

EMPLEO DE TÉCNICAS DE OPTIMIZACIÓN EN LA MEJORA DEL COMPORTAMIENTO DE LÁMINAS DE HORMIGÓN DE CONFIGURACIÓN PREESTABLECIDA

Antonio Tomás*, Pascual Martí y Manuel Martínez

Departamento de Estructuras y Construcción
E.T.S.I. Industriales
Universidad Politécnica de Cartagena
Campus Muralla del Mar, 30202 - Cartagena
e-mail: antonio.tomas@upct.es

Palabras clave: Láminas, Hormigón, Optimización, Respuesta estructural

Resumen. *En esta comunicación se han empleado técnicas de optimización para encontrar diseños geométricos óptimos de láminas de hormigón, adoptando una forma estéticamente similar a la de un diseño preestablecido. Posteriormente se han realizado análisis lineales, no lineales y de estabilidad, de los diseños óptimos e inicial, para compararlos y poder establecer las mejoras obtenidas en la respuesta de la estructura, y qué sensibilidad existe en el diseño inicial frente al cambio de forma. Los resultados confirman las significativas mejoras que pueden alcanzarse en el comportamiento estructural de la lámina con sólo aplicar ligeros, casi imperceptibles, cambios en su forma inicial.*

1. INTRODUCCIÓN

El comportamiento estructural de las láminas, comparado con el de otros tipos de estructuras, se caracteriza por su mayor eficiencia mecánica. Si se realizan diseños apropiados, las láminas pueden soportar elevadas cargas y cubrir luces importantes, empleando relativamente poco material resistente. Además, su ligereza y elegancia convencen desde un punto de vista estético, considerándolas algunos autores como el sinónimo de la elegancia estructural [1].

Aunque las láminas puedan adoptar una forma cualquiera, son sin duda las láminas de doble curvatura las que mayores ventajas presentan [2,3]. Su extraordinario comportamiento se debe al efecto arco en dos planos, que en contraste con el arco contenido en un único plano, permite soportar distintos casos de carga mediante esfuerzos mayoritariamente de membrana, sin apenas aparición de flexiones. Además, estas superficies disponen de una forma que es prácticamente inmutable si los esfuerzos a los que están sometidas son razonablemente pequeños, y estará siempre en equilibrio, sin flexiones, independientemente de la forma y distribución de las cargas. Esto implica que las estructuras laminares diseñadas para actuar como membranas son en sí mismas estructuras óptimas. Por contra, y como ocurre en los sistemas óptimos, esta alta eficiencia mecánica se traduce en un comportamiento estructural extremadamente sensible antes pequeños cambios en ciertos parámetros de respuesta. El ejemplo clásico es la reducción que sufre la carga de pandeo de una lámina ante la aparición de pequeñas imperfecciones geométricas. Debido a este carácter ambivalente, a la lámina se le considera la *prima donna* de las estructuras [4].

Una de las ventajas del hormigón como material de construcción es su capacidad para moldearse a cualquier forma que un diseñador pueda establecer en el desarrollo de su creatividad. Algunas de las formas más espectaculares son las que pueden adoptar las estructuras laminares en cualquiera de sus variantes geométricas. En el proceso de diseño, una vez establecida la configuración de la lámina, habría que realizar su análisis y dimensionado de tal modo que satisficiera unas determinadas condiciones constructivas y de normativa. Puesto que este tipo de estructuras trabajan fundamentalmente por forma, resulta interesante preguntarse si es posible encontrar pequeños cambios en su geometría que, sin alterar demasiado esa configuración estética predeterminada, mejoren sustancialmente su comportamiento mecánico, a la vez que satisfagan las condiciones de diseño. El empleo de las técnicas de optimización puede resultar efectivo para conseguir este objetivo [5].

En esta comunicación, se han empleado estas técnicas para encontrar diseños geométricos óptimos que adopten una forma estéticamente similar a la del diseño inicial. A continuación se han realizado distintos tipos de análisis de todos los diseños, para compararlos y poder establecer cuáles son las mejoras obtenidas en la respuesta de la estructura, y qué grado de sensibilidad existe en el diseño inicial frente a los cambios de forma. Se han realizado análisis lineales y no lineales, así como análisis de estabilidad mediante un método aproximado y mediante un programa de análisis con el método de los elementos finitos. Los resultados confirman las significativas mejoras que pueden alcanzarse en el comportamiento estructural

de la lámina con sólo aplicar ligeros, casi imperceptibles, cambios en su forma inicial.

2. OPTIMIZACIÓN DEL COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DE LÁMINAS DE HORMIGÓN

La realización de diseños encaminados a la obtención del estado membrana en una estructura laminar, puede verse dificultada por factores como la aplicación de cargas concentradas, la existencia de condiciones de contorno de borde libre o una posible incompatibilidad entre una determinada forma de la lámina y su espesor. Puesto que estos factores tienen una fuerte relación de dependencia con la forma de la estructura, se hace esencial incorporar, en el proceso de diseño, procedimientos de optimización de forma que los tengan en cuenta. De este modo, el objetivo último en el diseño de una lámina, se traduciría en encontrar una forma que satisficiera los siguientes criterios de diseño [6]:

- Tensiones y desplazamientos acotados dentro de un intervalo preestablecido,
- obtención del estado de membrana o cercano a él,
- cumplimiento de las condiciones de contorno en todos los casos de carga,
- evitar los fenómenos de inestabilidad por pandeo,
- minimización de la sensibilidad de la respuesta estructural ante posibles variaciones en la geometría, y
- obtención de una estética agradable.

El desarrollo de las técnicas de optimización, utilizadas en un entorno de continuo avance en la potencia y las capacidades gráficas de los ordenadores, pueden ser unas herramientas muy eficaces para obtener una serie de diseños geométricos alternativos que mejoren el comportamiento mecánico de las láminas de hormigón, cumpliendo las condiciones de diseño (restricciones tensionales, condiciones constructivas, etc.), de una forma "óptima" (peso mínimo, rigidez máxima, nivel tensional mínimo, etc.).

Tradicionalmente se ha buscado el diseñar las estructuras de peso mínimo, lo que ha conducido a que la función objetivo más habitual sea el peso de la estructura. Sin embargo, en otras aplicaciones el peso no es el factor determinante y se recurre a otras funciones como el costo, la fiabilidad, la rigidez, etc. En el caso de la optimización de forma de láminas existen varias funciones objetivo de interés [5 a 10]. Por ejemplo, para encontrar un estado tensional de membrana o próximo a él, puede utilizarse como función objetivo la tensión de tracción máxima, o bien sustituir esta condición por una restricción que evite la aparición de tracciones en todos los puntos de la lámina.

Si lo que se pretende es mejorar el comportamiento de la estructura frente a fenómenos de inestabilidad, puede emplearse como función objetivo la carga crítica de pandeo. Es necesario considerar que la respuesta de las láminas es muy sensible respecto a las imperfecciones geométricas, por lo que deben tenerse en cuenta incluyéndolas dentro de los sucesivos análisis en el proceso de maximización de la carga de pandeo.

Con el propósito de minimizar los desplazamientos en la estructura, puede definirse una función denominada Desplazamiento Volumétrico (VD) de la siguiente forma:

$$VD = \sum_{i=1}^n d_i \times S_i \times Thick_i \quad (1)$$

siendo d_i módulo del vector desplazamiento en cada punto i ; S_i área de influencia en el punto i ; y $Thick_i$ espesor medio de la lámina en el área S_i .

Si requerimos reducir las flexiones en la lámina, es muy apropiado minimizar la energía de deformación (S_E), o lo que es lo mismo, maximizar la rigidez de la estructura

$$S_E = \frac{1}{2} \int \sigma \varepsilon dV \quad (2)$$

siendo σ tensiones y ε deformaciones en los puntos de la lámina. Además, al minimizar S_E , no sólo reducimos las tensiones y deformaciones, sino que implícitamente nos acercamos a los objetivos anteriores, pues mejoramos el comportamiento frente a inestabilidad y conseguimos un estado tensional relajado próximo al de membrana.

3. DESCRIPCIÓN DE LA LÁMINA UTILIZADA COMO EJEMPLO



Figura 1. Lámina en construcción (Parque Oceanográfico Universal, Valencia)

Como ejemplo, se exponen los procesos de optimización de forma de una lámina diseñada a partir de unos bocetos de Félix Candela, que constituye la entrada al Parque Oceanográfico Universal de Valencia (Figura 1). La geometría de la estructura resulta de la intersección de tres lóbulos cuyas superficies medias describen la forma de un paraboloides hiperbólico. La definición geométrica puede consultarse en detalle en las referencias [11,12]. Tras analizar el comportamiento del modelo, se realizan varios procesos de optimización bajo un estado de cargas gravitatorias predominantes.

3.1. Modelo CAD

Para generar el modelo CAD se ha definido un sistema de coordenadas cilíndrico global con origen en el punto de intersección de los tres paraboloides que componen la estructura laminar, a partir del cuál se obtienen las áreas que definen la superficie media de la estructura. Este modelo CAD se ha implementado en el programa de elementos finitos ANSYS (Figura 2) en función de unos parámetros de diseño, por lo que se puede modificar la forma de la estructura variando los valores de los mismos.

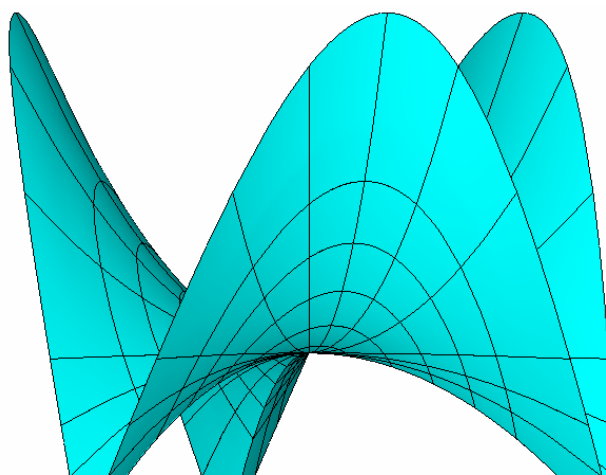


Figura 2. Modelo CAD de la estructura.

3.2. Modelo de análisis

Debido a la simetría de la estructura, los distintos análisis se realizarán sobre un sextante de la misma. Una vez formado el modelo CAD, hay que generar la malla de elementos finitos, asignarle propiedades mecánicas, establecer las condiciones de contorno y aplicar solicitaciones sobre la estructura.

Las propiedades mecánicas del **material** se han determinado a partir de la Instrucción Española de Hormigón Estructural EHE: 25,00 kN/m³ de peso específico; 20,00 MPa de resistencia de cálculo a compresión; 1,35 MPa de resistencia de cálculo a tracción; 28576 MPa de módulo de elasticidad; y 0,20 de coeficiente de Poisson.

De los dos tipos de **elementos** utilizados en láminas de hormigón, elementos de sólido degenerados y los basados en la teoría de placas y láminas [13], se ha utilizado un tipo de elemento de los pertenecientes al segundo grupo, el *Shell93* de ANSYS [14].

Debido a la simetría de cargas y de geometría, se ha realizado el análisis de un lóbulo con una amplitud de 60°, aplicando **condiciones de contorno** de simetría a los nodos contenidos en los planos de simetría, e impidiendo los desplazamientos *x*, *y* y *z* a los nodos contenidos en el plano de cimentación.

En las **acciones** se ha adoptado el peso propio de la estructura y una sobrecarga de 1 kN/m². La acción del viento no se ha considerado por su escasa influencia, pues adoptando una hipótesis simplificada y conservadora para la introducción de esta acción en el modelo, resulta, en el caso de la hipótesis de combinación más desfavorable, sólo una influencia del 3 % sobre las gravitatorias [11].

4. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO ÓPTIMO DE LA LÁMINA

4.1. Funciones objetivo

Las funciones objetivo empleadas han sido:

- Energía de deformación de la estructura;
- peso total de la misma; y
- mayor tensión principal de tracción de los nodos definidos en el modelo.

4.2. Variables de diseño

Se han empleado las siguientes variables de diseño:

- K Constante de la ecuación de la superficie media del paraboloide hiperbólico.
- β Ángulo de inclinación del plano que define el borde libre del paraboloide con respecto a la horizontal.
- ω Ángulo formado por los ejes directores del paraboloide hiperbólico.
- e_1 Espesor de la lámina.
- e_2 Espesor del nervio del orificio.
- e_3 Espesor de los nervios principales.

4.3. Restricciones

Se han restringido las tensiones máximas, tanto las de compresión σ_c como las de tracción σ_t , en función de las resistencias de cálculo del material que constituye la lámina:

$$\begin{aligned}\sigma_t &\leq f_{ct,d} = 1,35 \text{ MPa} \\ \sigma_c &\leq 0,85 f_{cd} = 17 \text{ MPa}\end{aligned}\tag{3}$$

5. RESULTADOS DE LA OPTIMIZACIÓN

Primeramente se ha realizado el análisis del modelo que propuso Félix Candela para el Parque Oceanográfico, el cual ha sido adoptado como modelo inicial. Este análisis nos ha permitido conocer información relevante, como el valor de las tensiones y desplazamientos de la estructura, y su carga crítica de pandeo. A continuación se ejecutan diversos procesos de optimización con el fin de mejorar su comportamiento estructural bajo diversas combinaciones de acciones. Hemos clasificado los distintos procesos de

optimización del modelo inicial en dos grupos:

- Según la función objetivo empleada (energía de deformación, peso, o tensión de tracción), y
- según el espesor mínimo permitido a la lámina (6 ó 8 cm).

Para cada función objetivo se han realizado dos procesos de optimización en función del espesor mínimo permitido. Además, se ha efectuado un estudio del pandeo de la estructura para el modelo inicial con tres espesores distintos y para los diseños óptimos.

En la Tabla 1 se exponen los valores finales de las variables de geometría en los distintos procesos de optimización. También se muestran los valores finales de dos parámetros geométricos, uno es la altura del borde libre del paraboloide y el otro es el radio o distancia en planta desde el centro de la estructura hasta uno de sus apoyos. Estos parámetros, al compararlos en los distintos procesos, nos pueden aportar una mayor claridad al intentar visualizar los cambios producidos en la geometría del modelo inicial.

Proceso	e_1 (cm)	e_2 (cm)	e_3 (cm)	K (m ⁻¹)	ω (°)	Radio (m)	Altura (m)
Modelo inicial	6,00	8,00	35,00	0,140	90,00	13,63	24,39
ED ($e_{min} = 6$ cm)	6,12	6,00	36,21	0,158	85,42	11,87	19,04
ED ($e_{min} = 8$ cm)	8,00	9,54	40,00	0,165	84,98	11,54	19,00
W ($e_{min} = 6$ cm)	6,00	7,19	26,43	0,150	85,87	12,27	19,02
W ($e_{min} = 8$ cm)	8,00	8,10	33,31	0,141	86,45	12,79	19,05
σ_t ($e_{min} = 6$ cm)	15,94	8,09	38,46	0,139	86,53	12,91	19,01

ED = energía de deformación; W = peso; σ_t = tensión de tracción; e_{min} = espesor mínimo.

Tabla 1. Procesos de optimización. Valores finales de las variables de geometría.

Puede observarse que el valor del ángulo ω (ángulo formado por los ejes directores) disminuye su valor en todos los procesos de optimización, por lo que el paraboloide hiperbólico deja de ser equilátero. Por otra parte, la altura del modelo inicial disminuye en todos los procesos tendiendo al valor mínimo establecido de 19 m. En cuanto a los espesores de la lámina, destacamos cómo disminuyen al valor mínimo permitido cuando se optimiza la energía de deformación y el peso, mientras que cuando se optimiza la máxima tensión de tracción el espesor de la lámina aumenta a casi 16 cm, lo que indica el alto coste que supondría encontrar una forma de la lámina con comportamiento en estado membrana bajo restricciones de tipo geométrico.

En la Tabla 2 se muestran los valores finales de las funciones objetivo, además de tres parámetros interesantes para establecer comparaciones, el espesor de la lámina e_1 , la máxima tensión de compresión $\sigma_{c,máx}$ y el máximo desplazamiento vertical $U_{z,máx}$.

A la luz de los resultados obtenidos, resaltamos que en todos los procesos de optimización las tensiones máximas de compresión se mantienen por debajo de 5 MPa y las tensiones máximas de tracción adoptan un valor inferior a la resistencia de cálculo a tracción del hormigón. En el caso de que la función objetivo sea ésta última, el valor del peso duplica

aproximadamente los valores obtenidos en el resto de procesos, sin embargo no se consigue una apreciable disminución de la tensión de tracción, lo que ratifica el alto coste de la obtención del estado membrana con restricciones comentado anteriormente. Además, el máximo desplazamiento vertical de la estructura es inferior a 4 mm, lo que está en consonancia con los resultados obtenidos por Ortega y Arias (1998) [3] para este tipo de estructuras (desplazamientos verticales por debajo del 10 % del espesor de la lámina).

Proceso	Funciones objetivo			e_1 (cm)	$\sigma_{c,max}$ (MPa)	$U_{z,max}$ (mm)
	ED (N·m)	W (kN)	σ_t (MPa)			
Modelo inicial	881,77	473,83	2,19	6,00	7,89	8,73
ED ($e_{min} = 6$ cm)	297,94	330,17	1,33	6,12	4,96	3,90
ED ($e_{min} = 8$ cm)	300,66	443,28	1,29	8,00	4,22	3,25
W ($e_{min} = 6$ cm)	318,29	309,54	1,26	6,00	4,89	3,94
W ($e_{min} = 8$ cm)	367,20	431,37	1,10	8,00	4,27	3,27
σ_t ($e_{min} = 6$ cm)	514,36	767,87	1,05	15,94	4,75	2,26

Tabla 2. Procesos de optimización. Valores finales de las funciones objetivo, espesor de la lámina (e_1), tensión de compresión máxima ($\sigma_{c,max}$) y desplazamiento vertical máximo ($U_{z,max}$).

6. ANÁLISIS NO LINEAL DE LOS DISEÑOS INICIAL Y ÓPTIMOS

Una vez obtenidos algunos diseños geométricos óptimos que adopten una forma estéticamente similar a la del diseño inicial, se han realizado a continuación distintos tipos de análisis, de los diseños óptimos y del diseño inicial [15], para compararlos y poder establecer cuáles son las mejoras obtenidas en la respuesta de la estructura, y qué grado de sensibilidad existe en el diseño inicial frente a los cambios de forma.

En cada diseño se han realizado cuatro tipos de análisis: Un análisis lineal utilizando el módulo de elasticidad longitudinal reducido que propone el Código Modelo MC-90 [16], y al que denominaremos de manera resumida “análisis lineal reducido”, y tres no lineales (análisis no lineal geométrico, no lineal del material, y no lineal geométrico y del material). Se ha establecido, de un modo gráfico, una comparación entre los valores de ciertos parámetros interesantes en cada uno de los diseños y en cada uno de los análisis, partiendo siempre del diseño inicial de la lámina con espesor 6 cm. Los parámetros considerados son:

- Tensión máxima de tracción, $\sigma_{t,max}$ (MPa).
- Tensión máxima de compresión, $\sigma_{c,max}$ (MPa).
- Energía de deformación, ED (Nm).
- Desplazamiento máximo en Z , $U_{z,max}$ (mm).

En la Figura 3 se expresa gráficamente los valores que adopta la tensión máxima de tracción $\sigma_{t,max}$ en los diversos diseños para todos los análisis realizados. Como se puede apreciar, los valores de la tensión máxima de tracción en los diferentes análisis son muy

similares en todos ellos, pues la lámina se encuentra sometida a un estado tensional muy bajo. En cuanto a la variación de este parámetro de un diseño a otro, observamos su disminución desde el diseño inicial hasta el diseño óptimo donde se minimiza la tensión de tracción (σ_t). En las Figuras 3 a 6 se emplea la siguiente notación para los diseños: *DI* (Diseño Inicial), *ED* (diseño óptimo empleando como función objetivo la energía de deformación, y con espesor mínimo 6 cm), *W* (diseño óptimo empleando como función objetivo el peso, y con espesor mínimo 6 cm), *St* (diseño óptimo empleando como función objetivo la tensión de tracción, y con espesor mínimo 6 cm).

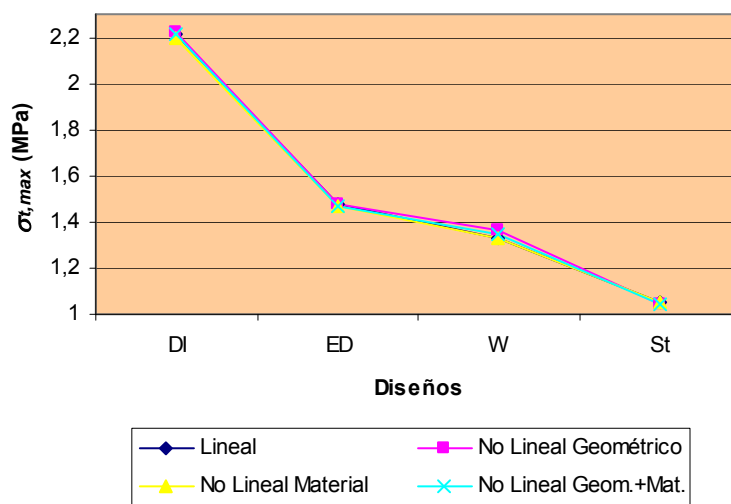


Figura 3. Evolución de la tensión máxima de tracción $\sigma_{t,máx}$

En la Figura 4 se representa la evolución de la tensión máxima de compresión $\sigma_{c,máx}$ en la lámina en los diversos diseños, para cada análisis. Puede observarse que, para el diseño inicial, el valor de tensión máxima de compresión más alto se alcanza en el análisis no lineal geométrico, mientras que el más bajo se alcanza en el análisis no lineal del material, adoptando para el resto de análisis valores intermedios entre ambos.

En los diseños óptimos, el valor de la tensión máxima de compresión decrece con respecto al diseño inicial. Por otro lado, se puede apreciar también que, a medida que la tensión decrece, las diferencias obtenidas entre los distintos análisis para el valor de ese parámetro se hacen cada vez más pequeñas, siendo prácticamente despreciables para el último diseño óptimo, por la misma razón comentada anteriormente respecto del escaso nivel tensional existente en la lámina.

En la Figura 5 se representa el valor que adopta la energía de deformación según el diseño y el tipo de análisis empleado. Puede observarse que la energía de deformación obtenida mediante el análisis no lineal del material y la obtenida por medio del análisis no lineal geométrico y del material, alcanza valores muy parecidos para cada uno de los diseños, tanto para el inicial como para los diseños óptimos. Además, estos valores son menores en todos los casos a los obtenidos por medio del análisis lineal y del análisis no lineal

geométrico, que a su vez, son también muy similares. Se desprende de esto que la inclusión de la no linealidad del material en el análisis ocasiona un descenso en la energía de deformación de la lámina. Por otro lado, vemos también que la energía de deformación disminuye al optimizar, pasando desde valores superiores a 800 Nm a valores por debajo de 300 Nm en el diseño óptimo *ED*. Se observa también, que en el último diseño óptimo (*St*), la energía de deformación incrementa su valor, hasta llegar a valores en torno a 500 Nm, lo que se debe al mayor espesor de la lámina producto de optimizar la tensión máxima de tracción.

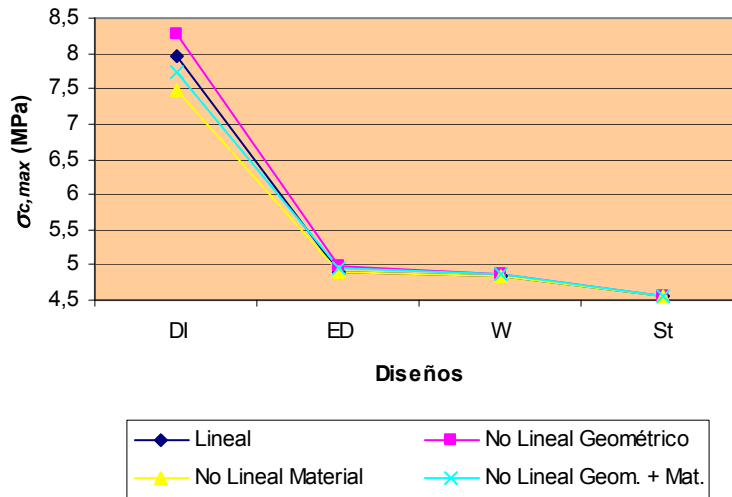


Figura 4. Evolución de la tensión máxima de compresión $\sigma_{c,max}$

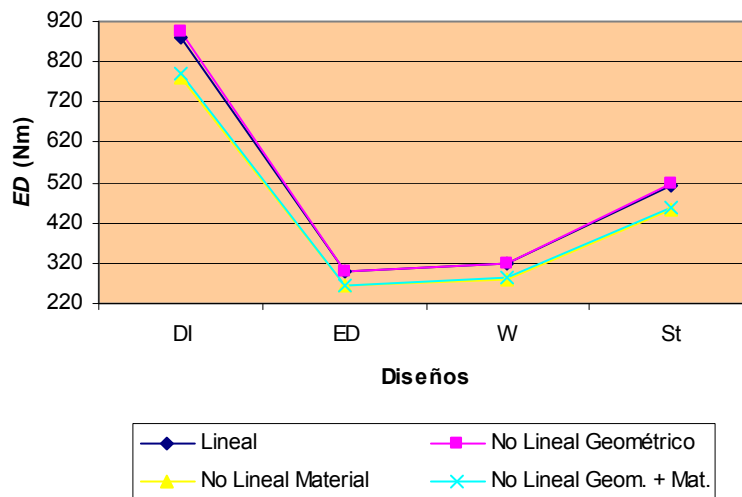


Figura 5. Evolución de la Energía de deformación, *ED*

Por último, en la Figura 6 se expresa gráficamente los valores que adopta el desplazamiento máximo según el eje global Z, U_z . Al igual que sucede con la energía de deformación se aprecia que, tanto para el análisis no lineal del material como para el análisis no lineal geométrico y del material, los desplazamientos obtenidos para todos los diseños son similares, y menores a los obtenidos por medio de los demás análisis. El valor del desplazamiento máximo en Z en los diseños óptimos con respecto al diseño inicial disminuye por debajo de la mitad, adoptando valores en torno a 8 mm para el diseño inicial y por debajo de 4 mm para los diseños óptimos. No obstante, los desplazamientos verticales obtenidos en general son muy bajos, lo cual es producto de la gran rigidez que posee este tipo de estructuras.

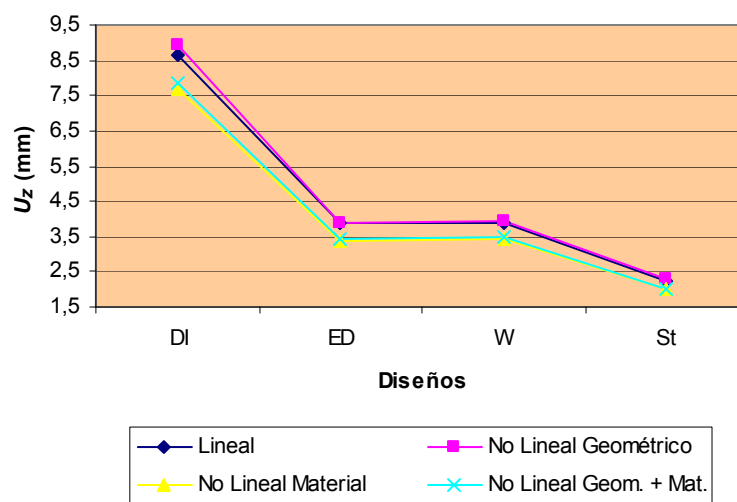


Figura 6. Evolución del desplazamiento máximo en Z, U_z .

7. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE LOS DISEÑOS

Se ha realizado también el análisis de estabilidad global de cada diseño, concretamente un análisis de autovalores (estudio de estabilidad inicial), y dos análisis de estabilidad no lineales (no lineal geométrico y no lineal geométrico y del material), obteniendo la carga de pandeo expresada como multiplicador del peso propio de cada lámina. Además, se ha aplicado a los diseños el método aproximado propuesto por la IASS [17] para la obtención de la carga de pandeo, que incluye en el estudio de estabilidad los factores que influyen en el proceso como son la sensibilidad a las imperfecciones, la fluencia del material y la no linealidad del mismo. En la Tabla 3 se exponen los resultados de los estudios de estabilidad inicial, de los análisis no lineales y de la aplicación del método propuesto por la IASS para los modelos finales en cada proceso y para el modelo inicial con espesor 6 cm.

Tipo de análisis	Diseño inicial ($e = 6,00$ cm)	Diseños óptimos		
		ED ($e = 6,12$ cm)	W ($e = 6,00$ cm)	σ ($e = 15,94$ cm)
AV	8,64	17,36	15,81	53,34
NLG	7,92	15,49	14,34	45,10
NLGM	7,74	14,14	13,47	26,37
IASS	2,74	5,88	5,48	12,65

AV = autovalores; NLG = no lineal geométrico; NLGM = no lineal geométrico-material; IASS = método IASS

Tabla 3. Carga crítica de pandeo (expresada como múltiplo del peso de la lámina).

Del estudio de estabilidad destacamos por una parte, la alta carga crítica de pandeo obtenida, producto de esa gran rigidez de este tipo de estructuras comentada anteriormente. Es interesante destacar además, que la carga crítica se duplica en los diseños óptimos frente a los diseños iniciales, lo que aporta un valor añadido a la hora de diseñar este tipo de láminas utilizando técnicas de optimización.

Por último, es importante destacar que la carga de pandeo obtenida mediante el método de la IASS adopta valores en torno a un 80 % menor a la inicialmente prevista en el estudio de estabilidad inicial, lo que confirma la gran importancia de incluir en el estudio los factores que afecten a la estabilidad de la lámina y que se han comentado anteriormente.

8. CONCLUSIONES

Tradicionalmente, los ordenadores se han utilizado, dentro del proceso de diseño de estructuras, para analizar la respuesta de una estructura (definida por el usuario) y comprobar su seguridad para unas cargas dadas. La utilización de las técnicas de optimización en este proceso de diseño, amplía el campo de utilización del ordenador y permite al usuario obtener diseños óptimos para las condiciones de diseño fijadas por él. Indicamos seguidamente, de forma esquemática, las principales conclusiones extraídas de los resultados obtenidos en el estudio, y agrupadas según la optimización de forma de la lámina, según el análisis no lineal o según el estudio de estabilidad. Resulta conveniente aclarar que estas conclusiones deben entenderse aplicadas a láminas cuyo material se encuentra solicitado bajo estados tensionales pequeños, muy alejados de su resistencia al agotamiento.

a) Conclusiones de la optimización

La principal conclusión obtenida del proceso de optimización es que con pequeños cambios en la forma de la lámina se obtienen mejoras considerables en su comportamiento mecánico. En particular, podemos destacar tres aspectos interesantes:

- Puede alcanzarse, en su caso, el estado membrana de tensiones de compresión. Sin embargo, las fuertes restricciones geométricas aplicadas para que el diseño óptimo mantenga una configuración estética predeterminada, hacen difícil poder conseguir

ese estado tensional en la lámina.

- Las deformaciones en la lámina se reducen considerablemente hacia valores inferiores a la mitad de los obtenidos en el diseño inicial.
- El comportamiento de la lámina frente a estabilidad mejora sensiblemente, ya que al menos se duplica la carga de pandeo en los diseños óptimos con respecto al inicial, y se consigue reducir la sensibilidad a imperfecciones en torno a un 18 % de valor medio. Sin embargo, aumenta la influencia de la no linealidad del material en un 16 % de media.

b) Conclusiones del análisis no lineal

- En estos reducidos estados tensionales, el análisis lineal empleando un módulo de deformación reducido resulta ser conservador, en el sentido de arrojar deformaciones superiores a las obtenidas mediante el análisis no lineal geométrico y del material.
- El análisis no lineal geométrico arroja resultados más conservadores que el análisis lineal reducido, pues aparecen deformaciones y desplazamientos mayores. Si el análisis lineal ya resultaba ser conservador, parece por tanto más razonable realizar el análisis no lineal geométrico y del material, que tiene un coste computacional similar al no lineal geométrico, pero que nos proporciona unos resultados más cercanos a la realidad.
- En términos de deformaciones, el análisis lineal reducido es el que más se acerca, por exceso, al no lineal geométrico y del material, mientras que en términos de tensiones es el análisis no lineal geométrico, si bien en este último caso las diferencias son mínimas entre los distintos tipos de análisis.

c) Conclusiones del análisis de estabilidad

- En general, este tipo de láminas posee un buen comportamiento frente a inestabilidad, puesto que las cargas de pandeo teóricas obtenidas están por encima de 7 veces el peso propio de la lámina. Esto confirma la gran rigidez que tiene este tipo de estructuras.
- El análisis de estabilidad no lineal geométrico y del material proporciona cargas de pandeo inferiores a las obtenidas mediante el no lineal geométrico (entre un 6 y un 9% en los diseños óptimos para espesores de lámina de 6 cm y un 42 % para el caso de espesor 16 cm), lo cual indica la conveniencia de incluir la no linealidad del material en el análisis de estabilidad. Es conveniente advertir que para espesores pequeños, la estructura presenta una esbeltez tal que se alcanza el colapso antes por pandeo que por agotamiento del material, sin embargo para espesores mayores, la rigidez de la estructura aumenta de tal modo que se produce una situación inversa, alcanzándose el colapso bajo tensiones en el entorno de la resistencia última, es decir, dentro del tramo del diagrama σ - ε donde más se acusa el comportamiento no lineal del material.
- Según los resultados obtenidos al aplicar el método de la IASS, resulta imprescindible incluir en el estudio de estabilidad los factores que influyen en el proceso como son la sensibilidad a las imperfecciones, la fluencia del material y la no linealidad del mismo, puesto que las cargas de pandeo obtenidas al tener en cuenta todos estos factores,

resultan ser inferiores en torno a un valor medio del 65 % a las obtenidas realizando un análisis de estabilidad no lineal geométrico. Concretamente la fluencia del hormigón tiene una importancia capital, puesto que reduce la carga de pandeo no lineal geométrica en un 51 %.

REFERENCIAS

- [1] E. Ramm, R. Kemmler and S. Schwarz, *Formfinding and optimization of shell structures*. Ed. IASS-IACM, *4th Int. Coll. on Computation of Shell & Spatial Structures, Chania-Crete, 2000*, IASS-IACM, Chania-Crete, Greece (2000).
- [2] F. Candela, *En defensa del formalismo y otros escritos*, Xarait Eds, (1985).
- [3] N.F. Ortega and J.V. Arias, *Comparison of mechanical efficiency between an hyperbolic paraboloid and an experimental model*. S. Idelsohn, E. Oñate & E. Dvorkin eds. *Fourth World Congress on Computational Mechanics, Buenos Aires, 1998*, CIMNE-IACM, Computational mechanics: new trends and applications, Barcelona (1998).
- [4] E. Ramm and W.A. Wall, *Shells in advanced computational environment*. H.A. Mang, F.G. Rammstorfer & J. Eberhardsteiner eds. *Fifth World Congress on Computational Mechanics, Viena, 2002*, IACM, Viena, Austria (2002), CD de actas, 22 páginas, fichero fp80018.pdf .
- [5] P. Martí, A. Tomás y M.S. Torrano, *Aplicación de las técnicas de optimización en la enseñanza del hormigón estructural*. Ed. ACHE, *Primeras Jornadas de ACHE sobre la enseñanza del hormigón estructural, Madrid, 2001*, ACHE, Madrid (2001), pp. 203-209.
- [6] E. Ramm, R. Kemmler and S. Schwarz, *Formfinding and optimization of shell structures*. Ed. IASS-IACM, *4th Int. Coll. on Computation of Shell & Spatial Structures, Chania-Crete, 2000*, IASS-IACM, Chania-Crete, Greece (2000).
- [7] E. Ramm and G. Mehlhorn, "On shape finding methods and ultimate load analyses of reinforced concrete shells", *Engineering structures* 13, pp. 178-198, (1991).
- [8] K.-U. Bletzinger and E. Ramm, "Form Finding of Shells by Structural Optimization", *Engineering with computers* 9, pp. 27-35, (1993).
- [9] S.I. Robles and N.F. Ortega, "Study of volumetric displacements of shells", *Journal of the IASS* 42, 137, pp. 139-147, (2001).
- [10] A. Tomás and P. Martí, *Improvement on structural behaviour of concrete shells using optimization techniques*. N. Bicanic, R. de Borst, H. Mang and G. Meschke eds. *Euro-C Conference, St. Johann Im Pongau, Austria, 2003*, A.A. Balkema Publishers, Computational Modelling of Concrete Structures, pp. 839-845, Lisse (2003).
- [11] M.A. Solano, *Modelado, análisis y optimización de una estructura laminar de hormigón*, PFC, ETSII, UPCT, Cartagena (2001).
- [12] A. Tomás, P. Martí y M.A. Solano, *Optimización de forma de un paraboloid hiperbólico de hormigón*. J. M. Goicolea, C. Mota Soares, M. Pastor y G. Bugeda eds. *V Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería, Madrid, 2002*, SEMNI, Madrid (2002), CD de actas, 13 páginas, fichero 234.pdf .

- [13] G. Hofstetter and H.A. Mang, *Computational mechanics of reinforced concrete structures*, Vieweg, (1995).
- [14] ANSYS Inc., *Ansys elements reference*, ANSYS Inc., (2000).
- [15] M. Martínez, *Análisis no lineal y de estabilidad de varios diseños de una lámina de hormigón*, PFC, ETSII, UPCT, Cartagena (2005).
- [16] GEO-CEB, *Código modelo CEB-FIP 1990 para hormigón estructural*, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, (1995).
- [17] S.J. Medwadowski, "Buckling of concrete shells: an overview", *Journal of the IASS*, 45 (144), pp. 51-63, (2004).