



industriales  
etsii

Escuela Técnica  
Superior  
de Ingeniería  
Industrial

# UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial

## Estudio del efecto de las desalineaciones angulares en las tensiones de fondo de pie de diente en transmisiones de engranajes cilíndricos rectos y helicoidales

TRABAJO FIN DE GRADO

GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA



Universidad  
Politécnica  
de Cartagena

**Autor:** Juan Francisco López Soler  
**Director:** Ignacio González Pérez

Cartagena, 9 de septiembre de 2022

# Índice general

<b>1. Introducción y objetivos</b>	<b>1</b>
1.1. Introducción . . . . .	1
1.2. Objetivos . . . . .	2
1.3. Estructura y planteamiento . . . . .	2
<b>2. Fundamentos teóricos</b>	<b>4</b>
2.1. Introducción . . . . .	4
2.2. Generación de la geometría . . . . .	4
2.3. Generación del modelo de elementos finitos . . . . .	6
2.4. Fundamentos de la Norma ISO 6336 . . . . .	10
2.4.1. Factores . . . . .	10
2.4.2. Factor de carga en la cara del diente . . . . .	11
2.5. Cálculo de $K_{H\beta}$ mediante MEF . . . . .	12
<b>3. Metodología</b>	<b>14</b>
3.1. Implementación de geometrías . . . . .	14
3.2. Análisis de contacto . . . . .	16
3.3. Análisis tensional . . . . .	18
3.3.1. Análisis tensional en la cara del diente . . . . .	19
3.3.2. Análisis tensional en el pie de diente . . . . .	20
3.3.3. Análisis tensional simulando galgas extensiométricas . . . . .	20
<b>4. Resultados</b>	<b>21</b>
4.1. Geometrías y microgeometrías . . . . .	22
4.1.1. Búsqueda de las microgeometrías a estudiar . . . . .	22
4.2. Análisis tensional en la cara del diente . . . . .	23
4.3. Análisis tensional en el fondo de pie diente . . . . .	30
4.4. Análisis de factores de distribución de tensiones . . . . .	39
4.5. Análisis tensional simulando galgas . . . . .	43
<b>5. Conclusiones</b>	<b>46</b>

# Capítulo 1

## Introducción y objetivos

### 1.1. Introducción

Si bien las transmisiones por engranajes han sido aplicadas desde la antigüedad no fue hasta el siglo XVIII que empezaron a desarrollarse las primeras teorías sobre éstos así como los procesos de diseño y fabricación necesarios para su aplicación de manera más extendida.

Estas primeras transmisiones estaban pensadas para la transmisión de movimientos angulares con una potencia muy reducida las cuales satisfacían únicamente la relación de transmisión dada por los dientes de piñón y rueda si se consideraban las velocidades angulares medias de la siguiente manera:

$$\frac{\omega_m^{(1)}}{\omega_m^{(2)}} = \frac{N_2}{N_1} \quad (1.1.1)$$

siendo  $N_1$  y  $N_2$  los números de dientes de piñón y rueda respectivamente mientras que  $\omega_m^{(1)}$  y  $\omega_m^{(2)}$  representan las velocidades angulares medias de ambos elementos. Estas primeras transmisiones estaban compuestas por perfiles no conjugados que satisfacían la ecuación 1.1.1 pero no la relación de transmisión dada por las velocidades angulares instantáneas  $\omega^{(1)}$  y  $\omega^{(2)}$ , es decir,

$$m_{12} = \frac{\omega^{(1)}}{\omega^{(2)}} \quad (1.1.2)$$

La aplicación de superficies conjugadas sí satisfacen ambas relaciones de transmisión. En cuanto a perfiles conjugados existen tantos como la mente humana es capaz de idear pero el de mayor aplicación es el perfil de evolvente de círculo.

La acción conjugada presenta unas condiciones ideales de funcionamiento que nunca llegan a materializarse debido a los distintos errores propios de la fabricación, la desalineación de la transmisión o flexiones debidas a las cargas tanto en dientes como en los propios ejes.

Con el fin de evitar contactos en los bordes de diente es una práctica común la aplicación de rebajes de cabeza ("*Tip relief*", en terminología anglosajona) y abombamientos ("*Crowning*", en terminología anglosajona), modificando la microgeometría de las superficies de contacto.

## 1.2. Objetivos

El presente trabajo de fin de grado (TFG en adelante) pretende encontrar una relación entre la evolución de las tensiones en el fondo del pie de diente a lo largo del ciclo de engrane y los factores de distribución longitudinal de la carga ante la presencia de desalineaciones angulares. La existencia de esta relación permitiría conocer el grado de no uniformidad de la carga y predecir el valor de dichos factores si experimentalmente se obtienen las tensiones de fondo del pie de diente mediante galgas extensométricas. Esto es muy importante dado que medir las tensiones de contacto en piezas reales de acero es imposible, pero medir las tensiones en el fondo del pie de diente sí es posible. De esta manera, se dispondría de información con la que predecir la existencia de distribuciones no uniformes de la carga.

Los objetivos que se plantean para el presente Trabajo Fin de Grado son los siguientes:

- (1) Determinar la evolución de las tensiones normales a la dirección longitudinal del diente en el fondo del pie de diente ante la presencia de desalineaciones angulares.
- (2) Establecer una relación entre el valor máximo de la componente alternante de la tensión y su posición a lo largo del ancho de cara con la desalineación angular.
- (3) Establecer similitudes con el factor  $K_{H\beta}$  de la norma ISO 6336 para la determinación de la tensión de contacto en engranajes.

## 1.3. Estructura y planteamiento

El presente TFG se ha estructurado en los siguientes capítulos:

- Capítulo 1. Introducción y objetivos.
- Capítulo 2. Fundamentos teóricos.
- Capítulo 3. Metodología.
- Capítulo 4. Resultados.
- Capítulo 5. Conclusiones.

En el Capítulo 1 se presenta el tema a analizar a lo largo del presente trabajo fin de grado y se plantean los objetivos a desarrollar.

En el Capítulo 2 se introducen los fundamentos teóricos para la generación de las geometrías del modelo de elementos finitos. Se presentan además los fundamentos e hipótesis del método C de la norma ISO para el cálculo del factor de distribución de la carga.

En el Capítulo 3 se presenta la metodología con los pasos seguidos para la implementación de las geometrías de diente en el software IGD (Integrated Gear Design) desarrollado por el Grupo de Investigación de Transmisiones Avanzadas de Engranajes. Se presenta además cómo se determina el contacto en las transmisiones de engranaje y cómo se obtiene el factor de distribución longitudinal de la carga a partir de los resultados de los análisis por el método de los elementos finitos.

En el Capítulo 4 se presentan los análisis de varias transmisiones de engranajes cilíndricos rectos y helicoidales, con geometrías sin modificar y modificadas, sometidas a diferentes niveles de desalineación angular.

En el Capítulo 5 se exponen las conclusiones obtenidas en este TFG.

## Capítulo 2

# Fundamentos teóricos

### 2.1. Introducción

En este capítulo se presentan los fundamentos teóricos en los que se fundamenta la obtención de la geometría de la superficie de los dientes. La generación de los modelos de elementos finitos para la determinación de las tensiones de contacto y de flexión en el pie de diente se basa en la geometría de las superficies de diente previamente obtenida.

La generación de los modelos de elementos finitos requiere definir el tipo de elemento, la estructura de malla y las condiciones de contorno que permitan cargar los mismos.

Finalmente, se exponen los fundamentos de la norma ISO [2] para el cálculo del factor de distribución longitudinal de la carga  $K_H$ .

### 2.2. Generación de la geometría

La generación de las superficies de diente se basa en la generación teórica por cremallera. La Figura 2.2.1 muestra una cremallera con sus superficies activas  $\Sigma_{c1}$  y  $\Sigma_{c2}$  y los sistemas de coordenadas involucrados en el proceso de generación. Las superficies activas pueden ir provistas de un abombamiento en la dirección del perfil a través del coeficiente de parábola  $a_{pf}$  o de un abombamiento en la dirección longitudinal a través del coeficiente de parábola  $a_{ld}$ . Adicionalmente, se puede proveer de un abombamiento en cabeza a través del coeficiente  $a_{pftop}$  como se muestra en la Figura 2.2.2.

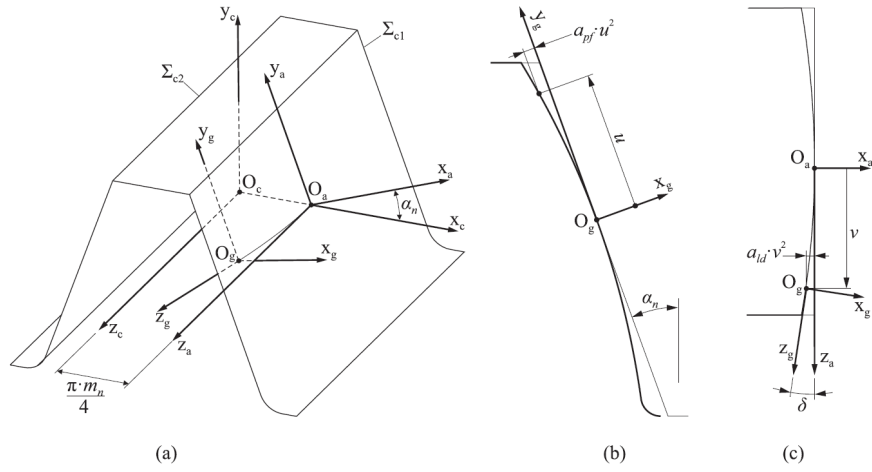


Figura 2.2.1: Definición de la cremallera: (a) superficies del diente, (b) ilustración del parámetro  $u$  del perfil, y (c) ilustración del parámetro longitudinal  $v$  (fuente en [12]).

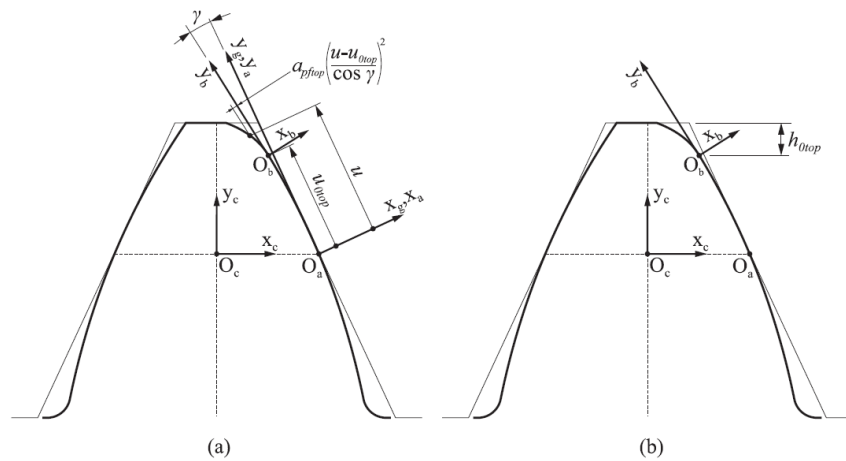


Figura 2.2.2: Definición de abombamiento en la cabeza del diente: (a) geometría del perfil de cremallera, (b) ilustración de  $h_{0Top}$  (fuente en [12]).

Las superficies de los dientes del engranaje se obtienen como las envolventes de las familias de superficies de la cremallera en el movimiento relativo de ésta respecto del engranaje. La Figura 2.2.3 muestra que el desplazamiento  $\psi \cdot r_p$  de la cremallera va acompañado del giro  $\psi$  del engranaje, siendo  $r_p$  el radio primitivo del engranaje. El ángulo de hélice  $\beta$  es nulo en caso de un engranaje recto.

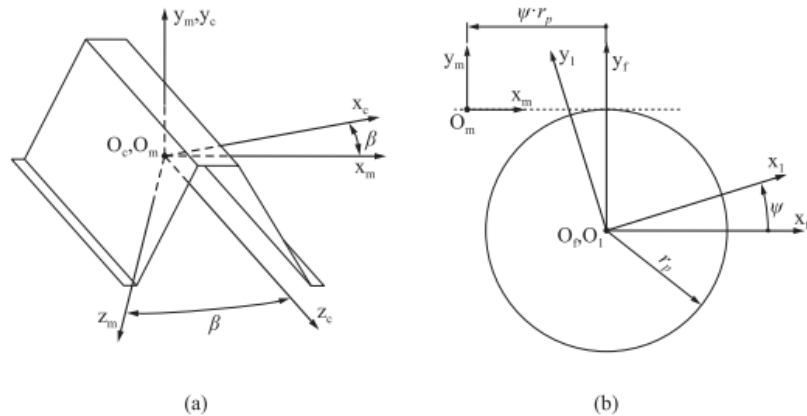


Figura 2.2.3: Para la generación de la superficie de diente del piñón (fuente en [12]).

### 2.3. Generación del modelo de elementos finitos

El método de los elementos finitos es aplicado de forma general en cálculo y diseño de transmisiones por engranajes para la determinación de las tensiones de contacto en la cara del diente y la flexión en la base del diente.

En este Trabajo de Fin de Grado se propone un modelo de elementos finitos como los propuestos en los estudios [4] [5] [6] donde se mallan tan solo piñón y rueda. De esta manera no se tendrá en cuenta la posible deflexión ni deformación debida a la torsión presente en estos.

Para poder realizar los cálculos mediante elementos finitos se deberá discretizar el volumen del diente siguiendo los pasos explicados a continuación:

**Paso 1.-** En primer lugar se determina el modelo geométrico a partir de las ecuaciones que definen la superficie de éste. Véase la figura 2.3.4(a).

**Paso 2.-** Tras esto el volumen se divide en seis subvolúmenes los cuales requieren de mallados con distinta cantidad de elementos. Esta división se realizará con la ayuda de seis superficies auxiliares intermedias como se observa en la figura 2.3.4(b).

**Paso 3.-** Seguidamente en cada subvolumen se determina la posición de los nodos en función del tipo de elemento y de la cantidad de elementos definidos en el sentido longitudinal y a lo largo del perfil del diente, a lo largo del pie del diente, etc. Véase la figura 2.3.4(c).

**Paso 4.-** Tras esto se discretiza cada subvolumen en elementos finitos, en este caso elementos C3D8I, utilizando los nodos situados en el paso 3 (figura 2.3.4(d)).



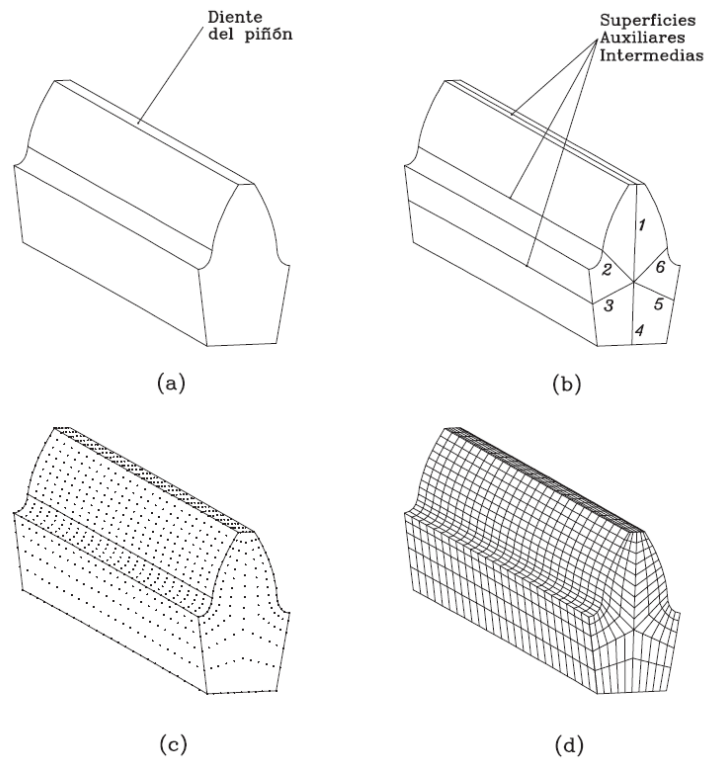


Figura 2.3.4: Ilustración de: (a) cuerpo del diente a modelar, (b) superficies auxiliares intermedias, (c) determinación de nodos, y (d) discretización con elementos finitos.

**Paso 5.-** Este mallado se repite para un conjunto de 5 dientes tanto en piñón como en rueda como se ve en la figura 2.3.5. Debido a las condiciones de contorno, comentadas en el siguiente paso, se establece el número de pares de dientes en cinco para evitar resultados erróneos por proximidad entre la zona a analizar y estas zonas de condiciones de contorno.

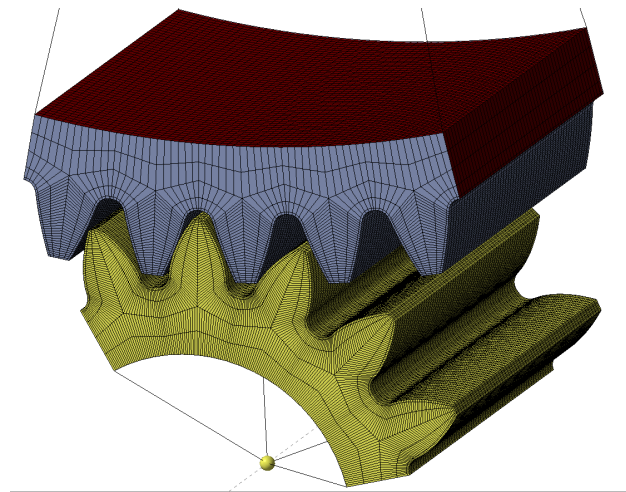


Figura 2.3.5: Modelo de los elementos finitos para 5 pares de dientes.

**Paso 6.-** A continuación se definen las condiciones de contorno.

- (i) Se fijan (se restringen los seis grados de libertad) los nodos de las caras laterales y de la superficie interna del aro o llanta, las cuales se corresponden con las caras marcadas en rojo en la figura 2.3.5.
- (ii) Además se definen los nodos de referencia que se sitúan en el eje de cada engranaje y centrado respecto a las frontal y trasera. Estos dos nodos estarán unidos respectivamente a las caras restringidas de piñón y rueda constituyendo así un sólido rígido (figura 2.3.6.).
- (iii) De estos dos nodos, el nodo de la rueda quedará con los seis grados de libertad restringidos mientras el nodo de referencia del piñón tan sólo tiene un grado de libertad que permite el giro y por tanto la aplicación de un par  $T$ .

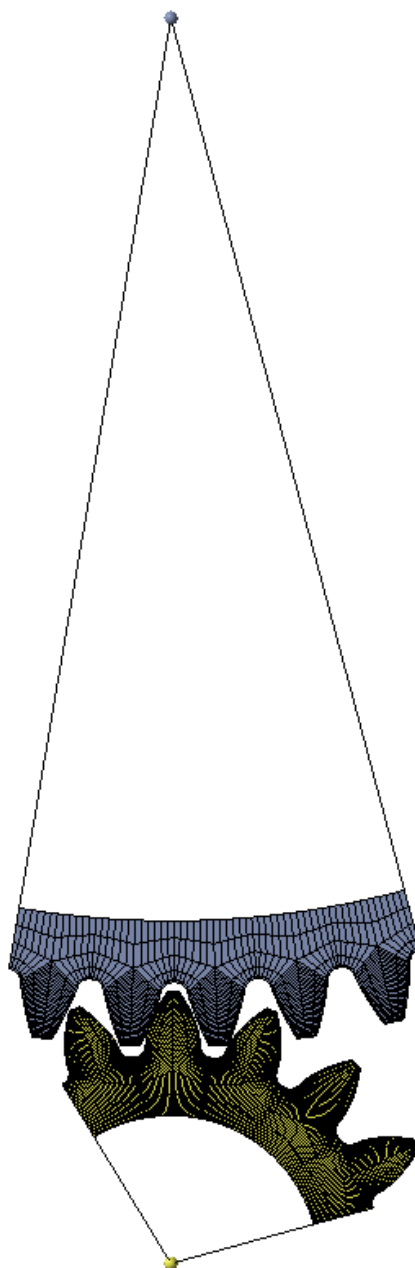


Figura 2.3.6: Modelo de elementos finitos con nodos de referencia.

## 2.4. Fundamentos de la Norma ISO 6336

La finalidad de la Norma ISO 6336 [2] es proponer un método de cálculo tanto en sollicitaciones a picadura en la cara del diente como a flexión en el pie de diente para transmisiones por engranajes rectos y helicoidales. La ISO 6336 incluye procedimientos basados en los ensayos y estudios teóricos de Hirt, Strasser y Brossmann. Los resultados de estos procedimientos están en concordancia con la metodología de cálculo previamente aceptada para ángulos de presión de hasta  $25^\circ$  y ángulos de hélice de hasta  $25^\circ$ . Para mayores ángulos de presión y de hélice los resultados no coinciden con los anteriores. Por tanto hay que prestar especial atención cuando se aplique la formulación en estos casos pues los resultados deberán confirmarse mediante experimentación.

La formulación de la norma ISO 6336 no es aplicable en los siguientes casos:

- Transmisiones rectas o helicoidales cuyo grado de recubrimiento sea menor que uno.
- Transmisiones rectas o helicoidales cuyo grado de recubrimiento sea mayor que 2,5.
- Se dé interferencia entre cabeza y pie de diente.
- Tenga lugar el fenómeno de apuntamiento.
- En el caso de que no exista holgura.

Finalmente decir que la formulación proporcionada por la norma ISO 6336 no es aplicable para fallos como deformación plástica, desgaste y gripado además de que no es de aplicación en situaciones de vibración donde se pueden dar fallos impredecibles.

### 2.4.1. Factores

La norma ISO 6336 presenta una serie de distintos factores los cuales se pueden calcular a través de 3 métodos distintos. Estos métodos son el método A, el método B y el método C.

#### Método A

En este primer método los factores se determinan mediante la media de un análisis en profundidad de todos los factores de influencia, mediante mediciones precisas en funcionamiento o mediante la combinación de ambas.

En general, y por las siguientes razones, el método A es usado rara vez:

- Los detalles en las condiciones de operación son incompletos.
- No se dispone del equipo de medida necesario.
- El coste de los análisis y los ensayos.
- Las relaciones entre factores no han sido tan investigadas como en los métodos B y C.

## Método B

Para este método el cálculo de los factores se realiza mediante programas asistidos por ordenador. Este método depende de las deformaciones elásticas bajo carga, los desplazamientos estáticos y de la rigidez de todo el conjunto elástico. Además la distribución de la malla y las deformaciones se afectan mutuamente.

## Método C

Para la aplicación de este método se tendrán en cuenta todas las desalineaciones equivalentes debidas a las deformaciones del piñón y su eje debidas a deformaciones y desviaciones en el proceso de fabricación. La obtención de las distintas variables se realiza mediante cálculo, medidas y la experiencia, tanto independientemente las unas de las otras como combinadas. Además el método C tiene en cuenta las deformaciones elásticas en el cuerpo del engranaje lo cual produce una separación a lo largo del ancho de cara en los flancos del diente que se encuentran cargados.

### 2.4.2. Factor de carga en la cara del diente

El factor de carga en la cara del diente tiene en cuenta los efectos de la distribución de carga de manera no uniforme a lo largo del diente. Los dos factores que definen este tipo de carga son  $K_{H\beta}$  el cual nos representa esta distribución en la cara del diente y  $K_{F\beta}$  que contempla los efectos de esa distribución de carga no uniforme en el pie de diente.

Que estas distribuciones se den depende de los siguientes factores:

- La precisión del proceso de fabricación.
- Alineación de los ejes de rotación.
- Deformaciones elásticas de los elementos que componen la transmisión tales como ejes, rodamientos, alojamientos y bancadas que soportan la transmisión.
- Holguras en los rodamientos o cojinetes.
- Esfuerzos de Hertz y deformaciones en la superficie del diente.
- Modificaciones de la hélice incluidos abombamientos y rebajes.
- Cargas adicionales en los ejes.

Estas cargas distribuidas a lo largo de la cara del diente pueden llegar a comprometer la transmisión ya que se pueden generar deformaciones elásticas de los engranajes y sus alojamientos además de desplazamientos en los cojinetes.

Cuando se combinan todos los tipos de desviaciones de montaje, fabricación y de funcionamiento se tiene como resultante una línea de desviación respecto del plano de acción. Las desviaciones resultantes de las deformaciones elásticas de ejes y el cuerpo de los engranajes producen como resultante una desviación no lineal, de la misma manera que ocurre con las desviaciones causadas por temperatura.

$K_{H\beta}$  contempla el efecto de la distribución de la carga a lo largo del ancho de cara de los esfuerzos de contacto el cual se define de la siguiente manera:

$$K_{H\beta} = \frac{\left(\frac{F}{b}\right)_{max}}{\left(\frac{F}{b}\right)_{med}} \quad (2.4.1)$$

donde  $\left(\frac{F}{b}\right)_{max}$  es la carga máxima por unidad de longitud, en este caso del ancho de cara  $b$ . Y  $\left(\frac{F}{b}\right)_{med}$  es la carga media por unidad de longitud.

## 2.5. Cálculo de $K_{H\beta}$ mediante MEF

Para el cálculo de  $K_{H\beta}$  se debe calcular la fuerza por unidad de longitud en cada nodo  $\left(\frac{F}{b}\right)_i$ . Esta fuerza se obtiene a partir de la presión  $p_i$  y de la altura  $h_i$  de cada nodo  $i$  (véase la figura (2.5.7)).

$$\left(\frac{F}{b}\right)_i = p_i h_i \quad (2.5.2)$$

La altura  $h_i$  se define de la siguiente manera:

$$h_i = \frac{h_{i,i+1}}{2} + \frac{h_{i-1,i}}{2} \quad (2.5.3)$$

donde

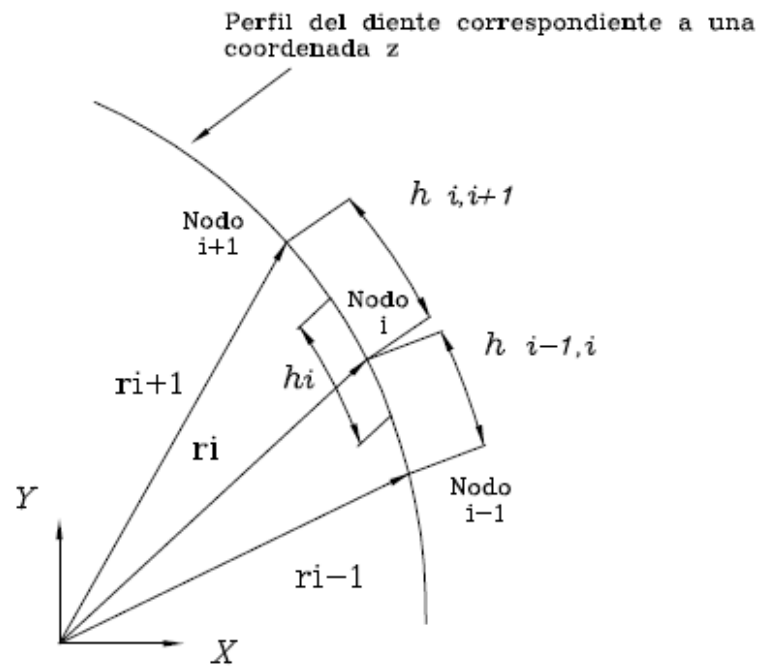
$$h_{i,i+1} = |\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i| = \sqrt{(y_{i+1} - y_i)^2 + (x_{i+1} - x_i)^2} \quad (2.5.4)$$

$$h_{i-1,i} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{i-1}| = \sqrt{(y_i - y_{i-1})^2 + (x_i - x_{i-1})^2} \quad (2.5.5)$$

Considerando todos los nodos  $i$  situados en la misma coordenada  $z$  es posible obtener la fuerza por unidad de ancho como función de la coordenada  $z$ :

$$(F/b)(z) = \Sigma(F/b)_i \quad (2.5.6)$$

de donde es posible obtener su valor máximo y medio y determinar el factor  $K_{H\beta}$  de acuerdo a la ecuación 2.4.1.

Figura 2.5.7: Representación de los nodos  $i+1$ ,  $i-1$  y altura  $h_i$ .

## Capítulo 3

# Metodología

### 3.1. Implementación de geometrías

En primer lugar para poder empezar a realizar los distintos estudios mediante el método de los elementos finitos se deben definir las distintas geometrías para las que se ha usado el programa Integrated Gear Design (IGD). Las geometrías base necesarias serán dos, una de engranajes rectos y otra de engranajes helicoidales. Tras la generación de las mismas se implementarán dos geometrías adicionales obtenidas de la modificación de la microgeometría de las geometrías base para analizar un total de cuatro geometrías, dos sin modificaciones y dos con modificaciones.

La Figura 3.1.1 muestra la ventana de definición de los datos básicos de una transmisión de engranajes cilíndricos rectos en IGD. La Figura 3.1.2 muestra la misma ventana pero para la definición de los datos básicos de una transmisión de engranajes cilíndricos helicoidales.

The image shows a dialog box titled "Basic Data" with two columns: "Pinion" and "Wheel". The parameters and their values are as follows:

	Pinion	Wheel
Module [mm]:	2	
Pressure angle for left side [deg]:	20	
Pressure angle for right side [deg]:	20	
Number of teeth:	17	73
Addendum coef.:	1	1
Dedendum coef.:	1.25	1.25
Face width [mm]:	28	28
Root radius coef. for left side:	0.38	0.38
Root radius coef. for right side:	0.38	0.38

An "Ok" button is located at the bottom right of the dialog box.

Figura 3.1.1: Datos básicos de una transmisión de engranajes cilíndricos rectos.



Basic Data		Pinion	Wheel
Module [mm]:		<input type="text" value="1.5"/>	
Pressure angle for left side [deg]:		<input type="text" value="20"/>	
Pressure angle for right side [deg]:		<input type="text" value="20"/>	
Helix angle [deg]:		<input type="text" value="15"/>	
Helix hand:		<input type="button" value="Left"/> ▾	<input type="button" value="Right"/> ▾
Number of teeth:		<input type="text" value="16"/>	<input type="text" value="69"/>
Addendum coef.:		<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="1"/>
Dedendum coef.:		<input type="text" value="1.25"/>	<input type="text" value="1.25"/>
Face width [mm]:		<input type="text" value="29"/>	<input type="text" value="29"/>
Root radius coef. for left side:		<input type="text" value="0.38"/>	<input type="text" value="0.38"/>
Root radius coef. for right side:		<input type="text" value="0.38"/>	<input type="text" value="0.38"/>
		<input type="button" value="Ok"/>	

Figura 3.1.2: Datos básicos de una transmisión de engranajes cilíndricos helicoidales.

Las cuatro geometrías se designarán como “Recto 1” y “Recto 2” para los casos de engranajes rectos y “Helicoidal 1” y “Helicoidal 2” para los helicoidales. Mientras que Recto 1 y Helicoidal 1 hacen referencia a las geometrías estándar con perfil de evolvente de círculo, Recto 2 y Helicoidal 2 hacen referencia a las geometrías modificadas. Para la generación de estas microgeometrías se han llevado a cabo operaciones de rebaje de la cabeza del diente o “*tip relief*” para la mayoría de los casos, abombamientos o “*crowning*” tanto en sentido logitudinal como transversal y por último rebajes en los flancos del diente o “*front reliefs*” y “*back reliefs*”. Estas últimas modificaciones se han realizado con la finalidad de que puedan absorber mejor las desalineaciones angulares y el contacto no se desplace al borde de los dientes. Todas estas operaciones se detallan en la tabla 4.1.3 en el capítulo de resultados.

La geometría “Recto 1” no lleva ninguna corrección debido a que las líneas de contacto no intersectan el borde de cabeza del diente y por lo tanto no da lugar a altos valores de presiones de contacto. Sin embargo, la geometría “Helicoidal 1” sí provoca altos valores de presiones de contacto en el borde de cabeza de los dientes debido a la intersección de las líneas de contacto con dicho borde, por lo que es necesario aplicar rebajes de cabeza.

Las geometrías con doble abombamiento “Recto 2” y “Helicoidal 2” persiguen que la huella de contacto no se desplace a los bordes de cabeza o de flanco de los dientes, ante la presencia de una desalineación angular máxima de 3 minutos angulares. Éste es un valor de referencia usado habitualmente en las transmisiones por engranajes.

Para la implementación de las geometrías modificadas se ha utilizado el módulo de IGD denominado Free Form Design, el cual se muestra en la Figura 3.1.3.

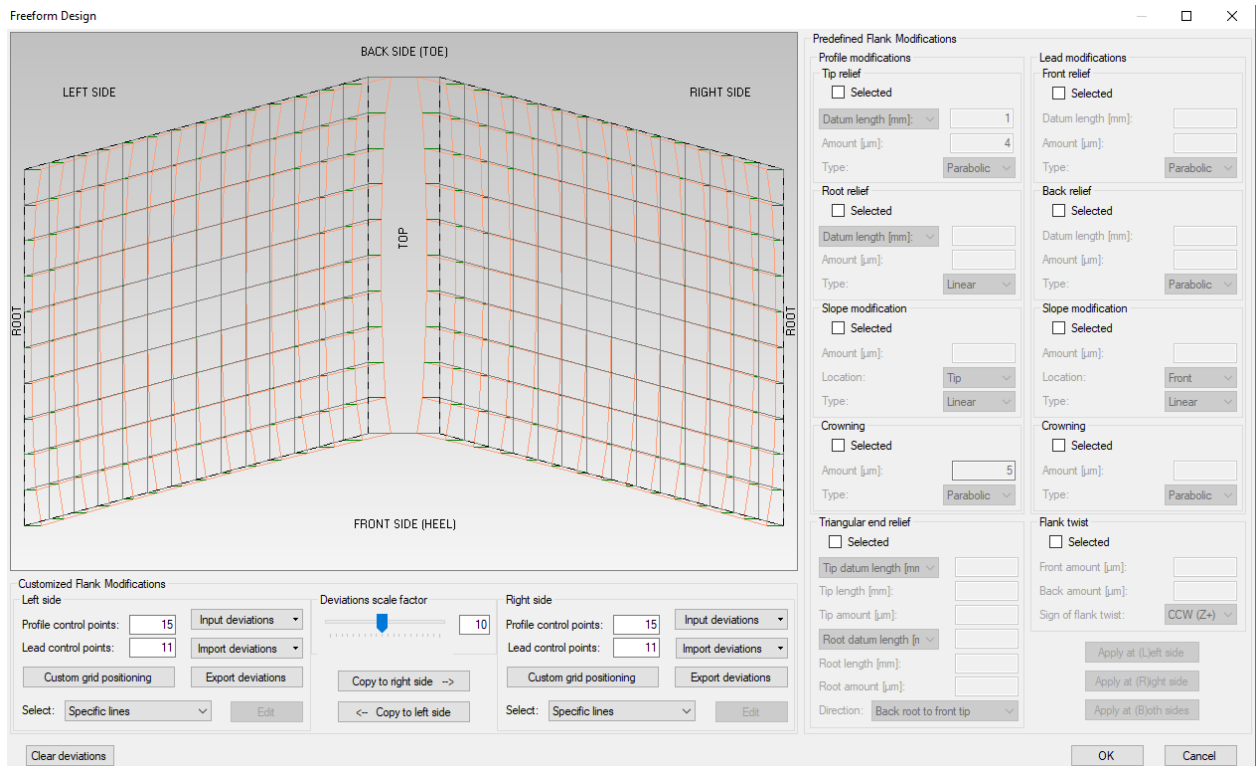


Figura 3.1.3: Ventana de IGD para la definición de la microgeometría de las superficies.

## 3.2. Análisis de contacto

Una vez definidas las geometrías, se les aplica el algoritmo de análisis del contacto que implementa IGD. Este algoritmo está basado en la minimización de la distancia entre las superficies de contacto. Para ello, el piñón se considera fijo para cada una de las posiciones de contacto que se analizan, y la rueda se va rotando hasta minimizar dicha distancia.

El algoritmo del análisis del contacto produce dos resultados. Por un lado, la huella de contacto sobre las superficies de los dientes (véase la Figura 3.2.4). Y por otro lado, la función de errores de transmisión como diferencia entre la posición teórica de la rueda y la posición que proporciona el algoritmo (véase la Figura 3.2.5).

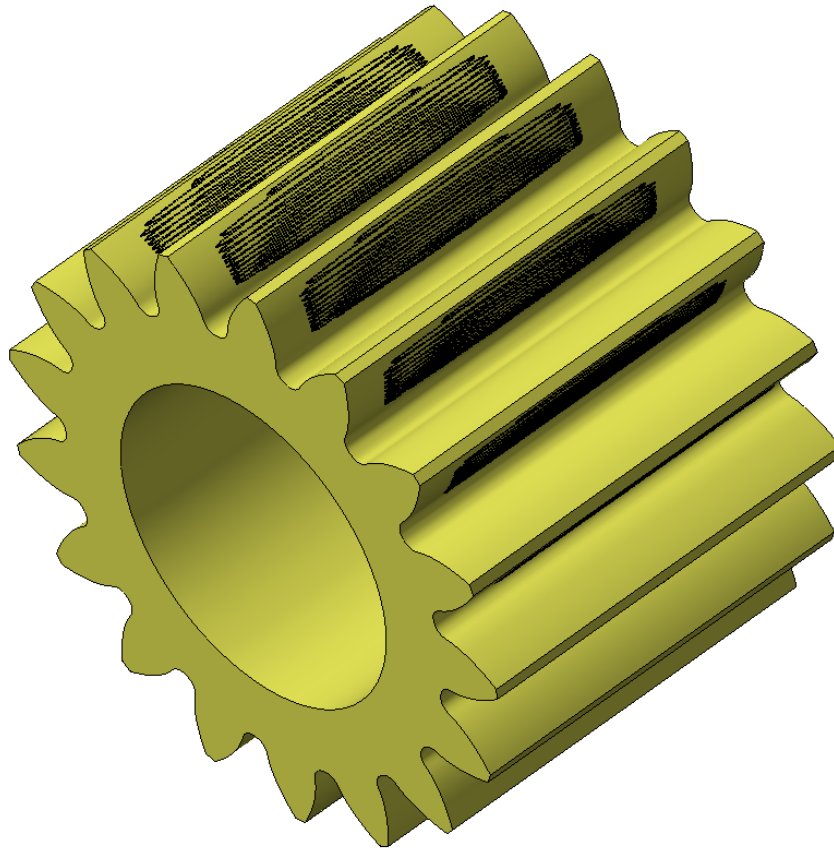


Figura 3.2.4: Ejemplo de huella de contacto sobre el piñón “Recto 2”.

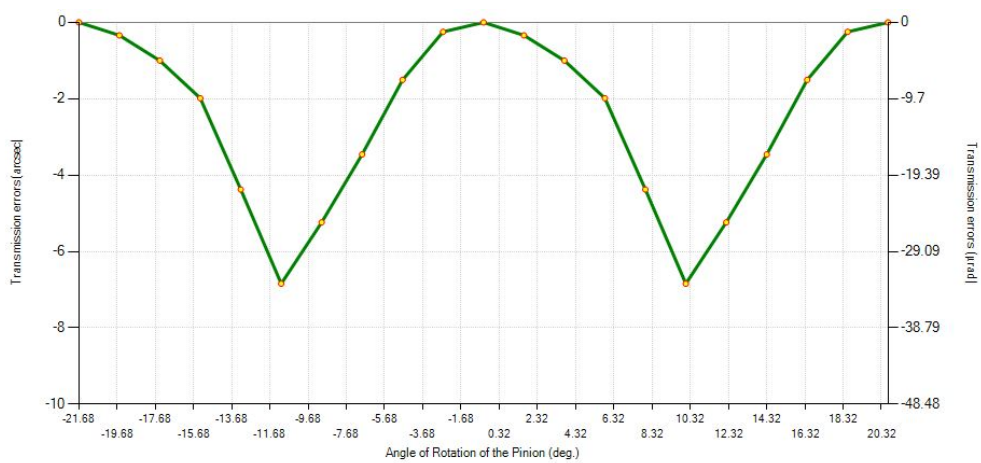


Figura 3.2.5: Ejemplo de función de errores de transmisión.

### 3.3. Análisis tensional

Para llevar a cabo el análisis tensional se usó el programa de Abaqus mediante el cual se realizaron los cálculos por el método de los elementos finitos. Además en este software se pueden visualizar los resultados sobre el modelo pero se exportarán a IGD con la finalidad de analizar los mismos de manera más sencilla en distintas gráficas. El análisis se ha separado en 21 momentos de engrane o *Steps*.

Para realizar esto previamente se ha definido el modelo de elementos finitos con los principios mencionados en el Capítulo 2. De esta manera se comenzará definiendo el modelo para la transmisión por engranajes rectos.

Pinion mesh definition		Wheel mesh definition	
Number of elements in longitudinal direction:	60	Number of elements in longitudinal direction:	55
Number of elements in profile direction:	35	Number of elements in profile direction:	30
Number of elements in the fillet:	16	Number of elements in the fillet:	16
Number of elements under the active surface:	3	Number of elements under the active surface:	3
Number of elements inside the lower rim:	2	Number of elements inside the lower rim:	2
Positioning factor:	1.2	Positioning factor:	1.2
Coefficient for contact layer thickness:	0.08	Coefficient for contact layer thickness:	0.08
<input type="checkbox"/> Free bottom side of the rim		<input type="checkbox"/> Free bottom side of the rim	
Pinion material properties		Wheel material properties	
Elastic modulus [N/mm <sup>2</sup> ]:	210000	Elastic modulus [N/mm <sup>2</sup> ]:	210000
Poisson coefficient:	0.3	Poisson coefficient:	0.3
Contact positions to analyse			
Pinion rotation direction:	CCW (Z+)	<input checked="" type="checkbox"/> All TCA positions	Only at position of TCA: 1
Other parameters			
Number of pairs of contacting teeth:	Five pairs	Torque applied to the pinion [N.m]:	64.0
Contact pair type:	Master wheel & slave pinion	<input type="checkbox"/> Consider friction	Friction coefficient: 0.15
Initial angle of rotation in ABAQUS [deg]:	0.0337	<input type="checkbox"/> Double flank contact	<input type="checkbox"/> Consider fillet

q

Figura 3.3.6: Datos del modelo de elementos finitos.

La figura 3.3.6 muestra el modelo de elementos finitos para realizar el análisis en una transmisión de 5 parejas de dientes. Se ha seleccionado esta cantidad de dientes para mantener las condiciones de contorno de los modelos alejadas de la zona de contacto. De esta manera se generará el modelo mostrado en las figuras 3.3.7 y 3.3.8 donde se puede observar que se ha obtenido un mallado uniforme.

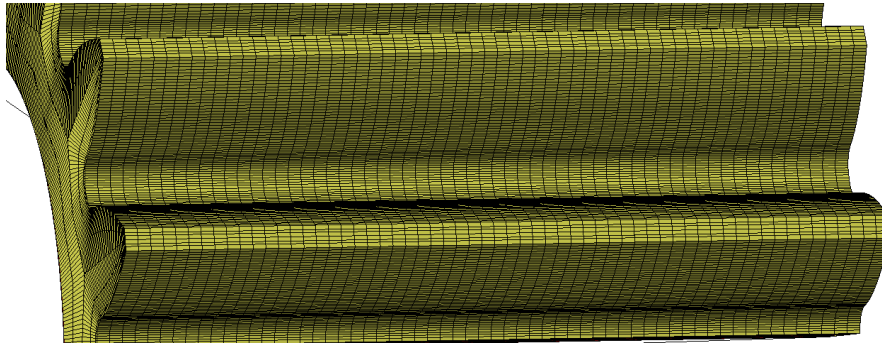


Figura 3.3.7: Distribución de elementos en el modelo de un piñón con dentado recto.

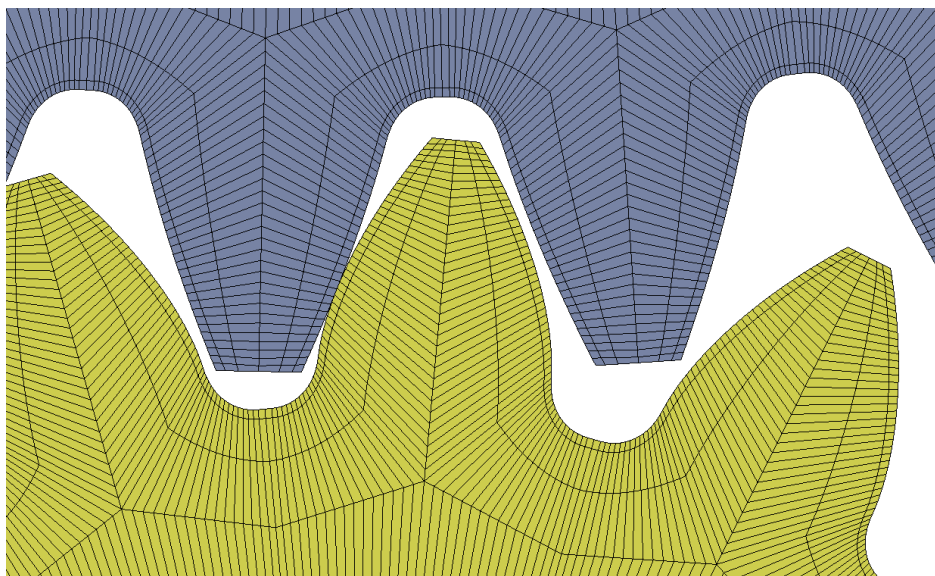


Figura 3.3.8: Detalle del modelo de piñón con dentado recto.

### 3.3.1. Análisis tensional en la cara del diente

En primer lugar se extraen los datos de fuerza por unidad de longitud máxima y media. Una vez obtenido esto se procedió a calcular el  $K_{H\beta-ISO-B}$  mediante la ecuación 3.3.1. Este factor permite observar cómo de bien de distribuida se encuentra la carga a lo largo de la cara del diente y cómo evoluciona según la desalineación que se presenta en cada estudio.

$$K_{H\beta-ISO-B} = \frac{\left(\frac{F}{b}\right)_{max}}{\left(\frac{F}{b}\right)_m} \quad (3.3.1)$$

### 3.3.2. Análisis tensional en el pie de diente

En este segundo estudio se procede de manera similar a como se procedió en la cara del diente para observar cómo se comportan las tensiones en la zona que se podrá medir en una situación real de trabajo. La principal diferencia es que en este área no existe la fuerza por unidad de longitud sino una tensión normal tangente al pie de diente. De esta manera se ha propuesto un factor similar al  $K_{H\beta-iso}$  de la normal ISO como se indica en la ecuación (3.3.2).

$$K_{H\beta-root} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_m} \quad (3.3.2)$$

donde  $\sigma_m$  es la tensión normal media en el pie de diente y  $\sigma_{max}$  es la tensión normal máxima en el pie de diente. La ecuación 3.3.2 se aplicó tanto a tensiones positivas de tracción como negativas de compresión, dando lugar a dos factores. Así queda  $K_{H\beta-t}$  para el caso de las tracciones y  $K_{H\beta-c}$  para las compresiones.

### 3.3.3. Análisis tensional simulando galgas extensiométricas

A partir de los datos obtenidos en el pie del diente se seleccionaron seis de los nodos del modelo de elementos finitos. Éstos fueron los nodos 6, 16, 26, 36, 46 y 56. Por lo que una vez seleccionados estos nodos y los respectivos valores de esfuerzos normales para cada estado de desalineación y par aplicado se aplica el mismo método que en la sección anterior. De esta manera se comprobará la validez de este análisis para el caso real de mediciones con galgas.

## Capítulo 4

# Resultados

El estudio de este trabajo se ha llevado a cabo en cuatro transmisiones distintas las cuales dos de ellas son con engranajes rectos y dos con helicoidales. Dentro de cada tipo de transmisión, una de ellas tiene su microgeometría modificada mediante abombamientos y la otra se presenta una opción más básica en la que solamente se ha llevado a cabo un rebaje en la cabeza del diente (o tip relief). A cada transmisión se le han aplicado seis situaciones de carga con distintas desalineaciones, desde un caso sin ninguna hasta el caso mas extremo de 0,05 grados aumentando esta desalineación 0,01 grados en cada estudio.

Para cada uno de los casos se ha calculado el factor  $K_{H\beta}$  aplicando el método B de la norma ISO 6336. Los pasos seguidos para la obtención del factor  $K_{H\beta}$  mediante el método mencionado anteriormente ha sido descrito en el Capitulo 2 de fundamentos teóricos (apartado 2.5) y siguiendo la metodología del apartado 3.3.1. Además se ha adaptado este factor para que fuera aplicable a los resultados obtenidos en la base del diente (ver apartado 3.3.2) y comparable con  $K_{H\beta}$ . Esto se realiza con la finalidad de encontrar una relación entre los dos factores y comportamientos análogos que permitan predecir el comportamiento de los esfuerzos en la cara del diente conociendo los esfuerzos medidos en el pie de éste. Por último se ha estudiado la evolución a lo largo del pie del diente en seis puntos simulando la obtención de datos mediante galgas extensiométricas. Todos los datos expuestos son estudiados en el piñón.

## 4.1. Geometrías y microgeometrías

Tabla 4.1.1: Datos geométricos para la transmisión recta.

Variabes	Valores
Módulo, $m$ (mm)	2
Adendo, $h_a$ (mm)	1
Dedendo, $h_d$ (mm)	1,25
Ancho de la cara del diente, $b$ (mm)	28
Ángulo de presión, $\alpha$ ( $^\circ$ )	20
N $^\circ$ de dientes del piñón, $N_1$	17
N $^\circ$ de dientes de la rueda, $N_2$	73
Diámetro primitivo del piñón, $d_1$ (mm)	34
Diámetro primitivo de la rueda, $d_2$ (mm)	146
Coef. de desplazamiento piñón	0,455
Coef. de desplazamiento en el tallado del piñón	0,408
Coef. de desplazamiento rueda	0,065
Coef. de desplazamiento en el tallado de la rueda	-0,017

Tabla 4.1.2: Datos geométricos para la transmisión helicoidal.

Variabes	Valores
Módulo, $m$ (mm)	1,5
Adendo, $h_a$ (mm)	1
Dedendo, $h_d$ (mm)	1,25
Ancho de la cara del diente, $b$ (mm)	29
Ángulo de presión, $\alpha$ ( $^\circ$ )	25
Ángulo de hélice, $\beta$ ( $^\circ$ )	15
N $^\circ$ de dientes del piñón, $N_1$	16
N $^\circ$ de dientes de la rueda, $N_2$	69
Diámetro primitivo del piñón, $d_1$ (mm)	24
Diámetro primitivo de la rueda, $d_2$ (mm)	103,5
Coef. de desplazamiento piñón	0,52
Coef. de desplazamiento en el tallado del piñón	0,457
Coef. de desplazamiento rueda	0,555
Coef. de desplazamiento en el tallado de la rueda	0,473

### 4.1.1. Búsqueda de las microgeometrías a estudiar

En cuanto a la búsqueda de la geometría básica sin abombamientos de las distintas transmisiones se llevaron a cabo distintos *tip relief*, es decir, se realizaron distintos rebajes en la cabeza del diente



cuya finalidad es evitar la aparición de zonas de contacto severo en la parte superior de la cabeza del diente en cualquier momento del engrane. Esto evita que surjan puntos con una acumulación de tensiones excepcional y que pueda ocasionar cualquier fallo mecánico en la transmisión.

Para la selección de este *tip relief* mediante el programa IGD se fueron creando distintas configuraciones de rebaje para distintas longitudes de referencia. Para comparar los distintos resultados y buscar el valor óptimo para este rebaje de la cabeza del diente se compararon los valores de  $C_{press}$ , es decir, la presión de contacto en la cara del diente intentando que el pico máximo fuera el menor posible. Tras probar con distintas configuraciones se obtuvieron los valores óptimos que se detallan en la tabla 4.1.3.

Además para los dos tipos de transmisiones se añadió un segundo caso con abombamientos longitudinales, conocidos como *crowning* (denominado abombamiento en la tabla 4.1.3), las cuales permiten absorber mejor las desalineaciones que pueden sufrir las transmisiones mecánicas. Se buscó un *crowning* de tipo parabólico con el valor suficiente para que en el caso mas desfavorable de 0.05 grados la huella de contacto no cortara con el borde de la cara del diente y que además no se deformara en exceso.

Tabla 4.1.3: Microgeometrías.

Transmisión	Long. de referencia ( $\mu m$ )	Rebaje de cabeza ( $\mu m$ )	Abombamiento ( $\mu m$ )
Recto 1	-	-	-
Recto 2	1	4	5
Helicoidal 1	0,5	3	-
Helicoidal 2	1,5	4	5

## 4.2. Análisis tensional en la cara del diente

Para los cuatro casos de estudio se ha variado la desalineación de las transmisiones de cero a 0.05 grados ejerciendo un par de 64 Nm.

La figura 4.2.1 muestra la variación de la carga por unidad de ancho para cada coordenada  $z$  indicando en su lugar el número de nodo (del 1 al 61), así como su valor medio, para la transmisión Recto1 y un ángulo de desalineación de 0 grados. El resultado se muestra en la posición de contacto 11/21 cuando una sola pareja de dientes lleva toda la carga.

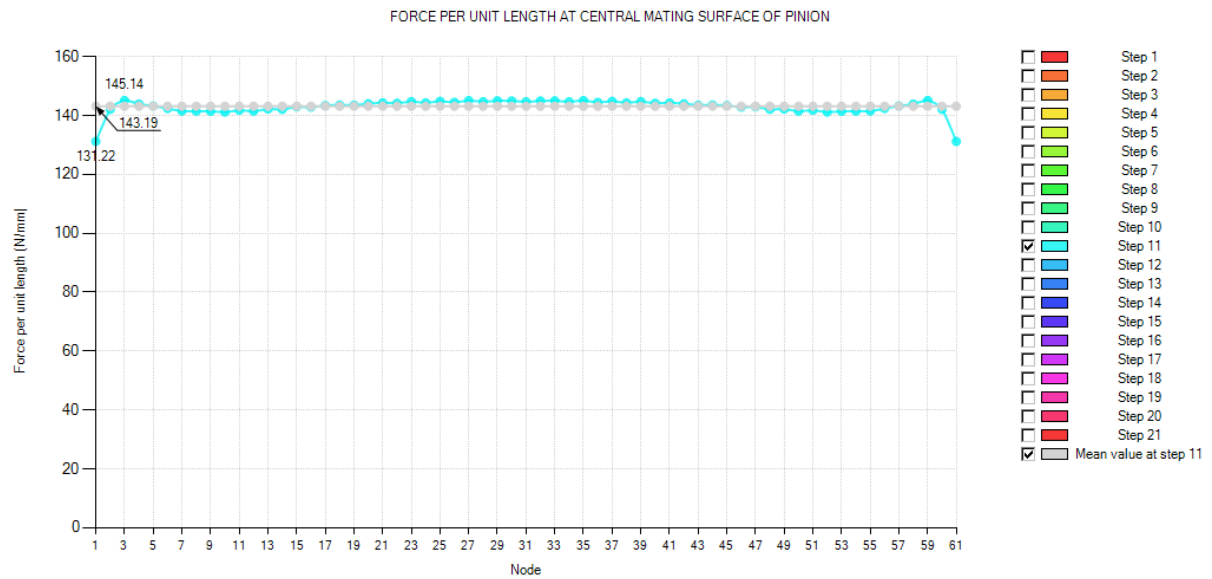


Figura 4.2.1: Carga por unidad de ancho para la transmisión Recto1 y sin error de alineación.

La figura 4.2.2 muestra cómo cambia la fuerza por unidad de ancho en la misma transmisión cuando aparece una desalineación angular de 0,05 grados.

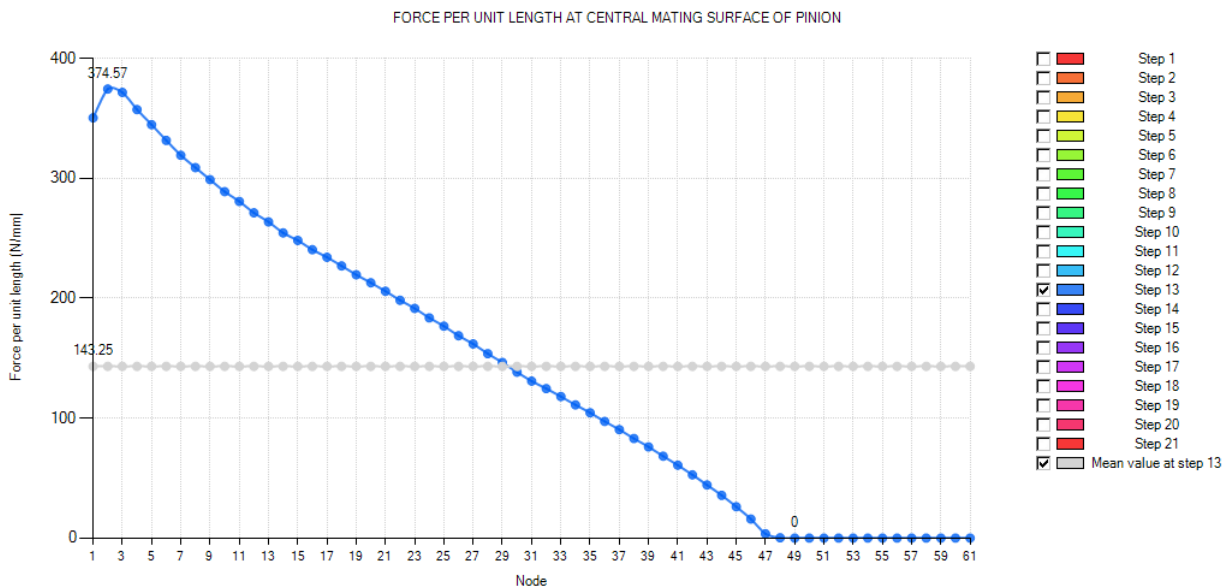


Figura 4.2.2: Carga por unidad de ancho para la transmisión Recto1 y error de 0,05 grados.

Sin embargo, cuando se usa la transmisión Recto2 y las superficies de los dientes del piñón presentan doble abombamiento, la distribución de la carga por unidad de ancho para una desalineación angular nula ya no es uniforme sino que se muestra más concentrada como muestra la figura 4.2.3 para el step 11/21. En este caso el valor máximo está bastante por encima del valor medio debido

a la concentración de la carga que provoca el doble abombamiento.

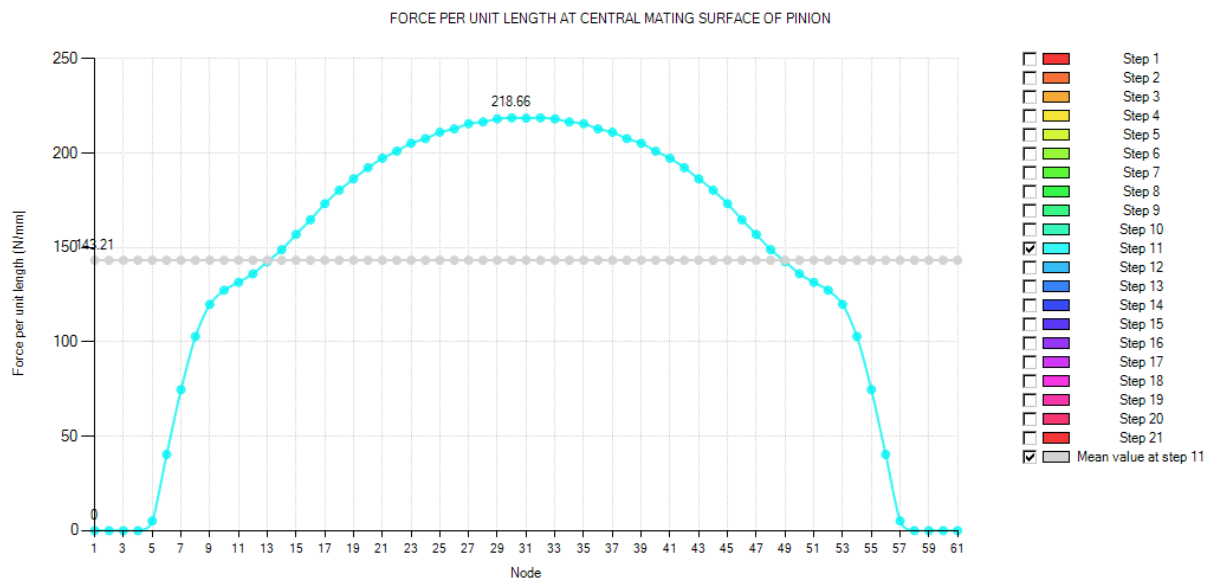


Figura 4.2.3: Carga por unidad de ancho para la transmisión Recto2 y sin error de alineación.

La figura 4.2.4 muestra el comportamiento de la transmisión Recto2 cuando aparece una desalineación angular de 0,05 grados. En este caso el valor máximo de carga por unidad de ancho, obtenido en el step 13/21, no se desplaza hasta el borde frontal del diente al quedarse en la posición nodal 9.

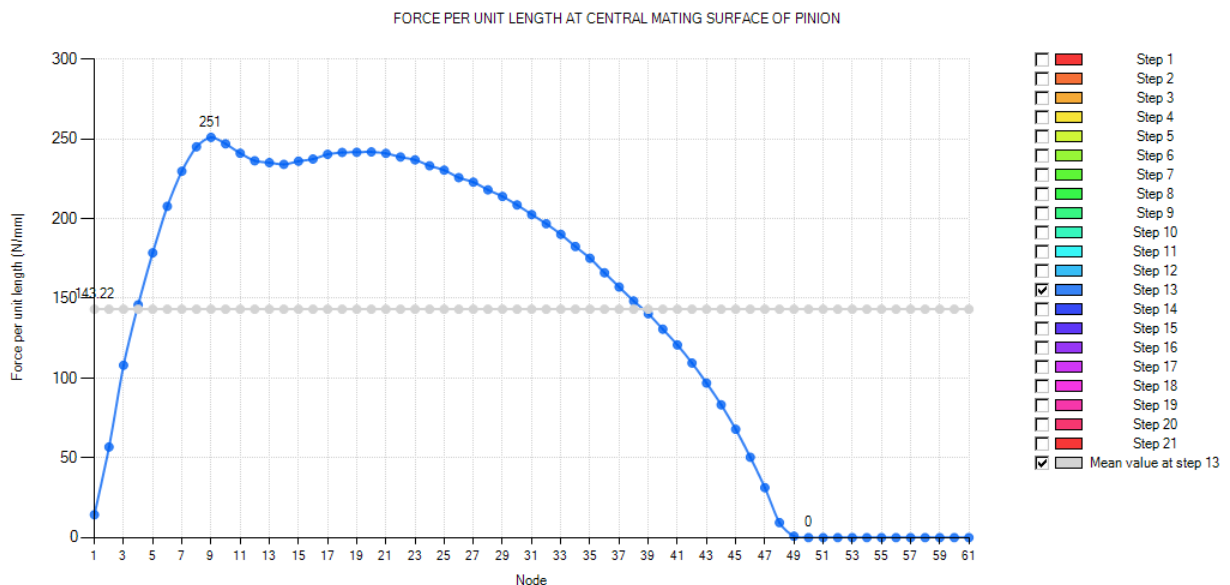


Figura 4.2.4: Carga por unidad de ancho para la transmisión Recto2 y error de 0,05 grados.

La figura 4.2.5 muestra la variación de  $(F/b)$  en todos los steps de la transmisión Helicoidal1 cuando no hay errores de alineación, alcanzado su máximo en 169,5391 MPa. El valor medio  $(F/b)_{med}$  se obtiene como media de todos los valores máximos, dando 160,1039 MPa.

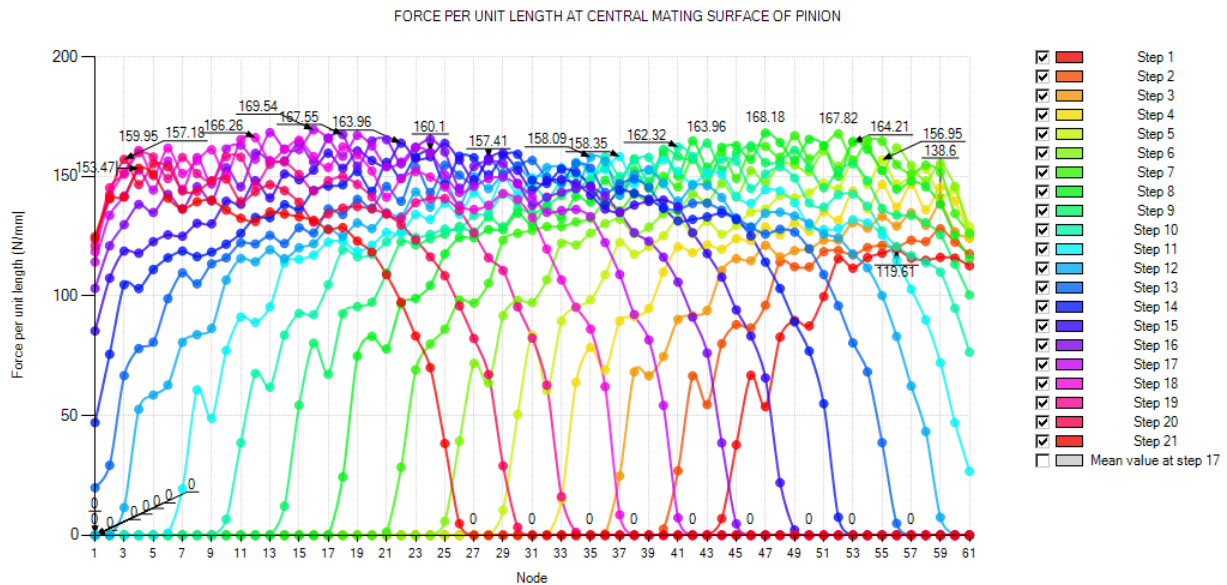


Figura 4.2.5: Carga por unidad de ancho para la transmisión Helicoidal1 y sin error de alineación.

La figura 4.2.6 muestra el comportamiento de la transmisión Helicoidal1 cuando aparece un error de alineación de 0,05 grados. El valor máximo de la fuerza por unidad de ancho se desplaza hacia el borde frontal, siendo el valor medio de todos los máximos 157,4362 MPa.

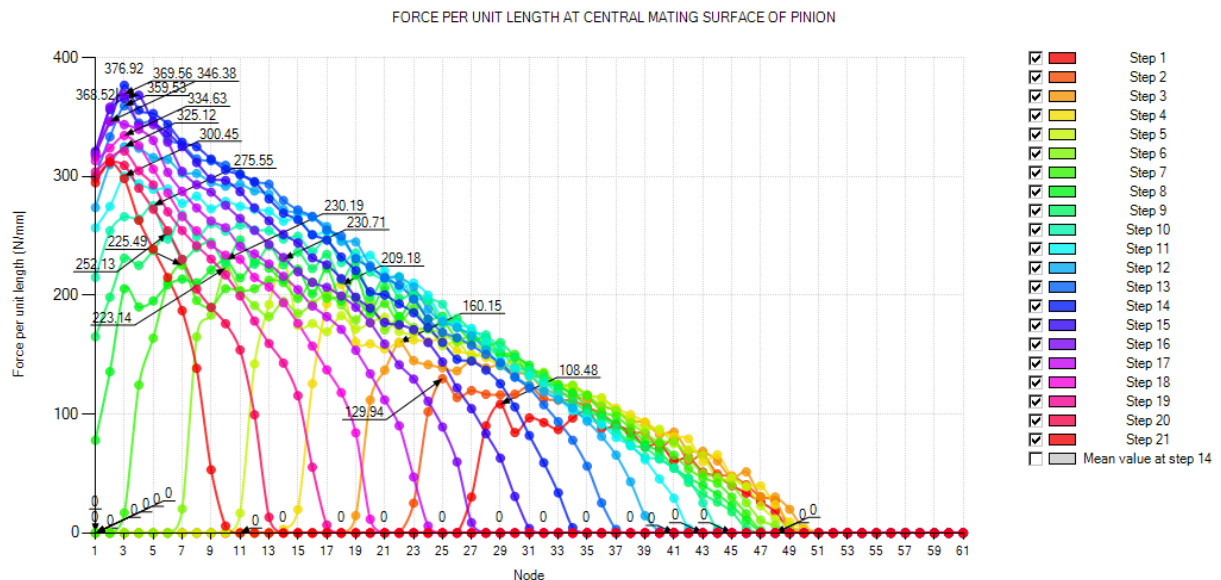


Figura 4.2.6: Carga por unidad de ancho para la transmisión Helicoidal1 y error de 0,05 grados.

La figura 4.2.7 muestra la distribución de  $(F/b)$  para la transmisión Helicoidal2 y ningún error de alineación. El valor máximo alcanzado en todos los steps es de 329,2691 MPa, siendo el valor medio de todos los máximos alcanzados en los distintos steps de 200,3272 MPa.

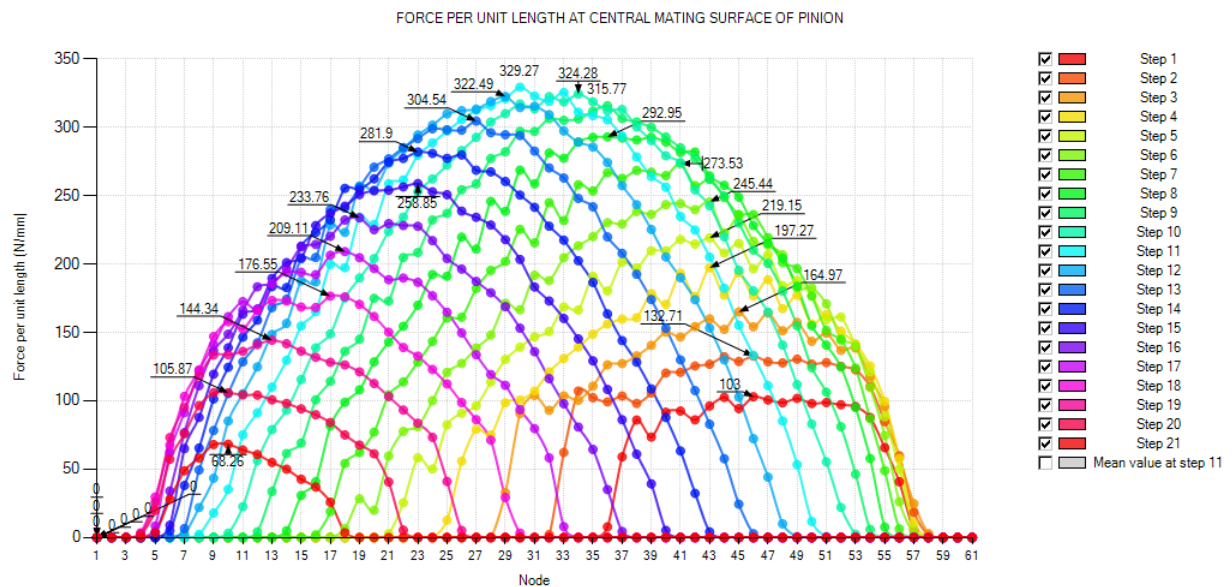


Figura 4.2.7: Carga por unidad de ancho para la transmisión Helicoidal1 y sin error de alineación.

La figura 4.2.8 muestra cómo afecta una desalineación angular de 0,05 grados a la transmisión Helicoidal2, desplazando el máximo de  $F/b$  pero no llevándolo hasta el borde frontal. En este caso el valor máximo es de 342,9 MPa, siendo el valor medio de todos los máximos alcanzados en los distintos steps de 194,088 MPa.

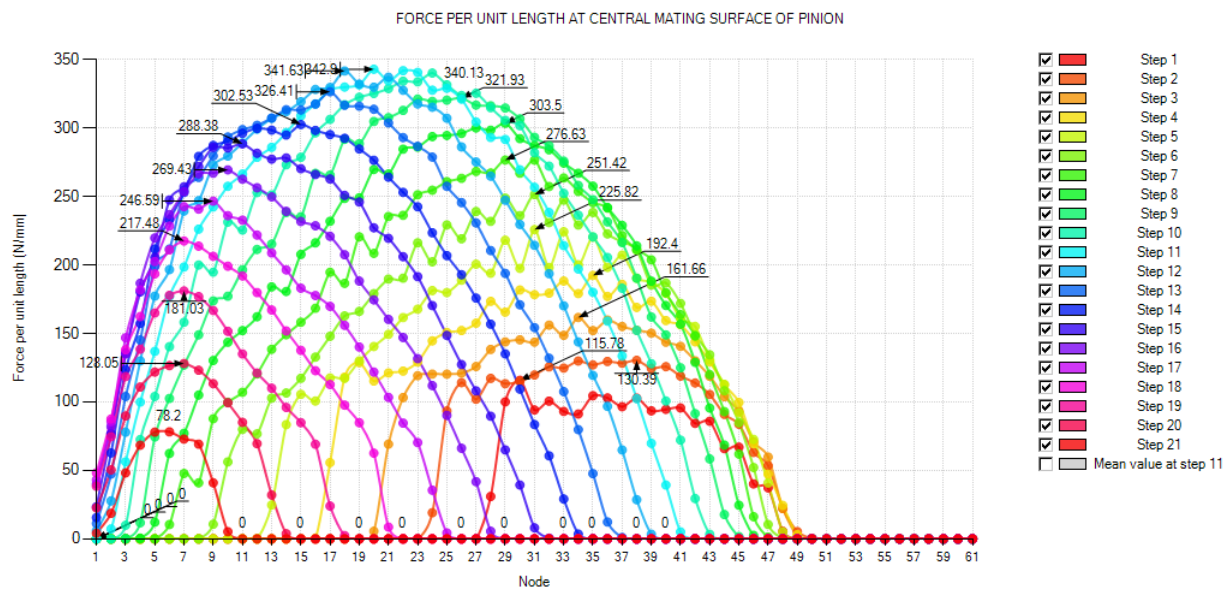


Figura 4.2.8: Carga por unidad de ancho para la transmisión Helicoidal1 y error de 0,05 grados.

La Tabla 4.2.4 muestra los valores máximos de carga por unidad de ancho para cada valor de desalineación angular, así como los valores medios. Además en esta misma tabla se puede observar cómo estos valores de máxima carga por unidad de ancho se desplazan hacia uno de los laterales del diente mientras la otra parte se queda parcial o totalmente descargada. Los desplazamientos de los valores máximos se aprecian por el nodo en el que aparecen, estando el nodo 1 en el borde frontal del diente y el nodo 61 en el borde posterior del diente.

Tabla 4.2.4: Fuerza por unidad de ancho máxima y media.

Transmisión	Desalineación	Nodo	$(\frac{F}{b})_{max} (\frac{N}{mm})$	$(\frac{F}{b})_{med} (\frac{N}{mm})$
Recto1	0°	3	145.140	143.185
	0.01°	3	190.892	143.193
	0.02°	3	237.219	143.204
	0.03°	2	285.249	143.218
	0.04°	2	332.204	143.236
	0.05°	2	374.572	143.253
Recto2	0°	30	218.658	143.207
	0.01°	27	220.941	143.247
	0.02°	25	225.649	143.252
	0.03°	21	233.635	143.260
	0.04°	9	251.003	143.218
	0.05°	9	277.762	143.298
Helicoidal1	0°	16	169.539	160,104
	0.01°	4	205.204	159,981
	0.02°	3	247.789	159,669
	0.03°	3	289.937	159,095
	0.04°	3	336.174	158,370
	0.05°	3	376.922	157,436
Helicoidal2	0°	30	329.269	200,327
	0.01°	31	327.141	199,834
	0.02°	27	329.933	198,745
	0.03°	23	335.221	197,225
	0.04°	25	338.116	195,331
	0.05°	20	342.900	194,088

Observando esto y teniendo en cuenta los valores medios se podrá calcular el valor de los factores  $K_H$  siguiendo el método ISO-B y de acuerdo al apartado 3.3.1.

La Tabla 4.2.5 muestra los valores del factor  $K_{Hiso}$ . En una columna adyacente se han corregido los valores del factor  $K_{Hiso}$  para que tengan valor unidad cuando la desalineación angular es nula. Se trata de la columna del factor  $K_{Hcorregido}$ .

Tabla 4.2.5: Valores de  $K_H$  en la cara del diente

Transmisión	Desalineación	$K_{Hiso}$	$K_{Hcorregido}$
Recto1	0°	1.014	1.000
	0.01°	1.333	1.315
	0.02°	1.657	1.634
	0.03°	1.992	1.965
	0.04°	2.320	2.288
	0.05°	2.615	2.580
Recto2	0°	1.527	1.000
	0.01°	1.542	1.010
	0.02°	1.575	1.032
	0.03°	1.631	1.068
	0.04°	1.757	1.148
	0.05°	1.938	1.270
Helcoidal1	0°	1.059	1.000
	0.01°	1.283	1.211
	0.02°	1.552	1.466
	0.03°	1.822	1.721
	0.04°	2.123	2.005
	0.05°	2.394	2.261
Helcoidal2	0°	1.644	1.000
	0.01°	1.637	0.996
	0.02°	1.660	1.010
	0.03°	1.700	1.034
	0.04°	1.731	1.053
	0.05°	1.767	1.075

Como se puede observar en la Tabla 4.2.5, en las transmisiones rectas ambos  $K_H$  aumentan con la desalineación angular. Este aumento es menos pronunciado en la transmisión Recta2.

En la transmisión Helicoidal2  $K_{Hcorregido}$  apenas aumenta ya que posee una microgeometría capaz de absorber de manera eficaz estas desalineaciones.

### 4.3. Análisis tensional en el fondo de pie diente

En este apartado se determinan las tensiones normales en la superficie del fondo del pie de diente en las transmisiones objeto del estudio y para distintos niveles de error de alineación. El objetivo es encontrar una correlación entre la distribución de dichas tensiones, las cuales se podrían medir mediante galgas extensométricas, y la distribución de la fuerza de contacto por unidad de ancho. Dado que el pie de diente está sometido a tensiones de tracción y de compresión a lo largo del ciclo de engrane, se propondrá el uso de factores de distribución de la tensión normal a tracción  $K_{H\beta-t}$  y a compresión  $K_{H\beta-c}$  para comparar con el factor  $K_{H\beta-ISO-B}$ .

La figura 4.3.9 muestra la distribución de la tensión normal, en color rojo, de tracción en el fondo del pie de diente a lo largo del ancho de cara del piñón para la transmisión Recto1 y cuando



no hay errores de alineación, arrojando un valor máximo de 62,178 MPa y un valor medio de 60,046 MPa. Estos valores corresponden al step 11/21 donde se obtienen los valores máximos de tensión de tracción en el pie de diente y toda la carga la soporta una sola pareja de dientes. Además la figura muestra, en color azul, esa misma distribución en el fondo del pie de diente del piñón, pero cuando el error de alineación es de 0,05 grados, arrojando el valor máximo en el step 13/21 de 132,314 MPa y un valor medio de 57,770 MPa.

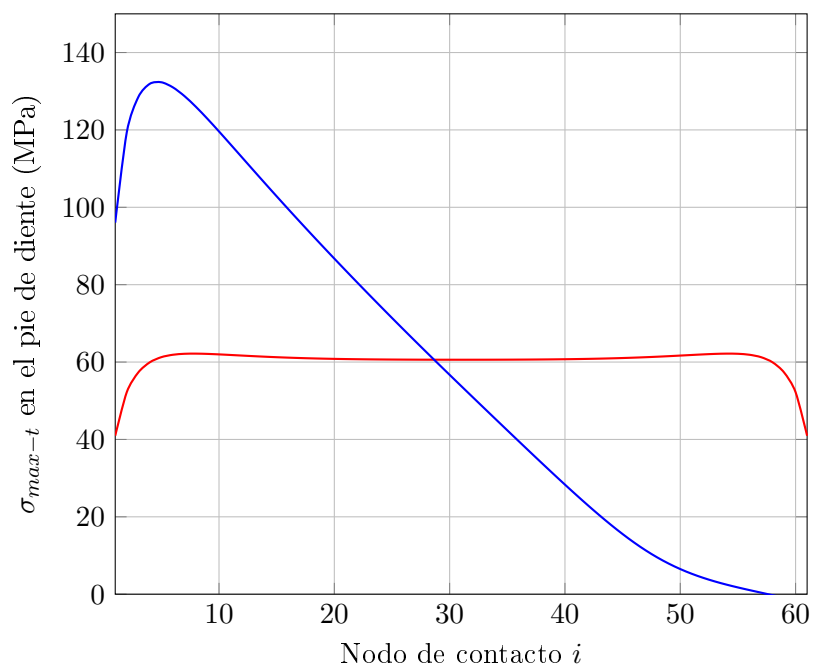


Figura 4.3.9: Tensión normal en el pie de diente para la transmisión Recto1 sin error de alineación (color rojo) y con un error de 0,05 grados (color azul).

La figura 4.3.10 muestra, en color rojo, la distribución de la tensión normal de tracción en el fondo del pie de diente del piñón para la transmisión Recto2 en el step 9/21 (donde se alcanzan los valores máximos a tracción), arrojando un valor máximo de 92,342 MPa y un valor medio de 62,712 MPa. En este caso, el doble abombamiento provoca un aumento de la tensión normal de tracción en el pie de diente. Sin embargo, cuando se produce un error de alineación de 0,05 grados, la distribución de la tensión normal de tracción pasa a ser la mostrada en la figura en color azul, alcanzando un valor máximo de 111,006 MPa y un valor medio de 65,12 MPa para el step 9/21.

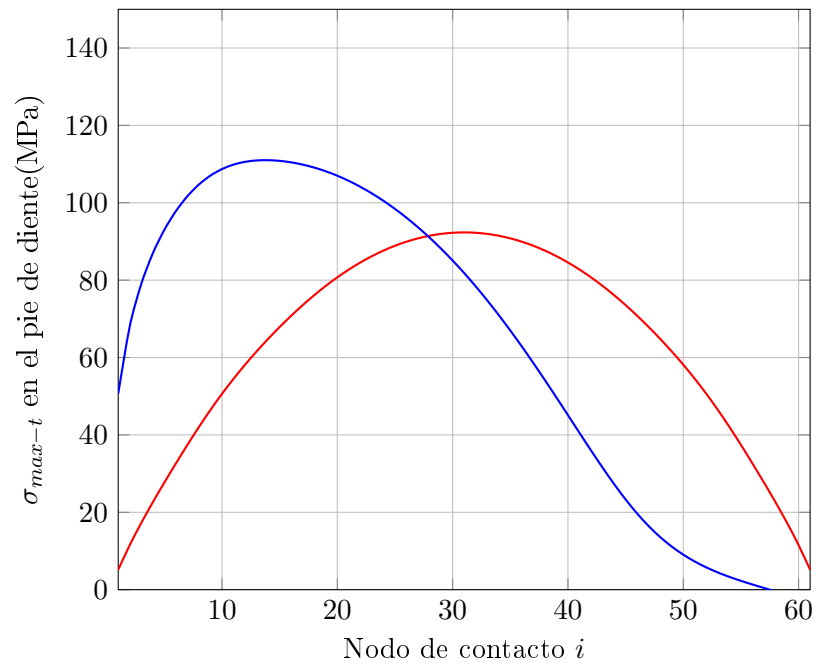


Figura 4.3.10: Tensión normal en el pie de diente para la transmisión Recto2 sin error de alineación (color rojo) y con un error de 0,05 grados (color azul).

La figura 4.3.11 muestra la distribución de las tensiones normales en el fondo del pie de diente del piñón para la transmisión Helicoidal1 cuando no hay errores de alineación. El valor máximo de 119,716 MPa se produce en el step 7/21, siendo el valor medio de la envolvente de los máximos de los distintos steps igual a 84,428 MPa.

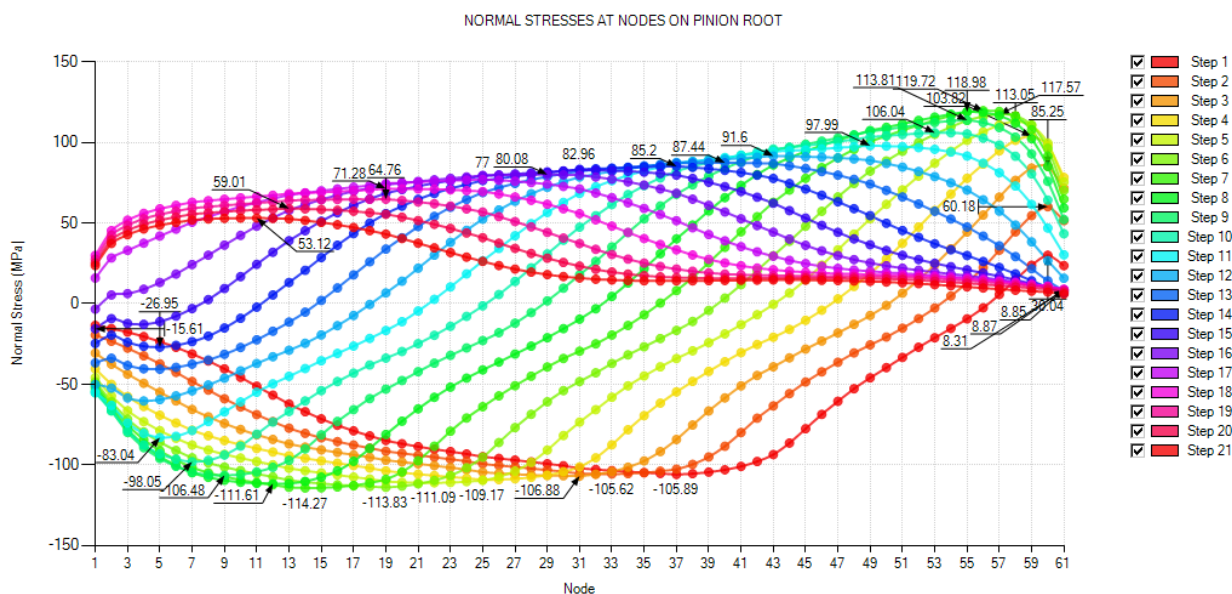


Figura 4.3.11:  $\sigma_t$  para la transmisión helicoidal 1 sin error de alineación.

Sin embargo, cuando en la transmisión Helicoidal1 aparece un error de 0,05 grados en el ángulo entre ejes, el valor máximo de tensión normal máxima pasa a ser de 160,483 MPa, siendo el valor medio de la envolvente de los máximos de los distintos steps igual a 79,995 MPa.

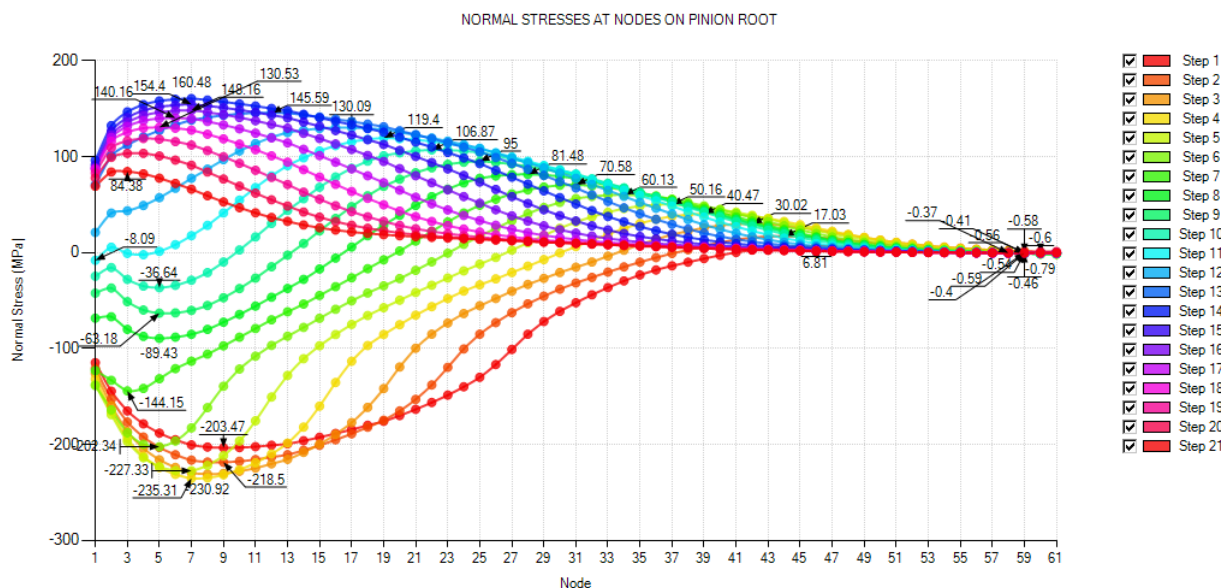


Figura 4.3.12: Tensión normal en el pie de diente para la transmisión Helicoidal1 con error de alineación de 0,05 grados.

Para el caso de la transmisión Helicoidal2 sin errores de alineación, el máximo de tensión normal

en el fondo del pie del diente del piñón aparece centrado y vale 175,235 MPa, siendo el valor medio de la envolvente de todos los máximos de los distintos steps igual a 109,191 MPa.

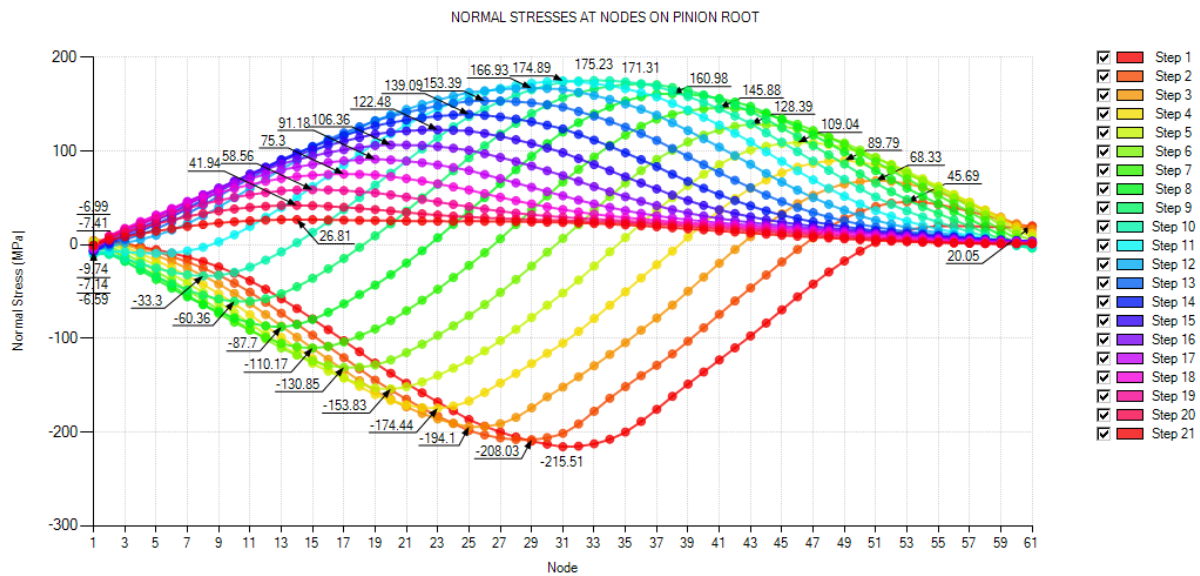


Figura 4.3.13: Tensión normal en el pie de diente para la transmisión Helicoidal2 sin error de alineación.

Cuando en la transmisión Helicoidal2 aparece un error de alineación de 0,05 grados en el ángulo de cruce entre ejes, el valor máximo de la tensión normal máxima pasa a ser de 180,287 MPa, siendo el valor medio de la envolvente de los máximos de todos los steps igual a 103,513 MPa.

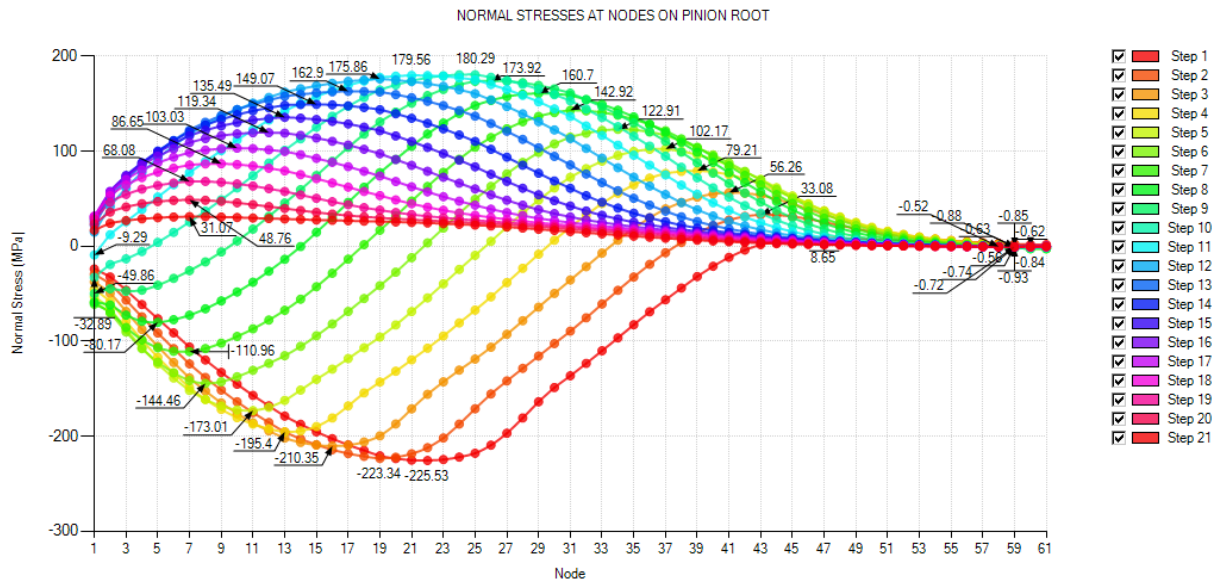


Figura 4.3.14: Tensión normal en el pie de diente para la transmisión Helicoidal2 con error de alineación de 0,05 grados.

La Tabla 4.3.6 muestra los valores máximos y medios de la tensión normal en el fondo del pie de diente para las transmisiones objeto de estudio.

Tabla 4.3.6: Tensiones máximas a tracción y su posición

Transmisión	Desalineación	Nodo	$\sigma_{max-t}$ (MPa)	$\sigma_{m-t}$ (MPa)
Recto1	0°	8	62.178	60,046
	0.01°	6	77.341	60,038
	0.02°	4	92.115	60,042
	0.03°	5	108.575	60,048
	0.04°	5	121.025	59,460
	0.05°	5	132.314	57,770
Recto2	0°	31	92.342	62,712
	0.01°	28	87.336	59,039
	0.02°	24	89.556	59,095
	0.03°	20	93.144	59,184
	0.04°	17	97.987	59,294
	0.05°	14	111.006	63,120
Helicoidal1	0°	56	119.716	84,428
	0.01°	54	99.869	93,261
	0.02°	13	114.898	90,975
	0.03°	7	130.164	87,066
	0.04°	7	145.747	82,393
	0.05°	7	160.483	79,995
Helicoidal2	0°	33	175.235	109,191
	0.01°	31	171.874	105,713
	0.02°	29	168.520	102,811
	0.03°	25	173.637	104,064
	0.04°	25	175.967	102,905
	0.05°	25	180.287	103,513

La tabla 4.3.7 muestra los factores de distribución de carga obtenidos a partir de las tensiones normales a tracción en el fondo del pie de diente.

Tabla 4.3.7: Valores de  $K_{H\beta-t}$  y su corrección.

Transmisión	Desalineación	$K_{H\beta-t}$	$K_{H\beta-t-correctado}$
Recto1	0°	1.036	1.000
	0.01°	1.288	1.244
	0.02°	1.534	1.482
	0.03°	1.808	1.746
	0.04°	2.035	1.966
	0.05°	2.290	2.212
Recto2	0°	1.473	1.000
	0.01°	1.479	1.005
	0.02°	1.516	1.029
	0.03°	1.574	1.069
	0.04°	1.653	1.122
	0.05°	1.759	1.194
Helicoidal1	0°	1.418	1.000
	0.01°	1.011	0.755
	0.02°	1.811	0.891
	0.03°	1.495	1.054
	0.04°	1.769	1.248
	0.05°	2.006	1.415
Helicoidal2	0°	1.605	1.000
	0.01°	1.626	1.013
	0.02°	1.639	1.021
	0.03°	1.669	1.040
	0.04°	1.710	1.066
	0.05°	1.742	1.085

La Tabla 4.3.8 muestra los resultados de las tensiones normales máximas y medias a compresión. Los valores medios se obtienen de forma similar a sus homólogos a tracción. Así, para las transmisiones Recto1 y Recto2, los valores medios se obtienen como la media de las tensiones normales en el step en el que se produce el máximo. En las transmisiones Helicoidal1 y Helicoidal2 el valor medio se obtiene como la media de la envolvente de los valores máximos a compresión de todos los steps.

Tabla 4.3.8: Tensiones máximas a compresión y su posición.

Transmisión	Desalineación	Nodo	$\sigma_{max-c}$ (MPa)	$\sigma_{m-c}$ (MPa)
Recto1	0°	11	76.889	74,194
	0.01°	8	94.753	74,200
	0.02°	6	113.857	74,206
	0.03°	6	133.048	74,068
	0.04°	5	148.272	72,232
	0.05°	5	164.794	68,769
Recto2	0°	31	109.856	73,292
	0.01°	28	110.965	74,415
	0.02°	24	113.884	73,230
	0.03°	21	118.480	73,313
	0.04°	17	124.560	73,415
	0.05°	15	132.065	73,663
Helicoidal1	0°	14	114.270	81,900
	0.01°	10	138.451	63,990
	0.02°	8	163.037	67,387
	0.03°	8	188.716	75,243
	0.04°	8	213.300	85,260
	0.05°	7	235.315	89,937
Helicoidal2	0°	31	215.509	101,240
	0.01°	31	216.537	110,760
	0.02°	28	217.303	117,017
	0.03°	27	218.847	108,220
	0.04°	25	222.829	108,002
	0.05°	22	225.528	100,952

La Tabla 4.3.9 muestra los factores de distribución de carga obtenidos a partir de las tensiones normales a compresión en el fondo del pie de diente.



Tabla 4.3.9: Valores de  $K_{H\beta-c}$  y su corrección.

Transmisión	Desalineación	$K_{H\beta-c}$	$K_{H\beta-c-correctado}$
Recto1	$0^\circ$	1.036	1.000
	$0.01^\circ$	1.277	1.233
	$0.02^\circ$	1.534	1.482
	$0.03^\circ$	1.796	1.735
	$0.04^\circ$	2.053	1.982
	$0.05^\circ$	2.396	2.314
Recto2	$0^\circ$	1.599	1.000
	$0.01^\circ$	1.491	0.995
	$0.02^\circ$	1.555	1.038
	$0.03^\circ$	1.616	1.078
	$0.04^\circ$	1.697	1.132
	$0.05^\circ$	1.793	1.196
Helicoidal1	$0^\circ$	1.395	1.000
	$0.01^\circ$	2.164	1.551
	$0.02^\circ$	2.419	1.734
	$0.03^\circ$	2.508	1.798
	$0.04^\circ$	2.502	1.793
	$0.05^\circ$	2.616	1.875
Helicoidal2	$0^\circ$	2.129	1.000
	$0.01^\circ$	1.955	0.918
	$0.02^\circ$	1.857	0.872
	$0.03^\circ$	2.022	0.950
	$0.04^\circ$	2.063	0.969
	$0.05^\circ$	2.234	1.050

#### 4.4. Análisis de factores de distribución de tensiones

En este apartado se exponen representaciones gráficas de evolución de los distintos factores de distribución de tensiones frente al error de alineación. Con estas figuras se analizará si estos factores  $K_{H\beta-t}$  y  $K_{H\beta-t-correctado}$  para el caso a tracción y los factores  $K_{H\beta-c}$  y  $K_{H\beta-c-correctado}$  para el caso a compresión se comportan de manera similar a los factores definidos por la norma ISO 6336.

En el caso de la transmisión Recto1, la figura 4.4.15 muestra la evolución de los distintos factores con la desalineación angular, mostrando que los factores  $K_{H\beta-ISO-B}$  y  $K_{H\beta-ISO-B-correctado}$  poseen una pendiente más pronunciada. Esto significa que la diferencia entre los valores en el pie de diente tanto a compresión como a tracción se hará más notable en errores de alineación elevados.

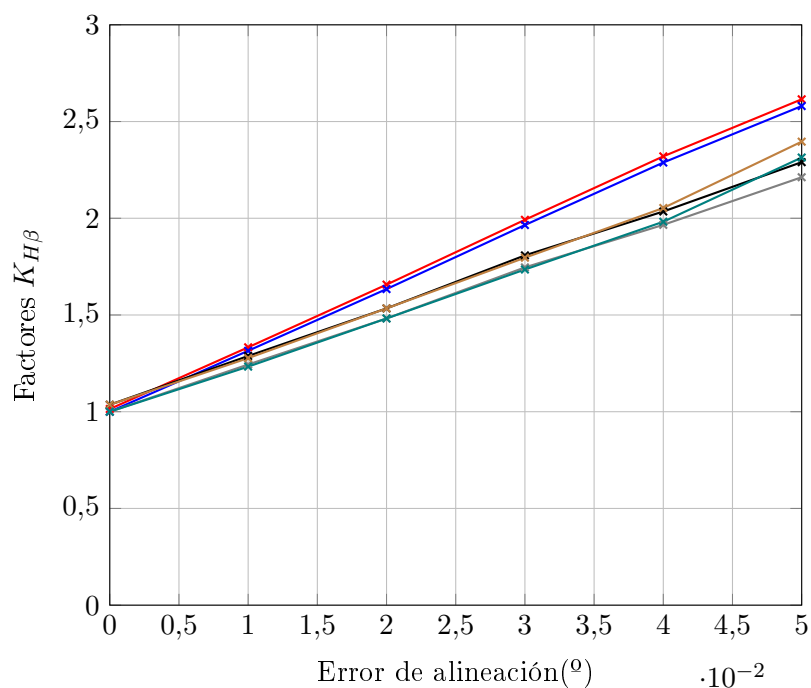


Figura 4.4.15: Factores  $K_{H\beta-ISO-B}$  (color rojo),  $K_{H\beta-ISO-B-corregido}$  (color azul),  $K_{H\beta-t}$  (color negro),  $K_{H\beta-t-corregido}$  (color gris),  $K_{H\beta-c}$  (color marrón),  $K_{H\beta-c-corregido}$  (color turquesa) para la transmisión Recto1.

En el caso de la transmisión Recto2, la figura 4.4.16 muestra que los errores de alineación no producen valores de  $K_H$  tan elevados debido a las modificaciones en la microgeometría del diente. Además, en esta figura se puede observar cómo todos los valores evolucionan de forma similar, existiendo una mayor concordancia entre los factores de ISO y los obtenidos a partir de las tensiones normales en el fondo del pie de diente, especialmente cuando estos factores se corrigen.

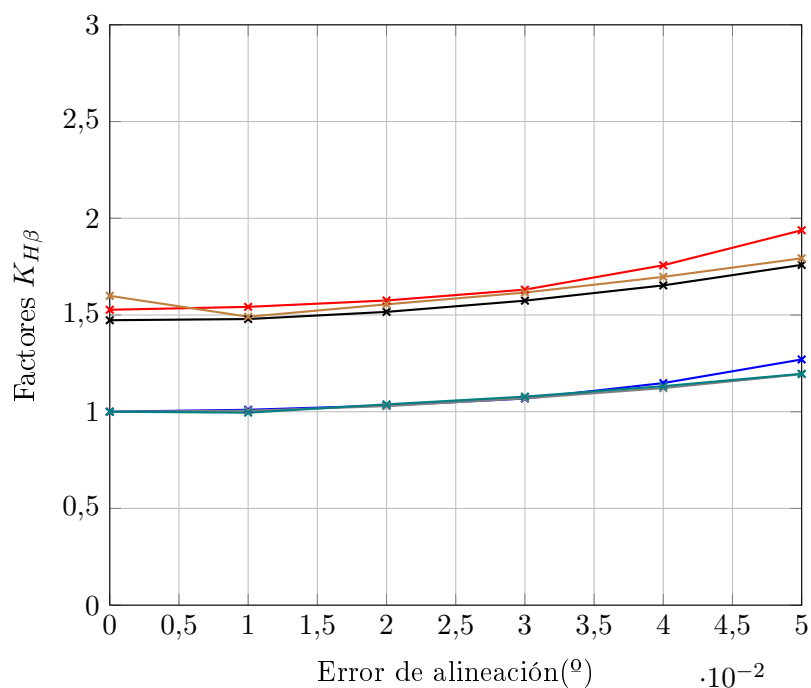


Figura 4.4.16: Factores  $K_{H\beta-ISO-B}$  (color rojo),  $K_{H\beta-ISO-B-corregido}$  (color azul),  $K_{H\beta-t}$  (color negro),  $K_{H\beta-t-corregido}$  (color gris),  $K_{H\beta-c}$  (color marrón),  $K_{H\beta-c-corregido}$  (color turquesa) para la transmisión Recto2.

En el caso de la transmisión Helicoidal1, la figura 4.4.17 muestra la evolución lineal de los factores  $K_{H\beta-ISO-B}$  (color rojo) y  $K_{H\beta-ISO-B-corregido}$  (color azul) con el aumento del error de alineación. La evolución de los demás factores se encuentra alejada de la de los dos factores anteriores, por lo que no ha sido posible en este caso obtener ninguna correlación.

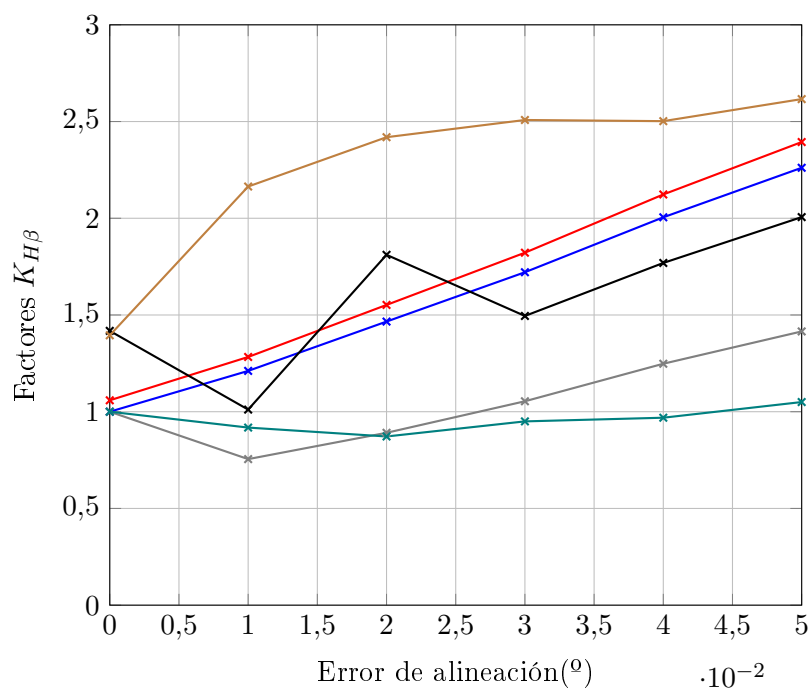


Figura 4.4.17: Factores  $K_{H\beta-ISO-B}$  (color rojo),  $K_{H\beta-ISO-B-correctado}$  (color azul),  $K_{H\beta-t}$  (color negro),  $K_{H\beta-t-correctado}$  (color gris),  $K_{H\beta-c}$  (color marrón),  $K_{H\beta-c-correctado}$  (color turquesa) para la transmisión Helicoidal1.

En el caso de la transmisión Helicoidal2, la figura 4.4.18 muestra cómo en este caso los factores  $K_{H\beta-ISO-B}$  (color rojo) y  $K_{H\beta-ISO-B-correctado}$  (color azul) tienen una relación idéntica a los valores de  $K_{H\beta-t}$  (color negro) y  $K_{H\beta-t-correctado}$  (color gris) analizados observando las tensiones de tracción. Sin embargo, los factores obtenidos a partir de las tensiones normales de compresión en el pie de diente se alejan de los valores de los factores de ISO.

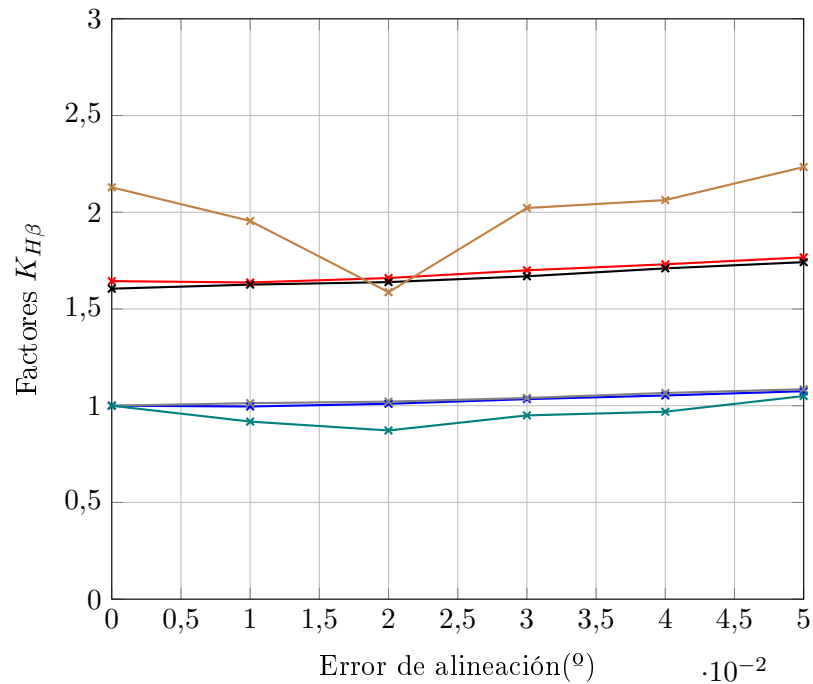


Figura 4.4.18: Factores  $K_{H\beta-ISO-B}$  (color rojo),  $K_{H\beta-ISO-B-correctado}$  (color azul),  $K_{H\beta-t}$  (color negro),  $K_{H\beta-t-correctado}$  (color gris),  $K_{H\beta-c}$  (color marrón),  $K_{H\beta-c-correctado}$  (color turquesa) para la transmisión Helicoidal2.

## 4.5. Análisis tensional simulando galgas

Además del análisis general por elementos finitos se realizaron de nuevo los cálculos simulando que estos eran obtenidos mediante mediciones, es decir, se ignoraron los datos intermedios tomando seis nodos del análisis repartidos uniformemente. De esta manera se comprobaría si puede ser de aplicación a la realidad este tipo de análisis.

Tabla 4.5.10: Valores de  $K_{H\beta-t}$  y su corrección considerando las tensiones de tracción en seis posiciones nodales.

Transmisión	Desalineación	$K_{H\beta-t}$	$K_{H\beta-t-correctado}$
Recto1	0°	1.011	1.000
	0.01°	1.264	1.250
	0.02°	1.513	1.497
	0.03°	1.762	1.743
	0.04°	1.982	1.961
	0.05°	2.227	2.203
Recto2	0°	1.395	1.000
	0.01°	1.436	1.029
	0.02°	1.469	1.052
	0.03°	1.502	1.076
	0.04°	1.608	1.152
	0.05°	1.707	1.223
Helicoidal1	0°	1.385	1.000
	0.01°	1.031	0.745
	0.02°	1.207	0.872
	0.03°	1.440	1.040
	0.04°	1.709	1.235
	0.05°	1.953	1.4104
Helicoidal2	0°	1.540	1.000
	0.01°	1.530	0.994
	0.02°	1.585	1.029
	0.03°	1.626	1.056
	0.04°	1.656	1.075
	0.05°	1.672	1.086

Tabla 4.5.11: Valores de  $K_{H\beta-c}$  y su corrección considerando las tensiones de compresión en seis posiciones nodales

Transmisión	Desalineación	$K_{H\beta-c}$	$K_{H\beta-c-correctado}$
Recto1	$0^\circ$	1.012	1.000
	$0.01^\circ$	1.246	1.232
	$0.02^\circ$	1.506	1.488
	$0.03^\circ$	1.762	1.742
	$0.04^\circ$	2.013	1.990
	$0.05^\circ$	2.232	2.226
Recto2	$0^\circ$	1.416	1.000
	$0.01^\circ$	1.470	1.039
	$0.02^\circ$	1.507	1.064
	$0.03^\circ$	1.539	1.087
	$0.04^\circ$	1.652	1.167
	$0.05^\circ$	1.745	1.233
Helicoidal1	$0^\circ$	1.364	1.000
	$0.01^\circ$	1.995	1.463
	$0.02^\circ$	2.253	1.652
	$0.03^\circ$	2.359	1.730
	$0.04^\circ$	2.353	1.726
	$0.05^\circ$	2.476	1.816
Helicoidal2	$0^\circ$	1.942	1.000
	$0.01^\circ$	1.839	0.947
	$0.02^\circ$	1.795	0.925
	$0.03^\circ$	1.996	1.028
	$0.04^\circ$	2.007	1.033
	$0.05^\circ$	2.039	1.050

Observando estos valores de los distintos  $K_H$  y en comparación con los de las tablas 4.3.7 y 4.3.9 se puede llegar a la conclusión que el análisis omitiendo los datos obtenidos por el resto de nodos, es decir, suponiendo que solo se realizaran estas mediciones mediante galgas extensiométricas sería un análisis válido.

## Capítulo 5

# Conclusiones

La realización del presente trabajo ha permitido obtener las siguientes conclusiones:

1. Se han analizado cuatro transmisiones de engranajes cilíndricos, dos con geometría estándar y otras dos con geometría modificada, con el fin de obtener a través del método de los elementos finitos el factor de distribución de carga en la cara del diente para distintos valores del error de alineación correspondiente al ángulo de cruce entre ejes, reproduciendo el método B de la norma ISO.
2. Se ha propuesto la obtención del factor de distribución de carga a partir de las tensiones normales a la dirección longitudinal del diente en el fondo del pie de diente. Esta propuesta ha surgido de la posibilidad de que estas tensiones se podrían medir mediante galgas extensométricas y por tanto se podría deducir en qué estado se encuentra la distribución de la carga a lo largo del ancho del diente.
3. En el caso de transmisiones de engranajes cilíndricos rectos sin modificar, se observa una tendencia similar entre los valores del factor obtenidos según el método B de ISO y los valores del factor propuesto a partir de las tensiones normales en el pie de diente, si bien los valores divergen ligeramente al aumentar el error de alineación. Se observa además un comportamiento similar del factor obtenido con las tensiones normales de tracción y el factor obtenido con las tensiones normales de compresión.
4. En el caso de transmisiones de engranajes cilíndricos rectos con geometría modificada, las correcciones al factor obtenido con el método B de ISO para que en caso de desalineación nula el factor sea la unidad provocan un desfase entre los valores sin corrección y los valores corregidos. Pero en ambos casos, los valores del factor obtenido con las tensiones normales de tracción y de compresión en el pie de diente son bastante similares a los valores del factor obtenido con el método B de la norma ISO.
5. En el caso de transmisiones de engranajes cilíndricos helicoidales, no se ha observado una relación clara entre los valores del factor obtenido según el método B de ISO y los valores obtenidos con los factores propuestos con las tensiones en el pie de diente. Si bien sí se observa cierta similitud en el caso de geometrías modificadas cuando se utilizan las tensiones normales de tracción en el pie de diente.



6. Se ha validado la posibilidad de obtener los factores propuestos en el pie de diente utilizando una pocas posiciones nodales, obteniendo valores similares a si se consideran todas las posiciones nodales. De esta manera sería factible usar estos factores con las mediciones realizadas con galgas extensométricas.

# Bibliografía

- [1] F.L. Litvin, A. Fuentes, Gear Geometry and Applied Theory, 2nd Edition, Cambridge University Press, New York (USA), 2004.
- [2] Standard ISO 6336-1. Calculation of Load Capacity of Spur and Helical Gear-Part 1: Basic Principles, Introduction and General Influence Factor, *International Standards Organisation*, 2006.
- [3] Zienkiewicz, O.C. & Taylor, R.L., The Finite Element Method, 5a. Edn., Jonh Wiley & Sons, 2000.
- [4] I. Atanasovska, V. Nikolic, 3D Spur Gear FEM model for the numerical calculation of face load factor, *Mechanics, Automatic Control and Robotics* 6 (1) 2006, 131 143.
- [5] S. Li, Finite element analyses for contact strength and bending strength of a pair of spur gears with machining errors, assembly errors and tooth modifications, *Mechanism and Machine Theory* 42 (1) 2007, 88 114.
- [6] Y. C. Chen, C. C. Liu, Contact stress analysis of concave conical involute gear pairs with non-parallel axes, *Finite Elements in Analysis and Design* 47 (4) 2011, 443 452.
- [7] Argyris, L., Fuentes, A. & Litvin, F. L., Computerized integrated approach for design and stress analysis of spiral bevel gears, *Journal Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191, 1057-1095, 2002.
- [8] ANSI/AGMA 2001-D04. Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth, *American Gear Manufactures Association*, 2004.
- [9] Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc., ABAQUS/Standard User's Manual, 1080 Main Street, Pawtucket, RI 02860-4847, 1998.
- [10] V. Roda-Casanova, J.L. Iserte-Vilar, F. Sanchez-Marin, A. Fuentes, I. Gonzalez-Perez, Development and comparison of shaft-gear models for the computation of gear-misalignments due to power transmission, *ASME 2011 International Design Engineering Technical Conferences Washington*, 2011.
- [11] P. Lafont, A. Diaz, J. Echavarri, Diseño y Cálculo de Transmisiones por Engranajes, *Universidad Politécnica de Madrid*, 2009.

- [12] V. Roda-Casanova, I. Gonzalez-Perez, DInvestigation of the effect of contact pattern design on the mechanical and thermal behaviors of plastic-steel helical gear drives *Mechanism and Machine Theory* 164 (2021) 104401, 2021.