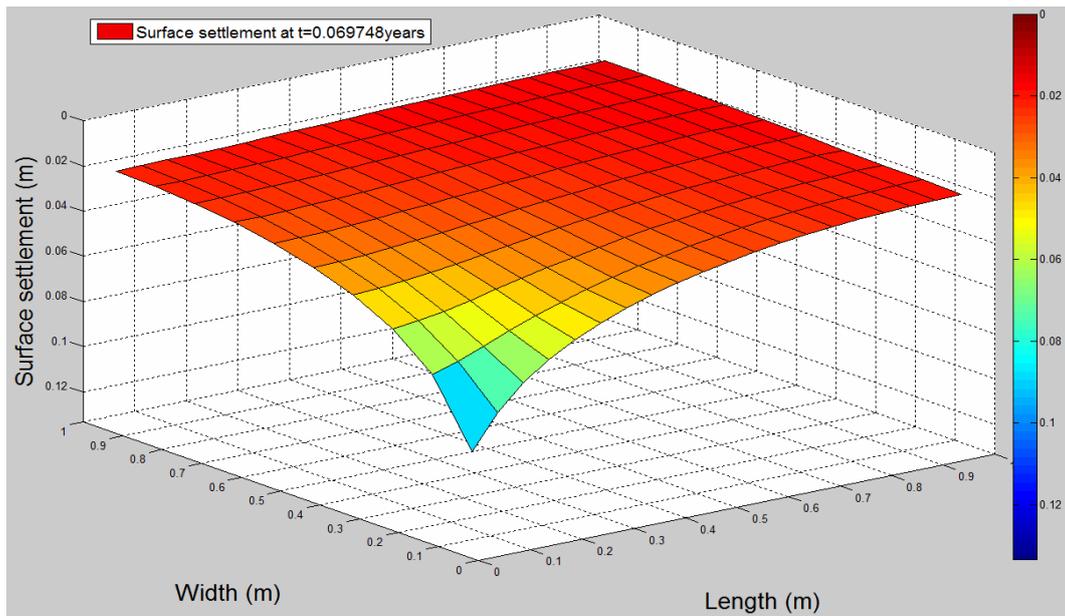


Figura 4.1.19 Asiento en superficie para una consolidación media del 20%. Mecha drenante hasta un 100% del estrato de suelo

Para finalizar, esta influencia se reduce de forma importante al conseguir un 90% de la consolidación media del terreno, tal como muestra la Figura 4.1.20.

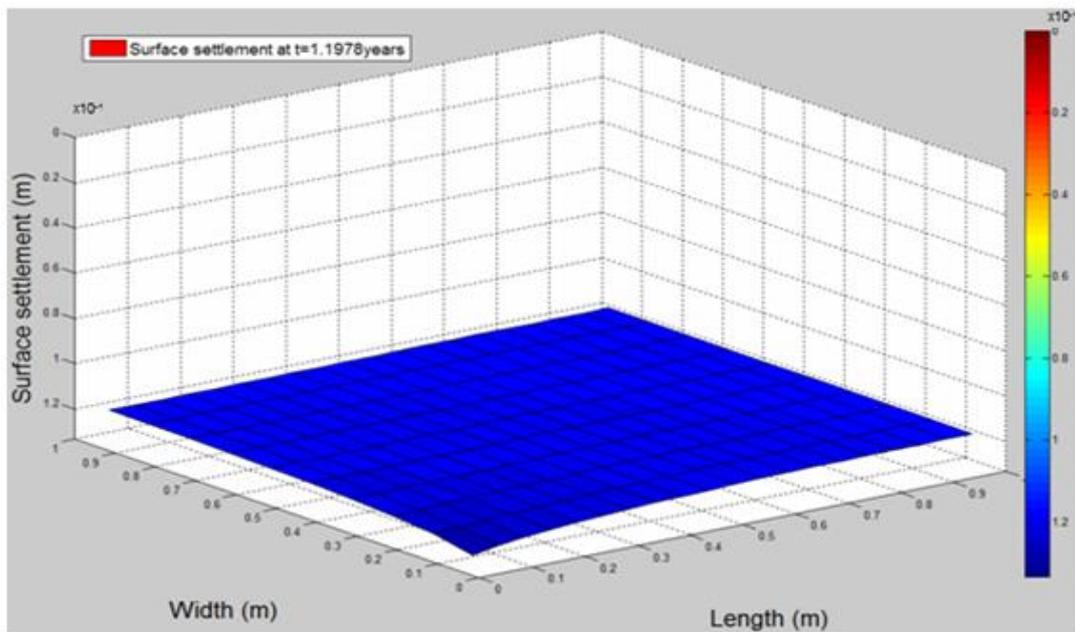


Figura 4.1.20 Asiento en superficie para una consolidación media del 90%. Mecha drenante hasta un 100% del estrato de suelo

Para finalizar, se expone a modo resumen, para cada una de las 11 simulaciones, el tiempo necesario para alcanzar el 90% de la consolidación media del terreno (t_{90}).

Tabla 4.3.

Profundidad de mecha drenante	t_{90} (años)
Sin mecha	6.67
0.3	6.62
0.6	6.29
0.9	5.63
1.2	4.8
1.5	3.91
1.8	3.07
2.1	2.37
2.4	1.83
2.7	1.45
3	1.23

Tabla 4.3 Tiempo requerido para llegar al 90% de consolidación en promedio

La cual nos dibuja la siguiente grafica de tiempos (Figura 4.1.21)

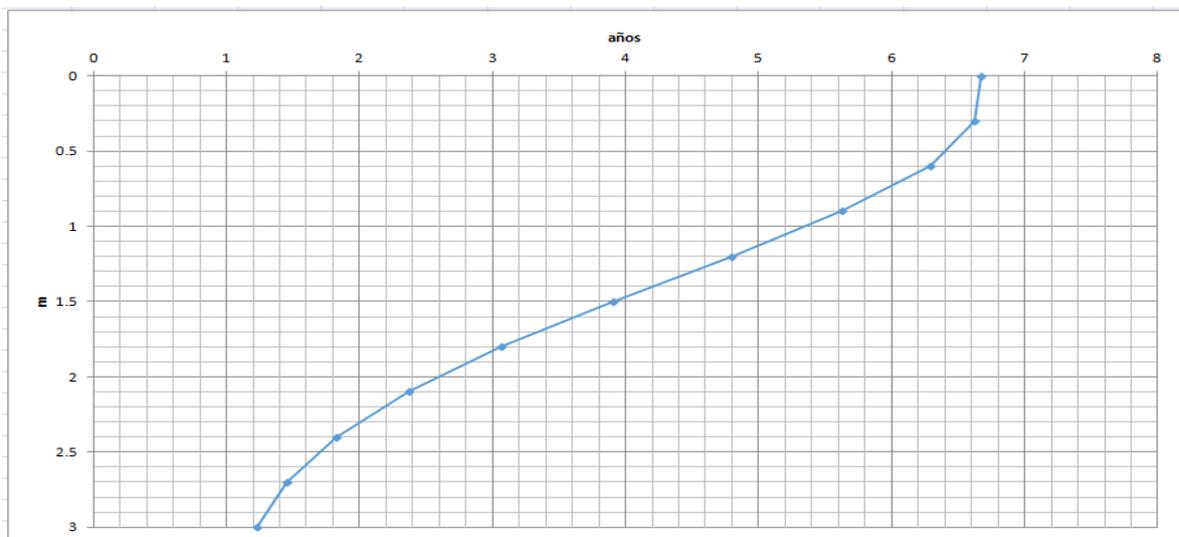


Figura 4.1.21 Representación gráfica del t_{90} para los once casos simulados

En ella se ve como la profundidad de la mecha drenante en el terreno resulta determinante, de manera que a mayor profundidad de penetración de la mecha más se reducen los tiempos de consolidación.

4.2 INFLUENCIA DE LA SEPARACIÓN ENTRE MECHAS

La siguiente parte de la investigación trata de determinar la influencia del espaciado existente entre las hileras de mechas drenantes. Se han tomado, en esta ocasión, una separación entre mechas de 2 metros ($a = 1 \text{ m}$), mientras que la distancia entre hileras se hace variar desde los 2 metros hasta 1 metro (desde $b = 1 \text{ m}$ hasta $b = 0.5 \text{ m}$).

Con una variación entre hileras de 10 centímetros entre cada simulación, y considerando únicamente los casos en los que la profundidad de penetración de la mecha es del 50% y del 100%, se ha realizado un total de 12 simulaciones.

De forma representativa de todas ellas mostramos las graficas obtenidas para la distancia entre hileras de un 1 metro, 70 centímetros y 50 centímetros, respectivamente.

Las representaciones gráficas de resultados que se muestran son las mismas que las del apartado anterior (en este apartado, la representación del asiento superficial se muestra para los tiempos t_{60} y t_{90}). Tampoco varían las propiedades del terreno ni la carga superficial aplicada.

Caso 01 - Mecha penetrante al 50%, distancia entre hileras de 1 m

Este caso coincide con el “Caso 03” del apartado anterior. Contamos con una mecha que llega hasta la mitad del estrato. La evolución del exceso de presión intersticial se muestra la Figura 4.2.1.

Los efectos de la carga en superficie se transmiten inmediatamente al agua intersticial, que disipa progresivamente, a lo largo del tiempo, el exceso de presión. La distribución espacial se ve afectada por las mechas habiendo una disipación mayor en regiones cercanas a la mecha.

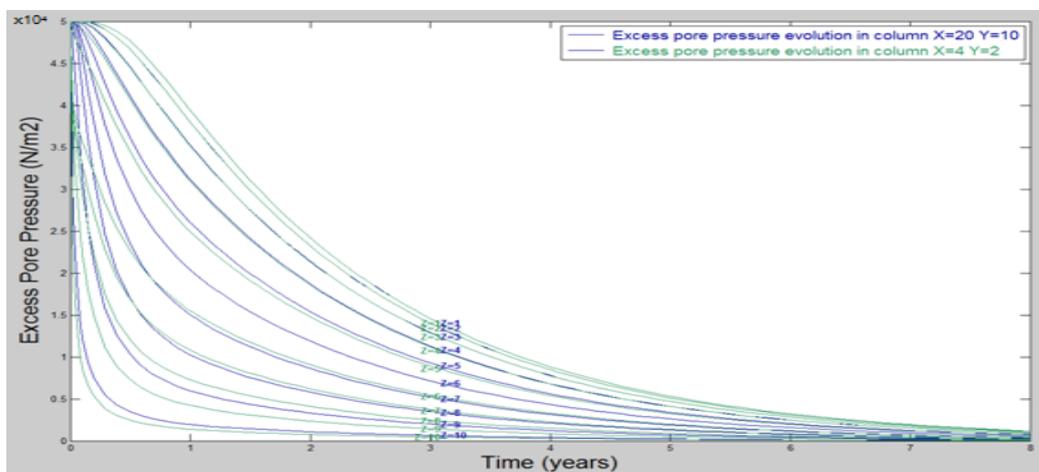


Figura 4.2.1 Evolución del exceso de presión intersticial en dos columnas de suelo: ($X=1 \text{ m}$, $Y=1 \text{ m}$) y ($X=0.2 \text{ m}$, $Y=0.2 \text{ m}$). Mecha drenante hasta un 50% del estrato de suelo

La evolución del grado medio de consolidación, para este caso, se puede apreciar en la Figura 4.2.2. El tiempo para el que se produce un valor del 90% de la consolidación es de 3.91 años, notándose, de forma importante, la influencia de las mechas en los tiempos de consolidación.

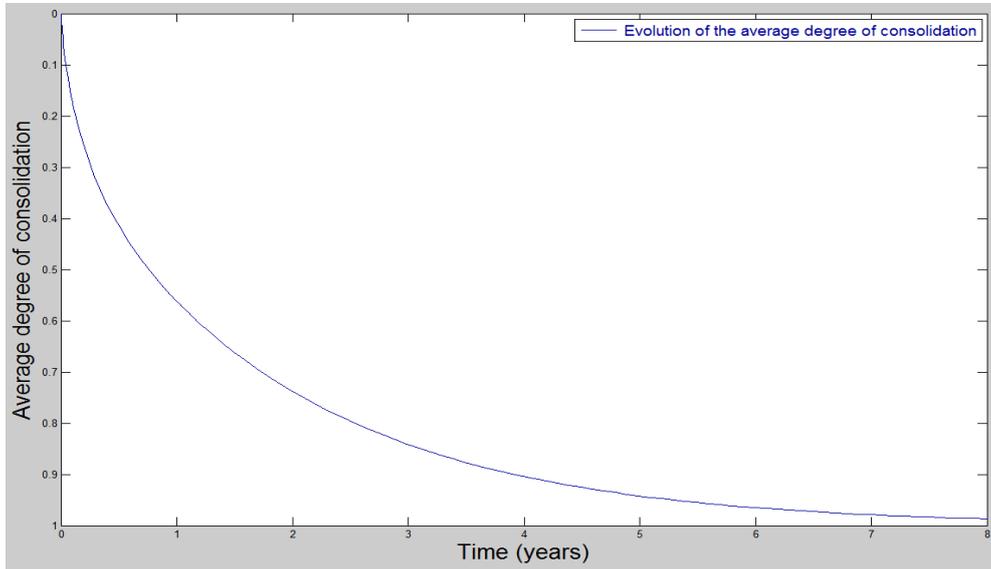


Figura 4.2.2 Evolución del grado medio de consolidación. Mecha drenante hasta un 50% del estrato de suelo

En la Figura 4.2.3, se observa la evolución de los asentamientos en dos verticales de terreno estudiadas. Este se correlaciona en el tiempo con la disipación de presión intersticial. Se aprecia que las zonas cercanas a la mecha sufren un asentamiento más acusado siendo la parte más superficial del terreno la que asienta de forma más rápida.

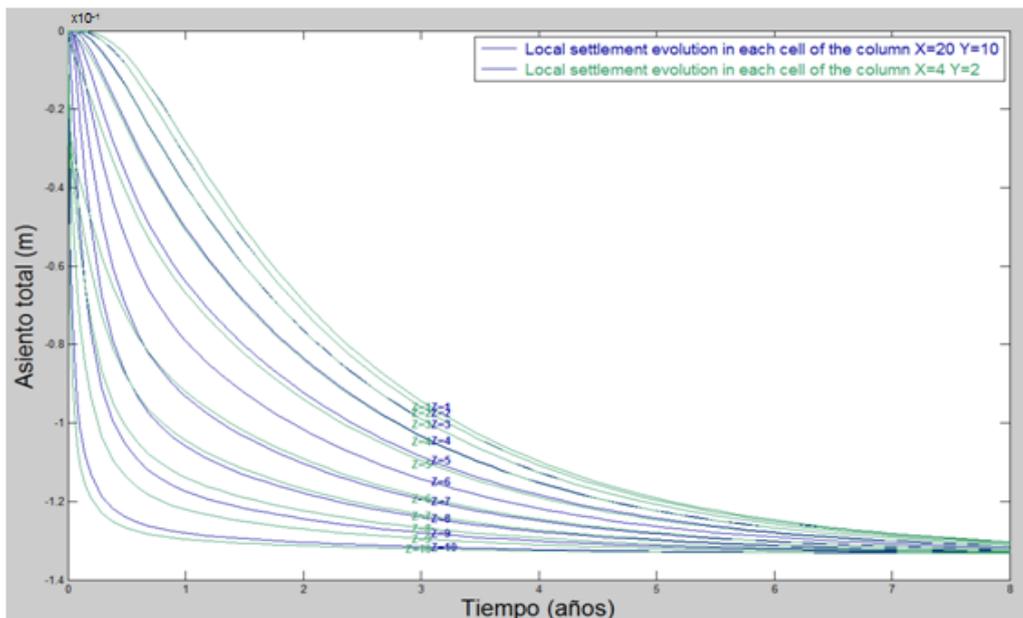


Figura 4.2.3 Evolución del asiento local en dos columnas de suelo: (X=1 m, Y=1 m) y (X=0.2 m, Y=0.2 m). Mecha drenante hasta un 50% del estrato de suelo

La distribución de asentamientos en superficie, para un 60% de consolidación en promedio del terreno, en este caso, se puede ver en la Figura 4.2.4. Este nivel de consolidación se consigue para un tiempo en torno a 1.2 años. Los asentamientos diferenciales en la superficie del terreno en este nivel de consolidación resultan evidentes, mostrándose una fuerte influencia de la mecha drenante en las cercanías de la misma

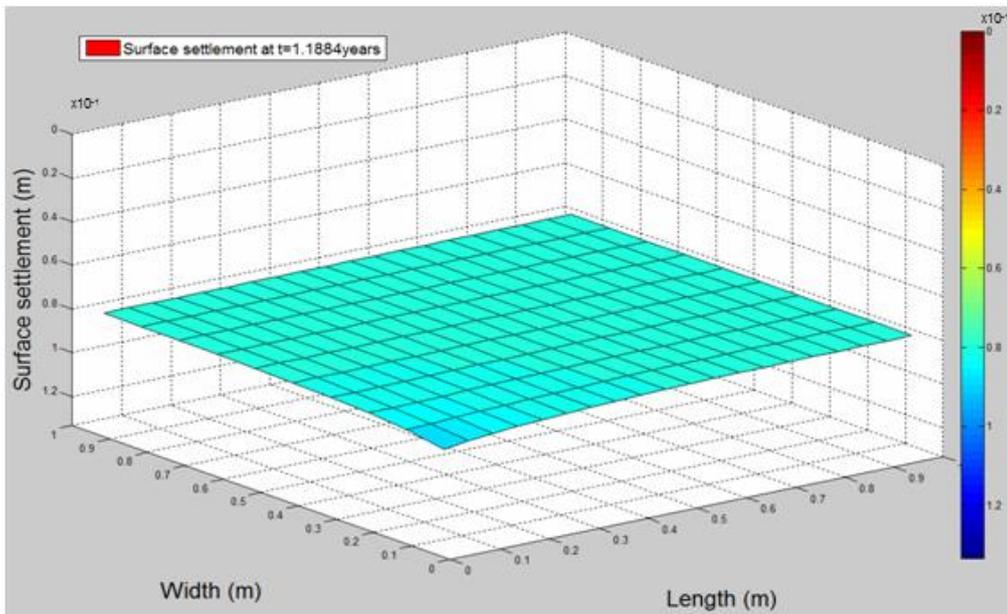


Figura 4.2.4 Asiento en superficie para una consolidación media del 60%. Mecha drenante hasta un 50% del estrato de suelo

Este efecto se vuelve apenas apreciable al llegar la consolidación a un nivel del 90% en promedio, tal como se puede apreciar en la Figura 4.2.5.

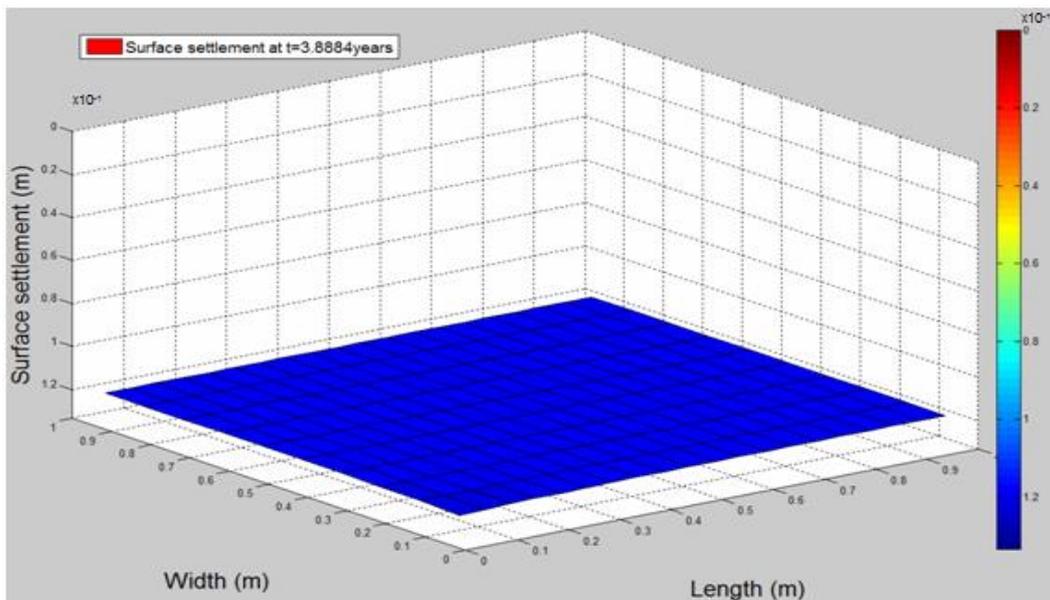


Figura 4.2.5 Asiento en superficie para una consolidación media del 90%. Mecha drenante hasta un 50% del estrato de suelo

Caso 02 - Mecha totalmente penetrante, distancia entre hileras de 1 m

En este caso, que coincide con el “Caso 04” del apartado anterior, la separación entre hileras es de 1 metro, alcanzando la penetración toda la profundidad del suelo.

En la Figura 4.2.6 se puede apreciar como la disipación del exceso de presión de poro se consigue en un tiempo menor al del caso anterior, siendo ésta muy acusada en zonas próximas a la mecha y a cualquier profundidad.

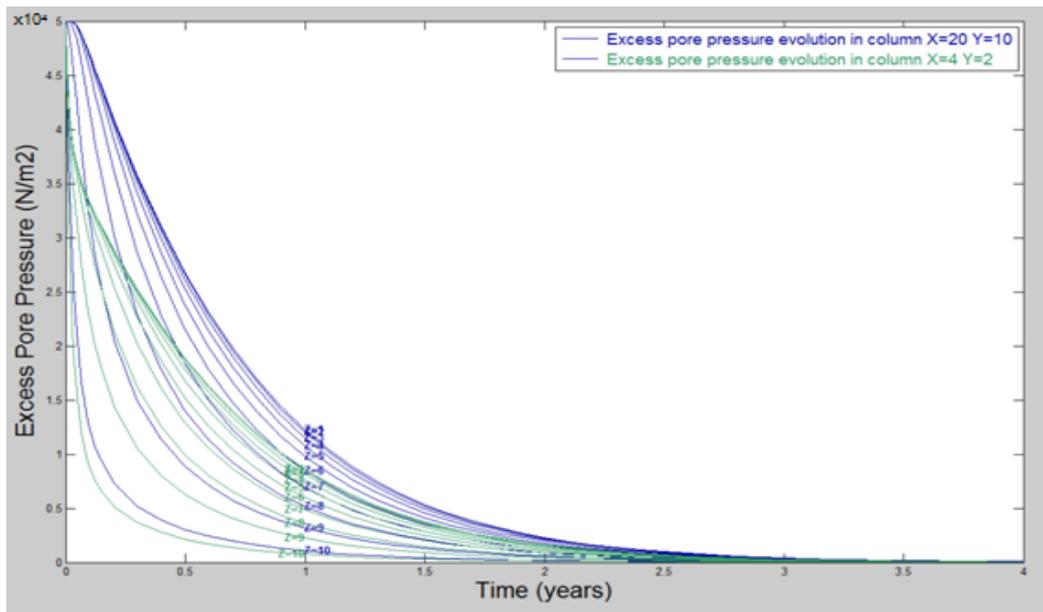


Figura 4.2.6 Evolución del exceso de presión intersticial en dos columnas de suelo: (X=1 m, Y=1 m) y (X=0.2 m, Y=0.2 m). Mecha drenante hasta un 100% del estrato de suelo

La evolución del grado medio de consolidación, para este caso, se muestra en la Figura 4.2.7. El tiempo para el que se produce un valor del 90% de la consolidación es de 1.23 años, siendo este resultado un valor 68% inferior al caso con un 50% de mecha penetrante.

Estos datos muestran una clara influencia sobre la consolidación del terreno de una mecha penetrante que llegue hasta la parte más profunda de la capa de suelo.

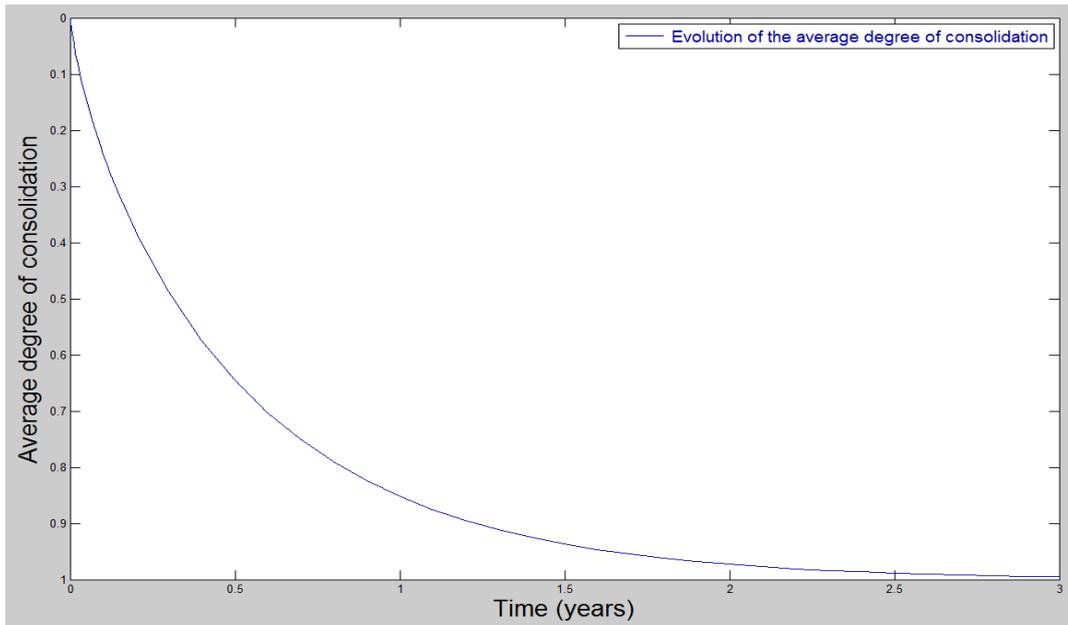


Figura 4.2.7 Evolución del grado medio de consolidación. Mecha drenante hasta un 100% del estrato de suelo

En la Figura 4.2.8, observamos la evolución de los asentamientos en las dos verticales de terreno estudiadas. En ellas la variación de asentamiento entre verticales cercanas y lejanas a la mecha drenante resulta importante para edades tempranas.

Además, los tiempos en que se van logrando los distintos niveles de asiento en el terreno son menores que en el caso de mecha con 50% de profundidad de penetración.

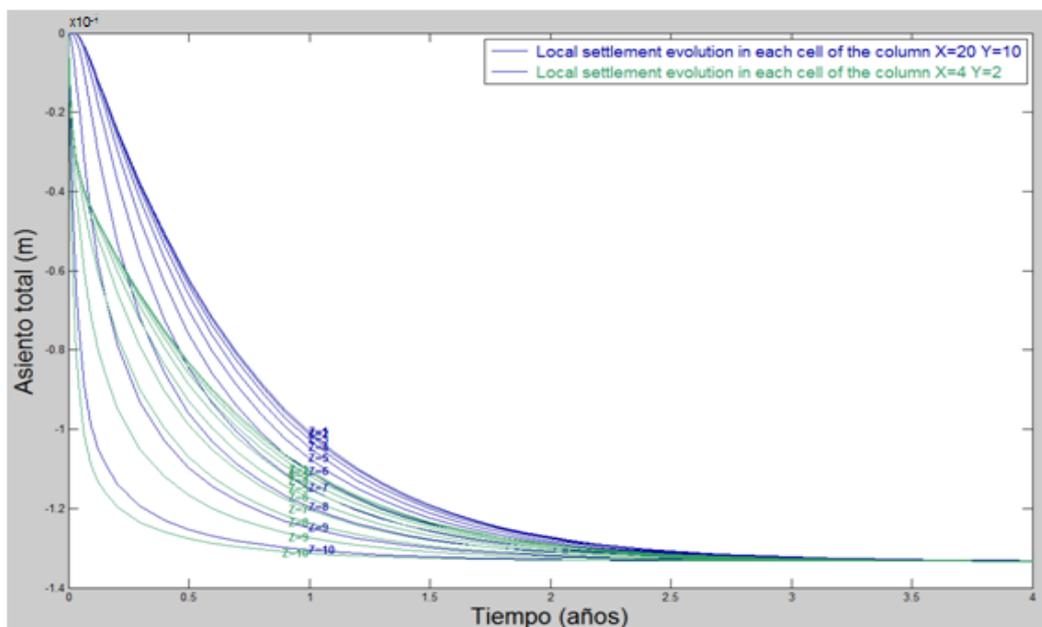


Figura 4.2.8 Evolución del asiento local en dos columnas de suelo: (X=1 m, Y=1 m) y (X=0.2 m, Y=0.2 m). Mecha drenante hasta un 100% del estrato de suelo

La distribución de asientos para un 60% de la consolidación media del terreno, en este caso, se puede apreciar en la Figura 4.2.9, alcanzándose ésta en torno a los 0.4 años. Este valor supone un 66% de reducción en el tiempo de consolidación respecto al caso en el que las mechas se introducen solo hasta el 50% del suelo.

Los asientos diferenciales en la superficie del terreno en este nivel de consolidación resultan evidentes, mostrándose una fuerte influencia de la mecha drenante en las cercanías de la misma.

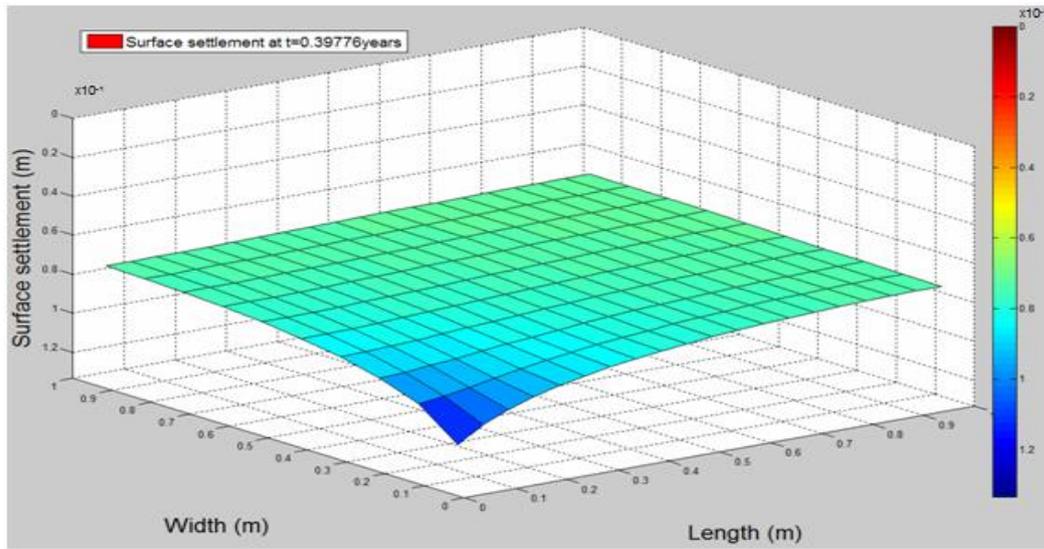


Figura 4.2.9 Asiento en superficie para una consolidación media del 60%. Mecha drenante hasta un 100% del estrato de suelo

Para finalizar con este caso, esta influencia se reduce de forma importante al llegar al 90% de la consolidación media del terreno, tal como muestra la Figura 4.2.10.

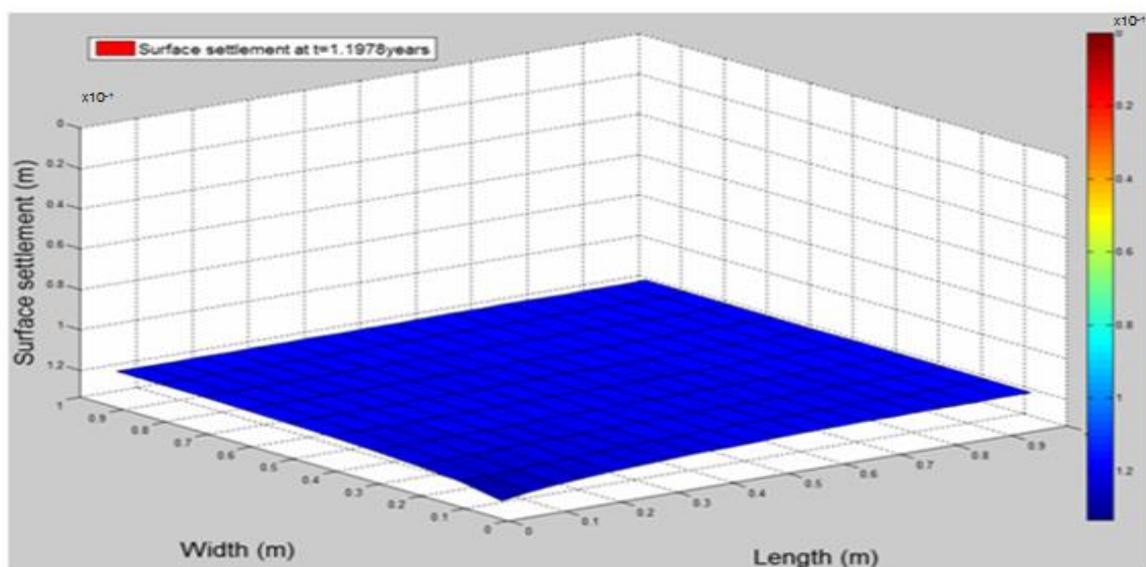


Figura 4.2.10 Asiento en superficie para una consolidación media del 90%. Mecha drenante hasta un 100% del estrato de suelo

Caso 03 - Mecha penetrante al 50%, distancia entre hileras de 0.7 m

Para este caso, la evolución del exceso de presión intersticial se muestra en la Figura 4.2.11.

Se aprecia una disipación similar al “Caso 01” de este mismo apartado. Las regiones próximas a la mecha disipan la presión de poro con más rapidez que las lejanas, siendo ésta muy notable en las capas más superficiales, presentando diferencias pequeñas en capas más profundas del suelo.

Además se puede apreciar que todo el proceso se acelera en el tiempo, debido a la disminución de la distancia entre hileras.

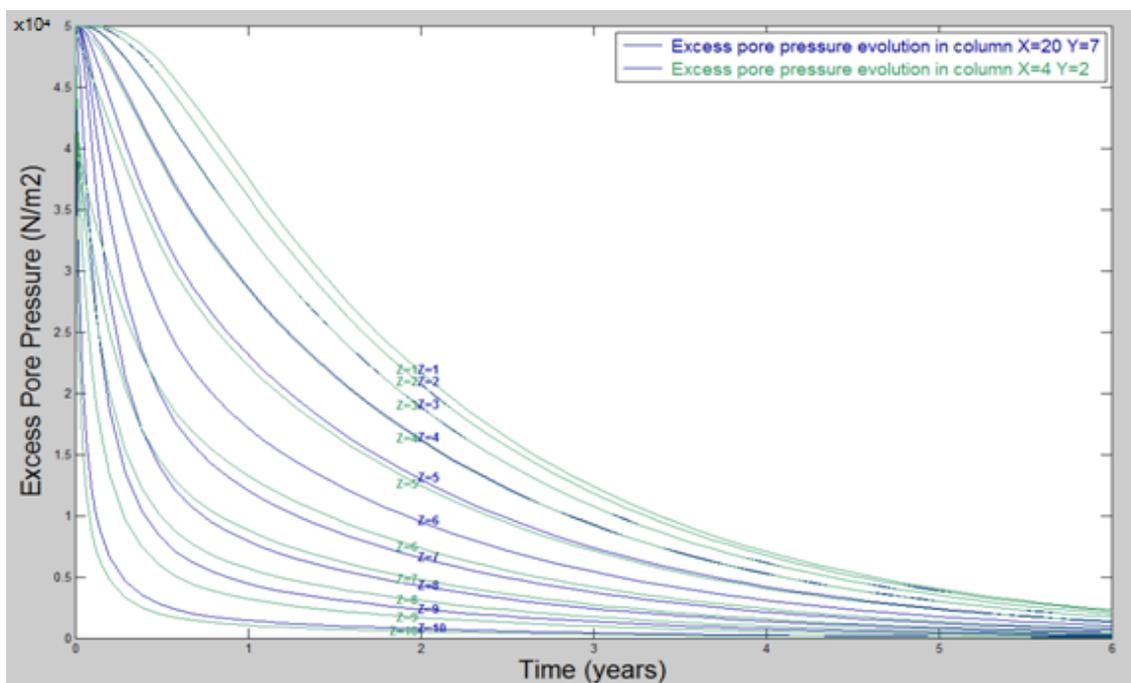


Figura 4.2.11 Evolución del exceso de presión intersticial en dos columnas de suelo: (X=1 m, Y=0.7 m) y (X=0.2 m, Y=0.2 m). Mecha drenante hasta un 50% del estrato de suelo

El grado de consolidación medio, para este caso, se puede apreciar en la Figura 4.2.12. El tiempo para el que se produce un valor del 90% de la consolidación es de 3.45 años, siendo este valor un 12% menor al caso de similar con 1 metro de distancia entre hileras.

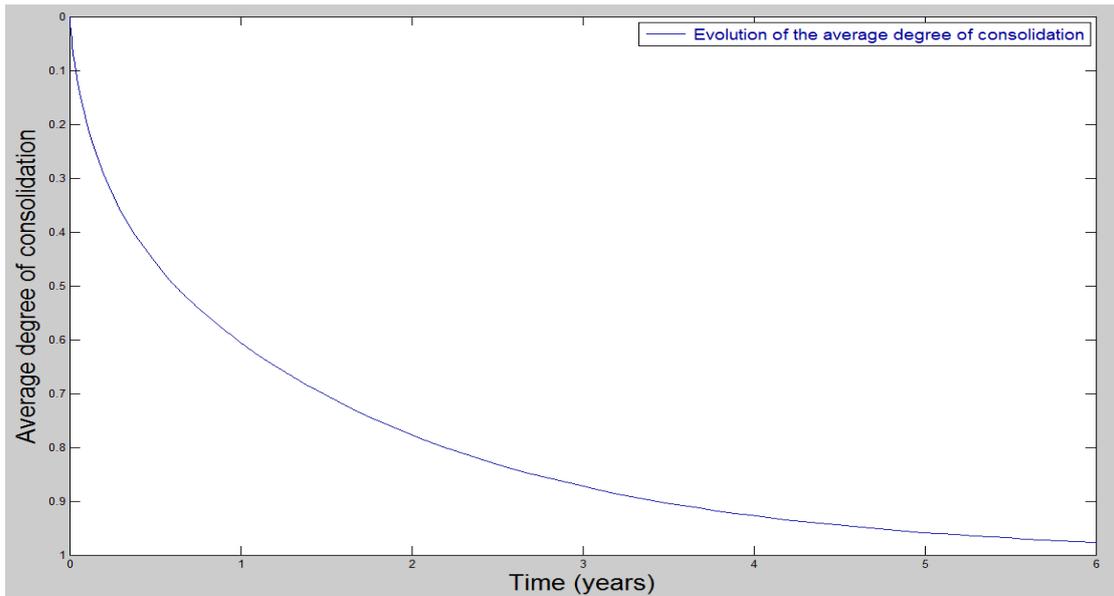


Figura 4.2.12 Evolución del grado medio de consolidación. Mecha drenante hasta un 50% del estrato de suelo

En la Figura 4.2.13, se puede observar la evolución de los asientos en las dos verticales de terreno estudiadas. Se aprecian tiempos sensiblemente menores que en el caso análogo con distancia entre hileras de 1 metro.

Se repite, una vez más, un desarrollo del asiento bastante más veloz en zonas cercanas a la mecha desapareciendo, en gran parte, este efecto en zonas profundas donde el efecto de la mecha es menor.

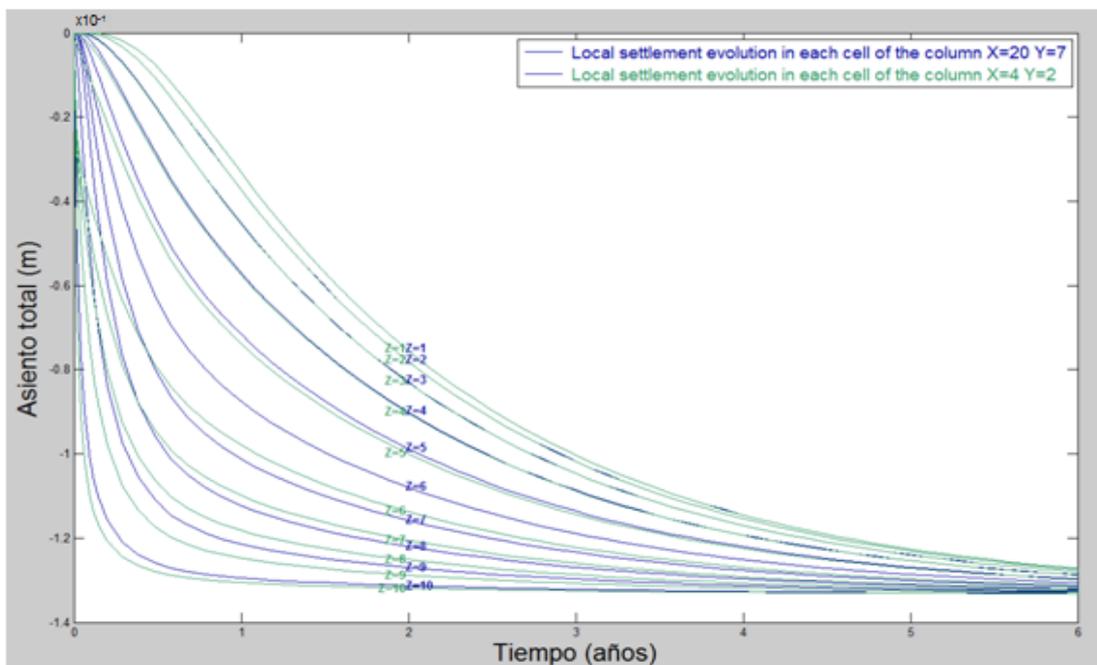


Figura 4.2.13 Evolución del asiento local en dos columnas de suelo: (X=1 m, Y=0.7 m) y (X=0.2 m, Y=0.2 m). Mecha drenante hasta un 50% del estrato de suelo

La distribución de asientos para un 60% de consolidación en promedio del terreno, para una profundidad del 50% y una distancia entre hileras de 0.7 metros, se puede apreciar en la Figura 4.2.14, alcanzándose éste en torno a los 1.1 años.

Este valor supone un 10% de reducción en el tiempo de consolidación respecto al caso en el que las mechas se introducen solo hasta el 50% del suelo, para este nivel de consolidación.

Los asientos diferenciales en la superficie del terreno, para este nivel de consolidación, resultan muy pequeños, sin casi poder apreciar la influencia de la mecha drenante en las verticales cercanas a la misma.

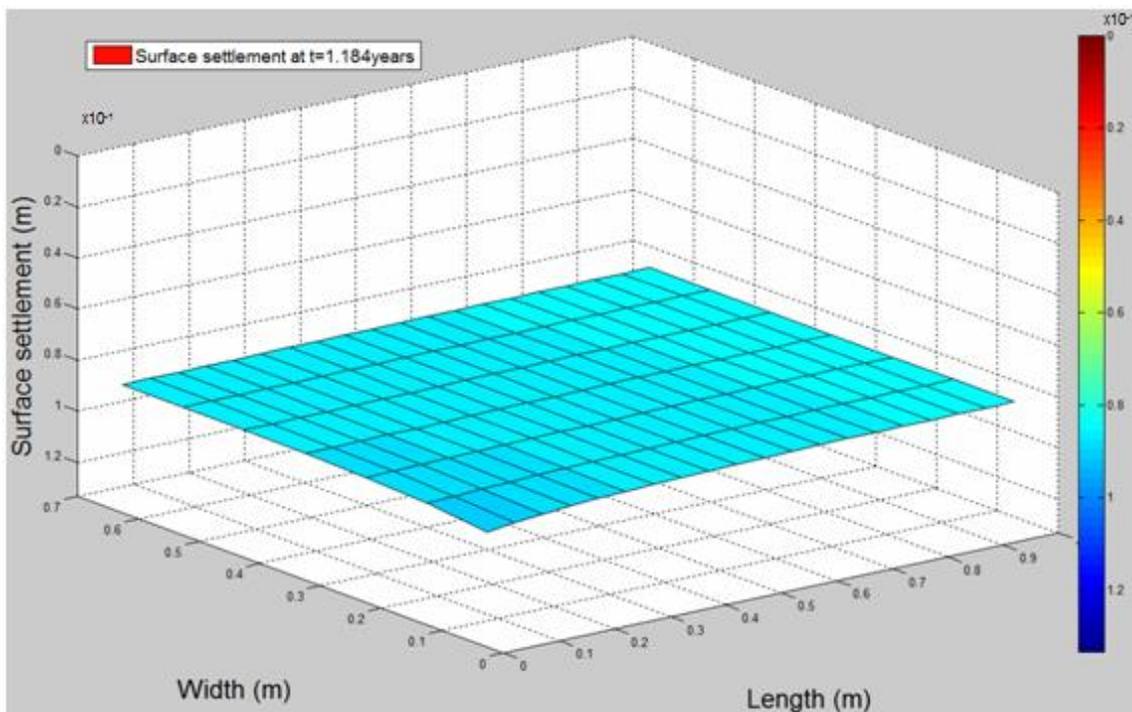


Figura 4.2.14 Asiento en superficie para una consolidación medio del 60%. Mecha drenante hasta un 50% del estrato de suelo

Por su parte, la representación gráfica para un grado medio de consolidación del 90% se puede observar en la Figura 4.2.15, donde el asentamiento del terreno se muestra homogéneo.

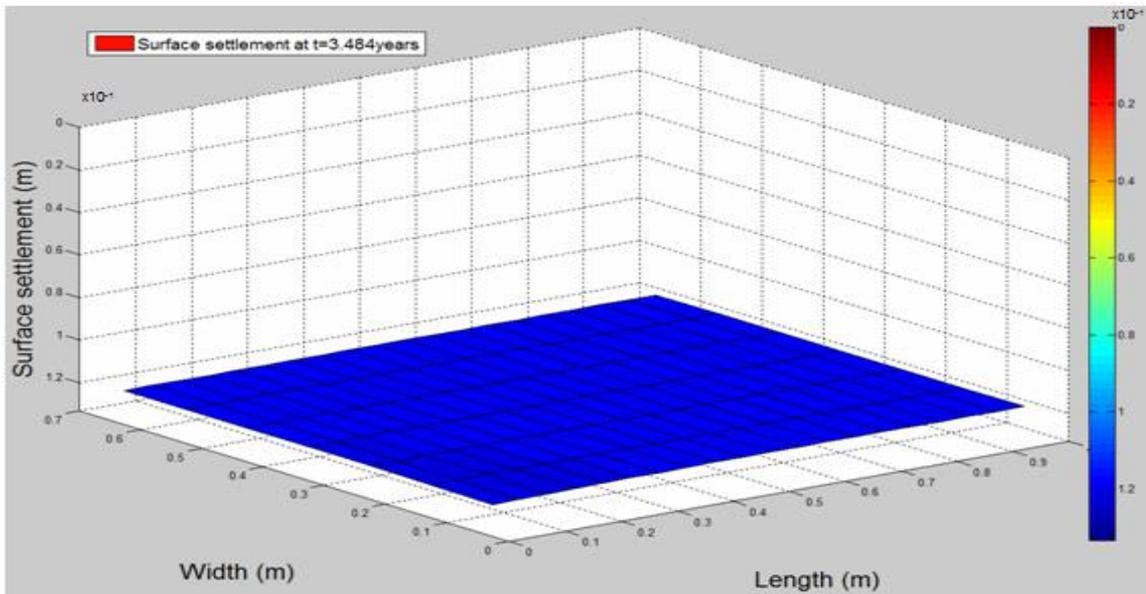


Figura 4.2.15 Asiento en superficie para una consolidación media del 90%. Mecha drenante hasta un 50% del estrato de suelo

Caso 04 - Mecha totalmente penetrante, distancia entre hileras de 0.7 m

Para este caso, en el que la mecha penetra completamente en todo el espesor de suelo, con una separación entre hileras de 0.7 metros, la disipación del exceso de presión de poro queda recogida en la Figura 4.2.16.

Se puede apreciar una rápida disipación de este exceso de presión del agua, y también la fuerte influencia que tiene la mecha en las zonas cercanas a ella, siendo la disipación del exceso de presión intersticial muy rápida, en comparación con otros casos.

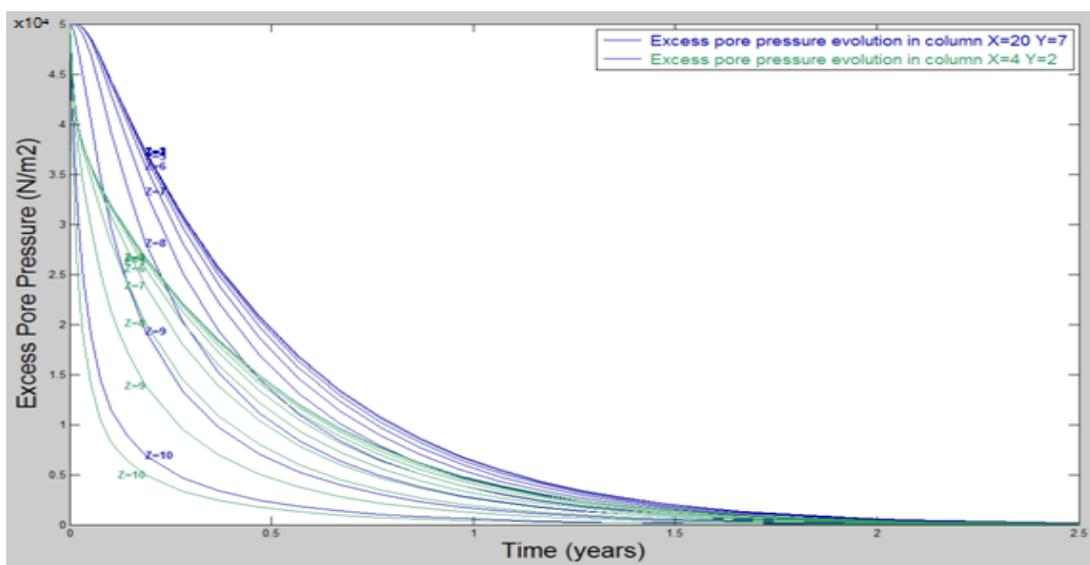


Figura 4.2.16 Evolución del exceso de presión intersticial en dos columnas de suelo: (X=1 m, Y=0.7 m) y (X=0.2 m, Y=0.2 m). Mecha drenante hasta un 100% del estrato de suelo

La evolución en el grado de consolidación medio, para este caso, se puede apreciar en la Figura 4.2.17. El tiempo para el que se produce un valor del 90% de la consolidación es de 0.88 años, siendo este resultado en torno al 25% menor que para el caso similar con 1 metro de ancho de celda.

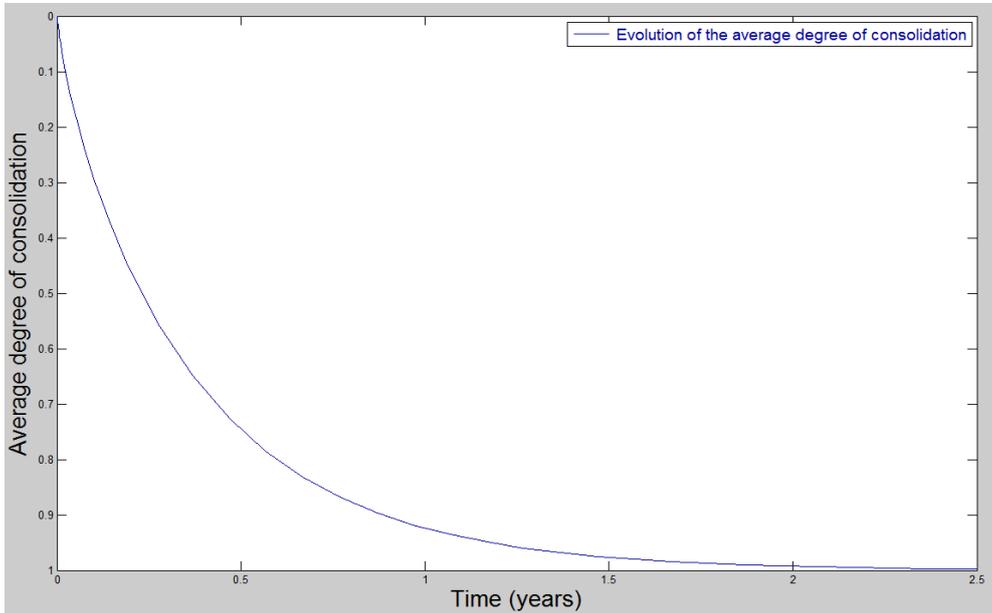


Figura 4.2.17 Evolución del grado medio de consolidación. Mecha drenante hasta un 100% del estrato de suelo

La evolución de los asentamientos locales, en esta ocasión, queda recogida en la Figura 4.1.8.

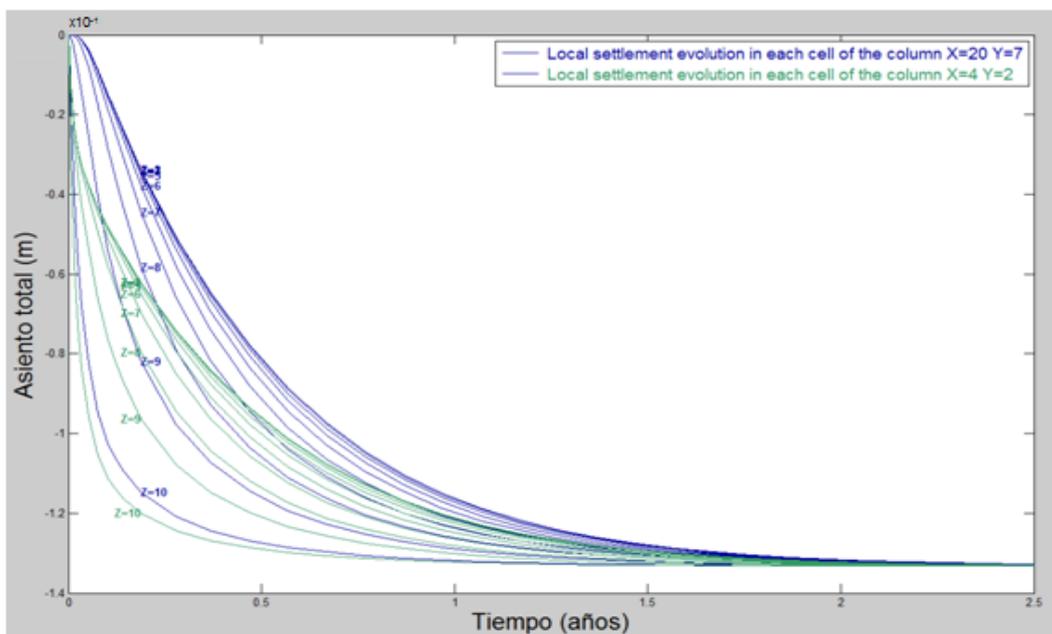


Figura 4.2.18 Evolución del asiento local en dos columnas de suelo: (X=1 m, Y=0.7 m) y (X=0.2 m, Y=0.2 m). Mecha drenante hasta un 100% del estrato de suelo

La distribución de asientos superficiales para un 60% del grado medio de consolidación se puede apreciar, de forma gráfica, en la Figura 4.2.19.

Éste se alcanza para un tiempo de unos 0.3 años suponiendo esto una reducción de en torno al 25% respecto al caso similar con anchos de celda de 1 metro.

Además se aprecia que para este grado de consolidación, el asentamiento en superficie del suelo no es homogéneo, presentando asientos más acusados en zonas cercanas a la mecha.

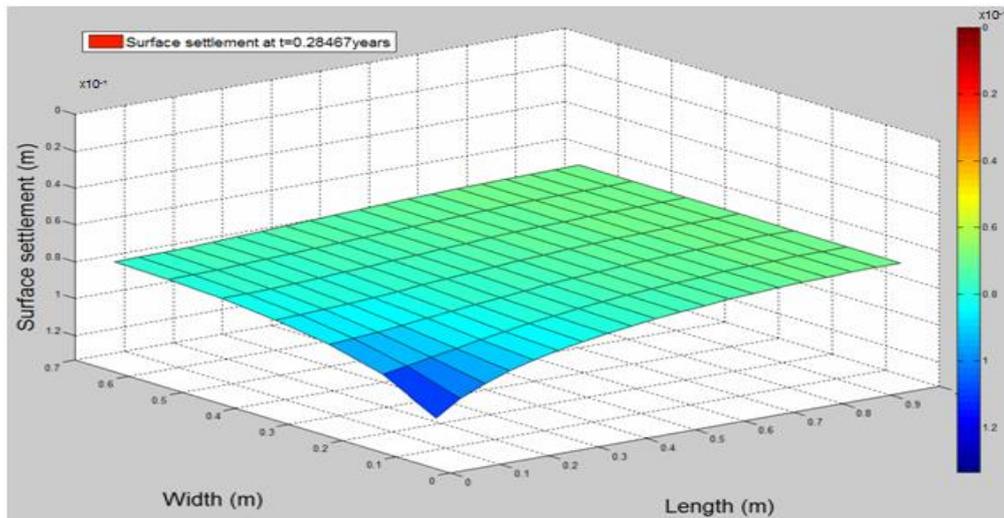


Figura 4.2.19 Asiento en superficie para una consolidación media del 60%. Mecha drenante hasta un 100% del estrato de suelo

Una vez más, al llegar al 90% de la consolidación, los asientos diferenciales existentes son menores, siendo prácticamente inapreciables. (Figura 4.2.20).

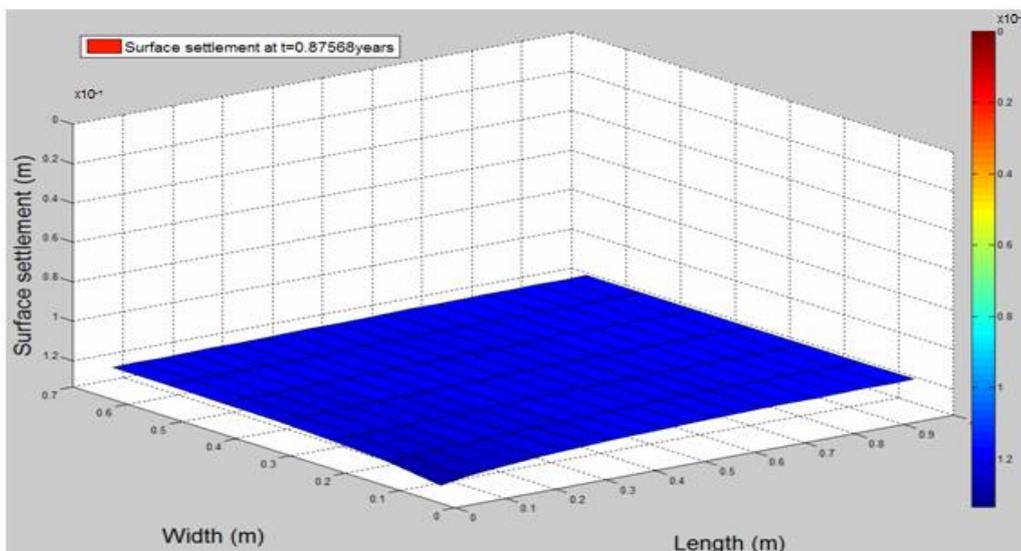


Figura 4.2.20 Asiento en superficie para una consolidación media del 90%. Mecha drenante hasta un 100% del estrato de suelo

Caso 05 - Mecha penetrante al 50%, distancia entre hileras de 0.5 m

Para los casos en los que la distancia entre hileras es menor ($b = 0.5 \text{ m}$), comenzaremos exponiendo los resultados para una penetración de mecha del 50%.

Para el de exceso de presión intersticial, mostrado en la Figura 4.2.21, se puede apreciar como los tiempos en que ésta se disipa siguen descendiendo de forma progresiva, siguiendo la pauta ya comentada de que las verticales situadas en zonas cercanas a las mechas disipan antes su exceso de presión de poro que las que se encuentran en una zona más alejada.

Además esta diferencia se ve acentuada sobre todo en las profundidades del terreno hasta donde penetran las mechas.

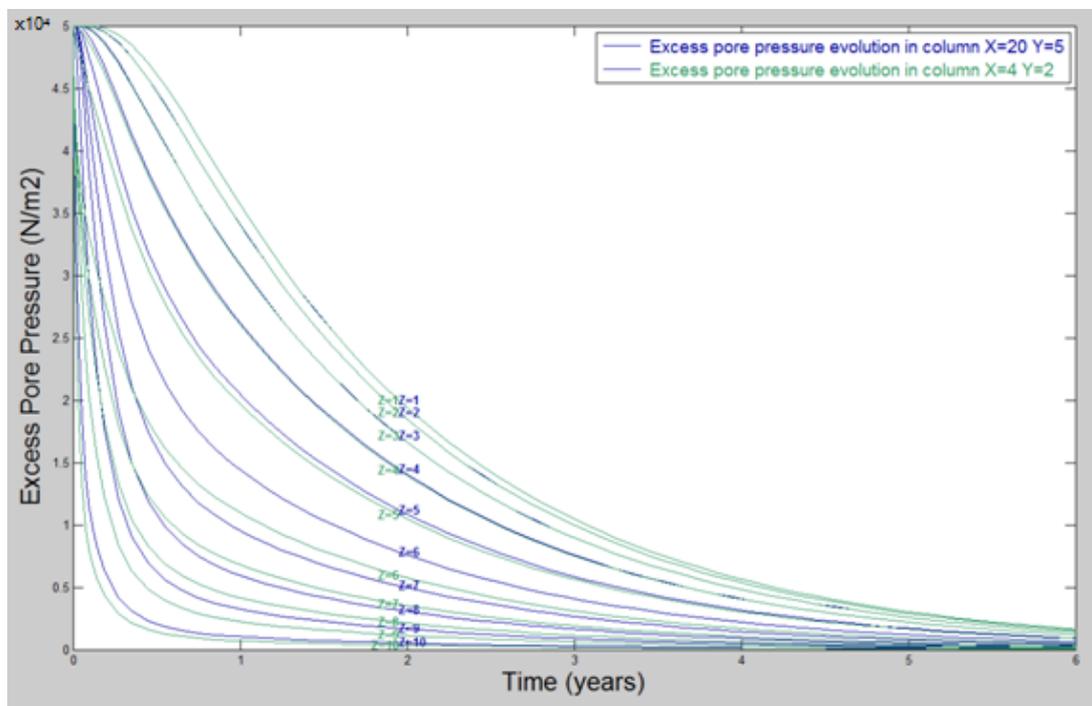


Figura 4.2.21 Evolución del exceso de presión intersticial en dos columnas de suelo: ($X=1 \text{ m}$, $Y=0.5 \text{ m}$) y ($X=0.2 \text{ m}$, $Y=0.2 \text{ m}$). Mecha drenante hasta un 50% del estrato de suelo

La evolución del grado medio de consolidación la podemos apreciar en la Figura 4.2.22. En ella, los tiempos de consolidación medios son menores que para el resto de espaciamentos, siendo en este caso 3.05 años el tiempo necesario para llegar al 90% de la consolidación. Un valor un 22% y 12% menor que los casos similares comentados anteriormente para mechas que se introducen hasta una profundidad del 50%.

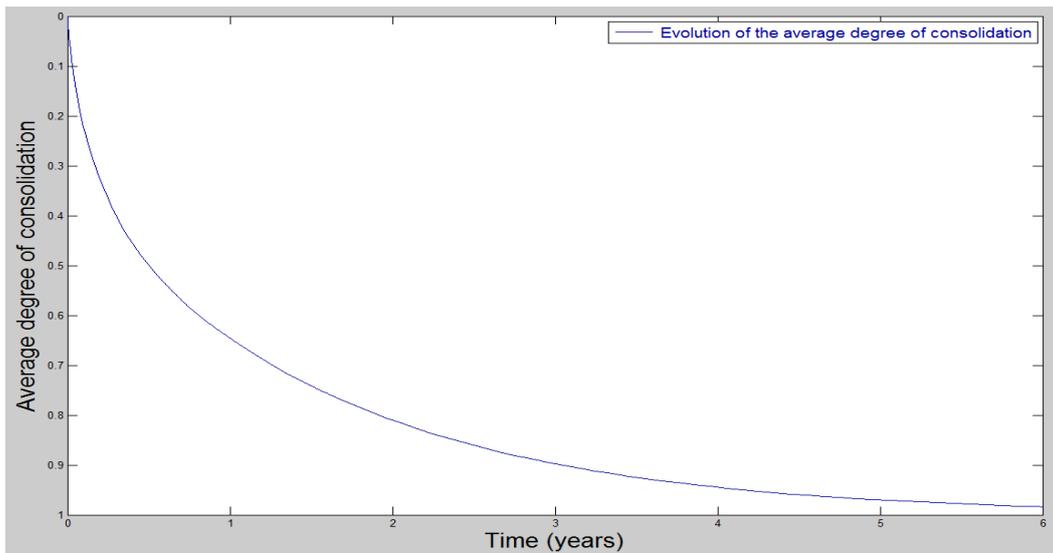


Figura 4.2.22 Evolución del grado medio de consolidación. Mecha drenante hasta un 50% del estrato de suelo

Los asentamientos producidos sobre las dos columnas de suelo estudiadas se pueden apreciar en la Figura 4.2.23. En ella, se observa como los asentamientos se desarrollan más rápido que en los otros dos casos mostrados anteriormente con mecha introducida al 50% de la profundidad del suelo.

Las capas superficiales por su parte asientan de forma rápida, viéndose esta rapidez mermada en las profundidades donde la mecha drenante tiene menor influencia. Estos efectos se ven mucho más acusados en las zonas cercanas a la mecha.

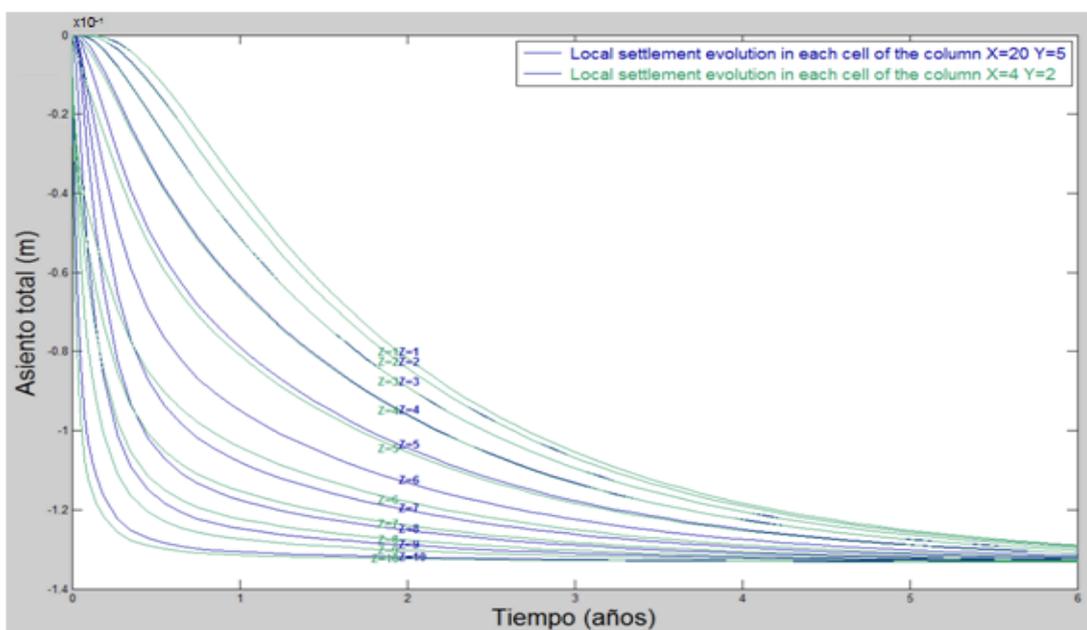


Figura 4.2.23 Evolución del asiento local en dos columnas de suelo: (X=1 m, Y=0.5 m) y (X=0.2 m, Y=0.2 m). Mecha drenante hasta un 50% del estrato de suelo

En la Figura 4.2.24 por su parte aparece la representación gráfica del asentamiento superficial para una consolidación media del 60%. El tiempo para el que se consigue esta consolidación es de 0.95 años. Los asientos superficiales quedan distribuidos de forma bastante homogénea.

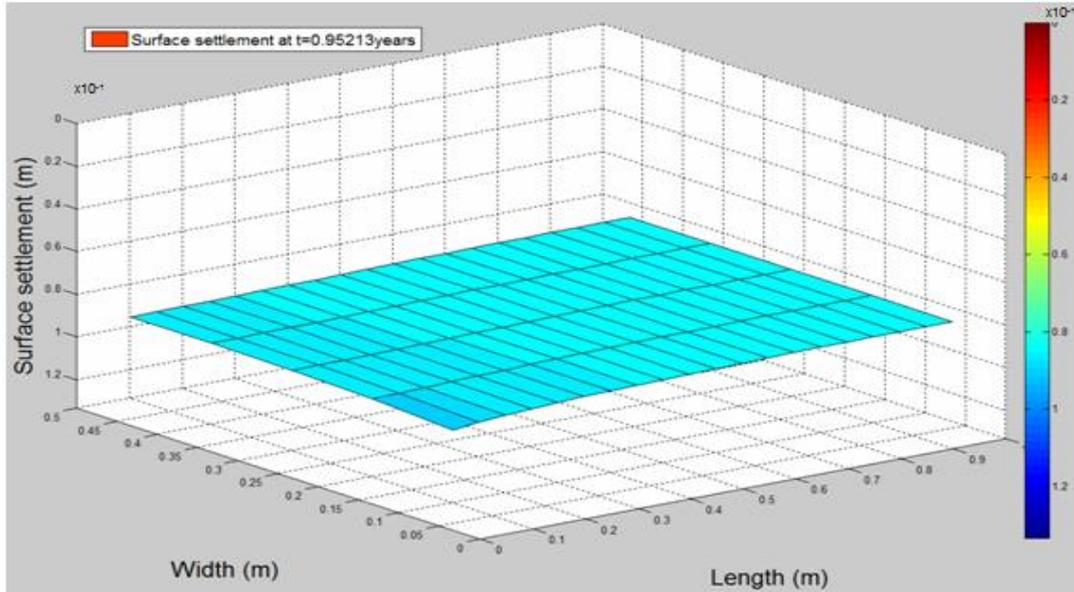


Figura 4.2.24 Asiento en superficie para una consolidación media del 60%. Mecha drenante hasta un 50% del estrato de suelo

La representación grafica para un 90% de consolidación la apreciamos en la Figura 4.2.25, donde vemos los una distribución de asentamientos totalmente homogénea en superficie.

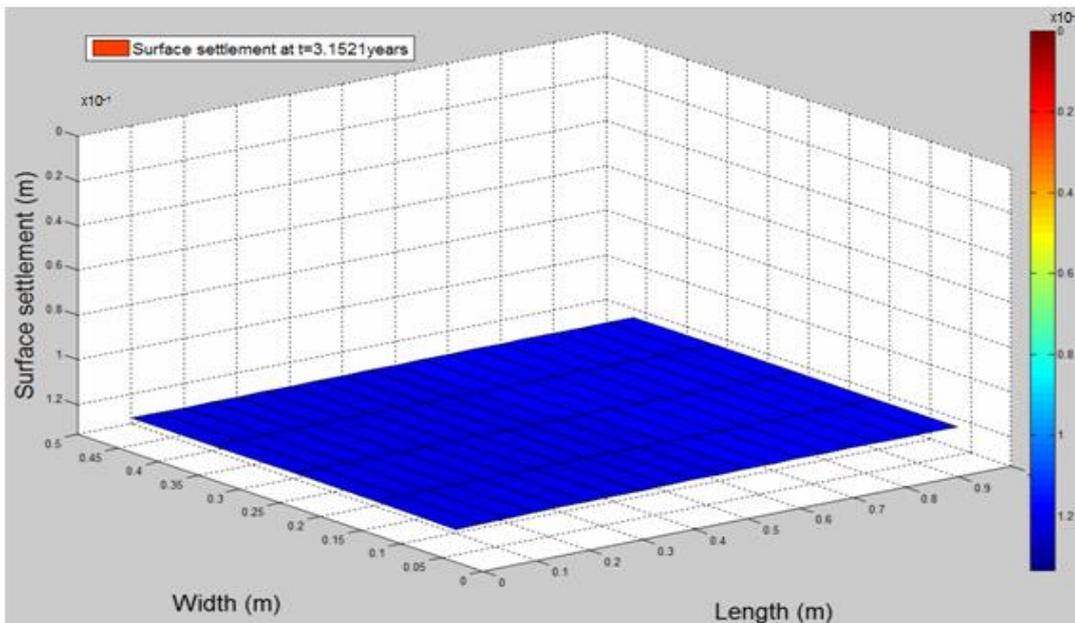


Figura 4.2.25 Asiento en superficie para una consolidación media del 90%. Mecha drenante hasta un 50% del estrato de suelo

Caso 06 - Mecha totalmente penetrante, distancia entre hileras de 0.5 m

La evolución en el exceso de presión de poro, en este último caso, se puede observar en la Figura 4.2.26. La forma y evolución de las presiones es similar a la de los otros dos casos con mecha totalmente penetrante, presentados anteriormente.

Resulta evidente la mayor rapidez con que se disipa la presión en las zonas cercanas a la mecha, siendo además los tiempos de consolidación algo inferiores a los casos anteriormente presentados.

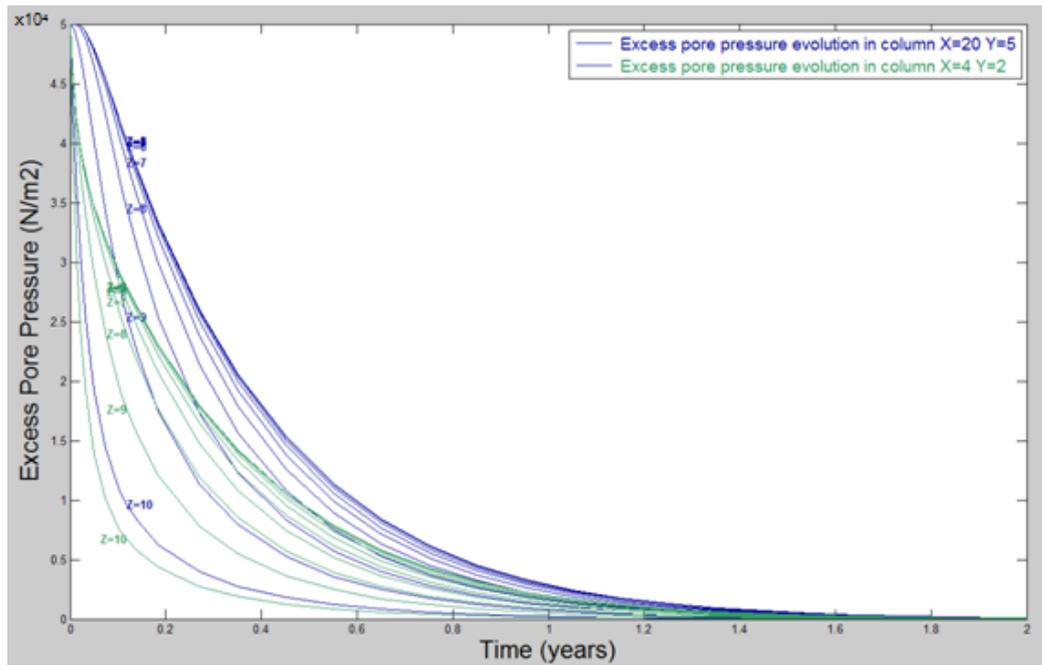


Figura 4.2.26 Evolución del exceso de presión intersticial en dos columnas de suelo: (X=1 m, Y=0.5 m) y (X=0.2 m, Y=0.2 m). Mecha drenante hasta un 100% del estrato de suelo

La evolución en el grado de consolidación promedio del terreno se puede ver en la Figura 4.2.27, siendo ésta la más rápida de todos los casos estudiados en este trabajo y teniendo un valor del tiempo de consolidación (para este nivel, 90%) de 0.66 años.

Esto supone una reducción del tiempo de consolidación en torno al 25% respecto al tiempo obtenido con distancias entre hileras de 0.7 metros, y del 50% con distancias entre hileras de 1 metro.

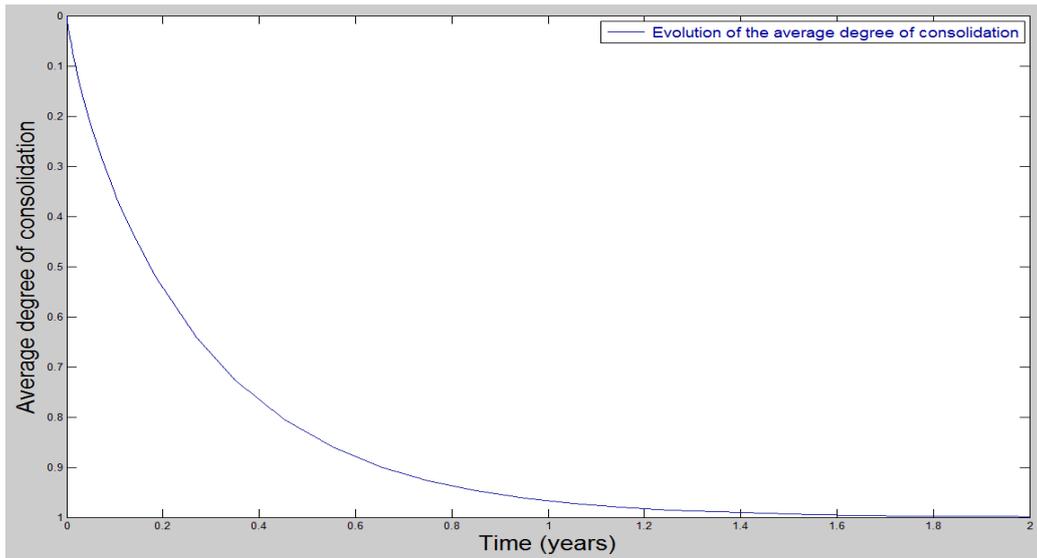


Figura 4.2.27 Evolución del grado medio de consolidación. Mecha drenante hasta un 100% del estrato de suelo

Los asentamientos en el terreno los podemos ver en la Figura 4.2.28. Estos evolucionan de la forma más rápida de todos los casos que se han estudiado, mostrando un diferencial importante entre las zonas cercanas a la mecha y las más alejadas.

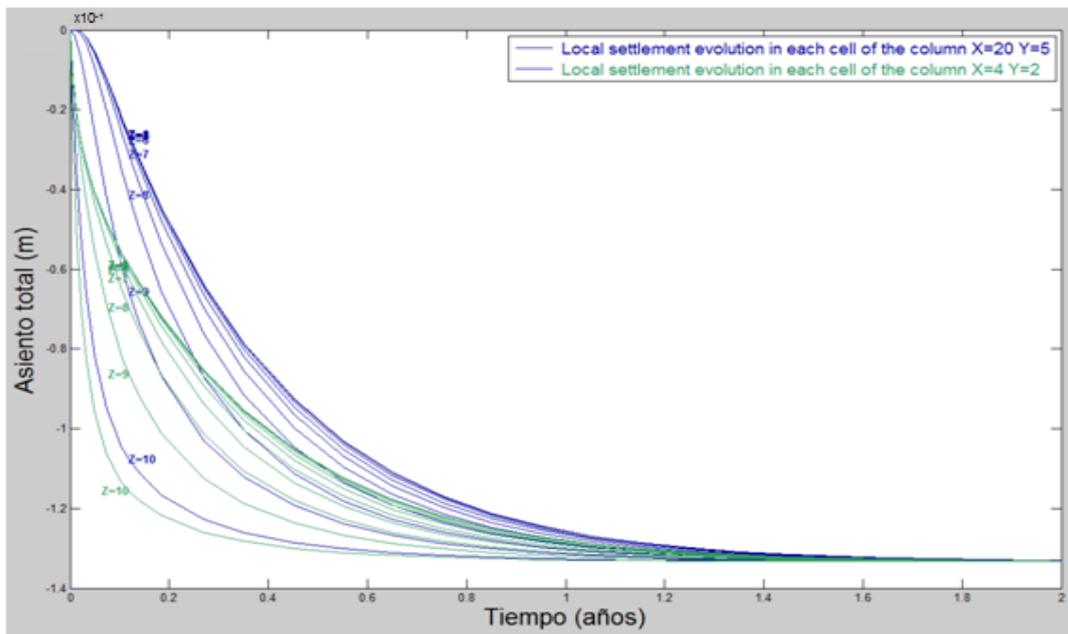


Figura 4.2.28 Evolución del asiento local en dos columnas de suelo: (X=1 m, Y=0.5 m) y (X=0.2 m, Y=0.2 m). Mecha drenante hasta un 100% del estrato de suelo

El asiento en superficie, para un 60% del grado de consolidación promedio, se puede apreciar de forma gráfica en la Figura 4.2.29. Éste se alcanza para un tiempo de unos 0.2 años, suponiendo esto una reducción del 50% respecto al caso análogo con distancia entre hileras de 1 metro, y de un 25% con respecto al caso con distancias

entre hileras de 0.7 metros.

La influencia de la mecha drenante, para este nivel de consolidación, a efectos de asiento diferencial, es aún importante.

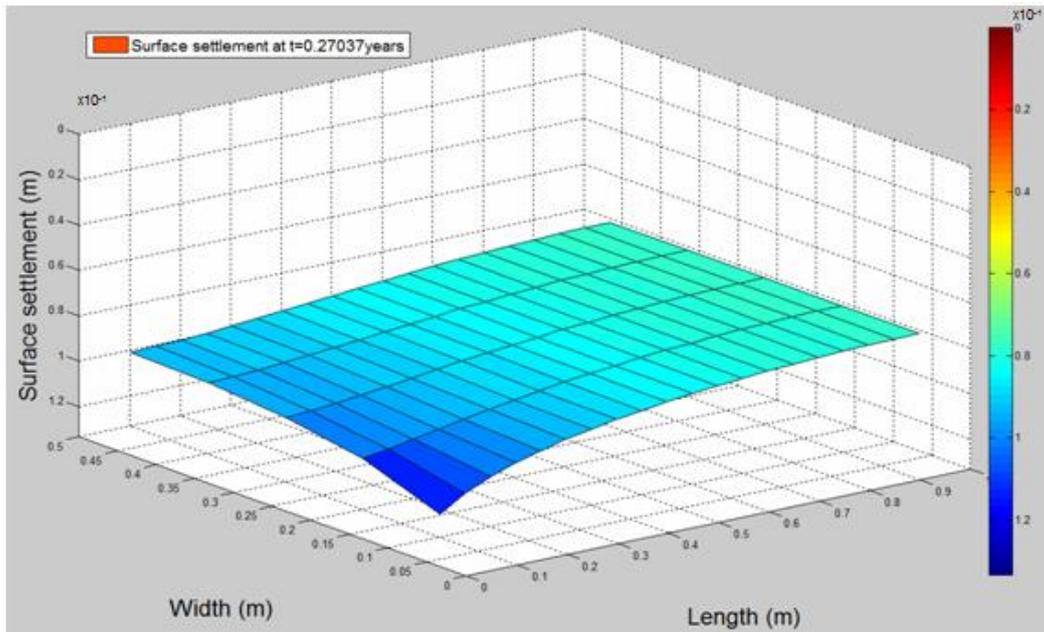


Figura 4.2.29 Asiento en superficie para una consolidación media del 60%. Mecha drenante hasta un 100% del estrato de suelo

Reduciéndose éste mucho una vez alcanzado el 90% de consolidación, como se puede apreciar en la Figura 4.2.30.

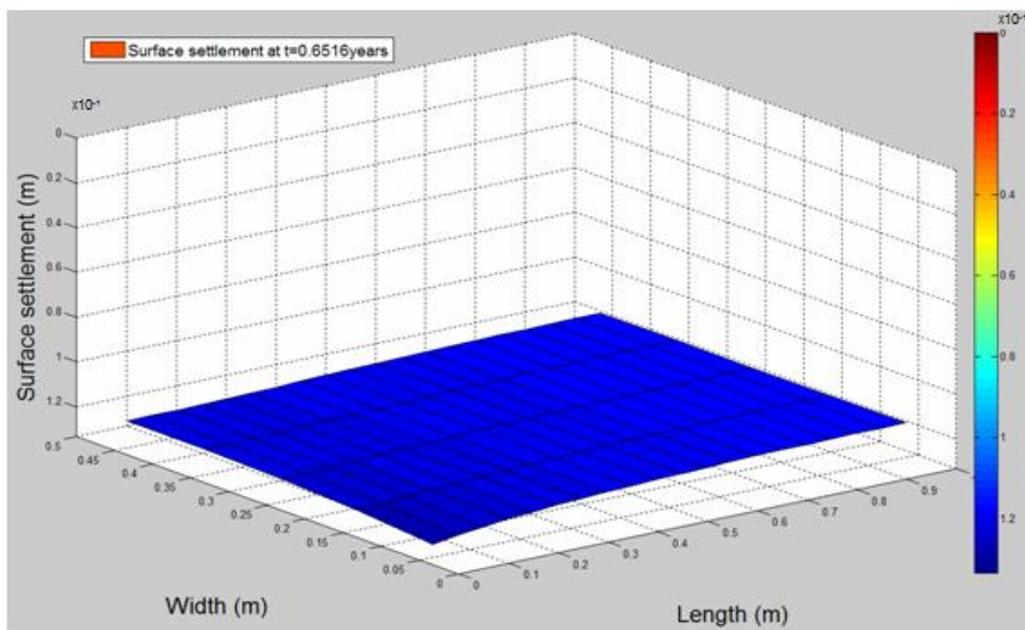


Figura 4.2.30 Asiento en superficie para una consolidación media del 90%. Mecha drenante hasta un 100% del estrato de suelo

Para finalizar, en la Tabla 4.4 se exponen, a modo resumen, para cada una de las 12 simulaciones, el tiempo necesario para alcanzar el 90% de la consolidación total media del terreno (t_{90}).

Distancia entre hileras (m)	t_{90} (años) – 50% penetración	t_{90} (años) – 100% penetración
1	3.91	1.23
0.9	3.77	1.12
0.8	3.6	1.01
0.7	3.45	0.88
0.6	3.25	0.77
0.5	3.05	0.66

Tabla 4.4 Tiempo requerido para llegar al 90% de consolidación en promedio

Obteniéndose las siguientes gráficas de tiempos, Figura 4.2.30.

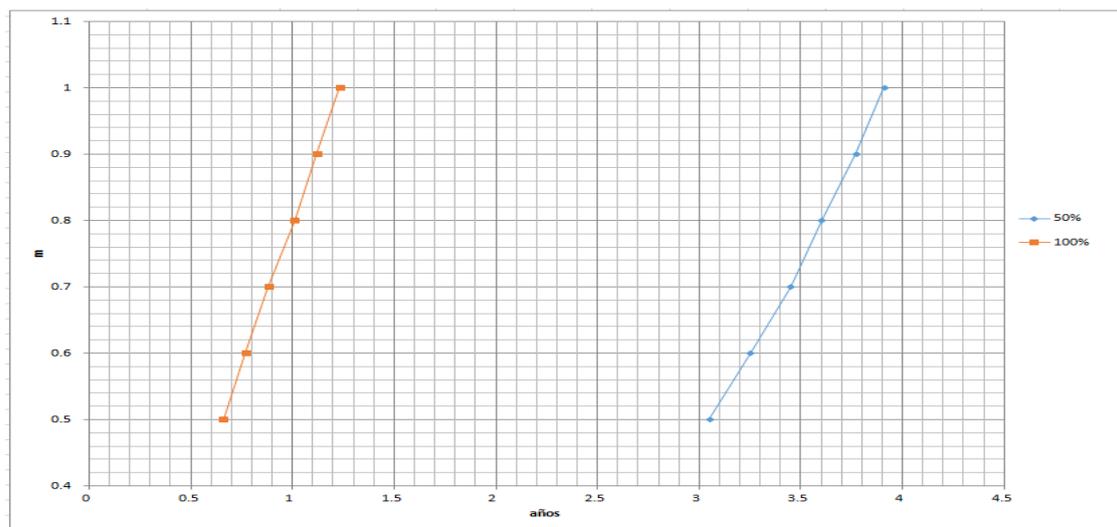


Figura 4.2.30 Representación gráfica de los t_{90} para todas las simulaciones

Se puede apreciar como la variación de los tiempos para un 90% de consolidación frente a la variación entre la distancia entre hileras es prácticamente lineal.

Esta linealidad, sin embargo, presenta una pendiente poco acusada, de manera que la influencia de la profundidad de las mechas en el terreno resulta ser un factor mucho más determinante para la obtención de unos tiempos de consolidación bajos.

Ejemplo de ello es que para una profundidad de penetración completa de mecha y una distancia entre hileras de 1 metro, el tiempo de consolidación es unas 2.5 veces más pequeño que disponiendo las mechas hasta el 50% de la profundidad habiendo reducido la distancia entre hileras hasta los 0.5 metros.

5. CONCLUSIONES

Después de todas las simulaciones realizadas a lo largo de este trabajo se ha podido llegar a varias conclusiones que pasamos a comentar a continuación.

La primera conclusión que debemos de resaltar es que el uso de mechas drenantes en cualquier disposición y profundidad, depara una disminución en los tiempos de consolidación de los terrenos, siendo esta disminución en los casos simulados por nosotros de hasta un 90% entre los escenarios más extremos.

La segunda conclusión que obtenemos a partir de todas las simulaciones realizadas en el apartado 4.1 es que la profundidad de la mecha drenante en el terreno tiene una importancia determinante en el proceso de la consolidación de un terreno. Existe una relación inversamente proporcional entre la profundidad de las mechas en el terreno y los tiempos de consolidación, siendo el rango comprendido entre el 20% y el 80% de penetración de las mechas el que más influye en la reducción de los tiempos de consolidación.

La tercera conclusión se obtiene del apartado 4.2, donde se ve que una reducción de la distancia entre hileras de mechas, y por lo tanto un aumento del número de mechas colocadas para un mismo área de suelo, reduce los tiempos de consolidación de forma casi lineal, para los casos simulados en nuestro trabajo.

La cuarta conclusión y más importante de todas las obtenidas en este trabajo, resultado de las simulaciones realizadas en el apartado 4.2, es que la influencia en la profundidad de las mechas resulta de mayor importancia que la disminución de la distancia entre mechas. La introducción de las mechas drenantes al menos hasta un 80% del terreno será, sin duda, una opción más propicia que la reducción excesiva de la distancia entre mechas.

La quinta conclusión es que la existencia de la mecha produce asientos diferenciales en superficie, los cuales son mayores cuanto más cerca nos encontremos de la mecha. Este efecto se manifiesta mayor en tiempos tempranos de consolidación.

La sexta y última conclusión extraída de todas las simulaciones realizadas es la comprobación de que para un grado medio de consolidación del 90% los asientos diferenciales en superficie son prácticamente despreciables, pudiendo considerar que la consolidación residual que falta por desarrollarse no tendrá efectos negativos sobre las estructuras colocadas sobre el terreno.

6. BIBLIOGRAFIA

Alhama, F. *Solución de problemas lineales y no lineales de transferencia de calor por el método de simulación por redes*. Tesis doctoral, Universidad de Murcia (1999)

Alhama, F. y Madrid, C.N. *Análisis dimensional discriminado en mecánica de fluidos y transferencia de calor*. Ed. Reverté, Barcelona (2012)

Alhama, I., Cánovas, M., and Alhama, F. On the Nondimensionalization Process in Complex Problems: Application to Natural Convection in Anisotropic Porous Media. *Mathematical Problems in Engineering* (2014)

Atkinson, J. *The mechanics of soils and foundations*. Mc Graw-Hill (1993)

Barron, R.A. Consolidation of fine grained soils by drain wells. *Transactions of the ASCE*, 113, 718-742 (1948)

Battaglio, M., Bellomo, N., Bonzani, I. and Lancellotta, R. Non-linear consolidation models of clay which change type. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 38, 493–500 (2003)

Bég, O.A., Takhar, H.S., Zueco, J., Sajid, A. and Bhargava, R. Transient Couette flow in a rotating non-Darcian porous medium parallel plate configuration network simulation method solutions. *Acta Mechanica*, 200 (3-4), 129-144 (2008)

Berry, P.L. and Reid, D. *An Introduction to Soil Mechanics*. McGraw-Hill, London (1987)

Berry, P.L. y Reid, D. *Mecánica de Suelos*. McGraw-Hill Int. Santa Fe de Bogotá, Colombia (1993)

Bhushan, P. A rigorous graphical technique for predicting sub-harmonic injection locking in LC oscillators. *51st ACM/EDAC/IEEE Design Automation Conference (DAC)*, 1-8 (2014)

Biot, M.A. General theory of three-dimensional consolidation. *Journal of Applied Physics*, 12, 155-164 (1941)

Biot, M.A. General Solutions of the Equations of Elasticity and Consolidation for a Porous Material. *J. Appl. Mech., Trans. ASME*, 78, 91-96 (1956)

Butterfield, R. A Natural Compression Law for Soils (An Advance on e-log p'). *Géotechnique*, 29 (4), 469-480 (1979)

Cánovas, M., Alhama, I., Trigueros, E. and Alhama, F. Numerical simulation of Nusselt-Rayleigh correlation in Bénard cells. A solution based on the network simulation

method. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 25 (5), 986-997 (2015). Permanent link to this document: <http://dx.doi.org/10.1108/HFF-09-2014-0282>

Carrillo, N. Simple two and three dimensional cases in the theory of consolidation of soils. *Journal of Mathematics and Physics*, 21 (1), 1, 1-5 (1942)

Chen, B. A method for solving nonlinear parabolic equations with moving boundaries. *Numerical Methods*. Springer Berlin Heidelberg, 37-45 (1983)

Conesa, M., Pérez, J.S., Alhama, I., and Alhama, F. On the nondimensionalization of coupled, nonlinear ordinary differential equations. *Nonlinear Dynamics*, 84 (1), 91-105 (2016)

Cornetti, P. and Battaglio, M. Nonlinear consolidation of soil modelling and solution techniques. *Mathl. Comput. Modelling*, 20 (7), 1-12 (1994)

Di Francesco, R. Exact Solution of Terzaghi's Consolidation Equation and Extension to Two/Three-Dimensional Cases. *Applied Mathematics*, 4, 713-717 (2013)

Dobak, P., Szczepanski, T. and Kowalczyk, S. Load velocity influence on changes of soil consolidation and permeability parameters in CL-type tests. *Geological Quarterly*, 59 (2) (2015)

Hansbo, S. Consolidation of clays with special reference to influence of vertical drains. *Proc. Royal Swedish Geotech. Inst.*, 18, 160 pp. (1960)

Herranz, A. y Arenas, A. *Análisis dimensional y sus aplicaciones. I Fundamentos de Análisis dimensional. II Aplicaciones a Mecánica de fluidos. III Aplicaciones a Transmisión del calor*. Diego Marín (1989)

Indraratna, B., Geng, X. and Rujikiatkamjorn, C. Nonlinear analysis for a single vertical drain including the effects of preloading considering the compressibility and permeability of the soil. *Advances in Analysis, Modeling and Design, ASCE*, 147-156 (2010)

Indraratna, B., Rujikiatkamjorn, C. and Sathananthan, L. Radial consolidation of clay using compressibility indices and varying horizontal permeability. *Canadian Geotechnical Journal*, 42, 1330-1341 (2005)

Juárez-Badillo E. Constitutive Relationships for soils. *Proceedings Symposium on Recent Developments in the Analysis of Soils Behaviour and Their Application to Geotechnical Structures*. University of New South Wales, Kensington, Australia, 231-257 (1975)

- Juárez-Badillo E. and Chen, B. Consolidation Curves for Clays. *Journal of Geotechnical Engineering*. American Society of Civil Engineers, 109 (10), 1303-1312 (1983)
- Lambe, T. W. and Withman, R. V. *Soil Mechanics, SI version*. Ed. Wiley, New York (1979)
- Marín, F., Alhama, F. and Moreno, J.A. Modelling of stick-slip behavior with different hypotheses on friction forces. *International Journal of Engineering Science*, 60, 13-24 (2012)
- McKinlay, D.G. A laboratory study of rates of consolidation in clays with particular reference to conditions of radial pore water drainage. *Proceedings of the 5th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Paris*, 1, 225-228 (1961)
- Muir Wood, D. *Soils Mechanics (A one-dimensional introduction)*. Cambridge (2009)
- Nenzi, P. and Vogt, H. *Ngspice Users Manual Version 26* (Describes ngspice-26 release version) (2014)
- Peusner, L. *The principles of network thermodynamics: Theory and biophysical applications*. Ph D. Thesis, Harvard, Univ. Cambridge, MA. Ed. Entropy Limited. Lincoln, Massachusetts (1987)
- Prieto, J.I., Fano, J., Díaz, R and González, M.A. *Application of discriminated dimensional analysis to the kinematic Stirling engine*. Proc. Instn. Mech. Engrs. (PartC): J. of Mathematical Engineering Science, 208, pp. 347-353 (1994)
- Sagaseta, C., Cañizal, J., y da Costa, A. *Geotecnia I. Propiedades del Terreno*. E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Santander (2007)
- Scott, R.F. *Principles of Soils Mechanics*. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts (1963)
- SICOMED_3D ('Simulación de consolidación con mechas drenantes'). García-Ros, Alhama, I. y Sánchez Pérez, J. F. © UPCT, en proceso de terminación y registro (2016)
- SOCOS_16 ('Soil consolidation software'). García-Ros, Alhama, I. y Sánchez Pérez, J. F. © UPCT, en proceso de terminación y registro (2016)
- Terzaghi K. Die Berechnung der Durchlässigkeitszifferdes tones aus dem verlauf der hydrodynamischen spannungserscheinungen. *Akademie der Wissenschaften in Wien, Technical report II a*, 132 N 3/4, 125-138. Sitzungsberichte Mathnaturwiss Klasse Abt

(1923)

Terzaghi K. *Theoretical Soil Mechanics*. Ed. Wiley, New York (1943)

Terzaghi K. and Fröhlich O.K. *Theorie der Setzung von Tonschichte*. Ed. F. Deuticke, Leipzig / Wien (1936)

Zhuang, Y., Xie, K. and Li, X. Nonlinear analysis of consolidation with variable compressibility and permeability. *Journal of Zhejiang University SCIENCE*, 6A (3), 181-187 (2005)