

## Análisis espectral de metasustratos con anisotropía uni-axial, y aplicación en el ensanchamiento de la banda de ondas *Leaky-Wave*

ATTIEH SHAHVARPOUR<sup>1</sup>, CHRISTOPHE CALOZ<sup>1</sup>, J.S. GOMEZ DIAZ<sup>2</sup>,  
A. ÁLVAREZ MELCÓN<sup>2</sup>, D. CAÑETE REBENAQUE<sup>2</sup>, P. VERA CASTEJON<sup>2</sup>,  
F. QUESADA PEREIRA<sup>2</sup>, Y J.L. GOMEZ TORNERO<sup>2</sup>,

1. Polygrames Research Center

Universidad Politécnica de Montreal, Canada

2. Departamento Tecnologías de la Información y las Comunicaciones

Universidad Politécnica de Cartagena

attieh.shahvarpour@polymtl.ca; christophe.caloz@polymtl.ca;  
jsebastian.gomez@ono.com; alejandro.alvarez@upct.es;  
david.canete@upct.es; pveracaste@ono.com;  
fernando.quesada@upct.es; josel.gomez@upct.es

### Resumen

En esta comunicación vamos a presentar el análisis de nuevos metasustratos con anisotropía uniaxial, utilizando una técnica sencilla en el dominio espectral. El método es sencillo, pero da mucha información sobre el comportamiento de estos nuevos sustratos basados en metamateriales. Hemos utilizado esta técnica para estudiar el efecto de la anisotropía en las propiedades de estos nuevos sustratos. Demostramos por primera vez que controlando los parámetros de la anisotropía podemos ensanchar la banda de operación de ondas tipo *leaky-wave*, consiguiendo un apuntamiento casi constante con la frecuencia. El descubrimiento puede abrir las puertas al diseño de nuevas antenas leaky-wave con apuntamiento constante con la frecuencia, muy útiles en comunicaciones punto a punto y en aplicaciones radar.

**Proyecto/Grupo de investigación:** El trabajo ha sido parcialmente

desarrollado bajo financiación de la Fundación Séneca, en el marco del PCTRM 2007-2010/Grupo Electromagnetismo Aplicado a las Telecomunicaciones (GEAT).

**Líneas de investigación:** *Metamateriales; Meta-sustratos; Antenas leaky-wave*  
*Análisis espectral; Funciones de Green; Ecuación Integral.*

## 1. Introducción

Dentro de las colaboraciones que el Grupo de Electromagnetismo Aplicado a las Telecomunicaciones (GEAT-UPCT) está manteniendo con el centro de investigación Polygrames, de la Universidad Politécnica de Montreal (Canadá), en el últimos año la atención se ha centrado en el estudio teórico de nuevos sustratos basados en el concepto de metamateriales [1]. En este artículo vamos a describir los últimos desarrollos efectuados, mostrando algunos de los descubrimientos recientes y posibles aplicaciones en desarrollos futuros.

Hace ya varias décadas se demostró que ciertos materiales utilizados en aplicaciones de microondas y ondas milimétricas pueden exhibir de forma natural propiedades anisótropas, mientras que otros pueden adquirir dichas propiedades cuando se les someten a procesos específicos de fabricación [2]. También, la anisotropía se ha utilizado en el pasado para mejorar las características eléctricas de algunos circuitos, así como para controlar mejor el funcionamiento de los mismos [3]. Debido a todas estas posibilidades, varios grupos a nivel internacional han trabajado en el estudio de materiales anisótropos, con el fin de llegar a conocer mejor sus posibilidades y comportamiento eléctrico [4], [5]. En general, la anisotropía puede presentarse de forma natural cómo en los materiales conocidos como *ferritas* o *ferroeléctricos*. Sin embargo, recientemente se ha demostrado que también puede presentarse en materiales contruidos de forma artificial, también conocidos como metamateriales [6], [7].

Para el análisis de estas estructuras anisótropas, se han propuesto en el pasado varias técnicas. Éstas suelen estar basadas en las funciones de Green del medio [3], en métodos matriciales [8], en métodos integrales, o en métodos cuasi-estáticos basados en modos TEM [6], [7]. En este trabajo proponemos el uso de un modelo espectral sencillo basado en circuitos equivalentes en línea de transmisión [9], para estudiar las características dispersivas de un metasustrato con anisotropía uniaxial. La técnica es simple pero permite analizar en profundidad el comportamiento de estos nuevos metamateriales. Aplicando la técnica de la ecuación de resonancia transversa [10] calculamos las características dispersivas de los modos  $TE_z$  y  $TM_z$  que pueden propagarse en esa estructura. Estudiaremos en profundidad los modos propios e impropios que soporta el medio, y nos centraremos en los efectos que la anisotropía tiene en el comportamiento de los modos impropios complejos (también conocidos como ondas *leaky-wave*).

En el estudio demostraremos que controlando la anisotropía del sustrato podemos ajustar el comportamiento dispersivo de las ondas leaky, con el fin de aumentar el ancho de banda en el que su constante de fase es lineal. Esta propiedad se traduce en que la radiación producida por la onda leaky

apuntará en una sola dirección para un gran ancho de banda. Mostramos que el efecto deseado se consigue en los modos  $TM_z$  si se disminuye de forma artificial los parámetros  $\varepsilon_z/\varepsilon_0$  y  $\mu_\rho/\mu_0$  (ver la Fig. 1). Por contra, para los modos  $TE_z$  es necesario aumentar el parámetro  $\mu_\rho/\mu_0$ . Hay que tener en cuenta que el control requerido de la anisotropía se puede lograr con nuevos metamateriales artificiales [11], [12]. Por tanto, la investigación realizada tendría aplicación en el diseño de nuevas antenas *leay-wave* con apuntamiento constante con la frecuencia, útiles en comunicaciones punto a punto o en sistemas radares.

## 2. Circuito Equivalente en Línea de Transmisión para un Sustrato Anisótropo Uniaxial

El sustrato con anisotropía uniaxial se muestra en la Fig. 1, junto con los parámetros más importantes que van a tenerse en cuenta para realizar el análisis. Consideraremos el sustrato sin pérdidas, y sus parámetros constitutivos serán

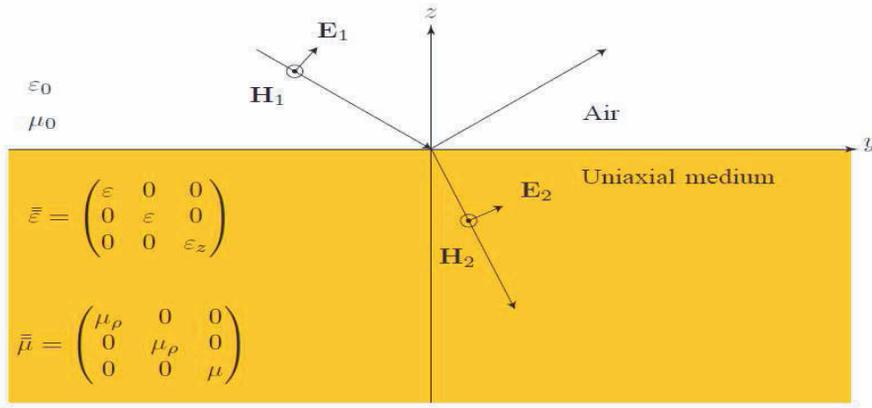


Figura 1: Medio con anisotropía uniaxial y los parámetros más importantes que intervienen en el análisis. La figura también representa una onda  $TM_z$  incidiendo en el medio.

tensores que representan la anisotropía uniaxial del medio. La forma genérica de estos tensores es

$$\bar{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix}, \quad \bar{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_\rho & 0 & 0 \\ 0 & \mu_\rho & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Para obtener el circuito equivalente en línea de transmisión vamos a tratar de reducir las ecuaciones de Maxwell en el dominio espectral a las ecuaciones del telegrafista, que adoptan la forma [9]

$$\frac{d\tilde{I}}{dz} = -jYk_z\tilde{V}, \quad \frac{d\tilde{V}}{dz} = -jZk_z\tilde{I}, \quad (2)$$

donde  $Y$ ,  $Z$  y  $k_z$  son la admitancia paralelo, la impedancia serie y la constante de propagación de la línea de transmisión a lo largo del eje- $z$ . La solución de estas ecuaciones para el voltaje y la corriente en la línea es muy conocida

$$\tilde{V} = A e^{-j\sqrt{ZY}k_z z} + B e^{+j\sqrt{ZY}k_z z}, \quad (3a)$$

$$\tilde{I} = \sqrt{\frac{Y}{Z}} \left( A e^{-j\sqrt{ZY}k_z z} + B e^{+j\sqrt{ZY}k_z z} \right). \quad (3b)$$

A partir de esta solución podemos definir la constante de propagación guiada a lo largo de la línea, y su impedancia característica

$$\beta_g = \sqrt{ZY} k_z, \quad Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}}. \quad (4)$$

En las siguientes subsecciones mostramos cómo las ecuaciones de Maxwell se reducen a estas ecuaciones simples en línea de transmisión, para el medio con anisotropía uniaxial de la Fig. 1.

## 2.1. Modelo en línea de transmisión para modos $TM_z$

Partimos de las ecuaciones de Maxwell sin fuentes, considerando el medio con anisotropía uniaxial (tensores en los parámetros permitividad y permeabilidad del medio)

$$\nabla \times \bar{H} = +j\omega\bar{\varepsilon}\bar{E}, \quad \nabla \times \bar{E} = -j\omega\bar{\mu}\bar{H}, \quad (5a)$$

$$\nabla \cdot \bar{D} = 0, \quad \nabla \cdot \bar{B} = 0. \quad (5b)$$

Estas ecuaciones se pasan al dominio espectral, y tras una serie de transformaciones se puede demostrar que se obtienen las siguientes ecuaciones

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ -\frac{\omega\varepsilon_z}{k_x^{TM}} \tilde{E}_z \right] = -j \left( \frac{\omega\varepsilon}{k_z^{TM}} \right) k_z^{TM} \left[ -\frac{k_\rho^{TM^2}}{k_x^{TM^2}} \tilde{E}_x \right], \quad (6a)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ -\frac{k_\rho^{TM^2}}{k_x^{TM^2}} \tilde{E}_x \right] = -j \left( \frac{k_z^{TM}}{\omega\varepsilon_z} \right) k_z^{TM} \left[ -\frac{\omega\varepsilon_z}{k_x^{TM}} \tilde{E}_z \right]. \quad (6b)$$

Notar que estas dos últimas ecuaciones tienen la misma forma que las ecuaciones de la línea de transmisión mostradas en (2). Identificando términos con esas ecuaciones podemos escribir las siguientes relaciones

$$\tilde{V}^{TM} = -\frac{k_\rho^{TM^2}}{k_x^{TM^2}} \bar{E}_x, \quad \tilde{I}^{TM} = -\frac{\omega\varepsilon_z}{k_x^{TM}} \bar{E}_z, \quad (7a)$$

$$Z^{TM} = \frac{k_z^{TM}}{\omega\varepsilon_z}, \quad Y^{TM} = \frac{\omega\varepsilon}{k_z^{TM}}, \quad (7b)$$

que dan el voltaje, la corriente, la admitancia paralelo y la impedancia serie de la línea de transmisión equivalente. Utilizando la ecuación (4) encontramos

finalmente los parámetros característicos de la línea de transmisión (constante de propagación guiada e impedancia característica)

$$Z_c^{TM} = \frac{k_z^{TM}}{\omega \sqrt{\varepsilon \varepsilon_z}} = \frac{k_z^{TM}}{\omega \varepsilon} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_z}}, \quad \beta_g^{TM} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_z}} k_z^{TM}. \quad (8)$$

Es interesante comprobar que si eliminamos la anisotropía uniaxial  $\varepsilon_z = \varepsilon$  y  $\mu_\rho = \mu$ , entonces las ecuaciones coinciden con las de un medio isotrópico, ya conocidas de la teoría electromagnética clásica [9].

## 2.2. Modelo en línea de transmisión para modos $TE_z$

El desarrollo de la teoría para modos  $TE_z$  sigue un planteamiento dual. Volvemos a comenzar con las ecuaciones de Maxwell escritas en (5), pero ahora hacemos  $E_z = 0$ . Tras el paso al dominio espectral y varias transformaciones matemáticas, las ecuaciones pueden agruparse de la siguiente manera

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} \omega \mu_\rho \\ k_x^{TE} \end{bmatrix} \tilde{H}_z = -j \left( \frac{\omega \mu}{k_z^{TE}} \right) k_z^{TE} \begin{bmatrix} k_\rho^{TE^2} \\ k_x^{TE^2} \end{bmatrix} \tilde{H}_x, \quad (9a)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} k_\rho^{TE^2} \\ k_x^{TE^2} \end{bmatrix} \tilde{H}_x = -j \left( \frac{k_z^{TE}}{\omega \mu_\rho} \right) k_z^{TE} \begin{bmatrix} \omega \mu_\rho \\ k_x^{TE} \end{bmatrix} \tilde{H}_z. \quad (9b)$$

Identificando, igual que antes, estas ecuaciones con las de la línea de transmisión en (2), encontramos las siguientes relaciones

$$\tilde{I}^{TE} = \frac{k_\rho^{TE^2}}{k_x^{TE^2}} \tilde{H}_x, \quad \tilde{V}^{TE} = \frac{\omega \mu_\rho}{k_x^{TE}} \tilde{H}_z, \quad (10a)$$

$$Y^{TE} = \frac{k_z^{TE}}{\omega \mu_\rho}, \quad Z^{TE} = \frac{\omega \mu}{k_z^{TE}}. \quad (10b)$$

Como antes, las relaciones en (4) nos dan los parámetros finales que caracterizan la línea de transmisión

$$Z_c^{TE} = \frac{\omega \sqrt{\mu \mu_\rho}}{k_z^{TE}} = \frac{\omega \mu}{k_z^{TE}} \sqrt{\frac{\mu_\rho}{\mu}}, \quad \beta_g^{TE} = \sqrt{\frac{\mu}{\mu_\rho}} k_z^{TE}. \quad (11)$$

Una vez más, si eliminamos la anisotropía del medio haciendo  $\varepsilon_z = \varepsilon$  y  $\mu_\rho = \mu$ , las ecuaciones obtenidas se reducen al modelo de línea de transmisión clásico para medios isotrópicos [9].

## 3. Relación de Dispersión del Sustrato con Anisotropía Uniaxial

Los circuitos equivalentes basados en línea de transmisión, desarrollados en la sección anterior, pueden utilizarse para analizar el medio anisótropo mostrado en la Fig. 1. Para esa estructura, el circuito final es el mostrado en la Fig. 2.

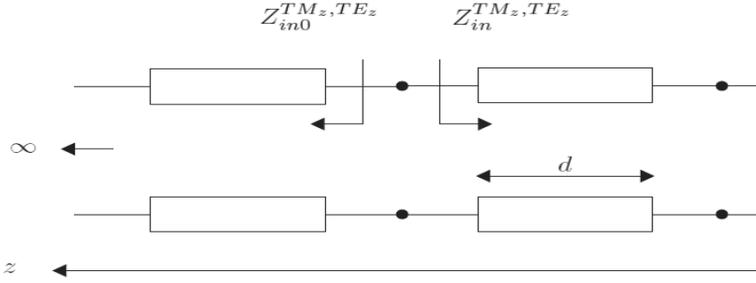


Figura 2: Circuito equivalente en línea de transmisión para la estructura mostrada en la Fig. 1. La distancia  $d$  representa el espesor del sustrato.

Utilizando la técnica de la resonancia transversal [10], es posible obtener las relaciones de dispersión para los modos  $TM_z$  y  $TE_z$  que pueden propagarse en el medio anisótropo de la Fig. 1. La condición de resonancia se obtiene en el circuito de la Fig. 2, cuando se cumple la siguiente relación sobre las impedancias en la interfaz

$$Z_{in0}^{TM,TE} + Z_{in}^{TM,TE} = 0, \quad (12)$$

donde  $Z_{in0}^{TM,TE}$  son las impedancias  $TM_z$  y  $TE_z$  del semi-espacio infinito relleno de aire, y  $Z_{in}^{TM,TE}$  son las impedancias de entrada  $TM_z$  y  $TE_z$  del sustrato anisótropo desde la interfaz. Utilizando los modelos desarrollados para el sustrato anisótropo en la sección anterior, dentro de (12), obtenemos las siguientes relaciones de dispersión para los modos  $TM_z$  y  $TE_z$

$$j \frac{\sqrt{\omega^2 \mu_\rho \varepsilon_z - k_\rho^{TM^2}}}{\omega \varepsilon} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_z}} \operatorname{tg} \left( \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_z}} \sqrt{\omega^2 \mu_\rho \varepsilon_z - k_\rho^{TM^2}} d \right) \pm \frac{\sqrt{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 - k_\rho^{TM^2}}}{\omega \varepsilon_0} = 0, \quad (13a)$$

$$j \frac{\omega \mu}{\sqrt{\omega^2 \mu \varepsilon - k_\rho^{TE^2}}} \sqrt{\frac{\mu_\rho}{\mu}} \operatorname{tg} \left( \sqrt{\frac{\mu}{\mu_{rho}}} \sqrt{\omega^2 \mu \varepsilon - k_\rho^{TE^2}} d \right) \pm \frac{\omega \mu_0}{\sqrt{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 - k_\rho^{TE^2}}} = 0. \quad (13b)$$

Estas ecuaciones son trascendentales. Las raíces pueden encontrarse numéricamente, obteniendo las constantes de propagación complejas  $k_\rho$  y  $k_z$  de los diferentes modos que se pueden propagar, en función de la frecuencia.

## 4. Resultados

En esta sección vamos a revisar en primer lugar las propiedades generales de los modos que pueden propagarse en un sustrato convencional [13], [14]. Posteriormente estudiaremos el sustrato con anisotropía uniaxial, viendo las diferencias y las ventajas que existen con respecto del sustrato convencional.

#### 4.1. Modos propios e impropios en un sustrato convencional

En la Fig. 3 mostramos las curvas de dispersión de los modos  $TM_z$  en un sustrato convencional con  $\varepsilon = \varepsilon_z = 2\varepsilon_0$ . Al tratarse de un sustrato convencional, las ecuaciones (13) se resuelven simplificando  $\varepsilon/\varepsilon_z = 1$  y  $\mu/\mu_\rho = 1$ .

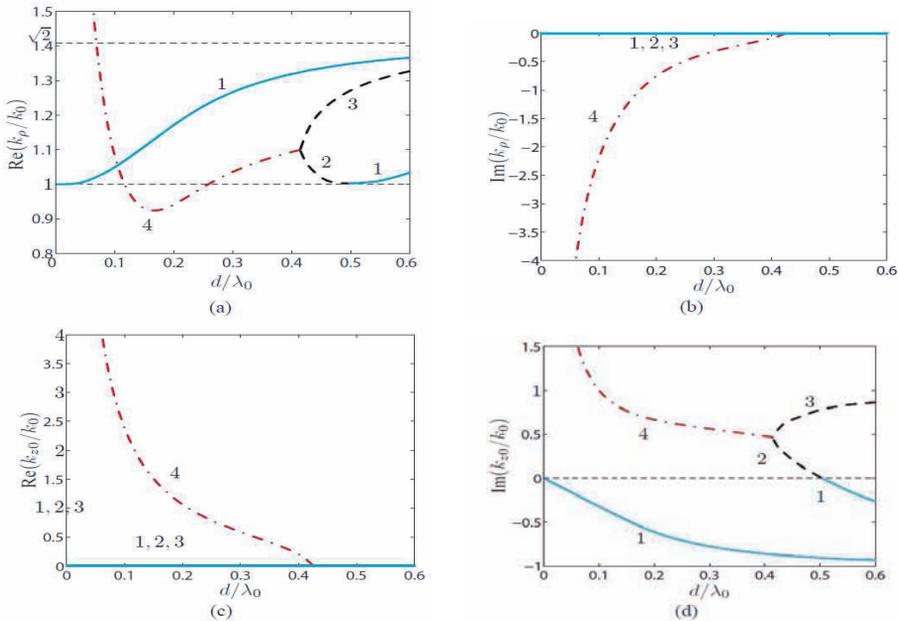


Figura 3: Curvas de dispersión de los modos  $TM_z$  para un sustrato convencional con  $\varepsilon = 2\varepsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ .

Como se puede apreciar en la Fig 3, existen 4 regiones diferentes en esas curvas de dispersión. En la región 1,  $k_\rho$  es real mientras que  $k_z$  en el aire es imaginario puro con signo negativo. Esta zona se corresponde con las ondas de superficie, que pueden propagarse en el interior del sustrato (también llamados modos reales propios). Los modos se propagan sin atenuación en el interior del sustrato, presentando una fuerte atenuación en la zona de aire. En las regiones 2 y 3,  $k_\rho$  también es real, pero  $k_z$  en el aire se vuelve complejo, con parte imaginaria positiva. Esto indica un crecimiento exponencial de la onda en la zona de aire. Como la onda se propaga sin atenuación en el sustrato, y su amplitud crece en el aire, se denominan ondas impropias no físicas [14]. En la región 4, tanto  $k_\rho$  como  $k_z$  en el aire se vuelven complejos, con partes imaginarias negativa y positiva, respectivamente. La onda se atenúa dentro del sustrato, creciendo exponencialmente en la zona del aire. Por tanto, esta zona se corresponde con ondas de tipo *leaky-wave* (también llamados modos leaky impropios). Estos modos pueden radiar a la zona de aire mientras se propagan en el dieléctrico, al sufrir reflexiones solo parciales de energía en la interfaz. Sin embargo, no toda

la región 4 indica modos leaky físicos. La zona donde  $k_\rho/k_0 > 1$ , que conecta la zona de modos impropios no físicos con la zona leaky-wave, se corresponde con una zona de modos leaky-wave no físicos, ya que la onda se encuentra en la zona lenta, y por tanto atrapada en el sustrato. Lo mismo ocurre a frecuencias muy bajas, cuando en la región 4 la constante de propagación  $k_\rho$  crece por encima de  $k_0$  ( $k_\rho/k_0 > 1$ ). En este caso, la onda vuelve a la zona lenta, por lo que queda atrapada en el dieléctrico. El fuerte incremento de la parte imaginaria de  $k_\rho$  en esta zona parece indicar un fenómeno de corte del modo, en el que la atenuación que sufre en el dieléctrico no sería por radiación, sino por reflexión.

En estas circunstancias vemos que la radiación con el primer modo *leaky-wave* es difícil, ya que  $k_\rho$  penetra muy poco en la zona rápida de radiación. Además, la onda tiende a quedar atrapada en el dieléctrico, convirtiéndose rápidamente en una onda de superficie sin posibilidad de contribuir a la radiación. Todo esto hace que los sustratos convencionales estén muy limitados para el diseño de antenas de tipo *leaky-wave*.

#### 4.2. Efecto de la anisotropía uniaxial y propiedades de los modos propios e impropios

Para analizar el efecto de la anisotropía del sustrato de la Fig. 1, hemos calculado primeramente la relación de dispersión de los modos  $\text{TM}_z$  para dos valores fijos  $\varepsilon_z/\varepsilon = 1; 0,4$ , y cuando el valor de  $\mu_\rho/\mu$  se hace cada vez más pequeño (ver Fig. 4). Los resultados demuestran que disminuyendo  $\mu_\rho/\mu$  se consiguen curvas de dispersión del modo fundamental que cada vez son más planas, lo que resultaría en ángulos de apuntamiento casi constantes en aplicaciones de antenas *leaky-wave*. También se observa que el ancho de banda donde puede operar la onda leaky se incrementa, ya que las frecuencias de corte de las ondas de superficie aumentan mucho. Además, se observa que cuando  $\sqrt{\varepsilon_z\mu_\rho} \leq 1$ , la onda leaky deja de convertirse en onda de superficie en todo el rango considerado. Este fenómeno también resulta interesante para aplicaciones de antenas, ya que toda la energía es transferida a los modos leaky de radiación, evitando que exista energía atrapada en el sustrato. Finalmente, los resultados muestran que las curvas más planas se obtienen para valores pequeños de  $\varepsilon_z/\varepsilon$ .

Para estudiar el efecto de la anisotropía en los modos  $\text{TE}_z$ , presentamos en la Fig. 5 las curvas de dispersión para un valor fijo  $\varepsilon_z/\varepsilon_0 = 1$ , y cuando se disminuye el valor de  $\mu_\rho/\mu$ . En este caso se consigue el efecto de curva plana si se aumenta  $\mu_\rho/\mu$ , al contrario de lo que pasaba con los modos  $\text{TM}_z$ . Sin embargo, vemos que la dispersión para estos modos es más fuerte, siendo mucho más difícil conseguir curvas muy planas. También vemos que actuando sólo sobre la anisotropía (es decir, sobre los parámetros  $\mu_\rho$  y  $\varepsilon_z$ ) no podemos eliminar completamente las ondas de superficie. Por tanto, la energía se podría dividir entre los modos leaky de radiación y las ondas de superficie, afectando negativamente a la eficiencia de radiación. Todas estas propiedades hacen a los modos  $\text{TE}_z$  menos atractivos para concebir antenas de tipo *leaky-wave* con apuntamiento casi constante en función de la frecuencia.

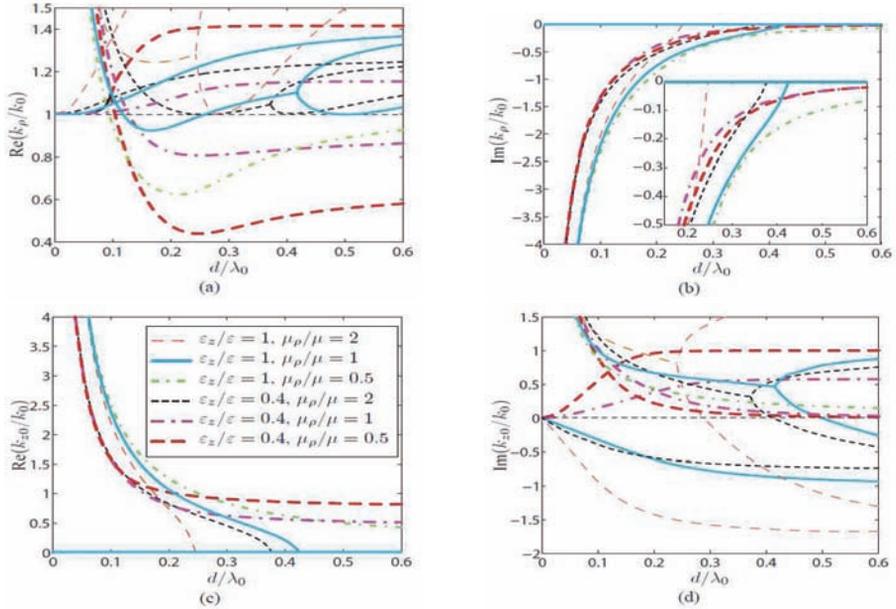


Figura 4: Curvas de dispersión de los modos  $TM_z$  para el sustrato anisótropo, con dos valores de  $\varepsilon_z/\varepsilon$ , y cuando se hace disminuir  $\mu_\rho/\mu$ .

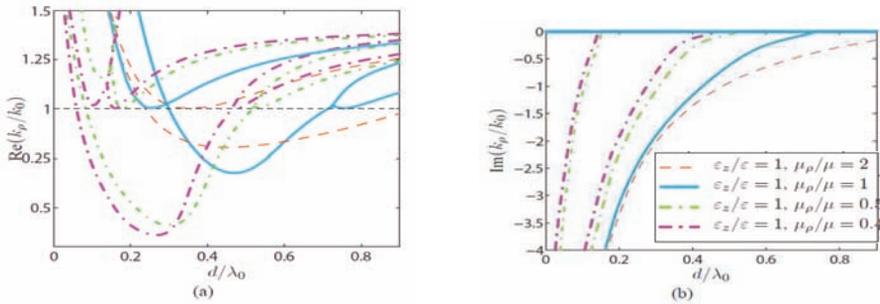


Figura 5: Curvas de dispersión de los modos  $TE_z$  para el sustrato anisótropo cuando se hace disminuir  $\mu_\rho/\mu$ . Por razones de espacio solo se da la constante de propagación transversal compleja  $k_\rho$ .

## 5. Conclusiones

En este artículo hemos abordado el estudio de meta-sustratos con anisotropía uniaxial, utilizando circuitos equivalentes sencillos en línea de transmisión. Aplicando la condición de resonancia transversal hemos obtenido

el comportamiento dispersivo de los modos TM y TE que soporta el sustrato. Hemos demostrado que actuando sobre la anisotropía es posible mejorar el ancho de banda y la linealidad de la constante de fase de los modos leaky, sobre todo para el caso TM. El estudio podría abrir la puerta al diseño de nuevas antenas de tipo *leaky-wave* con apuntamiento casi constante con la frecuencia, con posibles aplicaciones en comunicaciones punto a punto y en sistemas radar.

## Referencias

- [1] C. Caloz and T. Itoh, *Electromagnetic Metamaterials: Transmission line Theory and Microwave Applications*, Wiley-IEEE Press, NJ, 2006.
- [2] N. G. Alexopoulos, Integrated-circuit structures on anisotropic slabs, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-38, no. 10, pp. 847-881, Oct. 1985.
- [3] C. M. Krown, Greens functions in the spectral domain for biaxial and uniaxial anisotropic planar dielectric structures, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-32, pp. 1273-1281, Dec. 1984.
- [4] R. Marques and M. Horno, Propagation of quasi-static modes in anisotropic transmission lines: application to MIC lines, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-38, no. 10, pp. 927-932, Oct. 1985.
- [5] J. L. Tsalamengas, Electromagnetic fields of elementary dipole antennas embedded in stratified general gyrotropic media, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 37, pp. 399-403, March 1989.
- [6] H. V. Nguyen and C. Caloz, Anisotropic backward-wave meta- substrate and its application to a microstrip leaky-wave antenna, in *Proc. CNC/USNC URSI National Radio Science Meeting*, Ottawa, ON, Canada, July 2007.
- [7] J. K. H. Wong, K. G. Balmain, and G. V. Eleftheriades, Fields in planar anisotropic transmission-line metamaterials, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 54, no. 10, pp. 2742-2749, October 2004.
- [8] C. M. Krown, Fourier transform matrix method of finding propagation characteristics of complex anisotropic layered media, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-32, pp. 1617-1625, Dec. 1984.
- [9] L. B. Felsen and N. Marcuvitz, *Radiation and scattering of Waves*, New York: Prentice Hall, 1973.
- [10] N. Marcuvitz (Ed.), *Waveguide Handbook*, Chapter 8, McGraw-Hill, New York, pp. 384-413, 1951.
- [11] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robins, and W. J. Stewart, Magnetism from conductors and enhanced non-linear phenomena, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 47, issue 11, pp. 2075-2084, Nov. 1999.
- [12] A. B. Yakovlev, M. G. Silveirinha, O. Luukkonen, C. R. Simovskiand, I. S. Nefedov, and S. A. Tretyakov, Characterization of the surface-waves and leaky-waves propagation on wire medium slab and mushroom structures based on local and nonlocal homogenization models, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 57, no. 11, pp. 2700-2714, Nov. 2009.
- [13] S. -T. Peng and A. A. Oliner, Guidance and leakage properties of a class open dielectric waveguides: Part 1, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-29, no. 9, pp. 843-855, Sept. 1981.
- [14] P. Lampariello, F. Frezza and A. A. Oliner, The Transition Region Between Bound-Wave and Leaky-Wave Ranges for a Partially Dielectric- Loaded Open Guiding Structure, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 38, no. 12, pp. 1831-1836, Dec. 1990.