

# Simulación numérica de los campos de temperatura y de flujo en las proximidades de pozos de inyección y extracción en reservorios geotérmicos semipermeables de baja difusividad térmica

(Recibido: 06/05/2016; Aceptado: 21/06/2016)

Sepede G.<sup>1</sup>; Gómez-Lopera S.A.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Dep. de Física Aplicada. Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT).

ETSIA, Campus Alfonso XIII, 30203, Cartagena (Spain)

Teléfono: + 34 968325599

Email: gs25@alu.upct.es

**Resumen.** El trabajo estudia numéricamente los campos de temperatura y flujo bidimensional en reservorios geotérmicos semipermeables de baja difusividad térmica en presencia de pozos de extracción e inyección. El interés del estudio reside en determinar cómo la presencia de los pozos modifica los campos en el reservorio, en particular, en los puntos de extracción e inyección, con el objeto de encontrar la configuración más eficiente posible de una explotación geotérmica a instalar en la zona de interés. Los resultados muestran que los sistemas alcanzan el régimen estacionario a los 54 años y que los pozos alteran drásticamente la respuesta del dominio.

**Palabras clave.** Pozos, reservorio geotérmico, simulación numérica

**Abstract.** This work presents a two-dimensional numerical study of the temperature and flow in semipermeable geothermal domains with low thermal diffusivity with extraction and injection wells. The interest of the study is to determine how the presence of the wells changes the reservoir fields, in particular, near to extraction and injection points, in order to find the more efficient configuration of a geothermal exploitation to be installed in the interest area. Results show the systems reach the steady state after 54 years and the presence of wells changes strongly the geothermal response of the reservoir.

**Keywords.** Geothermal reservoirs, numerical simulation, wells

## 1. Introducción

En este estudio numérico se determina los campos de temperatura y flujo de fluido en las proximidades de pozos de inyección y extracción en un reservorio geotérmico semipermeable de baja difusividad térmica. Si en los típicos problemas de transporte de calor y flujo en medios porosos se llega a la solución mediante las ecuaciones de la ley de Darcy y Fourier en forma dimensional, en este trabajo la solución se obtiene a partir de las anteriores ecuaciones en forma no dimensional (Alhama, & Madrid, 2014) simuladas mediante la teoría de redes (Peusner, 1987). El problema tipo propuesto estudia un reservorio geotérmico bidimensional, con flujo de fluido de valor constante e igual en todo el contorno del dominio. En el caso con pozos de extracción e inyección se toman distintos valores en las paredes de los pozos y la parte del contorno superior del reservorio entre los pozos. Se considera que las paredes laterales del reservorio son adiabáticas con respecto a la temperatura y se sitúa el foco térmico en la parte inferior del reservorio. Se ha simulado los distintos sistemas hasta alcanzar el estado estacionario y se presentan los resultados obtenidos para la temperatura, la función de corriente y el vector velocidad.

## 2. Modelo físico de transferencia de calor y flujo de fluidos en medios porosos

### 2.1 Formulación física del problema

El problema físico se basa en la resolución de las expresiones de Darcy del flujo de velocidad horizontal y vertical (1), de conservación de la masa (2) (Alhama, Cánovas, & Alhama, 2014) y de conservación de la energía en términos de la variable temperatura (Alhama, Cánovas y Alhama, 2015) (3):

$$u = -\left(\frac{K_x}{\mu}\right)\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right); \quad v = -\left(\frac{K_z}{\mu}\right)\left(\frac{\partial P}{\partial z} + g\rho_0\right) \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right) = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} (\rho_f c_{p,f}) \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho_f c_{p,f}) u \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) + (\rho_f c_{p,f}) v \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right) \\ = k_{m,x} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right) + k_{m,z} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) \end{aligned} \quad (3)$$

donde  $K$  es la conductividad hidráulica (m/s),  $P$  la presión (N/m<sup>2</sup>),  $\rho$  la densidad del fluido,  $g$  la aceleración de gravedad (m/s<sup>2</sup>),  $\mu$  la viscosidad del fluido (kg/m<sup>1</sup>/s<sup>1</sup>),  $c_{p,f}$  el calor específico (J/kg°C),  $k$  la conductividad térmica, Siendo la conductividad térmica media  $k_m = [\phi k_f + (1-\phi)k_s]$ ,  $\phi$  es la porosidad y  $f$  y  $s$  se refieren a las características de la matrices del sólido o del fluido. Utilizando la aproximación de Boussinesq (hipótesis ampliamente utilizada en este campo) (Holzbecher, 1998), la variación de densidad del agua es :

$$\Delta\rho = \rho - \rho_0 = -\rho_0\beta\Delta T \quad (4)$$

donde  $\beta$  es el coeficiente de expansión térmica (°C<sup>-1</sup>) y el subíndice 0 se refiere a la temperatura de

referencia. La ecuación de momentos derivada de (1), (2) y (4) será (5) :

$$\left(\frac{K_z}{K_x}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right) - \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) = -\left(\frac{K_z g \rho_0 \beta}{\mu}\right)\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) \quad (5)$$

El problema será solucionado en términos de la función de corriente definida según la ecuación (6) (Alhama, Cánovas, & Alhama, 2014) :

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad ; \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (6)$$

### 2.2 Solución numérica del modelo

El método numérico para solucionar el conjunto de ecuaciones en derivadas parciales es el conocido como MESIR (González-Fernández, 2002), que consiste en simular el sistema con un circuito eléctrico equivalente al modelo matemático. La solución de este último será obtenida con ayuda del software PSPICE (1994). Las equivalencias entre las variables del problema y las eléctricas (Alhama, Soto Meca & Alhama, 2010a) son :

$J$  (flujo de calor,  $J/m^2s$ )  $\Leftrightarrow i$  (corriente eléctrica, A)

$T$  (temperatura, K o  $^{\circ}C$ )  $\Leftrightarrow V$  (potencial eléctrico, V)

$v$  (velocidad fluido, m/s)  $\Leftrightarrow i$  (corriente eléctrica, A)

$\Psi$  (función de corriente,  $m^2/s$ )  $\Leftrightarrow V$  (pot. eléctrico, V)

El sistema eléctrico será generado en variables adimensionales utilizando el programa FAHET flow and heat transport simulator (Alhama, Soto Meca, & Alhama, 2010b).

### 2.3 Condiciones iniciales y de frontera para cada configuración de estudio

Las condiciones iniciales son (7) y (8) y la condiciones de frontera son la presentada en figura 1:

$$T|(x,y,t)|_{t=t_0} = T_0(x,y) \quad (x,y) \in \Omega \quad (7)$$

$$\Psi|(x,y,t)|_{t=t_0} = \Psi_0(x,y) \quad (x,y) \in \Omega \quad (8)$$

En las tablas 1 y 2 se resumen las condiciones de frontera y las constantes. La variación de la función de corriente en la parte superior del dominio, a la izquierda  $\Psi_j$  y a la derecha  $\Psi_i$  del pozo, es definida como  $q_{pozo} = (\Psi_j - \Psi_i)/\Delta x$ . En la celda inferior del pozo se toma el valor medio  $\Psi_m$ .

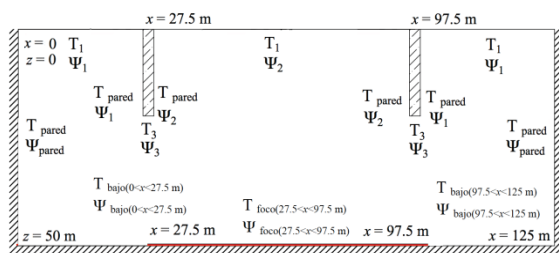


Fig. 1 Condiciones de frontera en el reservorio.

Tabla 1. Condiciones de frontera.

C.F	Configuraciones	
	I Sin pozo	II Ex.-In.
$T_1$	0	0
$T_3$	-	Adiab.
$T_{pared}$	Adiab.	Adiab.
$T_{foco}$	1	1
$T_{bajo}$	Adiab.	Adiab.
$\Psi_1$	$4.9 \times 10^{-6}$	$4.9 \times 10^{-6}$
$\Psi_2$	$4.9 \times 10^{-6}$	$2.9 \times 10^{-6}$
$\Psi_3$	-	$3.9 \times 10^{-6}$
$\Psi_{foco}$	$4.9 \times 10^{-6}$	$4.9 \times 10^{-6}$
$\Psi_{pared}$	$4.9 \times 10^{-6}$	$4.9 \times 10^{-6}$
$\Psi_{bajo}$	$4.9 \times 10^{-6}$	$4.9 \times 10^{-6}$

Nota: - Ex. (Extracción) - In. (Inyección)-  
 -  $T = 0$  (adimensional) (equivale a  $20^{\circ}C$ )  
 -  $T = 1$  (adimensional) (equivale a  $250^{\circ}C$ )  
 -  $\Psi$  ( $m^2/s$ )

Tabla 2. Propiedades físicas del sistema.

Permeabilidad	$k_x(m^2)$	$1.0 \times 10^{-14}$
	$k_z(m^2)$	$1.0 \times 10^{-14}$
Difusividad térmica	$D_x$ ( $m^2/s^{-1}$ )	$1.0 \times 10^{-6}$
	$D_z$ ( $m^2/s^{-1}$ )	$1.0 \times 10^{-6}$
Viscosidad dinámica	$\mu$ (Kg/m/s)	$2.0 \times 10^{-3}$
Calor específico del fluido	$c_w$ (J/Kg/K)	4180

## 3. Resultados

El dominio, de altura 50 m y anchura 125 m, se modela con una malla regular constituida por  $20 \times 50$  celdas (20 celdas sobre la vertical  $z$  y 50 sobre la horizontal  $x$ ) de dimensiones  $\Delta x = \Delta y = 2.5$  m. Para la configuración II, el pozo de inyección está situado en la posición  $x=97.5$  m y el de extracción en la posición  $x=27.5$  m, ambos de profundidad  $z=27.5$  m. Se han realizado simulaciones en el dominio del tiempo entre  $t_0=0$  s y  $t_{fin}=1.2 \times 10^{10}$  s, tomando como incremento de tiempo  $\Delta t=5 \times 10^7$  s. Se resumen los principales resultados obtenidos en el instante  $t=1.7 \times 10^9$  s (aproximadamente 54 años) en el que el sistema alcanza el estado estacionario.

### 3.1 Campo de temperatura

En figura 2 se presentan los resultados para la configuración I. Se aprecia como las isolíneas de temperatura presentan simetría con respecto a la vertical posicionada en la mitad del reservorio ( $x=67.5$  m) donde se encuentran los valores máximos. En esta posición la temperatura alcanza un valor del 50% de la del foco térmico para una profundidad igual a la mitad de la del reservorio. En figura 3 se muestran las isolíneas de temperatura en el reservorio para la combinación II. A diferencia del caso anterior, la presencia de los pozos causa ligeras variaciones en las isolíneas de temperatura, más acusadas en las proximidades del pozo de extracción, donde las isolíneas a la izquierda del pozo se encuentran desplazadas hacia abajo. Por su parte, a la derecha del

pozo de inyección las isolíneas se encuentran desplazadas hacia arriba.

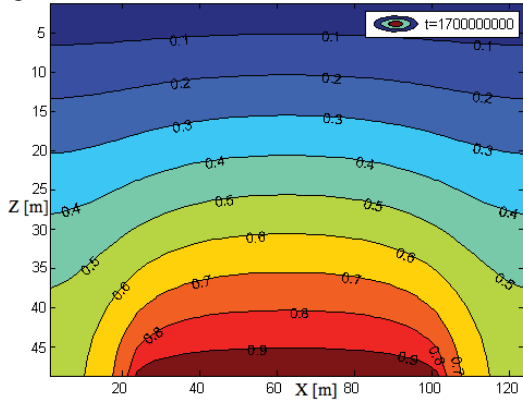


Fig. 2 Configuración I, Isolíneas de temperatura.

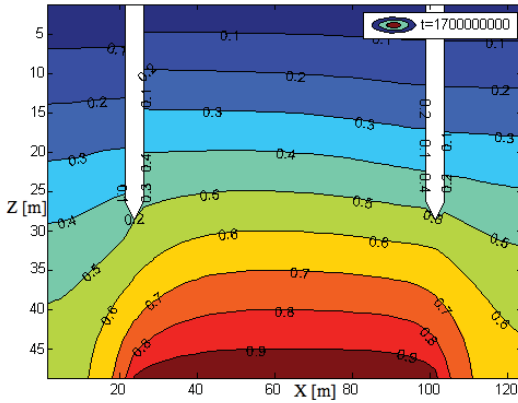


Fig. 3 Configuración II, Isolíneas de temperatura.

### 3.2 Flujo de fluido

A continuación se presentan los resultados relativos a la función de corriente. En la figura 4, configuración I, las isolíneas tienen forma ovoidal y corresponden a movimientos opuestos de las partículas de fluido en la parte izquierda y derecha del dominio.

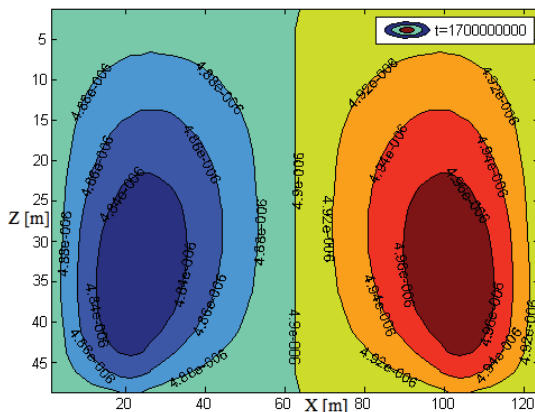


Fig. 4 Configuración I, de corriente.

En la figura 5, configuración II, se aprecia el brusco cambio en la función de corriente al introducir los pozos en el sistema geotérmico. Se ve cómo en la zona situada entre los pozos la función de corriente tiene valores ostensiblemente menores que en el resto del dominio y que todo el fluido inyectado es extraído. Gran parte del fluido inyectado en el pozo derecho acaba en el pozo de extracción izquierdo después de calentarse en la parte inferior.

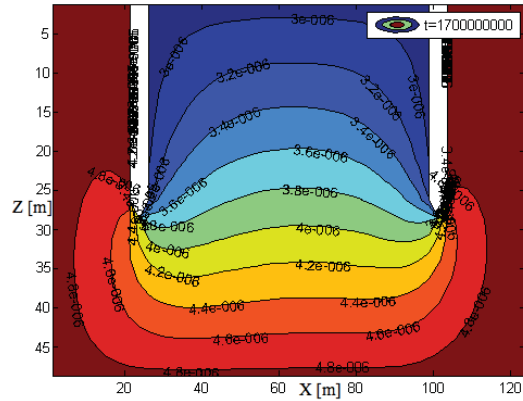


Fig. 5 Configuración II, Isolíneas de corriente.

### 3.3 Estudio local

En este apartado se presenta un estudio en dos posiciones próximas a los pozos ( $x=15$  m y  $x=90$  m) de la variación de la temperatura, la función de corriente y la derivada de esta última con respecto a la profundidad. En la figura 6 se ve que la vertical que presenta valores mayores de temperatura está a la izquierda del pozo de extracción,  $x=15$  m, que al mismo tiempo, véase figura 7, presenta el valor mínimo en la función de corriente a la profundidad  $z=32.5$  m.

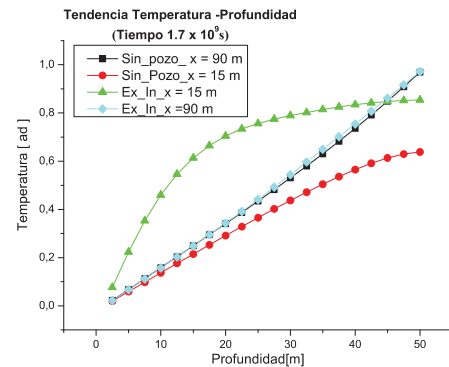


Fig. 6 Temperatura-profundidad.

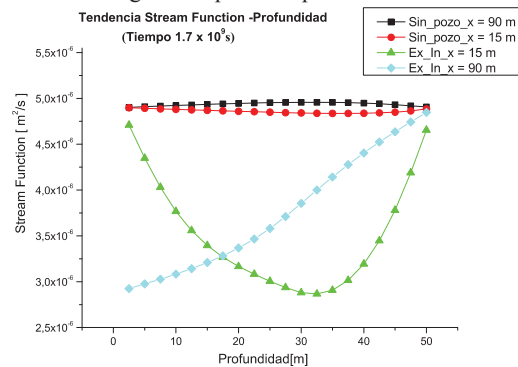


Fig. 7 Función de corriente-profundidad.

En figura 8 se presentan los resultados de la derivada de la función de corriente con respecto de la profundidad del reservorio. Esta permite ver más claramente que los mayores cambios en la función de corriente se producen en la posición  $x=15$  m.

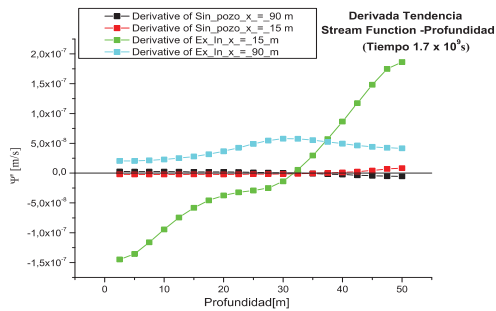


Fig. 8 Derivada función de corriente-profundidad.

### 3.4 Vector velocidad

Finalmente, se ha calculado el vector velocidad en todo el reservorio. La figura 9, configuración I, permite ver cómo se crean dos corrientes circulares de fluido de sentidos contrarios.

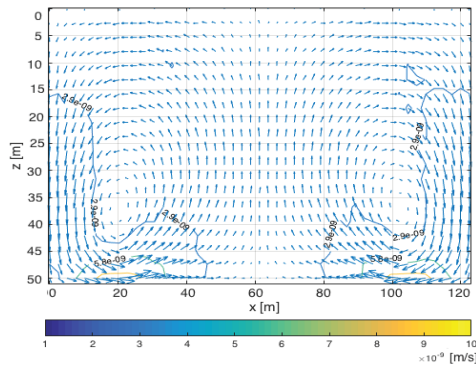


Fig. 9 Vector velocidad. Configuración I.

En la figura 10 se presenta el vector velocidad para la configuración II.

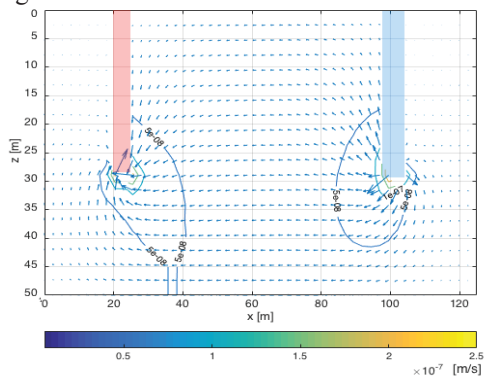


Fig. 10 Vector velocidad. Configuración II.

El flujo de fluido va desde el pozo de inyección hasta el de extracción. Los mayores valores de la velocidad se encuentran en la boca de los pozos. En sus paredes laterales la dirección del fluido es coherente con los efectos de extracción (hacia abajo) e inyección (hacia arriba).

### 4. Conclusiones

En este trabajo se estudia numéricamente los campos de temperatura y de flujo bidimensional en reservorios geotérmicos semipermeables de baja difusividad térmica en ausencia y en presencia de pozos de extracción e inyección. Las condiciones de frontera son flujo constante, foco térmico en la parte inferior del reservorio, temperatura constante en la parte superior y paredes laterales adiabáticas con respecto a la temperatura. Los sistemas alcanzan el

régimen estacionario a los 54 años aproximadamente y la presencia de los pozos altera sustancialmente la respuesta geotérmica del reservorio. La presencia de pozos de inyección y extracción produce ligeras variaciones en las isolíneas de temperatura, más acusadas en las proximidades del pozo de extracción, donde las isolíneas a la izquierda del mismo se encuentran desplazadas hacia abajo, mientras que a la derecha del pozo de inyección las isolíneas se encuentran desplazadas hacia arriba. También introducen un brusco cambio en la función de corriente. En la zona situada entre los pozos la función de corriente tiene valores ostensiblemente menores que en el resto del dominio al tiempo que todo el fluido inyectado es extraído, acabando la mayor parte en el pozo de extracción izquierdo después de calentarse en la parte inferior. Las curvas de velocidad del fluido y de variación de la temperatura, de la función de corriente y de la derivada de esta última con respecto a la profundidad confirman los anteriores resultados.

### Referencias

- [1] Alhama, I., Alcaraz, M., Trigueros E., & Alhama, F. (2014) Dimensionless characterization of salt intrusion benchmark in anisotropic media, *Applied mathematics and computation*, 247, 1173-1182.
- [2] Alhama, I., Cánovas, M., & Alhama, F. (2015). Simulation of fluid flow and heat transport coupled processes using Fahet software. *Journal of porous media*, 18(5),537-546.
- [3] Alhama, I., Cánovas, M., & Alhama, F. (2014). One the on the nondimensionalization process in complex problems: Application to natural convection in anisotropic porous media. *Mathematical problems in engineering*, 13.
- [4] Alhama F., & Madrid C. N., (2014), Análisis dimensional discriminado en mecánica de fluidos y transferencia de calor, Editorial Reverté.
- [5] Alhama, I., Soto Meca, A., & Alhama, F. (2010a). Programa FAHET. User's manual. © UPCT.
- [6] Alhama, I., Soto Meca, A., & Alhama, F. (2010b). Programa FAHET (flow and heat transport simulator). Version 4.5 © UPCT (Universidad Politécnica de Cartagena), Cartagena.
- [7] Bejan, A. (1987). Convective heat transfer in a porous media. En: Kakac, S., Shah, R. K., & González-Fernández, C.F. (2002). Applications of the network simulation method to transport processes, in *Network Simulation Method*. Ed. J. Horno, Research Signpost, Trivandrum, India.
- [9] Holzbecher, E. (1998). Modelling Density-driven Flow in Porous Media. Springer, Berlín.
- [10] Peusner, L. (1987). The principles of network thermodynamics: Theory and biophysical applications. Entropy, Lincoln, Massachusetts.
- [11] PSPICE, versión 6.0 (1994): Microsim Corporation, 20 Fairbanks, Irvine, California.