Universidad
Politécnica
de Cartagena

**PROGRAMA DE DOCTORADO EN TECNOLOGÍA Y MODELIZACIÓN EN INGENIERÍA CIVIL,
MINERÍA Y AMBIENTAL**

TESIS DOCTORAL

**ANÁLISIS DE LA LÁMINA VERTIENTE EN EL SOBREVERTIDO DE PRESAS DE
FÁBRICA**

Presentada por Patricio Rubén Ortega Lara para optar al
grado de Doctor
por la Universidad Politécnica de Cartagena

Dirigida por:
Dr. JOSÉ MARÍA CARRILLO SÁNCHEZ
Dr. LUIS GERARDO CASTILLO ELSITDIÉ

Universidad
Politécnica
de Cartagena

**DOCTORAL PROGRAMME IN CIVIL, MINING AND ENVIRONMENTAL ENGINEERING
TECHNOLOGY AND MODELING**

PhD THESIS

**ANALYSIS OF RECTANGULAR FREE-FALLING JETS IN OVERTOPPING OF CONCRETE
DAMS**

Presented to the Technical University of Cartagena in
fulfilment of the thesis requirement for the award of
PhD

Supervisor:
Dr. JOSÉ MARÍA CARRILLO SÁNCHEZ
Dr. LUIS GERARDO CASTILLO ELSITDIÉ

La siguiente obra literaria ya ha aparecido en trabajos previos (García 2016, Valero 2018). Sin embargo, creo es necesario citarla, dada su trascendencia e interpretación literaria a la mecánica de fluidos.

“Contempló con ternura la corriente, su transparencia verde, las líneas cristalinas de su misterioso dibujo. Vio surgir perlas brillantes desde el fondo y flotar quietas burbujas en la superficie, que reflejaba el azul del cielo. Con miles de ojos lo miraba a su vez el río: verdes, blancos, cristalinos, celestes. ¡Con qué fascinación y gratitud amó aquella agua! En su corazón oyó la voz, que había vuelto a despertar y le decía: «¡Ama estas aguas! ¡Quédate a su lado! ¡Aprende de ellas!». Sí: quería aprender de ellas, quería escucharlas. Quien lograra comprender aquellas aguas y sus misterios -así lo pareció- entendería también muchas otras cosas, muchos misterios, todos los misterios. Pero de los misterios del río no vio más que uno ese día, un misterio que lo impresionó vivamente. Vio lo siguiente: aquella agua fluía y fluía sin cesar, y a la vez estaba siempre ahí, ¡era siempre la misma aunque se renovara a cada instante!”

Siddhartha
Hermann Hesse

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar quiero expresar mis más sinceros agradecimientos a mis directores de tesis los Drs. José María Carrillo Sánchez y Luis Gerardo Castillo Elsitdié quienes dedicaron mucho trabajo y esfuerzo en la realización de la Tesis, la ardua revisión de los resultados y el borrador final.

Mi más profundo agradecimiento y gratitud al Dr. José María Carrillo Sánchez quien ha sido parte fundamental en este proceso, su profesionalismo, dedicación y arduo trabajo han sido de ejemplo para mí desde el 2015, fecha en que nos conocimos. Sin su conocimiento, consejos y guía no hubiera llegado a este punto; gracias por sus gestiones y motivación pude realizar este sueño llamado doctorado. También debo recalcar su don de persona y fuera del ámbito académico su ayuda y apoyo han sido muy valiosos.

También quiero agradecer profundamente al Dr. Luis Castillo Elsitdié por su trabajo en el desarrollo de esta tesis. Por su motivación y ejemplo inculcado desde las aulas de clase.

A los Drs. Antonio Vigueras, Sebastián Guillén y todo el grupo de investigación HIDR@M por acogerme todo este tiempo y por su ayuda, en especial al Dr. Juan García Bermejo sus comentarios, consejos, y palabras de apoyo han sido muy valiosas, debo también agradecerle las interesantes conversaciones y los libros que siempre me ha recomendado.

Un agradecimiento especial al Dr. Daniel Valero Huerta quien fue mi tutor y permitió que pueda realizar mi estadía de investigación con el “IHE Delft Institute for Water Education” de los Países Bajos, su aporte ha sido muy valioso para la presente Tesis, su entusiasmo y dedicación también han servido de guía y motivación para mí.

También quiero agradecer los valiosos comentarios y sugerencias a la tesis del Dr. Stefan Felder durante el “1st IAHR Young Professionals Congress”.

A la Escuela Politécnica Nacional por el financiamiento realizado mediante el otorgamiento de una licencia para estudios de doctorado.

A mis padres, en especial a mi madre ella ha sido la fuerza que me ha mantenido, gracias a su amor, apoyo, paciencia y dedicación me ha permitido llegar a este punto, sobre todo en los momentos más difíciles y duros. A toda mi familia muchas gracias.

Al Dr. Marco Castro Delgado y la M.Sc. Ximena Hidalgo Bustamante por inculcarme su entusiasmo y dedicación a la Hidráulica desde las aulas de clase y la vida profesional.

Un agradecimiento de todo corazón a esa persona especial que ha estado apoyándome día tras día, gracias a ella por su apoyo y amor.

A Jordi Moreno muchas gracias por su trabajo, el tiempo compartido en el laboratorio y por los kilómetros recorridos subiendo y bajando montañas en Cartagena.

A Jorge Santamaría y Lenín Maldonado gracias por su hermandad y apoyo en los momentos más duros, a pesar de la distancia siempre han estado en contacto y sus palabras han sido de gran aliento todo este tiempo.

A Mercedes, Juan Ma, Alicia, Jorge y Ana con quienes hemos compartido tiempo en la sala I+D de Hidráulica y en la universidad. Ha sido un excelente tiempo. A Paqui Marco quien fue mi compañera en la instalación experimental, gracias por su ayuda y sugerencias durante el desarrollo del trabajo. A Paty quien junto a su esposo Juan Carlos me han ayudado desde el primer día, gracias por todo.

A Marisa y Trini de la Escuela Internacional de Doctorado, a Reme y Juani del Edificio de Laboratorios ELDI, muchas gracias por su ayuda y alegrías cada mañana.

Han sido tres años cargados de muchos aprendizajes, motivación, trabajo duro, momentos felices, grandes experiencias y momentos duros que me han permitido llegar hasta el día de hoy. Gracias a Tod@s por formar parte de este camino.:

DEDICATORIA

A mi madre Rosa María Yolanda

En honor a mi abuela materna Ana María Encarnación

*Si no te rindes,
la hora más oscura
es justo antes del amanecer
y las cosas mejorarán.*

Gordy Ainsleigh
Primer corredor de “Western States Endurance Run” 160 Km, USA. CA.

Publicaciones durante el desarrollo de la Tesis

Artículos Indexados en JCR

Carrillo, J.M., Ortega P.R., Castillo, L.G., & García, J.T. (2021). Air-water properties in rectangular free falling jets. *Water*, 13(11), 1593; <https://doi.org/10.3390/w13111593>.

Carrillo, J.M., Ortega P.R., Castillo, L.G., & García, J.T. (2020). Experimental characterization of air entrainment in rectangular free falling jets. *Water*, 12(6), 1773, <https://doi.org/10.3390/w12061773>

Otros artículos presentados en revistas internacionales indexadas

Ortega P.R., Carrillo, J.M., Castillo, L.G., & García, J.T. (2021). Análisis comparativo de sondas de detección de cambio de fase en un resalto hidráulico. *Revista Hidrolatinoamericana IAHR*. Vol 5. https://eb482193-b6aa-4d33-b48d-fc5ae67cfe31.filesusr.com/ugd/d728aa_24aba2c4892f4bcca9bd1f7d1301dd23.pdf

Ortega P.R., Castillo, L.G., & García, J.T. (2020). Análisis experimental de frecuencia de interferencia y fracciones de vacío en chorros turbulentos planos. *Revista Hidrolatinoamericana IAHR*. Vol 4, pp. 5-8 https://eb482193-b6aa-4d33-b48d-fc5ae67cfe31.filesusr.com/ugd/d728aa_25d37f39622446fe80f8982a8feb8e12.pdf?index=true

Ortega, P.R., Marco, F., & Castillo, L.G. (2019). Construcción e implementación de sondas de conductividad para la medición de flujos bifásicos agua-aire. *Revista Hidrolatinoamericana, IAHR*, 2019. Vol 3, pp. 5-8 https://eb482193-b6aa-4d33-b48dfc5ae67cfe31.filesusr.com/ugd/d728aa_7ef4094c2bfd44c288d8bba3952780c6.pdf?index=true

Congresos Internacionales

- Ortega P.R., Carrillo, J.M., Valero, D., Castillo, L.G., & García, J.T. (2021). Analysis of the performance of phase-detection probes in a calibration device of air-water flows. *Proc., 2do IAHR Young Professionals Congress. IAHR* (en revisión)
- Ortega P.R., Carrillo, J.M., Castillo, L.G., & García, J.T. (2020). Measurement of Void fractions and velocity profiles in rectangular free-falling jets. *Proc., 1st IAHR Young Professionals Congress. IAHR*, https://static.iahr.org/library/Proceedings/TechnicalEvent/tcEPD/2020YPCongress/Proceedings_1st_IAHR_Young_Professionals_Congress_2020.pdf
- Carrillo, J.M., Ortega P.R., Castillo, L.G., & García, J.T. (2020). Air entrainment in rectangular free falling jets. *Proc., 8th IAHR Int. Symp. on Hydraulic Structures 2020*. Santiago, Chile, <https://doi.org/10.14264/uql.2020.605>

Congresos Nacionales

- Ortega P.R., Carrillo, J.M., Castillo, L.G., & García, J.T. (2020). Caracterización experimental de chorros rectangulares turbulentos de vertido libre. *Proc., Red de Laboratorios de Hidráulica de España*. Madrid, España.
- Carrillo, J.M., Pérez F.J., García, J.T., Marco, F., Guillén, S., Ortega, P.R., Castillo, L.G., & Viguera, A. (2019). Reflexiones sobre la I olimpiada científica de ingeniería civil: diseñar las redes de saneamiento de tu ciudad. *Proc., Red de Laboratorios de Hidráulica de España*. Valencia, España.
- Ortega P.R., Castillo, L.G., & Carrillo, J.M. (2019). Medida de concentraciones de aire en distintas secciones y alturas con una sonda de conductividad en el vertido libre de presas. Ajuste de leyes de distribución. *Proc., Red de Laboratorios de Hidráulica de España*. Valencia, España.

Ortega P.R., Carrillo, J.M., Castillo, L.G., & García, J.T. (2019). Análisis experimental de flujos bifásicos en resaltos hidráulicos. *Proc., Jornadas de Ingeniería del Agua*. Toledo, España.

Premios

Año	Título	
2020	Premio Accésit	Primera edición del concurso 'Tesis en 3 Minutos' 3MT® Universidad Politécnica de Cartagena, España

ÍNDICE

RESUMEN	xxxiv
---------------	-------

ABSTRACT	xxxvi
----------------	-------

Capítulo 1

Introducción

1.1 Antecedentes	1
------------------------	---

1.2 Objetivos	7
---------------------	---

1.2 Objectives	8
----------------------	---

Capítulo 2

Estado del Arte

2.1 Introducción.....	9
-----------------------	---

2.2 Trayectoria de la lámina vertiente	11
--	----

2.2.1 Vertedero de pared delgada.....	11
---------------------------------------	----

Flujo sobre el vertedero	11
--------------------------------	----

Trayectoria de la lámina	14
--------------------------------	----

2.2.2 Vertedero de pared gruesa.....	15
--------------------------------------	----

Flujo sobre el vertedero	15
--------------------------------	----

Trayectoria de la lámina	16
--------------------------------	----

2.3 Aireación de la lámina.....	19
2.3.1 Consideraciones generales.....	19
2.3.2 Introducción de aire y perturbaciones.....	21
2.3.3 Consideraciones sobre la turbulencia en la aireación de chorros	25
2.3.4 Expansión lateral del chorro.....	29
2.4 Concentración de aire en flujos bifásicos	34
2.5 Longitud de rotura.....	41
2.6 Oscilación de la lámina libre	49
2.7 Elementos artificiales para mejorar la aireación	53
2.8 Campo de velocidad en chorros turbulentos.....	54
2.9 Disipación de energía	59
2.10 Influencia del colchón en el cuenco de disipación	66

Capítulo 3

Metodología

3.1 Instalación experimental.....	73
Mecanismo de giro y desplazamiento de las sondas.....	76
3.2 Instrumentación.....	77
3.2.1 Tubo Pitot-Prandtl	77
3.2.2 Sonda de conductividad.....	79
3.2.2.1 Introducción.....	79
3.2.2.2 Diseño del circuito y la sonda de conductividad de la UPCT.....	80

3.2.2.3 Principio de funcionamiento	82
3.2.2.4 Transformación de la señal bruta	83
3.2.2.5 Parámetros analizados con la sonda de conductividad	85
Fracción media de vacío.....	85
Frecuencia de cambio de fase	85
Diámetro medio de las burbujas de Sauter	86
Distribución de longitudes de cuerda.....	86
Intensidad turbulenta del cambio de fase	88
Análisis espectral asociado a la señal del cambio de fase	89
3.2.2.6 Frecuencia de muestreo	90
3.2.2.7 Tiempo de muestreo.....	91
3.3 Validación del equipo de conductividad empleado.....	93
3.3.1 Análisis del funcionamiento de la sonda en un resalto hidráulico	94
3.3.1.1 Descripción de los ensayos	94
3.3.1.2 Distribución de fracciones de vacío.....	96
3.3.1.3 Oscilación de la superficie libre	99
3.3.1.4 Conclusiones de la comparación en el resalto hidráulico	100
3.3.2 Banco de calibración de equipos de flujos bifásicos	101
3.3.2.1 Descripción de la instalación.....	101
3.3.2.2 Análisis del funcionamiento de la sonda de conductividad.....	104
3.4 Consideraciones para la modelación física.....	108
3.4.1 Análisis dimensional	109

Teorema Π o de Buckingham.....	109
3.4.2 Efectos de escala en chorros rectangulares	114

Capítulo 4

Resultados y Discusión

4.1 Campaña experimental	118
4.2 Descripción cualitativa del flujo	120
4.3 Distribución de fracciones de vacío.....	121
4.4 Evolución del ancho	128
4.5 Ángulo de expansión lateral.....	131
4.6 Fracción de vacío media	132
4.7 Frecuencia de cambio de fase.....	134
4.8 Intensidad turbulenta asociada al cambio de fase.....	140
4.9 Perfiles de velocidad	142
4.10 Disipación de energía.....	149
4.11 Diámetro medio de burbuja de Sauter.....	152
4.12 Longitud de cuerda	154
4.13 Análisis espectral de la señal de cambio de fase.....	157

Capítulo 5

Conclusiones

Conclusiones	160
--------------------	-----

Conclusions	164
Trabajos futuros	168
Referencias bibliográficas	170

Anexos

Anexo N°. 1: Código Matlab.....	188
Anexo N°. 2: Registro Fotográfico.....	193
Anexo N°. 3: Resultados.....	199
Anexo N°. 4: Indicios de calidad.....	294

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Aliviaderos con vertido libre, Presa de Susqueda, $Q = 375 \text{ m}^3/\text{s}$ (IAGUA, 2014).	3
Figura 1.2 Sobrevertido de la Presa Tekeze, Etiopía durante su construcción (Paul Snook, 2007).	4
Figura 2.1 Modelo experimental de un aliviadero de vertido libre; b) Detalle de la zona de incidencia del chorro con el fondo de la solera, Fases: 2, 3 y 4.....	10
Figura 2.2 Geometría de la lámina en un vertedero rectangular de cresta delgada (Bos 1989, citado por Carrillo 2014).	11
Figura 2.3 Esquema de la lámina sobre un vertedero de pared delgada (Rajaratnam & Muralidhar 1971).	12
Figura 2.4 Distribución de presiones en un vertedero de pared delgada: a) Sección de máxima elevación; b) Cresta del vertedero (Rajaratnam & Muralidhar 1971).	13
Figura 2.5 Distribución de velocidades en un vertedero de pared delgada: a) Sección de máxima elevación; b) Cresta del vertedero (Rajaratnam & Muralidhar 1971).	13
Figura 2.6 Lámina vertiente superior en un vertedero rectangular de pared delgada (Bazin 1896).	15
Figura 2.7 Flujo sobre un vertedero de pared gruesa (Rocha 2010).	16
Figura 2.8 Esquema de sobrevertido por coronación en una presa de gravedad (Wahl et al. 2008).	16
Figura 2.9 Datos experimentales de la trayectoria de un chorro comparados con las ecuaciones 2.4 y 2.6 (Wahl et al. 2008).	18

Figura 2.10 Salto Vernal, Parque Nacional Yosemite, California, EUA. Altura de caída 97 m (World of waterfalls 2011).....	19
Figura 2.11 Vertedero de excesos, obra de toma río Verde (Ecuador) durante el tránsito de una crecida extraordinaria con alta carga de sedimentos.....	20
Figura 2.12 Caída libre de un chorro turbulento en la atmósfera (adaptado de Ervine & Falvey 1987).....	24
Figura 2.13 Regiones de un flujo bifásico agua-aire (adaptado de Toombes 2002).....	25
Figura 2.14 Parámetros físicos en las ondulaciones de la superficie libre (Ervine & Falvey 1987).....	26
Figura 2.15 Aireación continua y localizada en la rápida de descarga del aliviadero de Chinchilla, Australia (Chanson 2004).....	29
Figura 2.16 Intensidad turbulenta axial en función de la expansión lateral de un chorro circular (adaptado de Ervine & Falvey 1987).....	30
Figura 2.17 Esquema de chorros rectangulares de vertido libre (Carrillo 2014).....	32
Figura 2.18 Forma de onda sinuosa del chorro y su interacción con la capa circundante del mismo (Ervine et al. 1980).....	34
Figura 2.19 Relación de caudal de aire/agua en función de la rugosidad de la superficie (Ervine et al. 1980).	36
Figura 2.20 Ajuste Gaussiano de los datos experimentales para la probabilidad de encontrar agua en chorros circulares (Ervine & Falvey 1987).	37
Figura 2.21 Aireación de la superficie libre en un chorro a la salida de un escalón (Toombes 2002).....	38
Figura 2.22 Distribución de fracciones de vacío obtenidas experimentalmente y comparación con la ecuación teórica (Toombes 2002).....	39

Figura 2.23 Esquema de la instalación experimental para el estudio de chorros verticales bidimensionales (Wang 2018).....	40
Figura 2.24 Distribución de fracciones de vacío en chorros verticales bidimensionales y comparación con la ecuación teórica de difusión (Wang 2018).	41
Figura 2.25 Efecto de la velocidad y el número de Reynolds en la longitud de rotura de un chorro plano (Ahmed et al. 2009).	42
Figura 2.26 Regiones sobre el efecto de la velocidad en la longitud de rotura (Van de Sande & Smith 1976).....	43
Figura 2.27 Efecto de T_u en la longitud de rotura de un chorro circular (Ervine et al. 1980).	45
Figura 2.28 Variación de la longitud de rotura de un chorro para distintos niveles de turbulencia (Ervine et al. 1980).....	46
Figura 2.29 Influencia de la rugosidad en función de la altura del chorro (Ervine et al. 1980).	46
Figura 2.30 Regiones de vibración en la lámina libre utilizando medidores sonoros (Lodomez et al. 2016).....	51
Figura 2.31 Oscilaciones de la lámina libre de un chorro plano: a) $q = 0.015 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; b) $q = 0.02 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; c) $q = 0.03 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; d) $q = 0.04 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; e) $q = 0.05 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; f) $q = 0.06 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ (Lodomez et al. 2019).	52
Figura 2.32 Geometrías de bloques para el aumento del nivel de turbulencia: a) Diseño de Roberts; b) Diseño Falvey (Lund et al. 2008).	53
Figura 2.33 Funcionamiento de bloques tipo Roberts (Lund et al. 2008).....	54
Figura 2.34 Perfiles de velocidad secciones A, B, C, D, E y F (Rajaratnam & Chamani 1995).	56

Figura 2.35 Perfil de velocidad adimensional V/V_o respecto a la altura Z' en la zona de caída libre en el aliviadero tipo escalón (Toombes 2002).....	57
Figura 2.36 Evolución de la velocidad media durante la caída del chorro rectangular en la atmósfera (Castillo et al. 2015).....	58
Figura 2.37 Distribución de velocidades y propiedades aire-agua en chorros verticales planos (Bertola et al. 2017).....	59
Figura 2.38 Esquema del salto vertical utilizado para el análisis de la disipación de energía, donde V_c y Y_c son la velocidad y calados críticos, Y_p el calado aguas arriba del punto de impacto del chorro, V la velocidad del chorro, H la altura del escalón, y Y_1 el calado aguas abajo del punto de impacto (Moore 1943).....	60
Figura 2.39 Pérdida de energía en una grada o escalón (Moore 1943).....	61
Figura 2.40 Disipación de energía en un escalón o grada en función de Y_c/H (Rajaratnam & Chamani 1995).....	62
Figura 2.41 Esquema de presiones en el punto de estancamiento de un chorro incidente desarrollado ($H/L_b \geq 1.0$) y no desarrollado ($H/L_b < 1.0$) en el cuenco de disipación para el caso de colchón no efectivo $Y \leq 5.5B_j$ (Castillo et al. 2015).....	64
Figura 2.42 Coeficientes de presión dinámica media y disipación de energía en el cuenco, caso $Y \leq 5.5B_j$ (Carillo 2014; Castillo et al. 2015).....	65
Figura 2.43 Difusión de un chorro en un cuenco de disipación (Chanson et al. 2004).....	66
Figura 2.44 Cantidad de aire que ingresa en el punto de impacto en relación a la velocidad del chorro incidente (Bollaert 2002).....	68
Figura 2.45 Esquema de un chorro incidente en un cuenco de disipación (Ervin & Falvey 1987).	69

Figura 2.46 Esquema de presiones en el punto de estancamiento de un chorro incidente desarrollado ($H/L_b \geq 1.0$) y no desarrollado ($H/L_b < 1.0$) para el caso de colchón no efectivo $Y > 5.5B_j$ (Castillo et al. 2015).....	70
Figura 2.47 Coeficientes de presión dinámica media en el punto de estancamiento para diferentes chorros, caso $Y \leq 5.5B_j$ (Carrillo 2014; Castillo et al. 2015).....	71
Figura 2.48 Proceso físico-mecánico en la formación de cuencos de socavación (Bollaert 2002).	72
Figura 3.1 Caudalímetro y sistema eléctrico-electrónico del sistema de bombeo.....	74
Figura 3.2 Tanque elevado de ingreso y elementos para uniformización del flujo.	74
Figura 3.3 Perfil longitudinal de la instalación experimental.....	75
Figura 3.4 Instalación experimental para el estudio de chorros turbulentos.....	76
Figura 3.5 Detalle del soporte de la instrumentación y esquema de disposición de forma perpendicular al chorro.	77
Figura 3.6 Tubo Pitot-Prandtl.....	78
Figura 3.7 Coeficiente λ para el tubo Pitot-Prandtl en flujo bifásicos agua aire (Matos & Frizell 2000).....	79
Figura 3.8 a) Detalle de la sonda de conductividad construida en la UPCT; b) Sonda de conductividad ubicada perpendicular a la dirección de flujo en un chorro turbulento rectangular.	81
Figura 3.9 Interfaces de agua-aire para flujo bifásico (adaptado de Toombes 2002)....	82
Figura 3.10 Cambio de voltaje en la señal por la presencia de burbujas (Ortega et al. 2019).	83

Figura 3.11 Método del umbral simple de corte en una señal analógica para el análisis de flujo bifásicos agua-aire (Toombes 2002).....	84
Figura 3.12 Ventana de resultados del código escrito en MATLAB R2017a.	85
Figura 3.13 Longitudes de cuerda de aire y agua para flujo bifásico (adaptado de Toombes 2002).....	87
Figura 3.14 Longitudes de cuerda C_h representados como una función de probabilidad <i>PDF</i> en rápidas con perfil escalonado (Felder 2013).....	88
Figura 3.15 Intensidad turbulenta T_u en función de y/Y_{90} obtenida en rápidas con perfil escalonado (Felder 2013).	89
Figura 3.16 Densidad espectral de energía (<i>PSD</i>) en función de las frecuencias características: a) aliviadero escalonado, $V = 1.55$ m/s, escalón: 21 (Felder 2013); b) resalto hidráulico, $Q = 0.0347$ m ³ /s, $F_r = 7.5$, $R_e = 6.6 \times 10^4$ (Wang 2014).....	90
Figura 3.17 Variación de la fracción de vacío C respecto al tiempo de muestreo.	92
Figura 3.18 Número de burbujas acumulado para $C \approx 0.88$ y $C \approx 0.33$	92
Figura 3.19 Equipo de fibra óptica y conversión de la señal del equipo de fibra óptica (Carrillo 2014).	94
Figura 3.20 Esquema del resalto hidráulico: a) Vista lateral; b) Vista en planta.....	95
Figura 3.21 Resalto hidráulico utilizado para la comparación de las sondas.	96
Figura 3.22 Perfiles de fracción de vacío C en función de la altura adimensional Y/Y_1 , para $q = 0.035$ m ³ /s/m, $F_r = 7.6$, $R_e = 7.65 \times 10^4$, $V_1 = 2.88$ m/s.....	97
Figura 3.23 Análisis comparativo de fracciones de vacío C obtenidas con las sondas de conductividad y de fibra óptica. Caso $q = 0.035$ m ³ /s/m, $F_r = 7.6$, $R_e = 7.65 \cdot 10^4$, $V_1 = 2.88$ m/s.....	98

Figura 3.24 Comparación de perfiles de distribución de C en función de Y/Y_1 con las mediciones de otros autores en dos secciones transversales: a) P2, $x = 0.174$ m; b) P4, $x = 0.348$ m. Nota: Datos de Murzyn & Chanson (2007) y Wang et al. (2014) obtenidos por digitalización.....	99
Figura 3.25 Evolución de la lámina libre en un resalto hidráulico no desarrollado, para: $q = 0.035$ m ³ /s/m, $F_r = 7.6$, $Re = 7.65 \cdot 10^4$, $V = 2.88$ m/s.....	100
Figura 3.26 Caudalímetros utilizados en la instalación de calibración: a) caudalímetro de agua; b) caudalímetro de aire.....	101
Figura 3.27 Banco de calibración para flujos bifásicos agua-aire.....	102
Figura 3.28 Flujo en el banco de calibración: a) $Q_a = 0.0$ l/s, $Q_w = 2.42$ l/s, $C = 0.0$; b) $Q_a = 0.225$ l/s, $Q_w = 1.96$ l/s, $C = 0.103$; c) $Q_a = 1.015$ l/s, $Q_w = 0.89$ l/s, $C = 0.532$	103
Figura 3.29 Comparación entre valores de C obtenidos con la sonda de conductividad y el banco de calibración en el punto central del chorro $D_c = 0$. Nota: Datos de Frizell et al. (1994), Matos & Frizell (1997), y Borges et al. (2010) obtenidos por digitalización.	105
Figura 3.30 Secciones transversales a la salida de la tobera a $Z = 1\phi$: a) $C = 0.103$; b) $C = 0.233$; c) $C = 0.632$	107
Figura 3.31 Secciones transversales del chorro circular a $Z = 1\phi$ y $Z = 10\phi$	108
Figura 3.32 Desviaciones estándar adimensionales de las oscilaciones de la superficie libre y del pie del resalto hidráulico en función del número de Reynolds (Wang 2014). ...	116
Figura 3.33 Análisis de efectos de escala en la distribución de fracciones de vacío (Wang 2014).	116
Figura 3.34 Análisis de efectos de escala en la distribución de velocidades interfacial (Wang 2014).....	117

Figura 4.1 Chorro turbulento rectangular descargando en la atmósfera.	119
Figura 4.2 Esquema de la instalación experimental y ubicación de las secciones transversales en la lámina vertiente.....	120
Figura 4.3 Lámina vertiente de un chorro turbulento rectangular con $q = 0.096 \text{ m}^3/\text{s/m}$, $h = 0.129 \text{ m}$	121
Figura 4.4 Distribución de fracción de vacío C en función del ancho de chorro B para distintas alturas de caída ($0.20 \text{ m} < Z < 2.00 \text{ m}$).	123
Figura 4.5 Mapa de contornos de distribución de fracciones de vacío C en función del ancho de chorro adimensional $B/(B_{90}/2)$: a) $q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s/m}$; b) $q = 0.036 \text{ m}^3/\text{s/m}$	124
Figura 4.6 Distribución de fracción de vacío C en función del ancho de chorro adimensional $B/(B_{90}/2)$ para distinto grupos de familias de L/h	127
Figura 4.7 Evolución del ancho de chorro adimensional durante la caída: a) $q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s/m}$; b) $q = 0.036 \text{ m}^3/\text{s/m}$; c) $q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s/m}$; d) $q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s/m}$	129
Figura 4.8 Evolución del ancho de chorro adimensional B_{10}/h en función de L/h	130
Figura 4.9 Evolución del ángulo de expansión lateral del chorro δ en función de la velocidad media del chorro V	132
Figura 4.10 Fracción de vacío media C_{media} en función de la distancia de caída adimensional L/L_b	133
Figura 4.11 Fracción de vacío media C_{media} en función de la distancia de caída adimensional L/h	134
Figura 4.12 Frecuencia de cambio de fase F en función del ancho de chorro adimensional $B/(B_{90}/2)$ para distintos grupos de familias de L/h	135

Figura 4.13 Frecuencia de cambio de fase adimensional F/F_{max} en función de la fracción de vacío C para distintos valores de L/h : a) $q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; b) $q = 0.036 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$.	137
Figura 4.14 Frecuencia de cambio de fase adimensional F/F_{max} como función de la fracción de vacío C para distintos valores de L/h : a) $3.5 < L/h < 6.2$; b) $9.6 < L/h < 10.4$; c) $13.3 < L/h < 14.8$; d) $17.8 < L/h < 22.4$.	139
Figura 4.15 Intensidad turbulenta asociada al cambio de fase T_u y el ancho $B/(B_{90}/2)$ en chorros rectangulares: a) $3.5 < L/h < 6.2$; b) $9.6 < L/h < 10.4$.	141
Figura 4.16 Perfil de velocidad media V al inicio del vertido libre: a) sobre la cresta del vertedero de pared delgada; b) a una distancia horizontal de $0.27h$.	144
Figura 4.17 Perfil de velocidad media V en función del ancho de chorro B . Caso: a) $q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; b) $q = 0.036 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; c) $q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; d) $q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$.	145
Figura 4.18 Perfil de velocidades adimensional V/V_{grav} en función del ancho del chorro adimensional $B/(B_{90}/2)$.	147
Figura 4.19 Tasa de disipación de energía adimensional E/E_o en función de diferentes parametros adimensionales: a) Fracción de vacío media C_{media} ; b) Distancia de vuelo adimensional L/h ; c) Distancia de vuelo de vuelo adimensional L/L_b .	150
Figura 4.20 Tasa de disipación de energía adimensional E/E_o en función de H/L_b (adaptado de Castillo et al. 2015).	151
Figura 4.21 Diámetro medio de Sauter D_{sm} en función del ancho de chorro adimensional $B/(B_{90}/2)$ para distintos rangos de L/h .	153
Figura 4.22 Coeficiente de asimetría de la distribución del diametro medio de Sauter en cada sección en función de la altura de caída.	154

Figura 4.23 Función de densidad de probabilidad de longitudes de cuerda de burbujas de aire en chorros rectangulares para fracciones de vacío ≈ 0.9 y relaciones de L/h entre 17.8 y 22.7: a) napa superior; b) napa inferior.	155
Figura 4.24 Función de densidad de probabilidad de las longitudes de cuerda de burbujas de aire en chorros rectangulares en la napa superior para fracciones de vacío ≈ 0.90 y diferentes relaciones de L/h : a) $q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; b) $q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$	156
Figura 4.25 Función de densidad de probabilidad de las longitudes de cuerda de burbujas de aire en chorros rectangulares en la napa inferior, para fracciones de vacío ≈ 0.90 y diferentes relaciones de L/h : a) $q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; b) $q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$	157
Figura 4.26 Análisis espectral de la señal binaria de la sonda de conductividad en la napa superior de chorros rectangulares para fracciones de vacío ≈ 0.90 y relaciones de L/h entre 17.4 y 22.7.....	158
Figura 4.27 Análisis espectral de la señal binaria de la sonda de conductividad en la napa inferior de chorros rectangulares para fracciones de vacío ≈ 0.90 y relaciones de L/h entre 17.4 y 22.7.....	159

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Resumen de los capítulos abordados en la Tesis.....	xxxviii
Tabla 2.1 Formulaciones para el cálculo de la longitud de rotura L_b para chorros circulares y rectangulares.....	49
Tabla 2.2 Relación entre los ángulos de difusión α_2/α_1 y la concentración de aire en el punto de incidencia (Ervine & Falvey 1987).....	69
Tabla 2.3 Valores de a y b en la ecuación 2.50 para diferentes H/L_b (Carrillo 2014).	70
Tabla 3.1 Características hidráulicas del resalto hidráulico no desarrollado ensayado. ...	95
Tabla 3.2 Distancia desde el inicio del resalto a la sección transversal analizada en el resalto hidráulico no desarrollado.	96
Tabla 3.3 Factores de escala en modelo tipo Froude.	112
Tabla 4.1 Plan de pruebas experimental y condiciones iniciales del flujo.	118

LISTA DE SÍMBOLOS

Caracteres latinos

a_c	Apertura de la compuerta plana
a, b	Parámetros coeficiente de presión dinámica de la Metodología Paramétrica
B	Ancho de chorro en la sección analizada
B_g	Ancho del núcleo del chorro por efecto gravitacional
B_i	Ancho del chorro en las condiciones iniciales
B_j	Ancho del chorro en el punto de incidencia en el cuenco
B_{10}	Ancho del chorro correspondiente a una fracción de vacío $C = 0.10$
B_{50}	Ancho del chorro correspondiente a una fracción de vacío $C = 0.50$
B_{90}	Ancho del chorro correspondiente a una fracción de vacío $C = 0.90$
b	Ancho del vertedero de pared gruesa
C	Fracción de vacío local
C_d	Coefficiente de descarga del vertedero de pared delgada
C_h	Longitud de cuerda de las burbujas de aire
C_{mean}	Fracción de vacío media en la sección transversal
C_p	Coefficiente de presión dinámica media
D	Diámetro del chorro circular
d_c	Calado crítico
D_g	Diámetro del núcleo del chorro por efecto gravitacional
D_j	Diámetro exterior del chorro
D_{sm}	Diámetro medio de Sauter de las burbujas de aire
D_t	Diámetro de la tobera del banco de calibración

E	Módulo de elasticidad volumétrico
E_i	Energía en la sección transversal analizada
F	Frecuencia de cambio de fase aire-agua (o viceversa)
F_i	Número de Froude en las condiciones iniciales
F_r	Número de Froude
F_{max}	Máxima frecuencia de cambio de fase
g	Aceleración gravitacional
h	Carga total sobre la cresta del vertedero
H	Distancia vertical entre la línea de energía aguas arriba del vertedero y la sección transversal analizada (energía potencial)
h_v	Altura de flujo sobre la coronación de la presa
IC	Condiciones iniciales de la Metodología Paramétrica
K	Coefficiente adimensional de la Metodología Paramétrica
K_φ	Término experimental del parámetro turbulento φ
L	Longitud siguiendo la trayectoria del chorro
L_b	Longitud de rotura del chorro
L_r	Longitud del resalto hidráulico
l_v	Espesor del vertedero
M	Masa
M_a	Número de Match
P_1	Probabilidad de encontrar agua en el núcleo
P_2	Probabilidad de encontrar agua en la región δ_2
Q_a	Caudal de aire
Q_w	Caudal de agua
q	Caudal específico
Re	Número de Reynolds

T_u	Intensidad turbulenta
T_u^*	Intensidad turbulenta en las condiciones iniciales
t	Tiempo
t_{ch}	Tiempo de longitud de cuerda
u, v, w	Componentes de la velocidad en las tres direcciones del espacio
V	Velocidad media local
V'	Modulo de la raíz cuadrática media de las desviaciones de las velocidades turbulentas
V_1	Velocidad al pie del resalto hidráulico
V_c	Velocidad crítica
V_{grav}	Velocidad gravitacional
V_0	Velocidad inicial o de aproximación al vertedero
v'_i	Velocidad turbulenta
v'^2_i	Raíz cuadrática media de la velocidad fluctuante o turbulenta
V_i	Velocidad media en las condiciones iniciales
We	Número de Weber
X	Eje horizontal
y	Distancia al fondo del canal
$\bar{y}$	Distancia medida desde la napa inferior del chorro
$\bar{Y}$	Espesor de la napa en la sección de máxima elevación
Y_1	Calado aguas arriba del resalto hidráulico
Y_2	Calado aguas abajo del resalto hidráulico
Z	Eje vertical
ΔP	Diferencia entre la carga de presión dinámica y la carga de presión estática

Caracteres griegos

γ	Peso específico del agua
γ_a	Peso específico del aire
β	Tasa de aireación
δ	Ángulo de expansión lateral en chorros rectangulares
δ_1	Ángulo de disminución del núcleo en chorros circulares
δ_2	Ángulo de expansión lateral en chorros circulares
θ	Ángulo de incidencia del chorro en el cuenco de disipación
θ_o	Ángulo del chorro respecto a la horizontal
ε	Distancia de expansión lateral
ξ	Distancia de expansión lateral del ancho del chorro
μ	Viscosidad dinámica
ν	Viscosidad cinemática
ρ_w	Densidad del agua
λ	Coeficiente para el comportamiento no homogéneo en flujos agua-aire
$\varnothing$	Diámetro del sensor de la sonda
φ	Parámetro turbulento en chorros rectangulares

Abreviaturas

ADV	Acoustic Doppler Velocimeter (velocímetro acústico Doppler)
CFD	Computational Fluid Dynamics (dinámica de fluidos computacional)
DE	Disipación de energía en la Metodología Paramétrica
erf	Función error
FEMA	Federal Emergencia Management Agency (Agencia Federal de Gestión de Emergencias)
ICOLD	International Commission on Large Dams (Comité Internacional de Grandes Presas)
PDF	Probability Density Function (función de densidad de probabilidad)
PSD	Power spectral density (densidad espectral de energía)
UPCT	Universidad Politécnica de Cartagena
USBR	United States Army Corp of Engineers (Cuerpo de Ingenieros de los Estados Unidos)

RESUMEN

Las nuevas normativas en el diseño y funcionamiento de grandes presas y embalses han planteado la necesidad de una reevaluación de las presas existentes y de sus órganos de desagüe, incluyendo el análisis de nuevas acciones hidrodinámicas durante todas las fases de su vida útil. Diferentes estudios previos han demostrado que la capacidad de descarga de diversas presas existentes puede ser insuficiente frente a los escenarios de avenidas extraordinarias. Estas nuevas solicitudes plantean posibles escenarios a corto plazo donde las presas deban evacuar caudales mayores a los previstos de forma segura y controlada.

Frente a estas nuevas exigencias, diferentes organismos referentes en el diseño, construcción y operación de presas (Federal Emergencia Management Agency, FEMA; United States Army Corp of Engineers, USBR; International Commission on Large Dams, ICOLD) han planteado la posibilidad de un desbordamiento por la coronación de la presa (*overtopping*) como una solución de emergencia y puntual frente a avenidas hidrológicas extraordinarias. Detectar esta problemática es prioritario para realizar la caracterización hidrodinámica de los chorros de sobrevertido de la presa y su efecto incidente en el pie de esta.

La interacción del chorro con la atmósfera requiere un estudio profundo del mecanismo de introducción de aire en el chorro, su influencia en la desintegración del chorro, en el campo de velocidades, así como en la disipación de energía que se produce durante la caída.

Hasta la presente fecha existen pocos estudios sobre la auto-aireación de la lámina vertiente en chorros rectangulares y su efecto en las presiones del cuenco situado a pie de presa (por ejemplo: Castillo 2006 y Castillo et al. 2015).

En la presente Tesis Doctoral se ha realizado un análisis experimental de la lámina vertiente en chorros rectangulares. Esta caracterización implica el análisis de diferentes variables hidrodinámicas de flujos bifásicos agua-aire en chorros rectangulares tales como: fracción de vacío, frecuencia de cambio de fase, campo de velocidades, disipación de energía, expansión lateral del chorro, diámetro medio de burbuja, longitud de cuerda de burbujas de aire, y análisis espectral de las señales, entre otros. Para medir los flujos agua-aire se han utilizado una sonda de conductividad diseñada y construida en el marco de esta Tesis y un tubo Pitot-Prandtl con sistema back-flushing.

El estudio busca avanzar en el conocimiento y comprensión del fenómeno de auto-aireación en chorros rectangulares de vertido libre de presas. El análisis de distintas variables hidrodinámicas permite entender con mayor profundidad los mecanismos de disipación e interacción con la atmósfera durante la caída del chorro.

ABSTRACT

New regulations in design and operation of large dams and reservoirs have raised the need for a re-evaluation of existing dams and their spillways, including the analysis of new hydrodynamic actions during all their phases. Previous studies have shown that the discharge capacity of some existing dams may be insufficient in extraordinary flood scenarios. These new demands rise possible short-term scenarios in which the dams must evacuate flows greater than those expected in safely conditions and in a controlled way.

In front of these new requirements, several organizations involved in the design, construction and operation of dams (Federal Emergency Management Agency, FEMA; United States Army Corp of Engineers, USBR; International Commission on Large Dams, ICOLD) have raised the possibility of overtopping of the dam as an emergency and timely solution to extraordinary hydrological floods. Detecting this problem is a priority in order to carry out the hydrodynamic characterization of the overtopping jets of the dam and their effect on its toe.

The interaction of the jet with the atmosphere requires an in-depth study of the mechanism of air introduction into the jet and its influence on the disintegration of the jet, on the velocity field, as well as on the energy dissipation that occurs during the fall.

To date, there are few studies analyzing self-aeration of rectangular free-falling jets and their effect on the pressures in the plunge pool located at the toe of the dam (for example, Castillo 2006 and Castillo et al. 2015).

In this Doctoral Thesis an experimental analysis of the rectangular free-falling jets has been carried out. This characterization involves the analysis of different hydrodynamic variables of two-phase water-air flows in rectangular jets such as: void fraction, air-water phase count rate, velocity field, energy dissipation, jet lateral spread, mean bubble

diameter, air bubble chord length, and spectral analysis of the signals, among others. To measure the air-water flows, a conductivity probe designed and built within the framework of this Thesis and a Pitot-Prandtl tube with a back-flushing system have been used.

The study seeks to advance in the knowledge and understanding of the phenomenon of self-aeration in rectangular free-falling jets of dams. The analysis of different hydrodynamic variables allows a deeper understanding of the mechanisms of dissipation and interaction with the atmosphere during the fall.

Tabla 1. Resumen de los capítulos abordados en la Tesis.

Capítulo	Descripción
1.0	Introducción Introducción al análisis de la lámina vertiente en presas y su importancia frente a las solicitaciones hidrodinámicas. Incluye los objetivos de la Tesis Doctoral.
2.0	Estado del arte En este capítulo se hace una revisión de los estudios realizados en chorros rectangulares de vertido libre y se introducen las distintas variables hidrodinámicas analizadas.
3.0	Metodología Capítulo donde se aborda la descripción de la instalación experimental para el estudio de chorros rectangulares, la instrumentación utilizada y las consideraciones sobre posibles efectos de escala. En este capítulo se incluyen los estudios previos realizados en esta Tesis Doctoral para validar el funcionamiento de la sonda de conductividad.
4.0	Resultados y discusión Este capítulo se detalla el plan de pruebas y las condiciones de flujo consideradas. Seguidamente se aborda el análisis y la discusión de los resultados experimentales obtenidos en el chorro rectangular de vertido libre.
5.0	Conclusiones Incluye las conclusiones generales del trabajo presentado en la Tesis Doctoral, una descripción de la relevancia de éste, así como ideas para futuros trabajos.

Capítulo 1

Introducción

1.1 Antecedentes

El desarrollo de la humanidad ha estado siempre vinculado al recurso hídrico. Desde sus orígenes las civilizaciones se establecieron cerca de las llanuras de grandes ríos y otros cuerpos de agua, desarrollándose y mejorando nuevas técnicas que les permitieran utilizar este recurso de manera responsable y eficiente. A la par a este desarrollo, el conocimiento en el diseño y construcción de estructuras hidráulicas aumentó, siendo el agua y las infraestructuras hidráulicas elementos vitales en el desarrollo de la sociedad (Viollet 2007).

La ingeniería hidráulica ha dado lugar a grandes avances en el diseño, construcción y mantenimiento de estructuras hidráulicas destinadas a suplir las necesidades básicas de una sociedad cada vez más demandante. Dichas estructuras deben ser funcionales, seguras y viables. Al mismo tiempo, los diseñadores se enfrentan a nuevos retos y escenarios de operación cada vez más exigentes para las obras hidráulicas.

La “International Commission on Large Dams” *ICOLD* es un organismo internacional que desarrolla normas y directrices para garantizar que las presas se construyan y exploten de forma segura, eficiente, económica, ambientalmente sostenibles y socialmente equitativas. En su informe de abril del 2020, *ICOLD* registró 58,713 grandes presas en todo el mundo (*ICOLD* 2021), las cuales son utilizadas para múltiples propósitos como irrigación, control de inundaciones, generación de electricidad, abastecimiento de agua,

recreación, navegación, entre otros. Según ICOLD se define como “gran presa” a aquellas con una altura superior a 15 metros o más, medida desde la parte más baja de la superficie de cimentación hasta coronación, y aquellas con una altura entre 10 y 15 m, siempre que tenga alguna de las siguientes características: longitud de coronación superior a 500 m, capacidad de embalse superior a 1 hm³ o capacidad de desagüe superior a 2000 m³/s.

Las presas poseen diferentes órganos de regulación. Los aliviaderos o vertederos son las estructuras encargadas de regular el caudal hacia aguas abajo de la presa de manera segura y controlada. Esta restitución de caudal está acompañada de un proceso de disipación de energía necesario debido a la gran cantidad de energía que se almacena en el embalse de la presa. De no realizarse adecuadamente la disipación de energía acumulada en el embalse, pueden ocasionarse graves daños en la estructura y aguas abajo de la misma como consecuencia de las altas velocidades del flujo: vibraciones en la estructura, socavación al pie de presa, daño de los márgenes laterales del río, afectación a poblaciones aguas abajo, etc.

Actualmente, los escenarios de operación de muchas grandes presas son más exigentes frente a inundaciones y avenidas extraordinarias que cuando fueron diseñadas y construidas. Existe un mayor énfasis en la revaluación de la capacidad de descarga de aliviaderos y órganos de desagüe de presas ya construidas, dado el incremento en los criterios de periodos de retorno asociados al tránsito de crecidas e inundaciones que deben satisfacerse.

En España, las Normas Técnicas de Seguridad de grandes presas y embalses (*NTS*, aprobadas el 14 de abril del 2021 mediante Real Decreto 264/2021, BOE-A-2021-5867) establecen exigencias mínimas de seguridad de obligado cumplimiento, clasificándolas y determinando los estudios necesarios que deberán cumplir las presas y sus órganos de desagüe.

A nivel internacional distintos estudios han determinado que la capacidad actual de descarga de los órganos de desagüe de diferentes grandes presas actuales es insuficiente, planteando nuevos escenarios en el diseño y operación de dichas presas (Wahl et al. 2008; FEMA 2014). De este modo una correcta evaluación de las acciones hidrodinámicas en la presa permitirá mejorar los aspectos de diseño, evaluación y seguridad en presas nuevas y existentes.

Uno de los mecanismos para disipar adecuadamente esta energía es el vertido libre de chorros turbulentos en la atmósfera. El descenso del chorro se ve afectado por los efectos de la fuerza gravitatoria, acelerando la masa de agua, pero a su vez disminuyendo el espesor del núcleo central del chorro. Por otro lado, el contacto del chorro con la atmósfera crea una interfaz agua-aire que está continuamente interactuando a nivel de macro y microescala. Las inestabilidades turbulentas provocan oscilaciones en la lámina libre del chorro, que van incrementándose conforme el chorro aumenta su altura de caída, y van atrapando aire, generando un proceso de auto-aireación del flujo. La Figura 1.1 muestra el funcionamiento de una presa con aliviaderos de vertido libre.

Figura 1.1 Aliviaderos con vertido libre, Presa de Susqueda, $Q = 375 \text{ m}^3/\text{s}$ (IAGUA, 2014).

Durante un evento extraordinario también es posible que el nivel normal de operación del embalse se eleve por encima del nivel máximo permitido. Con el fin de aumentar la capacidad de desagüe de las presas actuales se puede plantear el sobrevertido de forma segura por coronación como una estrategia de laminación adicional en presas de gravedad (NTS 2021, subcapítulo 32: Análisis de la seguridad de la presa y embalse). Dicho desbordamiento durante un evento extraordinario en una presa resulta más económico que aumentar la capacidad de desagüe de los órganos de regulación, siempre y cuando el reforzamiento estructural del cuenco de disipación y de las márgenes sea capaz de resistir las acciones hidrodinámicas que recibe.

La Figura 1.2 muestra el tránsito de una crecida durante la construcción de la presa bóveda Tekeze en Etiopía. Se puede observar la formación de ondulaciones en la superficie libre, la alta turbulencia y aireación presente en el chorro a medida que desciende.

Figura 1.2 Sobrevertido de la Presa Tekeze, Etiopía durante su construcción

(Paul Snook, 2007).

Dichas consideraciones han sido la motivación de los estudios experimentales realizados en esta Tesis Doctoral. Una mayor comprensión del fenómeno permitirá mejorar los criterios de diseño y mantenimiento de presas, contribuyendo a desarrollar medidas ingenieriles, técnica y económicamente viables. En el análisis se ha empleado instrumentación adecuada para el estudio de flujos bifásicos agua-aire que permita analizar la evolución de la lámina vertiente durante la caída y su interacción con la atmósfera.

La presente Tesis Doctoral está alineada con los Objetivos del Desarrollo Sostenible (ODS) de la Agenda 2030 planteada por los estados miembros de las Naciones Unidas a fin de proteger el planeta y mejorar la calidad de vida de las personas en todo el mundo. Entre los objetivos de la Agenda 2030 relacionadas con la investigación realizada se tiene:

Objetivo 6: Garantizar la disponibilidad de agua y su gestión sostenible y el saneamiento para todos

-Meta 6.1 De aquí a 2030, lograr el acceso universal y equitativo al agua potable a un precio asequible para todos.

-Meta 6.4 De aquí a 2030, aumentar considerablemente el uso eficiente de los recursos hídricos en todos los sectores y asegurar la sostenibilidad de la extracción y el abastecimiento de agua dulce para hacer frente a la escasez de agua y reducir considerablemente el número de personas que sufren falta de agua.

-Meta 6.5 De aquí a 2030, implementar la gestión integrada de los recursos hídricos a todos los niveles, incluso mediante la cooperación transfronteriza, según proceda.

-Meta 6.6 De aquí a 2030, proteger y restablecer los ecosistemas relacionados con el agua, incluidos los bosques, las montañas, los humedales, los ríos, los acuíferos y los lagos.

Objetivo 13: Adoptar medidas urgentes para combatir el cambio climático y sus efectos

-Meta 13.1 Fortalecer la resiliencia y la capacidad de adaptación a los riesgos relacionados con el clima y los desastres naturales en todos los países.

-Meta 13.2 Incorporar medidas relativas al cambio climático en las políticas, estrategias y planes nacionales.

-Meta 13.3 Mejorar la educación, la sensibilización y la capacidad humana e institucional respecto de la mitigación del cambio climático, la adaptación a él, la reducción de sus efectos y la alerta temprana.

1.2 Objetivos

Los objetivos principales de la Tesis Doctoral son:

1. Desarrollar una investigación detallada para evaluar las características hidrodinámicas del flujo bifásico agua-aire durante su caída en la atmósfera.
2. Ahondar en el fenómeno de auto-aireación de la lámina libre.
3. Mejorar la comprensión de la disipación de energía del chorro rectangular turbulento de vertido libre.

Los objetivos específicos de la presente Tesis Doctoral son:

1. Estudio de la lámina vertiente. El análisis incluye la caracterización hidrodinámica del chorro durante su caída, la aireación del flujo y el análisis de la longitud de rotura del chorro.
2. Análisis de la velocidad de caída del chorro y comparación respecto a la velocidad teórica gravitacional.
3. Evaluación de la disipación de energía durante la caída.
4. Análisis de parámetros estadísticos de las variables hidrodinámicas en flujos bifásicos agua-aire tales como: tamaño de burbujas, fracción de vacío y frecuencia de interferencia.
5. Validación de la Metodología Paramétrica (Castillo 2006; Castillo et al. 2015) existente para generar nuevas ayudas a la decisión de proyectistas y explotadores de presas de fábrica.
6. Calibración de sondas de conductividad frente a un dispositivo experimental construido para tal fin en el Laboratorio de Hidráulica de la UPCT.
7. Difusión y transferencia de resultados.

1.2 Objectives

The main objectives of the Doctoral Thesis are:

1. To develop a detailed investigation to evaluate the hydrodynamic characteristics of two-phase air-water flows during their fall in the atmosphere.
2. To improve the knowledge of the self-aeration phenomenon in falling jets.
3. To improve the understanding of the energy dissipation of turbulent rectangular jets in free discharge cases.

The specific objectives of the present Doctoral Thesis are:

1. Study of the free falling jet. The analysis includes the hydrodynamic characterization of the jet during its fall, the aeration of the flow, and the analysis of the jet break-up length.
2. Analysis of the velocity of the jet during the fall and comparison with the theoretical gravitational velocity.
3. Evaluation of the energy dissipation during the fall.
4. Analysis of statistical parameters of hydrodynamic variables in two-phase water-air flows such as: bubble size, void fraction and interference frequency.
5. Validation of the Parametric Methodology (Castillo 2006; Castillo et al. 2015) to generate new decision aids for concrete dam designers and operators.
6. Calibration of conductivity probes against an experimental device built for this purpose in the Hydraulics Laboratory at the UPCT.
7. Dissemination and transfer of the results.

Capítulo 2

Estado del Arte

2.1 Introducción

De forma general, en un chorro turbulento que cae libremente en la atmósfera existen distintos mecanismos físicos que contribuyen a la disipación de energía:

1. Aeración, dispersión y atomización del chorro durante la caída.
2. Introducción de aire en el cuenco por efecto del chorro incidente
3. Difusión y recirculación por efecto de la macro turbulencia en el colchón de agua.
4. Impacto del chorro con el fondo de la solera del cuenco de disipación.

La Figura 2.1 muestra el modelo experimental de un aliviadero de vertido libre de chorro rectangular, y su efecto sobre el cuenco de disipación. Los mecanismos de disipación de energía se detallan a continuación (Castillo et al. 2015):

Figura 2.1 Modelo experimental de un aliviadero de vertido libre. a) Vista general

Figura 2.1 Modelo experimental de un aliviadero de vertido libre; b) Detalle de la zona de incidencia del chorro con el fondo de la solera, Fases: 2, 3 y 4.

La Fase 1 de aireación, dispersión y atomización del chorro definida por Castillo et al. (2015) ocurre ya sea en la descarga normal de un aliviadero de vertido libre de una presa o en el sobrevertido por coronación durante el tránsito de un caudal extraordinario. En ambos casos existe una fuerte interacción del chorro con la atmósfera, y el grado de disipación de energía durante la caída influye en la capacidad erosiva en el cuenco de disipación situado al pie de la presa.

La presente Tesis Doctoral se centra en el análisis detallado de esta primera fase de disipación. Caracterizar hidrodinámicamente la lámina vertiente implica el análisis de distintos fenómenos físicos que se producen en el núcleo central del chorro y en la interfaz agua-aire por el contacto del chorro con la atmósfera. Estos fenómenos ocurren tanto a nivel de macro escala como en la micro escala.

2.2 Trayectoria de la lámina vertiente

2.2.1 Vertedero de pared delgada

Flujo sobre el vertedero

Un vertedero rectangular de pared delgada debe cumplir que el espesor de la pared del vertedero l_v en la dirección principal del flujo sea lo suficientemente pequeña para no influir en la curva de descarga del mismo ($h/l_v > 15$), siendo h la carga total del vertedero. En los vertederos rectangulares, la carga de velocidad $V^2/2g$, (siendo V y g la velocidad media y la gravedad, respectivamente) se puede considerar despreciable cuando se cumple que la velocidad de aproximación aguas arriba del vertedero es muy reducida (Bos 1989). Además en este tipo de vertederos, se produce una zona aireada bajo la lámina vertiente, que evita zonas de subpresión donde la lámina se pega a la pared del vertedero y modifique así, el coeficiente de descarga.

Bos (1989) recoge los trabajos realizados previamente por Bazin (1896) y Scimemi (1930) para caracterizar la geometría de la lámina de agua en un vertedero rectangular de pared delgada (Figura 2.2). Este análisis muestra que el calado sobre la cresta ($OD = 0.85h$) es mayor al calado crítico ($CE = 0.65h$), que se ubica en el punto de máxima elevación ($AC = 0.112h$). Una vez superado este punto, la lámina libre inferior el chorro descende hacia el cuenco (Carrillo 2014).

Figura 2.2 Geometría de la lámina en un vertedero rectangular de cresta delgada (Bos 1989, citado por Carrillo 2014).

Rajaratnam & Muralidhar (1971) analizan la distribución de presiones y velocidades en la cresta del vertedero de pared delgada (sección OD) y en el punto de máxima elevación (sección CE). Dicho trabajo complementa el estudio previo de Rouse & Reid (1935). Las principales variables y detalles del estudio de Rajaratnam & Muralidhar (1971) se detallan en la Figura 2.3, donde y es la distancia vertical por encima del vertedero, Y es el calado en la cresta del vertedero, $\bar{y}$ es la distancia medida desde la napa inferior del chorro, $\bar{Y}$ es el espesor de la napa en la sección de máxima elevación, P la altura del vertedero, y h la carga sobre el vertedero.

Figura 2.3 Esquema de la lámina sobre un vertedero de pared delgada (Rajaratnam & Muralidhar 1971).

La Figura 2.4a muestra la distribución de presión sobre la cresta del vertedero. Se observa que para valores de $h/P = 0.191$ la distribución es semejante a la curva de vertido libre, mientras que para valores mayores de h/P la distribución de los datos tiende a moverse hacia la derecha, alcanzando su máximo para $h/P \approx 1.1$. En la distribución de presiones en la sección $O-O$ (punto de máxima elevación) se observa que para valores mayores de $h/P > 0.6$ la distribución de presión está descrita por una curva. En todos los casos la distribución de presión es mucho menor que la correspondiente distribución hidrostática.

Figura 2.4 Distribución de presiones en un vertedero de pared delgada: a) Sección de máxima elevación; b) Cresta del vertedero (Rajaratnam & Muralidhar 1971).

Para el campo adimensional de velocidades V/U , siendo V el vector velocidad en cualquier punto y U la velocidad de referencia e igual a la velocidad gravitacional, todos los puntos pueden ser descritos por una curva (Figura 2.5), decreciendo el valor adimensional V/U conforme aumenta la relación y/Y . En la distribución de velocidades en la cresta (Fig. 2.5a), los puntos en el rango $0.191 < h/P < 1.915$ son descritos igualmente por una curva. Sin embargo, para valores mayores de h/P , los puntos siguen la tendencia de la curva de vertido libre. En la sección O-O (Fig. 2.5b) para valores de $0.191 < h/P < 1.12$ todos los puntos pueden ser descritos por una única curva.

Figura 2.5 Distribución de velocidades en un vertedero de pared delgada: a) Sección de máxima elevación; b) Cresta del vertedero (Rajaratnam & Muralidhar 1971).

Trayectoria de la lámina

Scimemi (1930), basándose en los trabajos previos de Boussinesq (1877) y Bazin (1896), define la trayectoria de caída del chorro en función de los ejes adimensionalizados con la carga h : x/h ; y/h , con el centro de coordenadas ($x = 0$; $y = 0$) situado en el labio del vertedero.

Cada una de estas líneas se definen con su propia ecuación y características. A continuación, se detalla las trayectorias presentadas por Scimemi (1930), citadas por Castillo (1989), para definir los bordes y el eje de la lámina vertiente.

- Borde interior, para $\frac{x}{h} > 0.50$

$$\frac{y}{h} = \left(\frac{\frac{x}{h} - 0.1}{1.55} \right)^2 + 0.062 \frac{x}{h} - 0.186 \quad (2.1)$$

- Borde medio o eje, para $\frac{x}{h} > 2.00$

$$\frac{y}{h} = \left(\frac{\frac{x}{h} + 1}{2.155} \right)^{2.33} - 1 \quad (2.2)$$

- Borde superior, para $\frac{x}{h} > 1.40$

$$\frac{y}{h} = \left(\frac{\frac{x}{h} - 0.70}{1.42} \right)^2 \quad (2.3)$$

La Figura 2.6 compara el perfil de la trayectoria de la lámina vertiente calculado con la Ec. (2.3) correspondiente al borde superior del chorro con los datos de laboratorio de Scimemi y Bazin.

Figura 2.6 Lámina vertiente superior en un vertedero rectangular de pared delgada
(Bazin 1896).

2.2.2 Vertedero de pared gruesa

Flujo sobre el vertedero

Wahl et al. (2008) y Carrillo (2014) definen el sobrevertido de una presa de fábrica como el tránsito del flujo sobre un vertedero de cresta ancha en descarga libre. El vertedero se considera como pared gruesa cuando cumple la condición que el espesor de la pared en la dirección principal del flujo sea $b \geq \frac{2}{3}h$, siendo h el calado aguas arriba del vertedero. Para valores menores a esta relación, el vertedero se considera de cresta delgada o intermedia. Adicionalmente, la longitud máxima debe ser $b \leq 15h$. En estas condiciones la lámina vertiente se adhiere a la coronación horizontal y transita sobre ella (Figura 2.7).

Además, el flujo sobre el vertedero alcanza el mínimo valor de energía, es decir régimen crítico $y = y_c$, siendo y_c el calado crítico.

Figura 2.7 Flujo sobre un vertedero de pared gruesa (Rocha 2010).

Trayectoria de la lámina

La geometría de un vertedero de pared gruesa modifica la trayectoria en el inicio del vertido libre. Sin embargo, considerando la poca longitud del vertedero de pared gruesa y las grandes alturas de caída, la influencia del perfil se observa en las zonas cercanas a la coronación de la presa.

Wahl et al. (2008) analizan la trayectoria de un chorro vertiente sobre una presa de gravedad cuando la altura del embalse supera el nivel de coronación, generando un sobrevertido con altura h_v , y considerando que el flujo pasa sobre la coronación de la presa con una velocidad inicial V_0 . Los autores definen el origen de coordenadas en la cara de aguas abajo de la coronación (Fig. 2.8).

Figura 2.8 Esquema de sobrevertido por coronación en una presa de gravedad

(Wahl et al. 2008).

Con estas consideraciones, el *U. S. Bureau of Reclamation* en su publicación *Design of Small Dams* (1987) propone la siguiente ecuación para el cálculo de la trayectoria de un chorro de vertido libre:

$$y = x \tan \theta_0 - \frac{x^2}{4K(d+h_v) \cos^2 \theta_0} \quad (2.4)$$

siendo d el calado del flujo y K un factor constante (valor sugerido entre $0.75 < K \leq 1.0$).

En líneas similares, Wahl et al. (2008) proponen una ecuación para describir la trayectoria del chorro con un alcance máximo X_{max} :

$$y = x \tan \theta_0 - \frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \theta_0} \quad (2.5)$$

siendo (x, y) las coordenadas del borde inferior del chorro y θ_0 el ángulo inicial del chorro respecto a la horizontal.

Considerando que toda la energía potencial almacenada en el embalse se convierte en energía cinética, y teniendo en cuenta $h_v = \frac{V_0^2}{2g}$, se puede obtener la siguiente ecuación:

$$y = x \tan \theta_0 - \frac{x^2}{4h_v \cos^2 \theta_0} \quad (2.6)$$

Adicionalmente, Wahl et al. (2008) comparan las ecuaciones 2.4 y 2.6 concluyendo que no son equivalentes incluso asumiendo un valor de $K = 1$ para la ecuación 2.4. Como primera aproximación, se considera que durante el sobrevertido el calado sobre la pared gruesa es cercano al calado y velocidad crítica. Sin embargo, la ecuación del U.S.B.R. considera un valor de calado d que debería ser el total de la carga de sobrevertido más una altura h_v sumada a esta; causando trayectorias más planas. Además, la ecuación 2.4 no se encuentra muy bien documentada.

Wahl et al. (2008) comparan las trayectorias de las ecuaciones 2.4 y 2.6 con datos experimentales de vertederos hidrodinámicos recogidos por el *Bureau of Reclamation* y la *U.S. Army Corps of Engineers* (1987). Los resultados muestran una buena correlación

con la ecuación propuesta por Wahl et al. (2008), mientras que la trayectoria calculada con la ecuación 2.4 se desvía considerablemente de los datos experimentales (Fig. 2.9).

Figura 2.9 Datos experimentales de la trayectoria de un chorro comparados con las ecuaciones 2.4 y 2.6 (Wahl et al. 2008).

Para valores de $K \approx 0.652$ se tiene un mejor ajuste de la ecuación 2.4 con los datos experimentales. Para estos datos, Wahl et al. (2008) sugieren que el término $(d + h_v)$ sea sustituido únicamente por h_v en la ecuación 2.4, debido a que el término d puede llevar a confusión, y subestimar el potencial erosivo del chorro cerca de la presa, o sobreestimar el área que requiera una protección adicional frente al efecto erosivo del chorro (Carrillo 2014).

Falvey (2009) considera que la turbulencia es un parámetro importante en el cálculo de la trayectoria del chorro; teniendo en cuenta las componentes horizontal y vertical de la turbulencia se obtendrá una mejor caracterización del chorro.

2.3 Aireación de la lámina

2.3.1 Consideraciones generales

En la naturaleza podemos encontrar numerosos fenómenos multifase relacionados con la mezcla e interacción de los fluidos agua-aire: cascadas, olas del mar, ríos de alta montaña, procesos meteorológicos, etc. Por ejemplo, en la Figura 2.10 se muestra el vertido libre natural de un chorro turbulento en la atmósfera y su incidencia en el colchón de agua al pie de este. Durante la caída se puede observar el cambio de color “white waters” por efecto de la introducción de aire.

Figura 2.10 Salto Vernal, Parque Nacional Yosemite, California, EUA. Altura de caída 97 m (World of waterfalls 2011).

Los flujos turbulentos están presentes en multitud de estructuras hidráulicas como: cuencos disipadores, aliviaderos con perfil escalonado, aliviaderos lisos (Figura 2.11), canales con fuerte pendiente, chorros a la salida de saltos en esquí, fenómenos de desbordamiento por sobre coronación en presas de gran altura, etc. Además, en su trayectoria van incorporando aire a la masa, lo cual cambia las propiedades monofásicas iniciales, produciendo una serie de fenómenos a nivel de macroescala y microescala en el flujo.

Figura 2.11 Vertedero de excesos, obra de toma río Verde (Ecuador) durante el tránsito de una crecida extraordinaria con alta carga de sedimentos.

Por lo tanto, las obras hidráulicas deben ser diseñadas para descargar su caudal de manera segura a fin de evitar daños en su estructura y sus alrededores (márgenes de río, poblaciones cercanas, infraestructuras, etc.). Esto implica un correcto análisis del comportamiento del flujo auto-aireado, y sus propiedades agua-aire, a fin de caracterizar de modo adecuado el flujo, y tener garantía en su diseño y posterior funcionamiento.

Algunos de los primeros estudios de flujos agua-aire o flujos multifase, se remontan al periodo entre 1920 y 1950 (Ehrenberger 1926; Straub & Anderson 1958) es decir, fueron desarrollados en un periodo bastante reciente. Posteriormente Cain (1978 y 1981) analizó el vertedero de la presa Aviemore (Nueva Zelanda) combinando datos de prototipo y experimentales obtenidos en un modelo físico, mostrando que los procesos de aireación de la superficie libre en estructuras hidráulicas son de alta complejidad. Estudios posteriores han evidenciado la fuerte interacción entre los fenómenos de introducción de aire y los efectos de la intensidad turbulenta en flujos de agua-aire, teniendo en cuenta su aplicación al campo de las estructuras hidráulicas, por ejemplo, (Ervine et al. 1980; Ervine & Falvey 1987; Chanson 1993; Ervine et al. 1997; Brocchini 2001; Chanson & Toombes 2002; Castillo 2006; Matos et al. 2000; Felder 2013; Carrillo 2014; Wang 2014; Castillo et al. 2015; Valero 2018; Carrillo et al. 2020; Krammer et al. 2020; Hohermuth et al. 2021).

Los estudios sobre el fenómeno de aireación en chorros turbulentos rectangulares, a pesar de ser escasos hasta la fecha, han evidenciado la fuerte influencia de la gravedad, las inestabilidades turbulentas, y la transferencia de masa y cantidad de movimiento en la capa turbulenta agua-aire del chorro rectangular. En este sentido, un correcto análisis de estos fenómenos ayudará a comprender los mecanismos de disipación de energía durante el vertido libre del chorro, y su incidencia directa en el cuenco de disipación de energía al pie de presas.

2.3.2 Introducción de aire y perturbaciones

La auto-aireación o introducción natural de aire se define como el atrapamiento de burbujas de aire que se incorporan en un flujo turbulento de agua. Este fenómeno cambia las propiedades físicas iniciales, y por ende su comportamiento hidráulico.

Durante la caída del chorro se producen efectos opuestos con un gran intercambio de masa y cantidad de movimiento entre el chorro y la atmósfera (Chanson & Toombes 2002). Por un lado, se produce la contracción y reducción del núcleo central por efecto de la fuerza gravitatoria. Por otro lado, la turbulencia interna contrarresta la contracción mediante la expansión lateral del chorro que distorsiona el borde de este (Carrillo 2014). La estabilidad y el efecto de la turbulencia han sido estudiadas por distintos autores, por citar algunos ejemplos:

- Keulegan & Pattreson (1940) analizan las inestabilidades de onda en canales abiertos y sugieren que el aire puede ingresar por efecto de la rotura de las ondas cerca de la superficie libre si se satisface la condición de $F_r > 1.5$.
- Cain (1978), mediante el empleo de fotografías, sugiere que la introducción de aire se debe a la acción de múltiples vórtices irregulares que actúan cerca de la superficie libre.
- Wood (1983, 1984) desarrolla los principios básicos para el cálculo de flujos aireados, en particular las propiedades agua-aire, como el contenido de aire y la distribución de velocidades media.
- Según Ervine et al. (1980) y Ervine & Falvey (1987), la turbulencia es el principal mecanismo en la introducción de aire. La superficie libre del chorro se ve afectada por las fluctuaciones turbulentas, provocando cambios en la expansión lateral del mismo y la deformación de la lámina libre, debido a la fuerte interacción entre la turbulencia interna y los procesos de mezcla. Los autores consideran que para que exista perturbaciones en la superficie libre, los esfuerzos cortantes turbulentos deben ser lo suficientemente grandes para vencer a las fuerzas de tensión superficial y las fuerzas viscosas. Consideran que el proceso de auto-aireación tiene las siguientes fases:

Fase 1

En el inicio del vertido libre, la turbulencia interna forma ondas de pequeña amplitud e inestabilidades cerca de la superficie libre.

Fase 2

Las perturbaciones en la superficie libre tienen la misma amplitud que los vórtices que se empiezan a formar en el chorro turbulento.

Fase 3

Empieza un proceso donde se amplifican las perturbaciones e inestabilidades en la dirección del flujo. En este proceso las inestabilidades turbulentas afectan a la superficie libre.

Fase 4

Finalmente, las fluctuaciones afectan al núcleo central del chorro donde las perturbaciones están relacionadas con la energía cinética turbulenta del chorro.

En la Figura 2.12 se describe la caída libre de un chorro en la atmósfera, observándose sus principales características como la expansión lateral del chorro, la reducción del núcleo central de agua no aireado, y la variación de la fracción de vacío por efecto de la introducción de aire.

Figura 2.12 Caída libre de un chorro turbulento en la atmósfera (adaptado de Ervine & Falvey 1987).

En resumen, los procesos de aireación natural en un chorro se deben principalmente al mecanismo físico de la turbulencia y su interacción con la superficie libre, provocando cambios sustanciales en las características del chorro durante su caída.

En la superficie de un flujo aireado por lo tanto se pueden distinguir dos zonas (Figura 2.13), una corresponde a un flujo de agua con burbujas de aire (región de flujo de burbujas), y otra región de gotas de agua que se desplazan a través de la atmósfera (región de flujo tipo espray). Todo esto, en medio de un intercambio de masa, cantidad de movimiento y ondulaciones en la superficie libre.

Figura 2.13 Regiones de un flujo bifásico agua-aire (adaptado de Toombes 2002).

2.3.3 Consideraciones sobre la turbulencia en la aireación de chorros

Como se ha comentado anteriormente, la turbulencia es un fenómeno físico presente en la naturaleza y fundamental en el estudio de flujos bifásicos agua-aire, siendo el principal mecanismo para la deformación de la superficie libre y la auto-aireación del flujo. Su estudio ha sido abordado desde distintos enfoques científicos, donde se busca dar una interpretación que trate de describir su comportamiento.

La turbulencia puede describirse como el movimiento caótico y desordenado de un fluido bajo ciertas condiciones iniciales, cuyo movimiento fluctuante genera vórtices e inestabilidades.

La intensidad turbulenta T_u se describe como la variación de la velocidad instantánea respecto a su velocidad media, y puede calcularse con la siguiente expresión:

$$T_u = \frac{V'}{V} \quad (2.7)$$

donde V' es la raíz cuadrática media de las fluctuaciones de velocidad y V la velocidad media en la dirección principal del flujo. Si u' , v' , w' son las componentes de la velocidad turbulenta en las tres direcciones, donde $V' = \sqrt{u'^2 + v'^2 + w'^2}$, es el módulo de la raíz cuadrática media de las desviaciones de las velocidades turbulentas.

Ervine et al. (1980) y Ervine & Falvey (1987) estudian el comportamiento de chorros circulares y su interacción con la atmósfera, y consideran que el principal mecanismo para la formación de inestabilidades en la superficie libre se debe al efecto de la

turbulencia. La Figura 2.14 indica los parámetros físicos considerados en el estudio de Ervine & Falvey (1987), donde R es el radio de curvatura de las perturbaciones en la superficie libre, v' la raíz cuadrática media de la componente lateral de la velocidad turbulenta, U la velocidad media del chorro, l' la longitud del vórtice turbulento, ε la amplitud de las perturbaciones en la superficie del chorro, ρ la densidad del agua, y σ el parámetro de tensión superficial.

Figura 2.14 Parámetros físicos en las ondulaciones de la superficie libre

(Ervine & Falvey 1987).

Ervine & Falvey (1987) también definen la energía cinética turbulenta como $\frac{1}{2}\rho v'^2$ y la tensión superficial limitante como $\frac{2\sigma}{R}$.

Castillo (1989) profundiza el concepto describiendo con mayor detalle las fases de vuelo y sus características en un chorro rectangular de vertido libre, considerando cinco fases que se detallan a continuación:

1. Chorro turbulento no aireado

En esta fase el chorro no ha iniciado la auto-aireación y su turbulencia interna depende exclusivamente de las características en la aproximación y la forma del vertedero. Se puede considerar que en esta fase aún hay influencia de las fuerzas de tensión superficial y fuerzas viscosas.

2. Aireación del chorro

Los esfuerzos turbulentos provocados en la superficie vencen a las fuerzas de tensión superficial y van incorporando burbujas de aire al chorro. En este punto la velocidad relativa entre el chorro turbulento y el aire aumentan la turbulencia por el continuo intercambio de cantidad de movimiento. Esta fase se empieza a manifestar cuando el chorro alcanza una velocidad de 6 a 7 m/s según Ervine & Falvey (1987).

3. Chorro turbulento aireado

A medida que el chorro desciende va ganando energía cinética. Sin embargo, la cantidad de aire introducida aún no es significativa como para disipar energía al flujo.

4. Atomización del chorro

Las intensidades turbulentas afectan completamente el núcleo central no aireado del chorro hasta el punto de desaparecer. Las gotas separadas esporádicamente son frenadas por el rozamiento con la atmósfera y alcanzan la velocidad de caída límite. Esta fase se caracteriza por velocidades entre 20 y 30 m/s (Ervine & Falvey 1987).

5. Chorro atomizado

El chorro se ha desintegrado por completo, caracterizado por una amplia zona de lluvia en el cuenco. El chorro ahora está formado por gotas de gran tamaño que se van desintegrando en gotas más pequeñas debido al rozamiento con la atmósfera.

Chanson (1992) sugiere que el máximo tamaño de las burbujas de aire durante la aireación está determinado por el balance entre la fuerza de capilaridad y las fuerzas inerciales causadas por el gradiente de velocidad. Además, sugiere que la rotura de

burbujas de aire se produce por la interacción entre las burbujas y los vórtices turbulentos de similar escala de longitud, asumiendo un diámetro máximo de la burbuja en el orden de la longitud de mezcla de Pradtl.

Chanson (1997) analiza el efecto de la introducción de aire en chorros verticales actuando en cuencos de disipación y sugiere que la velocidad de impacto es un parámetro dominante en la cantidad de aire que ingresa al cuenco.

Chanson (2004) define dos tipos de procesos de aireación en flujos turbulentos: *localizado* y *continuo*. La *aireación localizada* se define como el ingreso local o puntual de aire. En este tipo se incluye el punto de incidencia del chorro en cuencos de disipación y en resaltos hidráulicos. Por su parte, la *aireación continua* es un proceso a lo largo de toda la interfaz agua-aire, usualmente paralela a la dirección del flujo, como es el caso de rápidas de aliviadero. El autor define los chorros turbulentos que descargan en la atmósfera como un caso intermedio, ya que se tiene una aireación local al inicio del chorro y una aireación continua aguas abajo en toda su trayectoria. La Figura 2.15 muestra un ejemplo de los dos tipos de aireación propuestos por Chanson (2004); la estructura es una rápida de descarga con un cuenco de disipación al pie para la formación de un resalto hidráulico. La parte izquierda correspondiente a la rápida se interpreta como un proceso de aireación continua, mientras que la parte derecha correspondiente con el inicio del resalto hidráulico se identifica como un proceso de aireación localizado.

Figura 2.15 Aireación continua y localizada en la rápida de descarga del aliviadero de Chinchilla, Australia (Chanson 2004).

2.3.4 Expansión lateral del chorro

Una de las primeras consideraciones para analizar la expansión lateral de un chorro turbulento fue dada por Davies (1972) quien postula que la distancia de expansión lateral ε crece linealmente con la raíz cuadrada de la distancia $\varepsilon \propto \sqrt{X}$, siendo X la distancia desde el inicio del chorro.

Aplicando el criterio de continuidad, se puede obtener el grado de decrecimiento del núcleo central no aireado del chorro; el cual determinará una eventual rotura del mismo. Utilizando cámaras de alta velocidad, Ervine & Falvey (1987) determinan el grado de expansión de chorros circulares, cuya expresión es la siguiente:

$$\frac{\delta_2}{X} = 0.38 \frac{\overline{v'_l}}{V_i} = 0.38 T_u \quad (2.8)$$

donde δ_2 es la expansión lateral del chorro en la region externa del núcleo de agua, X la distancia desde la tobera, y V_i la velocidad media en el plano de la tobera.

La Figura 2.16 recoge los datos experimentales de Ervine & Falvey (1987), mostrando una relación lineal de T_u con el grado de expansión lateral del chorro.

Figura 2.16 Intensidad turbulenta axial en función de la expansión lateral de un chorro circular (adaptado de Ervine & Falvey 1987).

Aplicando continuidad en una sección inicial y otra aguas abajo del chorro, además de asumir la probabilidad P_1 de encontrar agua en la región del núcleo central δ_1 y la probabilidad P_2 de encontrar agua en la región δ_2 , Ervine & Falvey (1987) obtienen el grado de decrecimiento del núcleo interno con la siguiente formulación:

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{P_2}{(100-P_1)} \quad (2.9)$$

Según Ervine & Falvey (1987) el ángulo de decrecimiento del núcleo central del chorro es aproximadamente un 15-20 % del ángulo de expansión lateral del mismo. De este modo, un chorro visiblemente aireado y cuya superficie sea rugosa puede también presentar un núcleo central no aireado y no ser inmediatamente visible. Para intensidades turbulentas típicas entre $5 \% < T_u < 8 \%$ los autores consideran los siguientes ángulos típicos:

$$\frac{\delta_1}{X} \approx 0.5 - 1 \% \quad \frac{\delta_2}{X} \approx 3 - 4 \% \quad (2.10)$$

siendo δ_1 la expansión lateral en la zona interna del núcleo del chorro y δ_2 la expansión lateral en la zona externa del núcleo del chorro.

El aire dentro de las perturbaciones turbulentas se mueve a la misma velocidad que la velocidad de caída del chorro, mientras que el aire que ingresa al chorro se mueve de forma casi normal al eje del chorro que desciende. Así, el movimiento del aire paralelo a la dirección del chorro y el esfuerzo cortante son despreciables.

Ervine et al. (1997), basándose en la expresión propuesta por Davies (1972), determinan una ecuación para calcular la longitud de expansión lateral, que es consistente con lo postulado por Davies (1972):

$$\varepsilon = \frac{1.14 T_u U^2}{g} \left[\sqrt{\frac{2L}{D_o F_o^2} + 1} - 1 \right] \quad (2.11)$$

donde L es la distancia de caída, U la velocidad del chorro, F_o el número de Froude, y D_o el diámetro del chorro en las condiciones iniciales.

Los autores aplican el criterio de conservación de masa en chorros circulares, y obtienen una ecuación para determinar el diámetro medio D_g del núcleo del chorro:

$$D_g = D_i \sqrt{\frac{V_i}{V_j}} \quad (2.12)$$

siendo D_i el diámetro inicial del chorro, V_i la velocidad inicial, y V_j la velocidad en el punto donde se calcula D_g .

La velocidad está en función de las condiciones gravitacionales siendo igual a $V_j = \sqrt{V_i^2 + 2gH}$, donde H es la altura de caída desde la tobera hasta el punto analizado.

La reducción del núcleo central no aireado hasta desaparecer por completo es un fenómeno que depende de la acción de la gravedad pero también de otros mecanismos

como la turbulencia interna y la aireación. El diámetro exterior del chorro D_j durante la caída queda expresado de la siguiente manera:

$$D_j = D_i \sqrt{\frac{V_i}{V_j}} + 2\varepsilon \quad (2.13)$$

donde ε es la distancia de expansión lateral del chorro turbulento obtenido con la Ec. 2.11.

Castillo (2006) y Castillo et al. (2015) analizan la expansión lateral en chorros rectangulares de vertido libre a través de una *Metodología Paramétrica*. Analizando un amplio rango de caudales, y alturas de vertido. La Figura 2.17 muestra el esquema del vertido libre de chorros rectangulares con sus principales características y variables utilizadas por los autores, teniendo en cuenta las solicitaciones en el cuenco de disipación en función de las características del chorro incidente y del calado en el cuenco de disipación al pie del vertedero.

Figura 2.17 Esquema de chorros rectangulares de vertido libre (Carrillo 2014).

Los autores determinan el espesor del chorro B_j teniendo en cuenta dos efectos: la gravedad que tiende a contraer el ancho del chorro B_g durante la caída, y la expansión lateral del chorro por efecto de la aireación B_s que tiende a incrementar el espesor.

$$B_j = B_g + B_s = B_g + 2\varepsilon = \frac{q}{\sqrt{2gH}} + 4\varphi\sqrt{h}(\sqrt{2H} - 2\sqrt{h}) \quad (2.14)$$

donde ε es la distancia de expansión lateral del chorro, q el caudal específico, g la aceleración de la gravedad, H la distancia vertical entre los niveles de agua aguas arriba y la sección analizada, y h la carga total de energía sobre el vertedero.

El parámetro turbulento φ se calcula de la siguiente manera:

$$\varphi = K_\varphi T_u^* \quad (2.15)$$

donde K_φ es el coeficiente del parámetro turbulento ($K_\varphi \approx 1.24$ para el caso de chorros planos, Carrillo 2014; Castillo et al. 2014), y T_u^* es la intensidad turbulenta calculada en las condiciones iniciales (Castillo et al. 2015), definida como:

$$T_u^* = \frac{q^{0.43}}{IC} \quad (2.16)$$

siendo, IC las condiciones iniciales de vertido obtenido como:

$$IC = \frac{14.95g^{0.50}}{K^{1.22}C_d^{0.19}} \quad (2.17)$$

donde K es un coeficiente adimensional cuyo valor es $K \approx 0.85$ (Castillo 2006), y C_d el coeficiente de descarga del vertedero el cual depende del tipo de estructura ($C_d = 1.85$ para el caso de vertedero de pared delgada y $C_d = 2.10$ para un aliviadero con perfil hidrodinámico).

2.4 Concentración de aire en flujos bifásicos

Van de Sande & Smith (1973) analizan la introducción de aire en chorros circulares para números de Reynolds $Re < 5 \cdot 10^5$. El planteamiento teórico determina que la cantidad total de aire transportada por el chorro es:

$$\Phi_{aire} = \Phi_{captado\ aire} + \Phi_{aire\ contorno\ exterior} \quad (2.18)$$

$$\Phi_{aire} = \frac{\pi V}{4} (D^{*2} - D^2) + \int_{r=R}^{\infty} V_{aire} * 2\pi r \partial r \quad (2.19)$$

donde V es la velocidad del chorro, D^* el diámetro del chorro a una determinada distancia, D el diámetro de la tobera de salida, y $r = \frac{D^*}{2}$.

Ervine et al. (1980) analizan la relación entre los caudales de aire y de agua en un chorro turbulento circular. Durante la introducción de aire en las irregularidades de la lámina libre, el caudal de aire Q_a arrastrado queda contenido entre las ondulaciones de la rugosidad de la superficie $\frac{\epsilon}{r}$, donde ϵ define la longitud de las perturbaciones en la superficie y r el radio del chorro circular en cualquier punto a lo largo de su caída. La Figura 2.18 muestra un esquema de las ondulaciones en un chorro y el límite exterior de la interfaz agua-aire, donde el área sombreada corresponde al volumen ocupado por aire.

Figura 2.18 Forma de onda sinuosa del chorro y su interacción con la capa circundante del mismo (Ervine et al. 1980).

El volumen de agua por unidad de longitud puede ser calculado como:

$$\text{Volumen de agua} = \pi r^2 \quad (2.20)$$

El volumen total por unidad de longitud esta dado por:

$$\frac{\text{Volumen total}}{\text{unidad de longitud}} = \pi(\epsilon + r)^2 = \pi(\epsilon^2 + 2\epsilon r + r^2) \quad (2.21)$$

Así, el volumen de aire será:

$$\text{Volumen de aire} = \pi(\epsilon^2 + 2\epsilon r + r^2) - \pi r^2 = \pi(\epsilon^2 + 2\epsilon r) \quad (2.22)$$

Finalmente, el caudal de aire Q_a queda representado por :

$$Q_a = f[\pi V(\epsilon^2 + 2\epsilon r)] \quad (2.23)$$

donde V es la velocidad en cualquier punto a lo largo del chorro.

Considerando que el caudal de agua es $Q_w = \pi r^2 V$, la relación entre caudal de aire y caudal de agua se puede calcular de la siguiente manera:

$$\beta = \frac{Q_a}{Q_w} = f\left[\left(\frac{\epsilon}{r}\right)^2 + 2\left(\frac{\epsilon}{r}\right)\right] \quad (2.24)$$

Ervine et al. (1980) realizan distintos ensayos para diferentes valores de ϵ/r , cuyos resultados están representados en la Figura 2.19.

Figura 2.19 Relación de caudal de aire/agua en función de la rugosidad de la superficie (Ervine et al. 1980).

Los resultados indican que para valores de $\epsilon/r > 0.7$, la tasa de introducción de aire es menor que la predicha en la Ec 2.24. Además, una parte del aire en la capa límite circundante está siendo también introducida al chorro. El mejor ajuste obtenido con los datos experimentales para la relación de caudal de aire y agua en un rango de velocidades de hasta 6.0 m/s y diámetros de chorro entre 6 y 25 mm queda expresado en la siguiente ecuación:

$$\beta = \frac{Q_a}{Q_w} = 1.4 \left[\left(\frac{\epsilon}{r} \right)^2 + 2 \left(\frac{\epsilon}{r} \right) - 0.1 \right]^{0.6} \quad (2.25)$$

Ervine & Falvey (1987) también estudian la evolución de la probabilidad de encontrar agua (1 - C) en función del ancho en chorros circulares (Figura 2.20). Comparando sus datos experimentales, los autores concluyen que la probabilidad de encontrar agua fuera del núcleo central del chorro sigue aproximadamente una *Distribución Gaussiana*. Este ajuste también considera que el núcleo de agua no se encuentre aireado.

Figura 2.20 Ajuste Gaussiano de los datos experimentales para la probabilidad de encontrar agua en chorros circulares (Ervine & Falvey 1987).

Otra forma de relacionar los caudales de aire/agua es considerar la concentración o fracción de vacío local C definida como el volumen de aire por unidad de volumen de aire y agua. Chanson (1995) y Brattberg et al. (1998) analizan la aireación en chorros planos verticales, encontrando una relación semejante entre las distribuciones de fracción de vacío con la solución analítica de la ecuación básica de difusión (Crank 1956), derivada de la ecuación de continuidad del aire, cuya expresión es la siguiente:

$$C = \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{V_o}{D_T}} \frac{y}{x} \right) \right) \quad (2.26)$$

donde C es la fracción de vacío, V_o la velocidad media, y la distancia medida en la dirección normal del flujo, x la distancia recorrida a lo largo de la dirección de flujo, y D_T la difusividad turbulenta (m^2/s) cuyo valor fue estimado para satisfacer la Ec 2.26. La función error erf se define como:

$$\operatorname{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u \exp(-t^2) \partial t \quad (2.27)$$

Los autores consideran que la ecuación 2.26 es válida para chorros de agua planos verticales descargando en la atmósfera con las siguientes consideraciones: a) la turbulencia es homogénea; b) el núcleo de agua impide una interacción entre el proceso de arrastre de aire entre las superficies superior e inferior del chorro; c) la velocidad de ascenso de la burbuja es insignificante. Sin embargo, la expresión no es válida cuando el núcleo central del chorro empieza a airearse (Brattberg et al. 1998).

Toombes (2002) estudia la aireación de un chorro que cae en una grada o escalón (Figura 2.21), determinando valores de fracción de vacío en todo el ancho del chorro. El autor aplica el criterio de la ecuación de difusión para relacionar la aireación del chorro, siempre y cuando el núcleo interno no inicie el proceso de aireación.

Figura 2.21 Aireación de la superficie libre en un chorro a la salida de un escalón
(Toombes 2002).

El autor compara los datos experimentales con la solución analítica de la ecuación de difusión aplicada tanto a la napa superior como inferior del chorro:

$$C = \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \left(\frac{z - z_{50}}{2\sqrt{D_t x / V_0}} \right) \right) \quad (2.28)$$

donde C es la distribución de fracciones de vacío, x la distancia en dirección del flujo, z la distancia normal al flujo, z_{50} la distancia normal al flujo con $C = 0.50$, V_o la velocidad inicial, D_t la difusividad turbulenta, y erf la función error (Ec. 2.27).

La Figura 2.22 muestra la distribución de fracción de vacío medida en un chorro aguas abajo de un escalón o grada, comparando los datos con la ecuación de difusión. En general los datos experimentales se ajustan a la ecuación teórica, considerando que no existe aireación del núcleo central del chorro.

Figura 2.22 Distribución de fracciones de vacío obtenidas experimentalmente y comparación con la ecuación teórica (Toombes 2002).

Wang et al. (2018), continuando el trabajo de Bertola et al. (2017), analizan las propiedades agua-aire en chorros verticales bidimensionales, y su incidencia en colchones de agua (Figura 2.23).

Figura 2.23 Esquema de la instalación experimental para el estudio de chorros verticales bidimensionales (Wang 2018).

Los perfiles de fracción de vacío C son comparados con la solución teórica de la ecuación de difusión advectiva para burbujas de aire en chorros turbulentos que descargan en la atmósfera (Chanson 1997):

$$C = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf} \left(\frac{y - Y_{50}}{\sqrt{D_t \frac{x}{V}}} \right) \right) + \frac{1}{2} \left(1 - \operatorname{erf} \left(\frac{y + Y_{50}}{\sqrt{D_t \frac{x}{V}}} \right) \right) \quad (2.29)$$

donde D_t es la difusividad turbulenta, Y_{50} el punto donde $C = 0.50$, V la velocidad del flujo, y $\operatorname{erf}()$ es la función error de Gauss (Ec. 2.27).

La Figura 2.24 muestra los perfiles de fracción de vacío medidos y comparados con la ecuación de difusión. En general los datos muestran ser concordantes con la ecuación teórica. Sin embargo, para el caso de una distancia de caída desde la tobera $x = 0.10$ m, al existir una reducción del núcleo por efecto de la aireación, la ecuación de difusión no representa adecuadamente el núcleo aireado.

Figura 2.24 Distribución de fracciones de vacío en chorros verticales bidimensionales y comparación con la ecuación teórica de difusión (Wang 2018).

2.5 Longitud de rotura

La longitud de rotura L_b se define como la distancia de vuelo a partir de la cual el chorro está completamente desarrollado (Ervine & Falvey 1987). La aceleración del flujo durante la caída, la influencia de la intensidad turbulenta, y el intercambio de masa y cantidad de movimiento cerca de la interfaz agua-aire provocan cambios de carácter hidrodinámico en el chorro. En la parte inicial del chorro se forman inestabilidades que van aumentando de amplitud a medida que el chorro cae. Posteriormente, la aireación afecta al núcleo central interno de agua y éste pasa de estar formado por agua con burbujas de aire dispersas a un conjunto de gotas de agua que a medida que caen se desintegran en gotas de menor tamaño (Castillo 2006 & 2007).

A partir de esta zona, el chorro está completamente atomizado en gotas cada vez más pequeñas, donde la resistencia del aire provoca un rozamiento y a la vez un frenado de la velocidad de dichas gotas de agua. Si el chorro está desintegrado y no es compacto, su

incidencia en el cuenco será menor, limitando la capacidad erosiva en la solera (Castillo et al. 2015).

Las condiciones iniciales del chorro influyen en el grado de rotura que se podría esperar durante la caída. La Figura 2.25 indica la evolución del chorro hasta el punto de atomización para distintos valores de número de Reynolds y diferentes velocidades. Para números de Reynolds bajos ($200 < Re < 440$), las fuerzas viscosas controlan las inestabilidades del flujo, lo que dificulta alcanzar la longitud de rotura. Para valores de $Re > 1150$, las perturbaciones iniciales crecen en magnitud, la aireación afecta la superficie libre, y el chorro se desintegra a una menor distancia desde la tobera de salida.

Figura 2.25 Efecto de la velocidad y el número de Reynolds en la longitud de rotura de un chorro plano (Ahmed et al. 2009).

Hasta la fecha se han realizado varios trabajos a fin de evaluar la longitud de rotura en chorros, la mayoría en chorros turbulentos circulares. Uno de los primeros trabajos fue desarrollado por Baron (1949), quién analizó la longitud de rotura en chorros circulares

para un rango de turbulencia del 3% en función de los números adimensionales de Reynolds y Weber, proponiendo la siguiente ecuación:

$$\frac{L_b}{d} = 1.7 \frac{W_e}{(10^{-4} R_e)^{5/8}} \quad (2.30)$$

donde L_b es la longitud de rotura del chorro circular, d el diámetro, W_e el número de Weber, y R_e número de Reynolds.

Posteriormente, Horeni (1956) realiza un análisis de longitud de rotura en un chorro rectangular turbulento, obteniendo:

$$L_b \approx 6q^{0.32} \quad (2.31)$$

donde L_b es la longitud de rotura expresada en metros y q el caudal unitario en m^2/s .

Van de Sande & Smith (1976) estudian la longitud de rotura L_b en función de la velocidad del chorro; identificando tres regiones (Figura 2.26): Una región laminar para velocidades bajas, una región turbulenta que es una zona de transición, y una región para velocidades muy altas donde la interacción con el aire es significativa. La región laminar está caracterizada por un crecimiento lineal. Posteriormente existe un cambio de pendientes en la región de transición entre la zona laminar y turbulenta. Para velocidades altas del chorro, L_b pasa a ser controlado por el número de Weber.

Figura 2.26 Regiones sobre el efecto de la velocidad en la longitud de rotura (Van de Sande & Smith 1976).

Ervine et al. (1980) analizan la influencia de diferentes parámetros en la longitud de rotura L_b de chorros circulares:

- La longitud de rotura L_b se incrementa a medida que se incrementa la velocidad a la salida de la tobera.
- L_b se incrementa con el diámetro del chorro, siendo la tensión superficial un parámetro importante en chorros circulares de diámetro pequeño.
- La longitud L_b se incrementa con líquidos de mayor viscosidad. Cuando un líquido es más viscoso, este tiende a ser menos turbulento, reduciendo las fluctuaciones de velocidad y por lo tanto el tamaño de las perturbaciones en la superficie.
- La longitud de rotura decrece si la densidad del ambiente atmosférico se incrementa. Al incrementarse la resistencia del aire también se acelera el crecimiento de las perturbaciones en la lámina libre.

Los autores consideran que la longitud de rotura está relacionada con la máxima tasa de introducción de aire en ese punto. En sus estudios analizan la longitud de rotura manteniendo el diámetro y la velocidad inicial igual, pero variando los valores de intensidad turbulenta. La Figura 2.27 indica el comportamiento del chorro durante la caída, y como la longitud de rotura se produce a menor altura cuando el nivel de turbulencia es mayor en el inicio del chorro (casi a la mitad de altura del chorro liso).

Figura 2.27 Efecto de T_u en la longitud de rotura de un chorro circular (Ervin et al. 1980).

En la Figura 2.28 se indica la variación de la longitud de rotura para distintos valores de caudal e intensidad turbulenta, donde es evidente el efecto directo de la turbulencia inicial en el comportamiento del chorro durante su caída. Para niveles de turbulencia bajos (0.3 %), la longitud de rotura tiende a retrasarse considerablemente en comparación del mismo chorro con una turbulencia alta (10%). Además, L_b se incrementa conforme la velocidad se incrementa.

Figura 2.28 Variación de la longitud de rotura de un chorro para distintos niveles de turbulencia (Ervin et al. 1980).

La rugosidad de la superficie adimensional ϵ/r también influye en la longitud de rotura del chorro L_b . De este modo, un chorro turbulento rugoso tendrá una longitud de rotura menor que un chorro liso, debido a la mayor amplitud de las perturbaciones (Figura 2.29).

Figura 2.29 Influencia de la rugosidad en función de la altura del chorro (Ervin et al. 1980).

Ervine et al. (1997) proponen una ecuación para el cálculo de la longitud de rotura en chorros circulares, considerando la influencia de la intensidad turbulenta inicial en el chorro:

$$\frac{L_b}{D_i F_i^2} = \frac{1.05}{C^{0.82}} \quad (2.32)$$

donde D_i y F_i son el diámetro y el número de Froude en las condiciones iniciales del chorro, mientras que C es el parámetro turbulento para chorros circulares, el cual se puede calcular de la siguiente forma:

$$C = 1.14 T_u F_i^2 \quad (2.33)$$

donde T_u es la intensidad turbulenta en las condiciones iniciales.

Siguiendo a Ervine et al. (1997), Castillo (2006) propone una expresión para el cálculo de L_b en chorros rectangulares de vertido libre:

$$\frac{L_b}{B_i F_i^2} = \frac{K}{C^{0.82}} \quad (2.34)$$

donde B_i es el ancho del chorro rectangular inicial, K un coeficiente de ajuste, F_i el número de Froude en las condiciones iniciales, y C un parámetro turbulento.

Castillo (2006) también realiza una comparación con las distintas formulaciones existentes para el cálculo de L_b y determina que la longitud de rotura de chorros circulares se produce a una mayor distancia que en los chorros planos.

Ahmed et al. (2009) analizan los efectos de la viscosidad, densidad, diámetro de salida, y velocidad de flujo en la longitud de rotura y en el ángulo de expansión en chorros planos de pequeño espesor (entre 0.5 y 2.0 mm). Los autores observan dos tendencias de la variación de longitud de rotura en función de la velocidad.

$$\text{Para } V < 8.0 \text{ m/s,} \quad L_b = 39735 V^{0.62} d^{1.53} \nu^{0.33} \quad (2.35)$$

$$\text{Para } V > 8.0 \text{ m/s, } L_b = 1720V^{-0.48}d^{0.87}\nu^{0.24} \quad (2.36)$$

donde L_b es la longitud de rotura, V la velocidad, d el ancho de la tobera, y ν la viscosidad cinemática.

Castillo et al. (2015), considerando la expresión obtenida por Castillo (2006, 2007), obtienen que la longitud de rotura L_b para chorros rectangulares turbulentos puede ser calculada de la siguiente forma:

$$\frac{L_b}{B_i F_i^2} = \frac{K}{(K_\phi T_u F_i^2)^{0.82}} \quad (2.37)$$

donde B_i es el ancho del chorro, F_i el Número de Froude, y $T_u = \bar{v}_i'/V_i$ la intensidad turbulenta en las condiciones iniciales respectivamente, siendo $\bar{v}_i'$ la raíz cuadrática media de la velocidad y V_i la velocidad media del flujo. K es un coeficiente adimensional cuyo valor es $K \approx 0.85$ (Castillo 2006), y K_ϕ es el coeficiente del parámetro turbulento e igual a $K_\phi \approx 1.24$ para el caso de chorros planos (Carrillo 2014; Castillo et al. 2014).

A modo de recopilación, la Tabla 2.1 muestra las distintas formulaciones existentes para el cálculo de la longitud de rotura en chorros circulares y rectangulares.

Tabla 2.1 Formulaciones para el cálculo de la longitud de rotura L_b para chorros circulares y rectangulares.

Autores	Formulación	Tipo de chorro
Baron (1949)	$\frac{L_b}{d} = 1.7 \frac{W_e}{(10^{-4} Re)^{5/8}}; T_u = 3\%$	Chorro circular
Horeni (1956)	$L_b \approx 6q^{0.32}$	Chorro rectangular
Ervine, McKeogh, Elsawy (1980)	$L_b = 60Q_w^{0.39}; T_u = 0.3\%$ $L_b = 17.4Q_w^{0.31}; T_u = 3\%;$ $L_b = 4.1Q_w^{0.20}; T_u = 8\%$	Chorro circular
Ervine y Falvey (1987)	$\frac{L_b}{d} \approx 50 - 100; 3\% < T_u < 8\%$	Chorro circular
Ervine, Falvey y Whiters (1997)	$\frac{L_b}{dF_i^2} = \frac{1.05}{C^{0.82}}$ $C = 1.14T_u F^2$	Chorro circular
Castillo (2006)	$\frac{L_b}{B_i F_i^2} = \frac{0.85}{(1.07T_u F_i^2)^{0.82}}$	Chorro rectangular
Ahmed, Ashgriz y Tran (2009)	$L_b = 39735V^{0.62}d^{1.53}\nu^{0.33}; V < 8\text{m/s}$ $L_b = 1720V^{-0.48}d^{0.87}\nu^{0.24}; V > 8\text{m/s}$	Chorro plano
Castillo, Carrillo y Blázquez (2015)	$\frac{L_B}{B_i F_i^2} = \frac{0.85}{(K_\phi T_u F_i^2)^{0.82}}$	Chorro rectangular

Nota: L_b = longitud de rotura, d = diámetro, W_e = número de Weber, Re = número de Reynolds, q = caudal específico, Q_w = caudal líquido, B_i = ancho inicial del chorro rectangular, F_i = número de Froude en condiciones iniciales, V = velocidad, ν = viscosidad cinemática, y K_ϕ = parámetro turbulento.

2.6 Oscilación de la lámina libre

La interacción del chorro turbulento rectangular con la atmósfera puede originar vibraciones y oscilaciones en la lámina libre. Las oscilaciones de menor amplitud son originadas cerca de la cresta del vertedero, y van aumentando su amplitud a medida que aumenta la distancia de caída del chorro. Este comportamiento oscilatorio está asociada a una frecuencia y ruido generado, el cual puede llegar a ser significativo. Si la frecuencia de oscilación de la lámina libre está cercana a la frecuencia natural de la estructura, estas

inestabilidades pueden ocasionar potenciales daños estructurales (Khodier & Tullis 2017).

Los primeros estudios sobre las oscilaciones de la lámina libre están relacionados con la teoría de inestabilidades de Kelvin-Helmholtz (Helmholtz 1868; Kelvin 1871). Esta teoría sugiere que las oscilaciones de la superficie libre son producidas por los esfuerzos cortantes que se desarrollan en la interfaz agua-aire de la lámina, es decir, se deben a la interacción de dos flujos con diferentes gradientes de velocidades y la necesidad de una perturbación inicial. El sistema es estable para pequeñas perturbaciones en todas sus longitudes de onda si la velocidad relativa es lo suficientemente pequeña para satisfacer la siguiente condición:

$$(v_1 - v_2)^2 < \frac{2(\rho_1 + \rho_2)}{\rho_1 \rho_2} \sqrt{\sigma g (\rho_2 - \rho_1)} \quad (2.38)$$

donde V_1 y V_2 son las velocidades de los respectivos fluidos, ρ_1 y ρ_2 las densidades, σ la tensión superficial, y g la aceleración de la gravedad.

Naudascher & Rockwell (1994) sugieren que las fluctuaciones de presión en la cavidad de aire generada detrás de la lámina interna de flujo (lower nappe) son las fuerzas encargadas del crecimiento de las ondulaciones en la lámina.

Chanson (1996) analiza las inestabilidades y ondulaciones en rápidas de aliviaderos, atribuyendo su origen a un abrupto cambio de presión en el punto de desprendimiento de la cresta, donde la presión decrece repentinamente provocando el inicio de las perturbaciones.

El estudio llevado a cabo en chorros planos verticales descargando en la atmósfera por Sato et al. (2007) concluye que parte de la energía ganada por el chorro durante la caída se convierte en energía vibratoria. Los resultados experimentales del estudio muestran que la vibración de la lámina de agua está estrechamente relacionada con la cámara de aire ubicada detrás de la lámina de agua.

Las oscilaciones de la lámina libre también originan energía acústica que puede ocasionar efectos negativos locales en estructuras cercanas. Este comportamiento de la lámina libre ha sido observado en varios prototipos y modelos a escala en laboratorio (Crookston et al. 2014).

Lodomez et al. (2016) analizan las vibraciones en la superficie del chorro utilizando un medidor de frecuencia sonora, y las clasifica en tres regiones de vibración (Figura 2.30): Una región de crecimiento de las vibraciones para caudales unitarios menores a 0.02 m³/s/m, una región de estabilización para $0.02 < q < 0.05$ m³/s/m, y una región de atenuación de las vibraciones para caudales $q > 0.05$ m³/s/m.

Figura 2.30 Regiones de vibración en la lámina libre utilizando medidores sonoros (Lodomez et al. 2016).

Lodomez et al. (2019) analizan el efecto de escala en las oscilaciones de la napa, las cuales demostraron ser independientes del tamaño del modelo. Dicho estudio también concluye que el perfil de la cresta del vertedero y la altura de caída influyen en el grado de vibración de la napa. En la Fig. 2.31 se observa el comportamiento de la lámina libre durante la caída para distintos caudales y las oscilaciones longitudinales a lo largo de la caída. Para valores de $q < 0.02$ m³/s/m las ondulaciones son mínimas; a medida que

aumenta el caudal específico de descarga, las perturbaciones crecen en la dirección principal del flujo; y para caudales $q > 0.05 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ se observa ondulaciones en toda la superficie de la lámina libre.

Figura 2.31 Oscilaciones de la lámina libre de un chorro plano: a) $q = 0.015 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; b) $q = 0.02 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; c) $q = 0.03 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; d) $q = 0.04 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; e) $q = 0.05 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; f) $q = 0.06 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ (Lodomez et al. 2019).

Kitsikoudis et al. (2021) establecen que la intensidad y frecuencia de las oscilaciones de la lámina libre están afectadas por la altura total de caída y la geometría de la cresta del vertedero. Para minimizar la formación de oscilaciones en la napa, los autores sugieren incrementar la rugosidad de la cresta del vertedero al considerar que las crestas de aliviaderos con discontinuidades geométricas en su perfil perturban el flujo y evitan la formación de oscilaciones de la napa. Por el contrario, un vertido abrupto favorece la formación de oscilaciones de la napa, presumiblemente debidas al cambio repentino de presión en el punto de desprendimiento del flujo.

2.7 Elementos artificiales para mejorar la aireación

Los chorros turbulentos incorporan gran cantidad de aire durante su recorrido, la cual beneficia la reducción del núcleo central no aireado y la desintegración el chorro. En ocasiones se disponen elementos adicionales que ayudan a que el chorro incorpore una mayor cantidad de aire, y así aumentar la tasa de aireación y disipación de energía. De este modo, es posible cambiar el nivel de turbulencia inicial para favorecer la aireación del chorro colocando elementos artificiales en los aliviaderos de las presas.

Los bloques o splitters son elementos fabricados y colocados al inicio de un aliviadero de vertido libre. Entre los diseños más conocidos está el planteado por Roberts (1943) y las propuestas por Mason (1983) y Lund et al. (2008) (Figura 2.32). La función de estas estructuras es favorecer la expansión del chorro, aumentar la rugosidad y su aireación desde el inicio de la caída, requiriendo una menor altura de caída para que el núcleo del chorro desaparezca antes de incidir en el cuenco de disipación.

Lund et al. (2008) analizan el funcionamiento hidráulico de diferentes tipos de bloques (Figs. 2.32 y 2.33). Los autores obtuvieron que ambos diseños reducen los coeficientes de presión en la solera del cuenco comparados con un aliviadero sin bloques. Sin embargo, no se puede eliminar por completo la socavación del lecho. Además estos dispositivos se ven afectados por el fenómeno de cavitación.

Figura 2.32 Geometrías de bloques para el aumento del nivel de turbulencia: a) Diseño de Roberts; b) Diseño Falvey (Lund et al. 2008).

Figura 2.33 Funcionamiento de bloques tipo Roberts (Lund et al. 2008).

2.8 Campo de velocidad en chorros turbulentos

El campo de velocidades de un chorro turbulento se ve afectado por el efecto de la aceleración de la gravedad a medida que el chorro desciende, y a la auto-aireación del mismo, que afecta tanto la napa superior como inferior del chorro en un vertido libre.

De forma general se asume que la velocidad del aire en las interfaces agua-aire debe ser igual a la velocidad del agua que lo compone. Este fenómeno requiere una transferencia de cantidad de movimiento del chorro de agua para acelerar el aire de la atmósfera. Al no existir fuerzas externas que actúen sobre el sistema, la cantidad de movimiento ganado por el aire circundante debe ser igual a la perdida por el chorro de agua (Toombes 2002).

Una primera aproximación para estimar la velocidad de caída de un chorro rectangular que descarga en la atmósfera es considerar únicamente el efecto gravitacional en el chorro. Esta velocidad teórica gravitacional V_g puede ser calculada aplicando la Ecuación de Bernoulli en dos puntos del sistema. Considerando que la velocidad de aproximación es casi nula, se tiene:

$$V_g = \sqrt{2gH} \quad (2.39)$$

donde g es la aceleración de la gravedad, y H la altura de caída medida desde el nivel del embalse.

Asumiendo que el volumen de aire movilizado es similar al volumen de agua, Dodu (1957) analizó los efectos de la capa límite alrededor de chorros turbulentos con gran velocidad, observando que el espesor de la capa de aire movilizado es relativamente pequeño. El autor determinó que el cambio en la velocidad del agua es alrededor del 0.12% de la velocidad inicial del chorro.

Chanson (1993) analiza el campo de velocidades en chorros turbulentos, proponiendo una solución para el cálculo del perfil de velocidad en chorros descargando en la atmósfera siguiendo la expresión desarrollada por Goertler (1942). Este análisis se realizó despreciando: la distribución no uniforme de la velocidad en la región del flujo de aproximación, los efectos de la gravedad y la presión, y los efectos del arrastre de aire.

$$\frac{V}{V_0} = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf} \left(\frac{K(Z - Z_{v50})}{x} \right) \right) \quad (2.40)$$

donde V es la velocidad en la elevación Z , V_0 la velocidad del flujo principal, Z_{v50} la ubicación donde $V = 1/2 V_0$, K una constante, y erf es la función error (Ec 2.27).

Rajaratnam & Chamani (1995) analizan la variación en los perfiles de velocidad en una caída vertical sin considerar los efectos de la aireación en el chorro. En la Figura 2.34 se indica la evolución del campo de velocidades a lo largo de la caída analizada por los autores. La distribución de velocidad a lo largo del chorro es esencialmente uniforme hasta el impacto del chorro con el cuenco, al no considerar el efecto de la auto-aireación.

Figura 2.34 Perfiles de velocidad secciones A, B, C, D, E y F (Rajaratnam & Chamani 1995).

Brattberg et al. (1998) analizan la distribución de velocidad media en chorros verticales bidimensionales. Los autores determinan que para alturas de caída adimensional $x/d_o < 17$, siendo x la distancia en dirección del flujo y d_o el ancho del chorro en la sección previa a la caída, la transferencia de cantidad de movimiento del chorro de agua al aire es mínima, y la velocidad del flujo agua-aire no está afectada por la difusión advectiva de las burbujas de aire.

Toombes (2002) analiza el perfil de velocidades en un aliviadero tipo escalón o grada mediante un tubo Pitot clásico y una sonda de conductividad. Al considerar los efectos de la aireación en las napas exterior e interior, observa que la distribución de velocidades no es uniforme (Figura 2.35). El perfil de velocidad adimensional V/V_o se reduce drásticamente cuando se mide la zona de la capa

turbulenta agua-aire en las dos napas ubicadas a una altura adimensional $Z' = Z - (Z_{50-\text{napa superior}} + Z_{50-\text{napa inferior}})/2$. En el estudio se observa una zona central de flujo potencial donde los valores tienen una ligera pendiente. El autor considera que el cambio en la velocidad de las zonas aireadas se debe a una redistribución de la cantidad de movimiento.

Figura 2.35 Perfil de velocidad adimensional V/V_0 respecto a la altura Z' en la zona de caída libre en el aliviadero tipo escalón (Toombes 2002).

Castillo et al. (2015) analizan la evolución de la velocidad media respecto a la altura de caída en chorros rectangulares de vertido libre, con distancias de caída mayores a 2.0 m, comparando la velocidad teórica del chorro rectangular con datos experimentales obtenidos con una sonda de fibra óptica y con simulaciones numéricas utilizado el paquete computacional ANSYS CFX (Fig. 2.36). A medida que el chorro aumenta la distancia de caída, la velocidad se incrementa, siguiendo el efecto de la gravedad. La diferencia entre las velocidades gravitacionales con las velocidades medidas o calculadas, se deben a la fricción y atomización del chorro.

Figura 2.36 Evolución de la velocidad media durante la caída del chorro rectangular en la atmósfera (Castillo et al. 2015).

Bertola et al. (2017) analizan los perfiles de velocidad y las propiedades agua-aire en chorros verticales planos que descargan en la atmósfera así como su influencia en el cuenco de disipación, utilizando un tubo Pitot-Prandtl y una sonda de conductividad de dos puntas. Los autores concluyen que las medidas de velocidad tienden a ser uniformes. En la región menos aireada, los datos obtenidos con la sonda de conductividad y con el tubo Pitot-Prandtl son semejantes entre sí a la velocidad teórica aplicando el principio de Bernoulli en chorros verticales. En la zona aireada, los datos del tubo Pitot-Prandtl se vieron afectados por la aireación en la superficie libre (Figura 2.37).

Figura 2.37 Distribución de velocidades y propiedades aire-agua en chorros verticales planos (Bertola et al. 2017).

2.9 Disipación de energía

Durante la caída, la disipación de energía se produce ya sea por el frenado del chorro debido a la aireación, al rozamiento con la atmósfera o a la desintegración del núcleo central de agua (Castillo 2006).

Entre los primeros estudios sobre el análisis de la disipación en chorros de vertido libre están los realizados por White (1943) y Moore (1943) que analizan la disipación de energía en la base de una caída vertical de un escalón o grada. Moore (1943) realiza un análisis de la cantidad de movimiento de los volúmenes de control, encontrando una relación entre los calados críticos y los obtenidos agua arriba y aguas abajo del punto de impacto del chorro (Figura 2.38).

Figura 2.38 Esquema del salto vertical utilizado para el análisis de la disipación de energía, donde V_c y Y_c son la velocidad y calados críticos, Y_p el calado aguas arriba del punto de impacto del chorro, V la velocidad del chorro, H la altura del escalón, y Y_1 el calado aguas abajo del punto de impacto (Moore 1943).

En base a dicho análisis, Moore (1943) propone la siguiente expresión:

$$\frac{Y_p}{Y_c} = \sqrt{\left(\frac{Y_1}{Y_c}\right)^2 + 2 \frac{Y_c}{Y_1} - 3} \quad (2.41)$$

La Figura 2.39 indica la relación entre E_1/Y_c en función de h/Y_c y la pérdida de energía adimensional $\Delta E/h$ en función de h/Y_c , donde E_1 es la energía específica en la base de la caída y ΔE la pérdida de energía. De este modo, Moore (1943) determina que la pérdida de energía en caídas verticales se encuentra entre 0.2 y 0.6 para alturas de caída adimensionales h/Y_c entre 0 y 14.

Figura 2.39 Perdida de energía en una grada o escalón (Moore 1943).

Posteriormente, Rand (1955) y Gill (1979) desarrollan ecuaciones empíricas que consideran la velocidad y la disipación de energía. Gill (1979) determina la energía específica E_1 en la base de la caída vertical como:

$$\frac{E_1}{Y_c} = \frac{\sqrt{2}}{1.06 + \sqrt{\frac{H}{Y_c} + 1.5}} + \frac{1}{4} \left(1.06 + \sqrt{\frac{H}{Y_c} + 1.5} \right)^2 \quad (2.42)$$

donde H es la altura de la caída, y E_1 la energía específica en la base de la caída.

Rajaratnam & Chamani (1995) realizan un estudio experimental analizando las expresiones anteriores con datos de laboratorio para el cálculo de la disipación de energía en saltos y chorros inclinados (Figura 2.40). Considerando la energía inicial $E_0 = H + 1.5 Y_c$, y $E = E_0 - E_1$ los autores obtienen una ecuación con un coeficiente de correlación de 0.97.

$$\frac{\Delta E}{E_0} = 0.896 \left(\frac{Y_c}{H} \right)^{-0.766} \quad (2.43)$$

Figura 2.40 Disipación de energía en un escalón o grada en función de Y_c/H (Rajaratnam & Chamani 1995).

Posteriormente, Moghaddam (2005) analiza los resultados obtenidos por Moore (1943) y Rajaratnam & Chamani (1995), y propone un nuevo ajuste para la evaluación de la disipación de energía:

$$\frac{\Delta E}{E_0} = 0.077 \left(\frac{Y_c}{H} \right)^{-0.813} \quad (2.44)$$

donde E_0 es la energía inicial, ΔE la pérdida de energía, Y_c el calado crítico, y H la altura de la caída. Estos estudios son una primera aproximación adecuada para evaluar la tasa de disipación durante la caída de un chorro sin considerar los efectos de la aireación de la lámina y la reducción del núcleo central de agua.

Al incidir en el cuenco, el chorro turbulento provoca un incremento en la presión en la solera debido a la variación en la cantidad de movimiento del mismo (Carrillo 2014). Este fenómeno es un proceso dinámico que se puede descomponer en una presión media temporal y una parte fluctuante respecto de la media. El colchón de agua existente en el cuenco ejerce una presión hidrostática sobre la solera, permitiendo distinguir entre la

presión media y la presión dinámica media. La presión dinámica media es el resultado de restar la presión hidrostática debida al colchón a la presión media generada por el chorro. El punto donde toda la energía cinética se transforma en energía potencial se denomina punto de estancamiento. Dicho punto registra los valores máximos de presión, siendo la velocidad nula.

Diversos autores han analizado la frecuencia y magnitud de la presión dinámica en función de las características del chorro incidente. Por ejemplo: Castillo 1989, 2006; Withers 1991; Puertas 1994; Ervine et al. 1997; Bollaert 2002; Manso 2006; Carrillo 2014; Castillo et al. 2015, 2018, 2020; Marco et al. 2019.

En el caso de chorros rectangulares de vertido libre, Castillo (2006) y Castillo et al. (2015) definen el coeficiente de presión dinámica media C_p en función de las relaciones Y/B_j (colchón de agua/espesor del chorro incidente) y H/L_b (altura de caída/longitud de rotura), y clasifican el efecto del colchón en colchón no efectivo y colchón efectivo. Se considera que el colchón en el cuenco es no efectivo cuando el calado en el cuenco es menor a 5.5 veces el espesor del chorro incidente (Castillo 2007; Carrillo 2014; Castillo et al. 2015). La Figura 2.41 muestra la forma de las señales de presión esperada en el punto de estancamiento, teniendo en cuenta si el chorro es no desarrollado ($H/L_b < 1.0$) o si el chorro es desarrollado ($H/L_b \geq 1.0$) para el caso de colchones no efectivos ($y \leq 5.5B_j$).

Figura 2.41 Esquema de presiones en el punto de estancamiento de un chorro incidente desarrollado ($H/L_b \geq 1.0$) y no desarrollado ($H/L_b < 1.0$) en el cuenco de disipación para el caso de colchón no efectivo $Y \leq 5.5B_f$ (Castillo 2007; Castillo et al. 2015).

Para el caso de colchón no efectivo ($Y \leq 5.5B_f$), la disipación de energía DE que se registra en el punto de estancamiento se produce por la auto-aireación del chorro durante la caída libre y el efecto del calado acumulado aguas arriba del punto de impacto del chorro; pudiendo ser obtenida en función de la distancia adimensional H/L_b (Figura 2.42). En este tipo de colchones el efecto del colchón aguas abajo del punto de estancamiento no tiene incidencia en la disipación de energía (Carrillo 2014; Castillo et al. 2015).

Figura 2.42 Coeficientes de presión dinámica media y disipación de energía en el cuenco, caso $Y \leq 5.5B_j$ (Carillo 2014; Castillo et al. 2015).

A partir de los datos experimentales, los autores definen dos ecuaciones con coeficientes de regresión R^2 de 0.97 y 0.91 para $H/L_b < 1.0$ y $H/L_b > 1.0$, respectivamente, para determinar el coeficiente de presión dinámica media C_p en el caso de colchón no efectivo:

Si $H/L_b < 1.00$:

$$C_p = 1 - 0.0014e^{5.755\left(\frac{H}{L_b}\right)} \quad (2.45)$$

Si $H/L_b \geq 1.00$:

$$C_p = 14.643e^{-3.244\left(\frac{H}{L_b}\right)} \quad (2.46)$$

La curva de disipación de energía DE es obtenida como la diferencia entre la unidad y el valor de C_p .

2.10 Influencia del colchón en el cuenco de disipación

Un chorro completamente aireado y desintegrado será más beneficioso para la estabilidad del cuenco y del lecho. Parte de la energía incidente del chorro en el punto de estancamiento será menor y por ende sus presiones. En este sentido existe especial interés en conocer la distribución de concentraciones y los mecanismos de introducción de aire en el cuenco de disipación, así como su efecto en las presiones dinámicas generadas (Federspiel 2011).

La Figura 2.43 muestra la difusión de un chorro circular dentro de un cuenco de disipación, donde se puede apreciar la gran cantidad de burbujas de aire que se desplazan, así como la expansión del chorro dentro del agua.

Figura 2.43 Difusión de un chorro en un cuenco de disipación (Chanson et al. 2004).

Para la cuantificación de la cantidad de aire que puede ingresar al cuenco por efecto de un chorro incidente, Ervine (1976) propone una relación lineal entre la cantidad de aire ingresada y la velocidad incidente del chorro.

$$\beta = \frac{Q_a}{Q_w} = 0.26 * K \left(\frac{b}{p} \right) \left(\frac{H}{d} \right)^{0.446} \left(1 - \frac{V_0}{V} \right) \quad (2.47)$$

donde Q_a es el caudal de aire, Q_w el caudal de agua, K un coeficiente que considera el perímetro expuesto a la atmósfera (para el caso de vertido libre $K = 1.0$), b el ancho del chorro, p el perímetro del chorro, H la altura de vertido, y d el diámetro del chorro.

Posteriormente, Bin (1984) expresa la tasa de aireación β en función del número de Froude de la siguiente manera:

$$\beta = \frac{Q_a}{Q_w} = 0.05 * Fr_j^{0.56} * \left(\frac{H}{d_j} \right)^{0.4} \quad (2.48)$$

donde Fr_j es el número de Froude en la zona de impacto, H la altura de vertido, y d_j el diámetro del chorro.

Ervine et al. (1997), basados en el trabajo previo de Ervine & Falvey (1987), proponen una ecuación para el cálculo de β donde consideran la influencia de la intensidad turbulenta en el chorro:

$$\beta = \frac{Q_a}{Q_w} = K \sqrt{\frac{H}{d_j}} \left(1 - \frac{V_i}{V_j} \right) \quad (2.49)$$

donde K es un coeficiente que considera la intensidad turbulenta, H la altura de caída del chorro, d_j el diámetro o espesor del chorro, V_i la velocidad al inicio del vertido, y V_j la velocidad en el punto de impacto.

Bollaert (2002) realiza un estudio detallado sobre diferentes formulaciones para el cálculo de la tasa de aireación en el punto de impacto de chorros y amplía el rango de velocidad hasta 35 m/s mediante el uso de datos experimentales (Fig. 2.44). Según el autor, para valores cercanos a velocidades de prototipo, el contenido de aire en el punto de incidencia podría estar entre un 40 y 60%.

Figura 2.44 Cantidad de aire que ingresa en el punto de impacto en relación a la velocidad del chorro incidente (Bollaert 2002).

A medida que aumenta la velocidad del chorro incidente, la cantidad de aire que ingresa también es mayor. La introducción de aire en el cuenco reduce las presiones medias durante el impacto pero incrementa las fluctuaciones de presión (Melo 2002).

Respecto a la difusión del chorro incidente en el cuenco de disipación, Ervine & Falvey (1987) analizan el comportamiento en la difusión del chorro dentro del cuenco, determinando ángulos de expansión exterior y de reducción del núcleo. El ángulo interno de difusión α_1 , es decir, la reducción del núcleo interno no aireado, está entre 4° y 8° . Por su parte, el aumento del ancho del chorro determinado por α_2 se encuentra entre valores de 6° y 14° .

Inicialmente el chorro incidente deberá abrirse paso por la masa de agua en reposo; posteriormente grandes cantidades de aire afectan el estado inicial, provocando una alta turbulencia en el cuenco y un proceso de disipación de energía dentro del mismo. La Figura 2.45 muestra un esquema de la difusión del chorro dentro del cuenco. La zona de estabilización es el calado necesario en el cuenco de disipación para que el núcleo del chorro desaparezca totalmente. Una vez superada, la velocidad del chorro incidente tiende a reducirse en toda la sección.

Figura 2.45 Esquema de un chorro incidente en un cuenco de disipación (Ervine & Falvey 1987).

La concentración incidente del chorro influye en el ángulo de difusión en el cuenco según la Tabla 2.2.

Tabla 2.2 Relación entre los ángulos de difusión α_2/α_1 y la concentración de aire en el punto de incidencia (Ervine & Falvey 1987).

Concentración de aire (%) en el punto de ingreso al cuenco	α_2/α_1
0	1.333
2	1.37
20	1.50
40	1.72
50	1.88

Castillo (2007) y Castillo et al. (2015) definen que existe un colchón efectivo cuando la altura del colchón de agua Y es mayor a 5.5 veces el ancho del chorro incidente B_j , obteniéndose los siguientes tipos de registros de presión en el punto de estancamiento del cuenco de disipación (Fig. 2.46).

Figura 2.46 Esquema de presiones en el punto de estancamiento de un chorro incidente desarrollado ($H/L_b \geq 1.0$) y no desarrollado ($H/L_b < 1.0$) para el caso de colchón no efectivo $Y > 5.5B_j$ (Castillo 2007; Castillo et al. 2015).

Para el caso de colchón efectivo, los autores consideran ocho agrupamientos en función de H/L_b mediante la siguiente expresión:

$$C_p = \frac{H_m - Y}{V_j^2 / 2g} = ae^{-b(Y/B_j)} \quad (2.50)$$

donde a y b son parámetros que dependen de la relación H/L_b , detallados en la Tabla 2.3 junto sus respectivos coeficientes de correlación R^2 .

Tabla 2.3 Valores de a y b en la ecuación 2.50 para diferentes H/L_b (Carrillo 2014).

H/L_b	a	b	R^2
≤ 0.85	2.50	0.20	0.93
0.90-1.00	1.70	0.18	0.70
1.00-1.10	1.35	0.18	0.85
1.10-1.20	1.05	0.18	0.95
1.20-1.30	0.88	0.18	0.85
1.30-1.40	0.39	0.15	0.76
1.40-1.60	0.27	0.14	0.68
≥ 1.60	0.14	0.12	0.56

Considerando que C_p depende de la relación H/L_b , la Figura 2.47 recoge los coeficientes de presión dinámica media planteados por diferentes autores para distintas formas de chorro (circulares y rectangulares), y relaciones de colchón adimensional Y/B_j .

Figura 2.47 Coeficientes de presión dinámica media en el punto de estancamiento para diferentes chorros, caso $Y \leq 5.5B_j$ (Carrillo 2014; Castillo et al. 2015).

Adicional al proceso de entrada de aire, difusión del chorro en el cuenco, y sobrepresiones en la solera, la interacción del chorro incidente con el fondo del cuenco puede venir acompañada de procesos de socavación al pie de la presa. La socavación es un proceso altamente dinámico gobernado por la interacción de tres principales fases: agua, aire y roca. Esta interacción está acompañada por fenómenos de presión dentro de las fisuras de la roca (Bollaert & Schleiss 2003), convirtiendo este proceso en un fenómeno físico-mecánico (Federspiel 2011). El proceso físico-mecánico (Fig. 2.48) de un chorro aireado y su interacción con el cuenco está determinado por los siguientes fenómenos (Bollaert 2002; Manso 2006; Federspiel 2011):

1. Aireación del chorro en el punto de impacto.
2. Macro-turbulencia en el cuenco de disipación.
3. Fluctuación de presiones en la solera.
4. Fractura hidrodinámica de la roca.
5. Elevación hidrodinámica.
6. Transporte aguas abajo de la presa.

Figura 2.48 Proceso físico-mecánico en la formación de cuencos de socavación (Bollaert 2002).

Existen diferentes casos documentados (Bollaert & Lesleighter 2014) donde la alta capacidad incidente del chorro ha provocado considerables daños en el cuenco de socavación y en la estabilidad de la presa debido a las altas socavaciones del chorro. Por ejemplo: en las presas de Borumba, Copeton, y Julius ubicadas en Australia o en la Presa de Kariba ubicada entre Zambia y Zimbabue. Por esta razón, es importante caracterizar de manera adecuada la lámina vertiente, su interacción con la atmósfera, y con el cuenco de disipación a fin de asegurar la estabilidad de la cimentación de la presa, el cuenco y los taludes circundantes.

Capítulo 3

Metodología

3.1 Instalación experimental

El Laboratorio de Hidráulica se encuentra ubicado en el Edificio de Laboratorios de Investigación (ELDI) de la Universidad Politécnica de Cartagena (UPCT) España.

La instalación experimental fue diseñada para el estudio de chorros turbulentos de vertido libre a fin de analizar fenómenos de aireación en la lámina libre, presiones y disipación de energía en cuencos de disipación al pie de presa. La infraestructura es similar a la utilizada en estudios previos (Carrillo 2014), aumentando el rango de medición. El sistema de bombeo y de recirculación proporciona un rango de caudales entre $0 \text{ m}^3/\text{s} < Q < 0.25 \text{ m}^3/\text{s}$. El control de caudal se realiza mediante un medidor electromagnético de flujo Endress+Hauser, con una precisión de $\pm 0.5\%$ instalado en la tubería de alimentación (diámetro = 200 mm) antes del ingreso al depósito elevado.

En la Figura 3.1 se puede ver el sistema que controla el funcionamiento de las tres bombas disponibles en el laboratorio y el panel de lectura del caudalímetro en la tubería que alimenta el depósito elevado.

Figura 3.1 Caudalímetro y sistema eléctrico-electrónico del sistema de bombeo.

La instalación experimental consta un depósito elevado de ingreso, cuyo mecanismo móvil permite variar la altura de descarga entre $1.85 \text{ m} < H < 3.50 \text{ m}$. El canal de ingreso tiene un ancho de 1.05 m y una longitud total de 4.50 m (Figura 3.2). Dentro del canal se disponen distintos elementos para reducir la turbulencia a la salida de la tubería que constan de una pantalla de impacto, un canal tipo laberinto, dos pantallas de grava y una pantalla de elementos hexagonales tipo “panal de abeja” de tamaño de paso de 0.02 m , los cuales uniformizan el flujo, disipan la energía, y reducen la velocidad de aproximación. Al final del canal se encuentra un vertedero rectangular de cresta delgada de 0.33 m de altura y 1.05 m de ancho sin contracciones.

Figura 3.2 Tanque elevado de ingreso y elementos para uniformización del flujo.

Después del vertedero rectangular, dos paredes transparentes conectan el cajón elevado con el cuenco de disipación para confinar el chorro plano durante su caída. El agua cae a un cuenco de disipación de energía de 1.05 m de ancho, 3.0 m de longitud y 1.60 m de altura, construido en metacrilato transparente de 20 mm de espesor, con elementos rigidizadores de acero en la parte exterior y en la base del cuenco.

Debido a la altura variable en que se deben realizar las mediciones, se ha diseñado un sistema de andamios exterior al cuenco de disipación, e independiente al mismo, que permite analizar toda la altura de caída del chorro, donde se localizan los soportes de la instrumentación (Figura 3.3).

Figura 3.3 Perfil longitudinal de la instalación experimental.

En la figura 3.4 se puede apreciar la instalación experimental utilizada en esta Tesis Doctoral.

Figura 3.4 Instalación experimental para el estudio de chorros turbulentos.

Mecanismo de giro y desplazamiento de las sondas

Para el desplazamiento de la sonda se ha diseñado y construido un mecanismo de giro de 180 grados (tolerancia $\pm 1^\circ$) en acero inoxidable A-304 L/F de 3 mm de espesor. El mecanismo va sujeto a un tubo vertical de acero galvanizado de 40 x 40 mm, fijo en los extremos. El desplazamiento perpendicular de la sonda al chorro se mide mediante una regla graduada (tolerancia ± 0.5 mm). Este mecanismo permite posicionar las sondas a

cualquier altura del chorro de forma perpendicular a la superficie libre. La Figura 3.5 muestra el soporte de la sonda y el esquema de posicionamiento respecto al chorro.

Figura 3.5 Detalle del soporte de la instrumentación y esquema de disposición de forma perpendicular al chorro.

3.2 Instrumentación

3.2.1 Tubo Pitot-Prandtl

El tubo Pitot-Prandtl es un instrumento de medida muy utilizado para medir la velocidad media del flujo a través de la diferencia de presión entre el punto de estancamiento, situado en el extremo aguas arriba del tubo, y la presión estática, medida por un anillo de orificios perpendiculares a las líneas de corriente situado varios diámetros aguas abajo de la punta. El tubo Pitot-Prandtl tiene un diámetro del conducto de presión dinámica de 2.3 mm y un diámetro externo de 12 mm (Figura 3.6).

Figura 3.6 Tubo Pitot-Prandtl.

Siguiendo a Matos et al. (2002), se ha empleado un sistema de back-flushing para evitar la introducción de aire en el sistema neumático cerrado que forma el tubo Pitot-Prandtl. Este sistema posee un depósito elevado con nivel constante de agua que se conecta a los conductos del sistema de presión dinámica y estática. El caudal del sistema back-flushing se limita a un valor cercano a cero mediante válvulas de aguja independientes para reducir las perturbaciones de las medidas de velocidad.

Para obtener la velocidad media del flujo bifásico se emplea la expresión propuesta por Wood (1983), la cual se detalla a continuación:

$$V = \sqrt{\frac{2g\Delta P}{\rho_w(1-\lambda C)}} \quad (3.1)$$

donde V es la velocidad media, g la aceleración de la gravedad, ΔP la diferencia de presión entre los valores promedio de la carga de presión total y la carga de presión estática, ρ_w la densidad del agua, C la fracción de vacío local, y λ un coeficiente que considera el comportamiento no homogéneo del flujo bifásico agua-aire en el punto de estancamiento del tubo Pitot.

La Figura 3.7 muestra un análisis del coeficiente λ en función de la fracción de vacío. En general se puede concluir que los datos tienden a un valor constante en torno a 1. Los valores que se alejan de esta condición son debidos a que el sistema back-flushing del tubo Pitot puede afectar a la medición si el caudal del back-flushing es importante (Frizell et al 1994, Frizell 1996). Por esta condición se recomienda limitar el caudal de back-flushing a casi cero (Matos et al. 2002). Además, si se considera la condición de un flujo agua-aire homogéneo, este coeficiente debe ser igual $\lambda = 1.0$ (Chamani & Rajaratnam 1999; Matos et al. 2002).

Figura 3.7 Coeficiente λ para el tubo Pitot-Prandtl en flujo bifásicos agua aire (Matos & Frizell 2000).

3.2.2 Sonda de conductividad

3.2.2.1 Introducción

Un flujo bifásico agua-aire posee propiedades diferentes a un fluido monofásico. Por este motivo la instrumentación utilizada (por ejemplo: tubo de Pitot, sensores de ultrasonido, etc.) puede verse afectada por las burbujas de aire. Cuando la fracción de vacío C excede valores del 5 al 10%, las mediciones con instrumentación basada en ultrasonido pueden verse fuertemente afectadas. En estos casos, es preferible el uso de equipos de detección de cambio de fase como las sondas de fibra óptica y las sondas de conductividad/resistividad (Chanson 2004).

Las sondas de conductividad son equipos ampliamente utilizados para la caracterización de flujos turbulentos aireados. En las últimas décadas las sondas de conductividad han sido ampliamente utilizadas en distintos estudios hidráulicos, como por ejemplo: resaltos hidráulicos (Chanson 2006; Murzyn & Chanson 2007; Wang 2014), rápidas con perfil escalonado (Frizell et al. 1994; Matos et al. 2002; Toombes 2002; Felder 2013; Felder & Pfister 2017), chorros planos turbulentos (Chanson 1993; Brattberg 1998; Bertola 2017; Wang 2018), entre otros.

Recientemente, se han producido avances en las metodologías para el procesamiento de las señales y obtención de los parámetros agua-aire (Krammer & Valero 2019; Krammer et al. 2020; Hohermuth et al. 2021).

3.2.2.2 Diseño del circuito y la sonda de conductividad de la UPCT

El equipo de la sonda de conductividad/resistividad fue diseñado y construido durante el desarrollo de esta Tesis Doctoral en el Laboratorio de Hidráulica de la UPCT para medir las propiedades bifásicas agua-aire en chorros turbulentos, siguiendo los diseños empleados en diferentes investigaciones (Chanson 1997; Chanson 2004; Matos et al. 2002, Toombes 2002).

La sonda esta alimentada por una señal eléctrica cuadrada de frecuencia de 1 kHz a +5 voltios. La adquisición de datos se realiza con una tarjeta DATAQ INSTRUMENTS de ocho canales a una frecuencia de 20 kHz. La punta de la sonda incorpora un electrodo de platino (Pt) de diámetro $\varnothing = 0.25$ mm, para minimizar la corrosión y deterioro de la punta. Para darle rigidez y aislamiento al cable de platino se ha utilizado un tubo externo de acero inoxidable de 0.8 mm. El espacio entre el cable de platino, y el tubo de acero inoxidable está relleno con una resina de epoxi aislante de alta resistencia. El cuerpo exterior de la sonda es un tubo de aluminio (Al) de diámetro $\varnothing = 10.0$ mm, que a su vez funciona como segundo electrodo y sirve para cerrar el circuito eléctrico. El detalle de la

sonda de conductividad se puede observar en la Figura 3.8a. A simple vista, la sonda de conductividad tiene la forma y geometría de un tubo Pitot clásico. Su forma aerodinámica y dimensiones busca reducir las perturbaciones del flujo, y a su vez tener la rigidez necesaria para soportar el rango de velocidades de flujo y vibraciones en el rango analizado ($1.0 \text{ m/s} < V < 6.5 \text{ m/s}$). La Figura 3.8b muestra la sonda de conductividad ubicada en el chorro rectangular de vertido libre.

a)

b)

Figura 3.8 a) Detalle de la sonda de conductividad construida en la UPCT; b) Sonda de conductividad ubicada perpendicular a la dirección de flujo en un chorro turbulento rectangular.

3.2.2.3 Principio de funcionamiento

El principio físico de las sondas de conductividad se debe a la distinta conductividad eléctrica que tiene el agua y el aire (Neal & Bankoff 1963; Herringe & Davis 1976). El agua potable tiene una conductividad eléctrica de $5 \text{ m}\Omega/\text{m}$ mientras, que en el aire es casi nula (Chiva 2015). Como resultado de la alta resistencia del aire, cada vez que una burbuja de aire toca el electrodo de la sonda, el voltaje cambia inmediatamente, permitiendo identificar el cambio de fase en la señal analógica o bruta (raw signal). De este modo, la sonda de conductividad puede ser empleada en la detección de: burbujas de aire en un flujo de agua, gotas de agua dispersas en la atmósfera, y/o ondulaciones o perturbaciones en la superficie libre, tal como se puede apreciar en la Figura 3.9.

Figura 3.9 Interfaces de agua-aire para flujo bifásico (adaptado de Toombes 2002).

La Figura 3.10 muestra un esquema del cambio de fase producto de la presencia de burbujas en el flujo, el cual es detectado por la sonda de conductividad como un cambio en la tensión del circuito.

Figura 3.10 Cambio de voltaje en la señal por la presencia de burbujas (Ortega et al. 2019).

3.2.2.4 Transformación de la señal bruta

Una vez registrada la señal bruta de la sonda de conductividad por la tarjeta de adquisición de datos, la señal original o señal analógica se transforma en una señal cuadrada mediante el criterio de *umbral de corte simple* (simple threshold criteria) (Figura 3.11) para facilitar el análisis de la señal. Este tipo de umbral de corte simple ha sido ampliamente utilizado por diversos investigadores (por ejemplo: Herringe & Davis 1974; Toombes 2002; Chanson & Felder 2010; Felder 2013), proponiendo valores de umbral de corte adecuados entre el 40% y 60% del rango de voltaje.

Figura 3.11 Método del umbral simple de corte en una señal analógica para el análisis de flujo bifásicos agua-aire (Toombes 2002).

En el presente estudio se ha fijado el umbral de corte en el 50% del voltaje. Para el procesamiento y análisis de las señales obtenidas se realizó un código en MATLAB R2017a, que permite analizar las señales brutas, transformarlas a señales binarias, visualizar las señales, y obtener diferentes propiedades de flujo bifásico agua-aire tales como: fracción de vacío C , frecuencia de interferencia F , número de burbujas N_b , longitudes de cuerda C_h , diámetro medio de las burbujas D_m , y espectro de energía de la señal de cambio de fase. En la Figura 3.12 se muestra la ventana de resultados del código escrito para el procesamiento de propiedades agua-aire en chorros rectangulares de vertido libre. En el Anexo 1 se incluye el código empleado.

Figura 3.12 Ventana de resultados del código escrito en MATLAB R2017a.

3.2.2.5 Parámetros analizados con la sonda de conductividad

Fracción media de vacío

La fracción media de vacío C de la señal binaria, también denominada tiempo-promedio de concentración de aire (Felder 2013), se define como la suma del tiempo que el sensor de la sonda está en aire $\sum t_i$ sobre el tiempo total de muestreo t :

$$C = \frac{\sum_{i=1}^t t_i}{t} \quad (3.2)$$

La fracción de vacío toma valores entre $0 \leq C \leq 1$, siendo $C = 0$ un flujo de agua sin presencia de aire, y $C = 1$ un flujo de aire sin presencia de agua.

Frecuencia de cambio de fase

La frecuencia de cambio de fase F , o frecuencia de detección de burbujas, se define como el número de veces que el sensor de la sonda detecta un cambio de fase agua-aire por segundo (o viceversa). F es un parámetro estadístico y puede ser considerado como un buen indicador de la presencia de aire en un flujo bifásico (André et al. 2005).

Diámetro medio de las burbujas de Sauter

En un flujo bifásico agua-aire están presentes burbujas de aire con tamaños y formas distintas. Diversos estudios han observado que la forma de la burbuja está relacionada con el tamaño de ésta (Harmathy, 1960). Para burbujas pequeñas ($\phi_b < 1.5$ mm), la tensión superficial tiene un mayor efecto, y predomina la forma de burbujas esférica. Para burbujas grandes ($\phi_b > 1.5$ mm), la forma tiende a ser un elipsoide, pero con una gran similitud entre sí.

Considerando la hipótesis de que el cambio de fase detectado por la sonda de conductividad puede ser simplificado a una forma esférica e igualmente distribuida, el diámetro medio de burbuja esférica o diámetro medio de Sauter D_{sm} (Clift et al. 1978) puede ser determinado como:

$$D_{sm} = \frac{3 C V}{2 F} \quad (3.3)$$

donde C es la fracción de vacío local, V la velocidad media del flujo considerando que las burbujas de aire poseen la misma velocidad del flujo, y F la frecuencia de cambio de fase.

Distribución de longitudes de cuerda

El equipo de conductividad detecta las interfaces agua-aire que pasan por el sensor de la sonda. Asumiendo la hipótesis de que las burbujas de aire son esféricas, la probabilidad de que el sensor impacte exactamente en el centro de la burbuja, y así medir su diámetro, es mínima. Por este motivo, el flujo agua-aire se estudia como un análisis unidimensional (longitud) de los elementos de aire que son registrados por la sonda para determinar la estructura de aire (Toombes 2002). La Figura 3.13 indica las longitudes de cuerda de aire y agua en un flujo bifásico en el eje de la sonda en función de distintos tipos de flujo agua-aire analizados.

Figura 3.13 Longitudes de cuerda de aire y agua para flujo bifásico (adaptado de Toombes 2002).

Por si sola, la distribución de fracciones de vacío puede no representar adecuadamente la estructura de las interfaces agua-aire en un flujo bifásico, ni las interacciones entre las burbujas atrapadas (Chanson & Carosi 2007). Profundizando en el procesamiento de las señales se puede obtener información adicional de las características del flujo agua-aire a través de la longitud de cuerda C_h que representa la variación de los tamaños de longitudes característicos de las burbujas de aire o de las gotas de agua (Toombes 2002). El tiempo que dura cada cambio de fase agua/aire es un parámetro que se puede obtener de las señales de la sonda de conductividad denominado tiempo de cuerda t_{ch} . Por lo tanto, la longitud de cuerda de burbujas de agua C_h puede ser calculada con la siguiente expresión:

$$C_h = V t_{ch} \quad (3.4)$$

donde V es la velocidad media del flujo.

C_h puede ser expresado como una Función de Densidad de Probabilidad (*PDF* por sus siglas en inglés) en forma de una frecuencia de histogramas que representa la variación

de los tamaños de longitud de cuerda de las burbujas de aire (Toombes 2002; Chanson & Carosi 2007; Felder 2015). Dicha variación en tamaños de C_h puede ser representada también como una Función de Distribución Acumulada (CDF por sus siglas en inglés). Empleando esas representaciones, diferentes autores por ejemplo (Toombes 2002; Felder & Chanson 2009; Felder 2013) consideran que la distribución de tamaños de cuerda de las burbujas tiende a seguir una distribución Log-normal. Para el caso de aliviaderos escalonados la distribución Log-normal tiene su moda entre 0.5 y 3.0 mm. En la Figura 3.14 se muestra un gráfico característico de longitudes de cuerda obtenido en rápidas con perfil escalonado, representado como una función de densidad de probabilidad (Felder 2013).

Figura 3.14 Longitudes de cuerda C_h representados como una función de probabilidad *PDF* en rápidas con perfil escalonado (Felder 2013).

Intensidad turbulenta del cambio de fase

Estudios experimentales previos en aliviaderos con perfil escalonado (Chanson & Toombes 2002; Felder 2013) han determinado la relación entre la intensidad turbulenta de la señal de cambio de fase T_u y la frecuencia de detección F . La intensidad turbulenta asociada al cambio de fase T_u se puede calcular de la siguiente forma (Felder 2013):

$$T_u = 0.25 + 0.193 \left(\frac{F \cdot d_c}{V_c} \right)^{0.539} \quad (3.5)$$

donde $d_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$ es el calado crítico, y $V_c = \sqrt[3]{qg}$ la velocidad crítica del flujo.

La Figura 3.15 muestra la relación entre T_u con y/Y_{90} obtenidos en rápidas con perfil escalonado para distintas configuraciones de escalón (Felder 2013), siendo y la distancia en dirección normal al pseudo-fondo de la rápida escalonada e Y_{90} el calado característico con una fracción de vacío $C = 0.90$.

Figura 3.15 Intensidad turbulenta T_u en función de y/Y_{90} obtenida en rápidas con perfil escalonado (Felder 2013).

Análisis espectral asociado a la señal del cambio de fase

La frecuencia de las señales obtenidas con la sonda de conductividad asociada a la señal de cambio de fase permite obtener la *densidad del espectro de energía* (PSD por sus siglas en inglés). Este análisis se puede realizar aplicando la Transformada rápida de Fourier (FFT por sus siglas en inglés) a la señal cuadrada obtenida del registro de la sonda de conductividad.

La transformada rápida de Fourier (FFT) es un algoritmo de alta eficiencia que permite calcular la transformada de Fourier discreta (DFT), definida como:

$$X(u) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{\frac{-2\pi i}{N} un}, \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (3.6)$$

donde $x(n)$ es el conjunto de datos original, $x(u)$ la transformada de $x(n)$ (conjunto de números complejos), N el número de elementos, y U la variable en el dominio de frecuencia.

Este análisis ha sido previamente aplicado en flujos bifásicos de aliviaderos con perfil escalonado (Felder 2013) y en resaltos hidráulicos (Wang 2014). La Figura 3.16 indica los espectros de energía de la señal y sus frecuencias características obtenidas en dichos estudios previos, donde a cada señal se le ha aplicado un filtro de ventana móvil de 10 y 20, respectivamente.

Figura 3.16 Densidad espectral de energía (*PSD*) en función de las frecuencias características: a) aliviadero escalonado, $V = 1.55$ m/s, escalón: 21 (Felder 2013); b) resalto hidráulico, $Q = 0.0347$ m³/s, $Fr = 7.5$, $Re = 6.6 \times 10^4$ (Wang 2014).

3.2.2.6 Frecuencia de muestreo

La frecuencia de muestreo es un parámetro fundamental para que las señales representen fielmente el paso de los diferentes tamaños de las burbujas de aire, y por ende que la cantidad de burbujas no sea subestimada. Considerando la velocidad del flujo

y el tamaño del sensor de la sonda, la frecuencia de muestreo indica el tamaño mínimo de burbuja que se puede medir.

Felder (2013) y Felder & Chanson (2015) analizan el efecto de la frecuencia de muestreo entre 1 y 40 kHz. Los resultados obtenidos muestran que la fracción de vacío detectada varió ligeramente para diferentes frecuencias de muestreo. Sin embargo, la frecuencia de cambio de fase y el número de burbujas cambiaba significativamente cuando se incrementa la frecuencia.

Los autores sugieren que los mejores resultados se encuentran para frecuencias entre 10 – 20 kHz. Una frecuencia de muestreo de 40 kHz conduciría a resultados casi similares, pero con una mayor cantidad de datos para grabar y procesar.

3.2.2.7 Tiempo de muestreo

El tiempo de muestreo necesario en un ensayo ha sido analizado por diversos autores. Chanson (2007) determinó que la fracción de vacío, la frecuencia de cambio de fase y el número de burbujas no se ven afectados para tiempos de muestreo entre 30 y 40 s. Felder & Chanson (2015) analizaron este efecto para tiempos de muestreo entre 1 y 180 s y obtuvieron que para tiempos mayores a 45 s los resultados de fracción de vacío y frecuencia de cambio de fase muestran mínimos cambios. Krammer et al. (2020) sugieren que será necesario un tiempo de muestreo de al menos 45 s para obtener mediciones precisas.

El equilibrio entre el tiempo total de muestreo y la frecuencia de muestreo es vital para que la sonda de conductividad registre adecuadamente el cambio de fase agua-aire en el flujo y que su procesamiento sea eficiente, los cuales dependen del fenómeno físico a analizar. Así, para el caso de vertederos lisos y chorros turbulentos, Felder & Chanson (2015) determinan que una frecuencia de 20 kHz y un tiempo de muestreo de 45 s son óptimos y dan certeza en los resultados.

En esta Tesis se realizó un análisis de la variación de la fracción de vacío C respecto al tiempo de muestreo t empleando una frecuencia de detección de 20 kHz. Para tiempos mayores a 40 s, el valor de C se tiende a estabilizar, con incertidumbres de $\pm 1\%$ (Figura 3.17).

Figura 3.17 Variación de la fracción de vacío C respecto al tiempo de muestreo.

La Figura 3.18 muestra el análisis del número de burbujas acumulado respecto al tiempo de muestreo. Se puede observar una tendencia lineal de crecimiento sin cambios ni saltos bruscos en el conteo acumulado. En este sentido, se puede considerar que la sonda de conductividad está captando de manera prácticamente lineal la frecuencia de detección de las burbujas a lo largo del tiempo de duración del experimento.

Figura 3.18 Número de burbujas acumulado para $C \approx 0.88$ y $C \approx 0.33$.

Considerando los estudios previos recopilados de la bibliografía, y tras diversos ensayos previos en el modelo experimental empleado en esta tesis, se ha determinado una frecuencia de muestreo de 20 kHz y un tiempo de 45 s para el análisis de chorros rectangulares en vertido libre. Esta configuración da un total de 900,000 datos por cada punto de muestreo que se analiza. Dicho tiempo registrado cumple las sugerencias dadas por Felder & Chanson (2015) y Krammer et al. (2020).

3.3 Validación del equipo de conductividad empleado

Para evaluar el comportamiento de la sonda de conductividad diseñada y construida en la UPCT, y validar sus resultados, se han realizado dos estudios experimentales con fenómenos físicos distintos.

- El primer estudio corresponde a la comparación de los resultados de la sonda de conductividad empleada con una sonda comercial de fibra óptica (casa comercial RBI-Instrumentation). Este estudio se realizó en un resalto hidráulico no desarrollado generado en el canal hidrodinámico del Laboratorio de Hidráulica de la UPCT.
- El segundo estudio corresponde al análisis de la sonda de conductividad en una instalación experimental diseñada para la calibración de equipos de flujos bifásicos. La instalación registra los caudales de aire y agua mediante caudalímetros de aire y agua, lo que permite conocer la fracción de vacío del banco de calibración para validar los valores de C obtenidos con la sonda de conductividad.

Estos análisis fueron fundamentales para validar el funcionamiento de la sonda de conductividad, y aumentar la fiabilidad de los resultados obtenidos en el desarrollo de la Tesis Doctoral.

3.3.1 Análisis del funcionamiento de la sonda en un resalto hidráulico

3.3.1.1 Descripción de los ensayos

Con la finalidad de evaluar el diseño y funcionamiento de la sonda de conductividad, en una primera etapa se realizó un estudio experimental de un resalto hidráulico no desarrollado, comparando los resultados con un equipo comercial de fibra óptica. La campaña experimental se llevó a cabo en el canal hidrodinámico del Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Politécnica de Cartagena.

Para la sonda de conductividad de la UPCT se consideró una punta de platino de $\phi = 0.25$ mm, obteniendo los datos a una frecuencia de muestreo de 20 kHz durante 45 s, registrándose un total de 900,000 datos por punto muestreado.

La sonda de fibra óptica es un equipo comercial de la casa francesa RBI-Instrumentation. A través de la fibra óptica se transmite un haz de luz infrarroja hacia las puntas, finalizadas en un prisma de Descartes. Teniendo en cuenta que la difracción del agua es diferente a la registrada en el aire, se utiliza un fotodiodo para convertir la señal luminosa recibida en voltaje, y así identificar la presencia de cambios de fase en el flujo. El procesamiento de la señal para obtener una señal binaria se realiza mediante un filtrado con dos umbrales. La Figura 3.19 muestra el equipo de fibra óptica y la transformación de la señal analógica a señal digital.

Figura 3.19 Equipo de fibra óptica y conversión de la señal del equipo de fibra óptica (Carrillo 2014).

El canal hidrodinámico empleado es de sección rectangular con un ancho 0.31 m. Una compuerta plana con apertura $a = 0.02$ m fue utilizada como sección de control para

formar el resalto hidráulico no desarrollado con el canal horizontal. La Figura 3.20 muestra un esquema del resalto hidráulico ensayado en laboratorio.

Figura 3.20 Esquema del resalto hidráulico: a) Vista lateral; b) Vista en planta.

En la Tabla 3.1 se indican las condiciones experimentales del ensayo, cuyas características fueron seleccionadas para evitar posibles efectos de escala ($Re > 5 \cdot 10^4$ según Chanson & Chachereau, 2013) y poder comparar con mediciones realizadas por otros autores.

Tabla 3.1 Características hidráulicas del resalto hidráulico no desarrollado ensayado.

q	V_1	F_r	Re	Y_1	Y_2	L_r
(m ³ /s/m)	(m/s)	(-)	(-)	(m)	(m)	(m)
0.035	2.88	7.6	$7.65 \cdot 10^4$	0.012	0.126	0.87

siendo q el caudal específico, V_1 la velocidad media al pie del resalto, F_r el número de Froude al pie del resalto, Re número de Reynolds al inicio del resalto, Y_1 el calado contraído en régimen supercrítico, Y_2 el calado conjugado en régimen subcrítico, y L_r la longitud del resalto hidráulico.

La longitud L_r fue dividida en 10 secciones equidistantes entre sí. La instrumentación fue posicionada en el eje del canal hidrodinámico mediante un soporte mecánico desplazable, y se obtuvieron medidas en la vertical cada $\Delta Y = 0.005$ m. En la Figura 3.21 se muestran las secciones analizadas en el resalto hidráulico, mientras que en la Tabla 3.2 se indican las distancias de cada sección al pie del resalto.

Figura 3.21 Resalto hidráulico utilizado para la comparación de las sondas.

Tabla 3.2 Distancia desde el inicio del resalto a la sección transversal analizada en el resalto hidráulico no desarrollado.

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}
X (m)	0.087	0.174	0.261	0.348	0.435	0.522	0.609	0.696	0.783	0.870

3.3.1.2 Distribución de fracciones de vacío

El ingreso de aire y el cambio de régimen de un resalto hidráulico generan un flujo altamente turbulento y aireado, con oscilaciones en la superficie libre y disipación de energía. La Figura 3.22 muestra la evolución en la distribución de las fracciones de vacío C en toda la longitud del resalto medida con las sondas de conductividad y de fibra óptica. En general, los datos experimentales obtenidos con ambas sondas muestran ser similares en toda la longitud del resalto hidráulico, pese a tratarse de un flujo caracterizado por la alta inestabilidad y turbulencia. En las primeras secciones transversales (P_1 a P_3) las fracciones de vacío medidas en la región turbulenta del resalto hidráulico, situada en la parte intermedia de la columna de agua, son del orden de 0.10; posteriormente este valor va disminuyendo conforme aumenta la distancia al inicio del resalto (P_4 a P_{10}). Cerca de la lámina libre, las fracciones de vacío tienden a valores de 1 (sólo aire).

Figura 3.22 Perfiles de fracción de vacío C en función de la altura adimensional Y/Y_1 ,

para $q = 0.035 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$, $F_r = 7.6$, $R_e = 7.65 \times 10^4$, $V_l = 2.88 \text{ m/s}$.

Figura 3.22 (Cont.) Perfiles de fracción de vacío C en función de la altura adimensional

Y/Y_1 , para $q = 0.035 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$, $F_r = 7.6$, $R_e = 7.65 \times 10^4$, $V_1 = 2.88 \text{ m/s}$.

La Figura 3.23 muestra la comparación de los resultados de C obtenidos con ambas sondas con máximas diferencias de $\pm 5\%$. Las mayores diferencias se encuentran en puntos de secciones cercanas al pie del resalto, correspondientes a la región de recirculación, y a puntos cercanos a la superficie libre producto de las oscilaciones de la lámina libre en el resalto hidráulico.

Figura 3.23 Análisis comparativo de fracciones de vacío C obtenidas con las sondas de

conductividad y de fibra óptica. Caso $q = 0.035 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$, $F_r = 7.6$, $R_e = 7.65 \cdot 10^4$,

$V_1 = 2.88 \text{ m/s}$.

Los datos obtenidos con las sonda de conductividad y de fibra óptica también fueron comparados con estudios experimentales obtenidos con similar número de Froude ($F_r = 7.6$) en resaltos hidráulicos desarrollados situados a una distancia de 0.75 m desde la

compuerta (Murzyn & Chanson 2007; Wang et al. 2014). En general, los datos muestran una concordancia en el perfil de distribución de fracciones de vacío C , salvo ligeras diferencias en la región turbulenta del resalto (Figura 3.24). Los datos del resalto hidráulico desarrollado indican un ligero aumento de C respecto al resalto no desarrollado. Este efecto puede estar relacionado con un mayor desarrollo de la capa límite antes de la formación del resalto, incorporando una cantidad extra de aire en las primeras secciones.

Figura 3.24 Comparación de perfiles de distribución de C en función de Y/Y_1 con las mediciones de otros autores en dos secciones transversales: a) P2, $x = 0.174$ m; b) P4, $x = 0.348$ m. Nota: Datos de Murzyn & Chanson (2007) y Wang et al. (2014) obtenidos por digitalización.

3.3.1.3 Oscilación de la superficie libre

El resalto hidráulico es un fenómeno caracterizado por la oscilación de la lámina libre en la zona de recirculación (Wang 2014). La evolución de la superficie libre del resalto se puede analizar considerando los calados asociados a diferentes fracciones de vacío C (por ejemplo: 0.5 y 0.9). La Fig. 3.25 muestra el comportamiento de la lámina libre respecto a la distancia adimensional X/L_r teniendo en cuenta distintos valores de fracciones de vacío medidos con las sondas de conductividad y de fibra óptica. En

general, los resultados obtenidos con ambas instrumentaciones son similares, con errores máximos absolutos del calado entre 1.0 y 7.0 mm y errores relativos entre el 1.5 y 5.6 %. Teniendo en cuenta que el fenómeno es oscilatorio, con grandes perturbaciones e inestabilidades, se considera que la sonda de conductividad obtiene resultados similares a los medidos con el equipo comercial.

Figura 3.25 Evolución de la lámina libre en un resalto hidráulico no desarrollado, para:

$$q = 0.035 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}, F_r = 7.6, R_e = 7.65 \cdot 10^4, V = 2.88 \text{ m/s}.$$

3.3.1.4 Conclusiones de la comparación en el resalto hidráulico

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos por la sonda de conductividad frente a los registrados por el equipo comercial de fibra óptica, se ha considerado que ambos equipos permiten la caracterización de la fracción de vacío local con una precisión similar. Teniendo en cuenta la conocida fragilidad de los equipos de fibra óptica, en la presente Tesis Doctoral se decidió trabajar con el equipo de conductividad para caracterizar el flujo agua-aire en el chorro rectangular de vertido libre.

3.3.2 Banco de calibración de equipos de flujos bifásicos

3.3.2.1 Descripción de la instalación

En el Laboratorio de Hidráulica de la Universidad Politécnica de Cartagena se ha diseñado y construido una instalación experimental para la calibración de equipos de medición de flujo bifásicos. Esta instalación permite generar una mezcla agua-aire controlando los valores del caudal de agua Q_w y aire Q_a , para generar diferentes valores de concentración del flujo bifásico. De este modo, se pueden comparar los valores registrados por las sondas.

La instalación cuenta con dos entradas independientes que proporcionan caudales de agua y aire de manera controlada y constante. El caudalímetro electromagnético de agua es un equipo de la marca YOKOGAWA, modelo AXW080-GA000AE2HL214B-1JA11/GRN/EC, de diámetro $\phi = 110$ mm y tolerancia $\pm 0.5\%$. El caudalímetro de aire es de marca CS Instruments GmbH & Co. KG, modelo VA520, de diámetro $\phi = 32$ mm y tolerancia $\pm 1.5\%$, y cuenta con corrección automática por la temperatura del aire (Figura 3.26).

Figura 3.26 Caudalímetros utilizados en la instalación de calibración: a) caudalímetro de agua; b) caudalímetro de aire.

Para facilitar la visualización del flujo, el tramo vertical descendente se ha construido con dos tubos de metacrilato transparente de 1.0 m de longitud y diámetro $\phi = 110$ mm, unidos por un sistema de bridas. El tramo de metacrilato transparente es lo suficientemente largo para uniformizar el flujo antes de la tobera de salida. Al inicio del tramo vertical descendente se ha instalado un difusor de aire para facilitar la mezcla de ambos fluidos. El flujo sale por una tobera de diámetro interior $\phi = 20.4$ mm, de longitud equivalente a 15 diámetros, antes de la cual se dispone de una contracción gradual para pasar de $\phi = 110$ mm a $\phi = 20.4$ mm. En la Figura 3.27 se muestra un esquema del banco de calibración construido en el laboratorio.

Figura 3.27 Banco de calibración para flujos bifásicos agua-aire.

El diseño del banco de calibración permite diferentes configuraciones. La Figura 3.28 muestra el funcionamiento del banco para distintas concentraciones: flujo exclusivamente de agua sin ingreso de caudal de aire $C = 0$, flujo con burbujas de aire con una concentración de $C = 0.103$, y flujo con alta concentración de aire $C = 0.532$.

Figura 3.28 Flujo en el banco de calibración: a) $Q_a = 0.0$ l/s, $Q_w = 2.42$ l/s, $C = 0.0$; b) $Q_a = 0.225$ l/s, $Q_w = 1.96$ l/s, $C = 0.103$; c) $Q_a = 1.015$ l/s, $Q_w = 0.89$ l/s, $C = 0.532$.

El rango de caudal de agua que proporciona la instalación está entre 0.0 y 4.80 l/s, mientras que el rango de caudal de aire varía de 0.0 hasta 1.90 l/s. De este modo, el rango de fracciones de vacío que se puede obtener oscila entre $0 < C < 0.85$, mientras que el rango de velocidades de salida del flujo está entre $4 \text{ m/s} < V < 18 \text{ m/s}$.

Para fracciones de vacío menores a 0.40 la mezcla de flujo es uniforme, mientras que para valores de $C > 0.60$ se observa un flujo de carácter pulsante. Este comportamiento del flujo agua-aire en función de la concentración está en línea de lo observado por distintos autores (Matos & Frizell 1997; Borges et al. 2010).

3.3.2.2 Análisis del funcionamiento de la sonda de conductividad

Para comprobar el funcionamiento del equipo se realizaron mediciones en el punto central del chorro, a una distancia vertical de la tobera de salida $Z = 1\phi = 20.4$ mm. En los ensayos se analizó un rango de velocidades a la salida de la tobera entre $4 < V < 18$ m/s, mientras que las concentraciones de aire ensayado cubrieron el rango entre $0.08 < C < 0.80$. En cada configuración ensayada, la concentración de aire en el banco de calibración se calculó empleando la siguiente expresión:

$$C = \frac{Q_a}{Q_T} = \frac{Q_a}{Q_a + Q_w} \quad (3.7)$$

donde Q_a es el caudal de aire, Q_w el caudal de agua, y Q_T el caudal total.

Borges et al. (2010) analizan el comportamiento de las sondas de conductividad en un banco de calibración agua-aire, evaluando los resultados obtenidos en secciones transversales del chorro. Los autores consideran que no existe difusión de aire en la dirección normal al flujo a la salida de la tobera, y que la concentración de aire en el centro de la tobera mantiene un valor constante de fracción de vacío, con independencia de la distancia radial al centro del chorro. Tras la tobera, el valor de fracción de vacío se mantiene constante en la parte central del chorro hasta que el núcleo del chorro se ve afectado por el intercambio aire-agua en la lámina libre. En este sentido, no se espera que exista arrastre de aire del chorro a la distancia analizada en esta Tesis Doctoral ($Z = 1\phi$).

La Figura 3.29 muestra los resultados de concentración de aire obtenidos con la sonda de conductividad en el punto central del chorro de la sección transversal situada a $Z = 1\phi$ de la tobera del banco de calibración. Se puede observar que para concentraciones menores a $C < 0.20$ los puntos se alejan de la tendencia lineal; donde la sonda de conductividad registra valores menores de concentración de aire que los generados por el banco de calibración. Esto puede deberse a que la sonda de conductividad podría tener

dificultad para registrar burbujas en concentraciones bajas. Este efecto se va reduciendo a medida que se aumenta la concentración de aire en el flujo.

A medida que se aumenta la concentración de aire, los puntos tienden a un comportamiento lineal pero mantienen una ligera dispersión entre ellos. Dicho comportamiento parece ser independiente de la frecuencia de muestro utilizada. Así, en las pruebas realizadas no se observan diferencias destacables en los valores de concentración registrados por la sonda de conductividad al modificar la frecuencia de registro entre 20 y 100 kHz.

Figura 3.29 Comparación entre valores de C obtenidos con la sonda de conductividad y el banco de calibración en el punto central del chorro $D_c = 0$. Nota: Datos de Frizell et al. (1994), Matos & Frizell (1997), y Borges et al. (2010) obtenidos por digitalización.

Los resultados registrados por la sonda de conductividad fabricada en la UPCT son similares a los indicados por otros autores en la bibliografía (Frizell et al. 1994; Matos & Frizell 1997; Borges et al. 2010).

Por ejemplo, Borges et al. (2010) obtienen un comportamiento lineal de la sonda para el rango entre $0.25 < C < 0.75$, mientras que para valores de $C > 0.70$ consideran que el equipo de calibración es incapaz de proporcionar un flujo homogéneo dentro del

dispositivo. Los autores sugieren que la desviación de los resultados medidos por las sondas de conductividad respecto al valor esperado puede ser debida principalmente al tamaño del sensor utilizado, puesto que la geometría del sensor define el tamaño mínimo de burbuja que puede ser detectado por la sonda. En este sentido, los estudios comparados en la Figura 3.29 fueron realizados con diferentes tamaños de sensores: $\phi = 0.20$ mm en el estudio de Frizell et al. (1994) y Matos & Frizell (1997), $\phi = 0.40$ mm en el estudio de Borges et al. (2010), y $\phi = 0.25$ mm en el presente estudio.

Borges et al. (2010) sugieren también que la dificultad en la precisión para detectar burbujas pequeñas puede deberse a la geometría de la sonda que produce un punto de estancamiento en la zona cercana al sensor de la sonda, provocando que las burbujas pequeñas de aire se alejen del sensor de la sonda. En línea a esa afirmación estudios recientes han demostrado que las interacciones entre las burbujas y la sonda conducen a una subestimación de la velocidad real de la burbuja debido a la tensión superficial (Hohermuth et al. 2021).

La Figura 3.30 muestra los resultados obtenidos en tres secciones transversales situadas a una distancia $Z = 1\phi$ para tres valores de fracción de vacío: baja ($C = 0.103$), media ($C = 0.233$), y alta ($C = 0.632$). Para cada caso se indica también la concentración fijada en el banco de calibración. El rango de velocidades de salida de los ensayos está entre 4.5 y 6.5 m/s. Los valores de C correspondientes al centro del chorro se mantienen prácticamente constantes en todos los casos, no existiendo cambios bruscos en la distribución de la fracción de vacío, salvo en la parte externa del chorro donde la interacción con el aire es mucho más fuerte, tal y como apuntan Borges et al. (2010).

Para $C = 0.103$ (Fig. 3.30a) la diferencia entre la concentración obtenida con la sonda de conductividad en el centro del chorro y el valor fijado en la instalación experimental es de un 5% del rango de medida. Este resultado confirma la dificultad de la sonda de conductividad para detectar burbujas de aire en situaciones de bajas fracciones de vacío,

y la necesidad de realizar una calibración mecánica de las sondas de detección agua-aire. En la Figura 3.30b se observa un comportamiento similar, con diferencias en el centro del chorro entorno al 10% del rango de medida. Para $C = 0.632$ (Fig. 3.30c) las diferencias entre el valor fijado en el banco de calibración y los resultados de la sonda de conductividad, están en torno al 1% del rango de medida, lo que indicaría que el funcionamiento de la sonda de conductividad se asemeja más al valor esperado con altos valores de fracción de vacío.

Figura 3.30 Secciones transversales a la salida de la tobera a $Z = 1\phi$: a) $C = 0.103$; b) $C = 0.233$; c) $C = 0.632$.

La Figura 3.31 indica los perfiles de fracción de vacío C para dos distancias diferentes desde la salida de la tobera 1ϕ y 10ϕ ($Z = 204.0$ mm). Los perfiles muestran una ligera diferencia en la parte central del chorro. Sin embargo, la diferencia es más marcada cuando la distribución se acerca al D_{90} ($C \approx 0.90$). Además, el perfil de distribuciones C posee un diámetro mayor en 10ϕ . Esto se debe principalmente al ensanchamiento del chorro que ocurre con la distancia de caída recorrida desde la salida de la tobera. Se puede observar también que para el perfil de 10ϕ el núcleo central del chorro es de menor espesor que en la sección situada a 1ϕ . La descompresión del flujo a la salida del banco de calibración está relacionada con los ángulos de contracción y expansión del núcleo del chorro circular.

Figura 3.31 Secciones transversales del chorro circular a $Z = 1\phi$ y $Z = 10\phi$.

3.4 Consideraciones para la modelación física

En el estudio de los fenómenos hidráulicos, el número de variables o parámetros que intervienen en dicho fenómeno es muy amplio. La mejor forma de analizar un fenómeno es midiendo directamente en un prototipo. Sin embargo, dada las dificultades que esto conlleva, el análisis del fenómeno se puede realizar en un modelo a escala reducida, permitiendo establecer sistemas o fenómenos mecánicamente semejantes mediante la

Teoría de Semejanza vía Similitud Mecánica. El propósito es establecer leyes o relaciones funcionales que luego serán extrapoladas a valores de magnitudes físicas homologadas al sistema a escala de prototipo.

3.4.1 Análisis dimensional

Un fenómeno hidráulico se puede expresar como un conjunto de variables que se definen con magnitudes físicas. Si un objeto tiene masa, volumen y una posición en un determinado tiempo, entonces posee las magnitudes fundamentales de masa (M), longitud (L) y tiempo (T). El análisis dimensional proporciona información básica sobre el fenómeno investigado partiendo de que pueda expresarse mediante una ecuación dimensionalmente correcta que contenga las variables que influyen en él. La agrupación de variables permite, por ejemplo, una aplicación e interpretación más amplia de los resultados experimentales (Novak et al. 2010).

Teorema Π o de Buckingham

El teorema Π es fundamental en el análisis dimensional ya que toda magnitud que interviene en un fenómeno físico, de acuerdo con el análisis matemático, puede ser planteado como una función genérica f que representa ese fenómeno. Siendo A_i las magnitudes físicas en términos de n unidades físicas, se tiene:

$$f(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n) = 0 \quad (3.8)$$

Considerando K unidades físicas independientes, la ecuación 3.8 puede ser expresada en función de los parámetros adimensionales de $m = n - k$ ecuaciones de la siguiente manera:

$$F(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_m) = 0 \quad (3.9)$$

$$\pi_i = \phi_1^{m_1} \phi_2^{m_2} \dots \phi_n^{m_n} \quad (3.10)$$

donde $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$ son monomios adimensionales, y m_i son valores enteros.

El total de parámetros adimensionales Π_i es $m = n - k$, siendo k el rango de la matriz de exponentes. Los números Π son dimensionalmente independientes, por lo que es fundamental identificar las magnitudes físicas que intervienen en un fenómeno físico, las cuales pueden ser categorizadas como:

-Magnitudes geométricas.- En hidráulica esta magnitud corresponde a la geometría física de cualquier estructura hidráulica. Se define por tres magnitudes genéricas (a, b, c) cuyo dimensional es [L]. Otras magnitudes propias del fenómeno que también pueden ser definidas como geometría son la longitud característica del flujo d o el radio hidráulico R .

-Magnitudes cinemáticas.- Estas magnitudes caracterizan la red de flujo y están definidas con el vector velocidad, cuyo adimensional es $[LT^{-1}]$. De modo similar, el caudal, la aceleración, la gravedad y la velocidad angular se pueden relacionar como una magnitud cinemática.

-Magnitudes dinámicas.- El movimiento de un fluido y su estado inercial está regido por las fuerzas que intervienen en el fenómeno físico. Dentro de las magnitudes dinámicas existen diferentes tipos de fuerzas presentes en la mayoría de los fenómenos hidráulicos, las cuales se clasifican en:

Fuerzas internas

Representa la influencia interna de las tensiones sobre cada elemento fluido en movimiento. Estas fuerzas indican la diferencia de presión entre dos puntos ΔP $[FL^{-2}]$.

Fuerzas externas

Se definen en el campo exterior de las partículas fluidas, y en el centro de gravedad de la masa de cada elemento. Su magnitud representativa es el peso específico γ [FL⁻³].

Fuerzas elásticas

Están definidas por la compresibilidad o incompresibilidad del elemento fluido. Su magnitud representativa es el módulo de elasticidad volumétrico E [FL⁻²].

Fuerzas viscosas

Son las fuerzas que se oponen al movimiento y que tienden a mantener el estado de reposo inicial sin acción de fuerzas externas. Su magnitud representativa es la viscosidad dinámica μ [FL⁻²T].

Fuerza de tensión superficial

Se refiere a la interacción entre el elemento fluido y las fronteras que interactúan con él, ya sea una frontera sólida como una pared o fluido como el aire. Su magnitud representativa es la tensión superficial σ [FL⁻¹].

Fuerzas de inercia

Son las fuerzas que actúan sobre la masa del elemento fluido y que definen su estado inercial. La magnitud que lo define es la masa específica o densidad ρ [FL⁻⁴T⁻²].

Al usar un mismo fluido (agua) en prototipo y laboratorio no se pueden cumplir a la vez todas las fuerzas. Por tanto, se debe analizar el fenómeno hidráulico y definir qué fuerza tiene mayor incidencia, para lo cual aparecen los criterios de *similitud restringida*.

Para el caso en que la fuerza predominante sea la fuerza gravitacional o el peso, el criterio es la Similitud de Froude, donde debe cumplirse la identidad del número de Froude en prototipo y modelo:

$$F_{rp} = F_{rm} = \frac{v}{\sqrt{gL}} \quad (3.11)$$

Cuando se utiliza la similitud restringida de Froude es necesario definir determinadas escalas de las magnitudes físicas (Tabla 3.3):

Tabla 3.3 Factores de escala en modelo tipo Froude.

Magnitud	Factor de escala
Longitud (L)	e_L
Tiempo (t)	$e_L^{1/2}$
Velocidad (v)	$e_L^{1/2}$
Aceleración (A)	1
Caudal (Q)	$e_L^{5/2}$
Presión (Δp)	e_L
Energía (E)	e_L^4
Fuerza (F)	e_L^3

Perez de la Cruz (2013) realiza el análisis dimensional específico de distintas variables presentes en chorros rectangulares de vertido libre, obteniendo los siguientes números adimensionales:

Espesor del chorro

Para realizar el análisis dimensional del espesor del chorro se deben considerar los efectos gravitacionales y la dispersión del chorro. Por lo tanto, se relacionan las siguientes variables: altura total de vertido H , velocidad en las condiciones iniciales V_i , velocidad en el punto analizado del chorro V_j , caudal específico q y campo de fuerzas por acción de la gravedad g , quedando:

$$B_j = f(H, g, q, V_i, V_j) \quad (3.12)$$

Se puede definir los siguientes números adimensionales:

$$B_1 = \frac{B_j}{H} \quad (3.13)$$

$$B_2 = \frac{q}{H^{3/2} g^{1/2}} \quad (3.14)$$

$$B_3 = \frac{V_i}{\sqrt{H \cdot g}} \quad (3.15)$$

$$B_4 = \frac{V_j}{\sqrt{H \cdot g}} \quad (3.16)$$

Caudal de entrada de aire

Para el análisis dimensional del caudal de aire se consideran las siguientes variables: altura de vertido H , velocidad en el punto de análisis V_j , ancho del chorro B_j , densidad del agua ρ_w , densidad del aire ρ_a , tensión superficial σ y la gravedad g , quedando:

$$Q_a = f(H, V_j, B_j, \rho_a, \rho_w, g, \sigma) \quad (3.17)$$

Obteniendo los siguientes números adimensionales:

$$Q_1 = \frac{Q_a}{H^{3/2} g^{1/2}} \quad (3.18)$$

$$Q_2 = \frac{V_j}{\sqrt{H \cdot g}} \quad (3.19)$$

$$Q_3 = \frac{V_j}{H} \quad (3.20)$$

$$Q_4 = \frac{\rho_a}{\rho_w} \quad (3.21)$$

$$Q_5 = \frac{\sigma}{H^2 \cdot \rho_w \cdot g} \quad (3.22)$$

Longitud de rotura

En el análisis dimensional de la longitud de rotura L_B las variables consideradas son: caudal específico q , ancho del chorro en las condiciones iniciales B_i , densidad del agua ρ , tensión superficial σ y la aceleración de la gravedad g , obteniendo:

$$L_B = f(B_i, q, \sigma, \rho, g) \quad (3.23)$$

Los números adimensionales se pueden definir como:

$$L_1 = \frac{L_b}{B_i} \quad (3.24)$$

$$L_2 = \frac{q}{g^{1/2} \cdot B_i^{3/2}} \quad (3.25)$$

$$L_3 = \frac{\sigma}{B_t^2 \cdot \rho \cdot g} \quad (3.26)$$

3.4.2 Efectos de escala en chorros rectangulares

El estudio en modelos a escala tiene el objetivo de que las desviaciones en la semejanza mecánica sean mínimas respecto al fenómeno a escala real. Cuando se adopta una escala geométrica distinta de 1, el sistema modelo induce a desviaciones que se denominan *efectos de escala*, los cuales dependen del escalado y del tipo de fluido.

El análisis de posibles efectos de escala en la lámina vertiente se remonta a Ghetti (1966).

El autor considera que cuando la carga sobre vertedero sea menor a 0.04 m, los efectos de la tensión superficial y la viscosidad tendrán efectos en la trayectoria del chorro.

Ranga Raju & Asawa (1977) analizan el efecto combinado de la viscosidad y tensión superficial en un flujo que transita por un vertedero de pared delgada. Los autores consideran que los ensayos estarán exentos de efectos de escala cuando:

$$R_e^{0.2} \cdot W_e^{1.2} < 900 \quad (3.27)$$

Posteriormente, D'Alpaos (1987) realiza un estudio experimental para medir el efecto de la viscosidad y tensión superficial en la trayectoria del chorro con distintos tipos de fluido. D'Alpaos concluye que las desviaciones en la trayectoria se deben exclusivamente a la tensión superficial, y que el efecto de la viscosidad es destacable con alturas de carga sobre vertedero menores a 0.012 m.

Falvey & Ervine (1988) consideran que la modelización del arrastre de aire debería ser posible con modelos que cumplen la similitud de Froude si se tiene cuidado de reproducir la intensidad de la turbulencia del prototipo en el modelo. Además, el modelo debe ser lo suficientemente grande para que los efectos de la tensión superficial sean pequeños. De las dos limitaciones, la simulación de la intensidad de la turbulencia parece ser la más importante. En general, un modelo basado en la escala de Froude siempre

arrastrará menos aire que la estructura del prototipo. Este tipo de fenómenos se producen a nivel de microescala, por lo que el contenido espectral de energía de la longitud de los remolinos también se ve afectada, ya que no se escala adecuadamente.

Posteriormente, Chanson (2009) y Heller (2011) definen que los efectos de escala pueden ser despreciados para vertederos rectangulares de cresta delgada cuya carga sea mayor a $h > 0.045$ m.

Respecto a la aireación, Chanson (2009) determina que para representar adecuadamente la aireación en la superficie libre es comúnmente utilizado el criterio de similitud de Froude debido a que los efectos de la gravedad son dominantes. Sin embargo, el atrapamiento de burbujas de aire y los mecanismos de transporte de burbujas y coalescencia son dominados por los efectos de la tensión superficial, mientras que los procesos turbulentos en la región de corte son dominados por las fuerzas de viscosidad. Además, se debe tener especial cuidado ya que los efectos de escala pueden ser significativos en propiedades como la distribución de fracciones de vacío, frecuencia de cambio de fase y/o distribución de longitudes de cuerda en burbujas.

Dentro de su estudio experimental en resaltos hidráulicos, Wang (2014) analiza los posibles efectos de escala, comparando los criterios de similitud de Froude y Reynolds, y analizando como éstos afectan a la dinámica y oscilaciones de la superficie libre, a las propiedades bifásicas agua-aire y al campo de velocidades interfacial. En el análisis se mantuvo el mismo número de Froude, y se varió el número de Reynolds aguas arriba del resalto. Según los resultados de la Figura 3.32, la magnitud de las fluctuaciones de la superficie libre y las oscilaciones en el pie del resalto no se ven afectados por efectos de escala considerando valores de $F_r = 5.1$, mientras que el número de Reynolds varía entre $2.1 \cdot 10^4$ y $1.6 \cdot 10^5$.

Figura 3.32 Desviaciones estándar adimensionales de las oscilaciones de la superficie libre y del pie del resalto hidráulico en función del número de Reynolds (Wang 2014).

Considerando el análisis de las propiedades bifásicas agua-aire en resaltos hidráulicos, el autor obtuvo un valor de Reynolds crítico $Re = 4 \cdot 10^4$ por debajo del cual pueden producirse efectos de escala, puesto que se tiende a reducir la introducción de aire. Este efecto se puede apreciar en la Figura 3.33 donde se analiza la distribución de fracciones de vacío C considerando resaltos con $Fr = 3.8$ y variación del número de Reynolds entre $3.4 \cdot 10^4$ y $1.6 \cdot 10^5$. Para $Re < 4 \cdot 10^4$ Los perfiles de fracción de vacío muestran ser diferentes en distintas secciones, reflejando efectos de escala en términos de aireación del flujo.

Figura 3.33 Análisis de efectos de escala en la distribución de fracciones de vacío (Wang 2014).

Finalmente, en el análisis de los efectos de escala en el campo de velocidades medias horizontal (Fig. 3.34), Wang (2014) no observa efectos de escala en la distribución de velocidades interfaciales en la región turbulenta, salvo ligeras diferencias en la zona de recirculación. Para este análisis se consideraron resaltos con número de Froude de $F_r = 7.5$ y variación del número de Reynolds entre $3.4 \cdot 10^4$ y $1.4 \cdot 10^5$.

Figura 3.34 Análisis de efectos de escala en la distribución de velocidades interfacial (Wang 2014).

Capítulo 4

Resultados y Discusión

4.1 Campaña experimental

En el estudio del chorro rectangular de vertido libre se ha analizado un rango de cinco caudales específicos q entre $0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ y $0.096 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$. Siguiendo a Castillo et al. (2015), las condiciones iniciales del flujo se obtuvieron a una distancia de caída vertical $Z = h$ medida desde la cresta del vertedero. La Tabla 4.1 muestra las condiciones experimentales de cada ensayo.

Tabla 4.1 Plan de pruebas experimental y condiciones iniciales del flujo.

q ($\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$)	h (m)	V_i (m/s)	B_i (m)	Re (-)	We (-)	Máxima L (m)	Rango L/h (-)	L_b (m)	L/L_b (-)
0.024	0.050	1.40	0.017	24,021	464	2.13	$6.2 < L/h < 43.1$	1.78	1.20
0.036	0.065	1.60	0.023	35,561	789	2.17	$5.2 < L/h < 33.3$	2.01	1.08
0.048	0.080	1.78	0.037	47,148	1,162	2.21	$4.6 < L/h < 27.4$	2.19	1.01
0.072	0.109	2.07	0.035	70,721	2,029	2.27	$3.8 < L/h < 20.8$	2.48	0.92
0.096	0.129	2.25	0.043	94,202	2940	2.34	$3.5 < L/h < 17.8$	2.71	0.86

siendo q el caudal específico, h la carga total sobre vertedero, V_i y B_i la velocidad y el ancho del chorro en las condiciones iniciales, $Re = \frac{\rho V_i B_i}{\mu}$ el número de Reynolds, $We = \frac{\rho V_i^2 B_i}{\sigma}$ el número de Weber en las condiciones iniciales, ρ la densidad del agua, μ la viscosidad dinámica, σ la tensión superficial, L la longitud de la trayectoria del chorro considerando la trayectoria propuesta por Scimemi (1930), y L_b la longitud de rotura calculada con la formulación propuesta por Castillo et al. 2015 (Ec 2.37).

El rango de caudales se seleccionó para evitar posibles efectos de escala siguiendo las recomendaciones de Chanson (2009) y Heller (2011). En este sentido, la carga total sobre el vertedero de pared delgada es mayor a $h > 0.045 \text{ m}$ en todos los ensayos considerados. En todos los casos, la carga sobre vertedero h se midió a una distancia de

1.30 m aguas arriba del vertedero, cumpliendo la recomendación de Bos 1989 de considerar una distancia $> 3-4h_{max}$. La Figura 4.1 muestra un esquema del chorro rectangular y sus variables.

Figura 4.1 Chorro turbulento rectangular descargando en la atmósfera.

Considerando el origen de coordenadas localizado en la cresta del vertedero ($X = 0$; $Z = 0$), la trayectoria del chorro para cada caudal se calculó a partir de la formulación propuesta por Scimemi (1930). La validez de esta fórmula en la trayectoria de vertidos libre fue verificada por Carrillo (2014). Una vez obtenida la trayectoria, la instrumentación fue alineada y desplazada perpendicularmente a la dirección principal del flujo. Se consideraron 10 secciones transversales dispuestas cada 20 cm en el eje vertical Z (Figura 4.2) medidas con una resolución de 1.0 mm, obteniendo entre 30 y 50 puntos de medida por cada sección (aproximadamente 3700 puntos en total). En cada punto se realizaron mediciones con el equipo de conductividad y el tubo Pitot. Las secciones analizadas cubren un rango de longitud de vuelo/carga sobre vertedero L/h

entre 3.5 y 43.1, y un rango de longitud de vuelo/longitud de rotura del chorro L/L_b hasta 1.2.

Figura 4.2 Esquema de la instalación experimental y ubicación de las secciones transversales en la lámina vertiente.

4.2 Descripción cualitativa del flujo

El vertido libre se produce por el paso del flujo sobre el vertedero de pared delgada, funcionando como sección de control. El diseño de la instalación experimental permite visualizar el vertido libre del chorro rectangular durante toda su trayectoria.

Durante la caída, la lámina libre no se pega a la pared del vertedero, que se encuentra totalmente ventilada, es decir, no existe afectación por subpresión entre la pared del vertedero y el chorro. Una vez sobrepasado el vertedero, las perturbaciones longitudinales en la superficie libre del chorro se incrementan a medida que aumenta la distancia de caída (Figura 4.3). Adicionalmente, se observa un color blanco característico de la presencia de aire en las zonas de mayor aireación, situadas en la parte inferior del chorro.

Para caudales específicos pequeños ($q < 0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$) el flujo presenta un sonido característico debido a las oscilaciones de la lámina libre, similar a lo observado en la bibliografía (Lodomez et al. 2016; Anderson & Tullis 2018; Lodomez et al. 2018). Estos caudales fueron descartados del estudio

realizado en la presente Tesis Doctoral (ver Tabla 4.1). En el anexo 2 se recogen las fotografías de todos los caudales ensayados.

Figura 4.3 Lámina vertiente de un chorro turbulento rectangular con

$$q = 0.096 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}, h = 0.129 \text{ m}.$$

4.3 Distribución de fracciones de vacío

El perfil teórico de la trayectoria de un chorro turbulento se ve afectado por el efecto de la aireación, modificando su comportamiento hidrodinámico durante la caída. El aire que queda atrapado en las perturbaciones de la superficie libre se une al flujo principal de agua, cambiando sus propiedades iniciales, tal y como se ha comentado en capítulos anteriores. Este fenómeno tiene incidencia en el cambio de la fracción de vacío C , en el espesor del chorro B y en la energía incidente del chorro en el cuenco de disipación.

Diversos estudios han sido llevados a cabo para analizar la distribución de la fracción de vacío en chorros turbulentos agua-aire de diferentes tipologías, como por ejemplo en chorros turbulentos (Chanson 1993), aliviaderos tipo escalón (Toombes 2002; Toombes

& Chanson 2007), y saltos en esquí (Pfister & Schwindt 2014). Sin embargo, el análisis de este fenómeno en chorros turbulentos rectangulares de vertido libre es escaso hasta la fecha (Carrillo et al. 2020).

La cantidad de aire que se introduce en el chorro se incrementa con la altura de caída, y el aumento de la amplitud de las ondulaciones y perturbaciones de la superficie libre. Este efecto produce una expansión lateral del chorro por la dispersión, y una reducción del núcleo interno central no aireado presente en el chorro.

La Figura 4.4 muestra los resultados obtenidos de la distribución de C en función del ancho del chorro B para los cinco caudales específicos analizados. Como se observa, la aireación es un proceso progresivo. En las primeras secciones transversales ($Z \leq 0.80$ m) existe un distinguible núcleo central no aireado que se va reduciendo a medida que aumenta la distancia de caída y el flujo se acelera. Para caudales menores a $q < 0.048$ m³/s/m, el núcleo central no aireado alcanza distancias de caída entre 1.20 y 1.40 m (Figs. 4.4a, 4.4b y 4.4c). Para caudales mayores a este valor, el núcleo no aireado tiende a alcanzar distancias de caída entre 1.40 y 1.60 m (Figs. 4.4d y 4.4e). La fracción de vacío registrada en la parte central de la sección más alejada del vertedero ($Z = 2.00$ m) varía de 0.87 para el caudal de 0.024 m³/s/m a 0.18 para el caudal de 0.096 m³/s/m.

En el caudal de $q = 0.024$ m³/s/m se obtienen valores de fracción de vacío por encima de 0.75 para distancias de caída $Z \geq 1.80$ m, a la vez que se registra un incremento repentino del espesor del chorro, lo que puede indicar que el chorro ha superado su longitud de rotura ($L_b = 1.78$ m).

En todos los casos analizados el comportamiento entre la napa superior e inferior del chorro rectangular es muy similar, con ligeras variaciones entre ellos. En este sentido, se puede considerar que el fenómeno de aireación afecta de forma análoga a las dos láminas libres del chorro durante el vertido libre.

Figura 4.4 Distribución de fracción de vacío C en función del ancho de chorro B para distintas alturas de caída ($0.20 \text{ m} < Z < 2.00 \text{ m}$).

En el anexo 3 se recopilan los valores de fracción de vacío local medidos en cada punto muestreado.

La Figura 4.5 muestra los mapas de contorno del chorro rectangular durante toda su caída para los diferentes caudales, donde la fracción de vacío aparece representada en una escala de colores ($0 < C < 0.9$), y el eje horizontal se ha adimensionalizado con la expresión $B/(B_{90}/2)$, siendo B_{90} la distancia entre los puntos de la napa superior e inferior cuya fracción de vacío local es de 0.90, obtenida en cada sección transversal analizada. En la figura se observa que la napa inferior y superior del chorro se ven afectadas por la aireación, que provoca una reducción en el espesor del núcleo interno no aireado a medida que aumenta la distancia de caída. Para los caudales específicos $q \leq 0.048 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$, el núcleo interno de agua se mantiene hasta alturas de caída de 1.20-1.40 m (Figs. 4.5a, 4.5b y 4.5c), mientras que para caudales específicos $q \geq 0.072 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ el núcleo interno se mantiene con fracciones de vacío $C \approx 0$ hasta alturas de caída $Z \approx 1.40 - 1.60 \text{ m}$ (Figs. 4.5d y 4.5e).

Figura 4.5 Mapa de contornos de distribución de fracciones de vacío C en función del ancho de chorro adimensional $B/(B_{90}/2)$: a) $q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; b) $q = 0.036 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$.

Figura 4.5 (Cont.) Mapa de contornos de distribución de fracciones de vacío C en función del ancho de chorro adimensional $B/(B_{90}/2)$: c) $q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s/m}$; d) $q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s/m}$; e) $q = 0.096 \text{ m}^3/\text{s/m}$.

Con el fin de comparar los resultados de los distintos caudales, en la Figura 4.6 los datos fueron agrupados según la relación adimensional L/h , siendo L la distancia de vuelo y h

la carga sobre vertedero. Por su parte, el eje horizontal fue adimensionalizado con la expresión $B/(B_{90}/2)$.

Para distancias de caída adimensional entre $3.5 < L/h < 6.2$, los perfiles de C son muy similares, con independencia del caudal específico. Las secciones muestran un claro núcleo central de agua no aireado ($C = 0$), y la pendiente de las láminas libres de ambas napas presentan valores muy similares (Fig. 4.6a).

Para valores adimensionales entre $9.6 < L/h < 14.8$ (Figs. 4.6b y 4.6c) comienza a observarse una reducción del núcleo interno no aireado, debida a la aceleración del flujo por la acción de la gravedad durante el vertido libre y al inicio de la aireación de la superficie libre.

En la Figura 4.6d se puede observar que para relaciones de $17.8 < L/h < 22.4$ el núcleo interno no aireado de agua ha desaparecido, registrando fracciones de vacío mínimas en el centro del chorro entre $0.13 < C < 0.28$. En este agrupamiento comienza la interacción entre la napa superior e inferior, pero se mantiene la forma y tendencia observada en las secciones anteriores. Las pendientes de la napa superior e inferior tienden a ser más suaves debido al mayor espesor de la capa aireada.

Para valores adimensionales de $L/h > 27.4$ (Fig. 4.6e), la introducción de aire se incrementa considerablemente en el centro del chorro, con valores mínimos de fracción de vacío entre $0.37 < C < 0.89$. Para valores de $L/h \geq 39.0$, el chorro se encuentra completamente aireado en toda su sección, tendiendo a un valor constante de fracción de vacío.

Figura 4.6 Distribución de fracción de vacío C en función del ancho de chorro adimensional $B/(B_{90}/2)$ para distinto grupos de familias de L/h .

4.4 Evolución del ancho

Durante el descenso en la atmósfera, a medida que se incrementa la distancia de caída del chorro turbulento, la velocidad de la sección transversal también aumenta, mientras que el ancho del chorro tiende a reducirse por efecto de la gravedad. Por otro lado, existe una fuerte interacción en la interfaz agua-aire, donde la turbulencia tiene un efecto determinante en la formación de inestabilidades en la lámina libre, incorporando aire al chorro conforme aumenta la distancia de caída. Este continuo intercambio de fuerzas y de cantidad de movimiento en la interfaz expande el ancho del chorro por efecto de la auto-aireación, afectando el perfil de concentraciones y el núcleo interno no aireado.

Una vez que la aireación es significativa, el núcleo no aireado de agua desaparece para convertirse en un flujo altamente aireado. Este efecto es de suma importancia para analizar el comportamiento del chorro incidente en el cuenco de disipación de energía. En este sentido, un chorro no desarrollado ($L/L_b < 1$) será más compacto y tendrá mayor energía incidente en el cuenco, mientras que un chorro desarrollado ($L/L_b \geq 1$) arrastra una alta cantidad de aire cuyo efecto será la reducción sustancial de la presión en la solera del cuenco (Ervin & Falvey 1987; Carrillo 2014; Castillo et al. 2015).

Considerando B_{50} el ancho del chorro con $C = 0.50$ y B_{90} el ancho del chorro con $C = 0.90$, la Figura 4.7 muestra la evolución del ancho de chorro adimensional B_{90}/h y B_{50}/h para los cinco caudales ensayados, en función de la distancia de vuelo del chorro siguiendo su trayectoria adimensional L/h . Los datos experimentales se comparan con las relaciones B_j/h y B_g/h respectivamente, siendo B_j el ancho del chorro aireado calculado con la Ec. (2.14), y B_g el ancho de chorro teórico considerando la ecuación de Bernoulli (gravitacional).

En el análisis de B_{50} , a medida que aumenta L/h , los valores de B_{50} tienden a reducirse debido al efecto de la gravedad. Para valores de $L/h > 33$ no se registraron puntos con fracciones de vacío $C \leq 0.50$, por lo que B_{50} no pudo obtenerse en las secciones más

alejadas. En el caso de los valores de B_{90} , estos tienden a alcanzar un valor constante en torno a $0.2h$ para relaciones de L/h entre 10 y 30. Para valores de $L/h > 30$, el parámetro B_{90}/h medido tiende a aumentar rápidamente, lo que parece indicar que se ha superado la longitud de rotura L_b .

En general, los datos experimentales de B_{90} muestran una buena concordancia con los valores de B_j calculados con la fórmula propuesta por Castillo et al. (2015). Por su parte, los valores de B_{50} tienen un comportamiento similar al valor teórico de B_g .

Figura 4.7 Evolución del ancho de chorro adimensional durante la caída: a) $q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; b) $q = 0.036 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; c) $q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; d) $q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$.

Figura 4.7 (Cont.) Evolución del ancho de chorro adimensional durante la caída: e) $q = 0.096 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$;

Por último, la Figura 4.8 muestra la evolución del ancho adimensional B_{10}/h en función de la distancia de caída adimensional L/h , siendo B_{10} el espesor del chorro asociado a $C = 0.10$. Dado el proceso de aireación en la napa superior e inferior, el ancho del chorro asociado a la fracción de vacío $C = 0.10$ tiende a desaparecer a medida que aumenta la distancia de vuelo, limitando el rango de L/h con datos comparables entre sí. En general se observa que los valores obtenidos en los diferentes caudales tienden a ser similares en todas las distancias de caída.

Figura 4.8 Evolución del ancho de chorro adimensional B_{10}/h en función de L/h .

4.5 Ángulo de expansión lateral

El efecto de la gravedad y la intensidad turbulenta determinan cambios sustanciales en la expansión del borde externo del chorro por efecto de la auto-aireación y la disminución del núcleo interno no aireado. Con estas consideraciones, se puede obtener la pendiente relacionada con la disminución del núcleo central no aireado $\delta(B_{50} - B_{10})$, el ángulo de expansión exterior $\delta(B_{90} - B_{50})$, y el ángulo de expansión lateral total $\delta(B_{90} - B_{10})$.

En la Figura 4.9 se muestran los resultados de los ángulos de expansión lateral en función de la velocidad media de la sección V medida con el tubo Pitot-Prandtl. En general, los ángulos de expansión lateral δ muestran una relación con la velocidad media de la sección del chorro rectangular, incrementándose a medida que la distancia de caída aumenta. Los ángulos de reducción del núcleo central $\delta(B_{50} - B_{10})$ se encuentran entre valores de 0.5 y 2.4%, los ángulos de expansión exterior $\delta(B_{90} - B_{50})$ varían entre valores de 0.6 y 4.4%, y los ángulos de expansión total $\delta(B_{90} - B_{10})$ entre 1.2 y 4.2%.

Para el ángulo de expansión exterior $\delta(B_{90} - B_{50})$ se ha obtenido el siguiente ajuste exponencial:

$$\text{ángulo } \delta(B_{90} - B_{50}) = 0.206e^{0.458V}; \quad R^2 = 0.87 \quad (5.3)$$

donde V es la velocidad media en la sección transversal y δ el ángulo expresado en porcentaje.

Por su parte, para el ángulo de expansión total $\delta(B_{90} - B_{10})$ se observa un ajuste exponencial de la forma:

$$\text{ángulo } \delta(B_{90} - B_{10}) = 0.618e^{0.356V}; \quad R^2 = 0.84 \quad (5.4)$$

Figura 4.9 Evolución del ángulo de expansión lateral del chorro δ en función de la velocidad media del chorro V .

Los ángulos de expansión lateral obtenidos son similares a los reportados por Ervine & Falvey (1987) en chorros circulares, quienes obtuvieron ángulos de reducción del núcleo central $\delta(B_{50} - B_{10})$ entre 0.5 y 1.0% y ángulos de expansión exterior del chorro $\delta(B_{90} - B_{50})$ entre 2 y 5 %, excluyendo el efecto de la gravedad.

4.6 Fracción de vacío media

La fracción de vacío media de la sección transversal C_{media} es un parámetro característico que describe el contenido de aire en un espesor-promedio. En este trabajo se ha calculado considerando el flujo contenido entre las fracciones de vacío locales de 90% situadas en la napa superior e inferior, con la siguiente expresión:

$$C_{media} = \frac{1}{B_{90}} \int_{B=0}^{B=B_{90}} C \, dB \quad (4.1)$$

donde B es el ancho del chorro, B_{90} el ancho del chorro con $C = 0.90$, y C la fracción de vacío local.

La Figura 4.10 detalla la relación entre la fracción de vacío media y la relación adimensional L/L_b , donde L_b es la longitud de rotura calculada con la Ec. 2.37 para el rango de caudales analizados ($0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m} < q < 0.096 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$). A medida que la longitud de vuelo aumenta, la introducción de aire tiende a incrementarse de forma similar en todos los caudales analizados, pudiendo obtenerse una relación lineal entre C_{media} y la relación L/L_b , cuya expresión es: $C_{media} = 0.6216 \cdot \left(\frac{L}{L_b}\right)^{0.9781}$, con un coeficiente de ajuste $R^2 = 0.91$. De la figura se puede extraer que la fracción media de vacío cuando el chorro alcanza la longitud de rotura ($L = L_b$) es aproximadamente 0.60. Distancias de vuelo superiores están asociadas a una mayor aireación, superándose el umbral de un chorro de agua con burbujas de aire atrapadas hacia una emulsión de agua-aire donde las gotas de agua tienden a disgregarse ($C \geq 0.5$).

Figura 4.10 Fracción de vacío media C_{media} en función de la distancia de caída adimensional L/L_b .

De modo similar, la Figura 4.11 indica la relación de C_{media} con la distancia de vuelo adimensionalizada en función de la carga total sobre el vertedero L/h . Conforme la distancia de vuelo adimensional L/h se incrementa, la fracción de vacío media C_{media} aumenta. Los datos muestran una buena correlación ($R^2 = 0.91$) siguiendo la expresión:

$C_{media} = 0.0241 \cdot \left(\frac{L}{h}\right)^{1.0235}$. Por ejemplo, para valores de $L = 10h$ la fracción de vacío media es del $C_{media} \approx 0.25$, mientras que para valores de $L = 18h$ el valor de $C_{media} \approx 0.50$.

Figura 4.11 Fracción de vacío media C_{media} en función de la distancia de caída adimensional L/h .

En este análisis se han excluido los valores del menor caudal cuyo $B_{50} < 0.7\text{-}0.8$ mm debido a un cambio en la tendencia de los datos. Dichos casos se asocian a la imposibilidad de medir espesores del chorro menores a la resolución espacial empleada en la caracterización de las secciones transversales (1 mm) y a la posible influencia de las oscilaciones de la lámina libre en caudales pequeños.

4.7 Frecuencia de cambio de fase

La frecuencia de cambio de fase F permite estimar la presencia de aire en flujos bifásicos, indicando el número de veces por segundo que se produce un cambio de fase agua-aire (o su contrario) en el punto donde se sitúa el sensor de la sonda de conductividad.

La Figura 4.12 muestra la distribución de frecuencia de cambio de fase en función del ancho de chorro adimensional $B/(B_{90}/2)$. Al igual que en la distribución de fracción de vacío, los datos han sido agrupados en función de la distancia de caída adimensional L/h .

La Figura 4.12a recoge las secciones transversales con valores entre $3.5 < L/h < 6.2$. En la napa inferior la frecuencia máxima de cambio de fase detectada está entre $6.0 < F < 10.0$ Hz, mientras

que la frecuencia oscila entre $3.0 < F < 8.0$ Hz para la napa superior o externa. En este agrupamiento no se detectan cambios de fase en el núcleo central del chorro ($F \approx 0$ Hz). Dicha distribución concuerda con los resultados previamente presentados de fracción de vacío, con $C \approx 0$ en el centro del chorro (Fig. 4.6a).

La frecuencia de cambio de fase aumenta a medida que se incrementa el valor de L/h . Así, para secciones situadas entre $9.6 < L/h < 14.8$, los valores máximos aumentan a entre $3.0 < F < 14.0$ Hz en la napa interior, y entre $3.0 < F < 11.0$ Hz en la napa superior (Figs. 4.12 b, c). En el centro del chorro se observa una ligera aireación del núcleo de agua, con frecuencias entre $2.0 < F < 4.0$ Hz.

Al igual que en los dos agrupamientos anteriores en la Figura 4.12c se observa un valor máximo de F ligeramente superior en la napa inferior del chorro.

Para valores de $L/h > 17.8$ (Fig. 4.12d) el núcleo del chorro esta aireado y se obtienen frecuencias máximas entre $21.0 < F < 23.0$ Hz. A partir de este agrupamiento, los valores máximos de F tienen a desplazarse hacia el centro del chorro.

La máxima frecuencia registrada se obtiene para relaciones de $L/h > 25$, con valores en torno a 30 Hz, donde el máximo se localiza en la parte central chorro (Fig.4.12e).

Figura 4.12 Frecuencia de cambio de fase F en función del ancho de chorro adimensional $B/(B_{90}/2)$ para distintos grupos de familias de L/h .

Figura 4.12 (Cont.) Frecuencia de cambio de fase F en función del ancho de chorro adimensional $B/(B_{90}/2)$ para distintos grupos de familias de L/h .

En el anexo 3 se recogen los valores de frecuencia de cambio de fase medidos en cada punto muestreado.

El análisis conjunto de la fracción de vacío C y la frecuencia de cambio de fase F puede aportar información adicional sobre las propiedades agua-aire en flujos bifásicos. Trabajos previos en chorros verticales bidimensionales (Brattberg et al. 1998) y en aliviaderos escalonados (Toombes 2002; Felder 2013) han encontrado una relación entre la fracción de vacío C y la frecuencia de cambio de fase adimensional F/F_{max} , siendo

F_{max} la máxima frecuencia de cambio de fase en la sección transversal analizada. Los datos presentados con esa adimensionalización tienden a ajustarse a una curva parabólica, independiente del fenómeno analizado, cuya ecuación es la siguiente:

$$\frac{F}{F_{max}} = 4 C (1 - C) \quad (4.2)$$

La relación parabólica indica que la máxima frecuencia de cambio de fase se obtiene para una fracción de vacío alrededor de 50%. Además, la frecuencia tiende a cero en porcentajes de fracción de vacío muy bajos o muy altos (zona sin mezcla de fluidos).

Siguiendo esa adimensionalización, la Fig. 4.13 muestra la relación entre la fracción de vacío C y la frecuencia de cambio de fase adimensional F/F_{max} para los caudales ensayados ($0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m} < q < 0.096 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$), con rango de velocidades entre $2.5 \text{ m/s} < V < 6.5 \text{ m/s}$.

Los datos experimentales tienden a seguir una forma parabólica, salvo ligeras diferencias observadas en los caudales bajos. Una de las causas de las desviaciones puede ser que las oscilaciones de la superficie libre afectan mayormente a los caudales pequeños, y a que estos caudales muestran secciones altamente aireadas. De forma general, los máximos valores de la relación de F/F_{max} fueron obtenidos para $C = 0.40 - 0.60$.

Figura 4.13 Frecuencia de cambio de fase adimensional F/F_{max} en función de la fracción de vacío C para distintos valores de L/h : a) $q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; b) $q = 0.036 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$.

Figura 4.13 (Cont.) Frecuencia de cambio de fase adimensional F/F_{max} en función de la fracción de vacío C para distintos valores de L/h : c) $q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; d) $q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; e) $q = 0.096 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$.

La Figura 4.14 muestra los datos agrupados en familias según la distancia de caída adimensional L/h . En general, los datos agrupados muestran un ajuste razonable con la ecuación parabólica propuesta en la bibliografía (Ec 4.2), localizándose las mayores frecuencias de cambio de fase alrededor del 40 y 60% de la fracción de vacío. Considerando el efecto de la introducción de aire en el chorro, para relaciones $L/h > 17.8$ (Fig. 4.14d) el núcleo interno no aireado de agua ha desaparecido, no existiendo valores

con $C < 0.10 - 0.15$. En esas secciones la distribución teórica (Ec. 4.2) deja de ser válida puesto que desaparecen los valores bajos de fracción de vacío, para relaciones de L/h entre 27.4 y 33.3 los datos presentan valores máximos alrededor del 35-40%. Para valores mayores de $L/h > 39.0$ las frecuencias máximas de cambio de fase adimensionales se encuentran por encima de fracciones de vacío del 75%, observándose un claro cambio en la tendencia de los datos (Fig. 4.14e), donde todos los datos presentan valores de fracción de vacío $C > 0.35$.

Figura 4.14 Frecuencia de cambio de fase adimensional F/F_{max} como función de la fracción de vacío C para distintos valores de L/h : a) $3.5 < L/h < 6.2$; b) $9.6 < L/h < 10.4$; c) $13.3 < L/h < 14.8$; d) $17.8 < L/h < 22.4$.

(e)

Figura 4.14 (Cont.) Frecuencia de cambio de fase adimensional F/F_{max} como función de la fracción de vacío C para distintos valores de L/h : e) $27.4 < L/h < 43.1$

4.8 Intensidad turbulenta asociada al cambio de fase

Estudios previos en aliviaderos escalonados (Chanson & Toombes 2002; Felder 2013) han analizado la intensidad turbulenta asociada a la señal binaria de cambio de fase, encontrando una relación con la frecuencia de cambio de fase (Ec. 3.5). Dicha relación muestra distintos niveles de turbulencia que van cambiando a lo largo de la sección analizada.

Siguiendo estas ideas, la Figura 4.15 grafica los resultados de la intensidad turbulenta T_u , asociada al cambio de fase, en función del ancho del chorro adimensional $B/(B_{90}/2)$, para todo el rango de caudales analizado ($0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m} < q < 0.096 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$), agrupando los datos en familias según la relación adimensional L/h .

Para valores de L/h entre 6.2 y 10.4 (Fig. 4.15a, b) los niveles de turbulencia T_u están entre 0.32 y 0.45. La distribución es similar en la napa superior e inferior del chorro, donde los picos máximos se localizan cerca de valores $B/(B_{90}/2) \approx 1.0$. Hacia el interior no aireado de estos perfiles y fuera del ancho de chorro B_{90} , los valores de T_u decrecen rápidamente.

Para valores entre $13.3 < L/h < 14.8$ (Fig. 4.15c) se observan niveles de turbulencia ligeramente mayores que en el caso anterior, aunque las distribuciones entre la napa superior e inferior del chorro difieren ligeramente debido a cambios en el proceso de aireación. En la lámina superior se obtienen los valores máximos para $B/(B_{90}/2) \approx 0.60$, mientras que en la lámina inferior los máximos tienden a ocurrir para $B/(B_{90}/2) \approx -0.75$. La tendencia de los datos cambia para valores de L/h entre 17.8 y 22.4 (Figura 4.15d), donde los valores máximos de T_u se acercan a la parte central del núcleo del chorro, con valores de T_u entre 0.45-0.55.

Para valores de L/h entre 27.4 y 43.1 (Figura 4.15e), el comportamiento es distinto que en los casos anteriores. El punto máximo se registra en la parte central del chorro ($B/(B_{90}/2) \approx 0$), alcanzando valores de T_u hasta 0.54, debido a que el proceso de aireación afecta al núcleo central del chorro.

Estas distribuciones concuerdan con los resultados obtenidos de la frecuencia de cambio de fase (ver Fig. 4.12).

Figura 4.15 Intensidad turbulenta asociada al cambio de fase T_u y el ancho $B/(B_{90}/2)$ en chorros rectangulares: a) $3.5 < L/h < 6.2$; b) $9.6 < L/h < 10.4$.

Figura 4.15 (Cont.) Intensidad turbulenta asociada al cambio de fase T_u y el ancho $B/(B_{90}/2)$ en chorros rectangulares: c) $13.3 < L/h < 14.8$; d) $17.8 < L/h < 22.4$; e) $27.4 < L/h < 43.1$.

4.9 Perfiles de velocidad

Los chorros de vertido libre están sujetos a la acción de la fuerza de gravedad; a medida que aumenta la distancia de caída, se incrementa la velocidad del flujo. Esta transformación de energía potencial a energía cinética tiende a generar una disminución del ancho debido al incremento de la velocidad media (conservación de masa). En una condición ideal sin pérdidas, la velocidad teórica gravitacional V_{grav} dependerá de la altura de caída H . Sin embargo, la auto-aireación del chorro por efecto de las

inestabilidades y perturbaciones en la lámina libre producirán un intercambio de fuerzas en la interfaz agua-aire entre el chorro y la atmósfera, así como una expansión lateral del mismo, con una eventual disminución de la velocidad debido al frenado de la lámina durante la caída.

En este estudio, los perfiles de velocidad fueron medidos con un tubo Pitot-Pradtl con sistema de back-flushing para evitar el ingreso de aire en el sistema neumático. Posteriormente, las mediciones de velocidades fueron corregidas en función de la fracción de vacío local medida con la sonda de conductividad, aplicando la ecuación 3.1. Se realizó un primer análisis de la velocidad en dos secciones transversales al inicio del vertido de la lámina libre, ubicadas sobre la cresta del vertedero rectangular de pared delgada (sección OD = $0.85h$, Fig. 2.2) y a una distancia horizontal $0.27h$, coincidiendo con el punto de máxima contracción y máxima elevación de la napa inferior (sección CE = $0.65h$, Fig. 2.2).

La Figura 4.16 muestra los perfiles de velocidad adimensional V/V_{max} en función de la altura adimensional Z/h medidos para los cinco caudales ensayados. En general, los valores adimensionales de V/V_{max} tienden a seguir un comportamiento similar independiente del caudal de ensayo en las secciones analizadas. En la cresta del vertedero las máximas velocidades se obtienen para valores de altura adimensional $Z/h \approx 0.125$, con valores que varían de 0.66 m/s para el mínimo caudal a 1.01 m/s para máximo caudal. En la sección de máxima contracción, el rango de velocidades máximas está entre $0.73 \text{ m/s} < V < 1.44 \text{ m/s}$, incrementándose conforme aumenta el caudal. En esta sección la pendiente de la distribución de velocidades tiende a cambiar a partir de valores de $Z/h > 0.75$, disminuyendo hasta cero.

Los espesores del chorro en las secciones OD y CE del vertedero están en línea con lo reportado en la literatura técnica, correspondiente a valores de $0.85h$ para el espesor en la cresta del vertedero y de $0.65h$ para la sección de máxima contracción.

Figura 4.16 Perfil de velocidad media V al inicio del vertido libre: a) sobre la cresta del vertedero de pared delgada; b) a una distancia horizontal de $0.27h$.

Una vez iniciada la caída del chorro, los perfiles de velocidad media registrados en cada punto se indican en la Figura 4.17 por sección transversal para todo el rango de caudales analizados. Todos los perfiles muestran una evolución semejante del campo de velocidades respecto a la altura de caída. A medida que aumenta la altura de caída, se observa un incremento en la velocidad máxima del chorro, acompañada de una reducción del ancho del núcleo central del mismo.

De acuerdo con los datos obtenidos, el rango de velocidades máximas en la sección más cercana al vertedero ($Z = 0.20$ m) está entre $2.0 \text{ m/s} < V < 2.48 \text{ m/s}$ para todos los caudales, mientras que las velocidades medias máximas en la parte más baja del chorro ($Z = 2.00$ m) se encuentran entre $5.44 \text{ m/s} < V < 6.2 \text{ m/s}$.

Figura 4.17 Perfil de velocidad media V en función del ancho de chorro B . Caso: a) $q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s/m}$; b) $q = 0.036 \text{ m}^3/\text{s/m}$; c) $q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s/m}$; d) $q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s/m}$.

(e)

Figura 4.17 (Cont.) Perfil de velocidad media V en función del ancho de chorro B . Caso:e) $q = 0.096 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$.

La Figura 4.18 muestra los perfiles de velocidad en forma adimensional V/V_{grav} , siendo V_{grav} la velocidad gravitacional o teórica obtenida con la fórmula de Bernoulli y $B/(B_{90}/2)$ el ancho del chorro adimensional, agrupados en función de la distancia de vuelo adimensional L/h .

En la región central del chorro, las velocidades tienden a coincidir con la velocidad teórica esperada en todos los casos, observándose en la parte exterior de los perfiles la disminución del núcleo no aireado y la influencia de la aireación que tiende a reducir la velocidad del flujo.

El gradiente de velocidad en la lámina libre muestra ligeras diferencias entre la napa superior e inferior del chorro. Para valores de $3.5 < L/h < 6.2$ (Fig. 4.18a), existe una ligera pendiente desde el centro del chorro hacia los extremos, posiblemente por la influencia de la curvatura de la trayectoria del chorro. En estas secciones, las velocidades se acercan a la velocidad gravitacional. Para las secciones entre $9.6 < L/h < 14.8$

(Figs. 4.18b, c), las velocidades empiezan a ser ligeramente distintas a la velocidad gravitacional y se aprecia una reducción del ancho del núcleo central. Para valores entre $17.8 < L/h < 22.4$ (Fig. 4.18d), el núcleo interno se reduce considerablemente, y se observa un ligero frenado del chorro durante la caída del orden del 4%. Finalmente, para $L/h > 33.3$ (Fig. 4.18e), la parte central del núcleo no aireado ha desaparecido provocando el cambio en la distribución de velocidades, y las máximas velocidades tienden a decrecer en el orden del 12% de la velocidad gravitatoria debido a la alta cantidad de aire.

En el estudio del campo de velocidades con esta instrumentación se debe tener en cuenta que para valores altos de fracción de vacío ($C > 0.75-0.90$) el error en la medición de la velocidad es mayor. Este hecho limita el uso de la instrumentación empleada en la estimación del ancho del chorro vertiente para compararlo con los resultados obtenidos con la sonda de conductividad. De modo similar, los resultados de los gradientes de velocidad en la lámina libre pueden verse afectados por la alta aireación local (Matos 2000, Matos et al. 2002).

Figura 4.18 Perfil de velocidades adimensional V/V_{grav} en función del ancho del chorro adimensional $B/(B_{90}/2)$.

Figura 4.18 (Cont.) Perfiles de velocidades adimensional V/V_{grav} en función del ancho del chorro adimensional $B/(B_{90}/2)$.

4.10 Disipación de energía

La disipación de energía en el chorro se produce por la alta cantidad de aire que puede llegar a introducirse en la masa de agua durante el descenso del mismo, acompañada por la expansión lateral y atomización (si se logra alcanzar alturas de caída superiores a la longitud de rotura). Como se ha visto anteriormente, la aireación también influye en la velocidad de caída, provocando un efecto de frenado en la lámina.

Estas condiciones serán determinantes en las solicitaciones que debe soportar el cuenco de disipación de energía; si el chorro incidente es lo suficientemente compacto, la energía a disiparse en el cuenco será mayor y se incrementarán los requerimientos de la solera para evitar erosiones.

Definiendo como nivel de referencia la línea de energía total sobre la cresta del vertedero a una distancia suficiente aguas arriba de tal forma que las líneas de corriente sean horizontales, se puede analizar la evolución en la disipación de energía adimensional a lo largo de la caída. La Figura 4.19a indica la disipación de energía adimensional E/H en función de la fracción de vacío media C_{media} para todo el rango de caudales, siendo E la energía en cada sección transversal, obtenida con el ancho B_{90} y la velocidad media de la sección medida con el tubo Pitot, y H la energía potencial o sin pérdidas obtenida con la fórmula de Bernoulli. Para valores de fracciones de vacío media menores a 0.30 ($C_{media} < 0.30$), la energía del chorro se mantiene aproximadamente constante. Este efecto se debe principalmente a que la cantidad de aire incorporado en la masa de agua aún es baja, y el núcleo interno del chorro no se ha visto completamente afectado. Posteriormente, a medida que aumenta la fracción de vacío media la energía del chorro empieza a ser disipada, decreciendo rápidamente. De este modo, para valores de $C_{media} > 0.50$ se observa una disipación de energía adimensional entre 5 y 23 %, que crece conforme aumenta la fracción de vacío media.

En el análisis de la disipación de energía en función de la distancia de vuelo adimensional L/h (Fig. 4.19b) se observa un comportamiento similar, requiriendo distancias superiores a $15-20 L/h$ para que se inicie el proceso de disipación de energía. Nótese que en ambos gráficos los datos para $q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ muestran una ligera desviación de los resultados, posiblemente debido a la dificultad de medir con precisión el ancho y la velocidad del chorro en dichas condiciones (véase apartados anteriores).

Adicionalmente se puede analizar la disipación de energía en función de la relación L/L_b (Fig. 4.19c). Para el rango de caudales ensayados, los datos siguen una misma tendencia; para valores menores a $L/L_b < 0.5-0.6$ la disipación es escasa, mientras que a partir de distancias de $L/L_b > 0.9-1.0$ se observa un cambio brusco en la tasa de disipación de energía, alcanzándose pérdidas del 15-20 % para relaciones de $L/L_b \approx 1.1-1.2$.

Figura 4.19 Tasa de disipación de energía adimensional E/E_0 en función de diferentes parametros adimensionales: a) Fracción de vacío media C_{media} ; b) Distancia de vuelo adimensional L/h ; c) Distancia de vuelo de vuelo adimensional L/L_b .

Considerando los resultados obtenidos por Castillo (2006), Carrillo (2014) y Castillo et al. (2015) en el análisis de la disipación de energía en chorros turbulentos rectangulares mediante mediciones de presiones instantáneas en la solera del cuenco de disipación de energía, la Figura 4.20 compara los datos medidos en la presente Tesis Doctoral con los valores obtenidos en dichos estudios. Para valores de $H/L_b \leq 0.6-0.70$ los datos experimentales del presente estudio son semejantes al ajuste planteado por los autores. Para valores entre $0.6-0.7 < H/L_b < 1.0$ los datos se alejan ligeramente. Dicha desviación puede deberse a la metodología experimental empleada en cada estudio (sondas intrusivas en el chorro vertiente frente a sensores de presión situados en la solera del cuenco), y al efecto adicional del colchón de agua que se genera aguas arriba del punto de estancamiento del chorro, que contribuye a incrementar la disipación de energía que alcanza el punto de estancamiento en la solera del cuenco.

Figura 4.20 Tasa de disipación de energía adimensional E/E_o en función de H/L_b
(adaptado de Castillo et al. 2015).

4.11 Diámetro medio de burbuja de Sauter

El diámetro medio de burbuja o diámetro medio de Sauter D_{sm} asume que la forma de las burbujas de aire es esférica e igualmente distribuida en el tiempo.

La Figura 4.21 muestra los valores característicos de D_{sm} obtenidos en esta Tesis Doctoral. El cálculo fue limitado a valores de $C \leq 0.90$, es decir para anchos $B/(B_{90}/2) \pm 1.0$, puesto que para valores de $C > 0.90$ las frecuencias de cambio de fase tienden a cero, lo que influye directamente en la ecuación del diámetro de Sauter y, por ende, en su tamaño.

En general, los valores del diámetro medio de Sauter se encuentran entre 0.1 y 1.0 mm, tendiendo a incrementarse hacia la lámina libre del chorro, con valores máximos en el exterior entre 3.0 y 4.0 mm.

Para valores entre $3.5 < L/h < 6.2$, los datos muestran una dispersión mayor de los resultados y tienden a obtener menores diámetros. Estos valores corresponden a secciones cercanas al vertedero, donde el proceso de aireación es muy reducido, especialmente en la zona central del chorro.

Para valores de L/h comprendidos entre 9.6 y 22.4, la tendencia es muy similar en todas las secciones analizadas. Los valores mínimos del diámetro medio de Sauter se registran en la parte central del chorro con $D_{sm} \approx 0.1$ mm. A medida que los datos se alejan del centro del chorro, el valor de D_{sm} aumenta, hasta alcanzar máximos entre 1.5 y 1.8 mm en la lámina libre.

Para relaciones de $L/h > 27.4$, en el centro del chorro se obtienen diámetros medios de Sauter entre 0.15 y 0.21 mm. Los tamaños máximos se registran en la parte cercana a la superficie libre de la napa superior e inferior, con valores de hasta 1.0 mm.

Figura 4.21 Diámetro medio de Sauter D_{sm} en función del ancho de chorro adimensional $B/(B_{90}/2)$ para distintos rangos de L/h .

La Figura 4.22 indica la variación del coeficiente de asimetría de los datos del diámetro medio de Sauter D_{sm} en función de la altura de caída de cada sección. En general, los valores se encuentran entre 1–3 para todo el rango de caudales analizado, donde los valores del coeficiente de asimetría indican que la cola de la distribución se encuentra en el lado correspondiente a la napa superior. Se puede observar que los valores de mayor dispersión se encuentran en secciones cercanas al vertedero, mientras que las secciones más alejadas del mismo presentan una mayor uniformidad en la distribución de las burbujas registradas a ambos lados del chorro.

Figura 4.22 Coeficiente de asimetría de la distribución del diametro medio de Sauter en cada sección en función de la altura de caída.

4.12 Longitud de cuerda

La distribución de las longitudes de cuerda de las burbujas C_h permite caracterizar unidimensionalmente a las burbujas de aire en un flujo bifásico. La Figura 4.23 muestra las longitudes de cuerda C_h expresadas como Función de Distribución de Probabilidad (*PDF*) obtenidas en el punto de la napa superior e inferior del chorro donde la fracción de vacío es $C \approx 0.90$, y para valores de L/h de aproximadamente 20. En la napa superior los máximos valores de *PDF* se obtienen en el caudal menor ($q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$) y van decreciendo a medida que aumenta el caudal. En la napa inferior, la distribución de *PDF* es distinta a la napa superior, observándose una distribución más uniforme de tamaños de longitud de cuerda, con valores máximos entre 4.0–8.0 mm.

Los datos obtenidos muestran similitud con los resultados presentados por Brattberg et al. (2008) en chorros verticales bidimensionales, donde las probabilidades máximas de longitudes de cuerda de burbujas estaban entre 0.5 y 2.5 mm, y los valores máximos llegaban hasta 100 mm.

Figura 4.23 Función de densidad de probabilidad de longitudes de cuerda de burbujas de aire en chorros rectangulares para fracciones de vacío ≈ 0.9 y relaciones de L/h entre 17.8 y 22.7: a) napa superior; b) napa inferior.

Las Figuras 4.24 y 4.25 indican la distribución de probabilidad PDF para dos caudales diferentes ($0.048 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ y $0.072 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$), comparando la influencia de la distancia de caída adimensional L/h . En la napa superior (Fig. 4.24), las probabilidades más altas se observan en el rango de 0.5-2 mm en la sección mas próxima al vertedero para los dos caudales analizados. A medida que aumenta la distancia de caída L/h , el valor de PDF obtenido en este primer agrupamiento decrece rápidamente.

Figura 4.24 Función de densidad de probabilidad de las longitudes de cuerda de burbujas de aire en chorros rectangulares en la napa superior para fracciones de vacío ≈ 0.90 y diferentes relaciones de L/h : a) $q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s/m}$; b) $q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s/m}$.

En la napa inferior (Fig. 4.25), las probabilidades encontradas entre los diferentes agrupamiento son menores que las observadas en la napa superior. Los valores máximos de probabilidad tienden a registrarse para longitudes de cuerda entre 4 y 8 mm, decreciendo ligeramente para mayores valores de C_h . En todos los casos las tendencias son similares en los dos caudales ensayados.

Figura 4.25 Función de densidad de probabilidad de las longitudes de cuerda de burbujas de aire en chorros rectangulares en la napa inferior, para fracciones de vacío ≈ 0.90 y diferentes relaciones de L/h : a) $q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$; b) $q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$.

4.13 Análisis espectral de la señal de cambio de fase

El análisis de la señal binaria registrada por la sonda de conductividad en chorros rectangulares puede dar información acerca del espectro derivado del cambio de fase. Este análisis se realiza aplicando la transformada rápida de Fourier (*FFT*, por sus siglas en inglés).

Las Figuras 4.26 y 4.27 muestran los espectros de frecuencia correspondientes a la napa superior y e inferior del choro rectangular, con valores de fracción de vacío cercanas a $C \approx 0.90$, para puntos situados a diferentes longitudes de vuelo adimensional L/h , y para todo el rango de caudales analizado ($0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m} < q < 0.096 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$).

Se observa una tendencia similar en la napa superior e inferior, con la mayor cantidad de energía de la señal de cambio de fase registrada para las frecuencias bajas e intermedias. La densidad de espectro de energía se mantiene constante para frecuencias entre 10^{-1} y 10^0 . Posteriormente, para frecuencias entre 10^1 y 10^4 las curvas espectrales decaen con una tendencia aproximadamente lineal, que se puede considerar independiente del caudal.

Los valores obtenidos son similares a los registrados por Wang (2014) en resaltos hidráulicos mediante el empleo de sondas de conductividad.

Figura 4.26 Análisis espectral de la señal binaria de la sonda de conductividad en la napa superior de chorros rectangulares para fracciones de vacío ≈ 0.90 y relaciones de L/h entre 17.4 y 22.7.

Figura 4.27 Análisis espectral de la señal binaria de la sonda de conductividad en la napa inferior de chorros rectangulares para fracciones de vacío ≈ 0.90 y relaciones de L/h entre 17.4 y 22.7.

Capítulo 5

Conclusiones

La presente Tesis Doctoral aborda la caracterización experimental de chorros turbulentos rectangulares de vertido libre, centrándose en el análisis de las propiedades bifásicas agua-aire del chorro durante la caída hacia el cuenco de disipación.

Los ensayos experimentales realizados en el laboratorio cubren un rango de caudales ($0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m} < q < 0.096 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$), alturas de caída H entre 0 y 2.0 m, distancias de caída adimensional L/h entre 3.5 y 43.1, longitud de rotura L_b hasta 2.71 m, y rango de longitud de vuelo/longitud de rotura del chorro L/L_b hasta 1.2.

Se ha utilizado una instalación experimental específicamente diseñada y construida en la UPCT para el estudio de este tipo de fenómenos.

Como instrumentación se ha utilizado una sonda de conductividad diseñada y construida en la UPCT y un tubo Pitot-Prandtl con sistema de back-flushing. Además, se han llevado a cabo dos análisis experimentales para evaluar el funcionamiento de la sonda de conductividad correspondientes a un estudio en un resalto hidráulico no desarrollado y un estudio en un banco de calibración para flujos agua-aire. Dichas pruebas han permitido asegurar que el funcionamiento de la sonda de conductividad es similar a un equipo comercial de fibra óptica con errores máximos $< 5\%$ en la determinación de la fracción de vacío. La medición de cerca de 3700 puntos han permitido caracterizar el chorro y analizar sus propiedades agua-aire, extrayendo las siguientes conclusiones:

- El proceso de aireación en chorros rectangulares se debe a las inestabilidades y fluctuaciones turbulentas cerca de la interfaz agua-aire. La auto-aireación cambia

las propiedades iniciales y afecta las características hidrodinámicas del chorro durante la caída.

- Al inicio del vertido libre, empiezan a formarse pequeñas ondulaciones en la lámina libre que van aumentando de amplitud a medida que aumenta la distancia de caída. Para alturas cercanas al vertedero de cresta delgada no existe una afectación del núcleo central de agua ($C = 0$), siendo necesaria una longitud de trayectoria de caída L de al menos 15 veces la carga total sobre el vertedero ($L \geq 15h$) para que la aireación del flujo afecte el núcleo central del chorro y este empiece a desaparecer. De este modo, para distancias de caída adimensional $L/h > 17.8$ el núcleo interno del chorro presenta fracciones de vacío C del orden de 0.10, mientras que para valores de $L/h > 27.4$ los valores de C son mayores a 0.37. Las fracciones de vacío alcanzan valores de 0.90 para relaciones de $L/h > 39.0$.
- Los resultados de B_{90} obtenidos experimentalmente tienden a seguir los valores de B_j calculados con la Metodología Paramétrica propuesta por Castillo (2006), Castillo et al. (2015). Validando dicha metodología con medidas directas del ancho del chorro. Para el ancho del chorro con $C = 0.50$, los valores de B_{50} son concordantes con el ancho de chorro considerando el efecto gravitatorio B_g . Para valores de $L/h > 33.0$ los puntos se alejan de la tendencia debido a que se ha superado la longitud de rotura del chorro L_b y el chorro se ensancha rápidamente.
- Los ángulos de reducción del núcleo central se encuentran en el orden de 0.5 y 2.4 %, mientras que los ángulos de expansión total están entre 1.2 y 2.4 %. Estos ángulos obtenidos en chorros rectangulares son semejantes a los reportados en chorros circulares por Ervine & Falvey (1987).
- La relación entre la frecuencia de cambio de fase adimensional F/F_{max} y la fracción de vacío C muestra tener un buen comportamiento con el ajuste parabólico propuesto por Brattberg et al. (1998) y Toombes (2002) para valores

- de $L/h < 15 - 20$, donde los máximos valores de F/F_{max} son obtenidos alrededor de $C = 0.40 - 0.60$ en todas las secciones analizadas dentro de ese rango de distancias de vuelo.
- La disipación de energía está relacionada con la fracción media de vacío C_{media} . Para valores de $C_{media} < 0.2-0.3$, la energía se mantiene constante. Posteriormente, a medida que aumenta la cantidad de aire en la sección del chorro, la disipación de energía se incrementa. El inicio del proceso de disipación de la energía se observa también para valores de $L/h > 15$ y de $L/L_b > 0.6$. Los datos de disipación de energía E/H fueron comparados con el ajuste planteado por Castillo et al. (2015). Los resultados obtenidos en esta Tesis Doctoral tienden a seguir el comportamiento propuesto por los autores hasta valores de $H/L_b < 0.6-0.7$.
 - El diámetro medio de las burbujas de Sauter D_{sm} muestra tener un comportamiento similar, independiente del caudal específico y la distancia de caída adimensional L/h , para valores de $L/h > 9.6$. Los valores mínimos se registran en la parte central del chorro, mientras que los máximos se encuentran cerca de la superficie libre. Para las secciones transversales situadas a distancias de caída relativa L/h entre 3.5 y 6.2 se obtuvieron valores menores del diámetro medio de burbuja de Sauter en el centro del chorro. En la comparación de las napas se observan ligeras diferencias entre la napa superior e inferior del chorro.
 - Las longitudes de cuerda C_h muestran comportamientos diferentes en la napa superior e inferior del chorro. En la napa superior los valores más altos de la Función de Distribución de Probabilidad PDF se registran para el caudal más bajo ($q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$), con valores en torno a 2 mm, mientras que en la napa inferior el comportamiento es más uniforme, con valores de C_h entre 4–8 mm. Además, a

medida que aumenta el valor de L/h , las probabilidades de función de densidad disminuyen, siendo este efecto más evidente en la napa superior.

- Finalmente, se debe considerar que datos como el diámetro medio de las burbujas o la longitud de cuerda pueden no ser correctamente escalados considerando la semejanza de Froude. En este sentido, se debe tener especial cuidado, con los posibles efectos de escala que pueden presentarse en flujos bifásicos agua-aire.

Chapter 5

Conclusions

The present Doctoral Thesis deals with the experimental characterization of the rectangular free-falling jets, focusing on the analysis of the two-phase air-water properties of the jet during the fall towards the dissipation basin.

The experimental tests performed in the laboratory cover a range of flow rates ($0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m} < q < 0.096 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$), vertical falling distances H between 0 and 2.0 m, dimensionless falling distance L/h between 3.5 and 43.1, jet break-up length L_b up to 2.71 m, jet trajectory distance/jet break-up length L/L_b up to 1.2.

An experimental facility specifically designed and built at the UPCT for the study of this type of phenomena has been used.

As instrumentation, a conductivity probe designed and built at the UPCT and a Pitot-Prandtl tube with a back-flushing system have been used. In addition, two experimental analyses have been carried out to evaluate the performance of the conductivity probe corresponding to a study in a hydraulic jump and a study in a calibration bench for air-water flows. These tests have allowed to ensure that the performance of the conductivity probe is similar to a commercial fiber optic equipment with maximum errors $< 5\%$ in the determination of the void fraction, the almost 3700 points measured have allowed to characterize the jet and analyze its air-water properties, drawing the following conclusions:

- The aeration process in rectangular free-falling jets is due to turbulent instabilities and fluctuations near the air-water interface. Self-aeration changes

the initial properties and affects the hydrodynamic characteristics of the jet during the fall.

- At the onset of the free discharge, small undulations begin to form in the free surface that increase in amplitude as the distance of fall increases. For heights near the sharp-crested weir there is no involvement of the central water core ($C = 0$), being necessary a length L of at least 15 times the total load on the weir ($L \geq 15h$) is necessary for the aeration of the flow to affect the central core of the jet and it starts to disappear. Thus, for dimensionless falling distances $L/h > 17.8$ the inner core of the jet presents void fractions C of the order of 0.10, while for values of $L/h > 27.4$ the values of C are greater than 0.37. The void fractions reach values of 0.90 for L/h ratios > 39.0 .
- The results of B_{90} obtained experimentally tend to follow the values of B_j calculated with the Parametric Methodology proposed by Castillo (2006), Castillo et al. (2015). Validating this methodology with direct measurements of the jet thickness. For the jet thickness with $C = 0.50$, the values of B_{50} are in agreement with the jet thickness considering the gravitational effect B_g . For values of $L/h > 33.0$ the points depart from the trend because the jet break-up length L_b has been exceeded and the jet widens rapidly.
- The central core reduction angles are in the order of 0.5 and 2.4 %, while the total expansion angles are between 1.2 and 2.4 %. These angles obtained in rectangular jets are similar to those reported in circular jets by Ervine & Falvey (1987).
- The relationship between the dimensionless phase change frequency F/F_{max} and the void fraction C is shown to perform well with the parabolic fit proposed by Brattberg et al. (1998) and Toombes (2002) for values of $L/h < 15 - 20$, where

the maximum values of F/F_{max} are obtained around $C = 0.40 - 0.60$ in all the sections analyzed within that range of fall distances.

- The dimensionless energy dissipation is related to the mean void fraction C_{mean} . For values of $C_{mean} < 0.2 - 0.3$, the energy remains constant. Subsequently, as the amount of air in the jet section increases, the energy dissipation also increases. The onset of the energy dissipation process is also observed for values of $L/h > 15$ and $L/L_b > 0.6$. The E/H energy dissipation data were compared with the fit posed by Castillo et al. (2015). The results obtained in this PhD Thesis tend to follow the behavior proposed by the authors up to values of $H/L_b < 0.6 - 0.7$.
- The Sauter mean bubble diameter D_{sm} shows similar behavior, independent of the specific flow rate and dimensionless falling distance L/h , for values of $L/h > 9.6$. The minimum values are recorded in the central part of the jet, while the maximum values are near the free surface. For cross sections located at relative falling distances L/h between 3.5 and 6.2, lower values of Sauter mean bubble diameter were obtained in the center of the jet. In the comparison of the napes slight differences are observed between the top and bottom of the jet.
- Chord lengths distributions C_h show different behaviors in the upper and lower layer of the jet. In the upper nappe the highest values of the Probability Distribution Function PDF are recorded for the lowest flow ($q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$), with values around 2 mm, while in the lower nappe the behavior is more uniform, with C_h values between 4 - 8 mm. In addition, as the L/h value increases, the Probability Distribution Function decrease, this effect is more evident in the upper nappe.
- Finally, it should be considered that data such as mean bubble diameter or chord length may not be correctly scaled considering the Froude similarity. In this

sense, special care should be taken with the possible scale effects that may occur in two-phase air-water flows.

Trabajos futuros

Siguiendo la línea de investigación que se ha desarrollado en el Laboratorio de Hidráulica de la UPCT por el Grupo de Investigación HIDR@M para la caracterización de las acciones hidrodinámicas de chorros turbulentos rectangulares, se plantea los siguientes trabajos a desarrollar en el futuro:

1. Calibración de diferentes programas de dinámica de fluidos computacional *CFD* (Por ejemplo, ANSYS Fluent, ANSYS CFX, FLOW-3D) para el análisis de la aireación en chorros rectangulares de vertido libre.
2. Estudio del chorro vertiente incrementando la velocidad inicial hasta 15 – 20 m/s a fin de ampliar el rango del estudio actual.
3. Analizar la influencia de la coronación de la presa en la caracterización de la lámina vertiente.
4. Estudio de elementos de aireación/generación de turbulencia en el inicio del vertido, a fin de dividir el chorro y aumentar la aireación desde el inicio de la caída, para incrementar la disipación total de energía antes del cuenco.
5. Análisis de las frecuencias sonoras producidas por la oscilación de la lámina libre, especialmente para caudales específicos menores a $0.025 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$. Estas frecuencias sonoras podrían ayudar en la caracterización del punto donde se alcanza la longitud de rotura del chorro.
6. Caracterización de las ondulaciones en la superficie libre mediante equipos de ultrasonido o sistemas de grabación con múltiples cámaras para realizar técnicas de restitución fotogramétrica del chorro.
7. Actualizar e incrementar la base de datos en el estudio de presiones en la solera. Considerando chorros incidentes con velocidades de hasta 15 – 20 m.

8. Ahondar en el análisis del campo de velocidades, aireación y disipación de energía en el cuenco de disipación al pie del vertedero con colchón eficaz y no eficaz.

Referencias bibliográficas

- Ahmed, M., Ashgriz N., & Tran, H.N. (2009). Break-Up Length and Spreading Angle of Liquid Sheets Formed by Splash Plate Nozzles. *Journal of Fluids Engineering*. Jan 2009, 131(1): 011306, <https://doi.org/10.1115/1.3026729>
- Albertson, M.L., Dai, Y.B., Jensen, R.A. & Rouse, H. (1948). Diffusion of submerged jets. *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, 74.
- Amador, A., Sánchez-Juny, M., & Dolz, J. (2009): Developing Flow Region and Pressure Fluctuations on Steeply Sloping Stepped Spillways. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 135, No. 12, pp. 1092-1100.
- Anderson, A.A., & Tullis, B.P. (2018). Finite crest length weir nappe oscillation. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 144 (6): 04018020.
- André, S., Boillat, J.L., & Schleiss, A.J. (2005). Discussion of ‘Two-phase flow characteristics of stepped spillways’ by Robert M. Boes and Willi H. Hager. *Journal of Hydraulic Engineering*, 131(5), 423–427.
- Annandale, G.W. (2006). *Scour technology. Mechanism and engineering practice*. McGraw-Hill.
- Baron, T. (1949). *Technical Report*, University of Illinois, No. 4.
- Baylar, A. & Bagatur, T. (2006). Experimental studies on air entrainment and oxygen content downstream of sharp-crested weirs. *Water and Environment Journal*, 20 (4).
- Bazin, H.E. (1896). Expériences nouvelles sur l'écoulement en déversoir. *Annales des Ponts et Chaussées*, 7, 249-357, (en Francés).
- Bertola, N., Wang, H., & Chanson, H. (2017). A physical study of air-water flow in planar plunging water jet with large inflow distance. *International Journal of Multiphase Flow*, 100,155–171.

- Boes, R.M. (2000): "Zweiphasenströmung und Energieumsetzung an Grosskaskaden." (Two Phase Flow and Energy Dissipation on Cascades.) Ph.D. Thesis, VAW-ETH, Zürich, Switzerland (en Alemán).
- Boes, R., & HAGER, W. (2003): Two-Phase Flow Characteristics of Stepped Spillways. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 129, No. 9, pp. 661-670.
- Bollaert, E.F. (2002). Communication N° 13. Transient water pressures in joints and formation of rock scour due to high-velocity jet impact. (A.J. Schleiss, Ed.) *Laboratory of Hydraulic Constructions (LHC)*, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Suiza
- Bollaert, E., & Schleiss, A. (2003). Scour of rock due to the impact of plunging high velocity jets Part II: Experimental results of dynamic pressures at pool bottoms and in one- and two-dimensional closed end rock joints. *Journal of Hydraulic Research*, 41:5, 465-480, DOI: 10.1080/00221680309499992
- Bonetto, F., Drew, D.A. & Lahey, R.T. (1993). Analysis of pool surface deformation due to a plunging liquid jet. Rensselaer Polytechnic Inst., Troy, NY. Center for Multiphase Research.
- Borges, J.E., Pereira N., Matos J. & Frizell K.W. (2010). Performance of a combined three-hole conductivity probe for void fraction and velocity measurement in air–water flows. *Exp Fluids*. 48: 17-31. DOI 10.1007/s00348-009-0699-1
- Bos, M.G. (1989). *Discharge measurement structures (Third revised ed.)*. International Institute for Land Reclamation and Improvement/ILRI.
- Boussinesq, J. (1877). Essai sur la théorie des eaux courantes. *Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences* (Paris) 23, 1–680.
- Brattberg, T., Toombes, L., & Chanson, H. (2008). Developing air-water shear layers of two-dimensional water jets discharging into air. *Proc., ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting (FEDSM'98)*, Washington, DC, June 21-25.

- Brocchini, M. & Peregrine D.H. (2001). The dynamics of strong turbulence at free surfaces. Part 2. Free-surface boundary conditions. *Journal of Fluid Mechanics*, 449, 255-290.
- Buckingham, E. (1914). On physically similar systems: illustrations of the use of dimensional equations. *Physical Review*, 4 (4).
- Bureau of Reclamation. (1976). *Design of gravity dams*, United States Department of the Interior, United States Government Printing Office, Denver, 198–199.
- Bureau of Reclamation. (1977). *Design of arch dams*, United States Department of the Interior, United States Government Printing Office, Denver, 312–313.
- Bureau of Reclamation. (1987). *Design of small dams*, 3rd Ed., United States Department of the Interior, United States Government Printing Office, Denver, 365–387.
- Cain, P. & Wood I.R. (1981). Measurements of self-aerated flow on spillway. *Journal of the Hydraulic Division*, ASCE, 107, No, HY11, 1425-1444.
- Cain, P. & Wood, I.R. (1978). Measurements within self-aerated flow on a large spillway. PhD thesis, Department of Civil Engineering, University of Canterbury Christchurch, Nueva Zelanda.
- Carosi, G., & Chanson, H. (2006). Air-Water Time and Length Scales in Skimming Flow on a Stepped Spillway. Application to the Spray Characterization. *Report No. CH59/06*, Division of Civil Engineering, the University of Queensland, Brisbane, Australia, 142 pages.
- Carrillo, J.M. (2014). Metodología numérica y experimental para el diseño de los cuencos de disipación en el sobrevertido de presas de fábrica. PhD Thesis, Universidad Politécnica de Cartagena, España. <https://repositorio.upct.es/handle/10317/4038>
- Carrillo, J.M., Castillo L.G., Marco, F., & García, J.T. (2018). Characterization of two-phase flows in plunge pools. *Proc., 7th IAHR Int. Symp. on Hydraulic Structures*. Aachen, Germany.

- Carrillo, J.M., Castillo, L.G., Marco, F., & García, J.T. (2020). Experimental and numerical analysis of two-phase flows in plunge pools. *Journal of Hydraulic Engineering*, doi: 10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001763
- Carrillo, J.M., Ortega P.R., Castillo, L.G., & García, J.T. (2020). Air entrainment in rectangular free falling jets. *Proc., 8th IAHR Int. Symp. on Hydraulic Structures*. Santiago, Chile, <https://doi.org/10.14264/uql.2020.605>
- Carrillo, J.M., Marco, F., Castillo L.G., & García, J.T. (2020). Analysis of two-phase flows in plunge pools of nappe jets. *Proc., 8th IAHR Int. Symp. on Hydraulic Structures*. Santiago, Chile.
- Carrillo, J.M., Ortega P.R., Castillo, L.G., & García, J.T. (2020). Experimental Characterization of Air Entrainment in Rectangular Free Falling Jets. *Water*, 12(6), 1773, <https://doi.org/10.3390/w12061773>
- Carrillo, J.M., Marco, F., Castillo, L.G., & García, J.T. (2021). Experimental study of submerged hydraulic jumps generated downstream of rectangular plunging jets. *International Journal of Multiphase flow*. Vol 137. doi: 10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001763
- Castillo, L.G. (1989). Metodología experimental y numérica para la caracterización del campo de presiones en los disipadores de energía hidráulica. Aplicación al vertido libre en presas bóveda. PhD Thesis. Universitat Politècnica de Catalunya, España.
- Castillo, L.G. (2006). Aerated jets and pressure fluctuation in plunge pools. *Proc., of the Seventh International Conference on Hydrosience and Engineering*, Philadelphia, USA, 1-23.
- Castillo, L.G. (2007). Pressure characterization of undeveloped and developed jets in shallow and deep pool. *Proceedings of the 32nd IAHR World Congress*. Venice, Italy. July 2007.

- Castillo, L.G., & Carrillo, J.M. (2012). Caracterización del fenómeno de vertido libre frente a variación del índice de turbulencia inicial con metodología CFD. *XXV Congreso Latinoamericano de Hidráulica*. San José, Costa Rica.
- Castillo, L.G., & Carrillo, J.M. (2013). Analysis of the scale ratio in nappe flow case by means of CFD numerical simulation. *Proceedings of the 35th IAHR World Congress*. Chengdu, China.
- Castillo, L.G., Carrillo, J.M., & Sordo-Ward, A. (2014). Simulation of overflow nappe impingement jets. *Journal of Hydroinformatics*, 16(4), 922–940.
- Castillo, L.G., Carrillo, J.M., & Blázquez, A. (2015). Plunge pool mean dynamic pressures: a temporal analysis in nappe flow case. *Journal of Hydraulic Research*, 53(1), 101–118.
- Castillo, L.G., & Carrillo, J.M. (2017). Comparison of methods to estimate the scour downstream of a ski jump. *International Journal of Multiphase flow*, Vol 92, 171–180.
- Chamani, M.R., & Rajaratnam N. (1999). Characteristics of skimming flow over stepped spillways. *J. Hydraul. Eng.* 105 (4): 361–368. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1999\)125:4\(361\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1999)125:4(361)).
- Chanson, H. (1992). Air Entrainment in Chutes and Spillways. *Research Report No. CE 133*, Dept. of Civil Engineering, University of Queensland, Australia.
- Chanson, H. (1993). Velocity measurements within high velocity air-water jets, *Journal of Hydraulic Research*, 31:3, 365-382.
- Chanson, H. (1995). Air Bubble Entrainment in Free-surface Turbulent Flows. Experimental Investigations. *Report CH46/95*, Dept. of Civil Engineering, University of Queensland, Australia, 368 pages (ISBN 0 86776611 5).
- Chanson, H. (1996). Some hydraulic aspects during overflow above inflatable flexible membrane dam. *Technical Rep. CH47/96*. Brisbane, Australia: Univ. of Queensland.
- Chanson, H. (1997). *Air Bubble Entrainment in Free-Surface Turbulent Shear Flows*. Publisher: Academic Press, London, UK.

- Chanson, H. (2001): *Hydraulic Design of Stepped Spillways and Downstream Energy Dissipators*. Dam Engineering, Vol. 11, No. 4, pp. 205-242.
- Chanson, H. (2004). Air-water Flows in Water Engineering and Hydraulic Structures. Basic Processes and Metrology. *Proc. of the Hydraulics of Dams and River Structures*, London.
- Chanson, H. (2006). Bubble Entrainment, Spray and Splashing at Hydraulic Jumps. *Journal of Zhejiang University SCIENCE*, Vol. 7, No. 8, pp. 1396-1405.
- Chanson, H. (2007). Dynamic similarity and scale effects affecting air bubble entrainment in hydraulic jumps. In: *6th Intl. Conf. Multiphase Flow*, ICMF, Leipzig, Germany, 9–13.
- Chanson, H. (2009). Turbulent air-water flows in hydraulic structures: dynamic similarity and scale effects. *Environ Fluid Mech*, 9, 125-142.
- Chanson, H., Aoki, S. & Hoque, A. (2004). Physical modelling and similitude of air bubble entrainment at vertical plunging jets. *Chemical Engineering Science*, 59(4): 747 - 758.
- Chanson, H., & Carosi, G. (2007). Advanced post-processing and correlation analyses in high-velocity air-water flows. *Environ Fluid Mech*, 7:495-508.
- Chanson, H., & Chachereau, Y. (2013). Scale Effects Affecting Two-Phase Flow Properties in Hydraulic Jump with Small Inflow Froude Number. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 45:234-242 (DOI: 10.1016/j.expthermflusci.2012.11.014)
- Chanson, H., & Toombes L. (2002). Air-water flows down stepped chutes: turbulence and flow structure observations. *International Journal of Multiphase Flow*. 28, 1737-1761
- Chanson, H., & Toombes, L. (2004): Hydraulics of stepped chutes: The transition flow. *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 42, No. 1, pp. 43-54.
- Chen, J.Y., Huang, H.S., Yao, C.Y. & Liao, Y. (2008). Impact force on downstream bed of weir by free overfall flow. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 31 (6).
- Chen, T.F., Davis, J.R., (1964). Disintegration of a Turbulent Water Jet. *American Society of Civil Engineers, Journal of the Hydraulics Division*, Vol. 90, No. H Y1, pp. 175-206.

- Chen, C., & Yu, S. (1965). Pressure distribution on spillway flip buckets. *Journal Hydraulic Division ASCE*, 91(2), 51–63.
- Clift, R., Grace JR., & Weber, M.E. (1978). *Bubbles, drops and particles*. New York: Academic Press.
- Crank, J. (1956) *The Mathematics of Diffusion*. Oxford University Press, London, UK.
- Christodoulou, G.C. (1993): Energy Dissipation on Stepped Spillways. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 119, No. 5, pp. 644-650.
- Crookston, B.M., Anderson, A., Shearin-Feimster, L & Tullis, B.P. (2014). Mitigation investigation of flow-induced vibrations at a rehabilitated spillway. *In Proc., 11th National Conf. on Hydraulics in Civil Engineering and 5th Int. Symp. on Hydraulic Structures: Hydraulic Structures and Society-Engineering Challenges and Extremes*, 149–156. Barton, Australia: Engineers Australia.
- Cummings, P., & Chanson, H. (1997). Air entrainment in the developing flow region of plunging jets. Part I: theoretical developments. *Journal of Fluids Engineering*, 119, 597-602.
- D'Alpaos, L. (1987). *Scale effects in strongly accelerated flows*. Excerpta, 2.
- Davies, J. T. (1972). *Turbulence Phenomena*. Academic Press, New York and London.
- Deshpande, S., Gurjar. S., & Trujillo. M.A. (2015). Computational study of an atomizing liquid sheet. *Physics of Fluids*, 27, 082108 (2015) doi: 10.1063/1.4929393
- Dodu, J. (1957). Etude de la Couche Limite d'Air autour d'un Jet d'Eau à Grande Vitesse. (Study of the Boundary Layer around a High Velocity Water Jet.) Proc. 7th IAHR Congress, Lisbon, Portugal, paper D6 (en francés).
- Duarte, R.X. (2014). Influence of air entrainment on rock scour development and block stability in plunge pools. PhD Thesis. No 6195, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suiza.

- Ehrenberger, R. (1926). Wasserbewegung in steilen rinnen (Susstennen) mit besonderer berucksichtigung der selbstbeluftung. *Zeitschrift des Osterreichischer ingenieur und architekturverein*, No. 15/16, 17/18. (en Alemán).
- Ervine, D.A. (1976). Entrainment of air in water. *International Waterpower and Dam Construction*, 28 (12).
- Ervine, D.A., & Falvey, H. (1987). Behaviour of turbulent jets in the atmosphere and plunge pools. *Proc. of the Institutions of Civil Engineers*, 83(2), 295-314.
- Ervine, D.A., Falvey, H., & Withers, W.A. (1997). Pressure fluctuations on plunge pool floors. *Journal of Hydraulic Research*, 35, 257–279.
- Ervine, D.A., McKeogh, E., & Elsayy, E.M. (1980). Effect of turbulence intensity on the rate of air entrainment by plunging water jets. *Proceedings of the Inst. Civ Eng., Part 2*, (págs. 425-445).
- Falvey, H.T. (2009). Discussion of “Computing the Trajectory of Free Jets” by T.L. Wahl, K.H. Frizell, and E.A. Cohen. *Journal of Hydraulic Engineering*, 135 (7).
- Falvey, H.T., & Ervine, D.A. (1988). Aeration in jets and high velocity flows. *Proceedings of Model-prototype Correlation of Hydraulic Structures*. Colorado.
- Federal Emergency Management Agency. FEMA. (2014). *P-1015 Technical Manual: Overtopping Protection for Dams*. US Department of Homeland Security 2014, USA. <https://www.fema.gov/es/media-library/assets/documents/97888>
- Federspiel, M.P. (2011). Response of an embedded block impacted by high-velocity jets. PhD Thesis. École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suiza.
- Felder, S. (2013). Air-water flow properties on stepped spillways for embankment dams: aeration, energy dissipation and turbulence on uniform, non-uniform and pooled stepped chutes. PhD Thesis, School of Civil Engineering, The University of Queensland, Australia.

- Felder, S., & Chanson, H. (2009). Turbulence, dynamic similarity and scale effects in high-velocity free-surface flows above a stepped chute. *Experiments in Fluids*, Vol. 47, No. 1, pp. 1-18.
- Felder, S., & Chanson, H. (2009): Energy dissipation, flow resistance and gas-liquid interfacial area in skimming flows on moderate-slope stepped spillways. *Environmental Fluid Mechanics*, Vol. 9, No. 4, pp. 427-441.
- Felder, S., & Chanson, H. (2015). Aeration and air–water mass transfer on stepped chutes with embankment dam slopes. *Environmental Fluid Mechanics*, 15, (4), 695–710.
- Felder, S., & Chanson, H. (2015). Phase-detection probe measurements in high-velocity free-surface flows including a discussion of key sampling parameters. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 61, 66-78.
- Felder, S., & Chanson, H. (2016). Scale effects in microscopic air-water flow properties in high-velocity free-surface flows. *Experimental Thermal and Fluid Science*. 83,19-36.
- Felder, S., & Pfister, M. (2017). Comparative analysis of phase-detective intrusive probes in high-velocity air-water flows. *International Journal of Multiphase Flow*. 90, 88-101.
- Frizell, K.H., Ehler D.G., & Mefford, B.W. (1994). Developing air concentration and velocity probes for measuring highly-aerated, high-velocity flow. *Technical Report*. U.S. Bureau of Reclamation.
- Frizell, K.H. (1996). Final air concentration probe calibration. *Private notes*, April.
- García, J.T. (2016). Estudio experimental y numérico de los sistemas de captación de fondo. PhD Thesis, Universidad Politécnica de Cartagena, España.
<https://repositorio.upct.es/handle/10317/5582>
- Ghetti, A. (1966). Effects of surface tension on the shape of liquid jets. *Proceedings of the Nato Advanced Study Institute on "Surface Hydrodynamics"*. Bressanone.
- Gill, M.A. (1979). Hydraulics of Rectangular Vertical Drop Structures. *Journal of Hydraulic Research*. Vol. 17, No. 4, 1979, pp 289-302.

- Godon, R. (1936). Le barrage et l'usine hydro-électrique de Mare`ges, sur la Dordogne. *Enchiques des Travaux*, 12, 101–110 (en Francés).
- Harmathy, T.Z. (1960). Velocity of Large Drops and Bubbles in Media of Infinite or Restricted Extent. *AIChE Journal*, Vol. 6, pp. 281-288.
- Heller, V. (2011). Scale effects in physical hydraulic engineering models, *Journal of Hydraulic Research*, 49(3), 293-306.
- Heller, V., & Pfister, M. (2009). Discussion of Computing the trajectories of free jets. *J. Hydraulic Eng.* 135(7), 622–623.
- Helmholtz, H.V. (1868). Ueber die Thatsachen, die der Geometrie zum Grunde liegen, Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften und der Georg-Augusts-Universität zu Göttingen, Göttingen, Germany, 193–221. (en Alemán).
- Henderson, J.B., McCarthy, M.J. & Molloy, N.A. (1970). Entrainment by plunging jets. *Proc. of CHEMECA'70*. Melbourne. Section 2: 86-100.
- Herringe, R.A., & Davis, M.R. (1976). Structural development of gas-liquid mixture flows. *Journal Fluid Mech.* 73(1): 97-123.
- Hidalgo M. (s/f). *Introducción a la Teoría de Modelos Hidráulicos y Aplicaciones Básicas*, Escuela Politécnica Nacional, Departamento de Hidráulica, Quito, Ecuador.
- Hohermuth, B., Kramer, M., Felder, S., & Valero, D. Velocity bias in intrusive gas-liquid flow measurements. *Nat Commun* 12, 4123 (2021). <https://doi.org/10.1038/s41467-021-24231-4>
- Horeni, P. (1956). *Disintegration of a free jet of water in air*. Byzkumny ustav vodohospodarsky prace a studie, Praha, Pokbaba (en Checo).
- Horner, M.W. (1969): An Analysis of Flow on Cascades of Steps. Ph.D. Thesis, University of Birmingham, UK, 357 pages.
- Hoyt, J.W., & Taylor, J.J. (1977). Turbulence Structure in a Water Jet Discharging into Air. *The Physics of Fluids*. Vol. 20, No. 10, Part 11, pp. S253-257.

- [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001461](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001461).
- International Committee on Large Dams ICOLD. (2020). *General synthesis*.
- Juon, R., & Hager, W. (2000). Flip bucket without and with deflectors. *J. Hydraulic Eng.* 126(11), 837–845.
- Kelvin, L. (1871). Hydrokinetic solutions and observations. *In Philosophical Magazine*, volume 42, pages 362–377.
- Keulegan, G.H., & Patterson, G.W. (1940). A Criterion for Instability of Flow in Steep Channels. *Trans. Am. Geophysical Union*, Vol. 21, pp. 594–596.
- Khodier, M.A., & Tullis, B.P. (2017). PIV Measurements for Oscillating Liquid Nappe. *Journal of Hydro-environment Research*. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jher.2017.11.002>
- Kitsikoudis, V., Lodomez, M., Dewals, B., Archambeau, P., Piroton, M., & Erpicum, S. (2021). Occurrence and Characteristic Frequencies of Nappe Oscillations at Free-Overfall Structures. *Journal of Hydraulic Engineering*, 147(2), 06020017.
- Kramer, M., & Valero, D., (2019). *Phase-Detection Signal Processing Toolbox*. Github: <https://doi.org/10.5281/zenodo.2542958>.
- Kramer, M., Hohermuth, B., Valero, D., & Felder, S. (2020). Best practices for velocity estimations in highly aerated flows with dual-tip phase-detection probes. *International Journal of Multiphase Flow*, Volume 126, 2020, 103228, ISSN 0301-9322, <https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2020.103228>.
- Kramer, M., Hohermuth, B., Valero, D., & Felder, S. (2021). On velocity estimations in highly aerated flows with dual-tip phase-detection probes. *International Journal of Multiphase Flow*, Volume 134, 2021, 103475, ISSN 0301-9322, <https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2020.103475>
- Lencastre, A. (1961). Descarregadores de lamina livre. Bases para seu estudo e dimensionamento. Lisboa : Laboratorio Nacional de Engenharia Civil.

- Lodomez, M., Tullis, B.P., Dewals, B., Archambeau, P., Pirotton, M., & Erpicum, S. (2019). Nappe Oscillations on Free-Overfall Structures: Size Scale Effects. *J. Hydraul. Eng.* 2019, 145(6): 04019022
- Lodomez, M., Crookston, B.M., Tullis, B.P., Pirotton, M., & Erpicum, S. (2016). Nappe vibration mitigation techniques for free-overfall structures. *In Proc., 6th IAHR Int. Symp. on Hydraulic Structures and Water System Management*. Edited by B. Crookston, B.M. & Tullis, B.P. 359–366. Portland, OR.
- Lodomez, M., Pirotton, M., Dewals, B., Archambeau, P., & Erpicum, S. (2018). Nappe oscillations on free-overfall structures: An experimental analysis. *J. Hydraul. Eng.* 144 (3): 04018001. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001420](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001420).
- Lund, G., George, M., Annandale, G., Falvey, H., & Lopez, D. (2008). *Eagle nest dam: Hydraulic model study of flood overtopping. Technical report*, Colorado, USA.
- Manso, P.A. (2006). The influence of pool geometry and induced flow patterns on rock scour by high-velocity plunging jets. Ph.D. Thesis No. 3430, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Suiza.
- Marco, F., Carrillo, J.M., Castillo, L.G., García, J.T. (2019). Analysis in the time and frequency domains of pressures measured at plunge pool bottom of free falling jets. *Ingeniería del agua*, 23(4), 289-301. <https://doi.org/10.4995/la.2019.12255>.
- Mason, P.J. (1983). Energy dissipating crest splitters for concrete dams. *International waterpower & dam construction*, 35 (11).
- MATLAB R2017a. (2017). The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, United States.
- MATLAB R2021a. (2021). The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, United States.
- MATLAB R2017a. (2017). The MathWorks, Users Guide, Inc., Natick, Massachusetts, United States.

- Matos, J. (2000). Discussion of the "Characteristics of skimming flow over stepped spillways". *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 126(11), 865-869. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2000\)126:11\(860\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2000)126:11(860)).
- Matos, J. (2001). Discussion of the "Onset of Skimming Flow on Stepped Spillways". *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 127, No. 6, pp. 519-521.
- Matos, J., & Frizell, K.H. (1997). Air concentration measurements in highly turbulent aerated flow. *Proc. 28th IAHR Congress*. Theme D, Vol. 1, Ed. Sam S.Y. Wang and Torkild Carstens, San Francisco, USA, pp. 149- 154.
- Matos, J., & Frizell, K.H. (2000). Air concentration and velocity measurements on self-aerated flow down stepped chutes. *Proc., Joint Conf. on Water Resources Engineering and Water Resources Planning & Management*, ASCE, Minneapolis, USA.
- Matos, J., Frizell, K.H., André, S., & Frizell, K.W. (2002). On the performance of velocity measurement techniques in air-water flows. *Proc., Hydraulic Measurements and Experimental Methods*, 130-140.
- Melo, J.F. (2002). Reduction of plunge pool floor dynamic pressure due to jet air entrainment. Rock scour due to falling High-velocity Jets, *Schleiss & Bollaert, eds., Swets and Zeitlinger, Lisse*, 125-136.
- McKeogh, E. (1978). A Study of Air Entrainment using Plunging Water Jets. PhD Thesis, Queens University, Belfast, Ireland.
- Ministerio de la Presidencia, Relaciones con las Cortes y Memoria Democrática. (2021). *Real Decreto 264/2021, de 13 de abril, por el que se aprueban las normas técnicas de seguridad para las presas y sus embalses*. BOE-A-2021-5867. España.
- Moghaddam, M.A. (2005). A modified theory for rectangular vertical drop structures. *International Conference on Fluids Mechanics*. Udine, Italy.
- Moore, W.L. (1943). Energy Loss at the Base of Free Overfall. *Transactions*, ASCE, Vol. 108, pp 1343-1360.

- Murzyn, F., & Chanson, H. (2007). Free Surface, Bubbly Flow and Turbulence Measurements in Hydraulic Jumps. *Hydraulic Model Report No. CH63/07*, Division of Civil Engineering, The University of Queensland, Brisbane, Australia, 100 páginas.
- Naudascher, E., & Rockwell, D. (1994). *Flow-induced vibrations: An engineering guide*, A.A. Balkema, Rotterdam, Netherlands.
- Neal, L.G., & Bankoff, S.G. (1963). A high resolution resistivity probe for determination of local void properties in gas-liquid flow. *AIChE J.* 9, 490–494. <https://doi.org/10.1002/aic.690090415>.
- Novak, P., Moffat, A.I.B., Nalluri, C., & Narayanan, R. (2007). *Hydraulic structures*. Ed. 2. Taylor & Francis, London.
- Novak, P., Guinot, V., Jeffrey, A., & Reeve, D. (2010). *Hydraulic Modelling – an introduction*. Spon Press, Taylor & Francis Group, New York, USA.
- Ohtsu, I., & Yasuda, Y. (1997): Characteristics of Flow Conditions on Stepped Channels. *Proc. 27 th IAHR Biennial Congress*, San Francisco, USA, Theme D, pp. 583-588.
- Peterka, A.J. (1983). Hydraulic design of stilling basins and energy dissipators, 7th Ed., *Engrg. Monograph 25, Bureau of Reclamation*, U.S. Department of the Interior, Denver.
- Perez de la Cruz, F.J. (2013). Suficiencia Investigadora. Universidad Politécnica de Cartagena
https://www.upct.es/hidrom/publicaciones/Tesis_pfc/Perez_de_la_Cruz_2013_DE_A_Suficiencia_Investigadora.pdf
- Pfister, M., & Hager, W. (2009). Deflector-generated jets, *Journal of Hydraulic Research*, 47:4, 466-475, DOI: 10.1080/00221686.2009.9522022
- Pfister, M., & Hager, W. (2009). Deflector-generated jets. *Journal of Hydraulic Research*. 47(4), 466–475.

- Pfister, M., Hager W., & Boes R. (2014). Trajectories and air flow features of ski jump-generated jets, *Journal of Hydraulic Research*, 52:3, 336-346, DOI: 10.1080/00221686.2013.875072
- Pfister, M., & Schwindt, S. (2014). Air concentration distribution in deflector jets. *Proc., 5th IAHR International Symposium on Hydraulic Structures*, Brisbane, Australia, 1-8.
- Puertas, J. (1994). Criterios hidráulicos para el diseño de cuencos de disipación de energía en presas bóveda con vertido libre por coronación. PhD Thesis. Universitat Politècnica de Catalunya, Spain.
- Rajaratnam, N., & Muralidhar, D., (1971). Pressure and velocity distribution for sharp-crested weirs. *Journal of Hydraulic Research*. 9:2, 241-248, DOI: 10.1080/00221687109500348
- Rajaratnam, N. (1990): Skimming Flow in Stepped Spillways. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 116, No. 4, pp. 587-591.
- Rajaratnam, N., & Chamani, M.R. (1995). Energy loss at drops. *Journal of Hydraulic Research*, 33:3, 373-384, DOI: 10.1080/00221689509498578
- Rand, W. (1955). Flow Geometry at Straight Drop Spillways. *Proceedings, ASCE*, Vol. 81, Paper 791, pp 1-13.
- Ranga Raju, K.G., & Asawa, G.L. (1977). Viscosity and surface tension effects on weir flow. *Journal of the Hydraulics Division*, 103(10), 1227-1231.
- Rayleigh, J.S.W. (1892) *Phil.Mag.*, Vol. 34, p. 145.
- Rehbock, T. (1929). Discussion of precise weir measurements. *Transactions*, 93, 1143-1162.
- Rhone, T.J., & Peterka, A.J. (1959). Improved tunnel spillway flip buckets. *Journal Hydraulic Division ASCE*, 85(12), 53-76.
- Roberts, D.F. (1943). The dissipation of the energy of a flood passing over a high dam. *Proceedings of the South African Society of Civil Engineers*. XLI(1): 48-92.

- Rocha, A.F. (2010). *Hidráulica de tuberías y canales*. Universidad Nacional de Ingeniería, Perú.
- Rouse, H. & Reid, L. (1935). Model Research on Spillway Crests. *American Society of Civil Engineers*, 5 pages.
- Sato, Y., Miura, S., Nagamine, T., Morii, S., & Ohkubo, S. (2007). Behavior of a falling water sheet. *J. Environ. Eng.* 2 (2): 394–406. <https://doi.org/10.1299/jee.2.394>.
- Scimemi, E. (1930). Sulla forma delle vene tracimanti. *L'Energia Elettrica*, 7 (4), 293–305 (en Italiano).
- Snook, P. (2007). *Tekeze*. <https://www.flickrriver.com/photos/tags/tekeze/interesting/>
- Sorensen, R.M. (1985): Stepped Spillway Hydraulic Model Investigation. *Journal. of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 111, No.12, pp. 1461-1472.
- Straub L., & Anderson A.G. (1958). Experiments on self-aerated flow in open channels. *Journal of Hydraulics Division*. ASCE, 1958, 84, No HY7, pp. 1890-1 – 1890-35.
- Toombes, L. (2002). Experimental study of air-water flow properties on low-gradient stepped cascades. PhD Thesis, School of Civil Engineering. The University of Queensland, Australia. <https://espace.library.uq.edu.au/view/UQ:9270>
- Toombes, L., & Chanson, H. (2007). Free-surface aeration and momentum exchange at a bottom outlet, *Journal of Hydraulic Research*, 45:1, 100-110.
- Tsang, C.C. (1987). Hydraulic and aeration performance of labyrinth weirs. PhD Thesis, University of London, Reino Unido.
- U.S. Army Corps of Engineers. (1987). *Overflow spillway crest*. Hydraulic design criteria, sheets 111-1 to 111-2/1, Coastal and Hydraulics Laboratory, Engineer Research and Development Center, Waterways Experiment Station, Vicksburg, Miss.
- Valero, D. (2018). On the Fluid Mechanics of Self-Aeration in Open Channel Flows. Universite de Liege, Belgium; University of Applied Sciences Aachen, Germany Ph.D. thesis.

- van de Sande, E. & Smith, J.M. (1973). Surface entrainment of air by high velocity water jets. *Chemical Engineering Science*, 28 (5).
- van de Sande, E., & Smith, J.M. (1976). Jet break-up and air entrainment by low velocity turbulent water jets. *Chemical Engineering Science*, 31, 219-224.
- Viollet P.L. (2007). *Water Engineering in Ancient Civilizations: 5,000 Years of History*, IAHR Monographs, ISBN 1135067813, 336.
- Vischer, L., & Hager, W. (1995). *Energy dissipators*, IAHR Hydraulic. Struct. Des. Manual 9, Balkema, Rotterdam, The Netherlands.
- Wahl, T.L., Frizell, K.H., & Cohen, E.A. (2008). Computing the trajectory of free jets. *Journal of Hydraulic Engineering*, 134(2), 256–260.
- Wang, H. (2014). Turbulence and air entrainment in hydraulic jumps. PhD Thesis, School of Civil Engineering, The University of Queensland, Australia.
- Wang, H., Felder, S., & Chanson, H. (2014). An experimental study of turbulent two phase flow in hydraulic jumps and application of a triple decomposition technique. *Exp. Fluids* 55.7(2014) Pap. 1775, 1e18. <http://dx.doi.org/10.1007/s00348014-1775-8>.
- Wang, H., Slamet, N., Zhang, G., Chanson, H., (2018). Intrusive measurements of air-water flow properties in highly turbulent supported plunging jets and effects of inflow jet conditions. *Chemical Engineering Science*, 177 (2018), 245-260.
- Weber, K. (1931) *Zeitschriftangew. Math. Mech.* Vol. 11, p. 136.
- White, M.P. Discussion of Moore (1943), *Transactions*, ASCE, Vol. 108, 1943, pp 1361-1364.
- Withers, W. (1991). Pressure fluctuations in the plunge pool of an impinging jet spillway. PhD Thesis. University of Glasgow, Glasgow, Escocia.
- Wood, I.R. (1983). Uniform region of self-aerated flow. *Journal of Hydraulic Div. ASCE*, 109(3), 447–461.

Wood, I.R. (1984). Air Entrainment in High Speed Flows. *Proc. Intl. Symp. on Scale Effects in Modelling Hydraulic Structures*, IAHR, Esslingen, Germany, H. Kobus editor, paper 4.1

World of waterfalls, (2011). *Vernal fall*. <https://www.world-of-waterfalls.com/waterfalls/yosemite-vernal-fall/>

Wormleaton. P. & Tsang Ch. (2000). Aeration Performance of Rectangular Planform Labyrinth Weirs. *Journal of Environmental Engineering*. Vol. 126, Issue 5.

ANEXO No. 1

CÓDIGO DE MATLAB

CÓDIGO DE MATLAB (versión R2017a)

```

clear;
clc; close All;
tic
%%          UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA, ESPAÑA
%          CONDUCTIVITY PROBE SOFTWARE V5.0
%          DUAL-TIP CONDUCTIVITY PROBE
%%
disp ('          AIR-WATER PROPERTIES SOFTWARE V5.0          ')
disp ('          CONDUCTIVITY PROBE          ')
disp ('Welcome to software:')
disp ('Air-Water Properties in Rectangular Free-Falling Jets')
disp ('_____')

disp ('INPUT DATA:')
load('signal200.txt')
signal01 = abs(signal200(:,2));
signal02 = abs(signal200(:,1));

%% CARGAR ARCHIVOS
F = input('FREQUENCY [KHz]: ');
R1 = input('THRESHOLD SIGNAL: ');
R2 = R1;

%% DATOS DE TIEMPO
Fs = F*1000;    Tm = length(signal01)/Fs;
t1 = ((0:length(signal01)-1)/Fs);
t2 = ((0:length(signal02)-1)/Fs);

%% CONVERSIÓN DE SEÑAL DIGITAL A BINARIO
signal001 = signal01;
signal001((signal01)>=R1)=1;
signal001((signal01)<R1)=0;

signal002 = signal02;
signal002((signal02)>=R2)=1;
signal002((signal02)<R2)=0;

S1 = std(signal01);
S2 = std(signal02);

%% FILTRADO SEÑALES BINARIAS
B50 = signal001';

for i=1:length(B50)-2
    if B50(i)==1 && B50(i+1)==0 && B50(i+2)==1
        B50(i+1)=1;
    end
    if B50(i)==1 && B50(i+1)==0 && B50(i+2)==0 && B50(i+3)==1
        B50(i+1)=1;
    end
    if B50(i)==0 && B50(i+1)==1 && B50(i+2)==0

```

```

        B50(i+1)=0;
    end
    if B50(i)==0 && B50(i+1)==1 && B50(i+2)==1 && B50(i+3)==0
        B50(i+1)=0;
    end
end
    B50;
B60=B50';

B70 = signal002';
for i=1:length(B70)-2
    if B70(i)==1 && B70(i+1)==0 && B70(i+2)==1
        B70(i+1)=1;
    end
    if B70(i)==1 && B70(i+1)==0 && B70(i+2)==0 && B70(i+3)==1
        B70(i+1)=1;
    end
    if B70(i)==0 && B70(i+1)==1 && B70(i+2)==0
        B70(i+1)=0;
    end
    if B70(i)==0 && B70(i+1)==1 && B70(i+2)==1 && B70(i+3)==0
        B70(i+1)=0;
    end
end
B70;
B80=B70';

%% GRAFICO SEÑALES ANALÓGICAS
ax(1) = subplot(3,2,1);
plot(t1,signal01);
title('Analog Signal');
xlabel('\it Time (s)');
ylabel('\it Voltage (V)');

%% GRAFICO SEÑALES DIGITALES
ax(2) = subplot(3,2,2);
plot(t1,B60);
title('Binary Signals');
xlabel('\it Time (s)');
ylabel('\it Voltage (V)');
axis([0, Tm+2, -0.5, 1.5]);

%% CORRELACIÓN CRUZADA
[C,lag] = xcorr(B80,B60);

% Ubicación de los Valores máximos
[~,I] = max((C));
t = lag(I);
timediff = t/Fs;

coeff=xcorr(B80,B60,'coeff');    %Coeficiente de correlación

C22=corrcoef(B80,B60);
C33=C22(2,1);
f = max(coeff);

```



```

% Gráfico de la correlación cruzada
ax(3) = subplot(3,2,3);
plot(lag,coeff,'r',[t t],[0 1],'--k');
text(t+180,0.75,['Lag: ' int2str(t)])
title('Cross Correlation Coefficient and Lag')
xlabel('\it Lag');
ylabel('\it Coefficient');
axis([-1200, 1200, 0.5, 1]);
grid off

%% CALCULO DEL TIEMPO
dist = 0.0039; %Distancia entre sensores
vel = (dist/timediff);

%% CALCULO DE LA CONCENTRACIÓN DE AIRE
suma = sum(B60);
diferencial_suma = suma/Fs;
Con = diferencial_suma/Tm;

diferencia_unitaria = (B60/Fs);
concetración_unitaria = (diferencia_unitaria/Tm);

suma22 = sum(B80);
diferencial_suma22 = suma22/Fs;
Con22 = diferencial_suma22/Tm;

%% FRECUENCIA DE INTERFERENCIA
count = length(find(diff(B60) == 1));
F = count/(Tm);

d25 = find(diff(B80) == 1);
d26 = d25/Fs;
count2 = length(find(diff(B80) == 1));
F2 = count2/(Tm);

%% NUMERO DE BURBUJAS
Bb = count;
Bb2 = count2;

%% TABLA DE RESULTADOS No.1
VARIABLES = {'Lag' ; 'Coef. Correlacion' ; 'Desviación Estándar S1'
; 'Desviación Estándar S2' ; 'Velocidad [m/s]' ; 'Concentracion P1'
; 'Concentracion P2' ; 'Frec. Interferencia P1 [Hz]' ; 'Frec.
Interferencia P2 [Hz]' ; 'Número de Burbujas P1' ; 'Número de
Burbujas P2'};

RESULTADOS =[t ; f ; S1 ; S2 ; vel ; Con ; Con22 ; F ; F2 ; Bb ;
Bb2];

disp (table(RESULTADOS,'RowNames',VARIABLES));

%% SEÑAL No. 1
A=B60;
B=zeros(size(A));
k=1;

```

```

for j=1:numel(A)
    if A(j)==0
        k=k+1;
    end
    B(k)=B(k)+A(j);
end
B(B==0)=[];

%Eliminar elementos repetidos
a7=B';
[~, repitencia]=find(a7==1);
a7(repitencia)=[];

a8 =a7';
BB = a8./Fs;                %Delta tiempo
CC = BB.*5.7;               %Chord length
DD = max(CC)*1000;

% PROBABILIDAD DE FRECUENCIA RELATIVA (BURBUJAS)
y = CC';
zz=length(y);
numIntervals = 30;
intervalWidth = (max(y) - min(y))/numIntervals;
x = 0:0.004:0.1;
ncount = histc(y,x);
relativefreq = ncount/length(y);
x25=x';
maxzz=sum(relativefreq);
cs4 = relativefreq/maxzz;
cs5 = (cumsum(cs4));

% Grafico PDF
ax(4) = subplot(3,2,4);
bar(x,relativefreq,1,'y','EdgeColor','k')
title('Chord Length Distribution');
xlabel('\it C_h (m)');
ylabel('\it PDF');
grid off
hold on
yyaxis right
plot(x,cs5,'k-s')
ylabel('\it CDF');
hold off
max(BB);
min(BB);

%% TABLA DE RESULTADOS No.2 (BURBUJAS)
VARIABLES = {'MAXIMO [mm]' ; 'MINIMO [mm]'};
BURBUJAS =[max(CC)*1000 ; min(CC)*1000];
disp (table(BURBUJAS,'RowNames',VARIABLES));

%% Transformada de Fourier Espectro
L=length(B60);
F=fft(B60);
P2 = abs(F/L);

```

```
P1 = P2(1:L/2+1);
P1(2:end-1) = 2*P1(2:end-1);

f = Fs*(0:(L/2))/L;
ax(5) = subplot(3,2,5);
plot1 = loglog(f,P1,'r');
plot1.Color(4) = 0.2;
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('PSD (m2/s)')

[envHigh, envLow] = envelope(P1,100,'peak');
envMean = (envHigh+envLow)/2;

grid on
toc
disp(' ')
disp(date)
```

ANEXO No. 2

REGISTRO FOTOGRÁFICO

Figura 1 Instalación experimental, $q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$, $h = 0.050 \text{ m}$: a) vista frontal; b) vista lateral; c) cuenco de disipación de energía.

Figura 2 Instalación experimental, $q = 0.036 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$, $h = 0.065 \text{ m}$: a) vista frontal; b) vista lateral; c) cuenco de disipación de energía.

Figura 3 Instalación experimental, $q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$, $h = 0.080 \text{ m}$: a) vista frontal; b) vista lateral; c) cuenco de disipación de energía.

Figura 4 Instalación experimental, $q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$, $h = 0.109 \text{ m}$: a) vista frontal; b) vista lateral; c) cuenco de disipación de energía.

Figura 5 Instalación experimental, $q = 0.096 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$, $h = 0.129 \text{ m}$: a) vista frontal; b) vista lateral; c) cuenco de disipación de energía.

ANEXOS No. 3

RESULTADOS

$$q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.050 \text{ m}$$

$$Z = 0.20 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q25_20cm_P01_M1.txt	-11	-0.222	1.000	0.000	1.000	0.000
Q25_20cm_P01_M2.txt	-11	-0.222	1.000	0.000		
Q25_20cm_P02_M1.txt	-10	-0.202	1.000	0.000	1.000	0.000
Q25_20cm_P02_M2.txt	-10	-0.202	1.000	0.000		
Q25_20cm_P03_M1.txt	-9	-0.182	1.000	0.000	1.000	0.000
Q25_20cm_P03_M2.txt	-9	-0.182	1.000	0.000		
Q25_20cm_P04_M1.txt	-8	-0.162	0.995	0.222	0.997	0.222
Q25_20cm_P04_M2.txt	-8	-0.162	1.000	0.000		
Q25_20cm_P05_M1.txt	-7	-0.141	0.993	0.400	0.993	0.400
Q25_20cm_P05_M2.txt	-7	-0.141	0.994	0.444		
Q25_20cm_P06_M1.txt	-6	-0.121	0.474	5.867	0.436	5.867
Q25_20cm_P06_M2.txt	-6	-0.121	0.398	5.111		
Q25_20cm_P07_M1.txt	-5	-0.101	0.002	0.178	0.018	0.178
Q25_20cm_P07_M2.txt	-5	-0.101	0.034	1.067		
Q25_20cm_P08_M1.txt	-4	-0.081	0.000	0.000	0.000	0.000
Q25_20cm_P08_M2.txt	-4	-0.081	0.000	0.000		
Q25_20cm_P09_M1.txt	-3	-0.061	0.000	0.000	0.000	0.000
Q25_20cm_P09_M2.txt	-3	-0.061	0.000	0.000		
Q25_20cm_P10_M1.txt	-2	-0.040	0.000	0.000	0.000	0.000
Q25_20cm_P10_M2.txt	-2	-0.040	0.000	0.000		
Q25_20cm_P11_M1.txt	-1	-0.020	0.000	0.000	0.000	0.000
Q25_20cm_P11_M2.txt	-1	-0.020	0.000	0.000		
Q25_20cm_P12_M1.txt	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Q25_20cm_P12_M2.txt	0	0.000	0.000	0.000		
Q25_20cm_P13_M1.txt	1	0.020	0.000	0.000	0.000	0.000
Q25_20cm_P13_M2.txt	1	0.020	0.000	0.000		
Q25_20cm_P14_M1.txt	2	0.040	0.000	0.000	0.000	0.000
Q25_20cm_P14_M2.txt	2	0.040	0.000	0.000		
Q25_20cm_P15_M1.txt	3	0.061	0.000	0.000	0.000	0.000
Q25_20cm_P15_M2.txt	3	0.061	0.000	0.000		
Q25_20cm_P16_M1.txt	4	0.081	0.003	0.067	0.002	0.067
Q25_20cm_P16_M2.txt	4	0.081	0.001	0.022		
Q25_20cm_P17_M1.txt	5	0.101	0.073	2.400	0.092	2.400
Q25_20cm_P17_M2.txt	5	0.101	0.111	2.044		
Q25_20cm_P18_M1.txt	6	0.121	0.861	4.156	0.800	4.156
Q25_20cm_P18_M2.txt	6	0.121	0.740	5.444		
Q25_20cm_P19_M1.txt	7	0.141	0.992	0.156	0.992	0.156
Q25_20cm_P20_M1.txt	8	0.162	1.000	0.000	1.000	0.000

$$q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.050 \text{ m}$$

$$Z = 0.40 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q25_40cm_P01_M1.txt	-7	-0.141	1.000	0.000	0.999	0.044
Q25_40cm_P01_M2.txt	-7	-0.141	0.997	0.089		
Q25_40cm_P02_M1.txt	-6	-0.121	0.998	0.089	0.992	0.311
Q25_40cm_P02_M2.txt	-6	-0.121	0.986	0.533		
Q25_40cm_P03_M1.txt	-5	-0.101	0.808	1.911	0.793	1.989
Q25_40cm_P03_M2.txt	-5	-0.101	0.778	2.067		
Q25_40cm_P04_M1.txt	-4	-0.081	0.159	3.022	0.179	3.111
Q25_40cm_P04_M2.txt	-4	-0.081	0.200	3.200		
Q25_40cm_P05_M1.txt	-3	-0.061	0.012	0.200	0.042	0.678
Q25_40cm_P05_M2.txt	-3	-0.061	0.072	1.156		
Q25_40cm_P06_M1.txt	-2	-0.040	0.000	0.022	0.000	0.011
Q25_40cm_P06_M2.txt	-2	-0.040	0.000	0.000		
Q25_40cm_P07_M1.txt	-1	-0.020	0.000	0.000	0.000	0.000
Q25_40cm_P07_M2.txt	-1	-0.020	0.000	0.000		
Q25_40cm_P08_M1.txt	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Q25_40cm_P08_M2.txt	0	0.000	0.000	0.000		
Q25_40cm_P09_M1.txt	1	0.020	0.000	0.000	0.000	0.000
Q25_40cm_P09_M2.txt	1	0.020	0.000	0.000		
Q25_40cm_P10_M1.txt	2	0.040	0.000	0.000	0.007	0.144
Q25_40cm_P10_M2.txt	2	0.040	0.014	0.289		
Q25_40cm_P11_M1.txt	3	0.061	0.013	0.089	0.010	0.144
Q25_40cm_P11_M2.txt	3	0.061	0.007	0.200		
Q25_40cm_P12_M1.txt	4	0.081	0.281	2.756	0.248	3.011
Q25_40cm_P12_M2.txt	4	0.081	0.216	3.267		
Q25_40cm_P13_M1.txt	5	0.101	0.981	2.467	0.956	2.533
Q25_40cm_P13_M2.txt	5	0.101	0.931	2.600		
Q25_40cm_P14_M1.txt	6	0.121	1.000	0.800	0.998	0.689
Q25_40cm_P14_M2.txt	6	0.121	0.995	0.578		
Q25_40cm_P15_M1.txt	7	0.141	1.000	0.000	1.000	0.011
Q25_40cm_P15_M2.txt	7	0.141	1.000	0.022		
Q25_40cm_P16_M1.txt	8	0.162	1.000	0.000	1.000	0.000
Q25_40cm_P16_M2.txt	8	0.162	1.000	0.000		
Q25_40cm_P17_M1.txt	9	0.182	1.000	0.000	1.000	0.000
Q25_40cm_P17_M2.txt	9	0.182	1.000	0.000		
Q25_40cm_P18_M1.txt	10	0.202	1.000	0.000	1.000	0.000
Q25_40cm_P18_M2.txt	10	0.202	1.000	0.000		

$$q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.050 \text{ m}$$

$$Z = 0.60 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q25_60cm_P01_M1.txt	-9	-0.182	1.000	0.000	1.000	0.000
Q25_60cm_P01_M2.txt	-9	-0.182	1.000	0.000		
Q25_60cm_P02_M1.txt	-8	-0.162	1.000	0.000	1.000	0.000
Q25_60cm_P02_M2.txt	-8	-0.162	1.000	0.000		
Q25_60cm_P03_M1.txt	-7	-0.141	1.000	0.000	1.000	0.000
Q25_60cm_P03_M2.txt	-7	-0.141	1.000	0.000		
Q25_60cm_P04_M1.txt	-6	-0.121	0.998	0.133	0.998	0.100
Q25_60cm_P04_M2.txt	-6	-0.121	0.999	0.067		
Q25_60cm_P05_M1.txt	-5	-0.101	1.000	0.000	0.993	0.111
Q25_60cm_P05_M2.txt	-5	-0.101	0.986	0.222		
Q25_60cm_P06_M1.txt	-4	-0.081	0.908	3.467	0.891	2.967
Q25_60cm_P06_M2.txt	-4	-0.081	0.874	2.467		
Q25_60cm_P07_M1.txt	-3	-0.061	0.329	6.467	0.348	5.978
Q25_60cm_P07_M2.txt	-3	-0.061	0.366	5.489		
Q25_60cm_P08_M1.txt	-2	-0.040	0.019	0.622	0.021	0.700
Q25_60cm_P08_M2.txt	-2	-0.040	0.023	0.778		
Q25_60cm_P09_M1.txt	-1	-0.020	0.001	0.067	0.001	0.111
Q25_60cm_P09_M2.txt	-1	-0.020	0.002	0.156		
Q25_60cm_P10_M1.txt	0	0.000	0.000	0.044	0.000	0.022
Q25_60cm_P10_M2.txt	0	0.000	0.000	0.000		
Q25_60cm_P11_M1.txt	1	0.020	0.000	0.000	0.000	0.000
Q25_60cm_P11_M2.txt	1	0.020	0.000	0.000		
Q25_60cm_P12_M1.txt	2	0.040	0.005	0.178	0.003	0.089
Q25_60cm_P12_M2.txt	2	0.040	0.000	0.000		
Q25_60cm_P13_M1.txt	3	0.061	0.039	1.089	0.062	1.422
Q25_60cm_P13_M2.txt	3	0.061	0.085	1.756		
Q25_60cm_P14_M1.txt	4	0.081	0.349	4.356	0.371	4.467
Q25_60cm_P14_M2.txt	4	0.081	0.392	4.578		
Q25_60cm_P15_M1.txt	5	0.101	0.896	3.844	0.893	3.522
Q25_60cm_P15_M2.txt	5	0.101	0.891	3.200		
Q25_60cm_P16_M1.txt	6	0.121	0.998	1.467	0.995	1.644
Q25_60cm_P16_M2.txt	6	0.121	0.993	1.822		
Q25_60cm_P17_M1.txt	7	0.141	1.000	0.333	1.000	0.222
Q25_60cm_P17_M2.txt	7	0.141	1.000	0.111		
Q25_60cm_P18_M1.txt	8	0.162	1.000	0.022	1.000	0.022
Q25_60cm_P19_M1.txt	9	0.182	1.000	0.000	1.000	0.000
Q25_60cm_P20_M1.txt	10	0.202	1.000	0.000	1.000	0.000

$$q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.050 \text{ m}$$

$$Z = 0.80 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q25_80cm_P01_M1.txt	-7	-0.14	1.00	0.00	1.000	0.000
Q25_80cm_P01_M2.txt	-7	-0.14	1.00	0.00		
Q25_80cm_P02_M1.txt	-6	-0.12	1.00	0.02	0.999	0.111
Q25_80cm_P02_M2.txt	-6	-0.12	1.00	0.20		
Q25_80cm_P03_M1.txt	-5	-0.10	0.99	0.36	0.990	0.367
Q25_80cm_P03_M2.txt	-5	-0.10	0.99	0.38		
Q25_80cm_P04_M1.txt	-4	-0.08	0.86	4.42	0.859	4.178
Q25_80cm_P04_M2.txt	-4	-0.08	0.86	3.93		
Q25_80cm_P05_M1.txt	-3	-0.06	0.46	5.64	0.519	6.600
Q25_80cm_P05_M2.txt	-3	-0.06	0.58	7.56		
Q25_80cm_P06_M1.txt	-2	-0.04	0.05	1.07	0.053	1.800
Q25_80cm_P06_M2.txt	-2	-0.04	0.06	2.53		
Q25_80cm_P07_M1.txt	-1	-0.02	0.00	0.07	0.001	0.067
Q25_80cm_P07_M2.txt	-1	-0.02	0.00	0.07		
Q25_80cm_P08_M1.txt	0	0.00	0.00	0.02	0.000	0.011
Q25_80cm_P08_M2.txt	0	0.00	0.00	0.00		
Q25_80cm_P09_M1.txt	1	0.02	0.00	0.00	0.001	0.167
Q25_80cm_P09_M2.txt	1	0.02	0.00	0.33		
Q25_80cm_P10_M1.txt	2	0.04	0.01	0.38	0.008	0.478
Q25_80cm_P10_M2.txt	2	0.04	0.01	0.58		
Q25_80cm_P11_M1.txt	3	0.06	0.30	4.62	0.310	4.867
Q25_80cm_P11_M2.txt	3	0.06	0.31	5.11		
Q25_80cm_P12_M1.txt	4	0.08	0.84	4.27	0.806	4.467
Q25_80cm_P12_M2.txt	4	0.08	0.77	4.67		
Q25_80cm_P13_M1.txt	5	0.10	0.99	2.38	0.992	2.378
Q25_80cm_P13_M2.txt	5	0.10	0.99	2.38		
Q25_80cm_P14_M1.txt	6	0.12	1.00	1.11	0.998	0.911
Q25_80cm_P14_M2.txt	6	0.12	1.00	0.71		
Q25_80cm_P15_M1.txt	7	0.14	1.00	0.42	0.9998	0.233
Q25_80cm_P15_M2.txt	7	0.14	1.00	0.04		
Q25_80cm_P16_M1.txt	8	0.16	1.00	0.00	1.000	0.000
Q25_80cm_P16_M2.txt	8	0.16	1.00	0.00		
Q25_80cm_P17_M1.txt	9	0.18	1.00	0.00	1.000	0.000
Q25_80cm_P18_M1.txt	10	0.20	1.00	0.00	1.000	0.000

$$q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.050 \text{ m}$$

$$Z = 1.00 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q25_100cm_P01_M1.txt	-7	-0.141	0.996	0.333	0.998	0.178
Q25_100cm_P01_M2.txt	-7	-0.141	1.000	0.022		
Q25_100cm_P02_M1.txt	-6	-0.121	0.999	0.022	1.000	0.011
Q25_100cm_P02_M2.txt	-6	-0.121	1.000	0.000		
Q25_100cm_P03_M1.txt	-5	-0.101	0.970	1.400	0.983	1.056
Q25_100cm_P03_M2.txt	-5	-0.101	0.996	0.711		
Q25_100cm_P04_M1.txt	-4	-0.081	0.938	4.111	0.946	3.567
Q25_100cm_P04_M2.txt	-4	-0.081	0.955	3.022		
Q25_100cm_P05_M1.txt	-3	-0.061	0.661	8.911	0.693	8.711
Q25_100cm_P05_M2.txt	-3	-0.061	0.726	8.511		
Q25_100cm_P06_M1.txt	-2	-0.040	0.208	4.978	0.195	5.600
Q25_100cm_P06_M2.txt	-2	-0.040	0.181	6.222		
Q25_100cm_P07_M1.txt	-1	-0.020	0.048	1.822	0.040	1.233
Q25_100cm_P07_M2.txt	-1	-0.020	0.031	0.644		
Q25_100cm_P08_M1.txt	0	0.000	0.006	0.400	0.003	0.200
Q25_100cm_P08_M2.txt	0	0.000	0.000	0.000		
Q25_100cm_P09_M1.txt	1	0.020	0.014	0.711	0.009	0.433
Q25_100cm_P09_M2.txt	1	0.020	0.003	0.156		
Q25_100cm_P10_M1.txt	2	0.040	0.071	1.867	0.065	2.244
Q25_100cm_P10_M2.txt	2	0.040	0.058	2.622		
Q25_100cm_P11_M1.txt	3	0.061	0.442	6.156	0.422	5.856
Q25_100cm_P11_M2.txt	3	0.061	0.403	5.556		
Q25_100cm_P12_M1.txt	4	0.081	0.721	5.933	0.753	5.467
Q25_100cm_P12_M2.txt	4	0.081	0.784	5.000		
Q25_100cm_P13_M1.txt	5	0.101	0.930	2.200	0.959	1.589
Q25_100cm_P13_M2.txt	5	0.101	0.987	0.978		
Q25_100cm_P14_M1.txt	6	0.121	0.997	0.400	0.984	0.744
Q25_100cm_P14_M2.txt	6	0.121	0.971	1.089		
Q25_100cm_P15_M1.txt	7	0.141	1.000	0.044	1.000	0.044
Q25_100cm_P15_M2.txt	7	0.141	1.000	0.044		
Q25_100cm_P16_M1.txt	8	0.162	1.000	0.000	1.000	0.000
Q25_100cm_P17_M1.txt	9	0.182	1.000	0.000	1.000	0.000

$$q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.050 \text{ m}$$

$$Z = 1.20 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q25_120cm_P1_M1.txt	-9	-0.182	1.000	0.000	1.000	0.011
Q25_120cm_P1_M2.txt	-9	-0.182	1.000	0.022		
Q25_120cm_P2_M1.txt	-8	-0.162	1.000	0.089	0.996	0.289
Q25_120cm_P2_M2.txt	-8	-0.162	0.993	0.489		
Q25_120cm_P3_M1.txt	-7	-0.141	0.972	1.778	0.979	1.478
Q25_120cm_P3_M2.txt	-7	-0.141	0.986	1.178		
Q25_120cm_P4_M1.txt	-6	-0.121	0.860	7.933	0.865	7.544
Q25_120cm_P4_M2.txt	-6	-0.121	0.871	7.156		
Q25_120cm_P5_M1.txt	-5	-0.101	0.696	12.467	0.687	13.044
Q25_120cm_P5_M2.txt	-5	-0.101	0.678	13.622		
Q25_120cm_P6_M1.txt	-4	-0.081	0.435	14.822	0.438	13.956
Q25_120cm_P6_M2.txt	-4	-0.081	0.440	13.089		
Q25_120cm_P7_M1.txt	-3	-0.061	0.452	12.978	0.486	11.767
Q25_120cm_P7_M2.txt	-3	-0.061	0.519	10.556		
Q25_120cm_P8_M1.txt	-2	-0.040	0.134	7.689	0.158	8.811
Q25_120cm_P8_M2.txt	-2	-0.040	0.181	9.933		
Q25_120cm_P9_M1.txt	-1	-0.020	0.069	4.556	0.072	4.533
Q25_120cm_P9_M2.txt	-1	-0.020	0.075	4.511		
Q25_120cm_P10_M1.txt	0	0.000	0.007	0.689	0.014	1.044
Q25_120cm_P10_M2.txt	0	0.000	0.022	1.400		
Q25_120cm_P11_M1.txt	1	0.020	0.067	4.933	0.052	3.878
Q25_120cm_P11_M2.txt	1	0.020	0.037	2.822		
Q25_120cm_P12_M1.txt	2	0.040	0.222	11.689	0.198	10.378
Q25_120cm_P12_M2.txt	2	0.040	0.173	9.067		
Q25_120cm_P13_M1.txt	3	0.061	0.287	11.422	0.326	12.078
Q25_120cm_P13_M2.txt	3	0.061	0.364	12.733		
Q25_120cm_P14_M1.txt	4	0.081	0.606	11.556	0.558	12.033
Q25_120cm_P14_M2.txt	4	0.081	0.509	12.511		
Q25_120cm_P15_M1.txt	5	0.101	0.793	9.133	0.785	9.367
Q25_120cm_P15_M2.txt	5	0.101	0.776	9.600		
Q25_120cm_P16_M1.txt	6	0.121	0.900	5.822	0.891	5.678
Q25_120cm_P16_M2.txt	6	0.121	0.882	5.533		
Q25_120cm_P17_M1.txt	7	0.141	0.973	1.578	0.986	0.889
Q25_120cm_P17_M2.txt	7	0.141	0.999	0.200		
Q25_120cm_P18_M1.txt	8	0.162	0.999	0.111	0.999	0.122
Q25_120cm_P18_M2.txt	8	0.162	0.999	0.133		
Q25_120cm_P19_M1.txt	9	0.182	0.999	0.067	0.999	0.089
Q25_120cm_P19_M2.txt	9	0.182	0.998	0.111		
Q25_120cm_P20_M1.txt	10	0.202	1.000	0.000	1.000	0.000

$$q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.050 \text{ m}$$

$$Z = 1.40 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q25_140cm_P1_M1.txt	-15	-0.303	1.000	0.000	1.000	0.000
Q25_140cm_P1_M2.txt	-15	-0.303	1.000	0.000		
Q25_140cm_P2_M1.txt	-14	-0.283	1.000	0.000	1.000	0.000
Q25_140cm_P2_M2.txt	-14	-0.283	1.000	0.000		
Q25_140cm_P3_M1.txt	-13	-0.263	1.000	0.000	1.000	0.000
Q25_140cm_P3_M2.txt	-13	-0.263	1.000	0.000		
Q25_140cm_P4_M1.txt	-12	-0.242	1.000	0.000	1.000	0.000
Q25_140cm_P4_M2.txt	-12	-0.242	1.000	0.000		
Q25_140cm_P5_M1.txt	-11	-0.222	1.000	0.000	1.000	0.011
Q25_140cm_P5_M2.txt	-11	-0.222	1.000	0.022		
Q25_140cm_P6_M1.txt	-10	-0.202	1.000	0.000	1.000	0.000
Q25_140cm_P6_M2.txt	-10	-0.202	1.000	0.000		
Q25_140cm_P7_M1.txt	-9	-0.182	1.000	0.022	1.000	0.056
Q25_140cm_P7_M2.txt	-9	-0.182	0.999	0.089		
Q25_140cm_P8_M1.txt	-8	-0.162	0.999	0.044	0.998	0.233
Q25_140cm_P8_M2.txt	-8	-0.162	0.997	0.422		
Q25_140cm_P9_M1.txt	-7	-0.141	0.972	2.800	0.976	2.267
Q25_140cm_P9_M2.txt	-7	-0.141	0.979	1.733		
Q25_140cm_P10_M1.txt	-6	-0.121	0.904	6.800	0.920	5.833
Q25_140cm_P10_M2.txt	-6	-0.121	0.935	4.867		
Q25_140cm_P11_M1.txt	-5	-0.101	0.837	9.089	0.862	8.078
Q25_140cm_P11_M2.txt	-5	-0.101	0.888	7.067		
Q25_140cm_P12_M1.txt	-4	-0.081	0.726	12.044	0.740	11.856
Q25_140cm_P12_M2.txt	-4	-0.081	0.753	11.667		
Q25_140cm_P13_M1.txt	-3	-0.061	0.418	14.044	0.464	13.856
Q25_140cm_P13_M2.txt	-3	-0.061	0.510	13.667		
Q25_140cm_P14_M1.txt	-2	-0.040	0.299	12.200	0.281	11.856
Q25_140cm_P14_M2.txt	-2	-0.040	0.263	11.511		
Q25_140cm_P15_M1.txt	-1	-0.020	0.193	9.644	0.162	8.767
Q25_140cm_P15_M2.txt	-1	-0.020	0.130	7.889		
Q25_140cm_P16_M1.txt	0	0.000	0.064	5.333	0.058	4.200
Q25_140cm_P16_M2.txt	0	0.000	0.051	3.067		
Q25_140cm_P17_M1.txt	1	0.020	0.119	7.111	0.130	7.822
Q25_140cm_P17_M2.txt	1	0.020	0.141	8.533		
Q25_140cm_P18_M1.txt	2	0.040	0.263	11.889	0.259	11.389
Q25_140cm_P18_M2.txt	2	0.040	0.256	10.889		
Q25_140cm_P19_M1.txt	3	0.061	0.539	15.756	0.570	15.178
Q25_140cm_P19_M2.txt	3	0.061	0.600	14.600		
Q25_140cm_P20_M1.txt	4	0.081	0.683	12.844	0.655	12.144
Q25_140cm_P20_M2.txt	4	0.081	0.626	11.444		
Q25_140cm_P21_M1.txt	5	0.101	0.834	9.267	0.886	7.122
Q25_140cm_P21_M2.txt	5	0.101	0.938	4.978		
Q25_140cm_P22_M1.txt	6	0.121	0.957	3.200	0.958	2.900
Q25_140cm_P22_M2.txt	6	0.121	0.958	2.600		
Q25_140cm_P23_M1.txt	7	0.141	0.967	2.467	0.967	2.467
Q25_140cm_P24_M1.txt	8	0.162	1.000	0.089	1.000	0.089
Q25_140cm_P25_M1.txt	9	0.182	1.000	0.000	1.000	0.000

$$q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.050 \text{ m}$$

$$Z = 1.60 \text{ m}$$

Archivo	B (mm)	B/h	C	F (Hz)	C _{promedio}	F _{promedio} (Hz)
Q25_160cm_P1_M1.txt	-11	-0.222	0.999	0.133	0.989	1.322
Q25_160cm_P1_M2.txt	-11	-0.222	0.978	2.511		
Q25_160cm_P2_M1.txt	-10	-0.202	0.998	0.244	0.985	1.578
Q25_160cm_P2_M2.txt	-10	-0.202	0.971	2.911		
Q25_160cm_P3_M1.txt	-9	-0.182	0.968	3.089	0.968	3.067
Q25_160cm_P3_M2.txt	-9	-0.182	0.967	3.044		
Q25_160cm_P4_M1.txt	-8	-0.162	0.906	6.844	0.918	6.600
Q25_160cm_P4_M2.txt	-8	-0.162	0.930	6.356		
Q25_160cm_P5_M1.txt	-7	-0.141	0.821	12.356	0.850	10.311
Q25_160cm_P5_M2.txt	-7	-0.141	0.878	8.267		
Q25_160cm_P6_M1.txt	-6	-0.121	0.833	10.867	0.815	11.211
Q25_160cm_P6_M2.txt	-6	-0.121	0.796	11.556		
Q25_160cm_P7_M1.txt	-5	-0.101	0.676	16.622	0.673	16.244
Q25_160cm_P7_M2.txt	-5	-0.101	0.669	15.867		
Q25_160cm_P8_M1.txt	-4	-0.081	0.635	20.756	0.600	20.133
Q25_160cm_P8_M2.txt	-4	-0.081	0.566	19.511		
Q25_160cm_P9_M1.txt	-3	-0.061	0.458	17.778	0.519	21.089
Q25_160cm_P9_M2.txt	-3	-0.061	0.580	24.400		
Q25_160cm_P10_M1.txt	-2	-0.040	0.529	24.600	0.520	23.444
Q25_160cm_P10_M2.txt	-2	-0.040	0.510	22.289		
Q25_160cm_P11_M1.txt	-1	-0.020	0.514	25.467	0.480	24.389
Q25_160cm_P11_M2.txt	-1	-0.020	0.445	23.311		
Q25_160cm_P12_M1.txt	0	0.000	0.605	27.511	0.594	26.544
Q25_160cm_P12_M2.txt	0	0.000	0.583	25.578		
Q25_160cm_P13_M1.txt	1	0.020	0.557	24.111	0.565	24.711
Q25_160cm_P13_M2.txt	1	0.020	0.572	25.311		
Q25_160cm_P14_M1.txt	2	0.040	0.595	21.133	0.592	21.633
Q25_160cm_P14_M2.txt	2	0.040	0.590	22.133		
Q25_160cm_P15_M1.txt	3	0.061	0.616	18.133	0.622	18.633
Q25_160cm_P15_M2.txt	3	0.061	0.629	19.133		
Q25_160cm_P16_M1.txt	4	0.081	0.702	15.467	0.692	16.022
Q25_160cm_P16_M2.txt	4	0.081	0.682	16.578		
Q25_160cm_P17_M1.txt	5	0.101	0.755	14.622	0.780	13.011
Q25_160cm_P17_M2.txt	5	0.101	0.805	11.400		
Q25_160cm_P18_M1.txt	6	0.121	0.816	12.644	0.852	10.456
Q25_160cm_P18_M2.txt	6	0.121	0.887	8.267		
Q25_160cm_P19_M1.txt	7	0.141	0.928	6.556	0.931	6.289
Q25_160cm_P19_M2.txt	7	0.141	0.934	6.022		
Q25_160cm_P20_M1.txt	8	0.162	0.967	3.333	0.974	2.700
Q25_160cm_P20_M2.txt	8	0.162	0.981	2.067		
Q25_160cm_P21_M1.txt	9	0.182	0.988	1.578	0.990	1.300
Q25_160cm_P21_M2.txt	9	0.182	0.993	1.022		
Q25_160cm_P22_M1.txt	10	0.202	0.997	0.400	0.997	0.400
Q25_160cm_P23_M1.txt	11	0.222	0.999	0.111	0.999	0.111

$$q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.050 \text{ m}$$

$$Z = 1.80 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q25_180cm_P1_M1.txt	-12	-0.242	0.975	2.356	0.966	3.311
Q25_180cm_P1_M2.txt	-12	-0.242	0.958	4.267		
Q25_180cm_P2_M1.txt	-11	-0.222	0.943	5.911	0.947	5.578
Q25_180cm_P2_M2.txt	-11	-0.222	0.952	5.244		
Q25_180cm_P3_M1.txt	-10	-0.202	0.875	10.444	0.882	9.811
Q25_180cm_P3_M2.txt	-10	-0.202	0.889	9.178		
Q25_180cm_P4_M1.txt	-9	-0.182	0.875	9.867	0.878	10.167
Q25_180cm_P4_M2.txt	-9	-0.182	0.882	10.467		
Q25_180cm_P5_M1.txt	-8	-0.162	0.843	13.600	0.819	15.167
Q25_180cm_P5_M2.txt	-8	-0.162	0.794	16.733		
Q25_180cm_P6_M1.txt	-7	-0.141	0.749	23.267	0.761	20.256
Q25_180cm_P6_M2.txt	-7	-0.141	0.773	17.244		
Q25_180cm_P7_M1.txt	-6	-0.121	0.734	23.533	0.744	21.867
Q25_180cm_P7_M2.txt	-6	-0.121	0.754	20.200		
Q25_180cm_P8_M1.txt	-5	-0.101	0.741	20.111	0.730	22.056
Q25_180cm_P8_M2.txt	-5	-0.101	0.718	24.000		
Q25_180cm_P9_M1.txt	-4	-0.081	0.746	29.511	0.756	29.911
Q25_180cm_P9_M2.txt	-4	-0.081	0.766	30.311		
Q25_180cm_P10_M1.txt	-3	-0.061	0.741	29.378	0.746	29.856
Q25_180cm_P10_M2.txt	-3	-0.061	0.750	30.333		
Q25_180cm_P11_M1.txt	-2	-0.040	0.760	30.844	0.742	30.156
Q25_180cm_P11_M2.txt	-2	-0.040	0.724	29.467		
Q25_180cm_P12_M1.txt	-1	-0.020	0.797	31.133	0.775	31.122
Q25_180cm_P12_M2.txt	-1	-0.020	0.754	31.111		
Q25_180cm_P13_M1.txt	0	0.000	0.773	30.778	0.786	31.133
Q25_180cm_P13_M2.txt	0	0.000	0.800	31.489		
Q25_180cm_P14_M1.txt	1	0.020	0.749	29.156	0.722	28.833
Q25_180cm_P14_M2.txt	1	0.020	0.695	28.511		
Q25_180cm_P15_M1.txt	2	0.040	0.741	26.556	0.765	28.344
Q25_180cm_P15_M2.txt	2	0.040	0.789	30.133		
Q25_180cm_P16_M1.txt	3	0.061	0.744	28.222	0.742	28.022
Q25_180cm_P16_M2.txt	3	0.061	0.740	27.822		
Q25_180cm_P17_M1.txt	4	0.081	0.747	26.422	0.762	27.111
Q25_180cm_P17_M2.txt	4	0.081	0.776	27.800		
Q25_180cm_P18_M1.txt	5	0.101	0.734	22.378	0.737	22.078
Q25_180cm_P18_M2.txt	5	0.101	0.739	21.778		
Q25_180cm_P19_M1.txt	6	0.121	0.786	17.956	0.774	18.900
Q25_180cm_P19_M2.txt	6	0.121	0.761	19.844		
Q25_180cm_P20_M1.txt	7	0.141	0.789	18.867	0.793	18.100
Q25_180cm_P20_M2.txt	7	0.141	0.796	17.333		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q25_180cm_P21_M1.txt	8	0.162	0.839	14.111	0.828	14.567
Q25_180cm_P21_M2.txt	8	0.162	0.816	15.022		
Q25_180cm_P22_M1.txt	9	0.182	0.869	12.711	0.867	12.556
Q25_180cm_P22_M2.txt	9	0.182	0.866	12.400		
Q25_180cm_P23_M1.txt	10	0.202	0.922	7.711	0.900	9.956
Q25_180cm_P23_M2.txt	10	0.202	0.877	12.200		
Q25_180cm_P24_M1.txt	11	0.222	0.932	7.489	0.929	7.711
Q25_180cm_P24_M2.txt	11	0.222	0.926	7.933		
Q25_180cm_P25_M1.txt	12	0.242	0.975	3.489	0.966	4.278
Q25_180cm_P25_M2.txt	12	0.242	0.957	5.067		
Q25_180cm_P26_M1.txt	13	0.263	0.976	3.000	0.976	3.000
Q25_180cm_P27_M1.txt	14	0.283	0.989	1.467	0.989	1.467

$$q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.050 \text{ m}$$

$$Z = 2.00 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q25_200cm_P1_M1.txt	-24	-0.485	0.990	2.400	0.993	1.500
Q25_200cm_P1_M2.txt	-24	-0.485	0.996	0.600		
Q25_200cm_P2_M1.txt	-23	-0.465	0.985	2.578	0.986	2.333
Q25_200cm_P2_M2.txt	-23	-0.465	0.987	2.089		
Q25_200cm_P3_M1.txt	-22	-0.444	0.983	3.467	0.985	2.956
Q25_200cm_P3_M2.txt	-22	-0.444	0.987	2.444		
Q25_200cm_P4_M1.txt	-21	-0.424	0.974	4.000	0.975	3.811
Q25_200cm_P4_M2.txt	-21	-0.424	0.976	3.622		
Q25_200cm_P5_M1.txt	-20	-0.404	0.959	6.400	0.970	4.600
Q25_200cm_P5_M2.txt	-20	-0.404	0.980	2.800		
Q25_200cm_P6_M1.txt	-19	-0.384	0.982	2.933	0.975	3.900
Q25_200cm_P6_M2.txt	-19	-0.384	0.968	4.867		
Q25_200cm_P7_M1.txt	-18	-0.364	0.945	8.467	0.939	8.722
Q25_200cm_P7_M2.txt	-18	-0.364	0.933	8.978		
Q25_200cm_P8_M1.txt	-17	-0.343	0.898	13.133	0.900	13.078
Q25_200cm_P8_M2.txt	-17	-0.343	0.903	13.022		
Q25_200cm_P9_M1.txt	-16	-0.323	0.889	16.000	0.892	15.633
Q25_200cm_P9_M2.txt	-16	-0.323	0.894	15.267		
Q25_200cm_P10_M1.txt	-15	-0.303	0.896	15.500	0.889	15.517
Q25_200cm_P10_M2.txt	-15	-0.303	0.881	15.533		
Q25_200cm_P11_M1.txt	-14	-0.283	0.870	15.533	0.872	16.733
Q25_200cm_P11_M2.txt	-14	-0.283	0.873	17.933		
Q25_200cm_P12_M1.txt	-13	-0.263	0.845	22.689	0.847	23.311
Q25_200cm_P12_M2.txt	-13	-0.263	0.849	23.933		
Q25_200cm_P13_M1.txt	-12	-0.242	0.856	24.467	0.855	23.567
Q25_200cm_P13_M2.txt	-12	-0.242	0.853	22.667		
Q25_200cm_P14_M1.txt	-11	-0.222	0.845	28.333	0.843	26.767
Q25_200cm_P14_M2.txt	-11	-0.222	0.842	25.200		
Q25_200cm_P15_M1.txt	-10	-0.202	0.836	26.178	0.845	26.378
Q25_200cm_P15_M2.txt	-10	-0.202	0.854	26.578		
Q25_200cm_P16_M1.txt	-9	-0.182	0.850	27.911	0.856	27.244
Q25_200cm_P16_M2.txt	-9	-0.182	0.862	26.578		
Q25_200cm_P17_M1.txt	-8	-0.162	0.863	30.600	0.857	30.411
Q25_200cm_P17_M2.txt	-8	-0.162	0.851	30.222		
Q25_200cm_P18_M1.txt	-7	-0.141	0.868	30.022	0.861	30.156
Q25_200cm_P18_M2.txt	-7	-0.141	0.853	30.289		
Q25_200cm_P19_M1.txt	-6	-0.121	0.861	30.844	0.858	30.633
Q25_200cm_P19_M2.txt	-6	-0.121	0.855	30.422		
Q25_200cm_P20_M1.txt	-5	-0.101	0.878	31.356	0.875	31.411
Q25_200cm_P20_M2.txt	-5	-0.101	0.872	31.467		
Q25_200cm_P21_M1.txt	-4	-0.081	0.857	31.133	0.871	31.311
Q25_200cm_P21_M2.txt	-4	-0.081	0.885	31.489		
Q25_200cm_P22_M1.txt	-3	-0.061	0.855	31.311	0.875	31.400
Q25_200cm_P22_M2.txt	-3	-0.061	0.895	31.489		
Q25_200cm_P23_M1.txt	-2	-0.040	0.850	31.933	0.870	31.744
Q25_200cm_P23_M2.txt	-2	-0.040	0.889	31.556		
Q25_200cm_P24_M1.txt	-1	-0.020	0.888	31.489	0.889	31.478
Q25_200cm_P24_M2.txt	-1	-0.020	0.891	31.467		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q25_200cm_P25_M1.txt	0	0.000	0.850	31.444	0.872	31.456
Q25_200cm_P25_M2.txt	0	0.000	0.895	31.467		
Q25_200cm_P26_M1.txt	1	0.020	0.890	31.644	0.889	31.578
Q25_200cm_P26_M2.txt	1	0.020	0.888	31.511		
Q25_200cm_P27_M1.txt	2	0.040	0.898	31.511	0.895	31.489
Q25_200cm_P27_M2.txt	2	0.040	0.891	31.467		
Q25_200cm_P28_M1.txt	3	0.061	0.899	31.044	0.889	31.011
Q25_200cm_P28_M2.txt	3	0.061	0.879	30.978		
Q25_200cm_P29_M1.txt	4	0.081	0.885	31.244	0.883	31.233
Q25_200cm_P29_M2.txt	4	0.081	0.881	31.222		
Q25_200cm_P30_M1.txt	5	0.101	0.882	29.978	0.885	30.500
Q25_200cm_P30_M2.txt	5	0.101	0.888	31.022		
Q25_200cm_P31_M1.txt	6	0.121	0.881	30.467	0.867	29.589
Q25_200cm_P31_M2.txt	6	0.121	0.854	28.711		
Q25_200cm_P32_M1.txt	7	0.141	0.897	29.711	0.876	29.211
Q25_200cm_P32_M2.txt	7	0.141	0.856	28.711		
Q25_200cm_P33_M1.txt	8	0.162	0.847	28.778	0.855	28.344
Q25_200cm_P33_M2.txt	8	0.162	0.863	27.911		
Q25_200cm_P34_M1.txt	9	0.182	0.845	25.089	0.848	26.667
Q25_200cm_P34_M2.txt	9	0.182	0.852	28.244		
Q25_200cm_P35_M1.txt	10	0.202	0.849	24.111	0.861	26.122
Q25_200cm_P35_M2.txt	10	0.202	0.872	28.133		
Q25_200cm_P36_M2.txt	11	0.222	0.861	22.111	0.870	22.133
Q25_200cm_P36_M3.txt	11	0.222	0.878	22.156		
Q25_200cm_P37_M1.txt	12	0.242	0.871	21.444	0.864	21.878
Q25_200cm_P37_M2.txt	12	0.242	0.858	22.311		
Q25_200cm_P38_M1.txt	13	0.263	0.870	22.244	0.871	21.300
Q25_200cm_P38_M2.txt	13	0.263	0.872	20.356		
Q25_200cm_P39_M1.txt	14	0.283	0.915	12.178	0.917	13.300
Q25_200cm_P39_M2.txt	14	0.283	0.920	14.422		
Q25_200cm_P40_M1.txt	15	0.303	0.916	15.444	0.923	12.800
Q25_200cm_P40_M2.txt	15	0.303	0.930	10.156		
Q25_200cm_P41_M1.txt	16	0.323	0.911	15.511	0.924	14.211
Q25_200cm_P41_M2.txt	16	0.323	0.937	12.911		
Q25_200cm_P42_M1.txt	17	0.343	0.946	8.178	0.951	7.922
Q25_200cm_P42_M2.txt	17	0.343	0.957	7.667		
Q25_200cm_P43_M1.txt	18	0.364	0.953	8.556	0.951	9.122
Q25_200cm_P43_M2.txt	18	0.364	0.948	9.689		
Q25_200cm_P44_M1.txt	19	0.384	0.982	3.378	0.975	4.489
Q25_200cm_P44_M2.txt	19	0.384	0.968	5.600		
Q25_200cm_P45_M1.txt	20	0.404	0.992	1.822	0.992	1.822
Q25_200cm_P46_M1.txt	21	0.424	0.991	1.711	0.991	1.711
Q25_200cm_P47_M1.txt	22	0.444	0.989	2.400	0.989	2.400
Q25_200cm_P48_M1.txt	23	0.465	0.996	1.178	0.996	1.178
Q25_200cm_P49_M1.txt	24	0.485	0.992	2.200	0.992	2.200
Q25_200cm_P50_M1.txt	25	0.505	0.998	0.489	0.998	0.489

$$q = 0.036 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.065 \text{ m}$$

$$Z = 0.20 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q37_5_20cm_P0_M1.txt	-13	-0.200	0.999	0.178	0.985	0.200
Q37_5_20cm_P0_M2.txt	-13	-0.200	0.972	0.222		
Q37_5_20cm_P01_M1.txt	-12	-0.185	0.928	1.867	0.955	1.356
Q37_5_20cm_P01_M2.txt	-12	-0.185	0.982	0.844		
Q37_5_20cm_P02_M1.txt	-11	-0.169	0.948	2.800	0.917	2.567
Q37_5_20cm_P02_M2.txt	-11	-0.169	0.886	2.333		
Q37_5_20cm_P03_M2.txt	-10	-0.154	0.942	2.222	0.869	2.678
Q37_5_20cm_P03_M3.txt	-10	-0.154	0.797	3.133		
Q37_5_20cm_P04_M1.txt	-9	-0.138	0.884	3.022	0.882	3.489
Q37_5_20cm_P04_M2.txt	-9	-0.138	0.880	3.956		
Q37_5_20cm_P05_M1.txt	-8	-0.123	0.538	4.689	0.523	4.767
Q37_5_20cm_P05_M2.txt	-8	-0.123	0.508	4.844		
Q37_5_20cm_P06_M1.txt	-7	-0.108	0.112	2.378	0.115	2.378
Q37_5_20cm_P06_M2.txt	-7	-0.108	0.118	2.378		
Q37_5_20cm_P07_M1.txt	-6	-0.092	0.042	1.133	0.074	1.289
Q37_5_20cm_P07_M2.txt	-6	-0.092	0.106	1.444		
Q37_5_20cm_P08_M1.txt	-5	-0.077	0.076	1.556	0.044	0.922
Q37_5_20cm_P08_M2.txt	-5	-0.077	0.011	0.289		
Q37_5_20cm_P09_M1.txt	-4	-0.062	0.001	0.022	0.006	0.189
Q37_5_20cm_P09_M2.txt	-4	-0.062	0.012	0.356		
Q37_5_20cm_P10_M1.txt	-3	-0.046	0.005	0.244	0.005	0.167
Q37_5_20cm_P10_M2.txt	-3	-0.046	0.006	0.089		
Q37_5_20cm_P11_M1.txt	-2	-0.031	0.000	0.000	0.000	0.022
Q37_5_20cm_P11_M2.txt	-2	-0.031	0.000	0.044		
Q37_5_20cm_P12_M1.txt	-1	-0.015	0.000	0.000	0.002	0.089
Q37_5_20cm_P12_M2.txt	-1	-0.015	0.003	0.178		
Q37_5_20cm_P13_M1.txt	0	0.000	0.000	0.000	0.001	0.078
Q37_5_20cm_P13_M2.txt	0	0.000	0.001	0.156		
Q37_5_20cm_P14_M1.txt	1	0.015	0.014	0.422	0.018	0.478
Q37_5_20cm_P14_M2.txt	1	0.015	0.023	0.533		
Q37_5_20cm_P15_M1.txt	2	0.031	0.005	0.311	0.011	0.500
Q37_5_20cm_P15_M2.txt	2	0.031	0.016	0.689		
Q37_5_20cm_P16_M1.txt	3	0.046	0.005	0.222	0.015	0.711
Q37_5_20cm_P16_M2.txt	3	0.046	0.025	1.200		
Q37_5_20cm_P17_M1.txt	4	0.062	0.035	1.244	0.029	0.878
Q37_5_20cm_P17_M2.txt	4	0.062	0.022	0.511		
Q37_5_20cm_P18_M1.txt	5	0.077	0.040	1.356	0.039	1.233
Q37_5_20cm_P18_M2.txt	5	0.077	0.037	1.111		
Q37_5_20cm_P19_M1.txt	6	0.092	0.100	2.511	0.125	2.900
Q37_5_20cm_P19_M2.txt	6	0.092	0.151	3.289		

Archivo	B (mm)	B/h	C	F (Hz)	C_{promedio}	F_{promedio} (Hz)
Q37_5_20cm_P20_M1.txt	7	0.108	0.201	4.889	0.171	3.911
Q37_5_20cm_P20_M2.txt	7	0.108	0.142	2.933		
Q37_5_20cm_P21_M1.txt	8	0.123	0.431	4.778	0.481	5.467
Q37_5_20cm_P21_M2.txt	8	0.123	0.532	6.156		
Q37_5_20cm_P22_M1.txt	9	0.138	0.790	3.933	0.732	4.233
Q37_5_20cm_P22_M2.txt	9	0.138	0.674	4.533		
Q37_5_20cm_P23_M1.txt	10	0.154	0.881	2.578	0.891	2.322
Q37_5_20cm_P23_M2.txt	10	0.154	0.901	2.067		
Q37_5_20cm_P24_M1.txt	11	0.169	0.903	1.356	0.918	1.278
Q37_5_20cm_P24_M2.txt	11	0.169	0.933	1.200		
Q37_5_20cm_P25_M1.txt	12	0.185	0.916	1.311	0.943	1.211
Q37_5_20cm_P25_M2.txt	12	0.185	0.970	1.111		
Q37_5_20cm_P26_M1.txt	13	0.200	0.993	0.489	0.993	0.489
Q37_5_20cm_P27_M1.txt	14	0.215	1.000	0.000	1.000	0.000

$$q = 0.036 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.065 \text{ m}$$

$$Z = 0.40 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q37_5_40cm_P00_M1.txt	-11.5	-0.177	1.000	0.000	1.000	0.000
Q37_5_40cm_P00_M2.txt	-10.5	-0.162	1.000	0.000	1.000	0.000
Q37_5_40cm_P01_M1.txt	-9.5	-0.146	0.950	1.556	0.966	1.422
Q37_5_40cm_P01_M2.txt	-9.5	-0.146	0.982	1.289		
Q37_5_40cm_P02_M1.txt	-8.5	-0.131	0.825	4.200	0.871	3.233
Q37_5_40cm_P02_M2.txt	-8.5	-0.131	0.916	2.267		
Q37_5_40cm_P03_M1.txt	-7.5	-0.115	0.801	4.489	0.802	5.033
Q37_5_40cm_P03_M2.txt	-7.5	-0.115	0.803	5.578		
Q37_5_40cm_P04_M1.txt	-6.5	-0.100	0.445	6.511	0.510	6.811
Q37_5_40cm_P04_M2.txt	-6.5	-0.100	0.574	7.111		
Q37_5_40cm_P05_M1.txt	-5.5	-0.085	0.415	6.489	0.452	5.789
Q37_5_40cm_P05_M2.txt	-5.5	-0.085	0.489	5.089		
Q37_5_40cm_P06_M1.txt	-4.5	-0.069	0.219	3.822	0.169	2.600
Q37_5_40cm_P06_M2.txt	-4.5	-0.069	0.120	1.378		
Q37_5_40cm_P07_M1.txt	-3.5	-0.054	0.110	2.356	0.097	2.100
Q37_5_40cm_P07_M2.txt	-3.5	-0.054	0.084	1.844		
Q37_5_40cm_P08_M1.txt	-2.5	-0.038	0.000	0.000	0.014	0.833
Q37_5_40cm_P08_M2.txt	-2.5	-0.038	0.027	1.667		
Q37_5_40cm_P09_M1.txt	-1.5	-0.023	0.014	0.622	0.020	0.944
Q37_5_40cm_P09_M2.txt	-1.5	-0.023	0.026	1.267		
Q37_5_40cm_P10_M1.txt	0	0.000	0.003	0.222	0.006	0.467
Q37_5_40cm_P10_M2.txt	0	0.000	0.009	0.711		
Q37_5_40cm_P11_M1.txt	1.5	0.023	0.014	0.644	0.018	0.822
Q37_5_40cm_P11_M2.txt	1.5	0.023	0.023	1.000		
Q37_5_40cm_P12_M1.txt	2.5	0.038	0.035	1.822	0.048	2.456
Q37_5_40cm_P12_M2.txt	2.5	0.038	0.060	3.089		
Q37_5_40cm_P13_M1.txt	3.5	0.054	0.043	1.444	0.093	1.878
Q37_5_40cm_P13_M2.txt	3.5	0.054	0.143	2.311		
Q37_5_40cm_P14_M1.txt	4.5	0.069	0.096	3.000	0.151	4.689
Q37_5_40cm_P14_M2.txt	4.5	0.069	0.206	6.378		
Q37_5_40cm_P15_M1.txt	5.5	0.085	0.162	3.600	0.193	4.122
Q37_5_40cm_P15_M2.txt	5.5	0.085	0.223	4.644		
Q37_5_40cm_P16_M2.txt	6.5	0.100	0.318	5.756	0.373	6.567
Q37_5_40cm_P16_M3.txt	6.5	0.100	0.427	7.378		
Q37_5_40cm_P17_M1.txt	7.5	0.115	0.673	7.733	0.682	7.544
Q37_5_40cm_P17_M2.txt	7.5	0.115	0.690	7.356		
Q37_5_40cm_P18_M1.txt	8.5	0.131	0.795	5.622	0.814	5.444
Q37_5_40cm_P18_M2.txt	8.5	0.131	0.833	5.267		
Q37_5_40cm_P19_M1.txt	9.5	0.146	0.879	4.556	0.898	4.433
Q37_5_40cm_P19_M2.txt	9.5	0.146	0.917	4.311		

Archivo	B (mm)	B/h	C	F (Hz)	C_{promedio}	F_{promedio} (Hz)
Q37_5_40cm_P20_M1.txt	10.5	0.162	0.934	2.578	0.947	2.500
Q37_5_40cm_P20_M2.txt	10.5	0.162	0.959	2.422		
Q37_5_40cm_P21_M1.txt	11.5	0.177	0.988	0.911	0.988	0.911
Q37_5_40cm_P22_M1.txt	12.5	0.192	0.992	0.800	0.992	0.800
Q37_5_40cm_P23_M1.txt	13.5	0.208	1.000	0.000	1.000	0.000
Q37_5_40cm_P24_M1.txt	14.5	0.223	1.000	0.000	1.000	0.000

$$q = 0.036 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.065 \text{ m}$$

$$Z = 0.60 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q37_5_60cm_P01_M0.txt	-11	-0.169	1.000	0.000	1.000	0.000
Q37_5_60cm_P01_M1.txt	-10	-0.154	0.950	1.267	0.932	1.778
Q37_5_60cm_P01_M2.txt	-10	-0.154	0.914	2.289		
Q37_5_60cm_P02_M1.txt	-9	-0.138	0.943	1.267	0.951	1.533
Q37_5_60cm_P02_M2.txt	-9	-0.138	0.960	1.800		
Q37_5_60cm_P03_M1.txt	-8	-0.123	0.855	4.756	0.909	3.467
Q37_5_60cm_P03_M2.txt	-8	-0.123	0.962	2.178		
Q37_5_60cm_P04_M1.txt	-7	-0.108	0.795	4.600	0.827	4.700
Q37_5_60cm_P04_M2.txt	-7	-0.108	0.859	4.800		
Q37_5_60cm_P05_M1.txt	-6	-0.092	0.648	5.933	0.645	5.822
Q37_5_60cm_P05_M2.txt	-6	-0.092	0.558	5.333		
Q37_5_60cm_P05_M3.txt	-6	-0.092	0.730	6.200		
Q37_5_60cm_P06_M1.txt	-5	-0.077	0.467	4.667	0.454	5.789
Q37_5_60cm_P06_M2.txt	-5	-0.077	0.440	6.911		
Q37_5_60cm_P07_M1.txt	-4	-0.062	0.141	3.956	0.144	3.956
Q37_5_60cm_P07_M2.txt	-4	-0.062	0.147	3.956		
Q37_5_60cm_P08_M1.txt	-3	-0.046	0.058	1.889	0.141	2.911
Q37_5_60cm_P08_M2.txt	-3	-0.046	0.225	3.933		
Q37_5_60cm_P09_M1.txt	-2	-0.031	0.086	2.044	0.090	2.856
Q37_5_60cm_P09_M2.txt	-2	-0.031	0.093	3.667		
Q37_5_60cm_P10_M1.txt	-1	-0.015	0.005	0.378	0.013	0.678
Q37_5_60cm_P10_M2.txt	-1	-0.015	0.020	0.978		
Q37_5_60cm_P11_M1.txt	0	0.000	0.061	2.400	0.036	1.400
Q37_5_60cm_P11_M2.txt	0	0.000	0.011	0.400		
Q37_5_60cm_P12_M1.txt	1	0.015	0.062	1.489	0.080	2.511
Q37_5_60cm_P12_M2.txt	1	0.015	0.098	3.533		
Q37_5_60cm_P13_M1.txt	2	0.031	0.068	2.844	0.070	3.044
Q37_5_60cm_P13_M2.txt	2	0.031	0.072	3.244		
Q37_5_60cm_P14_M1.txt	3	0.046	0.266	6.400	0.242	6.700
Q37_5_60cm_P14_M2.txt	3	0.046	0.218	7.000		
Q37_5_60cm_P15_M1.txt	4	0.062	0.344	8.111	0.344	7.378
Q37_5_60cm_P15_M2.txt	4	0.062	0.345	6.644		
Q37_5_60cm_P16_M1.txt	5	0.077	0.566	6.578	0.567	7.433
Q37_5_60cm_P16_M2.txt	5	0.077	0.569	8.289		
Q37_5_60cm_P17_M1.txt	6	0.092	0.812	5.578	0.708	6.622
Q37_5_60cm_P17_M2.txt	6	0.092	0.603	7.667		
Q37_5_60cm_P18_M1.txt	7	0.108	0.877	4.222	0.862	4.811
Q37_5_60cm_P18_M2.txt	7	0.108	0.847	5.400		
Q37_5_60cm_P19_M1.txt	8	0.123	0.984	1.933	0.977	2.033
Q37_5_60cm_P19_M2.txt	8	0.123	0.970	2.133		

Archivo	<i>B</i> (mm)	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F</i> (Hz)	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio}</i> (Hz)
Q37_5_60cm_P20_M1.txt	9	0.138	0.965	0.756	0.965	0.756
Q37_5_60cm_P21_M1.txt	10	0.154	0.992	0.622	0.992	0.622
Q37_5_60cm_P22_M1.txt	11	0.169	1.000	0.178	1.000	0.178
Q37_5_60cm_P23_M1.txt	12	0.185	0.999	0.133	0.999	0.133

$$q = 0.036 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.065 \text{ m}$$

$$Z = 0.80 \text{ m}$$

Archivo	B (mm)	B/h	C	F (Hz)	C _{promedio}	F _{promedio} (Hz)
Q37_5_80cm_P01_M1.txt	-16	-0.246	1.000	0.044	0.992	0.522
Q37_5_80cm_P01_M2.txt	-16	-0.246	0.984	1.000		
Q37_5_80cm_P02_M1.txt	-15	-0.231	1.000	0.000	0.998	0.122
Q37_5_80cm_P02_M2.txt	-15	-0.231	0.997	0.244		
Q37_5_80cm_P03_M1.txt	-14	-0.215	0.961	1.267	0.981	0.726
Q37_5_80cm_P03_M2.txt	-14	-0.215	1.000	0.022		
Q37_5_80cm_P03_M3.txt	-14	-0.215	0.982	0.889		
Q37_5_80cm_P04_M1.txt	-13	-0.200	0.980	1.622	0.988	0.822
Q37_5_80cm_P04_M2.txt	-13	-0.200	0.992	0.356		
Q37_5_80cm_P04_M3.txt	-13	-0.200	0.993	0.489		
Q37_5_80cm_P05_M1.txt	-12	-0.185	0.976	1.400	0.956	1.978
Q37_5_80cm_P05_M2.txt	-12	-0.185	0.937	2.556		
Q37_5_80cm_P06_M1.txt	-11	-0.169	0.972	0.778	0.969	1.252
Q37_5_80cm_P06_M2.txt	-11	-0.169	0.948	2.333		
Q37_5_80cm_P06_M3.txt	-11	-0.169	0.987	0.644		
Q37_5_80cm_P07_M1.txt	-10	-0.154	0.980	1.044	0.980	0.763
Q37_5_80cm_P07_M2.txt	-10	-0.154	0.965	0.933		
Q37_5_80cm_P07_M3.txt	-10	-0.154	0.994	0.311		
Q37_5_80cm_P08_M1.txt	-9	-0.138	0.869	5.556	0.919	3.000
Q37_5_80cm_P08_M2.txt	-9	-0.138	0.951	1.600		
Q37_5_80cm_P08_M3.txt	-9	-0.138	0.935	1.844		
Q37_5_80cm_P09_M1.txt	-8	-0.123	0.789	5.844	0.859	4.230
Q37_5_80cm_P09_M2.txt	-8	-0.123	0.861	3.178		
Q37_5_80cm_P09_M3.txt	-8	-0.123	0.927	3.667		
Q37_5_80cm_P10_M1.txt	-7	-0.108	0.650	9.733	0.685	7.881
Q37_5_80cm_P10_M2.txt	-7	-0.108	0.685	7.556		
Q37_5_80cm_P10_M3.txt	-7	-0.108	0.721	6.356		
Q37_5_80cm_P11_M1.txt	-6	-0.092	0.620	7.733	0.656	7.030
Q37_5_80cm_P11_M2.txt	-6	-0.092	0.624	6.467		
Q37_5_80cm_P11_M3.txt	-6	-0.092	0.723	6.889		
Q37_5_80cm_P12_M1.txt	-5	-0.077	0.417	4.978	0.481	6.467
Q37_5_80cm_P12_M2.txt	-5	-0.077	0.643	6.867		
Q37_5_80cm_P12_M3.txt	-5	-0.077	0.382	7.556		
Q37_5_80cm_P13_M1.txt	-4	-0.062	0.234	4.911	0.321	5.852
Q37_5_80cm_P13_M2.txt	-4	-0.062	0.334	5.244		
Q37_5_80cm_P13_M3.txt	-4	-0.062	0.395	7.400		
Q37_5_80cm_P14_M1.txt	-3	-0.046	0.442	6.533	0.203	4.378
Q37_5_80cm_P14_M2.txt	-3	-0.046	0.095	3.933		
Q37_5_80cm_P14_M3.txt	-3	-0.046	0.073	2.667		
Q37_5_80cm_P15_M1.txt	-2	-0.031	0.110	3.422	0.082	3.274
Q37_5_80cm_P15_M2.txt	-2	-0.031	0.031	1.400		
Q37_5_80cm_P15_M3.txt	-2	-0.031	0.104	5.000		
Q37_5_80cm_P16_M1.txt	-1	-0.015	0.028	1.667	0.038	1.956
Q37_5_80cm_P16_M2.txt	-1	-0.015	0.059	1.822		
Q37_5_80cm_P16_M3.txt	-1	-0.015	0.028	2.378		
Q37_5_80cm_P17_M1.txt	0	0.000	0.036	2.822	0.036	3.622
Q37_5_80cm_P17_M2.txt	0	0.000	0.036	6.422		
Q37_5_80cm_P17_M3.txt	0	0.000	0.036	1.622		

Archivo	B (mm)	B/h	C	F (Hz)	C_{promedio}	F_{promedio} (Hz)
Q37_5_80cm_P18_M1.txt	1	0.015	0.073	2.756	0.083	3.630
Q37_5_80cm_P18_M2.txt	1	0.015	0.086	3.489		
Q37_5_80cm_P18_M3.txt	1	0.015	0.088	4.644		
Q37_5_80cm_P19_M1.txt	2	0.031	0.082	1.867	0.098	3.637
Q37_5_80cm_P19_M2.txt	2	0.031	0.082	3.444		
Q37_5_80cm_P19_M3.txt	2	0.031	0.129	5.600		
Q37_5_80cm_P20_M1.txt	3	0.046	0.256	8.044	0.269	7.689
Q37_5_80cm_P20_M2.txt	3	0.046	0.283	7.333		
Q37_5_80cm_P21_M1.txt	4	0.062	0.291	6.400	0.410	8.926
Q37_5_80cm_P21_M2.txt	4	0.062	0.452	8.889		
Q37_5_80cm_P21_M3.txt	4	0.062	0.485	11.489		
Q37_5_80cm_P22_M1.txt	5	0.077	0.655	7.111	0.651	7.319
Q37_5_80cm_P22_M2.txt	5	0.077	0.734	6.689		
Q37_5_80cm_P22_M3.txt	5	0.077	0.565	8.156		
Q37_5_80cm_P23_M1.txt	6	0.092	0.790	4.244	0.790	5.600
Q37_5_80cm_P23_M2.txt	6	0.092	0.790	5.333		
Q37_5_80cm_P23_M3.txt	6	0.092	0.791	7.222		
Q37_5_80cm_P24_M1.txt	7	0.108	0.834	5.400	0.827	5.393
Q37_5_80cm_P24_M2.txt	7	0.108	0.760	5.778		
Q37_5_80cm_P24_M3.txt	7	0.108	0.886	5.000		
Q37_5_80cm_P25_M1.txt	8	0.123	0.868	4.756	0.894	3.933
Q37_5_80cm_P25_M2.txt	8	0.123	0.846	3.978		
Q37_5_80cm_P25_M3.txt	8	0.123	0.968	3.067		
Q37_5_80cm_P26_M1.txt	9	0.138	0.954	2.267	0.930	2.522
Q37_5_80cm_P26_M2.txt	9	0.138	0.906	2.778		
Q37_5_80cm_P27_M1.txt	10	0.154	0.992	1.044	0.982	0.922
Q37_5_80cm_P27_M2.txt	10	0.154	0.971	0.800		
Q37_5_80cm_P28_M1.txt	11	0.169	0.999	0.244	0.999	0.244
Q37_5_80cm_P29_M1.txt	12	0.185	0.972	0.911	0.972	0.911
Q37_5_80cm_P30_M1.txt	13	0.200	0.998	0.267	0.998	0.267
Q37_5_80cm_P31_M1.txt	14	0.215	1.000	0.000	1.000	0.000

$$q = 0.036 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.065 \text{ m}$$

$$Z = 1.00 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q37_5_100cm_P01_M1.txt	-16	-0.246	1.000	0.022	1.000	0.067
Q37_5_100cm_P01_M2.txt	-16	-0.246	0.999	0.111		
Q37_5_100cm_P02_M1.txt	-15	-0.231	0.998	0.400	0.998	0.344
Q37_5_100cm_P02_M2.txt	-15	-0.231	0.999	0.289		
Q37_5_100cm_P03_M1.txt	-14	-0.215	0.992	0.444	0.996	0.222
Q37_5_100cm_P03_M2.txt	-14	-0.215	1.000	0.000		
Q37_5_100cm_P04_M1.txt	-13	-0.200	0.996	0.378	0.992	0.456
Q37_5_100cm_P04_M2.txt	-13	-0.200	0.988	0.533		
Q37_5_100cm_P05_M1.txt	-12	-0.185	0.985	1.533	0.991	0.956
Q37_5_100cm_P05_M2.txt	-12	-0.185	0.996	0.378		
Q37_5_100cm_P06_M1.txt	-11	-0.169	0.992	0.689	0.989	1.078
Q37_5_100cm_P06_M2.txt	-11	-0.169	0.985	1.467		
Q37_5_100cm_P07_M1.txt	-10	-0.154	0.992	0.378	0.990	0.489
Q37_5_100cm_P07_M2.txt	-10	-0.154	0.988	0.600		
Q37_5_100cm_P08_M1.txt	-9	-0.138	0.951	2.067	0.964	2.011
Q37_5_100cm_P08_M2.txt	-9	-0.138	0.977	1.956		
Q37_5_100cm_P09_M1.txt	-8	-0.123	0.939	3.467	0.939	2.889
Q37_5_100cm_P09_M2.txt	-8	-0.123	0.939	2.311		
Q37_5_100cm_P10_M1.txt	-7	-0.108	0.911	4.889	0.891	4.533
Q37_5_100cm_P10_M2.txt	-7	-0.108	0.871	4.178		
Q37_5_100cm_P11_M1.txt	-6	-0.092	0.785	6.422	0.781	6.567
Q37_5_100cm_P11_M2.txt	-6	-0.092	0.778	6.711		
Q37_5_100cm_P12_M1.txt	-5	-0.077	0.704	10.156	0.627	9.311
Q37_5_100cm_P12_M2.txt	-5	-0.077	0.549	8.467		
Q37_5_100cm_P13_M1.txt	-4	-0.062	0.345	7.089	0.432	8.956
Q37_5_100cm_P13_M2.txt	-4	-0.062	0.518	10.822		
Q37_5_100cm_P14_M1.txt	-3	-0.046	0.380	10.511	0.343	9.478
Q37_5_100cm_P14_M2.txt	-3	-0.046	0.305	8.444		
Q37_5_100cm_P15_M1.txt	-2	-0.031	0.221	6.489	0.157	5.544
Q37_5_100cm_P15_M2.txt	-2	-0.031	0.092	4.600		
Q37_5_100cm_P16_M1.txt	-1	-0.015	0.118	6.311	0.099	5.067
Q37_5_100cm_P16_M2.txt	-1	-0.015	0.079	3.822		
Q37_5_100cm_P17_M1.txt	0	0.000	0.150	5.822	0.150	6.544
Q37_5_100cm_P17_M2.txt	0	0.000	0.150	7.267		
Q37_5_100cm_P18_M1.txt	1	0.015	0.099	3.844	0.159	6.611
Q37_5_100cm_P18_M2.txt	1	0.015	0.219	9.378		
Q37_5_100cm_P19_M1.txt	2	0.031	0.377	10.911	0.300	9.633
Q37_5_100cm_P19_M2.txt	2	0.031	0.223	8.356		
Q37_5_100cm_P20_M1.txt	3	0.046	0.382	9.889	0.345	9.689
Q37_5_100cm_P20_M2.txt	3	0.046	0.308	9.489		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q37_5_100cm_P21_M1.txt	4	0.062	0.758	9.133	0.613	9.567
Q37_5_100cm_P21_M2.txt	4	0.062	0.468	10.000		
Q37_5_100cm_P22_M1.txt	5	0.077	0.867	3.133	0.820	5.344
Q37_5_100cm_P22_M2.txt	5	0.077	0.773	7.556		
Q37_5_100cm_P23_M1.txt	6	0.092	0.894	3.844	0.895	4.033
Q37_5_100cm_P23_M2.txt	6	0.092	0.895	4.222		
Q37_5_100cm_P24_M1.txt	7	0.108	0.951	2.711	0.960	1.911
Q37_5_100cm_P24_M2.txt	7	0.108	0.969	1.111		
Q37_5_100cm_P25_M1.txt	8	0.123	0.940	2.600	0.943	2.356
Q37_5_100cm_P25_M2.txt	8	0.123	0.947	2.111		
Q37_5_100cm_P26_M1.txt	9	0.138	0.998	0.222	0.991	0.789
Q37_5_100cm_P26_M2.txt	9	0.138	0.984	1.356		
Q37_5_100cm_P27_M1.txt	10	0.154	0.992	0.511	0.992	0.511
Q37_5_100cm_P28_M1.txt	11	0.169	0.983	0.711	0.983	0.711
Q37_5_100cm_P29_M1.txt	12	0.185	1.000	0.000	1.000	0.000
Q37_5_100cm_P30_M1.txt	13	0.200	1.000	0.044	1.000	0.044

$$q = 0.036 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.065 \text{ m}$$

$$Z = 1.20 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q37_5_120cm_P01_M1.txt	-12	-0.185	0.999	0.333	0.996	0.489
Q37_5_120cm_P01_M2.txt	-12	-0.185	0.994	0.644		
Q37_5_120cm_P02_M1.txt	-11	-0.169	0.976	1.978	0.986	1.156
Q37_5_120cm_P02_M2.txt	-11	-0.169	0.997	0.333		
Q37_5_120cm_P03_M1.txt	-10	-0.154	0.991	0.733	0.970	1.800
Q37_5_120cm_P03_M2.txt	-10	-0.154	0.949	2.867		
Q37_5_120cm_P04_M1.txt	-9	-0.138	0.992	0.800	0.977	1.567
Q37_5_120cm_P04_M2.txt	-9	-0.138	0.963	2.333		
Q37_5_120cm_P05_M1.txt	-8	-0.123	0.875	6.244	0.875	5.411
Q37_5_120cm_P05_M2.txt	-8	-0.123	0.875	4.578		
Q37_5_120cm_P06_M1.txt	-7	-0.108	0.925	4.467	0.943	3.278
Q37_5_120cm_P06_M2.txt	-7	-0.108	0.962	2.089		
Q37_5_120cm_P07_M1.txt	-6	-0.092	0.714	8.756	0.782	7.700
Q37_5_120cm_P07_M2.txt	-6	-0.092	0.851	6.644		
Q37_5_120cm_P08_M1.txt	-5	-0.077	0.646	9.933	0.685	9.133
Q37_5_120cm_P08_M2.txt	-5	-0.077	0.724	8.333		
Q37_5_120cm_P09_M1.txt	-4	-0.062	0.562	9.156	0.588	10.211
Q37_5_120cm_P09_M2.txt	-4	-0.062	0.613	11.267		
Q37_5_120cm_P10_M1.txt	-3	-0.046	0.300	10.644	0.300	7.767
Q37_5_120cm_P10_M2.txt	-3	-0.046	0.300	4.889		
Q37_5_120cm_P11_M1.txt	-2	-0.031	0.183	6.756	0.217	6.489
Q37_5_120cm_P11_M2.txt	-2	-0.031	0.252	6.222		
Q37_5_120cm_P12_M1.txt	-1	-0.015	0.149	8.178	0.139	7.722
Q37_5_120cm_P12_M2.txt	-1	-0.015	0.129	7.267		
Q37_5_120cm_P13_M1.txt	0	0.000	0.121	7.756	0.130	6.667
Q37_5_120cm_P13_M2.txt	0	0.000	0.139	5.578		
Q37_5_120cm_P14_M1.txt	1	0.015	0.132	6.111	0.121	5.756
Q37_5_120cm_P14_M2.txt	1	0.015	0.109	5.400		
Q37_5_120cm_P15_M1.txt	2	0.031	0.161	9.089	0.146	8.056
Q37_5_120cm_P15_M2.txt	2	0.031	0.132	7.022		
Q37_5_120cm_P16_M1.txt	3	0.046	0.206	9.511	0.240	10.844
Q37_5_120cm_P16_M2.txt	3	0.046	0.274	12.178		
Q37_5_120cm_P17_M1.txt	4	0.062	0.522	13.311	0.540	14.044
Q37_5_120cm_P17_M2.txt	4	0.062	0.558	14.778		
Q37_5_120cm_P18_M1.txt	5	0.077	0.652	13.711	0.651	14.367
Q37_5_120cm_P18_M2.txt	5	0.077	0.650	15.022		
Q37_5_120cm_P19_M1.txt	6	0.092	0.782	10.111	0.794	10.089
Q37_5_120cm_P19_M2.txt	6	0.092	0.806	10.067		
Q37_5_120cm_P20_M1.txt	7	0.108	0.882	8.133	0.850	8.078
Q37_5_120cm_P20_M2.txt	7	0.108	0.817	8.022		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q37_5_120cm_P21_M1.txt	8	0.123	0.873	7.467	0.869	7.456
Q37_5_120cm_P21_M2.txt	8	0.123	0.864	7.444		
Q37_5_120cm_P22_M1.txt	9	0.138	0.938	3.422	0.961	2.989
Q37_5_120cm_P22_M2.txt	9	0.138	0.983	2.556		
Q37_5_120cm_P23_M1.txt	10	0.154	0.968	2.556	0.968	2.100
Q37_5_120cm_P23_M2.txt	10	0.154	0.968	1.644		
Q37_5_120cm_P24_M1.txt	11	0.169	0.979	1.600	0.978	1.478
Q37_5_120cm_P24_M2.txt	11	0.169	0.977	1.356		
Q37_5_120cm_P25_M1.txt	12	0.185	0.989	1.022	0.991	1.122
Q37_5_120cm_P25_M2.txt	12	0.185	0.993	1.222		
Q37_5_120cm_P26_M1.txt	13	0.200	1.000	0.000	1.000	0.000

$$q = 0.036 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.065 \text{ m}$$

$$Z = 1.40 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q37_5_140cm_P000_M1.txt	-12	-0.185	0.984	2.000	0.991	1.100
Q37_5_140cm_P000_M2.txt	-12	-0.185	0.999	0.200		
Q37_5_140cm_P00_M1.txt	-11	-0.169	0.962	3.222	0.975	2.389
Q37_5_140cm_P00_M2.txt	-11	-0.169	0.988	1.556		
Q37_5_140cm_P01_M1.txt	-10	-0.154	0.996	0.467	0.995	0.589
Q37_5_140cm_P01_M2.txt	-10	-0.154	0.995	0.711		
Q37_5_140cm_P02_M1.txt	-9	-0.138	0.971	2.600	0.956	3.556
Q37_5_140cm_P02_M2.txt	-9	-0.138	0.941	4.511		
Q37_5_140cm_P03_M1.txt	-8	-0.123	0.954	3.244	0.966	2.778
Q37_5_140cm_P03_M2.txt	-8	-0.123	0.977	2.311		
Q37_5_140cm_P04_M1.txt	-7	-0.108	0.935	4.822	0.921	5.356
Q37_5_140cm_P04_M2.txt	-7	-0.108	0.908	5.889		
Q37_5_140cm_P05_M1.txt	-6	-0.092	0.676	11.578	0.742	10.367
Q37_5_140cm_P05_M2.txt	-6	-0.092	0.808	9.156		
Q37_5_140cm_P06_M1.txt	-5	-0.077	0.590	12.533	0.590	12.856
Q37_5_140cm_P06_M2.txt	-5	-0.077	0.590	13.178		
Q37_5_140cm_P07_M1.txt	-4	-0.062	0.467	11.889	0.537	11.389
Q37_5_140cm_P07_M2.txt	-4	-0.062	0.607	10.889		
Q37_5_140cm_P08_M1.txt	-3	-0.046	0.437	15.067	0.439	13.433
Q37_5_140cm_P08_M2.txt	-3	-0.046	0.440	11.800		
Q37_5_140cm_P09_M1.txt	-2	-0.031	0.250	12.778	0.253	10.889
Q37_5_140cm_P09_M2.txt	-2	-0.031	0.256	9.000		
Q37_5_140cm_P10_M1.txt	-1	-0.015	0.214	12.067	0.227	12.422
Q37_5_140cm_P10_M2.txt	-1	-0.015	0.241	12.778		
Q37_5_140cm_P11_M1.txt	0	0.000	0.206	8.356	0.186	8.222
Q37_5_140cm_P11_M2.txt	0	0.000	0.167	8.089		
Q37_5_140cm_P12_M1.txt	1	0.015	0.195	11.822	0.168	10.256
Q37_5_140cm_P12_M2.txt	1	0.015	0.142	8.689		
Q37_5_140cm_P13_M1.txt	2	0.031	0.268	14.356	0.288	14.189
Q37_5_140cm_P13_M2.txt	2	0.031	0.308	14.022		
Q37_5_140cm_P14_M1.txt	3	0.046	0.353	12.911	0.384	14.056
Q37_5_140cm_P14_M2.txt	3	0.046	0.416	15.200		
Q37_5_140cm_P15_M1.txt	4	0.062	0.585	18.089	0.597	17.944
Q37_5_140cm_P15_M2.txt	4	0.062	0.609	17.800		
Q37_5_140cm_P16_M1.txt	5	0.077	0.692	15.711	0.691	15.900
Q37_5_140cm_P16_M2.txt	5	0.077	0.690	16.089		
Q37_5_140cm_P17_M1.txt	6	0.092	0.764	9.222	0.808	9.367
Q37_5_140cm_P17_M2.txt	6	0.092	0.853	9.511		
Q37_5_140cm_P18_M1.txt	7	0.108	0.946	5.111	0.938	5.056
Q37_5_140cm_P18_M2.txt	7	0.108	0.930	5.000		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q37_5_140cm_P19_M1.txt	8	0.123	0.933	5.933	0.939	5.756
Q37_5_140cm_P19_M2.txt	8	0.123	0.945	5.578		
Q37_5_140cm_P20_M1.txt	9	0.138	0.997	0.622	0.963	2.111
Q37_5_140cm_P20_M2.txt	9	0.138	0.928	3.600		
Q37_5_140cm_P21_M1.txt	10	0.154	0.995	0.733	0.985	1.356
Q37_5_140cm_P21_M2.txt	10	0.154	0.975	1.978		
Q37_5_140cm_P22_M1.txt	11	0.169	0.978	1.200	0.978	0.967
Q37_5_140cm_P22_M2.txt	11	0.169	0.978	0.733		
Q37_5_140cm_P23_M1.txt	12	0.185	0.977	1.267	0.979	1.256
Q37_5_140cm_P23_M2.txt	12	0.185	0.982	1.244		
Q37_5_140cm_P24_M1.txt	13	0.200	0.965	2.756	0.982	1.389
Q37_5_140cm_P24_M2.txt	13	0.200	1.000	0.022		
Q37_5_140cm_P25_M1.txt	14	0.215	1.000	0.044	1.000	0.022
Q37_5_140cm_P25_M2.txt	14	0.215	1.000	0.000		
Q37_5_140cm_P26_M1.txt	15	0.231	1.000	0.000	1.000	0.000

$$q = 0.036 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.065 \text{ m}$$

$$Z = 1.60 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q37_5_160cm_P01_M1.txt	-13	-0.200	0.997	0.578	0.998	0.367
Q37_5_160cm_P01_M2.txt	-13	-0.200	0.998	0.156		
Q37_5_160cm_P02_M1.txt	-12	-0.185	0.990	0.889	0.994	0.633
Q37_5_160cm_P02_M2.txt	-12	-0.185	0.998	0.378		
Q37_5_160cm_P03_M1.txt	-11	-0.169	0.984	2.333	0.989	1.589
Q37_5_160cm_P03_M2.txt	-11	-0.169	0.994	0.844		
Q37_5_160cm_P04_M1.txt	-10	-0.154	0.991	1.289	0.990	1.400
Q37_5_160cm_P04_M2.txt	-10	-0.154	0.990	1.511		
Q37_5_160cm_P05_M1.txt	-9	-0.138	0.970	2.867	0.971	2.900
Q37_5_160cm_P05_M2.txt	-9	-0.138	0.972	2.933		
Q37_5_160cm_P06_M1.txt	-8	-0.123	0.929	7.022	0.947	4.856
Q37_5_160cm_P06_M2.txt	-8	-0.123	0.966	2.689		
Q37_5_160cm_P07_M1.txt	-7	-0.108	0.921	4.711	0.924	5.013
Q37_5_160cm_P07_M2.txt	-7	-0.108	0.934	5.084		
Q37_5_160cm_P07_M3.txt	-7	-0.108	0.918	5.244		
Q37_5_160cm_P08_M1.txt	-6	-0.092	0.816	12.422	0.841	10.456
Q37_5_160cm_P08_M2.txt	-6	-0.092	0.865	8.489		
Q37_5_160cm_P09_M1.txt	-5	-0.077	0.819	9.200	0.799	13.633
Q37_5_160cm_P09_M2.txt	-5	-0.077	0.778	18.067		
Q37_5_160cm_P10_M1.txt	-4	-0.062	0.584	17.022	0.598	16.600
Q37_5_160cm_P10_M2.txt	-4	-0.062	0.613	16.178		
Q37_5_160cm_P11_M1.txt	-3	-0.046	0.363	13.644	0.401	14.967
Q37_5_160cm_P11_M2.txt	-3	-0.046	0.439	16.289		
Q37_5_160cm_P12_M1.txt	-2	-0.031	0.316	13.689	0.388	15.122
Q37_5_160cm_P12_M2.txt	-2	-0.031	0.460	16.556		
Q37_5_160cm_P13_M1.txt	-1	-0.015	0.247	13.578	0.244	13.978
Q37_5_160cm_P13_M2.txt	-1	-0.015	0.242	14.378		
Q37_5_160cm_P14_M1.txt	0	0.000	0.214	11.844	0.228	12.700
Q37_5_160cm_P14_M2.txt	0	0.000	0.243	13.556		
Q37_5_160cm_P15_M1.txt	1	0.015	0.273	17.022	0.267	15.744
Q37_5_160cm_P15_M2.txt	1	0.015	0.261	14.467		
Q37_5_160cm_P16_M1.txt	2	0.031	0.382	19.422	0.384	19.856
Q37_5_160cm_P16_M2.txt	2	0.031	0.387	20.289		
Q37_5_160cm_P17_M1.txt	3	0.046	0.424	19.400	0.422	20.100
Q37_5_160cm_P17_M2.txt	3	0.046	0.420	20.800		
Q37_5_160cm_P18_M1.txt	4	0.062	0.658	16.400	0.631	17.911
Q37_5_160cm_P18_M2.txt	4	0.062	0.604	19.422		
Q37_5_160cm_P19_M1.txt	5	0.077	0.938	9.222	0.889	10.122
Q37_5_160cm_P19_M2.txt	5	0.077	0.841	11.022		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q37_5_160cm_P20_M1.txt	6	0.092	0.910	9.644	0.912	8.811
Q37_5_160cm_P20_M2.txt	6	0.092	0.914	7.978		
Q37_5_160cm_P21_M1.txt	7	0.108	0.980	2.178	0.968	3.422
Q37_5_160cm_P21_M2.txt	7	0.108	0.956	4.667		
Q37_5_160cm_P22_M1.txt	8	0.123	0.997	0.800	0.986	1.956
Q37_5_160cm_P22_M2.txt	8	0.123	0.975	3.111		
Q37_5_160cm_P23_M1.txt	9	0.138	0.999	0.178	0.994	0.822
Q37_5_160cm_P23_M2.txt	9	0.138	0.989	1.467		
Q37_5_160cm_P24_M1.txt	10	0.154	0.989	1.244	0.993	0.856
Q37_5_160cm_P24_M2.txt	10	0.154	0.997	0.467		
Q37_5_160cm_P25_M1.txt	11	0.169	0.951	7.400	0.966	5.122
Q37_5_160cm_P25_M2.txt	11	0.169	0.981	2.844		
Q37_5_160cm_P26_M1.txt	12	0.185	1.000	0.000	1.000	0.022
Q37_5_160cm_P26_M2.txt	12	0.185	1.000	0.044		
Q37_5_160cm_P27_M1.txt	13	0.200	1.000	0.022	1.000	0.022
Q37_5_160cm_P28_M1.txt	14	0.215	0.993	0.400	0.993	0.400

$$q = 0.036 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.065 \text{ m}$$

$$Z = 1.80 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q37_5_180cm_P01_M1.txt	-19	-0.292	0.998	0.533	0.998	0.444
Q37_5_180cm_P01_M2.txt	-19	-0.292	0.999	0.356		
Q37_5_180cm_P02_M1.txt	-18	-0.277	0.994	1.022	0.997	0.600
Q37_5_180cm_P02_M2.txt	-18	-0.277	0.999	0.178		
Q37_5_180cm_P03_M1.txt	-17	-0.262	0.990	2.356	0.990	2.189
Q37_5_180cm_P03_M2.txt	-17	-0.262	0.991	2.022		
Q37_5_180cm_P04_M1.txt	-16	-0.246	0.994	1.444	0.997	0.767
Q37_5_180cm_P04_M2.txt	-16	-0.246	1.000	0.089		
Q37_5_180cm_P05_M1.txt	-15	-0.231	0.997	0.556	0.989	1.667
Q37_5_180cm_P05_M2.txt	-15	-0.231	0.981	2.778		
Q37_5_180cm_P06_M1.txt	-14	-0.215	0.989	2.267	0.986	2.722
Q37_5_180cm_P06_M2.txt	-14	-0.215	0.982	3.178		
Q37_5_180cm_P07_M1.txt	-13	-0.200	0.993	1.156	0.990	1.500
Q37_5_180cm_P07_M2.txt	-13	-0.200	0.988	1.844		
Q37_5_180cm_P08_M1.txt	-12	-0.185	0.979	3.444	0.987	2.567
Q37_5_180cm_P08_M2.txt	-12	-0.185	0.995	1.689		
Q37_5_180cm_P09_M1.txt	-11	-0.169	0.970	7.756	0.972	6.222
Q37_5_180cm_P09_M2.txt	-11	-0.169	0.973	4.689		
Q37_5_180cm_P10_M1.txt	-10	-0.154	0.966	4.178	0.977	2.711
Q37_5_180cm_P10_M2.txt	-10	-0.154	0.987	1.244		
Q37_5_180cm_P11_M1.txt	-9	-0.138	0.931	6.956	0.941	6.478
Q37_5_180cm_P11_M2.txt	-9	-0.138	0.950	6.000		
Q37_5_180cm_P12_M1.txt	-8	-0.123	0.919	7.444	0.922	7.044
Q37_5_180cm_P12_M2.txt	-8	-0.123	0.926	6.644		
Q37_5_180cm_P13_M1.txt	-7	-0.108	0.898	9.467	0.902	8.589
Q37_5_180cm_P13_M2.txt	-7	-0.108	0.906	7.711		
Q37_5_180cm_P14_M1.txt	-6	-0.092	0.753	15.489	0.788	14.300
Q37_5_180cm_P14_M2.txt	-6	-0.092	0.822	13.111		
Q37_5_180cm_P15_M1.txt	-5	-0.077	0.668	20.711	0.737	16.844
Q37_5_180cm_P15_M2.txt	-5	-0.077	0.805	12.978		
Q37_5_180cm_P16_M1.txt	-4	-0.062	0.636	17.889	0.660	18.100
Q37_5_180cm_P16_M2.txt	-4	-0.062	0.685	18.311		
Q37_5_180cm_P17_M1.txt	-3	-0.046	0.615	17.156	0.613	18.222
Q37_5_180cm_P17_M2.txt	-3	-0.046	0.610	19.289		
Q37_5_180cm_P18_M1.txt	-2	-0.031	0.404	23.822	0.483	19.522
Q37_5_180cm_P18_M2.txt	-2	-0.031	0.562	15.222		
Q37_5_180cm_P19_M1.txt	-1	-0.015	0.397	20.556	0.348	18.144
Q37_5_180cm_P19_M2.txt	-1	-0.015	0.298	15.733		
Q37_5_180cm_P20_M1.txt	0	0.000	0.372	24.511	0.336	21.022
Q37_5_180cm_P20_M2.txt	0	0.000	0.300	17.533		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q37_5_180cm_P21_M1.txt	1	0.015	0.351	23.933	0.356	23.789
Q37_5_180cm_P21_M2.txt	1	0.015	0.361	23.644		
Q37_5_180cm_P22_M1.txt	2	0.031	0.327	21.289	0.323	20.100
Q37_5_180cm_P22_M2.txt	2	0.031	0.320	18.911		
Q37_5_180cm_P23_M1.txt	3	0.046	0.460	29.978	0.461	26.928
Q37_5_180cm_P23_M2.txt	3	0.046	0.461	23.879		
Q37_5_180cm_P24_M1.txt	4	0.062	0.598	25.711	0.541	25.967
Q37_5_180cm_P24_M2.txt	4	0.062	0.484	26.222		
Q37_5_180cm_P25_M1.txt	5	0.077	0.767	18.044	0.773	18.333
Q37_5_180cm_P25_M2.txt	5	0.077	0.779	18.622		
Q37_5_180cm_P26_M1.txt	6	0.092	0.807	19.489	0.876	13.311
Q37_5_180cm_P26_M2.txt	6	0.092	0.945	7.133		
Q37_5_180cm_P27_M1.txt	7	0.108	0.869	11.089	0.892	11.633
Q37_5_180cm_P27_M2.txt	7	0.108	0.915	12.178		
Q37_5_180cm_P28_M1.txt	8	0.123	0.875	12.000	0.873	13.011
Q37_5_180cm_P28_M2.txt	8	0.123	0.870	14.022		
Q37_5_180cm_P29_M1.txt	9	0.138	0.914	7.400	0.937	7.467
Q37_5_180cm_P29_M2.txt	9	0.138	0.960	7.533		
Q37_5_180cm_P30_M1.txt	10	0.154	0.970	4.156	0.960	4.311
Q37_5_180cm_P30_M2.txt	10	0.154	0.950	4.467		
Q37_5_180cm_P31_M1.txt	11	0.169	0.967	2.911	0.983	1.689
Q37_5_180cm_P31_M2.txt	11	0.169	0.998	0.467		
Q37_5_180cm_P32_M1.txt	12	0.185	0.991	2.844	0.988	2.078
Q37_5_180cm_P32_M2.txt	12	0.185	0.985	1.311		
Q37_5_180cm_P33_M1.txt	13	0.200	1.000	0.044	0.999	0.222
Q37_5_180cm_P33_M2.txt	13	0.200	0.999	0.400		
Q37_5_180cm_P34_M1.txt	14	0.215	0.992	1.222	0.992	1.222
Q37_5_180cm_P35_M1.txt	15	0.231	0.998	0.333	0.998	0.333

$$q = 0.036 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.065 \text{ m}$$

$$Z = 2.00 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q37_5_200cm_P01_M1.txt	-14	-0.215	0.988	3.467	0.992	2.233
Q37_5_200cm_P01_M2.txt	-14	-0.215	0.995	1.000		
Q37_5_200cm_P02_M1.txt	-13	-0.200	0.988	2.867	0.976	5.522
Q37_5_200cm_P02_M2.txt	-13	-0.200	0.965	8.178		
Q37_5_200cm_P03_M1.txt	-12	-0.185	0.979	7.600	0.976	5.881
Q37_5_200cm_P03_M2.txt	-12	-0.185	0.968	5.600		
Q37_5_200cm_P03_M3.txt	-11	-0.169	0.982	4.444		
Q37_5_200cm_P04_M1.txt	-10	-0.154	0.950	16.978	0.952	11.578
Q37_5_200cm_P04_M2.txt	-10	-0.154	0.953	6.178		
Q37_5_200cm_P05_M1.txt	-9	-0.138	0.950	7.267	0.948	8.367
Q37_5_200cm_P05_M2.txt	-9	-0.138	0.945	9.467		
Q37_5_200cm_P06_M1.txt	-8	-0.123	0.938	7.422	0.936	9.333
Q37_5_200cm_P06_M2.txt	-8	-0.123	0.934	11.244		
Q37_5_200cm_P07_M1.txt	-7	-0.108	0.887	14.311	0.882	16.244
Q37_5_200cm_P07_M2.txt	-7	-0.108	0.876	18.178		
Q37_5_200cm_P08_M1.txt	-6	-0.092	0.876	10.133	0.873	10.733
Q37_5_200cm_P08_M2.txt	-6	-0.092	0.870	11.333		
Q37_5_200cm_P09_M1.txt	-5	-0.077	0.764	21.422	0.751	20.789
Q37_5_200cm_P09_M2.txt	-5	-0.077	0.738	20.156		
Q37_5_200cm_P10_M1.txt	-4	-0.062	0.595	24.156	0.600	22.344
Q37_5_200cm_P10_M2.txt	-4	-0.062	0.605	20.533		
Q37_5_200cm_P11_M1.txt	-3	-0.046	0.549	22.733	0.501	22.889
Q37_5_200cm_P11_M2.txt	-3	-0.046	0.453	23.044		
Q37_5_200cm_P12_M1.txt	-2	-0.031	0.470	18.467	0.472	24.422
Q37_5_200cm_P12_M2.txt	-2	-0.031	0.474	30.378		
Q37_5_200cm_P13_M1.txt	-1	-0.015	0.431	29.067	0.430	32.789
Q37_5_200cm_P13_M2.txt	-1	-0.015	0.430	36.511		
Q37_5_200cm_P14_M1.txt	0	0.000	0.425	28.933	0.422	27.778
Q37_5_200cm_P14_M2.txt	0	0.000	0.418	26.622		
Q37_5_200cm_P15_M1.txt	1	0.015	0.432	28.178	0.439	29.344
Q37_5_200cm_P15_M2.txt	1	0.015	0.445	30.511		
Q37_5_200cm_P16_M1.txt	2	0.031	0.509	27.511	0.464	26.533
Q37_5_200cm_P16_M2.txt	2	0.031	0.420	25.556		
Q37_5_200cm_P17_M1.txt	3	0.046	0.524	33.289	0.503	31.578
Q37_5_200cm_P17_M2.txt	3	0.046	0.481	29.867		
Q37_5_200cm_P18_M1.txt	4	0.062	0.615	24.133	0.613	21.311
Q37_5_200cm_P18_M2.txt	4	0.062	0.610	18.489		
Q37_5_200cm_P19_M1.txt	5	0.077	0.656	24.511	0.641	27.100
Q37_5_200cm_P19_M2.txt	5	0.077	0.627	29.689		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q37_5_200cm_P20_M1.txt	6	0.092	0.740	21.133	0.788	17.167
Q37_5_200cm_P20_M2.txt	6	0.092	0.836	13.200		
Q37_5_200cm_P21_M1.txt	7	0.108	0.859	15.022	0.865	16.178
Q37_5_200cm_P21_M2.txt	7	0.108	0.871	17.333		
Q37_5_200cm_P22_M1.txt	8	0.123	0.870	16.578	0.873	15.415
Q37_5_200cm_P22_M2.txt	8	0.123	0.857	17.200		
Q37_5_200cm_P22_M3.txt	8	0.123	0.891	12.467		
Q37_5_200cm_P23_M1.txt	9	0.138	0.879	14.133	0.880	12.856
Q37_5_200cm_P23_M2.txt	9	0.138	0.880	11.578		
Q37_5_200cm_P24_M1.txt	10	0.154	0.960	8.533	0.960	8.278
Q37_5_200cm_P24_M2.txt	10	0.154	0.959	8.022		
Q37_5_200cm_P25_M1.txt	11	0.169	0.955	7.822	0.955	7.278
Q37_5_200cm_P25_M2.txt	11	0.169	0.954	6.733		
Q37_5_200cm_P26_M1.txt	12	0.185	0.990	1.822	0.979	3.800
Q37_5_200cm_P26_M2.txt	12	0.185	0.968	5.778		
Q37_5_200cm_P27_M1.txt	13	0.200	0.989	2.578	0.987	3.022
Q37_5_200cm_P27_M2.txt	13	0.200	0.985	3.467		
Q37_5_200cm_P28_M1.txt	14	0.215	0.989	3.200	0.993	2.067
Q37_5_200cm_P28_M2.txt	14	0.215	0.996	0.933		
Q37_5_200cm_P29_M1.txt	15	0.231	0.993	1.556	0.992	2.100
Q37_5_200cm_P29_M2.txt	15	0.231	0.992	2.644		
Q37_5_200cm_P30_M1.txt	16	0.246	0.998	0.667	0.997	0.767
Q37_5_200cm_P30_M2.txt	16	0.246	0.997	0.867		
Q37_5_200cm_P31_M1.txt	17	0.262	0.992	2.333	0.994	1.878
Q37_5_200cm_P31_M2.txt	17	0.262	0.997	1.422		
Q37_5_200cm_P32_M1.txt	18	0.277	1.000	0.089	1.000	0.089
Q37_5_200cm_P33_M1.txt	19	0.292	1.000	0.111	1.000	0.111

$$q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.080 \text{ m}$$

$$Z = 0.20 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q50_20cm_P01_M1.txt	-19	-0.236	1.000	0.000	1.000	0.000
Q50_20cm_P01_M2.txt	-19	-0.236	1.000	0.000		
Q50_20cm_P02_M1.txt	-18	-0.224	1.000	0.000	1.000	0.044
Q50_20cm_P02_M2.txt	-18	-0.224	1.000	0.089		
Q50_20cm_P03_M1.txt	-17	-0.211	1.000	0.067	1.000	0.033
Q50_20cm_P03_M2.txt	-17	-0.211	1.000	0.000		
Q50_20cm_P04_M1.txt	-16	-0.199	0.999	0.022	1.000	0.011
Q50_20cm_P04_M2.txt	-16	-0.199	1.000	0.000		
Q50_20cm_P05_M1.txt	-15	-0.187	0.998	0.089	0.998	0.100
Q50_20cm_P05_M2.txt	-15	-0.187	0.999	0.111		
Q50_20cm_P06_M1.txt	-14	-0.174	0.995	0.289	0.995	0.300
Q50_20cm_P06_M2.txt	-14	-0.174	0.994	0.311		
Q50_20cm_P07_M1.txt	-13	-0.162	0.986	0.467	0.989	0.422
Q50_20cm_P07_M2.txt	-13	-0.162	0.992	0.378		
Q50_20cm_P08_M1.txt	-12	-0.149	0.894	2.356	0.872	2.722
Q50_20cm_P08_M2.txt	-12	-0.149	0.851	3.089		
Q50_20cm_P09_M1.txt	-11	-0.137	0.564	6.222	0.562	5.444
Q50_20cm_P09_M2.txt	-11	-0.137	0.559	4.666		
Q50_20cm_P10_M1.txt	-10	-0.124	0.053	1.577	0.061	1.689
Q50_20cm_P10_M2.txt	-10	-0.124	0.070	1.800		
Q50_20cm_P11_M1.txt	-9	-0.112	0.041	0.644	0.033	0.500
Q50_20cm_P11_M2.txt	-9	-0.112	0.024	0.356		
Q50_20cm_P12_M1.txt	-8	-0.100	0.005	0.133	0.004	0.078
Q50_20cm_P12_M2.txt	-8	-0.100	0.003	0.022		
Q50_20cm_P13_M1.txt	-7	-0.087	0.000	0.000	0.000	0.000
Q50_20cm_P13_M2.txt	-7	-0.087	0.000	0.000		
Q50_20cm_P14_M1.txt	-6	-0.075	0.000	0.000	0.000	0.000
Q50_20cm_P14_M2.txt	-6	-0.075	0.000	0.000		
Q50_20cm_P15_M1.txt	-5	-0.062	0.000	0.000	0.000	0.000
Q50_20cm_P15_M2.txt	-5	-0.062	0.000	0.000		
Q50_20cm_P16_M1.txt	-4	-0.050	0.000	0.000	0.000	0.000
Q50_20cm_P16_M2.txt	-4	-0.050	0.000	0.000		
Q50_20cm_P17_M1.txt	-3	-0.037	0.001	0.089	0.006	0.089
Q50_20cm_P17_M2.txt	-3	-0.037	0.010	0.089		
Q50_20cm_P18_M1.txt	-2	-0.025	0.001	0.022	0.000	0.033
Q50_20cm_P18_M2.txt	-2	-0.025	0.000	0.044		
Q50_20cm_P19_M1.txt	-1	-0.012	0.000	0.000	0.000	0.022
Q50_20cm_P19_M2.txt	-1	-0.012	0.000	0.044		
Q50_20cm_P20_M1.txt	0	0.000	0.000	0.022	0.001	0.089
Q50_20cm_P20_M2.txt	0	0.000	0.002	0.156		
Q50_20cm_P21_M1.txt	1	0.012	0.000	0.000	0.000	0.000
Q50_20cm_P21_M2.txt	1	0.012	0.000	0.000		
Q50_20cm_P22_M1.txt	2	0.025	0.000	0.022	0.001	0.078
Q50_20cm_P22_M2.txt	2	0.025	0.001	0.133		
Q50_20cm_P23_M1.txt	3	0.037	0.000	0.000	0.000	0.000
Q50_20cm_P23_M2.txt	3	0.037	0.000	0.000		
Q50_20cm_P24_M1.txt	4	0.050	0.000	0.000	0.000	0.000
Q50_20cm_P24_M2.txt	4	0.050	0.000	0.000		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q50_20cm_P25_M1.txt	5	0.062	0.004	0.000	0.003	0.000
Q50_20cm_P25_M2.txt	5	0.062	0.003	0.000		
Q50_20cm_P26_M1.txt	6	0.075	0.002	0.133	0.004	0.267
Q50_20cm_P26_M2.txt	6	0.075	0.007	0.400		
Q50_20cm_P27_M1.txt	7	0.087	0.021	0.733	0.016	0.600
Q50_20cm_P27_M2.txt	7	0.087	0.011	0.467		
Q50_20cm_P28_M1.txt	8	0.100	0.058	1.267	0.046	1.233
Q50_20cm_P28_M2.txt	8	0.100	0.035	1.200		
Q50_20cm_P29_M1.txt	9	0.112	0.135	3.444	0.186	4.300
Q50_20cm_P29_M2.txt	9	0.112	0.237	5.155		
Q50_20cm_P30_M1.txt	10	0.124	0.557	6.289	0.563	6.044
Q50_20cm_P30_M2.txt	10	0.124	0.569	5.800		
Q50_20cm_P31_M1.txt	11	0.137	0.791	4.800	0.815	4.444
Q50_20cm_P31_M2.txt	11	0.137	0.839	4.089		
Q50_20cm_P32_M1.txt	12	0.149	0.983	0.644	0.990	0.422
Q50_20cm_P32_M2.txt	12	0.149	0.996	0.200		
Q50_20cm_P33_M1.txt	13	0.162	1.000	0.000	1.000	0.000
Q50_20cm_P33_M2.txt	13	0.162	1.000	0.000		
Q50_20cm_P34_M1.txt	14	0.174	1.000	0.000	1.000	0.000
Q50_20cm_P34_M2.txt	14	0.174	1.000	0.000		
Q50_20cm_P35_M1.txt	15	0.187	1.000	0.000	1.000	0.000
Q50_20cm_P35_M2.txt	15	0.187	1.000	0.000		
Q50_20cm_P36_M1.txt	16	0.199	1.000	0.000	1.000	0.000
Q50_20cm_P36_M2.txt	16	0.199	1.000	0.000		

$$q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.080 \text{ m}$$

$$Z = 0.40 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q50_40cm_P01_M1.txt	-12	-0.149	1.000	0.067	0.993	0.400
Q50_40cm_P01_M2.txt	-12	-0.149	0.987	0.733		
Q50_40cm_P02_M1.txt	-11	-0.137	0.973	1.067	0.976	1.111
Q50_40cm_P02_M2.txt	-11	-0.137	0.978	1.156		
Q50_40cm_P03_M1.txt	-10	-0.124	0.938	1.844	0.946	1.900
Q50_40cm_P03_M2.txt	-10	-0.124	0.954	1.956		
Q50_40cm_P04_M1.txt	-9	-0.112	0.828	6.088	0.800	5.711
Q50_40cm_P04_M2.txt	-9	-0.112	0.772	5.333		
Q50_40cm_P05_M1.txt	-8	-0.100	0.632	6.666	0.482	6.300
Q50_40cm_P05_M2.txt	-8	-0.100	0.333	5.933		
Q50_40cm_P06_M1.txt	-7	-0.087	0.083	2.288	0.148	3.344
Q50_40cm_P06_M2.txt	-7	-0.087	0.213	4.400		
Q50_40cm_P07_M1.txt	-6	-0.075	0.022	0.822	0.021	0.700
Q50_40cm_P07_M2.txt	-6	-0.075	0.020	0.578		
Q50_40cm_P08_M1.txt	-5	-0.062	0.006	0.111	0.012	0.278
Q50_40cm_P08_M2.txt	-5	-0.062	0.019	0.444		
Q50_40cm_P09_M1.txt	-4	-0.050	0.002	0.111	0.005	0.233
Q50_40cm_P09_M2.txt	-4	-0.050	0.009	0.356		
Q50_40cm_P10_M1.txt	-3	-0.037	0.001	0.156	0.000	0.078
Q50_40cm_P10_M2.txt	-3	-0.037	0.000	0.000		
Q50_40cm_P11_M1.txt	-2	-0.025	0.001	0.067	0.000	0.033
Q50_40cm_P11_M2.txt	-2	-0.025	0.000	0.000		
Q50_40cm_P12_M1.txt	-1	-0.012	0.007	0.444	0.004	0.300
Q50_40cm_P12_M2.txt	-1	-0.012	0.001	0.156		
Q50_40cm_P13_M1.txt	0	0.000	0.005	0.311	0.006	0.289
Q50_40cm_P13_M2.txt	0	0.000	0.007	0.267		
Q50_40cm_P14_M1.txt	1	0.012	0.000	0.022	0.003	0.222
Q50_40cm_P14_M2.txt	1	0.012	0.007	0.422		
Q50_40cm_P15_M1.txt	2	0.025	0.001	0.044	0.002	0.133
Q50_40cm_P15_M2.txt	2	0.025	0.003	0.222		
Q50_40cm_P16_M1.txt	3	0.037	0.019	0.600	0.013	0.444
Q50_40cm_P16_M2.txt	3	0.037	0.006	0.289		
Q50_40cm_P17_M1.txt	4	0.050	0.015	0.489	0.013	0.556
Q50_40cm_P17_M2.txt	4	0.050	0.011	0.622		
Q50_40cm_P18_M1.txt	5	0.062	0.017	0.889	0.033	1.033
Q50_40cm_P18_M2.txt	5	0.062	0.049	1.178		
Q50_40cm_P19_M1.txt	6	0.075	0.058	1.688	0.081	2.433
Q50_40cm_P19_M2.txt	6	0.075	0.105	3.178		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q50_40cm_P20_M1.txt	7	0.087	0.280	4.911	0.298	4.978
Q50_40cm_P20_M1.txt	7	0.087	0.317	5.044		
Q50_40cm_P21_M1.txt	8	0.100	0.440	4.822	0.440	4.822
Q50_40cm_P21_M2.txt	8	0.100				
Q50_40cm_P22_M1.txt	9	0.112	0.737	6.244	0.730	6.111
Q50_40cm_P22_M2.txt	9	0.112	0.722	5.978		
Q50_40cm_P23_M1.txt	10	0.124	0.983	1.378	0.971	1.633
Q50_40cm_P23_M2.txt	10	0.124	0.959	1.888		
Q50_40cm_P24_M1.txt	11	0.137	0.981	0.711	0.968	0.889
Q50_40cm_P24_M2.txt	11	0.137	0.956	1.067		
Q50_40cm_P25_M1.txt	12	0.149	0.992	0.511	0.996	0.278
Q50_40cm_P25_M2.txt	12	0.149	1.000	0.044		
Q50_40cm_P26_M1.txt	13	0.162	1.000	0.000	1.000	0.000
Q50_40cm_P26_M2.txt	13	0.162	1.000	0.000		
Q50_40cm_P27_M1.txt	14	0.174	1.000	0.000	1.000	0.000
Q50_40cm_P27_M2.txt	14	0.174	1.000	0.000		

$$q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.080 \text{ m}$$

$$Z = 0.60 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q50_60cm_P01_M1.txt	-12	-0.149	0.985	1.067	0.987	0.967
Q50_60cm_P01_M2.txt	-12	-0.149	0.990	0.867		
Q50_60cm_P02_M1.txt	-11	-0.137	0.966	1.200	0.964	1.589
Q50_60cm_P02_M2.txt	-11	-0.137	0.961	1.978		
Q50_60cm_P03_M1.txt	-10	-0.124	0.894	3.444	0.930	2.989
Q50_60cm_P03_M2.txt	-10	-0.124	0.967	2.533		
Q50_60cm_P04_M1.txt	-9	-0.112	0.839	5.267	0.878	4.433
Q50_60cm_P04_M2.txt	-9	-0.112	0.917	3.600		
Q50_60cm_P05_M1.txt	-8	-0.100	0.294	7.244	0.473	8.111
Q50_60cm_P05_M2.txt	-8	-0.100	0.651	8.978		
Q50_60cm_P06_M1.txt	-7	-0.087	0.169	4.733	0.226	5.433
Q50_60cm_P06_M2.txt	-7	-0.087	0.284	6.133		
Q50_60cm_P07_M1.txt	-6	-0.075	0.056	2.111	0.061	2.178
Q50_60cm_P07_M2.txt	-6	-0.075	0.065	2.244		
Q50_60cm_P08_M1.txt	-5	-0.062	0.063	2.777	0.043	2.111
Q50_60cm_P08_M2.txt	-5	-0.062	0.024	1.444		
Q50_60cm_P09_M1.txt	-4	-0.050	0.002	0.156	0.008	0.322
Q50_60cm_P09_M2.txt	-4	-0.050	0.014	0.489		
Q50_60cm_P10_M1.txt	-3	-0.037	0.010	0.311	0.006	0.211
Q50_60cm_P10_M2.txt	-3	-0.037	0.001	0.111		
Q50_60cm_P11_M1.txt	-2	-0.025	0.000	0.000	0.011	0.444
Q50_60cm_P11_M2.txt	-2	-0.025	0.022	0.888		
Q50_60cm_P12_M1.txt	-1	-0.012	0.002	0.222	0.002	0.189
Q50_60cm_P12_M2.txt	-1	-0.012	0.001	0.156		
Q50_60cm_P13_M1.txt	0	0.000	0.002	0.178	0.001	0.111
Q50_60cm_P13_M2.txt	0	0.000	0.000	0.044		
Q50_60cm_P14_M1.txt	1	0.012	0.001	0.089	0.002	0.189
Q50_60cm_P14_M2.txt	1	0.012	0.003	0.289		
Q50_60cm_P15_M1.txt	2	0.025	0.024	1.244	0.014	0.789
Q50_60cm_P15_M2.txt	2	0.025	0.003	0.333		
Q50_60cm_P16_M1.txt	3	0.037	0.021	1.133	0.019	1.089
Q50_60cm_P16_M2.txt	3	0.037	0.017	1.044		
Q50_60cm_P17_M1.txt	4	0.050	0.028	1.066	0.019	0.822
Q50_60cm_P17_M2.txt	4	0.050	0.010	0.577		
Q50_60cm_P18_M1.txt	5	0.062	0.029	1.200	0.047	1.900
Q50_60cm_P18_M2.txt	5	0.062	0.065	2.600		
Q50_60cm_P19_M1.txt	6	0.075	0.153	3.800	0.149	3.833
Q50_60cm_P19_M2.txt	6	0.075	0.145	3.867		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q50_60cm_P20_M1.txt	7	0.087	0.331	6.777	0.302	6.422
Q50_60cm_P20_M1.txt	7	0.087	0.273	6.067		
Q50_60cm_P21_M1.txt	8	0.100	0.610	8.933	0.592	8.711
Q50_60cm_P21_M2.txt	8	0.100	0.574	8.489		
Q50_60cm_P22_M1.txt	9	0.112	0.859	6.044	0.895	5.200
Q50_60cm_P22_M2.txt	9	0.112	0.931	4.356		
Q50_60cm_P23_M1.txt	10	0.124	0.961	2.155	0.966	1.978
Q50_60cm_P23_M2.txt	10	0.124	0.970	1.800		
Q50_60cm_P24_M1.txt	11	0.137	0.995	0.666	0.998	0.344
Q50_60cm_P24_M2.txt	11	0.137	1.000	0.022		
Q50_60cm_P25_M1.txt	12	0.149	1.000	0.111	1.000	0.106
Q50_60cm_P25_M2.txt	12	0.149	1.000	0.100		
Q50_60cm_P26_M1.txt	13	0.162	1.000	0.000	1.000	0.000
Q50_60cm_P26_M2.txt	13	0.162	1.000	0.000		
Q50_60cm_P27_M1.txt	14	0.174	1.000	0.000	1.000	0.000
Q50_60cm_P27_M2.txt	14	0.174	1.000	0.000		

$$q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.080 \text{ m}$$

$$Z = 0.80 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q50_80cm_P01_M1.txt	-11	-0.137	0.996	0.444	0.994	0.500
Q50_80cm_P01_M2.txt	-11	-0.137	0.992	0.556		
Q50_80cm_P02_M1.txt	-10	-0.124	0.992	1.111	0.992	1.106
Q50_80cm_P02_M2.txt	-10	-0.124	0.992	1.100		
Q50_80cm_P03_M1.txt	-9	-0.112	0.951	2.777	0.959	2.277
Q50_80cm_P03_M2.txt	-9	-0.112	0.967	1.777		
Q50_80cm_P04_M1.txt	-8	-0.100	0.907	4.555	0.897	4.611
Q50_80cm_P04_M2.txt	-8	-0.100	0.886	4.666		
Q50_80cm_P05_M1.txt	-7	-0.087	0.788	6.489	0.822	5.844
Q50_80cm_P05_M2.txt	-7	-0.087	0.856	5.200		
Q50_80cm_P06_M1.txt	-6	-0.075	0.463	9.711	0.380	8.444
Q50_80cm_P06_M2.txt	-6	-0.075	0.296	7.178		
Q50_80cm_P07_M1.txt	-5	-0.062	0.204	5.577	0.211	6.277
Q50_80cm_P07_M2.txt	-5	-0.062	0.218	6.978		
Q50_80cm_P08_M1.txt	-4	-0.050	0.085	3.089	0.111	4.067
Q50_80cm_P08_M2.txt	-4	-0.050	0.136	5.044		
Q50_80cm_P09_M1.txt	-3	-0.037	0.032	1.955	0.033	1.878
Q50_80cm_P09_M2.txt	-3	-0.037	0.035	1.800		
Q50_80cm_P10_M1.txt	-2	-0.025	0.010	0.933	0.036	1.544
Q50_80cm_P10_M2.txt	-2	-0.025	0.062	2.156		
Q50_80cm_P11_M1.txt	-1	-0.012	0.009	0.489	0.013	0.688
Q50_80cm_P11_M2.txt	-1	-0.012	0.018	0.888		
Q50_80cm_P12_M1.txt	0	0.000	0.016	0.400	0.016	0.711
Q50_80cm_P12_M2.txt	0	0.000	0.015	1.022		
Q50_80cm_P13_M1.txt	1	0.012	0.007	0.622	0.010	0.622
Q50_80cm_P13_M2.txt	1	0.012	0.014	0.622		
Q50_80cm_P14_M1.txt	2	0.025	0.008	0.489	0.011	0.556
Q50_80cm_P14_M2.txt	2	0.025	0.015	0.622		
Q50_80cm_P15_M1.txt	3	0.037	0.046	2.689	0.036	2.088
Q50_80cm_P15_M2.txt	3	0.037	0.027	1.488		
Q50_80cm_P16_M1.txt	4	0.050	0.077	3.422	0.083	3.600
Q50_80cm_P16_M2.txt	4	0.050	0.090	3.778		
Q50_80cm_P17_M1.txt	5	0.062	0.078	3.022	0.080	2.822
Q50_80cm_P17_M2.txt	5	0.062	0.083	2.622		
Q50_80cm_P18_M1.txt	6	0.075	0.314	6.400	0.246	5.733
Q50_80cm_P18_M2.txt	6	0.075	0.179	5.067		
Q50_80cm_P19_M1.txt	7	0.087	0.512	10.550	0.564	9.564
Q50_80cm_P19_M2.txt	7	0.087	0.615	8.578		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q50_80cm_P20_M1.txt	8	0.100	0.687	9.978	0.714	9.533
Q50_80cm_P20_M1.txt	8	0.100	0.740	9.089		
Q50_80cm_P21_M1.txt	9	0.112	0.675	11.578	0.703	11.254
Q50_80cm_P21_M2.txt	9	0.112	0.731	10.930		
Q50_80cm_P22_M1.txt	10	0.124	0.881	7.622	0.895	8.278
Q50_80cm_P22_M2.txt	10	0.124	0.909	8.933		
Q50_80cm_P23_M1.txt	11	0.137	0.984	5.533	0.977	5.622
Q50_80cm_P23_M2.txt	11	0.137	0.969	5.711		
Q50_80cm_P24_M1.txt	12	0.149	0.970	0.000	0.973	0.000
Q50_80cm_P24_M2.txt	12	0.149	0.975	0.000		
Q50_80cm_P25_M1.txt	13	0.162	0.999	1.688	0.994	2.222
Q50_80cm_P25_M2.txt	13	0.162	0.988	2.756		
Q50_80cm_P26_M1.txt	14	0.174	0.999	0.000	0.999	0.000
Q50_80cm_P26_M2.txt	14	0.174	1.000	0.000		
Q50_80cm_P27_M1.txt	15	0.187	1.000	0.666	0.999	0.658
Q50_80cm_P27_M2.txt	15	0.187	0.999	0.650		
Q50_80cm_P28_M1.txt	16	0.199	1.000	0.178	1.000	0.089
Q50_80cm_P28_M2.txt	16	0.199	1.000	0.000		

$$q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.080 \text{ m}$$

$$Z = 1.00 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q50_100cm_P01_M1.txt	-11	-0.137	0.959	1.956	0.968	1.711
Q50_100cm_P01_M2.txt	-11	-0.137	0.977	1.466		
Q50_100cm_P02_M1.txt	-10	-0.124	0.940	3.533	0.940	4.889
Q50_100cm_P02_M2.txt	-10	-0.124	0.940	6.244		
Q50_100cm_P03_M1.txt	-9	-0.112	0.801	7.978	0.793	7.444
Q50_100cm_P03_M2.txt	-9	-0.112	0.785	6.911		
Q50_100cm_P04_M1.txt	-8	-0.100	0.759	9.178	0.746	8.556
Q50_100cm_P04_M2.txt	-8	-0.100	0.733	7.933		
Q50_100cm_P05_M1.txt	-7	-0.087	0.409	9.378	0.407	8.667
Q50_100cm_P05_M2.txt	-7	-0.087	0.405	7.956		
Q50_100cm_P06_M1.txt	-6	-0.075	0.350	8.356	0.322	8.633
Q50_100cm_P06_M2.txt	-6	-0.075	0.295	8.911		
Q50_100cm_P07_M1.txt	-5	-0.062	0.201	6.867	0.199	6.344
Q50_100cm_P07_M2.txt	-5	-0.062	0.196	5.822		
Q50_100cm_P08_M1.txt	-4	-0.050	0.079	2.911	0.076	3.222
Q50_100cm_P08_M2.txt	-4	-0.050	0.073	3.533		
Q50_100cm_P09_M1.txt	-3	-0.037	0.018	1.067	0.017	1.000
Q50_100cm_P09_M2.txt	-3	-0.037	0.017	0.933		
Q50_100cm_P10_M1.txt	-2	-0.025	0.021	1.044	0.023	1.066
Q50_100cm_P10_M2.txt	-2	-0.025	0.025	1.089		
Q50_100cm_P11_M1.txt	-1	-0.012	0.001	0.222	0.004	0.378
Q50_100cm_P11_M2.txt	-1	-0.012	0.007	0.533		
Q50_100cm_P12_M1.txt	0	0.000	0.010	0.622	0.015	0.944
Q50_100cm_P12_M2.txt	0	0.000	0.020	1.266		
Q50_100cm_P13_M1.txt	1	0.012	0.014	0.778	0.013	0.844
Q50_100cm_P13_M2.txt	1	0.012	0.012	0.911		
Q50_100cm_P14_M1.txt	2	0.025	0.019	1.244	0.016	0.978
Q50_100cm_P14_M2.txt	2	0.025	0.013	0.711		
Q50_100cm_P15_M1.txt	3	0.037	0.016	1.311	0.032	1.733
Q50_100cm_P15_M2.txt	3	0.037	0.047	2.156		
Q50_100cm_P16_M1.txt	4	0.050	0.085	4.422	0.070	3.611
Q50_100cm_P16_M2.txt	4	0.050	0.055	2.800		
Q50_100cm_P17_M1.txt	5	0.062	0.136	6.444	0.118	5.589
Q50_100cm_P17_M2.txt	5	0.062	0.100	4.733		
Q50_100cm_P18_M1.txt	6	0.075	0.390	13.311	0.380	12.178
Q50_100cm_P18_M2.txt	6	0.075	0.370	11.044		
Q50_100cm_P19_M1.txt	7	0.087	0.681	13.778	0.652	14.034
Q50_100cm_P19_M2.txt	7	0.087	0.623	14.289		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q50_100cm_P20_M1.txt	8	0.100	0.820	13.978	0.775	13.945
Q50_100cm_P20_M1.txt	8	0.100	0.729	13.911		
Q50_100cm_P21_M1.txt	9	0.112	0.842	14.200	0.841	13.667
Q50_100cm_P21_M2.txt	9	0.112	0.840	13.133		
Q50_100cm_P22_M1.txt	10	0.124	0.964	11.778	0.962	11.778
Q50_100cm_P22_M2.txt	10	0.124	0.960	11.778		
Q50_100cm_P23_M1.txt	11	0.137	0.991	7.866	0.955	8.866
Q50_100cm_P23_M2.txt	11	0.137	0.920	9.867		
Q50_100cm_P24_M1.txt	12	0.149	0.979	6.644	0.982	6.466
Q50_100cm_P24_M2.txt	12	0.149	0.985	6.288		
Q50_100cm_P25_M1.txt	13	0.162	0.998	2.267	0.993	2.544
Q50_100cm_P25_M2.txt	13	0.162	0.989	2.822		
Q50_100cm_P26_M1.txt	14	0.174	0.999	0.911	0.999	0.911
Q50_100cm_P26_M2.txt	14	0.174	0.999	0.910		
Q50_100cm_P27_M1.txt	15	0.187	0.998	0.777	0.998	0.779
Q50_100cm_P27_M2.txt	15	0.187	0.998	0.780		
Q50_100cm_P28_M1.txt	16	0.199	1.000	0.244	0.999	0.244
Q50_100cm_P28_M2.txt	16	0.199	0.999	0.244		

$$q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.080 \text{ m}$$

$$Z = 1.20 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q50_120cm_P01_M1.txt	-10	-0.124	0.953	3.689	0.960	3.167
Q50_120cm_P01_M2.txt	-10	-0.124	0.967	2.644		
Q50_120cm_P02_M1.txt	-9	-0.112	0.974	2.689	0.942	4.033
Q50_120cm_P02_M2.txt	-9	-0.112	0.910	5.378		
Q50_120cm_P03_M1.txt	-8	-0.100	0.895	6.178	0.904	5.633
Q50_120cm_P03_M2.txt	-8	-0.100	0.913	5.089		
Q50_120cm_P04_M1.txt	-7	-0.087	0.852	7.933	0.812	8.311
Q50_120cm_P04_M2.txt	-7	-0.087	0.773	8.689		
Q50_120cm_P05_M1.txt	-6	-0.075	0.636	11.222	0.622	11.645
Q50_120cm_P05_M2.txt	-6	-0.075	0.607	12.067		
Q50_120cm_P06_M1.txt	-5	-0.062	0.518	9.889	0.497	10.266
Q50_120cm_P06_M2.txt	-5	-0.062	0.477	10.644		
Q50_120cm_P07_M1.txt	-4	-0.050	0.430	11.156	0.380	9.345
Q50_120cm_P07_M2.txt	-4	-0.050	0.330	7.533		
Q50_120cm_P08_M1.txt	-3	-0.037	0.455	9.577	0.368	9.222
Q50_120cm_P08_M2.txt	-3	-0.037	0.282	8.867		
Q50_120cm_P09_M1.txt	-2	-0.025	0.206	8.378	0.137	6.044
Q50_120cm_P09_M2.txt	-2	-0.025	0.069	3.711		
Q50_120cm_P10_M1.txt	-1	-0.012	0.072	4.533	0.080	4.678
Q50_120cm_P10_M2.txt	-1	-0.012	0.089	4.822		
Q50_120cm_P11_M1.txt	0	0.000	0.094	4.356	0.087	4.322
Q50_120cm_P11_M2.txt	0	0.000	0.081	4.289		
Q50_120cm_P12_M1.txt	1	0.012	0.123	6.422	0.121	6.011
Q50_120cm_P12_M2.txt	1	0.012	0.119	5.600		
Q50_120cm_P13_M1.txt	2	0.025	0.173	10.566	0.134	8.139
Q50_120cm_P13_M2.txt	2	0.025	0.096	5.711		
Q50_120cm_P14_M1.txt	3	0.037	0.158	7.911	0.124	6.622
Q50_120cm_P14_M2.txt	3	0.037	0.091	5.333		
Q50_120cm_P15_M1.txt	4	0.050	0.103	5.622	0.147	7.222
Q50_120cm_P15_M2.txt	4	0.050	0.190	8.822		
Q50_120cm_P16_M1.txt	5	0.062	0.247	9.600	0.264	9.978
Q50_120cm_P16_M2.txt	5	0.062	0.282	10.356		
Q50_120cm_P17_M1.txt	6	0.075	0.391	11.822	0.400	11.945
Q50_120cm_P17_M2.txt	6	0.075	0.408	12.067		
Q50_120cm_P18_M1.txt	7	0.087	0.633	11.978	0.612	13.256
Q50_120cm_P18_M2.txt	7	0.087	0.591	14.533		
Q50_120cm_P19_M1.txt	8	0.100	0.625	12.089	0.632	11.434
Q50_120cm_P19_M2.txt	8	0.100	0.639	10.778		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q50_120cm_P20_M1.txt	9	0.112	0.740	11.378	0.765	11.178
Q50_120cm_P20_M1.txt	9	0.112	0.791	10.978		
Q50_120cm_P21_M1.txt	10	0.124	0.813	10.867	0.824	10.022
Q50_120cm_P21_M2.txt	10	0.124	0.834	9.178		
Q50_120cm_P22_M1.txt	11	0.137	0.895	4.689	0.899	5.711
Q50_120cm_P22_M2.txt	11	0.137	0.904	6.733		
Q50_120cm_P23_M1.txt	12	0.149	0.952	3.933	0.967	3.311
Q50_120cm_P23_M2.txt	12	0.149	0.982	2.689		
Q50_120cm_P24_M1.txt	13	0.162	0.978	3.289	0.980	2.144
Q50_120cm_P24_M2.txt	13	0.162	0.981	1.000		
Q50_120cm_P25_M1.txt	14	0.174	0.987	1.533	0.984	1.517
Q50_120cm_P25_M2.txt	14	0.174	0.980	1.500		
Q50_120cm_P26_M1.txt	15	0.187	0.991	1.600	0.990	1.600
Q50_120cm_P26_M2.txt	15	0.187	0.990	1.600		
Q50_120cm_P27_M1.txt	16	0.199	0.994	0.800	0.992	0.800
Q50_120cm_P27_M2.txt	16	0.199	0.990	0.800		
Q50_120cm_P28_M1.txt	17	0.211	1.000	0.000	1.000	0.000
Q50_120cm_P28_M2.txt	17	0.211	1.000	0.000		

$$q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.080 \text{ m}$$

$$Z = 1.40 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q50_140cm_P01_M1.txt	-14	-0.174	0.979	2.356	0.976	2.411
Q50_140cm_P01_M2.txt	-14	-0.174	0.973	2.467		
Q50_140cm_P02_M1.txt	-13	-0.162	0.973	3.133	0.976	2.600
Q50_140cm_P02_M2.txt	-13	-0.162	0.979	2.067		
Q50_140cm_P03_M1.txt	-12	-0.149	0.958	3.089	0.963	2.633
Q50_140cm_P03_M2.txt	-12	-0.149	0.969	2.178		
Q50_140cm_P04_M1.txt	-11	-0.137	0.932	5.466	0.953	3.900
Q50_140cm_P04_M2.txt	-11	-0.137	0.974	2.333		
Q50_140cm_P05_M1.txt	-10	-0.124	0.919	6.156	0.911	5.556
Q50_140cm_P05_M2.txt	-10	-0.124	0.904	4.956		
Q50_140cm_P06_M1.txt	-9	-0.112	0.854	10.711	0.861	9.833
Q50_140cm_P06_M2.txt	-9	-0.112	0.867	8.955		
Q50_140cm_P07_M1.txt	-8	-0.100	0.732	11.111	0.746	11.567
Q50_140cm_P07_M2.txt	-8	-0.100	0.760	12.022		
Q50_140cm_P08_M1.txt	-7	-0.087	0.642	13.578	0.653	12.945
Q50_140cm_P08_M2.txt	-7	-0.087	0.663	12.311		
Q50_140cm_P09_M1.txt	-6	-0.075	0.637	13.356	0.631	14.256
Q50_140cm_P09_M2.txt	-6	-0.075	0.624	15.156		
Q50_140cm_P10_M1.txt	-5	-0.062	0.382	14.044	0.381	13.511
Q50_140cm_P10_M2.txt	-5	-0.062	0.380	12.978		
Q50_140cm_P11_M1.txt	-4	-0.050	0.353	13.133	0.361	13.589
Q50_140cm_P11_M2.txt	-4	-0.050	0.370	14.044		
Q50_140cm_P12_M1.txt	-3	-0.037	0.350	13.889	0.313	12.989
Q50_140cm_P12_M2.txt	-3	-0.037	0.276	12.089		
Q50_140cm_P13_M1.txt	-2	-0.025	0.298	14.356	0.281	13.912
Q50_140cm_P13_M2.txt	-2	-0.025	0.264	13.467		
Q50_140cm_P14_M1.txt	-1	-0.012	0.151	8.556	0.163	9.767
Q50_140cm_P14_M2.txt	-1	-0.012	0.175	10.978		
Q50_140cm_P15_M1.txt	0	0.000	0.180	9.333	0.207	10.967
Q50_140cm_P15_M2.txt	0	0.000	0.234	12.600		
Q50_140cm_P16_M1.txt	1	0.012	0.140	7.622	0.166	9.767
Q50_140cm_P16_M2.txt	1	0.012	0.193	11.911		
Q50_140cm_P18_M1.txt	3	0.037	0.203	11.644	0.252	12.100
Q50_140cm_P18_M2.txt	3	0.037	0.301	12.556		
Q50_140cm_P19_M1.txt	4	0.050	0.371	14.644	0.336	13.733
Q50_140cm_P19_M2.txt	4	0.050	0.301	12.822		
Q50_140cm_P20_M1.txt	5	0.062	0.526	14.711	0.523	14.956
Q50_140cm_P20_M2.txt	5	0.062	0.520	15.200		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q50_140cm_P21_M1.txt	6	0.075	0.642	13.422	0.667	12.978
Q50_140cm_P21_M2.txt	6	0.075	0.692	12.533		
Q50_140cm_P22_M1.txt	7	0.087	0.820	7.444	0.754	8.511
Q50_140cm_P22_M2.txt	7	0.087	0.688	9.578		
Q50_140cm_P23_M1.txt	8	0.100	0.775	9.800	0.803	9.533
Q50_140cm_P23_M2.txt	8	0.100	0.831	9.266		
Q50_140cm_P24_M1.txt	9	0.112	0.852	5.644	0.869	5.844
Q50_140cm_P24_M2.txt	9	0.112	0.885	6.044		
Q50_140cm_P25_M1.txt	10	0.124	0.943	3.756	0.945	3.900
Q50_140cm_P25_M2.txt	10	0.124	0.946	4.044		
Q50_140cm_P26_M1.txt	11	0.137	0.922	4.580	0.903	5.379
Q50_140cm_P26_M2.txt	11	0.137	0.884	6.177		
Q50_140cm_P27_M1.txt	12	0.149	0.970	2.311	0.965	2.306
Q50_140cm_P27_M2.txt	12	0.149	0.960	2.300		
Q50_140cm_P28_M1.txt	13	0.162	0.972	2.200	0.971	2.100
Q50_140cm_P28_M2.txt	13	0.162	0.970	2.000		
Q50_140cm_P29_M1.txt	14	0.174	0.992	1.067	0.991	1.058
Q50_140cm_P29_M2.txt	14	0.174	0.990	1.050		

$$q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.080 \text{ m}$$

$$Z = 1.60 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q50_160cm_P01_M1.txt	-15	-0.187	0.993	1.178	0.992	1.178
Q50_160cm_P01_M2.txt	-15	-0.187	0.992	1.150		
Q50_160cm_P02_M1.txt	-14	-0.174	0.989	2.222	0.988	2.222
Q50_160cm_P02_M2.txt	-14	-0.174	0.988	2.200		
Q50_160cm_P03_M1.txt	-13	-0.162	0.983	2.556	0.983	2.556
Q50_160cm_P03_M2.txt	-13	-0.162	0.983	2.500		
Q50_160cm_P04_M1.txt	-12	-0.149	0.986	2.089	0.986	2.089
Q50_160cm_P04_M2.txt	-12	-0.149	0.986	2.080		
Q50_160cm_P05_M1.txt	-11	-0.137	0.930	6.450	0.934	6.400
Q50_160cm_P05_M2.txt	-11	-0.137	0.939	6.400		
Q50_160cm_P06_M1.txt	-10	-0.124	0.927	6.111	0.924	6.111
Q50_160cm_P06_M2.txt	-10	-0.124	0.920	6.110		
Q50_160cm_P07_M1.txt	-9	-0.112	0.884	8.178	0.882	8.178
Q50_160cm_P07_M2.txt	-9	-0.112	0.880	8.170		
Q50_160cm_P08_M1.txt	-8	-0.100	0.873	8.089	0.859	9.500
Q50_160cm_P08_M2.txt	-8	-0.100	0.845	10.911		
Q50_160cm_P09_M1.txt	-7	-0.087	0.828	11.067	0.802	13.189
Q50_160cm_P09_M2.txt	-7	-0.087	0.775	15.311		
Q50_160cm_P10_M1.txt	-6	-0.075	0.739	14.400	0.710	14.156
Q50_160cm_P10_M2.txt	-6	-0.075	0.682	13.911		
Q50_160cm_P11_M1.txt	-5	-0.062	0.558	19.089	0.609	17.145
Q50_160cm_P11_M2.txt	-5	-0.062	0.660	15.200		
Q50_160cm_P12_M1.txt	-4	-0.050	0.474	16.467	0.487	16.223
Q50_160cm_P12_M2.txt	-4	-0.050	0.501	15.978		
Q50_160cm_P13_M1.txt	-3	-0.037	0.409	14.511	0.443	15.322
Q50_160cm_P13_M2.txt	-3	-0.037	0.477	16.133		
Q50_160cm_P14_M1.txt	-2	-0.025	0.315	15.156	0.319	15.469
Q50_160cm_P14_M2.txt	-2	-0.025	0.322	15.782		
Q50_160cm_P15_M1.txt	-1	-0.012	0.257	16.111	0.297	14.922
Q50_160cm_P15_M2.txt	-1	-0.012	0.336	13.733		
Q50_160cm_P16_M1.txt	0	0.000	0.218	13.422	0.222	13.100
Q50_160cm_P16_M2.txt	0	0.000	0.226	12.778		
Q50_160cm_P17_M1.txt	1	0.012	0.297	14.689	0.247	14.234
Q50_160cm_P17_M2.txt	1	0.012	0.196	13.778		
Q50_160cm_P18_M1.txt	2	0.025	0.281	15.689	0.284	16.789
Q50_160cm_P18_M2.txt	2	0.025	0.288	17.889		
Q50_160cm_P19_M1.txt	3	0.037	0.474	14.889	0.445	15.756
Q50_160cm_P19_M2.txt	3	0.037	0.416	16.622		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q50_160cm_P20_M1.txt	4	0.050	0.550	16.511	0.556	16.634
Q50_160cm_P20_M1.txt	4	0.050	0.562	16.756		
Q50_160cm_P21_M1.txt	5	0.062	0.716	13.689	0.697	13.689
Q50_160cm_P21_M2.txt	5	0.062	0.679	13.689		
Q50_160cm_P22_M1.txt	6	0.075	0.750	13.711	0.714	13.189
Q50_160cm_P22_M2.txt	6	0.075	0.678	12.667		
Q50_160cm_P23_M1.txt	7	0.087	0.759	10.422	0.776	9.822
Q50_160cm_P23_M2.txt	7	0.087	0.793	9.222		
Q50_160cm_P24_M1.txt	8	0.100	0.908	5.378	0.907	5.339
Q50_160cm_P24_M2.txt	8	0.100	0.907	5.300		
Q50_160cm_P25_M1.txt	9	0.112	0.873	5.956	0.872	5.928
Q50_160cm_P25_M2.txt	9	0.112	0.870	5.900		
Q50_160cm_P26_M1.txt	10	0.124	0.912	4.778	0.911	4.739
Q50_160cm_P26_M2.txt	10	0.124	0.910	4.700		
Q50_160cm_P27_M1.txt	11	0.137	0.966	2.200	0.966	2.195
Q50_160cm_P27_M2.txt	11	0.137	0.966	2.190		
Q50_160cm_P28_M1.txt	12	0.149	0.977	1.933	0.976	1.917
Q50_160cm_P28_M2.txt	12	0.149	0.976	1.900		
Q50_160cm_P29_M1.txt	13	0.162	0.977	1.578	0.974	1.574
Q50_160cm_P29_M2.txt	13	0.162	0.970	1.570		
Q50_160cm_P30_M1.txt	14	0.174	0.969	2.089	0.969	2.084
Q50_160cm_P30_M2.txt	14	0.174	0.969	2.080		
Q50_160cm_P31_M1.txt	15	0.187	0.991	0.600	0.991	0.600
Q50_160cm_P31_M2.txt	15	0.187	0.990	0.600		
Q50_160cm_P32_M1.txt	16	0.199	0.998	0.311	0.998	0.311
Q50_160cm_P32_M2.txt	16	0.199	0.998	0.311		
Q50_160cm_P33_M1.txt	17	0.211	1.000	0.000	1.000	0.000
Q50_160cm_P33_M2.txt	17	0.211	1.000	0.000		

$$q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.080 \text{ m}$$

$$Z = 1.80 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q50_180cm_P01_M1.txt	-10	-0.124	0.974	4.200	0.972	4.200
Q50_180cm_P01_M2.txt	-10	-0.124	0.970	4.200		
Q50_180cm_P02_M1.txt	-9	-0.112	0.961	5.756	0.960	5.728
Q50_180cm_P02_M2.txt	-9	-0.112	0.960	5.700		
Q50_180cm_P03_M1.txt	-8	-0.100	0.948	6.911	0.933	9.134
Q50_180cm_P03_M2.txt	-8	-0.100	0.919	11.356		
Q50_180cm_P04_M1.txt	-7	-0.087	0.922	8.756	0.923	8.622
Q50_180cm_P04_M2.txt	-7	-0.087	0.924	8.489		
Q50_180cm_P05_M1.txt	-6	-0.075	0.901	10.956	0.877	12.578
Q50_180cm_P05_M2.txt	-6	-0.075	0.854	14.200		
Q50_180cm_P06_M1.txt	-5	-0.062	0.817	15.111	0.835	14.478
Q50_180cm_P06_M2.txt	-5	-0.062	0.854	13.844		
Q50_180cm_P07_M1.txt	-4	-0.050	0.760	17.200	0.733	17.455
Q50_180cm_P07_M2.txt	-4	-0.050	0.707	17.710		
Q50_180cm_P08_M1.txt	-3	-0.037	0.346	19.644	0.351	20.044
Q50_180cm_P08_M2.txt	-3	-0.037	0.356	20.444		
Q50_180cm_P09_M1.txt	-2	-0.025	0.319	21.444	0.346	20.367
Q50_180cm_P09_M2.txt	-2	-0.025	0.374	19.289		
Q50_180cm_P10_M1.txt	-1	-0.012	0.398	22.333	0.377	21.478
Q50_180cm_P10_M2.txt	-1	-0.012	0.357	20.622		
Q50_180cm_P11_M1.txt	0	0.000	0.393	20.600	0.413	21.567
Q50_180cm_P11_M2.txt	0	0.000	0.433	22.533		
Q50_180cm_P12_M1.txt	1	0.012	0.436	25.067	0.448	24.800
Q50_180cm_P12_M2.txt	1	0.012	0.460	24.533		
Q50_180cm_P13_M1.txt	2	0.025	0.443	21.222	0.483	21.400
Q50_180cm_P13_M2.txt	2	0.025	0.523	21.578		
Q50_180cm_P14_M1.txt	3	0.037	0.673	21.156	0.633	19.923
Q50_180cm_P14_M2.txt	3	0.037	0.592	18.689		
Q50_180cm_P15_M1.txt	4	0.050	0.581	23.133	0.550	22.856
Q50_180cm_P15_M2.txt	4	0.050	0.518	22.578		
Q50_180cm_P16_M1.txt	5	0.062	0.618	21.440	0.680	19.265
Q50_180cm_P16_M2.txt	5	0.062	0.741	17.089		
Q50_180cm_P17_M1.txt	6	0.075	0.662	18.311	0.633	19.111
Q50_180cm_P17_M2.txt	6	0.075	0.603	19.911		
Q50_180cm_P18_M1.txt	7	0.087	0.755	12.822	0.733	14.878
Q50_180cm_P18_M2.txt	7	0.087	0.711	16.933		
Q50_180cm_P19_M1.txt	8	0.100	0.853	8.911	0.850	10.156
Q50_180cm_P19_M2.txt	8	0.100	0.848	11.400		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q50_180cm_P20_M1.txt	9	0.112	0.885	8.822	0.857	10.722
Q50_180cm_P20_M1.txt	9	0.112	0.828	12.622		
Q50_180cm_P21_M1.txt	10	0.124	0.926	7.333	0.889	8.555
Q50_180cm_P21_M2.txt	10	0.124	0.852	9.777		
Q50_180cm_P22_M1.txt	11	0.137	0.910	7.711	0.921	7.122
Q50_180cm_P22_M2.txt	11	0.137	0.931	6.533		
Q50_180cm_P23_M1.txt	12	0.149	0.928	6.955	0.922	6.755
Q50_180cm_P23_M2.txt	12	0.149	0.915	6.555		
Q50_180cm_P24_M1.txt	13	0.162	0.939	5.511	0.924	6.600
Q50_180cm_P24_M2.txt	13	0.162	0.909	7.689		
Q50_180cm_P25_M1.txt	14	0.174	0.941	4.910	0.940	4.905
Q50_180cm_P25_M2.txt	14	0.174	0.940	4.900		
Q50_180cm_P26_M1.txt	15	0.187	0.964	3.488	0.962	3.494
Q50_180cm_P26_M2.txt	15	0.187	0.960	3.500		
Q50_180cm_P27_M1.txt	16	0.199	0.992	1.156	0.992	1.153
Q50_180cm_P27_M2.txt	16	0.199	0.992	1.150		
Q50_180cm_P28_M1.txt	17	0.211	0.975	2.844	0.973	2.844
Q50_180cm_P28_M2.txt	17	0.211	0.970	2.844		
Q50_180cm_P29_M1.txt	18	0.224	0.996	0.667	0.996	0.663
Q50_180cm_P29_M2.txt	18	0.224	0.996	0.660		
Q50_180cm_P30_M1.txt	19	0.236	0.994	1.089	0.995	1.089
Q50_180cm_P30_M2.txt	19	0.236	0.995	1.8109		
Q50_180cm_P31_M1.txt	20	0.249	0.980	2.667	0.980	2.663
Q50_180cm_P31_M2.txt	20	0.249	0.980	2.660		
Q50_180cm_P32_M1.txt	21	0.261	0.974	2.570	0.974	2.570
Q50_180cm_P32_M2.txt	21	0.261	0.974	2.570		
Q50_180cm_P33_M1.txt	22	0.274	0.998	0.222	0.998	0.222
Q50_180cm_P33_M2.txt	22	0.274	0.998	0.222		
Q50_180cm_P34_M1.txt	23	0.286	1.000	0.000	1.000	0.000
Q50_180cm_P34_M2.txt	23	0.286	1.000	0.000		

$$q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.080 \text{ m}$$

$$Z = 2.00 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q50_200cm_P01_M1.txt	-15	0.187	0.974	4.800	0.972	4.800
Q50_200cm_P01_M2.txt	-15	0.187	0.970	4.800		
Q50_200cm_P02_M1.txt	-14	0.174	0.977	3.933	0.979	3.917
Q50_200cm_P02_M2.txt	-14	0.174	0.980	3.900		
Q50_200cm_P03_M1.txt	-13	0.162	0.963	6.467	0.962	6.483
Q50_200cm_P03_M2.txt	-13	0.162	0.960	6.500		
Q50_200cm_P04_M1.txt	-12	0.149	0.958	6.667	0.954	6.683
Q50_200cm_P04_M2.txt	-12	0.149	0.950	6.700		
Q50_200cm_P05_M1.txt	-11	0.137	0.936	11.089	0.933	11.085
Q50_200cm_P05_M2.txt	-11	0.137	0.930	11.080		
Q50_200cm_P06_M1.txt	-10	0.124	0.897	15.244	0.908	12.689
Q50_200cm_P06_M2.txt	-10	0.124	0.918	10.133		
Q50_200cm_P07_M1.txt	-9	0.112	0.867	14.889	0.877	14.445
Q50_200cm_P07_M2.txt	-9	0.112	0.886	14.000		
Q50_200cm_P08_M1.txt	-8	0.100	0.813	18.222	0.822	20.600
Q50_200cm_P08_M2.txt	-8	0.100	0.831	22.978		
Q50_200cm_P09_M1.txt	-7	0.087	0.717	20.500	0.751	20.506
Q50_200cm_P09_M2.txt	-7	0.087	0.785	20.511		
Q50_200cm_P10_M1.txt	-6	0.075	0.722	22.933	0.739	21.533
Q50_200cm_P10_M2.txt	-6	0.075	0.756	20.133		
Q50_200cm_P11_M1.txt	-5	0.062	0.617	25.467	0.633	25.212
Q50_200cm_P11_M2.txt	-5	0.062	0.648	24.956		
Q50_200cm_P12_M1.txt	-4	0.050	0.597	24.578	0.582	25.967
Q50_200cm_P12_M2.txt	-4	0.050	0.567	27.356		
Q50_200cm_P13_M1.txt	-3	0.037	0.509	28.178	0.507	27.467
Q50_200cm_P13_M2.txt	-3	0.037	0.505	26.756		
Q50_200cm_P14_M1.txt	-2	0.025	0.523	30.489	0.507	27.434
Q50_200cm_P14_M2.txt	-2	0.025	0.490	24.378		
Q50_200cm_P15_M1.txt	-1	0.012	0.472	28.000	0.458	27.322
Q50_200cm_P15_M2.txt	-1	0.012	0.445	26.644		
Q50_200cm_P16_M1.txt	0	0.000	0.382	26.489	0.368	26.189
Q50_200cm_P16_M2.txt	0	0.000	0.354	25.889		
Q50_200cm_P17_M1.txt	1	-0.012	0.351	24.489	0.389	25.589
Q50_200cm_P17_M2.txt	1	-0.012	0.427	26.689		
Q50_200cm_P18_M1.txt	2	-0.025	0.426	28.844	0.426	28.456
Q50_200cm_P18_M2.txt	2	-0.025	0.427	28.067		
Q50_200cm_P19_M1.txt	3	-0.037	0.396	25.978	0.466	28.089
Q50_200cm_P19_M2.txt	3	-0.037	0.535	30.200		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q50_200cm_P20_M1.txt	4	-0.050	0.425	25.133	0.457	24.889
Q50_200cm_P20_M1.txt	4	-0.050	0.488	24.644		
Q50_200cm_P21_M1.txt	5	-0.062	0.529	25.111	0.590	25.611
Q50_200cm_P21_M2.txt	5	-0.062	0.650	26.111		
Q50_200cm_P22_M1.txt	6	-0.075	0.702	20.911	0.698	23.911
Q50_200cm_P22_M2.txt	6	-0.075	0.694	26.911		
Q50_200cm_P23_M1.txt	7	-0.087	0.728	18.533	0.750	17.689
Q50_200cm_P23_M2.txt	7	-0.087	0.772	16.844		
Q50_200cm_P24_M1.txt	8	-0.100	0.693	24.267	0.759	20.156
Q50_200cm_P24_M2.txt	8	-0.100	0.825	16.044		
Q50_200cm_P25_M1.txt	9	-0.112	0.786	17.178	0.817	15.789
Q50_200cm_P25_M2.txt	9	-0.112	0.849	14.400		
Q50_200cm_P26_M1.txt	10	-0.124	0.803	18.644	0.828	17.089
Q50_200cm_P26_M2.txt	10	-0.124	0.853	15.533		
Q50_200cm_P27_M1.txt	11	-0.137	0.912	9.667	0.891	11.689
Q50_200cm_P27_M2.txt	11	-0.137	0.870	13.711		
Q50_200cm_P28_M1.txt	12	-0.149	0.932	7.133	0.909	8.222
Q50_200cm_P28_M2.txt	12	-0.149	0.886	9.311		
Q50_200cm_P29_M1.txt	13	-0.162	0.900	10.200	0.895	10.100
Q50_200cm_P29_M2.txt	13	-0.162	0.890	10.000		
Q50_200cm_P30_M1.txt	14	-0.174	0.945	6.400	0.944	6.400
Q50_200cm_P30_M2.txt	14	-0.174	0.944	6.400		
Q50_200cm_P31_M1.txt	15	-0.187	0.950	6.111	0.949	6.106
Q50_200cm_P31_M2.txt	15	-0.187	0.949	6.100		
Q50_200cm_P32_M1.txt	16	-0.199	0.986	2.311	0.983	2.306
Q50_200cm_P32_M2.txt	16	-0.199	0.980	2.300		
Q50_200cm_P33_M1.txt	17	-0.211	0.955	5.600	0.952	30.800
Q50_200cm_P33_M2.txt	17	-0.211	0.950	56.000		
Q50_200cm_P34_M1.txt	18	-0.224	0.942	8.956	0.941	8.928
Q50_200cm_P34_M2.txt	18	-0.224	0.940	8.900		
Q50_200cm_P35_M1.txt	19	-0.236	0.967	4.822	0.963	4.811
Q50_200cm_P35_M2.txt	19	-0.236	0.960	4.800		
Q50_200cm_P36_M1.txt	20	-0.249	0.989	2.111	0.990	2.106
Q50_200cm_P36_M2.txt	20	-0.249	0.990	2.100		

$$q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.109 \text{ m}$$

$$Z = 0.20 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q75_20cm_P01_M1.txt	-23	-0.211	1.000	0.022	1.000	0.011
Q75_20cm_P01_M2.txt	-23	-0.211	1.000	0.000		
Q75_20cm_P02_M1.txt	-22	-0.202	1.000	0.089	1.000	0.044
Q75_20cm_P02_M2.txt	-22	-0.202	1.000	0.000		
Q75_20cm_P03_M1.txt	-21	-0.193	0.999	0.111	0.997	0.133
Q75_20cm_P03_M2.txt	-21	-0.193	0.995	0.156		
Q75_20cm_P04_M1.txt	-20	-0.183	1.000	0.000	1.000	0.000
Q75_20cm_P04_M2.txt	-20	-0.183	1.000	0.000		
Q75_20cm_P05_M1.txt	-19	-0.174	0.998	0.067	0.990	0.289
Q75_20cm_P05_M2.txt	-19	-0.174	0.982	0.511		
Q75_20cm_P06_M1.txt	-18	-0.165	0.996	0.222	0.986	0.455
Q75_20cm_P06_M2.txt	-18	-0.165	0.977	0.689		
Q75_20cm_P07_M1.txt	-17	-0.156	0.983	0.556	0.984	0.467
Q75_20cm_P07_M2.txt	-17	-0.156	0.985	0.378		
Q75_20cm_P08_M1.txt	-16	-0.147	0.977	1.089	0.936	1.711
Q75_20cm_P08_M2.txt	-16	-0.147	0.895	2.333		
Q75_20cm_P09_M1.txt	-15	-0.138	0.763	4.978	0.599	5.622
Q75_20cm_P09_M2.txt	-15	-0.138	0.435	6.267		
Q75_20cm_P10_M1.txt	-14	-0.128	0.141	3.311	0.129	2.978
Q75_20cm_P10_M2.txt	-14	-0.128	0.118	2.644		
Q75_20cm_P11_M1.txt	-13	-0.119	0.036	0.911	0.036	0.900
Q75_20cm_P11_M2.txt	-13	-0.119	0.035	0.889		
Q75_20cm_P12_M1.txt	-12	-0.110	0.000	0.000	0.000	0.000
Q75_20cm_P12_M2.txt	-12	-0.110	0.000	0.000		
Q75_20cm_P13_M1.txt	-11	-0.101	0.000	0.000	0.001	0.011
Q75_20cm_P13_M2.txt	-11	-0.101	0.003	0.022		
Q75_20cm_P14_M1.txt	-10	-0.092	0.007	0.422	0.003	0.211
Q75_20cm_P14_M2.txt	-10	-0.092	0.000	0.000		
Q75_20cm_P15_M1.txt	-9	-0.083	0.000	0.000	0.000	0.000
Q75_20cm_P15_M2.txt	-9	-0.083	0.000	0.000		
Q75_20cm_P16_M1.txt	-8	-0.073	0.000	0.000	0.000	0.000
Q75_20cm_P16_M2.txt	-8	-0.073	0.000	0.000		
Q75_20cm_P17_M1.txt	-7	-0.064	0.000	0.000	0.001	0.089
Q75_20cm_P17_M2.txt	-7	-0.064	0.001	0.178		
Q75_20cm_P18_M1.txt	-6	-0.055	0.000	0.000	0.000	0.000
Q75_20cm_P18_M2.txt	-6	-0.055	0.000	0.000		
Q75_20cm_P19_M1.txt	-5	-0.046	0.000	0.000	0.000	0.044
Q75_20cm_P19_M2.txt	-5	-0.046	0.000	0.089		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q75_20cm_P20_M1.txt	-4	-0.037	0.002	0.133	0.001	0.067
Q75_20cm_P20_M1.txt	-4	-0.037	0.000	0.000		
Q75_20cm_P21_M1.txt	-3	-0.028	0.000	0.000	0.000	0.033
Q75_20cm_P21_M2.txt	-3	-0.028	0.001	0.067		
Q75_20cm_P22_M1.txt	-2	-0.018	0.000	0.000	0.001	0.067
Q75_20cm_P22_M2.txt	-2	-0.018	0.001	0.133		
Q75_20cm_P23_M1.txt	-1	-0.009	0.000	0.000	0.000	0.000
Q75_20cm_P23_M2.txt	-1	-0.009	0.000	0.000		
Q75_20cm_P24_M1.txt	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.056
Q75_20cm_P24_M2.txt	0	0.000	0.001	0.111		
Q75_20cm_P25_M1.txt	1	0.009	0.001	0.111	0.003	0.233
Q75_20cm_P25_M2.txt	1	0.009	0.005	0.356		
Q75_20cm_P26_M1.txt	2	0.018	0.000	0.044	0.000	0.044
Q75_20cm_P26_M2.txt	2	0.018	0.000	0.040		
Q75_20cm_P27_M1.txt	3	0.028	0.000	0.044	0.002	0.156
Q75_20cm_P27_M2.txt	3	0.028	0.003	0.267		
Q75_20cm_P28_M1.txt	4	0.037	0.002	0.244	0.001	0.122
Q75_20cm_P28_M2.txt	4	0.037	0.000	0.000		
Q75_20cm_P29_M1.txt	5	0.046	0.005	0.489	0.007	0.400
Q75_20cm_P29_M2.txt	5	0.046	0.009	0.311		
Q75_20cm_P30_M1.txt	6	0.055	0.009	0.222	0.005	0.122
Q75_20cm_P30_M2.txt	6	0.055	0.001	0.022		
Q75_20cm_P31_M1.txt	7	0.064	0.002	0.222	0.004	0.289
Q75_20cm_P31_M2.txt	7	0.064	0.006	0.356		
Q75_20cm_P32_M1.txt	8	0.073	0.015	0.644	0.017	0.622
Q75_20cm_P32_M2.txt	8	0.073	0.019	0.600		
Q75_20cm_P33_M1.txt	9	0.083	0.014	0.911	0.014	0.744
Q75_20cm_P33_M2.txt	9	0.083	0.015	0.578		
Q75_20cm_P34_M1.txt	10	0.092	0.031	1.489	0.024	1.178
Q75_20cm_P34_M2.txt	10	0.092	0.016	0.867		
Q75_20cm_P35_M1.txt	11	0.101	0.039	1.666	0.036	1.489
Q75_20cm_P35_M2.txt	11	0.101	0.033	1.311		
Q75_20cm_P36_M1.txt	12	0.110	0.062	2.200	0.053	1.967
Q75_20cm_P36_M2.txt	12	0.110	0.044	1.733		
Q75_20cm_P37_M1.txt	13	0.119	0.124	3.644	0.154	4.444
Q75_20cm_P37_M2.txt	13	0.119	0.184	5.244		
Q75_20cm_P38_M1.txt	14	0.128	0.452	7.067	0.451	7.063
Q75_20cm_P38_M2.txt	14	0.128	0.450	7.060		
Q75_20cm_P39_M1.txt	15	0.138	0.669	7.467	0.673	6.467
Q75_20cm_P39_M2.txt	15	0.138	0.676	5.467		
Q75_20cm_P40_M1.txt	16	0.147	0.900	4.044	0.914	3.355
Q75_20cm_P40_M2.txt	16	0.147	0.929	2.666		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q75_20cm_P41_M1.txt	17	0.156	0.984	0.933	0.974	1.033
Q75_20cm_P41_M2.txt	17	0.156	0.964	1.133		
Q75_20cm_P42_M1.txt	18	0.165	1.000	0.000	0.998	0.178
Q75_20cm_P42_M2.txt	18	0.165	0.996	0.356		
Q75_20cm_P43_M1.txt	19	0.174	0.999	0.067	0.994	0.063
Q75_20cm_P43_M2.txt	19	0.174	0.990	0.060		
Q75_20cm_P44_M1.txt	20	0.183	1.000	0.000	1.000	0.000
Q75_20cm_P44_M2.txt	20	0.183	1.000	0.000		
Q75_20cm_P45_M1.txt	21	0.193	1.000	0.000	1.000	0.000
Q75_20cm_P45_M2.txt	21	0.193	1.000	0.000		
Q75_20cm_P46_M1.txt	22	0.202	1.000	0.000	1.000	0.000
Q75_20cm_P46_M2.txt	22	0.202	1.000	0.000		

$$q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.109 \text{ m}$$

$$Z = 0.40 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q75_40cm_P01_M1.txt	-15	-0.138	0.973	0.666	0.984	0.511
Q75_40cm_P01_M2.txt	-15	-0.138	0.995	0.356		
Q75_40cm_P02_M1.txt	-14	-0.128	0.964	1.378	0.954	1.533
Q75_40cm_P02_M2.txt	-14	-0.128	0.943	1.689		
Q75_40cm_P03_M1.txt	-13	-0.119	0.842	4.533	0.838	4.411
Q75_40cm_P03_M2.txt	-13	-0.119	0.835	4.289		
Q75_40cm_P04_M1.txt	-12	-0.110	0.793	4.311	0.681	5.456
Q75_40cm_P04_M2.txt	-12	-0.110	0.569	6.600		
Q75_40cm_P05_M1.txt	-11	-0.101	0.304	5.177	0.259	4.689
Q75_40cm_P05_M2.txt	-11	-0.101	0.213	4.200		
Q75_40cm_P06_M1.txt	-10	-0.092	0.085	1.844	0.131	3.189
Q75_40cm_P06_M2.txt	-10	-0.092	0.177	4.533		
Q75_40cm_P07_M1.txt	-9	-0.083	0.032	0.933	0.023	0.789
Q75_40cm_P07_M2.txt	-9	-0.083	0.014	0.644		
Q75_40cm_P08_M1.txt	-8	-0.073	0.006	0.200	0.005	0.244
Q75_40cm_P08_M2.txt	-8	-0.073	0.003	0.289		
Q75_40cm_P09_M1.txt	-7	-0.064	0.011	0.533	0.006	0.311
Q75_40cm_P09_M2.txt	-7	-0.064	0.001	0.089		
Q75_40cm_P10_M1.txt	-6	-0.055	0.024	1.889	0.012	0.944
Q75_40cm_P10_M2.txt	-6	-0.055	0.000	0.000		
Q75_40cm_P11_M1.txt	-5	-0.046	0.005	0.288	0.003	0.144
Q75_40cm_P11_M2.txt	-5	-0.046	0.000	0.000		
Q75_40cm_P12_M1.txt	-4	-0.037	0.005	0.222	0.005	0.300
Q75_40cm_P12_M2.txt	-4	-0.037	0.005	0.378		
Q75_40cm_P13_M1.txt	-3	-0.028	0.001	0.067	0.000	0.033
Q75_40cm_P13_M2.txt	-3	-0.028	0.000	0.000		
Q75_40cm_P14_M1.txt	-2	-0.018	0.000	0.044	0.002	0.211
Q75_40cm_P14_M2.txt	-2	-0.018	0.004	0.378		
Q75_40cm_P15_M1.txt	-1	-0.009	0.005	0.200	0.003	0.156
Q75_40cm_P15_M2.txt	-1	-0.009	0.001	0.111		
Q75_40cm_P16_M1.txt	0	0.000	0.000	0.089	0.000	0.078
Q75_40cm_P16_M2.txt	0	0.000	0.000	0.067		
Q75_40cm_P17_M1.txt	1	0.009	0.000	0.044	0.003	0.266
Q75_40cm_P17_M2.txt	1	0.009	0.006	0.488		
Q75_40cm_P18_M1.txt	2	0.018	0.003	0.244	0.004	0.489
Q75_40cm_P18_M2.txt	2	0.018	0.005	0.733		
Q75_40cm_P19_M1.txt	3	0.028	0.004	0.289	0.010	0.533
Q75_40cm_P19_M2.txt	3	0.028	0.015	0.778		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q75_40cm_P20_M1.txt	4	0.037	0.004	0.311	0.002	0.211
Q75_40cm_P20_M1.txt	4	0.037	0.001	0.111		
Q75_40cm_P21_M1.txt	5	0.046	0.008	0.289	0.005	0.278
Q75_40cm_P21_M2.txt	5	0.046	0.002	0.267		
Q75_40cm_P22_M1.txt	6	0.055	0.011	0.756	0.010	0.700
Q75_40cm_P22_M2.txt	6	0.055	0.009	0.644		
Q75_40cm_P23_M1.txt	7	0.064	0.025	1.089	0.015	0.766
Q75_40cm_P23_M2.txt	7	0.064	0.005	0.444		
Q75_40cm_P24_M1.txt	8	0.073	0.024	1.000	0.028	1.233
Q75_40cm_P24_M2.txt	8	0.073	0.033	1.466		
Q75_40cm_P25_M1.txt	9	0.083	0.054	1.956	0.064	2.300
Q75_40cm_P25_M2.txt	9	0.083	0.075	2.644		
Q75_40cm_P26_M1.txt	10	0.092	0.107	3.311	0.103	3.444
Q75_40cm_P26_M2.txt	10	0.092	0.098	3.577		
Q75_40cm_P27_M1.txt	11	0.101	0.292	6.689	0.257	6.300
Q75_40cm_P27_M2.txt	11	0.101	0.222	5.911		
Q75_40cm_P28_M1.txt	12	0.110	0.388	7.111	0.394	6.889
Q75_40cm_P28_M2.txt	12	0.110	0.400	6.667		
Q75_40cm_P29_M1.txt	13	0.119	0.810	6.111	0.782	5.889
Q75_40cm_P29_M2.txt	13	0.119	0.755	5.667		
Q75_40cm_P30_M1.txt	14	0.128	0.840	4.555	0.858	4.189
Q75_40cm_P30_M2.txt	14	0.128	0.876	3.822		
Q75_40cm_P31_M1.txt	15	0.138	0.969	1.755	0.944	1.844
Q75_40cm_P31_M2.txt	15	0.138	0.919	1.933		
Q75_40cm_P32_M1.txt	16	0.147	0.946	1.911	0.954	1.589
Q75_40cm_P32_M2.txt	16	0.147	0.961	1.266		
Q75_40cm_P33_M1.txt	17	0.156	0.991	0.378	0.995	0.244
Q75_40cm_P33_M2.txt	17	0.156	1.000	0.111		
Q75_40cm_P34_M1.txt	18	0.165	0.998	0.178	0.998	0.179
Q75_40cm_P34_M2.txt	18	0.165	0.998	0.180		
Q75_40cm_P35_M1.txt	19	0.174	1.000	0.000	1.000	0.000
Q75_40cm_P35_M2.txt	19	0.174	1.000	0.000		

$$q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.109 \text{ m}$$

$$Z = 0.60 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q75_60cm_P01_M1.txt	-14	-0.128	0.983	1.333	0.965	2.033
Q75_60cm_P01_M2.txt	-14	-0.128	0.947	2.733		
Q75_60cm_P02_M1.txt	-13	-0.119	0.959	2.467	0.938	2.866
Q75_60cm_P02_M2.txt	-13	-0.119	0.916	3.266		
Q75_60cm_P03_M1.txt	-12	-0.110	0.873	3.956	0.875	4.011
Q75_60cm_P03_M2.txt	-12	-0.110	0.877	4.067		
Q75_60cm_P04_M1.txt	-11	-0.101	0.780	5.466	0.793	5.322
Q75_60cm_P04_M2.txt	-11	-0.101	0.807	5.177		
Q75_60cm_P05_M1.txt	-10	-0.092	0.333	4.867	0.315	5.166
Q75_60cm_P05_M2.txt	-10	-0.092	0.298	5.466		
Q75_60cm_P06_M1.txt	-9	-0.083	0.137	3.511	0.160	4.244
Q75_60cm_P06_M2.txt	-9	-0.083	0.184	4.977		
Q75_60cm_P07_M1.txt	-8	-0.073	0.032	1.356	0.032	1.455
Q75_60cm_P07_M2.txt	-8	-0.073	0.031	1.555		
Q75_60cm_P08_M1.txt	-7	-0.064	0.015	0.867	0.011	0.733
Q75_60cm_P08_M2.txt	-7	-0.064	0.007	0.600		
Q75_60cm_P09_M1.txt	-6	-0.055	0.020	1.111	0.013	0.733
Q75_60cm_P09_M2.txt	-6	-0.055	0.006	0.356		
Q75_60cm_P10_M1.txt	-5	-0.046	0.005	0.267	0.003	0.233
Q75_60cm_P10_M2.txt	-5	-0.046	0.002	0.200		
Q75_60cm_P11_M1.txt	-4	-0.037	0.001	0.111	0.017	1.011
Q75_60cm_P11_M2.txt	-4	-0.037	0.033	1.911		
Q75_60cm_P12_M1.txt	-3	-0.028	0.001	0.133	0.004	0.311
Q75_60cm_P12_M2.txt	-3	-0.028	0.006	0.489		
Q75_60cm_P13_M1.txt	-2	-0.018	0.015	1.111	0.008	0.633
Q75_60cm_P13_M2.txt	-2	-0.018	0.001	0.156		
Q75_60cm_P14_M1.txt	-1	-0.009	0.007	0.556	0.005	0.389
Q75_60cm_P14_M2.txt	-1	-0.009	0.003	0.222		
Q75_60cm_P15_M1.txt	0	0.000	0.006	0.333	0.006	0.355
Q75_60cm_P15_M2.txt	0	0.000	0.006	0.378		
Q75_60cm_P16_M1.txt	1	0.009	0.007	0.578	0.008	0.589
Q75_60cm_P16_M2.txt	1	0.009	0.009	0.600		
Q75_60cm_P17_M1.txt	2	0.018	0.009	0.600	0.013	0.644
Q75_60cm_P17_M2.txt	2	0.018	0.017	0.689		
Q75_60cm_P18_M1.txt	3	0.028	0.021	1.133	0.021	1.133
Q75_60cm_P18_M2.txt	3	0.028	0.020	1.133		
Q75_60cm_P19_M1.txt	4	0.037	0.045	2.111	0.040	1.811
Q75_60cm_P19_M2.txt	4	0.037	0.035	1.511		

Archivo	B (mm)	B/h	C	F (Hz)	C_{promedio}	F_{promedio} (Hz)
Q75_60cm_P20_M1.txt	5	0.046	0.038	1.400	0.048	1.989
Q75_60cm_P20_M1.txt	5	0.046	0.059	2.578		
Q75_60cm_P21_M1.txt	6	0.055	0.077	2.956	0.061	2.655
Q75_60cm_P21_M2.txt	6	0.055	0.045	2.355		
Q75_60cm_P22_M1.txt	7	0.064	0.144	4.600	0.136	4.278
Q75_60cm_P22_M2.txt	7	0.064	0.128	3.955		
Q75_60cm_P23_M1.txt	8	0.073	0.140	4.533	0.190	5.422
Q75_60cm_P23_M2.txt	8	0.073	0.241	6.311		
Q75_60cm_P24_M1.txt	9	0.083	0.410	8.600	0.412	8.578
Q75_60cm_P24_M2.txt	9	0.083	0.414	8.556		
Q75_60cm_P25_M1.txt	10	0.092	0.588	8.044	0.622	8.178
Q75_60cm_P25_M2.txt	10	0.092	0.656	8.311		
Q75_60cm_P26_M1.txt	11	0.101	0.687	7.200	0.731	6.667
Q75_60cm_P26_M2.txt	11	0.101	0.775	6.133		
Q75_60cm_P27_M1.txt	12	0.110	0.879	4.200	0.897	4.211
Q75_60cm_P27_M2.txt	12	0.110	0.914	4.222		
Q75_60cm_P28_M1.txt	13	0.119	0.981	1.422	0.966	1.767
Q75_60cm_P28_M2.txt	13	0.119	0.950	2.111		
Q75_60cm_P29_M1.txt	14	0.128	0.992	0.667	0.980	1.178
Q75_60cm_P29_M2.txt	14	0.128	0.968	1.689		
Q75_60cm_P30_M1.txt	15	0.138	0.995	0.378	0.991	0.600
Q75_60cm_P30_M2.txt	15	0.138	0.988	0.822		
Q75_60cm_P31_M1.txt	16	0.147	0.992	0.289	0.989	0.656
Q75_60cm_P31_M2.txt	16	0.147	0.985	1.022		
Q75_60cm_P32_M1.txt	17	0.156	1.000	0.089	0.999	0.084
Q75_60cm_P32_M2.txt	17	0.156	0.999	0.080		
Q75_60cm_P33_M1.txt	18	0.165	1.000	0.000	1.000	0.000
Q75_60cm_P33_M2.txt	18	0.165	1.000	0.000		

$$q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.109 \text{ m}$$

$$Z = 0.80 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q75_80cm_P01_M1.txt	-12	-0.110	0.996	1.578	0.975	1.711
Q75_80cm_P01_M2.txt	-12	-0.110	0.954	1.844		
Q75_80cm_P02_M1.txt	-11	-0.101	0.979	1.333	0.959	2.344
Q75_80cm_P02_M2.txt	-11	-0.101	0.939	3.356		
Q75_80cm_P03_M1.txt	-10	-0.092	0.803	5.688	0.696	7.500
Q75_80cm_P03_M2.txt	-10	-0.092	0.590	9.311		
Q75_80cm_P04_M1.txt	-9	-0.083	0.446	8.267	0.416	7.966
Q75_80cm_P04_M2.txt	-9	-0.083	0.387	7.666		
Q75_80cm_P05_M1.txt	-8	-0.073	0.184	6.222	0.244	7.055
Q75_80cm_P05_M2.txt	-8	-0.073	0.303	7.889		
Q75_80cm_P06_M1.txt	-7	-0.064	0.084	2.956	0.146	4.289
Q75_80cm_P06_M2.txt	-7	-0.064	0.208	5.622		
Q75_80cm_P07_M1.txt	-6	-0.055	0.057	2.378	0.036	1.544
Q75_80cm_P07_M2.txt	-6	-0.055	0.016	0.711		
Q75_80cm_P08_M1.txt	-5	-0.046	0.017	1.156	0.012	0.822
Q75_80cm_P08_M2.txt	-5	-0.046	0.007	0.489		
Q75_80cm_P09_M1.txt	-4	-0.037	0.004	0.200	0.024	1.011
Q75_80cm_P09_M2.txt	-4	-0.037	0.044	1.822		
Q75_80cm_P10_M1.txt	-3	-0.028	0.004	0.533	0.010	0.667
Q75_80cm_P10_M2.txt	-3	-0.028	0.017	0.800		
Q75_80cm_P11_M1.txt	-2	-0.018	0.003	0.156	0.004	0.278
Q75_80cm_P11_M2.txt	-2	-0.018	0.004	0.400		
Q75_80cm_P12_M1.txt	-1	-0.009	0.013	0.711	0.020	1.333
Q75_80cm_P12_M2.txt	-1	-0.009	0.027	1.956		
Q75_80cm_P13_M1.txt	0	0.000	0.008	0.578	0.006	0.422
Q75_80cm_P13_M2.txt	0	0.000	0.003	0.267		
Q75_80cm_P14_M1.txt	1	0.009	0.007	0.555	0.008	0.444
Q75_80cm_P14_M2.txt	1	0.009	0.010	0.333		
Q75_80cm_P15_M1.txt	2	0.018	0.020	0.800	0.016	0.822
Q75_80cm_P15_M2.txt	2	0.018	0.012	0.844		
Q75_80cm_P16_M1.txt	3	0.028	0.028	1.133	0.019	0.989
Q75_80cm_P16_M2.txt	3	0.028	0.010	0.844		
Q75_80cm_P17_M1.txt	4	0.037	0.032	1.133	0.029	1.378
Q75_80cm_P17_M2.txt	4	0.037	0.025	1.622		
Q75_80cm_P18_M1.txt	5	0.046	0.069	3.733	0.063	2.944
Q75_80cm_P18_M2.txt	5	0.046	0.056	2.156		
Q75_80cm_P19_M1.txt	6	0.055	0.077	3.644	0.086	3.744
Q75_80cm_P19_M2.txt	6	0.055	0.095	3.844		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q75_80cm_P20_M1.txt	7	0.064	0.136	4.822	0.144	5.122
Q75_80cm_P20_M1.txt	7	0.064	0.153	5.422		
Q75_80cm_P21_M1.txt	8	0.073	0.198	8.222	0.190	7.311
Q75_80cm_P21_M2.txt	8	0.073	0.183	6.400		
Q75_80cm_P22_M1.txt	9	0.083	0.272	8.489	0.319	8.311
Q75_80cm_P22_M2.txt	9	0.083	0.366	8.133		
Q75_80cm_P23_M1.txt	10	0.092	0.260	6.888	0.321	7.800
Q75_80cm_P23_M2.txt	10	0.092	0.382	8.711		
Q75_80cm_P24_M1.txt	11	0.101	0.655	10.667	0.619	10.122
Q75_80cm_P24_M2.txt	11	0.101	0.584	9.578		
Q75_80cm_P25_M1.txt	12	0.110	0.887	5.133	0.859	6.333
Q75_80cm_P25_M2.txt	12	0.110	0.831	7.533		
Q75_80cm_P26_M1.txt	13	0.119	0.895	4.244	0.919	3.500
Q75_80cm_P26_M2.txt	13	0.119	0.943	2.756		
Q75_80cm_P27_M1.txt	14	0.128	0.955	2.311	0.968	1.956
Q75_80cm_P27_M2.txt	14	0.128	0.980	1.600		
Q75_80cm_P28_M1.txt	15	0.138	0.987	1.267	0.992	0.800
Q75_80cm_P28_M2.txt	15	0.138	0.998	0.333		
Q75_80cm_P29_M1.txt	16	0.147	0.994	0.756	0.993	0.622
Q75_80cm_P29_M2.txt	16	0.147	0.992	0.489		
Q75_80cm_P30_M1.txt	17	0.156	0.974	1.711	0.972	1.706
Q75_80cm_P30_M2.txt	17	0.156	0.970	1.700		
Q75_80cm_P31_M1.txt	18	0.165	0.999	0.111	0.999	0.106
Q75_80cm_P31_M2.txt	18	0.165	0.999	0.100		
Q75_80cm_P32_M1.txt	19	0.174	0.999	0.178	1.000	0.174
Q75_80cm_P32_M2.txt	19	0.174	1.000	0.170		
Q75_80cm_P33_M1.txt	20	0.183	1.000	0.067	1.000	0.066
Q75_80cm_P33_M2.txt	20	0.183	1.000	0.066		

$$q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.109 \text{ m}$$

$$Z = 1.00 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q75_100cm_P01_M1.txt	-13	-0.119	0.973	2.156	0.985	1.278
Q75_100cm_P01_M2.txt	-13	-0.119	0.998	0.400		
Q75_100cm_P02_M1.txt	-12	-0.110	0.973	1.911	0.976	1.844
Q75_100cm_P02_M2.txt	-12	-0.110	0.980	1.778		
Q75_100cm_P03_M1.txt	-11	-0.101	0.903	5.244	0.914	4.222
Q75_100cm_P03_M2.txt	-11	-0.101	0.925	3.200		
Q75_100cm_P04_M1.txt	-10	-0.092	0.980	1.377	0.966	2.211
Q75_100cm_P04_M2.txt	-10	-0.092	0.953	3.044		
Q75_100cm_P05_M1.txt	-9	-0.083	0.749	7.933	0.831	6.078
Q75_100cm_P05_M2.txt	-9	-0.083	0.912	4.222		
Q75_100cm_P06_M1.txt	-8	-0.073	0.739	7.400	0.697	8.178
Q75_100cm_P06_M2.txt	-8	-0.073	0.655	8.956		
Q75_100cm_P07_M1.txt	-7	-0.064	0.416	8.022	0.419	8.244
Q75_100cm_P07_M2.txt	-7	-0.064	0.421	8.467		
Q75_100cm_P08_M1.txt	-6	-0.055	0.288	8.067	0.282	7.844
Q75_100cm_P08_M2.txt	-6	-0.055	0.276	7.622		
Q75_100cm_P09_M1.txt	-5	-0.046	0.111	4.555	0.097	3.744
Q75_100cm_P09_M2.txt	-5	-0.046	0.083	2.933		
Q75_100cm_P10_M1.txt	-4	-0.037	0.045	1.689	0.032	1.433
Q75_100cm_P10_M2.txt	-4	-0.037	0.019	1.178		
Q75_100cm_P11_M1.txt	-3	-0.028	0.031	1.733	0.031	1.811
Q75_100cm_P11_M2.txt	-3	-0.028	0.030	1.889		
Q75_100cm_P12_M1.txt	-2	-0.018	0.022	1.089	0.015	0.844
Q75_100cm_P12_M2.txt	-2	-0.018	0.008	0.600		
Q75_100cm_P13_M1.txt	-1	-0.009	0.021	1.288	0.018	1.244
Q75_100cm_P13_M2.txt	-1	-0.009	0.016	1.200		
Q75_100cm_P14_M1.txt	0	0.000	0.007	0.555	0.008	0.700
Q75_100cm_P14_M2.txt	0	0.000	0.008	0.844		
Q75_100cm_P15_M1.txt	1	0.009	0.023	1.689	0.013	0.989
Q75_100cm_P15_M2.txt	1	0.009	0.003	0.289		
Q75_100cm_P16_M1.txt	2	0.018	0.010	0.622	0.011	0.733
Q75_100cm_P16_M2.txt	2	0.018	0.013	0.844		
Q75_100cm_P17_M1.txt	3	0.028	0.028	0.028	0.022	0.559
Q75_100cm_P17_M2.txt	3	0.028	0.016	1.089		
Q75_100cm_P18_M1.txt	4	0.037	0.007	0.644	0.015	1.178
Q75_100cm_P18_M2.txt	4	0.037	0.024	1.711		
Q75_100cm_P19_M1.txt	5	0.046	0.064	3.378	0.054	2.944
Q75_100cm_P19_M2.txt	5	0.046	0.045	2.511		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q75_100cm_P20_M1.txt	6	0.055	0.091	4.111	0.095	4.433
Q75_100cm_P20_M1.txt	6	0.055	0.099	4.756		
Q75_100cm_P21_M1.txt	7	0.064	0.084	4.022	0.110	5.022
Q75_100cm_P21_M2.txt	7	0.064	0.137	6.022		
Q75_100cm_P22_M1.txt	8	0.073	0.196	6.555	0.165	6.022
Q75_100cm_P22_M2.txt	8	0.073	0.134	5.489		
Q75_100cm_P23_M1.txt	9	0.083	0.303	9.089	0.292	8.700
Q75_100cm_P23_M2.txt	9	0.083	0.281	8.311		
Q75_100cm_P24_M1.txt	10	0.092	0.242	7.489	0.280	8.489
Q75_100cm_P24_M2.txt	10	0.092	0.317	9.489		
Q75_100cm_P25_M1.txt	11	0.101	0.447	10.600	0.496	10.645
Q75_100cm_P25_M2.txt	11	0.101	0.545	10.689		
Q75_100cm_P26_M1.txt	12	0.110	0.812	7.822	0.765	8.467
Q75_100cm_P26_M2.txt	12	0.110	0.719	9.111		
Q75_100cm_P27_M1.txt	13	0.119	0.893	6.800	0.863	6.775
Q75_100cm_P27_M2.txt	13	0.119	0.832	6.750		
Q75_100cm_P28_M1.txt	14	0.128	0.923	5.955	0.926	5.233
Q75_100cm_P28_M2.txt	14	0.128	0.929	4.511		
Q75_100cm_P29_M1.txt	15	0.138	0.970	2.378	0.975	2.378
Q75_100cm_P29_M2.txt	15	0.138	0.979	2.378		
Q75_100cm_P30_M1.txt	16	0.147	0.986	1.200	0.986	1.244
Q75_100cm_P30_M2.txt	16	0.147	0.986	1.289		
Q75_100cm_P31_M1.txt	17	0.156	0.995	0.956	0.992	0.744
Q75_100cm_P31_M2.txt	17	0.156	0.989	0.533		
Q75_100cm_P32_M1.txt	18	0.165	0.999	0.356	0.999	0.328
Q75_100cm_P32_M2.txt	18	0.165	1.000	0.300		
Q75_100cm_P33_M1.txt	19	0.174	0.999	1.089	0.999	1.089
Q75_100cm_P33_M2.txt	19	0.174	1.000	1.090		

$$q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.109 \text{ m}$$

$$Z = 1.20 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q75_120cm_P01_M1.txt	-12	-0.110	0.999	0.777	0.997	0.877
Q75_120cm_P01_M2.txt	-12	-0.110	0.994	0.978		
Q75_120cm_P02_M1.txt	-11	-0.101	0.969	2.089	0.973	2.188
Q75_120cm_P02_M2.txt	-11	-0.101	0.976	2.288		
Q75_120cm_P03_M1.txt	-10	-0.092	0.923	5.356	0.914	5.122
Q75_120cm_P03_M2.txt	-10	-0.092	0.904	4.888		
Q75_120cm_P04_M1.txt	-9	-0.083	0.893	5.978	0.827	7.400
Q75_120cm_P04_M2.txt	-9	-0.083	0.760	8.822		
Q75_120cm_P05_M1.txt	-8	-0.073	0.836	8.133	0.818	8.156
Q75_120cm_P05_M2.txt	-8	-0.073	0.800	8.178		
Q75_120cm_P06_M1.txt	-7	-0.064	0.288	9.067	0.315	8.789
Q75_120cm_P06_M2.txt	-7	-0.064	0.343	8.511		
Q75_120cm_P07_M1.txt	-6	-0.055	0.341	10.844	0.257	9.433
Q75_120cm_P07_M2.txt	-6	-0.055	0.174	8.022		
Q75_120cm_P08_M1.txt	-5	-0.046	0.119	5.044	0.142	5.956
Q75_120cm_P08_M2.txt	-5	-0.046	0.165	6.867		
Q75_120cm_P09_M1.txt	-4	-0.037	0.119	4.444	0.086	3.878
Q75_120cm_P09_M2.txt	-4	-0.037	0.053	3.311		
Q75_120cm_P10_M1.txt	-3	-0.028	0.043	2.778	0.047	2.767
Q75_120cm_P10_M2.txt	-3	-0.028	0.051	2.756		
Q75_120cm_P11_M1.txt	-2	-0.018	0.096	4.956	0.050	2.733
Q75_120cm_P11_M2.txt	-2	-0.018	0.003	0.511		
Q75_120cm_P12_M1.txt	-1	-0.009	0.021	1.378	0.021	1.678
Q75_120cm_P12_M2.txt	-1	-0.009	0.020	1.978		
Q75_120cm_P13_M1.txt	0	0.000	0.013	1.089	0.025	1.922
Q75_120cm_P13_M2.txt	0	0.000	0.037	2.756		
Q75_120cm_P14_M1.txt	1	0.009	0.032	2.178	0.025	1.655
Q75_120cm_P14_M2.txt	1	0.009	0.018	1.133		
Q75_120cm_P15_M1.txt	2	0.018	0.010	1.000	0.017	1.411
Q75_120cm_P15_M2.txt	2	0.018	0.025	1.822		
Q75_120cm_P16_M1.txt	3	0.028	0.037	2.689	0.046	2.789
Q75_120cm_P16_M2.txt	3	0.028	0.055	2.889		
Q75_120cm_P17_M1.txt	4	0.037	0.064	3.778	0.057	2.978
Q75_120cm_P17_M2.txt	4	0.037	0.051	2.178		
Q75_120cm_P18_M1.txt	5	0.046	0.088	4.600	0.094	5.022
Q75_120cm_P18_M2.txt	5	0.046	0.101	5.444		
Q75_120cm_P19_M1.txt	6	0.055	0.138	6.888	0.134	6.884
Q75_120cm_P19_M2.txt	6	0.055	0.130	6.880		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q75_120cm_P20_M1.txt	7	0.064	0.298	10.756	0.292	10.623
Q75_120cm_P20_M1.txt	7	0.064	0.287	10.489		
Q75_120cm_P21_M1.txt	8	0.073	0.218	7.778	0.273	9.700
Q75_120cm_P21_M2.txt	8	0.073	0.327	11.622		
Q75_120cm_P22_M1.txt	9	0.083	0.541	12.867	0.529	12.078
Q75_120cm_P22_M2.txt	9	0.083	0.517	11.289		
Q75_120cm_P23_M1.txt	10	0.092	0.648	12.111	0.682	11.789
Q75_120cm_P23_M2.txt	10	0.092	0.716	11.467		
Q75_120cm_P24_M1.txt	11	0.101	0.786	10.778	0.759	12.478
Q75_120cm_P24_M2.txt	11	0.101	0.731	14.178		
Q75_120cm_P25_M1.txt	12	0.110	0.839	9.267	0.877	9.133
Q75_120cm_P25_M2.txt	12	0.110	0.916	9.000		
Q75_120cm_P26_M1.txt	13	0.119	0.860	8.956	0.864	8.611
Q75_120cm_P26_M2.txt	13	0.119	0.868	8.267		
Q75_120cm_P27_M1.txt	14	0.128	0.923	6.778	0.942	5.422
Q75_120cm_P27_M2.txt	14	0.128	0.961	4.067		
Q75_120cm_P28_M1.txt	15	0.138	0.978	3.556	0.982	3.356
Q75_120cm_P28_M2.txt	15	0.138	0.985	3.156		
Q75_120cm_P29_M1.txt	16	0.147	0.997	0.911	0.988	1.544
Q75_120cm_P29_M2.txt	16	0.147	0.980	2.178		
Q75_120cm_P30_M1.txt	17	0.156	0.994	0.844	0.996	0.822
Q75_120cm_P30_M2.txt	17	0.156	0.999	0.800		
Q75_120cm_P31_M1.txt	18	0.165	0.996	0.511	0.998	0.506
Q75_120cm_P31_M2.txt	18	0.165	0.999	0.500		
Q75_120cm_P32_M1.txt	19	0.174	1.000	0.089	0.999	0.084
Q75_120cm_P32_M2.txt	19	0.174	0.999	0.080		

$$q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.109 \text{ m}$$

$$Z = 1.40 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q75_140cm_P01_M1.txt	-20	0.183	0.988	2.333	0.990	2.255
Q75_140cm_P01_M2.txt	-20	0.183	0.991	2.177		
Q75_140cm_P02_M1.txt	-19	0.174	0.988	2.689	0.987	2.567
Q75_140cm_P02_M2.txt	-19	0.174	0.986	2.444		
Q75_140cm_P03_M1.txt	-18	0.165	0.980	3.911	0.972	4.444
Q75_140cm_P03_M2.txt	-18	0.165	0.965	4.978		
Q75_140cm_P04_M1.txt	-17	0.156	0.973	4.022	0.970	4.056
Q75_140cm_P04_M2.txt	-17	0.156	0.968	4.089		
Q75_140cm_P05_M1.txt	-16	0.147	0.959	5.222	0.943	5.733
Q75_140cm_P05_M2.txt	-16	0.147	0.927	6.244		
Q75_140cm_P06_M1.txt	-15	0.138	0.951	5.222	0.946	5.767
Q75_140cm_P06_M2.txt	-15	0.138	0.941	6.311		
Q75_140cm_P07_M1.txt	-14	0.128	0.914	8.733	0.904	8.733
Q75_140cm_P07_M2.txt	-14	0.128	0.893	8.733		
Q75_140cm_P08_M1.txt	-13	0.119	0.889	10.867	0.876	10.145
Q75_140cm_P08_M2.txt	-13	0.119	0.864	9.422		
Q75_140cm_P09_M1.txt	-12	0.110	0.913	6.977	0.884	9.011
Q75_140cm_P09_M2.txt	-12	0.110	0.855	11.044		
Q75_140cm_P10_M1.txt	-11	0.101	0.721	14.556	0.726	14.423
Q75_140cm_P10_M2.txt	-11	0.101	0.732	14.289		
Q75_140cm_P11_M1.txt	-10	0.092	0.589	14.911	0.623	15.200
Q75_140cm_P11_M2.txt	-10	0.092	0.656	15.489		
Q75_140cm_P12_M1.txt	-9	0.083	0.682	13.600	0.687	14.278
Q75_140cm_P12_M2.txt	-9	0.083	0.692	14.956		
Q75_140cm_P13_M1.txt	-8	0.073	0.650	11.867	0.612	13.323
Q75_140cm_P13_M2.txt	-8	0.073	0.574	14.778		
Q75_140cm_P14_M1.txt	-7	0.064	0.537	14.067	0.487	14.878
Q75_140cm_P14_M2.txt	-7	0.064	0.437	15.689		
Q75_140cm_P15_M1.txt	-6	0.055	0.308	13.044	0.323	13.622
Q75_140cm_P15_M2.txt	-6	0.055	0.339	14.200		
Q75_140cm_P16_M1.txt	-5	0.046	0.223	9.511	0.247	10.722
Q75_140cm_P16_M2.txt	-5	0.046	0.270	11.933		
Q75_140cm_P17_M1.txt	-4	0.037	0.205	10.733	0.200	10.822
Q75_140cm_P17_M2.txt	-4	0.037	0.195	10.911		
Q75_140cm_P18_M1.txt	-3	0.028	0.224	9.067	0.180	8.600
Q75_140cm_P18_M2.txt	-3	0.028	0.135	8.133		
Q75_140cm_P19_M1.txt	-2	0.018	0.088	5.711	0.120	7.289
Q75_140cm_P19_M2.txt	-2	0.018	0.152	8.867		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q75_140cm_P20_M1.txt	-1	0.009	0.136	8.111	0.125	7.111
Q75_140cm_P20_M1.txt	-1	0.009	0.114	6.111		
Q75_140cm_P21_M1.txt	0	0.000	0.107	7.111	0.100	7.100
Q75_140cm_P21_M2.txt	0	0.000	0.093	7.089		
Q75_140cm_P22_M1.txt	1	-0.009	0.108	6.667	0.122	7.333
Q75_140cm_P22_M2.txt	1	-0.009	0.136	8.000		
Q75_140cm_P23_M1.txt	2	-0.018	0.099	6.356	0.088	5.863
Q75_140cm_P23_M2.txt	2	-0.018	0.077	5.370		
Q75_140cm_P24_M1.txt	3	-0.028	0.161	8.511	0.160	8.422
Q75_140cm_P24_M2.txt	3	-0.028	0.160	8.333		
Q75_140cm_P25_M1.txt	4	-0.037	0.170	9.489	0.156	8.856
Q75_140cm_P25_M2.txt	4	-0.037	0.142	8.222		
Q75_140cm_P26_M1.txt	5	-0.046	0.133	7.889	0.163	8.133
Q75_140cm_P26_M2.txt	5	-0.046	0.194	8.378		
Q75_140cm_P27_M1.txt	6	-0.055	0.209	8.756	0.284	9.900
Q75_140cm_P27_M2.txt	6	-0.055	0.358	11.044		
Q75_140cm_P28_M1.txt	7	-0.064	0.425	12.844	0.413	12.456
Q75_140cm_P28_M2.txt	7	-0.064	0.402	12.067		
Q75_140cm_P29_M1.txt	8	-0.073	0.471	12.600	0.429	12.400
Q75_140cm_P29_M2.txt	8	-0.073	0.386	12.200		
Q75_140cm_P30_M1.txt	9	-0.083	0.661	12.089	0.632	12.189
Q75_140cm_P30_M2.txt	9	-0.083	0.602	12.289		
Q75_140cm_P31_M1.txt	10	-0.092	0.727	9.911	0.696	10.034
Q75_140cm_P31_M2.txt	10	-0.092	0.665	10.156		
Q75_140cm_P32_M1.txt	11	-0.101	0.809	8.756	0.784	9.422
Q75_140cm_P32_M2.txt	11	-0.101	0.760	10.089		
Q75_140cm_P33_M1.txt	12	-0.110	0.759	9.000	0.790	8.533
Q75_140cm_P33_M2.txt	12	-0.110	0.820	8.067		
Q75_140cm_P34_M1.txt	13	-0.119	0.731	10.044	0.755	11.278
Q75_140cm_P34_M2.txt	13	-0.119	0.779	12.511		
Q75_140cm_P35_M1.txt	14	-0.128	0.853	8.422	0.852	8.411
Q75_140cm_P35_M2.txt	14	-0.128	0.850	8.400		
Q75_140cm_P36_M1.txt	15	-0.138	0.948	3.911	0.944	3.906
Q75_140cm_P36_M2.txt	15	-0.138	0.940	3.900		
Q75_140cm_P37_M1.txt	16	-0.147	0.969	2.067	0.964	2.033
Q75_140cm_P37_M2.txt	16	-0.147	0.960	2.000		
Q75_140cm_P39_M1.txt	18	-0.165	0.973	2.311	0.974	2.306
Q75_140cm_P39_M2.txt	18	-0.165	0.975	2.300		
Q75_140cm_P40_M1.txt	19	-0.174	0.994	0.800	0.997	0.800
Q75_140cm_P40_M2.txt	19	-0.174	1.000	0.800		
Q75_140cm_P41_M1.txt	20	-0.183	1.000	0.000	1.000	0.000
Q75_140cm_P41_M2.txt	20	-0.183	1.000	0.000		

$$q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.109 \text{ m}$$

$$Z = 1.60 \text{ m}$$

Archivo	B (mm)	B/h	C	F (Hz)	C _{promedio}	F _{promedio} (Hz)
Q75_160cm_P01_M1.txt	-17	0.156	0.989	2.822	0.987	2.922
Q75_160cm_P01_M2.txt	-17	0.156	0.984	3.022		
Q75_160cm_P02_M1.txt	-16	0.147	0.962	5.533	0.968	4.655
Q75_160cm_P02_M2.txt	-16	0.147	0.973	3.777		
Q75_160cm_P03_M1.txt	-15	0.138	0.988	1.955	0.978	3.644
Q75_160cm_P03_M2.txt	-15	0.138	0.967	5.333		
Q75_160cm_P04_M1.txt	-14	0.128	0.971	3.622	0.966	3.867
Q75_160cm_P04_M2.txt	-14	0.128	0.960	4.111		
Q75_160cm_P05_M1.txt	-13	0.119	0.914	8.422	0.913	8.500
Q75_160cm_P05_M2.txt	-13	0.119	0.913	8.577		
Q75_160cm_P06_M1.txt	-12	0.110	0.942	6.266	0.938	6.522
Q75_160cm_P06_M2.txt	-12	0.110	0.935	6.778		
Q75_160cm_P07_M1.txt	-11	0.101	0.777	15.022	0.831	11.900
Q75_160cm_P07_M2.txt	-11	0.101	0.884	8.777		
Q75_160cm_P08_M1.txt	-10	0.092	0.821	11.822	0.830	11.767
Q75_160cm_P08_M2.txt	-10	0.092	0.838	11.711		
Q75_160cm_P09_M1.txt	-9	0.083	0.687	16.867	0.730	14.700
Q75_160cm_P09_M2.txt	-9	0.083	0.774	12.533		
Q75_160cm_P10_M1.txt	-8	0.073	0.681	16.333	0.635	14.500
Q75_160cm_P10_M2.txt	-8	0.073	0.590	12.667		
Q75_160cm_P11_M1.txt	-7	0.064	0.503	15.933	0.499	15.800
Q75_160cm_P11_M2.txt	-7	0.064	0.495	15.667		
Q75_160cm_P12_M1.txt	-6	0.055	0.372	16.889	0.362	17.511
Q75_160cm_P12_M2.txt	-6	0.055	0.352	18.133		
Q75_160cm_P13_M1.txt	-5	0.046	0.436	16.156	0.408	15.112
Q75_160cm_P13_M2.txt	-5	0.046	0.380	14.067		
Q75_160cm_P14_M1.txt	-4	0.037	0.278	13.422	0.230	10.689
Q75_160cm_P14_M2.txt	-4	0.037	0.183	7.956		
Q75_160cm_P15_M1.txt	-3	0.028	0.214	10.400	0.260	12.800
Q75_160cm_P15_M2.txt	-3	0.028	0.307	15.200		
Q75_160cm_P16_M1.txt	-2	0.018	0.168	7.956	0.141	7.467
Q75_160cm_P16_M2.txt	-2	0.018	0.115	6.978		
Q75_160cm_P17_M1.txt	-1	0.009	0.170	10.400	0.128	8.289
Q75_160cm_P17_M2.txt	-1	0.009	0.085	6.178		
Q75_160cm_P18_M1.txt	0	0.000	0.186	8.956	0.166	9.278
Q75_160cm_P18_M2.txt	0	0.000	0.147	9.600		
Q75_160cm_P19_M1.txt	1	-0.009	0.199	10.956	0.158	9.045
Q75_160cm_P19_M2.txt	1	-0.009	0.116	7.133		
Q75_160cm_P20_M1.txt	2	-0.018	0.100	6.933	0.101	6.933
Q75_160cm_P20_M2.txt	2	-0.018	0.102	6.933		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q75_160cm_P21_M1.txt	3	-0.028	0.162	10.978	0.155	10.400
Q75_160cm_P21_M2.txt	3	-0.028	0.147	9.822		
Q75_160cm_P22_M1.txt	4	-0.037	0.234	11.311	0.235	11.134
Q75_160cm_P22_M2.txt	4	-0.037	0.236	10.956		
Q75_160cm_P23_M1.txt	5	-0.046	0.254	12.778	0.252	12.467
Q75_160cm_P23_M2.txt	5	-0.046	0.250	12.156		
Q75_160cm_P24_M1.txt	6	-0.055	0.409	16.200	0.349	14.311
Q75_160cm_P24_M2.txt	6	-0.055	0.289	12.422		
Q75_160cm_P25_M1.txt	7	-0.064	0.382	13.578	0.427	14.278
Q75_160cm_P25_M2.txt	7	-0.064	0.473	14.978		
Q75_160cm_P26_M1.txt	8	-0.073	0.521	14.022	0.538	13.900
Q75_160cm_P26_M2.txt	8	-0.073	0.554	13.778		
Q75_160cm_P27_M1.txt	9	-0.083	0.575	13.778	0.571	14.011
Q75_160cm_P27_M2.txt	9	-0.083	0.567	14.244		
Q75_160cm_P28_M1.txt	10	-0.092	0.803	11.578	0.736	12.467
Q75_160cm_P28_M2.txt	10	-0.092	0.668	13.356		
Q75_160cm_P29_M1.txt	11	-0.101	0.766	11.667	0.735	11.700
Q75_160cm_P29_M2.txt	11	-0.101	0.703	11.733		
Q75_160cm_P30_M1.txt	12	-0.110	0.757	13.200	0.706	14.200
Q75_160cm_P30_M2.txt	12	-0.110	0.655	15.200		
Q75_160cm_P31_M1.txt	13	-0.119	0.805	9.733	0.847	9.717
Q75_160cm_P31_M2.txt	13	-0.119	0.805	9.700		
Q75_160cm_P32_M1.txt	14	-0.128	0.932	4.800	0.931	4.800
Q75_160cm_P32_M2.txt	14	-0.128	0.930	4.800		
Q75_160cm_P33_M1.txt	15	-0.138	0.966	3.178	0.963	3.139
Q75_160cm_P33_M2.txt	15	-0.138	0.960	3.100		
Q75_160cm_P34_M1.txt	16	-0.147	0.944	4.378	0.942	4.339
Q75_160cm_P34_M2.txt	16	-0.147	0.940	4.300		
Q75_160cm_P35_M1.txt	17	-0.156	0.987	1.178	0.984	1.174
Q75_160cm_P35_M2.txt	17	-0.156	0.980	1.170		
Q75_160cm_P36_M1.txt	18	-0.165	0.983	1.844	0.981	1.822
Q75_160cm_P36_M2.txt	18	-0.165	0.980	1.800		
Q75_160cm_P37_M1.txt	19	-0.174	0.989	1.311	0.989	1.311
Q75_160cm_P37_M2.txt	19	-0.174	0.989	1.310		
Q75_160cm_P38_M1.txt	20	-0.183	0.987	1.956	0.986	1.928
Q75_160cm_P38_M2.txt	20	-0.183	0.986	1.900		
Q75_160cm_P39_M1.txt	21	-0.193	0.987	1.200	0.986	1.200
Q75_160cm_P39_M2.txt	21	-0.193	0.986	1.200		
Q75_160cm_P40_M1.txt	22	-0.202	0.985	1.200	0.983	1.200
Q75_160cm_P40_M2.txt	22	-0.202	0.980	1.200		

$$q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.109 \text{ m}$$

$$Z = 1.80 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q75_180cm_P01_M1.txt	-29	-0.266	0.997	1.489	0.997	1.311
Q75_180cm_P01_M2.txt	-29	-0.266	0.997	1.133		
Q75_180cm_P02_M1.txt	-28	-0.257	0.994	2.022	0.994	2.200
Q75_180cm_P02_M2.txt	-28	-0.257	0.994	2.378		
Q75_180cm_P03_M1.txt	-27	-0.248	0.987	4.400	0.992	2.700
Q75_180cm_P03_M2.txt	-27	-0.248	0.997	1.000		
Q75_180cm_P04_M1.txt	-26	-0.239	0.994	2.578	0.994	2.756
Q75_180cm_P04_M2.txt	-26	-0.239	0.994	2.933		
Q75_180cm_P05_M1.txt	-25	-0.229	0.993	1.844	0.995	1.744
Q75_180cm_P05_M2.txt	-25	-0.229	0.997	1.644		
Q75_180cm_P06_M1.txt	-24	-0.220	0.991	2.800	0.991	2.956
Q75_180cm_P06_M2.txt	-24	-0.220	0.990	3.111		
Q75_180cm_P07_M1.txt	-23	-0.211	0.991	3.355	0.990	3.789
Q75_180cm_P07_M2.txt	-23	-0.211	0.990	4.222		
Q75_180cm_P08_M1.txt	-22	-0.202	0.986	4.044	0.987	3.889
Q75_180cm_P08_M2.txt	-22	-0.202	0.987	3.733		
Q75_180cm_P09_M1.txt	-21	-0.193	0.993	2.200	0.990	3.044
Q75_180cm_P09_M2.txt	-21	-0.193	0.988	3.888		
Q75_180cm_P10_M1.txt	-20	-0.183	0.987	4.511	0.986	4.356
Q75_180cm_P10_M2.txt	-20	-0.183	0.985	4.200		
Q75_180cm_P11_M1.txt	-19	-0.174	0.983	4.378	0.978	5.167
Q75_180cm_P11_M2.txt	-19	-0.174	0.973	5.956		
Q75_180cm_P12_M1.txt	-18	-0.165	0.969	6.288	0.968	6.244
Q75_180cm_P12_M2.txt	-18	-0.165	0.967	6.200		
Q75_180cm_P13_M1.txt	-17	-0.156	0.953	8.756	0.962	7.033
Q75_180cm_P13_M2.txt	-17	-0.156	0.971	5.311		
Q75_180cm_P14_M1.txt	-16	-0.147	0.973	6.844	0.966	7.389
Q75_180cm_P14_M2.txt	-16	-0.147	0.960	7.933		
Q75_180cm_P15_M1.txt	-15	-0.138	0.941	9.222	0.935	10.278
Q75_180cm_P15_M2.txt	-15	-0.138	0.929	11.333		
Q75_180cm_P16_M1.txt	-14	-0.128	0.932	11.067	0.924	10.612
Q75_180cm_P16_M2.txt	-14	-0.128	0.915	10.156		
Q75_180cm_P17_M1.txt	-13	-0.119	0.913	12.867	0.932	10.756
Q75_180cm_P17_M2.txt	-13	-0.119	0.950	8.644		
Q75_180cm_P18_M1.txt	-12	-0.110	0.866	16.578	0.879	14.956
Q75_180cm_P18_M2.txt	-12	-0.110	0.892	13.333		
Q75_180cm_P19_M1.txt	-11	-0.101	0.835	17.800	0.839	16.922
Q75_180cm_P19_M2.txt	-11	-0.101	0.843	16.044		
Q75_180cm_P20_M1.txt	-10	-0.092	0.897	12.600	0.894	13.256
Q75_180cm_P20_M1.txt	-10	-0.092	0.890	13.911		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q75_180cm_P21_M1.txt	-9	-0.083	0.809	18.733	0.805	18.422
Q75_180cm_P21_M2.txt	-9	-0.083	0.802	18.111		
Q75_180cm_P22_M1.txt	-8	-0.073	0.775	19.556	0.735	20.467
Q75_180cm_P22_M2.txt	-8	-0.073	0.696	21.378		
Q75_180cm_P23_M1.txt	-7	-0.064	0.613	23.844	0.633	22.700
Q75_180cm_P23_M2.txt	-7	-0.064	0.653	21.556		
Q75_180cm_P24_M1.txt	-6	-0.055	0.482	22.089	0.504	21.978
Q75_180cm_P24_M2.txt	-6	-0.055	0.527	21.867		
Q75_180cm_P25_M1.txt	-5	-0.046	0.497	22.111	0.485	22.945
Q75_180cm_P25_M2.txt	-5	-0.046	0.472	23.778		
Q75_180cm_P26_M1.txt	-4	-0.037	0.310	20.933	0.357	22.678
Q75_180cm_P26_M2.txt	-4	-0.037	0.404	24.422		
Q75_180cm_P27_M1.txt	-3	-0.028	0.358	19.711	0.363	21.411
Q75_180cm_P27_M2.txt	-3	-0.028	0.368	23.111		
Q75_180cm_P28_M1.txt	-2	-0.018	0.331	21.711	0.328	21.678
Q75_180cm_P28_M2.txt	-2	-0.018	0.325	21.644		
Q75_180cm_P29_M1.txt	-1	-0.009	0.265	19.156	0.278	19.423
Q75_180cm_P29_M2.txt	-1	-0.009	0.291	19.689		
Q75_180cm_P30_M1.txt	0	0.000	0.277	21.178	0.285	19.911
Q75_180cm_P30_M2.txt	0	0.000	0.293	18.644		
Q75_180cm_P31_M1.txt	1	0.009	0.253	17.667	0.239	17.812
Q75_180cm_P31_M2.txt	1	0.009	0.225	17.956		
Q75_180cm_P32_M1.txt	2	0.018	0.315	19.778	0.315	19.934
Q75_180cm_P32_M2.txt	2	0.018	0.315	20.089		
Q75_180cm_P33_M1.txt	3	0.028	0.328	20.889	0.321	21.234
Q75_180cm_P33_M2.txt	3	0.028	0.352	21.578		
Q75_180cm_P34_M1.txt	4	0.037	0.355	20.333	0.354	21.833
Q75_180cm_P34_M2.txt	4	0.037	0.497	23.333		
Q75_180cm_P36_M1.txt	6	0.055	0.510	21.378	0.490	22.111
Q75_180cm_P36_M2.txt	6	0.055	0.471	22.844		
Q75_180cm_P37_M1.txt	7	0.064	0.556	19.778	0.558	19.334
Q75_180cm_P37_M2.txt	7	0.064	0.561	18.889		
Q75_180cm_P38_M1.txt	8	0.073	0.616	19.600	0.641	19.100
Q75_180cm_P38_M2.txt	8	0.073	0.665	18.600		
Q75_180cm_P39_M1.txt	9	0.083	0.710	17.133	0.674	18.611
Q75_180cm_P39_M2.txt	9	0.083	0.639	20.089		
Q75_180cm_P40_M1.txt	10	0.092	0.704	18.800	0.736	16.956
Q75_180cm_P40_M2.txt	10	0.092	0.767	15.111		
Q75_180cm_P41_M1.txt	11	0.101	0.689	17.556	0.750	15.089
Q75_180cm_P41_M2.txt	11	0.101	0.811	12.622		
Q75_180cm_P42_M1.txt	12	0.110	0.827	13.667	0.828	13.589
Q75_180cm_P42_M2.txt	12	0.110	0.830	13.511		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q75_180cm_P43_M1.txt	13	0.119	0.840	12.089	0.871	10.656
Q75_180cm_P43_M2.txt	13	0.119	0.901	9.222		
Q75_180cm_P44_M1.txt	14	0.128	0.908	7.800	0.867	10.100
Q75_180cm_P44_M2.txt	14	0.128	0.827	12.400		
Q75_180cm_P45_M1.txt	15	0.138	0.916	8.133	0.928	6.611
Q75_180cm_P45_M2.txt	15	0.138	0.940	5.089		
Q75_180cm_P46_M1.txt	16	0.147	0.934	6.533	0.933	6.517
Q75_180cm_P46_M2.txt	16	0.147	0.933	6.500		
Q75_180cm_P47_M1.txt	17	0.156	0.946	6.511	0.946	6.511
Q75_180cm_P47_M2.txt	17	0.156	0.946	6.510		
Q75_180cm_P48_M1.txt	18	0.165	0.968	3.978	0.964	3.974
Q75_180cm_P48_M2.txt	18	0.165	0.960	3.970		
Q75_180cm_P49_M1.txt	19	0.174	0.951	5.911	0.951	5.906
Q75_180cm_P49_M2.txt	19	0.174	0.951	5.900		
Q75_180cm_P50_M1.txt	20	0.183	0.981	2.400	0.980	2.400
Q75_180cm_P50_M2.txt	20	0.183	0.980	2.400		
Q75_180cm_P51_M1.txt	21	0.193	0.983	2.000	0.983	2.000
Q75_180cm_P51_M2.txt	21	0.193	0.983	2.000		
Q75_180cm_P52_M1.txt	22	0.202	0.996	0.756	0.995	0.753
Q75_180cm_P52_M2.txt	22	0.202	0.995	0.750		
Q75_180cm_P53_M1.txt	23	0.211	1.000	0.000	1.000	0.000
Q75_180cm_P53_M2.txt	23	0.211	1.000	0.000		

$$q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.109 \text{ m}$$

$$Z = 2.00 \text{ m}$$

Archivo	B (mm)	B/h	C	F (Hz)	C_{promedio}	F_{promedio} (Hz)
Q75_200cm_P01_M1.txt	-24	-0.220	0.994	3.044	0.992	3.042
Q75_200cm_P01_M2.txt	-24	-0.220	0.990	3.040		
Q75_200cm_P02_M1.txt	-23	-0.211	0.983	5.111	0.982	5.106
Q75_200cm_P02_M2.txt	-23	-0.211	0.980	5.100		
Q75_200cm_P03_M1.txt	-22	-0.202	0.988	4.600	0.984	4.600
Q75_200cm_P03_M2.txt	-22	-0.202	0.980	4.600		
Q75_200cm_P04_M1.txt	-21	-0.193	0.988	5.022	0.988	5.021
Q75_200cm_P04_M2.txt	-21	-0.193	0.988	5.020		
Q75_200cm_P05_M1.txt	-20	-0.183	0.982	5.666	0.981	5.633
Q75_200cm_P05_M2.txt	-20	-0.183	0.981	5.600		
Q75_200cm_P06_M1.txt	-19	-0.174	0.980	5.777	0.975	5.739
Q75_200cm_P06_M2.txt	-19	-0.174	0.970	5.700		
Q75_200cm_P07_M1.txt	-18	-0.165	0.979	5.844	0.979	5.822
Q75_200cm_P07_M2.txt	-18	-0.165	0.979	5.800		
Q75_200cm_P08_M1.txt	-17	-0.156	0.978	5.333	0.977	5.317
Q75_200cm_P08_M2.txt	-17	-0.156	0.977	5.300		
Q75_200cm_P09_M1.txt	-16	-0.147	0.981	4.977	0.979	5.511
Q75_200cm_P09_M2.txt	-16	-0.147	0.977	6.044		
Q75_200cm_P10_M1.txt	-15	-0.138	0.936	13.130	0.937	12.721
Q75_200cm_P10_M2.txt	-15	-0.138	0.938	12.311		
Q75_200cm_P11_M1.txt	-14	-0.128	0.930	11.422	0.929	11.989
Q75_200cm_P11_M2.txt	-14	-0.128	0.927	12.556		
Q75_200cm_P12_M1.txt	-13	-0.119	0.936	10.800	0.915	12.845
Q75_200cm_P12_M2.txt	-13	-0.119	0.894	14.889		
Q75_200cm_P13_M1.txt	-12	-0.110	0.876	15.820	0.882	15.355
Q75_200cm_P13_M2.txt	-12	-0.110	0.888	14.889		
Q75_200cm_P14_M1.txt	-11	-0.101	0.851	17.550	0.836	18.442
Q75_200cm_P14_M2.txt	-11	-0.101	0.821	19.333		
Q75_200cm_P15_M1.txt	-10	-0.092	0.744	24.622	0.761	22.789
Q75_200cm_P15_M2.txt	-10	-0.092	0.778	20.956		
Q75_200cm_P16_M1.txt	-9	-0.083	0.714	22.933	0.739	22.667
Q75_200cm_P16_M2.txt	-9	-0.083	0.764	22.400		
Q75_200cm_P17_M1.txt	-8	-0.073	0.640	26.556	0.662	25.812
Q75_200cm_P17_M2.txt	-8	-0.073	0.684	25.067		
Q75_200cm_P18_M1.txt	-7	-0.064	0.635	27.222	0.652	26.551
Q75_200cm_P18_M2.txt	-7	-0.064	0.670	25.880		
Q75_200cm_P19_M1.txt	-6	-0.055	0.636	24.733	0.625	24.889
Q75_200cm_P19_M2.txt	-6	-0.055	0.614	25.044		
Q75_200cm_P20_M1.txt	-5	-0.046	0.487	27.022	0.489	26.100
Q75_200cm_P20_M2.txt	-5	-0.046	0.490	25.178		
Q75_200cm_P21_M1.txt	-4	-0.037	0.498	27.889	0.470	26.878
Q75_200cm_P21_M2.txt	-4	-0.037	0.443	25.867		
Q75_200cm_P22_M1.txt	-3	-0.028	0.490	25.680	0.438	25.618
Q75_200cm_P22_M2.txt	-3	-0.028	0.387	25.556		
Q75_200cm_P23_M1.txt	-2	-0.018	0.336	24.956	0.394	25.300
Q75_200cm_P23_M2.txt	-2	-0.018	0.451	25.644		
Q75_200cm_P24_M1.txt	-1	-0.009	0.426	28.400	0.370	25.590
Q75_200cm_P24_M2.txt	-1	-0.009	0.314	22.780		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q75_200cm_P25_M1.txt	0	0.000	0.364	24.289	0.372	26.111
Q75_200cm_P25_M2.txt	0	0.000	0.379	27.933		
Q75_200cm_P26_M1.txt	1	0.009	0.347	22.822	0.361	23.589
Q75_200cm_P26_M2.txt	1	0.009	0.374	24.356		
Q75_200cm_P27_M1.txt	2	0.018	0.394	24.710	0.421	26.575
Q75_200cm_P27_M2.txt	2	0.018	0.448	28.440		
Q75_200cm_P28_M1.txt	3	0.028	0.374	23.756	0.437	25.556
Q75_200cm_P28_M2.txt	3	0.028	0.500	27.356		
Q75_200cm_P29_M1.txt	4	0.037	0.484	26.510	0.473	26.066
Q75_200cm_P29_M2.txt	4	0.037	0.461	25.622		
Q75_200cm_P30_M1.txt	5	0.046	0.473	25.400	0.479	26.278
Q75_200cm_P30_M2.txt	5	0.046	0.485	27.156		
Q75_200cm_P31_M1.txt	6	0.055	0.545	21.970	0.528	24.360
Q75_200cm_P31_M2.txt	6	0.055	0.512	26.750		
Q75_200cm_P32_M1.txt	7	0.064	0.571	26.044	0.566	24.800
Q75_200cm_P32_M2.txt	7	0.064	0.560	23.556		
Q75_200cm_P33_M1.txt	8	0.073	0.686	19.533	0.652	21.056
Q75_200cm_P33_M2.txt	8	0.073	0.619	22.578		
Q75_200cm_P34_M1.txt	9	0.083	0.745	18.000	0.745	18.667
Q75_200cm_P34_M2.txt	9	0.083	0.746	19.333		
Q75_200cm_P35_M1.txt	10	0.092	0.843	12.067	0.830	13.678
Q75_200cm_P35_M2.txt	10	0.092	0.818	15.289		
Q75_200cm_P36_M1.txt	11	0.101	0.880	11.300	0.880	11.315
Q75_200cm_P36_M2.txt	11	0.101	0.880	11.330		
Q75_200cm_P37_M1.txt	12	0.110	0.852	15.178	0.866	13.211
Q75_200cm_P37_M2.txt	12	0.110	0.879	11.244		
Q75_200cm_P38_M1.txt	13	0.119	0.906	10.311	0.895	11.745
Q75_200cm_P38_M2.txt	13	0.119	0.884	13.178		
Q75_200cm_P39_M1.txt	14	0.128	0.868	13.220	0.890	12.410
Q75_200cm_P39_M2.txt	14	0.128	0.913	11.600		
Q75_200cm_P40_M1.txt	15	0.138	0.930	9.600	0.925	9.600
Q75_200cm_P40_M2.txt	15	0.138	0.920	9.600		
Q75_200cm_P41_M1.txt	16	0.147	0.938	7.666	0.939	7.633
Q75_200cm_P41_M2.txt	16	0.147	0.940	7.600		
Q75_200cm_P42_M1.txt	17	0.156	0.980	2.733	0.980	2.717
Q75_200cm_P42_M2.txt	17	0.156	0.980	2.700		
Q75_200cm_P43_M1.txt	18	0.165	0.979	3.533	0.983	3.517
Q75_200cm_P43_M2.txt	18	0.165	0.988	3.500		
Q75_200cm_P44_M1.txt	19	0.174	0.974	2.978	0.975	2.939
Q75_200cm_P44_M2.txt	19	0.174	0.977	2.900		
Q75_200cm_P45_M1.txt	20	0.183	0.989	2.440	0.985	2.420
Q75_200cm_P45_M2.txt	20	0.183	0.980	2.400		
Q75_200cm_P46_M1.txt	21	0.193	1.000	0.000	1.000	0.000
Q75_200cm_P46_M2.txt	21	0.193	1.000	0.000		

$$q = 0.096 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.129 \text{ m}$$

$$Z = 0.20 \text{ m}$$

Archivo	B (mm)	B/h	C	F (Hz)	C _{promedio}	F _{promedio} (Hz)
Q100_20cm_P01_M1.txt	-23	-0.175	0.989	0.400	0.993	0.267
Q100_20cm_P01_M2.txt	-23	-0.175	0.997	0.133		
Q100_20cm_P02_M1.txt	-22	-0.167	0.976	0.622	0.973	0.722
Q100_20cm_P02_M2.txt	-22	-0.167	0.969	0.822		
Q100_20cm_P03_M1.txt	-21	-0.160	0.964	1.111	0.953	1.389
Q100_20cm_P03_M2.txt	-21	-0.160	0.943	1.667		
Q100_20cm_P04_M1.txt	-20	-0.152	0.912	3.467	0.914	3.222
Q100_20cm_P04_M2.txt	-20	-0.152	0.916	2.978		
Q100_20cm_P05_M1.txt	-19	-0.145	0.693	5.933	0.736	5.389
Q100_20cm_P05_M2.txt	-19	-0.145	0.778	4.844		
Q100_20cm_P06_M1.txt	-17	-0.129	0.406	7.378	0.356	7.111
Q100_20cm_P06_M2.txt	-18	-0.137	0.307	6.844		
Q100_20cm_P07_M1.txt	-17	-0.129	0.177	4.733	0.157	4.333
Q100_20cm_P07_M2.txt	-17	-0.129	0.137	3.933		
Q100_20cm_P08_M1.txt	-16	-0.122	0.071	2.356	0.047	1.678
Q100_20cm_P08_M2.txt	-16	-0.122	0.023	1.000		
Q100_20cm_P09_M1.txt	-15	-0.114	0.014	0.622	0.007	0.322
Q100_20cm_P09_M2.txt	-15	-0.114	0.000	0.022		
Q100_20cm_P10_M1.txt	-14	-0.107	0.010	0.156	0.005	0.078
Q100_20cm_P10_M2.txt	-14	-0.107	0.000	0.000		
Q100_20cm_P11_M1.txt	-13	-0.099	0.000	0.089	0.001	0.078
Q100_20cm_P11_M2.txt	-13	-0.099	0.001	0.067		
Q100_20cm_P12_M1.txt	-12	-0.091	0.001	0.067	0.001	0.122
Q100_20cm_P12_M2.txt	-12	-0.091	0.001	0.178		
Q100_20cm_P13_M1.txt	-11	-0.084	0.004	0.222	0.002	0.111
Q100_20cm_P13_M2.txt	-11	-0.084	0.000	0.000		
Q100_20cm_P14_M1.txt	-10	-0.076	0.010	1.200	0.005	0.656
Q100_20cm_P14_M2.txt	-10	-0.076	0.000	0.111		
Q100_20cm_P15_M1.txt	-9	-0.068	0.002	0.111	0.001	0.056
Q100_20cm_P15_M2.txt	-9	-0.068	0.000	0.000		
Q100_20cm_P16_M1.txt	-8	-0.061	0.003	0.467	0.003	0.400
Q100_20cm_P16_M2.txt	-8	-0.061	0.002	0.333		
Q100_20cm_P17_M1.txt	-7	-0.053	0.000	0.044	0.002	0.289
Q100_20cm_P17_M2.txt	-7	-0.053	0.004	0.533		
Q100_20cm_P18_M1.txt	-6	-0.046	0.000	0.022	0.001	0.111
Q100_20cm_P18_M2.txt	-6	-0.046	0.001	0.200		
Q100_20cm_P19_M1.txt	-5	-0.038	0.007	0.667	0.004	0.344
Q100_20cm_P19_M2.txt	-5	-0.038	0.000	0.022		
Q100_20cm_P20_M1.txt	-4	-0.030	0.002	0.533	0.004	0.556
Q100_20cm_P20_M2.txt	-4	-0.030	0.007	0.578		
Q100_20cm_P21_M1.txt	-3	-0.023	0.001	0.133	0.000	0.067
Q100_20cm_P21_M2.txt	-3	-0.023	0.000	0.000		
Q100_20cm_P22_M1.txt	-2	-0.015	0.001	0.200	0.001	0.178
Q100_20cm_P22_M2.txt	-2	-0.015	0.001	0.156		
Q100_20cm_P23_M1.txt	-1	-0.008	0.002	0.333	0.001	0.167
Q100_20cm_P23_M2.txt	-1	-0.008	0.000	0.000		
Q100_20cm_P24_M1.txt	0	0.000	0.002	0.200	0.001	0.100
Q100_20cm_P24_M2.txt	0	0.000	0.000	0.000		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q100_20cm_P25_M1.txt	1	0.008	0.003	0.311	0.003	0.456
Q100_20cm_P25_M2.txt	1	0.008	0.004	0.600		
Q100_20cm_P26_M1.txt	2	0.015	0.009	1.156	0.008	0.811
Q100_20cm_P26_M2.txt	2	0.015	0.006	0.467		
Q100_20cm_P27_M1.txt	3	0.023	0.001	0.178	0.003	0.356
Q100_20cm_P27_M2.txt	3	0.023	0.005	0.533		
Q100_20cm_P28_M1.txt	4	0.030	0.005	0.533	0.004	0.422
Q100_20cm_P28_M2.txt	4	0.030	0.003	0.311		
Q100_20cm_P29_M1.txt	5	0.038	0.004	0.533	0.002	0.344
Q100_20cm_P29_M2.txt	5	0.038	0.001	0.156		
Q100_20cm_P30_M1.txt	6	0.046	0.002	0.400	0.002	0.422
Q100_20cm_P30_M2.txt	6	0.046	0.002	0.444		
Q100_20cm_P31_M1.txt	7	0.053	0.002	0.222	0.005	0.700
Q100_20cm_P31_M2.txt	7	0.053	0.009	1.178		
Q100_20cm_P32_M1.txt	8	0.061	0.002	0.178	0.009	0.622
Q100_20cm_P32_M2.txt	8	0.061	0.015	1.067		
Q100_20cm_P33_M1.txt	9	0.068	0.008	0.556	0.007	0.444
Q100_20cm_P33_M2.txt	9	0.068	0.005	0.333		
Q100_20cm_P34_M1.txt	10	0.076	0.003	0.200	0.003	0.289
Q100_20cm_P34_M2.txt	10	0.076	0.004	0.378		
Q100_20cm_P35_M1.txt	11	0.084	0.010	0.867	0.011	0.900
Q100_20cm_P35_M2.txt	11	0.084	0.012	0.933		
Q100_20cm_P36_M1.txt	12	0.091	0.023	1.156	0.022	1.311
Q100_20cm_P36_M2.txt	12	0.091	0.021	1.467		
Q100_20cm_P37_M1.txt	13	0.099	0.014	0.956	0.021	1.311
Q100_20cm_P37_M2.txt	13	0.099	0.029	1.667		
Q100_20cm_P38_M1.txt	14	0.107	0.030	1.511	0.025	1.511
Q100_20cm_P38_M2.txt	14	0.107	0.020	1.511		
Q100_20cm_P39_M1.txt	15	0.114	0.057	2.667	0.047	2.244
Q100_20cm_P39_M2.txt	15	0.114	0.037	1.822		
Q100_20cm_P40_M1.txt	16	0.122	0.051	3.133	0.055	3.189
Q100_20cm_P40_M2.txt	16	0.122	0.059	3.244		
Q100_20cm_P41_M1.txt	17	0.129	0.228	8.600	0.223	8.233
Q100_20cm_P41_M2.txt	17	0.129	0.217	7.867		
Q100_20cm_P42_M1.txt	18	0.137	0.457	10.622	0.500	10.156
Q100_20cm_P42_M2.txt	18	0.137	0.543	9.689		
Q100_20cm_P43_M1.txt	19	0.145	0.848	6.200	0.848	6.200
Q100_20cm_P44_M1.txt	20	0.152	0.947	2.844	0.947	2.844
Q100_20cm_P45_M1.txt	21	0.160	0.988	0.844	0.988	0.844

$$q = 0.096 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.129 \text{ m}$$

$$Z = 0.40 \text{ m}$$

Archivo	B (mm)	B/h	C	F (Hz)	C _{promedio}	F _{promedio} (Hz)
Q100_40cm_P01_M1.txt	-20	-0.152	0.993	0.333	0.989	0.833
Q100_40cm_P01_M2.txt	-20	-0.152	0.986	1.333		
Q100_40cm_P02_M1.txt	-19	-0.145	0.992	0.600	0.980	1.011
Q100_40cm_P02_M2.txt	-19	-0.145	0.967	1.422		
Q100_40cm_P03_M1.txt	-18	-0.137	0.967	1.422	0.968	1.300
Q100_40cm_P03_M2.txt	-18	-0.137	0.969	1.178		
Q100_40cm_P04_M1.txt	-17	-0.129	0.903	3.311	0.896	3.522
Q100_40cm_P04_M2.txt	-17	-0.129	0.890	3.733		
Q100_40cm_P05_M1.txt	-16	-0.122	0.686	6.600	0.658	6.567
Q100_40cm_P05_M2.txt	-16	-0.122	0.631	6.533		
Q100_40cm_P06_M1.txt	-15	-0.114	0.527	7.311	0.574	7.689
Q100_40cm_P06_M2.txt	-15	-0.114	0.621	8.067		
Q100_40cm_P07_M1.txt	-14	-0.107	0.316	6.533	0.346	6.689
Q100_40cm_P07_M2.txt	-14	-0.107	0.377	6.844		
Q100_40cm_P08_M1.txt	-13	-0.099	0.090	3.089	0.100	3.522
Q100_40cm_P08_M2.txt	-13	-0.099	0.110	3.956		
Q100_40cm_P09_M1.txt	-12	-0.091	0.056	2.644	0.061	2.700
Q100_40cm_P09_M2.txt	-12	-0.091	0.066	2.756		
Q100_40cm_P10_M1.txt	-11	-0.084	0.017	1.000	0.016	0.989
Q100_40cm_P10_M2.txt	-11	-0.084	0.016	0.978		
Q100_40cm_P11_M1.txt	-10	-0.076	0.009	0.800	0.012	0.800
Q100_40cm_P11_M2.txt	-10	-0.076	0.015	0.800		
Q100_40cm_P12_M1.txt	-9	-0.068	0.006	0.778	0.007	0.711
Q100_40cm_P12_M2.txt	-9	-0.068	0.008	0.644		
Q100_40cm_P13_M1.txt	-8	-0.061	0.006	0.756	0.004	0.522
Q100_40cm_P13_M2.txt	-8	-0.061	0.002	0.289		
Q100_40cm_P14_M1.txt	-7	-0.053	0.005	0.244	0.003	0.256
Q100_40cm_P14_M2.txt	-7	-0.053	0.002	0.267		
Q100_40cm_P15_M1.txt	-6	-0.046	0.000	0.067	0.004	0.522
Q100_40cm_P15_M2.txt	-6	-0.046	0.007	0.978		
Q100_40cm_P16_M1.txt	-5	-0.038	0.000	0.089	0.005	0.478
Q100_40cm_P16_M2.txt	-5	-0.038	0.009	0.867		
Q100_40cm_P17_M1.txt	-4	-0.030	0.002	0.467	0.002	0.333
Q100_40cm_P17_M2.txt	-4	-0.030	0.001	0.200		
Q100_40cm_P18_M1.txt	-3	-0.023	0.004	0.333	0.006	0.589
Q100_40cm_P18_M2.txt	-3	-0.023	0.008	0.844		
Q100_40cm_P19_M1.txt	-2	-0.015	0.007	0.756	0.004	0.456
Q100_40cm_P19_M2.txt	-2	-0.015	0.002	0.156		
Q100_40cm_P20_M1.txt	-1	-0.008	0.006	0.622	0.004	0.422
Q100_40cm_P20_M2.txt	-1	-0.008	0.001	0.222		
Q100_40cm_P21_M1.txt	0	0.000	0.008	0.644	0.013	1.185
Q100_40cm_P21_M2.txt	0	0.000	0.023	1.911		
Q100_40cm_P21_M3.txt	0	0.000	0.008	1.000	0.006	0.622
Q100_40cm_P22_M1.txt	1	0.008	0.008	0.822		
Q100_40cm_P22_M2.txt	1	0.008	0.004	0.422	0.007	0.589
Q100_40cm_P23_M1.txt	2	0.015	0.013	0.867		
Q100_40cm_P23_M2.txt	2	0.015	0.002	0.311		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q100_40cm_P24_M1.txt	3	0.023	0.002	0.244	0.003	0.378
Q100_40cm_P24_M2.txt	3	0.023	0.005	0.511		
Q100_40cm_P25_M1.txt	4	0.030	0.003	0.178	0.007	0.444
Q100_40cm_P25_M2.txt	4	0.030	0.011	0.711		
Q100_40cm_P26_M1.txt	5	0.038	0.008	0.778	0.008	0.622
Q100_40cm_P26_M2.txt	5	0.038	0.008	0.467		
Q100_40cm_P27_M1.txt	6	0.046	0.014	1.089	0.017	1.256
Q100_40cm_P27_M2.txt	6	0.046	0.020	1.422		
Q100_40cm_P28_M1.txt	7	0.053	0.013	0.667	0.012	0.800
Q100_40cm_P28_M2.txt	7	0.053	0.012	0.933		
Q100_40cm_P29_M1.txt	8	0.061	0.014	0.889	0.014	0.789
Q100_40cm_P29_M2.txt	8	0.061	0.015	0.689		
Q100_40cm_P30_M1.txt	9	0.068	0.026	1.489	0.016	1.067
Q100_40cm_P30_M2.txt	9	0.068	0.007	0.644		
Q100_40cm_P31_M1.txt	10	0.076	0.011	0.622	0.021	1.156
Q100_40cm_P31_M2.txt	10	0.076	0.032	1.689		
Q100_40cm_P32_M1.txt	11	0.084	0.016	1.311	0.023	1.600
Q100_40cm_P32_M2.txt	11	0.084	0.029	1.889		
Q100_40cm_P33_M1.txt	12	0.091	0.056	2.444	0.063	2.744
Q100_40cm_P33_M2.txt	12	0.091	0.071	3.044		
Q100_40cm_P34_M1.txt	13	0.099	0.132	5.578	0.130	5.411
Q100_40cm_P34_M2.txt	13	0.099	0.128	5.244		
Q100_40cm_P35_M1.txt	14	0.107	0.264	8.044	0.273	7.922
Q100_40cm_P35_M2.txt	14	0.107	0.282	7.800		
Q100_40cm_P36_M1.txt	15	0.114	0.404	8.111	0.448	8.256
Q100_40cm_P36_M2.txt	15	0.114	0.493	8.400		
Q100_40cm_P37_M1.txt	16	0.122	0.654	8.778	0.755	6.711
Q100_40cm_P37_M2.txt	17	0.129	0.856	4.644		
Q100_40cm_P38_M1.txt	18	0.137	0.938	2.689	0.938	2.689
Q100_40cm_P39_M1.txt	19	0.145	0.951	2.178	0.951	2.178
Q100_40cm_P40_M1.txt	20	0.152	0.992	0.578	0.992	0.578
Q100_40cm_P41_M1.txt	21	0.160	0.988	0.600	0.988	0.600

$$q = 0.096 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.129 \text{ m}$$

$$Z = 0.60 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q100_60cm_P01_M1.txt	-18	-0.137	0.976	1.756	0.974	2.311
Q100_60cm_P01_M2.txt	-18	-0.137	0.971	2.867		
Q100_60cm_P02_M1.txt	-17	-0.129	0.963	1.756	0.969	2.000
Q100_60cm_P02_M2.txt	-17	-0.129	0.975	2.244		
Q100_60cm_P03_M1.txt	-16	-0.122	0.956	2.911	0.961	2.856
Q100_60cm_P03_M2.txt	-16	-0.122	0.966	2.800		
Q100_60cm_P04_M1.txt	-15	-0.114	0.915	3.844	0.913	3.644
Q100_60cm_P04_M2.txt	-15	-0.114	0.912	3.444		
Q100_60cm_P05_M1.txt	-14	-0.107	0.815	6.000	0.807	6.089
Q100_60cm_P05_M2.txt	-14	-0.107	0.799	6.178		
Q100_60cm_P06_M1.txt	-13	-0.099	0.498	7.933	0.529	8.044
Q100_60cm_P06_M2.txt	-13	-0.099	0.559	8.156		
Q100_60cm_P07_M1.txt	-12	-0.091	0.471	9.378	0.471	8.589
Q100_60cm_P07_M2.txt	-12	-0.091	0.574	7.800		
Q100_60cm_P08_M1.txt	-11	-0.084	0.253	7.911	0.330	7.989
Q100_60cm_P08_M2.txt	-11	-0.084	0.407	8.067		
Q100_60cm_P09_M1.txt	-10	-0.076	0.204	5.200	0.175	4.667
Q100_60cm_P09_M2.txt	-10	-0.076	0.146	4.133		
Q100_60cm_P10_M1.txt	-9	-0.068	0.053	2.644	0.065	3.100
Q100_60cm_P10_M2.txt	-9	-0.068	0.078	3.556		
Q100_60cm_P11_M1.txt	-8	-0.061	0.033	1.489	0.019	0.978
Q100_60cm_P11_M2.txt	-8	-0.061	0.005	0.467		
Q100_60cm_P12_M1.txt	-7	-0.053	0.009	0.333	0.008	0.544
Q100_60cm_P12_M2.txt	-7	-0.053	0.007	0.756		
Q100_60cm_P13_M1.txt	-6	-0.046	0.001	0.200	0.006	0.556
Q100_60cm_P13_M2.txt	-6	-0.046	0.012	0.911		
Q100_60cm_P14_M1.txt	-5	-0.038	0.022	1.267	0.015	0.911
Q100_60cm_P14_M2.txt	-5	-0.038	0.008	0.556		
Q100_60cm_P15_M1.txt	-4	-0.030	0.002	0.267	0.008	0.622
Q100_60cm_P15_M2.txt	-4	-0.030	0.013	0.978		
Q100_60cm_P16_M1.txt	-3	-0.023	0.011	0.689	0.006	0.456
Q100_60cm_P16_M2.txt	-3	-0.023	0.002	0.222		
Q100_60cm_P17_M1.txt	-2	-0.015	0.004	0.400	0.004	0.444
Q100_60cm_P17_M2.txt	-2	-0.015	0.004	0.489		
Q100_60cm_P18_M1.txt	-1	-0.008	0.008	0.889	0.007	0.889
Q100_60cm_P18_M2.txt	-1	-0.008	0.007	0.889		
Q100_60cm_P19_M1.txt	0	0.000	0.005	0.578	0.006	0.522
Q100_60cm_P19_M2.txt	0	0.000	0.007	0.467		
Q100_60cm_P20_M1.txt	1	0.008	0.020	1.178	0.018	1.189
Q100_60cm_P20_M2.txt	1	0.008	0.017	1.200		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q100_60cm_P21_M1.txt	2	0.015	0.023	1.178	0.017	1.022
Q100_60cm_P21_M2.txt	2	0.015	0.011	0.867		
Q100_60cm_P22_M1.txt	3	0.023	0.005	0.644	0.011	0.767
Q100_60cm_P22_M2.txt	3	0.023	0.017	0.889		
Q100_60cm_P23_M1.txt	4	0.030	0.015	1.089	0.012	0.933
Q100_60cm_P23_M2.txt	4	0.030	0.009	0.778		
Q100_60cm_P24_M1.txt	5	0.038	0.015	1.267	0.012	1.011
Q100_60cm_P24_M2.txt	5	0.038	0.009	0.756		
Q100_60cm_P25_M1.txt	6	0.046	0.021	1.578	0.016	1.100
Q100_60cm_P25_M2.txt	6	0.046	0.011	0.622		
Q100_60cm_P26_M1.txt	7	0.053	0.030	1.444	0.036	1.911
Q100_60cm_P26_M2.txt	7	0.053	0.041	2.378		
Q100_60cm_P27_M1.txt	8	0.061	0.014	1.178	0.026	1.644
Q100_60cm_P27_M2.txt	8	0.061	0.037	2.111		
Q100_60cm_P28_M1.txt	9	0.068	0.031	1.844	0.039	2.344
Q100_60cm_P28_M2.txt	9	0.068	0.048	2.844		
Q100_60cm_P29_M1.txt	10	0.076	0.094	4.511	0.092	4.000
Q100_60cm_P29_M2.txt	10	0.076	0.090	3.489		
Q100_60cm_P30_M1.txt	11	0.084	0.136	5.489	0.179	7.044
Q100_60cm_P30_M2.txt	11	0.084	0.223	8.600		
Q100_60cm_P31_M1.txt	12	0.091	0.239	7.978	0.269	8.511
Q100_60cm_P31_M2.txt	12	0.091	0.298	9.044		
Q100_60cm_P32_M1.txt	13	0.099	0.497	9.956	0.478	10.322
Q100_60cm_P32_M2.txt	13	0.099	0.458	10.689		
Q100_60cm_P33_M1.txt	14	0.107	0.756	8.844	0.756	8.411
Q100_60cm_P33_M2.txt	14	0.107	0.756	7.978		
Q100_60cm_P34_M1.txt	15	0.114	0.924	4.422	0.918	4.200
Q100_60cm_P34_M2.txt	15	0.114	0.913	3.978		
Q100_60cm_P35_M1.txt	16	0.122	0.920	3.756	0.947	2.767
Q100_60cm_P35_M2.txt	16	0.122	0.975	1.778		
Q100_60cm_P36_M1.txt	17	0.129	0.984	0.978	0.984	0.978
Q100_60cm_P37_M1.txt	18	0.137	0.996	0.622	0.996	0.622
Q100_60cm_P38_M1.txt	19	0.145	0.999	1.578	0.999	1.578
Q100_60cm_P39_M1.txt	20	0.152	0.998	0.222	0.998	0.222
Q100_60cm_P40_M1.txt	21	0.160	1.000	0.000	1.000	0.000

$$q = 0.096 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.129 \text{ m}$$

$$Z = 0.80 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q100_80cm_P01_M1.txt	-15	-0.114	0.974	2.289	0.973	2.411
Q100_80cm_P01_M2.txt	-15	-0.114	0.972	2.533		
Q100_80cm_P02_M1.txt	-14	-0.107	0.961	2.733	0.962	2.411
Q100_80cm_P02_M2.txt	-14	-0.107	0.962	2.089		
Q100_80cm_P03_M1.txt	-13	-0.099	0.871	5.267	0.883	4.811
Q100_80cm_P03_M2.txt	-13	-0.099	0.896	4.356		
Q100_80cm_P04_M1.txt	-12	-0.091	0.817	9.000	0.866	6.556
Q100_80cm_P04_M2.txt	-12	-0.091	0.916	4.111		
Q100_80cm_P05_M1.txt	-11	-0.084	0.706	8.600	0.625	9.067
Q100_80cm_P05_M2.txt	-11	-0.084	0.545	9.533		
Q100_80cm_P06_M1.txt	-10	-0.076	0.427	8.711	0.394	8.644
Q100_80cm_P06_M2.txt	-10	-0.076	0.361	8.578		
Q100_80cm_P07_M1.txt	-9	-0.068	0.190	5.467	0.223	5.989
Q100_80cm_P07_M2.txt	-9	-0.068	0.256	6.511		
Q100_80cm_P08_M1.txt	-8	-0.061	0.177	6.667	0.144	5.733
Q100_80cm_P08_M2.txt	-8	-0.061	0.112	4.800		
Q100_80cm_P09_M1.txt	-7	-0.053	0.076	3.511	0.050	2.556
Q100_80cm_P09_M2.txt	-7	-0.053	0.023	1.600		
Q100_80cm_P10_M1.txt	-6	-0.046	0.015	0.822	0.036	2.044
Q100_80cm_P10_M2.txt	-6	-0.046	0.057	3.267		
Q100_80cm_P11_M1.txt	-5	-0.038	0.081	4.022	0.050	2.611
Q100_80cm_P11_M2.txt	-5	-0.038	0.020	1.200		
Q100_80cm_P12_M1.txt	-4	-0.030	0.001	0.200	0.005	0.411
Q100_80cm_P12_M2.txt	-4	-0.030	0.009	0.622		
Q100_80cm_P13_M1.txt	-3	-0.023	0.000	0.089	0.010	0.478
Q100_80cm_P13_M2.txt	-3	-0.023	0.019	0.867		
Q100_80cm_P14_M1.txt	-2	-0.015	0.011	1.089	0.011	0.922
Q100_80cm_P14_M2.txt	-2	-0.015	0.010	0.756		
Q100_80cm_P15_M1.txt	-1	-0.008	0.026	2.289	0.013	1.156
Q100_80cm_P15_M2.txt	-1	-0.008	0.000	0.022		
Q100_80cm_P16_M1.txt	0	0.000	0.011	1.022	0.006	0.622
Q100_80cm_P16_M2.txt	0	0.000	0.001	0.222		
Q100_80cm_P17_M1.txt	1	0.008	0.025	1.044	0.015	0.722
Q100_80cm_P17_M2.txt	1	0.008	0.006	0.400		
Q100_80cm_P18_M1.txt	2	0.015	0.009	0.933	0.013	1.100
Q100_80cm_P18_M2.txt	2	0.015	0.018	1.267		
Q100_80cm_P19_M1.txt	3	0.023	0.001	0.089	0.001	0.100
Q100_80cm_P19_M2.txt	3	0.023	0.001	0.111		
Q100_80cm_P20_M1.txt	4	0.030	0.004	0.533	0.007	0.678
Q100_80cm_P20_M2.txt	4	0.030	0.010	0.822		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q100_80cm_P21_M1.txt	5	0.038	0.009	0.644	0.017	1.067
Q100_80cm_P21_M2.txt	5	0.038	0.026	1.489		
Q100_80cm_P22_M1.txt	6	0.046	0.019	1.044	0.027	1.589
Q100_80cm_P22_M2.txt	6	0.046	0.035	2.133		
Q100_80cm_P23_M1.txt	7	0.053	0.031	2.378	0.028	1.822
Q100_80cm_P23_M2.txt	7	0.053	0.025	1.267		
Q100_80cm_P24_M1.txt	8	0.061	0.031	1.822	0.032	1.978
Q100_80cm_P24_M2.txt	8	0.061	0.033	2.133		
Q100_80cm_P25_M1.txt	9	0.068	0.082	4.089	0.070	3.522
Q100_80cm_P25_M2.txt	9	0.068	0.058	2.956		
Q100_80cm_P26_M1.txt	10	0.076	0.098	3.956	0.120	4.933
Q100_80cm_P26_M2.txt	10	0.076	0.142	5.911		
Q100_80cm_P27_M1.txt	11	0.084	0.284	9.200	0.281	9.100
Q100_80cm_P27_M2.txt	11	0.084	0.278	9.000		
Q100_80cm_P28_M1.txt	12	0.091	0.513	12.511	0.489	11.756
Q100_80cm_P28_M2.txt	12	0.091	0.465	11.000		
Q100_80cm_P29_M1.txt	13	0.099	0.472	10.556	0.497	10.444
Q100_80cm_P29_M2.txt	13	0.099	0.523	10.333		
Q100_80cm_P30_M1.txt	14	0.107	0.728	8.956	0.706	9.578
Q100_80cm_P30_M2.txt	14	0.107	0.683	10.200		
Q100_80cm_P31_M1.txt	15	0.114	0.734	9.756	0.776	8.800
Q100_80cm_P31_M2.txt	15	0.114	0.818	7.844		
Q100_80cm_P32_M1.txt	16	0.122	0.922	4.067	0.932	3.522
Q100_80cm_P32_M2.txt	16	0.122	0.942	2.978		
Q100_80cm_P33_M1.txt	17	0.129	0.941	3.667	0.930	4.022
Q100_80cm_P33_M2.txt	17	0.129	0.919	4.378		
Q100_80cm_P34_M1.txt	18	0.137	0.978	1.311	0.978	1.311
Q100_80cm_P35_M1.txt	19	0.145	0.975	1.956	0.984	1.389
Q100_80cm_P35_M2.txt	19	0.145	0.993	0.822		
Q100_80cm_P36_M1.txt	20	0.152	0.995	0.578	0.995	0.578
Q100_80cm_P37_M1.txt	21	0.160	0.980	1.444	0.980	1.444
Q100_80cm_P38_M1.txt	22	0.167	0.997	0.244	0.997	0.244

$$q = 0.096 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.129 \text{ m}$$

$$Z = 1.00 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q100_100cm_P02_M1.txt	-16	-0.122	0.967	3.422	0.966	3.133
Q100_100cm_P02_M2.txt	-16	-0.122	0.965	2.844		
Q100_100cm_P03_M1.txt	-15	-0.114	0.959	3.867	0.968	3.144
Q100_100cm_P03_M2.txt	-15	-0.114	0.976	2.422		
Q100_100cm_P04_M1.txt	-14	-0.107	0.975	2.556	0.960	3.389
Q100_100cm_P04_M2.txt	-14	-0.107	0.945	4.222		
Q100_100cm_P05_M1.txt	-13	-0.099	0.964	2.867	0.958	3.144
Q100_100cm_P05_M2.txt	-13	-0.099	0.952	3.422		
Q100_100cm_P06_M1.txt	-12	-0.091	0.921	5.089	0.918	5.233
Q100_100cm_P06_M2.txt	-12	-0.091	0.915	5.378		
Q100_100cm_P07_M1.txt	-11	-0.084	0.830	7.422	0.803	7.956
Q100_100cm_P07_M2.txt	-11	-0.084	0.777	8.489		
Q100_100cm_P08_M1.txt	-10	-0.076	0.637	9.756	0.585	10.567
Q100_100cm_P08_M2.txt	-10	-0.076	0.533	11.378		
Q100_100cm_P09_M1.txt	-9	-0.068	0.472	9.667	0.465	9.711
Q100_100cm_P09_M2.txt	-9	-0.068	0.457	9.756		
Q100_100cm_P10_M1.txt	-8	-0.061	0.254	8.889	0.226	8.233
Q100_100cm_P10_M2.txt	-8	-0.061	0.199	7.578		
Q100_100cm_P11_M1.txt	-7	-0.053	0.119	4.511	0.117	4.344
Q100_100cm_P11_M2.txt	-7	-0.053	0.114	4.178		
Q100_100cm_P12_M1.txt	-6	-0.046	0.078	5.111	0.068	3.878
Q100_100cm_P12_M2.txt	-6	-0.046	0.058	2.644		
Q100_100cm_P13_M1.txt	-5	-0.038	0.041	2.844	0.041	2.400
Q100_100cm_P13_M2.txt	-5	-0.038	0.041	1.956		
Q100_100cm_P14_M1.txt	-4	-0.030	0.038	2.511	0.038	2.333
Q100_100cm_P14_M2.txt	-4	-0.030	0.037	2.156		
Q100_100cm_P15_M1.txt	-3	-0.023	0.015	1.644	0.021	1.978
Q100_100cm_P15_M2.txt	-3	-0.023	0.027	2.311		
Q100_100cm_P16_M1.txt	-2	-0.015	0.014	1.378	0.011	0.956
Q100_100cm_P16_M2.txt	-2	-0.015	0.008	0.533		
Q100_100cm_P17_M1.txt	-1	-0.008	0.031	1.511	0.028	1.611
Q100_100cm_P17_M2.txt	-1	-0.008	0.025	1.711		
Q100_100cm_P18_M1.txt	0	0.000	0.028	2.311	0.020	1.867
Q100_100cm_P18_M2.txt	0	0.000	0.013	1.422		
Q100_100cm_P19_M1.txt	1	0.008	0.013	1.022	0.023	1.589
Q100_100cm_P19_M2.txt	1	0.008	0.033	2.156		
Q100_100cm_P20_M1.txt	2	0.015	0.007	0.467	0.010	0.689
Q100_100cm_P20_M2.txt	2	0.015	0.014	0.911		
Q100_100cm_P21_M1.txt	3	0.023	0.006	0.400	0.014	0.944
Q100_100cm_P21_M2.txt	3	0.023	0.023	1.489		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q100_100cm_P22_M1.txt	4	0.030	0.012	1.133	0.013	1.222
Q100_100cm_P22_M2.txt	4	0.030	0.013	1.311		
Q100_100cm_P23_M1.txt	5	0.038	0.019	1.356	0.019	1.178
Q100_100cm_P23_M2.txt	5	0.038	0.018	1.000		
Q100_100cm_P24_M1.txt	6	0.046	0.018	1.333	0.024	1.767
Q100_100cm_P24_M2.txt	6	0.046	0.029	2.200		
Q100_100cm_P25_M1.txt	7	0.053	0.033	2.267	0.031	2.256
Q100_100cm_P25_M2.txt	7	0.053	0.030	2.244		
Q100_100cm_P26_M1.txt	8	0.061	0.057	3.511	0.098	5.322
Q100_100cm_P26_M2.txt	8	0.061	0.139	7.133		
Q100_100cm_P27_M1.txt	9	0.068	0.188	7.911	0.176	7.411
Q100_100cm_P27_M2.txt	9	0.068	0.164	6.911		
Q100_100cm_P28_M1.txt	10	0.076	0.226	7.978	0.238	8.633
Q100_100cm_P28_M2.txt	10	0.076	0.250	9.289		
Q100_100cm_P29_M1.txt	11	0.084	0.353	11.578	0.377	11.300
Q100_100cm_P29_M2.txt	11	0.084	0.402	11.022		
Q100_100cm_P30_M1.txt	12	0.091	0.442	12.311	0.443	12.089
Q100_100cm_P30_M2.txt	12	0.091	0.443	11.867		
Q100_100cm_P31_M1.txt	13	0.099	0.629	13.156	0.620	12.322
Q100_100cm_P31_M2.txt	13	0.099	0.611	11.489		
Q100_100cm_P32_M1.txt	14	0.107	0.721	9.844	0.701	10.767
Q100_100cm_P32_M2.txt	14	0.107	0.680	11.689		
Q100_100cm_P33_M1.txt	15	0.114	0.844	9.867	0.777	10.167
Q100_100cm_P33_M2.txt	15	0.114	0.710	10.467		
Q100_100cm_P34_M1.txt	16	0.122	0.943	5.667	0.913	5.911
Q100_100cm_P34_M2.txt	16	0.122	0.883	6.156		
Q100_100cm_P35_M1.txt	17	0.129	0.949	3.889	0.960	3.122
Q100_100cm_P35_M2.txt	17	0.129	0.972	2.356		
Q100_100cm_P36_M1.txt	18	0.137	0.990	1.378	0.983	1.678
Q100_100cm_P36_M2.txt	18	0.137	0.977	1.978		
Q100_100cm_P37_M1.txt	19	0.145	0.992	1.044	0.992	1.044
Q100_100cm_P38_M1.txt	20	0.152	0.990	1.111	0.990	1.111
Q100_100cm_P39_M1.txt	21	0.160	0.993	0.711	0.993	0.711
Q100_100cm_P40_M1.txt	22	0.167	0.997	0.400	0.997	0.400

$$q = 0.096 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.129 \text{ m}$$

$$Z = 1.20 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q100_120cm_P01_M1.txt	-17	-0.129	0.995	0.911	0.995	0.911
Q100_120cm_P02_M1.txt	-16	-0.122	0.977	3.178	0.983	2.156
Q100_120cm_P02_M2.txt	-16	-0.122	0.990	1.133		
Q100_120cm_P03_M1.txt	-15	-0.114	0.970	2.444	0.951	2.967
Q100_120cm_P03_M2.txt	-15	-0.114	0.932	3.489		
Q100_120cm_P04_M1.txt	-14	-0.107	0.958	3.533	0.962	3.011
Q100_120cm_P04_M2.txt	-14	-0.107	0.965	2.489		
Q100_120cm_P05_M1.txt	-13	-0.099	0.916	5.067	0.901	5.300
Q100_120cm_P05_M2.txt	-13	-0.099	0.885	5.533		
Q100_120cm_P06_M1.txt	-12	-0.091	0.862	6.867	0.803	8.144
Q100_120cm_P06_M2.txt	-12	-0.091	0.743	9.422		
Q100_120cm_P07_M1.txt	-11	-0.084	0.701	8.911	0.635	9.456
Q100_120cm_P07_M2.txt	-11	-0.084	0.568	10.000		
Q100_120cm_P08_M1.txt	-10	-0.076	0.561	10.844	0.564	10.756
Q100_120cm_P08_M2.txt	-10	-0.076	0.566	10.667		
Q100_120cm_P09_M1.txt	-9	-0.068	0.465	10.489	0.514	11.100
Q100_120cm_P09_M2.txt	-9	-0.068	0.563	11.711		
Q100_120cm_P10_M1.txt	-8	-0.061	0.363	11.022	0.305	9.611
Q100_120cm_P10_M2.txt	-8	-0.061	0.247	8.200		
Q100_120cm_P11_M1.txt	-7	-0.053	0.066	3.933	0.070	4.144
Q100_120cm_P11_M2.txt	-7	-0.053	0.074	4.356		
Q100_120cm_P12_M1.txt	-6	-0.046	0.039	2.311	0.038	2.156
Q100_120cm_P12_M2.txt	-6	-0.046	0.036	2.000		
Q100_120cm_P13_M1.txt	-5	-0.038	0.012	1.156	0.030	1.900
Q100_120cm_P13_M2.txt	-5	-0.038	0.047	2.644		
Q100_120cm_P14_M1.txt	-4	-0.030	0.008	0.733	0.008	0.811
Q100_120cm_P14_M2.txt	-4	-0.030	0.008	0.889		
Q100_120cm_P15_M1.txt	-3	-0.023	0.009	0.911	0.008	0.922
Q100_120cm_P15_M2.txt	-3	-0.023	0.008	0.933		
Q100_120cm_P16_M1.txt	-2	-0.015	0.011	0.533	0.012	0.789
Q100_120cm_P16_M2.txt	-2	-0.015	0.012	1.044		
Q100_120cm_P17_M1.txt	-1	-0.008	0.011	0.711	0.013	0.645
Q100_120cm_P17_M2.txt	-1	-0.008	0.014	0.580		
Q100_120cm_P18_M1.txt	0	0.000	0.007	0.467	0.007	0.556
Q100_120cm_P18_M2.txt	0	0.000	0.007	0.645		
Q100_120cm_P19_M1.txt	1	0.008	0.017	1.422	0.033	2.389
Q100_120cm_P19_M2.txt	1	0.008	0.049	3.356		
Q100_120cm_P20_M1.txt	2	0.015	0.017	1.222	0.017	1.089
Q100_120cm_P20_M2.txt	2	0.015	0.017	0.956		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q100_120cm_P21_M1.txt	3	0.023	0.039	2.933	0.026	1.900
Q100_120cm_P21_M2.txt	3	0.023	0.014	0.867		
Q100_120cm_P22_M1.txt	4	0.030	0.034	2.000	0.028	1.778
Q100_120cm_P22_M2.txt	4	0.030	0.022	1.556		
Q100_120cm_P23_M1.txt	5	0.038	0.051	3.556	0.035	2.711
Q100_120cm_P23_M2.txt	5	0.038	0.020	1.867		
Q100_120cm_P24_M1.txt	6	0.046	0.089	4.956	0.091	4.967
Q100_120cm_P24_M2.txt	6	0.046	0.093	4.978		
Q100_120cm_P25_M1.txt	7	0.053	0.110	5.444	0.096	5.100
Q100_120cm_P25_M2.txt	7	0.053	0.082	4.756		
Q100_120cm_P26_M1.txt	8	0.061	0.109	5.889	0.112	5.822
Q100_120cm_P26_M2.txt	8	0.061	0.114	5.756		
Q100_120cm_P27_M1.txt	9	0.068	0.210	9.444	0.191	8.589
Q100_120cm_P27_M2.txt	9	0.068	0.173	7.733		
Q100_120cm_P28_M1.txt	10	0.076	0.420	11.622	0.401	11.600
Q100_120cm_P28_M2.txt	10	0.076	0.382	11.578		
Q100_120cm_P29_M1.txt	11	0.084	0.578	15.022	0.573	13.956
Q100_120cm_P29_M2.txt	11	0.084	0.567	12.889		
Q100_120cm_P30_M1.txt	12	0.091	0.665	12.844	0.605	12.600
Q100_120cm_P30_M2.txt	12	0.091	0.545	12.356		
Q100_120cm_P31_M1.txt	13	0.099	0.724	12.444	0.724	12.444
Q100_120cm_P32_M1.txt	14	0.107	0.877	9.467	0.877	9.467
Q100_120cm_P33_M1.txt	15	0.114	0.885	8.133	0.885	8.133
Q100_120cm_P34_M1.txt	16	0.122	0.909	6.356	0.906	6.611
Q100_120cm_P34_M2.txt	16	0.122	0.903	6.867		
Q100_120cm_P35_M1.txt	17	0.129	0.968	2.511	0.973	2.867
Q100_120cm_P35_M2.txt	17	0.129	0.978	3.222		
Q100_120cm_P36_M1.txt	18	0.137	0.985	1.000	0.989	0.800
Q100_120cm_P36_M2.txt	18	0.137	0.993	0.600		
Q100_120cm_P37_M1.txt	19	0.145	0.996	0.444	0.996	0.444
Q100_120cm_P38_M1.txt	20	0.152	0.999	0.178	0.999	0.178
Q100_120cm_P39_M1.txt	21	0.160	0.999	0.133	0.999	0.133
Q100_120cm_P40_M1.txt	22	0.167	0.999	0.133	0.999	0.133

$$q = 0.096 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.129 \text{ m}$$

$$Z = 1.40 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q100_140cm_P01_M1.txt	-21	-0.160	0.972	5.089	0.980	3.678
Q100_140cm_P01_M2.txt	-21	-0.160	0.988	2.267		
Q100_140cm_P02_M1.txt	-20	-0.152	0.955	6.044	0.968	4.611
Q100_140cm_P02_M2.txt	-20	-0.152	0.980	3.178		
Q100_140cm_P03_M1.txt	-19	-0.145	0.954	5.089	0.952	5.378
Q100_140cm_P03_M2.txt	-19	-0.145	0.951	5.667		
Q100_140cm_P04_M1.txt	-18	-0.137	0.958	5.867	0.954	5.644
Q100_140cm_P04_M2.txt	-18	-0.137	0.951	5.422		
Q100_140cm_P05_M1.txt	-17	-0.129	0.892	10.156	0.907	9.456
Q100_140cm_P05_M2.txt	-17	-0.129	0.923	8.756		
Q100_140cm_P06_M1.txt	-16	-0.122	0.875	12.133	0.892	10.989
Q100_140cm_P06_M2.txt	-16	-0.122	0.909	9.844		
Q100_140cm_P07_M1.txt	-15	-0.114	0.900	9.622	0.903	8.900
Q100_140cm_P07_M2.txt	-15	-0.114	0.905	8.178		
Q100_140cm_P08_M1.txt	-14	-0.107	0.881	9.778	0.865	9.778
Q100_140cm_P08_M2.txt	-14	-0.107	0.850	9.778		
Q100_140cm_P09_M1.txt	-13	-0.099	0.794	14.889	0.817	13.156
Q100_140cm_P09_M2.txt	-13	-0.099	0.839	11.422		
Q100_140cm_P10_M1.txt	-12	-0.091	0.818	13.556	0.815	13.733
Q100_140cm_P10_M2.txt	-12	-0.091	0.813	13.911		
Q100_140cm_P11_M1.txt	-11	-0.084	0.624	17.044	0.630	16.578
Q100_140cm_P11_M2.txt	-11	-0.084	0.637	16.111		
Q100_140cm_P12_M1.txt	-10	-0.076	0.619	15.644	0.657	16.322
Q100_140cm_P12_M2.txt	-10	-0.076	0.694	17.000		
Q100_140cm_P13_M1.txt	-9	-0.068	0.602	19.822	0.651	18.611
Q100_140cm_P13_M2.txt	-9	-0.068	0.699	17.400		
Q100_140cm_P14_M1.txt	-8	-0.061	0.493	15.556	0.421	15.933
Q100_140cm_P14_M2.txt	-8	-0.061	0.349	16.311		
Q100_140cm_P15_M1.txt	-7	-0.053	0.330	13.289	0.333	14.378
Q100_140cm_P15_M2.txt	-7	-0.053	0.336	15.467		
Q100_140cm_P16_M1.txt	-6	-0.046	0.309	15.756	0.334	15.978
Q100_140cm_P16_M2.txt	-6	-0.046	0.360	16.200		
Q100_140cm_P17_M1.txt	-5	-0.038	0.269	12.844	0.270	13.144
Q100_140cm_P17_M2.txt	-5	-0.038	0.270	13.444		
Q100_140cm_P18_M1.txt	-4	-0.030	0.176	12.111	0.174	11.133
Q100_140cm_P18_M2.txt	-4	-0.030	0.173	10.156		
Q100_140cm_P19_M1.txt	-3	-0.023	0.183	10.044	0.168	9.511
Q100_140cm_P19_M2.txt	-3	-0.023	0.154	8.978		
Q100_140cm_P20_M1.txt	-2	-0.015	0.111	8.311	0.115	7.889
Q100_140cm_P20_M2.txt	-2	-0.015	0.119	7.467		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q100_140cm_P21_M1.txt	-1	-0.008	0.132	7.156	0.123	7.444
Q100_140cm_P21_M2.txt	-1	-0.008	0.113	7.733		
Q100_140cm_P22_M1.txt	0	0.000	0.055	4.822	0.075	5.789
Q100_140cm_P22_M2.txt	0	0.000	0.094	6.756		
Q100_140cm_P23_M1.txt	1	0.008	0.119	7.089	0.135	7.956
Q100_140cm_P23_M2.txt	1	0.008	0.152	8.822		
Q100_140cm_P24_M1.txt	2	0.015	0.120	7.689	0.147	8.856
Q100_140cm_P24_M2.txt	2	0.015	0.173	10.022		
Q100_140cm_P25_M1.txt	3	0.023	0.120	7.022	0.148	8.611
Q100_140cm_P25_M2.txt	3	0.023	0.175	10.200		
Q100_140cm_P26_M1.txt	4	0.030	0.207	12.378	0.189	11.411
Q100_140cm_P26_M2.txt	4	0.030	0.171	10.444		
Q100_140cm_P27_M1.txt	5	0.038	0.183	10.156	0.203	10.478
Q100_140cm_P27_M2.txt	5	0.038	0.223	10.800		
Q100_140cm_P28_M1.txt	6	0.046	0.284	12.400	0.249	11.911
Q100_140cm_P28_M2.txt	6	0.046	0.213	11.422		
Q100_140cm_P29_M1.txt	8	0.061	0.374	15.644	0.359	14.644
Q100_140cm_P29_M2.txt	8	0.061	0.345	13.644		
Q100_140cm_P31_M1.txt	9	0.068	0.474	16.311	0.451	15.356
Q100_140cm_P31_M2.txt	9	0.068	0.427	14.400		
Q100_140cm_P32_M1.txt	10	0.076	0.660	13.756	0.588	13.311
Q100_140cm_P32_M2.txt	10	0.076	0.516	12.867		
Q100_140cm_P33_M1.txt	11	0.084	0.628	14.000	0.682	13.770
Q100_140cm_P33_M2.txt	11	0.084	0.737	13.540		
Q100_140cm_P34_M1.txt	12	0.091	0.741	11.778	0.770	12.700
Q100_140cm_P34_M2.txt	12	0.091	0.798	13.622		
Q100_140cm_P35_M1.txt	13	0.099	0.830	8.800	0.798	9.022
Q100_140cm_P35_M2.txt	13	0.099	0.766	9.244		
Q100_140cm_P36_M1.txt	14	0.107	0.865	8.800	0.851	8.589
Q100_140cm_P36_M2.txt	14	0.107	0.837	8.378		
Q100_140cm_P37_M1.txt	15	0.114	0.816	9.178	0.869	7.244
Q100_140cm_P37_M2.txt	15	0.114	0.921	5.311		
Q100_140cm_P38_M1.txt	16	0.122	0.935	5.267	0.902	5.456
Q100_140cm_P38_M2.txt	16	0.122	0.869	5.644		
Q100_140cm_P39_M1.txt	17	0.129	0.922	5.156	0.914	5.300
Q100_140cm_P39_M2.txt	17	0.129	0.906	5.444		
Q100_140cm_P40_M1.txt	18	0.137	0.942	3.733	0.948	3.844
Q100_140cm_P40_M2.txt	18	0.137	0.954	3.956		
Q100_140cm_P41_M1.txt	19	0.145	0.920	4.267	0.920	4.267
Q100_140cm_P42_M1.txt	20	0.152	0.954	2.578	0.954	2.578

$$q = 0.096 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.129 \text{ m}$$

$$Z = 1.60 \text{ m}$$

Archivo	B (mm)	B/h	C	F (Hz)	C _{promedio}	F _{promedio} (Hz)
Q100_160cm_P01_M1.txt	-23	-0.175	0.975	4.533	0.976	4.300
Q100_160cm_P01_M2.txt	-23	-0.175	0.977	4.067		
Q100_160cm_P02_M1.txt	-22	-0.167	0.978	4.111	0.974	4.678
Q100_160cm_P02_M2.txt	-22	-0.167	0.970	5.244		
Q100_160cm_P03_M1.txt	-21	-0.160	0.966	4.911	0.970	4.500
Q100_160cm_P03_M2.txt	-21	-0.160	0.974	4.089		
Q100_160cm_P04_M1.txt	-20	-0.152	0.959	6.400	0.964	5.767
Q100_160cm_P04_M2.txt	-20	-0.152	0.969	5.133		
Q100_160cm_P05_M1.txt	-19	-0.145	0.942	8.444	0.954	6.600
Q100_160cm_P05_M2.txt	-19	-0.145	0.966	4.756		
Q100_160cm_P06_M1.txt	-18	-0.137	0.930	9.556	0.929	9.300
Q100_160cm_P06_M2.txt	-18	-0.137	0.929	9.044		
Q100_160cm_P07_M1.txt	-17	-0.129	0.947	7.156	0.935	8.200
Q100_160cm_P07_M2.txt	-17	-0.129	0.922	9.244		
Q100_160cm_P08_M1.txt	-16	-0.122	0.907	8.556	0.920	8.433
Q100_160cm_P08_M2.txt	-16	-0.122	0.933	8.311		
Q100_160cm_P09_M1.txt	-15	-0.114	0.833	14.178	0.846	13.356
Q100_160cm_P09_M2.txt	-15	-0.114	0.859	12.533		
Q100_160cm_P10_M1.txt	-14	-0.107	0.860	12.644	0.850	11.972
Q100_160cm_P10_M2.txt	-14	-0.107	0.839	11.301		
Q100_160cm_P11_M1.txt	-13	-0.099	0.714	20.867	0.784	17.611
Q100_160cm_P11_M2.txt	-13	-0.099	0.854	14.356		
Q100_160cm_P12_M1.txt	-12	-0.091	0.708	18.667	0.731	18.556
Q100_160cm_P12_M2.txt	-12	-0.091	0.754	18.444		
Q100_160cm_P13_M1.txt	-11	-0.084	0.631	19.778	0.652	20.133
Q100_160cm_P13_M2.txt	-11	-0.084	0.673	20.489		
Q100_160cm_P14_M1.txt	-10	-0.076	0.557	18.822	0.564	19.911
Q100_160cm_P14_M2.txt	-10	-0.076	0.571	21.000		
Q100_160cm_P15_M1.txt	-9	-0.068	0.601	19.178	0.571	19.767
Q100_160cm_P15_M2.txt	-9	-0.068	0.541	20.356		
Q100_160cm_P16_M1.txt	-8	-0.061	0.422	17.244	0.444	17.856
Q100_160cm_P16_M2.txt	-8	-0.061	0.466	18.467		
Q100_160cm_P17_M1.txt	-7	-0.053	0.369	18.622	0.359	18.089
Q100_160cm_P17_M2.txt	-7	-0.053	0.348	17.556		
Q100_160cm_P18_M1.txt	-6	-0.046	0.268	14.267	0.297	14.900
Q100_160cm_P18_M2.txt	-6	-0.046	0.325	15.533		
Q100_160cm_P19_M1.txt	-5	-0.038	0.256	14.067	0.228	13.767
Q100_160cm_P19_M2.txt	-5	-0.038	0.200	13.467		
Q100_160cm_P20_M1.txt	-4	-0.030	0.303	14.356	0.241	13.422
Q100_160cm_P20_M2.txt	-4	-0.030	0.179	12.489		
Q100_160cm_P21_M1.txt	-3	-0.023	0.162	10.800	0.175	11.322
Q100_160cm_P21_M2.txt	-3	-0.023	0.188	11.844		
Q100_160cm_P22_M1.txt	-2	-0.015	0.188	12.067	0.192	11.378
Q100_160cm_P22_M2.txt	-2	-0.015	0.196	10.689		
Q100_160cm_P23_M1.txt	-1	-0.008	0.142	9.511	0.145	9.322
Q100_160cm_P23_M2.txt	-1	-0.008	0.147	9.133		
Q100_160cm_P24_M1.txt	0	0.000	0.189	12.778	0.171	11.011
Q100_160cm_P24_M2.txt	0	0.000	0.152	9.244		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q100_160cm_P25_M1.txt	1	0.008	0.194	12.644	0.183	11.589
Q100_160cm_P25_M2.txt	1	0.008	0.172	10.533		
Q100_160cm_P26_M1.txt	2	0.015	0.162	9.689	0.209	11.533
Q100_160cm_P26_M2.txt	2	0.015	0.256	13.378		
Q100_160cm_P27_M1.txt	3	0.023	0.218	11.400	0.199	11.644
Q100_160cm_P27_M2.txt	3	0.023	0.179	11.889		
Q100_160cm_P28_M1.txt	4	0.030	0.258	13.556	0.264	13.722
Q100_160cm_P28_M2.txt	4	0.030	0.271	13.889		
Q100_160cm_P29_M1.txt	5	0.038	0.311	13.867	0.286	13.922
Q100_160cm_P29_M2.txt	5	0.038	0.260	13.978		
Q100_160cm_P30_M1.txt	6	0.046	0.353	15.333	0.348	15.122
Q100_160cm_P30_M2.txt	6	0.046	0.342	14.911		
Q100_160cm_P31_M1.txt	7	0.053	0.379	15.756	0.398	16.067
Q100_160cm_P31_M2.txt	7	0.053	0.416	16.378		
Q100_160cm_P32_M1.txt	8	0.061	0.518	15.289	0.441	15.100
Q100_160cm_P32_M2.txt	8	0.061	0.364	14.911		
Q100_160cm_P33_M1.txt	9	0.068	0.573	16.778	0.579	15.378
Q100_160cm_P33_M2.txt	9	0.068	0.585	13.978		
Q100_160cm_P34_M1.txt	10	0.076	0.679	14.711	0.653	15.611
Q100_160cm_P34_M2.txt	10	0.076	0.628	16.511		
Q100_160cm_P35_M1.txt	11	0.084	0.633	13.222	0.709	13.222
Q100_160cm_P35_M2.txt	11	0.084	0.785	13.222		
Q100_160cm_P36_M1.txt	12	0.091	0.812	9.667	0.808	10.733
Q100_160cm_P36_M2.txt	12	0.091	0.803	11.800		
Q100_160cm_P37_M1.txt	13	0.099	0.728	12.156	0.740	11.544
Q100_160cm_P37_M2.txt	13	0.099	0.752	10.933		
Q100_160cm_P38_M1.txt	14	0.107	0.763	11.689	0.794	10.211
Q100_160cm_P38_M2.txt	14	0.107	0.825	8.733		
Q100_160cm_P39_M1.txt	15	0.114	0.893	7.400	0.883	6.711
Q100_160cm_P39_M2.txt	15	0.114	0.873	6.022		
Q100_160cm_P40_M1.txt	16	0.122	0.874	7.844	0.903	6.633
Q100_160cm_P40_M2.txt	16	0.122	0.932	5.422		
Q100_160cm_P41_M1.txt	17	0.129	0.900	5.800	0.880	7.311
Q100_160cm_P41_M2.txt	17	0.129	0.860	8.822		
Q100_160cm_P42_M1.txt	18	0.137	0.888	6.067	0.894	6.344
Q100_160cm_P42_M2.txt	18	0.137	0.900	6.622		
Q100_160cm_P43_M1.txt	19	0.145	0.940	4.400	0.940	4.400
Q100_160cm_P44_M1.txt	20	0.152	0.962	4.222	0.962	4.222
Q100_160cm_P45_M1.txt	21	0.160	0.968	2.756	0.968	2.756
Q100_160cm_P46_M1.txt	22	0.167	0.972	2.533	0.972	2.533
Q100_160cm_P47_M1.txt	23	0.175	0.940	5.200	0.940	5.200
Q100_160cm_P48_M1.txt	24	0.183	0.984	1.689	0.984	1.689
Q100_160cm_P49_M1.txt	25	0.190	0.987	1.067	0.987	1.067
Q100_160cm_P50_M1.txt	26	0.198	0.994	0.556	0.994	0.556

$$q = 0.096 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.129 \text{ m}$$

$$Z = 1.80 \text{ m}$$

Archivo	B (mm)	B/h	C	F (Hz)	C _{promedio}	F _{promedio} (Hz)
Q100_180cm_P01_M1.txt	-24	-0.183	0.969	3.889	0.982	3.033
Q100_180cm_P01_M2.txt	-24	-0.183	0.994	2.178		
Q100_180cm_P02_M1.txt	-23	-0.175	0.991	1.978	0.992	1.989
Q100_180cm_P02_M2.txt	-23	-0.175	0.993	2.000		
Q100_180cm_P03_M1.txt	-22	-0.167	0.976	4.200	0.975	4.600
Q100_180cm_P03_M2.txt	-22	-0.167	0.973	5.000		
Q100_180cm_P04_M1.txt	-21	-0.160	0.987	2.911	0.986	2.933
Q100_180cm_P04_M2.txt	-21	-0.160	0.985	2.956		
Q100_180cm_P05_M1.txt	-20	-0.152	0.977	3.622	0.974	4.578
Q100_180cm_P05_M2.txt	-20	-0.152	0.971	5.533		
Q100_180cm_P06_M1.txt	-19	-0.145	0.970	4.756	0.965	5.111
Q100_180cm_P06_M2.txt	-19	-0.145	0.961	5.467		
Q100_180cm_P07_M1.txt	-18	-0.137	0.961	7.022	0.969	6.211
Q100_180cm_P07_M2.txt	-18	-0.137	0.977	5.400		
Q100_180cm_P08_M1.txt	-17	-0.129	0.958	6.511	0.937	8.767
Q100_180cm_P08_M2.txt	-17	-0.129	0.916	11.022		
Q100_180cm_P09_M1.txt	-16	-0.122	0.937	8.844	0.920	9.933
Q100_180cm_P09_M2.txt	-16	-0.122	0.903	11.022		
Q100_180cm_P10_M1.txt	-15	-0.114	0.853	13.578	0.866	13.267
Q100_180cm_P10_M2.txt	-15	-0.114	0.878	12.956		
Q100_180cm_P11_M1.txt	-14	-0.107	0.878	10.822	0.887	11.500
Q100_180cm_P11_M2.txt	-14	-0.107	0.895	12.178		
Q100_180cm_P12_M1.txt	-13	-0.099	0.867	11.467	0.878	11.822
Q100_180cm_P12_M2.txt	-13	-0.099	0.889	12.178		
Q100_180cm_P13_M1.txt	-12	-0.091	0.847	13.911	0.799	15.633
Q100_180cm_P13_M2.txt	-12	-0.091	0.752	17.356		
Q100_180cm_P14_M1.txt	-11	-0.084	0.706	20.578	0.711	20.000
Q100_180cm_P14_M2.txt	-11	-0.084	0.717	19.422		
Q100_180cm_P15_M1.txt	-10	-0.076	0.596	22.178	0.611	20.922
Q100_180cm_P15_M2.txt	-10	-0.076	0.626	19.667		
Q100_180cm_P16_M1.txt	-9	-0.068	0.555	22.222	0.567	20.811
Q100_180cm_P16_M2.txt	-9	-0.068	0.579	19.400		
Q100_180cm_P17_M1.txt	-8	-0.061	0.412	22.511	0.442	20.211
Q100_180cm_P17_M2.txt	-8	-0.061	0.472	17.911		
Q100_180cm_P18_M1.txt	-7	-0.053	0.374	18.733	0.307	17.944
Q100_180cm_P18_M2.txt	-7	-0.053	0.240	17.156		
Q100_180cm_P19_M1.txt	-6	-0.046	0.323	15.800	0.342	17.211
Q100_180cm_P19_M2.txt	-6	-0.046	0.362	18.622		
Q100_180cm_P20_M1.txt	-5	-0.038	0.322	15.689	0.322	15.778
Q100_180cm_P20_M2.txt	-5	-0.038	0.321	15.867		
Q100_180cm_P21_M1.txt	-4	-0.030	0.189	14.000	0.187	13.411
Q100_180cm_P21_M2.txt	-4	-0.030	0.185	12.822		
Q100_180cm_P22_M1.txt	-3	-0.023	0.228	14.156	0.169	11.222
Q100_180cm_P22_M2.txt	-3	-0.023	0.110	8.289		
Q100_180cm_P23_M1.txt	-2	-0.015	0.128	9.956	0.152	11.044
Q100_180cm_P23_M2.txt	-2	-0.015	0.177	12.133		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q100_180cm_P24_M1.txt	-1	-0.008	0.160	10.867	0.163	11.311
Q100_180cm_P24_M2.txt	-1	-0.008	0.166	11.756		
Q100_180cm_P25_M1.txt	0	0.000	0.164	8.533	0.143	9.611
Q100_180cm_P25_M2.txt	0	0.000	0.122	10.689		
Q100_180cm_P26_M1.txt	1	0.008	0.160	9.978	0.137	9.078
Q100_180cm_P26_M2.txt	1	0.008	0.113	8.178		
Q100_180cm_P27_M1.txt	2	0.015	0.164	10.644	0.168	11.722
Q100_180cm_P27_M2.txt	2	0.015	0.172	12.800		
Q100_180cm_P28_M1.txt	3	0.023	0.239	14.489	0.226	13.756
Q100_180cm_P28_M2.txt	3	0.023	0.213	13.022		
Q100_180cm_P29_M1.txt	4	0.030	0.223	13.200	0.248	14.822
Q100_180cm_P29_M2.txt	4	0.030	0.272	16.444		
Q100_180cm_P30_M1.txt	5	0.038	0.276	15.733	0.273	13.900
Q100_180cm_P30_M2.txt	5	0.038	0.270	12.067		
Q100_180cm_P31_M1.txt	6	0.046	0.405	18.978	0.355	17.322
Q100_180cm_P31_M2.txt	6	0.046	0.305	15.667		
Q100_180cm_P32_M1.txt	7	0.053	0.429	19.356	0.428	19.233
Q100_180cm_P32_M2.txt	7	0.053	0.427	19.111		
Q100_180cm_P33_M1.txt	8	0.061	0.591	16.556	0.591	17.844
Q100_180cm_P33_M2.txt	8	0.061	0.592	19.133		
Q100_180cm_P34_M1.txt	9	0.068	0.633	16.956	0.639	16.433
Q100_180cm_P34_M2.txt	9	0.068	0.646	15.911		
Q100_180cm_P35_M1.txt	10	0.076	0.650	17.911	0.648	16.500
Q100_180cm_P35_M2.txt	10	0.076	0.646	15.089		
Q100_180cm_P36_M1.txt	11	0.084	0.789	14.111	0.749	14.689
Q100_180cm_P36_M2.txt	11	0.084	0.709	15.267		
Q100_180cm_P37_M1.txt	12	0.091	0.805	10.444	0.775	11.778
Q100_180cm_P37_M2.txt	12	0.091	0.746	13.111		
Q100_180cm_P38_M1.txt	13	0.099	0.856	9.533	0.858	9.756
Q100_180cm_P38_M2.txt	13	0.099	0.861	9.978		
Q100_180cm_P39_M1.txt	14	0.107	0.856	11.511	0.871	9.522
Q100_180cm_P39_M2.txt	14	0.107	0.886	7.533		
Q100_180cm_P40_M1.txt	15	0.114	0.853	8.111	0.860	8.033
Q100_180cm_P40_M2.txt	15	0.114	0.867	7.956		
Q100_180cm_P41_M1.txt	16	0.122	0.901	6.956	0.895	7.767
Q100_180cm_P41_M2.txt	16	0.122	0.890	8.578		
Q100_180cm_P42_M1.txt	17	0.129	0.932	4.689	0.933	5.133
Q100_180cm_P42_M2.txt	17	0.129	0.935	5.578		
Q100_180cm_P43_M1.txt	18	0.137	0.962	4.289	0.964	3.589
Q100_180cm_P43_M2.txt	18	0.137	0.966	2.889		
Q100_180cm_P44_M1.txt	19	0.145	0.946	4.111	0.946	4.111
Q100_180cm_P45_M1.txt	20	0.152	0.984	1.400	0.984	1.400

$$q = 0.096 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$h = 0.129 \text{ m}$$

$$Z = 2.00 \text{ m}$$

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q100_200cm_P01_M1.txt	-24	-0.183	0.983	4.333	0.983	3.989
Q100_200cm_P01_M2.txt	-24	-0.183	0.982	3.644		
Q100_200cm_P02_M1.txt	-23	-0.175	0.982	2.844	0.981	3.767
Q100_200cm_P02_M2.txt	-23	-0.175	0.980	4.689		
Q100_200cm_P03_M1.txt	-22	-0.167	0.966	7.400	0.972	6.600
Q100_200cm_P03_M2.txt	-22	-0.167	0.978	5.800		
Q100_200cm_P04_M1.txt	-21	-0.160	0.963	8.111	0.966	6.844
Q100_200cm_P04_M2.txt	-21	-0.160	0.970	5.578		
Q100_200cm_P05_M1.txt	-20	-0.152	0.955	8.267	0.960	7.100
Q100_200cm_P05_M2.txt	-20	-0.152	0.965	5.933		
Q100_200cm_P06_M1.txt	-19	-0.145	0.952	9.178	0.951	9.578
Q100_200cm_P06_M2.txt	-19	-0.145	0.949	9.978		
Q100_200cm_P07_M1.txt	-18	-0.137	0.948	8.156	0.947	8.733
Q100_200cm_P07_M2.txt	-18	-0.137	0.946	9.311		
Q100_200cm_P08_M1.txt	-17	-0.129	0.940	9.600	0.939	9.833
Q100_200cm_P08_M2.txt	-17	-0.129	0.937	10.067		
Q100_200cm_P09_M1.txt	-16	-0.122	0.916	11.733	0.925	10.822
Q100_200cm_P09_M2.txt	-16	-0.122	0.934	9.911		
Q100_200cm_P10_M1.txt	-15	-0.114	0.926	10.889	0.930	10.089
Q100_200cm_P10_M2.txt	-15	-0.114	0.934	9.289		
Q100_200cm_P11_M1.txt	-14	-0.107	0.919	12.400	0.880	14.611
Q100_200cm_P11_M2.txt	-14	-0.107	0.841	16.822		
Q100_200cm_P12_M1.txt	-13	-0.099	0.829	16.067	0.849	15.811
Q100_200cm_P12_M2.txt	-13	-0.099	0.868	15.556		
Q100_200cm_P13_M1.txt	-12	-0.091	0.758	21.733	0.752	21.200
Q100_200cm_P13_M2.txt	-12	-0.091	0.746	20.667		
Q100_200cm_P14_M1.txt	-11	-0.084	0.635	24.067	0.666	22.844
Q100_200cm_P14_M2.txt	-11	-0.084	0.697	21.622		
Q100_200cm_P15_M1.txt	-10	-0.076	0.629	23.711	0.671	23.333
Q100_200cm_P15_M2.txt	-10	-0.076	0.713	22.956		
Q100_200cm_P16_M1.txt	-9	-0.068	0.660	20.511	0.662	21.289
Q100_200cm_P16_M2.txt	-9	-0.068	0.665	22.067		
Q100_200cm_P17_M1.txt	-8	-0.061	0.509	24.067	0.494	23.600
Q100_200cm_P17_M2.txt	-8	-0.061	0.478	23.133		
Q100_200cm_P18_M1.txt	-7	-0.053	0.449	23.422	0.435	22.911
Q100_200cm_P18_M2.txt	-7	-0.053	0.421	22.400		
Q100_200cm_P19_M1.txt	-6	-0.046	0.301	21.067	0.313	21.567
Q100_200cm_P19_M2.txt	-6	-0.046	0.326	22.067		
Q100_200cm_P20_M1.txt	-5	-0.038	0.307	19.244	0.290	18.333
Q100_200cm_P20_M2.txt	-5	-0.038	0.273	17.422		
Q100_200cm_P21_M1.txt	-4	-0.030	0.267	18.356	0.249	17.800
Q100_200cm_P21_M2.txt	-4	-0.030	0.232	17.244		

<i>Archivo</i>	<i>B (mm)</i>	<i>B/h</i>	<i>C</i>	<i>F (Hz)</i>	<i>C_{promedio}</i>	<i>F_{promedio} (Hz)</i>
Q100_200cm_P22_M1.txt	-3	-0.023	0.197	15.467	0.194	14.767
Q100_200cm_P22_M2.txt	-3	-0.023	0.191	14.067		
Q100_200cm_P23_M1.txt	-2	-0.015	0.200	17.844	0.202	17.078
Q100_200cm_P23_M2.txt	-2	-0.015	0.205	16.311		
Q100_200cm_P24_M1.txt	-1	-0.008	0.170	17.622	0.174	16.344
Q100_200cm_P24_M2.txt	-1	-0.008	0.178	15.067		
Q100_200cm_P25_M1.txt	0	0.000	0.174	15.333	0.181	15.378
Q100_200cm_P25_M2.txt	0	0.000	0.188	15.422		
Q100_200cm_P26_M1.txt	1	0.008	0.192	15.356	0.191	17.533
Q100_200cm_P26_M2.txt	1	0.008	0.190	19.711		
Q100_200cm_P27_M1.txt	2	0.015	0.228	18.289	0.202	17.278
Q100_200cm_P27_M2.txt	2	0.015	0.177	16.267		
Q100_200cm_P28_M1.txt	3	0.023	0.272	20.933	0.241	18.711
Q100_200cm_P28_M2.txt	3	0.023	0.209	16.489		
Q100_200cm_P29_M1.txt	4	0.030	0.317	20.178	0.302	19.733
Q100_200cm_P29_M2.txt	4	0.030	0.286	19.289		
Q100_200cm_P30_M1.txt	5	0.038	0.351	21.467	0.369	21.289
Q100_200cm_P30_M2.txt	5	0.038	0.387	21.111		
Q100_200cm_P31_M1.txt	6	0.046	0.537	23.244	0.488	21.867
Q100_200cm_P31_M2.txt	6	0.046	0.439	20.489		
Q100_200cm_P32_M1.txt	7	0.053	0.472	21.444	0.539	21.389
Q100_200cm_P32_M2.txt	7	0.053	0.607	21.333		
Q100_200cm_P33_M1.txt	8	0.061	0.575	20.244	0.575	20.500
Q100_200cm_P33_M2.txt	8	0.061	0.575	20.756		
Q100_200cm_P34_M1.txt	9	0.068	0.610	21.044	0.612	20.822
Q100_200cm_P34_M2.txt	9	0.068	0.613	20.600		
Q100_200cm_P35_M1.txt	10	0.076	0.757	15.511	0.739	16.767
Q100_200cm_P35_M2.txt	10	0.076	0.720	18.022		
Q100_200cm_P36_M1.txt	11	0.084	0.754	15.311	0.773	15.644
Q100_200cm_P36_M2.txt	11	0.084	0.793	15.978		
Q100_200cm_P37_M1.txt	12	0.091	0.842	11.822	0.813	13.233
Q100_200cm_P37_M2.txt	12	0.091	0.784	14.644		
Q100_200cm_P38_M1.txt	13	0.099	0.865	13.000	0.861	12.044
Q100_200cm_P38_M2.txt	13	0.099	0.858	11.089		
Q100_200cm_P39_M1.txt	14	0.107	0.816	12.756	0.808	13.022
Q100_200cm_P39_M2.txt	14	0.107	0.801	13.289		
Q100_200cm_P40_M1.txt	15	0.114	0.870	14.178	0.869	12.500
Q100_200cm_P40_M2.txt	15	0.114	0.867	10.822		
Q100_200cm_P41_M1.txt	16	0.122	0.924	7.511	0.931	7.456
Q100_200cm_P41_M2.txt	16	0.122	0.937	7.400		
Q100_200cm_P42_M1.txt	17	0.129	0.973	3.689	0.973	3.689
Q100_200cm_P43_M1.txt	18	0.137	0.920	6.622	0.920	6.622
Q100_200cm_P44_M1.txt	19	0.145	0.929	6.844	0.929	6.844
Q100_200cm_P45_M1.txt	20	0.152	0.988	1.756	0.988	1.756
Q100_200cm_P46_M1.txt	21	0.160	0.987	1.644	0.987	1.644

ANEXOS No. 4

INDICIOS DE CALIDAD

Article

Experimental Characterization of Air Entrainment in Rectangular Free Falling Jets

José M. Carrillo ^{1,*} , Patricio R. Ortega ^{1,2} , Luis G. Castillo ¹ and Juan T. García ¹

¹ Hidr@m Group, Civil Engineering and Mining Engineering School, Universidad Politécnica de Cartagena, 30203 Cartagena, Spain; patricio.ortega@epn.edu.ec (P.R.O.); luis.castillo@upct.es (L.G.C.); juan.gbermejo@upct.es (J.T.G.)

² Civil and Environmental Engineering Department, Escuela Politécnica Nacional, Quito 170517, Ecuador

* Correspondence: jose.carrillo@upct.es; Tel.: +34-868-071-289

Received: 29 May 2020; Accepted: 19 June 2020; Published: 22 June 2020

Abstract: This experimental study presents an analysis of the air–water flow in rectangular free-falling jets. The measurements were obtained downstream of a 1.05 m wide sharp-crested weir. The properties of the air–water flow were registered in several cross-sections of the nappe. A conductivity phase detection probe was employed, sampling at 20 kHz. Three different specific flows were considered, with energy head over the crest of 0.080, 0.109 and 0.131 m to avoid scale effects. To analyze the flow properties, air–water parameters during the fall, such as the phase change spatial distribution, air–water phase change of frequency, Sauter mean diameter, bubble chord length, turbulent intensities and spectral analyses, were studied. The jet thickness behaviors (inner jet core and free surface) were also analyzed in the falling jet. The jet thickness related to a void fraction of 90% seems to be similar to the theoretical proposal obtained by Castillo et al. (2015), while the jet thickness related to a void fraction of 10% seems to be similar to the jet thickness due to gravitational effects. The results show relative differences in the behavior of the upper and lower sides of the nappe. The experimental data allow us to improve on and complement previous research.

Keywords: air entrainment; air–water flow; free-falling jets; laboratory model; phase detection probe; rectangular jets

1. Introduction

The increase in the magnitude of design floods at large dams around the world and the new regulations in demands have driven a more rigorous assessment of the spillways' capacity and their use in normal and extraordinary operating scenarios. Given the current capacity of many spillways, their discharge capacity may be inadequate in extreme operating scenarios. During these events, dams may overflow, thus compromising their stability and safety (US Department of Homeland Security-Federal Emergency Management, FEMA [1]). In some cases, such as extreme events and/or in emergency scenarios, the overflow may be considered as an extra discharge operation. This situation creates new questions about the actions at the dam toe and in the regulation structures of the dams (Wahl et al. [2]). Currently, it is necessary to evaluate these considerations and propose viable technical/economic solutions.

Air–water flows are commonly present in nature and may also be found in hydraulic structures (Chanson [3]). Air entrainment effects in hydraulic structures may be essential for safe operation (Wood [4]). The flow properties and the energy dissipation mechanism are changed by the air present in the flow. The aeration processes in high-velocity flows produce a modification of the air–water flow structure and turbulent mixing processes (Boes [5]).

The theoretical flow profiles of rectangular free-falling jets are affected by air entrainment through the free surface. Self-aeration and atomization processes reduce the falling velocity and increment the jet thickness (bulking process). Air entrainment and turbulent processes may also induce fluctuations and instabilities in the free surfaces of turbulent jets. Moreover, nappe oscillation may cause vibrations in the structure (Anderson and Tullis [6]). Besides this, pressure fluctuations, macroturbulence and energy dissipation in the receiving plunge pools are also influenced by the air entrainment content and the degree of jet break-up length. Hence, the mean pressure in the stagnation point of rectangular jets tends to reduce as the falling distance/break-up length, H/L_b , rate increases, while the fluctuating pressure tends toward a maximum value for H/L_b ratios between 1.0 and 1.3 (Castillo et al. [7]). Knowledge of the impingement jet stream's power is essential to preventing scour at the dam toe.

According to Ervine and Falvey [8], turbulence is paramount in the air entrainment mechanisms in jets; turbulence fluctuations affect the jet spread and deformations of the free surface. Self-aeration may be related to the turbulence boundary layer and the turbulent mixing processes. The internal turbulence in the jets forms small waves and instabilities on the surface at the beginning of the jet. The growth of these instabilities is related to the surface tension. Later, instabilities and waves are amplified in the flow direction. The velocity of the non-aerated jet core is the same as the air entrained within the turbulence instabilities in the free surface. Finally, turbulent fluctuations are large enough to penetrate and affect the non-aerated core of the jet. The surface tension and the turbulent layer influence the jet break-up length (Ervine et al. [9]). Through the air–water interphase there are continuous exchanges of mass and momentum between water and atmosphere (Chanson and Toombes [10]). According to Bertola [11], the air–water properties of rectangular free-falling jets may be determinant in the energy dissipation and the air entrainment in plunge pools. The energy dissipation mechanisms in rectangular free-falling jets can be divided into several steps (Castillo et al. [7]): spreading of the jet during the falling (aeration and atomization), entrainment of air and diffusion of the jet in the water cushion, impact on the basin bottom and recirculation and diffusion in the basin. Figure 1 shows a sketch of the spreading of a rectangular free-falling jet in the atmosphere.

Figure 1. Spreading of a rectangular free-falling jet in the atmosphere. Adapted from Ervine and Falvey [8].

Horeni [12] proposed one of the first known expressions to estimate the jet break-up length L_b in rectangular jets. Later, Castillo [13] and Castillo et al. [7] proposed a practical design methodology for rectangular free-falling jets. This methodology analyzes the jet thickness B_j and the break-up length L_b . The jet thickness in rectangular jets is given as:

$$B_j = B_g + B_s = \frac{q}{\sqrt{2gH}} + 4\varphi \sqrt{h} (\sqrt{2H} - 2\sqrt{h}). \quad (1)$$

where B_g is the thickness of the jet due to gravitational effects, B_s the lateral spread, q the specific flow, g the gravitational acceleration, H the vertical distance between the upstream and the downstream water levels, h the total energy head over the weir and $\varphi = K_\varphi T_u^*$. For the three-dimensional nappe flow case, $K_\varphi \approx 1.24$ (Carrillo [14]; Castillo et al. [15]). T_u^* is the turbulent intensity defined as (Castillo et al. [7]):

$$T_u^* = \frac{q^{0.43}}{IC}. \quad (2)$$

with IC being the initial conditions:

$$IC = \frac{14.95g^{0.50}}{K^{1.22}C_d^{0.19}} \quad (3)$$

where $K \approx 0.85$ is a dimensionless coefficient (Castillo [13]), and C_d is the discharge coefficient which depends on the type of structure ($C_d \approx 1.85$ for sharp weir crest and 2.10 for hydrodynamic spillway).

This work aims to experimentally analyze the self-aeration of turbulent rectangular free-falling jets as measured downstream of a rectangular weir. For this purpose, a conductivity probe was used for measuring the air–water flow characteristics in a relatively large experimental device.

2. Materials and Methods

2.1. Experimental Setup

This work was performed in a relatively large experimental device at the Hydraulic Laboratory located in the Universidad Politécnica de Cartagena (Spain). This experimental device was specifically built for the analysis of rectangular jets and their energy dissipation in overflow cases. The inlet flow structure is a mobile device with a 4.00 m long and 1.05 m wide inlet channel. The inlet channel ends in a sharp-crested weir without lateral contractions, located at an elevation of 2.20 m above the bottom of the plunge pool.

In the inlet line, an electromagnetic flowmeter was used to measure the flow rates, with an accuracy of $\pm 0.5\%$. Further details of the experimental setup may be found in previous works (Carrillo et al. [16–18]).

2.2. Instrumentation

The flow properties of the free-falling jet were measured using a conductivity phase detection probe [18]. The intrusive probe was designed and built at the Universidad Politécnica de Cartagena (Figure 2a). The conductivity probe was built considering the phase detection instrumentation that has been used in previous works (e.g., Chanson [19,20]; Matos et al. [21]; Toombes [22]). The probe tip of $\varnothing = 0.25$ mm was made of platinum.

The air–water phases were registered in the probe tip. The equipment detects the changes in electrical conductivity between both phases (air and water), causing a sudden voltage drop when the probe tip changes from water to air. Flow properties were analyzed from the signal processing of the raw signal. A single-threshold technique was used for converting the raw signal into a binary signal (air–water). The total time that the probe tip was in the air Σt_i over the total recorded time t is known as the time-average void fraction ($C = \Sigma t_i/t$).

Previous analyses have shown that at least 30 s are needed for obtaining an uncertainty of about $\pm 1\%$ in the void fraction (Figure 2c). With these conditions, each measurement was sampled at a frequency of 20 kHz for 45 s. Figure 2d shows the cumulative number of bubbles detected during the sampling time.

Figure 2. Conductivity probe designed and developed at Universidad Politécnica de Cartagena: (a) conductivity probe, $\varnothing = 0.25$ mm; (b) scheme of the probe location; (c) evolution of the void fraction during the test; (d) number of bubbles accumulated by the probe sensor.

2.3. Experimental Test and Flow Conditions

The experiments were performed for three specific flows q (0.048, 0.072 and 0.096 m³/s/m). The local measurements were carried out in different cross-sections of each specific flow. The probe tip was placed in the jet centerline and aligned with the flow direction using the theoretical trajectory proposed by Scimemi [23]. The probe tip was located at different distances from the centerline; the probe was moved perpendicularly along the flow with a spatial resolution of 1.0 mm. Table 1 shows the experimental test conditions and the Reynolds and Weber numbers, Re and We , respectively. Issuance conditions are defined at vertical elevation $Z = -h$ downstream of the weir crest (origin of coordinates), with Z being the vertical coordinate. The issuance velocity is defined as $V_i = \sqrt{2gh_0}$, where $h_0 = 2h$. The maximum Z/h ratio, where measurements were able to be obtained without influence of the instabilities around the impingement point, has also been indicated.

Table 1. Experimental tests and issuance flow conditions.

Specific Flow, q (m ³ /s/m)	Energy Head over the Weir Crest, h (m)	Velocity at Initial Condition, V_i (m/s)	Reynolds Number at the Initial Condition, Re (-)	Weber Number at the Initial Condition, We (-)	Maximum Measurable Free-Falling Distance Ratio, Z/h (-)
0.048	0.080	1.78	47,148	1162	−21.3
0.072	0.109	2.07	70,721	2029	−15.6
0.096	0.131	2.25	94,202	2940	−13.0

In a sharp-crested weir, scale effects may be neglected when the total head $h > 0.045$ m and $We > 1103$ (Chanson [24]; Heller [25]). The flow conditions were selected to avoid scale effects in the jet ($h = 0.08–0.131$ m). However, special caution needs to be taken when scaling air–water flows, since the air bubble size is not correctly scalable (Chanson [24]). Hence, several parameters, such as the Sauter mean diameter D_{sm} and the air–water chord length C_h , are difficult to scale.

3. Results and Discussion

3.1. Void Fraction Distribution

Void fraction measurements were performed with a conductivity probe in several cross-sections of the falling distance. Several authors have analyzed the water core evolution in two-phase jets of different types (e.g., Chanson [26]; Toombes [27]; Pfister and Schwindt [28]). However, analyses of nappe jets are scarce [18].

During the fall, the amount of air that is entrained in the rectangular jet tends to increase, changing the flow properties, such as the jet thickness B and the density of the mixture. Considering the spatial resolution of 1 mm between measurements and the uncertainty of about $\pm 1\%$ in the void fraction, Figure 3 shows the void fraction distributions C for different dimensionless falling distances Z/h , where Z is the vertical distance from the weir crest to the center of each cross-section, and h is the energy head over the weir. The points of the upper and lower nappe are where $C = 0.90$ was used to obtain the B_{90} jet thickness. This parameter defines the part of the jet in which the probability to find water is more than 10%. The center of the B_{90} values was used to align the center of the cross-sections, allowing us to compare the void fraction distributions.

Figure 3. Void fraction distributions as a function of the dimensionless jet thickness $B/(B_{90}/2)$: (a) for Z/h around -5.0 ; (b) for Z/h around -10.0 ; (c) for Z/h around -15.0 .

For Z/h ratios between -4.6 and -5.5 (Figure 3a), the void fraction profile is very similar in the three specific flows, and the inner jet core showed almost clear water ($C = 0$), with its center displaced to the upper nappe side. The shape of the void fraction distribution is not symmetrical, with less air entrainment in the upper side of the nappe. As the flow falls, the water jet core tends to reduce. For values of Z/h between -9.1 and -11.0 (Figure 3b), the air entrainment reaches almost all the jet thickness, with few differences between the shapes of the upper and lower sides of the nappe jet.

For falling distances Z/h between -14.9 and -16.5 (Figure 3c), air entrainment is noticeable in the entire cross-section, with minimum values of void fraction of $0.08 < C < 0.24$. As the water falls, the slopes of the void fraction distribution of the upper and lower nappe sides tend to be less sharp.

3.2. Jet Thickness

Turbulence has an important effect on rectangular free-falling jets during the fall. It modifies the cross-section's profile due to the spread of the jet thickness. The inner jet core tends to reduce due to the air entrainment and the interaction with the boundary's turbulent layer.

Figure 4 shows the dimensionless evolution of the thickness B_{90} and B_{10} as the flow moves from the weir, where B_{10} has been estimated as the distance between the upper and lower nappe with a void fraction of $C = 0.10$ (jet thickness with probability to find air of less than 10%). The Z/h normalization seems to be a good choice for analyzing the trends of both parameters. The experimental data were also compared with the aerated jet thickness B_j value calculated by Equation (1) of the parametric methodology and the theoretical jet thickness considering gravitational effects B_g (see Castillo et al. [7]).

As stated by Carrillo et al. [18], although the jet thickness values may be affected by fluctuations in the nappe jet, the B_{10} values seem to be similar to the jet thickness due to gravitational effects, while the B_{90} values seem to be quite similar to the B_j values obtained with Equation (1).

Regarding the B_{10} value, the maximum absolute differences in the B_g values are around 5–8 mm. The jet thickness B_{10} disappeared for fall distances greater than 1.20–1.40 m (Z/h ratios between -10.1 and -13.4). Regarding the comparison between B_{90} and B_j values, the maximum absolute differences are roughly between 2 and 3 mm. These results may be affected by the spatial resolution in the cross-section measurements (1 mm), and the void fraction's relative accuracy (about $\pm 1\%$).

Figure 4. Evolution of the dimensionless thickness of the jet during the fall for $q = 0.048$, 0.072 and $0.096 \text{ m}^3/\text{s/m}$ ($q = 0.048$ and $0.072 \text{ m}^3/\text{s/m}$, data obtained from Carrillo et al. [18]).

3.3. Air–Water Phase Variation Count Rate

The air–water phase change count or bubble frequency F may be defined as the number of air–water detections by the probe's tip (Felder [29]). This statistical parameter is considered a good estimator of the existence of air in the flow (André et al. [30]). The number of phase changes per second in rectangular free-falling jets has been analyzed in this study with the phase detection probe.

Figure 5 shows the air–water phase count rate F . At the beginning of the fall, the maximum values of the interference frequency are observed in the limits of the free surface of the jet, corresponding to the upper and lower nappe trajectories, with maximum values in the lower nappe side being slightly higher than in the upper nappe side. These maximum values tend to increase with the dimensionless falling distance Z/h : for values Z/h between -4.6 and -5.5 (Figure 5a), the maximum values are between 6 and 8 Hz; for Z/h between -9.1 and -11.0 (Figure 5b), the maximum values of F are between 8 and 14 Hz; and for dimensionless falling distances Z/h between -14.9 and -16.5 (Figure 5c), the bubble count rate tends to increase to 13–21 Hz.

As the non-aerated inner core has disappeared in Figure 5c, the maximum values tend to appear closer to the centerline of the cross-section. In all cases, the maximum air–water phase count rates were observed with a void fraction between 35% and 70%.

Several studies (e.g., Brattberg et al. [31], Toombes [22]) have stated that a relationship between the void fraction and the phase change count rate may be considered in two-dimensional water jets and stepped cascades. This relationship follows an approximately parabolic shape that may be defined as:

$$\frac{F}{F_{max}} = 4 C (1 - C) \quad (4)$$

where F and F_{max} are the bubble phase count rate and the maximum bubble count rate in each section, respectively, and C is the time-average void fraction.

Figure 5. Phase change count rate F as a function of the dimensionless jet thickness $B/(B_{90}/2)$: (a) for Z/h around -5.0 ; (b) for Z/h around -10.0 ; (c) for Z/h around -15.0 .

Following these ideas, Figure 6 shows this normalization for the nappe flow case. The maximum values of F/F_{max} may be observed at around $C \approx 0.50$ (50% of the void fraction). For the range of velocities tested (from 2.5 to 6.5 m/s), the normalization seems to be independent of the jet velocity, jet thickness and aeration and the dimensionless falling distance. Considering the dispersion, the experimental data reasonably fit with Equation (4) in relation to rectangular free-falling jets.

Figure 6. Dimensionless air–water phase frequency F/F_{max} as a function of the void fraction C .

3.4. Sauter Mean Bubble Diameter

If the simplification that the shape of air entrapped is spherical and equally distributed is assumed, then the air bubbles detected by the conductivity probe tip may be defined by the Sauter mean air bubble diameter D_{sm} (Clift et al. [32]). This is the mean diameter of a sphere that has the same distribution as the volume/surface ratio in the entire register. The Sauter mean bubble diameter may be estimated as:

$$D_{sm} = \frac{3 C V}{2 F}. \quad (5)$$

where V is the mean velocity of the bubbles (considered as the gravitational velocity in each cross-section), and F is the air–water phase change frequency.

Figure 7 shows the Sauter mean air bubble diameter for different falling distances from the weir. The plot has been limited to the $C \leq 0.9$ values. In general, the Sauter mean diameter values are between 0.02 and 1.0 mm, with maximum values below 3.0 mm. Minimum values are obtained in the center of the jet in all the cross-sections, with maximum values being obtained as the measurement locations move to the free surface of the nappe. The minimum values also increase as the falling distance increases in the closer sections. After falling distances of around 5–6 times the energy head ($Z/h > 5$ –6), the minimum Sauter mean diameter tends toward a constant value around 0.1 mm. Data show a relatively low deviation from the symmetrical behavior tending to the lower nappe side, with skewness values of between 1 and 2 for $q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$, 1 and 3 for $q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ and 2 and 3 for $q = 0.096 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$, where values closer to zero indicate a symmetric trend and lower dispersion.

Figure 7. Sauter mean diameter in rectangular free-falling jets.

3.5. Air–Water Chord Length

According to Chanson and Carosi [33], the void fraction distribution does not adequately describe the structure of air–water flows or the interactions between entrapped bubbles and the turbulent shear. However, the signal processing may provide additional information about the flow characteristics. The conductivity probe signals register the time by the air/water phase change, which is known as the chord time. The chord time of the local measurements can be classified in terms of the bubble chord length:

$$C_h = V \cdot t_{ch} \quad (6)$$

where V is the mean velocity (obtained as the gravitational velocity in each cross-section), and t_{ch} is the chord time.

Some authors (e.g., Toombes [22], Chanson and Carosi [33], Felder, [34]) have considered the bubble chord length distributions as a probability distribution function (PDF) in the form of a frequency histogram. Other authors (e.g., Herringe and Davis [35]) have presented these data as a cumulative probability distribution function. Figure 8, Figure 9, Figure 10 show the cumulative probability distribution functions obtained for the bubble chord lengths that were measured in the upper and lower nappes of the rectangular free-falling jets. The bubble chord lengths have a wide range of values (from zero to 100 mm). The maximum slopes of the cumulative distribution were obtained with the smaller bubble chord lengths (between 0 and 20 mm) in the three falling distances that were analyzed. The cumulative probability distribution function slopes tend to reduce as the bubble chord length increases. In general, the distributions of the upper and lower nappe sides show the same trend, and few differences are observed as a function of the normalization of the falling distance Z/h . These values agree with the results obtained by Brattberg [31] in two-dimensional water jets, whose representative probabilities were between 2.0 and 2.5 mm with the maximum chord lengths of up to 100 mm.

Figure 8. Cumulative probability of air bubble chord lengths in the upper and lower interfaces of rectangular free-falling jets for $q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s/m}$, $Z/h = -5.0$; $q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s/m}$, $Z/h = -5.5$; and $q = 0.096 \text{ m}^3/\text{s/m}$, $Z/h = -4.6$.

Figure 9. Cumulative probability of air bubble chord lengths in the upper and lower interfaces of rectangular free-falling jets for $q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s/m}$, $Z/h = -10.0$; $q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s/m}$, $Z/h = -11.0$; and $q = 0.096 \text{ m}^3/\text{s/m}$, $Z/h = -9.1$.

Figure 10. Cumulative probability of air bubble chord lengths in the upper and lower interfaces of rectangular free-falling jets for $q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s/m}$, $Z/h = -14.9$; and $q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s/m}$, $Z/h = -16.5$.

3.6. Turbulence Intensity

Several authors (e.g., Chanson and Toombes [10], Felder [34]) have experimentally observed a relationship between the increase in the turbulent intensity and the number of entrainment

bubbles/droplets in skimming flow cases. These studies stated that the turbulence intensity T_u is correlated to the dimensionless bubble frequency by:

$$T_u = 0.25 + 0.193 \left(\frac{F \cdot d_c}{V_c} \right)^{0.539} \quad (7)$$

where d_c is the critical flow depth ($d_c = \sqrt[3]{q^2/g}$) and V_c the critical flow velocity ($V_c = \sqrt[3]{qg}$).

Following these ideas, Figure 11 shows the turbulent intensity and the dimensionless air–water phase count rate in rectangular free-falling jets. In the three specific flows, the range of values obtained in each cross-section changes according to the dimensionless falling distance. The turbulent intensity values are between 0.25 and 0.45–0.53. Differences in the three specific flows are related to the differences in the phase change count rate F that is measured in the further cross-sections (see Figure 5c). The range of T_u values obtained is similar to those obtained by [10] and [34], with maximum values of up to 1.7 in steeped chutes.

Figure 12 shows the turbulent intensity distribution as a function of the dimensionless distance from the center of the jet $B/(B_{90}/2)$. The T_u distribution is similar in the lower and intermediate falling distances (Figure 12a–c), with the maximum peaks obtained in the free surface of the jet in the upper and lower nappe sides. Among them, the maximum values tend to be slightly higher in the lower nappe side. Outside the B_{90} jet thickness, the turbulence intensity tends to reduce rapidly. As the air entrainment reaches the inner core of the jet, the differences between the center of the jet and the maximum peaks tend to reduce. In the furthest cross-sections from the weir crest ($Z/h = -14.9$ and -16.5), the differences in the turbulent intensity are more remarkable due to the differences observed in the phase change frequency F (see Figure 5c).

Figure 11. Dimensionless relationship between turbulence intensity and air–water phase count rate in rectangular free-falling jets: (a) $q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s/m}$; (b) $q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s/m}$; (c) $q = 0.096 \text{ m}^3/\text{s/m}$.

3.7. Characteristic Frequencies and Spectral Analysis

The power spectrum density (PSD) is defined as a decomposition of the frequency. The typical power spectra of the conductivity probe signals that were recorded at 20 kHz were obtained from the raw signal in the rectangular free-falling jets, analyzed with FFT (fast Fourier transform) spectral analyses.

Figures 13 and 14 show the power spectral density in different falling distances, corresponding to the upper and lower nappe sides, respectively. Independently of the normalized falling distance to the weir crest Z/h , similar behavior is found in the upper and lower nappe sides. For frequencies between 0.1 and 1 Hz, the power spectra density shows the higher values in each case. For frequencies between 10^1 and 10^3 Hz, the spectral curves show a rapid decay, with a quasi linear slope. This may be considered the viscous dissipation range. For frequencies higher than 10^3 , the power spectral density tends to stabilize at the same PSD value. These values are similar to those obtained by Wang [36], who analyzed the power spectral density with a phase detection conductivity probe in hydraulic jumps.

Figure 12. Dimensionless relationship between turbulence intensity T_u and $B/(B_{90}/2)$ in rectangular free-falling jets: (a) $q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s/m}$, $Z/h = -5.0$; $q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s/m}$, $Z/h = -5.5$; and $q = 0.096 \text{ m}^3/\text{s/m}$, $Z/h = -4.6$; (b) $q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s/m}$, $Z/h = -10.0$; $q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s/m}$, $Z/h = -11.0$; and $q = 0.096 \text{ m}^3/\text{s/m}$, $Z/h = -9.1$; (c) $q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s/m}$, $Z/h = -14.9$; and $q = 0.072 \text{ m}^3/\text{s/m}$, $Z/h = -16.5$.

Figure 13. Spectral analysis of the fluctuations of the conductivity probe signal in the upper nappe of the rectangular free-falling jet for different falling distances between $-4.6 < Z/h < -16.5$.

Figure 14. Spectral analysis of the fluctuations of the conductivity probe signal in the lower nappe of the rectangular free-falling jet for different falling distances between $-4.6 < Z/h < -16.5$.

4. Conclusions

Free surface aeration in rectangular free-falling jets may be considered an effect of the surface instabilities and turbulent fluctuations which act on the upper and lower free surfaces of the nappe jets. These processes affect the non-aerated inner core and change the flow properties (e.g., jet thickness and density of the mixture). A better knowledge of the air entrainment mechanism in rectangular free-falling jets will allow hydraulic engineers to know the flow characteristics of the impingement jets into the plunge pools.

To minimize possible scale effects, the jet flow conditions were selected with energy head over weir crest values between 0.08 and 0.131 m. For the minimum flow rate ($q = 0.048 \text{ m}^3/\text{s/m}$), the Weber number is close to 1103, and some scale effects may be expected to appear. However, comparing

the results of the three specific flows, no significant variations have been observed. Hence, our findings may be considered exempt from systematic errors caused by surface tension.

The non-aerated inner core of the jet begins to disappear for falling distances Z/h larger than 10. The methodology proposed by Castillo et al. [14] for nappe jets seems to follow the jet thickness corresponding to the $C_{air} = 0.90$ during the fall, while the gravitational thickness seems to be similar to the jet thickness corresponding to the $C_{air} = 0.10$.

The maximum air–water phase count rates were obtained with void fractions between 0.35 and 0.70, and these maximum values tended to increase with the vertical distance to the weir crest. The higher frequencies in the cross-sections were observed near the free surfaces, and their values tended to increase with the falling distance. For vertical distances Z/h larger than 14.9–16.5, the non-aerated inner core tended to disappear and the air–water phase change frequency in the inner core tended to increase. The parabolic relationship between the bubble frequency and the void fraction seems to have a relatively good fit in nappe jets, with the maximum F/F_{max} values obtained around $C_{air} = 0.40$ – 0.60 .

After a relative falling distance $Z/h \geq 10$, the Sauter mean air bubble diameter tends toward a value of 0.1 mm in the center of the air–water jet. The non-dimensional falling distance seems to have no influence on the probability distribution functions of bubble sizes measured in the upper and lower nappe sides, with similar chord length distributions at both free surfaces of the falling jet.

The range of the turbulent intensities seems to be related to the dimensionless falling distances, increasing with the falling distance. The jet produces more spectral energy at low frequencies, with the dissipation range at intermediate frequencies (between 10^1 and 10^3). For frequencies higher than 10^3 , the power spectral density tends to stabilize at the same value for all the considered registers. The behavior between the upper and lower nappe shows slight differences in the void fraction distribution, air–water phase count rates and Sauter mean air bubble diameter. However, no remarkable differences were observed in the spectral analysis.

Author Contributions: J.M.C. planned and managed the laboratory measurements, the data analysis and participated in the writing. P.R.O. carried out the laboratory measurements, the data treatment and participated in the writing. L.G.C. participated in the analysis of the results and in the writing. J.T.G. participated in the analysis of the results and in the writing. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.

Funding: This research was funded by the “Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades” (MCIU), the “Agencia Estatal de Investigación” (AEI) and the “Fondo Europeo de Desarrollo Regional” (FEDER), through the Project “La aireación del flujo en el vertido en lámina libre por coronación de presas a nivel de prototipo y su efecto en cuencos de disipación de energía”, grant number RTI2018-095199-B-I00, and by the “Comunidad Autónoma de la Región de Murcia” through the “Programa Regional de Fomento de la Investigación Científica y Técnica (Plan de Actuación 2018) de la Fundación Séneca-Agencia de Ciencia y Tecnología de la Región de Murcia”, Project “Análisis de la capacidad de descarga de vertederos tipo laberinto y de la disipación de energía aguas abajo de los mismos”, grant number 20879/PI/18.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

References

1. Federal Emergency Management Agency. FEMA. *P-1015 Technical Manual: Overtopping Protection for Dams*; US Department of Homeland Security: Washington, DC, USA, 2014. Available online: <https://www.fema.gov/es/media-library/assets/documents/97888> (accessed on 21 June 2020).
2. Wahl, T.L.; Frizell, K.H.; Cohen, E.A. Computing the trajectory of free jets. *J. Hydraul. Eng.* **2008**, *134*, 256–260. [CrossRef]
3. Chanson, H. *Air Bubble Entrainment in Free-Surface Turbulent Shear Flows*; Academic Press: London, UK, 1997; p. 401.
4. Wood, I.R. *Air Entrainment in Free-Surface Flows*; International Association for Hydro-Environment Engineering and Research: Madrid, Spain, 1991.
5. Boes, R.M. Zweiphasenströmung und Energieumsetzung an Grosskaskaden (Two-Phase Flow and Energy Dissipation on Cascades). Ph.D. Thesis, VAW-ETH, Zürich, Switzerland, 2000. (In German)
6. Anderson, A.A.; Tullis, B.P. Finite crest length weir nappe oscillation. *J. Hydraul. Eng.* **2018**, *144*, 04018020. [CrossRef]

7. Castillo, L.; Carrillo, J.M.; Blázquez, A. Plunge pool mean dynamic pressures: A temporal analysis in nappe flow case. *J. Hydraul. Res.* **2015**, *53*, 101–118. [\[CrossRef\]](#)
8. Ervine, D.A.; Falvey, H. Behaviour of turbulent jets in the atmosphere and plunge pools. *Proc. Inst. Civ. Eng.* **1987**, *83*, 295–314. [\[CrossRef\]](#)
9. Ervine, D.A.; Falvey, H.; Withers, W.A. Pressure fluctuations on plunge pool floors. *J. Hydraul. Res.* **1997**, *35*, 257–279. [\[CrossRef\]](#)
10. Chanson, H.; Toombes, L. Air-Water Flows down Stepped chutes: Turbulence and Flow Structure Observations. *Int. J. Multiph. Flow* **2002**, *28*, 1737–1761. [\[CrossRef\]](#)
11. Bertola, N.; Wang, H.; Chanson, H. A physical study of air-water flow in planar plunging water jet with large inflow distance. *Int. J. Multiph. Flow* **2017**, *100*, 155–171. [\[CrossRef\]](#)
12. Horeni, P. *Disintegration of a Free Jet of Water in Air*; Vyzkumny Ustav Vodohospodarsky Prace a Studie: Praha, Czech Republic, 1956. (In Czech)
13. Castillo, L. Aerated jets and pressure fluctuation in plunge pools. In *Proceedings of the Seventh International Conference on Hydrosience and Engineering*; Piasecki, M., Ed.; College of Engineering, Drexel University: Philadelphia, PA, USA, 2006; pp. 1–23.
14. Carrillo, J.M. Metodología Numérica y Experimental para el Diseño de los Cuencos de Disipación en el Sobrevuerto de Presas de Fábrica. Ph.D. Thesis, Universidad Politécnica de Cartagena, Murcia, Spain, 2014. (In Spanish). [\[CrossRef\]](#)
15. Castillo, L.; Carrillo, J.M.; Sordo-Ward, A. Simulation of overflow nappe impingement jets. *J. Hydroinform.* **2014**, *16*, 922–940. [\[CrossRef\]](#)
16. Carrillo, J.M.; Castillo, L.G.; Marco, F.; García, J.T. Characterization of two-phase flows in plunge pools. In *Proceedings of the 7th IAHR International Symposium on Hydraulic Structures*, Aachen, Germany, 15–18 May 2018. [\[CrossRef\]](#)
17. Carrillo, J.M.; Castillo, L.G.; Marco, F.; García, J.T. Experimental and numerical analysis of two-phase flows in plunge pools. *J. Hydraul. Eng.* **2020**. [\[CrossRef\]](#)
18. Carrillo, J.M.; Ortega, P.R.; Castillo, L.G.; García, J.T. Air entrainment in rectangular free falling jets. In *Proceedings of the 8th IAHR International Symposium on Hydraulic Structures 2020*, Santiago, Chile, 12–15 May 2020. [\[CrossRef\]](#)
19. Chanson, H. Air bubble entrainment in open channels. Flow structure and bubble size distributions. *Int. J. Multiph. Flow* **1997**, *23*, 193–203. [\[CrossRef\]](#)
20. Chanson, H. Air-water Flows in Water Engineering and Hydraulic Structures. Basic Processes and Metrology. In *Proceedings of the Hydraulics of Dams and River Structures*, London, UK; CRC Press: Boca Raton, FL, USA, 2004; pp. 3–16. ISBN 90 5809 632.
21. Matos, J.; Frizell, K.H.; André, S.; Frizell, K.W. On the performance of velocity measurement techniques in air-water flows. In *Proceedings of the Hydraulic Measurements and Experimental Methods*, Estes Park, CO, USA, 28 July–1 August 2002; pp. 130–140.
22. Toombes, L. Experimental Study of Air-Water Flow Properties on Low-Gradient Stepped Cascades. Ph.D. Thesis, School of Civil Engineering, The University of Queensland, St Lucia, Australia, 2002. Available online: <https://espace.library.uq.edu.au/view/UQ:9270> (accessed on 21 June 2020).
23. Scimemi, E. Sulla forma delle vene tracimanti. *L'Energ. Elettr.* **1931**, *7*, 293–305. (In Italian)
24. Chanson, H. Turbulent air-water flows in hydraulic structures: Dynamic similarity and scale effects. *Environ. Fluid. Mech.* **2009**, *9*, 125–142. [\[CrossRef\]](#)
25. Heller, V. Scale effects in physical hydraulic engineering models. *J. Hydraul. Res.* **2011**, *49*, 293–306. [\[CrossRef\]](#)
26. Chanson, H. Velocity measurements within high velocity air-water jets. *J. Hydraul. Res.* **1993**, *31*, 365–382. [\[CrossRef\]](#)
27. Toombes, L.H.; Chanson, H. Free-surface aeration and momentum exchange at a bottom outlet. *J. Hydraul. Res.* **2007**, *45*, 100–110. [\[CrossRef\]](#)
28. Pfister, M.; Schwindt, S. Air concentration distribution in deflector jets. In *Proceedings of the 5th IAHR International Symposium on Hydraulic Structures*, Brisbane, Australia, 25–27 June 2014; pp. 1–8. [\[CrossRef\]](#)
29. Felder, S. Air-Water Flow Properties on Stepped Spillways for Embankment Dams: Aeration, Energy Dissipation and Turbulence on Uniform, Non-Uniform and Pooled Stepped Chutes. Ph.D. Thesis, School of Civil Engineering, The University of Queensland, St Lucia, Australia, 2013. Available online: <https://espace.library.uq.edu.au/view/UQ:301329> (accessed on 21 June 2020).

30. André, S.; Boillat, J.L.; Schleiss, A.J. Discussion of “Two-phase flow characteristics of stepped spillways” by Robert M. Boes and Willi H. Hager. *J. Hydraul. Eng.* **2005**, *131*, 423–427.
31. Brattberg, T.; Toombes, L.; Chanson, H. Developing air-water shear layers of two-dimensional water jets discharging into air. In Proceedings of the ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting (FEDSM’98), Washington, DC, USA, 21–25 June 2008.
32. Clift, R.; Grace, J.R.; Weber, M.E. *Bubbles, Drops and Particles*; Academic Press: New York, NY, USA, 1978.
33. Chanson, H.; Carosi, G. Advanced post-processing and correlation analyses in high-velocity air-water flows. *Environ. Fluid Mech.* **2007**, *7*, 495–508. [[CrossRef](#)]
34. Felder, S.; Chanson, H. Phase-detection probe measurements in high-velocity free-surface flows including a discussion of key sampling parameters. *Exp. Therm. Fluid Sci.* **2014**, *61*, 66–78. [[CrossRef](#)]
35. Heringe, R.A.; Davis, M.R. Structural development of gas-liquid mixture flows. *J. Fluid Mech.* **1976**, *73*, 97–123. [[CrossRef](#)]
36. Wang, H. Turbulence and Air Entrainment in Hydraulic Jumps. Ph.D. Thesis, School of Civil Engineering, The University of Queensland, St Lucia, Australia, 2014. Available online: <https://espace.library.uq.edu.au/view/UQ:345033> (accessed on 21 June 2020).

© 2020 by the authors. Licensee MDPI, Basel, Switzerland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

Article

Air–Water Properties in Rectangular Free-Falling Jets

José M. Carrillo ^{1,*} , Patricio R. Ortega ^{1,2} , Luis G. Castillo ¹ and Juan T. García ¹

¹ Hidr@m Group, Department of Mining and Civil Engineering, Universidad Politécnica de Cartagena, 30203 Cartagena, Spain; patricio.ortega@epn.edu.ec (P.R.O.); luis.castillo@upct.es (L.G.C.); juan.gbermejo@upct.es (J.T.G.)

² Civil and Environmental Engineering Department, Escuela Politécnica Nacional, Quito 170517, Ecuador

* Correspondence: jose.carrillo@upct.es; Tel.: +34-868-071-289

Abstract: This study analyzes the air–water flow properties in overflow nappe jets. Data were measured in several cross-sections of rectangular free-falling jets downstream of a sharp-crested weir, with a maximum fall distance of 2.0 m. The flow properties were obtained using a conductivity phase-detection probe. Furthermore, a back-flushing Pitot-Prandtl probe was used in order to obtain the velocity profiles. Five specific flows rates were analyzed, from 0.024 to 0.096 m³/s/m. The measurements of the air–water flow allowed us to characterize the increment of the air entrainment during the fall, affecting the flow characteristic distributions, reducing the non-aerated water inner core, and increasing the lateral spread, thereby leading to changes in the jet thickness. The results showed slight differences between the upper and lower nappe trajectories. The experimental data of the jet thickness related to a local void fraction of 50% seemed to be similar to the jet thickness due only to gravitational effects until the break-up length was reached. The amount of energy tended to remain constant until the falling distance was over 15 times greater than the total energy head over the weir crest, a distance at which the entrained air affected the entire cross-section, and the non-aerated core tended to disappear. The new experiments related with air–water properties in free-falling jets allow us to improve the current knowledge of turbulent rectangular jets.

Keywords: air entrainment; air–water flow; conductivity phase-detection probe; free-falling jets

Citation: Carrillo, J.M.; Ortega, P.R.; Castillo, L.G.; García, J.T. Air–Water Properties in Rectangular Free-Falling Jets. *Water* **2021**, *13*, 1593. <https://doi.org/10.3390/w13111593>

Academic Editors: Jorge Matos, Sebastian Erpicum and Anton J. Schleiss

Received: 16 April 2021

Accepted: 3 June 2021

Published: 5 June 2021

Publisher's Note: MDPI stays neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.

Copyright: © 2021 by the authors. Licensee MDPI, Basel, Switzerland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

1. Introduction

During the latter part of the 20th century and into the 21st century, updated hydrological time-series data and new dam safety regulations have required the reevaluation of spillways' capacity and hydraulic structures in large dams. Many studies have raised concerns that the current discharge capacity of several hydraulic structures may be insufficient for extreme events, and that those structures may suffer uncontrolled overflow scenarios, thus compromising the stability and safety of the structure (FEMA [1]). Those new situations create new questions about the hydrodynamic actions at the toe of the dams (Wahl et al. [2]).

Free-falling water jets in arch dams produce air entrainment and energy dissipation, which change the flow properties. Those types of high-velocity air–water flows are characterized by turbulent mixing processes and large amounts of entrained air (Felder and Chanson [3]).

2. Previous Studies

According to Ervine and Falvey [4], the air-entrainment mechanisms in jets are due to the turbulence; to overcome the stabilization forces of the surface tension and the buoyancy effects, the turbulent shear stress should be large enough to disturb the surface. At the beginning, the internal turbulence forms small undulations and instabilities on the free surface. Later, eddies in the turbulent jets are of the same order of magnitude as the perturbation amplitude in the surface. Then, waves and instabilities are amplified in the

flow direction, and turbulence instabilities affect the free surface. Finally, the non-aerated core of the jet is affected by the large turbulent fluctuations. Hence, surface disturbances are related with the turbulent kinetic energy jet.

Following Castillo et al. [5], the energy mechanism in nappe jets may be divided into different steps: (1) self-aeration and spreading of the jet during the fall, (2) air entrainment and diffusion of the plunging jet in the water cushion, (3) impact of the jet with the bottom of the plunge pool, and (4) recirculation and diffusion in the submerged hydraulic jump. The air–water characteristics of the falling jets may play an important role in the air entrainment and energy dissipation in plunge pools (Bertola et al. [6]). Figure 1 shows a representation of the spreading in rectangular free-falling jets. The scheme was adapted from those presented by Ervine and Falvey [4], who reported inner core decay angles around 0.5–1% (excluding the gravitational effect) and outer spread angles around 2–5% in circular falling jets measured in a device that generated vertical trajectory jets.

Figure 1. Representation of a rectangular free-falling jet spreading in the atmosphere.

The air entrainment in free-falling jets modifies the theoretical flow profile, changing the shape of the air–water distribution in the cross-sections (Carrillo et al. [7,8]). The air–water interface and turbulent shear stress may also generate undulations and surface instabilities in the jet.

In the falling jets, nappe oscillation also may occur. The oscillation is characterized by visible horizontal waves that may cause vibrations in the structure itself (Anderson and Tullis [9]). This instability behavior associated to free-falling jets tends to occur under low-head conditions (e.g., specific flow rates 0.015–0.05 m³/s/m), and their characteristics are affected by the falling distance and the crest profile (Lodomez et al. [10]).

Horeni [11] proposed a method to calculate the jet break-up length L_b in rectangular falling jets based on the specific flow rates. Beyond that distance, the non-aerated jet core disappears and the cross-sections are formed by large drops, which tend to reduce their

size by interaction with the atmosphere. Later, Castillo [12] and Castillo et al. [5] proposed a design methodology for rectangular free-falling jets. The methodology considers the jet thickness evolution B_j and the break-up length L_b . In rectangular free-falling jets, the jet thickness is defined by:

$$B_j = B_g + 2\xi = \frac{q}{\sqrt{2gH}} + 4\varphi\sqrt{h}(\sqrt{2H} - 2\sqrt{h}) \quad (1)$$

where B_g is the jet thickness due to gravitational effects, ξ is the lateral spread, q is the specific flow rate, g is the gravitational acceleration, H is the vertical distance between the reference level of the total energy line and the analyzed cross-section, h is the total energy head over the sharp-crested weir, and $\varphi = K_\varphi T_u^*$, with $T_u^* = q^{0.43}/IC$ being the turbulence intensity and $K_\varphi \approx 1.24$ for nappe flow cases (Carrillo [13]; Castillo et al. [14]).

The issuance conditions IC , located at a vertical distance h downstream of the weir crest (Figure 1), are defined as:

$$IC = \frac{14.95g^{0.50}}{K^{1.22}C_d^{0.19}} \quad (2)$$

where $K \approx 0.85$ is a non-dimensional coefficient (Castillo [12]), and C_d is the discharge coefficient, which depends on the type of structure ($C_d \approx 1.85$ for a sharp weir crest).

The break-up length may be obtained as:

$$\frac{L_b}{B_i F_i^2} = \frac{K}{(K_\varphi T_u F_i^2)^{0.82}} \quad (3)$$

with B_i being the jet thickness and F_i and $T_u = \overline{v_i'}/V_i$ being the Froude number and the turbulent intensity at the issuance conditions, respectively. The streamwise root-mean-square velocity fluctuation and mean velocity are $\overline{v_i'}$ and V_i , respectively. Further information may be found in Castillo et al. [5].

The present work aims to advance the knowledge on self-aeration processes and air–water characteristics of rectangular free-falling jets. An intrusive conductivity probe was employed to measure the local air–water flow characteristics in several cross-sections of the falling jet. Moreover, a back-flushing Pitot-Prandtl probe was used to measure the velocity field in the main direction of the flow.

3. Materials and Methods

3.1. Experimental Setup

Measurements were obtained in a relatively large infrastructure (Figure 2) located at the Hydraulic Laboratory of the Universidad Politécnica de Cartagena (Spain). The inlet part consists of a mobile channel that is 4.50 m long and 1.05 m wide, with two gravels screens and a 0.30 m honeycomb wall to align the streamlines. The final part of the mobile device is a 1.50 m long channel that ends in a sharp-crested weir without lateral contractions. The sharp-crested weir has an elevation of 0.33 m from the bottom of the inlet channel and is located at an elevation of 2.20 m above the bottom of the stilling basin. The falling jet discharges into the atmosphere, and the upper and lower nappe side are in contact with open areas at atmospheric pressure, without any type of aeration restriction (see Figure 2).

An Endress + Hauser electromagnetic flowmeter with an accuracy of $\pm 0.5\%$ was installed in the supply line. Further details of the experimental device may be found in previous works (e.g., Carrillo et al. [15,16]).

Figure 2. Experimental device of rectangular free-falling jet.

3.2. Instrumentation

3.2.1. Conductivity Phase-Detection Probe

The air–water flow properties were analyzed using an intrusive conductivity phase-detection probe designed and built at the Universidad Politécnica de Cartagena (Carrillo et al. [7,8]). The design was based on other systems such as those used by Chanson [17–19], Matos et al. [20], and Felder and Chanson [3], among others. The platinum probe tip has a diameter $\varnothing = 0.25$ mm.

Ortega et al. [21] performed a comparison of the conductivity probe employed in this study with an RBI-Instrumentation optical fiber probe. The results showed maximum relative errors of the void fraction of below 5% in adverse conditions, such as a vertical profile in the center of the roller of a free hydraulic jump with supercritical Froude number $F_r = 7.6$, and flow depth upstream of the jump $y_1 = 0.013$ m (Figure 3a). Those results are in agreement with the findings of Felder and Pfister [22], who obtained very close agreement between the two sensor types, namely with regard to the void fraction.

Figure 3. Analysis of the conductivity probe: (a) comparison with an optical fiber probe in the center of the roller of a hydraulic jump with $F_r = 7.6$ (adapted from Ortega et al. [21]); (b) evolution of the void fraction during a sampling test.

The phase-detection probe measures the changes in conductivity between the air and water phases by the different resistivity of the fluids. The raw signal is registered by the probe tip. A single-threshold method was used to convert the raw signal into a binary signal to identify the air and the water phases. The total time that the probe sensor tip is in air Σt_i over the total recorded time t is called the time-averaged void fraction ($C = \Sigma t_i/t$). Figure 3b illustrates the evolution of the void fraction as the sampling time increases. According to our previous analyses, at least 30 s are needed in order to obtain a relative uncertainty of about $\pm 1\%$ in the local void fraction. Other authors such as Kramer et al. [23] suggest registers of at least 45 s to obtain accurate measurements. To err on the side of caution, in this study, each point was measured using a sampling rate of 20 kHz and a sampling duration of 45 s.

3.2.2. Back-Flushing Pitot Tube

The local velocity measurements were obtained with a modified Pitot-Prandtl tube, in which a back-flushing system avoids air entrainment in the pneumatic system (Matos and Frizell [24], Matos et al. [20]). The diameter hole of the dynamic pressure port was of 2.3 mm and the external diameter was 12 mm. The static pressure was measured by a ring of ports of 0.9 mm diameter placed in the body of the tube. The back-flushing system consists of a constant head reservoir that feeds the dynamic and the static pressure ports. To reduce the perturbation of the velocity measurements, the back-flushing flow rate was limited to near zero. The mean velocity was obtained considering Wood's expression [25]:

$$V = \sqrt{\frac{2g\Delta P}{\rho_w(1 - \lambda C)}} \quad (4)$$

where V is the local mean velocity, g is the gravitational acceleration, ΔP is the difference between the total pressure head and the static pressure head, ρ_w is the density of water, C is the local void fraction, and λ is the tapping coefficient, which accounts for the non-homogeneous behavior of the air–water flow near the stagnation point.

Following previous studies (e.g., Chamani and Rajaratnam [26], Matos et al. [20]), a tapping coefficient $\lambda = 1$ may be considered if a homogeneous air–water flow condition is assumed.

3.3. Experimental Tests and Flow Conditions

The origin of the coordinates was located in the weir crest, with X being the horizontal axis (positive to the downstream side) and Z the vertical axis (positive to the lower side; see Figure 1). Five different specific flow rates were tested for analyzing flow properties in nappe jets. The measurements were obtained in different cross-sections of the jet centerline located at different falling distances. The instrumentation was aligned with the main flow direction considering the theoretical trajectory proposed by Scimemi [27]. The conductivity probe and the Pitot tube were displaced in the perpendicular direction of the jet centerline to measure the entire jet thickness with a spatial resolution of 1.0 mm. Cross-sections were measured from the weir crest to a maximum vertical falling distance of 2.0 m.

The test conditions and their non-dimensional numbers (Reynolds and Weber numbers, $Re = \rho V_i B_i / \mu$ and $We = \rho V_i^2 B_i / \sigma$, respectively, ρ being the density of fluid, B_i the jet thickness, μ the dynamic viscosity, and σ the surface tension) at the issuance conditions (at a vertical elevation $Z = h$ from the weir crest) are summarized in Table 1. The jet break-up length L_b calculated with Equation (3) is also included. Considering the Scimemi [27] trajectory, the maximum measurable L/h ratio is also indicated, where L is the jet trajectory distance.

Experimental flow conditions were selected to avoid scale effects in the jet. According to several studies (e.g., Chanson [28], Heller [29]), when the total head in a sharp-crested weir is $h > 0.045$ m, the effects of scale may be neglected. However, for scaling air–water flows special caution must be taken, since some parameters, such as bubble chord sizes,

cannot be correctly scaled (Chanson [28], Felder and Chanson [30]). Hence, the bubble mean diameter and the bubble chord length are very prone to scale effects. Some other parameters such as nappe oscillations cannot be scaled using Froude similitude as their characteristics seem to appear for the same unit discharge, independently of the weir size scale (Lodomez et al. [10])

Table 1. Characteristics of the tests at the issuance conditions.

q (m ³ /s/m)	h (m)	V_i (m/s)	Re (-)	We (-)	L_b (m)	Maximum L (m)	Maximum L/h (-)
0.024	0.050	1.40	24,021	464	1.78	2.13	43.1
0.036	0.065	1.60	35,561	789	2.01	2.17	33.3
0.048	0.080	1.78	47,148	1162	2.19	2.21	27.4
0.072	0.109	2.07	70,721	2029	2.48	2.27	20.8
0.096	0.129	2.25	94,202	2940	2.71	2.34	17.8

4. Results and Discussion

4.1. Void Fraction Distributions

Air entrainment may affect the behavior of the rectangular jet and its free surface during the fall. Entrapped air changes the flow properties, such as the void fraction C and the jet thickness B . The water inner jet core evolution in two-phase jets has been analyzed by several authors (Chanson [31], Toombes and Chanson [32], Pfister and Schwindt [33]). However, studies that analyze the air–water properties in nappe jets remain scarce (Carrillo et al. [8]).

The local void fractions measurements were obtained with the conductivity phase-detection probe as the sum of the time the probe tip sensor was in the air t_i over the total registered time t ($C = \Sigma t_i/t$). The measurements were obtained in different cross-sections of the falling jets from 0.0 m to 2.0 m. A minimum of 30 points were measured per cross-section, so more than 3700 registers were obtained.

The B_{90} jet thickness was obtained as the distance in the perpendicular jet direction where the local void fraction $C = 0.90$, corresponding to the upper and lower nappe trajectories. The B_{90} values were used to obtain the center of each cross-section. The dimensionless parameter L/h was used to classify data in a non-dimensional way.

As the falling distance increases, the amount of air tends to increase, enlarging the width of the air–water mixing zone, and narrowing the non-aerated jet core. Figure 4 shows the void fraction distributions C as a function of the dimensionless jet thickness $B/(B_{90}/2)$. Data may be grouped as a function of the dimensionless falling distances L/h . For L/h ratios between 3.5 and 6.2 (Figure 4a) the void fraction profiles were similar, albeit with slight differences in the upper and lower nappe for the different specific flow rates. Those sections were also characterized by clear water conditions in the jet core ($C = 0$). In Figure 4b,c, the water jet core thickness tended to reduce as the flow fell due to the disturbances from free surfaces, with minor differences between the upper and lower nappe shapes. For L/h ratios between 17.8 and 22.4 (Figure 4d) it may be considered that the non-aerated water inner jet core has disappeared (minimum void fraction values between $0.13 < C < 0.28$), and the slopes of the void fraction distribution were less steep than in the previous cases, which means that the air–water mixing zone tended to increase. For falling distances L/h larger than 27.4 (Figure 4e), the void fractions in the center of the jet tended to increase (from 0.37 to 0.89) depending on the L/h ratios. As the air entrainment increased, the slopes of the void fraction distributions tended to be less steep. It should be noted that those void fraction distributions may also consider the fluctuations observed in the surface of free-falling jets.

Figure 4. Void fraction distributions as a function of the dimensionless jet thickness $B/(B_{90}/2)$: (a) L/h ratio between 3.5 and 6.2; (b) L/h ratio between 9.6 and 10.4; (c) L/h ratio between 13.3 and 14.8; (d) L/h ratio between 17.8 and 22.4; (e) L/h ratio between 27.4 and 43.1.

The contour maps plot in Figure 5 shows the void fraction evolution during the fall for three specific flow rates. The water inner core thickness decreased as the falling distance

increased. Air was entraining at both sides of the jet, with no significant differences among the upper and the lower nappe trajectories. For the smaller and intermediate specific flow rates (0.024 and 0.048 m³/s/m) observed in Figure 5a,b, the non-aerated inner core with $C = 0$ disappeared when the falling distances $Z \geq 1.4$ –1.6. In the higher specific flow rate (Figure 5c), the non-aerated inner jet core tended to reach further distances during the measured falling distance of 2 m, with $C \approx 0.18$ being its minimum void fraction in the further cross-section.

Figure 5. Contour map of void fraction distributions C as a function of the dimensionless thickness $B/(B_{90}/2)$: (a) $q = 0.024$ m³/s/m; (b) $q = 0.048$ m³/s/m; (c) $q = 0.096$ m³/s/m.

The mean void fraction C_{mean} of each cross-section is a characteristic parameter of the flow aeration that describes the thickness-averaged air content. It may be defined as:

$$C_{mean} = \frac{1}{B_{90}} \int_{B=0}^{B=B_{90}} C dB \quad (5)$$

where B is the jet thickness and C is the local void fraction.

The mean void fraction evolution C_{mean} as a function of the dimensionless falling distance L/h is detailed in Figure 6. As the relative falling distance increased, the mean void fraction at the cross-sections tended to increase in a similar way for the different flow conditions: for falling distances $L = 10h$, $C_{mean} \approx 0.25$; for falling distances $L = 18h$, $C_{mean} \approx 0.50$. A potential behavior may be observed in the data ($C_{mean} = 0.0246(L/h)^{1.0218}$), with $R^2 = 0.91$. In the plot, data from the smaller specific flow rates with $B_{50} < 0.7$ –0.8 mm were not considered because of a change in their trends, with B_{50} being the transversal distance between the upper and lower nappe trajectories with void fraction $C = 0.50$.

4.2. Jet Thickness and Spread

As was observed in the previous figures, the turbulence has a significant effect on the development of the jet surface disturbance and the spread of the jet thickness, with the inner jet core tending to reduce due to the growth of the air/water layer.

Figure 7a,b show the dimensionless evolution of the jet thicknesses B_{90} and B_{50} , respectively. To facilitate the comparison, data were normalized as a function of the total energy head over the weir crest h . While the B_{50} values tended to reduce due to gravitational effects, the B_{90} values seemed to reach a constant value around $0.2h$ for non-dimensional falling distances between $10 < L/h < 30$. For $L/h > 33$, there were no points with void fraction ≤ 0.5 , making it impossible to calculate the B_{50} value. Beyond this point B_{90}/h tended to increase rapidly; this may indicate that the break-up length was exceeded.

Figure 6. Mean void fraction as a function of dimensionless falling distance L/h (filled marker: case $L \leq L_b$; unfilled marker: case $L > L_b$).

Figure 7. Evolution of the dimensionless jet thickness during the fall (filled marker: case $L \leq L_b$; unfilled marker: case $L > L_b$): (a) B_{90}/h and B_j/h ; (b) B_{50}/h and B_g/h .

The experimental data were also compared with the jet thickness B_j calculated with Equation (1), and the theoretical jet thickness considering gravitational effects B_g . The B_{90} values seemed to be similar to the B_j values proposed by Castillo et al. [5], while the B_g was somewhat similar to the B_{50} measurements.

Considering B_{10} as the transversal thickness between the upper and lower nappe trajectories with void fraction $C = 0.10$, Figure 8 shows the slope in percentages that defines the inner core decay angle $\delta(B_{50}-B_{10})$, the outer spread angle $\delta(B_{90}-B_{50})$, and the total spread angle $\delta(B_{90}-B_{10})$. Because of the reduced jet thickness of $q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ (see Figure 5a), their B_{10} values were not considered in the plot. In general, the three lateral

expansion angles seemed to be directly related with the jet velocity, increasing their values as the jet falls. Hence, the air–water mixing layer enlarged its thickness during the fall, generating the reduction of the non-aerated core and, at the same time, the increment of the lateral spread. The angles were similar to those reported by Ervine and Falvey [4] for circular falling jets.

Figure 8. Lateral expansion angles as a function of the jet velocity.

Two adjustments were obtained for the outer spread angle $\delta(B_{90}-B_{50})$ and the total spread angle $\delta(B_{90}-B_{10})$, with $R^2 = 0.87$ and 0.84 , respectively.

$$\text{angle } \delta(B_{90} - B_{50}) = 0.206e^{0.458V} \quad (6)$$

$$\text{angle } \delta(B_{90} - B_{10}) = 0.618e^{0.356V} \quad (7)$$

where V is the mean velocity of the jet, and the angles are obtained as percentages.

4.3. Air–Water Phase Change

The phase-change count rate F is the number of air bubbles striking the probe tip per second. This statistical parameter may be considered a good estimator of the presence of air in two-phase flows (André et al. [34]).

The phase-change count rate is presented in Figure 9 as a function of the dimensionless jet thickness $B/(B_{90}/2)$. As per the void fraction, data were classified as a function of the dimensionless falling distance L/h . For L/h ratios between 3.5 and 6.2 (Figure 9a), the maximum values were observed in the free surface of the jet, with some differences between the upper and lower nappe: maximum values between 6 and 10 Hz in the lower nappe side, and slightly smaller in the upper nappe side (between 3 and 8 Hz). In the center of the cross-sections, there was almost no air entrainment and frequencies were close to zero.

For dimensionless falling distances L/h of around 10 and 14 (Figure 9b,c) the maximum values were between 3 and 14 Hz in the lower nappe side, and between 3 and 11 Hz in the upper nappe side. The phase-change count rate remained between 2 and 4 Hz in the center of the cross-sections.

As the L/h ratio increased, and the jet cores aerated, the maximum values of phase-change count rate F increased and moved to the center of the jet. For L/h around 20 (Figure 9d), the non-aerated inner jet core disappeared, and the maximum frequency values tended to occur closer to the centerline. For $L/h > 25$ (Figure 9e), the maximum values were measured in the jet centerline, showing frequencies around 30 Hz.

Figure 9. Air–water phase-change count rate as a function of dimensionless jet thickness $B/(B_{90}/2)$: (a) L/h ratio between 3.5 and 6.2; (b) L/h ratio between 9.6 and 10.4; (c) L/h ratio between 13.3 and 14.8; (d) L/h ratio between 17.8 and 22.4; (e) L/h ratio between 27.4 and 43.1.

The maximum phase-change count rate in each cross-section F_{max} is a further parameter for the quantification of the air entrainment performance (Felder and Chanson [35]). The relationship between the void fraction C and the dimensionless phase-change count rate F/F_{max} was observed in several two-dimensional water jets and stepped cascades studies (e.g., Toombes [36], Brattberg et al. [37]). The data showed a self-similarity, and this relationship fits reasonably well with a parabolic shape:

$$\frac{F}{F_{max}} = 4 C (1 - C) \quad (8)$$

With these considerations, the dimensionless air–water phase count rate is illustrated in Figure 10 as a function of the void fraction distribution. For the range of velocities tested (from 2.5 to 6.5 m/s), the air–water phase-change count rate showed its maximum values at about 50% of the local void fraction distribution ($C \approx 0.50$). Considering the scattered data, the parabolic equations fit the experimental data in rectangular free-falling jets reasonably well, being independent of the jet velocity and the falling distance from the weir at the beginning of the fall. For dimensionless falling distances greater than $L/h > 17.8$, the values showed a different behavior due to the disappearance of the non-aerated inner core (see Figure 4).

Figure 10. Dimensionless air–water phase-change count rate F/F_{max} as a function of the void fraction distribution C .

4.4. Velocity Distributions

The local velocity data were obtained using a Pitot-Prandtl tube corrected by the local void fraction measured with the conductivity probe. Figure 10 shows the velocity profiles normalized as a function of the gravitational velocity in each cross-section (V/V_{grav}), and the dimensionless jet thickness in different cross-sections considering the same grouping of the previous sections. The slopes of the cross-section profiles showed slight differences between the upper and lower nappe trajectories. The velocity increased along the falling jet in the central region of the cross-sections, due to gravitational acceleration. In all the cases, the maximum velocities were similar to their corresponding gravitational velocities. However, the velocity tended to reduce outside of the non-aerated core. Near the free surface the measurements with the Pitot-Prandtl tube should be considered with caution. The measurements may be less accurate due to the very high void fraction values. According to Matos et al. [20], the relative error of the velocity measurement increases significantly for high air concentrations (e.g., $C > 0.9$). In addition, it is not physically possible to obtain homogeneous air–water mixtures for $C > 0.75$, as mentioned in Matos [38], and Equation (4) may be less accurate.

For dimensionless falling distances L/h ratios between 3.5 and 6.2 (Figure 11a), there

was a slight change of slope between the transition of the upper and lower interfaces due to the surface curvature of nappe flows. For values between $9.6 < L/h < 22.4$ (Figure 11b–d) the reduction of the non-aerated inner jet core seemed to be related to the deceleration outside of the central part of the velocity profile, reducing the differences between the shape reordered in the upper and lower nappe trajectories. For $L/h > 33.3$ (Figure 11e), the central part of the velocity profile disappeared and the velocity distribution was sharper. The maximum mean velocity tended to decrease slightly due to the high air entrainment.

4.5. Energy Dissipation

Considering the parameters measured in the previous sections (see for instance Figure 6), the development of the jet energy E during the fall may be analyzed as a function of the vertical distance between the total energy line and the analyzed cross-section H (see Figure 1). Figure 12a shows the dimensionless energy E/H as a function of C_{mean} . For mean void fractions <0.2 – 0.3 the energy of the jet seemed to be constant, since the amount of air entrapped in the jet was limited and the water jet core was not significantly affected. However, as the mean void fraction increased, the energy of the jet began to be dissipated. For C_{mean} values larger than 0.4 – 0.5 , the energy dissipation tended to increase rapidly, with an evident change in the slope of the plot.

A similar study may be considered as a function of the non-dimensional falling distance L/h ratio (Figure 12b). For L/h ratio < 10 – 15 , there was no notable reduction in the total energy of the jet. However, for larger falling distances the energy dissipation tended to increase. For falling distance ratios larger than 15 , all data showed a clear energy dissipation, increasing as the L/h ratio increased.

Carrillo [13] and Castillo et al. [5] studied the dimensionless energy of rectangular free-falling jets analyzing instantaneous pressures measured at the bottom of the plunge pool. Employing an inverse methodology from their pressure measurements with non-effective water cushions, the authors obtained an adjustment of the dimensionless energy as a function of the H/L_b ratio (if $H/L_b < 1.00$, $E/H = 1 - 0.0014 \cdot e^{5.755(H/L_b)}$; if $H/L_b \geq 1.00$, $E/H = 14.643 \cdot e^{-3.244(H/L_b)}$). Following this dimensionless falling distance, Figure 12c compares the data obtained in this study with the adjustment obtained by Castillo et al. [5] and their experimental data. Although the experimental methodology and the registered variables in both studies are different, generally speaking, the values obtained follow the behavior previously reported by the authors. The main differences were found for $H/L_b \approx 0.7$ – 1.0 , where both experimental campaigns overlapped. This region corresponded to falling distances near the break-up length, with a sudden change in the energy dissipation behavior. In addition, we noticed that in the experiments analyzed by Castillo et al. [5], there was always a water cushion behind the falling jet. The presence of the water cushion and the mixing process in the pool are thus expected to increase the energy dissipation measured in the stagnation point, generating an additional energy loss with respect to the current experimental campaign.

4.6. Sauter Mean Bubble Diameter

If phase changes detected by the conductivity probe are simplified to be considered spherical in shape and equally distributed, the Sauter mean bubble diameter D_{sm} (Clift et al. [39]) may be obtained. The D_{sm} is defined as:

$$D_{sm} = \frac{3 C V}{2 F} \quad (9)$$

where C is the local void fraction, V is the local mean velocity obtained with Equation (4) assuming the air bubbles have the same velocity as the flow, and F is the phase-change count rate.

Figure 11. Dimensionless velocity distribution $V/V_{\max}$ through the rectangular free-falling jet: (a) L/h ratio between 3.5 and 6.2; (b) L/h ratio between 9.6 and 10.4; (c) L/h ratio between 13.3 and 14.8; (d) L/h ratio between 17.8 and 22.4; (e) L/h ratio between 27.4 and 43.1.

Figure 12. Dimensionless energy E/H : (a) as a function of C_{mean} ; (b) as a function of the L/h ratio; (c) as a function of the H/L_b ratio.

Figure 13 shows the Sauter mean bubble diameter calculated at different falling distances from the weir. As in the previous figures, the values plotted were limited to $C \leq 0.90$ values. The D_{sm} values were mostly between 0.1 and 1.0 mm, with maximum values below 3.0 mm. The minimum values are registered in the center of the jet, whilst the maximum values are near the free surface. In the center of the jet, smaller values of the Sauter mean bubble diameter were obtained for cross-sections located at relative falling distances between 3.5 and 6.2. Those diameter values may be related to the difficulty in measuring with the phase-detection probe at points with relatively small frequency detection F and air content C . Once the air enters the jet, the D_{sm} distribution in the cross-sections seems to be relatively independent of the specific flow rate. The upper and lower nappe sides showed near a symmetrical behavior. The skewness values calculated per specific flow rate were between 1 and 3, indicating that there was a low asymmetry of the mean bubble diameter to the upper nappe side.

Figure 13. Sauter mean bubble diameter in rectangular free-falling jets as a function of the dimensionless jet thickness.

4.7. Air–Water Chord Length

The air–water chord length distribution C_h represents the variation in chord length sizes of air bubbles or water droplets (Toombes [36]). The chord length may be used as a characteristic indicator for the air–water interfaces (Felder and Chanson [35]). The bubble chord length can be calculated as:

$$C_h = V t_{ch} \quad (10)$$

where V is the local mean velocity obtained with Equation (4), and t_{ch} is the chord time defined as the time spent by the air/water interface on the probe tip.

The chord-length distribution of air–water flows may be represented by a probability density function (PDF) in the form of a frequency histogram (e.g., Toombes [36], Chanson and Carosi [40], Felder [41]). Figure 14 shows the comparison of the probability density distribution calculated for the chord length in three different points of the upper nappe trajectory with $C \approx 0.90$. The compared points were located at different non-dimensional falling distances, with local velocities between 3.5 and 5.7 m/s. In general, the highest values of the probability distribution function were located for chord length scales between 0 and 2 mm. As the velocity of the falling jet V and the dimensionless falling distances L/h increased, the PDF values decreased rapidly.

These data agree with the results obtained by Brattberg et al. [37] in two-dimensional water jets, whose higher probabilities were found between 0.5 and 2.0 mm, along with maximum bubble chord lengths of up to 100 mm.

Figure 14. Probability density function of air bubble chord lengths in rectangular jets.

5. Conclusions

The aeration processes in rectangular free-falling jets are due to instabilities and turbulent fluctuations close to the air–water free-surface that act on the upper and lower nappe sides of the jets during the fall. Self-aeration processes change the flow properties and affect the non-aerated inner core of the jet.

At the beginning of the falling distance, the void fraction distributions in the cross-sections of the jets showed that the non-aerated inner core ($C = 0$) requires a trajectory distance L larger than 15 times the total energy head over the weir crest to be affected. As the falling distance increases, the non-aerated inner jet core tends to disappear by air entrainment processes. Hence, for dimensionless falling distances $L/h > 17.8$, the jet core presented void fraction values larger than 0.1; for $L/h > 27.4$, the void fraction in the entire cross-section exceeded 0.37.

The parametric methodology proposed by Castillo et al. [5] seemed to follow the jet thickness with $C = 0.90$. Moreover, the thickness corresponding to $C = 0.50$ agreed with the gravitational thickness. The lateral expansion angles were in agreement with those reported by Ervine and Falvey [4] for circular jets.

Near the weir crest ($L/h < 15$ – 20), the relationship between the bubble frequency and the void fraction seemed to have a good fit with the parabolic behavior reported by Toombes [35] and Brattberg et al. [36] in other kinds of air–water flows. The maximum values of F/F_{max} were obtained around $C = 0.40$ and 0.60 in the majority of the cross-sections analyzed.

The energy of the jet seemed to be conserved until the mean void fraction of the cross-section was 0.2–0.3. However, as the mean void fraction increased, the energy dissipation also increased. Similar behavior may also be observed for $L/h > 15$. Although the obtained data show relatively good agreement with previous published trends in the dimensionless energy as a function of the H/L_b ratio, this region near the break-up length requires further analysis to improve the current knowledge of its energy dissipation.

The Sauter mean diameter distribution showed slight differences between the upper and lower nappe sides. Once the relative falling distance was larger than 10, the mean diameter distribution seemed to show the same behavior, independently of the specific flow rate and the falling distance.

Although the experimental facility enables us to analyze the flow with the recommendations to avoid scale effects and systematic errors in the measurements, the air–water flow characteristics may not be exempt from scale effects. Those effects would lead us to err on the side of caution if data were extrapolated to larger Froude scale models.

In some analysis (Figure 8), the data of the smaller specific flow rate ($0.024 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$) did not follow the general trend observed in the other cases. Although the sharp weir crest used in this study was different from those analyzed by Anderson and Tullis [9] and Lodomez et al. [10] (who analyzed round crest weirs), the nappe oscillation phenomenon may have appeared in the smaller head condition of this study. Additional studies are needed to better understand the detailed effect of the energy head and the crest profile on the flow characteristics.

Author Contributions: Conceptualization, J.M.C.; Data curation, P.R.O.; Formal analysis, J.M.C., P.R.O. and J.T.G.; Funding acquisition, J.M.C. and L.G.C.; Investigation, P.R.O.; Methodology, J.M.C.; Project administration, J.M.C. and L.G.C.; Resources, J.M.C. and L.G.C.; Validation, J.M.C., P.R.O., L.G.C., and J.T.G.; Visualization, P.R.O.; Writing–original draft, J.M.C. and P.R.O.; Writing–review and editing, J.M.C., P.R.O., L.G.C., and J.T.G. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.

Funding: This research was funded by the “Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades” (MCIU), the “Agencia Estatal de Investigación” (AEI) and the “Fondo Europeo de Desarrollo Regional” (FEDER), through the Project “La aireación del flujo en el vertido en lámina libre por coronación de presas a nivel de prototipo y su efecto en cuencos de disipación de energía”, grant number: RTI2018-095199-B-I00, and by the “Comunidad Autónoma de la Región de Murcia” for the financial aid received through the “Programa Regional de Fomento de la Investigación Científica

y Técnica (Plan de Actuación 2018) de la Fundación Séneca-Agencia de Ciencia y Tecnología de la Región de Murcia”, Project “Análisis de la capacidad de descarga de vertederos tipo laberinto y de la disipación de energía aguas abajo de los mismos”, grant number: 20879/PI/18.

Institutional Review Board Statement: Not applicable.

Informed Consent Statement: Not applicable.

Data Availability Statement: Some or all data, models, or code that support the findings of this study are available from the corresponding author upon reasonable request.

Conflicts of Interest: The authors declare that they have no known competing financial interests or personal relationships that could have appeared to influence the work reported in this paper.

Notations

The following symbols are used in this paper:

B	jet thickness in the analyzed cross-section
B_g	jet thickness due to gravitational effects
B_i	jet thickness at the issuance conditions
B_j	jet thickness
B_{90}	jet thickness with void fraction C
B_{50}	jet thickness with void fraction C
B_{10}	jet thickness with void fraction C
C	local void fraction
C_d	discharge coefficient for sharp weir crest
C_h	bubble chord length
C_{mean}	mean void fraction
D_{sm}	Sauter mean diameter
E	energy at the analyzed cross-section
F	air–water phase count rate
F_i	Froude number at the issuance conditions
F_{max}	maximum air–water phase count rate
F_r	Froude number
g	gravitational acceleration
h	total energy head over the weir crest
H	vertical distance between the reference level of the total energy line and the analyzed cross-section
IC	initial conditions
K	non-dimensional coefficient
K_φ	experimental term of the turbulence parameter φ
L	jet trajectory distance
L_b	jet break-up length
PDF	probability density function
q	specific flow rate or water discharge per unit width
Re	Reynolds number
T_u	turbulent intensity at the issuance conditions
T_u^*	turbulence intensity
t	time-averaged void fraction
t_{ch}	chord time
V	local mean velocity
V_{grav}	gravitational velocity
v_i'	root-mean-square of the velocity fluctuation
V_i	mean velocity at the issuance conditions
We	Weber number
X	horizontal axis
Z	vertical axis
ΔP	difference between the total pressure head and the static pressure head

Σt_i	total recorded time
δ	spread angle
ξ	lateral spread
λ	tapping coefficient for the non-homogeneous behavior of the air–water flow
ν	kinematic viscosity
μ	dynamic viscosity
ρ	density of fluid
ρ_w	density of water
σ	surface tension
$\varnothing$	probe diameter and
φ	turbulence parameter in nappe flow.

References

1. Federal Emergency Management Agency. FEMA. *P-1015 Technical Manual: Overtopping Protection for Dams*; US Department of Homeland Security: Denver, CO, USA, 2014. Available online: <https://www.fema.gov/es/media-library/assets/documents/97888> (accessed on 15 March 2021).
2. Wahl, T.L.; Frizell, K.H.; Cohen, E.A. Computing the trajectory of free jets. *J. Hydraul. Eng.* **2008**, *134*, 256–260. [\[CrossRef\]](#)
3. Felder, S.; Chanson, H. Phase-detection probe measurements in high-velocity free-surface flows including a discussion of key sampling parameters. *Exp. Therm. Fluid Sci.* **2014**, *61*, 66–78. [\[CrossRef\]](#)
4. Irvine, D.A.; Falvey, H. Behaviour of turbulent jets in the atmosphere and plunge pools. *P. I. Civil Eng.* **1987**, *83*, 295–314. [\[CrossRef\]](#)
5. Castillo, L.; Carrillo, J.M.; Blázquez, A. Plunge pool mean dynamic pressures: A temporal analysis in nappe flow case. *J. Hydraul. Res.* **2015**, *53*, 101–118. [\[CrossRef\]](#)
6. Bertola, N.; Wang, H.; Chanson, H. A physical study of air-water flow in planar plunging water jet with large inflow distance. *Int. J. Multiph. Flow* **2017**, *100*, 155–171. [\[CrossRef\]](#)
7. Carrillo, J.M.; Ortega, P.R.; Castillo, L.G.; García, J.T. Air entrainment in rectangular free falling jets. In Proceedings of the 8th IAHR Int. Symp. on Hydraulic Structures, Santiago, Chile, 12–15 May 2020. [\[CrossRef\]](#)
8. Carrillo, J.M.; Ortega, P.R.; Castillo, L.G.; García, J.T. Experimental Characterization of Air Entrainment in Rectangular Free Falling Jets. *Water* **2020**, *12*, 1773. [\[CrossRef\]](#)
9. Anderson, A.A.; Tullis, B.P. Finite crest length weir nappe oscillation. *J. Hydraul. Eng.* **2018**, *144*, 04018020. [\[CrossRef\]](#)
10. Lodomez, M.; Tullis, B.; Dewals, B.; Archambeau, P.; Kitsikoudis, V.; Pirotton, M.; Erpicum, S. Nappe oscillations on free-overfall structures: Size scale effects. *J. Hydraul. Eng.* **2019**, *145*, 04018022.
11. Horeni, P. *Disintegration of a Free Jet of Water in Air*; Byzkumny ustav vodohospodarsky prace a studie; VÝCHODOČESKÉ MUZEUM V PARDUBICÍCH: Praha, Czech Republic, 1956. (In Czech)
12. Castillo, L. Aerated jets and pressure fluctuation in plunge pools. In Proceedings of the Seventh International Conference on Hydrosience and Engineering, M. Piasecki and College of Engineering, Drexel University, Philadelphia, PA, USA, 10–13 September 2006; pp. 1–23.
13. Carrillo, J.M. Metodología Numérica y Experimental Para el Diseño de los Cuencos de Disipación en el Sobrevuerto de Presas de Fábrica. PhD Thesis, Universidad Politécnica de Cartagena, Cartagena, Spain, 2014. Available online: <https://repositorio.upct.es/handle/10317/4038> (accessed on 10 June 2014). (In Spanish).
14. Castillo, L.G.; Carrillo, J.M.; Sordo-Ward, A. Simulation of overflow nappe impingement jets. *J. Hydroinform.* **2014**, *16*, 922–940. [\[CrossRef\]](#)
15. Carrillo, J.M.; Castillo, L.G.; Marco, F.; García, J.T. Experimental and numerical analysis of two-phase flows in plunge pools. *J. Hydraul. Eng.* **2020**, *146*, 04020044. [\[CrossRef\]](#)
16. Carrillo, J.M.; Marco, F.; Castillo, L.G.; García, J.T. Experimental study of submerged hydraulic jumps generated downstream of rectangular plunging jets. *Int. J. Multiph. Flow* **2021**, *137*, 103579. [\[CrossRef\]](#)
17. Chanson, H. *Air Bubble Entrainment in Free-Surface Turbulent Shear Flows*, 1st ed.; Academic Press: London, UK, 1997.
18. Chanson, H. Air bubble entrainment in open channels. Flow structure and bubble size distributions. *Int. J. Multiph. Flow* **1997**, *23*, 193–203. [\[CrossRef\]](#)
19. Chanson, H. Air-water Flows in Water Engineering and Hydraulic Structures. Basic Processes and Metrology. In *Proceedings of the Hydraulics of Dams and River Structures*; Yazdandoost, F., Attari, J., Eds.; CRC Press: London, UK, 2004; p. 50.
20. Matos, J.; Frizell, K.H.; André, S.; Frizell, K.W. On the performance of velocity measurement techniques in air-water flows. In *Hydraulic Measurements and Experimental Methods*; ASCE: Minneapolis, MN, USA, 2002; pp. 130–140.
21. Ortega, P.R.; Carrillo, J.M.; Castillo, L.G.; García, J.T. Análisis experimental de flujos bifásicos en resaltos hidráulicos. In Proceedings of the Jornadas de Ingeniería del Agua, Toledo, Spain, 23–24 October 2019. (In Spanish).
22. Felder, S.; Pfister, M. Comparative analysis of phase-detective intrusive probes in high-velocity air-water flows. *Int. J. Multiph. Flow* **2017**, *90*, 88–101. [\[CrossRef\]](#)

23. Kramer, M.; Hohermuth, B.; Valero, D.; Felder, S. Best practices for velocity estimations in highly aerated flows with dual-tip phase-detection probes. *Int. J. Multiph. Flow* **2020**, *126*, 103228. [[CrossRef](#)]
24. Matos, J.; Frizell, K.H. Air concentration and velocity measurements on self-aerated flow down stepped chutes. In Proceedings of the Joint Conf. on Water Resources Engineering and Water Resources Planning & Management, ASCE, Minneapolis, MN, USA, 30 July–2 August 2000.
25. Wood, I.R. Uniform region of self-aerated flow. *J. Hydraul. Div. ASCE* **1983**, *109*, 447–461. [[CrossRef](#)]
26. Chamani, M.R.; Rajaratnam, N. Characteristics of skimming flow over stepped spillways. *J. Hydraul. Eng.* **1999**, *105*, 361–368. [[CrossRef](#)]
27. Scimemi, E. Sulla forma delle vene tracimanti. *L'Energia Elettr.* **1931**, *7*, 293–305. (In Italian)
28. Chanson, H. Turbulent air-water flows in hydraulic structures: Dynamic similarity and scale effects. *Environ. Fluid Mech* **2009**, *9*, 125–142. [[CrossRef](#)]
29. Heller, V. Scale effects in physical hydraulic engineering models. *J. Hydraul. Res.* **2011**, *49*, 293–306. [[CrossRef](#)]
30. Felder, S.; Chanson, H. Scale effects in microscopic air-water flow properties in high-velocity free-surface flows. *Exp. Therm. Fluid Sci.* **2016**, *83*, 19–36. [[CrossRef](#)]
31. Chanson, H. Velocity measurements within high velocity air-water jets. *J. Hydraul. Res.* **1993**, *31*, 365–382. [[CrossRef](#)]
32. Toombes, L.; Chanson, H. Free-surface aeration and momentum exchange at a bottom outlet. *J. Hydraul. Res.* **2007**, *45*, 100–110. [[CrossRef](#)]
33. Pfister, M.; Schwindt, S. Air concentration distribution in deflector jets. In Proceedings of the 5th IAHR International Symposium on Hydraulic Structures, Brisbane, Australia, 25–27 June 2014.
34. André, S.; Boillat, J.L.; Schleiss, A.J. Two-phase flow characteristics of stepped spillways'. *J. Hydraul. Eng.* **2005**, *131*, 423–427. [[CrossRef](#)]
35. Felder, S.; Chanson, H. Aeration and Air–Water Mass Transfer on Stepped Chutes with Embankment Dam Slopes. *Environ. Fluid Mech.* **2015**, *15*, 695–710. [[CrossRef](#)]
36. Toombes, L. Experimental Study of Air-Water Flow Properties on Low-Gradient Stepped Cascades. Ph.D. Thesis, School of Civil Engineering, The University of Queensland, Brisbane, Australia, 2002. Available online: <https://espace.library.uq.edu.au/view/UQ:9270> (accessed on 20 July 2020).
37. Brattberg, T.; Toombes, L.; Chanson, H. Developing air-water shear layers of two-dimensional water jets discharging into air. In Proceedings of the ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting (FEDSM'98), Washington, DC, USA, 21–25 June 1998.
38. Matos, J. Discussion of the “Characteristics of skimming flow over stepped spillways”. *J. Hydraul. Eng.* **2000**, *126*, 865–869. [[CrossRef](#)]
39. Clift, R.; Grace, J.R.; Weber, M.E. *Bubbles, Drops and Particles*; Academic Press: New York, NY, USA, 1978; p. 380.
40. Chanson, H.; Carosi, G. Advanced post-processing and correlation analyses in high-velocity air-water flows. *Environ. Fluid Mech* **2007**, *7*, 495–508. [[CrossRef](#)]
41. Felder, S. Air-Water Flow Properties on Stepped Spillways for Embankment Dams: Aeration, Energy Dissipation and Turbulence On Uniform, Non-Uniform and Pooled Stepped Chutes. Ph.D. Thesis, School of Civil Engineering, The University of Queensland, Brisbane, Australia, 2013. Available online: <https://espace.library.uq.edu.au/view/UQ:301329> (accessed on 11 May 2019).