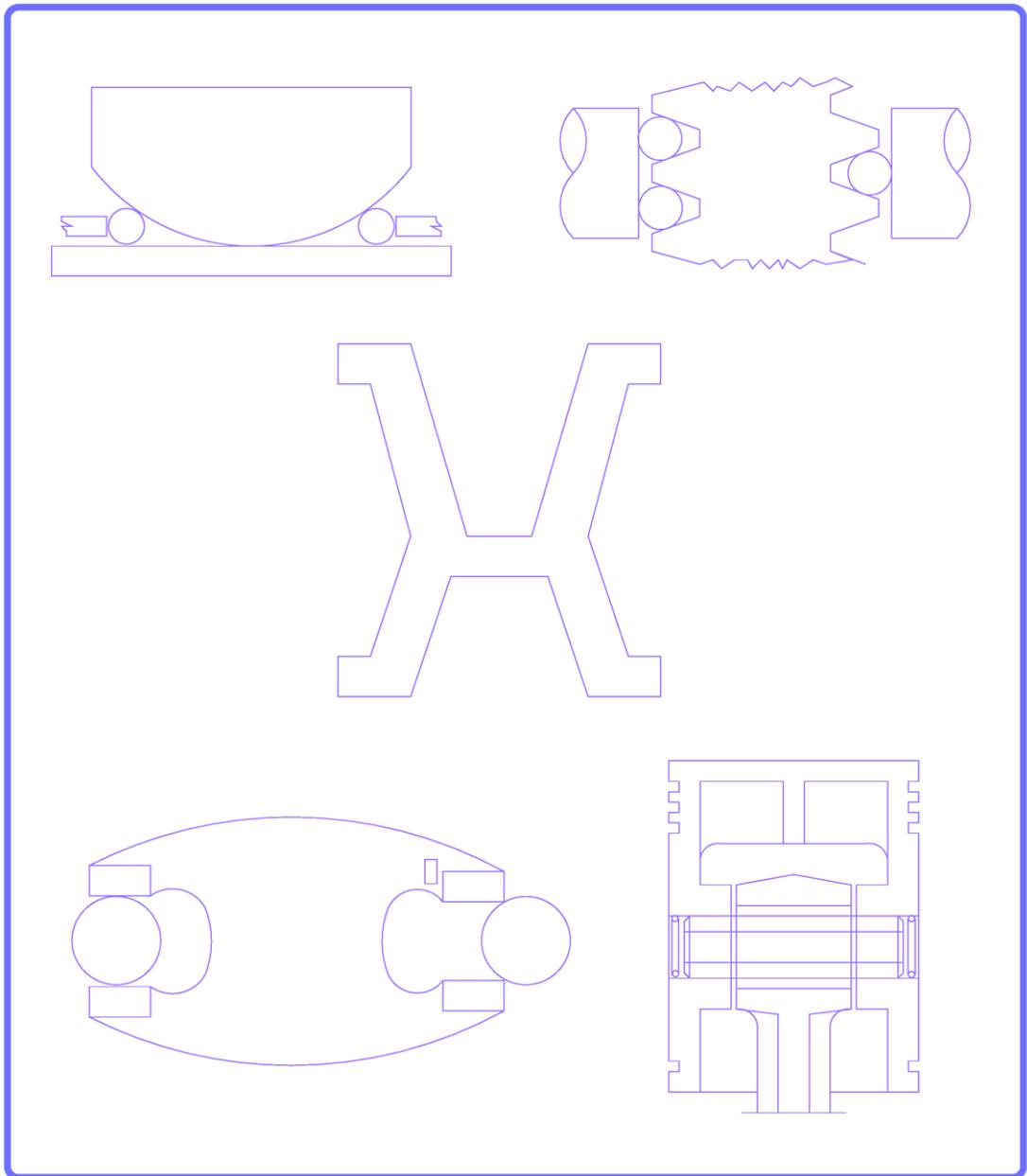




industriales
etsii

Escuela Técnica
Superior
de Ingeniería
Industrial

Fundamentos de Metrología, Tolerancias y Ajustes en Fabricación Mecánica



Joaquín López Rodríguez



Universidad
Politécnica
de Cartagena

Fundamentos de Metrología, Tolerancias y Ajustes en Fabricación Mecánica

Joaquín López Rodríguez

Área de Ingeniería de los Procesos de Fabricación

Universidad Politécnica de Cartagena

© 2017, Joaquín López Rodríguez
© 2017, Universidad Politécnica de Cartagena
CRAI Biblioteca
Plaza del Hospital, 1 30202
Cartagena
968325908
ediciones@upct.es



Primera edición, 2017

ISBN: 978-84-16325-56-6

© Imagen de la cubierta: Elaboración del autor



Esta obra está bajo una licencia de Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada (by-nc-nd):
no se permite el uso comercial de la obra original ni la generación de obras derivadas.
http://es.creativecommons.org/blog/wp-content/uploads/2013/04/by-nc-nd.eu_petit.png

El objetivo fundamental de este libro es abordar los aspectos más relevantes de la metrología dimensional en el ámbito de la fabricación mecánica. En concreto se expondrán las técnicas metrológicas básicas para la calibración de instrumentos de medida y la medición de piezas fabricadas, se estudiarán las tolerancias dimensionales para la verificación y el montaje de las piezas fabricadas y finalmente se hará un breve análisis de las tolerancias de acabado superficial. A lo largo del texto se irán resolviendo ejercicios prácticos de aplicación a medida que se vayan exponiendo los distintos contenidos teóricos. Al final del texto se incluyen diversas prácticas de laboratorio, una colección de cuestiones y ejercicios prácticos que cubren todos los contenidos teóricos expuestos en el libro y las referencias bibliográficas más relevantes. Aunque el texto sirve de base para impartir una parte importante de los contenidos de la asignatura “Fundamentos de Fabricación” de 2º curso en el Grado de Ingeniería en Tecnologías Industriales de la Universidad Politécnica de Cartagena, también será utilizado por alumnos de otros grados de ingeniería en asignaturas relacionadas impartidas por el Área de Ingeniería de los Procesos de Fabricación.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Sistema Internacional de unidades	3
1.1.1. Notación	4
Unidades fundamentales	5
Unidades suplementarias	5
Unidades derivadas	5
Múltiplos y submúltiplos	6
1.2. Metrología y fabricación	6
1.3. Definiciones básicas	7
1.3.1. Tolerancia e Incertidumbre	9
2. Expresión de una medida	11
2.1. Estimación de la variabilidad	12
2.2. Intervalos de confianza	13
2.3. Ejemplo práctico	14
2.4. Expresión de incertidumbres	18
2.5. Selección de las mediciones reiteradas. Criterio de rechazo de Chauvenet . .	19
2.6. Propagación de varianzas	23
2.7. Algunos ejemplos prácticos	26
3. Calibración y medición	41
3.1. Algunos ejemplos de medición y calibración	41
3.2. Procedimiento de calibración y resultados obtenidos	44
3.3. Procedimiento de medición y resultados obtenidos	46
3.4. Procedimiento conjunto de calibración y medición	47

<i>Índice general</i>	IV
4. Organización metrológica. Plan de calibración	57
5. Normalización de tolerancias dimensionales	61
5.1. El sistema de tolerancias dimensionales ISO	61
5.1.1. Grupos de diámetros	62
5.1.2. Unidad de Tolerancia	62
5.1.3. Calidad o Precisión	63
5.1.4. Posiciones de las Tolerancias	65
5.2. Ejercicios propuestos	71
6. Ajustes en fabricación mecánica	73
6.1. Sistema de ajustes recomendados	75
6.1.1. Sistema de agujero base	77
6.1.2. Sistema de eje base	77
6.2. Influencia de la temperatura en el cálculo de ajustes	82
6.3. Cálculo de calados	85
6.4. Ejercicios propuestos	94
7. Operaciones con cotas	96
7.1. Adición de cotas	96
7.2. Transferencia de cotas	98
7.3. Ejercicios propuestos	106
8. Verificación de tolerancias dimensionales: calibres de límites	107
8.1. Tolerancias de los calibres de límites	110
8.2. Calibres de herradura	111
8.3. Calibres tampón	114
9. Acabado superficial	117
9.1. Parámetros de medida de rugosidad	120
9.2. Especificaciones de acabado superficial	125
9.3. Ejercicios propuestos	132
10.Prácticas de Laboratorio	133
10.1.Medida y acotación de una pieza	133

<i>Índice general</i>	v
10.2.Calibración de un instrumento de medida	135
10.3.Medición del diámetro interior de un casquillo	138
10.4.Verificación del ángulo de un cono	141
10.5.Verificación del un calibre límite	143
11.Pruebas de Evaluación	146
11.1.Cuestiones de autoevaluación	146
11.2.Ejercicios de aplicación práctica	156
Bibliografía	170

CAPÍTULO 1

Introducción

A mediados del siglo XVIII se siente la necesidad de unas unidades universales, sobre las que se pudiera fundamentar un sistema de unidades de medida válido en todos los países. En 1791, la Asamblea Nacional Francesa adopta un sistema de medidas cuya unidad básica de longitud era el metro, definido como la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre. Así se creó el primer sistema métrico decimal, que se denominó genéricamente *sistema métrico* y que se basa en dos unidades fundamentales, el metro y el kilogramo. El primer prototipo del metro se depositó en 1799 en los archivos de Francia, y estaba formado por una regla de platino sin inscripciones ni marcas. En España se adopta este sistema en 1849.

En 1875 se celebra en Francia una reunión de representantes de veinte países bajo el nombre de Conferencia Diplomática del Metro, firmándose un acuerdo conocido como la Convención del Metro, en el que se creaba la Oficina Internacional de Pesas y Medidas (BIPM), cuya misión era la de conservar los patrones primarios de las unidades. Después de esta convención, el metro se redefinió como la longitud entre dos trazos muy finos grabados en una regla de platino e iridio al 10%, conservada por el BIPM y cuya característica principal era su gran rigidez en todas las direcciones, y ser lo suficientemente delgada para que en poco tiempo alcanzase la temperatura ambiente de medida (véase la figura 1.1). En España, se conservan dos prototipos de este metro.

El kilogramo se definió como la masa de 1 decímetro cúbico de agua a la temperatura de 4 °C (correspondiente a la máxima densidad del agua). Así se fabricó un cilindro de platino que tuviese la misma masa que el agua en las condiciones anteriores. Esta

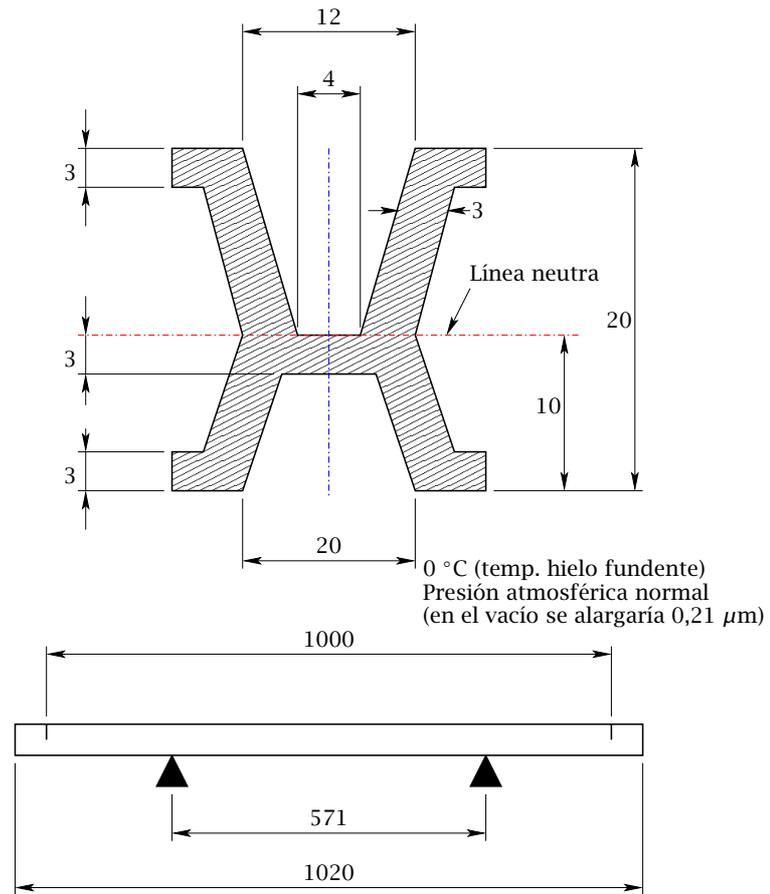


Figura 1.1: Sección del patrón construido por Tresca.

definición sigue estando vigente.

El tiempo se ha venido midiendo a partir del periodo de rotación de la tierra. Así, el segundo se empezó a definir como $1/86400$ del día solar medio (tiempo de rotación de la tierra sobre su eje en relación al sol). Sin embargo, la rotación de la tierra no es lo suficientemente constante como para servir de patrón del tiempo. En 1967 se redefinió el segundo a partir de la frecuencia de resonancia del átomo de Cesio (9192631770 Hz). Así, el segundo es la duración de 9192631770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles energéticos hiperfinos del estado fundamental del átomo de Cesio 133.

En la Conferencia General de Pesas y Medidas de 1960 se adopta como definición del metro, la que lo establece como un determinado número de longitudes de onda ($1650763,73$) en el vacío de la radiación correspondiente a la transición entre los niveles $2p_{10}$ y $5d_5$ del isótopo de Cripton 86. Esta definición presenta frente a la anterior la ventaja de que al estar basada en un fenómeno natural, se asegura su conservación y reproducibilidad, si bien la precisión de su medida depende del método operativo seguido. Años más tarde, se detectaron algunos problemas relativos al perfil de la línea espectral del Cripton 86, por lo que en 1983, la Conferencia General de Pesas y Medidas adoptó como nueva definición del metro, vigente hoy en día, la longitud recorrida por la luz en el vacío durante $1/299792458$ segundos.

En la Conferencia General de Pesas y Medidas de 1960 se adoptó también el sistema de unidades denominado Sistema Internacional (SI), que se basa en las tres unidades mecánicas del sistema Giorgi, y en el amperio, kelvin y candela, que forman el conjunto de unidades fundamentales. Además, se adoptaron dos unidades suplementarias, el radián y el estereorradián, para la medida de ángulos planos y sólidos, respectivamente, y un número de unidades derivadas que pueden ser expresadas en función de las seis unidades fundamentales y las dos suplementarias, por medio de las leyes de la Física. En España, se adoptó legalmente dicho sistema en 1967, siendo en la actualidad aceptado a nivel mundial.

1.1 SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES

El Sistema Internacional nace como fruto de la evolución de los sistemas M.K.S., que surgieron en la segunda mitad del siglo XIX [10]. En 1902, el profesor italiano Giorgi pro-

puso un sistema basado en el metro, kilogramo (masa) y segundo, junto con una unidad eléctrica a determinar, y para la que propuso el Ohmio. Este sistema se completó en 1935 por la Comisión Electrotécnica Internacional que adoptó el amperio como unidad básica. El sistema se denominó M.K.S. (ó M.K.S.-Giorgi, para distinguirlo del M.K_f.S. Sistema Técnico). El sistema M.K.S. ha sido el que se ha tomado como base para la creación del Sistema Internacional, completado con las unidades necesarias para las medidas térmicas y ópticas. En la Conferencia de Pesas y Medidas de 1971, se acuerda la incorporación de una séptima unidad básica al SI, el mol, unidad de cantidad de sustancia necesaria en el campo de la Química en donde es más significativo el número de moléculas de un sistema y su estructura, que su masa total.

Las unidades de un sistema forman un conjunto coherente, si las ecuaciones entre valores numéricos tienen exactamente la misma forma que las ecuaciones entre las magnitudes físicas correspondientes. Por ejemplo,

$$\begin{aligned} \text{magnitud} &= \text{cantidad} \cdot \text{unidad} \\ F &= 10 \quad N, \end{aligned}$$

donde 10 N es el valor numérico de la magnitud fuerza F, la ecuación entre magnitudes físicas es $F = m \cdot a$, y la ecuación entre los valores numéricos es $10 \text{ N} = 5 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m/s}^2$.

1.1.1 Notación

Los valores numéricos se pueden escribir en grupos de tres dígitos, por ejemplo, para escribir un millón, las posibilidades válidas por orden de preferencia son

$$10^6; 1\ 000\ 000; 1000000,$$

mientras que no son válidas las siguientes expresiones

$$1,000,000 \text{ ó } 1.000.000.$$

Los símbolos de las unidades se escribirán

- separados un espacio del valor numérico,
- en minúsculas (excepto si el nombre de la unidad deriva de un nombre propio),
- en singular, y
- sin punto final.

Unidades fundamentales

magnitud	unidad	símbolo
longitud	metro	m
masa	kilogramo	kg
tiempo	segundo	s
intensidad de corriente	amperio	A
temperatura	kelvin	K
intensidad luminosa	candela	cd
cantidad de sustancia	mol	mol

Unidades suplementarias

magnitud	unidad	símbolo
ángulo plano	radián	rad
ángulo sólido	estereorradián	sr

Unidades derivadas

magnitud	unidad	símbolo
área	metro cuadrado	m ²
frecuencia	hercio	Hz
frecuencia de rotación	por segundo	s ⁻¹
fuerza	newton	N
presión, tensión	pascal	Pa
energía	julio	J
potencia	vatio	W
velocidad	metro por segundo	m/s
velocidad angular	radián por segundo	rad/s
viscosidad cinemática	metro cuadrad. por seg.	m ² /s
volumen	metro cúbico	m ³
coef. de dilatac. lineal	por kelvin	K ⁻¹

Múltiplos y submúltiplos

Los múltiplos y submúltiplos más frecuentes en mecánica son

factor	nombre	símbolo
10^3	kilo	k
10^2	hecto	h
10	deca	da
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	mili	m
10^{-6}	micro	μ

Los múltiplos y submúltiplos del kilogramo se forman añadiendo los nombres a la palabra gramo.

1.2 METROLOGÍA Y FABRICACIÓN

En procesos de fabricación más o menos complejos es suficiente que los elementos fabricados cumplan unos intervalos de valores admisibles o tolerancias previamente especificadas para asegurar la funcionalidad del conjunto fabricado [15]. Esto asegura la “intercambiabilidad” de elementos análogos, por lo que no es necesario establecer valores exactos para las magnitudes, sino que es suficiente cumplir con las especificaciones previamente establecidas. Cada vez que hay que decidir si el valor concreto de una magnitud esta dentro de dichos intervalos de valores admisibles, es preciso “medir”, y para ello, es necesario acotar el valor de la magnitud medida entre un mínimo y un máximo, puesto que resulta humanamente imposible encontrar el valor verdadero de cualquier magnitud medida [1, 3]. Los procedimientos empleados para encontrar el valor de una magnitud dimensional y su cota máxima de variación constituyen el ámbito de la “Metrología” o ciencia de la medida. Por lo tanto, el objetivo de cualquier trabajo metrológico es la determinación de una cierta medida de una magnitud física con referencia a una unidad, proporcionando siempre el margen de “incertidumbre” o cuantificación de la precisión.

La calidad de una medida está relacionada con el concepto de “incertidumbre” y las magnitudes significativas de los productos con las “tolerancias de fabricación” [13]. Ob-

viamente, cuanto más estrictas sean las tolerancias de fabricación, se requerirán mayores precisiones de medida para la comprobación del cumplimiento de dichas especificaciones.

Entre los elementos principales que intervienen en la medición de cualquier magnitud física se pueden encontrar los siguientes

- magnitud a medir o “mensurando”,
- instrumento de medida,
- proceso de medición, y
- personal responsable del proceso.

Otros elementos importantes son la unidad de medida, el patrón de medida, el proceso metrológico o el soporte legal [5, 6].

Los ámbitos más importantes de la Metrología en la actualidad son los siguientes.

- La metrología de precisión, que está relacionada directamente con el control de la calidad de los productos.
- La metrología legal, que cubre la seguridad de las mediciones domésticas.
- La organización de la calibración, para el aseguramiento de la trazabilidad en las empresas industriales.
- La metrología científica, que se encarga del estudio y mejora de las precisiones en la materialización de los patrones de los máximos niveles.

1.3 DEFINICIONES BÁSICAS

A continuación se definen brevemente algunos términos muy empleados en Metrología [2].

La **trazabilidad** se puede definir del siguiente modo:

Cualidad de la medida que permite referir la precisión de la misma a un patrón aceptado o especificado, gracias al conocimiento de las precisiones de los sucesivos escalones de medición a partir de dicho patrón.

Si una medida es trazable diremos que es metrológica. Existen medidas legales o cotidianas que aunque no sean trazables, es decir que no disponen de información acerca de la cadena de precisiones, emplean medios que sí han sido sometidos a tratamientos que garanticen la obtención de precisiones suficientes. Por otro lado, aquellas evaluaciones que no son trazables y que no se apoyan en ningún procedimiento de carácter metrológico no pueden ser consideradas como medidas.

Precisión

Cualidad de un instrumento o método de medida para proporcionar indicaciones próximas al valor verdadero de una magnitud medida.

Por tanto, un instrumento que presente un buen agrupamiento de las medidas pero estando éstas relativamente alejadas del valor verdadero de la magnitud medida será un instrumento poco preciso aunque fácilmente corregible.

Incertidumbre

Expresión cuantitativa del grado de agrupamiento de las medidas efectuadas con un determinado instrumento o método de medida.

Se puede apreciar que la incertidumbre constituye la cuantificación de la precisión de una medida en los casos en los que ésta haya sido ajustada o corregida.

Repetibilidad

Grado de concordancia existente entre los sucesivos resultados obtenidos con el mismo método y mensurando, y bajo las mismas condiciones (mismo operario, mismo aparato, mismo laboratorio y dentro de un intervalo de tiempo lo suficientemente pequeño).

Reproducibilidad

Grado de concordancia existente entre los resultados individuales obtenidos con el mismo método y con el mismo mensurando pero bajo condiciones diferentes (diferentes operarios, diferentes aparatos, diferentes laboratorios o diferentes intervalos de tiempo).

Diseminación de unidades de medida

Proceso que tiene por objeto facilitar a laboratorios, empresas u organismos patrones de calidad suficiente para asegurar la trazabilidad interna de las medidas que efectúen.

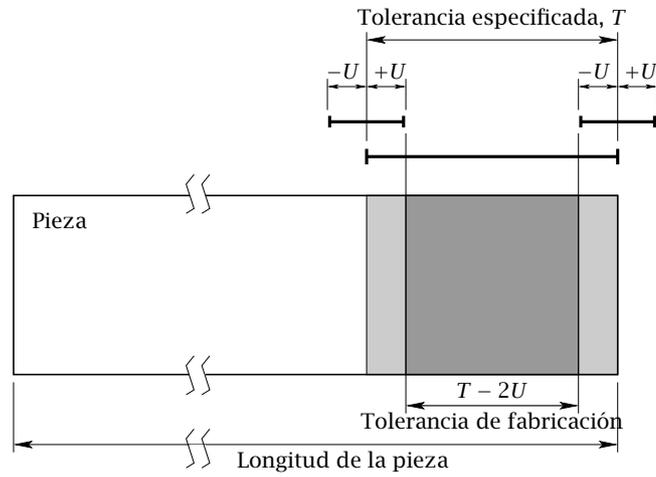
Normalmente en España esta labor se reserva a laboratorios de referencia como el Centro Español de Metrología (CEM [7]).

1.3.1 Tolerancia e Incertidumbre

Si la medida es tal que su intervalo de incertidumbre ($2U$) resulta totalmente contenido en el de tolerancia (T), o no poseen puntos comunes, la decisión se adopta sin dificultad. Una postura prudente es definir como “intervalo de decisión”: $T - 2U$, y limitar el cociente entre ambos (p. ej.):

$$3 \leq \frac{T}{2U} \leq 10$$

En la figura 1.2 se observa la reducción del “intervalo de decisión” para los dos casos extremos de la relación anterior.



Recomendación: $3 \leq \frac{T}{2U} \leq 10$

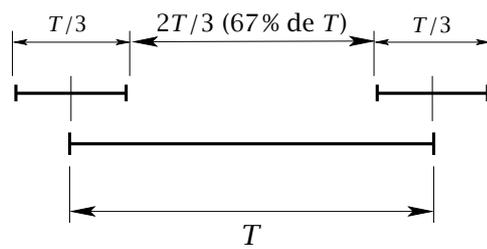
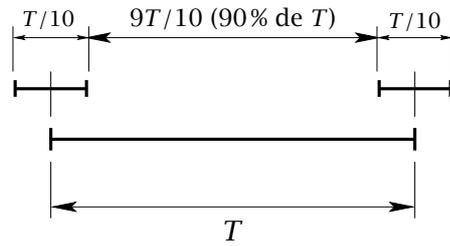


Figura 1.2: Banda de tolerancia de fabricación.

CAPÍTULO 2

Expresión de una medida

Para expresar correctamente una medición científica [9], cualquier medida debe disponer de los siguientes elementos básicos:

- el valor del mensurando obtenido tras el proceso de medición,
- una unidad de medida,
- el grado de precisión de dicha medida, y
- la normativa utilizada para la determinación del grado de precisión.

Aunque en las medidas de “baja precisión” sólo se utilizan los dos primeros elementos, en realidad los otros dos se encuentran implícitos. Por ejemplo, si un instrumento, así como el método de medida, se han diseñado para que la incertidumbre sea lo suficientemente pequeña con respecto a los requerimientos de la medida y a la división de escala del instrumento, su valor podrá quedar absorbido por dicha división de escala.

El valor verdadero de la magnitud a medir o mensurando siempre es desconocido debido a las imperfecciones que inevitablemente comporta el desarrollo de esta actividad. Es habitual agrupar las causas de estas imperfecciones en las cuatro categorías siguientes:

1. instrumento o equipo de medida;
2. operador o sistema de adquisición de datos;
3. mensurando; y

4. otras causas.

Todos los elementos relacionados se ven adicionalmente afectados por las variaciones del entorno del sistema formado por máquina, mensurando y operador.

Uno de los objetivos de la Metrología es cuantificar la variabilidad de la medida, para lo que se empleará un determinado procedimiento estadístico. Aquellos errores que no pueden ser cuantificados son los que ocurren fortuitamente y de forma aislada, y que por lo tanto no pueden ser predichos por ningún procedimiento estadístico. Estos errores quedan fuera del objeto de este curso.

2.1 ESTIMACIÓN DE LA VARIABILIDAD

Una forma sencilla de estimar el centro de un conjunto de datos x_1, x_2, \dots, x_n es mediante la mediana o el centro del recorrido

$$\frac{x_{\max} + x_{\min}}{2}, \quad (2.1)$$

y una forma sencilla de estimar la extensión de dicho conjunto de datos puede ser también mediante el recorrido como

$$R = x_{\max} - x_{\min}. \quad (2.2)$$

Cuando el tamaño de la muestra es de 10 ó menos observaciones, la desviación típica se puede calcular de forma aproximada a partir del recorrido mediante la siguiente expresión

$$s \simeq \frac{R}{4}, \quad (2.3)$$

o de forma más sofisticada mediante la siguiente expresión

$$s \simeq \frac{R}{d_2}, \quad (2.4)$$

donde d_2 es un factor que depende del número de observaciones n y cuyo valor se puede obtener de la tabla 2.1.

La expresión que más se utiliza para estimar la desviación típica en metrología, en especial cuando se emplean sistemas informáticos para el cálculo de incertidumbres y el valor de n es relativamente grande, es la siguiente

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}. \quad (2.5)$$

n	d₂
2	1,128
3	1,693
4	2,059
5	2,326
6	2,534
7	2,704
8	2,847
9	2,970
10	3,078

Tabla 2.1: Valores del factor d_2 en función de n .

Para valores de n pequeños será más cómodo y suficientemente efectivo utilizar las estimaciones sencillas mencionadas anteriormente.

2.2 INTERVALOS DE CONFIANZA

Los intervalos de confianza básicamente establecen una gama de valores en los que se incluye, con una determinada probabilidad denominada nivel de confianza $(1 - \alpha)$, el valor verdadero de un parámetro de la población. Este parámetro suele ser, normalmente, la media μ . Por ejemplo, si se extrae una muestra de tamaño n y se obtiene la media muestral \bar{x} , la probabilidad de que la media μ se encuentre en el intervalo $\bar{x} \pm k_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ es

$$p \left(\bar{x} - k_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + k_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = 1 - \alpha, \quad (2.6)$$

para lo que habrá de conocerse, o al menos suponer conocida o estimada, la desviación típica poblacional σ . Si este último supuesto no se cumpliera, la expresión de la ecuación (2.6) se sustituye por

$$p \left(\bar{x} - t \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t \frac{s}{\sqrt{n}} \right) = 1 - \alpha, \quad (2.7)$$

donde s es la desviación típica muestral, que puede ser calculada por ejemplo mediante las estimaciones sencillas expuestas anteriormente. El factor k_α es un coeficiente que se obtiene suponiendo que la distribución es normal y el factor t es el coeficiente de una distribución de Student con $n - 1$ grados de libertad.

Cuando $n \rightarrow \infty$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{x} = \mu$, $s \simeq \sigma$ y la distribución de Student se transforma en una distribución normal.

2.3 EJEMPLO PRÁCTICO

Los resultados de las cinco medidas sobre una cierta magnitud son los siguientes¹

$$x_1 = 10,013$$

$$x_2 = 10,007$$

$$x_3 = 10,008$$

$$x_4 = 10,015$$

$$x_5 = 10,009$$

de donde resulta que:

$$x_{\max} = x_4 = 10,015; \quad x_{\min} = x_2 = 10,007.$$

1.-

Una primera aproximación del resultado de la medición anterior, de las ecuaciones (2.1) y (2.2) podría ser la siguiente

$$\text{estimador de tendencia central} = \frac{x_{\max} + x_{\min}}{2} = 10,011,$$

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 0,008,$$

por lo que,

$$10,011 \pm 0,004.$$

Obsérvese que este resultado no proporciona información acerca del nivel de confianza de la medida obtenida.

2.-

Como se ha mencionado anteriormente, desde el punto de vista metrológico, el modo más riguroso de expresar el resultado de una medida es mediante los intervalos de

¹Por comodidad y como el desarrollo que a continuación se expone puede ser aplicable a cualquier magnitud o unidad, no se indicarán unidades en el presente ejercicio práctico.

confianza. Para ello, se debe calcular la media y la desviación típica muestral, resultando

$$\bar{x} = \frac{\sum_1^n x_i}{n} = 10,0104,$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} = 0,00324.$$

Para un nivel de confianza $1 - \alpha$ igual a 0,95 y $n - 1 = 4$ grados de libertad se obtiene que $t = 2,776$, por lo que sustituyendo en la ecuación (2.7) resulta

$$\left(10,0104 - 2,776 \frac{0,00324}{\sqrt{5}} \leq \mu \leq 10,0104 + 2,776 \frac{0,00324}{\sqrt{5}} \right),$$

obteniéndose:

$$10,0104 \pm 0,0040.$$

Obviamente, el resultado de la medida debe ser compatible con la división de escala o resolución del método utilizado, por lo que el desajuste residual de 4 décimas de la división de escala se transferirá a la acotación de la variabilidad incrementando el intervalo de confianza calculado:

$$10,010 \pm 0,0044,$$

o mejor aún:

$$10,010 \pm 0,005, \text{ para } 1 - \alpha = 0,95 \text{ (compatible con } k = 2).$$

Obsérvese que resulta una estimación similar a la del primer caso.

3.-

Supóngase que se conociera o se pudiera estimar adecuadamente el valor de la desviación típica poblacional σ , siendo ésta:

$$\sigma = 0,004.$$

En este caso, se podría expresar el resultado de la medida mediante la expresión de la ecuación (2.6). De este modo, para un nivel de confianza del 95%, resulta $k_\alpha = 1,96$, por lo que

$$\left(10,0104 - 1,96 \frac{0,004}{\sqrt{5}} \leq \mu \leq 10,0104 + 1,96 \frac{0,004}{\sqrt{5}} \right),$$

obteniéndose

$$10,0104 \pm 0,0035.$$

Transfiriéndose el desajuste residual a la acotación de variabilidad, tal y como se ha hecho en el ejemplo anterior, resulta:

$$10,010 \pm 0,004, \text{ para } 1 - \alpha = 0,95 \text{ (compatible con } k = 2).$$

4.-

En una situación similar al caso 3, hubiera sido razonable efectuar una única medición del mensurando. Supóngase que el resultado de esta medición es la primera observación de la muestra anterior

$$x_1 = 10,013.$$

En este caso, el tamaño de la muestra, obviamente, será $n = 1$, por lo que el resultado de la medida resulta, de la ecuación (2.6) para un nivel de confianza del 95%, igual a

$$\left(10,013 - 1,96 \frac{0,004}{\sqrt{1}} \leq \mu \leq 10,013 + 1,96 \frac{0,004}{\sqrt{1}} \right),$$

por lo que

$$10,013 \pm 0,00784.$$

El resultado final de la medida quedará

$$10,013 \pm 0,008, \text{ para } 1 - \alpha = 0,95 \text{ (compatible con } k = 2).$$

5.-

En la práctica, es muy común que se efectúe una única medición y que, además, se desconozca el valor de σ . Una situación de este tipo se puede presentar, por ejemplo, si el resultado de la medición es el expresado en el caso 4 y además el resultado de medidas sucesivas se repite. En este caso, lo razonable sería considerar como semi-intervalo de variabilidad la mitad de la división de escala del método de medida, obteniéndose

$$10,013 \pm 0,0005.$$

Obsérvese que aunque un instrumento o método repita resultados ante un mismo mensurando, podrá tenerse la situación particular en la que la indicación se encuentre entre

dos enrasos y distintos observadores, o un mismo observador en distintos instantes de tiempo, tengan tendencia a aproximar al valor inmediato de la división de escala por exceso o por defecto.

En la práctica, y bajo circunstancias análogas, se recomienda utilizar como semi-intervalo de variabilidad una división de escala del método de medida, obteniéndose en este caso:

$$10,013 \pm 0,001.$$

Para justificar la recomendación anterior, se van a considerar los siguientes dos casos. Supóngase ahora dos situaciones en las que en cada una se reiteran 5 mediciones obteniéndose en las dos un recorrido de valor igual a una división de escala:

$$x'_1 = 10,013$$

$$x'_2 = 10,013$$

$$x'_3 = 10,013$$

$$x'_4 = 10,013$$

$$x'_5 = 10,014$$

$$\sigma \simeq s = 0,00045; \pm k_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{1}} = \pm 0,00088$$

luego

$$10,013 \pm 0,001.$$

$$x'_1 = 10,013$$

$$x'_2 = 10,013$$

$$x'_3 = 10,013$$

$$x'_4 = 10,014$$

$$x'_5 = 10,014$$

$$\sigma \simeq s = 0,00055; \pm k_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{1}} = \pm 0,00108$$

luego

$$10,013 \pm 0,001 \text{ (aproximadamente).}$$

Estos dos resultados justifican en parte la elección como semi-intervalo de variabilidad de una división de escala del método de medida. En estos casos la precisión queda absorbida por la división de escala del instrumento. La apreciación del instrumento es, por tanto, la que determina la precisión de la medida.

Tal y como se detalla en la siguiente sección, en adelante se supondrá como aproximación razonable que la distribución de una muestra de mediciones reiteradas es normal y que el factor k_α puede valer 2 ó 3, según convenga.

2.4 EXPRESIÓN DE INCERTIDUMBRES

El estudio realizado en la sección anterior se ha desarrollado siguiendo las recomendaciones del Comité Internacional de Pesas y Medidas (CIPM) sobre la expresión de incertidumbres experimentales. Este comité designó en 1980 un grupo de trabajo que fructificó en la recomendación INC-1 (1980) sobre “expresión de incertidumbres experimentales.” Esto condujo a que en 1981 el CIPM aprobase la recomendación 1 (CI-1981), reiterada en 1986 por medio de las recomendaciones 1 y 2 (CI-1986), que a continuación se resumen:

- Dependiendo del método empleado para su determinación numérica, las componentes de la incertidumbre de medida pueden agruparse en dos categorías:
 1. las que se estiman mediante procedimientos estadísticos (tipo A), y
 2. las que se aprecian por otros métodos (tipo B).
- Ambos tipos de componentes deben cuantificarse mediante varianzas o cantidades equivalentes, debiendo caracterizarse las situaciones de dependencia - en su caso - por las correspondientes covarianzas.
- La incertidumbre así determinada, puede multiplicarse por un factor superior a la unidad k , al objeto de obtener una incertidumbre total mayor, pero a condición de indicar siempre el valor de dicho factor.

$$U = ku$$

Al factor k que multiplica al estimador de la variabilidad se le suele denominar factor de recubrimiento o de incertidumbre y como se acaba de indicar el Comité Internacional de Pesas y Medidas (CIPM) recomienda que adopte el valor de 2 ó 3. Obsérvese que este factor sería el equivalente al factor k_α utilizado para determinar intervalos de confianza en una distribución normal. Se puede comprobar que para un nivel de confianza del 95%, $k_\alpha = 1,96 \simeq 2$, y para un nivel de confianza del 99,5%, $k_\alpha = 2,81 \simeq 3$.

2.5 SELECCIÓN DE LAS MEDICIONES REITERADAS. CRITERIO DE RECHAZO DE CHAUVENET

Antes de proceder al cálculo del valor convencionalmente verdadero de una medida y de su incertidumbre asociada, es aconsejable filtrar los valores numéricos obtenidos en el proceso de medición para eliminar aquellos que se hayan obtenido de forma incorrecta debido a errores de tipo fortuito o accidental (falta de concentración del operario, posicionamiento incorrecto del dispositivo de lectura de datos del instrumento, fallo en el sistema automático de adquisición de datos, etc.). Existen muchos métodos empleados para este fin, aunque el más usado en Metrología es el llamado “criterio de rechazo de Chauvenet.”

El criterio de Chauvenet básicamente consiste en rechazar todas aquellas medidas cuya probabilidad de aparición sea inferior a $\alpha = \frac{1}{2n}$, siendo n el número de reiteraciones de la medida. Esto supone que se deben rechazar aquellas medidas cuya desviación a la media sea superior a un determinado valor (función de la desviación típica muestral). Por lo tanto el criterio se simplifica a la siguiente expresión:

$$|x_i - \bar{x}| > k(n)s; \quad (2.8)$$

donde $k(n) = k_{\alpha=1/2n}$ se obtiene a partir de la distribución normal (véase la figura 2.1), y cuyo valor, para facilitar la aplicación del criterio, se puede obtener de la tabla 2.2. Si se elimina el valor absoluto y se cambia la desigualdad anterior en términos de aceptación, se puede obtener la siguiente expresión,

$$\underbrace{\bar{x} - k(n)s}_{\text{Límite inferior}} \leq x_i \leq \underbrace{\bar{x} + k(n)s}_{\text{Límite superior}}; \quad (2.9)$$

que representa los límites superior e inferior entre los que se debe encontrar cualquier medición x_i para ser aceptada.

Para aplicar el criterio hay que tener en cuenta las siguientes consideraciones:

1. el criterio de Chauvenet se aplica de forma continuada hasta que no se rechace ninguna medida; y
2. el número máximo de rechazos que se aceptan es 1 si el número de reiteraciones de la medida es menor o igual a 10 y 2 si se encuentra entre 10 y 20. Si hubiesen

n	$k(n)$	n	$k(n)$
2	1,15	15	2,13
3	1,38	20	2,24
4	1,54	25	2,33
5	1,65	30	2,40
6	1,73	40	2,48
7	1,80	50	2,57
8	1,86	100	2,81
9	1,92	300	3,14
10	1,96	500	3,29
		1000	3,48

Tabla 2.2: Coeficiente $k(n)$ del criterio de Chauvenet.

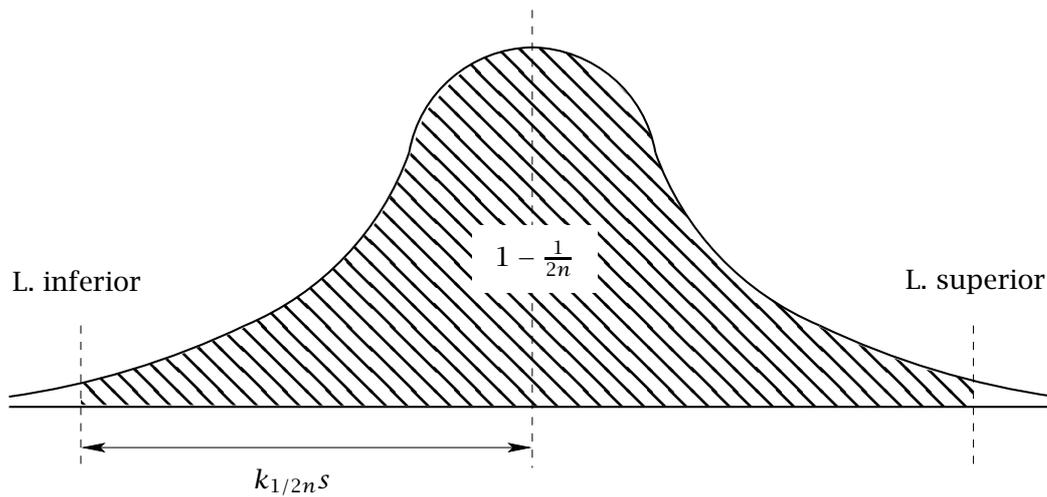


Figura 2.1: Cálculo del coeficiente $k(n) = k_{\alpha=1/2n}$.

más rechazos, la serie de medidas debe ser anulada y revisado el método empleado. Debe tenerse en cuenta que si en una iteración de aplicación del criterio salen del intervalo más de un dato, sólo se rechaza el más alejado. Por tanto, en cada iteración sólo se puede rechazar un dato. Así, para muestras con 10 o menos datos, como máximo se podrán hacer 2 iteraciones y para muestras con datos entre 10 y 20, como máximo se podrán hacer 3 iteraciones.

Ejemplo En la medida del diámetro de un eje en un proyector de perfiles con lectores de cabeza micrométrica cuya división de escala es de 0,001 mm se han obtenido los 15 valores siguientes:

9,995	10,005	10,002
9,999	10,002	10,002
10,004	10,002	10,003
10,003	10,003	10,002
9,994	10,000	10,004

(dimensiones en mm)

Aplicar a este cuadro de valores el criterio de rechazo de Chauvenet.

En primer lugar se calcularán los estimadores centrales (media) y de dispersión (desviación típica) de la muestra de 15 mediciones. La media muestral será:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{15} = 10,0013 \text{ mm};$$

y la desviación típica:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{15 - 1}} = 0,0031 \text{ mm}.$$

De la tabla 2.2 obtenemos para una muestra de tamaño 15 el coeficiente k del criterio de Chauvenet de 2,13.

Por lo tanto, los límites superior e inferior de las mediciones para ser aceptadas son respectivamente:

$$\text{Lím. sup.} = 10,0013 + 2,13 \times 0,0031 = 10,0079 \approx 10,008 \text{ mm};$$

$$\text{Lím. inf.} = 10,0013 - 2,13 \times 0,0031 = 9,9947 \approx 9,995 \text{ mm.}$$

Se observa que la medición 9,994 mm queda fuera de estos límites, por lo que debe ser rechazada.

Ahora el tamaño de la muestra es 14, por lo que habrá que calcular de nuevo la media y la desviación típica. De este modo;

$$\bar{x} = 10,0019 \text{ mm;}$$

$$s = 0,0025 \text{ mm.}$$

El coeficiente k para una muestra de 14 mediciones es 2,10.

Ahora los nuevos límites superior e inferior serán respectivamente:

$$\text{Lím. sup.} = 10,0019 + 2,10 \times 0,0025 = 10,0072 \approx 10,007 \text{ mm;}$$

$$\text{Lím. inf.} = 10,0019 - 2,10 \times 0,0025 = 9,9967 \approx 9,997 \text{ mm.}$$

Se observa que la medición 9,995 mm queda fuera de estos límites, por lo que de nuevo se debe rechazar una medición. Ahora tenemos una muestra de 13 mediciones con factor $k = 2,06$.

La nueva media muestral y desviación típica son respectivamente:

$$\bar{x} = 10,0024 \text{ mm;}$$

$$s = 0,0016 \text{ mm;}$$

y los nuevos límites superior e inferior son respectivamente:

$$\text{Lím. sup.} = 10,0024 + 2,06 \times 0,0016 = 10,0057 \approx 10,006 \text{ mm;}$$

$$\text{Lím. inf.} = 10,0024 - 2,06 \times 0,0016 = 9,9991 \approx 9,999 \text{ mm.}$$

Por tanto, el resultado de la medida será:

$$10,0024 \pm 2 \frac{0,0016}{\sqrt{13}} \approx 10,002 \pm (0,00089 + 0,0004) \approx 10,002 \pm 0,002 \text{ mm.}$$

Esta simplificación del intervalo de confianza del 95% está dada para $k = 2$.

2.6 PROPAGACIÓN DE VARIANZAS

En muchas ocasiones el resultado final de una medida depende de otras medidas efectuadas individualmente [8, 14]. En este caso, la medida (y) se obtendrá a partir de q magnitudes x_i , de igual o distinta naturaleza, del siguiente modo

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_q), \quad (2.10)$$

lo que supone conocer estimaciones del valor verdadero (μ_i) y de la varianza (σ_i) de cada una de las q magnitudes medidas, y eventualmente de las covarianzas σ_{ij} que puedan existir:

$$\langle x_i \rangle = \mu_i, \quad (2.11)$$

$$V(x_i) = \sigma_i^2 = \langle x_i^2 \rangle - \langle x_i \rangle^2 = \langle x_i^2 \rangle - \mu_i^2, \quad (2.12)$$

$$\text{cov}(x_i, x_j) = \sigma_{ij} = \langle x_i x_j \rangle - \langle x_i \rangle \langle x_j \rangle = \langle x_i x_j \rangle - \mu_i \mu_j. \quad (2.13)$$

En la práctica, y como se ha hecho en las secciones anteriores, se supondrán los siguientes estimadores:

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mu}_i &= \bar{x}_i \\ \hat{\sigma}_i^2 &= u_i^2 \\ \hat{\sigma}_{ij} &= u_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

siendo la hipótesis habitual la de aproximar linealmente la función f en el entorno del punto $(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_q)$:

$$y \approx f(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_q) + \sum_{i=1}^q \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_{\mu_i} (x_i - \mu_i). \quad (2.15)$$

Introduciendo las ecuaciones (2.11), (2.12) y (2.13), y la aproximación de la ecuación (2.14) en la ecuación (2.15), se obtiene

$$\left. \begin{aligned} y &= \langle \hat{y} \rangle = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_q) \\ u_y^2 &= V(\hat{y}) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_{\bar{x}_i} \left(\frac{\partial f}{\partial x_j} \right)_{\bar{x}_j} u_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

Se puede demostrarse que si todas las medidas (x_i) son independientes entre ellas, es decir $u_{ij} = 0$ para $i \neq j$, se obtiene la siguiente expresión:

$$u_y^2 = \sum_{i=1}^q \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_{\bar{x}_i}^2 u_i^2. \quad (2.17)$$

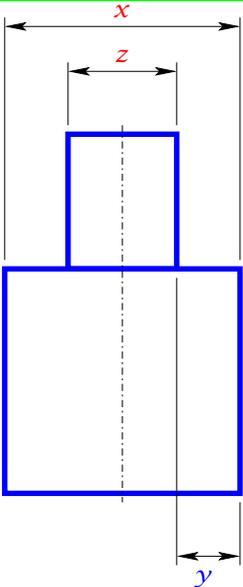
Suele ser habitual representar las varianzas de tipo A, estimadas estadísticamente, por s^2 y las de tipo B, estimadas por otros métodos, mediante u^2 , resultando

$$u_y^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right)_{\bar{x}_1}^2 s_1^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_m} \right)_{\bar{x}_m}^2 s_m^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_{m+1}} \right)_{\bar{x}_{m+1}}^2 u_{m+1}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_q} \right)_{\bar{x}_q}^2 u_q^2 \quad (2.18)$$

Habitualmente se asigna a cada variable x_i una incertidumbre: $U_i = k_i u_i$, donde k_i (1, 2 ó 3) depende de las condiciones de medida.

La incertidumbre de la variable y será: $U_y = k_y u_y$ donde $k_y = 2$ ó 3.

A continuación se presenta un ejemplo en el que la aplicación de la ley de propagación de varianzas puede conllevar ciertas dificultades.



Instrumento calibrado:

- Desplazamiento de escala: c
- Incertidumbre asociada: u_c

Se efectúan dos mediciones independientes x' , z' , de tal forma que:

$$x = x' + c$$

$$z = z' + c$$

Se requiere calcular la nueva cota y que se podrá obtener a través de la siguiente relación

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}z$$

En una primera aproximación, se podrían plantear las siguientes posibilidades.

Posibilidad 1.- Supóngase que x y z son magnitudes independientes.

$$u_y^2 = \left(\frac{1}{2} \right)^2 u_x^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^2 u_z^2.$$

Sustituyendo $u_x^2 = u_{x'}^2 + u_c^2$ y $u_z^2 = u_{z'}^2 + u_c^2$:

$$\underbrace{1}_{\text{1}} \Rightarrow u_y^2 = \left(\frac{1}{2} \right)^2 u_{x'}^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^2 u_{z'}^2 + \frac{1}{2} u_c^2.$$

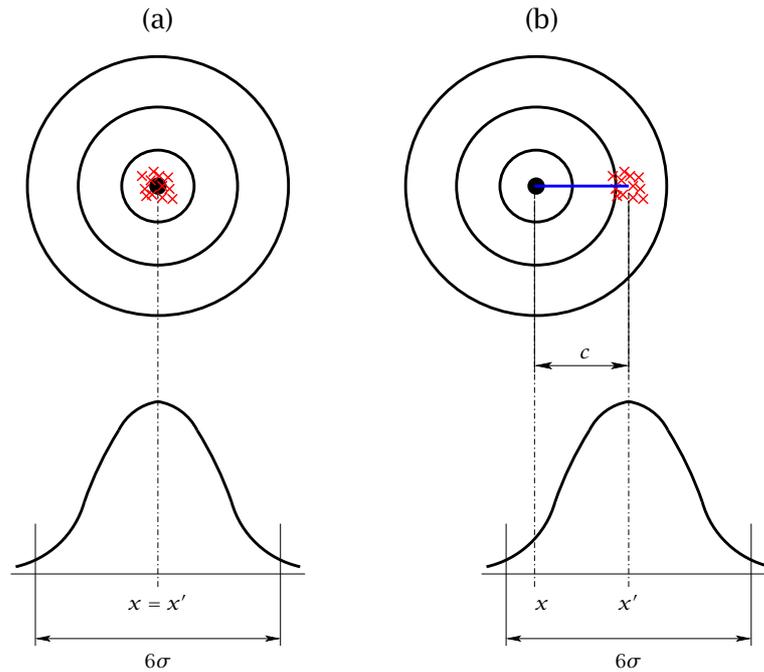


Figura 2.2: Instrumento ajustado (a) y sin ajustar (b).

Posibilidad 2.- Obsérvese que el valor de y se puede expresar:

$$y = \frac{1}{2}(x' + c) - \frac{1}{2}(z' + c) = \frac{1}{2}x' - \frac{1}{2}z'.$$

Aplicando ahora la ley de propagación de varianzas resulta

$$\underbrace{2}_{\text{2}} \Rightarrow u_y^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 u_{x'}^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 u_{z'}^2.$$

Si el desplazamiento de escala del instrumento, c , hubiese resultado nulo, $x = x'$ y $z = z'$. Téngase en cuenta que un instrumento, ajustado o sin ajustar, deberá presentar aproximadamente en ambos casos un mismo agrupamiento de sus medidas (véase la figura 2.2). Obsérvese que si las mediciones en el segundo caso se corrigen con el valor de c , la situación sería equivalente a la del primer caso (instrumento ajustado). Además, las medidas corregidas x y z no son independientes, pues están correladas a través de c . La opción 2 es correcta.

La opción 1 podría haber sido empleado si se tiene en cuenta que x y z están correladas a través de c . Por tanto,

$$u_y^2 = \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 u_x^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)^2 u_z^2 + 2\frac{\partial y}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial z}u_{xz},$$

donde u_{xz} es la covarianza de x y z y que se puede obtener, teniendo en cuenta que x' , z' y c si son independientes, del siguiente modo:

$$\begin{aligned}
 u_{xz} &= \langle (x' + c)(z' + c) \rangle - \langle x' + c \rangle \langle z' + c \rangle \\
 &= \langle x'z' + cz' + cx' + c^2 \rangle - \langle x' \rangle \langle z' \rangle \\
 &\quad - \langle c \rangle \langle z' \rangle - \langle c \rangle \langle x' \rangle - \langle c \rangle \langle c \rangle \\
 &= \underbrace{\langle x'z' \rangle - \langle x' \rangle \langle z' \rangle}_0 + \underbrace{\langle cz' \rangle - \langle c \rangle \langle z' \rangle}_0 \\
 &\quad + \underbrace{\langle cx' \rangle - \langle c \rangle \langle x' \rangle}_0 + \underbrace{\langle c^2 \rangle - \langle c \rangle \langle c \rangle}_{u_c^2} \\
 &= u_c^2.
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

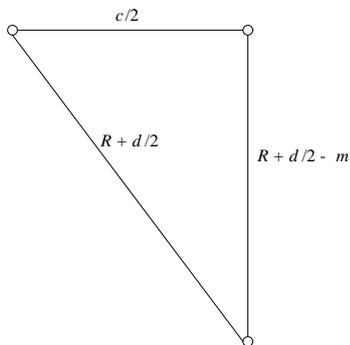
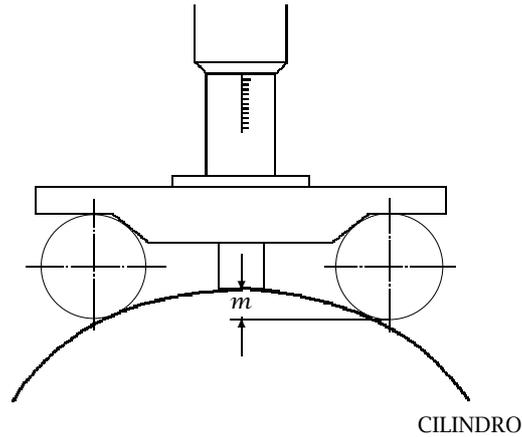
Por lo tanto al sustituir en la ecuación anterior resulta:

$$\begin{aligned}
 u_y^2 &= \left(\frac{1}{2}\right)^2 u_x^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 u_z^2 + 2\left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) u_c^2 \\
 &= \frac{1}{4}u_x^2 + \frac{1}{4}u_z^2 - 2\frac{1}{4}u_c^2 \\
 &= \frac{1}{4}(u_{x'}^2 + u_c^2) + \frac{1}{4}(u_{z'}^2 + u_c^2) - 2\frac{1}{4}u_c^2 \\
 &= \frac{1}{4}u_{x'}^2 + \frac{1}{4}u_{z'}^2.
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

2.7 ALGUNOS EJEMPLOS PRÁCTICOS

Ejemplo 1 Se emplea una sonda de rodillos fijos para verificar el radio del cilindro parcial que se muestra en la figura obteniendo una medida $m = 2,24$ mm. La distancia entre centros de los rodillos de la sonda es de 82,35 mm con una incertidumbre ($k = 2$) de 0,01 mm. El diámetro de los rodillos de la sonda es de 8,000 mm y su incertidumbre asociada para un factor de incertidumbre de 2 es 0,001 mm. La escala de medida de la sonda tiene una incertidumbre de 0,02 mm ($k = 3$). Según estos datos, se pide:

- determinar el radio del cilindro y su incertidumbre asociada para un factor de incertidumbre $k = 3$; y
- ¿qué sugerirías para mejorar este proceso de medida?.



Según la figura, se puede encontrar la siguiente relación trigonométrica para calcular el radio del cilindro:

$$\left(R + \frac{d}{2}\right)^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 + \left(R + \frac{d}{2} - m\right)^2.$$

Operando y despejando R , se obtiene:

$$R = \frac{c^2}{8m} - \frac{d}{2} + \frac{m}{2},$$

siendo R una función de c , m y d : $R = f(c, m, d)$.

Sustituyendo valores obtenemos que $R = 375,5532$ mm.

Aplicando la ley de propagación de varianzas se podrá obtener el estimador de variabilidad de la medida del radio del cilindro. De esta forma:

$$u_R^2 = \left(\frac{\partial R}{\partial c}\right)^2 u_c^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial m}\right)^2 u_m^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial d}\right)^2 u_d^2.$$

Derivando y sustituyendo valores se obtiene:

$$\frac{\partial R}{\partial c} = \frac{c}{4m} = 9,1908;$$

$$\frac{\partial R}{\partial m} = 0,5 - \frac{c^2}{8m^2} = -168,4434;$$

$$\frac{\partial R}{\partial d} = -0,5.$$

Las incertidumbres asociadas a c , m y d son, respectivamente:

$$u_c = \frac{U_c}{k} = \frac{0,01}{2} = 0,005 \text{ mm};$$

$$u_m = \frac{U_m}{k} = \frac{0,02}{3} = 0,0067 \text{ mm};$$

$$u_d = \frac{U_d}{k} = \frac{0,001}{2} = 0,0005 \text{ mm}.$$

Por lo tanto, la variabilidad de R resulta:

$$u_R = \sqrt{\underbrace{9,1908^2 \times 0,005^2}_{\text{contrib. de } c(0,16\%)} + \underbrace{(-168,4434)^2 \times 0,0067^2}_{\text{contrib. de } m(99,84\%)} + \underbrace{(-0,5)^2 \times 0,0005^2}_{\text{contrib. de } d(\approx 0\%)}}$$

$$= 1,1295 \text{ mm}.$$

A la vista de los resultados, se observa que la mayor contribución a la incertidumbre se debe a la medida m . Por tanto, el número de cifras significativas que hemos de emplear para expresar el valor final de R vendrá determinado por la división de escala de la sonda micrométrica empleada.

Por lo tanto, la incertidumbre asociada al radio del cilindro para un factor de incertidumbre igual a 3 resulta:

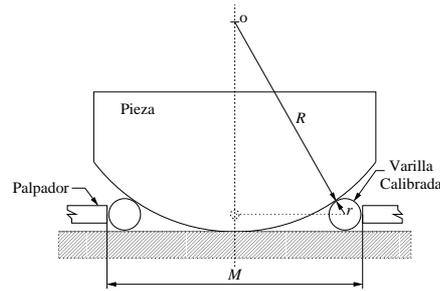
$$U_R(k = 3) = u_R \times 3 + 0,0032 \approx 3,40 \text{ mm}.$$

Luego:

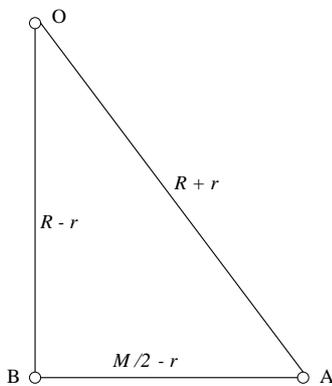
$$R = 375,55 \pm 3,40 \text{ mm}(k = 3).$$

Para mejorar el proceso de medida se sugiere el uso de una sonda micrométrica con un sistema de medida más preciso.

Ejemplo 2 Para determinar el radio de una pieza se ha empleado el dispositivo mostrado en la figura. Para ello, se han usado dos varillas calibradas, ambas de radio certificado $r = 8,000 \pm 0,001$ mm para un factor de calibración $k = 3$; y un micrómetro de exteriores con una incertidumbre global de 0,002 mm para un factor $k = 3$.



Sabiendo que la lectura del micrómetro de exteriores es de 70,855 mm, determinar el valor del radio (R) de la pieza y su incertidumbre asociada en mm para un factor de calibración $k = 2$.



Según la figura, se puede encontrar la siguiente relación trigonométrica para calcular el radio del cilindro:

$$(R + r)^2 = (R - r)^2 + \left(\frac{M}{2} - r\right)^2.$$

Operando y despejando el radio de la pieza:

$$R = \frac{(M/2 - r)^2}{4r}.$$

Sustituyendo valores, se obtiene: $R = 23,5084$ mm.

Aplicando la ley de propagación de varianzas se puede calcular la variabilidad del radio de la pieza: $R = f(M, r)$:

$$u_R^2 = \left(\frac{\partial R}{\partial M}\right)^2 u_M^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial r}\right)^2 u_r^2.$$

Derivando y sustituyendo valores se obtiene:

$$\frac{\partial R}{\partial M} = \frac{M/2 - r}{4r} = 0,857;$$

$$\frac{\partial R}{\partial r} = \frac{-2r(M/2 - r) - (M/2 - r)^2}{4r^2} = -4,652;$$

Las incertidumbres asociadas a M , y r respectivamente son:

$$u_M = \frac{U_M}{k} = \frac{0,002}{3} = 0,0007 \text{ mm};$$

$$u_r = \frac{U_r}{K} = \frac{0,001}{3} = 0,0003 \text{ mm};$$

Sustituyendo, se obtiene el estimador de variabilidad del radio de la pieza:

$$\begin{aligned} u_R &= \sqrt{0,857^2 \times 0,0007^2 + (-4,652)^2 \times 0,0003^2} \\ &= 0,0015 \text{ mm} = 1,5 \mu\text{m}. \end{aligned}$$

Luego, la incertidumbre asociada al radio R de la pieza para un factor de incertidumbre 2:

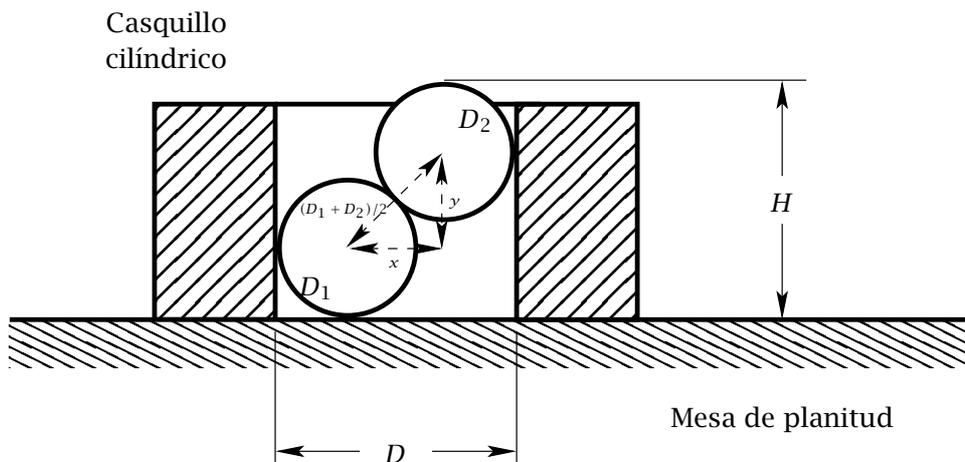
$$U_R(k = 2) = 0,0015 \times 2 + 0,0004 = 0,0034 \text{ mm} \simeq 0,004 \text{ mm} = 4 \mu\text{m}.$$

Observar que se ha redondeado a milésimas de milímetro ya que no tiene sentido usar más cifras significativas al venir expresado uno de los datos en dicho nivel de significación. Por lo tanto, el radio de la pieza será:

$$R = (23,508 \pm 0,004) \text{ mm}, \text{ con factor } k = 2.$$

Nótese que con este método la aportación a la incertidumbre del instrumento con escala graduada es mucho menor que en el caso del ejemplo anterior.

Ejemplo 3 Debe determinarse el diámetro interior D de un casquillo cilíndrico y no se dispone de micrómetros adecuados, por lo que se prepara el montaje esquematizado en la figura adjunta empleando dos bolas patrón y una mesa de planitud de forma que la cota H se puede determinar mediante una regla vertical de trazos. Las bolas patrón tienen un diámetro certificado de $40,000 \pm 0,003$ mm ($k = 3$) y la regla vertical tiene una incertidumbre global de $0,01$ mm ($k = 2$). Sabiendo que la lectura de la regla vertical es de $66,45$ mm, determínese el valor del diámetro interior y su correspondiente incertidumbre para un factor $k = 2$.



Del esquema mostrado en la figura se pueden deducir las siguientes relaciones:

$$D = \frac{1}{2}D_1 + x + \frac{1}{2}D_2 = \frac{1}{2}(D_1 + D_2) + x,$$

$$H = \frac{1}{2}D_1 + y + \frac{1}{2}D_2 = \frac{1}{2}(D_1 + D_2) + y.$$

Además, introduciendo las expresiones anteriores en la siguiente relación

$$x^2 + y^2 = \left[\frac{1}{2}(D_1 + D_2) \right]^2$$

y operando adecuadamente, se puede obtener finalmente la siguiente expresión para el diámetro D

$$D = \frac{1}{2}(D_1 + D_2) + H\sqrt{\frac{D_1 + D_2}{H} - 1}.$$

Sustituyendo los valores correspondientes a cada parámetro se obtiene el siguiente valor para D

$$D = \frac{1}{2}(40 + 40) + 66,45\sqrt{\frac{40 + 40}{66,45} - 1} = 70,0066 \text{ mm.}$$

Por otro lado, aplicando la ley de propagación de varianzas se puede obtener la siguiente expresión para la incertidumbre del diámetro D

$$u_D^2 = \left(\frac{\partial D}{\partial D_1}\right)^2 u_{D_1}^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial D_2}\right)^2 u_{D_2}^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial H}\right)^2 u_H^2,$$

donde

$$\frac{\partial D}{\partial D_1} = \frac{\partial D}{\partial D_2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{\frac{D_1+D_2}{H} - 1}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{\frac{40+40}{66,45} - 1}} = 1,607,$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial H} &= \sqrt{\frac{D_1 + D_2}{H} - 1} - \frac{D_1 + D_2}{2H\sqrt{\frac{D_1+D_2}{H} - 1}} \\ &= \sqrt{\frac{40 + 40}{66,45} - 1} - \frac{40 + 40}{2 \times 66,45\sqrt{\frac{40+40}{66,45} - 1}} = -0,881, \end{aligned}$$

$$u_{D_1} = u_{D_2} = \frac{0,003}{3} = 0,001 \text{ mm},$$

y

$$u_H = \frac{0,01}{2} = 0,005 \text{ mm}.$$

Sustituyendo los valores anteriores en la expresión de la incertidumbre u_D se obtiene finalmente

$$u_D = \sqrt{\underbrace{1,607^2 \times 0,001^2 \times 2}_{\text{Contrib. de } D_1 \text{ y } D_2 (21,1\%)} + \underbrace{(-0,881)^2 \times 0,005^2}_{\text{Contrib. de } H (78,9\%)}} = 0,00496 \text{ mm}.$$

Puede comprobarse que la contribución a la incertidumbre final de la regla vertical es aproximadamente 4 veces superior a la contribución del diámetro de las bolas patrón, por lo que el redondeo del resultado final se hará a la segunda cifra significativa. Así,

$$U_D = 0,00496 \times 2 + 0,0034 = 0,01332 \approx 0,02 \text{ mm}.$$

Por lo que

$$D = (70,01 \pm 0,02) \text{ mm, con factor } k = 2.$$

Ejemplo 4 Se pretende medir el ángulo α de la pieza mostrada en la figura adjunta. Para ello, se prepara el montaje indicado empleando los siguientes elementos: mesa de planitud, regla de senos, bloques patrón longitudinales y “reloj” comparador sobre soporte vertical con base desplazable. La medida se lleva a cabo anotando la desviación apreciada por el comparador cuando se desplaza una longitud ℓ sobre una generatriz de la pieza apoyada sobre la regla de senos. El montaje se prepara para que el ángulo α_0 coincida con el valor nominal del ángulo de la pieza, que es 30° . Así, el comparador apreciará la desviación de la generatriz respecto de la mesa de planitud que se corresponde con la diferencia del ángulo de la pieza α respecto del valor nominal α_0 . Los datos conocidos son los que se indican a continuación

- incertidumbre del comparador, $U_c(k = 2) = 2 \mu\text{m}$,
- longitud de la mesa de senos, $L = 300 \text{ mm}$,
- incertidumbre de L , $U_L(k = 2) = 10^{-5}L$,
- longitud de los bloques patrón a y b , 50 y 100 mm, respectivamente.
- incertidumbre de los bloques patrón, $U_0(k = 3) = 0,1 + 0,002x_0 \mu\text{m}$ cuando x_0 se introduce en mm,
- longitud de exploración, $\ell = 75 \text{ mm}$,
- la indicación obtenida con el comparador en el punto B es $4 \mu\text{m}$ superior a la obtenida en el punto A.

Indíquese si la pieza es conforme con la especificación de tolerancia para α de $30^\circ \pm 20''$.

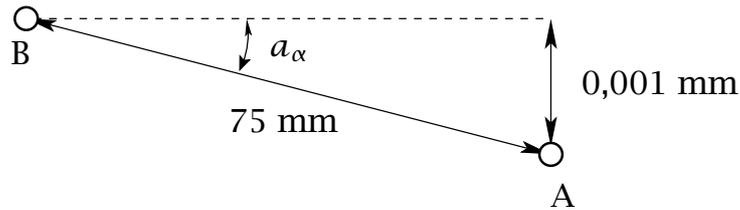
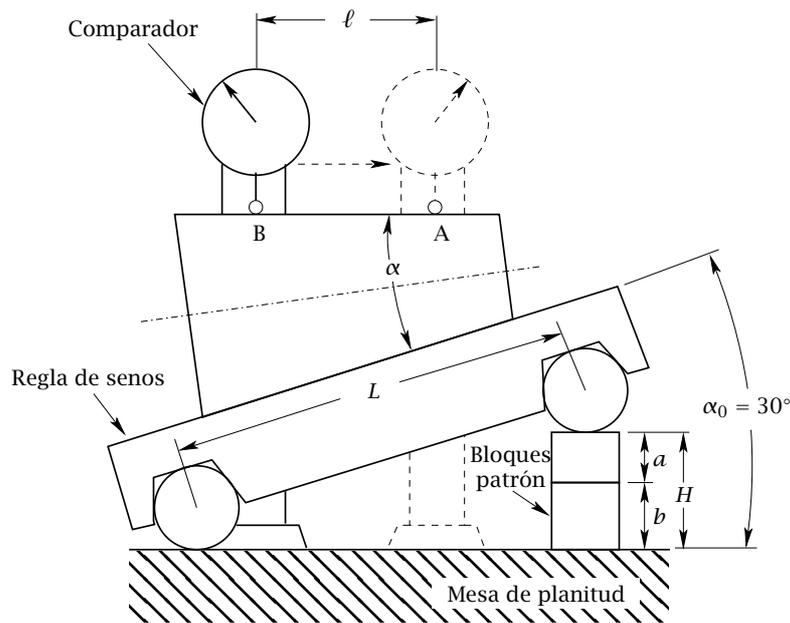


Figura 2.3: Apreciación mínima angular.



En primer lugar se determinará el grado de apreciación con el que se debe indicar el resultado final del ángulo α . Obsérvese que en este caso, todos los parámetros disponibles se corresponden con magnitudes de longitud, por lo que no resulta evidente la determinación del grado de apreciación más apropiado. Como más adelante se verá, el instrumento que más afecta a la incertidumbre final del ángulo α es el comparador. Teniendo en cuenta que el comparador tiene una división de escala de 0,001 mm, la mínima variación en ángulo que podría ser apreciada con este instrumento será (véase la Fig. 2.3):

$$a_\alpha = \arcsin \frac{0,001}{75} \approx \frac{0,001}{75} \text{ rad} = \frac{0,001}{75} \times \frac{360}{2\pi} \times 60 \times 60'' = 2,75''.$$

Por tanto, no tendrá sentido expresar el resultado final del ángulo α con un nivel de significación superior al ''.

El valor final del ángulo se obtendrá como

$$\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha = 30 + \Delta\alpha,$$

donde $\Delta\alpha$ es la variación del ángulo detectada con el comparador. A continuación se determinará la incertidumbre asociada a la materialización del ángulo α_0 con la regla de senos.

El ángulo α_0 está relacionado con H y L a través de la siguiente expresión

$$\alpha_0 = \arcsin \frac{H}{L}.$$

Por tanto, aplicando la ley de propagación de varianzas, resulta

$$u_{\alpha_0}^2 = \left(\frac{\partial\alpha_0}{\partial H}\right)^2 u_H^2 + \left(\frac{\partial\alpha_0}{\partial L}\right)^2 u_L^2,$$

donde

$$\frac{\partial\alpha_0}{\partial H} = \frac{1}{L\sqrt{1 - (H/L)^2}},$$

y

$$\frac{\partial\alpha_0}{\partial L} = \frac{-H}{L^2\sqrt{1 - (H/L)^2}}.$$

Operando adecuadamente se obtiene finalmente

$$u_{\alpha_0}^2 = \frac{\frac{1}{L^2} (u_H^2 + \frac{H^2}{L^2} u_L^2)}{1 - H^2/L^2},$$

donde

$$u_H^2 = u_a^2 + u_b^2.$$

Según los datos proporcionados en el enunciado, se pueden obtener los siguientes resultados para las diferentes componentes de la incertidumbre:

$$u_L = \frac{300 \times 10^{-5}}{2} \text{ mm} = 1,5 \mu\text{m}.$$

$$u_a = \frac{1}{3}(0,1 + 0,002 \times 50) = 0,0667 \mu\text{m}.$$

$$u_b = \frac{1}{3}(0,1 + 0,002 \times 100) = 0,1 \mu\text{m}.$$

$$u_H = \sqrt{0,0667^2 + 0,1^2} = 0,12 \mu\text{m}.$$

Por lo tanto, resultará

$$u_{\alpha_0}^2 = \frac{\frac{1}{300^2 \times 10^6} (0,12^2 + \frac{150^2}{300^2} 1,5^2)}{1 - 150^2/300^2} = 8,5467 \times 10^{-12} \text{ rad}^2.$$

Así, se obtiene finalmente

$$u_{\alpha_0} = 2,92 \times 10^{-6} \text{ rad} \approx 0,6''.$$

A continuación se obtendrá la incertidumbre asociada a $\Delta\alpha$. Teniendo en cuenta que dicho ángulo es suficientemente pequeño, se podrá utilizar la siguiente aproximación

$$\Delta\alpha = \arcsin \frac{\Delta h}{\ell} \approx \frac{\Delta h}{\ell} = \frac{4 \times 10^{-3}}{75} \text{ rad} = 11,0''.$$

Por tanto, aplicando la ley de propagación de varianzas a la expresión aproximada, se podrá obtener

$$u_{\Delta\alpha}^2 = \left(\frac{\partial \Delta\alpha}{\partial \Delta h} \right)^2 u_{\Delta h}^2 + \left(\frac{\partial \Delta\alpha}{\partial \ell} \right)^2 u_{\ell}^2 = \frac{1}{\ell^2} \left(u_{\Delta h}^2 + \frac{\Delta h^2}{\ell^2} u_{\ell}^2 \right),$$

donde $u_{\Delta h}$ es la incertidumbre asociada al comparador u_c . Obsérvese que no se dispone de información para estimar la incertidumbre u_{ℓ} asociada a la longitud de exploración ℓ . Puede comprobarse que la contribución de u_{ℓ} a la incertidumbre de $\Delta\alpha$ es significativamente inferior que la contribución de $u_{\Delta h}$. Nótese que el factor $\frac{\Delta h^2}{\ell^2}$ es del orden de 10^{-9} haciendo que aunque la incertidumbre asociada a ℓ sea mil veces superior a la del comparador, la incertidumbre final sólo sería afectada en un uno por mil. Por tanto, ya que con los medios disponibles en un laboratorio de metrología convencional es relativamente viable asegurar una longitud de exploración ℓ con una incertidumbre del orden de 1 mm, su influencia se podrá considerar prácticamente despreciable. Así, la expresión anterior podrá quedar como

$$u_{\Delta\alpha} \approx \frac{1}{\ell} u_{\Delta h} = \frac{1}{75} \times 10^{-3} \text{ rad} = 2,75''$$

Por tanto, la incertidumbre final del ángulo α resultará

$$u_{\alpha} = \sqrt{u_{\alpha_0}^2 + u_{\Delta\alpha}^2} = \sqrt{0,6^2 + 2,75^2} = 2,81''.$$

Obsérvese que la contribución a u_{α} de $\Delta\alpha$, que es del orden de la contribución del comparador, representa el 82% del total. Finalmente,

$$U_{\alpha}(k = 2) = 2,81 \times 2 \approx 6''.$$

Luego

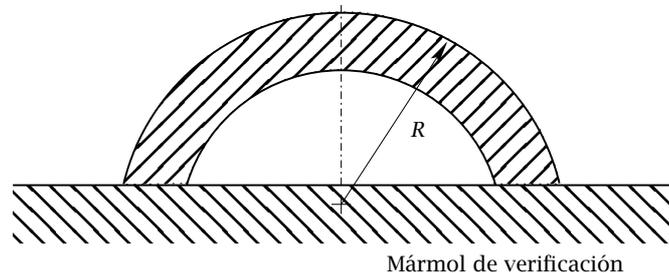
$$\alpha = 30^{\circ}11'' \pm 6'' \quad (k = 2).$$

Puede comprobarse que el intervalo anterior se encuentra totalmente contenido en el intervalo de tolerancia $30^{\circ}00'' \pm 20''$, por lo que la pieza es conforme con la tolerancia especificada.

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Comparar los métodos de los dos rodillos (véase el ejemplo 2 del Capítulo 2.7) y de la sonda de rodillos fijos (véase el ejemplo 1 del Capítulo 2.7) empleados para medir el radio exterior de curvatura de la pieza que se muestra en la figura, en los que se emplea, en ambos casos, un micrómetro centesimal con una incertidumbre de 0,02 mm para un factor de calibración $k = 3$. Los rodillos del primer método son de 15 mm de diámetro con una incertidumbre de 0,001 mm ($k = 2$), mientras que los rodillos fijos de la sonda son de 25 mm de diámetro con una incertidumbre de 0,001 mm ($k = 2$) y con distancia entre sus centros de 75 mm con una incertidumbre asociada de 0,005 mm ($k = 2$).

La lectura obtenida con el micrómetro en el método de los dos rodillos es $M = 88,49$ mm, mientras que las dos lecturas obtenidas con la sonda son $M_1 = 13,93$ mm sobre la pieza a medir y $M_2 = 0,02$ mm sobre el plano auxiliar de vidrio óptico de error prácticamente despreciable.



Solución: Método de los dos rodillos: $(R = 45,01 \pm 0,02)$ mm ($K = 2$). Método de la sonda: $(R = 45,00 \pm 0,07)$ mm ($K = 2$).

2. Supongamos que ha de obtenerse la longitud de una barra metálica a 20°C con una máquina medidora de una coordenada horizontal que está situada en un local donde la temperatura ambiente se mantiene entre 27°C y 31°C .

Una vez estabilizada térmicamente la barra, se mide su temperatura con dos sondas asignándoles un valor $\theta = (29,75 \pm 0,04)^{\circ}\text{C}$ ($K = 2$). En estas condiciones se reiteran diez medidas sobre la barra obteniéndose las siguientes indicaciones:

Lecturas a $\theta = 29,75^{\circ}\text{C}$
$l_i(\theta)(\text{mm})$
500,057
500,056
500,054
500,059
500,056
500,056
500,057
500,054
500,055
500,059

El fabricante de la medidora indica que la bancada y el sistema de medida de la misma son prácticamente insensibles a la temperatura entre 15°C y 35°C , pero la medidora no incorpora ningún sistema de compensación automática de temperatura para el mensurando.

La última calibración realizada sobre la máquina con bloques patrón longitudinales mantenidos a una temperatura dentro del margen indicado, determinó la necesidad de aplicar una corrección global sobre todo su campo de medida (0-1000 mm) con una desviación típica igual a $3\mu\text{m}$. La corrección global se introdujo en el sistema de medida de la medidora.

El coeficiente de dilatación lineal del material de la barra medida (acero inoxidable) se estima con un valor de $(11,5 \pm 1,5)10^{-6}\text{K}^{-1}$ ($K = 2$). Determinése la longitud de la barra y su incertidumbre expandida ($K = 2$).

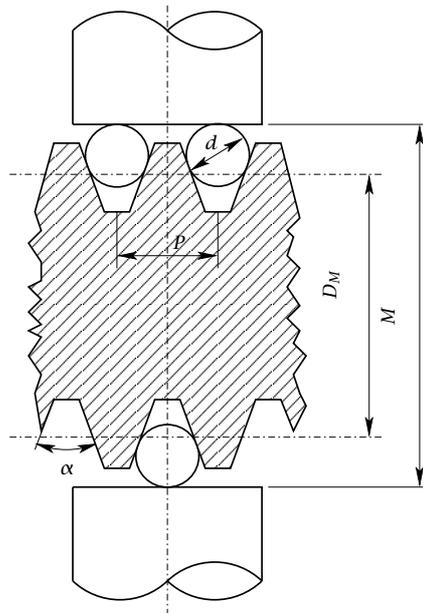
Solución: $(500,000 \pm 0,010)$ mm ($K = 2$).

3. Para medir el diámetro medio de la rosca M30x3 que se muestra en la figura, se emplea el método de las tres varillas con un micrómetro milesimal de incertidumbre 0,002 mm para $k = 3$. La expresión que relaciona el diámetro medio de la rosca (D_M) con la medida del micrómetro (M), el diámetro de las varillas calibradas (d), el paso de la rosca (P) y el ángulo (α) es la siguiente:

$$D_M = M - d \left(1 + \frac{1}{\sin \frac{\alpha}{2}} \right) + \frac{P}{2 \tan \frac{\alpha}{2}} - c_1 + c_2,$$

donde c_1 y c_2 son las correcciones por el ángulo de hélice de la rosca y deformación en el contacto respectivamente.

Mediante un proyector de perfiles se obtuvo el paso de la rosca $P = 3,001$ mm para una incertidumbre de 0,003 mm con factor de incertidumbre $k = 3$ y el ángulo $\alpha = 60^\circ 02'$ con incertidumbre $10'$ ($k = 3$). Suponiendo despreciables las correcciones c_1 y c_2 y que la medida del micrómetro milesimal es $M = 31,346$ mm usando un juego de tres varillas calibradas de diámetro $d = 2,0500$ mm con incertidumbre 0,0005 mm ($k = 2$), se pide, determinar el diámetro medio de la rosca y la incertidumbre asociada para un factor de incertidumbre 3.

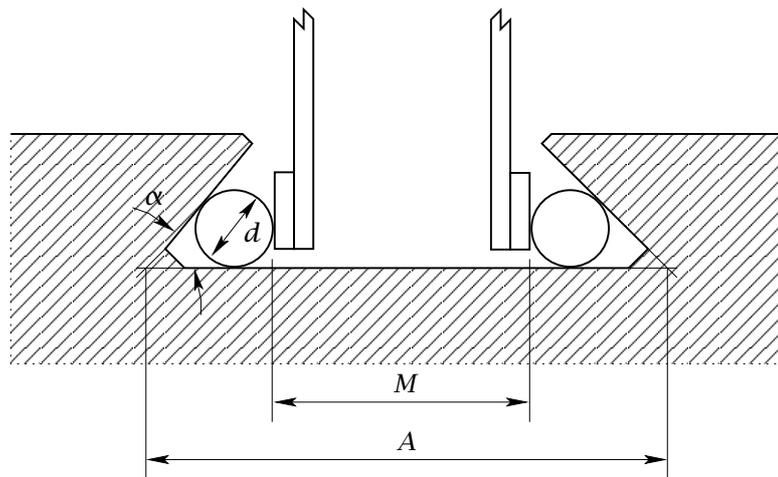


Solución: ($D_M = 27,795 \pm 0,005$) mm ($K = 3$).

4. Se desea medir el ángulo (α) y el ancho (A) de escotadura de la guía en cola de milano mostrada en la figura. Para ello se dispone de dos pares de bolas calibradas de diámetros respectivos 10 y 20 mm, con una incertidumbre asociada en ambos casos de 0,0005 mm para un factor de incertidumbre $k = 2$ y una máquina medidora de una coordenada, con incertidumbre asociada de 0,004 mm $k = 3$, en la que se determinan dos medidas sobre la distancia interior entre dos bolas de igual diámetro (M)

tal y como se muestra en la figura. Las medidas obtenidas con la máquina medidora son $M_1 = 10,045$ mm y $M_2 = 37,355$ mm para las bolas de diámetros 20 y 10 mm respectivamente. Se pide:

- El valor del ángulo α y el ancho de escotadura A .
- La incertidumbre asociada a α y A para un factor de incertidumbre $k = 3$ en ambos casos.



Solución: ($A = 64,665 \pm 0,011$) mm ($K = 3$). ($\alpha = 60^{\circ}1'48'' \pm 1'7''$) ($K = 3$).

CAPÍTULO 3

Calibración y medición

Como se ha indicado en el capítulo anterior, cuando se realizan mediciones sucesivas sobre un mismo mensurando en condiciones de repetibilidad, no siempre se obtienen los mismos resultados. Esta variabilidad del proceso de medición afecta a la precisión de las medidas por lo que debe ser cuantificada y acotada para la obtención de medidas fiables. En la sección anterior se han expuesto algunos procedimientos estadísticos que ayudan a cuantificar y acotar la variabilidad de las medidas. En lo que sigue se estudiará de forma más detallada el procedimiento operativo de medición y se establecerán las relaciones existentes entre éste y el procedimiento operativo de calibración. Para ello, se van a considerar los siguientes casos que resultan ilustrativos de las principales situaciones que se pueden presentar en la práctica metrológica.

3.1 ALGUNOS EJEMPLOS DE MEDICIÓN Y CALIBRACIÓN

Ensayo 1

Supóngase que con un determinado instrumento de medida centesimal se efectúan 5 mediciones sobre un cierto mensurando de valor desconocido, obteniéndose los siguientes valores numéricos

5,03	5,03	5,03	5,03	5,03
------	------	------	------	------

Estos resultados permiten hacer las siguientes consideraciones.

- En este caso, el grado de agrupamiento de las medidas efectuadas con este instrumento centesimal es máximo ya que todas los valores obtenidos son iguales.

- Se deduce, por tanto, que habría sido suficiente realizar una única medición.
- El resultado de la medida es, obviamente, 5,03.
- Se desconoce si el valor real de la magnitud medida es 5,03 o un valor próximo, dado que no se dispone de información adicional del instrumento empleado ni de su nivel de ajuste.
- Con los resultados obtenidos no se conoce la incertidumbre ni puede llegar a determinarse.

Ensayo 2

Si las mediciones se efectuasen en las mismas condiciones del caso anterior pero obteniéndose los siguientes valores numéricos:

4,98	5,00	4,99	5,02	5,03
------	------	------	------	------

es posible ahora hacer las siguientes consideraciones.

- El grado de agrupamiento de las medidas no es en este caso total, apreciándose una cierta variabilidad con un recorrido de valor 0,05 (5 divisiones de escala del instrumento).
- En este caso, a diferencia del anterior, no hubiera sido suficiente realizar una sola medición, ya que se habría obtenido un valor igual a 4,98 (primer valor de la muestra) que coincide, como se puede apreciar, con uno de los extremos de las medidas.
- El mejor resultado de la medida podrá ser el valor entero de la división de escala que esté más próximo a la media aritmética de las medidas

$$x' = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i}{5} = 5,004 \simeq 5,00.$$

- Al igual que en el caso anterior, no es posible conocer el valor real de la magnitud medida ya que no se dispone de información adecuada acerca del instrumento empleado.
- Tampoco es posible calcular la incertidumbre de la medida.

Ensayo 3

Supóngase que con un determinado instrumento de medida se efectúan 5 mediciones sobre un patrón de valor conocido e igual a 5 cuya incertidumbre se puede considerar despreciable frente a la división centesimal de la escala del instrumento

5,03	5,03	5,03	5,03	5,03
------	------	------	------	------

Los resultados obtenidos sugieren los siguientes comentarios.

- El grado de agrupamiento, como en el ensayo 1, es máximo.
- Por tanto, hubiera bastado realizar una única medición.
- El resultado de la medida es, obviamente, igual a 5,03.
- Con la información disponible del mensurando, se puede determinar el desajuste de la escala del instrumento, siendo en este caso igual a 0,03, es decir 3 divisiones de escala en exceso.
- Aunque no se conoce el valor de la incertidumbre de la medida, al haber conseguido un agrupamiento máximo, tal y como se indicó en secciones anteriores, es posible acotar la variabilidad del instrumento con un semi-intervalo igual a una división de escala del instrumento, obviamente, después de ajustar o corregir con dos divisiones de escala las medidas del instrumento:

$$5,03 - 0,03 \pm 0,01 = 5,00 \pm 0,01.$$

Ensayo 4

Supóngase ahora que sobre el mismo patrón del caso anterior se reiteran 5 mediciones con un instrumento también centesimal obteniéndose los siguientes valores numéricos

4,98	5,00	4,99	5,02	5,03
------	------	------	------	------

- En este caso, el grado de agrupamiento no es total, apreciándose un variabilidad con un recorrido igual a 0,05 (5 divisiones de escala del instrumento).

- El mejor resultado de la medida, como en el ensayo 2, podrá ser

$$x' = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i}{5} = 5,004 \approx 5,00.$$

- El instrumento tiene un desajuste o desplazamiento de escala igual a 0,004 en exceso.
- Aunque se desconoce la incertidumbre asociada a la medición efectuada, ésta se puede estimar acotando la variabilidad de la medida mediante, por ejemplo, el recorrido de los valores de la muestra ($\pm 0,025$). Además se deberá añadir el valor 0,004 del desajuste que no se ha corregido

$$U \leq 0,029 \leq 0,03.$$

Los casos 3 y 4 que se acaban de analizar corresponden realmente a una operación de medida denominada *calibración* que básicamente consiste en la medida de un patrón de valor conocido con una precisión lo suficientemente alta, y con la que se pueden obtener las siguientes características metrológicas del instrumento de medida:

- variabilidad de las medidas efectuadas por el instrumento,
- desajuste del instrumento, e
- incertidumbre asociada al proceso de medición del patrón, también conocida como incertidumbre de calibración.

En la figura 3.1 se puede ver esquemáticamente el proceso y los resultados de una operación de calibración sobre un instrumento de medida. Aunque más adelante se detallará mediante un ejemplo el proceso de calibración de un instrumento de medida, a continuación se expondrá, de forma general, el procedimiento operativo tanto de calibración como de medición así como los resultados obtenidos con ambas operaciones [11].

3.2 PROCEDIMIENTO DE CALIBRACIÓN Y RESULTADOS OBTENIDOS

Básicamente, el proceso de calibración consiste en la medida reiterada n_c veces (x_{ci} ($i = 1, 2, \dots, n_c$)) de un patrón de “valor conocido” x_0 e incertidumbre U_0 (recuérdese que la

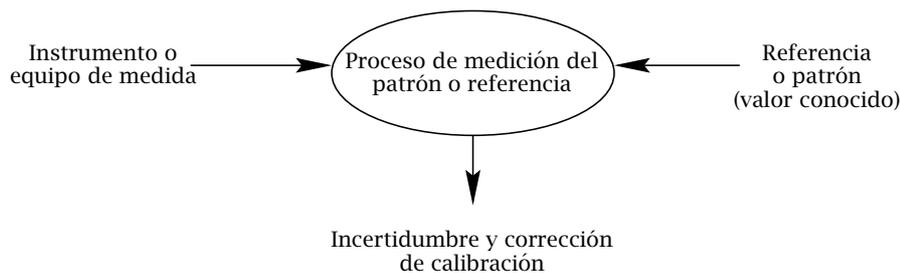


Figura 3.1: Diagrama esquemática del proceso de calibración de un instrumento de medida.

incertidumbre se calcula en muchas ocasiones multiplicando el valor de la acotación de variabilidad, que en este caso se podrá llamar u_0 , por un factor de incertidumbre o factor de recubrimiento k_0 que suele valer 2 ó 3). El número de mediciones n_c suele ser igual o mayor que 5, aunque en muchas ocasiones, sobre todo en metrología dimensional, se suele usar $n_c = 10$.

Es importante mencionar que las medidas realizadas en una operación de calibración deben realizarse bajo condiciones de repetibilidad, lo que facilitará la corrección del instrumento y la mejor identificación de las posibles causas de error que afecten a sus medidas.

Los resultados que se extraen de todo proceso de calibración son los que se indican a continuación.

- x_{ci} , medidas de calibración ($i = 1, 2, \dots, n_c$).
- x'_c , estimador central de las medidas de calibración que, generalmente, suele ser la media aritmética de las medidas $\left(x'_c = \sum_1^{n_c} x_{ci}/n_c\right)$.
- s_c , desviación típica de las medidas de calibración.
- Δx_c , corrección o ajuste de calibración ($\Delta x_c = x_0 - x'_c$).
- u_c , incertidumbre asociada a la corrección de calibración calculada, también llamada simplemente incertidumbre de calibración. Mediante el teorema central del límite la varianza del valor medio x'_c se podrá igualar a s_c^2/n_c y mediante la ley de propagación de varianzas se obtiene que la varianza correspondiente a la corrección de calibración ($\Delta x_c = x_0 - x'_c$) será igual a $u_c^2 = \left(\frac{u_0}{k_0}\right)^2 + s_c^2/n_c$.

- U_c , incertidumbre expandida de calibración para un factor de incertidumbre o de recubrimiento k_c ($U_c = k_c u_c$).

3.3 PROCEDIMIENTO DE MEDICIÓN Y RESULTADOS OBTENIDOS

El proceso de medición consiste, básicamente, en la medición reiterada de n_m (x'_{mj} ($j = 1, 2, \dots, n_m$)) medidas sobre un mensurando de “valor desconocido” (ensayos 1 y 2 de la Sección 3.1). Generalmente, n_m suele ser inferior o igual a 3, aunque en muchas ocasiones $n_m = 1$. En el caso en el que $n_m > 1$, las medidas realizadas se obtienen, al igual que en el proceso de calibración del instrumento o equipo que se está utilizando, bajo condiciones de repetibilidad. Sin embargo, las operaciones que se realizan en los procesos de medición y calibración se efectúan entre ambas bajo condiciones de reproducibilidad, es decir, la calibración y la medición se efectuarán con un mismo equipo y con un mismo método de medida, pero no necesariamente con idénticas condiciones de utilización: mensurando, lugar, condiciones ambientales e intervalos de tiempo lo suficientemente grandes. Para simplificar el planteamiento que a continuación se expone, se supondrá que la única corrección que habrá que considerar en el proceso de medición con un determinado instrumento será la de calibración, despreciando aquellas desviaciones o desajustes del instrumento que pudieran surgir al utilizar dicho instrumento en condiciones distintas a las de calibración (temperatura, humedad, etc.).

Los resultados que se extraen del proceso de medición son los que se indican a continuación.

- x_{mj} , medidas ($j = 1, 2, \dots, n_m$).
- x'_m , estimador central de las medidas, que puede ser la media aritmética de las medidas, como en el proceso de calibración, $x'_m = \sum_1^{n_m} x_{mj}/n_m$, aunque cuando n_m es pequeño, y además impar, suele ser frecuente usar la mediana de las medidas realizadas.
- s_m , desviación típica de las medidas. Como se ha indicado, n_m suele ser inferior o igual a 3, por lo que, si no se conoce el valor de s_m , resulta muy difícil y poco fiable estimar su valor. En estos casos, es muy frecuente utilizar la aproximación $s_m \simeq s_c$, lo que implica suponer que tanto los resultados de la calibración como los resultados de la medición pertenecen a la misma población.

- u_m , incertidumbre asociada, estrictamente, al proceso de medición y que en este caso coincidirá con la varianza asociada a la media aritmética x'_m de la medición ($u_m^2 = s_m^2/n_m \approx s_c^2/n_m$).
- U_m , incertidumbre expandida de la medición para un factor de incertidumbre o factor de recubrimiento k_m ($U_m = k_m u_m$).

3.4 PROCEDIMIENTO CONJUNTO DE CALIBRACIÓN Y MEDICIÓN

Obviamente, antes del proceso de medición se deberá calibrar el instrumento o equipo de medida registrando todos los resultados derivados del proceso de calibración. Los resultados de la calibración tienen un periodo de validez que dependerá de las condiciones de uso del instrumento o equipo durante el proceso o procesos de medición. El resultado final de cada medición efectuada deberá venir afectado por los resultados obtenidos en la calibración. Este resultado final del proceso global calibración-medición proporciona el *valor convencionalmente verdadero* (x) de la magnitud medida (valor de la medición afectado por las correspondientes correcciones obtenidas en la calibración) que irá asociado a una cierta incertidumbre (U).

- x , valor resultante de la medida ($x = x'_m + \Delta x_c$).
- u , incertidumbre asignable al valor resultante de la medida, cuyo valor de la varianza se obtendrá aplicando la ley de propagación de la varianza a la expresión $x = x'_m + \Delta x_c$, resultando

$$u^2 = u_m^2 + u_c^2 = \frac{s_m^2}{n_m} + \left(u_0^2 + \frac{s_c^2}{n_c} \right) \approx u_0^2 + s_c^2 \left(\frac{1}{n_c} + \frac{1}{n_m} \right).$$

- U , incertidumbre expandida asignable al resultado global de la medida para un factor de incertidumbre o de recubrimiento k ($U = ku$).

Para concluir, es importante resaltar que como se ha expuesto, el resultado final de la medida (x) y su incertidumbre (U) son funciones de los resultados obtenidos en los procesos de calibración y medición, teniendo que

$$x = F(x_0, x'_c, x'_m) = f(x_0, x_{ci}, n_c, x_{mj}, n_m),$$

$$u = \Phi(u_0, u_c, u_m) = \phi(u_0, s_c, n_c, n_m) \quad \text{ó} \quad \phi(u_0, s_c, n_c, s_m, n_m).$$

Calibración de un instrumento de medida Aunque ya se ha descrito en la Sección 3.3 el procedimiento general de calibración de un instrumento o equipo de medida, en este ejemplo se describirá de forma más detallada el procedimiento de calibración aplicado a un instrumento de medida con escala graduada.

Según el Vocabulario Internacional de Metrología (VIM), se define “calibración” como:

“el conjunto de operaciones que establece, en unas condiciones determinadas, la relación que existe entre los valores indicados por un instrumento o sistema de medida, o los valores representados por una medida materializada (por ejemplo un patrón), y los correspondientes valores conocidos de una magnitud medida”.

Como ya se ha indicado, la calibración es una operación imprescindible para establecer la trazabilidad de los elementos industriales de medida. El resultado de una calibración es recogido en un documento que suele denominarse “certificado de calibración”. Es conveniente consultar el documento del Sistema de Calibración Industrial (SCI), donde se establecen los requisitos y las recomendaciones generales para la emisión de certificados de calibración SCI.

Vamos a suponer que las condiciones habituales de utilización del instrumento son idénticas a las existentes durante la calibración. Esto supone que la única corrección que consideraremos será la de calibración. En caso contrario, la variabilidad debe ser corregida por las variaciones entre las condiciones de la medida y de la calibración.

Consideremos primero la calibración de un punto del aparato. Se mide un patrón de magnitud próxima al punto a calibrar n_c veces. El patrón tiene un valor conocido x_0 y una incertidumbre U_0 y factor k_0 conocidos también. El valor dado de la magnitud del patrón es:

$$x_0 \pm U_0 = x_0 \pm k_0 u_0 \quad (3.1)$$

Se realizan n_c medidas¹ del patrón con el instrumento y se calcula su valor medio \bar{x}_c .

Al comparar con el valor dado x_0 suele aparecer una diferencia (corrimiento de escala o corrección de calibración).

¹normalmente entre 10 ó 20 medidas suele ser aceptable.

$$\Delta x_c = x_0 - \bar{x}_c \quad (3.2)$$

El valor de Δx_c es un estimador de la corrección que realmente debería introducirse y posee una incertidumbre asociada, que aplicando la ley de propagación de varianzas resulta:

$$u_{\Delta x_c}^2 = u_0^2 + \frac{s_c^2}{n_c} \quad (3.3)$$

Al medir con el instrumento en valores próximos al patrón reiterando n mediciones se obtendrá:

$$\bar{x}' = \frac{\sum x_i}{n} \text{ con desviación típica } \frac{s_{x'}}{\sqrt{n}} \quad (3.4)$$

Por lo tanto, el valor de la medida será:

$$\bar{x} = \bar{x}' + \Delta x_c \quad (3.5)$$

Aplicando de nuevo la ley de propagación de varianzas, se puede obtener la variabilidad de la medida (\bar{x}):

$$u_{\bar{x}}^2 = u_{\bar{x}'}^2 + u_{\Delta x_c}^2 = u_0^2 + \frac{s_c^2}{n_c} + \frac{s_{x'}^2}{n}. \quad (3.6)$$

Si tomamos un coeficiente k de incertidumbre, y suponemos que el mensurando tiene un grado de definición igual al del patrón $s_c = s_{x'}$:²

$$\left(\frac{U}{k}\right)^2 = \left(\frac{U_0}{k_0}\right)^2 + \left(\frac{1}{n_c} + \frac{1}{n}\right) s_c^2. \quad (3.7)$$

Para calibrar un instrumento en todo el campo de medida, el procedimiento más elemental consiste en repetir la calibración en varios puntos de su escala.

Los valores de la corrección de calibración e incertidumbre asociada en cada uno de los puntos calibrados no facilitan una información práctica para la utilización habitual de la mayor parte de los instrumentos de uso industrial. Por ello, suele aplicarse algún criterio globalizador que permita evaluar la incertidumbre y corrección de calibración del instrumento con independencia del punto de utilización.

²Para obtener un resultado más preciso, la variabilidad del mensurando debe ser estimada reiterando sucesivas mediciones sobre el mismo.

Para ello se establece una corrección global como promedio de la corrección en cada punto de calibración:

$$\Delta\bar{x}_c = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \Delta x_{cj}, \quad (3.8)$$

siendo N los puntos usados del campo de medida del instrumento.

En todos los puntos habrá una corrección residual que puede determinarse mediante:

$$\delta_{cj} = \Delta x_{cj} - \Delta\bar{x}_c. \quad (3.9)$$

Esta corrección residual se incorpora a la incertidumbre mediante el criterio de asimilarla a una incertidumbre de factor $k = 3$. Luego la incertidumbre de calibración en cada punto es:

$$u_{cj}^2 = u_{oj}^2 + \frac{s_{cj}^2}{n_{cj}} + \frac{\delta_{cj}^2}{9}. \quad (3.10)$$

El valor resultante de una medida con el instrumento calibrado será:

$$\bar{x} = \bar{x}' + \Delta\bar{x}_c, \quad (3.11)$$

y su incertidumbre:

$$\frac{U}{k} = u = \text{máx} \left(\sqrt{u_{oj}^2 + s_{cj}^2 \left(\frac{1}{n_{cj}} + \frac{1}{n} \right) + \frac{\delta_{cj}^2}{9}} \right). \quad (3.12)$$

Las incertidumbres obtenidas siempre se redondearán por exceso a unidades enteras de la división de escala del instrumento a calibrar.

Cuando la corrección global de calibración complica la utilización del instrumento, toda la corrección de calibración se considera residual³.

Ejemplo 1. Calibración de un micrómetro milesimal Se calibra un micrómetro milesimal digital de campo de medida 0-25 mm con bloques patrón longitudinales de grado 0

³Cuando las correcciones de calibración varían notablemente entre los distintos puntos del campo de medida, el uso de una corrección global como valor medio de las anteriores no es representativo de todo el campo de medida.

y nominales de 5, 12 y 20 mm, ⁴ obteniéndose los siguientes valores:

5,004	12,001	20,003
5,003	12,003	20,005
5,000	12,006	20,002
5,002	12,001	20,002
5,000	12,002	20,001

Se desea obtener, a partir de estos datos de calibración, el valor global que para todo el campo de medida puede asignarse a la incertidumbre del instrumento, para el caso de medición con tres repeticiones. Se valorará la oportunidad de realización de un ajuste (o corrección de calibración) del instrumento, debiendo indicarse, en su caso, el valor de dicho ajuste.

Para todos los casos considérese un factor de incertidumbre de valor 2.

Lo primero que vamos a hacer es calcular la media aritmética de las indicaciones en cada punto considerado del campo de medida. Así:

- para $x_{01} = 5$ mm; $\bar{x}_{c1} = 5,0018$ mm;
- para $x_{02} = 12$ mm; $\bar{x}_{c2} = 12,0026$ mm;
- para $x_{03} = 20$ mm; $\bar{x}_{c3} = 20,0026$ mm;

Una vez calculadas las medias aritméticas podemos obtener la corrección de calibración en cada punto del campo de medida:

$$\Delta x_{c1} = x_{01} - \bar{x}_{c1} = 5 - 5,0018 = -0,0018 \text{ mm} = -1,8 \mu\text{m}$$

$$\Delta x_{c2} = x_{02} - \bar{x}_{c2} = 12 - 12,0026 = -0,0026 \text{ mm} = -2,6 \mu\text{m}$$

$$\Delta x_{c3} = x_{03} - \bar{x}_{c3} = 20 - 20,0026 = -0,0026 \text{ mm} = -2,6 \mu\text{m}$$

⁴Debe mencionarse que en la práctica, para este tipo de instrumentos conviene que los patrones elegidos para su calibración difieran en sus cifras decimales para evitar calibrar el instrumento en el mismo punto de la escala graduada del tambor.

Suponiendo que en principio, el micrómetro puede ser utilizado en cualquier punto de su campo de medida, sería de bastante utilidad considerar una “corrección global” del instrumento. Esta corrección global se puede calcular como media aritmética de las correcciones de calibración obtenidas en los tres puntos considerados. Así:

$$\Delta\bar{x}_c = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 \Delta x_{cj} = -0,0023 \text{ mm} = -2,3 \mu\text{m} \simeq -2 \mu\text{m}$$

Si vamos a realizar un ajuste del instrumento con un valor $-2 \mu\text{m}$, en cada punto del campo de medida del mismo, aparecerá una “corrección residual” que afectará a la incertidumbre del instrumento. La corrección residual que debemos considerar en cada caso será:

$$\delta_{c1} = \Delta x_{c1} - \Delta\bar{x}_c = -0,0018 - (-0,002) = 0,0002 \text{ mm} = 0,2 \mu\text{m}$$

$$\delta_{c2} = \Delta x_{c2} - \Delta\bar{x}_c = -0,0026 - (-0,002) = -0,0006 \text{ mm} = -0,6 \mu\text{m}$$

$$\delta_{c3} = \Delta x_{c3} - \Delta\bar{x}_c = -0,0026 - (-0,002) = -0,0006 \text{ mm} = -0,6 \mu\text{m}$$

La corrección residual se incorporará a la incertidumbre asimilándola a una incertidumbre de factor $k = 3$.

A continuación vamos a calcular la incertidumbre asociada a cada punto considerado. Para ello, debemos analizar cada una de las contribuciones a dicha incertidumbre. En primer lugar debemos considerar la “incertidumbre de corrección de calibración” que por la ley de propagación de varianzas se puede expresar de la siguiente forma:

$$u_{cj}^2 = u_{0j}^2 + \frac{s_{cj}^2}{n_{cj}} + \frac{\delta_{cj}^2}{9}; \quad (3.13)$$

donde u_{0j} representa la incertidumbre del patrón considerado; s_{cj} es el parámetro de dispersión de la muestra j de la operación de calibración, y se puede calcular a través de la siguiente expresión:

$$s_{cj} = \sqrt{\frac{1}{n_{cj} - 1} \sum_{i=1}^{n_{cj}} (x_{cji} - \bar{x}_{cj})^2}; \quad (3.14)$$

y δ_{cj} es la corrección residual en el punto j del campo de medida.

La incertidumbre asociada a los bloques patrón de calidad 0 se pueden calcular a partir de la siguiente expresión:

$$u_{0j}(\mu\text{m}) = 0,1 + 0,002L_j,$$

donde L_j es la longitud nominal en mm.

Así:

$$u_{01} = 0,1 + 0,002 \times 5 = 0,110 \mu\text{m} = 0,00011 \text{ mm};$$

$$u_{02} = 0,1 + 0,002 \times 12 = 0,124 \mu\text{m} = 0,000124 \text{ mm};$$

$$u_{03} = 0,1 + 0,002 \times 20 = 0,140 \mu\text{m} = 0,00014 \text{ mm}.$$

Además:

$$s_{c1} = 0,0018 \text{ mm} = 1,8 \mu\text{m};$$

$$s_{c2} = 0,0021 \text{ mm} = 2,1 \mu\text{m};$$

$$s_{c3} = 0,0015 \text{ mm} = 1,5 \mu\text{m}.$$

Sustituyendo todos los valores podemos obtener la incertidumbre de corrección de calibración para cada punto:

$$u_{c1}^2 = 0,00011^2 + \frac{0,0018^2}{5} + \frac{0,0002^2}{9} = 6,645 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2; \quad u_{c1} = 0,82 \mu\text{m};$$

$$u_{c2}^2 = 0,000124^2 + \frac{0,0021^2}{5} + \frac{0,0006^2}{9} = 9,3738 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2; \quad u_{c2} = 0,97 \mu\text{m};$$

$$u_{c3}^2 = 0,00014^2 + \frac{0,0015^2}{5} + \frac{0,0006^2}{9} = 5,096 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2; \quad u_{c3} = 0,71 \mu\text{m}.$$

Para calcular la incertidumbre total tenemos que incluir la incertidumbre que añade el elemento a medir (s_m). En este caso, vamos a suponer que dicha incertidumbre es del orden de la del patrón utilizado en la calibración, por lo que podemos suponer que $s_{mj} \simeq s_{cj}$. De esta forma y mediante la ley de propagación de varianzas, la incertidumbre en cada punto considerado resulta:

$$u_j^2 = u_{cj}^2 + \frac{s_{mj}^2}{n}, \quad (3.15)$$

siendo n según el enunciado igual a 3.

Por lo tanto:

$$u_1 = \sqrt{6,645 \cdot 10^{-7} + \frac{0,0018^2}{3}} = 0,0013 \text{ mm} = 1,3 \mu\text{m};$$

$$u_2 = \sqrt{9,3738 \cdot 10^{-7} + \frac{0,0021^2}{3}} = 0,0016 \text{ mm} = 1,6 \mu\text{m};$$

$$u_3 = \sqrt{5,096 \cdot 10^{-7} + \frac{0,0015^2}{3}} = 0,0011 \text{ mm} = 1,1 \mu\text{m}.$$

Siguiendo con el mismo criterio globalizador con el fin de facilitar el uso del instrumento de medida asignando un único valor de incertidumbre para todo su campo de medida, elegimos como incertidumbre de medida el valor máximo de los anteriores calculados. Así:

$$u = \max(u_j) = 0,0016 = 1,6 \mu\text{m}.$$

Además como el factor de incertidumbre es $k = 2$, la incertidumbre global resulta:

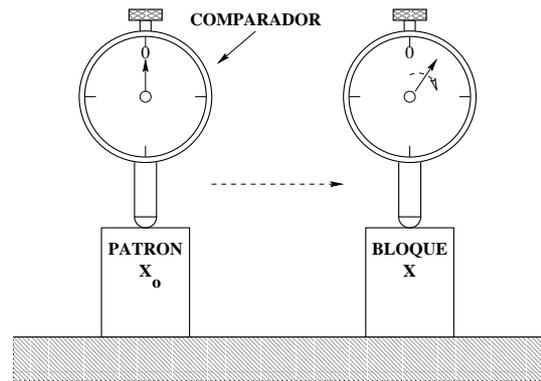
$$U = ku = 2 \times 1,6 = 3,2 \mu\text{m}.$$

Redondeando a la división de escala inmediatamente superior del instrumento resulta:

$$\boxed{U = 4 \mu\text{m}}$$

Por lo tanto, una vez calibrado el micrómetro milesimal, se le asigna una incertidumbre de $4 \mu\text{m}$ para un factor de calibración ($k = 2$) y se le realiza un ajuste de $-2 \mu\text{m}$ (es decir, 2 divisiones de la escala en el sentido apropiado) de corrección de calibración.

Ejemplo 2 Para calibrar el bloque de longitud x de la figura se emplea un patrón de longitud $x_0 = 10,0000$ mm e incertidumbre $0,5 \mu\text{m}$ para un factor de calibración $k = 2$, Para medir el bloque se emplea un reloj comparador como el de la figura de incertidumbre $1 \mu\text{m}$ para un factor de calibración 2. Cada medida se efectúa enfrentando el palpador del comparador sobre el patrón x_0 y situando manualmente su indicador en la posición 0. Posteriormente, se enfrenta el palpador sobre el bloque a medir apreciando en su indicador las diferencias respecto a la longitud x_0 . Este proceso se repite 10 veces obteniendo de esta forma los siguientes resultados:



Diferencias x' en mm respecto a x_0
0,002
0,001
0,002
0,001
0,003
0,001
0,002
0,002
0,002
0,001

Obtener el valor del bloque x en mm, y su incertidumbre asociada para un factor de calibración $k = 3$.

La medida del bloque x se puede obtener sumando a la longitud patrón x_0 la media $\overline{x'}$ de las desviaciones apreciadas con el reloj comparador. De este modo:

$$x = x_0 + \overline{x'}. \tag{3.16}$$

El valor medio de las desviaciones y su correspondiente estimación de desviación típica (aplicando el teorema central del límite) se obtienen de los valores adjuntos en la

tabla:

$$\bar{x}' = \frac{\sum_{i=1}^{10} x'_i}{10} = 0,0017 \text{ mm};$$

$$s_{\bar{x}'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (x'_i - \bar{x}')^2}{10 - 1}} = 0,000674 \text{ mm} = 0,674 \mu\text{m}.$$

Para calcular la incertidumbre asociada a la medida del bloque x se aplica la ley de propagación de varianzas con el siguiente resultado:

$$u_x^2 = u_{x_0}^2 + u_{\bar{x}'}^2; \quad (3.17)$$

donde u_{x_0} corresponde a la incertidumbre asociada al bloque patón x_0 ; y $u_{\bar{x}'}$ corresponde a la incertidumbre asociada a la media de las desviaciones x' .

$$u_{x_0} = \left(\frac{U_0}{k}\right) = \left(\frac{0,5}{2}\right) = 0,25 \mu\text{m}.$$

Aplicando de nuevo la ley de propagación de varianzas se podrá obtener $u_{\bar{x}'}$:

$$u_{\bar{x}'}^2 = u_{\text{comparador}}^2 + \frac{s_{x'}^2}{10} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{0,674^2}{10} = 0,2954 \mu\text{m}^2. \quad (3.18)$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación 3.17:

$$u_x = \sqrt{0,25^2 + 0,2954} = 0,598 \mu\text{m}.$$

Para un factor de calibración $k = 3$, la incertidumbre global de la longitud del bloque x resulta:

$$U_x(k = 3) = 3 \times 0,598 + 0,3 \mu\text{m} \simeq 3 \mu\text{m} = 0,003 \text{ mm}.$$

Luego el bloque tiene una longitud:

$$x = 10,002 \pm 0,003 \text{ mm (factor de calibración 3)}.$$

CAPÍTULO 4

Organización metrológica. Plan de calibración

Como se indicó en el capítulo de Introducción, la Trazabilidad de una medida se puede definir como la propiedad consistente en poder referir la precisión de dicha medida a patrones apropiados, a través de una cadena ininterrumpida de comparaciones. La correcta trazabilidad de un laboratorio de metrología se consigue a través de un “plan de calibración” permanente [4]. Para la creación y puesta en marcha de un plan de calibración se deben agrupar todos los instrumentos en “grupos de calibración”, que deben ser ordenados de mayor a menor precisión, organizándolos en niveles en lo que se llama “diagrama de niveles”.

Un plan de calibración tiene un soporte físico constituido por los siguientes elementos:

- **Diagrama de niveles.** Es un gráfico donde figuran agrupados y numerados todos los instrumentos de medida existentes en el laboratorio.
- **Etiquetas de calibración.** Etiquetas donde queda reflejado la fecha de la calibración efectuada y la fecha de la próxima calibración.
- **Fichero de instrucciones.** Es una colección de fichas numeradas como en el diagrama. En cada una de ellas está señalada la relación de instrumentos que abarca y las instrucciones necesarias para efectuar su calibración.
- **Archivo de resultados.** Una colección de carpetas numeradas de acuerdo al diagrama de niveles donde están reflejados los resultados de la última calibración, así como los datos que se consideren necesarios.

El criterio fundamental para formar un grupo en el diagrama de niveles es que todos los elementos que comprende se calibren con los mismos grupos de patrones, mediante los mismos procedimientos generales y que sus incertidumbres se estimen con las mismas ecuaciones de cálculo. En un grupo puede haber un sólo elemento, varios similares, o también accesorios o componentes análogos de diferentes aparatos.

El criterio fundamental para la formación de los niveles dentro del diagrama es que **los grupos de cada nivel sean calibrados por grupos de niveles superiores, nunca inferiores, ni tampoco del mismo nivel**. Para completar la ordenación de los grupos en el diagrama se complementa con las tres reglas siguientes:

1. El *primer nivel* lo forman los patrones de referencia del centro, es decir aquellos de más precisión que se calibran periódicamente en otros centros de nivel superior.
2. El *último nivel* lo forman los instrumentos que una vez calibrados no calibran a otros. Generalmente, este nivel es el más numeroso y sencillo de calibrar.
3. Los *niveles intermedios* están formados por aquellos que reciben calibración de los niveles superiores y calibran a niveles inferiores. Se colocan en el *nivel más elevado posible*, pues la experiencia ha demostrado que ello facilita las posteriores modificaciones del diagrama al introducir nuevos grupos o por cualquier otra razón.

Los grupos de calibración pueden representarse mediante un rectángulo, identificándose mediante un número y un título que se debe ajustar a las denominaciones establecidas por el “Sistema de Calibración Industrial” (SCI) (véase la figura 4.1). No se admiten bajo ningún concepto la inclusión de marcas comerciales o modelos.

Para aclarar mejor los conceptos anteriores, se va a resolver el siguiente ejercicio.

Ejemplo Dado el “diagrama de niveles” indicado en la figura, correspondiente al “plan de calibración” de un Laboratorio de Metrología, se pide indicar los defectos que existen en dicho “diagrama de niveles”, razonando la respuesta para cada defecto.

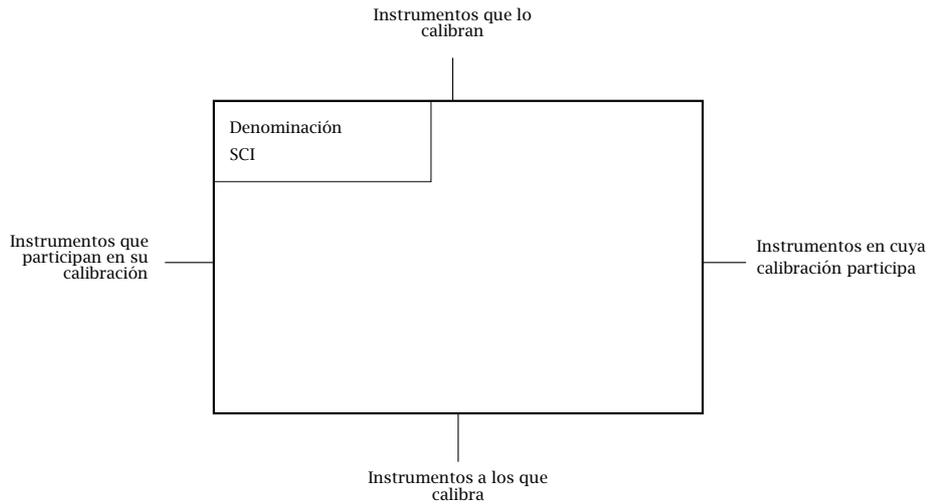
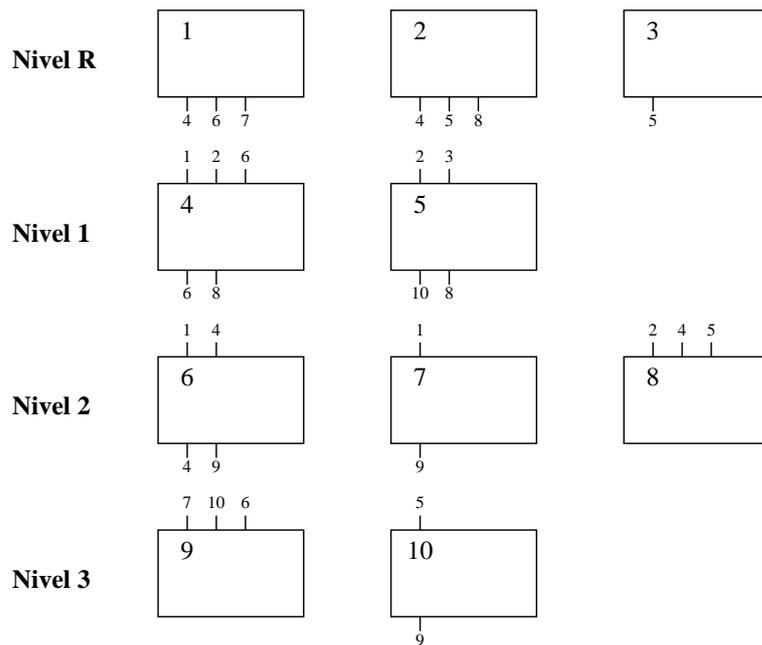


Figura 4.1: Representación de un grupo de calibración en el diagrama de niveles.



En el nivel de referencia no se observa ningún error ya que está constituido por grupos de calibración que no son calibrados por ningún otro del diagrama, y además calibran a instrumentos pertenecientes a grupos de niveles inferiores.

En el nivel 1 se observa que el grupo 4 es calibrado por instrumentos pertenecientes al grupo 6 que se sitúa en un nivel inferior. Por lo tanto es incorrecto.

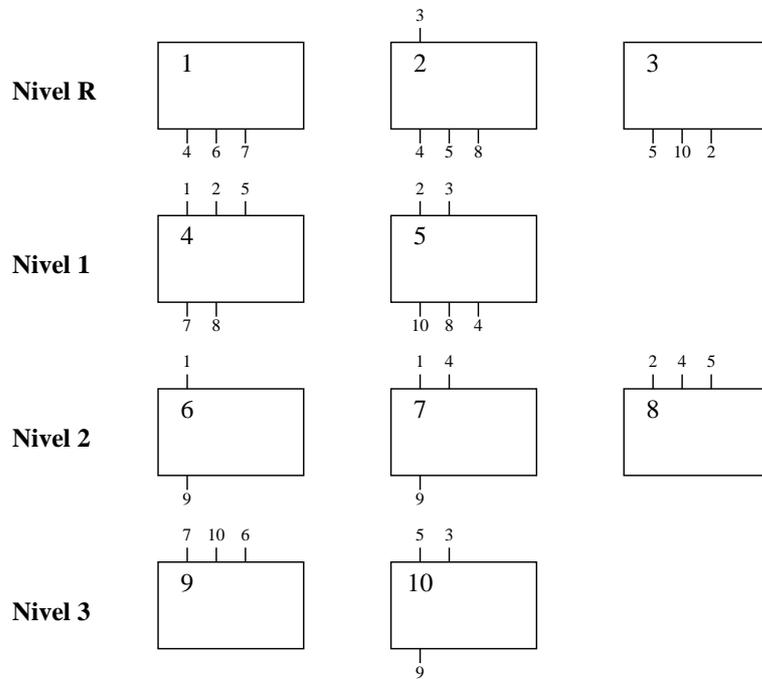
En el nivel 2 se observan dos errores. En primer lugar, el grupo 7 podría situarse

perfectamente en un nivel superior, por lo que debería pasar al nivel 1. Por otro lado, el grupo 8 debe situarse en el nivel inferior ya que está constituido por instrumentos de medida que no participan en la calibración de ningún otro instrumento del diagrama de niveles.

Por último, en el nivel 3, el grupo 10 está mal situado ya que está constituido por instrumentos que participan en la calibración de instrumentos del grupo 9.

EJEMPLO PROPUESTO

Dado el “diagrama de niveles” indicado en la figura, se pide indicar los defectos que existen en dicho “diagrama de niveles”, razonando la respuesta para cada defecto.



CAPÍTULO 5

Normalización de tolerancias dimensionales

En este capítulo se va a tratar el Sistema de Normalización Internacional 'ISO' en lo referente a las tolerancias dimensionales más empleadas en Fabricación. Sólo se va a hacer referencia a cotas nominales inferiores a 500 mm.

5.1 EL SISTEMA DE TOLERANCIAS DIMENSIONALES ISO

El sistema ISO para tolerancias dimensionales se basa en tres principios fundamentales:

1. Subdividir los diámetros normalizados (de 1 a 500 mm) distribuyéndolos en una serie de 13 agrupaciones de diámetros; cada agrupación abarca un campo determinado, y dentro de cada campo las tolerancias son las mismas en valor absoluto.
2. Calidad o precisión.
3. Posición de la tolerancia respecto a una línea de referencia o cota nominal.

La cota nominal se expresa mediante el valor entero en mm más cercano a las dimensiones admisibles de la pieza. Las cotas nominales se distribuyen en 13 agrupaciones fundamentales del siguiente modo.

5.1.1 Grupos de diámetros

1 a 3 mm	> 80 a 120 mm
> 3 a 6 mm	> 120 a 180 mm
> 6 a 10 mm	> 180 a 250 mm
> 10 a 18 mm	> 250 a 315 mm
> 18 a 30 mm	> 315 a 400 mm
> 30 a 50 mm	> 400 a 500 mm
> 50 a 80 mm	

Con estos grupos se vio que no era suficiente para determinadas precisiones, por lo que finalmente se ha llegado a una subdivisión de 13 grupos principales y 22 intermedios para dimensiones entre 10 y 500 mm:

> 10 a 14 mm	> 140 a 160 mm
> 14 a 18 mm	> 160 a 180 mm
> 18 a 24 mm	> 180 a 200 mm
> 24 a 30 mm	> 200 a 225 mm
> 30 a 40 mm	> 225 a 250 mm
> 40 a 50 mm	> 250 a 280 mm
> 50 a 65 mm	> 280 a 315 mm
> 65 a 80 mm	> 315 a 355 mm
> 80 a 100 mm	> 355 a 400 mm
> 100 a 120 mm	> 400 a 450 mm
> 120 a 140 mm	> 450 a 500 mm

5.1.2 Unidad de Tolerancia

El sistema ISO adopta para el cálculo de tolerancias con dimensiones comprendidas entre 1 y 500 mm la unidad internacional de tolerancia:

$$i = 0,45(D)^{1/3} + 0,001D$$

donde i está definido en micras (μm). D es la media geométrica entre los valores extremos de cada grupo de diámetros en milímetros ($D = \sqrt{D_{\max}D_{\min}}$). El término $0,001D$ se

introduce para tener en cuenta la incertidumbre de la medición (adquiere un valor apreciable únicamente para diámetros mayores de 80 mm). Aplicando esta ecuación a los grupos principales se obtienen los siguientes valores para las unidades de tolerancia:

D	i (μm)	D	i (μm)
1 a 3 mm	0,6	> 80 a 120 mm	2,2
> 3 a 6 mm	0,75	> 120 a 180 mm	2,5
> 6 a 10 mm	0,9	> 180 a 250 mm	2,8
> 10 a 18 mm	1,1	> 250 a 315 mm	3,2
> 18 a 30 mm	1,3	> 315 a 400 mm	3,6
> 30 a 50 mm	1,6	> 400 a 500 mm	4,0
> 50 a 80 mm	1,9		

5.1.3 Calidad o Precisión

Para cada grupo de dimensiones el sistema ISO establece 19 calidades de elaboración designadas por los símbolos

$$\text{IT01, IT0, IT1, IT2, \dots, IT17.}$$

El símbolo IT01 indica la calidad más precisa, y el símbolo IT17 indica la calidad más basta. Las amplitudes de la tolerancia se calculan del siguiente modo:

IT01	IT0	IT1	IT2	IT3	IT4	IT5	IT6	IT7	IT8
$0,3 + 0,080D$	$0,5 + 0,012D$	$0,8 + 0,02D$	*	*	*	$7i$	$10i$	$16i$	$25i$
IT9	IT10	IT11	IT12	IT13	IT14	IT15	IT16	IT17	
$40i$	$64i$	$100i$	$160i$	$250i$	$400i$	$640i$	$1000i$	$1600i$	

* se obtienen como términos de una progresión geométrica cuyo primer término es IT1 y su último término es IT5

A partir de IT6 se sigue el criterio de adoptar una progresión geométrica según una ley normal R5 (razón $10^{1/5} = 1,6$)

Las fórmulas indicadas han sido obtenidas empíricamente. Para la aplicación práctica, los valores realmente útiles corresponden a las amplitudes de las franjas de tolerancia tabuladas para su uso inmediato en la Tabla 5.1.

Grupos dimensionales	Amplitud en tolerancia en μm para la calidad de elaboración																			
	01	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
> 1 a 3	0,3	0,5	0,8	1,2	2	3	4	6	10	14	25	40	60	100	140	250	400	600	-	
> 3 a 6	0,4	0,6	1	1,5	2,5	4	5	8	12	18	30	48	75	120	180	300	480	750	-	
> 6 a 10	0,4	0,6	1	1,5	2,5	4	6	9	15	22	36	58	90	150	220	360	580	900	1500	
> 10 a 18	0,5	0,8	1,2	2	3	5	8	11	18	27	43	70	110	180	270	430	700	1100	1800	
> 18 a 30	0,6	1	1,5	2,5	4	6	9	13	21	33	52	84	130	210	330	520	840	1300	2100	
> 30 a 50	0,6	1	1,5	2,5	4	7	11	16	25	39	62	100	160	250	390	620	1000	1600	2500	
> 50 a 80	0,8	1,2	2	3	5	8	13	19	30	46	74	120	190	300	460	740	1200	1900	3000	
> 80 a 120	1	1,5	2,5	4	6	10	15	22	35	54	87	140	220	350	540	870	1400	2200	3500	
> 120 a 180	1,2	2	3,5	5	8	12	18	25	40	63	100	160	250	400	630	1000	1600	2500	4000	
> 180 a 250	2	3	4,5	7	10	14	20	29	46	72	115	185	290	460	720	1150	1850	2900	4600	
> 250 a 315	2,5	4	6	8	12	16	23	32	52	81	130	210	320	520	810	1300	2100	3200	5200	
> 315 a 400	3	5	7	9	13	18	25	36	57	89	140	230	360	570	890	1400	2300	3600	5700	
> 400 a 500	4	6	8	10	15	20	27	40	63	97	155	250	400	630	970	1550	2500	4000	6300	

Tabla 5.1: Amplitud en μm de los intervalos de tolerancias para distintas calidades de elaboración.

5.1.4 Posiciones de las Tolerancias

En la práctica, la medida efectiva difiere de la nominal, no sólo por la inevitable inexactitud en la ejecución, sino también para proporcionar el juego o apriete que se desee en el ajuste entre un eje y un agujero. Para lograr esto último, lo que se hace es situar la zona de tolerancia en distintas posiciones con relación a la línea de referencia que coincide con la cota nominal considerada. La posición de la zona de tolerancia viene dada pues, por la diferencia superior (diferencia entre la cota máxima especificada y la cota nominal) en unos casos y por la diferencia inferior (diferencia entre la cota mínima especificada y la cota nominal) en otros. La distancia entre la diferencia referida (superior o inferior) y la línea de referencia se llama diferencia de referencia. El sistema ISO fija una serie de estas diferencias de referencia que dan lugar a todos los tipos de ajustes necesarios.

Las posiciones se designan por medio de letras; los agujeros mediante letras mayúsculas y los ejes mediante letras minúsculas. En total existen 21 posiciones correspondientes a las distintas letras (se han excluido la 'i', 'l', 'o', y 'q'; y las correspondientes mayúsculas). Las diferencias de referencia también se pueden obtener mediante fórmulas. En la figura 5.1 aparecen representadas las posiciones de los intervalos de tolerancia respecto a la línea de referencia. Obsérvese que se han añadido las posiciones 'cd', 'ef', 'fg' y las correspondientes mayúsculas de los agujeros para ampliar la gama para diámetros nominales inferiores a 10 mm. También se han añadido las posiciones 'za', 'zb', 'zc', y las correspondientes mayúsculas para obtener ajustes con grandes aprietes. Las posiciones vienen tabuladas por la desviación de menor valor absoluto. En las tablas 5.2, 5.3 y 5.4 se encuentran estos valores en μm .

Los calibres “pasa-no pasa” son instrumentos que se utilizan para la verificación de tolerancias dimensionales sin necesidad de obtener información numérica de la pieza objeto de estudio. Estos instrumentos materializan en cada uno de sus extremos las dimensiones máxima y mínima de la tolerancia especificada en la pieza que se pretende verificar. La decisión (pieza aceptada o rechazada) se adopta con una simple operación de ajuste. Si el ajuste entre la pieza y el calibre es holgado para el lado “pasa” y con apriete para el lado “no pasa”, la pieza se encontrará dentro de la tolerancia especificada. En las figuras 5.2 y 5.3 se representan dos calibres típicos para verificación de ejes (calibre de herradura) y agujeros (calibre tampón), respectivamente. En el Capítulo 8 se estudiarán de forma más detallada este tipo de instrumentos.

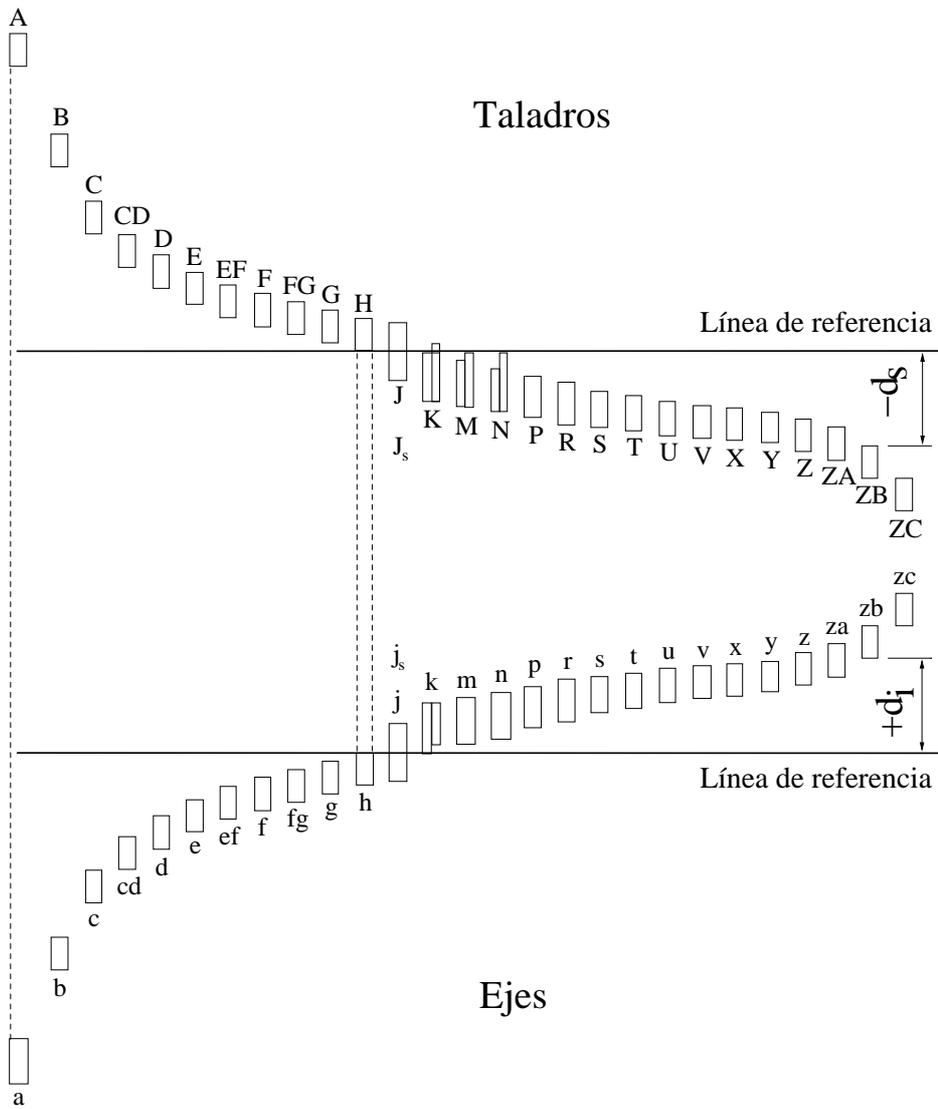


Figura 5.1: Posición de los intervalos de tolerancia

Posición	Calidad	a'	b'	c	cd	d	e	ef	f	fg	g	h	j _s ^a	j			k	
														5y6	7	8	4 a 7	≤3
Todas las calidades																		
G. Diámetro (mm)		Diferencia superior $d_s < 0$, ejes; (Diferencia inferior $D_i > 0$, agujeros)											-					
>	≤3	-270	-140	-60	-34	-20	-14	-10	-6	-4	-2	0		-2	-4	-6	0	0
>	3 a	-270	-140	-70	-46	-30	-20	-14	-10	-6	-4	0		-2	-4	-	+1	0
>	6 a	-280	-150	-80	-56	-40	-25	-18	-13	-8	-5	0		-2	-5	-	+1	0
>	10 a	-290	-150	-95	-	-50	-32	-	-16	-	-6	0		-3	-6	-	+1	0
>	14 a	-290	-150	-95	-	-50	-32	-	-16	-	-6	0	d	-3	-6	-	+1	0
>	18 a	-300	-160	-110	-	-65	-40	-	-20	-	-7	0	i	-4	-8	-	+2	0
>	24 a	-300	-160	-110	-	-65	-40	-	-20	-	-7	0	f	-4	-8	-	+2	0
>	30 a	-310	-170	-120	-	-80	-50	-	-25	-	-9	0	e	-5	-10	-	+2	0
>	40 a	-320	-180	-130	-	-80	-50	-	-25	-	-9	0	r	-5	-10	-	+2	0
>	50 a	-340	-190	-140	-	-100	-60	-	-30	-	-10	0	e	-7	-12	-	+2	0
>	65 a	-360	-200	-150	-	-100	-60	-	-30	-	-10	0	n	-7	-12	-	+2	0
>	80 a	-380	-220	-170	-	-120	-72	-	-36	-	-12	0	c	-9	-15	-	+3	0
>	100 a	-410	-240	-180	-	-120	-72	-	-36	-	-12	0	i	-9	-15	-	+3	0
>	120 a	-460	-260	-200	-	-145	-85	-	-43	-	-14	0	a	-11	-18	-	+3	0
>	140 a	-520	-280	-210	-	-145	-85	-	-43	-	-14	0		-11	-18	-	+3	0
>	160 a	-580	-310	-230	-	-145	-85	-	-43	-	-14	0	d _s	-11	-18	-	+3	0
>	180 a	-660	-340	-240	-	-170	-100	-	-50	-	-15	0	=	-13	-21	-	+4	0
>	200 a	-740	-380	-260	-	-170	-100	-	-50	-	-15	0	-d _i	-13	-21	-	+4	0
>	225 a	-820	-420	-280	-	-170	-100	-	-50	-	-15	0	=	-13	-21	-	+4	0
>	250 a	-920	-460	-300	-	-190	-110	-	-56	-	-17	0	IT/2 ^b	-16	-26	-	+4	0
>	280 a	-1050	-540	-330	-	-190	-110	-	-56	-	-17	0		-16	-26	-	+4	0
>	315 a	-1200	-600	-360	-	-210	-125	-	-62	-	-18	0		-18	-28	-	+4	0
>	355 a	-1350	-680	-400	-	-210	-125	-	-62	-	-18	0		-18	-28	-	+4	0
>	400 a	-1500	-760	-440	-	-230	-135	-	-68	-	-20	0		-20	-32	-	+5	0
>	450 a	-1650	-840	-480	-	-230	-135	-	-68	-	-20	0		-20	-32	-	+5	0

Tabla 5.2: Diferencias fundamentales (valores en μm).

^aLas diferencias para 'a' y 'b' no están previstas para los diámetros ≤ 1 mm.

^bPara las calidades 7 a 11 las dos diferencias simétricas pueden ser redondeadas, si son impares al valor par inmediato inferior

Posición	m	n	Todas las calidades		p	r	s	t	u	v	x	y	z	za	zb	zc	Agujeros ^a		
			Diferencia inferior d_i	Diferencia superior d_s													5	6	7
G. Diámetro (mm)			Todas las calidades														Diferencia superior $D_s < 0$, agujeros		
			Diferencia inferior $d_i > 0$, ejes; (Diferencia superior $D_s < 0$, agujeros)																
> ≤ 3	+2	+4	+6	+10	+14	-	+18	-	+20	-	+26	+32	+40	+60					
> 3 a	+4	+8	+12	+15	+19	-	+23	-	+28	-	+35	+42	+50	+80	1	3	4		
> 6 a	+6	+10	+15	+19	+23	-	+28	-	+34	-	+42	+52	+67	+97	2	3	6		
> 10 a	+7	+12	+18	+23	+28	-	+33	-	+40	-	+50	+64	+90	+130	3	3	7		
> 14 a	+7	+12	+18	+23	+28	-	+33	+39	+45	-	+60	+77	+108	+150	3	3	7		
> 18 a	+8	+15	+22	+28	+35	-	+41	+47	+54	+63	+73	+98	+136	+188	3	4	5		
> 24 a	+8	+15	+22	+28	+35	+41	+48	+55	+64	+75	+88	+118	+160	+218	3	4	8		
> 30 a	+9	+17	+26	+34	+43	+48	+60	+68	+80	+94	+112	+148	+200	+274	4	5	9		
> 40 a	+9	+17	+26	+34	+43	+54	+70	+81	+97	+114	+136	+180	+242	+325	4	5	9		
> 50 a	+11	+20	+32	+41	+53	+66	+87	+102	+122	+144	+172	+226	+300	+405	5	6	11		
> 65 a	+11	+20	+32	+43	+59	+75	+102	+120	+146	+174	+210	+274	+360	+480	5	6	11		
> 80 a	+13	+23	+37	+51	+71	+91	+124	+146	+178	+214	+258	+335	+445	+585	5	7	13		
> 100 a	+13	+23	+37	+54	+79	+104	+144	+172	+210	+254	+310	+400	+525	+690	5	7	13		
> 120 a	+15	+27	+43	+60	+92	+122	+170	+202	+248	+300	+365	+470	+620	+800	6	7	15		
> 140 a	+15	+27	+43	+65	+100	+134	+190	+228	+280	+340	+415	+535	+700	+900	6	7	15		
> 160 a	+15	+27	+43	+68	+108	+146	+210	+252	+310	+380	+465	+600	+780	+1000	6	7	15		
> 180 a	+17	+31	+50	+77	+122	+166	+236	+284	+350	+425	+520	+670	+880	+1150	6	9	17		
> 200 a	+17	+31	+50	+80	+130	+180	+258	+310	+385	+470	+575	+740	+960	+1250	6	9	17		
> 225 a	+17	+31	+50	+84	+140	+196	+284	+340	+425	+520	+640	+820	+1050	+1350	6	9	17		
> 250 a	+20	+34	+56	+94	+158	+218	+315	+385	+475	+580	+710	+920	+1200	+1550	7	9	20		
> 280 a	+20	+34	+56	+98	+170	+240	+350	+425	+525	+650	+790	+1000	+1300	+1700	7	9	20		
> 315 a	+21	+37	+62	+108	+190	+268	+390	+475	+590	+730	+900	+1150	+1500	+1900	7	11	21		
> 355 a	+21	+37	+62	+114	+208	+294	+435	+530	+660	+820	+1000	+1300	+1650	+2100	7	11	21		
> 400 a	+23	+40	+68	+126	+232	+330	+490	+595	+740	+920	+1100	+1450	+1850	+2400	7	13	23		
> 450 a	+23	+40	+68	+132	+252	+360	+540	+660	+820	+1000	+1250	+1600	+2100	+2600	7	13	23		

Tabla 5.3: Diferencias fundamentales (valores en μm).

^aA las desviaciones superiores obtenidas de esta tabla para agujeros se les ha de sumar el factor corrector Q para las calidades indicadas.

Posición	J			K			M			N ^a			P			
	6	7	8	5	6	7	8	5	6	7	8	5	6	7	8	
Calidad																
Diferencia superior D _s																
> ≤ 3	+2	+4	+6	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-4	-4	-4	-4	-6
> 3 a	+5	+6	+10	0	+2	+3	+5	-3	-1	0	+2	-4	-7	-5	-4	-2
> 6 a	+5	+8	+12	+1	+2	+5	+6	-4	-3	0	+1	-6	-8	-7	-4	-3
> 10 a	+6	+10	+15	+2	+2	+6	+8	-4	-4	0	+2	-7	-9	-9	-5	-3
> 18 a	+8	+12	+20	+1	+2	+6	+10	-5	-4	0	+4	-8	-12	-11	-7	-3
> 30 a	+10	+14	+24	+2	+3	+7	+12	-5	-4	0	+5	-9	-13	-12	-8	-3
> 40 a	+10	+14	+24	+2	+3	+7	+12	-5	-4	0	+5	-9	-13	-12	-8	-3
> 50 a	+13	+18	+28	+3	+4	+9	+14	-6	-5	0	+5	-11	-15	-14	-9	-4
> 65 a	+13	+18	+28	+3	+4	+9	+14	-6	-5	0	+5	-11	-15	-14	-9	-4
> 80 a	+16	+22	+34	+2	+4	+10	+16	-8	-6	0	+6	-13	-18	-16	-10	-4
> 100 a	+16	+22	+34	+2	+4	+10	+16	-8	-6	0	+6	-13	-18	-16	-10	-4
> 120 a	+18	+26	+41	+3	+4	+12	+20	-9	-8	0	+8	-15	-21	-20	-12	-4
> 140 a	+18	+26	+41	+3	+4	+12	+20	-9	-8	0	+8	-15	-21	-20	-12	-4
> 160 a	+18	+26	+41	+3	+4	+12	+20	-9	-8	0	+8	-15	-21	-20	-12	-4
> 180 a	+22	+30	+47	+2	+5	+13	+22	-11	-8	0	+9	-17	-25	-22	-14	-5
> 200 a	+22	+30	+47	+2	+5	+13	+22	-11	-8	0	+9	-17	-25	-22	-14	-5
> 225 a	+22	+30	+47	+2	+5	+13	+22	-11	-8	0	+9	-17	-25	-22	-14	-5
> 250 a	+25	+36	+55	+3	+5	+16	+25	-13	-9	0	+9	-20	-27	-25	-14	-5
> 280 a	+25	+36	+55	+3	+5	+16	+25	-13	-9	0	+9	-20	-27	-25	-14	-5
> 315 a	+29	+39	+60	+3	+7	+17	+28	-14	-10	0	+11	-21	-30	-26	-16	-5
> 355 a	+29	+39	+60	+3	+7	+17	+28	-14	-10	0	+11	-21	-30	-26	-16	-5
> 400 a	+33	+43	+66	+2	+8	+18	+29	-16	-10	0	+11	-23	-33	-27	-17	-6
> 450 a	+33	+43	+66	+2	+8	+18	+29	-16	-10	0	+11	-23	-33	-27	-17	-6

Tabla 5.4: Diferencias fundamentales para agujeros (valores en μm).

^aLa diferencia para N en las calidades 9 a 16 no están previstas para los diámetros ≤ 1 mm

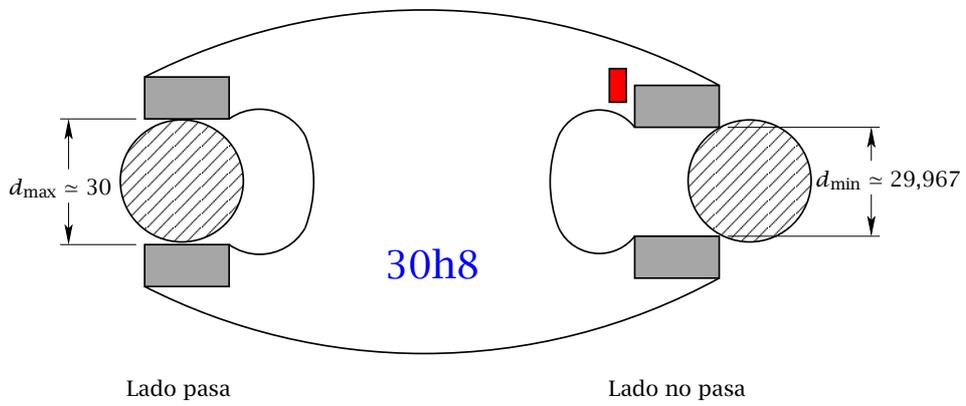


Figura 5.2: Esquema de un calibre de herradura para la verificación de ejes con tolerancia ISO 30h8.

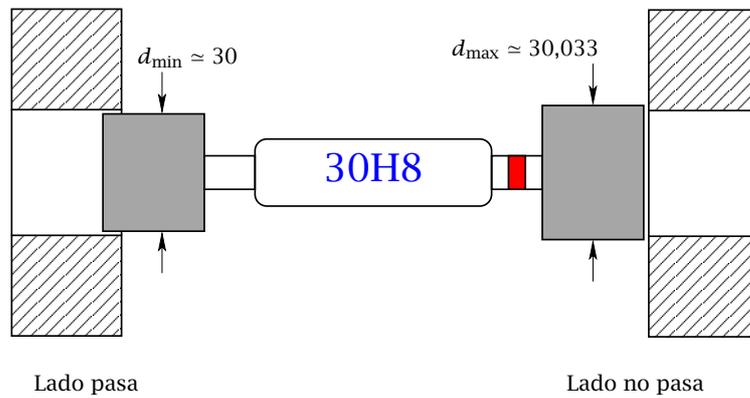


Figura 5.3: Esquema de un calibre tampón para la verificación de agujeros con tolerancia ISO 30H8.

5.2 EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Si queremos verificar un agujero 30H7, con un micrómetro milesimal de 2 micras de incertidumbre, ¿cuáles son las medidas admisibles máxima y mínima efectuadas con dicho instrumento que aseguran al elemento dentro de tolerancias?.

Solución: 30,002 mm; 30,019 mm.

2. Se pretende verificar un cilindro con especificaciones 30h6. El diámetro se mide con un micrómetro milesimal perfectamente calibrado con incertidumbre $\pm 2\mu\text{m}$. Si el resultado de la medida es de 29,987 mm, ¿podemos asegurar que la pieza está dentro de tolerancias?. Razone la respuesta.

Solución: Fuera de tolerancias.

3. Se quiere verificar un eje con designación ISO 30h7 con un micrómetro milesimal (división de escala de 0,001 mm). Para utilizar correctamente el instrumento de medida, el Laboratorio de Metrología procede a su calibración obteniendo según la formulación matemática aplicada una incertidumbre calculada de $0,3\mu\text{m}$.

Decir si es apropiado dicho instrumento para la verificación del eje especificado, y cuál es la medida máxima y la medida mínima admisible dadas por el instrumento que aseguren al eje dentro de tolerancias.

Solución: No es apropiado. 29,980 mm; 29,999 mm.

4. Queremos verificar el agujero 65H6 con un micrómetro milesimal para interiores de tal forma que la relación entre la tolerancia y la incertidumbre sea lo más próxima a $\frac{T}{2U} = 5$ por razones económicas. ¿Qué incertidumbre debe poseer el instrumento?. ¿Cuáles son las medidas admisibles máxima y mínima efectuadas con dicho instrumento que aseguran al elemento dentro de tolerancias?.

Solución: $2\mu\text{m}$. 65,002 mm; 65,017 mm.

5. Indicar de entre los siguientes casos cuáles están dentro de tolerancias y cuáles no:

Caso	Elemento	Medida(mm)	Incertidumbre(μm)
1	15H4	15,0040	0,5
2	40J6	39,993	4
3	25h5	24,998	1

Solución: Caso 1 SI; caso 2 NO; caso 3 SI.

CAPÍTULO 6

Ajustes en fabricación mecánica

Se denomina ajuste [16] al conjunto constituido por dos piezas; una interior, a la que se va a denominar genéricamente como 'eje', y otra exterior o 'agujero'.

Se pueden encontrar los siguientes tipos de ajustes:

1. "Ajuste con juego o móvil", en el que el diámetro del agujero es siempre mayor que el diámetro del eje. En la figura 6.1 se puede ver representado un ajuste de este tipo.

En este tipo de ajustes se podrán presentar dos situaciones extremas; una en la que el juego sea mínimo (J_{min}), y otra en la que el juego sea máximo (J_{max}). Como se muestra en la figura 6.1 el "juego máximo" y el "juego mínimo" pueden ser obtenidos a partir de las siguientes relaciones:

$$J_{max} = D_s - d_i;$$

$$J_{min} = D_i - d_s.$$

2. "Ajuste con aprieto o fijo", en el que el diámetro del agujero es siempre menor que el diámetro del eje. En la figura 6.2 se puede ver un ejemplo de este tipo.

Al igual que en el caso anterior, se pueden dar dos situaciones extremas, una con "apriete máximo" (A_{max}) y otra con "apriete mínimo" (A_{min}):

$$A_{max} = d_s - D_i;$$

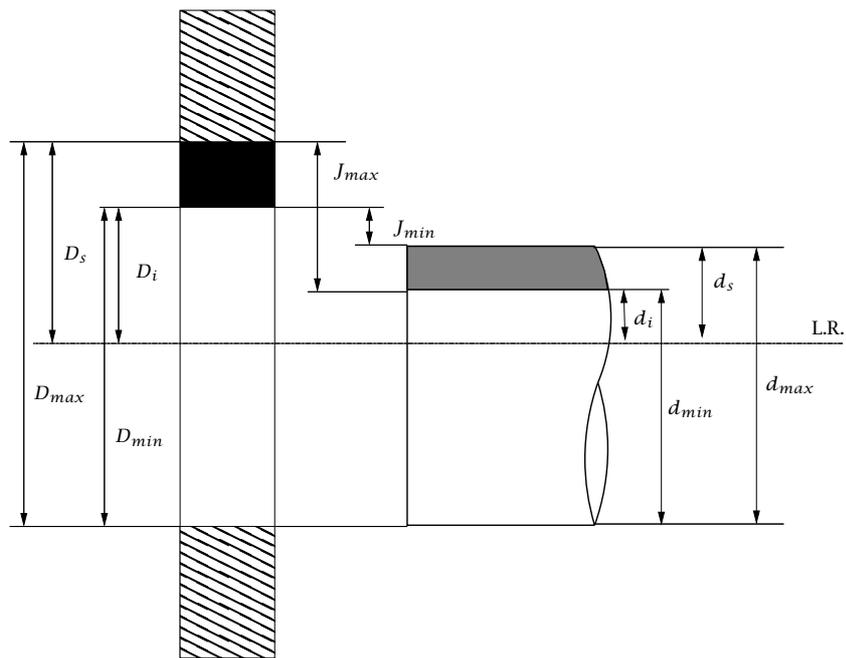


Figura 6.1: Ajuste con juego.

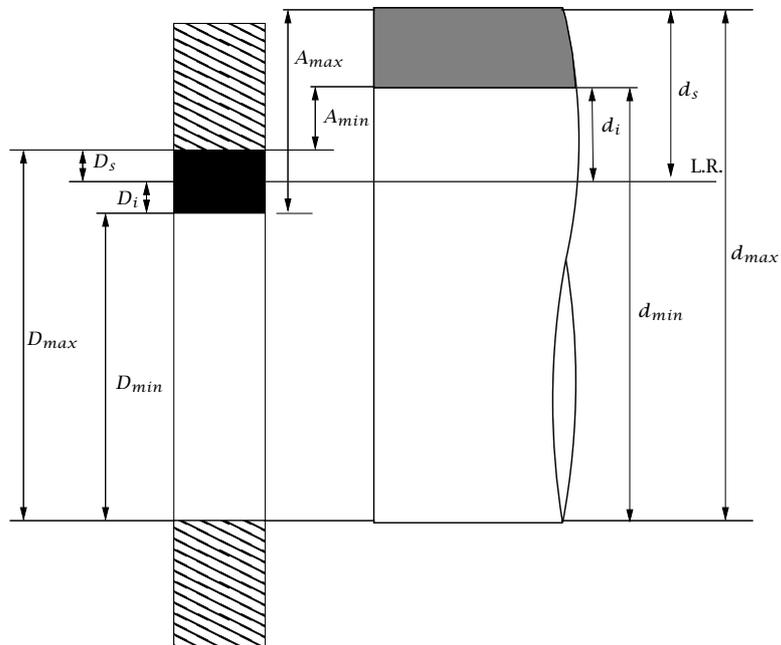


Figura 6.2: Ajuste con apriete.

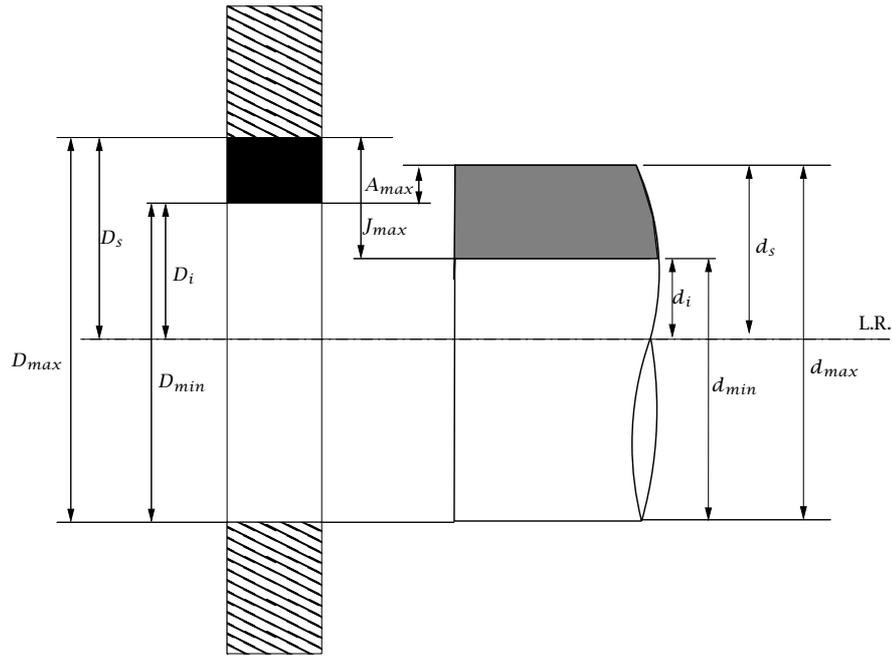


Figura 6.3: Ajuste indeterminado.

$$A_{min} = d_i - D_s.$$

3. “Ajuste indeterminado”, en el que los intervalos de tolerancia de los dos elementos acoplados están solapados, por lo que hasta que los elementos no hayan sido fabricados no se podrá determinar si existe un ajuste con apriete o con juego. En la figura 6.3 se puede ver un ejemplo de este tipo.

En la figura 6.4 se muestra un ejemplo en el que el acoplamiento entre varios elementos mecánicos debe realizarse con distintos tipos de ajustes.

6.1 SISTEMA DE AJUSTES RECOMENDADOS

Con el objeto de acotar el conjunto de tolerancias a emplear en la fabricación de elementos acoplados, se han establecido dos sistemas de ajustes que a continuación se detallan.

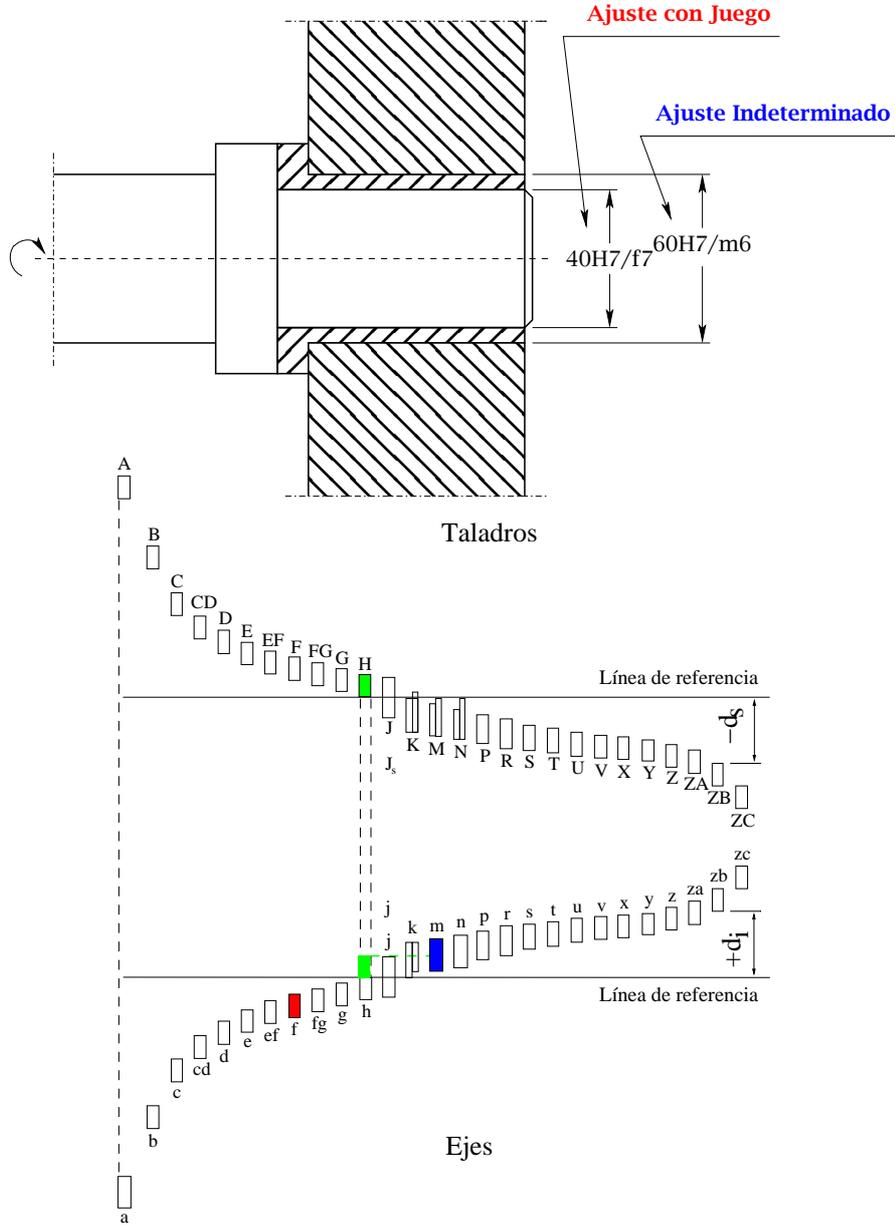


Figura 6.4: Ajuste eje-cojinete.

6.1.1 Sistema de agujero base

En este sistema la diferencia inferior del agujero siempre es cero, es decir, su posición de tolerancia es 'H', por lo que su intervalo de tolerancia siempre se sitúa por encima de la línea de referencia. Para obtener los diferentes ajustes (apriete, juego, o indeterminado) se modifica la posición del eje. En la figura 6.5 aparece representado un ejemplo de este sistema.

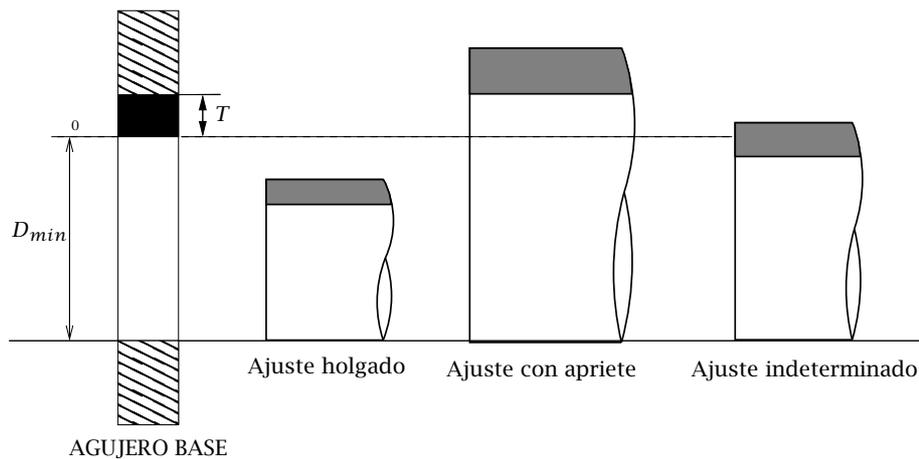


Figura 6.5: Sistema de agujero base

6.1.2 Sistema de eje base

En este sistema (figura 6.6), la diferencia superior del eje siempre es cero, es decir, la posición de tolerancia del eje es 'h', con lo que el intervalo de tolerancia del eje siempre se sitúa bajo la línea de referencia. Los distintos ajustes se obtienen modificando la posición de tolerancia del agujero. En la figura 6.7 se muestra un acoplamiento típico entre un pistón y una biela en el que se debe utilizar este sistema.

Para optar por un sistema u otro, existen algunas recomendaciones que facilitan su elección. En general, el sistema de "agujero base" es más recomendable pues es el más económico, tanto desde el punto de vista de su fabricación como de su verificación dimensional. Este sistema se prefiere en mecanismos compactos, de ejes cortos con muchos elementos acoplados sobre ellos. El sistema de eje base suele ser necesario en mecanismos con largos ejes.

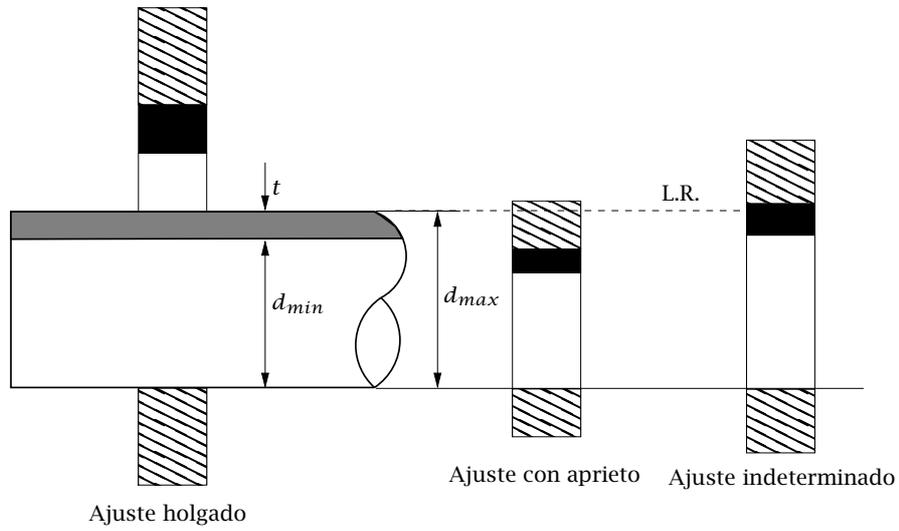


Figura 6.6: Sistema de eje base

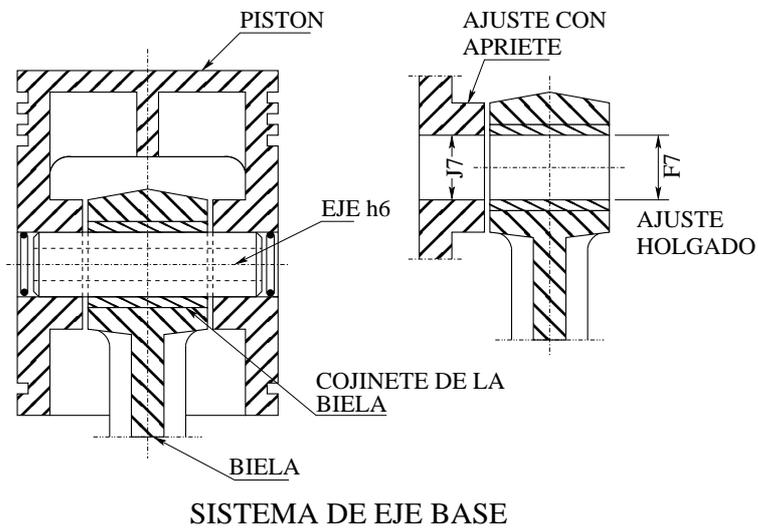


Figura 6.7: Acoplamiento entre un pistón y una biela.

Ejemplo 1 Determinar los elementos de un acoplamiento entre un eje y un agujero de 70 mm de cota nominal tal que el juego mínimo sea de $30 \mu\text{m}$. El sistema adoptado es el de eje base y las calidades del agujero y eje son, respectivamente, 8 y 7.

Al tratarse de un sistema de eje base, la codificación ISO del eje resultará la siguiente: 70h7. De la Tabla 5.1 obtenemos que para un índice de tolerancia igual a 7, la amplitud de tolerancia debe ser $t = 30 \mu\text{m}$. Además, como la desviación superior del eje debe ser igual a 0, la desviación inferior de la tolerancia del eje ha de ser $d_i = -30 \mu\text{m}$. Por otro lado, la tolerancia del agujero debe tener un índice de tolerancia igual a 8, lo que le corresponde, de la Tabla 5.1, una amplitud de tolerancia igual a $46 \mu\text{m}$. En la Figura 6.8 se muestra un esquema del ajuste eje-agujero considerado. Teniendo en cuenta que el

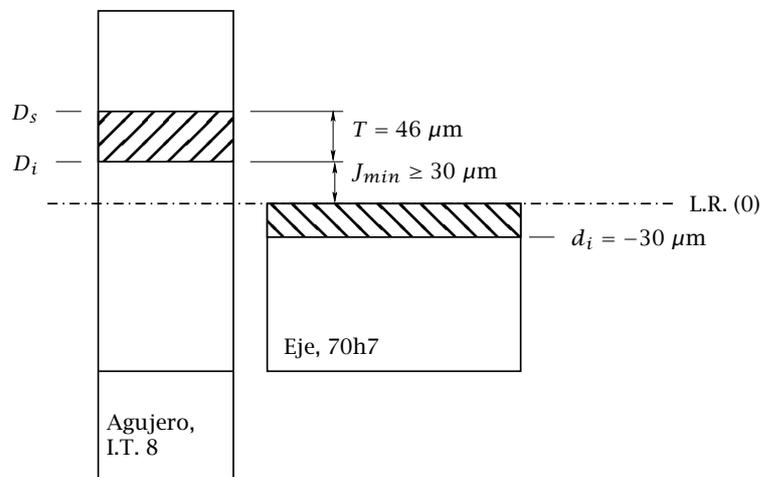


Figura 6.8: Ejemplo de sistema de eje base 70h7 (Ejemplo 1).

juego entre eje y agujero como mínimo ha de ser igual a $30 \mu\text{m}$, se ha de cumplir la siguiente condición:

$$D_i \geq 30 \mu\text{m}.$$

En la Tabla 5.2 encontramos que la posición de tolerancia para el agujero que mejor se ajusta a la condición anterior es la posición F que presenta una desviación $D_i = 30 \mu\text{m}$. Por tanto, el acoplamiento resultante será el siguiente

$$70_{\text{h}7}^{\text{F}8},$$

para el que los juegos mínimo y máximo resultantes serán, respectivamente:

$$J_{min} = D_i - d_s = 30 \mu\text{m},$$

$$J_{max} = D_s - d_i = 106 \mu\text{m}.$$

Ejemplo 2 El ajuste con sistema de eje base destinado al eje de un vagón de ferrocarril debe tener un juego máximo de $30 \mu\text{m}$ y un juego mínimo de $-110 \mu\text{m}$. Sabiendo que el diámetro nominal del ajuste es de 80 mm , determinar las codificaciones ISO que cumplan las condiciones anteriores. Elegir calidades I.T. consecutivas, siendo la mejor para el eje, para que el acoplamiento sea lo más económico posible.

Puede observarse que el acoplamiento que ha de diseñarse corresponde con un ajuste indeterminado. Para resolver el problema, se considerará inicialmente que se trata de un ajuste holgado, asignando a los extremos de los juegos especificados el signo correspondiente. En la Fig. 6.9 se muestra un esquema del acoplamiento. El acoplamiento debe

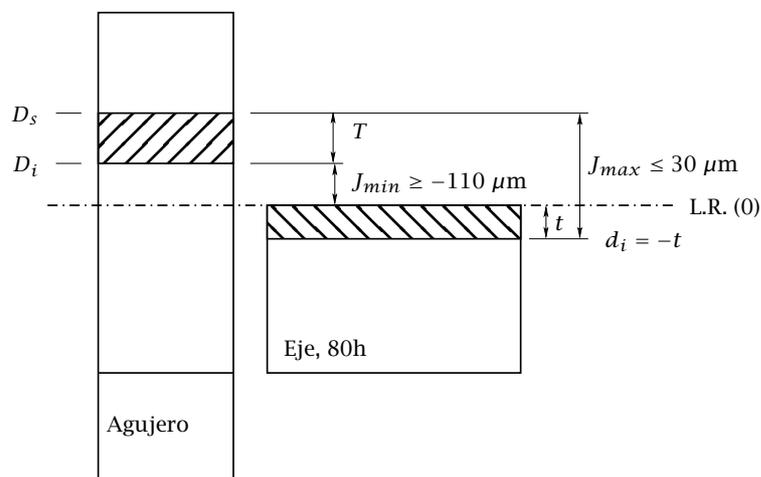


Figura 6.9: Esquema del acoplamiento del Ejemplo 2.

satisfacer la siguiente condición:

$$T + t + J_{min} \leq J_{max}.$$

Sustituyendo las condiciones de holgura máxima y mínima especificadas, se obtiene:

$$T + t \leq 140 \mu\text{m}.$$

A continuación, para que el acoplamiento elegido sea lo más económico posible, de la Tabla 5.1 seleccionamos dos índices de tolerancia consecutivos, siendo el mejor el del eje, cuyas amplitudes de tolerancia sumen una cantidad lo más próxima a $140 \mu\text{m}$ sin

llegar a sobrepasarla. Así, al eje se le asigna un índice de tolerancia igual a 8 y al agujero un índice de tolerancia igual a 9, lo que corresponde, respectivamente, con $t = 46 \mu\text{m}$ y $T = 74 \mu\text{m}$. Por tanto, al tratarse de un sistema de eje base, el eje seleccionado deberá ser

$$80\text{h}8.$$

De la condición de juego máximo se obtiene:

$$D_s - d_i \leq 30 \mu\text{m}.$$

Como $d_i = -46 \mu\text{m}$, finalmente resulta:

$$D_s \leq -16 \mu\text{m}.$$

Ahora se impone la condición de juego mínimo, lo que equivale a:

$$D_i \geq -110 \mu\text{m}.$$

Como $D_i = D_s - T = D_s - 74 \mu\text{m}$, resulta:

$$D_s \geq -36 \mu\text{m}.$$

A continuación, en la Tabla 5.4 buscamos, para un índice de tolerancia igual a 9, una posición para el agujero cuya desviación superior se encuentre comprendida entre -16 y $-36 \mu\text{m}$. Dicha posición se corresponde con la letra P, por lo que el agujero quedará definido como

$$80\text{P}9,$$

para el que le corresponde una desviación superior $D_s = -32 \mu\text{m}$ y una desviación inferior $D_i = -106 \mu\text{m}$. Las holguras máximas y mínimas entre el eje y el agujero elegidos serán:

$$J_{max} = -32 - (-46) = 14 \mu\text{m} < 30 \mu\text{m},$$

$$J_{min} = -106 - 0 = -106 \mu\text{m} > -110 \mu\text{m},$$

lo que satisface las condiciones de diseño iniciales. En la Fig. 6.10 se muestra como resultaría el acoplamiento indeterminado finalmente diseñado.

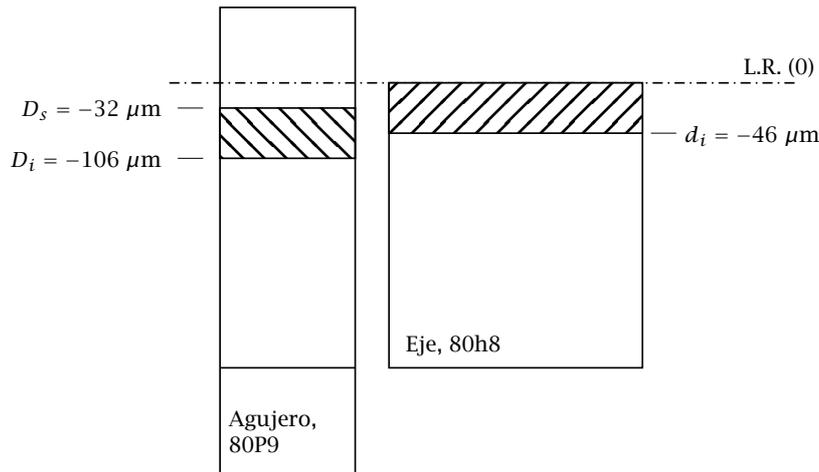


Figura 6.10: Esquema del acoplamiento indeterminado resultante del Ejemplo 2.

6.2 INFLUENCIA DE LA TEMPERATURA EN EL CÁLCULO DE AJUSTES

En los países adheridos a la ISO las dimensiones indicadas en los planos suponen medidas a una temperatura de 20°C . La corrección necesaria de temperatura, viene dada por la fórmula:

$$L_t = L_{20}[1 + \alpha(t - 20)]$$

donde L_t es la longitud a la temperatura t ($^\circ\text{C}$), L_{20} es la longitud a 20°C , y α es coeficiente de dilatación térmica del material. En la tabla 6.1 se pueden ver algunos ejemplos de coeficientes de dilatación térmica para varios materiales.

Ejemplo Se pretende construir un eje de acero para alojarlo en un cojinete de fricción de bronce de diámetro 30H7. Se desea que en el intervalo usual de temperaturas en servicio (20 a 120°C), el juego del ajuste esté comprendido entre $0,02$ mm y $0,2$ mm. Determinar una designación codificado ISO para dicho eje que resulte compatible con las condiciones de diseño, sabiendo que el coeficiente de dilatación lineal del bronce es de $18 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ y el del acero de $11 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

Teniendo en cuenta que la temperatura de referencia adoptada por el sistema ISO es 20°C , a dicha temperatura, las dimensiones del agujero 30H7 deberán estar comprendi-

Material	α ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)
Aceros de calibres	$11,5 \times 10^{-6}$
Aceros suaves	$10,5 \times 10^{-6}$
Aluminio	22×10^{-6}
Cobre	16×10^{-6}
Latón	18×10^{-6}

Tabla 6.1: Valores aproximados de los coeficientes de dilatación térmica de algunos materiales.

das entre 30,021 mm y 30 mm. Además, teniendo en cuenta la diferencia de dilatación térmica entre eje y agujero, las holguras máxima y mínima entre ambos elementos se producirán, respectivamente, a 120 °C y a 20 °C. Por tanto, a la temperatura de 20 °C se impondrá la condición de juego mínimo y a la temperatura de 120 °C se impondrá la condición de juego máximo. En la Fig. 6.11 se muestran ambas situaciones extremas.

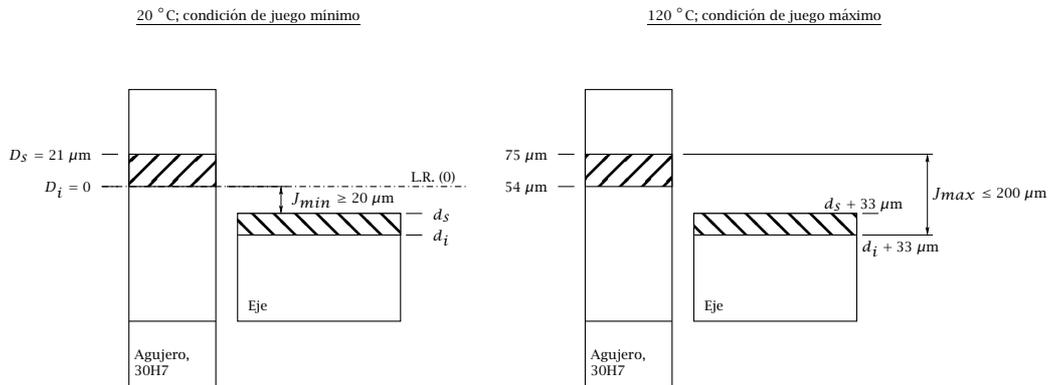


Figura 6.11: Esquema del acoplamiento entre eje y agujero que debe funcionar en un rango de temperaturas comprendido entre 20 y 120 °C.

Por tanto, de la condición de juego mínimo impuesta a 20 °C (esquema izquierdo de la Fig. 6.11), resulta:

$$D_i - d_s \geq 20 \mu\text{m},$$

por lo que

$$d_s \leq -20 \mu\text{m}.$$

De la Tabla 5.2, la posición de tolerancia que mejor se ajusta a la condición anterior corresponde a la letra 'f' que tiene una desviación superior $d_s = -20 \mu\text{m}$.

Para imponer la condición de juego máximo a 120 °C, en primer lugar se han de calcular los incrementos en diámetro experimentados en cada caso. En el caso del agujero, dicho incremento podrá calcularse de forma aproximada como:

$$\Delta D \approx 30\alpha_a\Delta T = 30 \times 18 \times 10^{-6} \times 100 = 0,054 \text{ mm} = 54 \mu\text{m}.$$

Del mismo modo, en el caso del eje,

$$\Delta d \approx 30\alpha_e\Delta T = 30 \times 11 \times 10^{-6} \times 100 = 0,033 \text{ mm} = 33 \mu\text{m}.$$

En el esquema derecho de la Fig. 6.11 se muestra la nueva situación a la temperatura de 120 °C. Imponiendo ahora la condición de juego máximo resulta:

$$75 - (d_i + 33) \leq 200 \mu\text{m}.$$

Teniendo en cuenta que $d_i = d_s - t = -20 - t$, y sustituyendo en la expresión anterior se puede obtener que

$$t \leq 138 \mu\text{m}.$$

Si pretendemos elegir el acoplamiento más económico posible, de la Tabla 5.1, el índice de tolerancia del eje debería ser igual a 11, lo que le corresponde una amplitud de tolerancia igual a 130 μm . Por tanto, el acoplamiento más económico que satisface las condiciones de diseño especificadas es:

$$30_{f11}^{H7}.$$

Otra opción posible, aunque no tan económica, podría haber sido elegir una calidad para el eje comparable con la calidad del agujero. Así, otra posibilidad, aunque menos económica, que satisface las condiciones de diseño especificadas podría ser:

$$30_{f6}^{H7}.$$

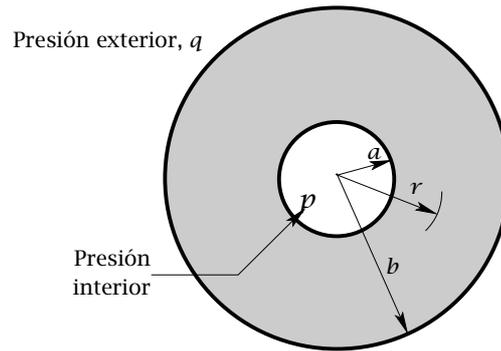


Figura 6.12: Elemento sometido a una presión interior p y una presión exterior q .

6.3 CÁLCULO DE CALADOS

En los ajustes fijos se producirán esfuerzos importantes entre los elementos acoplados que han de tenerse en cuenta para su correcto diseño y montaje. Para su estudio se utilizará la teoría de elasticidad de los cilindros de paredes gruesas que básicamente se puede resumir del siguiente modo. Considérese el elemento genérico mostrado en la Figura 6.12, en el que como consecuencia de los distintos acoplamientos que pudieran producirse aparecerá una presión p en el interior del elemento y una presión q en la zona exterior. A una distancia r del centro del elemento, se presentarán las siguientes tensiones radial

$$\sigma_r = \frac{-a^2 p \left(\frac{b^2}{r^2} - 1 \right) - b^2 q \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right)}{b^2 - a^2}, \quad (6.1)$$

y tangencial

$$\sigma_\theta = \frac{a^2 p \left(\frac{b^2}{r^2} + 1 \right) - b^2 q \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right)}{b^2 - a^2}. \quad (6.2)$$

El desplazamiento radial u que experimentaría el elemento en dicha posición como consecuencia del acoplamiento vendrá determinado por la siguiente expresión

$$u = \frac{r}{E} (\sigma_\theta - \nu \sigma_r), \quad (6.3)$$

donde E es el módulo de elasticidad y ν el coeficiente de Poisson.

Considérese ahora el ajuste fijo entre un eje y un agujero como el mostrado en la Figura 6.13, en el que aparecerá una presión interior p_c como consecuencia de la interacción entre ambos elementos. El eje de este acoplamiento se podría considerar como un

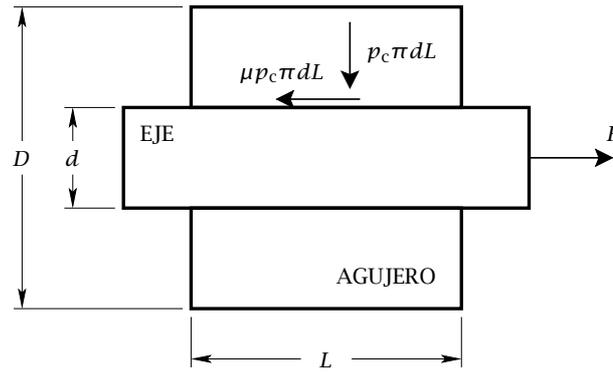


Figura 6.13: Ajuste fijo entre un eje y un agujero.

caso particular del elemento de la Figura 6.12 en el que sólo existe una presión exterior $q = p_c$, $a = 0$ y $b = d/2$ (Fig. 6.14(a)). Sustituyendo estos valores en las Ec. (6.1), (6.2) y (6.3) para $r = d/2$, se podrá obtener, respectivamente:

$$\sigma_{r_e} = -p_c,$$

$$\sigma_{\theta_e} = -p_c, \text{ y}$$

$$u_e = -\frac{d}{2E_e} p_c (1 - \nu_e) < 0,$$

siendo u_e el desplazamiento radial experimentado por el eje en $r = d/2$ como consecuencia del acoplamiento, y E_e y ν_e el módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson del eje, respectivamente.

De la misma forma, el agujero de este acoplamiento se podría considerar como un caso particular del elemento de la Figura 6.12 en el que sólo existe una presión interior $p = p_c$, $a = d/2$ y $b = D/2$ (Fig. 6.14(b)). Sustituyendo estos valores en las Ec. (6.1), (6.2) y (6.3) para $r = d/2$, se podrá obtener, respectivamente:

$$\sigma_{r_a} = -p_c,$$

$$\sigma_{\theta_a} = p_c \frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2}, \text{ y}$$

$$u_a = \frac{d}{2E_a} p_c \left(\frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} + \nu_a \right) > 0,$$

siendo u_a el desplazamiento radial experimentado por el agujero en $r = d/2$ como consecuencia del acoplamiento, y E_a y ν_a el módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson del

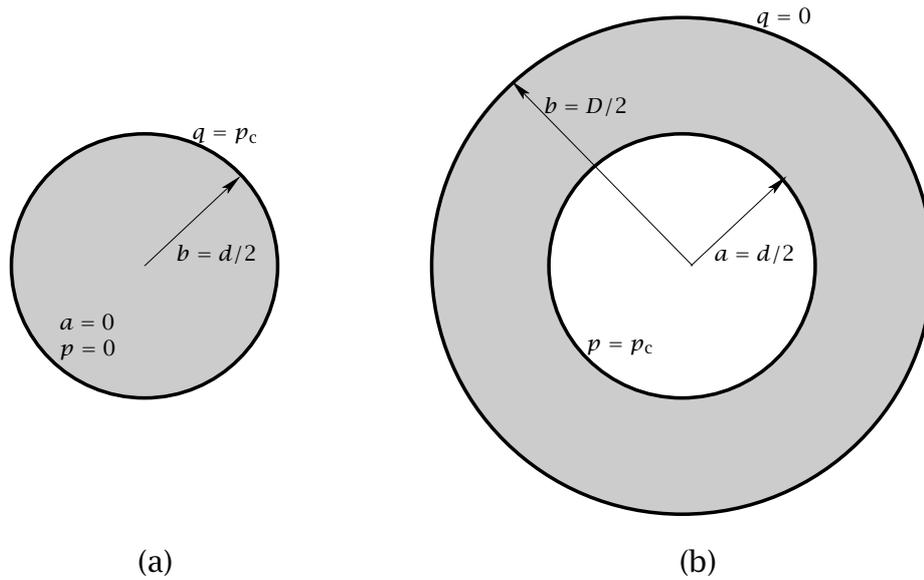


Figura 6.14: Situación particular en el acoplamiento de la Fig. 6.13: a) eje; b) agujero.

agujero, respectivamente. Obsérvese que, como cabía esperar, el desplazamiento radial experimentado por el eje es negativo (disminuirá su dimensión como consecuencia del calado) y el desplazamiento radial experimentado por el agujero es positivo (aumentará su diámetro después del acoplamiento). En la Fig. 6.15 se muestra el estado tensional que se produce en este ejemplo.

Por tanto, teniendo en cuenta que la interferencia diametral $2U$ que se producirá en un ajuste fijo entre un eje y un agujero se podrá expresar como (véase el esquema de la Fig. 6.16)

$$2U = 2u_a - 2u_e, \quad (6.4)$$

y sustituyendo los valores anteriores se puede obtener:

$$2U = dp_c \left(\frac{1}{E_a} \frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} + \frac{\nu_a}{E_a} + \frac{1 - \nu_e}{E_e} \right). \quad (6.5)$$

Luego, la presión producida en el acoplamiento resultará:

$$p_c = \frac{2U}{d \left(\frac{1}{E_a} \frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} + \frac{\nu_a}{E_a} + \frac{1 - \nu_e}{E_e} \right)}. \quad (6.6)$$

Si el ajuste debe resistir un esfuerzo exterior F como el indicado en la Figura 6.13, la presión mínima p_{min} de calado necesaria para impedir el despegue de los elementos del

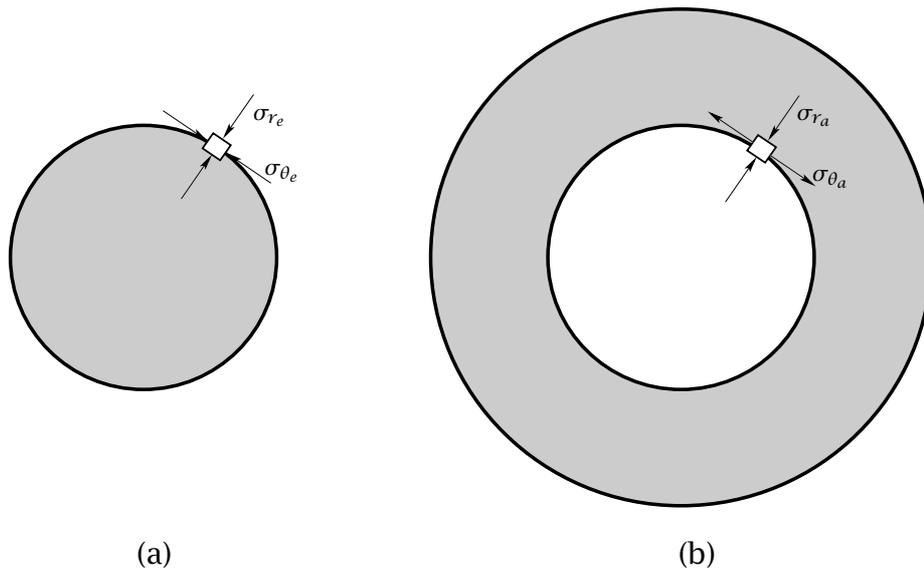


Figura 6.15: Estado tensional producido para la situación particular del acoplamiento de la Fig. 6.13: a) eje; b) agujero.

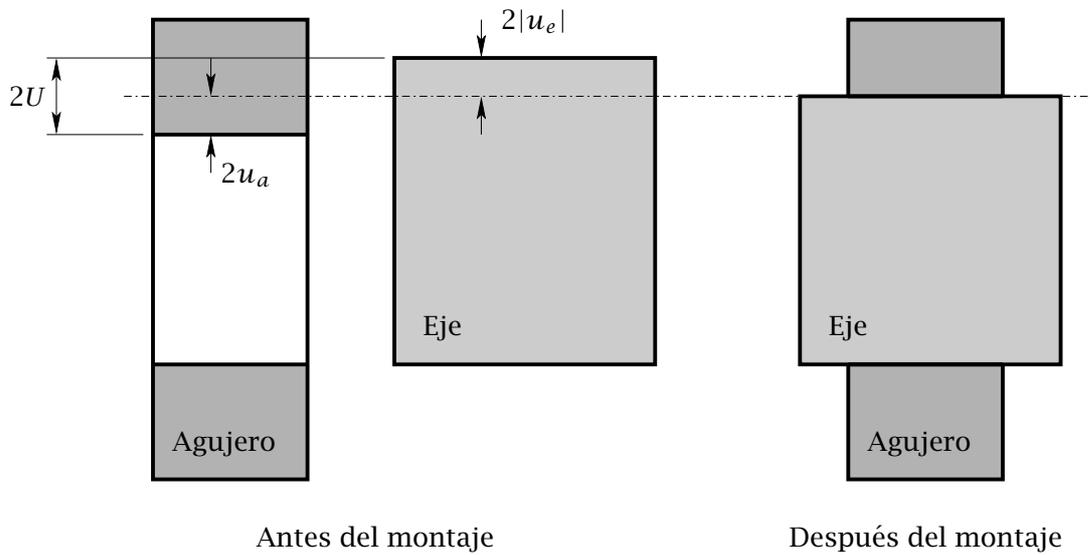


Figura 6.16: Ajuste fijo entre un eje y un agujero. El esquema de la izquierda representa la situación antes del montaje y el esquema de la derecha representa la situación después del montaje.

ajuste debería ser:

$$p_{min} = \frac{F}{\mu\pi dL}. \quad (6.7)$$

Debe tenerse en cuenta que la presión producida en el acoplamiento entre el eje y el agujero podrá producir un cierto alisamiento de las irregularidades microgeométricas del perfil, lo que provocará una reducción de la interferencia diametral que en ocasiones puede ser importante. Por tanto, para determinar el apriete mínimo necesario entre el eje y el agujero que asegure la presión mínima de calado de la Ec. (6.7), se debería considerar el aspecto anterior:

$$A_{min} = 2U + \Delta V, \quad (6.8)$$

donde $\Delta V = 2R_a + 2R_e$ es la reducción diametral de las dimensiones del eje y del agujero debidas al alisamiento de las irregularidades del perfil durante su acoplamiento, siendo R_a y R_e la altura media del perfil del agujero y eje, respectivamente. Sustituyendo la Ec. (6.8) en la Ec. (6.5) para $p_c = p_{min}$ se puede obtener la siguiente expresión:

$$A_{min} = dp_{min} \left(\frac{1}{E_a} \frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} + \frac{\nu_a}{E_a} + \frac{1 - \nu_e}{E_e} \right) + \Delta V. \quad (6.9)$$

Obviamente, si el apriete entre elementos es excesivo, se producirán deformaciones plásticas del material que pudieran ocasionar el despegue de los elementos acoplados o incluso su rotura. Por tanto, durante el diseño de un acoplamiento es imprescindible verificar si se sobrepasan los límites de fluencia Y del material utilizando. Por ejemplo, empleando el criterio de von-Mises, se ha de cumplir la siguiente condición para evitar el fallo por fluencia del material

$$(\sigma_\theta - \sigma_r)^2 + (\sigma_r - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_\theta)^2 \leq 2Y^2, \quad (6.10)$$

siendo σ_θ , σ_r y σ_z , respectivamente, las tensiones tangencial, radial y longitudinal soportadas por cada elemento.

Otra situación que se suele presentar con bastante frecuencia se representa en la Figura 6.17. En este caso, las tensiones y desplazamientos radiales correspondientes al eje se podrán calcular con las mismas expresiones del caso anterior, y para el caso del agujero se supondrá que la dimensión exterior b correspondiente al caso genérico de la Figura 6.12 es mucho mayor que a ($b \gg a$). Por tanto, se podrá escribir que $b^2 + a^2 \simeq b^2$ y $b^2 - a^2 \simeq b^2$, e introduciendo esta aproximación en las Ecs. (6.1), (6.2) y (6.3), se obtendrán,

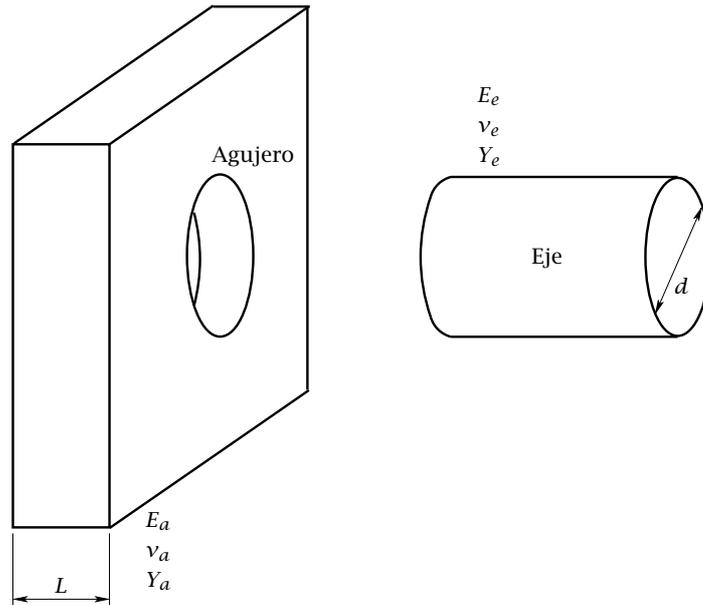


Figura 6.17: Acoplamiento de un eje en un taladro realizado en una pared.

respectivamente, las siguientes expresiones

$$\sigma_{r_a} \simeq -p_c,$$

$$\sigma_{\theta_a} \simeq p_c, \text{ y}$$

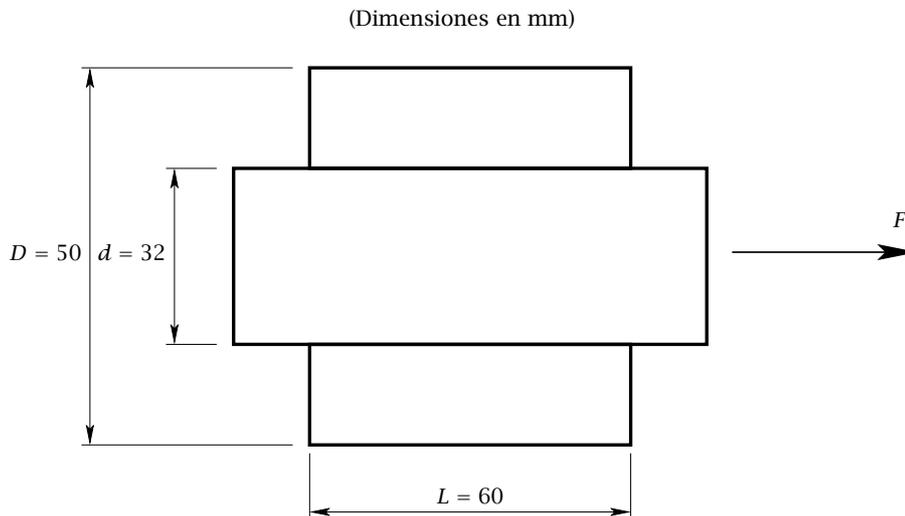
$$u_a \simeq \frac{d}{2E_a} p_c (1 + \nu_a) > 0,$$

y siguiendo el mismo planteamiento del caso anterior, se puede deducir que el apriete mínimo necesario en el acoplamiento que asegure la presión mínima de calado de la Ec. (6.7), resultará:

$$A_{min} \simeq d p_{min} \left(\frac{1 + \nu_a}{E_a} + \frac{1 - \nu_e}{E_e} \right) + \Delta V. \quad (6.11)$$

Ejemplo Se desea acoplar un eje de acero de diámetro 32h7 en una pieza de cobre en la que hay que practicar un taladro con índice de tolerancia 8. El acoplamiento debe diseñarse para que sea capaz de resistir una fuerza axial F de 12000 N sin desacoplarse dentro de un margen de temperaturas comprendido entre 0 °C y 60 °C. La pieza de cobre tiene un diámetro exterior de 50 mm y una profundidad de 60 mm, tal y como se representa en la figura adjunta. Teniendo en cuenta que el coeficiente de rozamiento seco entre el acero y el cobre es de 0,3, determínese:

1. Completar el dimensionamiento del taladro según codificación ISO.
2. Sugerir un procedimiento de montaje.
3. Obtener los efectos tensionales que podrían alcanzarse y sus consecuencias.



Datos adicionales:

	Eje	Agujero
Límite elástico, E (N/mm ²)	215000	110000
Coefficiente de dilatación, α (K ⁻¹)	11×10^{-6}	17×10^{-6}
Límite de fluencia, Y (N/mm ²)	190	55
Coefficiente de Poisson, ν	0,3	0,33

La presión de calado mínima necesaria para soportar una fuerza axial igual a 12000 N es:

$$p_{min} = \frac{F}{\mu\pi dL} = \frac{12000}{0,3\pi \times 32 \times 60} = 6,63 \text{ N/mm}^2.$$

El apriete mínimo correspondiente, se puede obtener como:

$$A_{min} = dp_{min} \left(\frac{1}{E_a} \frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} + \frac{\nu_a}{E_a} + \frac{1 - \nu_e}{E_e} \right),$$

y sustituyendo los valores correspondientes en la expresión anterior se obtiene:

$$A_{min} = 0,00593 \text{ mm} = 5,93 \mu\text{m}.$$

Debido a la diferencia en los coeficientes de dilatación térmico de ambos elementos, existirá un mayor riesgo para el desacoplamiento a la temperatura de 60 °C (véase el esquema de la Fig. 6.18). En el caso del agujero, el incremento en diámetro a la temperatura

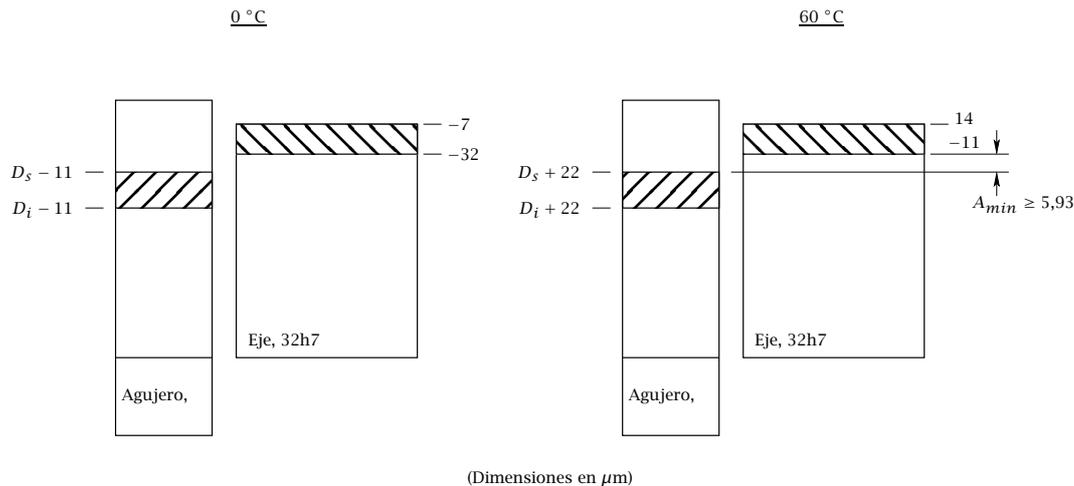


Figura 6.18: Influencia de la temperatura en el acoplamiento fijo del eje y agujero del ejemplo de cálculo de calados.

de 60 °C podrá calcularse de forma aproximada como:

$$\Delta D = 32\alpha_a\Delta T = 32 \times 17 \times 10^{-6} \times 40 = 0,022 \text{ mm} = 22 \mu\text{m}.$$

Del mismo modo, en el caso del eje,

$$\Delta d = 32\alpha_e\Delta T = 32 \times 11 \times 10^{-6} \times 40 = 0,014 \text{ mm} = 14 \mu\text{m}.$$

Imponiendo la condición de apriete mínimo a dicha temperatura (esquema de la derecha de la Fig. 6.18), se obtiene:

$$-11 - (D_s + 22) \geq 5,93 \mu\text{m},$$

de donde:

$$D_s \leq -38,93 \mu\text{m}.$$

De la Tabla 5.3, la posición de tolerancia que mejor se ajusta a la condición anterior se corresponde con la letra S, para la que $D_s = -43 \mu\text{m}$. Por tanto, el agujero seleccionado será:

$$32S8 = 32_{-0,082}^{-0,043} \text{ mm}.$$

La contracción en diámetro que experimentan ambos elementos a la temperatura de 0 °C, se puede obtener del siguiente modo. En el caso del agujero:

$$\Delta D \approx 32\alpha_a\Delta T = 32 \times 17 \times 10^{-6} \times (-20) = -0,011 \text{ mm} = -11 \mu\text{m},$$

y en el caso del eje,

$$\Delta d \simeq 32\alpha_e\Delta T = 32 \times 11 \times 10^{-6} \times (-20) = -0,007 \text{ mm} = -7 \mu\text{m}.$$

Así, los aprietes máximos y mínimos que se pueden producir dentro del rango de temperaturas de funcionamiento, pueden verse en la siguiente tabla:

	0 °C	60 °C
A_{min}	22 μm	10 μm
A_{max}	86 μm	74 μm

Puede observarse que en ningún caso el apriete será inferior a 5,93 μm .

El procedimiento más adecuado para el montaje, es el calentamiento del agujero. Así, si el montaje se realizase con el eje a la temperatura ambiente de 20 °C, el agujero debería ser calentado de tal forma que su diámetro mínimo (31,918 mm) fuese mayor que el máximo diámetro del eje (32 mm). Por tanto,

$$\Delta D^{montaje} = 32 - 31,918 = 0,082 \text{ mm} = \Delta T^{agujero} D \alpha_a.$$

Así,

$$\Delta T^{agujero} = \frac{0,082}{31,918 \times 17 \times 10^{-6}} = 151,12 \text{ °C}.$$

Luego, el agujero debe calentarse hasta

$$T^{agujero} = 20 + \Delta T^{agujero} = 171,12 \text{ °C}.$$

A continuación se comprobará si se pueden producir fallas por deformación plástica de alguno de los materiales del acoplamiento. Utilizando el criterio de von-Mises, para que no se produzca deformación plástica, se ha de cumplir la siguiente condición para ambos materiales:

$$(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 \leq 2Y^2.$$

De la tabla anterior, se deduce que es a 0 °C donde se produce el mayor apriete (86 μm), por tanto habrá que verificar si en esas condiciones se producirán deformaciones plásticas de los materiales. La máxima presión de calado que podría alcanzarse será por tanto

$$p_{max} = \frac{A_{max}}{d \left(\frac{1}{E_a} \frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} + \frac{\nu_a}{E_a} + \frac{1 - \nu_e}{E_e} \right)} = 96,12 \text{ N/mm}^2.$$

Las tensiones que se producen en cada elemento serán las siguientes. En el caso del eje:

$$\sigma_{re} = -p_{max} = -96,12 \text{ N/mm}^2,$$

$$\sigma_{\theta e} = -p_{max} = -96,12 \text{ N/mm}^2,$$

$$\sigma_{ze} = \frac{12000}{\pi 16^2} = 14,92 \text{ N/mm}^2.$$

Si se aplica ahora el criterio de von-Mises:

$$(\sigma_{re} - \sigma_{\theta e})^2 + (\sigma_{\theta e} - \sigma_{ze})^2 + (\sigma_{ze} - \sigma_{re})^2 = 24660 \text{ N}^2/\text{mm}^4 < 2Y_e^2 = 72200 \text{ N}^2/\text{mm}^4.$$

Por tanto en el eje no se produce fluencia.

En el caso del agujero:

$$\sigma_{ra} = -p_{max} = -96,12 \text{ N/mm}^2,$$

$$\sigma_{\theta a} = p_{max} \frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} = 229,5 \text{ N/mm}^2,$$

$$\sigma_{za} = \frac{12000}{\frac{\pi}{4}(50^2 - 32^2)} = 10,35 \text{ N/mm}^2.$$

Si se aplica ahora el criterio de von-Mises:

$$(\sigma_{ra} - \sigma_{\theta a})^2 + (\sigma_{\theta a} - \sigma_{za})^2 + (\sigma_{za} - \sigma_{ra})^2 = 165428 > 2Y_a^2 = 6050 \text{ N}^2/\text{mm}^4.$$

Por tanto en el agujero si se produce fluencia.

Para evitar el fallo del material del agujero, se podrían proponer dos posibles soluciones:

1. Utilizar un material de mayor resistencia para el agujero. Un material con límite de fluencia igual a 288 N/mm² resolvería el problema. Si esta opción no es viable, otra alternativa podría ser la siguiente.
2. Utilizar índices de tolerancia para eje y agujero de mejor calidad para evitar que los aprietes máximos alcancen valores tan elevados.

6.4 EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determinar los valores de las diferencias del agujero y del eje del ajuste 65H6/p5 e indicar el tipo de ajuste que es.

Solución: Apriete. $A_{min} = 13 \mu\text{m}$, $A_{max} = 45 \mu\text{m}$.

2. Determinar los elementos de un acoplamiento agujero-eje de 15 mm de cota nominal, de tal forma que el juego mínimo sea de $15\ \mu\text{m}$. Se adopta el sistema de eje único, y calidades para el agujero y eje respectivamente, 6 y 5.

Solución: 15_{h5}^{F6} .

3. El extremo derecho de una pieza de acero, de 10 mm de diámetro, se aloja en un cojinete de fricción de bronce de diámetro 10H7. Se desea que en el intervalo usual de temperaturas en servicio ($20\ ^\circ\text{C}$ a $120\ ^\circ\text{C}$), el juego del ajuste esté comprendido entre 0.02 mm y 0.2 mm.

Determinar una designación codificada según ISO para dicho eje que resulte compatible con las condiciones de diseño, sabiendo que el coeficiente de dilatación lineal del bronce es de $18 \times 10^{-6}\ (^{\circ}\text{C}^{-1})$ y el del acero de $11 \times 10^{-6}\ (^{\circ}\text{C}^{-1})$.

NOTA: Considerar como temperatura de referencia para las designaciones ISO de $20\ ^\circ\text{C}$.

Solución: 10_{e12}^{H7} .

CAPÍTULO 7

Operaciones con cotas

En ocasiones, es necesario determinar la tolerancia dimensional de alguna cota que no ha sido especificada en el plano de diseño [12]. Por ejemplo, si se desea conocer la tolerancia de una cota correspondiente a una pieza bien mecanizada sin medirla, se debe realizar una operación denominada *adición de cotas*. Por otro lado, si se desea conocer la tolerancia de una cota no especificada en el plano para fabricar o verificar la pieza a partir de ella, se debe realizar una operación denominada *transferencia de cotas*. En lo que sigue, se expondrán ambos tipos de operaciones.

7.1 ADICIÓN DE COTAS

Para describir este tipo de operaciones, se utilizará un caso concreto como el que se muestra en la figura 7.1. La pieza mostrada en la figura ha sido fabricada en base a las cotas L_1 , L_2 y L_3 especificadas en el plano de diseño. El problema consiste en determinar la tolerancia de la nueva cota L indicada en el plano suponiendo que la pieza satisface todas las tolerancias de las cotas de diseño.

En primer lugar, la dimensión nominal de la nueva cota L se podrá obtener del siguiente modo:

$$L = L_1 - L_2 - L_3 \quad (7.1)$$

Este tipo de relaciones será denotado como cadena de cotas, y a cada cota de esta relación se le asignará el signo que corresponda. Por ejemplo, la cota L_1 será considerada positiva y las cotas L_2 y L_3 serán consideradas negativas.

Una vez calculada la cota nominal, será necesario conocer la posición y amplitud del

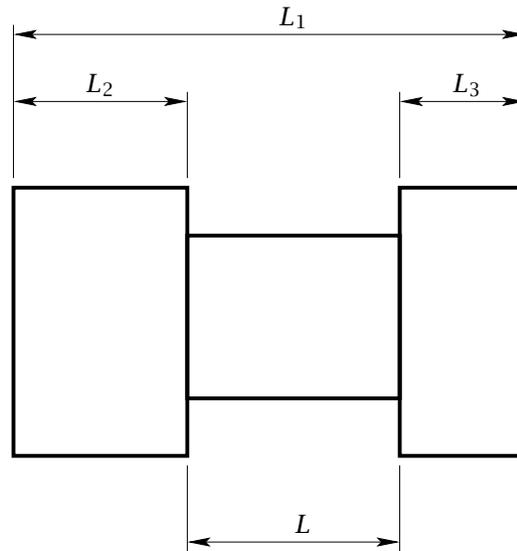


Figura 7.1: Pieza diseñada en base a las cotas L_1 , L_2 y L_3 . Nueva cota L .

intervalo de la nueva cota. Para ello, habrá que tener en cuenta lo siguiente. Obsérvese que para que la nueva cota L sea lo más grande posible, las cotas L_2 y L_3 deberían ser lo más pequeñas posible y la cota L_1 lo más grande posible. Por tanto, se deberá cumplir la siguiente relación:

$$L_{max} = L_{1max} - L_{2min} - L_{3min}.$$

Sustituyendo los valores máximos y mínimos por sus correspondientes desviaciones superiores e inferiores, respectivamente, y cotas nominales, se puede obtener

$$L + Ds_L = L_1 + Ds_{L_1} - L_2 - Di_{L_2} - L_3 - Di_{L_3}.$$

Por tanto, teniendo en cuenta la Ecuación (7.1), la desviación superior de la nueva cota se podrá obtener como

$$Ds_L = Ds_{L_1} - Di_{L_2} - Di_{L_3}.$$

De la misma forma, para que la nueva cota L sea lo más pequeña posible, las cotas L_2 y L_3 deberían ser lo más grandes posible y la cota L_1 lo más pequeña posible. Por tanto, se deberá cumplir la siguiente relación:

$$L_{min} = L_{1min} - L_{2max} - L_{3max}.$$

Sustituyendo los valores máximos y mínimos por sus correspondientes desviaciones superiores e inferiores, respectivamente, y cotas nominales, se puede obtener

$$L + D\dot{i}_L = L_1 + D\dot{i}_{L_1} - L_2 - Ds_{L_2} - L_3 - Ds_{L_3},$$

y teniendo en cuenta la Ecuación (7.1), la desviación inferior de la nueva cota se podrá obtener como

$$D\dot{i}_L = D\dot{i}_{L_1} - Ds_{L_2} - Ds_{L_3}.$$

Obsérvese, que la amplitud de tolerancia de la nueva cota, H_L , podrá obtenerse fácilmente como

$$H_L = Ds_L - D\dot{i}_L = (Ds_{L_1} - D\dot{i}_{L_2} - D\dot{i}_{L_3}) - (D\dot{i}_{L_1} - Ds_{L_2} - Ds_{L_3}),$$

y reagrupando términos, se puede obtener

$$H_L = H_{L_1} + H_{L_2} + H_{L_3}.$$

Obsérvese que, siguiendo un razonamiento análogo al que se acaba de exponer, es inmediata la generalización del método. Así, la desviación superior D_s de una cota obtenida por adición se podrá obtener como

$$D_s = \sum D_s^+ - \sum D_i^-, \quad (7.2)$$

donde los superíndices + y - hacen referencia al signo correspondiente de la cadena de cotas. Del mismo modo, la desviación inferior D_i de la nueva cota se obtendrá como

$$D_i = \sum D_i^+ - \sum D_s^-, \quad (7.3)$$

y su amplitud de tolerancia

$$H = \sum H^{+,-}. \quad (7.4)$$

7.2 TRANSFERENCIA DE COTAS

Una situación distinta a la de la sección anterior se presenta cuando es necesario fabricar o verificar una pieza utilizando una cota no especificada en el plano. Téngase en cuenta que aunque para fabricar la pieza no se utilicen tolerancias especificadas en el plano, estas deben ser cumplidas, por lo que la nueva cota ha de satisfacer esta condición.

Para verificar si una operación de adición satisface esta condición, supongamos que la pieza de la Fig. 7.2 ha sido fabricada mediante las cotas L_1 , L_3 y la nueva tolerancia L

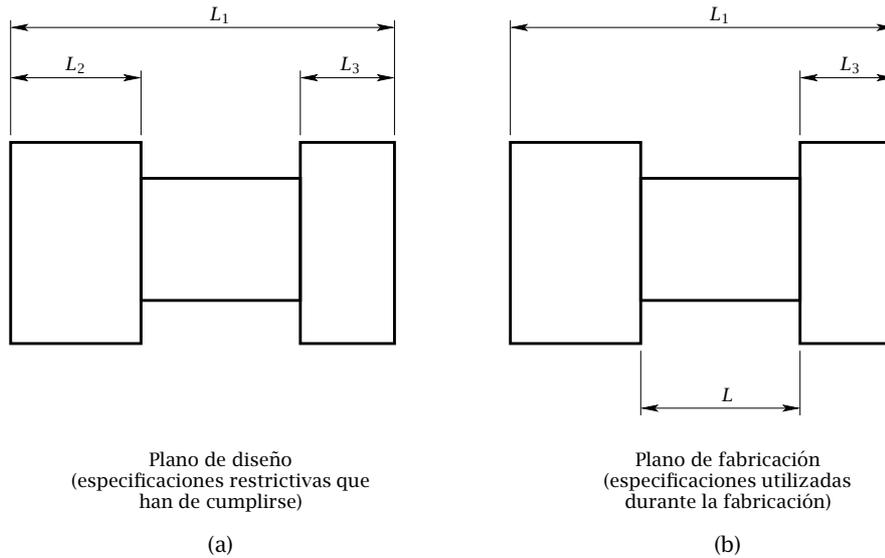


Figura 7.2: Operación de transferencia. (a) Plano de diseño. (b) Plano de fabricación.

obtenida por adición. A continuación, verificamos si se satisface la especificación de la cota de diseño L_2 utilizando de nuevo una operación de adición. Así, como $L_2 = L_1 - L_3 - L$, resulta:

$$Ds_{L_2} = Ds_{L_1} - Di_L - Di_{L_3},$$

e introduciendo el valor de Di_L obtenido en la sección anterior resulta:

$$Ds_{L_2} = Ds_{L_2} + H_{L_1} + H_{L_3},$$

lo que obviamente incumple la condición de diseño para la cota L_2 . De la misma forma, se puede obtener que

$$Di_{L_2} = Di_{L_2} - H_{L_1} - H_{L_3}.$$

Por tanto, una operación de adición tal y como se ha aplicado en la sección anterior no podrá ser empleada para este tipo de situaciones. En lo que sigue se indicará el modo en el que ha de aplicarse la operación de adición para cumplir las especificaciones de diseño.

Para garantizar que en este tipo de situaciones la nueva cota satisfaga las especificaciones del plano de diseño, habrá que forzar explícitamente tales condiciones. Así para fabricar la pieza de la Figura 7.2 utilizando las cotas L_1 , L_3 y la nueva cota L , habrá que

obtener L tal que la cota sustituida L_2 satisfaga la condición de diseño dada por sus desviaciones superior Ds_{L_2} e inferior Di_{L_2} . Esto se conseguirá siempre que se obtenga la nueva cota L aplicando una operación de adición a la cota sustituida L_2 . Por tanto, la cadena de cotas a la que habrá de aplicarse la operación de adición será para este caso la siguiente:

$$L_2 = L_1 - L_3 - L.$$

Operando del modo indicado en la sección anterior, las desviaciones correspondientes a la nueva cota L resultan ahora:

$$Ds_L = Di_{L_1} - Di_{L_2} - Ds_{L_3},$$

$$Di_L = Ds_{L_1} - Ds_{L_2} - Di_{L_3}.$$

Puede comprobarse que si obtenemos ahora las desviaciones de la cota L_2 obviamente deberán coincidir con las especificaciones del plano.

Por tanto, una operación de transferencia es una adición aplicada a la cota del plano que se va a sustituir. Obsérvese que el intervalo de tolerancia de la cota L se podrá obtener como

$$H_L = Ds_L - Di_L = H_{L_2} - H_{L_1} - H_{L_3},$$

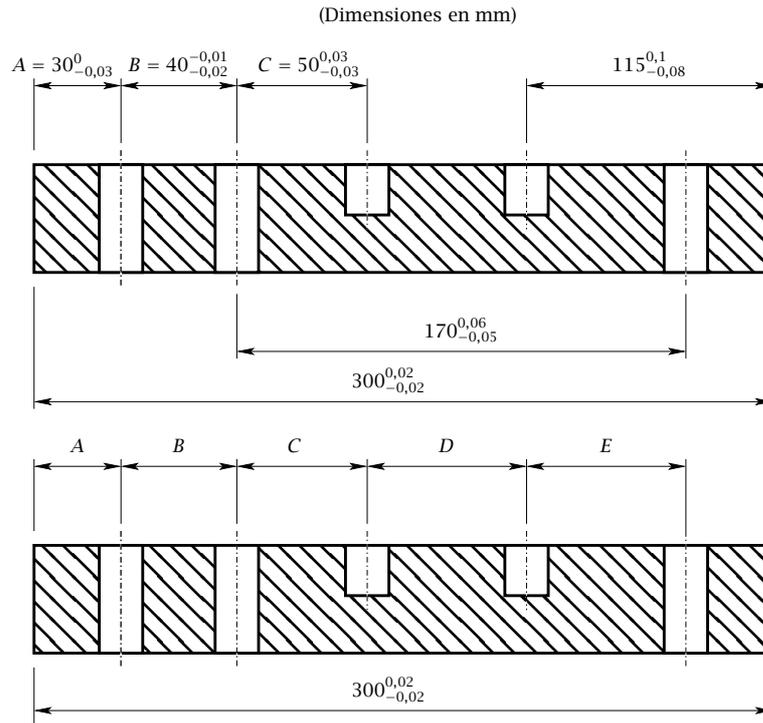
resultando un intervalo de tolerancia inferior al de la cota sustituida L_2 . En general, se puede escribir que

$$H_{CN} = H_{CS} - \sum H_{CC}, \quad (7.5)$$

donde CN, CS y CC hacen referencia, respectivamente, a la nueva cota, cota sustituida y cotas conservadas. Obsérvese que la tolerancia de la nueva cota con la que hay que fabricar la pieza reduce su amplitud con respecto a la cota sustituida, por lo que una operación de transferencia no es recomendable a menos que sea estrictamente necesario realizarla. Obviamente la operación de transferencia estará limitada en el mejor de los casos por la condición

$$H_{CN} > 0. \quad (7.6)$$

Ejemplo 1 Para fabricar la pieza considerada, se debe transformar el esquema de la parte superior por el de la parte inferior. Calcular las nuevas cotas D y E .



Para transformar la acotación se han de emplear transferencia de cotas. Las cotas sustituidas serán las cotas de 115 y 170 del plano de la parte superior. En la siguiente tabla se muestran las cuatro posibles alternativas que podrían utilizarse para realizar la operación de transferencia (véase en la Fig. 7.3 las distintas cadenas de cotas correspondientes a las diferentes posibilidades consideradas). Obviamente, la opción que permita obtener las dos cotas nuevas (*D* y *E*) con la mayor amplitud de tolerancia, será la opción más deseable desde el punto de vista de fabricación de la pieza.

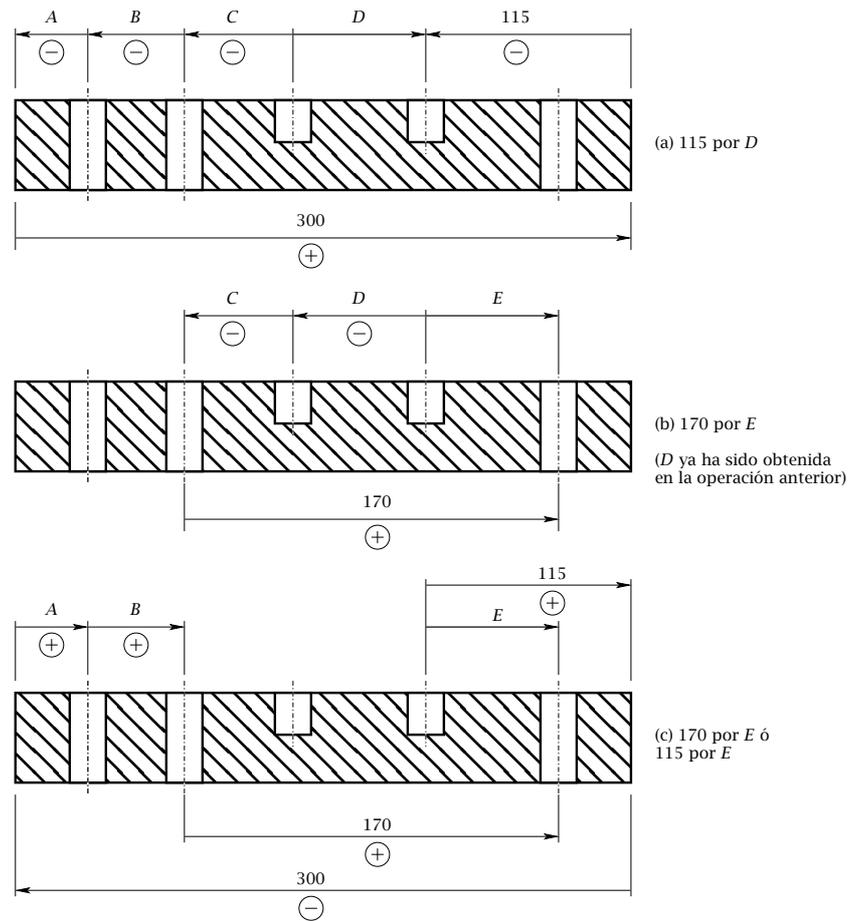


Figura 7.3: Cadenas de cotas correspondientes a las diferentes posibilidades consideradas.

1.-	115 por D (Fig. 7.3(a))	$H_D = 0,18 - (0,04 + 0,01 + 0,03 + 0,06) = 0,04 \text{ mm}$	Válida
	170 por E (Fig. 7.3(b))	$H_E = 0,11 - (0,06 + 0,04) = 0,01 \text{ mm}$	Válida
2.-	170 por E (Fig. 7.3(c))	$H_E = 0,11 - (0,01 + 0,03 + 0,04 + 0,18) = -0,15 \text{ mm} < 0$	No válida
	115 por D	—	—
3.-	115 por E (Fig. 7.3(c))	$H_E = 0,18 - (0,04 + 0,03 + 0,01 + 0,11) = -0,01 \text{ mm} < 0$	No válida
	170 por D	—	—
4.-	170 por D	No es viable cerrar la cadena de cotas	No válida
	115 por E	—	—

Por tanto la primera alternativa es la única que se puede llevar a cabo.

En la primera operación de transferencia de cotas, se ha de sustituir la cota de 115 mm por la nueva cota D . La cadena de cotas correspondiente se puede expresar en mm del siguiente modo:

$$115 = 300 - A - B - C - D.$$

Despejando el valor nominal de la nueva cota D se obtiene:

$$D = 65 \text{ mm.}$$

Ahora, las desviaciones superior e inferior de la cota D se obtendrán aplicando adicción a la cadena de cotas anterior. Así, se puede escribir:

$$0,1 = 0,02 - (-0,03) - (-0,02) - (-0,03) - D_{i_D},$$

y despejando la desviación inferior de la nueva cota D resulta:

$$D_{i_D} = 0 \text{ mm.}$$

Del mismo modo, se puede escribir:

$$-0,08 = -0,02 - 0 - (-0,01) - 0,03 - D_{sD},$$

y despejando la desviación superior de la nueva cota D resulta:

$$D_{sD} = 0,04 \text{ mm.}$$

Por tanto,

$$D = 65_{0}^{0,04} \text{ mm.}$$

Obsérvese que como se esperaba, la amplitud de tolerancia de la cota D coincide con el valor calculado en la tabla anterior.

En la segunda operación de transferencia de cotas, se ha de sustituir la cota de 170 mm por la nueva cota E . La cadena de cotas correspondiente se puede expresar en mm del siguiente modo:

$$170 = C + D + E.$$

Despejando el valor nominal de la nueva cota E se obtiene:

$$E = 55 \text{ mm.}$$

Ahora, las desviaciones superior e inferior de la cota E se obtendrán aplicando adición a la cadena de cotas anterior. Así, se puede escribir:

$$0,06 = 0,03 + 0,04 + D_{sE},$$

y despejando la desviación superior de la nueva cota E resulta:

$$D_{sE} = -0,01 \text{ mm.}$$

Del mismo modo, se puede escribir:

$$-0,05 = -0,03 + 0 + D_{iE},$$

y despejando la desviación inferior de la nueva cota E resulta:

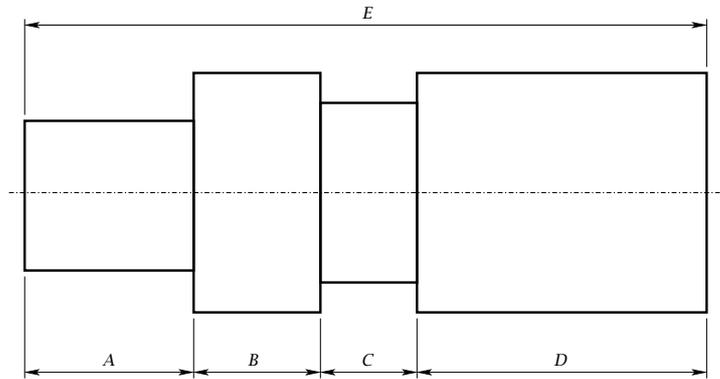
$$D_{iE} = -0,02 \text{ mm.}$$

Por tanto,

$$E = 55_{-0,02}^{-0,01} \text{ mm.}$$

Obsérvese que al igual que en el caso anterior, la amplitud de tolerancia de la cota E coincide con el valor calculado en la tabla anterior.

Ejemplo 2 En el ejemplo de la figura adjunta, calcular la temperatura máxima que podría alcanzar la pieza, con coeficiente de dilatación lineal $\alpha = 11 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, para garantizar que la longitud de la cota A no supere en ningún caso el valor 20,11 mm. Las especificaciones de diseño son las siguientes: $B = 15g11$; $C = 10H10$; $D = 35m6$; $E = 80_{-0,525}^{-0,019}$ mm.



En primer lugar, de las tablas de codificación ISO se obtienen las desviaciones en μm de las cotas especificadas:

$$B = 15g11 = 15_{-116}^{-6},$$

$$C = 10H10 = 10_0^{58},$$

$$D = 35m6 = 35_9^{25}.$$

Suponiendo que la pieza ha sido bien fabricada de acuerdo a las tolerancias especificadas, para obtener las desviaciones de la nueva cota A se ha de aplicar una operación de adición a la siguiente cadena de cotas:

$$A = E - B - C - D.$$

Así, el valor nominal de la nueva cota A resulta igual a 20 mm. La desviación superior:

$$D_{sA} = D_{sE} - D_{iB} - D_{iC} - D_{iD} = -19 - (-116) - 0 - 9 = 88 \mu\text{m}.$$

La desviación inferior:

$$D_{iA} = D_{iE} - D_{sB} - D_{sC} - D_{sD} = -525 - (-6) - 58 - 25 = -602 \mu\text{m}.$$

Obsérvese que la longitud máxima A_{max} de la cota A a 20°C es igual a 20,088 mm. Por tanto, el incremento de longitud que aún podría experimentar A hasta alcanzar la longitud 20,11 mm es

$$\Delta A = 0,022 \text{ mm}.$$

De este modo, la temperatura de la pieza debería experimentar el siguiente incremento

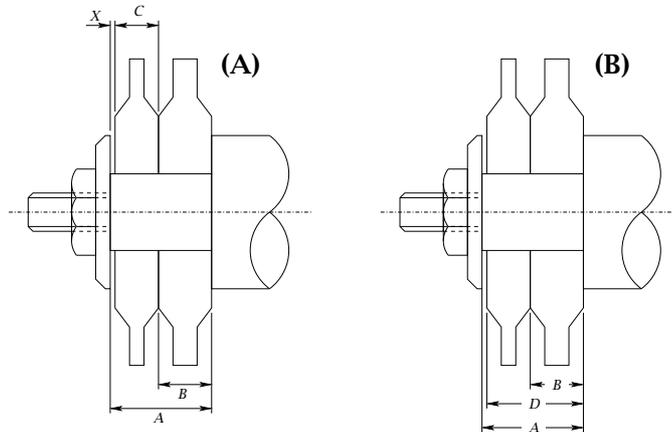
$$\Delta T = \frac{\Delta A}{A_{max} \alpha} = \frac{0,022}{20,088 \times 11 \times 10^{-6}} = 99,56 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Luego, la temperatura máxima que puede alcanzar la pieza será:

$$T_{max} = 20 + \Delta T = 119,56 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

7.3 EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Calcular los límites entre los que podrá variar la cota X en el montaje de la figura (A), y los límites entre los que se debe encontrar la nueva cota D de la figura (B) para cumplir las siguientes especificaciones de diseño: $A = 50_{-0}^{+200}$; $B = 30h8$; $C = 20h10$.



NOTA: las desviaciones de la tolerancia indicadas en la cota A están expresadas en μm .

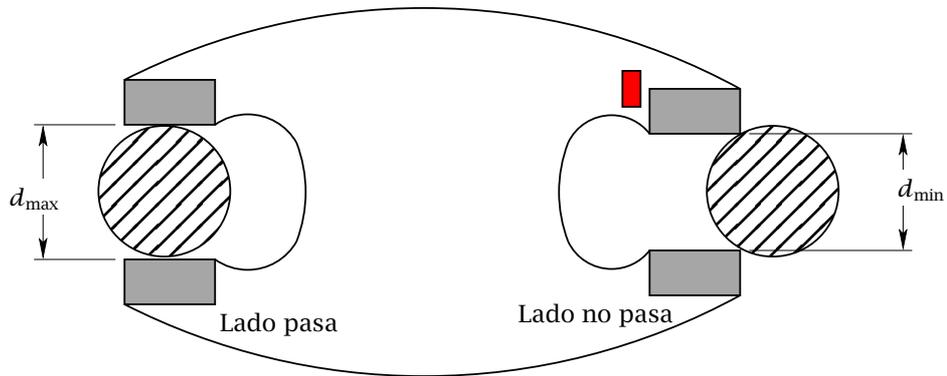
Solución: $X = 0_0^{+317}$, $D = 50_{-84}^{-33}$.

CAPÍTULO 8

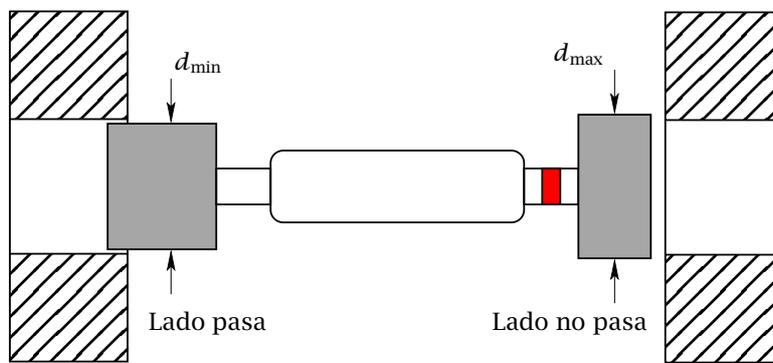
Verificación de tolerancias dimensionales: calibres de límites

Los calibres de límites son instrumentos que se utilizan para verificar tolerancias dimensionales en piezas fabricadas mediante una operación simple de ajuste. Para ello, los calibres de límites materializan los extremos de la tolerancia. Un lado del calibre materializa un extremo de la franja de tolerancia haciendo que la mayoría de las piezas bien fabricadas produzcan un ajuste móvil (lado pasa del calibre), y el otro materializa el otro extremo haciendo que la mayoría de las piezas bien fabricadas produzcan un ajuste fijo (lado no pasa del calibre). La ventaja principal de este tipo de instrumentos es que con una sencilla operación es posible verificar un gran número de piezas sin necesidad de obtener valores numéricos de sus dimensiones. El principal inconveniente es que se necesita una cierta experiencia cuando se trata de verificar piezas con tolerancias pequeñas o piezas de gran tamaño. Cuando las franjas de tolerancia son muy estrechas, el lado no pasa del calibre podría ser introducido en una pieza correctamente fabricada si se ejerce una presión suficientemente alta. Para evitar esto, se acepta que en ningún caso se ejerza una fuerza superior a 5 N durante el proceso de verificación. La fuerza sobre la pieza se debe ejercer con un ligero balanceo para favorecer la introducción de un elemento sobre el otro.

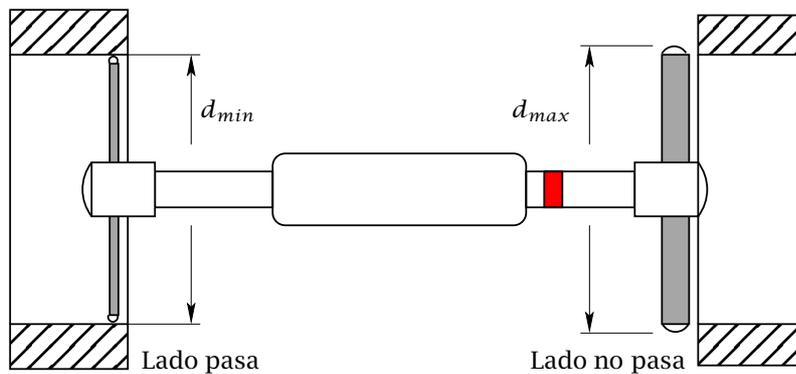
Los tipos de calibres de límites más utilizados son los de herradura (Fig. 8.1(a)), para verificar ejes, tampón (Fig. 8.1(b)), para verificar agujeros, y de varilla (Fig. 8.1(c)), para verificar agujeros de grandes dimensiones. Los lados no pasa de este tipo de calibres suelen identificarse con una franja roja. En la Figura 8.2 se muestran otros tipos de



(a) Calibre de herradura



(b) Calibre tampón



(c) Calibre de varilla

Figura 8.1: Tipos de calibres de límites. (a) Calibre de herradura. (b) Calibre tampón. (c) Calibre de varilla.

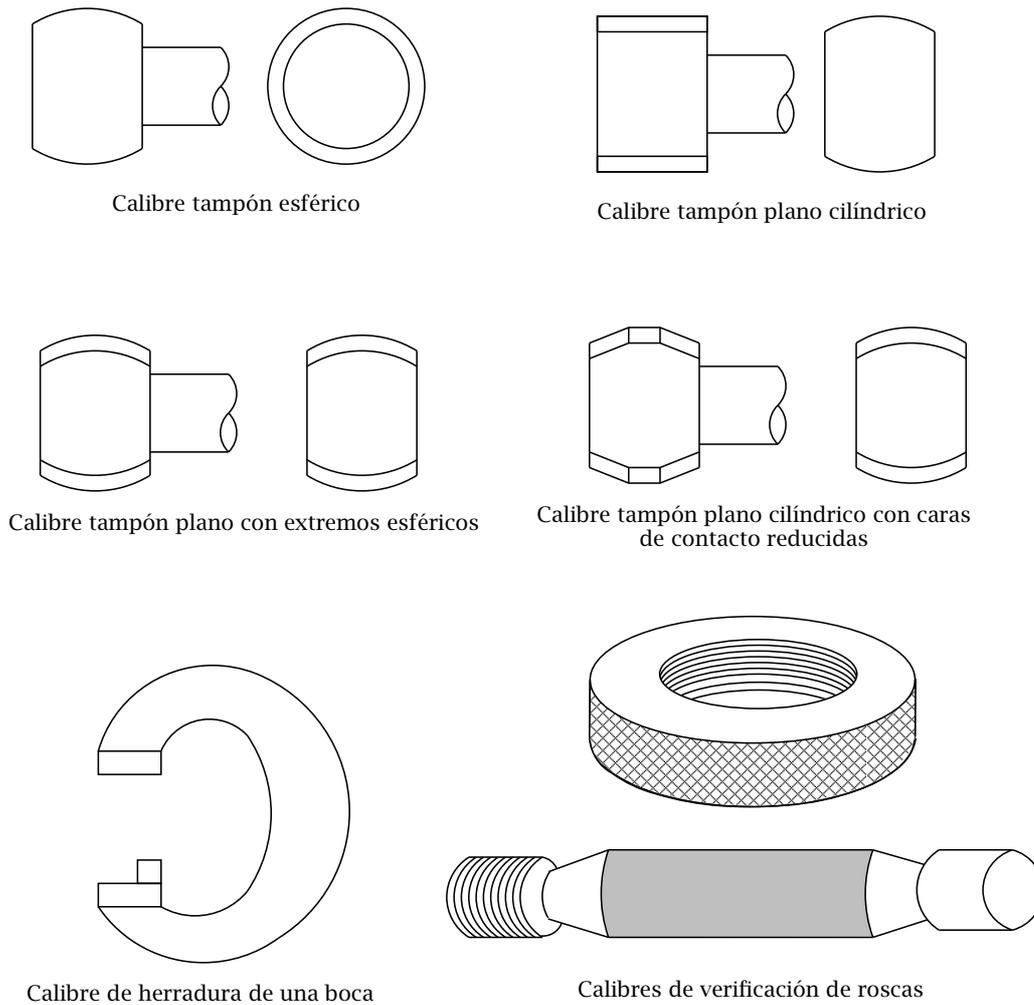


Figura 8.2: Otros tipos de calibres de límites.

calibres de límites.

La dureza de los lados del calibre debe ser suficientemente elevada para reducir el desgaste. Los materiales más empleados suelen ser el acero templado, metal duro o recubrimientos de cromo de unos 0,1 mm de espesor. Para evitar que los lados del calibre se deformen con el tiempo es recomendable realizar un tratamiento de normalización y estabilización. El soporte del calibre se suele construir de acero o fundición. Para reducir el peso en los calibres de grandes dimensiones se suelen efectuar agujeros y rebajes que reduzcan su peso sin alterar su rigidez estructural.

8.1 TOLERANCIAS DE LOS CALIBRES DE LÍMITES

Las franjas de tolerancias de los calibres límites son simétricas respecto a los límites de la franja de tolerancia que se verifica. Debe tenerse en cuenta que la mayoría de las piezas verificadas suelen entrar en el lado pasa del calibre, mientras que en el lado no pasa ocurre lo contrario. Esto provocará un desgaste gradual del lado pasa del calibre, por lo que para compensar el desgaste y aumentar su periodo de uso se suele prever un sobredimensionamiento del lado pasa del calibre y admitir un cierto desgaste adicional. Esto podría provocar que un calibre nuevo pudiera rechazar piezas correctamente fabricadas (por ejemplo, el lado pasa de un calibre de herradura nuevo no entraría en un eje cuya dimensión se aproximara sin sobrepasar el límite superior de la tolerancia especificada). De la misma forma, un calibre usado podría admitir piezas incorrectamente fabricadas.

Por otro lado, la amplitud de las tolerancias de los calibres de límites deben ser suficientemente estrechas. Como ejemplo, un calibre utilizado para verificar piezas con índice de tolerancia igual a 8 debe poseer un índice de tolerancia igual o menor a 4. En la Tabla 8.1 se muestra la amplitud de la franja de tolerancia para diferentes tipos de calibres de límites y distintas calidades de las piezas que se pretenden verificar. Además, la

Intervalo de tolerancia (μm)						
Índice de tolerancia de la pieza	5	6	7	8-10	11-12	13-16
Calibre tampón cilíndrico	-	2	3	3	5	7
Calibre de herradura	2	3	3	4	5	7
Calibre de varilla con extremos esféricos	-	2	2	2	4	6
Calibre tampón plano-cilíndrico	-	2	3	3	5	7
Calibre tampón plano-esférico	-	2	2	2	4	6
Calibre de anillo	-	3	3	4	5	7
Calibre tampón patrón regulable	-	1	1	2	2	3
Disco patrón para calib. herradura	-	1	1	2	2	3
Anillo patrón regulable	-	1	1	2	2	3

Tabla 8.1: Amplitud de la franja de tolerancia de los calibres de límites.

calidad superficial debe ser también de muy buena calidad. Generalmente se recomienda que la desviación media aritmética de la superficie del calibre sea siempre inferior a 0,2

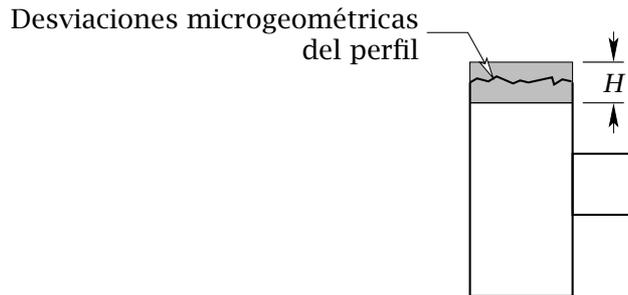


Figura 8.3: Acabado superficial de los calibres de límites.

μm y en ningún caso superior a $T/10$, siendo T la amplitud de la franja de tolerancia de la pieza verificada (véase la Figura 8.3).

En lo que sigue se indicarán los criterios utilizados para determinar las desviaciones de tolerancia de los calibres de límites.

8.2 CALIBRES DE HERRADURA

Como se acaba de indicar, este tipo de calibres se emplea para la verificación de ejes. Constan de dos partes. El lado pasa del calibre debe coincidir, aproximadamente, con el límite superior de la tolerancia que verifica. De la misma forma, el lado no pasa ha de aproximarse al límite inferior de la tolerancia. En ocasiones, cuando el diámetro de las piezas que se verifican es grande, los lados pasa y no pasa del calibre suelen estar separados en forma de anillos independientes.

Para aumentar el periodo de uso de este tipo de calibres, la posición central de la franja de tolerancia del lado pasa de un calibre nuevo se sitúa un valor z_1 por debajo del límite superior de la tolerancia de la pieza verificada. Además, se admite que el lado pasa del calibre usado pueda rebasar hasta un cierto valor y_1 el límite superior de la tolerancia de la pieza. En la figura 8.4 se representan los límites de tolerancia de un calibre de herradura. En la Tabla 8.2 se muestran las desviaciones de la posición de la franja de tolerancia de los calibres de límites.

El parámetro a_1 de la Tabla 8.2 se utiliza para corregir las posiciones de tolerancia del calibre compensando los errores de medida cuando las dimensiones de las piezas que se verifican son superiores a 180 mm. Para hacer esta corrección se utiliza el siguiente criterio conservador: “siempre será preferible rechazar piezas bien fabricadas que aceptar

Desviaciones de tolerancia del calibre (μm)																		
IT \rightarrow	5		6				7		8		9	10	11	12	13	14	15	16
Grupo (mm)	z	y	z		y		z	y	z	y	z	z	z	z	z	z	z	
\downarrow	z ₁	y ₁		z ₁		y ₁	z ₁	y ₁	z ₁	y ₁	z ₁							
> \leq 3	1	1	1	1,5	1	1,5	1,5	1,5	2	3	5	5	10	10	20	20	40	40
> 3 \leq 6	1	1	1,5	2	1	1,5	2	1,5	3	3	6	6	12	12	24	24	48	48
> 6 \leq 10	1	1	1,5	2	1	1,5	2	1,5	3	3	7	7	14	14	28	28	56	56
> 10 \leq 18	1,5	1,5	2	2,5	1,5	2	2,5	2	4	4	8	8	16	16	32	32	64	64
> 18 \leq 30	2	2	2	3	1,5	3	3	3	5	4	9	9	19	19	36	36	72	72
> 30 \leq 50	2	2	2,5	3,5	2	3	3,5	3	6	5	11	11	22	22	42	42	80	80
> 50 \leq 80	2	2	2,5	4	2	3	4	3	7	7	13	13	25	25	48	48	90	90
> 80 \leq 120	2,5	3	3	5	3	4	5	4	8	6	15	15	28	28	54	54	100	100
> 120 \leq 180	3	3	4	6	3	4	6	4	9	6	18	18	32	32	60	60	110	110
> 180 \leq 250	4	3	5	7	4	5	7	6	12	7	21	24	40	45	80	100	170	210
> 250 \leq 315	5	3	6	8	5	6	8	7	14	9	24	27	45	50	90	110	180	240
> 315 \leq 400	6	4	7	10	6	6	10	8	16	9	28	32	50	65	100	125	210	280
> 400 \leq 500	7	4	8	11	7	7	11	9	18	11	32	37	55	70	110	145	240	320

Desviaciones de tolerancia del calibre (μm)																																	
IT \rightarrow	6			7			8			9			10			11			12			13			14			15			16		
Grupo (mm)		a		y'	a																												
\downarrow	y'	a ₁	y' ₁	y' ₁	a ₁																												
> 180 \leq 250	2	2	3	3	3	3	4	4	4	7	7	10	10	15	15	25	25	45	45	70	70	110	110										
> 250 \leq 315	2	3	3	3	4	3	6	6	6	9	9	15	15	20	20	35	35	55	55	90	90	140	140										
> 315 \leq 400	2	4	2	2	6	2	7	7	7	11	11	15	15	30	30	45	45	70	70	110	110	180	180										
> 400 \leq 500	2	5	2	2	7	2	9	9	9	14	14	20	20	35	35	55	55	90	90	140	140	220	220										

Tabla 8.2: Desviación de la posición de la franja de tolerancia de los calibres de límites.

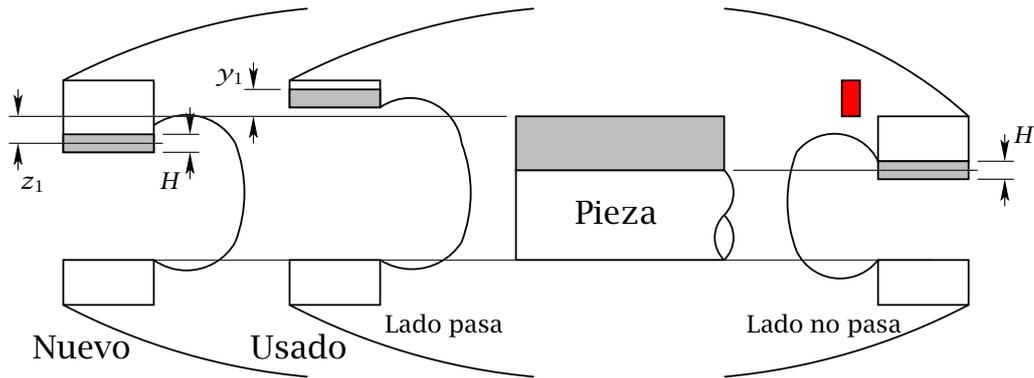


Figura 8.4: Límites de tolerancia de un calibre de herradura.

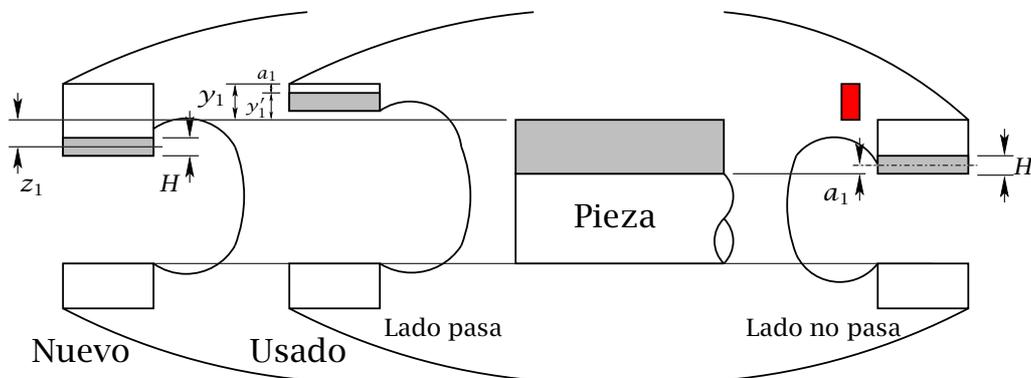


Figura 8.5: Límites de tolerancia de un calibre de herradura para dimensiones superiores a 180 mm.

piezas mal fabricadas” (véase el ejemplo de la Fig. 8.5). Por tanto, la máxima desviación aceptada del lado pasa del calibre usado será igual a $y'_1 = y_1 - a_1$ y el centro de la franja de tolerancia del lado no pasa se situará a una distancia igual al parámetro a_1 por encima del límite inferior de la tolerancia de la pieza verificada.

Debe mencionarse que sólo se prevén valores no nulos del parámetro y_1 para índices de tolerancia de las piezas verificadas inferiores a 9. Por tanto, para índices de tolerancia iguales o superiores a 9 el parámetro y_1 , debe considerarse igual a cero. En ocasiones, también se puede exigir un valor nulo de este parámetro con índices de tolerancia inferiores a 9, para lo que se ha de especificar en el calibre con una letra N. Por ejemplo, un calibre de herradura para verificar ejes de tolerancia 30g6 en el que se exija que y_1 sea igual a cero, será identificado como 30g6N.

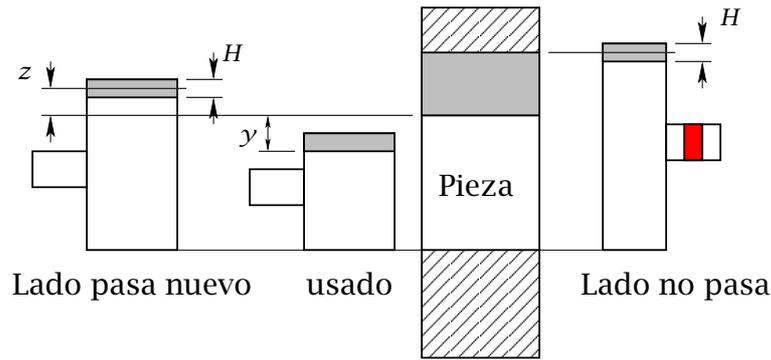


Figura 8.6: Límites de tolerancia de un calibre tampón.

8.3 CALIBRES TAMPÓN

Los calibres tampón se emplean para la verificación de agujeros. En este caso, el lado pasa del calibre debe coincidir, aproximadamente, con el límite inferior de la tolerancia que verifica. De la misma forma, el lado no pasa ha de aproximarse al límite superior de la tolerancia de la pieza. Cuando el diámetro de las piezas que se verifican es grande, y al igual que en el caso de los calibres de herradura, los lados pasa y no pasa del calibre suelen estar separados.

Para aumentar el periodo de uso de este tipo de calibres, la posición central de la franja de tolerancia del lado pasa de un calibre nuevo se encuentra un valor z por encima del límite inferior de la tolerancia de la pieza verificada. Además, se admite que en el lado pasa de un calibre usado, su franja de tolerancia quede a una distancia y por debajo del límite inferior de la tolerancia de la pieza. En la figura 8.6 se representan los límites de tolerancia de un calibre tampón. En la Tabla 8.2 también se pueden encontrar las desviaciones de la posición de la franja de tolerancia correspondientes a los calibres tampón.

Para dimensiones superiores a 180 mm se utiliza el factor corrector a siguiendo el mismo criterio conservador mencionado en la sección anterior (véase el ejemplo de la Fig 8.7). Por tanto, la máxima desviación aceptada del lado pasa del calibre usado será igual a $y' = y - a$ y el centro de la franja de tolerancia del lado no pasa se situará ahora a una distancia igual al parámetro a por debajo del límite superior de la tolerancia de la pieza verificada.

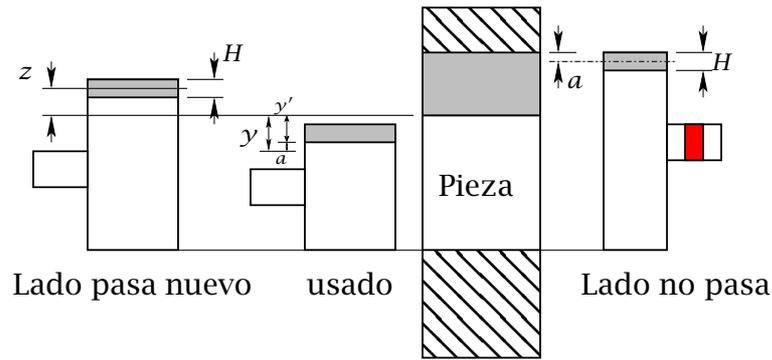


Figura 8.7: Límites de tolerancia de un calibre tampón para dimensiones superiores a 180 mm.

Ejemplo 1 Determinar las dimensiones límites de un calibre de herradura para la verificación de piezas de dimensiones 30h7.

Las dimensiones máxima y mínima del eje 30h7 son, respectivamente, 30 y 29,979 mm. El calibre de herradura necesario para su verificación tendrá una amplitud de tolerancia en cada uno de su lado de $H = 3 \mu\text{m}$ (Tabla 8.1). Además, para aumentar la vida del lado pasa del calibre se admite una sobremedida de $z_1 = 3 \mu\text{m}$ y un desgaste máximo admisible de $y_1 = 3 \mu\text{m}$ (Tabla 8.2). Por tanto, las dimensiones máxima y mínima de cada lado del calibre serán las siguientes.

Lado no pasa:

$$D_{min} = 29,979 - H/2 = 29,979 - 0,0015 = 29,9775 \text{ mm.}$$

$$D_{max} = 29,979 + H/2 = 29,979 + 0,0015 = 29,9805 \text{ mm.}$$

Lado pasa nuevo:

$$D_{min} = 30 - z_1 - H/2 = 30 - 0,003 - 0,0015 = 29,9955 \text{ mm.}$$

$$D_{max} = 30 - z_1 + H/2 = 30 - 0,003 + 0,0015 = 29,9985 \text{ mm.}$$

Lado pasa usado:

$$D_{max} = 30 + y_1 = 30 + 0,003 = 30,003 \text{ mm.}$$

Ejemplo 2 Determinar las dimensiones límites de un calibre tampón para la verificación de piezas de dimensiones 25J8.

Las dimensiones máxima y mínima del agujero 25J8 son, respectivamente, 25,020 y 24,987 mm. El calibre tampón necesario para su verificación tendrá una amplitud de tolerancia en cada uno de sus lados de $H = 3 \mu\text{m}$ (Tabla 8.1). Además, para aumentar la vida del lado pasa del calibre se admite una sobremedida de $z = 5 \mu\text{m}$ y un desgaste máximo admisible de $y = 4 \mu\text{m}$ (Tabla 8.2). Por tanto, las dimensiones máxima y mínima de cada lado del calibre serán las siguientes.

Lado no pasa:

$$d_{min} = 25,020 - H/2 = 25,020 - 0,0015 = 25,0185 \text{ mm.}$$

$$d_{max} = 25,020 + H/2 = 25,020 + 0,0015 = 25,0215 \text{ mm.}$$

Lado pasa nuevo:

$$d_{min} = 24,987 + z - H/2 = 24,987 + 0,005 - 0,0015 = 24,9905 \text{ mm.}$$

$$d_{max} = 24,987 + z + H/2 = 24,987 + 0,005 + 0,0015 = 24,9935 \text{ mm.}$$

Lado pasa usado:

$$d_{min} = 24,987 - y = 24,987 - 0,004 = 24,983 \text{ mm.}$$

CAPÍTULO 9

Acabado superficial

Básicamente, las desviaciones del perfil real de una pieza (véase el ejemplo de la Figura 9.1) con respecto al perfil teórico se pueden dividir en desviaciones dimensionales y de forma (o macrogeométricas), por un lado, y de acabado superficial (o microgeométricas), por otro. Las principales diferencias entre las desviaciones dimensionales y de forma y las desviaciones de acabado son las que se indican a continuación:

- Desviaciones dimensionales y de forma:
 - Características macrogeométricas de la pieza.
 - Afectan a la función de la pieza y a su intercambiabilidad.
- Desviaciones de acabado:
 - Características microgeométricas de la pieza.
 - Afectan a la estanqueidad, rozamiento o desgaste de la pieza.

En general, se puede decir que las tolerancias dimensionales son las de mayor amplitud, seguidas por las tolerancias de forma y finalmente las de acabado superficial. De forma orientativa, la relación entre las tres desviaciones que se acaban de mencionar para una pieza de calidad media podrían ser los siguientes

Tolerancia dimensional: $\pm 0,050$ mm

Tolerancia de forma: $\pm 0,020$ mm

Tolerancia de acabado: 0,005 mm

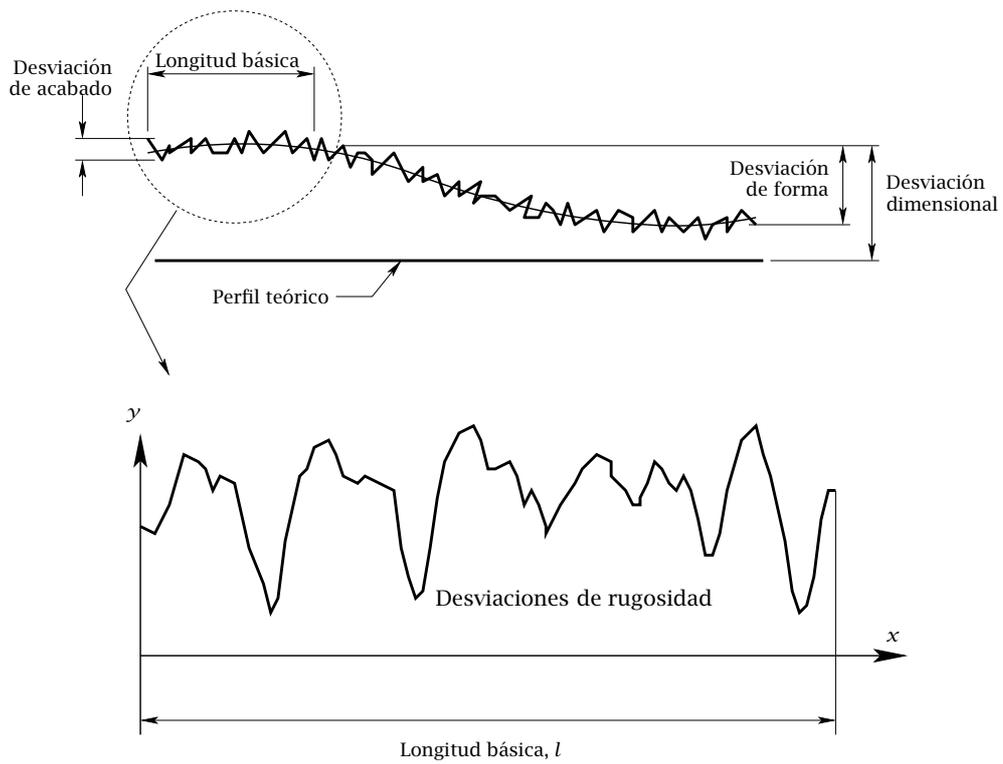


Figura 9.1: Clasificación de los defectos geométricos de una pieza.

R_a (μm)	Dimensión máxima (mm)				
	3	18	80	250	500
0,125	5				
0,2	6	5			
0,32	7	6	5		
0,5	8	7	6	5	
0,8	9	8	7	6	5
1,25	10	9	8	7	6
2,0	11	10	9	8	7
3,2	12	11	10	9	8

Tabla 9.1: Relación orientativa entre R_a y la tolerancia dimensional (IT).

Debe mencionarse que en los planos no suele ser necesario indicar tolerancias para todas las desviaciones geométricas anteriores. Téngase en cuenta que la obtención de calidades dimensionales estrechas generalmente conlleva la obtención de desviaciones de forma y de acabado superficial reducidas. De forma orientativa, la relación entre el valor de R_a y la tolerancia dimensional (especificada mediante el índice de tolerancia IT según la norma ISO) se muestra en la tabla 9.1.

Para poder separar los defectos macro y microgeométricos se utiliza como criterio la longitud básica de exploración ℓ (Fig. 9.1), tal que se consideran defectos dimensionales o de forma a aquellos que se producen para longitudes superiores a ℓ y se consideran defectos de acabado superficial a aquellos que se producen para longitudes inferiores a ℓ . En la Fig. 9.2 se muestra el ejemplo de palpado de un perfil y un sistema mecánico de filtrado o separación de defectos. Los valores de la longitud básica están normalizados y se pueden elegir de entre una gama relativamente amplia dependiendo de los criterios utilizados por el usuario para separar los distintos tipos de desviaciones. A continuación se expondrán los parámetros más utilizados para cuantificar el valor de las desviaciones microgemétricas del perfil a lo largo de la longitud básica.

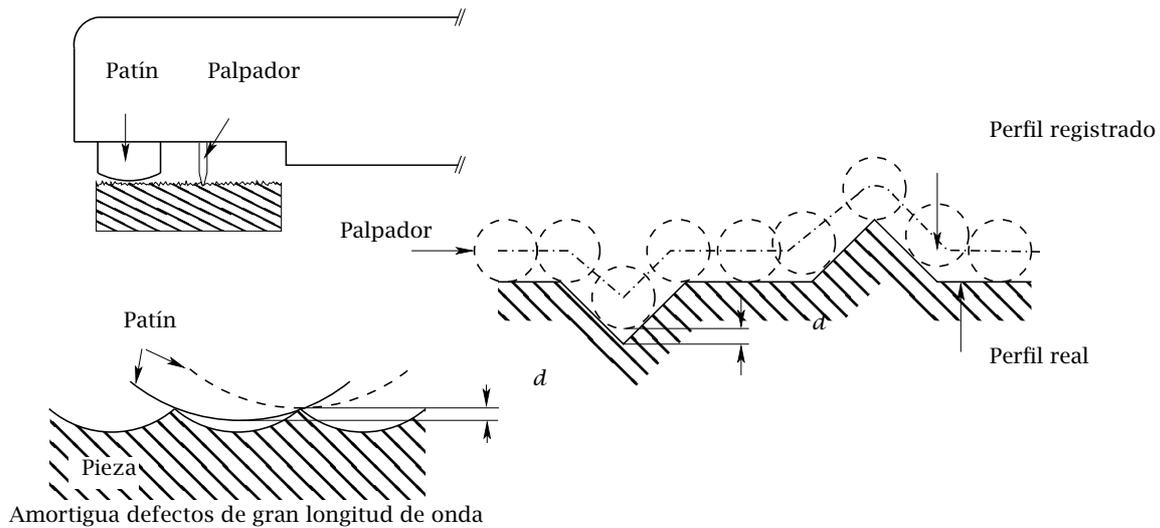


Figura 9.2: Palpador y sistema mecánico de filtrado.

9.1 PARÁMETROS DE MEDIDA DE RUGOSIDAD

Probablemente, el parámetro más utilizado para medir rugosidad sea la desviación media aritmética del perfil, R_a . Este parámetro se define como la media aritmética de los valores absolutos de las desviaciones del perfil en los límites de la longitud básica. Así,

$$R_a = \frac{1}{\ell} \int_0^{\ell} |y(x)| dx, \quad (9.1)$$

o para perfiles definidos por n puntos discretos a lo largo de ℓ ,

$$R_a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i|. \quad (9.2)$$

El significado gráfico de R_a puede verse claramente en la Fig. 9.3. R_a representa la altura del rectángulo, de base ℓ , cuyo valor del área es el mismo que el área encerrado por las irregularidades del perfil y la línea media. La línea media, o línea central, es aquella que divide al perfil en dos regiones de igual área a lo largo de ℓ . Por tanto, su valor se podría obtener imponiendo la siguiente condición:

$$\sum |A^+| = \sum |A^-|, \quad (9.3)$$

y el valor R_a se podría calcular como

$$R_a = \frac{\sum |A^+| + \sum |A^-|}{\ell} = \frac{2 \sum |A^+|}{\ell} = \frac{2 \sum |A^-|}{\ell}. \quad (9.4)$$

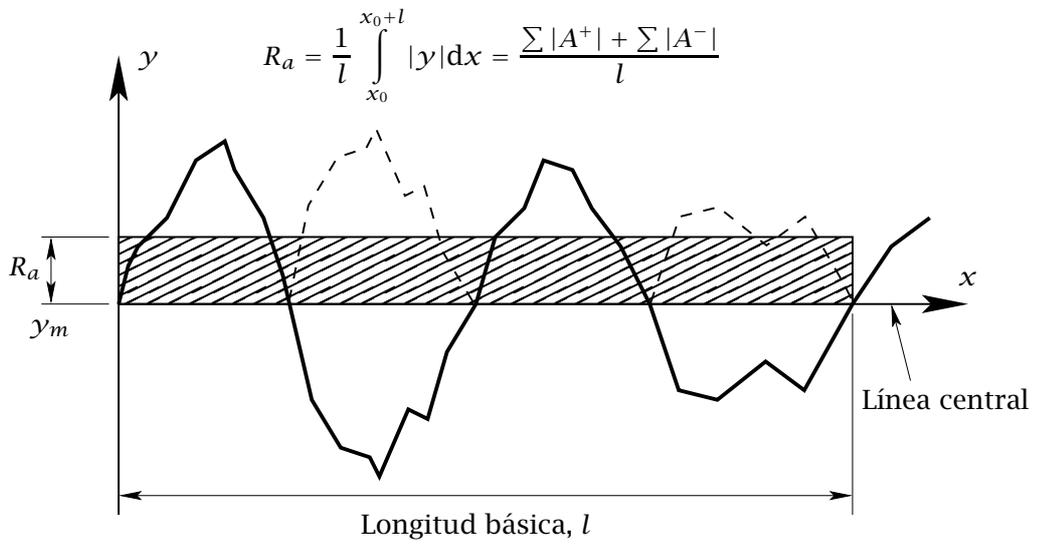
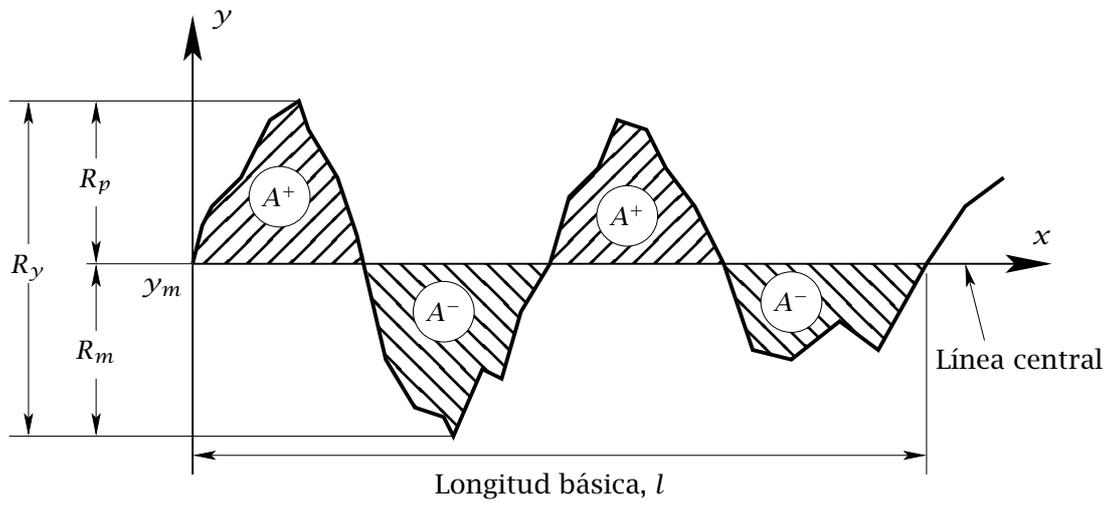
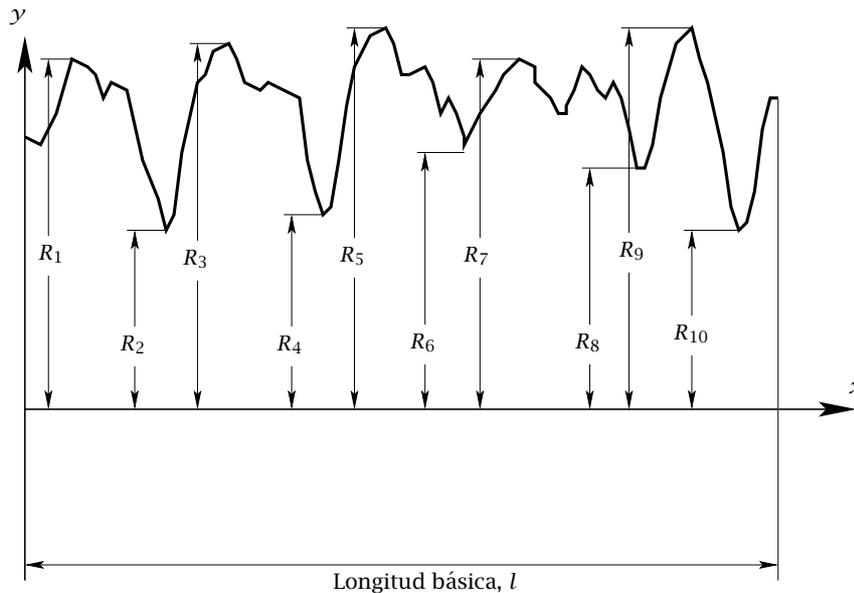


Figura 9.3: Línea media o línea central del perfil.



$$R_z = \frac{(R_1 + R_3 + R_5 + R_7 + R_9) - (R_2 + R_4 + R_6 + R_8 + R_{10})}{5}$$

Figura 9.4: Altura media del perfil.

El parámetro R_a básicamente se utiliza para determinar propiedades tales como:

- calidad del proceso de fabricación,
- valor actual del desgaste en las herramientas de corte (en procesos de mecanizado),
- estanqueidad o
- rodadura.

Otros parámetros de medida de rugosidad son, por ejemplo (véase el ejemplo de la Fig. 9.3), R_p (distancia entre la cresta más alta y la línea media), R_m (distancia entre el valle más profundo y la línea media), la altura máxima del perfil ó R_y (distancia entre la cresta más alta y el valle más profundo) y la altura media del perfil ó R_z (véase el ejemplo de la Fig. 9.4), que amortigua posibles defectos muy localizados del perfil a lo largo de l .

Sin embargo, estos parámetros no son apropiados para determinar propiedades tan importantes como las relativas a la capacidad de lubricación de una superficie o a su

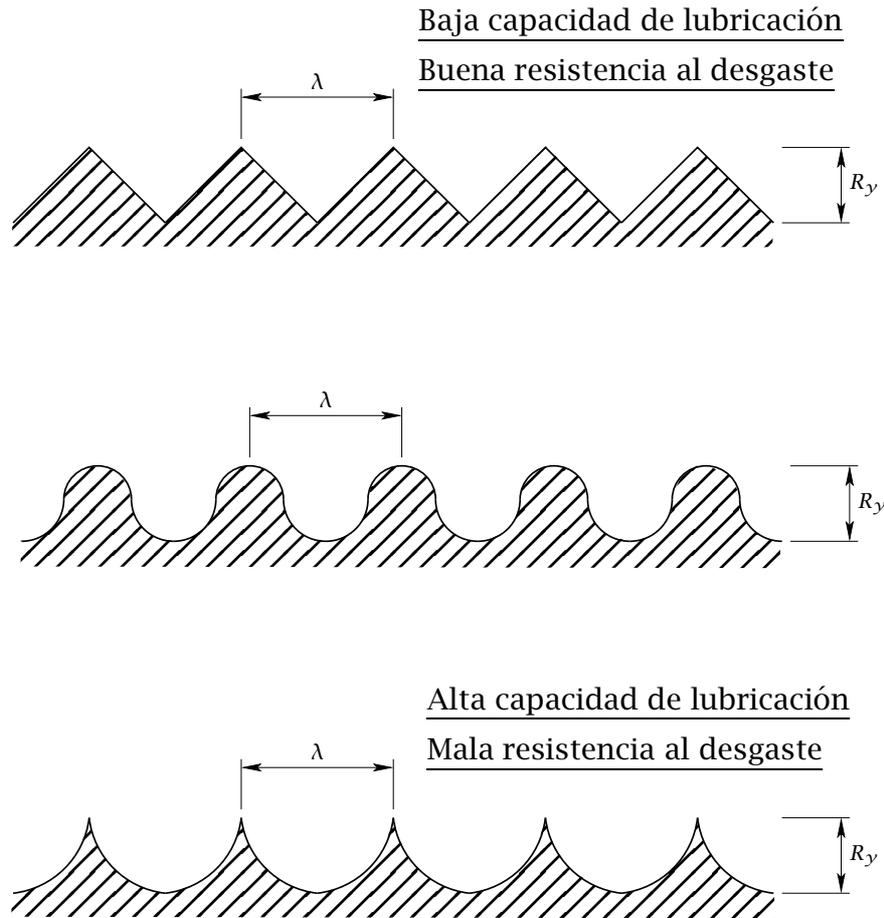


Figura 9.5: Superficies con igual valor de R_y y diferente comportamiento frente al desgaste y a la capacidad de lubricación.

resistencia al desgaste. Por ejemplo, en la Fig. 9.5 se representan tres perfiles con el mismo valor de R_y pero con un comportamiento claramente diferente frente al desgaste o a la capacidad de lubricación. Para determinar la resistencia al desgaste o capacidad de lubricación de una superficie, se ha de utilizar el perfil portante t_p de la superficie. El perfil portante representa la longitud de material cortado por una línea imaginaria paralela a la línea media a distintas alturas del perfil (véase el ejemplo de la Fig. 9.6). Obsérvese que un perfil portante cóncavo (Fig. 9.6(b)) representa a una superficie con baja resistencia al desgaste pero con una alta capacidad de lubricación, mientras que un perfil portante convexo (Fig. 9.6(c)) representa justo lo contrario.

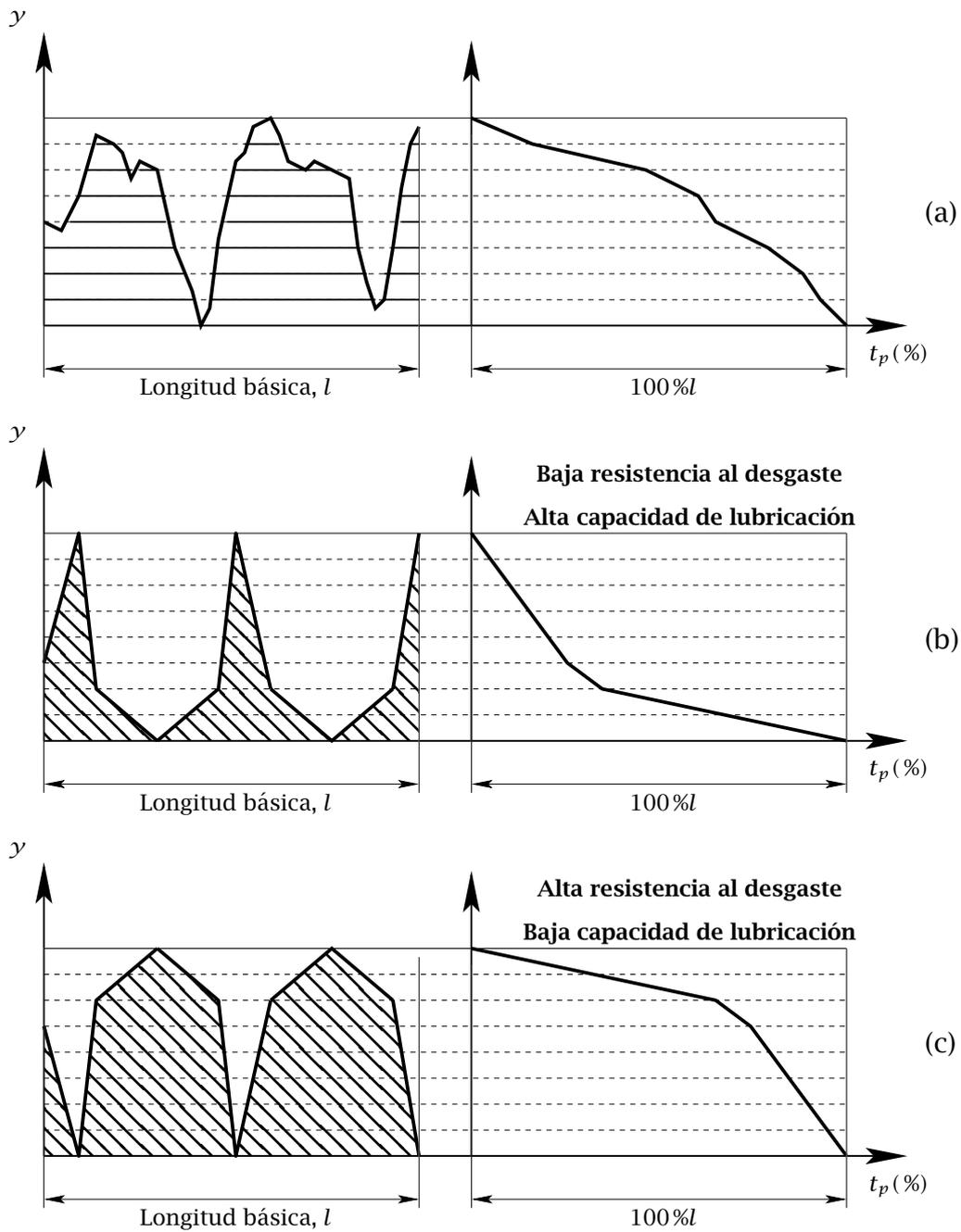


Figura 9.6: Perfil portante. (a) Caso normal. (b) Caso con baja resistencia al desgaste y alta capacidad de lubricación. (c) Casos con alta resistencia al desgaste y baja capacidad de lubricación.

Rugosidad, R_a (μm)	Clase de rugosidad
50	N12
25	N11
12,5	N10
6,3	N9
3,2	N8
1,6	N7
0,8	N6
0,4	N5
0,2	N4
0,1	N3
0,05	N2
0,025	N1

desbastes: N10 a N12; acabados: N9 a N6; acabados (abrasión): N5 a N1

Tabla 9.2: Calidades ISO de rugosidad.

9.2 ESPECIFICACIONES DE ACABADO SUPERFICIAL

Los valores de acabado superficial se especifican gráficamente mediante un símbolo como el representado en la Fig. 9.7(a). Obsérvese que según el proceso utilizado para conseguir un determinado acabado superficial, el símbolo empleado puede cambiar ligeramente (Fig. 9.7(b)). Junto con el símbolo, puede aparecer información adicional tal como, el valor de R_a (en su lugar se puede emplear la codificación normalizada ISO que se representa en la tabla 9.2), proceso de fabricación, tratamiento térmico o recubrimiento utilizado, longitud básica a emplear en la medida de la rugosidad, sobremedida (o creces) para operaciones de mecanizado posteriores o dirección de las estrías del mecanizado (véase alguno de los símbolos más utilizados en la Fig. 9.7(c)).

Este tipo de codificación cuantitativa sustituye a la antigua codificación de acabado superficial (tabla 9.3) basada en triángulos (a mayor número de triángulos, mejor acabado superficial).

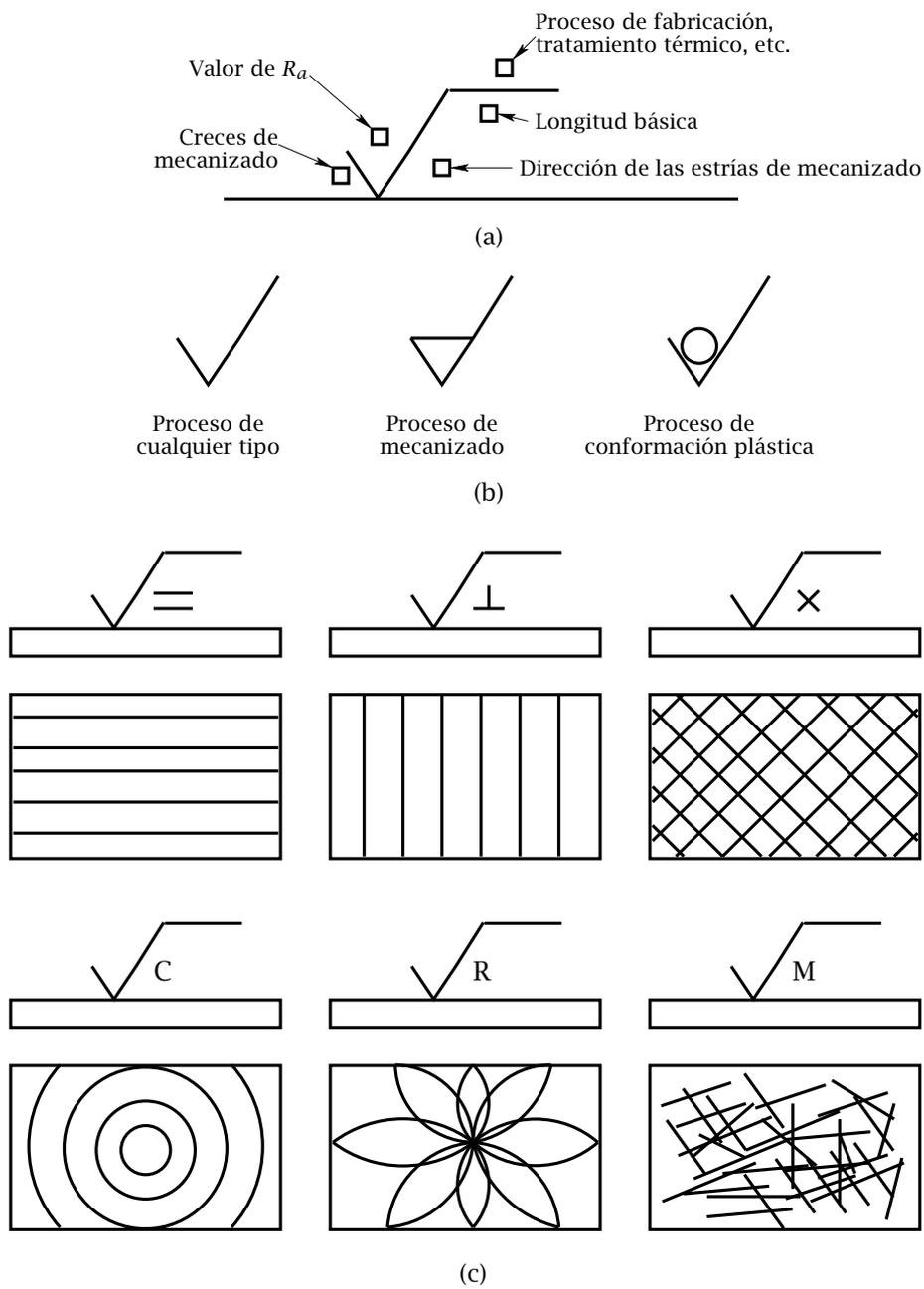


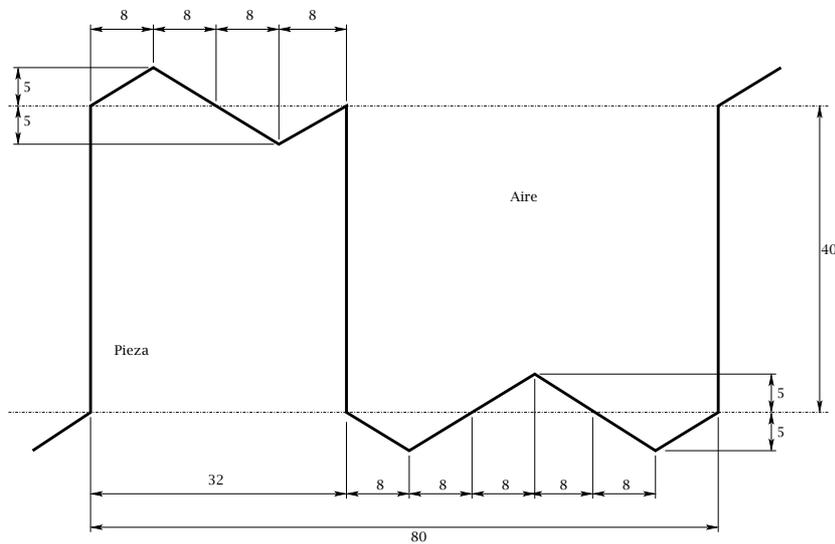
Figura 9.7: Simbología de acabado superficial. (a) Caso general. (b) Diferentes símbolos para representar distintos procesos de fabricación. (c) Dirección de las estrías de mecanizado.

Símbolo	Tipo de acabado	R_a aproximado (μm)
▽▽▽▽	super acabado	$R_a < 0,2$
▽▽▽	muy fino	$0,2 < R_a < 0,8$
▽▽	fino	$0,8 < R_a < 3,2$
▽	basto	$3,2 < R_a < 12,5$
~	grueso	$12,5 < R_a < 50$
ninguno	sin acabado	$50 < R_a$

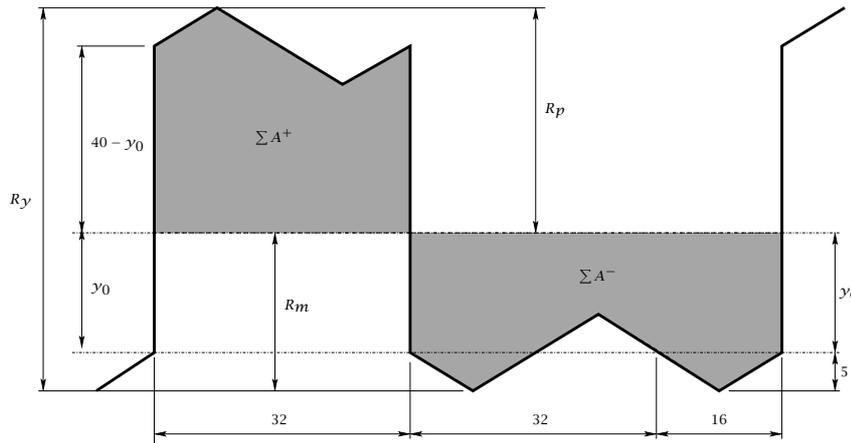
Tabla 9.3: Antigua codificación de acabado superficial.

Ejemplo 1 En un rugosímetro se obtiene el perfil de la figura adjunta en una longitud básica $\ell = 0,8$ mm. La amplificación vertical del registro gráfico del perfil es de 50000 y la amplificación horizontal de 100. Se pide:

1. Calcular el parámetro de rugosidad R_a .
2. Calcular los parámetros locales R_y , R_p y R_m .
3. Obtener el diagrama del perfil portante.



En primer lugar, se ha de calcular la altura de la línea media y_0 que ha de cumplir la siguiente condición $\int_{\ell} y dx = 0$. Para ello, si consideramos como origen de ordenadas la línea discontinua inferior del registro gráfico (véase la figura adjunta), la ecuación anterior proporciona el siguiente resultado:



$$(40 - y_0)32 = 48y_0 + \frac{1}{2} \times 16 \times 5.$$

Despejando el valor de y_0 resulta:

$$y_0 = 15,5 \text{ mm.}$$

Finalmente, el valor de la desviación media aritmética del perfil R_a se podrá obtener:

$$R_a = \frac{1}{\ell} \int_0^{\ell} |y| dx = \frac{\Sigma A^+ + \Sigma A^-}{\ell} =$$

$$\frac{48 \times 15,5 + \frac{1}{2} \times 16 \times 5 + (40 - 15,5)32}{80 \times 50000} = 0,000392 \text{ mm} = 0,392 \mu\text{m.}$$

Por otro lado, los parámetros locales de rugosidad resultantes son:

$$R_p = \frac{40 - y_0 + 5}{50000} = 0,00059 \text{ mm} = 0,59 \mu\text{m.}$$

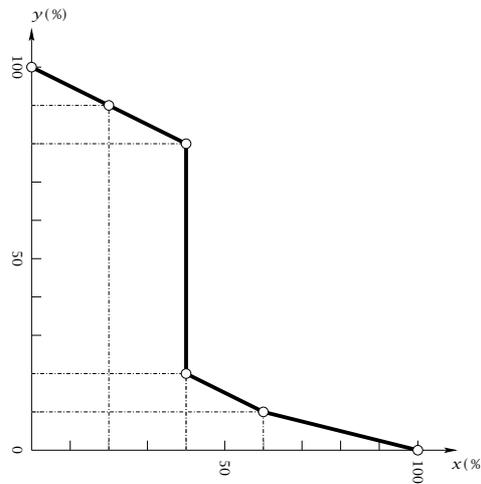
$$R_m = \frac{y_0 + 5}{50000} = 0,00041 \text{ mm} = 0,41 \mu\text{m.}$$

$$R_y = R_p + R_m = 1 \mu\text{m.}$$

Para obtener el perfil portante, en primer lugar se construye una tabla donde en la primera columna se representa la altura en porcentaje del plano de corte y en la segunda columna la cantidad de material cortado en tanto por ciento. Así,

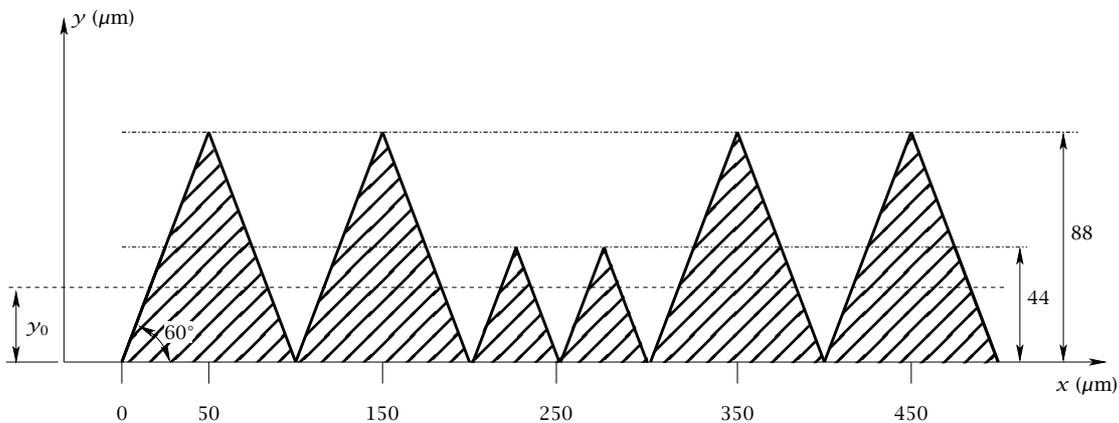
y_c (%)	x/ℓ (%)
0	100
10	60
20	40
80	40
90	20
100	0

A continuación se representan en un gráfico los resultados de la tabla anterior, resultan-
do:



Puede observarse que un pequeño desgaste en el perfil mejoraría significativamente su calidad superficial.

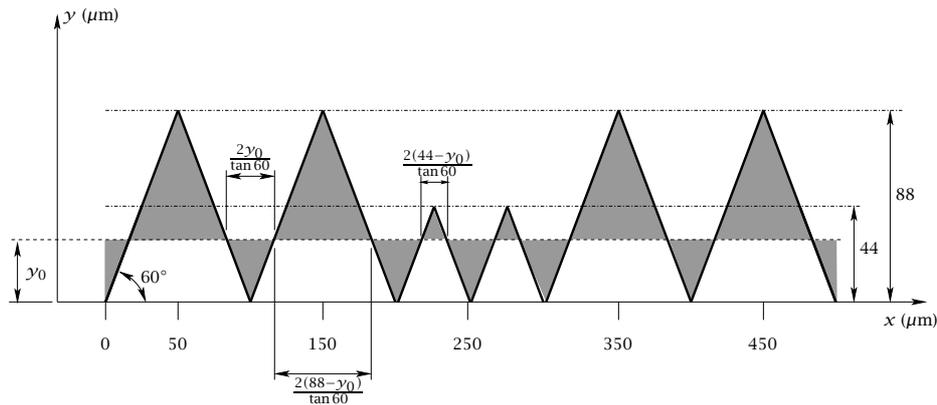
Ejemplo 2 Determinar, para el perfil de la figura, la desviación media aritmética (R_a) y la altura de la línea media a cresta (R_p).



Al igual que en el ejercicio anterior, en primer lugar se ha de calcular la altura de la línea media y_0 (véase la figura adjunta) que ha de cumplir la siguiente condición $\int_{\ell} y dx = 0$. La ecuación anterior proporciona el siguiente resultado:

$$4 \times \frac{1}{2} \times \frac{2 \times (88 - y_0)}{\tan 60} (88 - y_0) + 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{2 \times (44 - y_0)}{\tan 60} (44 - y_0) = 6 \times \frac{1}{2} \times \frac{2 \times y_0}{\tan 60} y_0.$$

Véase la descomposición mostrada en la siguiente figura



Operando adecuadamente se obtiene

$$440y_0 = 17424,$$

lo que proporciona el siguiente resultado para la altura de la línea media

$$y_0 = 39,6 \mu\text{m}.$$

Obsérvese que si \$y_0\$ hubiese resultado mayor que 44 \$\mu\text{m}\$, la topología del problema sería diferente y habría que replantear de nuevo la ecuación de la línea media.

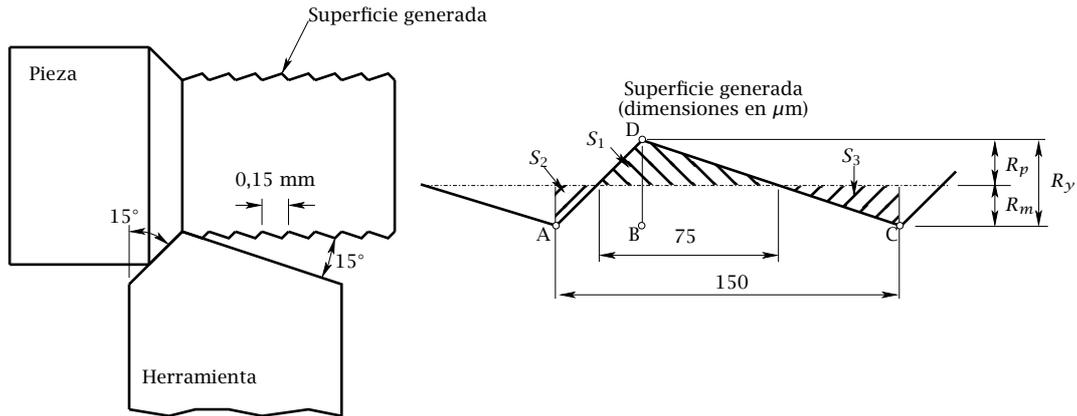
A continuación, el valor de la desviación media aritmética del perfil \$R_a\$ se podrá obtener como

$$R_a = \frac{1}{\ell} \int_0^\ell |y| dx = \frac{\sum A^+ + \sum A^-}{\ell} = \frac{4 \times \frac{(88-39,6)^2}{\tan 60} + 2 \times \frac{(44-39,6)^2}{\tan 60} + 6 \times \frac{39,6^2}{\tan 60}}{500} = 21,73 \mu\text{m}.$$

Finalmente, la altura de la línea media a cresta resultará

$$R_p = 88 - y_0 = 88 - 39,6 = 48,4 \mu\text{m}.$$

Ejemplo 3 En una operación de cilindrado en torno paralelo se utiliza una herramienta como la mostrada en la figura adjunta para mecanizar una pieza cilíndrica. Si la herramienta, situada en la periferia de la pieza y penetrando lo suficiente para eliminar una capa de material de un determinado espesor, avanza 0,15 mm en la dirección axial del eje de giro de la pieza por cada vuelta de la pieza, calcúlase la desviación media aritmética del perfil resultante en la pieza (supónganse despreciables las irregularidades del perfil producidas por factores externos tales como vibraciones de la bancada de la máquina, irregularidades del material de la pieza, defectos de la herramienta de corte, etc.)



Obviamente, por simetría, se ha de cumplir que

$$R_p = R_m = \frac{1}{2}R_y.$$

Es decir, la línea media se situará justo a mitad de altura del perfil. Además, la longitud de los segmentos \overline{AB} y \overline{BC} se pueden obtener como

$$\overline{AB} = R_y \tan 15,$$

$$\overline{BC} = \frac{R_y}{\tan 15}.$$

Teniendo en cuenta además que $\overline{AC} = 150 = \overline{AB} + \overline{BC}$, se obtiene finalmente la siguiente relación

$$R_y \tan 15 + \frac{R_y}{\tan 15} = 150.$$

Por tanto, la altura máxima del perfil resultará

$$R_y = \frac{150}{\tan 15 + 1/\tan 15} = 37,5 \mu\text{m}.$$

Por otro lado, el área positiva S_1 se podrá obtener como

$$S_1 = \frac{1}{2} \left(75 \times \frac{1}{2} \times 37,5 \right) = 703,125 \mu\text{m}^2.$$

Obviamente, la suma de las áreas negativas ha de coincidir con S_1

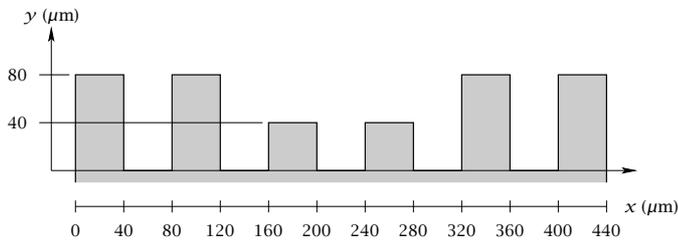
$$S_2 + S_3 = S_1 = 703,125 \mu\text{m}^2.$$

Finalmente, el valor de R_a resultante de esta operación de mecanizado será:

$$R_a = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{150} = \frac{2 \times 703,125}{150} = 9,375 \mu\text{m}.$$

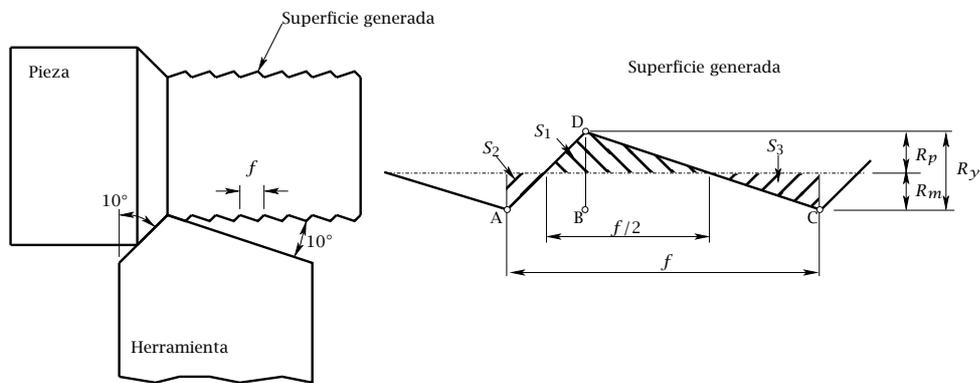
9.3 EJERCICIOS PROPUESTOS

- Determinar, para el perfil de la figura, el parámetro de rugosidad de desviación media aritmética (R_a) y la altura de la línea media a cresta (R_p).



Solución: $R_a = 33,06 \mu\text{m}$ ($y_m = 36,36 \mu\text{m}$), $R_p = 43,64 \mu\text{m}$.

- En una operación de cilindrado como la mostrada en la figura adjunta, calcúlese el avance f de la herramienta en la dirección axial del eje de giro de la pieza por cada vuelta de la pieza necesario para conseguir un acabado superficial de la pieza correspondiente a una desviación media aritmética del perfil de $10 \mu\text{m}$ (supónganse despreciables las irregularidades del perfil producidas por factores externos tales como vibraciones de la bancada de la máquina, irregularidades del material de la pieza, defectos de la herramienta de corte, etc.)



Solución: $f = 233,92 \mu\text{m/vuelta}$.

CAPÍTULO 10

Prácticas de Laboratorio

10.1 MEDIDA Y ACOTACIÓN DE UNA PIEZA

Objetivos

En esta práctica se medirán las cotas significativas de una pieza y se establecerán la codificaciones ISO correspondientes.

Material necesario

Para la ejecución de la práctica se necesitará el siguiente material:

- Micrómetro de exteriores de apreciación igual a 0,01 mm;
- pie de rey de apreciación igual a 0,01 mm;

Procedimiento

- Medir 10 veces cada cota de la pieza. Para ello se usará el instrumento más apropiado para cada caso.
- Aplicar el criterio de rechazo de Chauvenet a cada muestra de datos.
- Obtener la medida final de cada cota y su correspondiente incertidumbre para un factor de incertidumbre $K = 2$ suponiendo que no existen desviaciones significativas en la escala de los instrumentos utilizados.
- Obtener la codificación ISO que mejor se ajuste a cada medida obtenida.

- Hacer un croquis de la pieza medida con las codificaciones ISO obtenidas.

10.2 CALIBRACIÓN DE UN INSTRUMENTO DE MEDIDA

Objetivos

En esta práctica se calibrará un micrómetro de exteriores.

Material necesario

Para la ejecución de la práctica se necesitará el siguiente material:

- un juego de bloques patrón de calidad 0;
- un micrómetro de apreciación igual a 0,01 mm;

Procedimiento

- Elegir tres puntos del campo de medida del micrómetro, tratando de cubrir los valores centrales y extremos del mismo (procurar que la última cifra significativa sea diferente en cada campo seleccionado).
- Montar tres grupos de bloques patrón cuya dimensión más probable coincida con los valores seleccionados anteriormente (como máximo se podrán acoplar 3 bloques en cada grupo).
- Realizar 10 mediciones sobre cada grupo de bloques patrón.
- Aplicar el criterio de rechazo de Chauvenet a cada muestra de datos.
- Calcular las correcciones de calibración y las incertidumbres en cada punto del campo de medida para $n = 3$ (número de reiteraciones que se efectuarán con el instrumento calibrado sobre las piezas que se deseen medir), tomando $k = k_0 = 3$.

Método operativo

“MICRÓMETRO”

Apreciación =

TOMA DE DATOS:

Punto 1	Punto 2	Punto 3
$\bar{X}_1 =$	$\bar{X}_2 =$	$\bar{X}_3 =$
$s_1 =$	$s_2 =$	$s_3 =$

APLICACIÓN DEL CRITERIO DE RECHAZO:

	Punto 1	Punto 2	Punto 3
$\bar{X} + k(n) \times s$			
$\bar{X} - k(n) \times s$			

CÁLCULO DE CORRECCIÓN DE CALIBRACIÓN:

	Punto 1	Punto 2	Punto 3
ΔX_c			
Corrección global, $\bar{\Delta X}_c =$			

CÁLCULO DE INCERTIDUMBRES ($n = 3$):

	Punto 1	Punto 2	Punto 3
$u_0^2(\mu\text{m}) = (0,06 + 0,0005 \times X_0(\text{mm}))^2$			
$\frac{s_c^2}{n_c}$			
$\frac{s_m^2}{3} \simeq \frac{s_c^2}{3}$			
$\frac{\delta_j^2}{9} = \frac{(\overline{\Delta X_c} - \Delta X_{cj})^2}{9}$			
$u^2 = u_0^2 + \frac{s_c^2}{n_c} + \frac{s_m^2}{3} + \frac{\delta_j^2}{9}$			
u			
$u_{\text{máx}} =$			

INCERTIDUMBRE GLOBAL ($n = 3$):

$$U(n = 3) = u \times K \simeq$$

10.3 MEDICIÓN DEL DIÁMETRO INTERIOR DE UN CASQUILLO

Objetivos

En esta práctica se compararán dos procedimientos diferentes para la medición del diámetro interior D de un casquillo cilíndrico.

Material necesario

Para la ejecución de la práctica se necesitará el siguiente material:

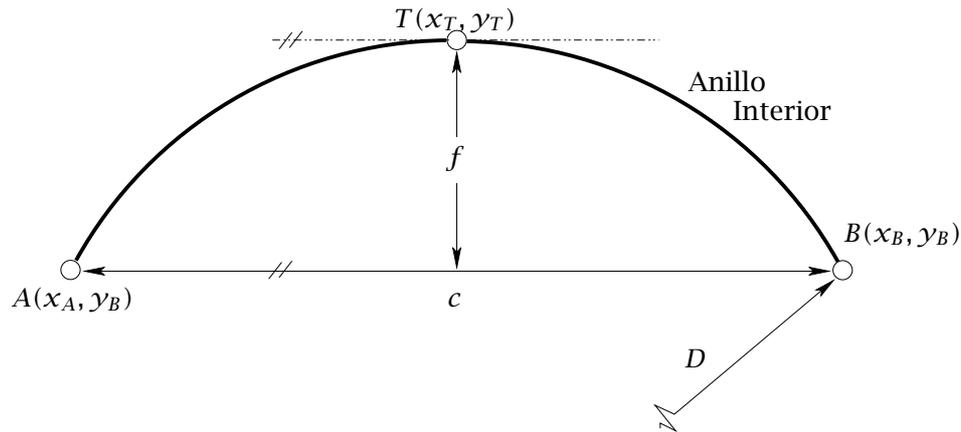
- un proyector de perfiles;
- una máquina medidora de alturas de apreciación 0,001 mm e incertidumbre asociada igual a 0,005 mm ($k = 2$);
- dos bolas calibradas de diámetros $D_1 = D_2 = 12,000 \pm 0,005$ mm ($k = 2$);
- una mesa de planitud.

Procedimiento

A continuación se describen los dos procedimientos empleados en esta práctica.

Método de la flecha

Para determinar el diámetro interior D del casquillo se utilizará un proyector de perfiles con el que se podrán obtener los valores de la cuerda c y flecha f de un determinado sector circular. Estos valores se determinarán a partir de las coordenadas de los puntos A , B y T indicados en la figura adjunta, donde T es el punto de tangencia entre el sector circular y una línea paralela a la que une los puntos A y B .

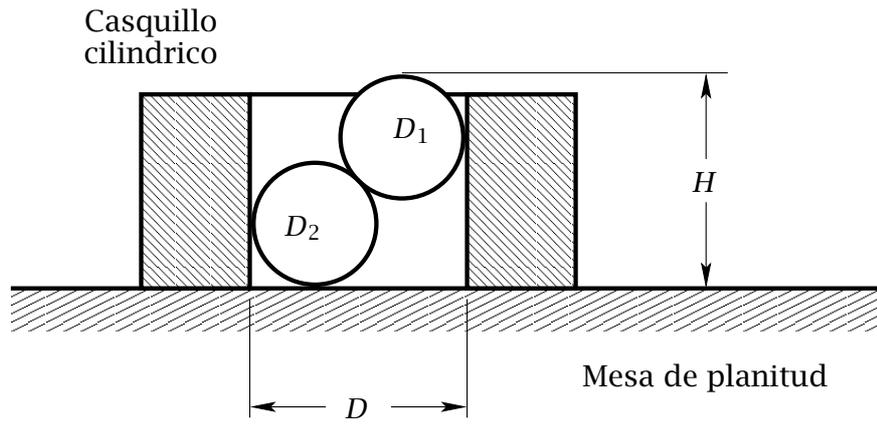


Se supondrá que el proyector de perfiles no presenta desplazamientos de escala significativos entre los puntos mencionados anteriormente, por lo que las distancias entre dichos puntos, que determinan las longitudes de la cuerda y de la flecha que se quieren determinar, no necesitan ser corregidas. Para determinar la variabilidad de las medidas obtenidas con el proyector de perfiles se realizará una prueba de repetibilidad efectuando 10 mediciones sobre el punto que presente un mayor grado de dispersión en sus medidas. Intuitivamente se puede apreciar que este punto será el punto de tangencia T . La variabilidad de la medida realizada con el proyector de perfiles sobre cualquier punto del casquillo se supondrá igual a la desviación típica s_{Y_T} obtenida en esta prueba de repetibilidad.

El diámetro interior del casquillo D se obtendrá reiterando medidas sobre 5 sectores circulares de la pieza. La incertidumbre final del diámetro interior se obtendrá para un factor de incertidumbre igual a 3.

Método de las dos bolas

Con este método, el diámetro interior del casquillo se obtendrá tal y como se indica en la figura. Para ello, se utilizarán dos bolas calibradas, D_1 y D_2 , de igual diámetro y una medidora de alturas con la que se obtendrá la distancia H entre la bola 1 y la mesa de planitud. Al igual que en el método anterior, se realizarán 5 determinaciones del diámetro del casquillo y se obtendrá la incertidumbre final utilizando un factor k igual a 3.



10.4 VERIFICACIÓN DEL ÁNGULO DE UN CONO

Objetivos

En esta práctica se verificará si el ángulo α del cono indicado en la figura se encuentra dentro de una tolerancia igual a $15^\circ \pm 5'$.

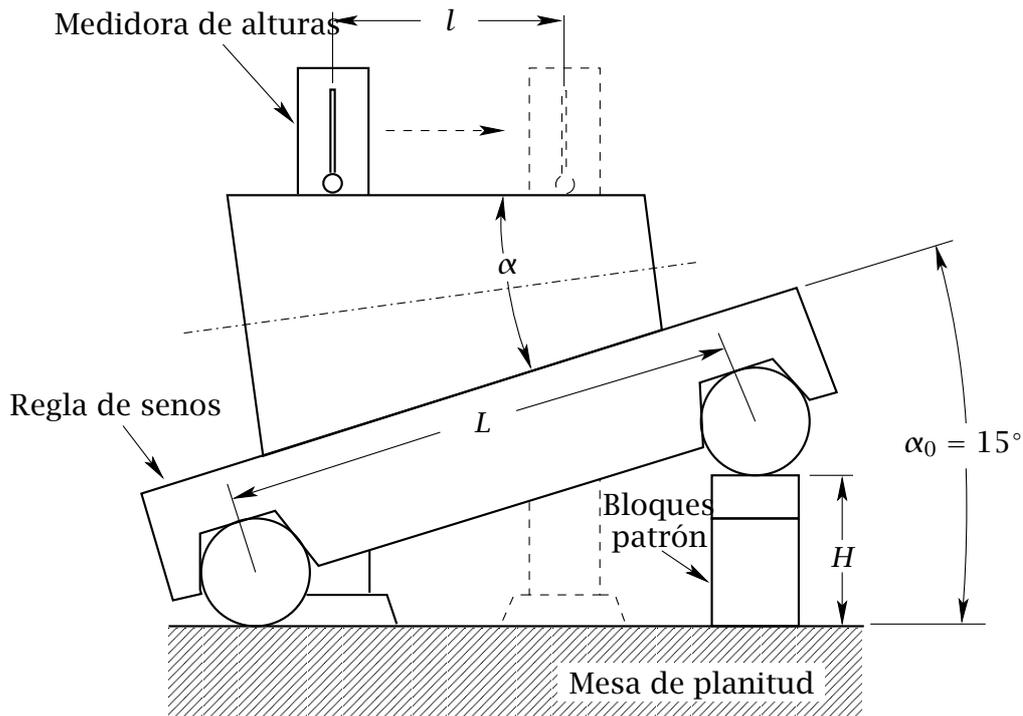
Material necesario

Para la ejecución de la práctica se requerirá el siguiente material:

- un juego de bloques patrón de calidad 0: $u_0(\mu\text{m}) = (0,06 + 0,0005 \times X_0(\text{mm}))$;
- una máquina medidora de alturas de apreciación igual a 0,001 mm e incertidumbre asociada igual a 0,005 mm ($k = 2$);
- una regla de senos de longitud entre los centros de sus rodillos $L = 100$ mm con incertidumbre asociada $\frac{U_L(k=2)}{L} = 10^{-5}$;
- una mesa de planitud.

Procedimiento

Para la medición del ángulo del cono (α) se dispondrá un montaje como el indicado en la figura.

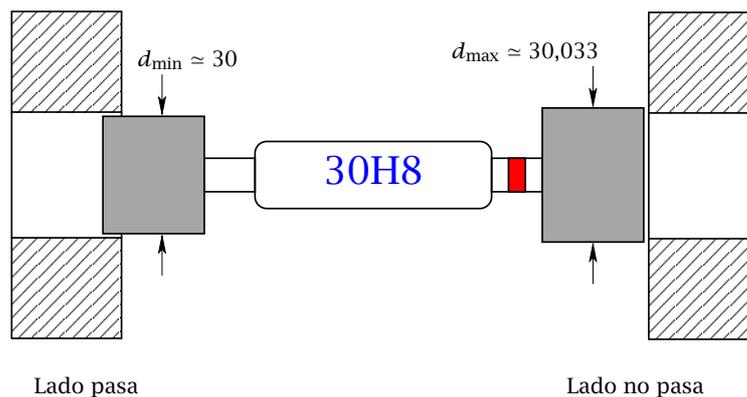


La medida se efectuará anotando la desviación apreciada por la máquina medidora de alturas cuando se desplaza una longitud $l = 50$ mm sobre la generatriz del cono. Se debe elegir un conjunto de bloques patrón adecuado para que la altura total (H) permita materializar el ángulo nominal $\alpha_0 = 15^\circ$ entre la regla de senos, de distancia entre los centros de sus rodillos de $L = 100$ mm, y la mesa de planitud.

10.5 VERIFICACIÓN DEL UN CALIBRE LÍMITE

Objetivos

En esta práctica se verificará el estado de un calibre límite de tipo tampón (véase la figura adjunta) utilizando una máquina medidora de una coordenada horizontal de elevada precisión dimensional.



Material necesario

Para la ejecución de la práctica se necesitará el siguiente material:

- un calibre límite tipo tampón;
- máquina medidora de una coordenada horizontal que permite obtener medidas con resolución de 0,0001 mm e incertidumbre igual a 0,0005 mm ($k = 2$);
- soporte para fijar el calibre en la máquina medidora.

Procedimiento

Se realizarán 10 medidas sobre cada lado del calibre. Los resultados de la medida final de cada lado se compararán con los límites admisibles especificados por ISO para calibres de este tipo (véanse las tablas que se exponen a continuación).

Intervalo de tolerancia (μm)						
Índice de tolerancia de la pieza	5	6	7	8-10	11-12	13-16
Calibre tampón cilíndrico	-	2	3	3	5	7
Calibre de herradura	2	3	3	4	5	7
Calibre de varilla con extremos esféricos	-	2	2	2	4	6
Calibre tampón plano-cilíndrico	-	2	3	3	5	7
Calibre tampón plano-esférico	-	2	2	2	4	6
Calibre de anillo	-	3	3	4	5	7
Calibre tampón patrón regulable	-	1	1	2	2	3
Disco patrón para calib. herradura	-	1	1	2	2	3
Anillo patrón regulable	-	1	1	2	2	3

Tabla 10.1: Amplitud de la franja de tolerancia de los calibres de límites.

Desviaciones de tolerancia del calibre (μm)																		
IT \rightarrow	5		6				7		8		9	10	11	12	13	14	15	16
Grupo (mm)	z	y	z		y		z	y	z	y	z	z	z	z	z	z	z	
\downarrow	z ₁	y ₁		z ₁		y ₁	z ₁	y ₁	z ₁	y ₁	z ₁							
> \leq 3	1	1	1	1,5	1	1,5	1,5	1,5	2	3	5	5	10	10	20	20	40	40
> 3 \leq 6	1	1	1,5	2	1	1,5	2	1,5	3	3	6	6	12	12	24	24	48	48
> 6 \leq 10	1	1	1,5	2	1	1,5	2	1,5	3	3	7	7	14	14	28	28	56	56
> 10 \leq 18	1,5	1,5	2	2,5	1,5	2	2,5	2	4	4	8	8	16	16	32	32	64	64
> 18 \leq 30	2	2	2	3	1,5	3	3	3	5	4	9	9	19	19	36	36	72	72
> 30 \leq 50	2	2	2,5	3,5	2	3	3,5	3	6	5	11	11	22	22	42	42	80	80
> 50 \leq 80	2	2	2,5	4	2	3	4	3	7	7	13	13	25	25	48	48	90	90
> 80 \leq 120	2,5	3	3	5	3	4	5	4	8	6	15	15	28	28	54	54	100	100
> 120 \leq 180	3	3	4	6	3	4	6	4	9	6	18	18	32	32	60	60	110	110
> 180 \leq 250	4	3	5	7	4	5	7	6	12	7	21	24	40	45	80	100	170	210
> 250 \leq 315	5	3	6	8	5	6	8	7	14	9	24	27	45	50	90	110	180	240
> 315 \leq 400	6	4	7	10	6	6	10	8	16	9	28	32	50	65	100	125	210	280
> 400 \leq 500	7	4	8	11	7	7	11	9	18	11	32	37	55	70	110	145	240	320

Desviaciones de tolerancia del calibre (μm)																																	
IT \rightarrow	6			7			8			9			10			11			12			13			14			15			16		
Grupo (mm)		a		y'	a																												
\downarrow	y'	a ₁	y' ₁	y' ₁	a ₁																												
> 180 \leq 250	2	2	3	3	3	3	4	4	4	7	7	10	10	15	15	25	25	45	45	70	70	110	110										
> 250 \leq 315	2	3	3	3	4	3	6	6	6	9	9	15	15	20	20	35	35	55	55	90	90	140	140										
> 315 \leq 400	2	4	2	2	6	2	7	7	7	11	11	15	15	30	30	45	45	70	70	110	110	180	180										
> 400 \leq 500	2	5	2	2	7	2	9	9	9	14	14	20	20	35	35	55	55	90	90	140	140	220	220										

Tabla 10.2: Desviación de la posición de la franja de tolerancia de los calibres de límites.

CAPÍTULO 11

Pruebas de Evaluación

11.1 CUESTIONES DE AUTOEVALUACIÓN

Cuestiones de metrología

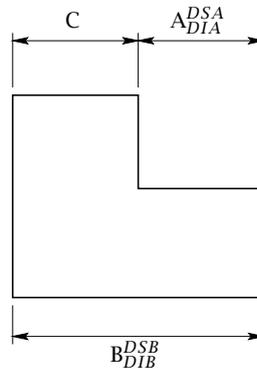
1. Expresa analíticamente el criterio de rechazo de Chauvenet e indica cómo lo aplicarías a una muestra de 15 medidas.
2. Describe brevemente el procedimiento de calibración del punto x_0 de un instrumento utilizando un patrón de incertidumbre expandida $U_0 = k_0 u_0$ y expresa la ecuación de incertidumbre del instrumento para un factor de calibración k .
3. Se pretende realizar una medida indirecta a partir de n medidas x_i independientes $y = f(x_1, \dots, x_s, \dots, x_n)$. Si las incertidumbres de las variables x_1, \dots, x_s se pueden clasificar como de tipo A (es decir, estimadas mediante procedimientos estadísticos) y las incertidumbres de las variables x_{s+1}, \dots, x_n de tipo B, obtener mediante la ley de propagación de varianzas la expresión de la incertidumbre de la medida indirecta y para un factor de incertidumbre k .
4. ¿Qué decisión adoptarías si 2 valores de una muestra de 15 medidas se encuentran fuera de los límites establecidos por el criterio de rechazo de Chauvenet?
5. Expresa analíticamente el criterio de rechazo de Chauvenet y establece el procedimiento que utilizarías para inspeccionar una muestra de 20 medidas.
6. ¿Qué elementos son necesarios para expresar actualmente una medida?

7. ¿Qué elementos intervienen en la calibración de un instrumento y qué relación existe entre ellos?
8. Se desea determinar la dimensión L de un bloque longitudinal cuando se trabaja con una temperatura superior a la de referencia en Δt . Teniendo en cuenta que el patrón de longitud inicial L_0 se dilata linealmente según el coeficiente α , es decir $L = L_0(1 + \alpha\Delta t)$, obténgase la incertidumbre de L suponiendo conocidas las varianzas u_{L_0} , u_α y $u_{\Delta t}$ correspondientes a L_0 , α y Δt , respectivamente.
9. Defínase el concepto de precisión e incertidumbre de una medida.
10. Cuando se utiliza un instrumento de incertidumbre asociada U para medir una pieza de tolerancia dimensional T , ¿qué relación recomendada debería existir entre los valores U y T para verificar apropiadamente la pieza?
11. Define los conceptos de incertidumbre y precisión de una medida e indica que relación existe entre ambos.
12. Describe brevemente el procedimiento de calibración del punto x_0 de un instrumento utilizando un patrón de incertidumbre expandida $U_0 = k_0 u_0$. Si en dicha operación de calibración se reiteran con el instrumento n_c medidas sobre el patrón obteniéndose un valor medio X_c y desviación típica s_c , determínese la corrección de calibración y su correspondiente incertidumbre para un factor de incertidumbre k .
13. Define brevemente los conceptos de incertidumbre y precisión. ¿Se puede asegurar que un instrumento con un buen grado de agrupamiento en sus medidas será un instrumento preciso? Razona la respuesta.
14. Enumera los elementos básicos que intervienen en cualquier proceso de medida.
15. ¿Qué información básica se obtiene de la calibración de un instrumento de medida? Define los conceptos de precisión de un instrumento e incertidumbre de una medida.
16. Define brevemente los conceptos de tolerancia, incertidumbre y precisión. ¿Entre qué valores es recomendable que se encuentre la relación entre la tolerancia de una pieza fabricada y la incertidumbre del instrumento que se utiliza para su verificación?

17. Define brevemente el concepto de trazabilidad de una medida.

Cuestiones de tolerancias dimensionales

- Para fabricar la pieza mostrada en la figura son necesarias la cota A y la nueva cota C, por lo que se decide realizar una operación de transferencia de cotas sustituyendo la cota B por la nueva cota C.

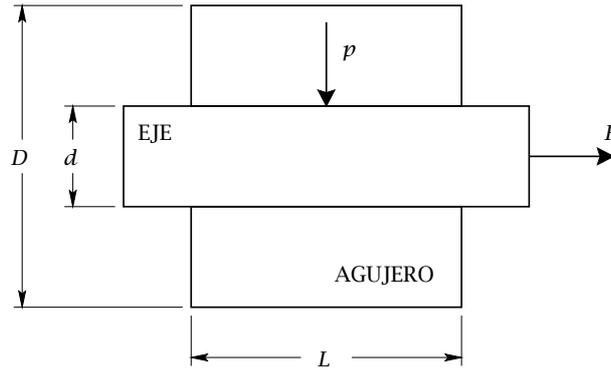


- ¿Qué condición se debe cumplir para poder realizarse esta operación?
 - Determinar las desviaciones y tolerancia de la nueva cota C.
- Diferencias entre el sistema de ajuste de agujero base y el sistema de ajuste de eje base. ¿Cuáles son las razones que justifican la utilización del sistema de agujero base.?
 - Hágase un esquema con las dimensiones admisibles de un calibre límite empleado para verificar ejes de cota nominal superior a 180 mm.
 - En un acoplamiento eje-agujero ISO H6/g5.
 - Define el tipo de ajuste, con sus principales características.
 - Forma de montaje recomendada.
 - Medidas nominales del calibre de fabricación para el eje.
 - En un acoplamiento eje-agujero ISO 30H6/p5, define:
 - tipo de ajuste;
 - presión de calado;
 - pérdida de apriete por alisado;
 - medidas nominales del calibre de fabricación para el agujero.

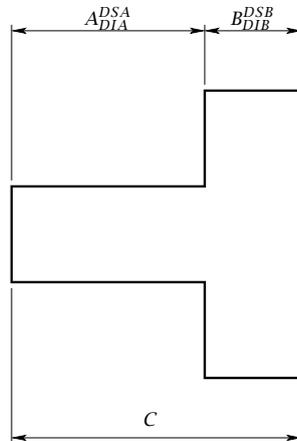
6. Representa gráficamente los límites admisibles de dos calibres de herradura: uno con dimensiones inferiores a 180 mm y otro con dimensiones superiores a 180 mm.
7. Para un acoplamiento eje-agujero con designación ISO 30H6/g5.
 - a) Define el tipo de ajuste y sus principales características.
 - b) Valores máximos y mínimos de los juegos/aprietes del acoplamiento.
 - c) Modificación de las condiciones del ajuste cuando la temperatura alcanza un valor de 100 °C. Calcular los nuevos valores máximos y mínimos de los nuevos juegos/aprietes teniendo en cuenta que los coeficientes de dilatación lineal del eje y del agujero son, respectivamente, 18×10^{-6} y $10 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.
8. Define brevemente:
 - Adición de cotas.
 - Transferencia de cotas.
9. Diferencias entre el sistema de ajuste de agujero base y el sistema de ajuste de eje base. ¿Cuáles son las razones que justifican la utilización del sistema de agujero base?
10. Hágase un esquema con las dimensiones admisibles de un calibre límite empleado para verificar agujeros de cota nominal superior a 180 mm
11. Calcular el valor máximo que el agujero mostrado en la figura puede alcanzar para que el acoplamiento eje-agujero de cota nominal d permanezca unido cuando se ejerce sobre el eje de dimensiones $d_{d_i}^0$ una fuerza axial máxima igual a F . El eje y el agujero son del mismo material con módulo de elasticidad E , y se trabaja con la hipótesis de rozamiento seco eje-agujero con coeficiente de rozamiento μ . La presión producida en el calado es:

$$p = 2U \frac{1}{2} E \left(\frac{1}{d} - \frac{d}{D^2} \right),$$

donde $2U$ es el apriete o interferencia diametral.



12. Para fabricar la pieza mostrada en la figura, se utilizará la cota A y la nueva cota C. Para ello, se deberá realizar una sustitución de la cota B por la nueva cota C.

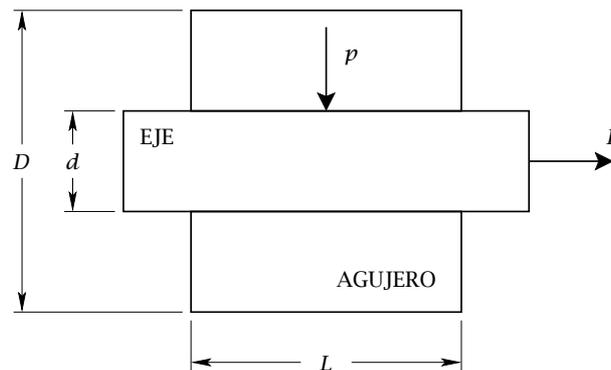


- a) En qué condiciones será posible realizar dicha sustitución.
 - b) Determinar las desviaciones y tolerancia de la nueva cota C.
13. Haz un esquema gráfico con las desviaciones de tolerancia de un ajuste indeterminado y calcula, en función de dichas desviaciones, los aprietes u holguras máximas y mínimas que se pueden presentar.
14. Explica brevemente la diferencia fundamental entre operaciones de cotas por adición y por transferencia. ¿Qué condición mínima se ha de cumplir para poder efectuar una operación por transferencia?
15. Calcular el valor máximo que el agujero mostrado en la figura puede alcanzar para que el acoplamiento eje-agujero de cota nominal d permanezca unido cuando se ejerce sobre el eje de dimensiones $d_{d_i}^0$ una fuerza axial máxima igual a F . El eje y el agujero son del mismo material con módulo de elasticidad E , y se trabaja con

la hipótesis de rozamiento seco eje-agujero con coeficiente de rozamiento μ . La presión producida en el calado es:

$$p = 2U \frac{1}{2} E \left(\frac{1}{d} - \frac{d}{D^2} \right),$$

donde $2U$ es el apriete o interferencia diametral.

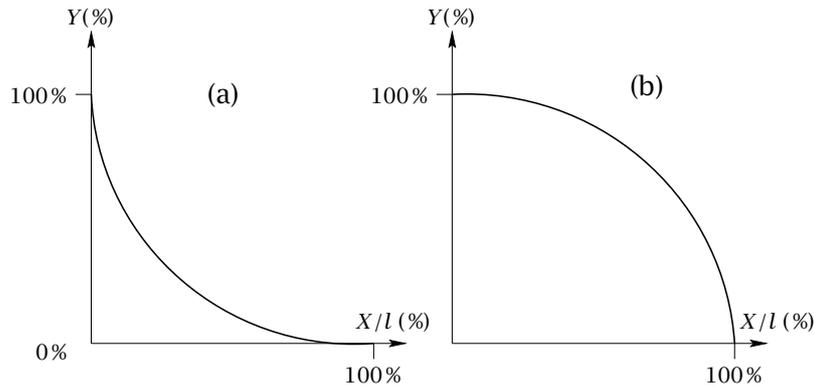


16. Deduce el valor del apriete necesario para producir una presión de calado p en el ajuste entre un eje y agujero con las siguientes dimensiones. Diámetro nominal exterior del agujero D , diámetro nominal interior del agujero y exterior del eje d y diámetro interior del eje δ .
17. ¿A qué tipo de calibre le corresponde una codificación ISO 10H6N? Representa esquemáticamente, sin necesidad de especificar valores numéricos, las desviaciones de tolerancias de los dos lados del calibre nuevo y desgastado.
18. ¿A qué tipo de calibre le corresponde una codificación ISO 30h6N? Representa esquemáticamente, sin necesidad de especificar valores numéricos, las desviaciones de tolerancias de los dos lados del calibre nuevo y desgastado.
19. Desde el punto de vista económico, ¿qué sistema de ajuste entre un eje y un agujero es el más recomendable? Indica las características fundamentales de cada sistema de ajuste.
20. Representa esquemáticamente las desviaciones de toleración de un calibre de herradura y un calibre tampón. ¿Qué tipo de calibre corresponde a la denominación 30H6N y qué particularidad presenta con respecto a otro calibre con denominación 30H6?

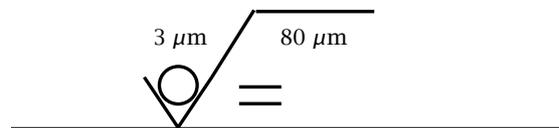
21. ¿En qué casos no es posible aplicar una operación de transferencia de cotas? ¿Qué operación deberías aplicar para obtener una cota no representada en el plano de diseño a partir de las cotas especificadas en él si la pieza se ha fabricado según tolerancias?
22. Dibuja el acoplamiento entre un eje y un agujero con un ajuste indeterminado calculando en función de las desviaciones superior (D_s y d_s) e inferior (D_i y d_i) para agujer y eje, respectivamente, las situaciones extremas que se pueden presentar (juegos o aprietes).
23. ¿En qué situaciones se recomienda el uso del sistema de ajustes de eje base? ¿Cuáles son las principales características de dicho sistema?
24. ¿Es posible aplicar siempre una operación de transferencia para obtener una cota nueva del plano de una pieza? Razona la respuesta.

Cuestiones de acabado superficial

1. En un rugosímetro que explora dos superficies a lo largo de la longitud básica l se obtienen los diagramas del perfil portante representados en la figura. Indica el comportamiento de cada superficie explorada (bueno o malo) frente al desgaste y a su capacidad de lubricación.



2. Define la desviación media aritmética del perfil, R_a . ¿Qué información proporciona?
3. Define brevemente:
- Desviaciones de forma y de rugosidad.
 - Parámetros de calidad superficial.
4. Representa esquemáticamente el perfil portante típico de una superficie resistente al desgaste y el perfil portante típico de una superficie con alta capacidad para la lubricación. Justifica la respuesta.
5. Define el concepto de desviación media aritmética del perfil de rugosidad. Interpreta el símbolo de la figura.



6. Define la desviación media aritmética del perfil, R_a , e indica que información proporciona. ¿Es apropiado este parámetro para determinar la resistencia al desgaste de una superficie? ¿Qué método usarías para determinar la capacidad de lubricación de una superficie?

7. ¿Qué información útil proporciona el perfil portante de una superficie? Representa gráficamente un perfil portante típico de una superficie con una alta resistencia al desgaste.
8. Haz un gráfico con la simbología que utilizarías para definir el acabado superficial de una pieza obtenida mediante un proceso de conformado por deformación plástica. El acabado superficial se especifica mediante la desviación media aritmética del perfil $R_a = 1 \mu m$ evaluado sobre una longitud básica $l = 2 mm$.
9. Representa gráficamente la tolerancia de acabado superficial correspondiente a la superficie de una pieza obtenida por conformación plástica en la que la desviación media del perfil debe ser de $10 \mu m$ evaluada a lo largo de una longitud básica de $100 \mu m$.
10. ¿Qué característica de un acabado superficial suele utilizarse para determinar la resistencia al desgaste o la capacidad de lubricación de una pieza? Pon un ejemplo ilustrativo de dos superficies con la misma altura máxima del perfil microgeométrico y que posean comportamientos diferentes frente al desgaste.
11. ¿Para qué características superficiales es útil el parámetro de rugosidad R_a (desviación media aritmética de las irregularidades del perfil)?

11.2 EJERCICIOS DE APLICACIÓN PRÁCTICA

Problemas de metrología

1. **JUN00**¹ Para evaluar el radio de una plantilla circular se realizan medidas de parejas de cuerdas (C) y flechas (F), obteniéndose los siguientes valores:

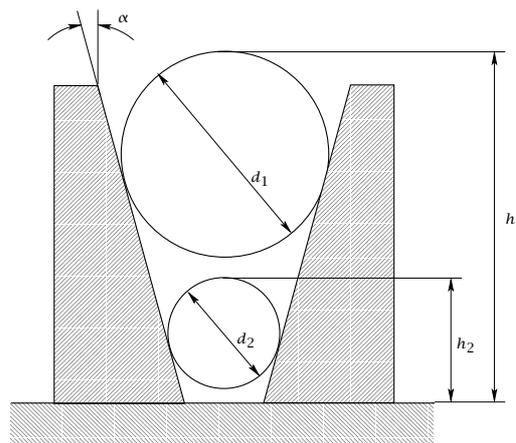
$$C_1 = 16,183 \text{ mm} \quad F_1 = 4,125 \text{ mm}$$

$$C_2 = 17,364 \text{ mm} \quad F_2 = 5,037 \text{ mm}$$

El error o incertidumbre ($k = 2$) de cada una de las cuatro medidas anteriores es 0,007 mm. Se pide determinar el valor del radio de la plantilla y el error total o incertidumbre asociada a dicha determinación para un factor de incertidumbre $k = 2$.

Sol: $R = 10,000 \pm 0,008 \text{ mm}$ ($k = 2$).

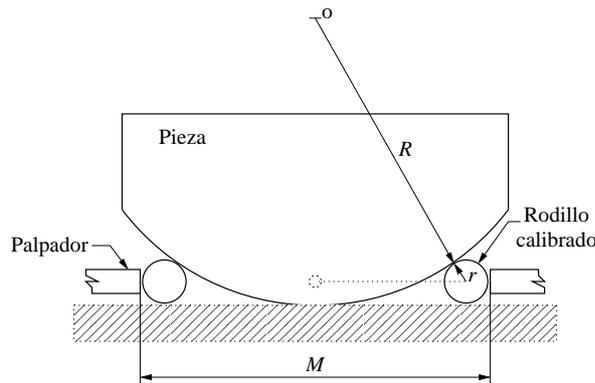
2. **JUN04** El ángulo α de la pieza representada en la figura se determina usando dos bolas calibradas de diámetros $d_1 = 20,000 \pm 0,001 \text{ mm}$ ($k = 2$) y $d_2 = 8,000 \pm 0,001 \text{ mm}$ ($k = 2$). Las alturas h_1 y h_2 se determinan con un gramil de alturas de incertidumbre igual a 0,005 mm para $k = 3$, resultando valores iguales a 30,000 y 10,000 mm, respectivamente. Determinése el valor del ángulo α y su correspondiente incertidumbre para un factor $k = 2$. Considérese que el valor final del ángulo se debe dar con una resolución máxima de segundos (").



¹El código en negrita que aparece al principio del enunciado de cada ejercicio corresponde a la convocatoria (febrero (FEB), junio (JUN) o septiembre (SEP)) y año (últimos dos dígitos) del examen final de la asignatura "Introducción a los Procesos de Fabricación" de la Titulación de Ingeniería Industrial que se imparte en esta universidad.

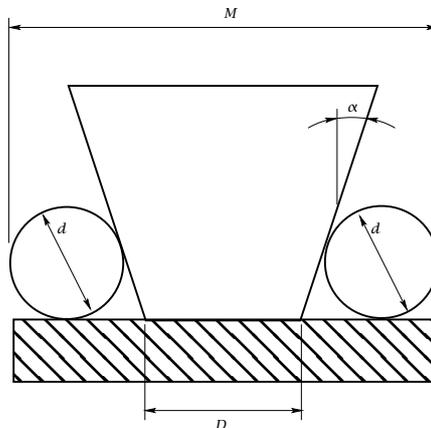
Sol: $\alpha = 25^{\circ}22'37'' \pm 6'56''$ ($k = 2$).

3. **FEB05** Se pretende medir el radio R de una pieza utilizando el método de los dos rodillos. Para ello se utiliza un micrómetro de exteriores de apreciación milesimal e incertidumbre $U_M = 0,005$ mm ($k = 2$) y dos rodillos calibrados de radio $r = 5,000 \pm 0,001$ mm ($k = 2$). Si el resultado de la medida realizada con el micrómetro es de $M = 55,975$ mm, determínese el radio de la pieza y su correspondiente incertidumbre para un factor de incertidumbre $k = 3$.



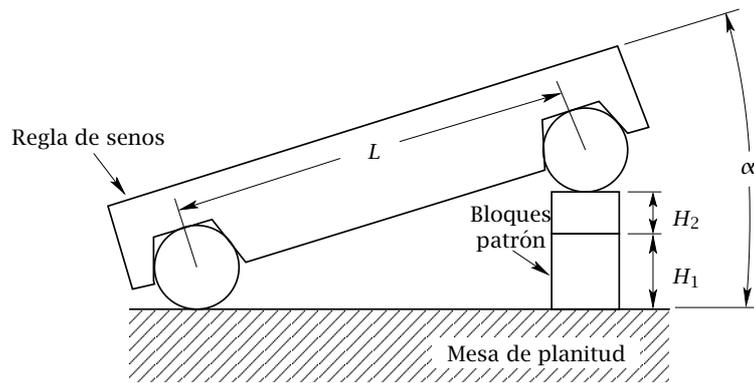
Sol: $R = 26,421 \pm 0,015$ mm ($k = 3$).

4. **SEP09** Determinar el valor del diámetro menor D del cono de ángulo $\alpha = 30^{\circ} \pm 5''$ ($k = 3$) y su correspondiente incertidumbre para un factor $k = 2$. En el montaje de la figura se emplean dos bolas calibradas de diámetro $d = 20,000 \pm 0,001$ mm ($k = 2$) y la medida M realizada con una medidora horizontal fué igual a $M = 80,500 \pm 0,002$ mm ($k = 2$). Se valorará especialmente el uso de un redondeo apropiado para el resultado final.



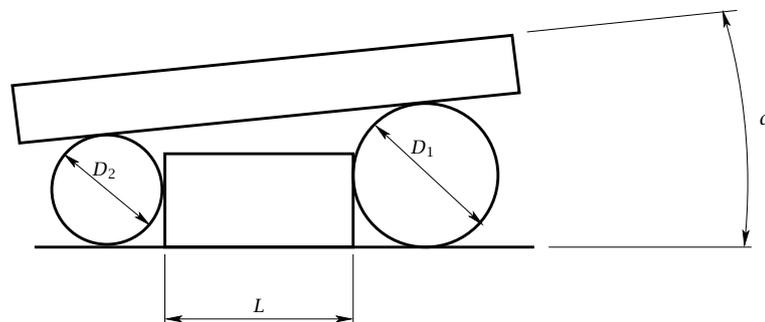
Sol: $D = 25,859 \pm 0,003 \text{ mm}$ ($k = 2$).

5. **JUN07** Calcular el ángulo α en el sistema sexagesimal y su correspondiente incertidumbre para un factor $k = 2$ materializado por el dispositivo mostrado en la figura. Se utilizan dos bloques patrón de dimensiones $H_1 = 25,00 \pm 0,01 \text{ mm}$ ($k = 2$) y $H_2 = 8,00 \pm 0,01 \text{ mm}$ ($k = 2$). La regla de senos presenta una distancia entre los centros de los rodillos $L = 100,00 \pm 0,01 \text{ mm}$ ($k = 3$). Se valorará el uso de un redondeo apropiado para el valor final del ángulo α .



Sol: $\alpha = 19^{\circ}16'8'' \pm 32''$ ($k = 2$).

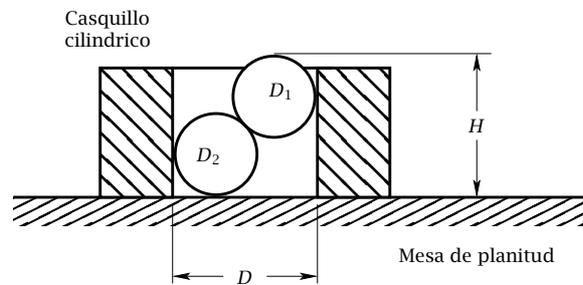
6. **SEP07** Dado el montaje de la figura, determinar el valor del ángulo α y su correspondiente incertidumbre para un factor $k = 2$. La longitud del bloque patrón es $L = 10,250 \pm 0,001 \text{ mm}$ ($k = 2$) y el diámetro de las dos varillas calibradas es $D_1 = 15,0000 \pm 0,0005 \text{ mm}$ ($k = 2$) y $D_2 = 10,0000 \pm 0,0005 \text{ mm}$ ($k = 2$). Se valorará especialmente el uso de un redondeo apropiado para el valor final del ángulo α .



Sol: $\alpha = 12^{\circ}32'32'' \pm 4''$ ($k = 2$).

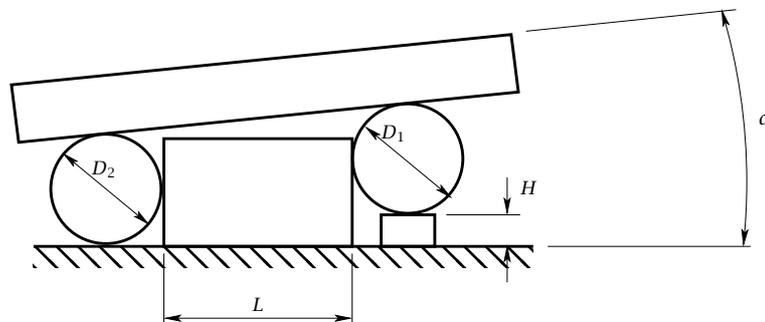
7. **JUN08** Para la medida del diámetro D del casquillo de la figura se utilizaron dos esferas con diámetro $D_1 = D_2 = 10,000 \pm 0,002$ mm para $k = 2$. La altura H se determinó mediante un gramil de incertidumbre 0,005 mm para $k = 2$, obteniéndose un valor igual a 18,500 mm. Se pide:

- Calcular el diámetro D del casquillo de la figura y su correspondiente incertidumbre para un factor $k = 3$.
- Indicar qué elemento es el que más afecta a la precisión de la medida y por tanto, teniendo en cuenta que el coste de incremento de precisión de todos los elementos es el mismo, qué estrategia seguirías para mejorar el proceso de medida.



Sol: $D = 15,268 \pm 0,016$ mm ($k = 3$).

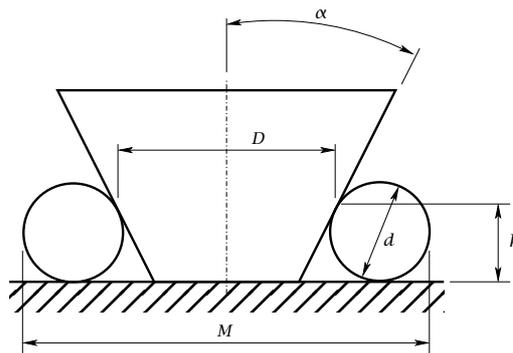
8. **SEP08** Determinar, para el montaje de la figura, el valor del ángulo α y su correspondiente incertidumbre para un factor $k = 2$. Se utilizan los siguientes bloques patrón: $L = 10,000 \pm 0,001$ mm ($k = 2$) y $H = 2,000 \pm 0,001$ (K = 2). El diámetro de las dos varillas calibradas es $D_1 = D_2 = 10,0000 \pm 0,0005$ mm ($k = 2$). Se valorará especialmente el uso de un redondeo apropiado para el valor final del ángulo α .



Sol: $\alpha = 5^\circ 42' 38'' \pm 11''$ ($k = 2$).

9. **JUN09** Determinése el diámetro D (valor nominal e incertidumbre asociada con $k = 2$) del cono a la altura h (distancia entre la base y el punto de tangencia entre el rodillo y el cono) mediante el procedimiento de medida mostrado en la figura teniendo en cuenta los valores que se indican a continuación:

$$r = 5,0000 \pm 0,0005 \text{ mm } (k = 2); \alpha = 30^{\circ}0' \pm 3' (k = 2); M = 26,310 \pm 0,002 \text{ mm } (k = 2).$$



Sol: $D = 7,65 \pm 0,01 \text{ mm } (k = 2)$.

10. **JUN10** Se pretende determinar la codificación ISO de la longitud de una varilla. Para ello, se realizan 10 medidas con una medidora de una coordenada en un recinto que se encuentra a una temperatura $T = (27,05 \pm 0,02)^{\circ}\text{C}$ ($k = 2$). El resultado de las medidas en mm es el siguiente:

28,24; 28,23; 28,23; 28,25; 28,24; 28,23; 28,29; 28,22; 28,24; 28,23.

Teniendo en cuenta que la incertidumbre de la medidora es igual a 0,01 mm para $k = 3$ y que el coeficiente de dilatación lineal del material de la barra medida (acero inoxidable) se estima con un valor de $(11,5 \pm 1,5)10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ($k = 2$), se pide:

- Aplicar el criterio de rechazo de Chauvenet.
- Obtener la longitud de la varilla y su correspondiente incertidumbre a la temperatura de 20°C para un factor $k = 2$.
- Obtener la codificación ISO de la varilla.

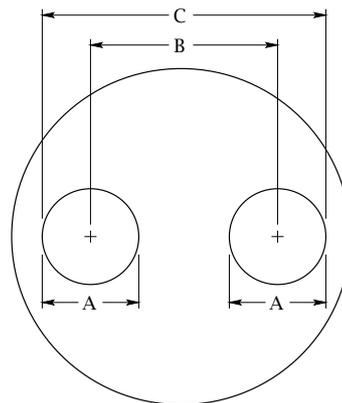
Sol: Se rechaza el dato 28,29; $28,23 \pm 0,02 \text{ mm } (k = 2)$; 28zb11.

Problemas de tolerancias dimensionales

1. **SEPO0** Se desea construir un cojinete de fricción de bronce para alojar el extremo de un eje de acero de diámetro 20h8. El margen de temperaturas del ajuste se debe encontrar comprendido entre -10°C y 80°C , y el juego no debe ser inferior a $10\ \mu\text{m}$ ni superior a $100\ \mu\text{m}$. Determinar las dimensiones del taladro de bronce más económico expresándolas según codificación ISO, sabiendo que el coeficiente de dilatación lineal del bronce es de $18 \times 10^{-6}\ \text{K}^{-1}$ y el del acero es de $11 \times 10^{-6}\ \text{K}^{-1}$.

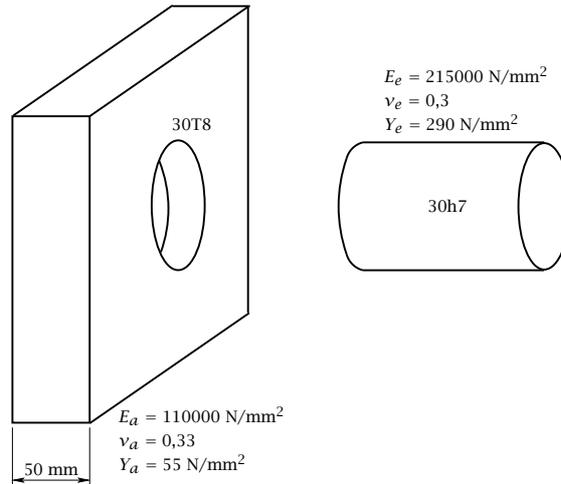
Sol: 20F8.

2. **SEPO0** Determinar el valor y la designación ISO de los agujeros de cota A si se supone que la pieza se ha acotado en un sistema de agujero base. Se sabe que la cota C tiene un valor 90_{30}^{100} , que la cota nominal de B es doble que la de A y que su intervalo de tolerancia está centrado con respecto al valor nominal.



Sol: 30H11.

3. **JUN04** En un acoplamiento entre un eje 30h7 y un agujero 30T8 como el mostrado en la figura se desea conocer cuál es el valor de la fuerza axial máxima que puede soportar el ajuste sin que éste se despegue teniendo en cuenta el coeficiente de rozamiento en seco entre eje y agujero es $\mu = 0,3$ y que la pérdida de apriete por alisamiento de las asperezas superficiales se puede considerar despreciable. Si el acoplamiento se somete a la fuerza axial máxima anteriormente calculada, ¿se producirán deformaciones permanentes en el eje que pongan en peligro la seguridad del acoplamiento.?

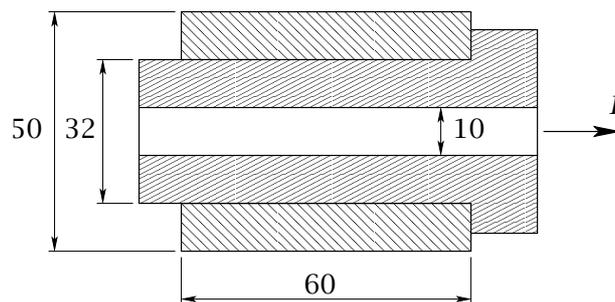


Sol: $F = 61412 \text{ N}$; no hay deformaciones permanentes.

4. **SEP04** Determiné las dimensiones del taladro de bronce más económico, expresándolas según codificación ISO, para alojar el extremo de un eje de acero de diámetro 30g7. Se desea que en el margen de temperaturas de trabajo del ajuste, de -10°C a 70°C , el juego no sea inferior a $10 \mu\text{m}$, ni superior a $120 \mu\text{m}$. El coeficiente de dilatación lineal del bronce es de $18 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ y el del acero $11 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

Sol: 30F9.

5. **FEB05** Se desea realizar el montaje entre dos piezas de acero con designación ISO 32h7 y 32S8. El eje presenta un taladro interior de 10 mm de diámetro, y la pieza sobre la que se acopla tiene un diámetro exterior de 50 mm (véase figura adjunta).



Teniendo en cuenta que el coeficiente de rozamiento entre ambas piezas se puede estimar en este caso con un valor de 0,3, determínese:

- a) Fuerza, F , que podría provocar el desacoplamiento de las dos piezas.

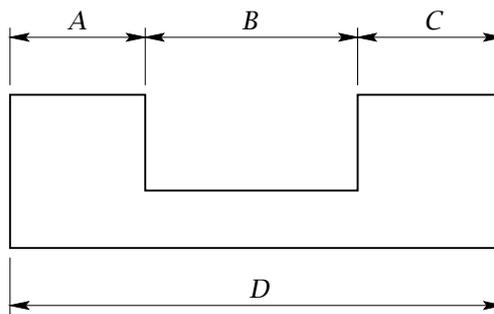
- b) Tensiones que se podrían alcanzar en el caso del apartado anterior. ¿Se producirá fluencia en alguna de las piezas? Considérese el criterio de fluencia de von-Mises.

Datos del acero: $E = 215000 \text{ N/mm}^2$; $Y = 190 \text{ N/mm}^2$; $\nu = 0,3$

Sol: $F = 60722,35 \text{ N}$; eje: $\sigma_{re} = -33,56 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{\theta e} = -40,81 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{ze} = 83,67 \text{ N/mm}^2$, no produce fluencia; agujero: $\sigma_{ra} = -33,56 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{\theta a} = 80,14 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{za} = 52,38 \text{ N/mm}^2$, no produce fluencia.

6. **FEBO6** Expresar mediante nomenclatura ISO, la calidad y la posición de la tolerancia de la cota B del croquis, teniendo en cuenta que la pieza ha sido mecanizada en base a las cotas siguientes (dimensiones en mm):

$$A = 65^{+0,025}_{+0,009}; C = 70^{+0,010}_{-0,002}; D = 235^{-0,065}_{-0,09}$$



Sol: $100^{-0,072}_{-0,125}$; 100T6.

7. **JUN06** Se desea realizar el montaje de un eje de acero en un cojinete de fricción de bronce de diámetro 30H7. En un intervalo de temperaturas comprendido entre 0 y 80 °C, la holgura entre ambos elementos debe estar comprendida entre 0,02 y 0,2 mm. Teniendo en cuenta que el coeficiente de dilatación lineal del bronce es de $18 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ y el del acero de $11 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, determínese la designación ISO del eje más económico que permita cumplir las condiciones anteriores.

Sol: 30e10.

8. **JUN07** Seleccionar el eje de aluminio más económico posible para alojarlo en un agujero de bronce 25H8 satisfaciendo las condiciones indicadas a continuación en el rango de temperatura comprendido entre -10 y 80 °C. La holgura entre ambos

elementos debe estar comprendida entre 30 y 200 μm . Los coeficientes de dilatación del aluminio y del bronce son, respectivamente, 22×10^{-6} y $18 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

Sol: 25e10.

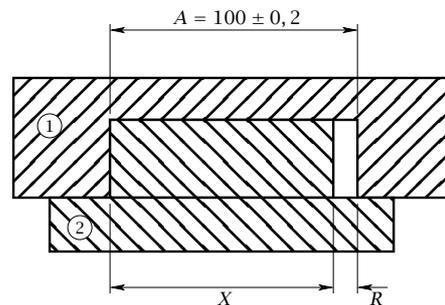
9. **SEP07** Seleccionar el cojinete de fricción de bronce más económico posible para alojarlo en el extremo de un eje de acero de diámetro 30g7. Se desea que en el margen de temperaturas de trabajo, de -10 a $70 \text{ }^\circ\text{C}$, el juego no sea inferior a $10 \mu\text{m}$ ni superior a $120 \mu\text{m}$.

- a) Determinar las dimensiones del taladro expresándolas según ISO, sabiendo que los coeficientes de dilatación del acero y del bronce son, respectivamente, 11×10^{-6} y $18 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.
- b) ¿Cuál es la temperatura por debajo de la cual los elementos seleccionados en el apartado anterior podrían producir un ajuste con apriete?

Sol: 30F9; $t = -108,57 \text{ }^\circ\text{C}$.

10. **JUN08** Sobre el plano indicado en la figura (las dimensiones son en mm):

- a) Determínese, según codificación ISO, la posición y calidad de la cota x indicada en el plano para que en el montaje de las piezas 1 y 2 sea posible un recorrido $R = 10_{0,0}^{+0,55} \text{ mm}$.
- b) Una vez fijada la codificación ISO de la cota x , determínense los valores posibles del recorrido R cuando se realice el montaje de dos piezas bien fabricadas.



Sol: 90b9; $R_{final} = 10_{0,02}^{0,507} \text{ mm}$.

11. **SEP08** Seleccionar el cojinete de fricción de bronce más económico posible para alojarlo en el extremo de un eje de acero de diámetro 30f8. Se desea que en el

margen de temperaturas de trabajo, de 20 a 100 °C, el apriete no sea inferior a 10 μm ni superior a 80 μm .

- a) Determinar las dimensiones del taladro expresándolas según ISO, sabiendo que los coeficientes de dilatación del acero y del bronce son, respectivamente, 11×10^{-6} y $18 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

Sol: 30Z5.

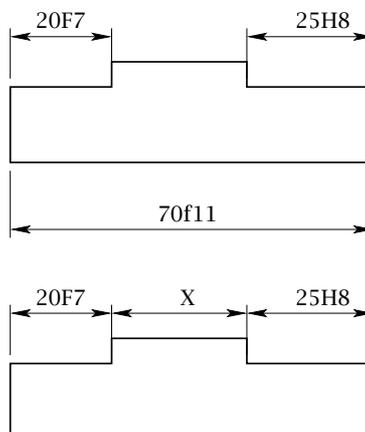
12. **JUN09** Se dispone de una serie de juegos de calibres desgastados de acero que medidos a 20 °C nos dan las siguientes medidas

Tipo de calibre	Lado PASA	Lado NO PASA
Tampón	54,930	54,983
Herradura	55,074	55
Herradura	55,008	54,987
Herradura	54,989	54,917

Se desea verificar una pieza cuya notación es 55h9. Indicar si alguno de los calibres puede servir y en su caso que se debería hacer para emplearlo.

Sol: El único calibre que podría emplearse es el cuarto, aunque su lado no pasa debería ser rectificado para incrementar su dimensión hasta el valor deseado.

13. **JUN10** Realizar los cálculos adecuados para reacotar, según codificación ISO, el plano de la forma indicada en la segunda figura con el fin de poder fabricar la pieza de acero.



¿Qué dimensiones podrá alcanzar la longitud total de la pieza fabricada según el plano de la segunda figura si ésta trabaja a 80°C ? El coeficiente lineal de dilatación del acero es $\alpha = 11 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.

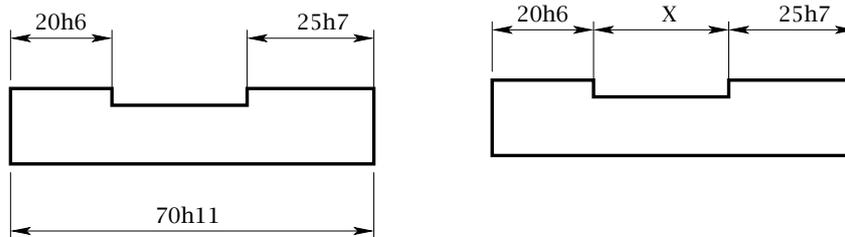
Sol: 25_{-240}^{104} ; 70,016 mm.

14. **SEP10** Seleccionar el cojinete de fricción de bronce más económico posible para alojarlo en el extremo de un eje de acero de diámetro 50f7. Se desea que en el margen de temperaturas de trabajo, de 20 a 100°C , el juego no sea inferior a $20 \mu\text{m}$ ni superior a $200 \mu\text{m}$.

- a) Determinar las dimensiones del taladro expresándolas según ISO, sabiendo que los coeficientes de dilatación del acero y del bronce son, respectivamente, 11×10^{-6} y $18 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$. Obviar cualquier falla del material por deformación plástica.
- b) ¿Qué temperatura debería alcanzar el acoplamiento para que el ajuste entre eje y agujero se produzca con apriete?

Sol: 50H10; $-408,57^{\circ}\text{C}$.

15. **SEP10** Realizar los cálculos adecuados para reacotar, según codificación ISO, la pieza de acero de la forma indicada en la segunda figura.



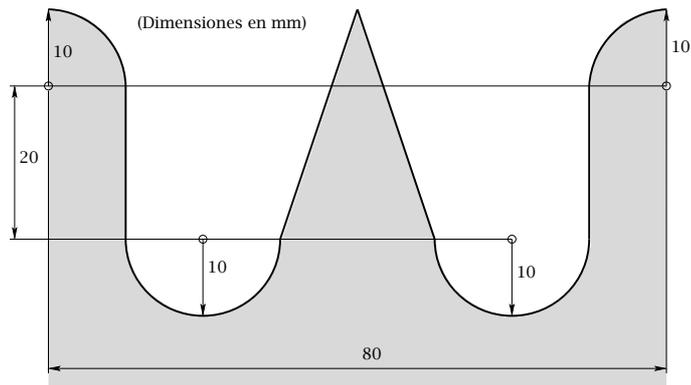
¿Qué dimensión máxima podría alcanzar la pieza fabricada según el plano de la segunda figura si ésta trabajase a 100°C ? El coeficiente lineal de dilatación del acero es $\alpha = 11 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.

Sol: 25_{-156}^0 ; 25N11; 70,062 mm.

Problemas de acabado superficial

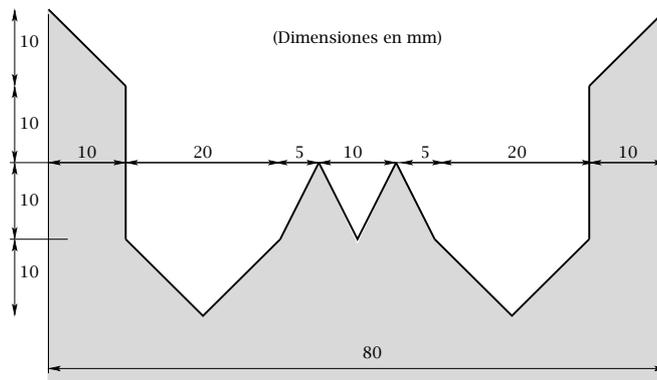
1. JUN06 Los resultados del perfil de una pieza obtenidos con un rugosímetro se muestran en la figura. La amplificación vertical y horizontal del registro gráfico es igual a 25000 y 100, respectivamente. Determinése:

- a) posición de la línea media y
- b) desviación media aritmética R_a del perfil.



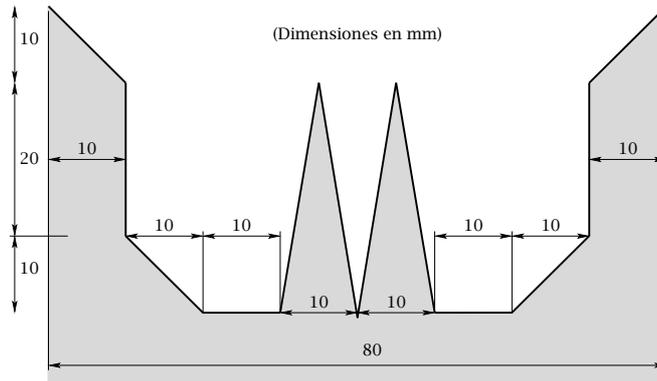
Sol: $y_m = 16,8 \text{ mm}$ ($0,67 \mu\text{m}$); $R_a = 0,6 \mu\text{m}$.

2. JUN07 Determinar, para el perfil de la figura, el parámetro de rugosidad de desviación media aritmética (R_a) y la altura de la línea media a cresta (R_p). Obtener también el perfil portante indicando las características superficiales relativas a resistencia al desgaste y capacidad de lubricación. La amplificación vertical y horizontal del registro gráfico es igual a 25000 y 100, respectivamente.



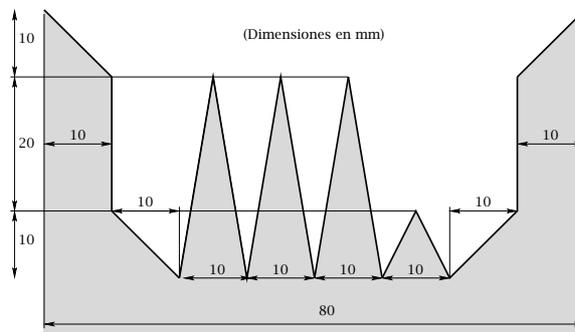
Sol: $R_a = 0,425 \mu\text{m}$; $R_p = 1,0 \mu\text{m}$; perfil portante: buena capacidad de lubricación y baja resistencia al desgaste.

3. **SEP07** Determinar, para el perfil de la figura, el parámetro de rugosidad de desviación media aritmética (R_a) y la altura de la línea media a cresta (R_p). Obtener también el perfil portante indicando las características superficiales relativas a resistencia al desgaste y capacidad de lubricación. La amplificación vertical y horizontal del registro gráfico es igual a 25000 y 100, respectivamente.

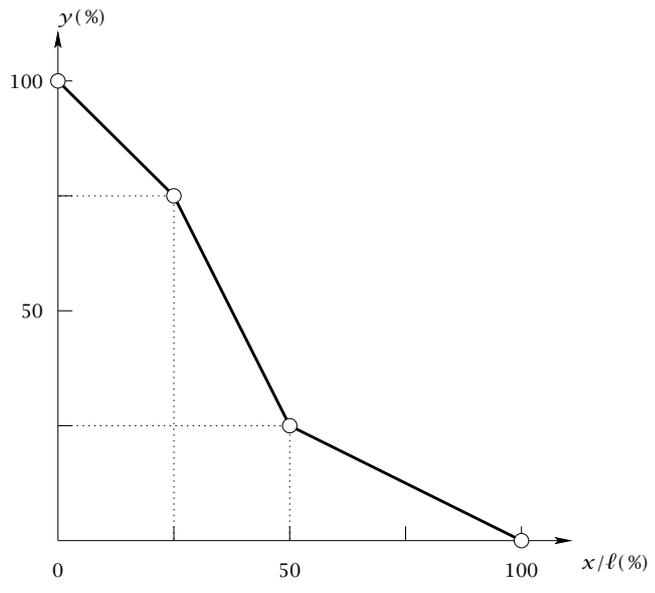


Sol: $\gamma_m = 13,75 \text{ mm}$; $R_a = 0,51 \text{ }\mu\text{m}$; $R_p = 1,05 \text{ }\mu\text{m}$.

4. **SEP09** Determinar, para el perfil de la figura, el parámetro de rugosidad de desviación media aritmética (R_a), la altura media del perfil (R_z) y la altura de la línea media a cresta (R_p). Obtener también el perfil portante indicando las características superficiales relativas a resistencia al desgaste y capacidad de lubricación. La amplificación vertical y horizontal del registro gráfico es igual a 25000 y 100, respectivamente.



Sol: $\gamma_m = 16,25 \text{ mm}$; $R_a = 0,47 \text{ }\mu\text{m}$; $R_p = 0,95 \text{ }\mu\text{m}$; $R_z = 1,6 \text{ }\mu\text{m}$; perfil portante aproximadamente concavo (a continuación se muestra la figura).



Bibliografía

- [1] Bentley, J.P., "Principles of Measurement Systems" (1995). Addison-Wesley.
- [2] BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML, "International Vocabulary of Basis and General Terms in Metrology" (1993) ISO.
- [3] Busch, T.; Harlow, R.; Thompson, R.L., "Fundamentals of Dimensional Metrology" (1989). Delmar, New York.
- [4] Carro, J., "Trazabilidad" (2000). Sección de Publicaciones de la ETSII de la Universidad Politécnica de Madrid.
- [5] Carro, J., "Curso de Metrología Dimensional" (1978). U.P.M. Sección de publicaciones de la E.T.S. Ingenieros Industriales.
- [6] Carro, J.; Pérez, J.M.; Sánchez, A.M.; Sebastián, M.A.; Torres, F.; Vizán, A., "Ejercicios de Tecnología Mecánica" (1992). U.P.M. Sección de publicaciones de la E.T.S. Ingenieros Industriales.
- [7] CEM (Centro Español de Metrología), "Disposiciones Legales sobre Metrología" (1996). Ministerio de Obras Públicas y Medio Ambiente.
- [8] Hume, K.J., "Metrología Industrial" (1968). River.
- [9] ISO, IEC, OIML, BIPM, "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement" (1992) ISO/TAG 4/WG 3.
- [10] Jerrard, H.G., McNeill, D.B., "Diccionario de Unidades Científicas y Técnicas" (1983) Ed. Bellaterra.
- [11] Morris, A.S., "Measurement and Calibration Requirements for Quality Assurance to ISO 9000" (1997). John Wiley & Sons, Chichester.

- [12] Pérez, J.M., “Tecnología Mecánica I” (1998). U.P.M. Sección de publicaciones de la E.T.S. Ingenieros Industriales.
- [13] Puncochar, D.E., “Interpretation of Geometric Dimensioning and Tolerancing” (1996). Industrial Press, New York.
- [14] Sánchez, A.M.; Carro, J., “Elementos de Metrología” (1996). U.P.M. Sección de publicaciones de la E.T.S. Ingenieros Industriales.
- [15] Sevilla, L.; Martín, M.J., “Metrología Dimensional” (2011). Universidad de Malaga.
- [16] Schröck, J., “Montaje, Ajuste, Verificación de Elementos de Máquinas” (1965). Reverté, Barcelona.