



Universidad
Politécnica
de Cartagena



industriales

etsii UPCT

Diseño de los sistemas de distribución en procesos de fundición por gravedad mediante un método analítico.

Titulación: Ingeniería Industrial
Alumno/a: Francisco Javier Plaza Urrutia
Director/a/s: Joaquín López Rodríguez

Cartagena, 09 de Julio de 2014

Índice general

ÍNDICE DE FIGURAS	3
ÍNDICE DE TABLAS	4
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN. FUNDICIÓN POR GRAVEDAD	6
1.1. Fundición en molde desechable	8
1.2. Fundición en molde permanente	10
1.3. Introducción a los sistemas de distribución.....	12
1.3.1. Sistemas de llenado por gravedad	13
1.3.1.1. Llenado directo	13
1.3.1.2. Llenado por la línea de partición del molde	13
1.3.1.3. Llenado por la parte inferior de la cavidad del molde	14
CAPÍTULO 2. DISEÑO DE LOS SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN	18
2.1. Geometría de los sistemas de distribución.....	18
2.2. Definición de objetivos.	19
2.3. Variables del sistema.	20
2.4. Parámetros geométricos de diseño.....	20
2.5. Consideraciones tomadas	22
2.6. Búsqueda de la solución analítica	23
2.6.1. Volumen del bebedero	23
2.6.1.1. Área superior del bebedero.....	24
2.6.1.2. Área inferior del bebedero	24
2.6.2. Volumen del canal de colada y puertas de entrada.....	26
2.6.3. Volumen de la base.....	29
2.6.4. Volumen total del sistema de distribución	31
2.7. Ventajas del proceso.....	33
CAPÍTULO 3. DESARROLLO DEL PROGRAMA EN FORTRAN.....	35
3.1. Proceso seguido por el programa	35
3.2. Uso de las bases de datos.	37
3.2.1. Base de datos de propiedades del molde.....	38
3.2.2. Base de datos de propiedades de la pieza.....	39
3.3. Diagrama de flujo.....	40

CAPÍTULO 4. ENSAYOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	42
4.1. Dependencia de la masa del sistema con el espesor del molde.....	42
4.1.1. Aleaciones de aluminio	43
4.1.2. Aleaciones de hierro	46
4.1.3. Aleaciones de níquel	50
4.1.4. Análisis de resultados.....	53
4.2. Dependencia de la masa del sistema con la altura del bebedero	53
4.2.1. Aleaciones de aluminio	54
4.2.2. Aleaciones de hierro	57
4.2.3. Aleaciones de níquel	61
4.2.4. Análisis de resultados.....	63
4.3. Otras posibles soluciones al problema	64
4.4. Aplicación práctica. Comparación de resultados entre el método tradicional y el uso del programa en Fortran.....	65
4.4.1. Problema planteado.....	65
4.4.2. Resolución mediante el método tradicional: uso de nomogramas	66
4.4.3. Resolución mediante el uso del programa en Fortran	72
4.4.4. Comparación de resultados: método tradicional y programa en Fortran	76
ANEXO I. CÓDIGO DEL PROGRAMA IMPLEMENTADO EN FORTRAN	77
ANEXO II. ARCHIVOS MATLAB PROPORCIONADOS.....	81
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	82

Índice de figuras

Figura 1.1. Vertido del metal fundido en el molde.	6
Figura 1.2. Etapas de crecimiento dendrítico del metal fundido en el molde.	7
Figura 1.3. Esquema de un proceso de fundición en molde de arena.	8
Figura 1.4. Esquema de un proceso de moldeo en cáscara.	9
Figura 1.5. Esquema de un proceso de fundición a la cera perdida.	9
Figura 1.6. Esquema de un molde metálico o coquilla.	10
Figura 1.7. Sistema de distribución utilizado para moldes por gravedad.	12
Figura 1.8. Llenado por la línea de partición del molde.	13
Figura 1.9. Llenado por la parte inferior de la cavidad del molde.	14
Figura 1.10. Nomograma para el dimensionamiento de los sistemas de distribución para aleaciones ligeras de densidad en torno a 2500 kg/m ³	16
Figura 1.11. Nomograma para el dimensionamiento de los sistemas de distribución para aleaciones pesadas de densidad en torno a 7000 kg/m ³	17
Figura 2.1. Esquema de un sistema de distribución utilizado para moldes por gravedad.	18
Figura 2.2. Elementos del sistema de distribución.	19
Figura 2.3. Esquema del sistema de distribución y dimensiones.	21
Figura 2.4. Cálculo del módulo local de la pieza.	22
Figura 2.5. Aplicación de la ecuación de Bernoulli.	25
Figura 2.6. Formación de vena contracta en la entrada al canal de colada.	29
Figura 2.7. Dimensiones de la base del bebedero y canal de colada.	29
Figura 3.1. Base de datos de propiedades del molde.	38
Figura 3.2. Base de datos de propiedades de la pieza.	39
Figura 3.3. Diagrama de flujo del programa en Fortran.	40
Figura 4.1. Nomograma para el ejemplo propuesto. Primera iteración.	67
Figura 4.2. Nomograma para el ejemplo propuesto. Segunda iteración.	70
Figura 4.3. Sistema de distribución diseñado en el problema propuesto mediante el método tradicional (uso de nomogramas).	72
Figura 4.4. Introducción de datos en el programa.	73
Figura 4.5. Resultados obtenidos en el problema planteado.	73
Figura 4.6. Sistema de distribución calculado tras la primera iteración del programa.	74
Figura 4.7. Sistema de distribución calculado tras la segunda iteración del programa.	75
Figura 4.8. Sistema de distribución calculado tras la tercera iteración del programa.	75
Figura 4.9. Comparación del sistema de distribución obtenido con el método tradicional con el obtenido mediante el programa en Fortran.	76
Figura II.1. Código del M-file en Matlab.	81
Figura II.2. Ejemplo de aplicación en Matlab.	81

Índice de tablas

Tabla 3.1. Propiedades térmicas de algunos materiales para el molde (Poirier y Poirier, 1994).....	38
Tabla 3.2. Propiedades térmicas de algunos materiales para la pieza (Poirier y Poirier, 1994).....	38
Tabla 4.6. Aluminio: $M_{sd}-e_{min}$ para distintas alturas del bebedero.	46
Tabla 4.12. Hierro: $M_{sd}-e_{min}$ para distintas alturas del bebedero.	49
Tabla 4.18. Níquel: $M_{sd}-e_{min}$ para distintas alturas del bebedero.	52
Tabla 4.24. Aluminio: $M_{sd}-h_{bebe}$ para distintos espesores del molde.....	57
Tabla 4.30. Hierro: $M_{sd}-h_{bebe}$ para distintos espesores del molde	60
Tabla 4.35. Níquel: $M_{sd}-h_{bebe}$ para distintos espesores del molde.....	63
Tabla 4.36. Resultados en cada una de las iteraciones realizadas por el programa para el problema planteado	74

Nomenclatura utilizada

Propiedades del molde		
K	conductividad térmica del molde	$\left[\frac{W}{m K} \right]$
Dens_{Molde}	Densidad del material del molde	$\left[\frac{kg}{m^3} \right]$
Cp_{Molde}	Calor específico del molde	$\left[\frac{J}{kg K} \right]$
T_o	Temperatura ambiente	[K]

Propiedades del metal		
Dens_{Mat}	Densidad del material	$\left[\frac{kg}{m^3} \right]$
H	calor latente de fusión	$\left[\frac{J}{Kg} \right]$
Tmp_f	Temperatura de fusión	[K]
V_{lim}	Velocidad límite del material	$\left[\frac{m}{s} \right]$

Superficies del sistema [m ²]	
A₁	Área superior del bebedero
A₂	Área inferior del bebedero
A_p	Área de la sección de entrada al molde
A_c	Área total de la sección del canal de colada

Variables para el llenado		
M_p	Masa de la pieza	[kg]
M_{sd}	Masa del sistema de distribución	[kg]
tf	tiempo de llenado	[s]
Q	Caudal	$\left[\frac{kg}{s} \right]$

Volúmenes del sistema [m ³]	
V_{bebe}	Volumen del bebedero
V_{base}	Volumen de la base del bebedero
V_{cc}	Volumen de canal de colada
V_{sd}	Volumen del sistema de distribución

Longitudes del sistema [m]	
D₁	Diámetro superior del bebedero
D₂	Diámetro inferior del bebedero
h₁	Distancia desde la superficie del material en el cazo hasta la sección superior del bebedero
h₂	Distancia desde la superficie del material en el cazo hasta la sección inferior del bebedero
h_{bebe}	Altura del bebedero
e_{min}	Espesor del molde
e_c	Ancho del canal de colada
l_c	Longitud del canal de colada

Factores adimensionales	
fs_{A1}	Factor de sobredimensionamiento del área superior del bebedero
fp_b	Factor de pérdidas en el cazo
fp_{bebe}	Factor de pérdidas en el bebedero
m	Número de entradas al molde

CAPÍTULO 1

Introducción. Fundición por gravedad

Hoy en día, el proceso de fundición es uno de los procesos que más ha perdurado en el tiempo teniendo constancia de que ya se utilizaban hace varios miles de años para la fabricación de distintas piezas para la caza, utensilios de guerra, etc. El uso que tienen en la actualidad está casi limitado a los metales aunque también se utilizan para otros tipos de materiales. Centrándonos en la fundición de metales, el proceso consiste en la introducción del metal fundido en un molde para su posterior solidificación y obtención de la forma final deseada (en la figura 1.1 se muestra el vertido del metal en la cavidad del molde).

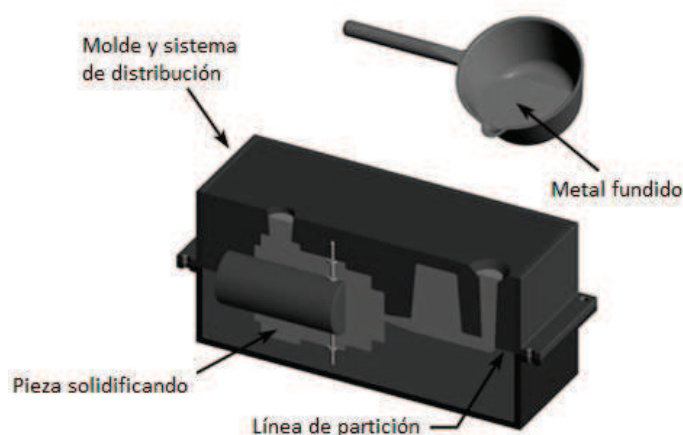


Figura 1.1. Vertido del metal fundido en el molde.

Por lo general, los procesos de fundición nos permiten tener cierta flexibilidad a la hora de obtener distintas geometrías para las piezas pudiendo obtener formas irregulares e incluso cavidades interiores. De hecho, mediante fundición se pueden obtener formas y tamaños que, mediante otros procesos de fabricación, serían totalmente inalcanzables. Existen distintas tecnologías en los procesos de fundición de metales cada una de ellas con sus propias características, ventajas y desventajas pero todas ellas englobadas en aspectos y conocimientos que conciernen temas como la transferencia de calor, de flujo y los procesos de solidificación. Todos estos aspectos son importantes para el control sistemático del proceso y están influidos por factores como la forma y el material del molde, el material de la pieza que se desea o la máquina utilizada. De estos, un aspecto muy importante es el material del molde diferenciando fundamentalmente 2 tipos:

- Moldes desechables. Formados por materiales que se disgregan para dar lugar a la forma final. Por lo general se utilizan yesos, arenas o cerámicas.
- Moldes permanentes. Se utilizan en la industria para la producción continua de piezas y, a diferencia de los desechables, no se disgregan tras utilizarse. De hecho se utilizan materiales con propiedades apropiadas para las condiciones exigentes como el acero o el grafito.

Los moldes permanentes tienen mayor conductividad térmica que los desechables por lo que tendrán mayor velocidad de enfriamiento y, por lo tanto, el metal solidificará antes. Esto es importante para controlar la microestructura de nuestra pieza, lo que afectará directamente a sus propiedades mecánicas. En el proceso de solidificación, no todo el metal solidifica al mismo tiempo sino que se van formando pequeños núcleos de cristalización conforme se va extrayendo calor del metal fundido de manera que los átomos pierden energía y se van uniendo en torno a estos núcleos de cristalización o dendritas. El metal en contacto con las paredes del molde solidificará más rápidamente debido a que la formación de los núcleos de cristalización tiene lugar antes en los puntos más fríos. Con el tiempo, los cristales que han ido solidificando estarán en contacto unos con otros, por lo que la única dirección de crecimiento que podrán experimentar será hacia el centro (Figura 1.2). Es en este punto donde cobra importancia el tiempo de solidificación del metal que, posteriormente, veremos como es un factor fundamental para el diseño de los sistemas de distribución ya que, un mayor tiempo para la solidificación provocará la formación de más núcleos de cristalización, la formación de más granos y de menor tamaño. Por lo general, cuanto menor es el tamaño de grano más deseable será dado que las propiedades mecánicas del material formado serán mejores.

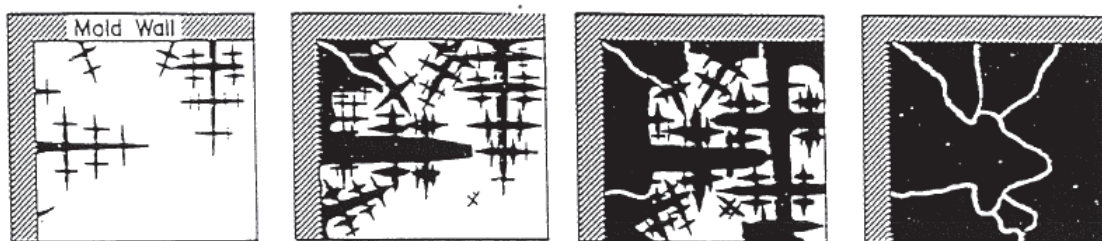


Figura 1.2. Etapas de crecimiento dendrítico del metal fundido en el molde.

A continuación se va a explicar más detalladamente los distintos procesos que encontramos en la fundición de metales diferenciando entre moldes desechables (Apartado 1.1) y permanentes (Apartado 1.2).

1.1. Fundición en molde desechable

Para la fabricación de moldes desechables el material más utilizado es la arena por su alta resistencia térmica y porque se trata de un material barato. Entre ellas encontramos las arenas de circonio, de sílice u olivínicas así como silicatos de hierro para el diseño de piezas de acero.

En la figura 1.3 encontramos un esquema de fundición donde se utiliza un molde de arena formado por una caja dividida en dos partes, una superior y otra inferior. La línea que divide ambas partes se denomina línea de partición.

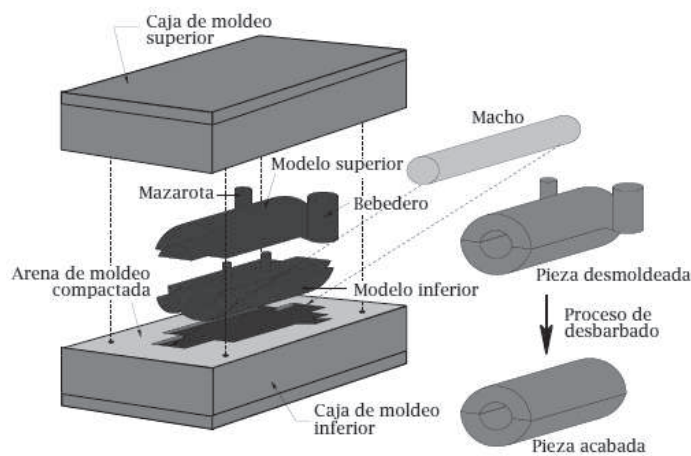


Figura 1.3. Esquema de un proceso de fundición en molde de arena.

Para la construcción de un molde de arena se utilizan modelos fabricados en madera o metal que reproducen la geometría de la pieza. Normalmente, la construcción se lleva a cabo en varias partes para que se puedan extraer con cierta facilidad una vez que la arena se ha compactado. Los modelos se deben sobredimensionar para compensar la contracción que experimenta el metal durante el proceso de solidificación. Si es necesario, se aplicará un proceso de conformación para eliminación de material.

Por otra parte, para favorecer la retirada de la pieza del molde con cierta facilidad y evitar el dañado de ésta, sus caras se fabrican con una pequeña inclinación denominada despulla. Ésta será el ángulo que forme la pared del modelo con la dirección de extracción y su valor suele estar normalizado encontrando normas como la DIN 1511 que aconseja una inclinación de entre 1 y 3° para modelos de madera y ángulos ligeramente más pequeños (entre 0,5 y 1°) para modelos de metal.

Para realizar cavidades internas se utilizan machos en los moldes (figura 1.3). Los machos estarán completamente rodeados de metal fundido por lo que deberán soportar

condiciones más extremas que el resto del molde. Por ello se aconseja que tengan buenas propiedades mecánicas y térmicas en lo que se refiere a permeabilidad, evacuación de calor y resistencia. Por último, la disgregación del molde debe ser sencilla una vez que la pieza ha solidificado para proceder a su extracción.

Existen otras técnicas especiales para la fabricación de moldes tales como, el moldeo en cáscara, donde se hace uso de resinas especiales sintéticas que cohesionan la arena por la acción del calor. Para estos casos, el modelo debe siempre ser metálico y se calentará hasta una temperatura de unos 200°C. De esta forma, la resina compacta a la arena de moldeo en poco tiempo dando lugar a una capa de un ligero espesor (figura 1.4.).

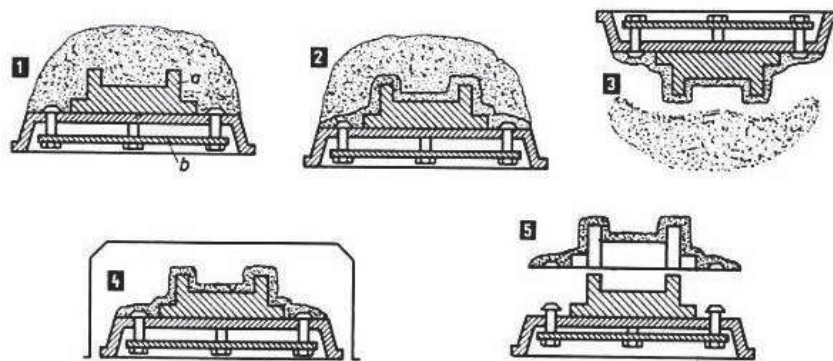


Figura 1.4. Esquema de un proceso de moldeo en cáscara.

Otra forma de fabricar un molde sería el moldeo a la cera perdida (Figura 1.5) donde el molde se construye utilizando modelos de materiales de punto de fusión bajo como puede ser la cera o el plástico. Una vez que se alcanza la forma final con la arena compactada, se extrae el modelo fundiéndolo para que pueda ser extraído sin dañar la forma del molde.

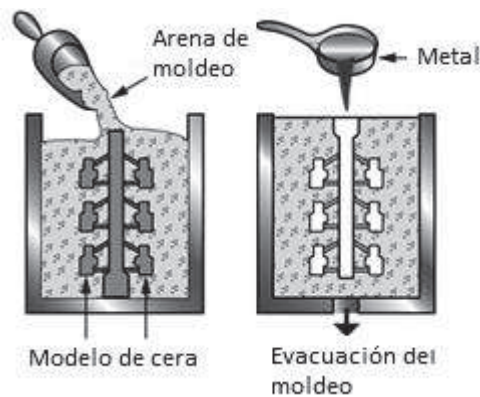


Figura 1.5. Esquema de un proceso de fundición a la cera perdida.

Mediante ésta técnica, se pueden conseguir moldes con geometrías muy complejas y, obteniendo además, mejores tolerancias que en los casos anteriores de manera que si el proceso de producción no requiere un control de tolerancias y acabados muy estrictos, las piezas podrían salir acabadas directamente de la fundición.

En la fabricación de moldes desechables también puede utilizarse yeso (sulfato de calcio) aunque únicamente servirá para la construcción de piezas de materiales no féreos como el oro, aluminio, cobre, etc. Esto se debe a que a temperaturas muy elevadas, el azufre del yeso reacciona con el hierro dando lugar a importantes defectos en la superficie de la pieza. De esta forma se obtienen piezas con buenos acabados, gran precisión y, sobre todo, una buena microestructura final de la pieza. Esto es debido a que el yeso posee baja conductividad térmica por lo que la solidificación de la pieza se da en un proceso relativamente lento. Una descripción más detallada de las técnicas presentadas se encuentra en Coca y Rosique, 1989.

1.2. Fundición en molde permanente

Como ya se ha mencionado, para los procesos de fundición donde se utilizan moldes permanentes (también denominados coquillas), estos suelen construirse de grafito o de metales como el hierro fundido, bronce, acero u otras aleaciones con propiedades refractarias. En la figura 1.6 se observa un molde permanente metálico donde el llenado se realiza por gravedad; método utilizado para la mayoría de los procesos de fundición en el que nos centraremos en los posteriores capítulos del presente proyecto.

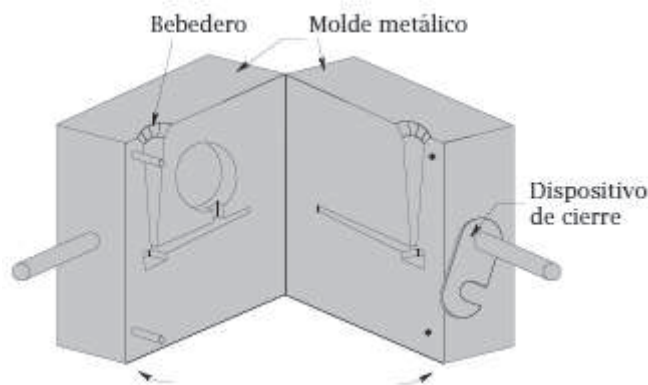


Figura 1.6. Esquema de un molde metálico o coquilla.

Para la fabricación de piezas con huecos internos se suelen utilizar machos contruidos con metal, grafito y, en ocasiones, incluso de arena. Dichos huecos o cavidades internas deben ser cubiertos con algún material refractario como por ejemplo arcillas o grafito. Los recubrimientos dan lugar también a una barrera térmica que reduce la velocidad de enfriamiento del metal fundido lo que dará lugar, posteriormente, a una microestructura con mejor tamaño de grano. Por otro lado, antes de verter el metal fundido en los moldes, éstos se suelen precalentar hasta una temperatura próxima a los 200°C con el fin de que el salto térmico no sea demasiado elevado.

Si los comparamos con los moldes de arena, en este tipo de fundición obtendremos mejores acabados superficiales y tolerancias de las piezas, así como una mejora en las propiedades mecánicas. Además, la principal ventaja es que permiten mayor velocidad en la fabricación de piezas permitiendo producir piezas en masa. Relacionado con esto último, desde hace un siglo se están investigando distintos métodos o tecnologías en la búsqueda de reducir los tiempos de fabricación introduciendo rápidamente el metal fundido en moldes que se encuentran inicialmente refrigerados. Estas técnicas, denominadas fundición por inyección a alta presión, requieren grandes costes de capital por lo que su rentabilidad está determinada para grandes volúmenes de producción. Por lo general, estos procesos se suelen automatizar con el fin de conseguir una mayor velocidad en la producción y buscar el máximo beneficio. Para este tipo de procesos, se suelen utilizar materiales para la fabricación de piezas con bajos y medios puntos de fusión como las aleaciones de estaño, zinc, magnesio, aluminio o aleaciones de hierro como, por ejemplo, el acero inoxidable.

Si se desea obtener piezas con un punto de fusión relativamente bajo, se suelen utilizar máquinas de cámara caliente, las cuales poseen el horno integrado como parte del sistema de inyección. Sin embargo, este tipo de máquinas no se utiliza para la fabricación de piezas de aleaciones como el aluminio, hierro o magnesio dado que dichas aleaciones pueden dañar el sistema de inyección cuando se encuentran a temperaturas por encima de su punto de fusión.

Para estos casos, podríamos usar máquinas de fundición de baja presión donde el metal fundido se inyecta con gas a presión o se succiona ejerciendo un vacío en el molde. Con este método se consigue una buena calidad en el material al evitar la aparición de numerosos poros. Se suele utilizar, en la actualidad, para la fabricación de piezas de acero y, por otra parte, se combinan con cámaras frías donde la fusión de metal se lleva a cabo en el exterior del sistema de inyección donde la cámara de inyección puede ser dispuesta en forma horizontal o vertical.

Las máquinas con cámara horizontal presentan la ventaja de que permiten ejercer mayor presión en el metal dando lugar a menores tiempos en la fabricación de piezas que en caso de cámaras verticales. El problema fundamental que tienen estos procesos es la porosidad que pueden alcanzar las piezas dando lugar a unas propiedades mecánicas relativamente pobres. Por lo tanto, estos procesos no se utilizan para la fabricación de piezas que vayan a estar sometidos a estados de carga muy exigentes, ya sean cargas fijas o alternantes. Últimamente, se ha trabajado en la línea de investigación para intentar

minimizar dicha porosidad y eliminar o minimizar sus consecuencias negativas. A parte de la resistencia mecánica, otro indicador de la calidad de una pieza sería la adaptabilidad de la pieza a la aplicación de tratamientos térmicos o de soldadura que en el caso de piezas con alta porosidad puede provocar la ruptura por lo que no sería aplicable para estos casos.

En lo que se refiere al presente proyecto, se considera lo que se ha expuesto hasta ahora más que suficiente para entender el posterior desarrollo donde nos centraremos en el diseño del sistema de distribución para estos moldes. Si se desea un análisis más detallado de las técnicas utilizadas para fundición con moldes permanentes se puede encontrar en Street, 1997.

1.3. Introducción a los sistemas de distribución

El sistema de distribución es aquel formado por conductos que dirigen el metal fundido hasta la cavidad del molde para llenarlo. La geometría de estos sistemas dependerá fundamentalmente de la forma en la que se deba realizar el llenado del molde, siendo el llenado por gravedad, el más común utilizado en la industria y estando formado por un cazo superior donde se vierte el metal fundido, un bebedero con forma cónica situado verticalmente donde el metal fluye desde el cazo superior hasta la base inferior del bebedero, y un canal de colada con distintas puertas de entrada (canales de ataque) que conectan directamente con la cavidad del molde. En la Figura 1.7 se representa el esquema de un sistema de distribución habitualmente utilizado para el llenado de moldes por gravedad. Posteriormente se describirán los sistemas de distribución más utilizados en los procesos de fundición por gravedad.

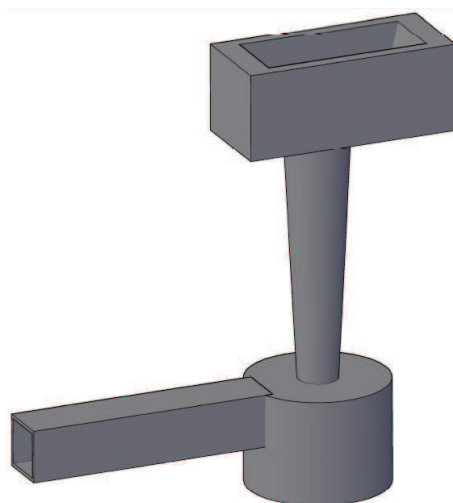


Figura 1.7. Sistema de distribución utilizado para moldes por gravedad. Formado por: cazo, bebedero, base y canal de colada.

1.3.1. Sistemas de llenado por gravedad

1.3.1.1. Llenado directo

La forma más simple para llenar un molde es vertiendo el metal fundido en el molde sin utilizar ningún sistema de distribución. Este método solo se puede usar para moldes de pequeñas dimensiones o para moldes con una alta resistencia al impacto ya que el metal incide directamente en la parte inferior del molde lo que provoca una tensión constante en dicha zona. Se utiliza este método cuando no se necesitan buenas tolerancias ni calidad de la pieza sino que el único objetivo es reducir costes o producir en masa dado que este método favorece enormemente fenómenos negativos para la pieza como el atrapamiento del aire que pueden provocar la oxidación del metal. Por lo tanto, tampoco se utilizarán materiales con cierta facilidad para oxidarse como el aluminio.

1.3.1.2. Llenado por la línea de partición del molde

En estos sistemas, se dispone el molde por debajo de la línea de partición situada en la dirección longitudinal del canal de colada como se muestra en la figura 1.8. Por lo tanto, la puerta de entrada al molde quedará situada en la parte superior de éste de forma que se aconseja un material para el molde que soporte unas condiciones agresivas dado que el metal caerá continuamente desde una altura provocando la erosión y el choque continuo contra la pared inferior del molde.

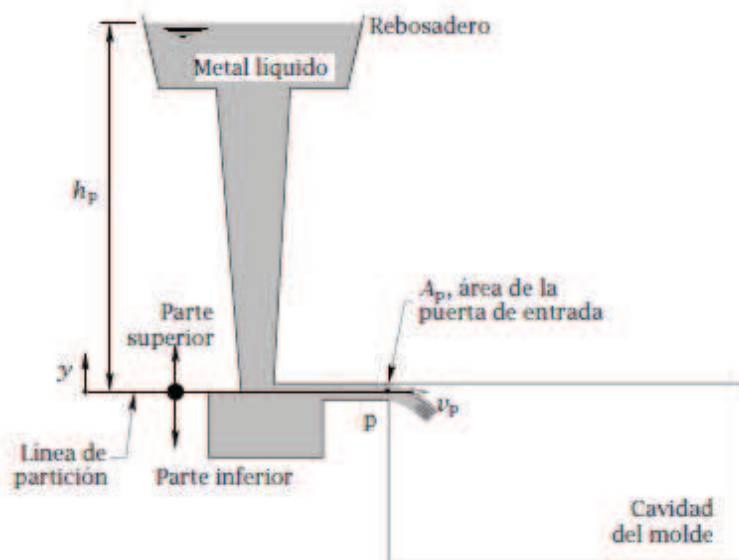


Figura 1.8. Llenado por la línea de partición del molde.

Podemos conocer la velocidad del metal en la sección de entrada, v_p , mediante la expresión:

$$v_p = (2gh_p)^{0.5} \quad [1.1]$$

Siendo h_p es la altura de metal por encima de la puerta de entrada, de manera que, si V es el volumen de la cavidad del molde, el valor del área de la sección de la puerta de entrada, A_p , para llenar la cavidad del molde será:

$$A_p = \frac{V}{\sqrt{2gt_f}} \cdot h_p^{-0.5} \quad [1.2]$$

Siendo t_f , el tiempo llevado a cabo para el llenado completo del molde.

1.3.1.3. Llenado por la parte inferior de la cavidad del molde

Como se ha comentado, en el caso de llenado del molde por la línea de partición, si la altura es excesivamente grande, el impacto del metal contra la parte inferior del molde podría provocar la oxidación del metal del molde, así como el fenómeno de atrapamiento de aire. Para evitar estos efectos, se puede construir el molde llenándolo desde la parte inferior de éste, tal y como se desarrollará en el presente proyecto. Un esquema de este sistema lo encontramos en la figura 1.9.

El problema que puede ocurrir en estos casos es que la zona caliente se encuentra en la parte inferior del molde por lo que si existen gradientes térmicos elevados, las mazarotas no serán capaces de compensar correctamente la contracción del metal al solidificar, pudiendo provocar la aparición de rechupes. En estos casos se utilizan mazarotas situadas en los laterales en lugar de situarlas en la parte superior del molde.

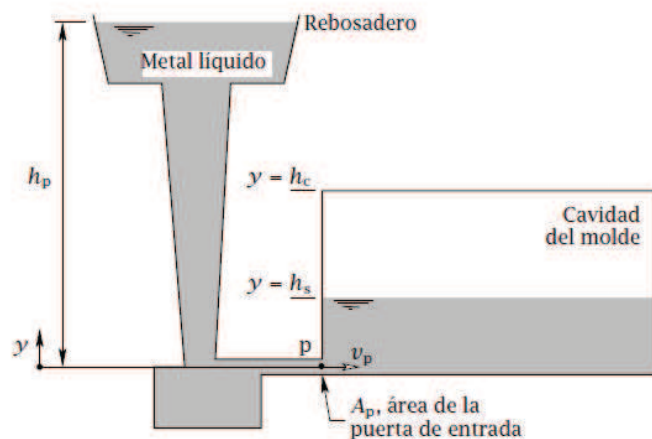


Figura 1.9. Llenado por la parte inferior de la cavidad del molde.

Un análisis matemático más detallado encontraremos en el capítulo 2 del presente proyecto, pero, a modo de introducción, podemos ver como la velocidad en las puertas de entrada del metal fundido será:

$$v_p = \frac{A_c}{A_p} (\sqrt{2gh_2} - gt) \quad [1.3]$$

Por lo tanto, la velocidad, no será constante. Debido a ello, existen métodos como el propuesto por el “British Non-Ferrous Metals Technology Centre” (BNF) para calcular A_p (Área de las puertas de entrada) donde la velocidad promedio del metal fundido en la sección de la puerta de entrada no debe sobrepasar un determinado valor límite, $v_{lím}$, que es el que se obtendría cuando las fuerzas de inercia igualan a las de tensión superficial. Es decir,

$$A_p = \frac{V}{(v_{lím} \cdot t_f)} \quad [1.4]$$

En el siguiente capítulo nos centraremos en el estudio de esto y en la búsqueda de una geometría óptima para el sistema de distribución. El cálculo del sistema de distribución fue simplificado a partir de los nomogramas publicados por investigadores del British Non-Ferrous Metals Technology Centre (BNF) en su publicación 18, de 1975 para aleaciones ligeras y pesadas, figuras 1.10 y 1.11, respectivamente.

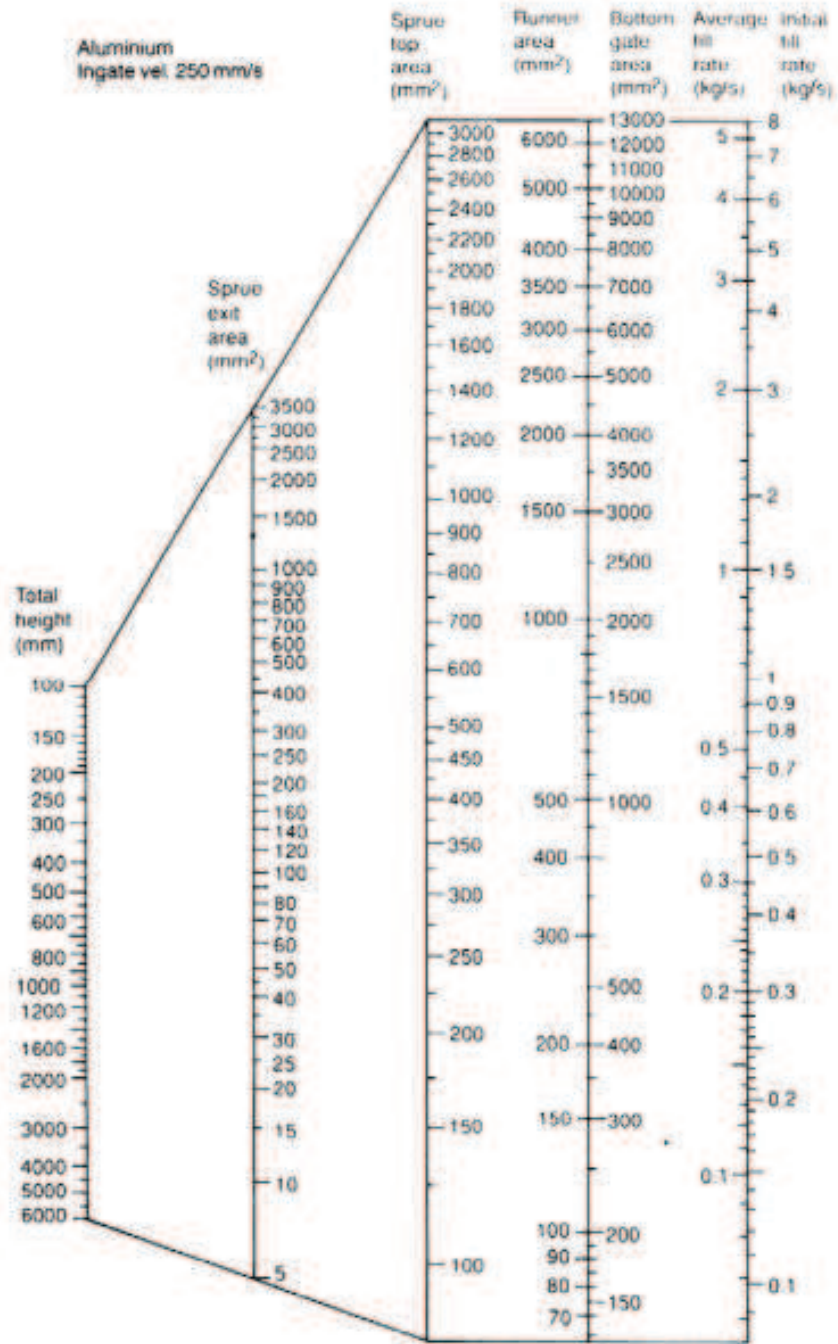


Figura 1.10. Nomograma para el dimensionamiento de los sistemas de distribución para aleaciones ligeras de densidad en torno a 2500 kg/m³.

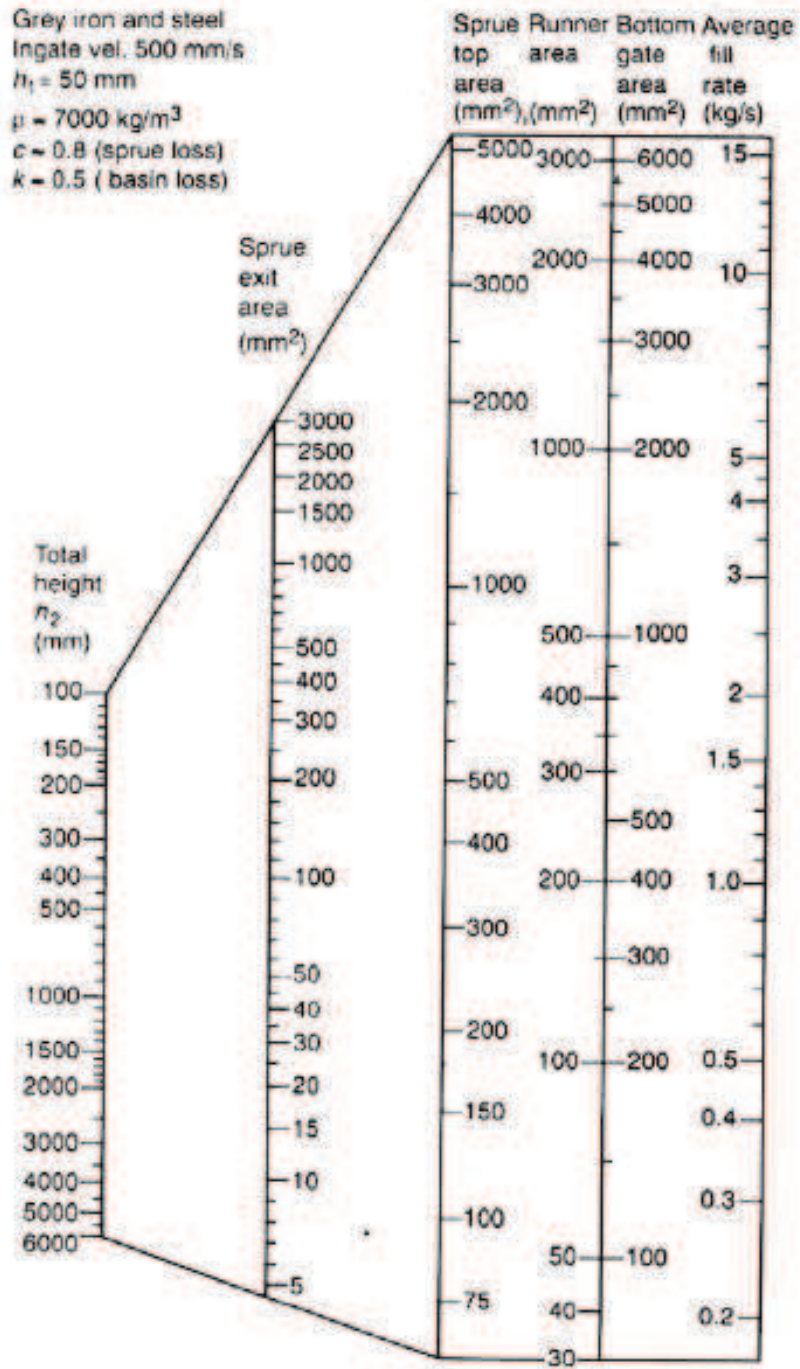


Figura 1.11. Nomograma para el dimensionamiento de los sistemas de distribución para aleaciones pesadas de densidad en torno a 7000 kg/m³.

CAPÍTULO 2

Diseño de los sistemas de distribución

2.1. Geometría de los sistemas de distribución

Se va a proceder al diseño detallado de los sistemas de distribución por gravedad introducidos en el capítulo anterior. Ante todo, debemos conocer las distintas geometrías de las que consta el sistema de distribución, a saber:

- Cazo. Es la cavidad situada en la parte superior del bebedero que facilita al operador el vertido del líquido, minimiza la turbulencia en la entrada del metal en el bebedero y ayuda a separar la escoria del metal.
- Bebedero. Es un canal vertical con forma de tronco cónico que conecta el cazo con la base. Su diseño viene determinado por la Ecuación de la Continuidad y la Ecuación de Bernoulli como se detalla en el apartado 2.6.1.
- Base del bebedero. Tendrá forma cilíndrica y se encargará de reducir la velocidad del material procedente del bebedero para su entrada al canal de colada. Además, minimiza las salpicaduras producidas por el metal al impactar contra la parte inferior del depósito evitando así el fenómeno del atrapamiento de aire. Por último, asegura que el canal de colada esté siempre lleno de líquido durante el proceso.
- Canal de colada. Es un canal horizontal que transporta el metal líquido desde la base hasta las puertas de entrada al molde.

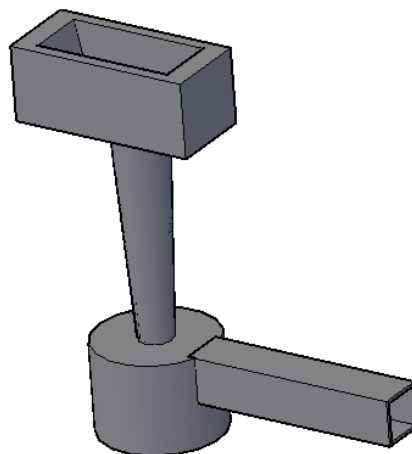


Figura 2.1. Esquema de un sistema de distribución utilizado para moldes por gravedad.

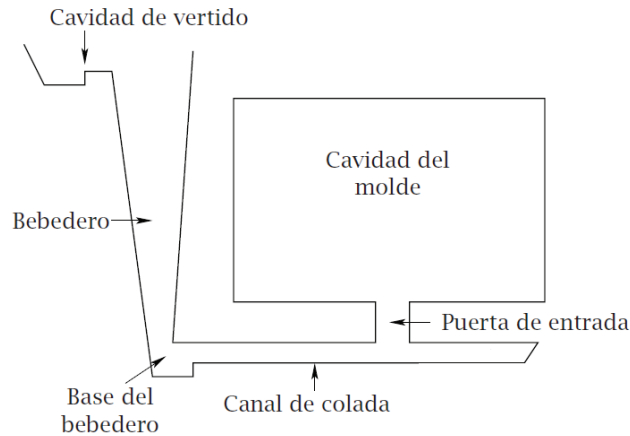


Figura 2.2. Elementos del sistema de distribución.

2.2. Definición de objetivos.

Los objetivos fundamentales del presente proyecto son los siguientes:

- Se obtendrá una expresión analítica que nos permita calcular la cantidad de material necesaria para el llenado del sistema de distribución y del molde. Hasta hoy, este análisis se ha llevado a cabo mediante el uso de los nomogramas presentados en el capítulo 1 (figuras 1.10 y 1.11) los cuales no aportan un resultado preciso y además requieren el uso de un sistema iterativo que debe ser realizado a mano y que requiere tiempo llegando a resultar muy tedioso.
- Se desarrollará un programa en lenguaje de programación *Fortran95* que, además de proporcionarnos la anterior expresión analítica para cada caso particular, calcule todas las dimensiones del sistema de distribución.
- Por último, se realizarán distintos ensayos en el capítulo 4 del proyecto a partir de la ecuación analítica obtenida. Para ello, se incluirá un archivo *M-file* en *Matlab* donde se podrá hacer uso de la expresión para poder graficar con ella. En dichos ensayos se pretende conocer cómo varía la masa del sistema de distribución cuando variamos parámetros geométricos como la altura del bebedero, o el espesor mínimo del molde.

Una vez definidos los objetivos de este proyecto, a continuación se va a realizar un análisis exhaustivo del problema. Comenzaremos definiendo las distintas variables que intervienen.

2.3. Variables del sistema.

Definiremos las variables del sistema como aquellas que afectarán al cálculo de las dimensiones del sistema de distribución. Diferenciamos tres grupos dependiendo de si están afectadas por el tipo de material del molde o de la pieza, o de si son variables que intervienen en el llenado del molde y del sistema de distribución.

Propiedades del molde		
K	conductividad térmica del molde	$\left[\frac{W}{m K} \right]$
Dens_{Molde}	Densidad del material del molde	$\left[\frac{kg}{m^3} \right]$
Cp_{Molde}	Calor específico del molde	$\left[\frac{J}{kg K} \right]$
T_o	Temperatura ambiente	[K]

Propiedades del metal		
Dens_{Mat}	Densidad del material	$\left[\frac{kg}{m^3} \right]$
H	calor latente de fusión	$\left[\frac{J}{Kg} \right]$
Tmp_f	Temperatura de fusión	[K]
v_{lim}	Velocidad límite del material	$\left[\frac{m}{s} \right]$

Variables para el llenado		
M_p	Masa de la pieza	[kg]
M_{sd}	Masa del sistema de distribución	[kg]
tf	tiempo de llenado	[s]
Q	Caudal	$\left[\frac{kg}{s} \right]$

2.4. Parámetros geométricos de diseño.

Llamamos parámetros geométricos de diseño a aquellos que definirán la geometría final del sistema de distribución: longitudes, superficies y volúmenes. También hemos incluido en este grupo los factores adimensionales de pérdidas y de sobredimensionamiento debido a que afectan directamente a la geometría del sistema.

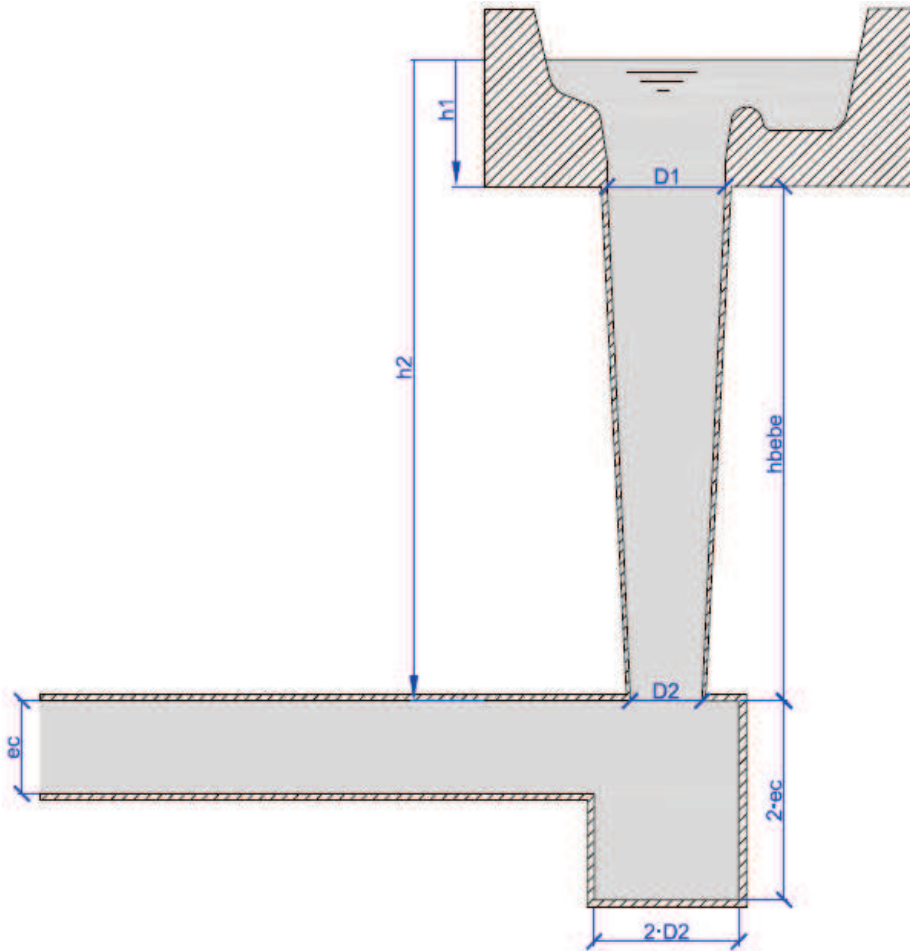


Figura 2.3. Esquema del sistema de distribución y dimensiones.

Longitudes del sistema [m]	
D_1	Diámetro superior del bebedero
D_2	Diámetro inferior del bebedero
h_1	Distancia desde la superficie del material en el cazo hasta la sección superior del bebedero
h_2	Distancia desde la superficie del material en el cazo hasta la sección inferior del bebedero
h_{bebe}	Altura del bebedero
e_{min}	Espesor del molde
e_c	Ancho del canal de colada
l_c	Longitud del canal de colada

Superficies del sistema [m ²]	
A_1	Área superior del bebedero
A_2	Área inferior del bebedero
A_p	Área de la sección de entrada al molde
A_c	Área de la sección del canal de colada

Volúmenes del sistema [m ³]	
V_{bebe}	Volumen del bebedero
V_{base}	Volumen de la base del bebedero
V_{cc}	Volumen de canal de colada
V_{sd}	Volumen del sistema de distribución

Factores adimensionales	
fs_{A1}	Factor de sobredimensionamiento del área superior del bebedero
fp_b	Factor de pérdidas en el cazo
fp_{bebe}	Factor de pérdidas en el bebedero
m	Número de entradas al molde

2.5. Consideraciones tomadas

- El tiempo de llenado del molde será igual al tiempo de solidificación del metal en la pared más delgada del molde. De esta forma, conseguimos minimizar la cantidad de material utilizado ya que cuanto mayor sea el tiempo de solidificación, menor cantidad de material necesitaremos lo que conllevará menor coste en la producción. La ecuación de Chvorinov (1940) permite el cálculo del tiempo de solidificación (t_s) del metal:

$$t_s = C \cdot \left(\frac{V}{A}\right)_{\min}^2 \rightarrow t_s \cong C \cdot \left(\frac{e_{\min}}{2}\right)^2 \quad [2.1]$$

Donde V/A hace referencia al módulo local en la sección más delgada de la pieza. Para su cálculo, se tendrá en cuenta que el tiempo de solidificación del metal en una pared delgada es aproximadamente igual al tiempo que el mismo metal tardaría en solidificarse en una lámina delgada del mismo espesor y bajo las mismas condiciones térmicas. Se puede demostrar la aproximación anterior mediante la siguiente figura:

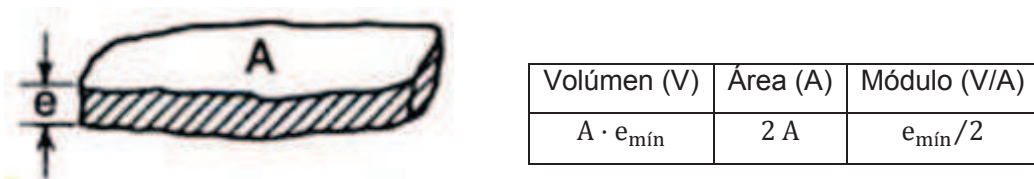


Figura 2.4. Cálculo del módulo local de la pieza.

En cuanto a la constante C:

$$C = \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{Dens_{mat} \cdot H}{Tm_{pf} - T_o}\right)^2 \cdot \frac{1}{K \cdot Dens_{molde} \cdot Cp_{molde}} \quad [2.2]$$

- La altura de la base del bebedero será dos veces el ancho del canal de colada siguiendo las recomendaciones en Castings, John Campbell, 1991. Con esto se busca evitar los problemas de salpicadura y de aparición de vena contracta, explicados en el apartado 2.6.3 del presente proyecto.
- Se considerará que todos los tramos del canal de colada tendrán una misma longitud para el caso de que existan varias puertas de entrada al molde. Además, la sección del canal de colada será cuadrada.

2.6. Búsqueda de la solución analítica

En el apartado 2.2 se definieron los objetivos del presente proyecto. El primero de ellos consiste en la obtención de una solución analítica de la masa del sistema de distribución (M_{sd}) para lo cual necesitaremos estudiar la geometría de las distintas piezas que componen el sistema. Se va a llevar a cabo esto en los siguientes apartados (2.6.1 a 2.6.3) donde se desglosarán las ecuaciones para el bebedero, base del bebedero, y canal de colada.

2.6.1. Volumen del bebedero

El volumen de material que albergará el bebedero vendrá dado por la siguiente expresión:

$$V_{bebe} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h_{bebe} \cdot \left(\frac{D_1^2}{4} + \frac{D_2^2}{4} + \frac{D_1 \cdot D_2}{4} \right) \quad [2.3]$$

Correspondiente al volumen de un tronco de cono de diámetros superior e inferior D_1 y D_2 , respectivamente. Dichos diámetros, se pueden expresar en función de su sección de la siguiente forma:

$$D_1 = \sqrt{\frac{4 \cdot A_1}{\pi}} \quad [2.4]$$

$$D_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot A_2}{\pi}} \quad [2.5]$$

2.6.1.1. Área superior del bebedero

El área superior del bebedero se calcula a partir del caudal y la densidad del material:

$$A'_1 = \frac{Q}{\rho \cdot v_1} \rightarrow A'_1 = \frac{Q}{\rho \cdot \sqrt{2g \cdot h_1}} \quad [2.6]$$

En La expresión anterior se le ha denominado A'_1 al área superior del bebedero. Se recomienda modificar ésta mediante 2 factores:

- **fp_b** (Factor de pérdidas del cazo). Se recomienda un valor de 0,5 de acuerdo con lo indicado por el equipo de investigadores del *British Non-Ferrous Metals Technology Centre (BNF)* en su publicación 18, de 1975.
- **fs_{A1}** (Factor de sobredimensionamiento del área superior del bebedero). Se recomienda aumentar el área A_1 un 20% para compensar las pérdidas de carga.

Incluyendo estos dos factores, la sección superior del bebedero quedará como:

$$A_1 = A'_1 \cdot fs_{A1} \rightarrow A_1 = \frac{Q}{\rho \cdot fp_b \cdot \sqrt{2g \cdot h_1}} \cdot fs_{A1} \quad [2.7]$$

2.6.1.2. Área inferior del bebedero

El área de la sección inferior del bebedero se calcula aplicando la Ecuación de Bernoulli asumiendo que se trata de un fluido incompresible. Si el flujo se deja caer libremente desde la superficie del cazo con una velocidad inicial de cero, tras haber recorrido un espacio h , habrá alcanzado una velocidad:

$$v^2 = 2g \cdot h \quad [2.8]$$

De acuerdo con la ecuación de Bernoulli, se puede determinar la velocidad a distancias h_1 y h_2 desde la superficie del cazo (puntos 1 y 2 señalados en la figura 2.5). La diferencia de velocidades entre la salida y entrada al bebedero será por lo tanto:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2g(h_2 - h_1) \quad [2.9]$$

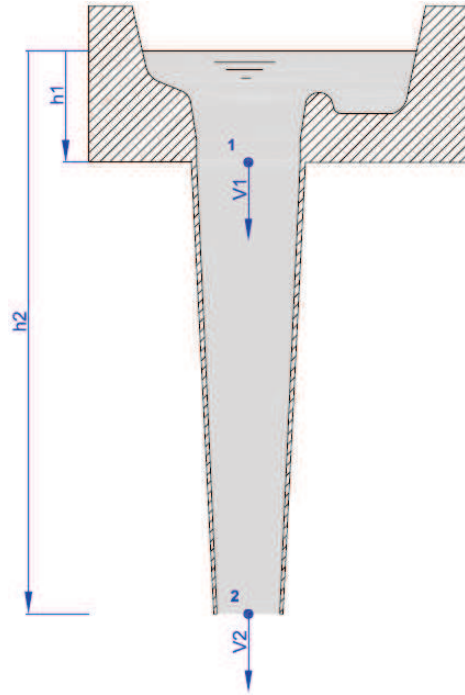


Figura 2.5. Aplicación de la ecuación de Bernoulli.

Por otra parte, aplicando la ecuación de la continuidad:

$$v_1 \cdot A_1' = v_2 \cdot A_2 \quad [2.10]$$

Con [2.8] y [2.10] conseguimos suprimir las velocidades de la ecuación y establecer una relación entre áreas y distancias:

$$\sqrt{2g \cdot h_1} \cdot A_1' = \sqrt{2g \cdot h_2} \cdot A_2 \rightarrow A_2 = A_1' \cdot \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} \quad [2.11]$$

Nótese que se ha utilizado la sección superior del bebedero antes de ser modificada (A_1') para el cálculo de A_2 . Esto se realiza ya que A_2 no necesita ser sobredimensionado según *Castings, John Campbell*.

Combinando [2.11] con [2.5], obtenemos la expresión:

$$D_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot \frac{A_1}{f_{SA1}} \cdot \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}}{\pi}} \quad [2.12]$$

$$D_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot A_1' \cdot \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}}{\pi}} \quad [2.13]$$

Introduciendo las expresiones [2.4] y [2.12] en [2.3], podemos expresar ésta como:

$$V_{bebe} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h_{bebe} \cdot \left(\frac{\left(\sqrt{\frac{4 \cdot A_1}{\pi}}\right)^2}{4} + \frac{\left(\sqrt{\frac{4 \cdot \frac{A_1}{f_{SA1}} \cdot \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}}}{\pi}\right)^2}{4} + \frac{\sqrt{\frac{4 \cdot A_1}{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot \frac{A_1}{f_{SA1}} \cdot \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}}}{\pi}}{4} \right) \quad [2.14]$$

Operando [2.14], la simplificamos a:

$$V_{bebe} = \frac{1}{3} \cdot h_{bebe} \cdot A_1 \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{\frac{h_1}{h_2}}}{f_{SA1}} + \sqrt{\frac{\frac{h_1}{h_2}}{f_{SA1}^2}} \right) \quad [2.15]$$

Introduciendo la expresión [2.7] en [2.15]:

$$V_{bebe} = \frac{1}{3} \cdot h_{bebe} \cdot \frac{Q}{\rho \cdot f_{pb} \cdot \sqrt{2g \cdot h_1}} \cdot f_{SA1} \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{\frac{h_1}{h_2}}}{f_{SA1}} + \sqrt{\frac{\frac{h_1}{h_2}}{f_{SA1}^2}} \right) \quad [2.16]$$

De esta forma, hemos obtenido una expresión para el volumen del bebedero en función del resto de parámetros.

2.6.2. Volumen del canal de colada y puertas de entrada.

El canal de colada tendrá una sección transversal rectangular y su volumen vendrá dado por:

$$V_c = \sum_{i=1}^m A_{ci} \cdot l_{cu} \quad [2.17]$$

Donde la longitud l_{cu} es la correspondiente a cada tramo del canal en el caso de que haya más de una puerta de entrada. Para el diseño se considerará que todos los tramos tienen la misma longitud, la cual será:

$$l_{cu} = \frac{l_c}{m} \quad [2.18]$$

Siendo l_c la longitud total del canal y m el número de puertas de entrada.

El diseñador podrá seleccionar el número de puertas de entrada que desee. Por lo general, dicho número dependerá de las dimensiones de la pieza de manera que para un molde con un gran volumen se recomienda el uso de varias puertas de entrada para que el llenado del metal se realice de forma homogénea en todo el espacio.

El área de las puertas de entrada, A_p , se calcula mediante el método propuesto por el *British Non-Ferrous Metals Technology Centre (BNF)* basado en que la velocidad media del metal fundido en la sección de la puerta de entrada no deberá sobrepasar la velocidad límite, v_{lim} , que es la que se obtendría cuando las fuerzas de inercia igualan a la tensión superficial. La expresión quedaría así:

$$A_{p_t} = \frac{Q}{\rho \cdot v_{lim}} \quad [2.19]$$

Donde A_{p_t} es el área total de las puertas de entrada, ρ la densidad del material y v_{lim} la velocidad límite a la que puede discurrir el material a través del canal.

En este punto se asume que la fricción produce una reducción del flujo del metal a través del sistema en un valor $f_{p_{bebe}}$ respecto del valor teórico que se obtendría para un flujo ideal y para el cual el *BNF* recomienda un valor de 0,8 aunque el diseñador podrá tomar otro valor en el programa implementado en el presente proyecto si lo estima oportuno.

Por otro lado, dado que el diseñador escogerá el número de puertas de entrada que desembocarán en el molde, será necesario dividir el área total (A_{p_t}) entre dicho número, m , con objeto de obtener el área de cada una de las puertas de entrada, A_p :

$$A_p = \frac{A_{p_t}}{m} \rightarrow A_p = \frac{Q}{\rho \cdot v_{lim} \cdot f_{p_{bebe}} \cdot m} \quad [2.20]$$

El BNF recomienda los siguientes valores para el v_{lim} : 75 mm/s para bronce al aluminio, 250 mm/s para aleaciones ligeras con ($\rho \approx 2500 \text{ kg/m}^3$) y 500 mm/s para aleaciones de alta densidad ($\rho \approx 8000 \text{ kg/m}^3$). No obstante, v_{lim} también puede ser escogido por el diseñador en el programa diseñado en este proyecto.

En cuanto al canal de colada, el *BNF* sugiere un valor para su sección transversal correspondiente a la mitad del área total de las puertas de entrada calculada anteriormente:

$$A_c = \frac{A_{p_t}}{2} \rightarrow A_c = \frac{A_p \cdot m}{2} \quad [2.21]$$

Ahora bien, éste será el área de la entrada al canal de colada pero dicho área no será uniforme a lo largo del canal en el caso de que exista más de una puerta de entrada ya que se busca el llenado homogéneo de la pieza. Por lo tanto, para las distintas secciones i del canal de colada siendo $i \in [1, n]$, tendremos:

$$A_{c_i} = \frac{i}{m} \cdot A_c \rightarrow A_{c_i} = \frac{A_p \cdot i}{2} \quad [2.22]$$

Introduciendo [2.20] en [2.22] obtenemos [2.23]:

$$A_{c_i} = \frac{Q}{\rho \cdot v_{lim} \cdot f_{p_{bebe}} \cdot m} \cdot \frac{i}{2} \quad [2.23]$$

El ancho del canal de colada quedará determinado a partir de su área si tenemos en cuenta que se trata de una sección cuadrada de lado e_c :

$$e_{c_i} = \sqrt{A_{c_i}} \quad [2.24]$$

Introduciendo [2.22] en [2.24] obtenemos [4.9]:

$$e_{c_i} = \sqrt{\frac{Q}{\rho \cdot v_{lim} \cdot f_{p_{bebe}} \cdot m} \cdot \frac{i}{2}} \quad [2.25]$$

Introduciendo la ecuación [2.23] en [2.17]:

$$V_c = \sum_{i=1}^m \frac{Q}{\rho \cdot v_{lim} \cdot f_{p_{bebe}} \cdot m} \cdot \frac{i}{2} \cdot l_{c_u} \quad [2.26]$$

De esta forma, hemos obtenido una expresión para el volumen del canal de colada en función del resto de parámetros.

2.6.3. Volumen de la base.

Para tomar las dimensiones de la base del bebedero se debe atender a dos fenómenos que pueden acarrear problemas en la pieza final que se desea obtener ya que conllevan la entrada de burbujas de aire en el metal:

- Fenómeno de salpicadura en el choque del primer caudal con la superficie de la base del bebedero.
- Formación de una vena contracta (figura 2.6). Ocurre cuando el llenado se realiza rápidamente y el metal encuentra un cambio brusco de dirección de unos 90° en la entrada al canal de colada.

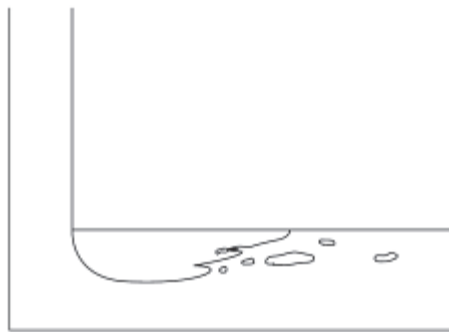


Figura 2.6. Formación de vena contracta en la entrada al canal de colada.

En general, se utilizará uno de los diseños más comunes donde el tamaño ha sido estudiado para dar lugar a una alta eficiencia y reducir la entrada de aire al canal. El diámetro será de dos veces el de la salida del bebedero mientras que la profundidad será el doble del ancho del canal de colada (Figura 2.7).

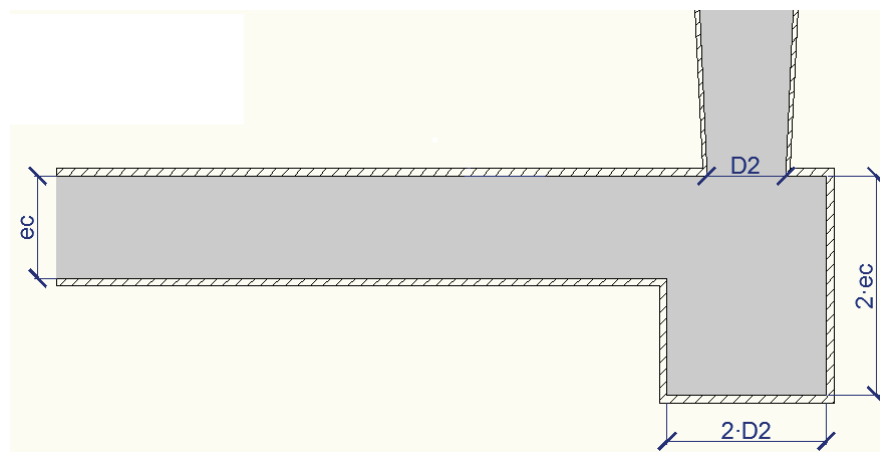


Figura 2.7. Dimensiones de la base del bebedero y canal de colada

Además, la altura de la base será el doble del ancho del canal de colada (e_c) mientras que el diámetro será el doble del diámetro inferior del bebedero (D_2).

Por lo tanto, la base, situada en la parte inferior del bebedero, tendrá forma cilíndrica y su volumen vendrá dado por la ecuación:

$$V_{base} = \pi \cdot \frac{(2 \cdot D_2)^2}{4} \cdot 2 \cdot e_{c1} \quad [2.27]$$

Introduciendo [2.12] y [2.25] en [2.27], se obtiene:

$$V_{base} = \pi \cdot \frac{\left(2 \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot \frac{A_1}{f_{SA1}} \cdot \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}}{\pi}} \right)^2}{4} \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{Q}{\rho \cdot v_{lím} \cdot f_{p_{bebe}} \cdot 2m}} = 4 \cdot \frac{A_1}{f_{SA1}} \cdot \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{Q}{\rho \cdot v_{lím} \cdot f_{p_{bebe}} \cdot 2m}} \rightarrow$$

$$V_{base} = \frac{8}{f_{SA1}} \cdot A_1 \cdot \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} \cdot \sqrt{\frac{Q}{\rho \cdot v_{lím} \cdot f_{p_{bebe}} \cdot 2m}} \quad [2.28]$$

Sustituyendo la ecuación [2.7] en [2.28]:

$$V_{base} = \frac{8}{f_{SA1}} \cdot \frac{Q}{\rho \cdot f_{p_b} \cdot \sqrt{2g \cdot h_1}} \cdot f_{SA1} \cdot \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} \cdot \sqrt{\frac{Q}{\rho \cdot v_{lím} \cdot f_{p_{bebe}} \cdot 2m}} \rightarrow$$

$$V_{base} = 8 \cdot \frac{Q}{\rho \cdot f_{p_b} \cdot \sqrt{2g}} \cdot \sqrt{\frac{Q}{h_2 \cdot \rho \cdot v_{lím} \cdot f_{p_{bebe}} \cdot 2m}} \quad [2.29]$$

De esta forma, hemos obtenido una expresión para el volumen de la base del bebedero en función del resto de parámetros.

2.6.4. Volumen total del sistema de distribución

El volumen total del sistema de distribución será el sumatorio de los volúmenes del bebedero, base y canal de colada:

$$V_{sd} = V_{bebe} + V_{base} + V_c \quad [2.30]$$

Sustituyendo las ecuaciones [2.16], [2.26] y [2.29], en la expresión anterior, se obtiene:

$$V_{sd} = \frac{1}{3} \cdot h_{bebe} \cdot \frac{Q}{\rho \cdot fp_b \cdot \sqrt{2g \cdot h_1}} \cdot f_{SA1} \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{h_1}}{f_{SA1}} + \sqrt{\frac{h_1}{f_{SA1}}} \right) +$$

$$8 \cdot \frac{Q}{\rho \cdot fp_b \cdot \sqrt{2g}} \cdot \sqrt{\frac{Q}{h_2 \cdot \rho \cdot v_{lím} \cdot fp_{bebe} \cdot 2m}} + \sum_{i=1}^m \frac{Q}{\rho \cdot v_{lím} \cdot fp_{bebe} \cdot m} \cdot \frac{i}{2} \cdot l_{cu}$$

Reordenando:

$$V_{sd} = \frac{1}{3} \cdot h_{bebe} \cdot \frac{Q}{\rho \cdot \sqrt{2g}} \cdot \left[\frac{f_{SA1}}{fp_b} \right] \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{h_1}} + \frac{1}{\sqrt{h_2} \cdot f_{SA1}} + \frac{1}{\sqrt{h_2 \cdot h_1 \cdot f_{SA1}}} \right) +$$

$$\frac{8}{\sqrt{2g}} \cdot \frac{Q^{1.5}}{\rho \cdot fp_b} \cdot \sqrt{\frac{1}{h_2 \cdot \rho \cdot v_{lím} \cdot fp_{bebe} \cdot 2m}} + \sum_{i=1}^m \frac{Q}{\rho \cdot v_{lím} \cdot fp_{bebe} \cdot m} \cdot \frac{i}{2} \cdot l_{cu}$$

Escribimos ahora la expresión anterior en función de la masa del sistema de distribución M_{sd} teniendo en cuenta:

$$V_{sd} = \frac{M_{sd}}{\rho} \quad [2.31]$$

$$Q = \frac{M_{sd} + M_p}{tf} \quad [2.32]$$

Podemos eliminar la densidad de la ecuación:

$$M_{sd} = \frac{1}{3} \cdot h_{bebe} \cdot \frac{M_{sd} + M_p}{tf} \cdot \frac{[f_{SA1}]}{[fp_b]} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{h_1}} + \frac{1}{\sqrt{h_2} \cdot f_{SA1}} + \frac{1}{\sqrt{h_2 \cdot h_1 \cdot f_{SA1}}} \right) + \quad [2.33]$$

$$\frac{8}{\sqrt{2g}} \cdot \frac{\left(\frac{M_{sd} + M_p}{tf}\right)^{1.5}}{fp_b} \cdot \sqrt{\frac{1}{h_2 \cdot \rho \cdot v_{lím} \cdot fp_{bebe} \cdot 2m}} + \sum_{i=1}^m \frac{M_{sd} + M_p}{\rho \cdot v_{lím} \cdot fp_{bebe} \cdot m} \cdot \frac{i}{2} \cdot l_{c_u}$$

A continuación podemos escribir varios términos con objeto de simplificar la ecuación anterior:

$$A = \frac{1}{3} \cdot h_{bebe} \cdot \frac{1}{\sqrt{2g}} \cdot \frac{[f_{SA1}]}{[fp_b]} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{h_1}} + \frac{1}{\sqrt{h_2} \cdot f_{SA1}} + \frac{1}{\sqrt{h_2 \cdot h_1 \cdot f_{SA1}}} \right) \quad [2.34]$$

$$B = \frac{8}{\sqrt{2g}} \cdot \frac{1}{fp_b} \cdot \sqrt{\frac{1}{h_2 \cdot \rho \cdot v_{lím} \cdot fp_{bebe} \cdot 2m}} \quad [2.35]$$

$$C = \sum_{i=1}^m \frac{i \cdot l_{c_u}}{v_{lím} \cdot fp_{bebe} \cdot 2m} \quad [2.36]$$

Si sustituimos A, B y C en la expresión [2.33] ésta quedará de la forma:

$$M_{sd} = A \cdot \left(\frac{M_{sd} + M_p}{tf}\right) + B \cdot \left(\frac{M_{sd} + M_p}{tf}\right)^{1.5} + C \cdot \left(\frac{M_{sd} + M_p}{tf}\right) \quad [2.37]$$

Elevando al cuadrado ambos miembros y operando, llegamos a la siguiente ecuación de tercer grado, que será nuestra solución analítica:

$$M_{sd}^3 \left[-\frac{B^2}{tf^3} \right] + M_{sd}^2 \left[1 + \left(\frac{A+C}{tf}\right)^2 - \frac{3B^2 \cdot M_p}{tf^3} - \frac{2(A+C)}{tf} \right] + M_{sd} \cdot \quad [2.38]$$

$$\left[\frac{2M_p}{tf^2} \cdot (-tf \cdot (A+C) + (A+C)^2) - \frac{3M_p^2 \cdot B^2}{tf^3} \right] + \left[\frac{M_p^2}{tf^2} \cdot (A+C)^2 - \frac{B^2}{tf^3} \cdot M_p^3 \right] = 0$$

Dicha ecuación aporta tres posibles soluciones para M_{sd} . Debemos entender que dichas tres soluciones tienen sentido matemático pero solo dos de ellas tendrán además un sentido lógico para nuestro problema. Además, entre estas dos soluciones válidas existe una de ellas que nos aportará una masa del sistema de distribución menor, por lo que será la solución óptima para nuestro problema.

Solución analítica óptima

La ecuación [2.39] nos muestra la solución óptima. Se trata de una expresión muy amplia dado el gran número de variables involucradas por lo que se recomienda al lector su uso mediante algún software informático. En el presente proyecto, se ha incluido un archivo *m-file de Matlab* con la ecuación implementada y dispuesta para su uso.

$$M_{sd} = \frac{A^2 t_f + 2 A C t_f - 2 A t_f^2 - 3 M_p B^2 + C^2 t_f - 2 C t_f^2 + t_f^3}{3 B^2} - \frac{P}{2} - \frac{(t_f^2(A + C - t_f)(A^3 + 3 A^2 C - 3 A^2 t_f + 3 A C^2 - 6 A C t_f + 3 A t_f^2 + 6 M_p B^2 + C^3 - 3 C^2 t_f + 3 C t_f^2 - t_f^3))}{(18 B^4 P)} \quad [2.39]$$

Donde al factor P se le ha llamado así siendo:

$$P = \left[\left(\frac{A^2 t_f + 2 A C t_f - 2 A t_f^2 - 3 M_p B^2 + C^2 t_f - 2 C t_f^2 + t_f^3}{3 B^2} \right)^3 + \frac{\sqrt{3}}{18 B^3} \left(M_p^3 t_f^6 (4 A^3 + 12 A^2 C - 12 A^2 t_f + 12 A C^2 - 24 A C t_f + 12 A t_f^2 + 27 M_p B^2 + 4 C^3 - 12 C^2 t_f + 12 C t_f^2 - 4 t_f^3) \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{M_p^2 (t_f A^2 + 2 t_f A C - M_p B^2 + t_f C^2)}{2 B^2} - \frac{M_p}{6 B^4} (-2 A^2 t_f - 4 A C t_f + 2 A t_f^2 + 3 M_p B^2 - 2 C^2 t_f + 2 C t_f^2) (A^2 t_f + 2 A C t_f - 2 A t_f^2 - 3 M_p B^2 + C^2 t_f - 2 C t_f^2 + t_f^3) \right]^{\frac{1}{3}}$$

2.7. Ventajas del proceso.

Hasta ahora, las consideraciones tomadas para el dimensionamiento geométrico de los sistemas de distribución se recogían integradas en nomogramas publicados por investigadores del British Non-Ferrous Metals Technology Centre (BNF) en su publicación 18, de 1975. Estas consideraciones son las siguientes:

- I. $f_{p_{bebe}} = 0,8$ (pérdidas en el bebedero), $f_{p_b} = 0,5$ (pérdidas en el cazo)
- II. 20% de factor de seguridad de sobredimensionamiento del diámetro superior del bebedero ($f_{s_{A1}}=1,2$).
- III. Densidad de 2500 kg/m^3 para aleaciones con base de aluminio y 7000 kg/m^3 para aleaciones de hierro, cobalto, níquel o Cobre.

Con el desarrollo del presente proyecto se han eliminado estas restricciones de forma que, de acuerdo con la numeración anterior:

- I. Se otorga la libertad al diseñador de escoger las pérdidas en el bebedero y en el cazo.
- II. Elección del factor de sobredimensionamiento del diámetro de entrada al bebedero.
- III. Las operaciones en el proceso se calculan con la densidad de cada material al contrario que en el método anterior donde para materiales de similar composición se utiliza un valor de densidad genérico. Esta modificación conllevará resultados más precisos.

El uso del programa implementado en este proyecto reduce el tiempo dedicado a la hora de calcular las dimensiones del sistema de distribución ya que el uso de nomogramas implica un proceso iterativo que debe ser implementado a mano y que puede llegar a resultar un tanto tedioso.

Por otra parte, al conseguir resultados más precisos con el programa, podremos reducir costes ya que se utilizará la cantidad de metal exacta que requiera el diseño. Esto conllevará importantes beneficios económicos en la producción, sobre todo si se trata de llevar a cabo un gran volumen de producción.

CAPÍTULO 3

Desarrollo del programa en Fortran

El segundo objetivo de este proyecto, de los ya definidos en el apartado 2.2 se abordará a continuación y consiste en la realización de un programa en *Fortran95* donde a partir de la ecuación [2.38] pretendemos hallar la solución óptima para la masa del sistema de distribución, realizando un bucle iterativo hasta hallar dicha solución. Con ello, se ha pretendido comprobar la veracidad de la ecuación [2.39] a partir de la comprobación de numerosos resultados.

Antes de explicar el proceso seguido en el programa, conviene recordar las variables de la ecuación [2.38]:

$$M_{sd}^3 \left[-\frac{B^2}{tf^3} \right] + M_{sd}^2 \left[1 + \left(\frac{A+C}{tf} \right)^2 - \frac{3B^2 \cdot M_p}{tf^3} - \frac{2(A+C)}{tf} \right] + M_{sd} \cdot \quad [2.38]$$

$$\left[\frac{2M_p}{tf^2} \cdot (-tf \cdot (A+C) + (A+C)^2) - \frac{3M_p^2 \cdot B^2}{tf^3} \right] + \left[\frac{M_p^2}{tf^2} \cdot (A+C)^2 - \frac{B^2}{tf^3} \cdot M_p^3 \right] = 0$$

- A, B, C: Parámetros calculados anteriormente que no varían en cada iteración.
- M_p : Masa de la pieza. Constante en cada iteración.
- M_{sd} : Masa del sistema de distribución. Es la incógnita a resolver.
- t_f : tiempo de llenado. Lo impondremos igual al tiempo de solidificación del metal en la pared más delgada del molde

3.1. Proceso seguido por el programa

1. Lectura de datos.

Se lleva a cabo una lectura de las propiedades del molde y de la pieza a partir de dos bases de datos incluidas junto al programa (en formato .txt). Seguidamente, se procede a la lectura mediante teclado de la altura del bebedero (h_{bebe}), longitud del canal de colada (l_c), número de puertas de entrada (m) y factores de pérdidas (fp_{bebe} , fp_b , f_{A1}).

2. Cálculo del tiempo de llenado.

Se partirá inicialmente de un tiempo de llenado igual al tiempo de solidificación calculado en [2.1], recordamos:

$$C = \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{Dens_{mat} \cdot H}{Tm_{pf} - T_o} \right)^2 \cdot \frac{1}{K \cdot Dens_{molde} \cdot Cp_{molde}}$$

$$t_f = C \cdot \left(\frac{e_{min}}{2} \right)^2$$

3. Cálculo de términos.

Se calculan los términos A, B y C de la ecuación a partir de las expresiones [2.34], [2.35] y [2.36]:

$$A = \frac{1}{3} \cdot h_{bebe} \cdot \frac{1}{\sqrt{2g}} \cdot \left[\frac{f_{SA1}}{fp_b} \right] \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{h_1}} + \frac{1}{\sqrt{h_2} \cdot f_{SA1}} + \frac{1}{\sqrt{\sqrt{h_2} \cdot h_1} \cdot f_{SA1}} \right)$$

$$B = \frac{8}{\sqrt{2g}} \cdot \frac{1}{fp_b} \cdot \sqrt{\frac{1}{h_2 \cdot \rho \cdot v_{lím} \cdot fp_{bebe} \cdot 2m}}$$

$$C = \sum_{i=1}^m \frac{i \cdot l_{cu}}{v_{lím} \cdot fp_{bebe} \cdot 2m}$$

4. Bucle.

Se busca una solución válida para la ecuación [2.38]. Para ello, comienza el bucle con $M_{sd} = 10\% M_p$. El método numérico utilizado es Newton-Raphson modificado, el cual está enfocado en la resolución de ecuaciones de varias raíces.

5. Cálculo de las dimensiones del sistema.

Una vez hallada M_{sd} en el punto anterior, todas las dimensiones del sistema estarán resueltas con las siguientes expresiones:

- **Dimensiones del bebedero.**

En primer lugar se obtendrá el área superior A_1 y, posteriormente, los diámetros superior D_1 y D_2 que se relacionarán con dicho área mediante las expresiones:

$$A_1 = \frac{Q}{\rho \cdot fp_b \cdot \sqrt{2g \cdot h_1}} \cdot f_{SA1}$$

$$D_1 = \sqrt{\frac{4 \cdot A_1}{\pi}}$$

$$D_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot \frac{A_1}{f_{SA1}} \cdot \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}}{\pi}}$$

- **Dimensiones de la base del bebedero.**

Como se explicó en 2.6.3, se utilizará uno diseño donde el tamaño se ha seleccionado con el fin de reducir la entrada de aire al canal, esto es:

$$\text{Altura}_{base} = 2 \cdot e_c \quad [3.1]$$

$$\text{Diámetro}_{base} = 2 \cdot D_2 \quad [3.2]$$

- **Dimensiones del canal de colada y puertas de entrada.**

Se calcula primero el área total de la/s puerta/s de entrada. El área de cada tramo del canal de colada (A_{ci}) será función del área total de las puertas y, por lo tanto, también lo será el ancho del canal (e_c). Ecuaciones [2.20], [2.22] y [2.24].

$$A_p = \frac{Q}{\rho \cdot v_{lím} \cdot f_{p_{bebe}} \cdot m}$$

$$A_{ci} = \frac{A_p \cdot i}{2}$$

$$e_{ci} = \sqrt{A_{ci}}$$

En el anexo I se presenta el código desarrollado en *Fortran95* donde cada una de las variables utilizadas está descrita al comienzo del programa en letra gris. A su vez, en el apartado 3.3 se presenta un diagrama de flujo del programa con un resumen del proceso que sigue éste y una explicación breve.

3.2. Uso de las bases de datos.

El programa utilizará fundamentalmente dos bases de datos: una para los distintos tipos de moldes que pueden utilizarse y otra para los distintos materiales destinados a la fabricación de la pieza. Dichas bases de datos, se encontrarán en dos archivos que recogen de forma matricial las distintas características de cada material. Dichas bases pueden ampliarse si se desea; las tablas 3.1 y 3.2 muestran los materiales de los que disponen.

Material del molde	k ($\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}$)	ρ (kg m^{-3})	C_p ($\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$)	$\sqrt{k\rho C_p}$ ($\text{J m}^{-2}\text{K}^{-1}\text{s}^{-1/2}$)
Arena sílicea	0,52	1600	1170	987
Mullita	0,38	1600	750	675
Yeso	0,35	1120	840	574
Arena de circonio	1,04	2720	840	1540

Tabla 3.1. Propiedades térmicas de algunos materiales para el molde (Poirier y Poirier, 1994).

Material fundición	T_M (K)	H_f (J kg^{-1})	ρ' kg m^{-3}	C'_p ($\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$)	k' ($\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}$)
Hierro	1809	$2,72 \times 10^5$	7210	750	40
Níquel	1728	$2,91 \times 10^5$	7850	670	35
Aluminio	933	$3,91 \times 10^5$	2400	1050	260

Tabla 3.2. Propiedades térmicas de algunos materiales para la pieza (Poirier y Poirier, 1994).

3.2.1. Base de datos de propiedades del molde.

Para el caso de los materiales del molde diferenciamos las siguientes (es importante respetar el orden de las propiedades y sus unidades en el caso de que se deseen agregar materiales a la base de datos) recogidas en el archivo “MaterialMolde.txt”:

K (cond. térmica del molde) $\left[\frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}\right]$	Dens _{Molde} (Densidad del molde) $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$	Cp _{Molde} (Calor espec. del molde) $\left[\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}\right]$
---	--	---

Así por ejemplo, si abrimos el archivo anterior, observaremos como la primera línea muestra:

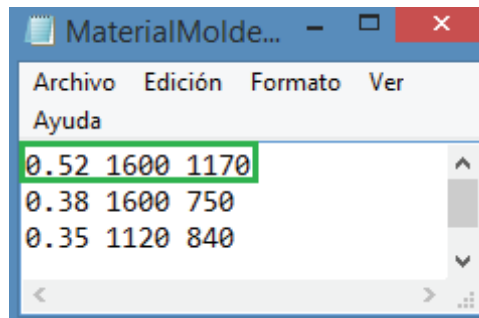


Figura 3.1. Base de datos de propiedades del molde

Donde 0,52, 1600 y 1170 son, respectivamente, los valores correspondientes a K, Dens_{Molde} y Cp_{Molde} para el caso de la Arena sílicea.

3.2.2. Base de datos de propiedades de la pieza.

En el caso de los materiales para la pieza, las propiedades, unidades y orden a seguir para modificar el archivo "MaterialFundicion.txt" son:

Tmp _r (Temperatura de fusión) [K]	H (Calor latente de fusión) $\left[\frac{J}{Kg}\right]$	Dens _{Mat} (Densidad del material) $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
--	---	---

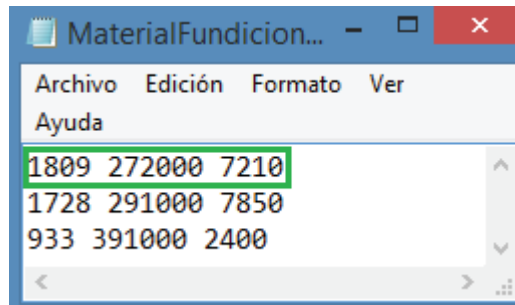


Figura 3.2. Base de datos de propiedades de la pieza

Donde 1809, 272000 y 7210 son, respectivamente, los valores correspondientes a la temperatura de fusión, calor latente de fusión y densidad del material para el caso del Hierro.

En el apartado 3.3 se presenta un diagrama de flujo del programa con un resumen del proceso que sigue éste y una explicación posterior.

3.3. Diagrama de flujo.

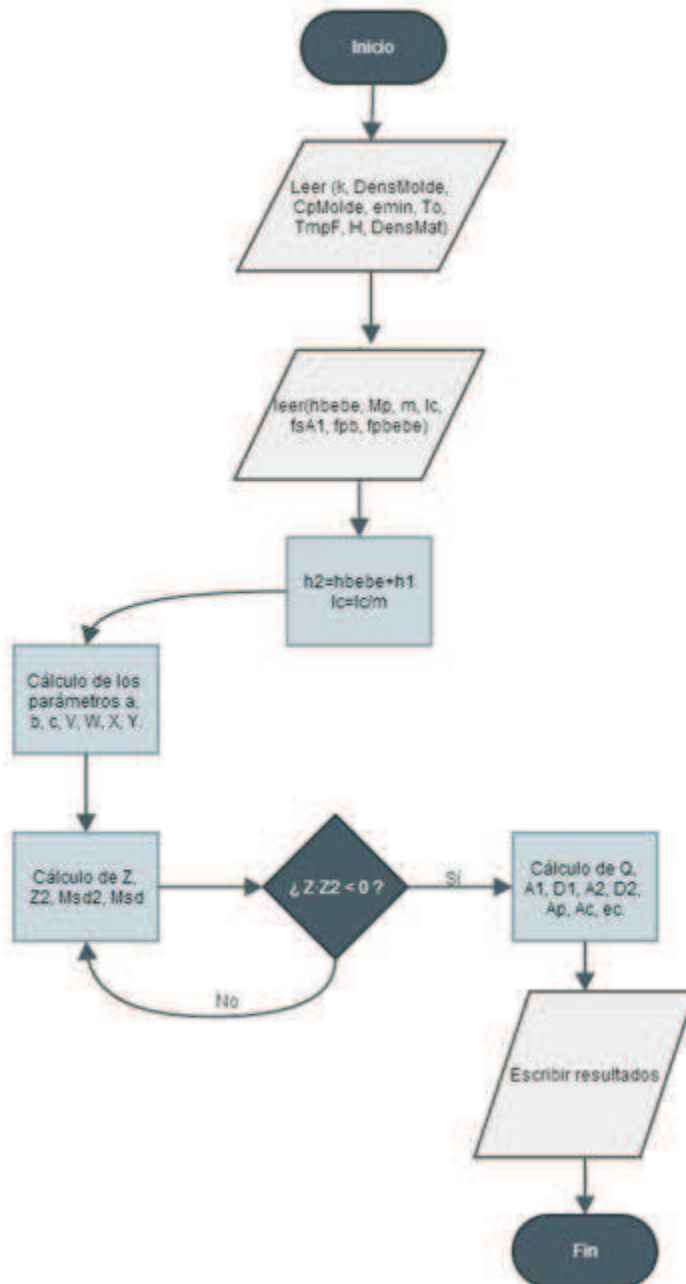


Figura 3.3. Diagrama de flujo del programa en Fortran

Explicación del diagrama.

- Lo primero que hará el programa es leer por teclado los datos proporcionados por el diseñador en lo que se refiere al tipo de molde y material utilizados, así como espesor de este último. A continuación y, según si el material introducido está en la base de datos o se decide introducir uno con propiedades diferentes, el programa llamará a dicha base de datos o pedirá al usuario que introduzca las características del metal. Con todos estos datos, el programa ya podrá calcular el tiempo de solidificación t_f .
- Ahora podremos introducir los datos geométricos restantes tales como la altura del bebedero o los distintos factores de pérdidas explicados en el capítulo 2.
- Con todo ello, el programa procederá al cálculo de los parámetros a, b, c, V, W, X, e Y comenzando el proceso de iteración hasta que halle la solución. Estos parámetros se explican en el propio programa mediante comentarios.
- Una vez hallada M_{sd} , el resto de parámetros se calculan siguiendo el apartado 3.1 de este capítulo de forma que ya tendríamos todas las dimensiones del sistema desde el cazo, pasando por el bebedero y la base, hasta el canal de colada.
- Finalmente, el programa mostrará los resultados en pantalla.

El código completo del programa en *Fortran95* se muestra en el anexo I, al final del presente proyecto.

CAPÍTULO 4

Ensayos y análisis de resultados

En este último capítulo se atenderá al tercer objetivo del proyecto planteado en 2.2 consistente en la realización de un estudio para evaluar la variación de la masa del sistema de distribución en función de cómo varíen también, parámetros como la altura del bebedero o el espesor mínimo de la pieza.

Partiendo de este punto, parece interesante conocer la variación de la masa del sistema de distribución (M_{sd}) en función de la geometría del sistema. Utilizando la ecuación [2.39], realizaremos dos estudios:

- En primer lugar, dado que la geometría del sistema viene determinada, en gran parte, por la caída que experimenta el material desde el cazo hasta la base del bebedero, sería útil relacionar M_{sd} con la altura del bebedero y experimentar con distintos casos variando el espesor mínimo de la pared del molde.
- Un segundo estudio consistiría en observar la evolución de M_{sd} cuando cambiamos el espesor mínimo del molde dejando fijo un valor de la altura del bebedero.

Estos análisis pueden ser de gran utilidad si queremos la geometría apropiada para nuestro caso buscando la masa del sistema de distribución más baja posible (óptima) utilizando menos material con el consecuente ahorro económico que conlleva.

4.1. Dependencia de la masa del sistema con el espesor del molde

Para llevar a cabo el ensayo, se deben fijar una serie de parámetros aunque esto es susceptible de ser modificado por todo aquel que quiera jugar con las distintas variables a su interés. En concreto, las consideraciones tomadas son:

- Temperatura ambiente. $T_o=300$ K
- Molde de arena de circonio.
- Ensayos para 3 tipos de aleaciones: Aluminio, Hierro y Níquel.
- Ensayos para distintas alturas del bebedero.
- Canal de colada con 200 mm de longitud y 1 puerta de entrada.
- Factores de pérdidas:

- a) Factor de sobredimensionamiento de la base superior del bebedero.
 $f_{s_{A1}}=1,2$
- b) Factor de pérdidas en el cazo. $f_{p_b}=0,5$
- c) Factor de pérdidas en el bebedero. $f_{p_{bebe}}=0,8$

4.1.1. Aleaciones de aluminio

A continuación se presentan los distintos ensayos en los que se ha ido variando la altura del bebedero desde 200 hasta 1000 mm para el caso de Aluminio puro y aleaciones de aluminio (tablas 4.1 a 4.5):

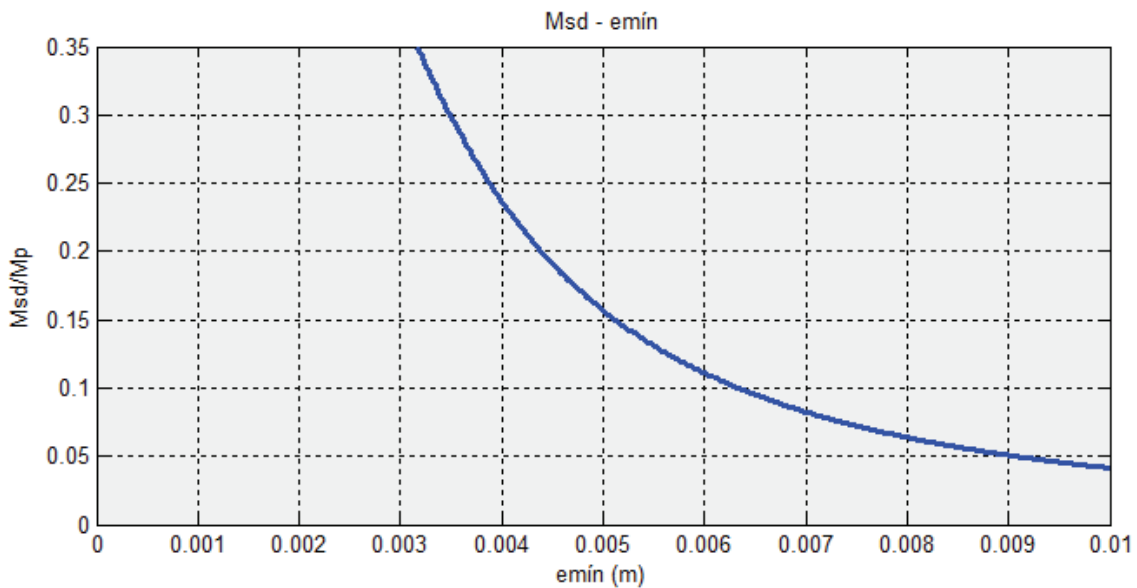


Tabla 4.1. Aluminio: $M_{sd}-e_{mín}$ para altura de bebedero de 200 mm

La anterior gráfica muestra como una altura del bebedero relativamente pequeña (200 mm) da lugar a relaciones M_{sd}/M_p relativamente bajas también, dado que el volumen de material que albergará el sistema de distribución será menor y por lo tanto, la masa del sistema también lo será. Observamos un decrecimiento de la relación M_{sd}/M_p a medida que aumenta el espesor $e_{mín}$ teniendo un decrecimiento paulatino a partir de un $e_{mín}$ de 5 mm.

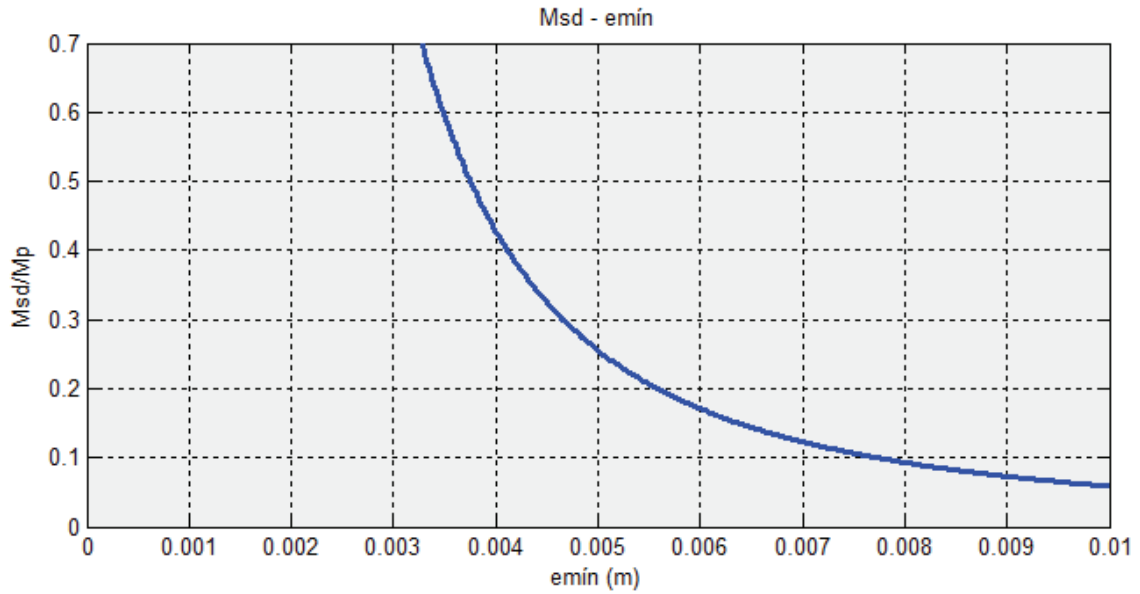


Tabla 4.2. Aluminio: $M_{sd}-e_{mín}$ para altura de bebedero de 400 mm

Para una altura del bebedero de 400 mm, se produce un aumento de M_{sd}/M_p respecto a los 200 mm, esto se produce al haber aumentado el tamaño del sistema de distribución. En esta ocasión, se obtiene relaciones de masas más lógicas dado que por lo general, no se recomienda que dicha relación sea muy baja.

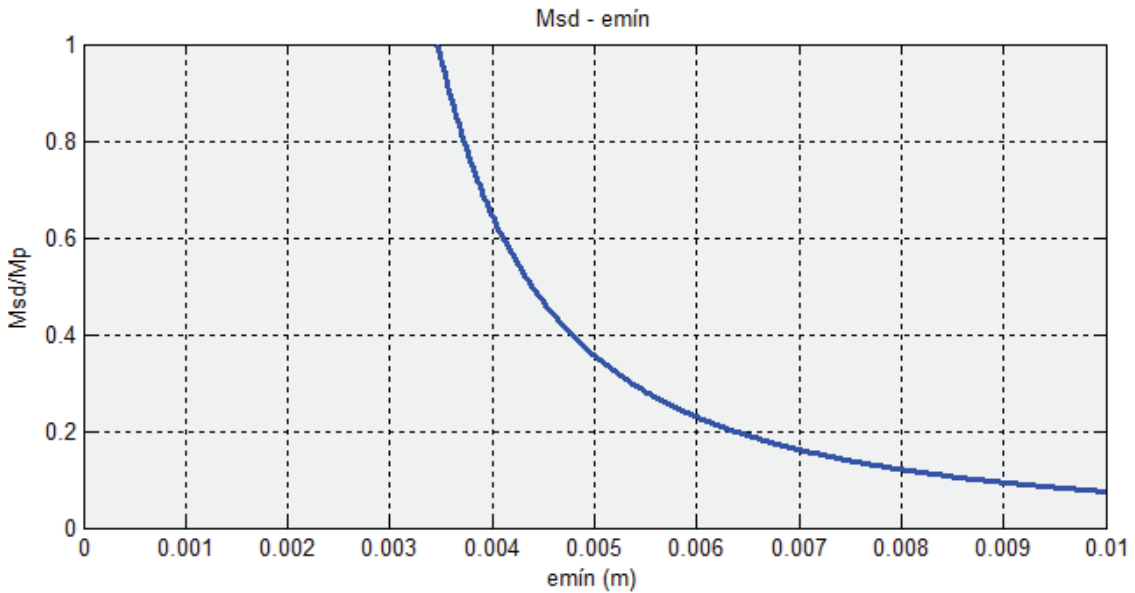


Tabla 4.3. Aluminio: $M_{sd}-e_{mín}$ para altura de bebedero de 600 mm

Para una altura del bebedero de 600 mm, se alcanzan relaciones de masas M_{sd}/M_p iguales a la unidad para valores de espesor de 3.5 mm.

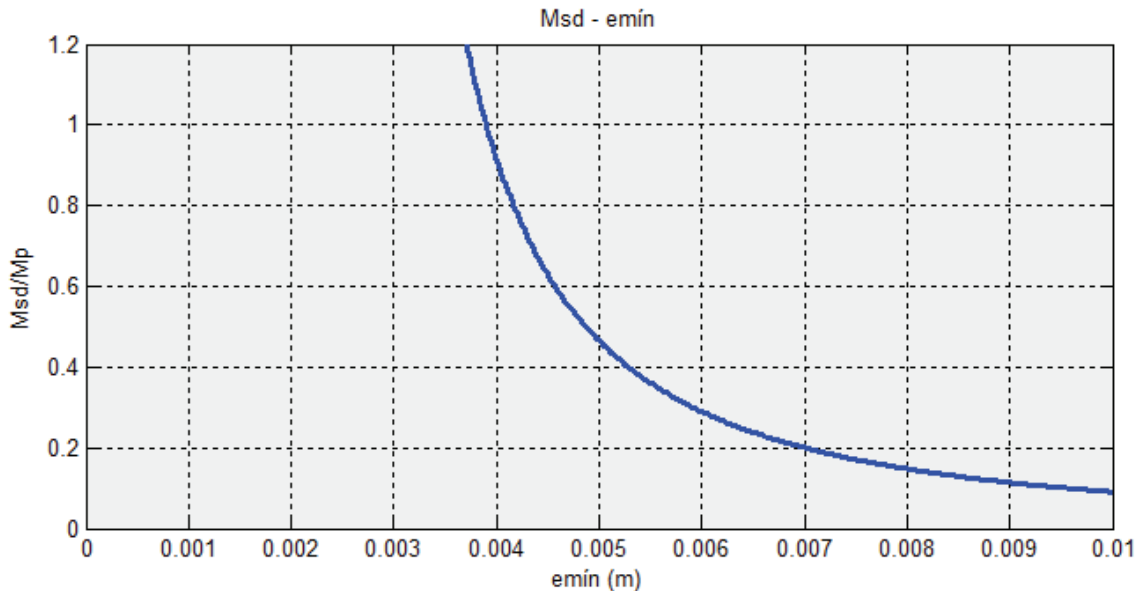


Tabla 4.4. Aluminio: $M_{sd}-e_{mín}$ para altura de bebedero de 800 mm

Si la altura del bebedero es de 800 mm, se obtienen relaciones de masas lógicas para un amplio margen de espesores.

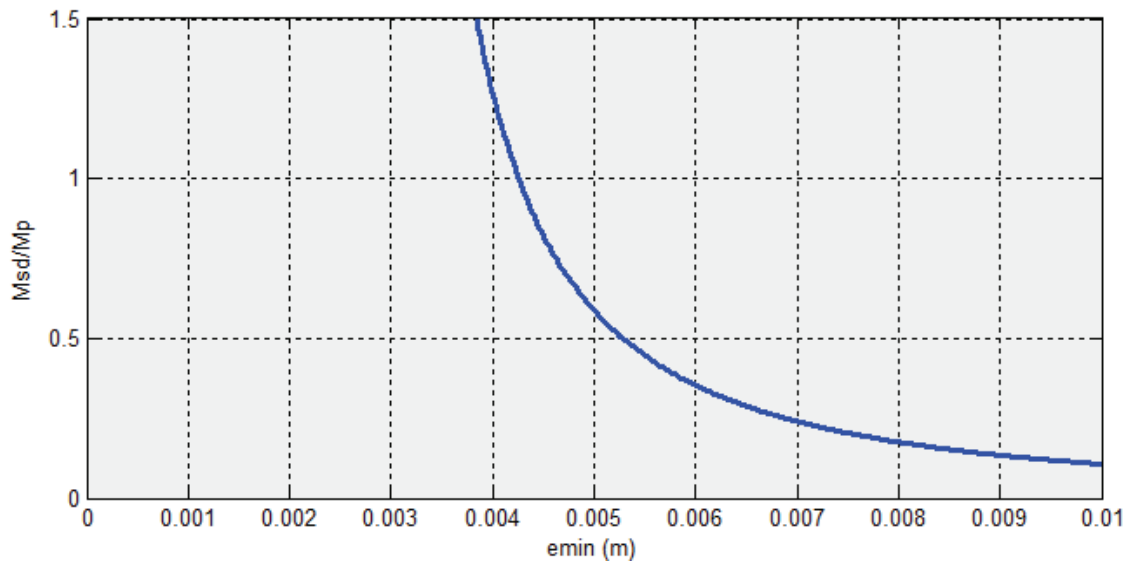


Tabla 4.5. Aluminio: $M_{sd}-e_{mín}$ para altura de bebedero de 1000 mm

Las anteriores gráficas son aplicadas al aluminio y a sus aleaciones. Observándolas, vemos como la relación M_{sd}/M_p disminuye a medida que aumenta el espesor mínimo de la pieza (e_p), independientemente de la altura de bebedero escogida. Este hecho es completamente lógico dado que aumentar el espesor implica una transferencia de calor

más lenta lo que conlleva un aumento del tiempo de solidificación de la pieza. De manera que si queremos que una pieza solidifique en un tiempo determinado, debemos añadir mayor cantidad de material.

En la tabla 4.6 se representan las curvas anteriores en una sola gráfica que nos permita ver las diferentes curvas escogiendo distintas alturas del bebedero:

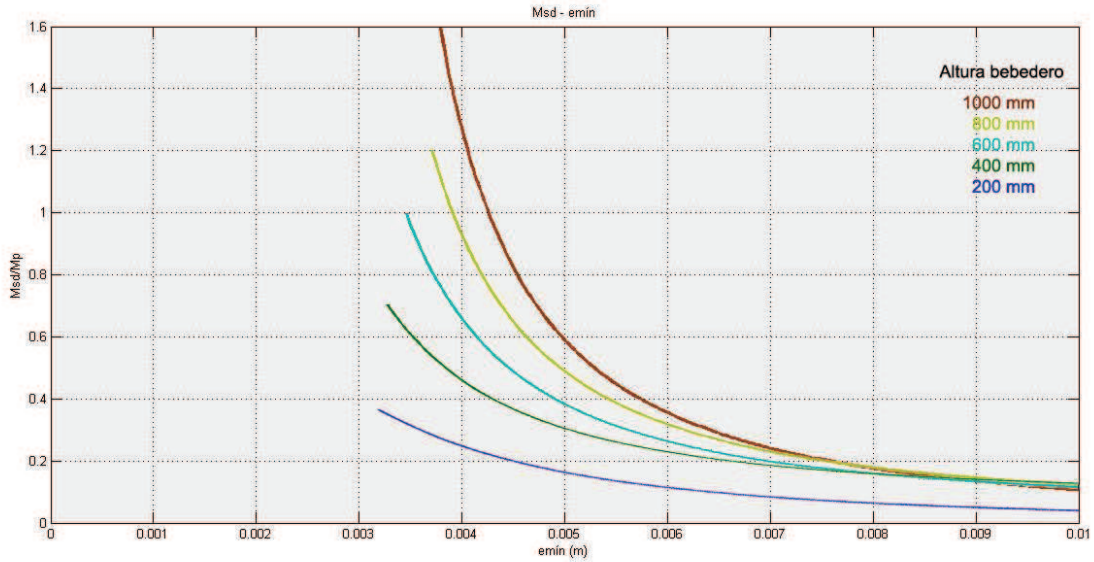


Tabla 4.6. Aluminio: $M_{sd}-e_{mín}$ para distintas alturas del bebedero.

A partir de dicha tabla podemos destacar otro punto a tener en cuenta y se trata de la relación M_{sd}/M_p que aumentará a medida que aumente la altura del bebedero. Por tanto, parece lógico disponer un bebedero de pequeñas dimensiones para nuestro sistema, sin embargo, esto no siempre es posible por dos motivos: en primer lugar, el bebedero debe tener la altura apropiada acorde con la altura de del molde. En segundo lugar, puede ocurrir que no dispongamos de bebederos pequeños en el taller y haya que hacer uso del que dispongamos.

4.1.2. Aleaciones de hierro

A continuación se presentan los distintos ensayos en los que se ha ido variando la altura del bebedero desde 200 hasta 1000 mm para aleaciones de hierro incluyendo también el acero (tablas 4.7 a 4.11):

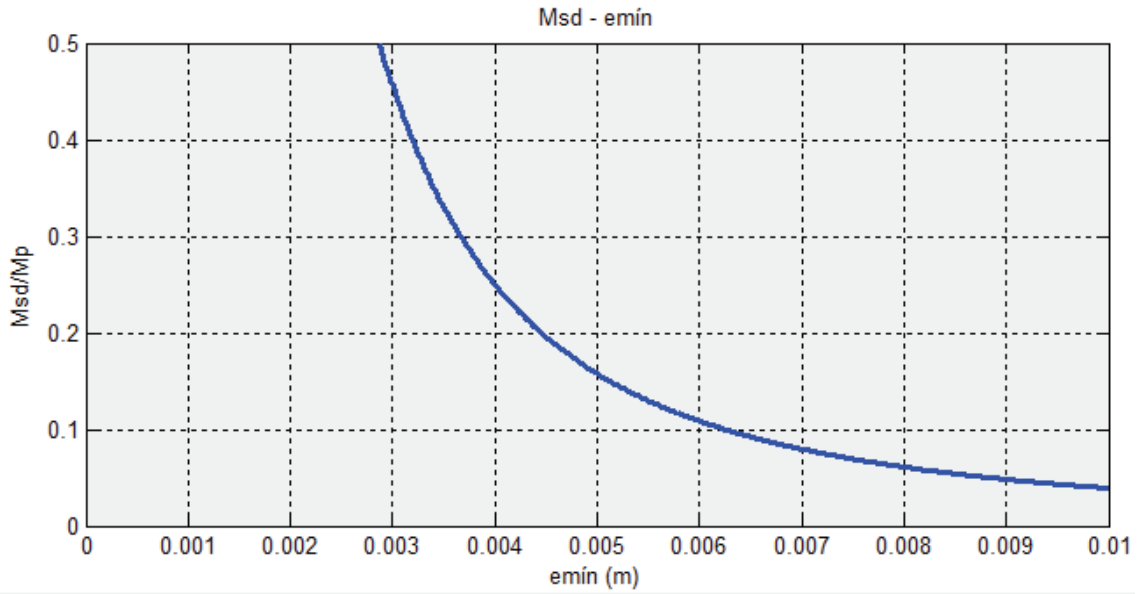


Tabla 4.7. Hierro: $M_{sd}-e_{mín}$ para altura de bebedero de 200 mm

El comportamiento del hierro es similar al del aluminio diferenciándose principalmente en que el hierro tendrá relaciones M_{sd}/M_p más altas en general, debido a que es un metal de mayor densidad y, por lo tanto, un mismo volumen de material tendrá más peso.

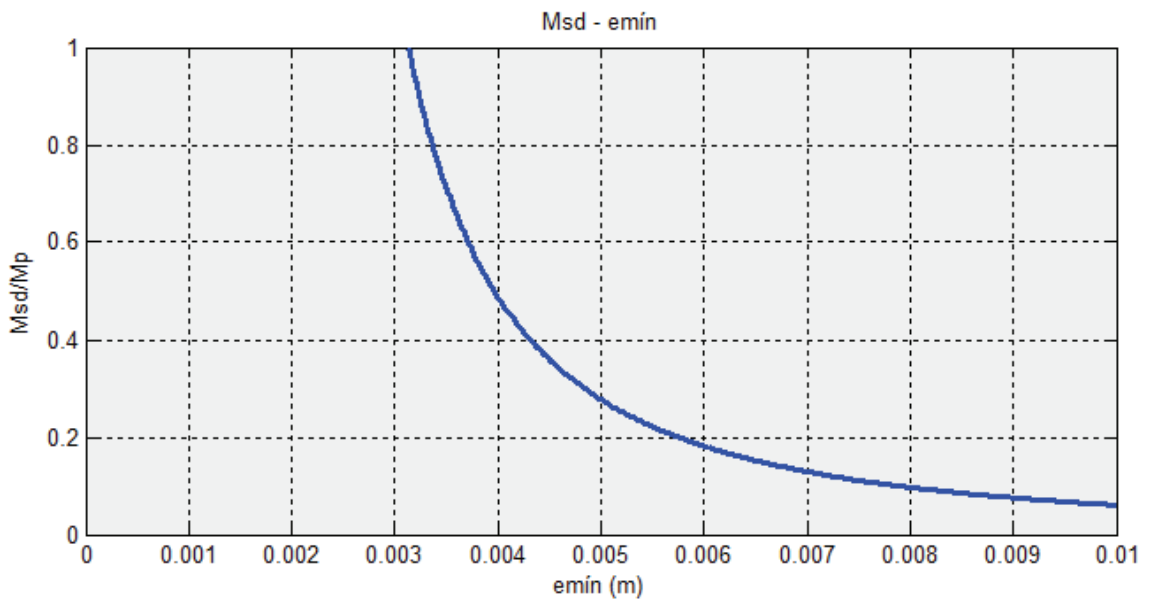


Tabla 4.8. Hierro: $M_{sd}-e_{mín}$ para altura de bebedero de 400 mm

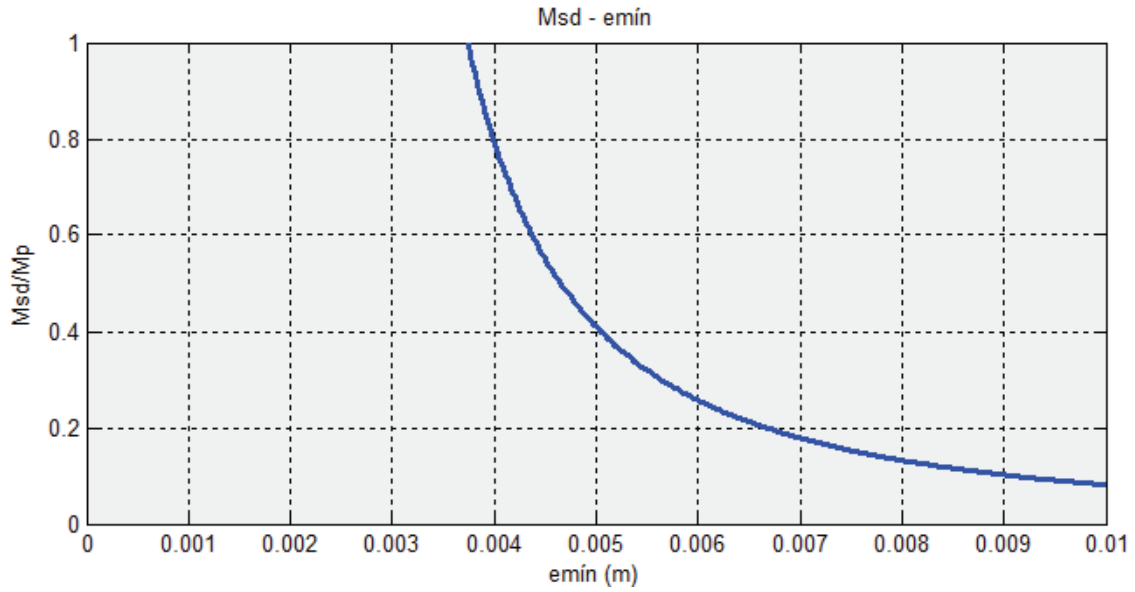


Tabla 4.9. Hierro: $M_{sd}-e_{mín}$ para altura de bebedero de 600 mm

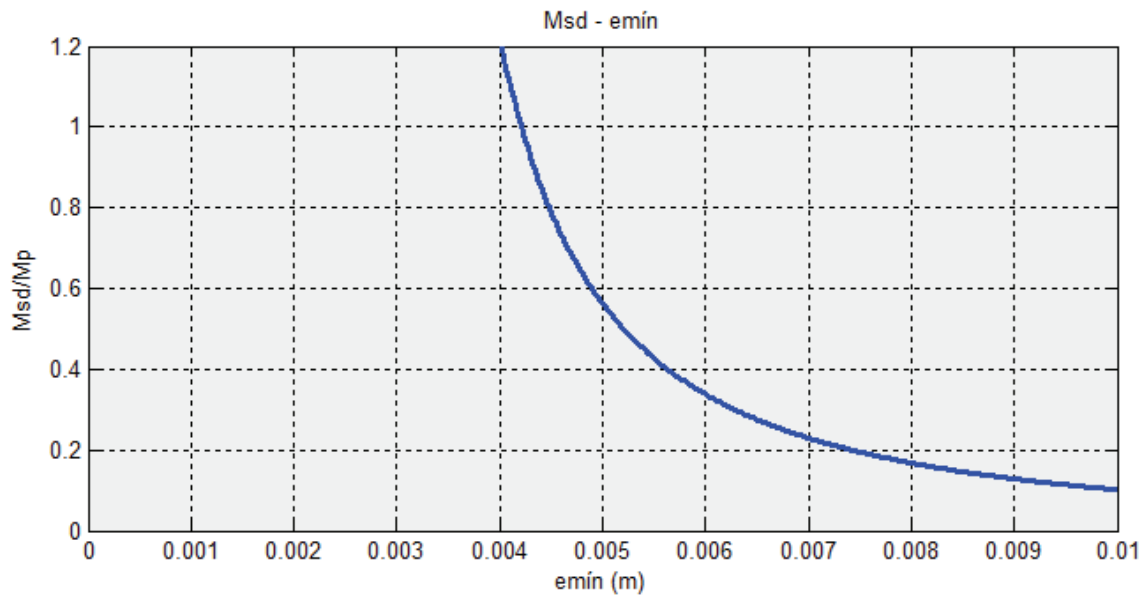


Tabla 4.10. Hierro: $M_{sd}-e_{mín}$ para altura de bebedero de 800 mm

Para una altura del bebedero de 600 mm, la relación M_{sd}/M_p empieza a ser demasiado alta teniendo en cuenta que nuestro objetivo es obtener una masa del sistema relativamente baja, de manera que para un espesor mínimo de 4 mm, se alcanza una relación de masas $M_{sd}/M_p=1,2$.

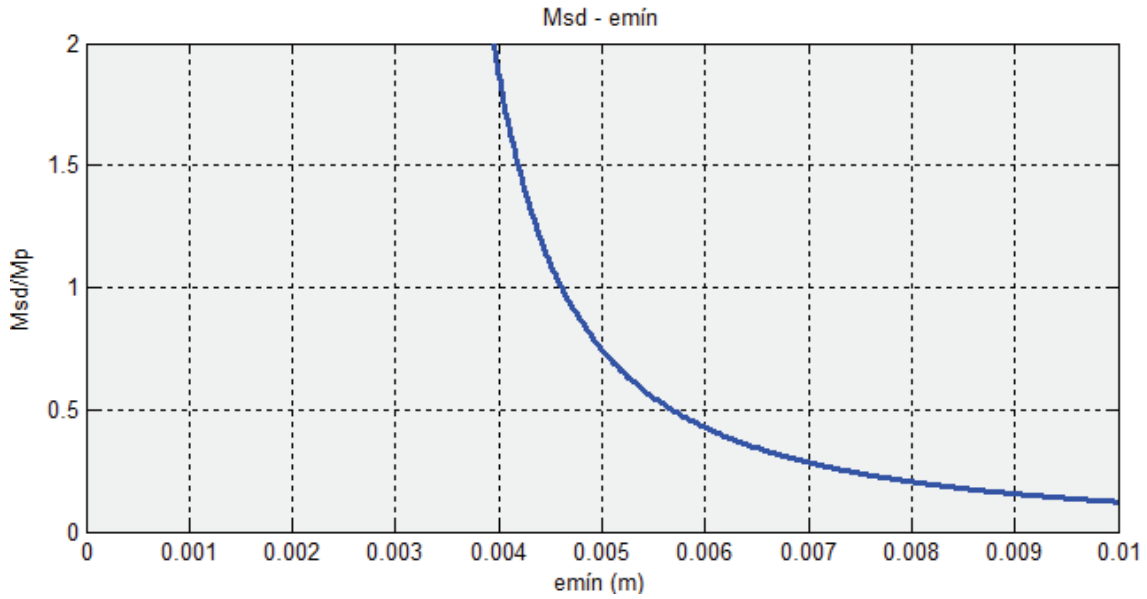


Tabla 4.11. Hierro: M_{sd} - $e_{mín}$ para altura de bebedero de 1000 mm

Las anteriores gráficas se aplican para el hierro y sus aleaciones. Vemos como siguen el mismo patrón que para el caso del aluminio visto en 4.1.1, es decir, la relación M_{sd}/M_p disminuye a medida que aumenta el espesor mínimo de la pieza (e_p). A continuación se representan las gráficas anteriores en una sola gráfica que nos permita ver las diferentes curvas escogiendo distintas alturas del bebedero:

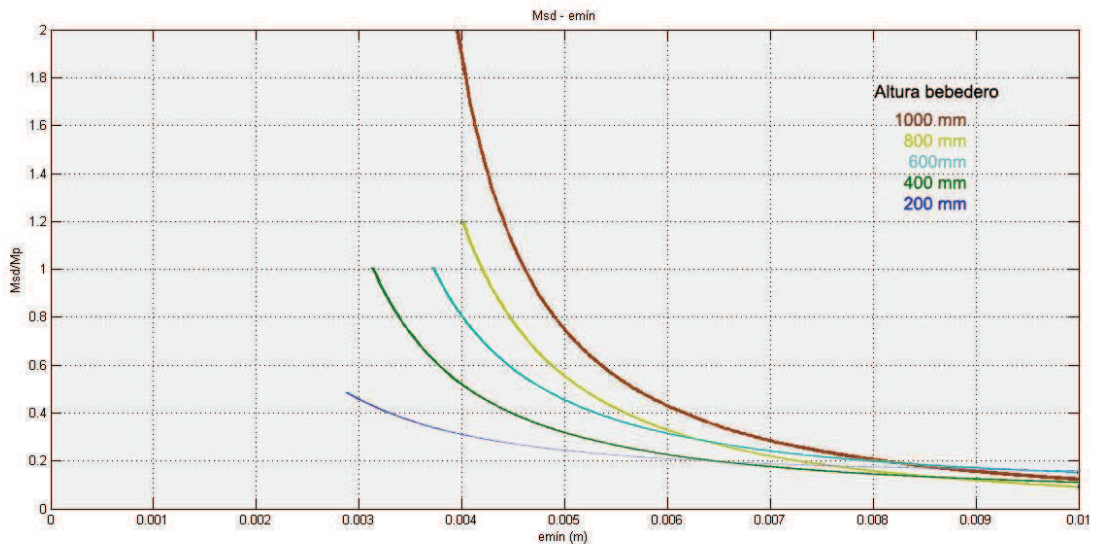


Tabla 4.12. Hierro: M_{sd} - $e_{mín}$ para distintas alturas del bebedero.

Otro punto que no se ha comentado aún es el hecho de que a partir de ciertos valores del espesor (para espesores muy pequeños), la relación M_{sd}/M_p tiende a crecer muy rápidamente, considerándose esta zona como inestable. Por lo tanto, debemos centrarnos en espesores que nos aporten una relación de masas con cierto rigor lógico.

4.1.3. Aleaciones de níquel

A continuación se presentan los distintos ensayos en los que se ha ido variando la altura del bebedero desde 200 hasta 1000 mm para el caso de aleaciones de níquel:

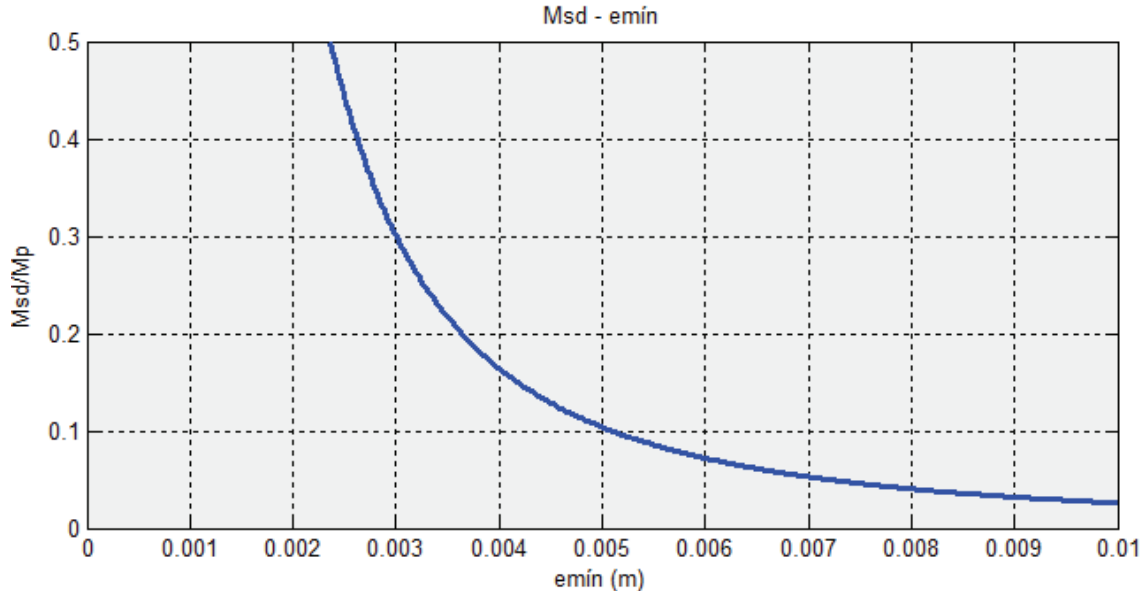


Tabla 4.13. Níquel: $M_{sd}-e_{mín}$ para altura de bebedero de 200 mm

El decrecimiento en la relación M_{sd}/M_p es ligeramente menos pronunciado en el caso del níquel pudiendo utilizar espesores más pequeños que con el aluminio o el hierro. Así por ejemplo, en la anterior tabla vemos como incluso un espesor de 0,25 mm sería válido, dando una relación de masas de 0,5. Esto se debe a alta densidad del níquel y a su baja conductividad térmica, que permite un enfriamiento más lento que con otros materiales.

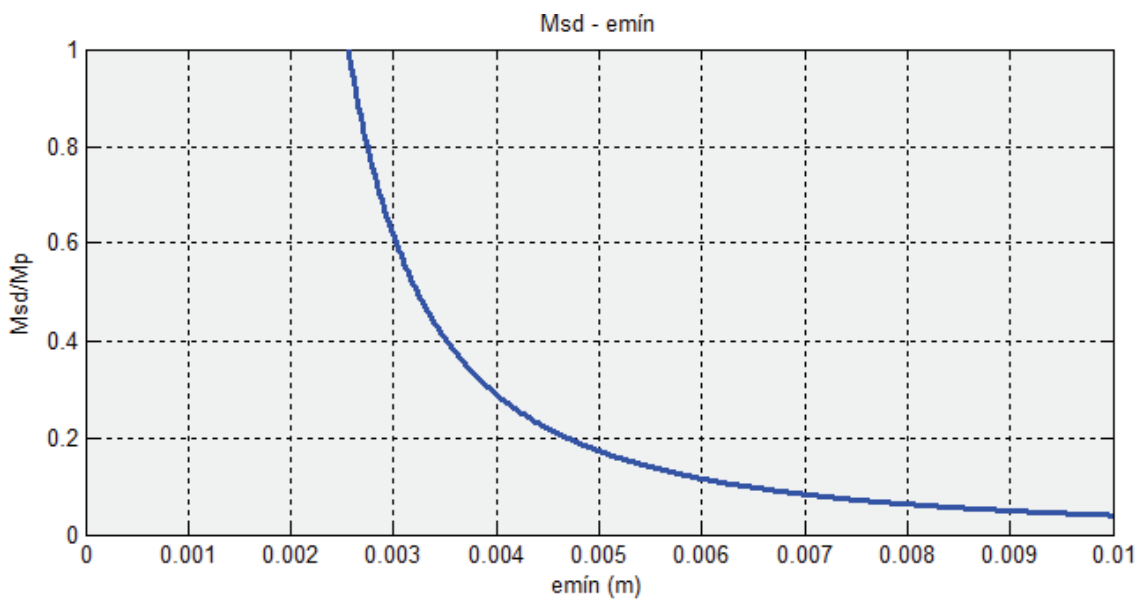


Tabla 4.14. Níquel: $M_{sd}-e_{mín}$ para altura de bebedero de 400 mm

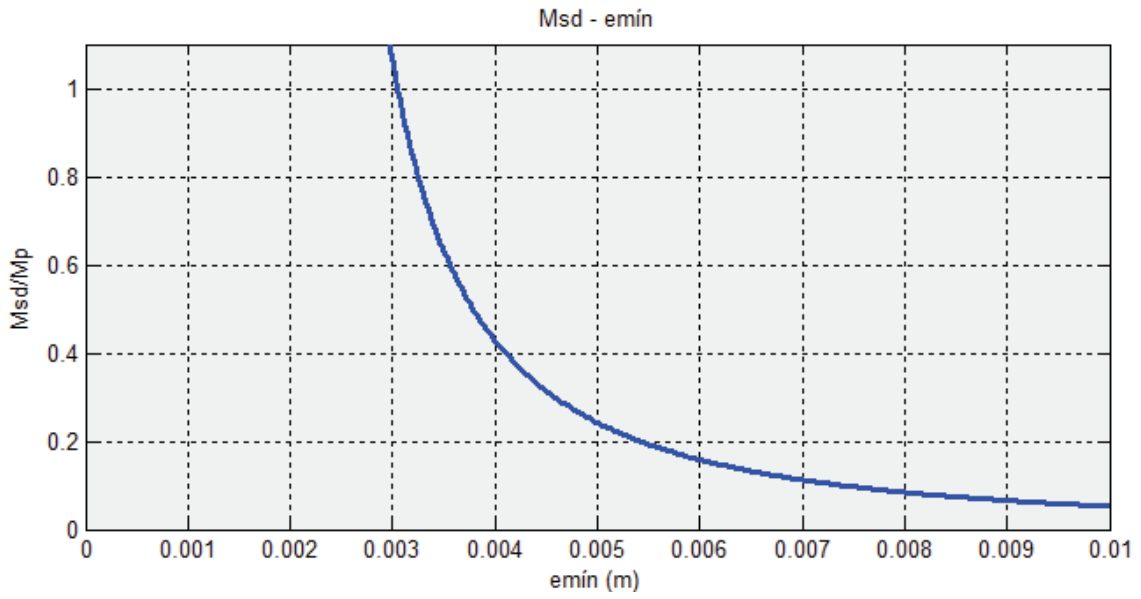


Tabla 4.15. Níquel: $M_{sd}-e_{min}$ para altura de bebedero de 600 mm

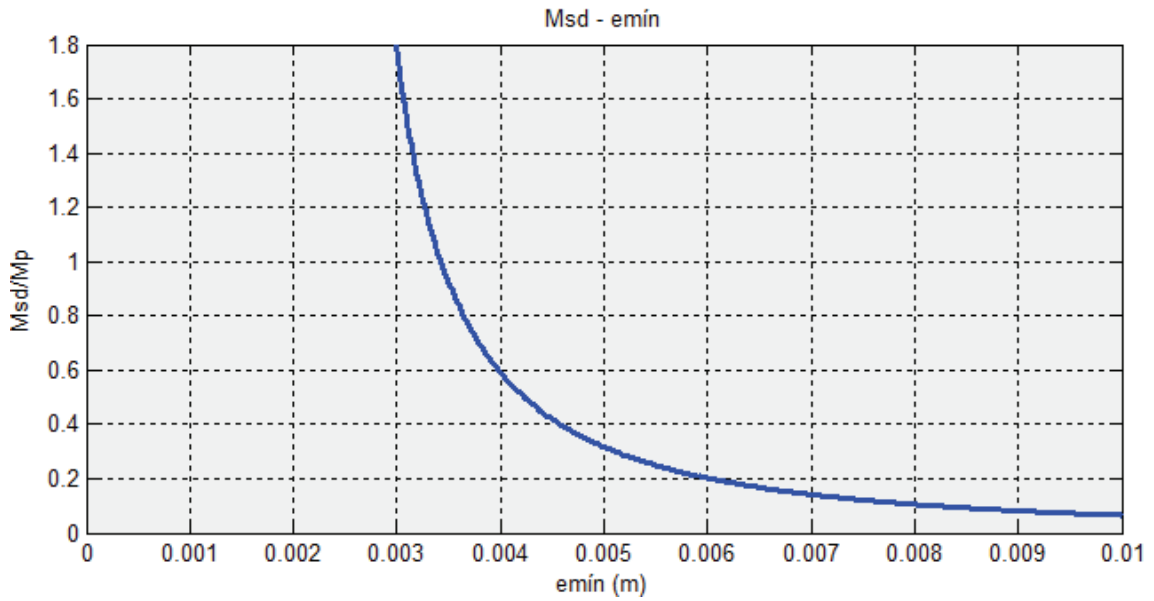


Tabla 4.16. Níquel: $M_{sd}-e_{min}$ para altura de bebedero de 800 mm

En las dos gráficas anteriores, para alturas de bebedero de 600 y 800 mm, respectivamente, observamos un aumento importante de M_{sd}/M_p de forma que si se deseara utilizar un bebedero de estas características, se debería imponer un espesor muy ancho para mantener la masa del sistema de distribución baja y poder ahorrar material.

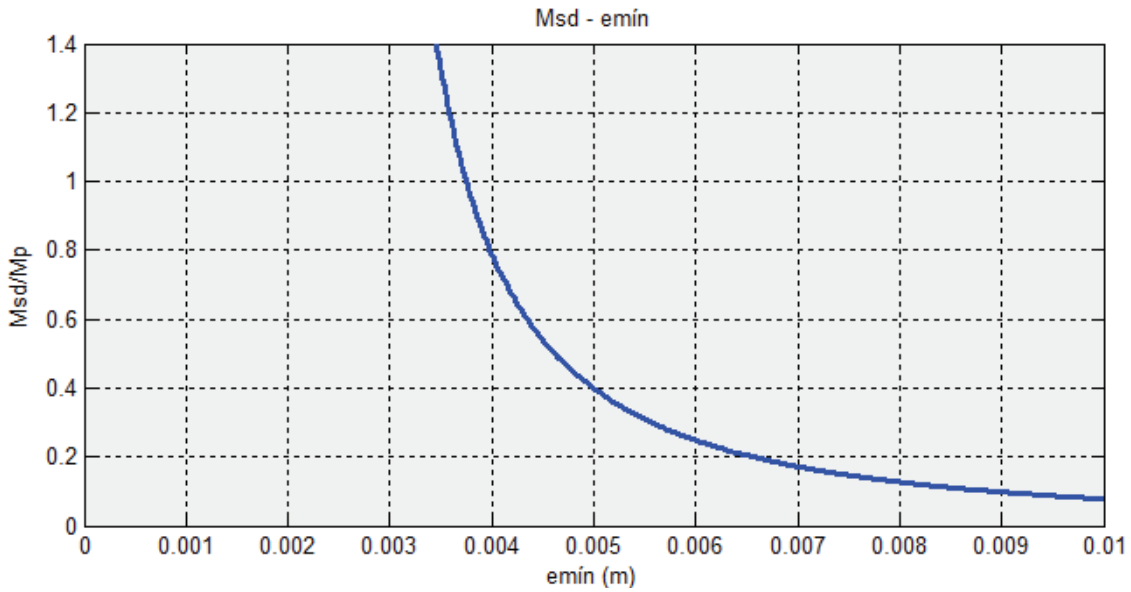


Tabla 4.17. Níquel: $M_{sd}-e_{mín}$ para altura de bebedero de 1000 mm

A continuación se representan las gráficas anteriores en una sola que nos permita ver las diferentes curvas escogiendo distintas alturas del bebedero:

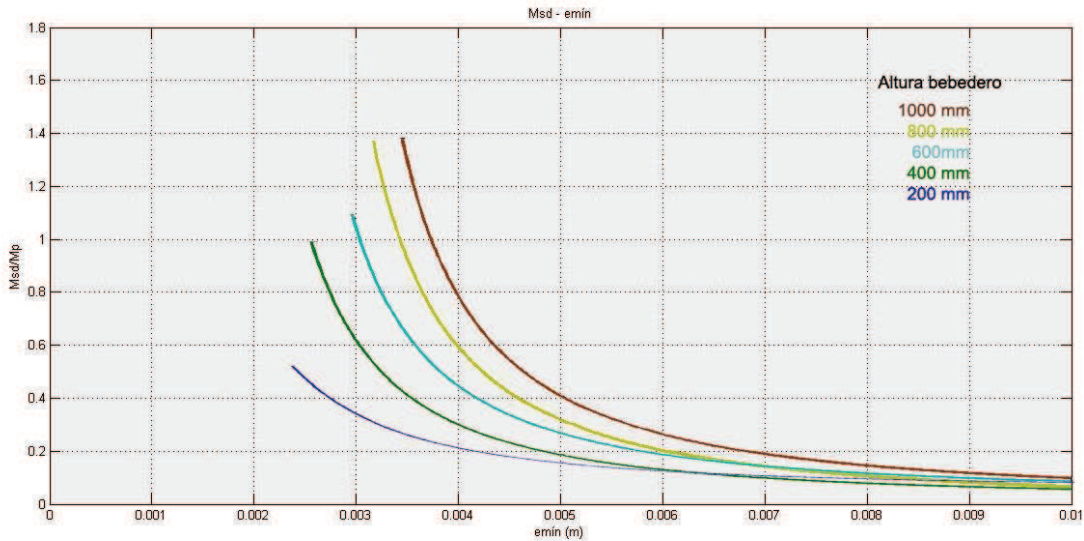


Tabla 4.18. Níquel: $M_{sd}-e_{mín}$ para distintas alturas del bebedero.

Las anteriores gráficas se aplican para el níquel y sus aleaciones. Vemos como para un espesor dado, obtenemos mayores relaciones M_{sd}/M_p cuando la altura del bebedero es mayor. Esto es lógico dado que las dimensiones del bebedero van en consonancia con la masa del sistema.

4.1.4. Análisis de resultados

A la vista de las gráficas, podemos observar la evolución de la curva que representa a la relación de la masa del sistema de distribución y la masa de la pieza frente al espesor del molde.

Vemos como las curvas tienen un comportamiento similar para todos los materiales. Por lo general, la relación M_{sd}/M_p cae a medida que aumentamos el espesor mínimo del molde algo que tiene sentido dado que reducir el espesor implica una transferencia de calor más rápida con la consecuente disminución en el tiempo de solidificación de la pieza, de manera que si queremos que solidifique en un tiempo determinado, debemos añadir mayor cantidad de material.

Por debajo de ciertos valores del espesor del molde, se produce un crecimiento muy rápido de la masa del sistema de manera que estos espesores no aportan una cierta estabilidad a dicho sistema. Por lo tanto, deberíamos centrarnos en valores estables del espesor y que nos aporten una relación de masas relativamente baja ya que esto supondrá la utilización de menor cantidad de metal en el proceso con el consecuente ahorro económico.

En resumen, si tuviéramos la posibilidad de modificar el espesor de la pieza, lo razonable sería escoger un valor del espesor que cumpla fundamentalmente con 2 objetivos:

- Por un lado, nos dará una masa del sistema relativamente baja.
- Por otra parte, dicha masa del sistema estará en un intervalo estable de la gráfica ya que ésta presenta zonas de crecimiento muy rápidas.

4.2. Dependencia de la masa del sistema con la altura del bebedero

En este ensayo, los parámetros tomados son los siguientes, aunque pueden ser modificados para realizar distintos ensayos:

- Temperatura ambiente.
- $T_0=300$ K
- Molde de arena de circonio.
- Intervalo de alturas tomado. [100-1500] mm
- Ensayos para 3 tipos de aleaciones: Aluminio, Hierro y Níquel.

- Ensayos para distintos espesores del molde.
- Canal de colada con 200 mm de longitud y 1 puerta de entrada.
- Factores de pérdidas:
 - a) Factor de sobredimensionamiento de la base superior del bebedero.
 $f_{s_{A1}}=1,2$
 - b) Factor de pérdidas en el cazo. $f_{p_b}=0,5$
 - c) Factor de pérdidas en el bebedero. $f_{p_{bebe}}=0,8$

4.2.1. Aleaciones de aluminio

A continuación se presentan los distintos ensayos en los que se ha ido variando el espesor del molde para el caso de Aluminio puro y aleaciones de aluminio:

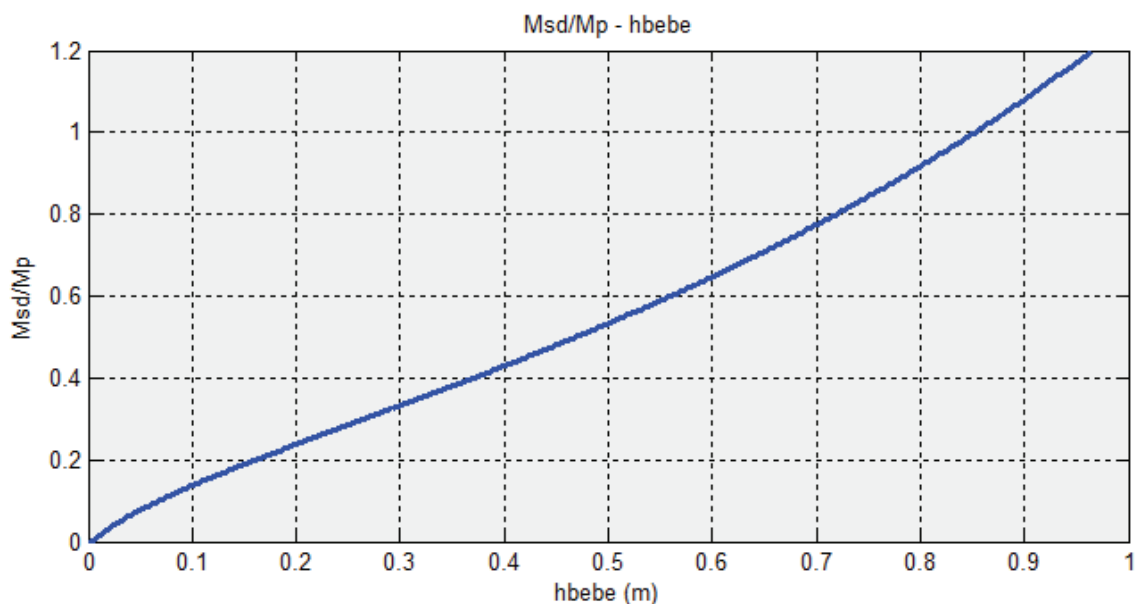


Tabla 4.19. Aluminio: M_{sd} - h_{bebe} para espesor del molde de 4 mm

Observamos cómo, la relación de masas crece con un comportamiento casi lineal en el intervalo de alturas de bebedero dadas. Un aumento de la altura del bebedero conlleva un aumento de la relación de masas.

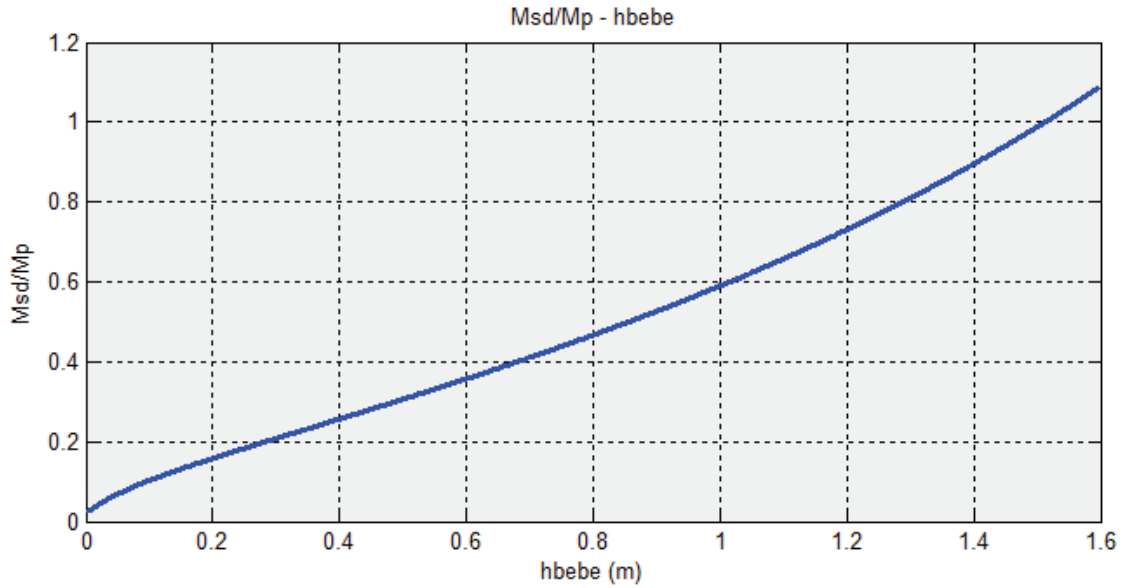


Tabla 4.20. Aluminio: M_{sd} - h_{bebe} para espesor del molde de 5 mm

Aquí se observa un fenómeno que se repetirá en las siguientes gráficas. Observamos como para una h_{bebe} nula, la relación M_{sd}/M_p es ligeramente superior a cero. Esto se debe a que en el hipotético caso de que la altura del bebedero fuera nula, el volumen del sistema de distribución no lo sería dado que el sistema se compone de otros dos elementos: la base del bebedero y el canal de colada.

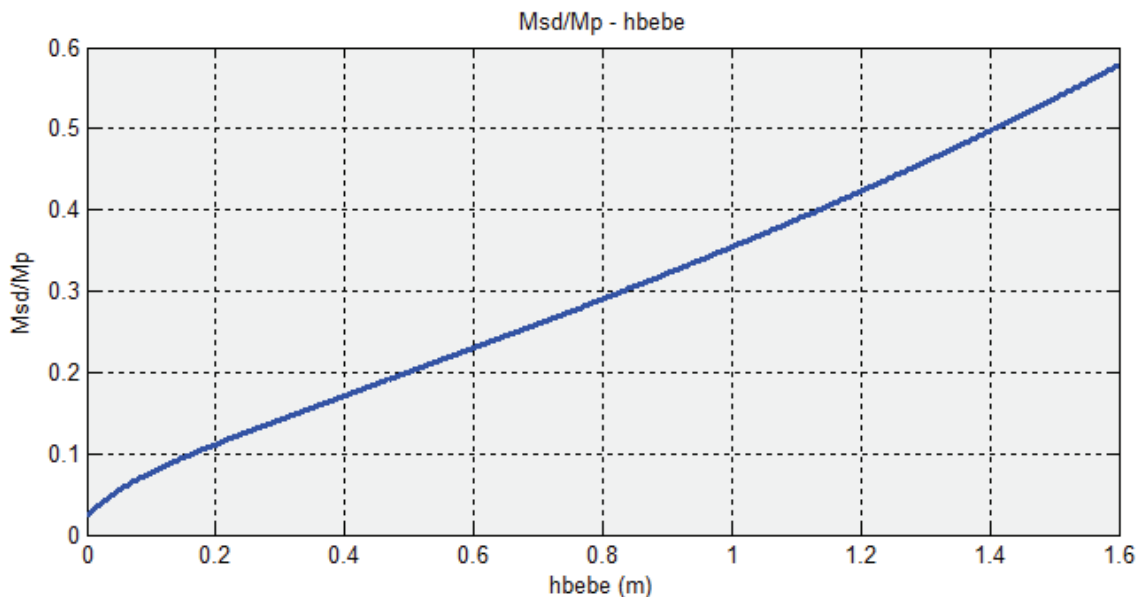


Tabla 4.21. Aluminio: M_{sd} - h_{bebe} para espesor del molde de 6 mm

Para un espesor de 6 mm, obtenemos relaciones de masas muy bajas. Por ejemplo, para una altura del bebedero de 0,5 m, la relación de masas será de 0,2.

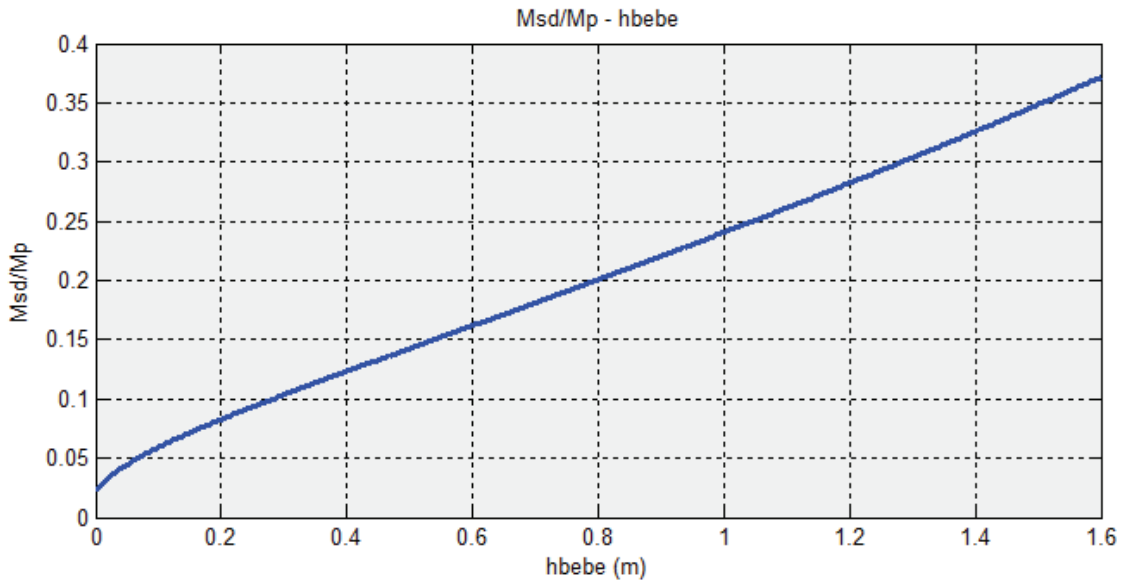


Tabla 4.22. Aluminio: M_{sd}/h_{bebe} para espesor del molde de 7 mm

Para espesores de 7 y 8 mm, M_{sd}/M_p se ha reducido hasta relaciones del 10% aproximadamente para alturas del bebedero de 0,5 m.

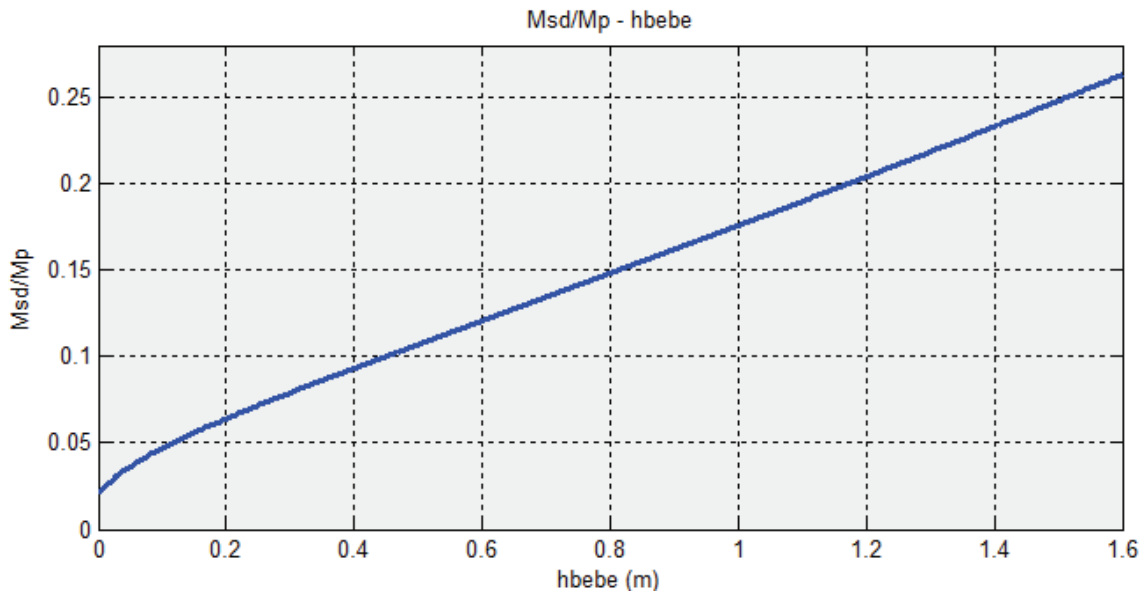


Tabla 4.23. Aluminio: M_{sd}/h_{bebe} para espesor del molde de 8 mm

Las anteriores gráficas son aplicadas al aluminio y a sus aleaciones. Observándolas, vemos como la relación M_{sd}/M_p aumenta a medida que aumenta la altura del bebedero (h_{bebe}), independientemente del espesor del molde. En la tabla 4.24 se representan las curvas anteriores en una sola gráfica que nos permita ver las diferentes curvas escogiendo distintos espesores del molde.

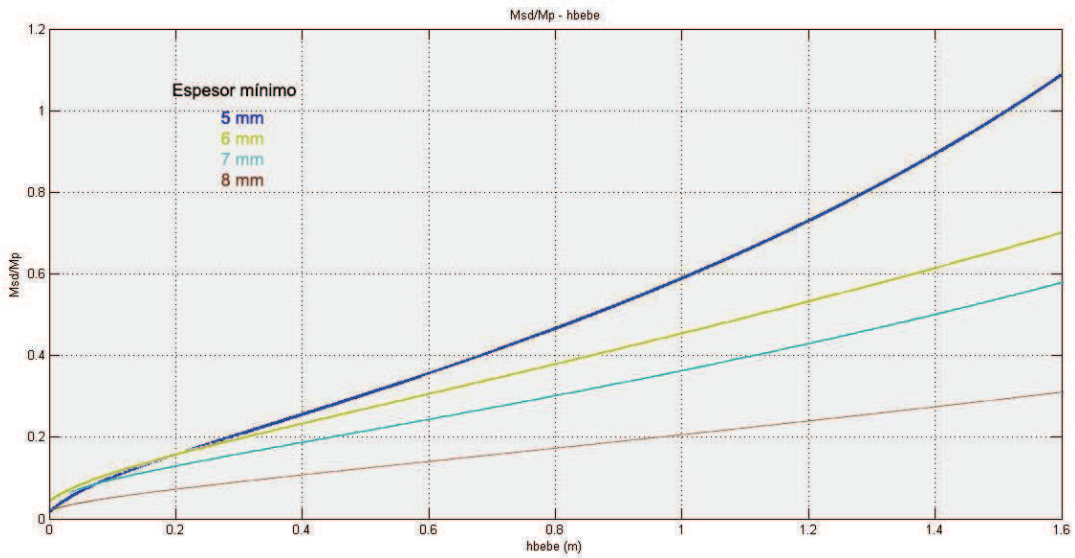


Tabla 4.24. Aluminio: M_{sd} - h_{bebe} para distintos espesores del molde

Comparando las gráficas, vemos un crecimiento de la masa del sistema de distribución más pronunciado para espesores menores del molde (5 mm). Si en el taller disponemos de un solo bebedero, parece lógico escoger un espesor mayor para mantener una relación de masas pequeña y así minimizar la cantidad de material utilizada.

4.2.2. Aleaciones de hierro

Se muestran ahora los ensayos para distintos espesores del molde para las aleaciones de hierro incluyendo el acero:

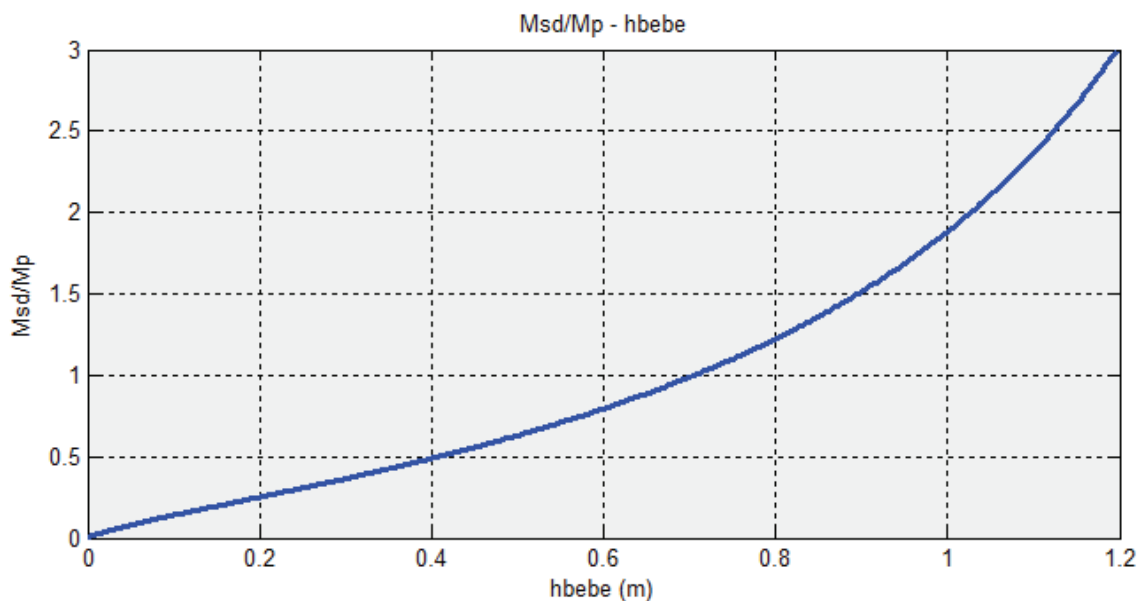


Tabla 4.25. Hierro: M_{sd} - h_{bebe} para espesor del molde de 4 mm

Esta primera gráfica del hierro, muestra un comportamiento no tan lineal como las anteriores vistas para el aluminio. A medida que aumenta la altura del bebedero, la relación de masas experimenta un crecimiento más rápido llegando incluso, a una relación $M_{sd}/M_p=3$ para una altura de 1,2 m.

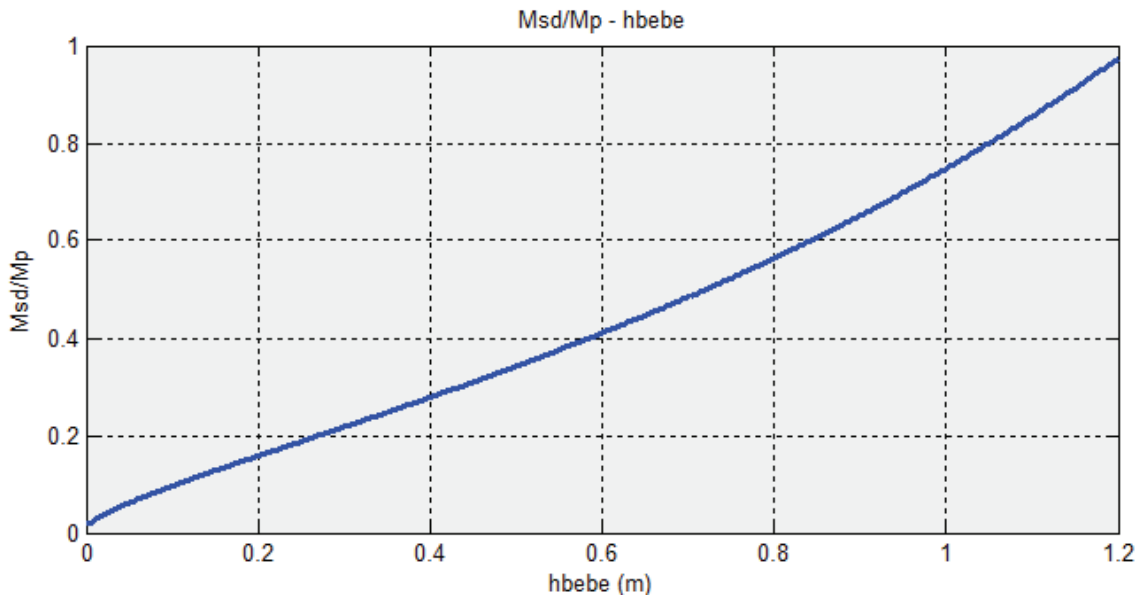


Tabla 4.26. Hierro: $M_{sd}-h_{bebe}$ para espesor del molde de 5 mm

Para un espesor de 5 mm, ya no se produce un crecimiento pronunciado como ocurría antes. El crecimiento será lineal dándose una relación de masas igual a la unidad para una altura del bebedero 1,2 m.

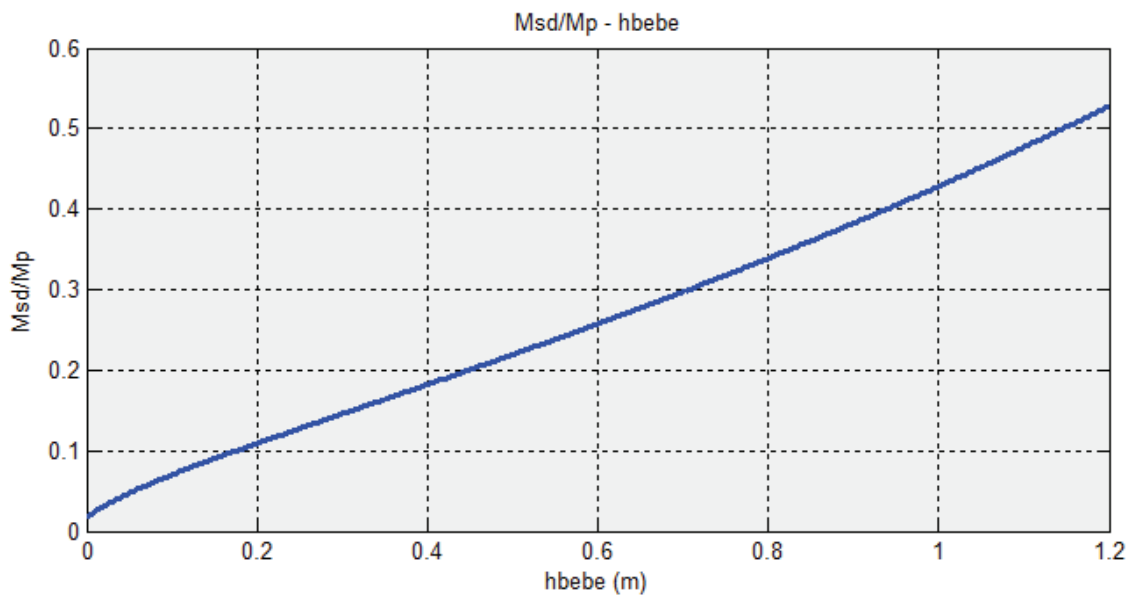


Tabla 4.27. Hierro: $M_{sd}-h_{bebe}$ para espesor del molde de 6 mm

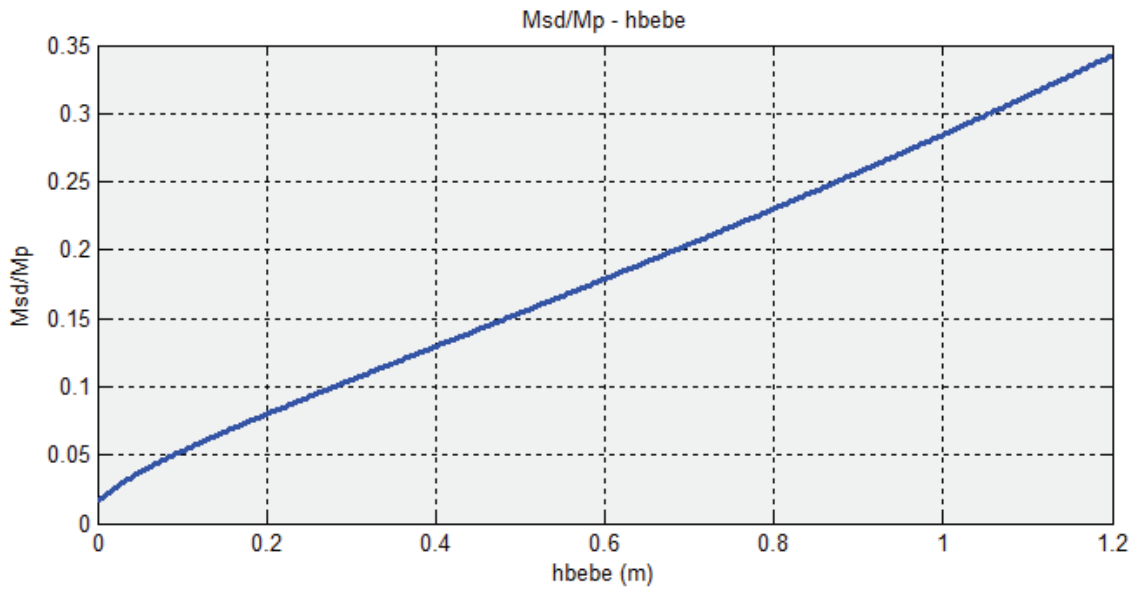


Tabla 4.28. Hierro: $M_{sd}-h_{bebe}$ para espesor del molde de 7 mm

Para espesores de 6 y 7 mm, la masa del sistema de distribución ha descendido pronunciadamente respecto a las anteriores gráficas.

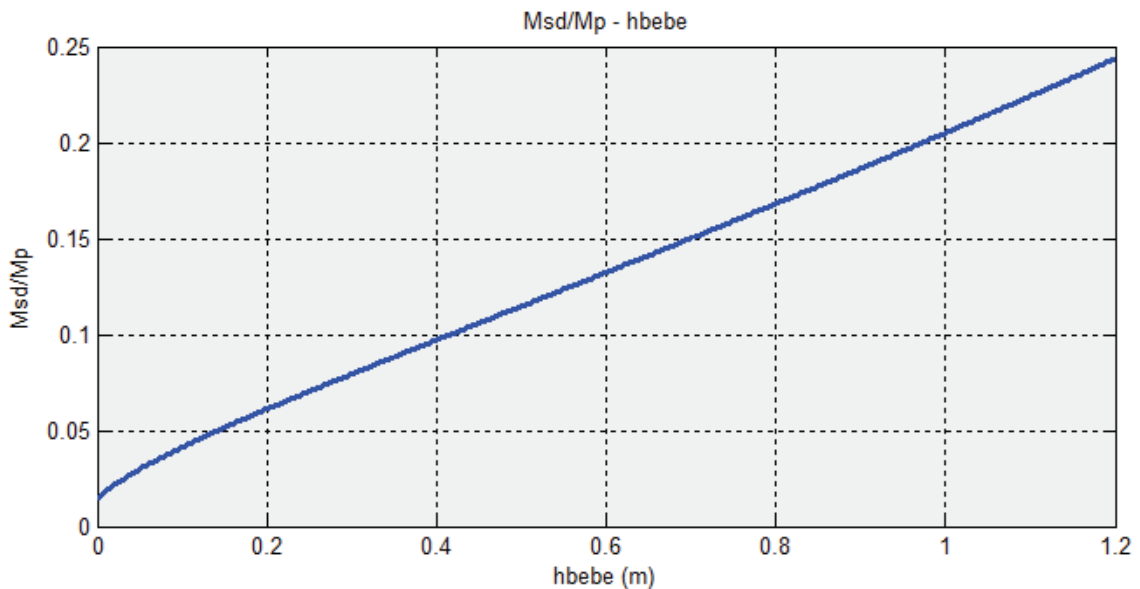


Tabla 4.29. Hierro: $M_{sd}-h_{bebe}$ para espesor del molde de 8 mm

Las anteriores gráficas corresponden al hierro y a sus aleaciones. Vemos como un mismo comportamiento que para el caso del aluminio visto en 4.2.1, es decir, la relación M_{sd}/M_p aumenta a medida que aumenta la altura del bebedero (h_{bebe}). A continuación se representan las gráficas anteriores en una sola gráfica que nos permita ver las diferentes curvas escogiendo distintas alturas del bebedero:

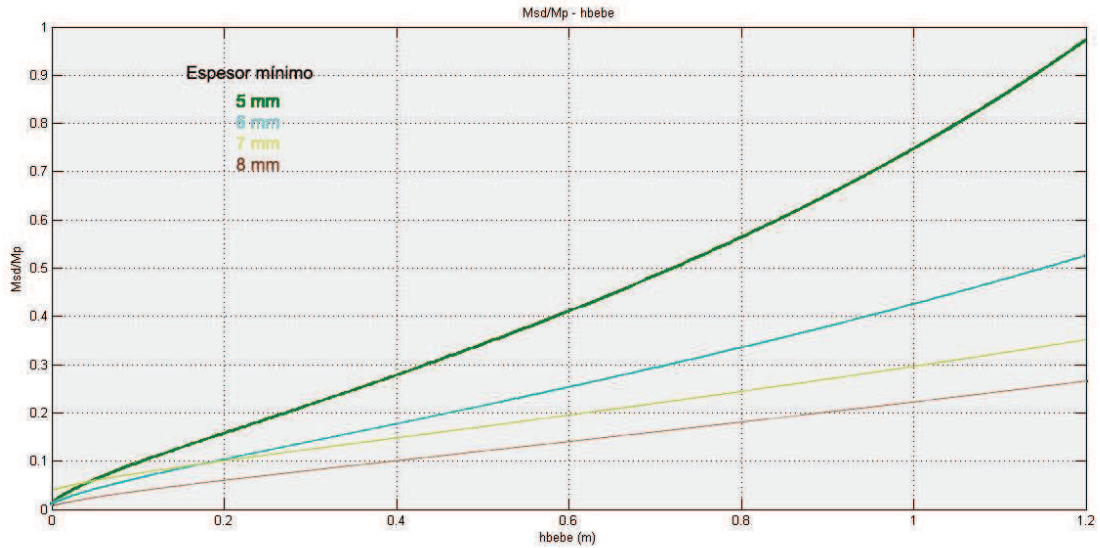


Tabla 4.30. Hierro: M_{sd} - h_{bebe} para distintos espesores del molde

Comparando las gráficas, vemos como el crecimiento de la relación de masas es más pronunciado para espesores menores. Además observamos que para 5 mm (línea verde en la gráfica), existe una diferencia bastante pronunciada de la relación respecto a las otras líneas.

Con esto se concluye que un espesor del molde pequeño (inferior a 5 mm) haría una curva muy inestable y no sería de aplicación para nuestro problema. Debemos centrarnos en escoger espesores lo más altos posibles ya que ello conllevará una M_{sd} menor, con el consiguiente ahorro de material.

4.2.3. Aleaciones de níquel

Se muestran ahora los ensayos para distintos espesores del molde para las aleaciones de níquel:

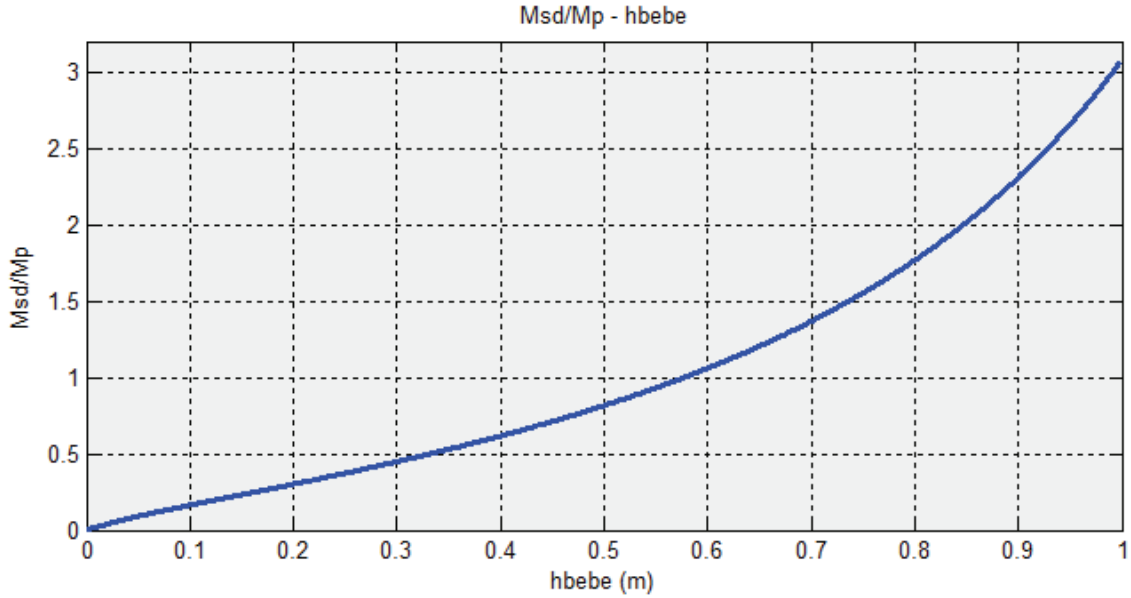


Tabla 4.31. Níquel: M_{sd} - h_{bebe} para espesor del molde de 3 mm

En esta primera gráfica se observa un comportamiento similar a la del hierro para un espesor del molde de 3 mm: no hay un crecimiento lineal si no que a partir de cierta altura del bebedero, M_{sd}/M_p aumenta más rápidamente llegando a una relación de 3 para una altura del bebedero de 1 m.

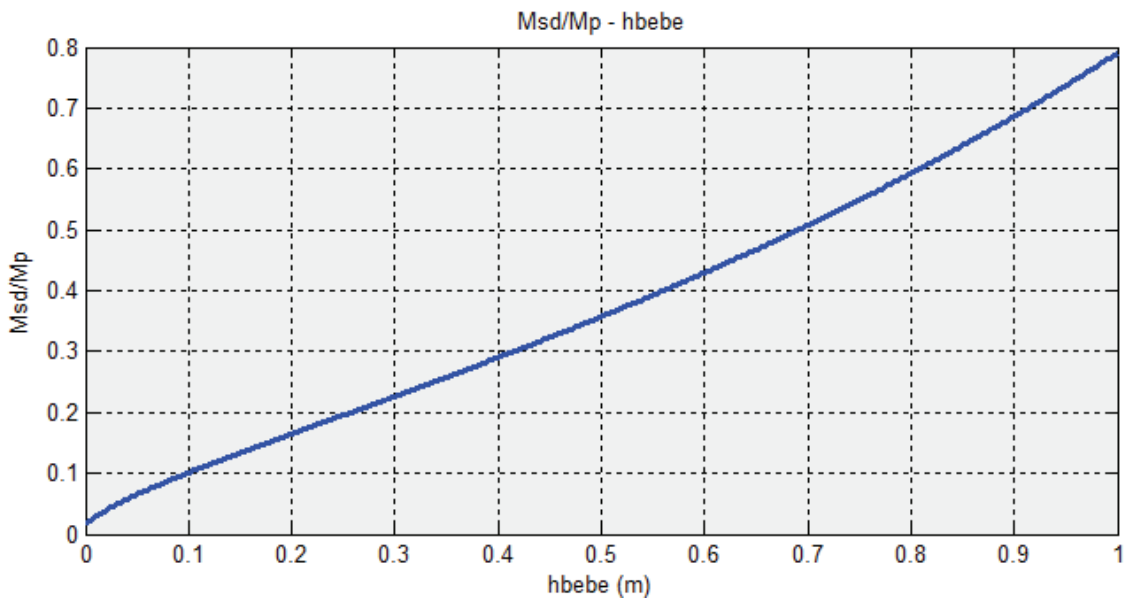


Tabla 4.32. Níquel: M_{sd} - h_{bebe} para espesor del molde de 4 mm

En la gráfica anterior ya se aprecia un comportamiento más estable de la curva teniendo un crecimiento casi lineal además de haberse reducido mucho la relación de masas. Con esto vemos que un espesor del molde de 4 mm es más apropiado que un espesor de 3 mm.

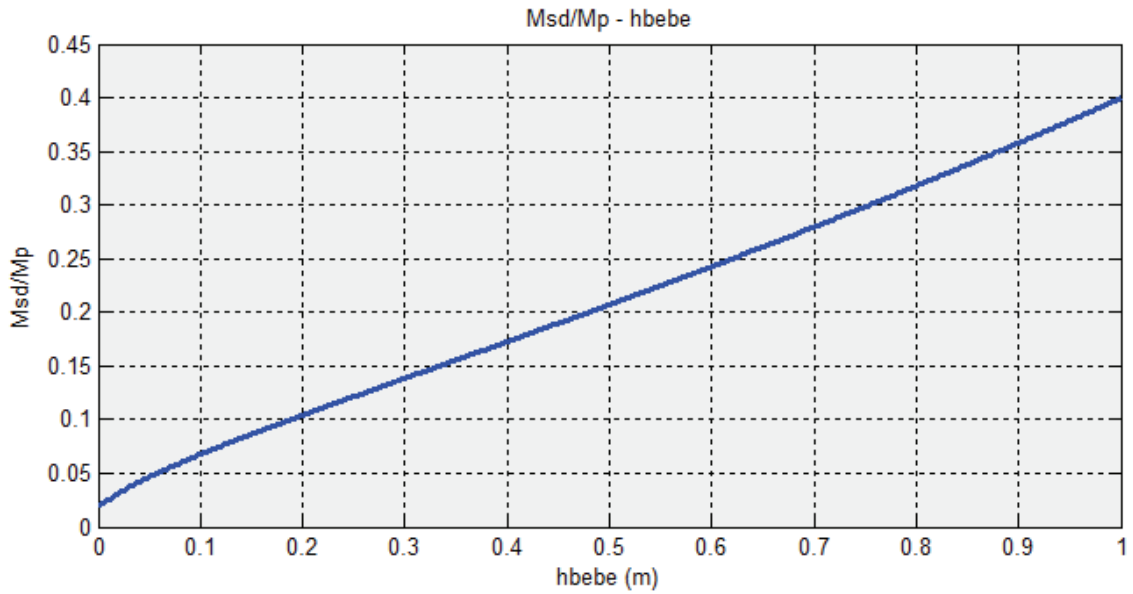


Tabla 4.33. Níquel: $M_{sd}-h_{bebe}$ para espesor del molde de 5 mm

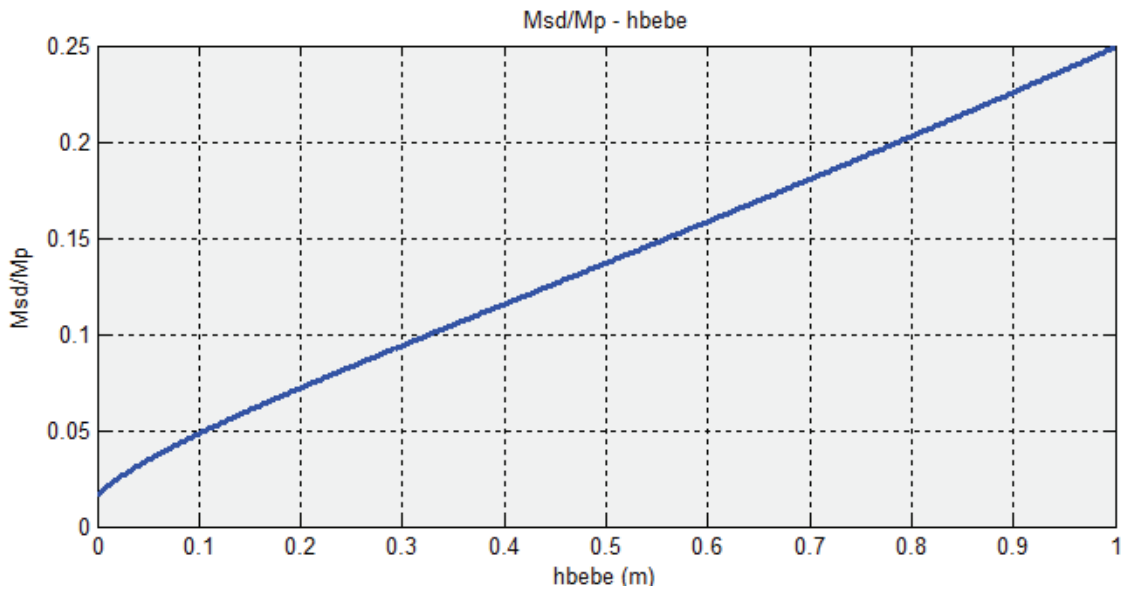


Tabla 4.34. Níquel: $M_{sd}-h_{bebe}$ para espesor del molde de 6 mm

Podemos recoger las anteriores gráficas del níquel en una sola y comparar la evolución de las curvas:

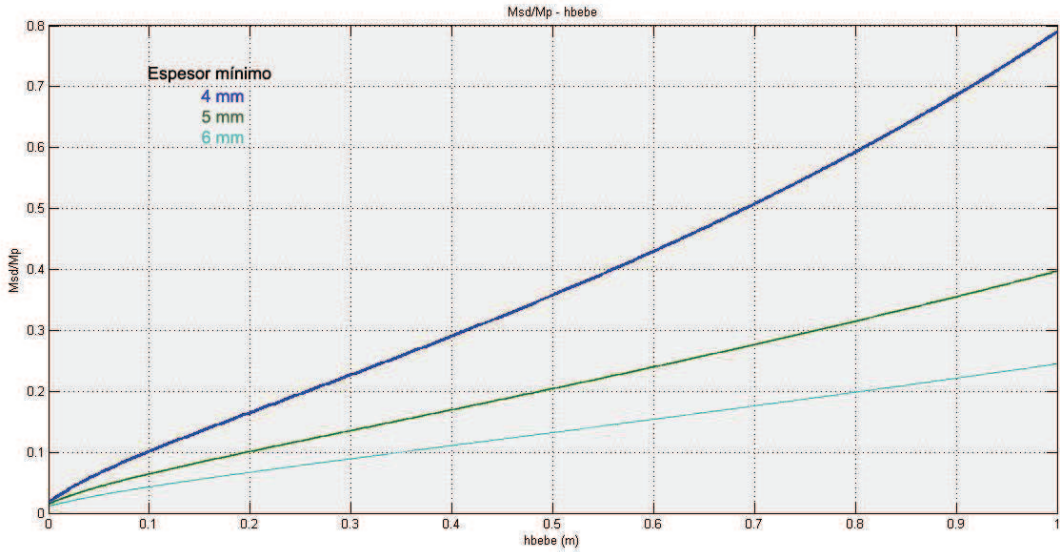


Tabla 4.35. Níquel: M_{sd} - h_{bebe} para distintos espesores del molde

El comportamiento es muy similar al que vimos para el hierro en el apartado 4.2.2, es decir, la relación M_{sd}/M_p aumenta conforme aumenta la altura del bebedero (h_{bebe}) tratándose de un crecimiento más estable para espesores del molde mayores.

4.2.4. Análisis de resultados

Vemos como las curvas tienen un comportamiento similar de manera que, por lo general, la relación M_{sd}/M_p crece a medida que aumentamos la altura del bebedero y lo hace, en general, con un comportamiento próximo al lineal. Este crecimiento es lógico dado que un aumento de la altura del bebedero lleva consigo una menor evacuación del calor del metal fundido en el molde de forma que se requerirá mayor cantidad del metal si se desea que este solidifique un período de tiempo determinado.

Es interesante observar, también, que las gráficas no comienzan en cero, es decir, que para una hipotética altura del bebedero inexistente (0 mm), la relación M_{sd}/M_p no será nula dado que el volumen del sistema de distribución no es nulo debido a la presencia de las otras geometrías en el sistema de distribución.

La aplicación práctica, en esta ocasión, consistiría en establecer una altura del bebedero que nos convenga por algún motivo, y entrar en la gráfica correspondiente de las mostradas anteriormente seleccionando un espesor que nos dé una relación de masas baja.

Como se ha visto, cuanto menor es la altura del bebedero menor es la cantidad de material que necesita el sistema de distribución. Así pues, por lo general interesa que el bebedero tenga la longitud mínima posible, sin embargo, cabe señalar que en la práctica, la altura del bebedero vendrá dispuesta por la altura de las cajas del molde disponibles en el taller.

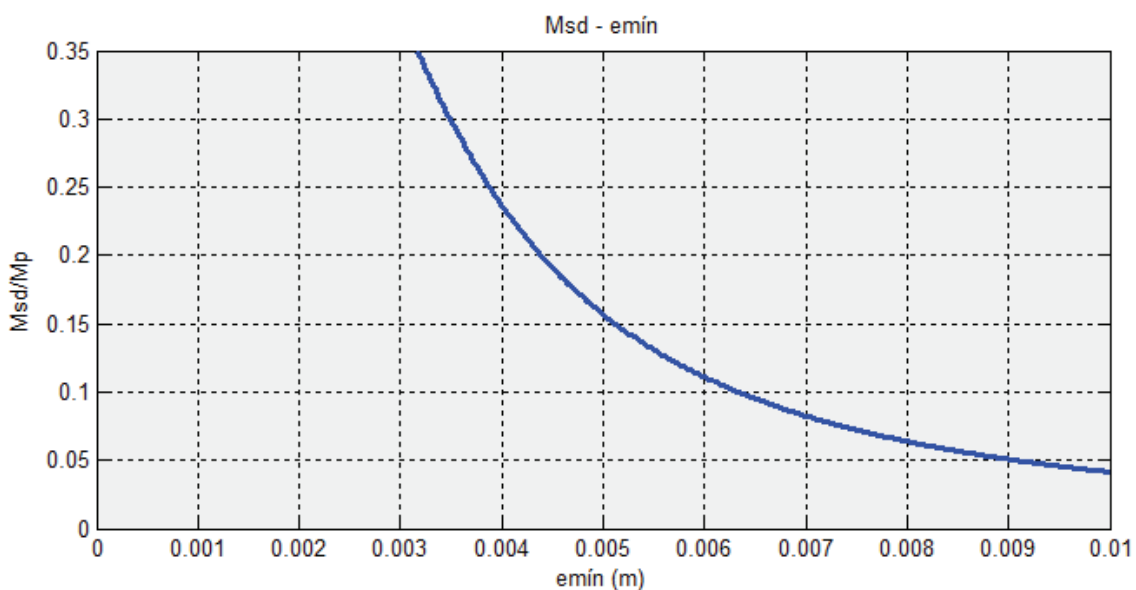
4.3. Otras posibles soluciones al problema

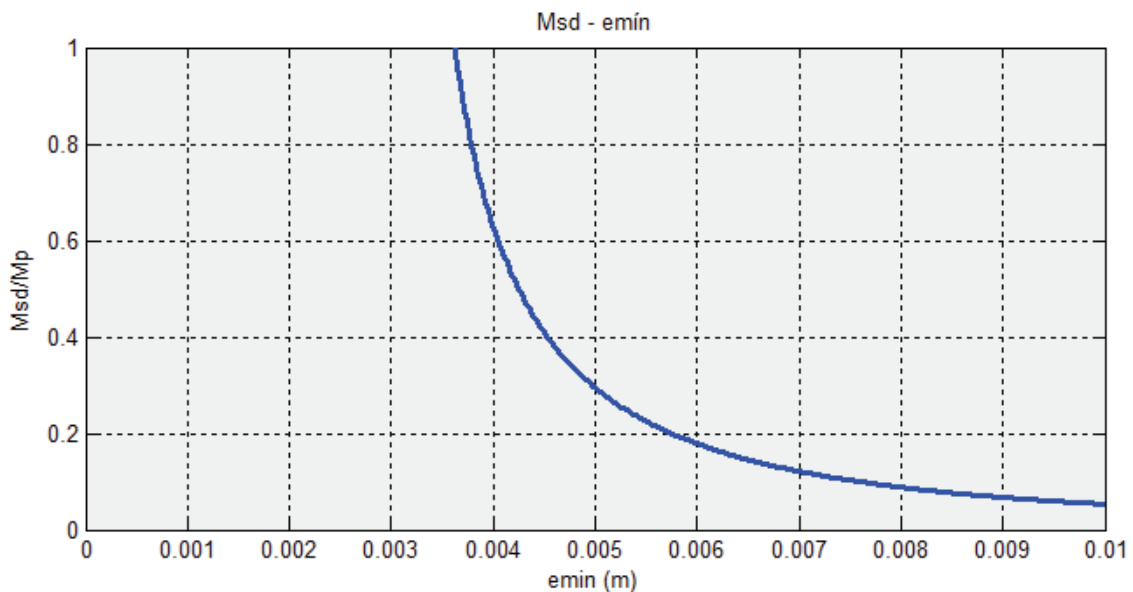
Tal y como se explicó en el capítulo 2 y, en concreto, debido a la ecuación [2.38], existen 2 soluciones más al problema además de la planteada al principio de este capítulo y que ha servido de base para la realización de los distintos ensayos mostrados hasta ahora. Dichas soluciones no se han representado por lo siguiente: en primer lugar, una de ellas carece de significado físico para nuestro problema siendo simplemente una solución analítica de [2.38].

La segunda de ellas, sí tendrá significado físico y la razón por la que no se ha mostrado hasta ahora es porque siempre será una solución no óptima, es decir, una solución donde la relación M_{sd}/M_p será mayor que la que mostramos en las gráficas anteriores de manera que no conseguiríamos el objetivo de minimizar M_{sd} para disminuir los costes en la producción.

A continuación se muestra un ejemplo siguiendo las mismas hipótesis que las planteadas para los casos estudiados en este capítulo donde se van a comparar ambas soluciones para el caso del aluminio y una altura del bebedero de 200 mm:

SOLUCIÓN ÓPTIMA



SOLUCIÓN NO ÓPTIMA

Como vemos, la solución óptima siempre nos dará un valor menor de la relación M_{sd}/M_p . Por ejemplo, para un espesor del bebedero de 4 mm, tendremos una relación M_{sd}/M_p de 0,23 para la primera solución, y una relación de 0,6 para la otra solución. Esto ocurre con todos los casos estudiados anteriormente y otros no presentados en el proyecto pero que han sido ensayados. En cualquier caso, con el proyecto se incluyen los archivos *Matlab* necesarios simplemente para introducir las condiciones necesarias y calcular las soluciones. Podemos ver una explicación en el Anexo II del presente proyecto.

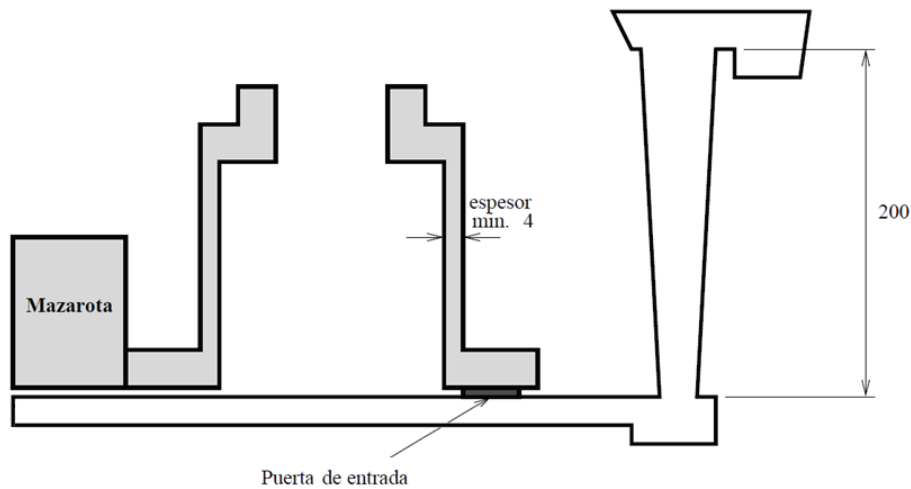
4.4. Aplicación práctica. Comparación de resultados entre el método tradicional y el uso del programa en Fortran

4.4.1. Problema planteado

Supongamos que queremos diseñar el sistema de distribución para fabricar una pieza de un vehículo en un molde de arena de circonio. Las características son las siguientes:

- El peso de la pieza es de 3 kg y el material utilizado será una aleación de aluminio.
- Se dispone utilizará un bebedero de 200 mm de altura.
- El canal de colada tendrá una longitud de 200 mm y dispondrá de una puerta de entrada al molde.
- La temperatura ambiente es de 300 K.
- Espesor mínimo del molde de 4 mm.

- El programa empieza iterando con una $M_{sd}=10\% M_p$ mientras que en la resolución con el método tradicional, utilizaremos una estimación inicial de $M_{sd}=1$ kg.



4.4.2. Resolución mediante el método tradicional: uso de nomogramas

Calculamos en primer lugar el tiempo de solidificación de la pieza y lo consideraremos como el tiempo de llenado del molde, de acuerdo a las consideraciones tomadas en el apartado 2.5. Utilizamos la expresión [2.1]:

$$t_f = C \cdot \left(\frac{e_{min}}{2}\right)^2$$

Para el cálculo del parámetro C, necesitamos conocer las propiedades de los materiales del molde y de la pieza, las cuales podemos consultarlas en las tablas 3.1 y 3.2. Aplicando la ecuación [2.2]:

$$C = \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{Dens_{mat} \cdot H}{T_{mp_f} - T_o}\right)^2 \cdot \frac{1}{K \cdot Dens_{molde} \cdot Cp_{molde}}$$

$$C = \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{2400 \cdot 3,91 \cdot 10^5}{933 - 300}\right)^2 \cdot \frac{1}{1,04 \cdot 2720 \cdot 840} = 726401,8 \text{ sm}^{-2}$$

El tiempo de llenado resultará

$$t_f = 726401,8 \cdot \left(\frac{0,004}{2}\right)^2 = 2,91 \text{ s}$$

Ahora es necesario realizar una estimación de la masa del sistema de distribución. Dado que la masa de la pieza es de 3 kg, podemos estimar una masa del sistema de 1 kg.

Posteriormente, comprobaremos que la masa resultante coincide con la estimada. Si no coincidiese, habría que recalcular un nuevo caudal Q y rediseñar el sistema de distribución. El caudal se calcula mediante la expresión [2.32]:

$$Q = \frac{M_{sd} + M_p}{t_f} = \frac{3 + 1}{2,91} = 1,37 \text{ kg/s}$$

En el nomograma de la figura 4.1 obtenemos las dimensiones de los elementos del sistema de distribución entrando con el caudal Q que acabamos de calcular y la altura del bebedero $h_b=200$ mm. La intersección de la línea azul con las columnas del nomograma proporciona los siguientes valores:

- Área total de las puertas de entrada, $A_p = 3350 \text{ mm}^2$
- Área total de la sección transversal del canal de colada, $A_c = 1650 \text{ mm}^2$
- Área de la sección superior del bebedero, $A_1 = 1040 \text{ mm}^2$
- Área de la sección inferior del bebedero, $A_2 = 620 \text{ mm}^2$

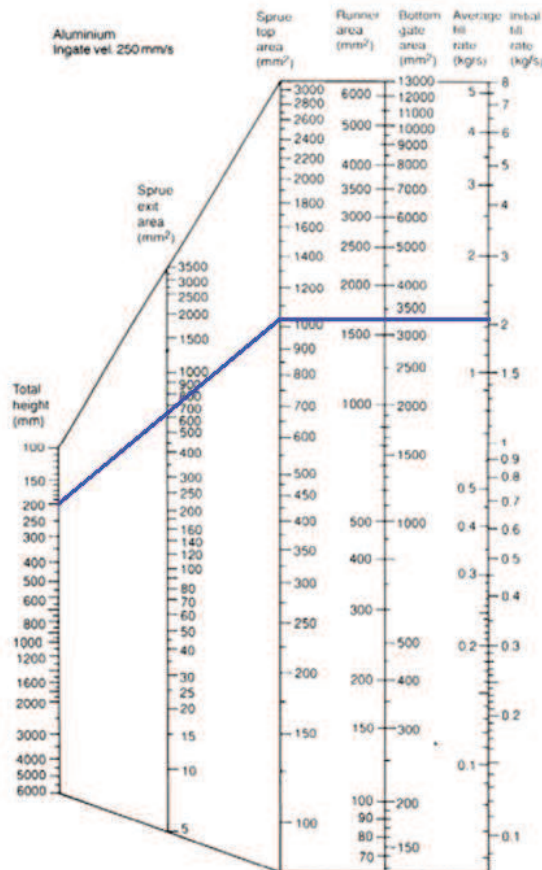


Figura 4.1. Nomograma para el ejemplo propuesto. Primera iteración.

A partir de las ecuaciones [2.4] y [2.5], calculamos el área superior e inferior del bebedero:

$$D_1 = \sqrt{\frac{4 \cdot A_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1040}{\pi}} = 36,39 \text{ mm}$$

$$D_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot A_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 620}{\pi}} = 28,10 \text{ mm}$$

Considerando la sección transversal del canal de colada cuadrada, el ancho del canal e_c por la ecuación [2.24] será

$$e_{c_i} = \sqrt{A_{c_i}}$$

Recordamos que la i hace referencia a cada uno de los diferentes tramos de los que se compone el canal de colada en el caso de que disponga de varias puertas de entrada. En este caso, solo tenemos una puerta de entrada por lo que la expresión anterior queda así:

$$e_{c_1} = \sqrt{A_{c_1}} \rightarrow e_{c_1} = \sqrt{1650} = 40,62 \text{ mm}$$

La base del bebedero, como ya se explicó en 2.6.3 tendrá un diámetro igual al doble de la sección inferior del bebedero y una altura igual al ancho del canal de colada:

$$\text{Altura}_{\text{base}} = 2 \cdot e_c = 2 \cdot 40,62 = 81,24 \text{ mm}$$

$$\text{Diámetro}_{\text{base}} = 2 \cdot D_2 = 2 \cdot 28,10 = 56,20 \text{ mm}$$

Con todo ello, ahora sería necesario comprobar si la hipótesis que tomamos de $M_{sd}=1 \text{ kg}$ es o no aceptable. Para ello tenemos que calcular el volumen de todo el sistema de distribución y calcular la masa que alberga dicho volumen a partir de la densidad del aluminio.

- **Volumen del bebedero**

Con [2.3], calculamos el volumen del bebedero:

$$V_{bebe} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h_{bebe} \cdot \left(\frac{D_1^2}{4} + \frac{D_2^2}{4} + \frac{D_1 \cdot D_2}{4} \right)$$

$$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 200 \cdot \left(\frac{36,39^2}{4} + \frac{28,10^2}{4} + \frac{36,39 \cdot 28,10}{4} \right) = 164165 \text{ mm}^3$$

- **Volumen de la base del bebedero**

A partir de la expresión [2.27], calculamos el volumen de la base:

$$V_{base} = \pi \cdot \frac{(2 \cdot D_2)^2}{4} \cdot 2 \cdot e_{c_1}$$

$$V_{base} = \pi \cdot \frac{(2 \cdot 28,10)^2}{4} \cdot 2 \cdot 40,62 = 201527 \text{ mm}^3$$

- **Volumen del canal de colada**

La ecuación [2.7] se aplica para el volumen del canal teniendo en cuenta que solo habrá un único tramo:

$$V_c = \sum_{i=1}^m A_{c_i} \cdot l_{c_u} = A_{c_1} \cdot l_{c_1} = 1650 \cdot 200 = 330000 \text{ mm}^3$$

- **Volumen total del sistema de distribución**

Con los volúmenes de todas las partes ya conocidos, solo nos queda sumarlos para obtener el volumen total del sistema:

$$V_{sd} = V_{bebe} + V_{base} + V_c = 164165 + 201527 + 330000 = 695692 \text{ mm}^3$$

Ya podemos calcular la masa del sistema de distribución a partir de la densidad del Aluminio (2400 kg/m³):

$$\rho = \frac{M_{sd}}{V_{sd}} \rightarrow M_{sd} = \rho \cdot V_{sd} = 2400 \cdot 10^{-9} \cdot 695692 = 1,67 \text{ kg}$$

$$Q' = \frac{M_{sd} + M_p}{tf} = \frac{3 + 1,67}{2,91} = 1,61 \text{ kg/s}$$

El caudal de 1,61 kg/s difiere bastante del caudal inicial de 1,37 kg/s que obtuvimos a partir de la suposición inicial de una masa M_{sd} de 1 kg, por lo que tendremos que realizar otra iteración con la nueva M_{sd} (1,67 kg). Para ello debemos recalculamos las dimensiones del sistema y entrar de nuevo en el nomograma (Figura 4.2).

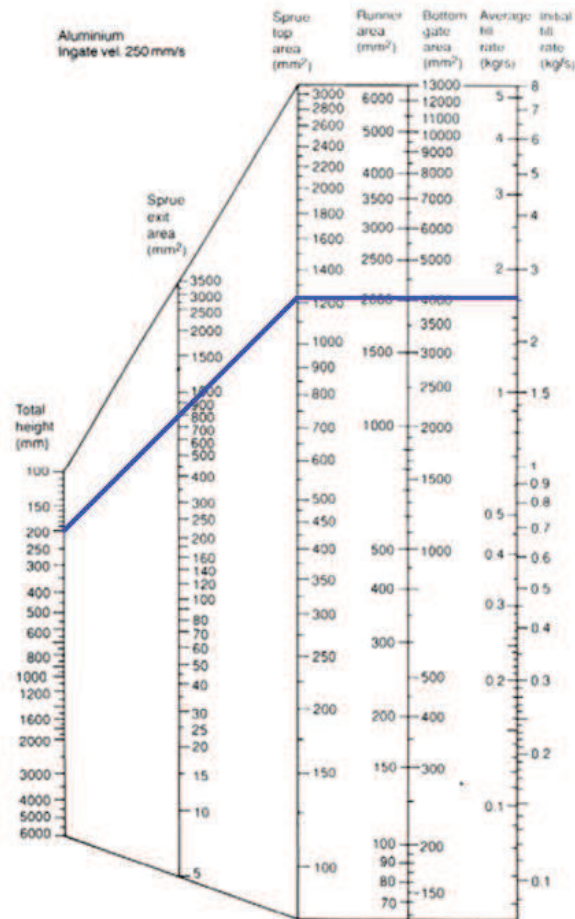


Figura 4.2. Nomograma para el ejemplo propuesto. Segunda iteración.

La intersección de la línea azul con las columnas del nomograma proporciona los siguientes valores:

- Área total de las puertas de entrada, $A_p = 4000 \text{ mm}^2$
- Área total de la sección transversal del canal de colada, $A_c = 2000 \text{ mm}^2$
- Área de la sección superior del bebedero, $A_1 = 1220 \text{ mm}^2$
- Área de la sección inferior del bebedero, $A_2 = 780 \text{ mm}^2$

Calculamos todas las dimensiones siguiendo el mismo proceso que antes:

$$D_1 = \sqrt{\frac{4 \cdot A_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1220}{\pi}} = 39,4 \text{ mm}$$

$$D_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot A_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 780}{\pi}} = 31,51 \text{ mm}$$

$$e_{c1} = \sqrt{A_{c1}} \rightarrow e_{c1} = \sqrt{2000} = 44,7 \text{ mm}$$

$$\text{Altura}_{base} = 2 \cdot e_c = 2 \cdot 44,7 = 89,4 \text{ mm}$$

$$\text{Diámetro}_{base} = 2 \cdot D_2 = 2 \cdot 31,51 = 63,02 \text{ mm}$$

- **Volumen del bebedero**

$$V_{bebe} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 200 \cdot \left(\frac{39,4^2}{4} + \frac{31,51^2}{4} + \frac{39,4 \cdot 31,51}{4} \right) = 198273 \text{ mm}^3$$

- **Volumen de la base del bebedero**

$$V_{base} = \pi \cdot \frac{(2 \cdot 31,51)^2}{4} \cdot 2 \cdot 44,7 = 278859 \text{ mm}^3$$

- **Volumen del canal de colada**

$$V_c = 2000 \cdot 200 = 400000 \text{ mm}^3$$

- **Volumen total del sistema de distribución**

$$V_{sd} = V_{bebe} + V_{base} + V_c = 198273 + 278859 + 400000 = 877132 \text{ mm}^3$$

Ya podemos calcular la masa del sistema de distribución:

$$M_{sd} = \rho \cdot V_{sd} = 2400 \cdot 10^{-9} \cdot 877132 = 2,1 \text{ kg}$$

El nuevo caudal será

$$Q'' = \frac{M_{sd} + M_p}{tf} = \frac{3 + 2,1}{2,91} = 1,75 \text{ kg/s}$$

La solución es aceptable dado que no tiene sentido realizar otra iteración cuando, si observamos el diagrama, no existe apenas diferencia entre entrar con un caudal de 1,61 ó de 1,75 kg/s. Además, en la práctica no se realiza más de una iteración. Por lo tanto, las dimensiones de nuestro sistema serán las representadas en la figura 4.3.

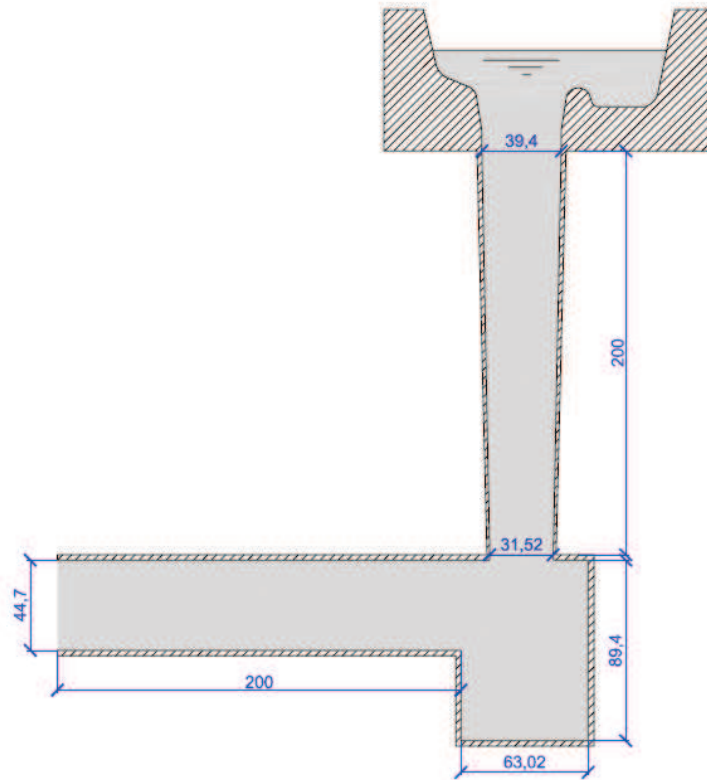


Figura 4.3. Sistema de distribución diseñado en el problema propuesto mediante el método tradicional (uso de nomogramas)

4.4.3. Resolución mediante el uso del programa en Fortran

Vamos a introducir en el programa las mismas condiciones que las impuestas en la resolución mediante nomogramas. Nótese en la figura 4.4 que se han introducido algunos valores para las variables y parámetros que el “British Non-Ferrous Metals Technology Centre” utiliza para los nomogramas con objeto de poder comparar los resultados posteriormente. Dichos valores son:

- Una velocidad límite de 0,25 m/s al tratarse del aluminio.
- Factores de pérdidas del bebedero $f_{p_{bebe}} = 0,8$ y factor de pérdidas del cazo $f_{p_b} = 0,5$
- 20% de factor de seguridad de sobredimensionamiento del diámetro superior del bebedero ($f_{s_{A1}}=1,2$).

```

PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DEL SISTEMA DE DISTRIBUCIÓN EN FUNDICIÓN
-----
Escoge un material para el molde
1. Arena silíceo
2. Mullita
3. Yeso
4. Arena de circonio
5. Introducir otro material
4
Introduce el espesor del molde [mm]
4
Escoge un material para fundición
1. Hierro
2. Níquel
3. Aluminio
4. Introducir otro material
3
Introduce la temperatura ambiente [°K]
300
Introduce la velocidad límite en el canal (m/s)
0.25
Introduce la altura del bebedero [mm]
200
Introduce la masa de la pieza [kg]
3
Introduce el número de puertas de entrada
1
Introduce la longitud del canal de colada [mm]
200
Introduce el factor de sobredimensionamiento de la entrada al bebedero
1.2
Introduce el factor de pérdidas en el cuenco
0.5
Introduce el factor de pérdidas en el bebedero
0.8

```

Figura 4.4. Introducción de datos en el programa.

La figura 4.5 muestra los resultados obtenidos con el programa tras realizar las iteraciones necesarias.

```

*****
                      RESULTADOS
*****
Masa Msd= 0.71663444319371894      kg
La ecuación analítica es: -2.21625531926946924E-003 Msd^3 + 0.4950926850296667
5 Msd^2 + -1.2755779854936111 Msd + 0.65759298463189042
Tiempo de llenado tf= 2.9056052548391387      s
Caudal Q= 1.2791257301740668      kg/s
Diámetro superior del bebedero D1= 40.550349582526636      mm
Diámetro inferior del bebedero D2= 24.754916571878919      mm
Diámetro de la base del bebedero = 49.509833143757838      mm
Altura de la base del bebedero = 73.004729045270537      mm
Número de puertas de entrada m= 1
Ancho del canal del tramo del canal colada número ( 1 ) ec= 36.502
364522635268      mm
Longitud de cada tramo del canal de colada lc= 200.00000949949026      mm
PAUSE

```

Figura 4.5. Resultados obtenidos en el problema planteado.

Lo que realmente nos interesa es obtener las dimensiones que el programa va calculando en cada iteración para poder representarlas en una figura escalada y ver cómo evoluciona la geometría del sistema de distribución. Para ello, se ha realizado una breve modificación en el programa para que nos muestre los resultados obtenidos en cada iteración. Para el problema planteado, el programa ha alcanzado la solución en la tercera iteración. Podemos ver los resultados numéricos de cada iteración en la tabla 4.36.

	1ª Iteración	2ª Iteración	3ª Iteración
M_{sd} (kg)	0,30	0,79	0,72
D_1 (mm)	38,21	40,92	40,55
D_2 (mm)	23,32	24,98	24,75
$Díametro_{base}$	46,71	49,96	49,51
$Altura_{base}$	68,80	73,68	73,00
e_c (mm)	34,40	36,84	38,50

Tabla 4.36. Resultados en cada una de las iteraciones realizadas por el programa para el problema planteado

▪ **1ª Iteración**

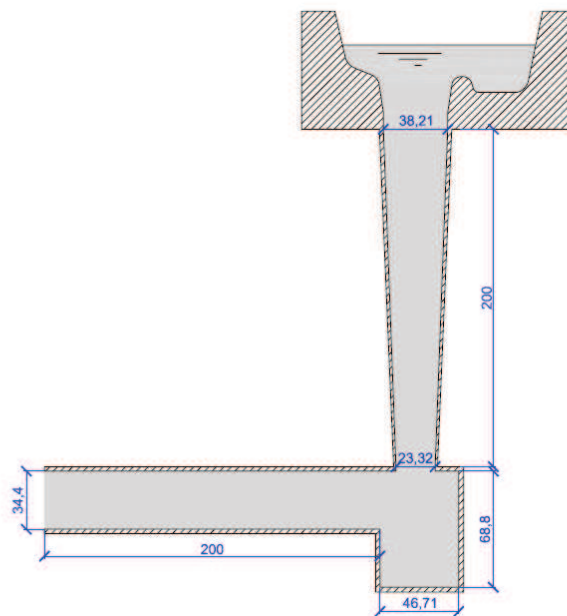


Figura 4.6. Sistema de distribución calculado tras la primera iteración del programa

Observamos como de la primera a la segunda iteración se produce un aumento general de las dimensiones del sistema debido al aumento de la masa del sistema de distribución en el cambio de la primera a la segunda iteración.

▪ **2ª Iteración**

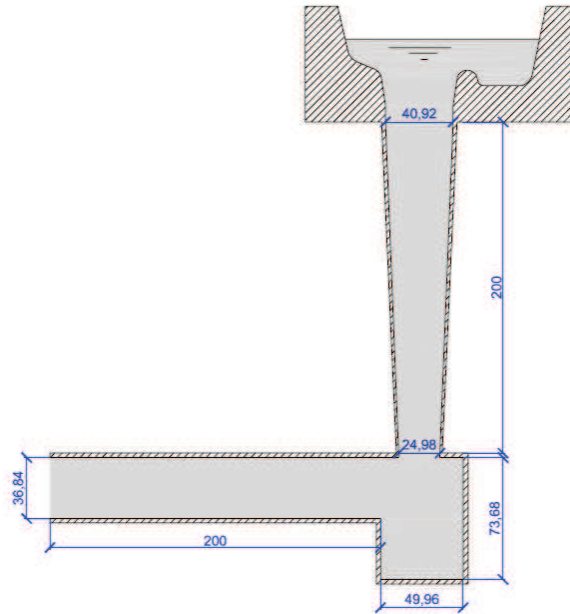


Figura 4.7. Sistema de distribución calculado tras la segunda iteración del programa

▪ **3ª Iteración**

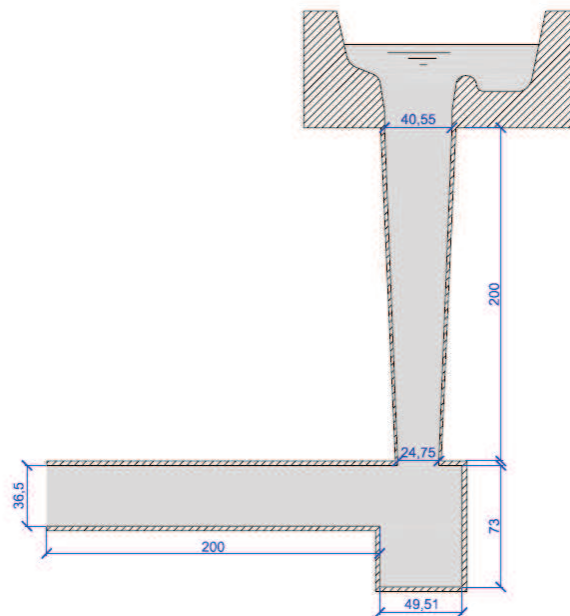


Figura 4.8. Sistema de distribución calculado tras la tercera iteración del programa

Las dimensiones del sistema para la tercera y segunda iteración similares dado que ya en la segunda iteración se obtuvo un valor de la masa del sistema próximo al de la solución final.

4.4.4. Comparación de resultados: método tradicional y programa en Fortran

Finalmente, podemos comparar la solución obtenida mediante el método tradicional utilizando los nomogramas y la obtenida con el programa en la figura 4.9.

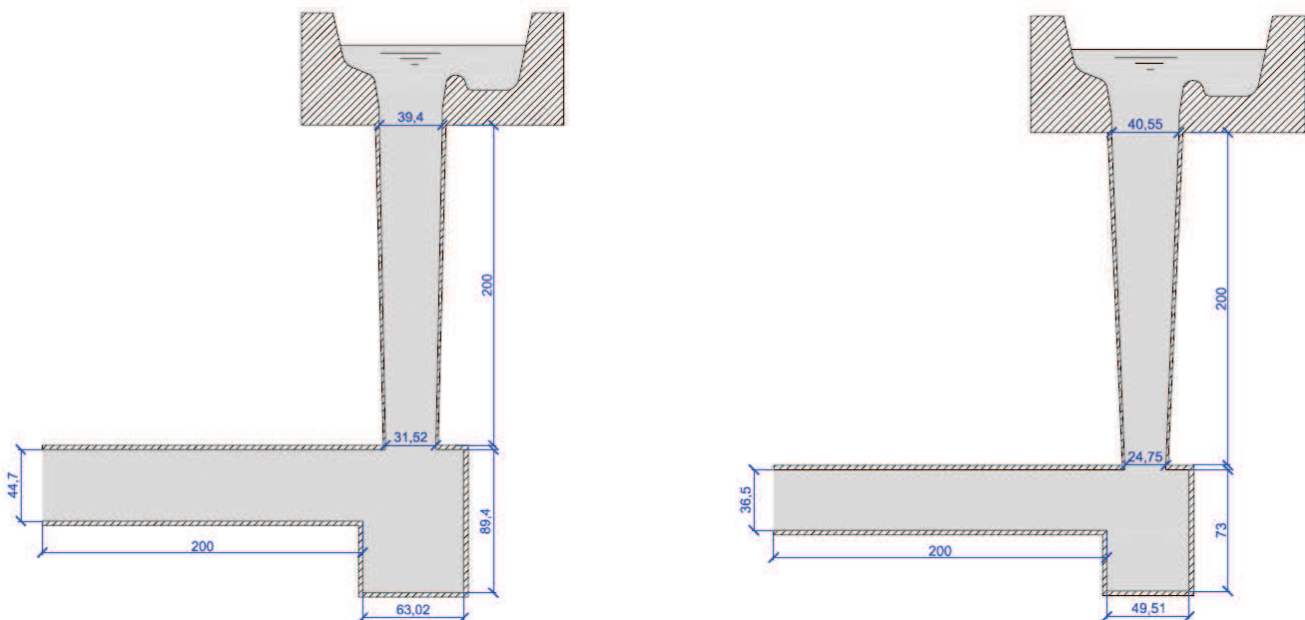


Figura 4.9. Comparación del sistema de distribución obtenido con el método tradicional con el obtenido mediante el programa en Fortran

Vemos como las dimensiones son menores en el sistema de distribución obtenido con *Fortran*. Esto se debe a que con el programa hemos obtenido una masa del sistema de distribución menor (la óptima) por lo que el volumen total del sistema será más pequeño. La solución obtenida con el método tradicional, siendo válida, está lejos de ser la óptima.

Por lo tanto, no solo hemos conseguido simplificar el proceso de diseño de nuestro sistema sino que hemos obtenido una geometría con la que utilizaremos menos material y ahorraremos costes en la producción.

ANEXO I. Código del programa implementado en Fortran

```

1: program Proyecto
2: real, parameter :: pi = 3.14159, g=9.81
3: double precision :: k,H,DensMolde,CpMolde,DensMat,Tmpf,To,tf,Mp,Msd,Q,A1,D1,A2,D2,
Ap,Ac(100)
4: double precision :: V,W,X,Y,Z,DerZ,Der2Z,Msd2,a,b,c=0,fsA1,fpb,fpbebe
5: double precision :: h1=0.05,h2,hbebe,emin,pmolde(50,3),pmat(50,3),vlim,ec(100),lc
6: integer :: i,m,u
7:
8: ! k conductividad térmica del molde [W/(m*K)]
9: ! H calor latente de fusión [J/kg]
10: ! DensMolde Densidad del material del molde [kg/m^3]
11: ! CpMolde Calor específico del molde [j/(kg*K)]
12: ! DensMat Densidad del material [kg/m^3]
13: ! Tmpf Temperatura de fusión
14: ! To Temperatura ambiente
15: ! tf tiempo de llenado
16: ! Mp Masa de la pieza
17: ! Msd Masa del sistema de distribución
18: ! Q Caudal [kg/s]
19: ! A1 Área superior del bebedero
20: ! D1 Diámetro superior del bebedero
21: ! A2 Área inferior del bebedero
22: ! D2 Diámetro inferior del bebedero
23: ! Ap Area de la entrada al molde
24: ! Ac(i) Area de la sección i del canal de colada
25: ! V,W,X,Y,Z,DerZ,Der2Z,Msd2,a,b,c Parámetros utilizados para los cálculos en el
programa
26: ! fsA1 Factor de sobredimensionamiento del área superior del bebedero
27: ! fpb Factor de pérdidas en el cazo
28: ! fpbebe Factor de pérdidas en el bebedero
29: ! h1 Distancia desde el material en el cazo a la sección superior del bebedero
30: ! h2 Distancia desde el material en el cazo a la sección inferior del bebedero
31: ! hbebe Altura del bebedero
32: ! emin Espesor del molde
33: ! pmolde(i) Propiedad del molde (i) en unidades del SI
34: ! pmat(i) Propiedad del material (i) en unidades del SI
35: ! vlim Velocidad límite del material
36: ! ec(i) Ancho del tramo i del canal de colada
37: ! lc Longitud del canal de colada
38:
39:
40: write(*,*)' ----- '
41: write(*,*)' PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DEL SISTEMA DE DISTRIBUCIÓN EN FUNDICIÓN '
42: write(*,*)' ----- '
43: 110 format(/A)
44: do
45: write(*,110)'Escoge un material para el molde','1. Arena silicea','2. Mullita',&
46: '3. Yeso','4. Arena de circonio','5. Introducir otro material'
47: read(*,*)m
48: if((m==1).OR.(m==2).OR.(m==3).OR.(m==4).OR.(m==5))exit
49: end do
50:
51:
52: ! Lectura de las propiedades del molde
53: open(10,file='MaterialMolde.txt') ! Acceso a la base de datos "MaterialMolde.txt"
54: do i=1,4 ! Recorrido en i(filas)
55: read(10,*)(pmolde(i,j),j=1,3) ! Recorrido en j(columnas)con bucle implícito
56: end do
57: close(10)

```

```

58: if ( (m/=5) ) then
59: k=pmolde (m,1)
60: DensMolde=pmolde (m,2)
61: CpMolde=pmolde (m,3)
62: else
63: write (*,110) 'Introduce conductividad térmica del molde [W/(m·K)]'
64: read (*,*) k
65: write (*,110) 'Introduce densidad del molde [kg/(m^3)]'
66: read (*,*) DensMolde
67: write (*,110) 'Introduce calor específico del molde [J/(kg·K)]'
68: read (*,*) CpMolde
69: endif
70: write (*,110) 'Introduce el espesor del molde [mm]'
71: read (*,*) emin
72: emin=emin
73:
74:
75: ! Lectura de las propiedades de la pieza
76: open (20,file='MaterialFundicion.txt') ! Acceso a la base de datos
"MaterialFundicion.txt"
77: do i=1,3 ! Recorrido en i(filas)
78: read (20,*) (pmat(i,j),j=1,3) ! Recorrido en j(columnas) con bucle implícito
79: end do
80: close (20)
81: do
82: write (*,110) 'Escoge un material para fundición','1. Hierro','2. Níquel','3.
Aluminio','4. Introducir otro material'
83: read (*,*) m
84: if ( (m==1) .OR. (m==2) .OR. (m==3) .OR. (m==4) ) exit
85: end do
86: if ( (m/=4) ) then
87: TmpF=pmat (m,1)
88: H=pmat (m,2)
89: DensMat=pmat (m,3)
90: else
91: write (*,110) 'Introduce temperatura de fusión del material [°K]'
92: read (*,*) TmpF
93: write (*,110) 'Introduce calor latente de fusión [J/kg]'
94: read (*,*) H
95: write (*,110) 'Introduce densidad del material [kg/m^3]'
96: read (*,*) DensMat
97: endif
98:
99:
100: ! Lectura del resto de variables del problema
101: write (*,110) 'Introduce la temperatura ambiente [°K]'
102: read (*,*) To
103:
104: write (*,110) 'Introduce la velocidad límite en el canal (m/s)'
105: read (*,*) vlim
106:
107: write (*,110) 'Introduce la altura del bebedero [mm]'
108: read (*,*) hbebe
109: hbebe=hbebe*0.001
110: h2=hbebe+h1
111:
112: write (*,110) 'Introduce la masa de la pieza [kg]'
113: read (*,*) Mp
114:
115: write (*,110) 'Introduce el número de puertas de entrada'
116: read (*,*) m
117:
118: write (*,110) 'Introduce la longitud del canal de colada [mm]'
119: read (*,*) lc
120: lc=(lc/m)*0.001
121:
122: write (*,110) 'Introduce el factor de sobredimensionamiento de la entrada al bebedero'
123: read (*,*) fsA1

```

```

124:
125: write(*,110) 'Introduce el factor de pérdidas en el cuenco'
126: read(*,*) fpb
127:
128: write(*,110) 'Introduce el factor de pérdidas en el bebedero'
129: read(*,*) fpbebe
130:
131:
132: ! Cálculo del tiempo de solidificación
133: C=(pi/4)*(((DensMat*H)/(Tmpf-To))*((DensMat*H)/(Tmpf-
To)))*(1/(k*DensMolde*CpMolde))
134: tf=C*((emin/2)**2)
135:
136:
137: ! Cálculo de a,b y c; parámetros explicados en el proyecto
138: a=(1/(3*sqrt(2*g)))*(fsA1/fpb)*(hbebe*(1/sqrt(h1) &
139: +1/(sqrt(h2)*fsA1)+1/(((h2*h1)**0.25)*(fsA1**0.5))))
140: b=(8/sqrt(2*g))*(1/fpb)*(sqrt(1/(DensMat*h2*vlim*fpbebe*m**2)))
141: c=0
142: do u=1,m ! c depende del n° de puertas de entrada, bucle:
143: c=(u*c)/(vlim*fpbebe**2*m)+c
144: end do
145:
146:
147: ! Cálculo de V,W,X,Y; parámetros que acompañan a msd^3, msd^2, msd y el término
independiente, respectivamente.
148: V=(-b*b/(tf**3))
149: W=(1+(a*a+c*c+2*a*c)/(tf*tf)-3*b*b*Mp/(tf**3)-2*a/tf-2*c/tf)
150: X=((2*Mp/tf**2)*(a*tf-c*tf+a*a+2*a*c+c**2)-3*Mp*Mp*B*B/(tf**3))
151: Y=(Mp**2/tf**2)*(a*a+c*c+2*a*c)-b*b*Mp*Mp*Mp/(tf**3)
152:
153:
154: ! Buscamos ahora la solución al problema utilizando el Método de Newton-Raphson.
155: Msd=0.1*Mp
156: do ! Inicio del bucle
157: Z=V*(Msd**3)+W*(Msd**2)+X*(Msd)+Y
158: DerZ=3*V*(Msd**2)+2*W*(Msd)+X
159: Der2Z=6*V*(Msd)+2*W
160: Msd2=Msd-Z*DerZ/(DerZ**2-Z*Der2Z)
161: if((ABS(Msd2-Msd)/ABS(Msd2))<0.01) exit ! Fin del bucle si Msd y Msd2
difieren en menos de un 1%
162: Msd=Msd2
163: end do
164:
165:
166: ! Cálculo de las distintas variables según lo visto en el Capítulo 3 del proyecto.
167: Q=(Mp+Msd)/tf
168: A1=(Q/(DensMat*0.5*sqrt(2*g*h1)))*1.2
169: D1=sqrt(4*A1/pi)
170: A2=((A1/1.2)*sqrt(h1/h2))
171: D2=sqrt(4*A2/pi)
172: Ap=(Q/(DensMat*vlim*m))/0.8
173: do u=1,m
174: Ac(u)=((Q/(DensMat*vlim*m))/0.8)*u/2
175: ec(u)=sqrt(Ac(u))
176: end do
177:
178:
179: ! Por último, se imprimirán los datos en pantalla y en un archivo de texto
180: write(*,110) ''
181: write(*,110) ''
182: write(*,*) '*****'
183: write(*,*) ' RESULTADOS '
184: write(*,*) '*****'
185: write(*,*) 'Masa Msd=',Msd,'kg'
186: write(*,*) 'La ecuación analítica es:',V,'Msd^3 +',W,'Msd^2 +',X,'Msd +',Y
187: write(*,*) 'Tiempo de llenado tf=',tf,'s'
188: write(*,*) 'Caudal Q=',Q,'kg/s'

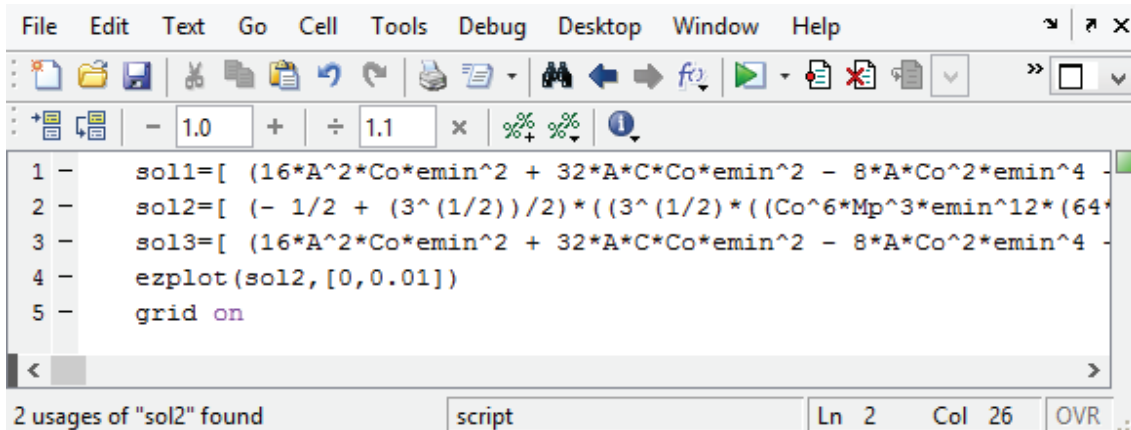
```


ANEXO I. Código del programa implementado en Fortran

```
189: write(*,*) 'Diámetro superior del bebedero D1=',D1*1000,'mm'
190: write(*,*) 'Diámetro inferior del bebedero D2=',D2*1000,'mm'
191: write(*,*) 'Diámetro de la base del bebedero =',2*D2*1000,'mm'
192: write(*,*) 'Altura de la base del bebedero =',2*ec(1)*1000,'mm'
193: write(*,*) 'Número de puertas de entrada m=',m
194: ! Ahora hay que mostrar el ancho de cada una de las secciones del canal de colada:
195: do u = 1, m,+1
196: write(*,*) 'Ancho del canal del tramo del canal colada número (' ,u, ') ec=',
ec(u)*1000,'mm'
197: end do
198: write(*,*) 'Longitud de cada tramo del canal de colada lc=',lc*1000,'mm'
199:
200:
201: pause
202: stop
203: end
```

ANEXO II. Archivos Matlab proporcionados

Para la realización de otros análisis como los llevados a cabo en el capítulo 4 se han proporcionado junto al proyecto archivos *Matlab* mostrados en las figuras II.1 y II.2. El archivo en cuestión es un m-file denominado "Ecuaciones". Incluye las 3 soluciones de la ecuación [2.38] siendo sol2 la solución óptima para el problema (Figura II.1).



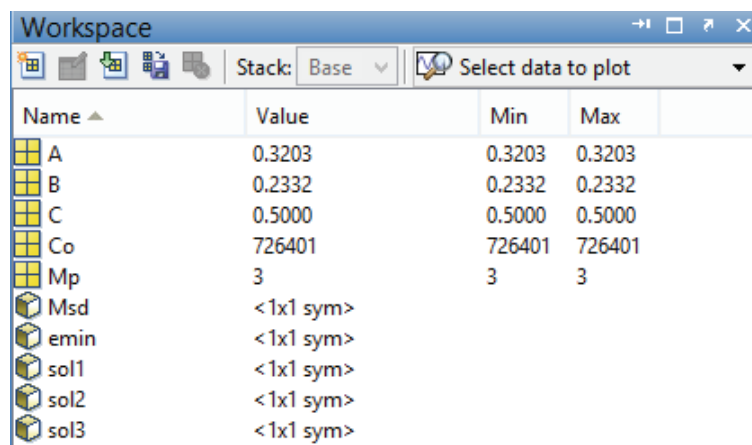
```

1 - sol1=[ (16*A^2*Co*emin^2 + 32*A*C*Co*emin^2 - 8*A*Co^2*emin^4 -
2 - sol2=[ (- 1/2 + (3^(1/2))/2)*( (3^(1/2))*((Co^6*Mp^3*emin^12*(64*
3 - sol3=[ (16*A^2*Co*emin^2 + 32*A*C*Co*emin^2 - 8*A*Co^2*emin^4 -
4 - ezplot(sol2,[0,0.01])
5 - grid on
  
```

2 usages of "sol2" found script Ln 2 Col 26 OVR

Figura II.1. Código del M-file en Matlab

Para que Matlab ejecute el m-file, es necesario cargar las variables necesarias en el Workspace donde. En la figura II.2 se muestra un ejemplo, podemos disponer M_{sd} y e_{min} como incógnitas y estudiar su dependencia.



Name	Value	Min	Max
A	0.3203	0.3203	0.3203
B	0.2332	0.2332	0.2332
C	0.5000	0.5000	0.5000
Co	726401	726401	726401
Mp	3	3	3
Msd	<1x1 sym>		
emin	<1x1 sym>		
sol1	<1x1 sym>		
sol2	<1x1 sym>		
sol3	<1x1 sym>		

Figura II.2. Ejemplo de aplicación en Matlab.

Referencias bibliográficas

- Castings: John Campbell, 1991.
- Metal Casting - Computer Aided Design and Analysis: B.Ravi, 2005.
- Investigations by the British Non-Ferrous Metals Technology Centre: Publication 18,1975.
- Ten Rules for Making Reliable Castings: John Campbell.
- Coca, P. y Rosique, J., 1989, Tecnología Mecánica y Metrotecnica, Pirámide, Madrid.
- Street, A.C., 1977, The Diecasting Book, Portcullis Press, Surrey, England.
- Chvorinov, N., 1940, Giesserei, 27, pp. 177-186,201-208,222-225.
- Poirier, D.R. y Poirier, E.J., 1994, Heat Transfer Fundamentals for Metal Casting, TMS, Warrendale, Pennsylvania.