

# SELECCIÓN ÓPTIMA DE PARÁMETROS PARA EL REGISTRO DE IMAGEN POR DIFUSIÓN

Jorge Larrey Ruiz, Juan Morales Sánchez

{jorge.larrey;juan.morales}@upct.es

Departamento de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones.

Universidad Politécnica de Cartagena. 30202 Cartagena, Murcia.

**Abstract-** Choosing the adequate registration and simulation parameters in non-parametric image registration methods is an open question. There is no agreement about which are the optimal values (if any) for these parameters, since they depend on the images to be registered. As a result, in the literature the parameters involved in the registration process are arbitrarily fixed by the authors. The present paper is intended to address this issue. A two-step method is proposed to obtain the optimal values of these parameters, in terms of achieving in a minimum number of iterations the best trade-off between similarity of the images and smoothness of the transformation. These optimal values minimize the joint energy functional defined in a variational framework. We focus on the specific formulation of diffusion registration, but the exposed methodology can be directly applied to other non-parametric registration schemes. The proposed method is validated over different registration scenarios.

## I. INTRODUCCIÓN

La tarea del registro de imagen consiste en encontrar la estimación óptima de la transformación que relaciona geoméricamente un par de imágenes. En el caso de imágenes médicas, el campo de aplicación es muy amplio: fusión de imágenes, correspondencia con un atlas, diagnóstico de patologías, etc. Durante las últimas dos décadas, se han propuesto multitud de métodos para lograr la correspondencia entre imágenes médicas monomodales y multimodales. Para conocer más sobre métodos de registro de imagen, véase e.g. [18], y particularmente [10], para registro de imágenes médicas.

En muchas aplicaciones, el registro rígido (i.e., basado en rotaciones y traslaciones) no proporciona una solución suficientemente satisfactoria. Se hace necesaria una transformación no rígida (no lineal) para corregir las diferencias locales entre las imágenes. El registro de imagen no rígido puede ser tanto paramétrico (véase e.g. [14]) como no paramétrico. El registro no paramétrico se basa en la minimización, de forma regularizada, de una medida de distancia. El término de regularización es necesario porque el problema está mal condicionado. Este regularizador da nombre a los distintos tipos de registro: registro elástico [2], fluido [4], por difusión [5], por curvatura [6], etc. La principal diferencia con respecto al caso paramétrico, donde se buscan los parámetros de las funciones base que expanden la transformación a toda la imagen, es que en el registro no paramétrico simplemente se busca una transformación suave, sin parámetros involucrados en su representación. De todos modos, estos métodos también requieren de parámetros para controlar que el resultado final quede restringido al espacio de soluciones.

Por el momento, no existe ninguna estrategia satisfactoria para estimar de forma automática los parámetros de regularización para el registro no paramétrico [8], de modo que, en trabajos previos, los autores fijan de forma arbitraria el valor de estos parámetros. Esto puede tener una influencia muy negativa en la precisión del registro en casos donde la correspondencia es complicada (e.g. datos clínicos) [16]. Este artículo pretende solucionar este problema proporcionando reglas de diseño para elegir los parámetros de registro y simulación para los métodos de registro no paramétrico, permitiendo, en un mínimo de iteraciones, un registro óptimo en términos de similitud y suavidad.

Este artículo queda organizado del siguiente modo: en primer lugar se presenta la formulación matemática del problema general de registro de imágenes, introduciendo el término de regularización que consideraremos durante todo el trabajo; a continuación se muestra la metodología propuesta, que consta de dos pasos secuenciales; en la siguiente sección se aplica este nuevo enfoque, demostrando su efectividad, sobre dos ejemplos realistas (incluyendo el registro de imágenes médicas); finalmente, se discuten los aspectos más relevantes que se tratan en el artículo.

## II. MARCO MATEMÁTICO

Dadas dos imágenes, una de referencia  $R \equiv R(\mathbf{x})$  y otra objetivo  $T \equiv T(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{x} \in \Omega \equiv ]0, 1[^d$ , el objetivo del registro es encontrar una transformación local y/o global desde  $T$  hasta  $R$  de modo que la imagen objetivo registrada se corresponda con la de referencia. El propósito del registro es por tanto hallar unos vectores de desplazamiento  $\mathbf{u} \equiv \mathbf{u}(\mathbf{x})$  tales que  $T_{\mathbf{u}} \equiv T(\mathbf{x} - \mathbf{u}(\mathbf{x}))$  sea similar a  $R(\mathbf{x})$  en el sentido geométrico. Este problema puede ser formulado mediante un enfoque variacional [1], [7]. Para ello, definimos el funcional de energía conjunto que debemos minimizar:

$$\mathcal{J}[\mathbf{u}] = \mathcal{D}[R, T; \mathbf{u}] + \alpha \mathcal{S}[\mathbf{u}], \quad (1)$$

donde  $\mathcal{D}$  representa la medida de distancia (fuerzas externas) y  $\mathcal{S}$  determina la suavidad de los vectores de desplazamiento  $\mathbf{u}$  (restricciones internas). El segundo término es imprescindible, porque una transformación arbitraria podría producir deformaciones no deseadas (e.g. agujeros en la imagen). La transformación resultante debería ser un homeomorfismo, i.e., una aplicación biyectiva continua con inversa continua. El parámetro  $\alpha$  controla el peso del suavizado de los vectores de desplazamiento frente a la similitud de las imágenes. Probablemente, la elección más común para la medida de

distancia es la suma de diferencias cuadráticas (SSD), que asume imágenes monomodales:

$$\mathcal{D}[R, T; \mathbf{u}] = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (T_{\mathbf{u}} - R)^2 d\mathbf{x} . \quad (2)$$

En este artículo nos centraremos en el regularizador del registro por difusión [5]:

$$\mathcal{S}[\mathbf{u}] = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^d \int_{\Omega} \|\nabla u_l\|^2 d\mathbf{x} . \quad (3)$$

Puede observarse que este regularizador está relacionado tanto con el flujo óptico [11] como con el esquema de registro propuesto por Thirion (*demons registration*) [15]. Las razones para la elección de este regularizador son dos: está diseñado para penalizar deformaciones oscilantes (y por tanto proporciona deformaciones suaves); y permite una implementación muy rápida y eficiente. De todos modos, la metodología expuesta en este trabajo puede aplicarse directamente a cualquier método de registro no paramétrico.

Según el cálculo variacional, la derivada Gâteaux del funcional conjunto debería ser cero, i.e. un desplazamiento  $\mathbf{u}$  que minimice la ecuación (1) debería ser necesariamente solución de la ecuación de Euler-Lagrange:

$$-\mathbf{f}(\mathbf{x}; \mathbf{u}) + \alpha \mathcal{A}[\mathbf{u}](\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (4)$$

sujeta a las condiciones de contorno apropiadas.  $\mathcal{A}[\mathbf{u}] \equiv \mathbf{A}\mathbf{u} \equiv -\Delta\mathbf{u}$  es un operador en derivadas parciales relacionado con el regularizador  $\mathcal{S}$  [5]. El campo de fuerzas:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}; \mathbf{u}) = (T_{\mathbf{u}} - R)\nabla T_{\mathbf{u}} \quad (5)$$

dirige la deformación. Cambiar la medida de distancia  $\mathcal{D}$  proporcionaría un campo de fuerzas distinto. Para resolver una ecuación no lineal en derivadas parciales como (4) generalmente se introduce un tiempo artificial  $t$  y se calcula la solución en régimen permanente  $\partial_t \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{0}$  de la ecuación en derivadas parciales dependiente del tiempo, igualando la derivada temporal  $\partial_t \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  a la derivada Gâteaux (negativa) del funcional de energía [17]. La expresión resultante es una ecuación de difusión del calor no homogénea:

$$\partial_t \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) - \alpha \Delta \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)) , \quad (6)$$

que puede ser discretizada en el tiempo y en el espacio, para ser resuelta mediante el siguiente esquema iterativo semi-implícito:

$$u_l^{(k+1)} = \left( \mathbf{I} - \tau \alpha \mathbf{A} \right)^{-1} \left( u_l^{(k)} + \tau f_l^{(k)} \right) \quad l = 1, \dots, d , \quad (7)$$

cuya solución numérica permite implementaciones eficientes basadas en la DCT (puede deducirse de [9]), o en un esquema de *división aditiva del operador* [5]. Nótese que a la derecha de la igualdad en (7),  $\tau$  pondera las fuerzas actuales frente a los vectores de desplazamiento actuales. En nuestra implementación, se han escalado las fuerzas de modo que podemos fijar el valor del paso temporal,  $\tau = 1$ .

### III. MÉTODO PROPUESTO

La metodología que se expone en este artículo consta de dos pasos secuenciales:

- 1) Para un número de iteraciones pequeño  $\hat{n}_{iter}$  (típicamente entre 100 y 200), se halla el valor del parámetro de regularización  $\hat{\alpha}$  que minimiza el funcional conjunto (1), como puede verse en la Fig.1(a). Para obtener la imagen registrada  $T_{\mathbf{u}}$  y los vectores de desplazamiento  $\mathbf{u}$ , haremos uso de las ecuaciones (5)-(7) y de una implementación del algoritmo basada en DCTs (con condiciones de contorno adecuadas, véase [3]). Para el cálculo de las energías de similitud y regularización, usaremos las ecuaciones (2) y (3). Entonces, la relación  $\lambda$  entre el número de iteraciones y el parámetro de regularización puede calcularse como:

$$\lambda = \frac{\hat{n}_{iter}}{\hat{\alpha}} . \quad (8)$$

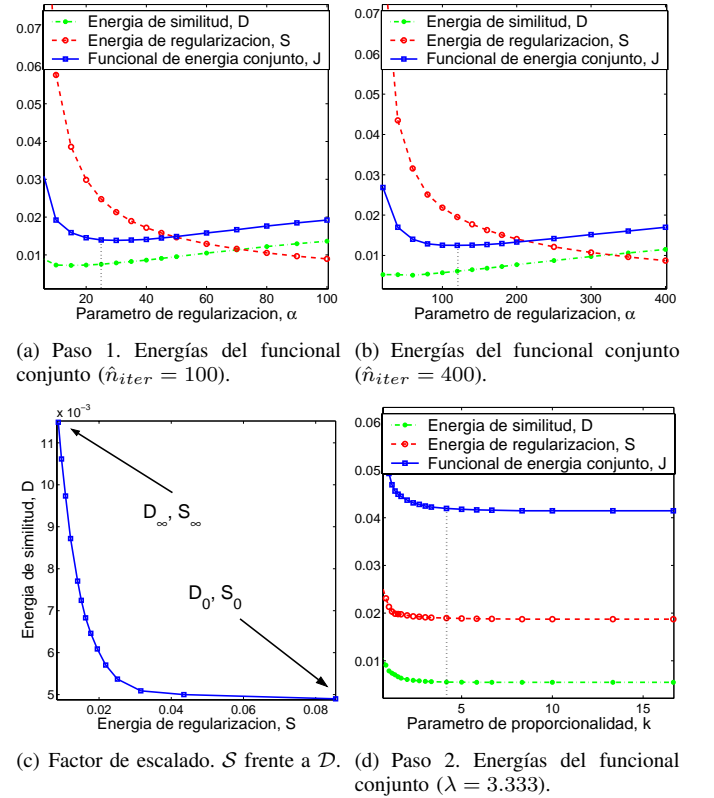


Fig. 1. Metodología propuesta.

De este modo, el desplazamiento resultante  $\hat{\mathbf{u}}$  con estos parámetros es el óptimo en términos del mejor compromiso (de acuerdo al enfoque variacional) entre  $\mathcal{D}$  y  $\mathcal{S}$ . Como se indica en [13], debe calcularse un factor de escalado  $\gamma$  que posibilite que  $\mathcal{D}$  y  $\gamma \mathcal{S}$  sean comparables, ya que estas funciones no están en la misma escala (la primera está relacionada con las intensidades de las imágenes y la otra con la suavidad de los vectores de desplazamiento). El factor de escalado viene dado por la siguiente expresión:

$$\gamma = \frac{\mathcal{D}_{\infty} - \mathcal{D}_0}{\mathcal{S}_0 - \mathcal{S}_{\infty}} , \quad (9)$$

donde  $\mathcal{D}_0$  y  $\mathcal{S}_0$  son respectivamente la energía de similitud y la energía de regularización sin que se lleve a cabo una regularización efectiva (i.e.  $\alpha = 0$ );  $\mathcal{D}_\infty$  y  $\mathcal{S}_\infty$  son los valores de estas energías para un valor del parámetro de regularización  $\alpha$  tan grande que hace que el registro no sea apreciable, véase Fig.1(c). El problema es que el número de iteraciones escogido  $\hat{n}_{iter}$  probablemente sea demasiado pequeño (i.e., el algoritmo no ha tenido tiempo de converger) o demasiado elevado (i.e., se podría haber logrado el registro óptimo en un tiempo menor).

- 2) Nuestros experimentos sobre diferentes tipos de imagen muestran que si se mantiene constante la proporcionalidad  $\lambda$  calculada entre  $\hat{n}_{iter}$  y  $\hat{\alpha}$ , las energías del funcional conjunto (1) muestran el mismo comportamiento que en la Fig.1(a), para un valor lo suficientemente alto del parámetro de regularización (típicamente,  $\alpha > 10$ ). Este efecto puede verse claramente en la Fig.1(b), donde el número de iteraciones es el cuádruple que en la Fig.1(a) (en este ejemplo,  $\lambda = \frac{100}{30} = \frac{400}{120} = 3.333$ ). La idea es encontrar ahora una constante multiplicativa  $k_o$  que posibilite un registro óptimo desde el punto de vista variacional y que minimice el número de iteraciones del algoritmo. Este parámetro  $k_o$  se obtiene como el mínimo valor de  $k$  para el cual puede considerarse que la pendiente del funcional de energía conjunto (1) es nula, i.e., se ha alcanzado la convergencia, véase Fig.1(d). Finalmente, los parámetros óptimos  $\alpha_o$  y  $n_{iter,o}$  se pueden calcular como:

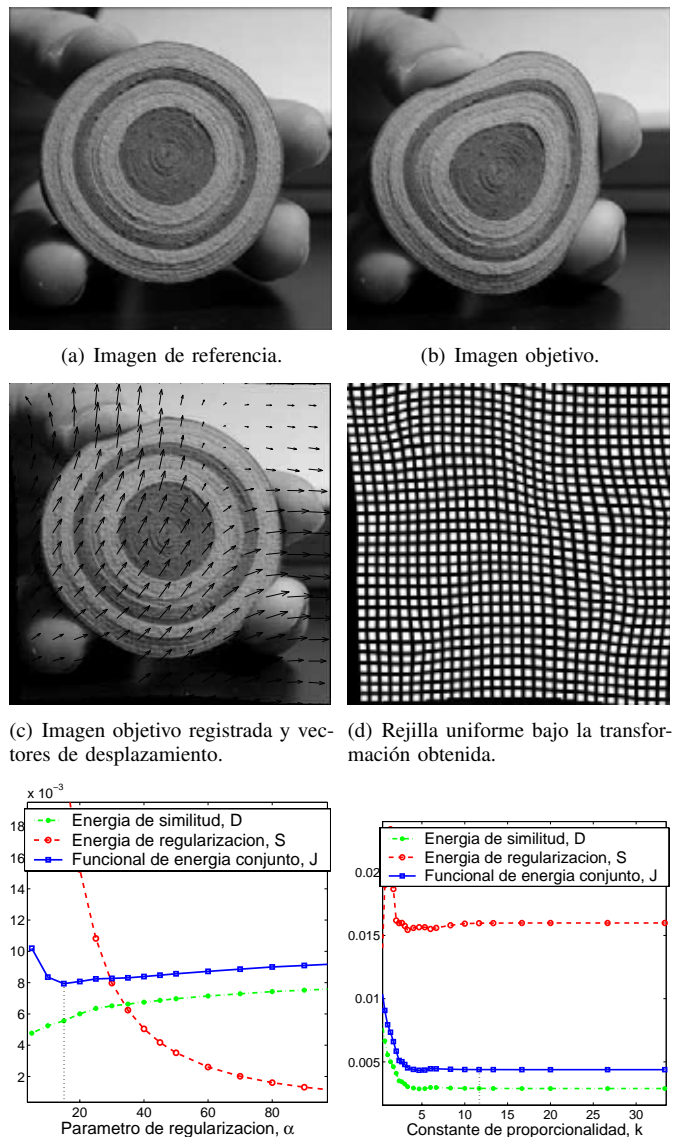
$$\alpha_o = k_o \hat{\alpha}, \quad (10)$$

$$n_{iter,o} = k_o \hat{n}_{iter} = k_o \lambda \hat{\alpha} = \lambda \alpha_o. \quad (11)$$

#### IV. RESULTADOS

En esta sección se presentan los resultados que se han obtenido con la metodología propuesta en este artículo. En primer lugar, validamos el método en un escenario de registro realmente complicado, donde el algoritmo de registro se muestra muy sensible a los valores de los parámetros de registro y simulación. A continuación se realiza el proceso de registro para un par de imágenes médicas reales (obtenidas de [12]), y de nuevo el resultado obtenido es plenamente satisfactorio.

En el primer caso, realizamos el registro de las imágenes correspondientes a un objeto real, antes y después de someterlo a una deformación no lineal (figuras Fig.2(a) y Fig.2(b)). Tras la aplicación del primer paso del método propuesto, obtenemos un valor de 13.333 para la constante de proporcionalidad  $\lambda$  (que se corresponde a los valores de 200 y 15 para  $\hat{n}_{iter}$  y  $\hat{\alpha}$  respectivamente, véase Fig.2(e)). El factor de escalado calculado es  $\gamma = 0.048$ . Ya en el segundo paso, obtenemos el valor de  $k_o = 11.667$  (véase Fig.2(f)), de modo que podemos hallar los parámetros de simulación óptimos utilizando las ecuaciones (10) y (11):  $\alpha_o = 175$  y  $n_{iter,o} = 2235$ . Para estos parámetros, se puede obtener tanto la imagen registrada como los vectores de desplazamiento (figura Fig.2(c)). Por un lado, la PSNR calculada entre la imagen de referencia y la imagen registrada es muy alta (22.37 dB frente a los 16.42 dB antes del registro), mientras que por otro lado podemos observar que una rejilla uniforme bajo la transformación hallada  $\mathbf{x} - \mathbf{u}(\mathbf{x})$

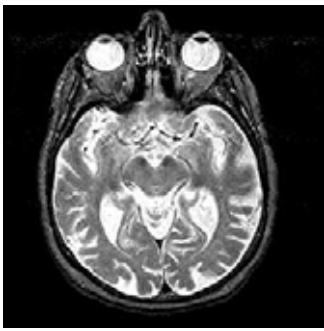


(e) Paso 1. Energías del funcional conjunto ( $\hat{n}_{iter} = 200$ ). (f) Paso 2. Energías del funcional conjunto ( $\lambda = 13.333$ ).

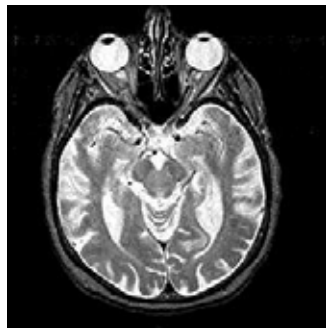
Fig. 2. Resultados obtenidos para un objeto real con deformación no lineal.

da como resultado un mallado visiblemente suave (véase Fig.2(d)). Se puede así apreciar con claridad el compromiso entre las energías de similitud y regularización que se pretende alcanzar con el método expuesto.

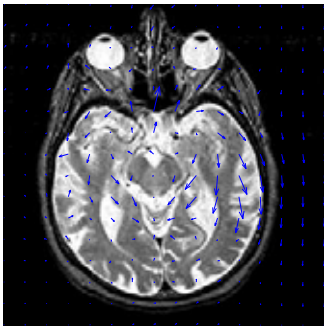
En la segunda simulación, el objetivo es registrar dos cortes consecutivos provenientes de la resonancia magnética (MRI) de un cerebro humano (figuras Fig.3(a) y Fig.3(b)). La constante de proporcionalidad calculada en el primer paso del método propuesto es  $\lambda = 10$  (correspondiente a los valores de  $\hat{n}_{iter} = 200$  y  $\hat{\alpha} = 20$ , véase Fig.3(e)). El factor de escalado calculado en este caso es  $\gamma = 0.089$ . En el segundo paso, el valor obtenido para  $k_o$  es 4 (véase Fig.3(f)), dando como resultado los siguientes parámetros:  $\alpha_o = 80$  y  $n_{iter,o} = 800$ . La imagen registrada de forma óptima y los vectores de correspondencia se muestran en la Fig.3(c). La PSNR entre la imagen de referencia y la imagen registrada es 18.88 dB (frente a los 15.78 dB antes del proceso de registro). La suavidad de una rejilla uniforme tras aplicarle



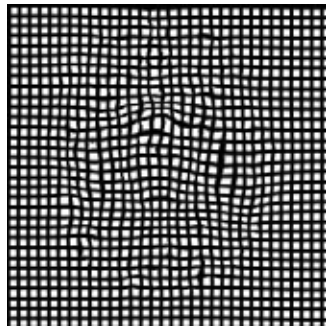
(a) Imagen de referencia.



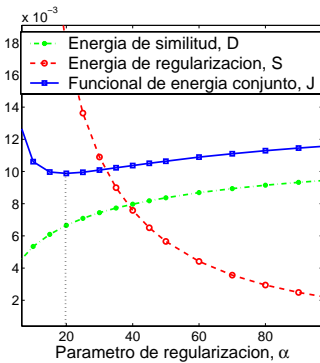
(b) Imagen objetivo.



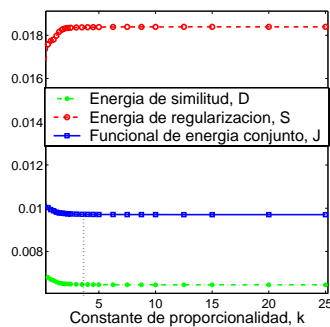
(c) Imagen objetivo registrada y vectores de desplazamiento.



(d) Rejilla uniforme bajo la transformación obtenida.



(e) Paso 1. Energías del funcional conjunto ( $\hat{n}_{iter} = 200$ ).



(f) Paso 2. Energías del funcional conjunto ( $\lambda = 10$ ).

Fig. 3. Resultados obtenidos para un par de imágenes médicas.

el desplazamiento calculado puede observarse en la Fig.3(d).

## V. CONCLUSIONES

En este artículo se propone un procedimiento, que consta de dos pasos, para la obtención tanto de los parámetros óptimos de registro como del mínimo número de iteraciones del algoritmo, que proporcionan el mejor compromiso entre similitud y suavidad para el registro de imagen no paramétrico. Es importante remarcar que siempre se asume que la transformación resultante es un homeomorfismo. Bajo esta premisa, los valores propuestos deberían ser considerados como óptimos en sentido *objetivo*. Sin embargo, si el supuesto anterior no se da, es posible obtener mejores resultados *subjetivos*, en términos de calidad visual de la imagen registrada (e.g. mayor PSNR), en un número de iteraciones sensiblemente inferior, y muy probablemente con valores para los parámetros de registro muy diferentes (e.g. un valor de  $\alpha$  mucho menor). Este efecto es algo general, ya que en todo método de registro el resultado

final se puede mejorar *visualmente* siempre mediante la relajación de las restricciones de regularización, pero pagando el precio de una pérdida de suavidad y/o continuidad en el mapeado calculado. En resumen, la principal meta de este trabajo es ofrecer de forma objetiva un límite superior para la calidad del registro (con las comentadas restricciones de suavidad y continuidad), y proporcionar las reglas de diseño básicas para alcanzar este límite.

## REFERENCIAS

- [1] Y. Amit, "A nonlinear variational problem for image matching," *SIAM Journal of Scientific Computing*, vol. 15, no. 1, pp. 207–224, 1994.
- [2] R. Bajcsy and S. Kovacic, "Multiresolution elastic matching," *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, vol. 46, no. 1, pp. 1–21, 1989.
- [3] U.-D. Braumann and J.-P. Kuska, "Influence of the boundary conditions on the results of non-linear image registration," *IEEE International Conference on Image Processing*, vol. I, pp. 1129–1132, 2005.
- [4] M. Bro-Nielsen and C. Gramkow, "Fast fluid registration of medical images," *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 1131, pp. 267–276, 1996.
- [5] B. Fischer and J. Modersitzki, "Fast diffusion registration," *M.Z. Nashed, O. Scherzer (eds), Contemporary Mathematics 313, Inverse Problems, Image Analysis, and Medical Imaging, AMS*, pp. 117–129, 2002.
- [6] —, "Curvature based image registration," *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, vol. 18, no. 1, pp. 81–85, 2003.
- [7] —, "Fast image registration - a variational approach," *Proceedings of the International Conference on Numerical Analysis & Computational Mathematics, G. Psihoyios (ed.), Wiley*, pp. 69–74, 2003.
- [8] —, "Large scale problems arising from image registration," *GAMM Mitteilungen*, vol. 27, no. 2, pp. 104–120, 2004.
- [9] —, "A unified approach to fast image registration and a new curvature based registration technique," *Linear Algebra and its Applications*, vol. 308, pp. 107–124, 2004.
- [10] J. Hajnal, D. Hill, and D. Hawkes, "Medical image registration," *CRC Press, Boca Raton, FL*, 2001.
- [11] B. Horn and B. Schunck, "Determining optical flow," *Artificial Intelligence*, vol. 17, pp. 185–204, 1981.
- [12] K. Johnson and J. Becker, "The whole brain atlas ([www.med.harvard.edu/aanlib/home.html](http://www.med.harvard.edu/aanlib/home.html))," 1995-1999.
- [13] V. Noblet, C. Heinrich, F. Heitz, and J.-P. Armpach, "Retrospective evaluation of a topology preserving non-rigid registration method," *Medical Image Analysis*, vol. In press, 2006.
- [14] K. Rohr, "Landmark-based image analysis: using geometric and intensity models," *Computational Imaging and Vision Series, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht*, vol. 21, 2001.
- [15] J.-P. Thirion, "Image matching as a diffusion process: an analogy with maxwell's demons," *Medical Image Analysis*, vol. 2, no. 3, pp. 243–260, 1998.
- [16] H. Ue, H. Haneishi, H. Iwanaga, and K. Suga, "Nonlinear motion correction of respiratory-gated lung SPECT images," *IEEE Transactions of Medical Imaging*, vol. 25, no. 4, pp. 486–495, 2006.
- [17] Z. Zhang, Y. Jiang, and H. Tsui, "Consistent multi-modal non-rigid registration based on a variational approach," *Pattern Recognition Letters*, vol. 27, pp. 715–725, 2006.
- [18] B. Zitová and J. Flusser, "Image registration methods: a survey," *Image and Vision Computing*, vol. 21, pp. 997–1000, 2003.