



4. Método de simulación por redes, MESIR

El método de simulación por redes (MESIR) está basado en la teoría de redes de Peusner (Peusner 1987), y constituye la herramienta muy que utilizaremos para abordaremos los problemas de estudio en éste proyecto. Es útil tanto para la investigación de modelos como para la obtención de resultados numéricos. Para el desarrollo de este capítulo utilizaremos como bibliografía los resultados de González Fernández y Alhama(2002) y el manual PSPICE 6.0 (1994).

4.1. Fundamentos del Método

El MESIR consta de dos etapas:

- 1- Obtención del circuito eléctrico (modelo en red) equivalente al modelo matemático, incluyendo las condiciones iniciales y de contorno
- 2- Resolución numérica del mismo mediante un software adecuado (en nuestro caso utilizaremos el programa Pspice). La posibilidad de controlar mediante programación, ajena al propio método, los parámetros del proceso a través de los valores de los dispositivos eléctricos incluidos en el modelo, abre también la posibilidad de aplicación del método a *optimizar* procesos.

En el MESIR, el punto de partida es siempre el modelo matemático de un cierto proceso, esto es, un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales (EDP) espacio-temporales; la discretización de la variable espacial permite establecer el modelo en red o red eléctrica equivalente. Esta es la única manipulación directa que se hace de las ecuaciones.



El modelo en red es el formato que se da al modelo matemático para que pueda ser utilizado como entrada (fichero) en un programa de resolución de circuitos eléctricos. Este software es el que resuelve las ecuaciones de la red y proporciona la solución numérica del modelo matemático. En definitiva, puesto que la simulación del modelo en red mediante ordenador implica la resolución numérica de sus ecuaciones, el método de simulación por redes es, de hecho, un método numérico.

El MESIR guarda cierta relación con otros métodos numéricos, en particular con el método de diferencias finitas y con el método de líneas. La diferencia esencial con el primero es que utiliza de manera directa una única reticulación, la de la variable espacial, mientras que en las diferencias finitas se reticula tanto las variables espaciales como las temporales. En cuanto al método de líneas la diferencia está en la técnica de resolución de las ecuaciones en diferencias finitas discretizadas en el espacio; el método de líneas utiliza un software matemático directo mientras que el MESIR lo resuelve mediante PSpice.

Un modelo en red se considera equivalente a un determinado proceso cuando, en su descripción, las ecuaciones del modelo matemático discretizadas, y las ecuaciones del modelo en red para un elemento del volumen o celda elemental, correspondientes a variables análogas, coinciden.

La técnica empleada para elaborar el modelo en red consiste en reticular el espacio en elementos de volumen o celdas elementales; al aplicar estas reticulaciones a las ecuaciones diferenciales, se obtiene un conjunto de ecuaciones en diferencias finitas que se constituyen en el punto de partida para la obtención del modelo en red correspondiente a cada celda elemental; una seleccionada correspondencia entre variables dependientes del problema y variables eléctricas, tensiones e intensidades, permite interpretar los resultados de la simulación en términos del proceso que se modela. La asociación de celdas, de acuerdo con la geometría del problema, configura el modelo en red correspondiente a todo el medio finito, que es tanto más preciso cuanto mayor sea el número de éstas. Las condiciones de contorno e iniciales se incorporan al modelo de manera simple.

En el caso de los procesos de transmisión de calor, la posibilidad de elaborar modelos en red representativos de los mismos, es decir, el hecho de que admitan redes eléctricas equivalentes, supone no sólo la equivalencia matemática sino, también, la equivalencia física entre las variables características de unos y otros procesos (térmicos y eléctricos). La equivalencia física permite, en casos muy concretos, determinar cualitativa y cuantitativamente ciertas magnitudes asociadas a la red que pueden jugar un papel, en la descripción del fenómeno de transporte, similar al correspondiente en el transporte de carga eléctrica, como es el caso de la impedancia.

La analogía termoeléctrica se ha venido utilizando de una u otra forma desde hace varias décadas por numerosos investigadores, bien como una representación alternativa de los problemas térmicos, sin ningún otro objetivo, bien como un método de solución del problema, construyendo los circuitos en el laboratorio y realizando medidas



En primer lugar el MESIR es un método numérico, lo que le hace esencialmente diferente de la implementación de la analogía térmico-eléctrica clásica. En ésta los elementos eléctricos *representan* el comportamiento del sistema térmico y permiten obtener relaciones entre las variables que intervienen en el mismo, pero no se utiliza directamente como un procedimiento de cálculo, salvo en aplicaciones muy sencillas.

En segundo lugar, el MESIR parte de las ecuaciones en derivadas parciales del sistema y proceso considerados, que son aplicadas a una discretización del medio.

En tercer lugar, el MESIR construye un *modelo en red*, que es un circuito eléctrico equivalente al proceso térmico, basándose en la similitud formal de las ecuaciones de comportamiento del sistema y las de los circuitos eléctricos, que se resuelve como tal mediante un software adecuado. La respuesta del circuito eléctrico coincide con la del sistema térmico. En ciertos métodos numéricos se ha aplicado la analogía térmico-eléctrica a las celdas resultantes de la discretización del sistema, pero siempre ha sido como forma de *representación* del proceso y para obtener las ecuaciones en derivadas parciales, pero nunca para resolverlo como tal.

Se podría decir que el MESIR aúna la riqueza analítica e intuitiva de la analogía térmico-eléctrica con la potencia de los métodos numéricos actuales, dando como resultado un método capaz de abordar sofisticados problemas de transmisión de calor (y otras disciplinas) en una forma relativamente simple. Uno de los grandes atractivos del método es que, siendo un método numérico, apenas requiere armazón matemático, ya que el ensamblaje y resolución de las ecuaciones diferenciales se deja al software de resolución de circuitos.

Se podría decir que el MESIR aúna la riqueza analítica e intuitiva de la analogía térmico-eléctrica con la potencia de los métodos numéricos actuales, dando como resultado un método capaz de abordar sofisticados problemas de transmisión de calor (y otras disciplinas) en una forma relativamente simple. Uno de los grandes atractivos del método es que, siendo un método numérico, apenas requiere armazón matemático, ya que el ensamblaje y resolución de las ecuaciones diferenciales se deja al software de resolución de circuitos.

El MESIR, que utiliza la teoría de redes para modelar el proceso físico objeto de estudio, es un método de simulación en tanto que incluye la resolución numérica del modelo en red obtenido mediante la reticulación. Así, las variables flujos y fuerzas características del mismo deben satisfacer las leyes de Kirchhoff y sus relaciones determinarán los elementos de circuito correspondientes. Ahora bien, en cada proceso concreto y una vez elegidas las variables conjugadas, la información de *qué* elementos de circuito intervienen en el modelo en red y *cómo* se conectan entre sí, se obtiene del modelo matemático y no de consideraciones de tipo físico acerca del papel que juegan estas variables.

En síntesis, en la teoría de redes, la viabilidad de un modelo en red supone:

- 1) La existencia de una red independiente del tiempo.
- 2) La existencia de una magnitud $j_{N-N'}$ llamada flujo, asociada a cada rama que conecta los nudos $N-N'$ y que va de N a N' . $j_{N-N'}$ obedece las leyes de Kirchhoff para corrientes (LCK).



3) La existencia de una magnitud, ϕ , asociada a cada nudo, tal que la diferencia $X_{N-N'} = \phi_N - \phi_{N'}$, llamada fuerza, obedece la ley de los voltajes de Kirchhoff (LVK).

4.2. El programa PSpice

Una vez obtenido el modelo en red se procede a su análisis. Para ello se recurre a un software adecuado para la solución de circuitos eléctricos tal como PSpice. En el proceso de simulación el circuito se presenta al ordenador como un conjunto de ecuaciones matemáticas y éste, mediante procedimientos de análisis numérico, proporciona toda la información solicitada por el investigador para cada tipo de análisis. De esta forma se obtienen los datos correspondientes a medidas típicas de laboratorio con un margen de error despreciable y sin afectar al circuito; más aún, pueden alterarse las condiciones iniciales, de contorno, y las características térmicas del medio con sencillos cambios en el programa, y el análisis puede aportar datos sobre el comportamiento del circuito más allá de los límites que virtualmente se pueden obtener con medidas reales.

La simulación está estructurada en cinco subprogramas principales, que interaccionan entre ellos a través de una estructura de datos que es almacenada en un área común del programa. Estos subprogramas son: *entrada*, *organización*, *análisis*, *salida* y *utilidades*.

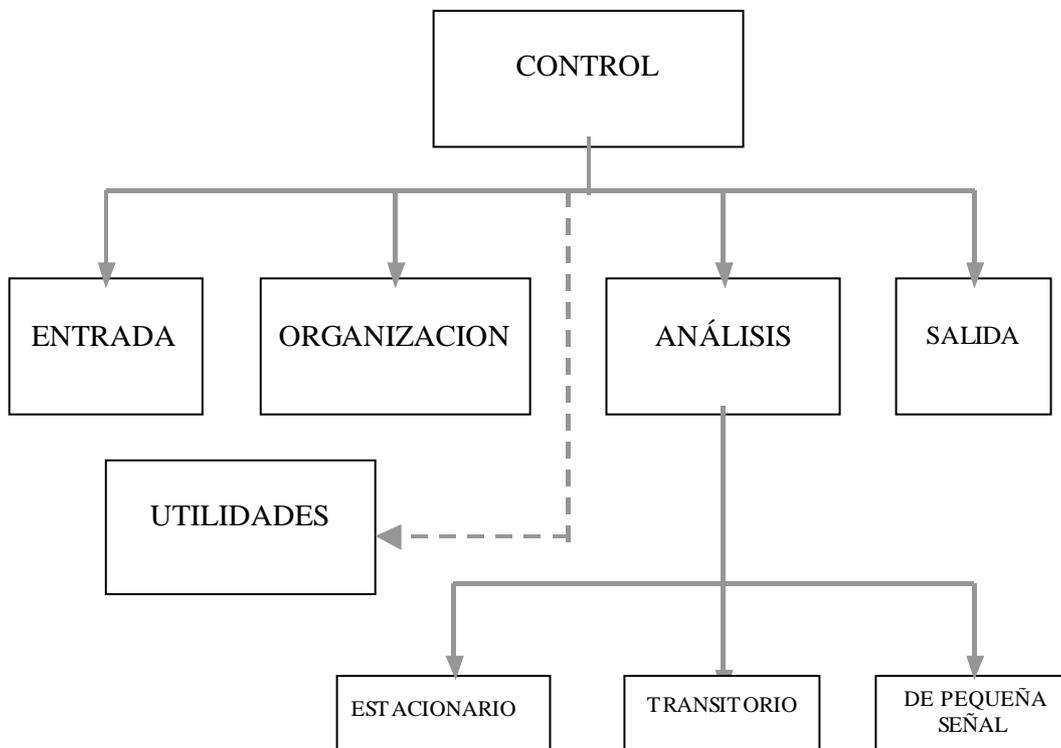


Figura 4.1



El *subprograma de entrada* lee el archivo de entrada, construye una estructura de datos y chequea el circuito. El de *organización*, una vez que el programa se ha ejecutado con éxito, construye las estructuras adicionales de datos que serán requeridas en el *programa de análisis*, parte esencial de la simulación. El *subprograma de salida* genera y organiza, en la memoria central o en discos, los resultados solicitados por el usuario en forma tabular o gráfica. Las *utilidades* son aspectos secundarios no relacionados directamente con la simulación; éstas permiten, por ejemplo, almacenar componentes o partes de modelos para ser compartidos por otros usuarios.

El *subprograma análisis* es la parte importante del programa de simulación. Ejecuta los análisis del circuito requeridos, de acuerdo con las indicaciones del archivo de entrada; la información resultante se almacena en la memoria central o en discos para su posterior procesamiento en los archivos de salida. Mientras que la facilidad de uso del programa reside en los subprogramas de entrada y salida, el programa de análisis, que contiene algoritmos más complejos y consume la fracción mayor del tiempo de computación, determina la eficiencia de la simulación.

PSpice es miembro de la familia de programas de simulación de circuitos Spice2; mucho más potente y rápido que sus predecesores, fue desarrollado en la Universidad de California en los años setenta y utiliza algoritmos numéricos más refinados con formatos de entrada-salida idénticos. El uso extendido de PSpice da fe de su capacidad para el tratamiento de una extensa variedad de problemas en simulación de circuitos, resolviendo: i) respuesta en corriente continua, ii) respuesta transitoria en el tiempo y análisis de Fourier en el dominio de la frecuencia, y iii) análisis de pequeña señal en corriente alterna y distorsión. Para nuestro estudio, utilizaremos la respuesta en corriente continua.

En el **análisis de continua** PSpice determina el punto de trabajo, es decir, los valores de polarización de sus componentes en ausencia de excitaciones alternas. Para este cálculo se elimina la acción de los condensadores y bobinas, los primeros quedan como circuitos abiertos y las bobinas se cortocircuitan.

4.3. La simulación del modelo en red

El software PSpice se programa en su forma clásica por sentencias, en un lenguaje relativamente simple. La sintaxis de entrada no requiere especiales disposiciones ordenadas de datos, su estilo puede catalogarse más bien como libre y dispone de una razonable fuente de datos que se adjudican por omisión a los componentes cuando éstos no se especifican en detalle. También realiza un buen número de chequeos para asegurar que el circuito ha sido introducido correctamente y el resto de las sentencias de programa están bien escritas, advirtiendo al programador de posibles errores mediante mensajes previos a la ejecución. En definitiva, un usuario principiante necesita especificar un número mínimo de parámetros y controles de simulación para extraer unos resultados de simulación aceptables.

El programa, por fin, se estructura como un listado que contiene todos los componentes eléctricos del circuito (existe la posibilidad de organizar el programa mediante subcircuitos), resistencias, condensadores, fuentes, interruptores, etc., que se



introducen uno por uno indicando el nombre, valor, nudos de conexión y otros parámetros característicos.

También admite la programación a través de una interfaz gráfica (aplicación *Schematics*), que construye y ejecuta los programas de análisis, aumentando rapidez de programación y la versatilidad del método en determinadas aplicaciones (p.e. varias dimensiones). La forma de circuito eléctrico del modelo en red es muy familiar e intuitiva para ingenieros y científicos, lo que es una inestimable ayuda en la programación de los distintos procesos estudiados.

En el proceso de simulación, se obtiene la solución numérica de la representación matemática del modelo en red. Esta contiene a) las ecuaciones matemáticas de los diferentes tipos de monopuertas, b) las ecuaciones correspondientes a las restricciones impuestas por las leyes de Kirchhoff, propias de la teoría de circuitos, que han de satisfacerse entre las ramas y nudos del circuito, y c) la información particular sobre la interconexión de los diferentes componentes eléctricos de cada modelo, dando lugar toda esta información a un extenso sistema de ecuaciones algebraico-diferenciales.

4.4. Modelo utilizado

Utilizaremos un modelo 2-D para el estudio, basado en la analogía eléctrica del calor. El modelo proporciona las temperaturas y flujos de calor en todos los puntos y secciones del conjunto.

4.4.1. Espín Cilíndrico

En la figura 1 se muestra el modelo del circuito eléctrico elemental, para una celda en el interior de la aleta.

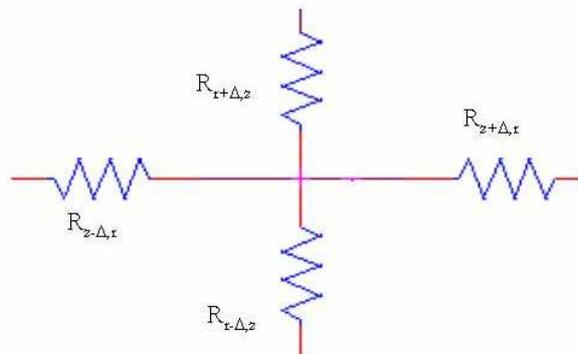


Figura 4.2

Para una celda en el exterior con la condición de contorno convectiva habría que añadir en el nudo en contacto con el exterior una resistencia convectiva y una pila que representase la temperatura del ambiente.

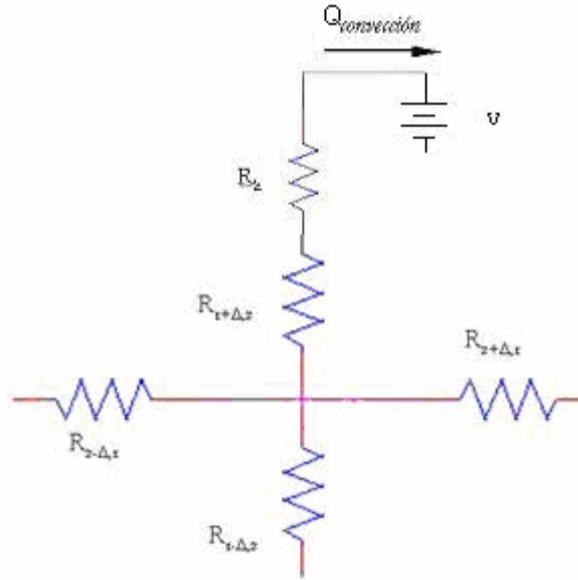


Figura 4.3

Aplicando un balance de calor entre dos capas de la aleta, una con un radio interior r_i y otra con un radio exterior $r_{i+\Delta r}$, para un elemento de espesor longitudinal Δz como el de la figura 3 y a partir de la ecuación de Fourier, tendremos que el valor de las resistencias que configuran los circuitos a estudiar. En el fichero .cir creado para el análisis del sistema se presentan las expresiones de los elementos.

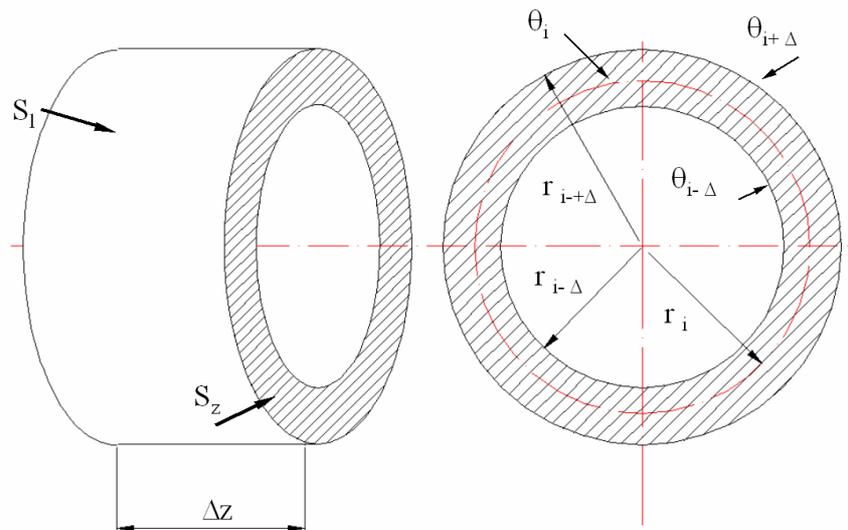


Figura 4.4



Fichero .cir

Elegimos el número de elementos en que dividimos la aleta a estudiar. Hacemos una división de 100 elementos en la dirección del eje longitudinal de la aleta y de 20 elementos en la dirección radial de la aleta.

```
* GEOMETRIA
.PARAM Ncax = 100
.PARAM Ncrad = 20
```

A continuación, presentamos los parámetros fundamentales para la simulación, además de la constante Pi que utilizaremos en el análisis

* PARÁMETROS FUNDAMENTALES

```
.PARAM R =
.PARAM hh =
.PARAM Vol =
.PARAM hce =
.PARAM hcf =
.PARAM k =
.PARAM L =
.PARAM z =
.PARAM PI = 3.1415922654
```

donde R es el radio de la aleta, hh es un valor de convección fijo en la base de la aleta, Vol es el volumen de la aleta por metro de profundidad (m^3/m), hce es el coeficiente convectivo en el extremo de la aleta, hcf es el coeficiente convectivo en la superficie superior de la aleta, k la conductividad térmica, L la longitud de la aleta, y z es la relación L / l^* .

En la siguiente instrucción indicamos el análisis que vamos a realizar, en modo continuo e indicando el parámetro que queremos que varíe durante la simulación, el valor inicial de dicho parámetro, el valor final de mismo y el paso de variación.

```
.DC PARAM z 0.76 0.785 0.0001
```

Ahora definimos las características de la celda unitaria que vamos a ir ensamblando para conseguir el conjunto de la aleta total.

**GEOMETRÍA ALETA

```
.PARAM dax = {L/Ncax}
.PARAM dra1 = {R/Ncrad}
```

Definimos los radios de cada uno de los subcircuitos que utilizamos

```
.PARAM R0 = {dra1/2}
.PARAM R1 = {(3/2)*dra1}
.PARAM R2 = {(5/2)*dra1}
.
.
```



Definimos las resistencias de cada uno de los subcircuitos, comenzando por las resistencias axiales, las cuales se corresponden en el esquema de la celda unitaria con

$$R_{z-\Delta,r} = R_{z+\Delta,r}$$

```
.PARAM      Rax_id0 = {(dax/2)/(k*PI*((dra1)^2-(dra1/10)^2))}
.PARAM      Rax_id1 = {(dax/2)/(k*PI*((R1+dra1/2)^2-(R1-dra1/2)^2))}
.PARAM      Rax_id2 = {(dax/2)/(k*PI*((R2+dra1/2)^2-(R2-dra1/2)^2))}
.
.
.
```

A continuación definimos las resistencias radiales superiores $R_{z,r+\Delta}$

```
.PARAM      Rrad_sup0 = {(dra1/2)/(k*PI*2*dax*(dra1/2+(dra1/4)))}
.PARAM      Rrad_sup1 = {(dra1/2)/(k*2*PI*dax*(R1+dra1/4))}
.PARAM      Rrad_sup2 = {(dra1/2)/(k*2*PI*dax*(R2+dra1/4))}
.
.
.
```

y por último, las resistencias radiales inferiores $R_{z,r-\Delta}$

```
.PARAM      Rrad_inf0      {(4*dra1/10)/(k*PI*2*dax*(dra1/10+(4/10)*(dra1/2)))}
.PARAM      Rrad_inf1      {(dra1/2)/(k*2*PI*dax*(R1-dra1/4))}
.PARAM      Rrad_inf2      {(dra1/2)/(k*2*PI*dax*(R2-dra1/4))}
.PARAM      Rrad_inf3      {(dra1/2)/(k*2*PI*dax*(R3-dra1/4))}
```

El siguiente paso será la definición de los 20+1 subcircuitos, presentando primero los coeficientes de masa y calor específico, definiendo después los coeficientes de transferencia de calor en función de los parámetros fundamentales del sistema y por último presentando el circuito ensamblado.

Los coeficientes de masa y calor específico se introducen como

```
.PARAM Ce = 300
.PARAM rho = 5000
```

Los coeficientes de transferencia de calor en función de los parámetros fundamentales se expresan

```
.PARAM      C00      =      {(rho*Ce*dax)*(PI*((dra1/10)^2))}
.PARAM      C0       =      {(rho*Ce*dax)*(PI*((dra1)^2-(dra1/10)^2))}
.PARAM      C1       =      {(rho*Ce*dax)*(PI*((R1+dra1/2)^2-(R1-dra1/2)^2))}
.PARAM      C2       =      {(rho*Ce*dax)*(PI*((R2+dra1/2)^2-(R2-dra1/2)^2))}
.
.
.
```

y los valores de la diferencia de temperaturas necesarias para el análisis aparecen como

```
.PARAM Tpared = 1
.PARAM Tpamb   = 0
```



```
.PARAM Taambc = 0
.PARAM Taambfr = 0
.PARAM Tcdc0 = 0
.PARAM Tcdcambc0 = 0
.PARAM Tcdcambfr0 = 0
```

Definimos ahora los 21 tipos de subestructuras presentes en el circuito, siendo todas ellas estructuras similares en su definición.

```
.SUBCKT EC_celda01 1 2 3 4 301
RIZQ_0      1  5  {Rax_id0 }
RDER_0      2  5  {Rax_id0 }
RSUP_0      3  5  {Rrad_sup0}
RINF_0      4  5  {Rrad_inf0}
C_P         301 5  {C0} ic=0
.ENDS
```

se indica en la primera fila el nombre de la subestructura, los nudos que aparecen en ella, y en las siguientes filas aparece la relación existente entre estos nudos. En este caso, el nudo 1 estará conectado al nudo cinco mediante una resistencia RIZQ_0 de valor Rax_id0, el nudo 2 al 5 mediante RDER_0 con valor Rax_id0, el nudo 3 al 5 con RSUP_0 con valor {Rrad_sup0}, y el nudo 4 al 5 mediante RINF_0 con valor {Rrad_inf0}, mientras que el nudo 301 estará conectado con 5 mediante C0. El resto de subestructuras definen los restantes 20 subcircuitos presentes, y funcionan de igual modo.

Una vez definidas la subestructuras, definimos todos los circuitos para la aleta a estudiar, introduciendo los nudos que formarán cada celda unitaria e indicando que se el tipo de celda que forman entre si.

Xcld_001	narc100	0	EC_celda00
Xcld_002	narc200	0	EC_celda00
Xcld_003	narc300	0	EC_celda00
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

Después, definimos las resistencias existentes en la unión de la base de la aleta con la pared y en el comienzo de la aleta.

Rbcvint0	naxf0001	nRbcvint0	{1/(hh*PI*((dra1)^2-(dra1/10)^2))}
Rbcvint1	naxf1001	nRbcvint1	{1/(hh*PI*((R1+dra1/2)^2-(R1-dra1/2)^2))}
Rbcvint2	naxf2001	nRbcvint2	{1/(hh*PI*((R2+dra1/2)^2-(R2-dra1/2)^2))}
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

Por la analogía existente entre tensión y temperatura, definimos las tensiones existentes en la base de la aleta

Vp0	nRbcvint0	nVp1	{Tpared}
Vp1	nRbcvint1	nVp1	{Tpared}



```
Vp2      nRbcvint2      nVp1      {Tpared}
.
.
.
```

Una vez definida la zona de la base, pasamos a estudiar la superficie lateral, en contacto con el ambiente.

```
Raambs1      narc120      naamb1      {(1)/(hcf*2*PI*dax*(R))}
Raambs2      narc220      naamb2      {(1)/(hcf*2*PI*dax*(R))}
Raambs3      narc320      naamb3      {(1)/(hcf*2*PI*dax*(R))}
.
.
.
Vaambs1      naamb1 nVaambs1      {Taambs}
Vaambs2      naamb2 nVaambs1      {Taambs}
Vaambs3      naamb3 nVaambs1      {Taambs}
.
.
.
```

Para el extremo, como el coeficiente de convección es distinto, actuamos de forma similar a la de la superficie superior, pero con los siguientes valores

```
Raambfr0      naxf0101      naambfr0      {1/(hce*PI*((dra1)^2-(dra1/10)^2))}
Raambfr1      naxf1101      naambfr1      {1/(hce*PI*((R1+dra1/2)^2-(R1-dra1/2)^2))}
Raambfr2      naxf2101      naambfr2      {1/(hce*PI*((R2+dra1/2)^2-(R2-dra1/2)^2))}
.
.
.
Vaambfr0      naambfr0      nVambfr1      {Taambfr}
Vaambfr1      naambfr1      nVambfr1      {Taambfr}
Vaambfr2      naambfr2      nVambfr1      {Taambfr}
.
.
.
```

Por último, definimos las fuentes principales del circuito y cerramos la definición del circuito.

```
*** condiciones de cierre
Vcdcp1 nVp1 0 {Tcdc0}
Vcdcamb0 nVaambs1 0 {Tcdcamb0}
Vcdcambfr0 nVambfr1 0 {Tcdcambfr0}
```

```
.OPTIONS NUMDGT 8
.OPTIONS RELTOL 0.0000001
.PROBE
.END
```



4.4.2. Aleta recta rectangular

Al igual que en el caso de espín cilíndrico, presentamos el modelo del circuito eléctrico elemental, para una celda en el interior de la aleta.

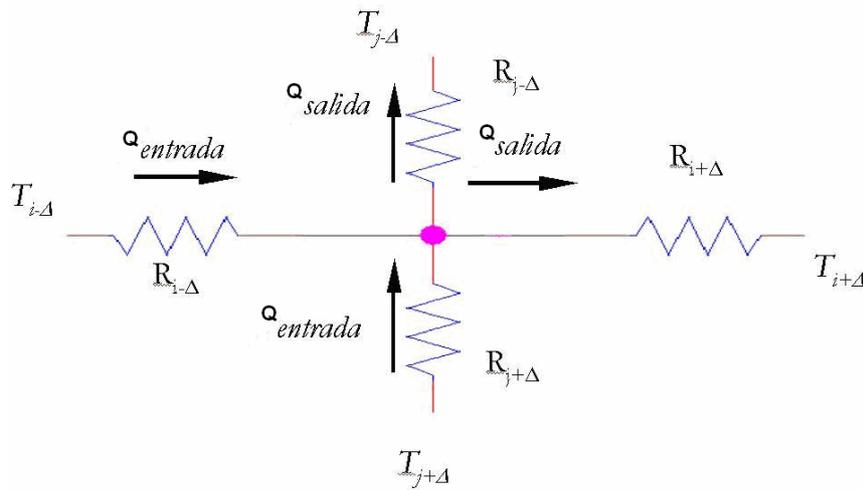


Figura 4.5

Para una celda en el exterior con la condición de contorno convectiva

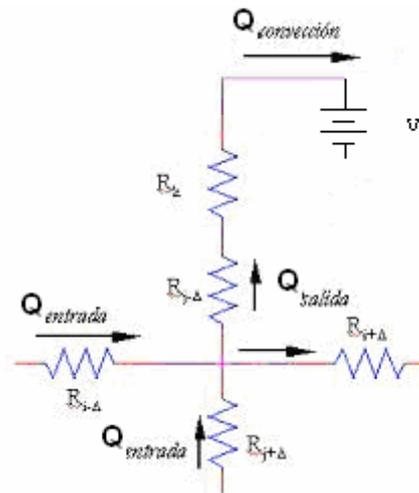


Figura 4.6

En el archivo .cir creado se presentan las expresiones de los elementos, deducidas de la ecuación de Fourier.



Fichero .cir

Dividimos la aleta en 100 unidades longitudinalmente y 20 unidades transversalmente

```
* GEOMETRIA
.PARAM Ncax = 100
.PARAM Ncay = 20
```

A continuación, presentamos los parámetros fundamentales para la simulación

```
* PARÁMETROS FUNDAMENTALES
.PARAM e =
.PARAM hh =
.PARAM Vol =

.PARAM hce =
.PARAM hcf =
.PARAM k =
.PARAM L =
.PARAM z =
```

donde e es el semiespesor de la aleta, hh es un valor de convección fijo en la base de la aleta, Vol es el volumen de la aleta, hce es el coeficiente convectivo en el extremo de la aleta, hcf es el coeficiente convectivo en la superficie superior de la aleta, k la conductividad térmica, L la longitud de la aleta, y z es la relación L/l^* .

Y en el siguiente paso, introducimos el análisis que queremos realizar en modo continuo, indicando el parámetro que queremos que varíe durante la simulación, el valor inicial de dicho parámetro, el valor final del mismo y el paso de variación.

```
.DC PARAM z 0.94 0.946 0.0001
```

Introducimos la celda unitaria que vamos a ir ensamblando para conseguir el conjunto de la aleta total

```
* GEOMETRÍA ALETA
.PARAM La = {l}
.PARAM ea = {e}
.PARAM dxa = {La/Ncax}
.PARAM dya = {ea/Ncay}
```

Los valores de los coeficientes de masa y calor específico

```
.PARAM Ce = 300
.PARAM rho = 5000
```



A continuación, definimos los coeficientes de transferencia de calor que simulan el caso de estudio, que vienen expresados en función de la geometría de la aleta y de los coeficientes anteriores en la forma:

```
.PARAM C2= {rho*Ce*dxa*dya}
.PARAM rx2 = {dxa/(2*k*dya)}
.PARAM ry2 = {dya/(2*k*dxa)}
.PARAM rcvp = {1/(dya*hh)}
.PARAM rcvpa = {1/(dya*hh)}
.PARAM Tpared = 1
```

siendo rx2 el valor de $R_{i-\Delta} = R_{i+\Delta}$ y ry2 el valor de $R_{j-\Delta} = R_{j+\Delta}$ de la celda unitaria interior. Los valores rcyp y rcvpa corresponden a los valores de las resistencias de unión entre los elementos de las distintas celdas unitarias.

```
.PARAM raams = {1/(dxa*hcf)}
.PARAM Taams = 0
.PARAM raambfr = {1/(dya*hce)}
.PARAM Taambfr = 0
.PARAM Tcdc0 = 0
.PARAM Tcdcamb0 = 0
.PARAM Tcdcamb0 = 0
.PARAM Tcdcambfr0 = 0
```

Este grupo corresponde a las condiciones ambientales, siendo raams la resistencia convectiva con la superficie lateral de la aleta y raambfr la resistencia convectiva en los nudos pertenecientes al extremo de la aleta.

El siguiente paso es definir cada uno de los subcircuitos que ensamblamos para estudiar la aleta.

```
.SUBCKT ALETA_1 1 2 3 4 12
RIZQ_A 1 5 {rx2}
RDER_A 2 5 {rx2}
RSUP_A 3 5 {ry2}
RINF_A 4 5 {ry2}
C_A 12 5 {C2} ic=0
.ENDS
```

En esta definición se indica que la subestructura aleta estará formada por los nudos 1, 2, 3, 4, y 12, y se indica la forma en que se unen: 1 con 5 con resistencia rx2, 2 con 5 con resistencia intermedia rx2, 3 con 5 con resistencia intermedia ry2, 4 con 5 con resistencia intermedia ry2. Además, vemos la presencia de un condensador a tierra, pero en nuestro caso(estacionario), este condensador se comporta como un circuito abierto.

Una vez definida la subestructura aleta, definimos todos los circuitos para la aleta a estudiar, introduciendo los nudos que formarán cada celda unitaria e indicando que se trata de celdas tipo aleta_1.

Xa101	naf101	naf102	nac101	nac102	0	ALETA_1
Xa102	naf102	naf103	nac201	nac202	0	ALETA_1
Xa103	naf103	naf104	nac301	nac302	0	ALETA_1



• • • • •
 • • • • •
 • • • • •

Después, definimos las resistencias existentes en la unión de la base de la aleta con la pared y en el comienzo de la aleta.

Radbz2_1	nac1021 0	1.00E+10	
Radbz2_2	nac2021 0	1.00E+10	
Radbz2_3	nac3021 0	1.00E+10	
•	•	•	•
•	•	•	•
•	•	•	•
Rpcv1	naf101	npcvf101	{rcvp}
Rpcv2	naf201	npcvf201	{rcvp}
Rpcv3	naf301	npcvf301	{rcvp}
Rpcv4	naf401	npcvf401	{rcvp}
Rpcv5	naf501	npcvf501	{rcvp}
•	•	•	•
•	•	•	•
•	•	•	•

Por la analogía existente entre tensión y temperatura, definimos las tensiones existentes en la base de la aleta

Vp1	npcvf101	nVp1	{Tpared}
Vp2	npcvf201	nVp1	{Tpared}
Vp3	npcvf301	nVp1	{Tpared}
Vp4	npcvf401	nVp1	{Tpared}

El siguiente paso es definir las relaciones en con el ambiente en la superficie superior de la aleta

Raams1	nac101	naamb1	{raams}
Raams2	nac201	naamb2	{raams}
Raams3	nac301	naamb3	{raams}
•	•	•	•
•	•	•	•
•	•	•	•
Vaams1	naamb1	nVaams1	{Taams}
Vaams2	naamb2	nVaams1	{Taams}
Vaams3	naamb3	nVaams1	{Taams}
•	•	•	•
•	•	•	•
•	•	•	•

Para el extremo, como el coeficiente de convección es distinto, actuamos de forma similar a la de la superficie superior, pero con los siguientes valores

Raambfr1	naf1101	naambfr1	{raambfr}
Raambfr2	naf2101	naambfr2	{raambfr}
Raambfr3	naf3101	naambfr3	{raambfr}
•	•	•	•



```
·           ·           ·           ·  
·           ·           ·           ·  
Vaambfr1   naambfr1   nVambfr1   {Taambfr}  
Vaambfr2   naambfr2   nVambfr1   {Taambfr}  
Vaambfr3   naambfr3   nVambfr1   {Taambfr}  
·           ·           ·           ·  
·           ·           ·           ·  
·           ·           ·           ·
```

Por último, al igual que en caso de espín cilíndrico, establecemos las condiciones de cierre, definiendo las fuentes principales del circuito e indicando el fin del fichero.

```
Vdcpl      nVp1      0      {Tcdc0}  
Vdcamb01   nVpamb1   0      {Tdcamb0}  
Vdcambs0   nVaams1   0      {Tdcambs0}  
Vdcambfr0  nVambfr1  0      {Tdcambfr0}
```

```
.OPTIONS NUMDGT 8  
.OPTIONS RELTOL 0.0000001  
.PROBE  
.END
```