



industriales  
etsii

Escuela Técnica  
Superior  
de Ingeniería  
Industrial

# UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial

## Metodología para la programación de trayectorias en el mecanizado de superficies libres con máquinas- herramientas CNC de 5 ejes

TRABAJO FIN DE GRADO

GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES

**Autor:** EL HOUCINE BOUNAJI  
**Director:** Dr. MANUEL ESTERMS  
**Codirector:** D. JAVIER CASTELLOTE  
MARTÍNEZ

Cartagena, 02 de abril de 2019



Universidad  
Politécnica  
de Cartagena

## Índice

1. Introducción.....	1
Capítulo 1 : Estado del arte	
1. Centros de Fresado Multi-Eje .....	3
1.1    Centros de Fresado de 5 ejes.....	3
1. Tecnología actual en centros de mecanizado.....	5
2.2    CAD/CAM.....	6
2.2.1    CAD.....	6
2.2.2    CAM.....	6
2.3    Control numérico .....	7
Algunos programas CAD/CAM. ....	8
Capítulo 2: Metodología y aplicación	
3 Modelo matemático .....	9
3.1    Definición de una curva .....	9
3.2    Representación paramétrica de una superficie.....	10
3.3    El triedro de Darboux.....	10
3.4    Orientación de la herramienta.....	11
3.5    Cinemática inversa.....	13
Capítulo 3: Simulación, análisis y discusión de resultados	
4 Programación de trayectorias para el mecanizado de un rodete de una bomba o turbina axial. ....	16
4.1    Definición geométrica de un rodete .....	16
4.2    Corrección de Interferencias .....	19
5 Simulación y discusión de resultados .....	23
6 Bibliografía.....	26

## 1. Introducción

En el ámbito industrial actual los clientes cada vez exigen mejores características de los productos para hacer frente a complejas condiciones de trabajo y así alargar la vida útil de un componente o de una máquina en general. Por su parte, las empresas también buscan mejorar la calidad de sus productos, ya sea en estética, precisión o cualquier otra característica que haga que su producto sea destacable. Todas estas mejoras se deben alcanzar con tecnologías innovadoras y bajo un coste mínimo.

En casi todos los sistemas mecánicos existen eslabones que, para realizar una función concreta, deben tener una geometría concreta, que en muchos casos son difíciles de reproducir debido a la complejidad de su geometría. Existen muchos procesos para la fabricación de dichos componentes como el proceso de moldeo, fabricación por adición o mecanizado, entre otros. Cada proceso de estos tiene una serie de ventajas y desventajas frente al resto de los procesos.

Debido a las ventajas que representa el proceso de mecanizado, en este proyecto se va a analizar la tecnología de fresado multi-eje, nombre debido a la introducción de ejes auxiliares además de los tres ejes convencionales. Esta tecnología permite el mecanizado de superficies, que con una fresadora convencional son imposibles de fresar. El número de ejes en una fresadora multieje puede variar de 4 a 9 ejes, normalmente. En este trabajo se hará especial hincapié en los centros de mecanizado de 5 ejes.

Además del alto coste que supone la adquisición de una fresadora con tales características, hay que añadir el coste de programas de diseño y fabricación (CAD y CAM) para la generación del código G que lleva las instrucciones que controlan el movimiento para mecanizar la pieza deseada. Por ejemplo, el coste de la adquisición de licencia de SolidCAM puede oscilar entre 5000 y 15000 euros.

Por lo tanto, no hay otro motivo más conveniente que el brutal coste económico que puede suponer uno de estos programas para la búsqueda de otras metodologías que permitan la obtención del código de control numérico con el menor coste posible. Basándose en los conocimientos adquiridos durante la carrera en geometría diferencial, la cinemática inversa y con el uso de la herramienta de software habituales se va a desarrollar una metodología que nos permita obtener la posición de la herramienta  $(x,y,z)$  y de los giros de los dos ejes auxiliares  $(A,B)$ .

## **Estructura del proyecto**

### *Capítulo 1: Estado del arte*

Al principio de este proyecto se va a comentar la tecnología de mecanizado multieje, con especial enfoque en la tecnología de mecanizado con 5 ejes. También se comentarán las tecnologías CAD y CAM junto al control numérico.

### *Capítulo 2: Metodología y aplicación*

En el segundo capítulo se analizará el modelo matemático y se procederá a realizar una aplicación de dicho modelo para definir las trayectorias de mecanizado para un alabe de un rodete.

### *Capítulo 3: Simulación, análisis y discusión de resultados*

Se analizan los resultados obtenidos con la metodología usada en el proyecto mediante la simulación del proceso. También se expondrán las conclusiones del autor del proyecto con respecto a las posibles mejoras futuras sobre dicha metodología.

Finalmente se adjuntarán *los anexos*.

# **Capítulo 1: Estado del arte**

## 1. Centros de Fresado Multieje

Cuando se habla del mecanizado de piezas hay una tendencia a pensar de inmediato en el mecanizado tradicional en 3 ejes (radial, axial y tangencial), sea en máquinas herramientas convencionales como en máquinas herramientas de control numérico (CNC). A partir de ahí surge el concepto de mecanizado multieje, proceso de mecanizado donde estas herramientas controladas por una computadora de control numérico se mueven con 4 o más grados de libertad.

Los grados de libertad adicionales se consiguen con movimientos angulares, sobre los 3 ejes ortogonales, de la cama-soporte o del cabezal del husillo o combinando el giro de ambos componentes. EL número de grados de libertad puede variar de 4 a 12, pero normalmente un centro de mecanizado de *cinco ejes* es suficiente para mecanizar piezas complejas con superficies curvas.

### 1.1 Centros de Fresado de 5 ejes

En términos simples, el mecanizado de 5 ejes implica el movimiento de la pieza o/y la herramienta a lo largo de cinco ejes simultáneamente. Estos 5 ejes se traducen en 5 grados de libertad que se pueden distinguir en 3 traslaciones a lo largo de 3 ejes ortogonales *X*, *Y* y *Z* (fresadoras convencionales de 3 ejes), más 2 rotaciones adicionales sobre dos de los 3 ejes principales. Estos giros adicionales permiten a la herramienta de corte mecanizar secciones opuestas de la pieza de trabajo sin la intervención del operario en la reorientación de la pieza como pasaría en el caso de una fresadora de únicamente 3 ejes.

#### *Configuraciones*

Dependiendo de la localización de los dos ejes rotatorios, podemos tener una configuración u otra. Sabiendo que, en un centro de mecanizado estos dos ejes se pueden posicionar en la herramienta y/o en el soporte de la pieza o ambos en el mismo componente, pueden llegar a existir gran variedad de combinación de ejes y movimientos, las cuales se abarcan en tres grupos principales.

- Soporte-Soporte
- Soporte-Cabezal
- Cabezal-Cabezal

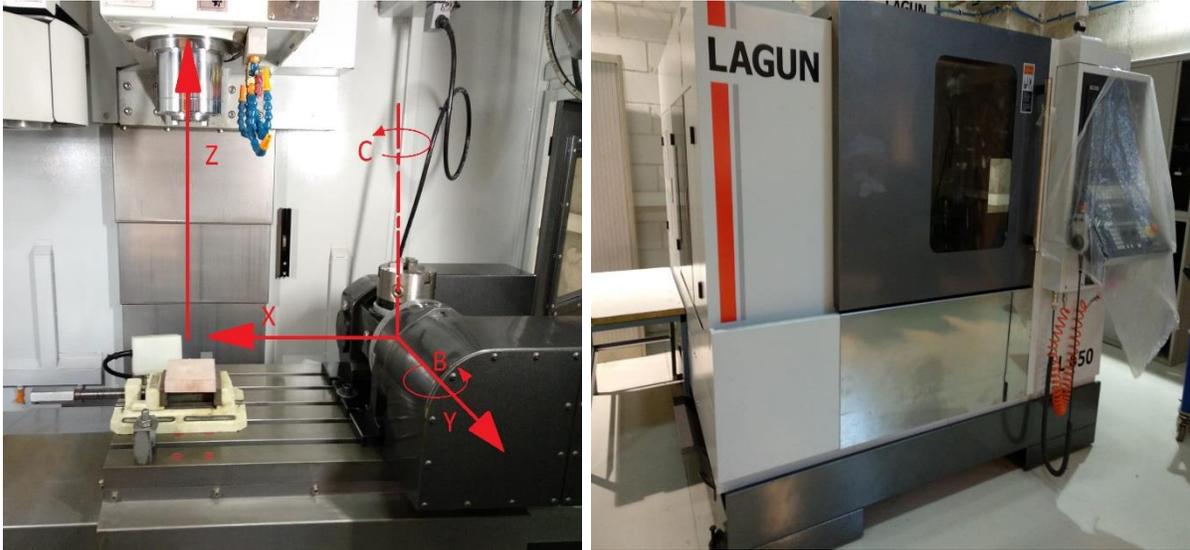


Figura 1: Centro de fresado 5 ejes del departamento de ingeniería Mecánica, Materiales y Fabricación.  
Fuente: Elaboración propia.

En la figura 1 se muestra el equipo de fresado del Departamento de Ingeniería Mecánica, Materiales y Fabricación. Esta fresadora tiene una configuración Soporte-Soporte. Los dos ejes adicionales B y C están acoplados al soporte de la pieza en los ejes Z e Y, respectivamente. Por otro lado, los desplazamientos en X e Y los realiza el propio soporte, mientras que el cabezal solo se puede mover verticalmente.

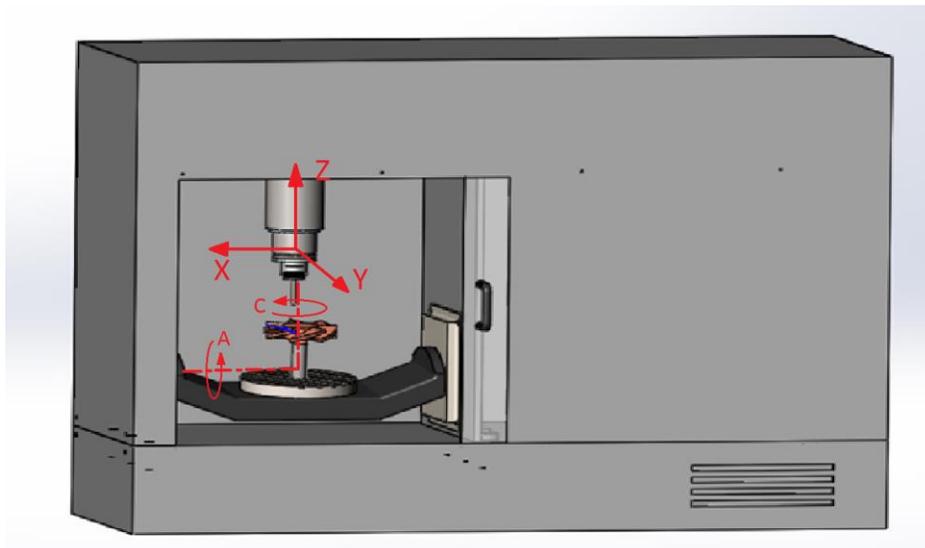


Figura 2: Configuración centro de fresado utilizado en el proyecto.  
Fuente: Elaboración propia.

La configuración utilizada en este proyecto es muy parecida a la anterior, con la diferencia de que los tres desplazamientos los realiza la herramienta en vez del soporte. Esta es una configuración típica en la industria, y los equipos que llevan esta configuración son de mejor precisión.

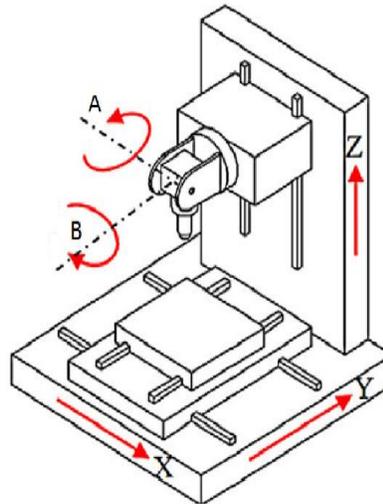


Figura 3: Ejemplo de configuración Cabezal-Cabezal.

Fuente: 1.

## 1. Tecnología actual en centros de mecanizado

Con el objetivo de reducir los tiempos muertos de cambio de herramientas, la dependencia en el operador, el coste y los errores que este supone, y la mejora del acabado superficial de las piezas se han desarrollado, paralelamente al fresado multe eje, nuevas tecnologías como los sistemas CAD y CAM y el control numérico. Tres técnicas imprescindibles para el diseño, análisis y automatismo de los procesos de fabricación.

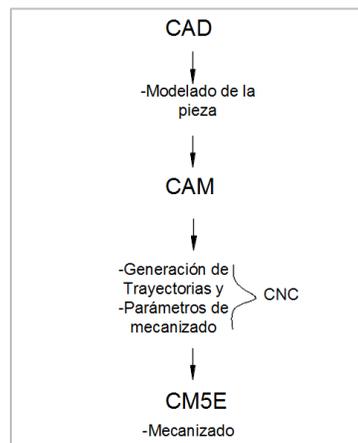


Figura 4: Proceso de mecanizado actual.

Fuente: Elaboración propia.

## **2.2 CAD/CAM**

La programación de una máquina-herramienta para la fabricación de una pieza concreta se puede realizar de forma manual, por el operario, o a través de programas informáticos que, de manera automática, generan el código necesario para llevar a cabo la operación. Estos programas informáticos han revolucionado el sector del diseño y la fabricación en general, y se han convertido en un elemento esencial para la supervivencia de las empresas en un mercado cada vez más competitivo.

### **2.2.1 CAD**

CAD es el acrónimo de Anexo 4 (en inglés, Computer-Aided Design), y se puede explicar cómo una disciplina que abarca el uso de un amplio rango de herramientas computacionales en Ingeniería y Arquitectura. Estas herramientas se utilizan en el análisis y la representación gráfica, ya sea en 2 o 3 dimensiones, de una simple pieza o de un proyecto más complejo.

El término CAD fue introducido por el Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT) a principios de la década de los sesenta cuando este instituto desarrolló la primera pantalla gráfica capaz de representar dibujos simples de forma no interactiva.

El éxito en la utilización de sistemas informático CAD radica en la reducción del tiempo de exploración, así como permitir modificar el modelo y observar en tiempo real los cambios producidos. Además, algunas herramientas incluyen cálculos de masas, análisis por elementos finitos, análisis de tolerancias, modelado de mecanismos etc.

### **2.2.2 CAM**

La fabricación Asistida por Computadora (en inglés, Computer-Aided Manufacturing, CAM) se refiere al uso de aplicaciones de software de control numérico (NC) para generar instrucciones de control de una pieza modelada en CAD.

Cuando se completa un diseño en CAD se puede cargar en CAM. Esto se hace tradicionalmente exportando un archivo CAD y luego importándolo al software CAM. Existen herramientas que incluyen tanto sistemas CAD como CAM, y por tanto no es necesario un intercambio de información intermedio.

El software CAM prepara un modelo para el mecanizado mediante varias acciones, que incluyen:

- Verificar si el modelo tiene errores de geometría que afectarán el proceso de fabricación.
- Crear trayectorias para el modelo, que es un conjunto de coordenadas que la máquina seguirá durante el proceso de mecanizado.
- Configuración de los parámetros de la máquina necesarios, incluida la velocidad de corte, fluido de corte, la altura de corte / perforación, etc.

- Configuración de anidación donde el sistema CAM decidirá la mejor orientación para una pieza para maximizar la eficiencia del mecanizado.

### **2.3 Control numérico**

Control numérico es una tecnología utilizada en la fabricación de piezas mediante el control y dirección de dispositivos mecánicos. Los movimientos de estos dispositivos se producen de forma totalmente automática a partir de una información simbólica que es ejecutada por una computadora en tiempo real.

La técnica CNC es una forma particular de los sistemas de control donde la posición es la variable principal. Tanto la posición como otros parámetros secundarios son referidos a un sistema de coordenadas, denominado origen de máquina.

La aplicación de esta técnica se utiliza a menudo en torneado, taladrado y el fresado, entre otros procesos de fabricación que no son estrictamente mecánicos como la fabricación por adición o el mecanizado por láser. En general es la técnica más utilizada en la industria debido a las inmensas ventajas que ofrece.

El término CNC se refiere al Control Numérico por Computadora (en inglés, Computer Numerical Control) a cualquier técnica capaz de reproducir unas órdenes, previamente diseñadas, a través de un lenguaje alfanumérico. Curiosamente, el inicio de esta técnica tuvo lugar al comienzo de la segunda mitad del siglo XX cuando se desarrolló la primera máquina basada en el control numérico por la MIT, construida con bulbos, códigos binarios y tarjetas perforadas de latón. Como muchas tecnologías fue impulsada por los intereses militares (especialmente fuerzas aéreas) que la utilizaron para fabricar moldes o piezas ya acabas.

La evolución de esta tecnología está muy ligada a la evolución de las computadoras. Por tanto, el uso de tarjetas perforadas y válvulas de vacío se quedó atrás por la introducción de los transistores. Pero fue en la década de los 70 cuando los microprocesadores revolucionaron el mundo de los procesos de control, permitiendo el automatismo de los procesos de fabricación.

#### *Fundamentos del lenguaje G*

El código *G*: son funciones *Generales* en el lenguaje de programación de control numérico y se utilizan para posicionar los elementos móviles de una máquina-herramienta, a diferencia de los códigos *M* que administran la máquina (*M*, viene de *Misceláneas*). Mientras que la letra *T* (*Tool*) es asignada para instrucciones relacionadas con las herramientas. El lenguaje de programación de Control Numérico a veces se denomina informalmente código *G*. Pero en realidad, los códigos *G* son solo una parte del lenguaje de programación que controla la máquinas-herramienta. El término control numérico se empezó a usar en el Laboratorio de Servomecanismos del MIT, y varias versiones del lenguaje numérico fueron desarrolladas de forma independiente por fabricantes de máquinas-herramientas.

Problemas de adaptabilidad con las interfaces de usuario y el tiempo que suponía al operario el manejo de un lenguaje u otro, supusieron la estandarización de estos lenguajes por órganos nacionales e internacionales. La principal versión estandarizada utilizada en los Estados Unidos fue establecida por Electronic Industries Alliance a principios de los años sesenta. Una revisión final fue aprobada en febrero de 1980 como RS274D. Mientras que en Europa, a menudo se usa la norma ISO-DIN 66025/66024.

### *Estructura del Programa*

Un programa escrito con un lenguaje numérico se compone de una serie de instrucciones debidamente ordenadas en bloques. Cada uno de estas instrucciones es una orden de control. Los bloques pueden ser numerados y, en caso de no ser lo, se ejecutarán en el orden en que fueron escritas.

### **Algunos programas CAD/CAM.**

<b>CAD</b>	<b>CAM</b>	<b>CAD/CAM</b>	<b>Empresa</b>
3D Studio Max	PowerMILL	Fusion 360	Autodesk
Autodesk AutoCAD	FeatureCAM		
Autodesk Inventor	Autodesk HSM		
Solidworks	Catia	Solidworks CAM	Dassault Systèmes, S.A.
Solid Edge	Siemenes Ugs NX		Siemens
		VisualCAM	Mecsoft

*Tabla 1 : Prgramas CAD-CAM.*

*Fuente: Elaboración propia.*

Cada uno de estos programas tiene sus ventajas y desventajas respecto al resto de programas en cuanto a la flexibilidad, eficiencia y facilidad de manejo. Algunos de estos programas son híbridos (CAD y CAM) por lo que una modificación en el modelado se refleja en los parámetros de mecanizado en cuestión de segundos. En general, cada empresa apuesta por unas características que le destaquen de la competición como la reducción de tiempos de mecanizado, calidad superficial de mecanizado, desgaste uniforme de la herramienta de corte, variedad en herramientas y/o fresado multieje, entre otras características. Por tanto, una elección eficiente y económica del programa depende de las prioridades del usuario.

## **Capítulo 2: Metodología y aplicación**

### 3 Modelo matemático

#### 3.1 Definición de una curva

Las curvas en el espacio representan intuitivamente las trayectorias de un punto en movimiento.

Así por ejemplo, las trayectorias de un planeta en el espacio, de un barco en el mar, de un proyectil en el aire, nos sugieren la idea de curva. Por tanto considerando el volumen de contacto de una herramienta de corte con la superficie a cortar como un punto, podemos describir el movimiento de la herramienta sobre dicha superficie como una trayectoria.

La definición de una curva, desde un punto de vista analítico, en coordenadas cartesianas.

Considerando en  $\mathbb{R}^3$  la referencia afín  $\{O; \hat{i}, \hat{j}, \hat{k}\}$ .

Una curva  $\mathcal{T}$  es una aplicación  $\bar{R}: I \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ , es decir,  $\bar{R}(\lambda) = (x(\lambda), y(\lambda), z(\lambda))$ .

Donde  $\lambda$  es el parámetro que recorre la curva.

Usualmente  $I$  es un intervalo de longitud finita o infinita.

La expresión  $\bar{R}(\lambda) = x(\lambda)\hat{i} + y(\lambda)\hat{j} + z(\lambda)\hat{k}$  recibe el nombre de **expresión cartesiana vectorial de la curva**.

Si se descompone la expresión cartesiana vectorial en sus funciones componentes se obtienen las **ecuaciones paramétricas cartesianas** de la curva. Estas serán  $x = x(\lambda)$ ,  $y = y(\lambda)$ ,  $z = z(\lambda)$  para  $\lambda \in I$ .

**Unas ecuaciones cartesianas explícitas** son aquellas en las cuales el parámetro es una de las variables  $x$ ,  $y$  ó  $z$ .

Estas ecuaciones serán:

$$x = x, \quad y = y(x), \quad z = z(x) \text{ ó}$$

$$x = x(y), \quad y = y, \quad z = z(y) \text{ ó}$$

$$x = x(z), \quad y = y(z), \quad z = z$$

Otra forma de definir una curva, bajo las hipótesis de aplicación del teorema de las funciones implícitas, es:

$$\text{implícitas, es: } \begin{cases} F(x, y, z) = 0 \\ G(x, y, z) = 0 \end{cases}$$

Estas ecuaciones, denominadas ecuaciones cartesianas implícitas de la curva, son la descripción analítica de dos superficies, que al intersectar dan lugar una curva.

### 3.2 Representación paramétrica de una superficie

*Definición:* Se dice que un conjunto  $\mathbf{S} \subset \mathbb{R}^3$  es una *superficie parametrizada* si existe un dominio  $D \subseteq \mathbb{R}^2$  y una aplicación

$$\vec{r}: D \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$\vec{r}(u, v) = (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$$

Tal que la imagen de  $\vec{r}$  sea  $\mathbf{S}$ .

Por tanto,  $u$  y  $v$  son los nuevos parámetros representantes de  $\mathbf{S}$  a través de su *aplicación paramétrica*  $\vec{r}$ .

*Definición:* Se dice que un punto  $P \in \mathbf{S}$  con  $\overrightarrow{OP} = \vec{r}(u, v)$ , es un punto regular para la parametrización  $\vec{r}$  si se verifica:  $\vec{r}_u(u, v) \times \vec{r}_v(u, v) \neq 0$  para todo  $(u, v) \in D$ , siendo

$$\vec{r}_u(u, v) = (x_u(u, v), y_u(u, v), z_u(u, v))$$

$$\vec{r}_v(u, v) = (x_v(u, v), y_v(u, v), z_v(u, v))$$

La condición  $\vec{r}_u(u, v) \times \vec{r}_v(u, v) \neq 0$  significa que los vectores  $\vec{r}_u$  y  $\vec{r}_v$  son linealmente independientes.

### 3.3 El triedro de Darboux

*El triedro de Darboux* es una referencia afín móvil relacionada con una curva sobre una superficie. Es decir, Se trata de definir en cada  $\vec{r}(u, v)$  en que sea posible, una referencia afín  $\{\mathbf{S}(u, v); \vec{T}(u, v), \vec{N}(u, v), \vec{B}(u, v)\}$ , donde los vectores  $\vec{T}(u, v)$ ,  $\vec{N}(u, v)$  y  $\vec{B}(u, v)$  forman un triedro ortonormal llamado triedro móvil o triedro de Darboux.

Sea una superficie  $\mathbf{S} \subset \mathbb{R}^3$  con representación paramétrica regular.

$$\mathbf{S}(u, v) = (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$$

Con  $(u, v) \in D \subseteq \mathbb{R}^2$ .

*Definición:* Se dice que un vector  $\vec{T}$  es tangente a una superficie  $\mathbf{S}$  en P si es tangente en P a una curva contenida en  $\mathbf{S}$ .

Sea  $C$  una curva contenida en la superficie;  $C \subset \mathbf{S}$ . Por tanto, una representación paramétrica de  $C$ , sería:

$$C(\xi) = \mathbf{S}(u(\xi), v(\xi)) = (x(u(\xi), v(\xi)), y(u(\xi), v(\xi)), z(u(\xi), v(\xi)))$$

Utilizando la regla de la cadena, obtenemos:

$$\zeta'(\xi) = \mathbf{S}_u(u(\xi), v(\xi))u'(\xi) + \mathbf{S}_v(u(\xi), v(\xi))v'(\xi)$$

Por tanto, cualquier vector tangente a la superficie  $\mathbf{S}$  se escribe como combinación lineal de los vectores  $\mathbf{S}_u(u, v) + \mathbf{S}_v(u, v)$

Nota: si el Punto  $P$  es regular los vectores  $\mathbf{S}_u(u, v)$  y  $\mathbf{S}_v(u, v)$  son linealmente independientes y forman una base del plano tangente a la superficie  $\mathbf{S}$  en  $P$ .

*Definición.* La recta normal a la superficie en  $P$  es la recta ortogonal al plano tangente a la superficie  $\mathbf{S}$  en  $P$ .

El vector director de la recta normal en  $P$  es:

$$\mathbf{S}_u(u, v) \times \mathbf{S}_v(u, v)$$

Mientras que el vector normal unitario viene definido como:

$$\vec{N}(u, v) = \frac{\mathbf{S}_u(u, v) \times \mathbf{S}_v(u, v)}{|\mathbf{S}_u(u, v) \times \mathbf{S}_v(u, v)|}$$

### **3.4 Orientación de la herramienta**

Cuando una herramienta de fresado de punta esférica mecaniza una trayectoria determinada sobre una superficie lisa, es deseable mantener un ángulo fijo  $\psi$  entre el eje  $\mathbf{a}$  de la herramienta y la normal local  $\mathbf{n}$  de la superficie en cada punto, para asegurar una velocidad constante del filo de la herramienta con respecto a la superficie. Esto significa que el eje de la herramienta  $\mathbf{a}$  debe estar en un cono de ángulo  $\psi$  sobre la normal  $\mathbf{n}$  en cada punto (ver Figura 5). La posición del eje  $\mathbf{a}$  en este cono, o lo que es lo mismo, su proyección en el plano tangente a la curva en un punto dado, quedaría indeterminada. Para resolver esta indeterminación se considerará que el eje  $\mathbf{a}$  de la herramienta de corte estará en un plano ortogonal al plano tangente de la curva. Es decir, el plano que contiene al eje  $\mathbf{a}$  será el plano formado por el vector normal y el vector binormal del triedro de Darboux.

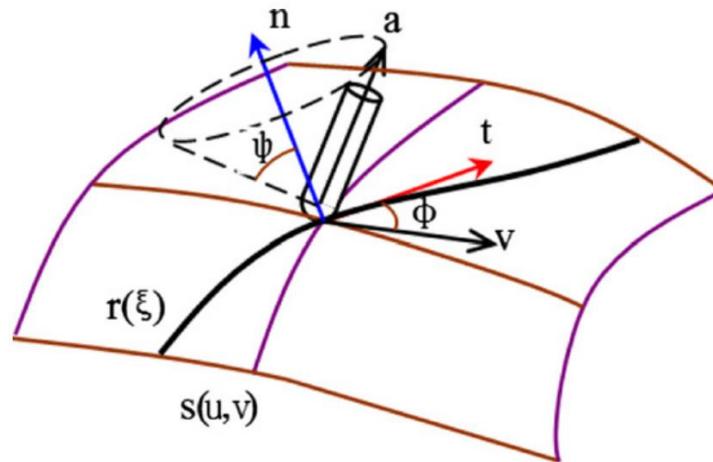


Figura 5: Posicionamiento de la herramienta.  
Fuente: 1.

Aunque el mecanizado CNC de 5 ejes ha sido un tema de investigación activo durante muchos años, las soluciones rigurosas para muchos problemas básicos siguen siendo difíciles de alcanzar, debido a su complejidad. Los movimientos coordinados de tres ejes traslacionales y dos rotativos, montados en la mesa de la máquina o en la herramienta, deben especificarse para lograr el corte deseado de la herramienta sobre la pieza de trabajo.

Por otro lado, la generación de programas de piezas verificadas para el mecanizado CNC de 5 ejes es un proceso laborioso, cuya automatización sigue en progreso.

Las herramientas de corte esféricas o de "bola" se utilizan a menudo en el mecanizado de 5 ejes para mecanizar formas complejas. A diferencia de una herramienta cilíndrica, una herramienta esférica de radio  $R$  puede cortar sin ranurar cualquier superficie de forma libre cuyo radio principal cóncavo más pequeño es mayor que  $R$ .

Cuando la herramienta tiene una velocidad angular  $w$  (r.p.m) y su eje  $a$  está inclinado un ángulo  $\psi$  respecto a la normal de la superficie  $n$  en el punto de corte, la velocidad de corte tenderá a la siguiente expresión:

$$v_c = \frac{2\pi w}{60} R \sin \psi$$

Como se puede observar en la ecuación anterior, la velocidad de corte sería constante siempre y cuando el ángulo  $\psi$  y la velocidad angular lo son. Pero, por los posibles problemas de interferencia de la herramienta con la geometría de la pieza será necesaria la variación del ángulo  $\psi$ . Por tanto, para asegurar una velocidad de corte constante habría que compensar la variación del ángulo  $\psi$  con una variación de la velocidad angular  $w$ .

El eje de la herramienta de corte a vendría expresado en función de los vectores normal y binormal del siguiente modo:

$$\vec{a} = \cos \psi \vec{n} + \sin \psi \vec{u} \quad (1)$$

### 3.5 Cinemática inversa

Una vez posicionado el eje de la herramienta en el triedro de Darboux, el siguiente paso es el cálculo de la cinemática inversa, es decir, los cálculos necesarios para que la herramienta este posicionada verticalmente en cualquier punto de la superficie durante el mecanizado.

La herramienta tendrá una posición vertical siempre que la fresadora con que se esté trabajando tenga los dos ejes rotatorios montados en la mesa que soporta la pieza de trabajo.

El análisis de la cinemática inversa comenzaría con la fijación del eje de la herramienta en posición vertical ( $\vec{a} = [0, 0, 1]$ ), y luego calcular los giros necesarios que se deben realizar a la pieza para que se cumpla la condición anterior. Los giros necesarios para lograr dicha condición vendrían expresados matemáticamente por la matriz **M**.

$$M \cdot \vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Concretamente, para dejar el eje de la herramienta **a** en posición paralela al eje  $\hat{k}$  es necesario la realización de una operación compuesta por dos fases:

En la Primera fase se realizara un giro respecto al eje  $\hat{k}$ , que nos permitirá colocar el eje **a** en el plano **YZ**. El valor del ángulo girado, **C**, es el ángulo formado por la proyección del vector **a** en el plano **XY** con la dirección  $\hat{j}$ , tal y como se observa en la Figura 6

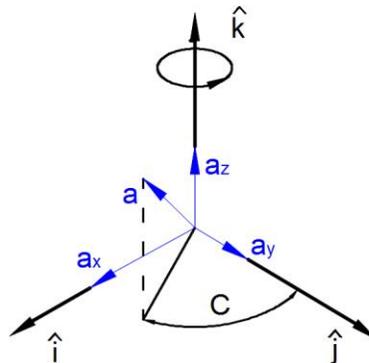


Figura 6: Rotación C respecto a la dirección  $\hat{k}$ .  
Fuente: Elaboración propia.

Por tanto, la magnitud del giro, definida por el ángulo  $\alpha$ , vendría dada por la siguiente relación trigonométrica.

$$C = \text{atan}\left(\frac{a_x}{a_y}\right) \quad (3)$$

Para llevar a cabo el giro definido por  $C$ , hace falta un cambio de base que se refleja en la matriz  $M_1$ .

$$M_1 = \begin{bmatrix} \cos(C) & -\text{sen}(C) & 0 \\ \text{sen}(C) & \cos(C) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

En la segunda fase, se operará del mismo modo que en la primera fase, pero con la diferencia de que ahora el giro es respecto a la dirección  $\hat{i}$ , con un ángulo  $A$  (Figura 7) definido por el vector  $\mathbf{a}$  (posicionado en el plano  $\mathbf{YZ}$  después del primer giro) y la dirección  $\hat{k}$ .

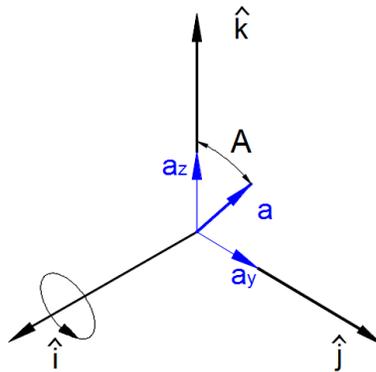


Figura 7: Rotación  $A$  respecto a la dirección  $\hat{i}$ .  
Fuente: Elaboración propia.

El ángulo  $A$  se define como:

$$A = \text{atan}\left(\frac{a_y'}{a_z}\right) \quad (5)$$

Donde  $a_y'$  es la componente del eje de la herramienta  $\mathbf{a}$  en dirección  $\hat{\mathbf{j}}$ , una vez realizado el giro en la primera fase.

$$a_y' = (\sin(C) a_x + \cos(C) a_y) \hat{\mathbf{j}}$$

En este caso la rotación viene determinada por la matriz  $\mathbf{M}_2$ .

$$M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(A) & -\text{sen}(A) \\ 0 & \text{sen}(A) & \cos(A) \end{bmatrix} \quad (6)$$

El vector  $\mathbf{a}$  podría estar en cualquiera de los cuatro diedros. Si el vector está en el primer diedro, el ángulo  $A$  resultante de la ecuación 5 es positivo y el vector  $\mathbf{a}$  se situaría, después de un giro anti horario, en la dirección positiva del eje  $\mathbf{Z}$  ( $\vec{a} = 0 \hat{\mathbf{i}}, 0 \hat{\mathbf{j}}, 1 \hat{\mathbf{k}}$ ). En la misma posición se situaría si parte del segundo diedro, con la diferencia de que ahora el ángulo  $A$  es negativo, y por tanto el giro es en sentido horario. Mientras que, en el tercer y cuarto diedro, por la naturaleza del operador matemático (arcotangente), los ángulos resultantes conducirían al eje a la posición negativa del eje  $\mathbf{Z}$  ( $\vec{a} = 0 \hat{\mathbf{i}}, 0 \hat{\mathbf{j}}, -1 \hat{\mathbf{k}}$ ). Por su puesto, esta posición no es la deseada, y por lo tanto habría que proceder a la resolución de este problema mediante la programación de estas restricciones.

Estructura del programa (Para más detalles se adjunta el Anexo 1):

$$\begin{cases} \text{Tercer diedro} & a_z < 0 \text{ y } a_y' < 0 & A' = -(\pi - A) \\ \text{cuarto diedro} & a_z < 0 \text{ y } a_y' > 0 & A' = \pi - A \end{cases}$$

Donde  $A'$  es el ángulo de giro programado. Se pueden visualizar gráficamente estas restricciones en la Figura 8.

Por otro lado, para evitar cambios bruscos en los giros respecto al eje  $\mathbf{Z}$ , se han establecido unas restricciones en el programa que se puede consultar en el anexo 1.

Por último, el giro global (la suma de los giros de las dos fases) efectuado sobre  $\mathbf{a}$  viene definido por la matriz  $\mathbf{M}$ .

$$M = M_1 \cdot M_2 = \begin{bmatrix} \cos(C) & -\text{sen}(C) & 0 \\ \cos(A) \text{sen}(C) & \cos(C) \cos(A) & -\text{sen}(A) \\ \text{sen}(A) \text{sen}(C) & \text{sen}(A) \cos(C) & \cos(A) \end{bmatrix} \quad (7)$$

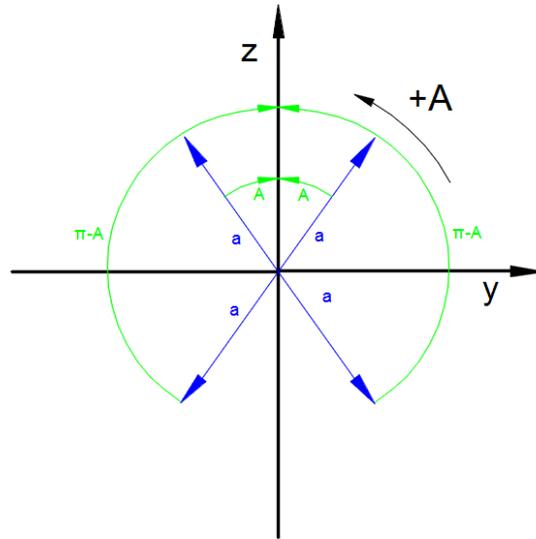


Figura 8: Restricciones para la rotación  $A$ .  
Fuente: Elaboración propia.

## **Capítulo 3: Simulación, análisis y discusión de resultados**

## 4 Programación de trayectorias para el mecanizado de un rodete de una bomba o turbina axial.

Una de las aplicaciones más interesantes y habituales de los centros de mecanizado de 5 ejes es la fabricación de álabes de turbinas o rodetes de bombas centrifugas, ya que debido a su compleja geometría serían imposibles de mecanizar en una fresadora convencional de 3 ejes.

Una aplicación interesante sería la fabricación de una hélice de un barco, ya que esta es el elemento técnico unitario más importante de una embarcación. Su complejo diseño, hélices con curvaturas bruscas, repercute directamente en el grado de eficiencia de la utilización del combustible.

### 4.1 Definición geométrica de un rodete

Ecuaciones paramétricas cartesianas de la superficie de una hélice

$$\begin{cases} x = r \cos(\theta) \\ y = r \sin(\theta) \\ z = P \theta \end{cases}$$

Una hélice está definida por dos parámetros: el radio  $r$  y el paso  $P$  que es la distancia que hay entre dos puntos sucesivos que tienen las mismas coordenadas  $x$  e  $y$ . Si además de estos parámetros, si se les añade un ángulo  $\theta_r$  (una proporción de la revolución de la hélice), un espesor  $e$  y un radio interior  $R_i$  y otro exterior  $R_e$ , se obtendría un álabe de un rodete.

Ecuación de superficie parametrizada del álabe

$$S(r, \theta) = r \cos(\theta) \hat{i} + r \sin(\theta) \hat{j} + P\theta \hat{k} \quad (8)$$

Para mecanizar la superficie existe un número indefinido de trayectorias. Por motivo de simplificar los cálculos se optará por las trayectorias definidas por los puntos que tienen el mismo radio.

Por tanto, una trayectoria para  $r = R_0$  quedaría definida únicamente en función del ángulo:

$$C(\theta) = R_0 \cos(\theta) \hat{i} + R_0 \sin(\theta) \hat{j} + P\theta \hat{k} \quad (9)$$

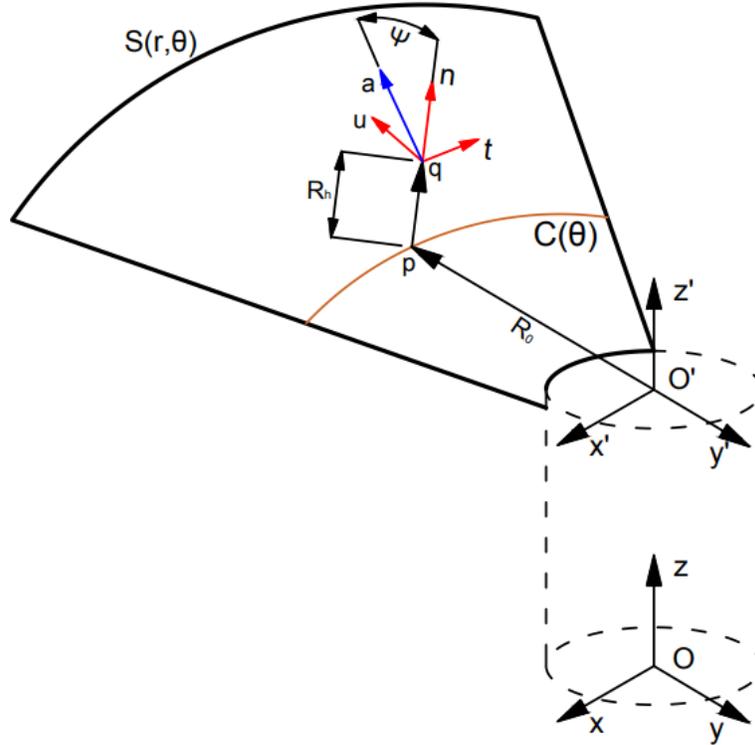


Figura 9: Triedro de Darboux y posicionamiento de la herramienta en un rodete.

Fuente: Elaboración propia.

Cálculo del vector normal unitario  $\vec{N}$  (por simplificación,  $\mathbf{n}$ ) a la superficie del álabe en cualquier punto de la trayectoria.

$$\mathbf{n} = \frac{S_\theta \times S_r}{|S_\theta \times S_r|} = \frac{1}{\sqrt{r^2 + P^2}} (-P \operatorname{sen}(\theta), P \operatorname{sen}(\theta), -r) \quad (10)$$

Dónde:

$$S_\theta = \frac{\partial S}{\partial \theta} = (-r \operatorname{sen}(\theta), r \operatorname{cos}(\theta), P)$$

$$S_r = \frac{\partial S}{\partial r} = (\operatorname{cos}(\theta), \operatorname{sen}(\theta), 0)$$

$$S_\theta \times S_r = (-P \operatorname{sen}(\theta), P \operatorname{sen}(\theta), -r)$$

$$|S_\theta| = \sqrt{r^2 + P^2}$$

Cálculo del vector tangente unitario  $\vec{T}$  (por simplificación,  $\mathbf{t}$ ).

$$\mathbf{t} = \frac{S_\theta}{|S_\theta|} = \frac{1}{\sqrt{r^2 + P^2}} (-r \operatorname{sen}(\theta), r \operatorname{cos}(\theta), P) \quad (11)$$

Cálculo del vector binormal unitario  $\vec{B}$ , se obtiene su forma unitaria directamente del producto vectorial de los dos anteriores (por simplificación,  $\mathbf{u}$ )

$$\mathbf{u} = \mathbf{n} \times \mathbf{t} = (\operatorname{cos}(\theta), \operatorname{sen}(\theta), 0) \quad (12)$$

La posición de la herramienta (de bola) sobre la superficie a mecanizar estará definida por el centro de la esfera. Por trigonometría, se puede concluir que el punto de contacto, entre la bola de corte y la superficie a mecanizar, y el centro de dicha bola reposan sobre la normal a la superficie en el punto de contacto.

Por tanto, la herramienta se podría localizar con respecto al sistema de coordenadas de la pieza de trabajo mediante el vector  $\vec{oq'}$ .

$$\vec{oq'} = \vec{op'} + R_h \vec{n} = S(R_0, \theta) + R_h \vec{n} \quad (13)$$

Haciendo  $Mo = \sqrt{R_0^2 + P^2}$ , para simplificar la expresión.

$$\vec{oq'} = \frac{1}{Mo} [R_0 M \operatorname{cos}(\theta) - P R_h \operatorname{sen}(\theta), R_0 Mo \operatorname{sen}(\theta) + P R_h \operatorname{cos}(\theta), P \theta Mo - R_h R_0]$$

Como el sistema de coordenadas absoluto del centro de mecanizado está en el centro del soporte (Figura 2) habría que referir la posición de la herramienta al sistema mencionado para evitar un cambio de base adicional en cuanto a los giros sobre la dirección  $\hat{\mathbf{i}}$ .

Además de la cama se utilizará un soporte auxiliar para el correcto agarre de la pieza de trabajo y así evitar vibraciones de la pieza que podrían influir negativamente durante el proceso de mecanizado.

Por lo tanto, suponiendo que, por la presencia de la pieza de agarre, el centro del rodete estará a una altura  $\mathbf{H}$ , el vector que determina la posición de la herramienta con respecto al sistema de coordenadas del centro de mecanizado quedaría expresado en la ecuación 14.

$$\vec{oq} = \vec{oq'} + H \hat{\mathbf{k}} \quad (14)$$

$$\vec{oq} = \frac{1}{M} (R_0 M \operatorname{cos}(\theta) - P R_h \operatorname{sen}(\theta), R_0 M \operatorname{sen}(\theta) + P R_h \operatorname{cos}(\theta), P \theta M - R_h R_0 + H) \mathbf{0}$$

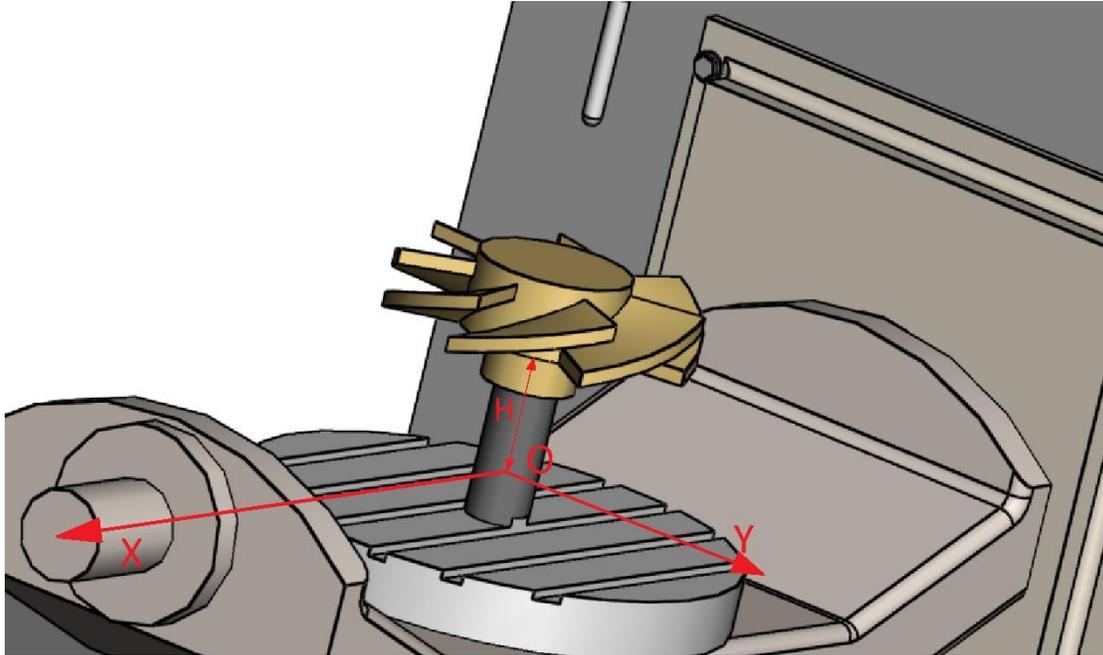


Figura 10: Altura del agarra (Anexo 4).  
Fuente: Elaboración propia.

#### **4.2 Corrección de Interferencias**

Hasta el momento se ha planteado el problema para el mecanizado de un álabe suelto, como se sabe en la práctica, para fabricar un rodete, se mecanizan los alabes directamente sobre el eje del rodete (Partiendo por ejemplo de un cilindro) para evitar posteriores ensamblajes y/o soldaduras entre los alabes y el eje. El único problema que podría resultar para el mecanizado del rodete son las posibles interferencias que podrían producirse entre la herramienta y los álaves próximos al álabe que se está mecanizando.

A continuación, se presenta una metodología para la resolución del problema de las posibles interferencias.

Una de las consideraciones a tener en cuenta es la simplificación de la herramienta de corte mediante su representación a través de su eje, es decir, una recta hablando en términos matemáticos. Más tarde, se expondrá la solución de que la recta no represente la herramienta completamente al tener esta un diámetro.

Esté método consiste básicamente en la determinación de la existencia de una interferencia, calculando la intersección del eje de la herramienta y el álabe, si esta intersección existe se

procederá a la corrección de la orientación de la herramienta variando el ángulo de inclinación de la herramienta  $\psi$  mediante un algoritmo.

### Definición del eje de la herramienta

La ecuación 1 define la herramienta para un ángulo y un radio concretos, por tanto, para poder calcular la intersección de la herramienta con el álabe habría que parametrizar dicha recta. La definición de la recta se obtiene teniendo su posición sobre la trayectoria a mecanizar,  $\vec{oq}$ , y su dirección definida por el vector  $\vec{a}$ .

$$\vec{a}_r = \vec{oq}(R_0, \theta_0) + K \cdot \vec{a}(r_0, \theta_0) \quad (15)$$

Donde  $\vec{a}_r$  es la recta que representa la herramienta una vez parametrizada y  $\mathbf{K}$  es su pendiente.  $R_0$  y  $\theta_0$  son el radio y el ángulo del punto de mecanizado, respectivamente.

### Definición del alabe contiguo

$$S_c(r, \theta) = r \cos(\theta - \phi) \hat{i} + r \sin(\theta - \phi) \hat{j} + P\theta \hat{k} \quad (16)$$

Siendo  $\phi = \frac{2\pi}{N}$  el ángulo de separación entre álabes y  $N$  el número de álabes.

### Determinación del punto de intersección.

Para determinar el punto de intersección se igualan los componentes  $x$ ,  $y$  y  $z$  de las ecuaciones paramétricas del eje de la herramienta y el álabe.

$$\vec{S}_c - \vec{a}_r = 0$$

Se tiene, por tanto, un sistema de 3 ecuaciones y 3 incógnitas  $(K, r, \theta)$ , cuya resolución es la siguiente.

$$k = -\frac{\frac{QR_0}{\sin \psi} f_1 + PR_h f_2}{Q f_1 + N f_2} \quad (17)$$

$$\theta = \frac{B f_1 + D f_2}{P(Q f_1 + N f_2)} \quad (18)$$

$$r = \frac{E}{(Q f_1 + N f_2)} \quad (19)$$

Donde:

$$Q = \sqrt{(2\pi R_0)^2 + P^2} \sin \psi$$

$$B = Q(P \theta_0 + 2\pi e) + 4\pi^2 R_h R \sin \psi - 4\pi^2 R^2 \cos \psi$$

$$N = P \cos \psi$$

$$D = (P^2 \theta_0 + 2\pi P e) \cos \psi$$

$$E = P (R_h \sin \psi - R_0 \cos \psi) (\sin \theta_0^2 + \cos \theta_0^2)$$

$$f_1 = \cos(\theta - \phi) \sin \theta_0 - \sin(\theta - \phi) \cos \theta_0$$

$$f_2 = (\sin(\theta - \phi) \sin \theta_0 + \cos(\theta - \phi) \cos \theta_0)$$

De la ecuación 2 se puede determinar el ángulo de intersección entre el eje de la herramienta y la superficie del álabe. Como se puede observar dicha ecuación no se puede resolver analíticamente por lo que se procederá a su resolución mediante un método numérico.

$$f(\theta) = f_1(B - PQ\theta) + f_2(PN\theta - D) \quad (20)$$

El método que se usará en este proyecto es el de Newton-Raphson por su alto orden de convergencia.

Como ya se sabe a priori el rango del ángulo donde se podría producir la intersección buscada ( $0 - \theta_r$ ), si el ángulo al que se converge se encuentra en este intervalo y el radio calculado de la ecuación 19 se encuentra en el intervalo ( $R_i - R_e$ ), es porque el eje de la herramienta choca con el álabe contiguo.

La segunda derivada de la función 20 cambia de signo en el intervalo ( $0 - \theta_r$ ). Por lo tanto, no se podrá aplicar directamente el método numérico elegido para la resolución del problema. Por lo que se procederá a su resolución de manera práctica. Analizando la ecuación 19 se puede observar que es una función asintótica y que los valores esperados del radio en caso de intersección se encuentran alrededor de las asíntotas. Por lo tanto, el punto donde se produce la asíntota sería un punto interesante para iniciar las iteraciones.

El punto asintótico se determina igualando el denominador de la ecuación 19.

$$Q f_1 + N f_2 = 0$$

La solución de esta ecuación es:

$$\theta_{asintota} = -\tan^{-1}\left(\frac{Q}{N}\right) + \phi$$

En caso de que exista interferencia se variara el ángulo de inclinación de la herramienta una cantidad  $\psi_0$  y se volverá a calcular si existe incidencia de nuevo, se mantendrá este proceso hasta que deje de haber interferencias. Como se ha comentado antes, hay que tener en cuenta que la herramienta tiene un radio. Para lo cual se ha estimado un radio límite, para cada

posición de mecanizado, a partir del cual el cuerpo de la herramienta no choca con el álabe contiguo (Figura 11).

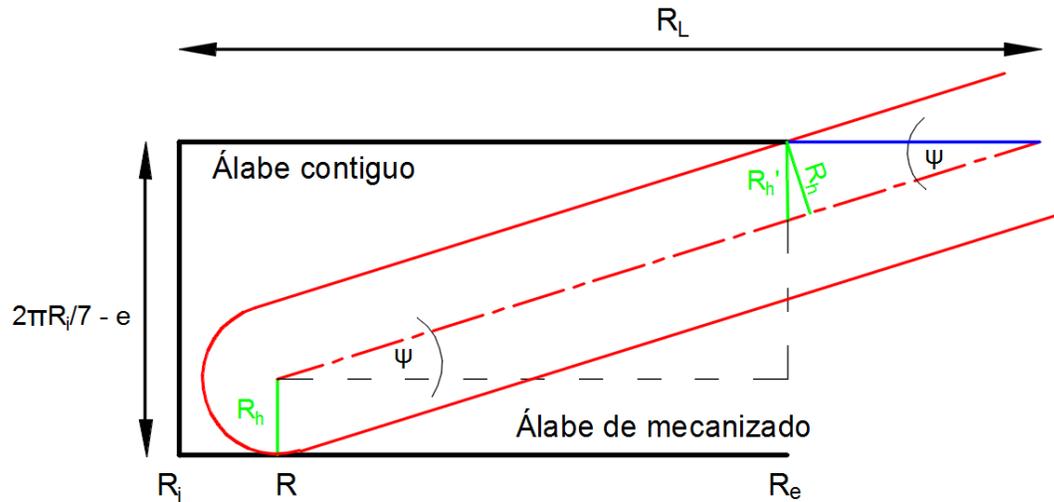


Figura 11: Radio límite de interferencias.  
Fuente: Elaboración propia.

$$R_L = R_e + \frac{R'_h(Re - R)}{\frac{2\pi R_i}{7} - (e + R_h + R'_h)} \quad (21)$$

El valor de  $R'_h$  (4.25 mm) se estima para el peor caso posible que se produce cuando  $R_h$  y  $R'_h$  forman un ángulo de 45 grados. En esta estimación requiere que el radio límite sea siempre mayor que 54.25mm. En el programa se ha definido un margen de seguridad, respecto a  $R_h$ , de separación entre el cuerpo de la herramienta y el extremo del álabe.

Una forma más directa para corregir las interferencias es el cálculo del ángulo de la herramienta que daría el radio el límite. Sin embargo, se ha optado por el método correctivo anterior para el caso en el que se requiera la variación de más de un ángulo para evitar el choque entre la herramienta y la pieza que se está mecanizando.

A continuación, se representa el flujograma del programa de corrección de la orientación de la herramienta según lo expuesto anteriormente. Para más detalle se adjunta el anexo 1.

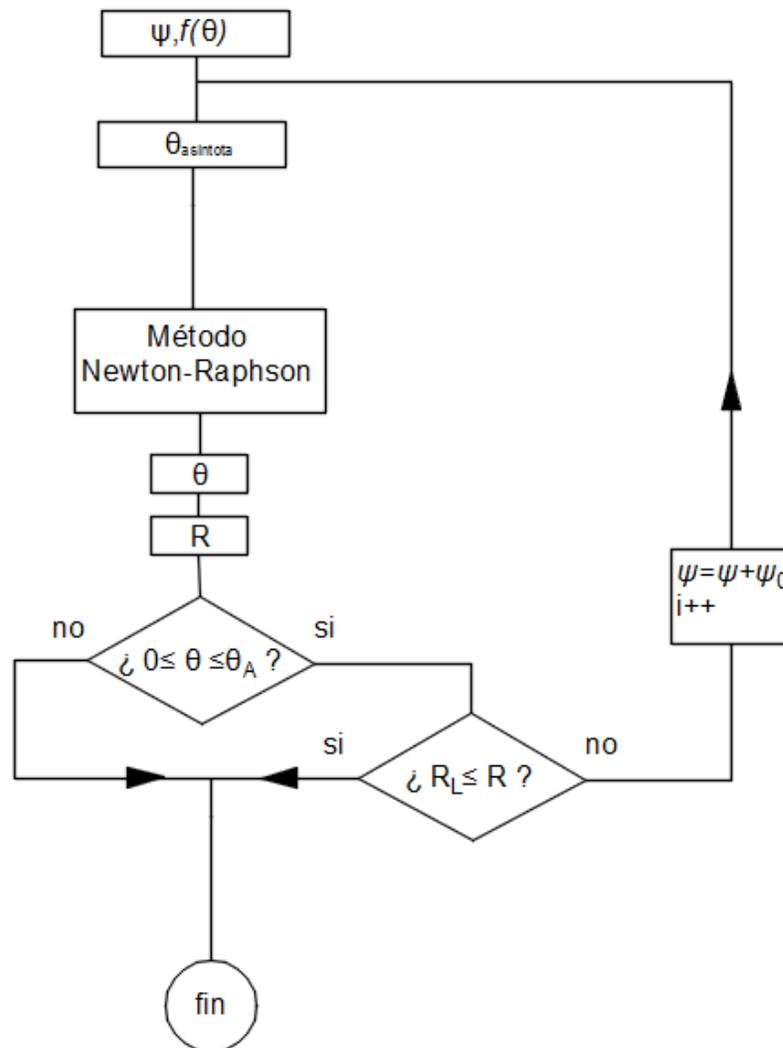


Figura 12: Flujograma del proceso de corrección de la orientación de la herramienta.

Fuente: Elaboración propia.

## 5 Simulación y discusión de resultados

Una vez calculadas la posición de la herramienta ( $x, y, z$ ) y los ángulos de giro del soporte ( $A, B$ ), se ha simulado el proceso de mecanizado del rodete en SolidWorks. En dicha simulación se puede observar que no existen interferencias y que además se cumple la tangencia entre la herramienta y el álabe en cualquier punto de mecanizado. En el anexo 3 se detalla cómo se elabora el proceso de simulación y verificación de interferencias y tangencias entre la herramienta y el rodete.

**Mecanizado de un rodete en un centro de fresado de 5 ejes**

<b>Datos Rodete</b>		<b>Datos Herramienta</b>		<b>Datos Trayectoria</b>	
Radio exterior	50	Radio	3	Radio	30
Radio interior	25	Angulo Inclinación Inicial	1,22	Número de puntos	30
Paso	100	Angulo de corrección	0,01	Radio Limite	61,63858
Ángulo de revolución	1,05	<b>Otros Datos</b>		Álabe	1
Espesor	5	Altura Agarre	45		
Número de Álabe	7	Epsilon	0,05		
		Número de iteraciones	10		
		Márgen de seguridad	20%		
	unidades			<b>Cálcular</b>	
longitud	mm				
Ángulo	radianes				

Ángulo	UP												
	Trayectoria			Psi	Alpha		Beta	Herramienta Transformada			Trayectoria Transformada		
	x	y	z		C	A		x	y	z	x	y	z
0,0000	30,0000	0,0000	50,0000	1,37532	-1,47827	-1,39836	0,0000	0,0000	1,0000	1,37201	46,72155	38,59053	
0,03491	29,98172	1,04698	50,55556	1,37532	-1,51317	-1,39836	0,0000	0,0000	1,0000	1,37201	47,26887	38,68586	
0,06981	29,92692	2,09269	51,11111	1,37532	-1,54808	-1,39836	0,0000	0,0000	1,0000	1,37201	47,81619	38,78118	
0,10472	29,83566	3,13585	51,66667	1,37532	-1,58299	-1,39836	0,0000	0,0000	1,0000	1,37201	48,36350	38,87651	
0,13963	29,70804	4,17519	52,22222	1,37532	-1,61789	-1,39836	0,0000	0,0000	1,0000	1,37201	48,91082	38,97183	
0,17453	29,54423	5,20945	52,77778	1,37532	-1,65280	-1,39836	0,0000	0,0000	1,0000	1,37201	49,45813	39,06715	
0,20944	29,34443	6,23735	53,33333	1,37532	-1,68771	-1,39836	0,0000	0,0000	1,0000	1,37201	50,00545	39,16248	
0,24435	29,10887	7,25766	53,88889	1,37532	-1,72261	-1,39836	0,0000	0,0000	1,0000	1,37201	50,55277	39,25780	
0,27925	28,83785	8,26912	54,44444	1,37532	-1,75752	-1,39836	0,0000	0,0000	1,0000	1,37201	51,10008	39,35313	
0,31416	28,53170	9,27051	55,00000	1,37532	-1,79243	-1,39836	0,0000	0,0000	1,0000	1,37201	51,64740	39,44845	
0,34907	28,19078	10,26060	55,55556	1,31947	-1,80011	-1,34930	0,0000	0,0000	1,0000	2,18813	50,20338	42,00849	
0,38397	27,81552	11,23820	56,11111	1,22173	-1,78582	-1,26386	0,0000	0,0000	1,0000	3,65845	47,00863	46,16998	
0,41888	27,40636	12,20210	56,66667	1,22173	-1,82073	-1,26386	0,0000	0,0000	1,0000	3,65845	47,53823	46,33783	
0,45379	26,96382	13,15113	57,22222	1,22173	-1,85563	-1,26386	0,0000	0,0000	1,0000	3,65845	48,06782	46,50568	
0,48869	26,48843	14,08415	57,77778	1,22173	-1,89054	-1,26386	0,0000	0,0000	1,0000	3,65845	48,59741	46,67354	
0,52360	25,98076	15,00000	58,33333	1,22173	-1,92545	-1,26386	0,0000	0,0000	1,0000	3,65845	49,12700	46,84139	
0,55851	25,44144	15,89758	58,88889	1,22173	-1,96035	-1,26386	0,0000	0,0000	1,0000	3,65845	49,65659	47,00924	
0,59341	24,87113	16,77579	59,44444	1,22173	-1,99526	-1,26386	0,0000	0,0000	1,0000	3,65845	50,18618	47,17709	
0,62832	24,27051	17,63356	60,00000	1,22173	-2,03017	-1,26386	0,0000	0,0000	1,0000	3,65845	50,71578	47,34495	
0,66323	23,64032	18,46984	60,55556	1,22173	-2,06507	-1,26386	0,0000	0,0000	1,0000	3,65845	51,24537	47,51280	
0,69813	22,98133	19,28363	61,11111	1,22173	-2,09998	-1,26386	0,0000	0,0000	1,0000	3,65845	51,77496	47,68065	
0,73304	22,29434	20,07392	61,66667	1,22173	-2,13489	-1,26386	0,0000	0,0000	1,0000	3,65845	52,30455	47,84851	
0,76794	21,58019	20,83975	62,22222	1,22173	-2,16979	-1,26386	0,0000	0,0000	1,0000	3,65845	52,83414	48,01636	
0,80285	20,83975	21,58019	62,77778	1,22173	-2,20470	-1,26386	0,0000	0,0000	1,0000	3,65845	53,36374	48,18421	
0,83776	20,07392	22,29434	63,33333	1,22173	-2,23961	-1,26386	0,0000	0,0000	1,0000	3,65845	53,89333	48,35206	
0,87266	19,28363	22,98133	63,88889	1,22173	-2,27451	-1,26386	0,0000	0,0000	1,0000	3,65845	54,42292	48,51992	
0,90757	18,46984	23,64032	64,44444	1,22173	-2,30942	-1,26386	0,0000	0,0000	1,0000	3,65845	54,95251	48,68777	
0,94248	17,63356	24,27051	65,00000	1,22173	-2,34433	-1,26386	0,0000	0,0000	1,0000	3,65845	55,48210	48,85562	
0,97738	16,77579	24,87113	65,55556	1,22173	-2,37923	-1,26386	0,0000	0,0000	1,0000	3,65845	56,01169	49,02348	
1,01229	15,89758	25,44144	66,11111	1,22173	-2,41414	-1,26386	0,0000	0,0000	1,0000	3,65845	56,54129	49,19133	

Figura 13: salida del programa del anexo 1.  
Fuente: Elaboración propia.

*Proyección futura del proyecto*

Por la simplicidad de esta metodología y por los satisfactorios resultados obtenidos se puede aplicar, como continuación de este Trabajo Fin de Grado, para el mecanizado de rodets de turbinas, bombas, engranajes helicoidales etc.

En definitiva, resultará de mucho interés desarrollar los siguientes puntos.

- Estudiar la posibilidad de colocar el eje de la herramienta, con otra restricción, en el cono mostrado en la Figura 5 con el fin de mejorar los parámetros de mecanizado.
- Llevar a cabo el mecanizado de un prototipo con la fresadora del departamento (Figura 1)
- Modificar la metodología para el caso de superficies complejas obtenidas por la superposición de varias superficies.
- Simulación del proceso de manera automática a través de Macros visualizando la eliminación del material conforme se mecaniza.

## 6 Bibliografía

- 1: Rida T. Farouki, Chang Y. Han, Shiquiao Li. (2014). Inverse kinematics for optimal tool orientation control. *EL SEVIER*.
- 2: Rida T. Farouki, Shiquiao Li. (2013). Optimal tool orientation control for 5-axis CNC milling with ball-end. *EL SEVIER*.
- 3: María, M. E. (s.f.). *Superficies*. Madrid: Escuela Técnica Superior de Arquitectura, UPM.
- 4: Antonio Lopez de la Rica, Agustín de la Villa Cuenca. (1997). *Geometría Diferencial*. Madrid: CLAGSA.
- 5: Kaplan Kaplan, H.M. Ertunc. (2015). 5 Axis CNC Tire Surface Prototype Machine. *ReaserchGate*. <https://www.researchgate.net/publication/309668768>.

## Anexo 1: Programa en Visual Basic para el mecanizado de un rodete en un centro de fresado de ejes.

```
'DOWN FACE
Private Down As Integer
Private Sub CommandButton2_Click()
Down = 1
Program
End Sub

'UP FACE
Private Sub CommandButton3_Click()
Down = 0
Program
End Sub

Private Sub Program()
Dim i As Integer
Dim Paso As Double
Dim R_int As Double
'Radio Interior
Dim R_ext As Double
'Radio Exterior
Dim R As Double
'Radio de trayectoria de mecanizado
Dim Rh As Double
'Radio herramienta
Dim Theta As Double
'Ángulo de revolución
Dim H As Double
'Áltura de Agarre
Dim Espesor As Double
'Error de convergencia
Dim Epsilon As Double
Dim Pi As Double
Dim Trayectoria(30, 3) As Double
Dim Trayectoria_CH(30, 3) As Double
Dim Trayectoria_CHT(30, 3) As Double
Dim Normal(30, 3) As Double
Dim Centro_rodete(1, 3) As Double
Dim Centro_rodete_Transf(1, 3) As Double
Dim Tangente(30, 3) As Double
Dim Binormal(30, 3) As Double
Dim Herramienta(30, 3) As Double
Dim Herramienta_0(30, 3) As Double
Dim Herramienta_Transf(30, 3) As Double
Dim Matriz_Transformacion(3, 3) As Double
Dim Trayectoria_CHT(30, 3) As Double
Dim Trayectoria_CH(30, 3) As Double
Dim Radios(30) As Double
'Vector de Radios de corrección
Dim Pts(30) As Double
Dim N_Pts As Integer
'Número de punto por trayectoria
```

```

Dim Modulo As Double
Dim Psi(30) As Double
'Ángulo de inclinación de la herramienta
Dim Psi_Aux(30) As Double
'Ángulo de inclinación de la herramienta en caso de superficie inferior (DOWN)
Dim Psi_0 As Double
'Incremento ángulo de inclinación de la herramienta
Dim Psi_inicial As Double
'Ángulo de inclinación inicial
Dim Radio_Limite As Double
Dim U_raiz As Double
Dim T As Double
'Ángulo entre dos álabes contiguos
Dim Q As Double
Dim B As Double
Dim N As Double
Dim D As Double
Dim F As Double
Dim D_F As Double
Dim F11 As Double
Dim F22 As Double
Dim F1 As Double
Dim F2 As Double
Dim us As Double
Dim e1 As Double
Dim marca As Integer
Dim x(15) As Double
Dim Y(15) As Double
Dim Asint As Double
Dim m As Integer
Dim m_Max As Integer
Dim j As Integer
Dim C(30) As Double
Dim A(30) As Double
Dim fila As Integer
Dim K As Integer
K = Sheet1.Cells(9, 16) - 1
fila = 19
'Parámetros de representación hoja excel
Radio_Limite = Sheet1.Cells(8, 16)
m_Max = Sheet1.Cells(12, 11)
'Número de iteraciones
Pi = 3.14159265358979
T = (2 * Pi) / Sheet1.Cells(11, 7)
'Sheet1.Cells(11, 7)= Número de álabes
Psi_inicial = Sheet1.Cells(7, 12)
Psi_0 = 0
R = Sheet1.Cells(6, 16)
Rh = Sheet1.Cells(6, 12)
H = Sheet1.Cells(10, 11)
Espesor = Sheet1.Cells(10, 7)
Paso = Sheet1.Cells(8, 7)
N_Pts = Sheet1.Cells(7, 16)
Epsilon = Sheet1.Cells(11, 11)
Pts(0) = 0
Theta = Sheet1.Cells(9, 7)

```

```

For i = 1 To (N_Pts - 1)
    Pts(i) = Pts(i - 1) + Theta / N_Pts
    Sheet1.Cells(fila, 4) = Pts(0)
    Sheet1.Cells(fila + i, 4) = Pts(i)
Next i

For i = 0 To N_Pts - 1
    Psi(i) = Psi_inicial
    Trayectoria(i, 0) = R * Cos(Pts(i) + K * T)
    Trayectoria(i, 1) = R * Sin(Pts(i) + K * T)
    Trayectoria(i, 2) = Espesor + H + (Paso * Pts(i) / (2 * Pi))
    Sheet1.Cells(16, 10) = "UP"

'Down
If (Down = 1) Then
    Sheet1.Cells(16, 10) = "Down"
    Trayectoria(i, 0) = R * Cos(Pts(i) + K * T)
    Trayectoria(i, 1) = R * Sin(Pts(i) + K * T)
    Trayectoria(i, 2) = H + (Paso * Pts(i) / (2 * Pi))
End If

Sheet1.Cells(fila + i, 5) = Trayectoria(i, 0)
Sheet1.Cells(fila + i, 6) = Trayectoria(i, 1)
Sheet1.Cells(fila + i, 7) = Trayectoria(i, 2)
Modulo = Sqr((2 * Pi * R) ^ 2 + Paso ^ 2)

Normal(i, 0) = Paso * Sin(Pts(i) + K * T) / Modulo
Normal(i, 1) = -Paso * Cos(Pts(i) + K * T) / Modulo
Normal(i, 2) = 2 * Pi * R / Modulo

Tangente(i, 0) = -2 * Pi * R * Sin(Pts(i) + K * T) / Modulo
Tangente(i, 1) = 2 * Pi * R * Cos(Pts(i) + K * T) / Modulo
Tangente(i, 2) = Paso / Modulo

Binormal(i, 0) = Cos(Pts(i) + K * T)
Binormal(i, 1) = Sin(Pts(i) + K * T)
Binormal(i, 2) = 0

'Down
If (Down = 1) Then
    Normal(i, 0) = -Normal(i, 0)
    Normal(i, 1) = -Normal(i, 1)
    Normal(i, 2) = -Normal(i, 2)

    Binormal(i, 0) = Binormal(i, 0)
    Binormal(i, 1) = Binormal(i, 1)
    Binormal(i, 2) = Binormal(i, 2)
End If

'Herramienta
Herramienta_0(i, 0) = Normal(i, 0) * Cos(Psi_inicial) + Binormal(i, 0) * Sin(Psi_inicial)
Herramienta_0(i, 1) = Normal(i, 1) * Cos(Psi_inicial) + Binormal(i, 1) * Sin(Psi_inicial)
Herramienta_0(i, 2) = Normal(i, 2) * Cos(Psi_inicial) + Binormal(i, 2) * Sin(Psi_inicial)
Next i

```

```

For i = 0 To N_Pts - 1
    marca = 1
    Do While Not marca = 0

        Psi(i) = Psi(i) + Psi_0
        Q = Sqr((2 * Pi * R) ^ 2 + Paso ^ 2) * Sin(Psi(i))
        B = (Sin(Psi(i)) * (Sqr(4 * Pi ^ 2 * R ^ 2 + Paso ^ 2) * (Paso * Pts(i) + 2 * Pi * Espesor) + 4 * Pi ^ 2 * Rh * R) - 4 * Pi ^ 2 * R ^ 2 * Cos(Psi(i)))
        N = Paso * Cos(Psi(i))
        D = (Paso ^ 2 * Pts(i) + 2 * Pi * Paso * Espesor) * Cos(Psi(i))
        E = (Paso * Rh * Sin(Psi(i)) - Paso * R * Cos(Psi(i))) * Sin(Pts(i)) ^ 2 + (Paso * Rh * Sin(Psi(i)) - Paso * R * Cos(Psi(i))) * Cos(Pts(i)) ^ 2
        F = F1 * (B - Paso * Q * u) + F2 * (Paso * N * u - D)
        D_F = F1 * (Paso * N * u - Paso * Q - D) + F2 * (Paso * N + Paso * Q * u - B)
        If (Q <> 0) Then Asint = -Math.Atn(N / Q) + T + Pts(i)
            x(0) = 1.2 * Asint

        For m = 1 To m_Max
            u = x(m - 1)
            F1 = Cos(u - T) * Sin(Pts(i)) - Sin(u - T) * Cos(Pts(i))
            F2 = Sin(u - T) * Sin(Pts(i)) + Cos(u - T) * Cos(Pts(i))
            F = F1 * (B - Paso * Q * u) + F2 * (Paso * N * u - D)
            D_F = F1 * (Paso * N * u - Paso * Q - D) + F2 * (Paso * N + Paso * Q * u - B)
            x(m) = x(m - 1) - F / D_F
        Next m

        e1 = Abs(Abs(x(m_Max) - Abs(x(m_Max - 1))) / Abs(x(m_Max)))
        'Se ha definido un margen de seguridad de 30%
        If (-0.3*T <= x(m_Max) And x(m_Max) <= 1.3*T And e1 < Epsilon) Then
            us = x(m_Max)
            F1 = Cos(us - T) * Sin(Pts(i)) - Sin(us - T) * Cos(Pts(i))
            F2 = Sin(us - T) * Sin(Pts(i)) + Cos(us - T) * Cos(Pts(i))
            F = F1 * (B - Paso * Q * us) + F2 * (Paso * N * us - D)
            D_F = F1 * (Paso * N * us - Paso * Q - D) + F2 * (Paso * N + Paso * Q * us - B)
            Radios(i) = E / (Q * F1 - N * F2)

            If (Radios(i) >= Radio_Limite) Then marca = 0
            If (Radios(i) < 0) Then marca = 0
            Else

                If (Psi(i) <> Psi_inicial) Then
                    us = x(m_Max)
                    F1 = Cos(us - T) * Sin(Pts(i)) - Sin(us - T) * Cos(Pts(i))
                    F2 = Sin(us - T) * Sin(Pts(i)) + Cos(us - T) * Cos(Pts(i))
                    F = F1 * (B - Paso * Q * us) + F2 * (Paso * N * us - D)
                    D_F = F1 * (Paso * N * us - Paso * Q - D) + F2 * (Paso * N + Paso * Q * us - B)
                    Radios(i) = E / (Q * F1 - N * F2)
                End If
                marca = 0
            End If
            Psi_0 = Sheet1.Cells(8, 12)
            j = j + 1
        Loop
    
```

```

    If (Psi(i) = Psi_inicial) Then Radios(i) = 1
    j = 0
    Psi_0 = 0
    Psi_Aux(N_Pts - 1 - i) = Psi(i)
Next i

'Down
If (Down = 1) Then
    For i = 0 To N_Pts - 1
        Psi(i) = Psi_Aux(i)
    Next i
End If

For i = 0 To (N_Pts - 1)
    Herramienta(i, 0) = Normal(i, 0) * Cos(Psi(i)) + Binormal(i, 0) * Sin(Psi(i))
    Herramienta(i, 1) = Normal(i, 1) * Cos(Psi(i)) + Binormal(i, 1) * Sin(Psi(i))
    Herramienta(i, 2) = Normal(i, 2) * Cos(Psi(i)) + Binormal(i, 2) * Sin(Psi(i))

    If (Herramienta(i, 1) <> 0) Then C(i) = Math.Atn(Herramienta(i, 0) / Herramienta(i, 1))
    If (Herramienta(i, 1) = 0 And Herramienta(i, 0) < 0) Then C(i) = -Pi / 2
    If (Herramienta(i, 1) = 0 And Herramienta(i, 0) > 0) Then C(i) = Pi / 2

    If (i <> 0) Then
        If (Sgn(C(i)) <> Sgn(C(i - 1))) Then
            If (C(i - 1) > 0) Then C(i) = Pi - Abs(C(i))
            If (C(i - 1) < 0) Then C(i) = -(Pi - Abs(C(i)))
        End If
    End If

    If (Herramienta(i, 2) < 0) Then
        If (Sin(C(i)) * Herramienta(i, 0) + Cos(C(i)) * Herramienta(i, 1) < 0) Then A(i) = -(Pi -
            Abs(Math.Atn((Sin(C(i)) * Herramienta(i, 0) + Cos(C(i)) * Herramienta(i, 1)) / Herramienta(i, 2))))
        If (Sin(C(i)) * Herramienta(i, 0) + Cos(C(i)) * Herramienta(i, 1) > 0) Then A(i) = (Pi -
            Abs(Math.Atn((Sin(C(i)) * Herramienta(i, 0) + Cos(C(i)) * Herramienta(i, 1)) / Herramienta(i, 2))))
    End If

    If (Herramienta(i, 2) > 0) Then A(i) = Math.Atn((Sin(C(i)) * Herramienta(i, 0) + Cos(C(i)) * Herramienta(i,
    1)) / Herramienta(i, 2))

    If (Herramienta(i, 2) = 0) Then
        If (Sin(C(i)) * Herramienta(i, 0) + Cos(C(i)) * Herramienta(i, 1) < 0) Then A(i) = -Pi / 2
        If (Sin(C(i)) * Herramienta(i, 0) + Cos(C(i)) * Herramienta(i, 1) > 0) Then A(i) = Pi / 2
    End If

'Print C y A
Sheet1.Cells(fila + i, 9) = C(i)
Sheet1.Cells(fila + i, 10) = A(i)

Matriz_Transformacion(0, 0) = Cos(C(i))
Matriz_Transformacion(0, 1) = -Sin(C(i))
Matriz_Transformacion(0, 2) = 0
Matriz_Transformacion(1, 0) = Cos(A(i)) * Sin(C(i))
Matriz_Transformacion(1, 1) = Cos(A(i)) * Cos(C(i))
Matriz_Transformacion(1, 2) = -Sin(A(i))
Matriz_Transformacion(2, 0) = Sin(A(i)) * Sin(C(i))

```

Matriz\_Transformacion(2, 1) = Sin(A(i)) \* Cos(C(i))

Matriz\_Transformacion(2, 2) = Cos(A(i))

Herramienta\_Transf(i, 0) = Matriz\_Transformacion(0, 0) \* Herramienta(i, 0) + Matriz\_Transformacion(0, 1) \* Herramienta(i, 1) + Matriz\_Transformacion(0, 2) \* Herramienta(i, 2)

Herramienta\_Transf(i, 1) = Matriz\_Transformacion(1, 0) \* Herramienta(i, 0) + Matriz\_Transformacion(1, 1) \* Herramienta(i, 1) + Matriz\_Transformacion(1, 2) \* Herramienta(i, 2)

Herramienta\_Transf(i, 2) = Matriz\_Transformacion(2, 0) \* Herramienta(i, 0) + Matriz\_Transformacion(2, 1) \* Herramienta(i, 1) + Matriz\_Transformacion(2, 2) \* Herramienta(i, 2)

'Print Herramienta Transformada

Sheet1.Cells(fila + i, 11) = Herramienta\_Transf(i, 0)

Sheet1.Cells(fila + i, 12) = Herramienta\_Transf(i, 1)

Sheet1.Cells(fila + i, 13) = Herramienta\_Transf(i, 2)

Sheet1.Cells(fila + i, 8) = Psi(i)

Trayectoria\_CH(i, 0) = Normal(i, 0) \* Rh + Trayectoria(i, 0)

Trayectoria\_CH(i, 1) = Normal(i, 1) \* Rh + Trayectoria(i, 1)

Trayectoria\_CH(i, 2) = Normal(i, 2) \* Rh + Trayectoria(i, 2)

Trayectoria\_CHT(i, 0) = Matriz\_Transformacion(0, 0) \* Trayectoria\_CH(i, 0) + Matriz\_Transformacion(0, 1) \* Trayectoria\_CH(i, 1) + Matriz\_Transformacion(0, 2) \* Trayectoria\_CH(i, 2)

Trayectoria\_CHT(i, 1) = Matriz\_Transformacion(1, 0) \* Trayectoria\_CH(i, 0) + Matriz\_Transformacion(1, 1) \* Trayectoria\_CH(i, 1) + Matriz\_Transformacion(1, 2) \* Trayectoria\_CH(i, 2)

Trayectoria\_CHT(i, 2) = Matriz\_Transformacion(2, 0) \* Trayectoria\_CH(i, 0) + Matriz\_Transformacion(2, 1) \* Trayectoria\_CH(i, 1) + Matriz\_Transformacion(2, 2) \* Trayectoria\_CH(i, 2)

'Print Trayectoria Centro Herramienta Transformada

Sheet1.Cells(fila + i, 14) = Trayectoria\_CHT(i, 0)

Sheet1.Cells(fila + i, 15) = Trayectoria\_CHT(i, 1)

Sheet1.Cells(fila + i, 16) = Trayectoria\_CHT(i, 2)

Next i

End

End Sub

# ANEXO 2: PROGRAMA EN MAXIMA PARA LA DETECCIÓN Y CORRECCIÓN DE INTERFERENCIAS

(%i1) load("vect")\$

(%i4) realonly:true\$ debugmode:true\$ globalsolve:true\$

## 1 Triedro de Darboux y posicionamiento de la herramienta

(%i5) modulo(v):= if listp(v) then sqrt(apply("+",v^2)) else error("error", v, " no es un vector!")\$

Algoritmo para calcular el modulo

(%i7) S:[v\*cos(u),v\*sin(u),e+(P\*u/(2\*pi))]  
S\_vc:[cos(u-t)\*v,sin(u-t)\*v,(P\*u)/(2\*pi)]\$

S: Superficie parametrizada superior del álabe a mecanizar

Sv: superficie parametrizada inferior del álabe contiguo

u: Ángulo

v: Radio

t: Ángulo entre dos álabes

P: Paso de del álabe

e: Espesor del álabe

(%i9) Su:diff(S,u)\$ Sv:diff(S,v)\$

(%i10) nn\_uv:-trigsimp(express(Su~Sv)/modulo(express(Su~Sv)));

$$\left[ \frac{P \sin(u)}{\sqrt{4\pi^2 v^2 + P^2}}, -\frac{P \cos(u)}{\sqrt{4\pi^2 v^2 + P^2}}, \frac{2\pi v}{\sqrt{4\pi^2 v^2 + P^2}} \right] \quad (\text{nn\_uv})$$

(%i11) tt\_uv:trigsimp(Su/modulo(Su));

$$\left[ -\frac{2\pi \sin(u)v}{\sqrt{4\pi^2 v^2 + P^2}}, \frac{2\pi \cos(u)v}{\sqrt{4\pi^2 v^2 + P^2}}, \frac{P}{\sqrt{4\pi^2 v^2 + P^2}} \right] \quad (\text{tt\_uv})$$

(%i12) uu\_uv:-trigsimp(express(nn\_uv~tt\_uv)/modulo(express(nn\_uv~tt\_uv)));

$$[\cos(u), \sin(u), 0] \quad (\text{uu\_uv})$$

(%i13) aa:cos(W)\*nn\_uv+sin(W)\*uu\_uv;

$$\left[ \frac{P \cos(W) \sin(u)}{\sqrt{4\pi^2 v^2 + P^2}} + \sin(W) \cos(u), \sin(W) \sin(u) - \frac{P \cos(W) \cos(u)}{\sqrt{4\pi^2 v^2 + P^2}}, \frac{2\pi \cos(W)v}{\sqrt{4\pi^2 v^2 + P^2}} \right] \quad (\text{aa})$$

(%i14) oq:subst([v=Ro],Rh\*(nn\_uv))+subst([v=Ro],S);

$$\left[ \frac{P Rh \sin(u)}{\sqrt{4\pi^2 Ro^2 + P^2}} + Ro \cos(u), Ro \sin(u) - \frac{P Rh \cos(u)}{\sqrt{4\pi^2 Ro^2 + P^2}}, \frac{Pu}{2\pi} + e + \frac{2\pi Rh Ro}{\sqrt{4\pi^2 Ro^2 + P^2}} \right] \quad (\text{oq})$$

(%i15) a\_p:subst([u=uo,v=Ro],oq)+k\*subst([u=uo,v=Ro],aa);

$$\left[ k \left( \frac{P \cos(W) \sin(uo)}{\sqrt{4\pi^2 Ro^2 + P^2}} + \sin(W) \cos(uo) \right) + \frac{P Rh \sin(uo)}{\sqrt{4\pi^2 Ro^2 + P^2}} + Ro \cos(uo), \right. \\ \left. k \left( \sin(W) \sin(uo) - \frac{P \cos(W) \cos(uo)}{\sqrt{4\pi^2 Ro^2 + P^2}} \right) + Ro \sin(uo) - \frac{P Rh \cos(uo)}{\sqrt{4\pi^2 Ro^2 + P^2}}, \frac{P uo}{2\pi} + \frac{2\pi Ro \cos(W)k}{\sqrt{4\pi^2 Ro^2 + P^2}} + e + \frac{2\pi Rh Ro}{\sqrt{4\pi^2 Ro^2 + P^2}} \right]$$

(a\_p)

mn\_uv: Vector unitario normal

tt\_uv: Vector unitario tangente

uu\_uv: Vector unitario binormal

aa: Dirección de la herramienta

oq: Vector posición de la herramienta (trayectoria)

a\_p: Dirección de la herramienta parametrizada

(%i18) realonly:true\$ debugmode:true\$ globalsolve:true\$

## 2 Detección de interferencias y corrección de la orientación de la herramienta

(%i19) solu:linsolve([a\_p[1]-S\_vc[1],a\_p[2]-S\_vc[2],a\_p[3]-S\_vc[3]],[k,u,v])\$

Expresión demasiado larga, se simplifica por las expresiones Q,B,N,D,E,F1 y F2

(%i20) kill(u,v,k);

Rc: Radio del álabe en el punto de intersección

W: Ángulo inicial de la herramienta

Wo: Incremento del ángulo de la herramienta

nmax: Número de iteraciones para el cálculo de la raíz usando el método de Newton-Raphson

Rh: Radio de la herramienta

h: Altura del agarre

Ro y uo : Radio y ángulo del punto de mecanizado.

Ri: Radio interior del rodete

Re: Radio exterior del rodete

R.L: Radio límite de interferencias

(%i39) cc:-1\$

i:1\$

Rc[cc]:0\$

Wo:0\$

nmax:10\$

numer:true\$

W:%pi/4\$

```

kill(us,u)$
P:100$
Rh:3$
e:5$
h:45$
Ro:28$
uo:0.3$
Ri:25$
Re:50$
t:2*%pi/7$
R.L:Re+7*(Re-Ro)/((2*%pi*Ri/7)-(e+7+Rh))$

while (Rc[cc]<R.L) do (

cc:cc+1,

W:W+Wo,numer,

/* Simplificación de expresiones del ángulo y radio de intersección*/
Q :sqrt((2 * %pi * Ro) ^ 2 + P ^ 2) * sin(W),
B : Q*(P * uo + 2 * %pi * e) + 4 * %pi ^ 2 * Rh * Ro*sin(W) - 4 * %pi ^ 2 * Ro ^ 2 *
cos(W),
N : P * cos(W),
D : (P ^ 2 * uo + 2 * %pi * P* e) * cos(W),
E : P*(Rh*sin(W)-Ro*cos(W))*(sin(uo)^2+cos(uo)^2),
F1 : cos(u - t) * sin(uo) - sin(u - t) * cos(uo),
F2 : +sin(u - t) * sin(uo) + cos(u - t) * cos(uo),
/* f: función ángulo de intersección y df es su derivada. v: el radio de intersección*/
f : F1 * (B - P * Q * u) + F2 * (P * N * u - D),
df:F1 *(P* N * u - P* Q - D) + F2 * (P * N + P * Q * u - B),
v: E /(Q * F1 -N * F2),

/* Punto inicial de iteración*/
g:-atan(N/Q)+t+uo,numer,
x[0]:g,numer,

/* Método Newton-Raphson para determinar el ángulo de intersección*/
for m:1 thru nmax do (
x[m]:x[m-1]-(subst(u=x[m-1],f)/subst(u=x[m-1],df)),numer
),

/* Error de convergencia*/
e1:abs(abs(x[nmax]-x[nmax-1])/abs(x[nmax])),numer,

/* Comprobar si el ángulo esta en rango de intersección*/
if(-0.5<=x[nmax] and x[nmax]<=1.3 and e1<0.1) then (
us[cc]:x[nmax],numer
),
/* Verificación de la intersección*/
Rc[cc]:subst([u=us[cc]],v),numer,

/* Incremento del ángulo de la herramienta en caso de interferencia */
Wo:0.005
)$

```

(%i40) kill(u,v)\$

Comprobación de resultados

(%i49) e1,numer;  
W,numer;  
g,numer;  
x[nmax],numer;  
Rc[0];  
Rc[cc];  
R.L;  
us[0];  
x[nmax];

1.9623959657353110<sup>-16</sup> (%o41)

1.420398163397439 (%o42)

1.122851221237179 (%o43)

1.131497459238973 (%o44)

33.67221653942741 (%o45)

70.85470865654915 (%o46)

70.69907072183605 (%o47)

1.07379421649443 (%o48)

1.131497459238973 (%o49)

### 3 Representación Gráfica

(%i50) W\_md:W\$

(%i52) kill(W)\$ W:%pi/4\$

Orientación inicial

(%i53) aa:cos(W)\*nm\_uv+sin(W)\*uu\_uv,numer\$

(%i54) qw:Rh\*(nm\_uv)+subst([v=Ro],S),numer\$

(%i58) aa1:52\*subst([v=Ro],aa),numer\$  
va\_o:0.998\*subst([u=uo,v=Ro],qw),numer\$  
va\_f:subst([u=uo,v=Ro],aa1),numer\$  
va:vector(va\_o,va\_f),numer\$

Orientación corregida en caso de interferencias

```
(%i59) aa_md:cos(W_md)*nn_uv+sin(W_md)*uu_uv,numer$
```

```
(%i64) aa1_md:53*subst([v=Ro],aa_md),numer$
```

```
va_o_md:1.01*subst(u=uo,qw),numer$
va_f_md:subst(u=uo,aa1_md),numer$
va_md1:vector(va_o_md,va_f_md),numer$
va_md:subst(v=Ro,va_md1),numer$
```

```
(%i65) kill(u,v)$
```

```
(%i70) path:parametric((P*Rh*sin(u))/sqrt(4*pi^2*Ro^2+P^2)+Ro*cos(u),
Ro*sin(u)-(P*Rh*cos(u))/sqrt(4*pi^2*Ro^2+P^2),e+
(2*pi*Rh*Ro)/sqrt(4*pi^2*Ro^2+P^2)+
(P*u)/(2*pi),u,-2*pi*e/P,2*pi/6)$
alabe:parametric_surface(
S[1],
S[2],
S[3],v,Ri,Re,u,-2*pi*e/P,2*pi/6)$
alabe_Nx:parametric_surface(S_vc[1],S_vc[2],S_vc[3],v,Ri,Re,u,0,2*pi*
((1/6)+e/P))$
cilindro:parametric_surface(Ri*cos(u),Ri*sin(u),z,u,0,2*pi,z,0,e+P/6)$
draw3d(nticks=600,surface_hide=true,
color=orange,alabe,alabe_Nx,
line_width=5,color=blue,path,head_length=0.2,color=green,va_md,color=yello
w,color=red,va,cilindro),numer$
```

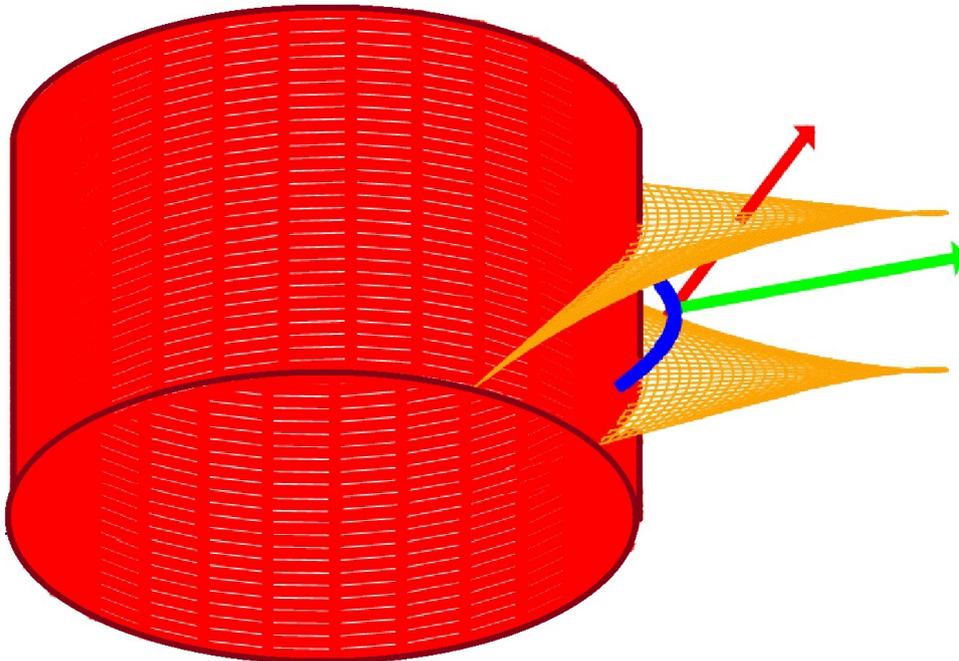


Figure 1: Corrección de orientación de la herramienta.

## Anexo 4: Guía para la simulación y verificación interferencias

Una vez construidos todos los componentes del sistema y ensamblados. Se procede a la realización de la simulación. Para lo cual se selección la ventana señalada en la figura 1.

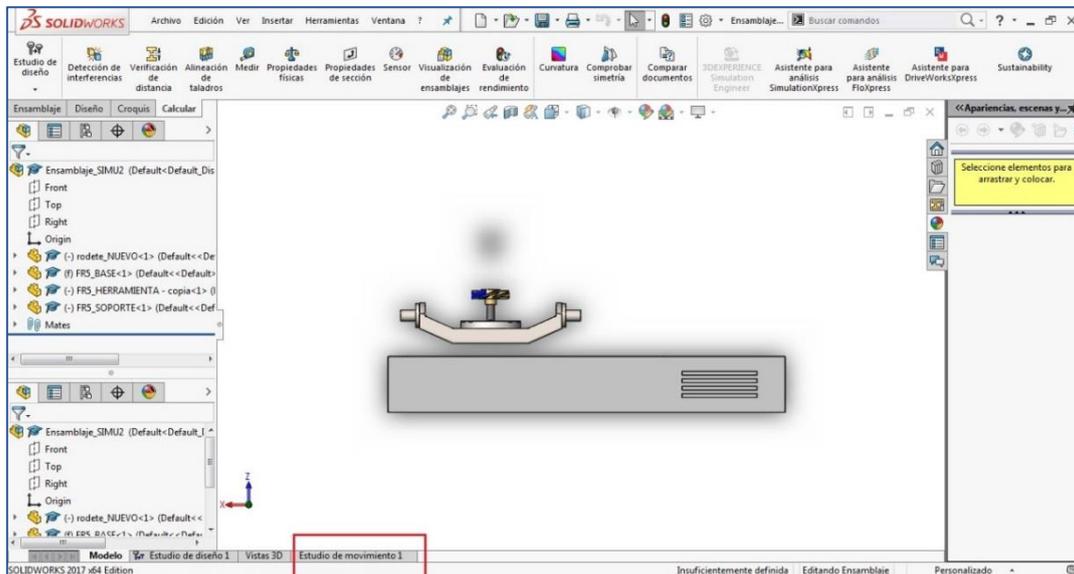


Figura 1

### **Movimiento de la herramienta.**

Seleccionar componente->Mover componente-> A posición XYZ (ventana de la izquierda figura 2). Con esta herramienta se consigue también la colocación del ensamblaje en origen de coordenadas.

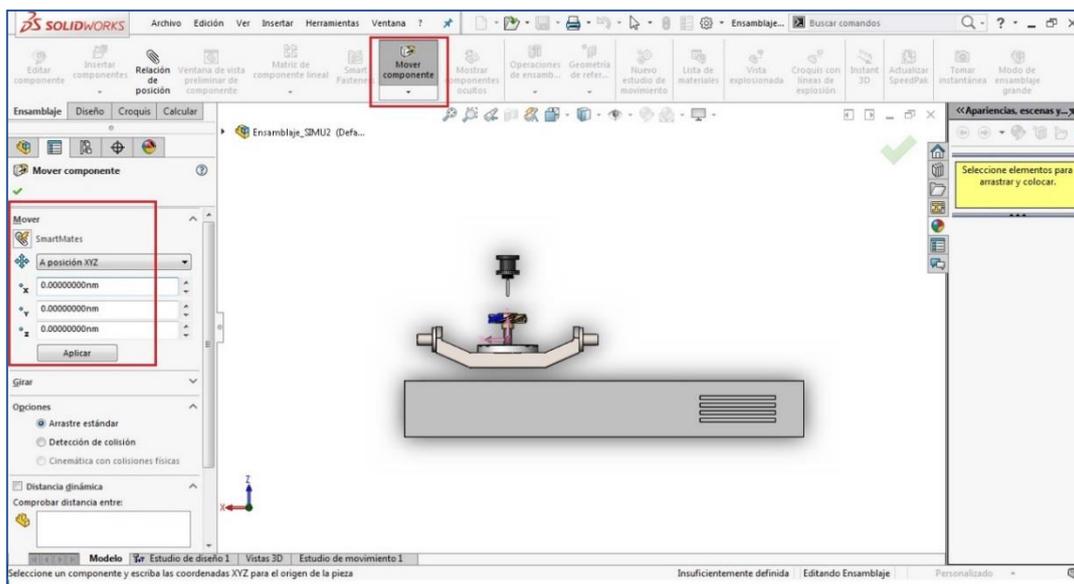


Figura 2

### **Giros del soporte de la pieza**

Los giros respecto al eje **X** se realizan prácticamente igual que el paso anterior.

Seleccionar componente -> Extender pestaña -Mover componente -> Girar componente-> Girar delta XYZ.

Los Giros sobre el eje **Z**. Dado que el eje z de la pieza no va coincidir con el z del ensamblaje, habría que realizar este giro en la siguiente forma.

Seleccionar el componente ->Botón derecho -> Mover con sistema de referencia (figura 3). Una vez realizado esto aparecerá el sistema de referencia del ensamblaje en el origen del del componente. Para realizar el giro hay que alinear este sistema de referencia al sistema de referencia del componente.

Botón derecho sobre la “esfera azul” del en origen del sistema de referencia -> Alinear con el origen del componente (figura 4)

Finalmente, para introducir los valores del giro se tiene que habilitar el “cuadro Rotar Delta XYZ” (figura 4).

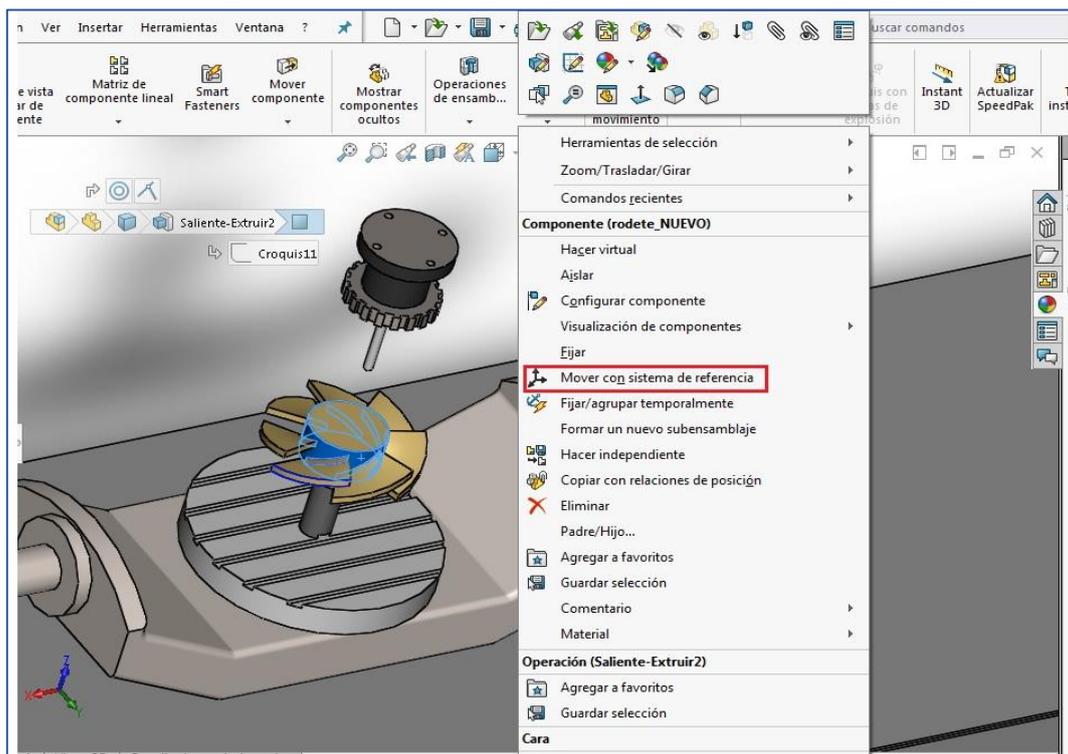


Figura 3

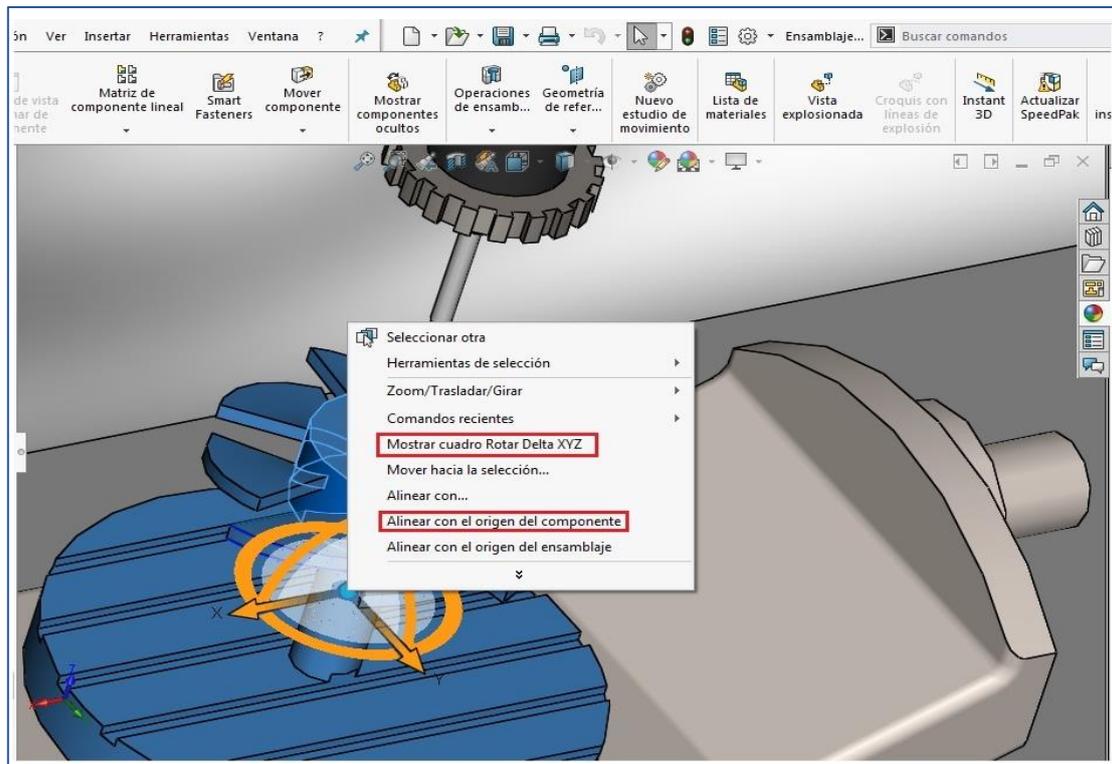


Figura 4

### Verificación de interferencias

Calcular-> Detección de interferencias->Calcular (Figura 5)

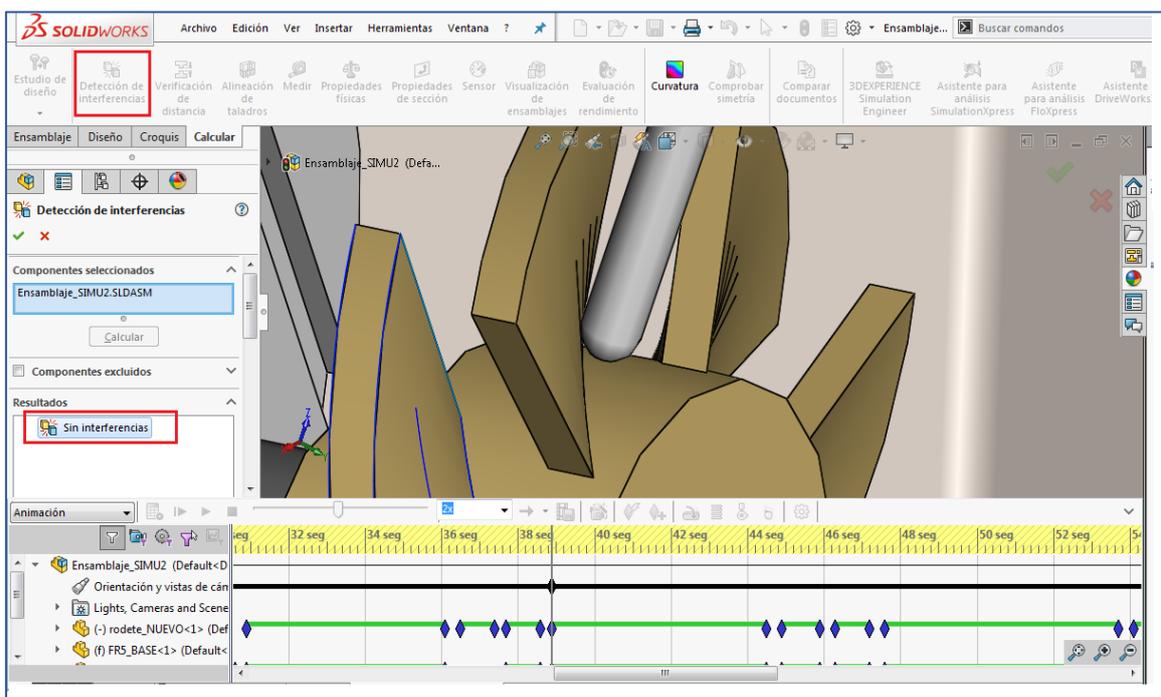


Figura 5

## Verificación de tangencia

Caclular->Verificación de distancia->Seleccionar componentes-> Calcular (Figura 6)

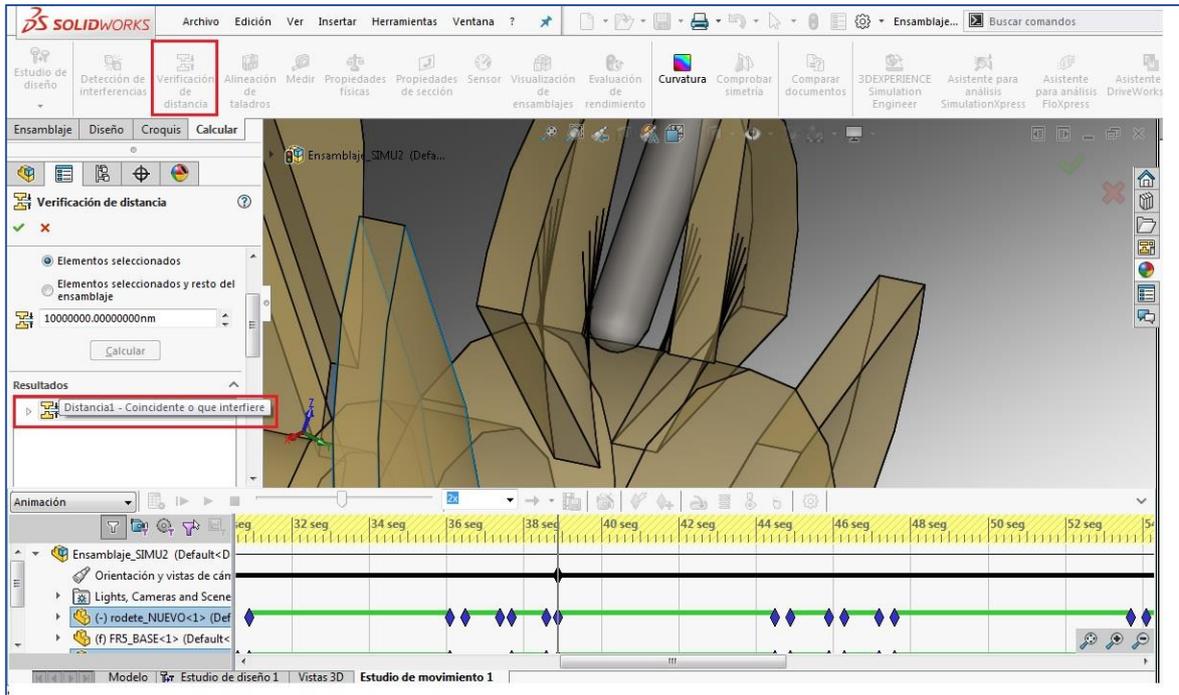
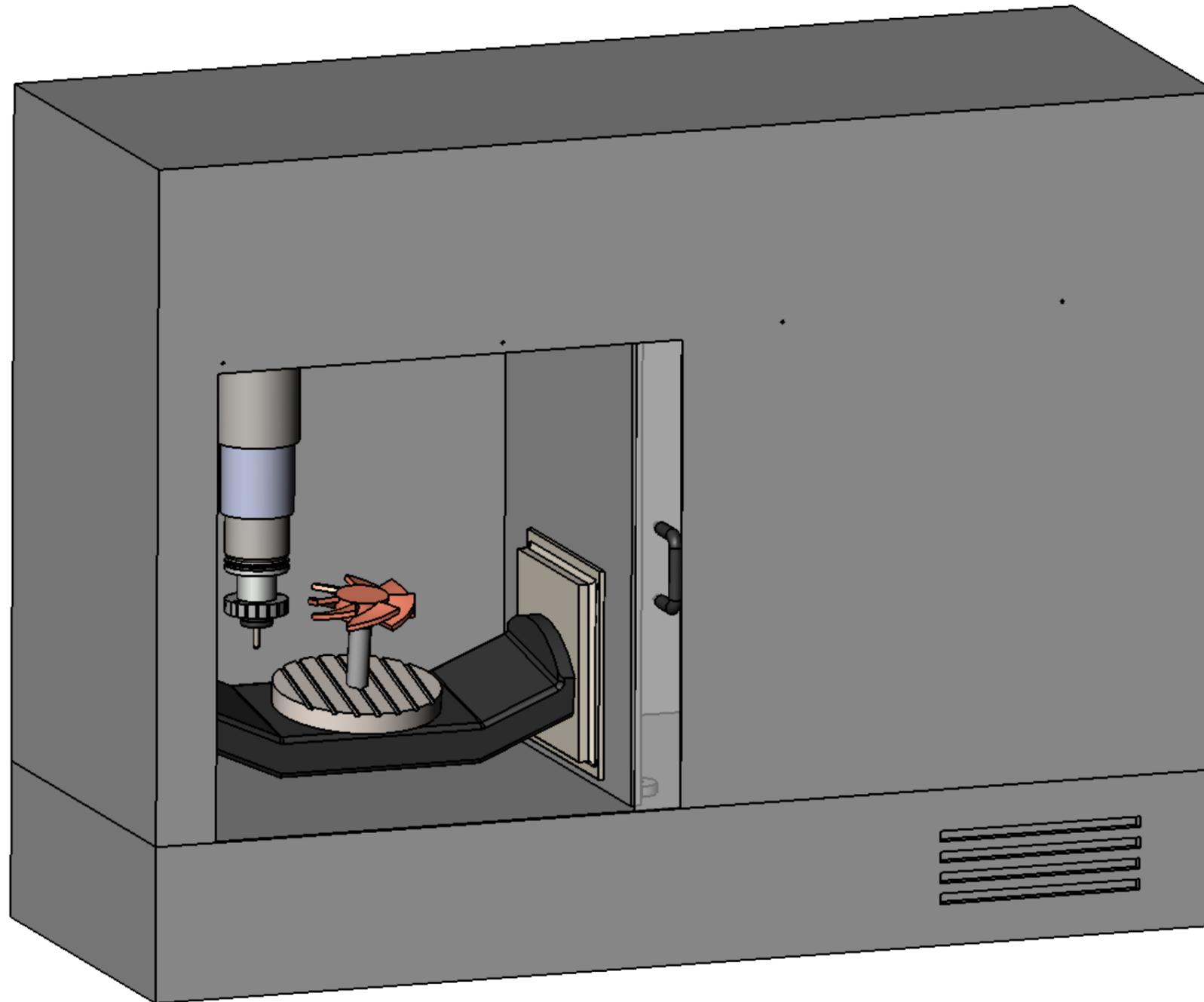
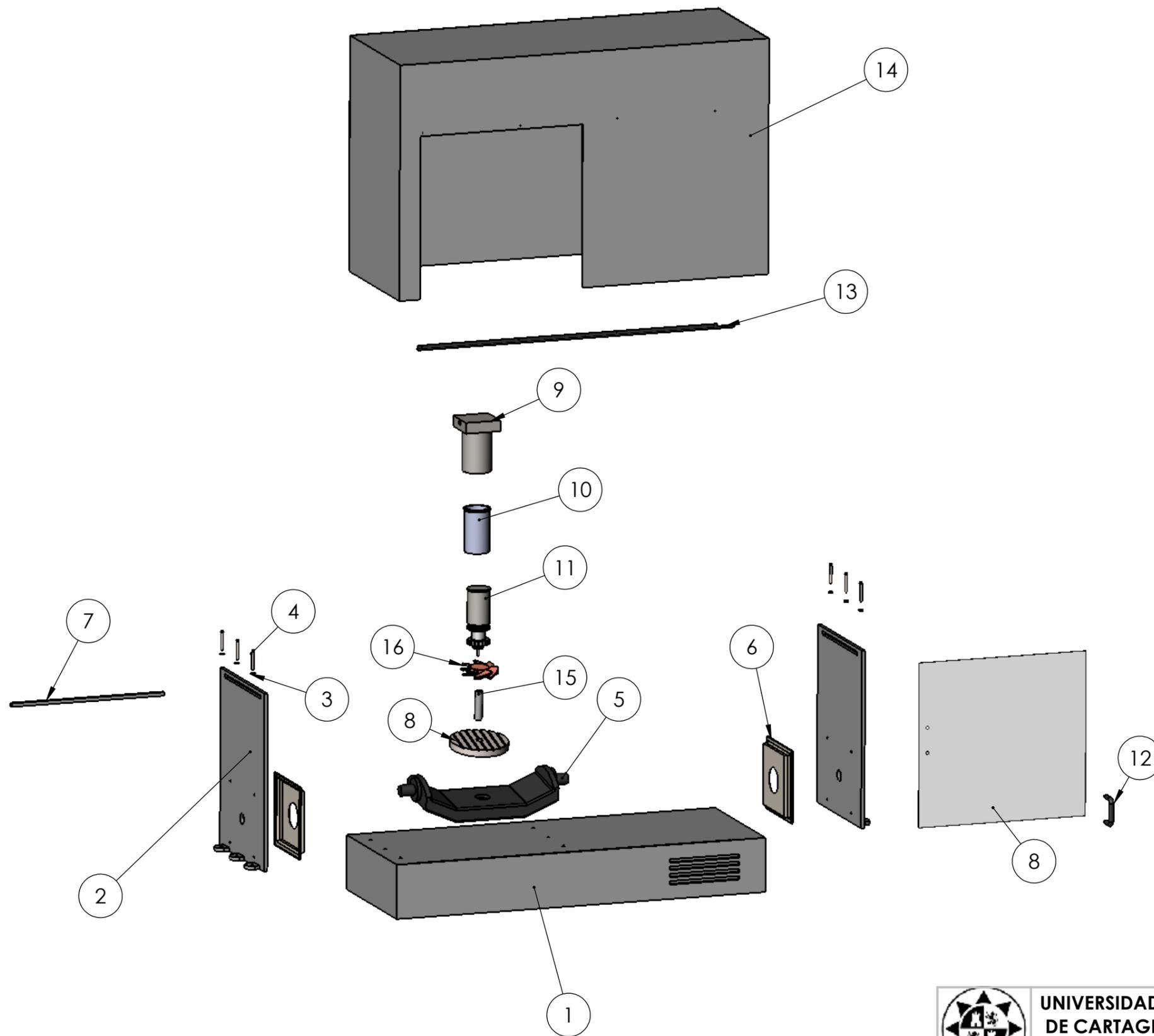


Figura 6

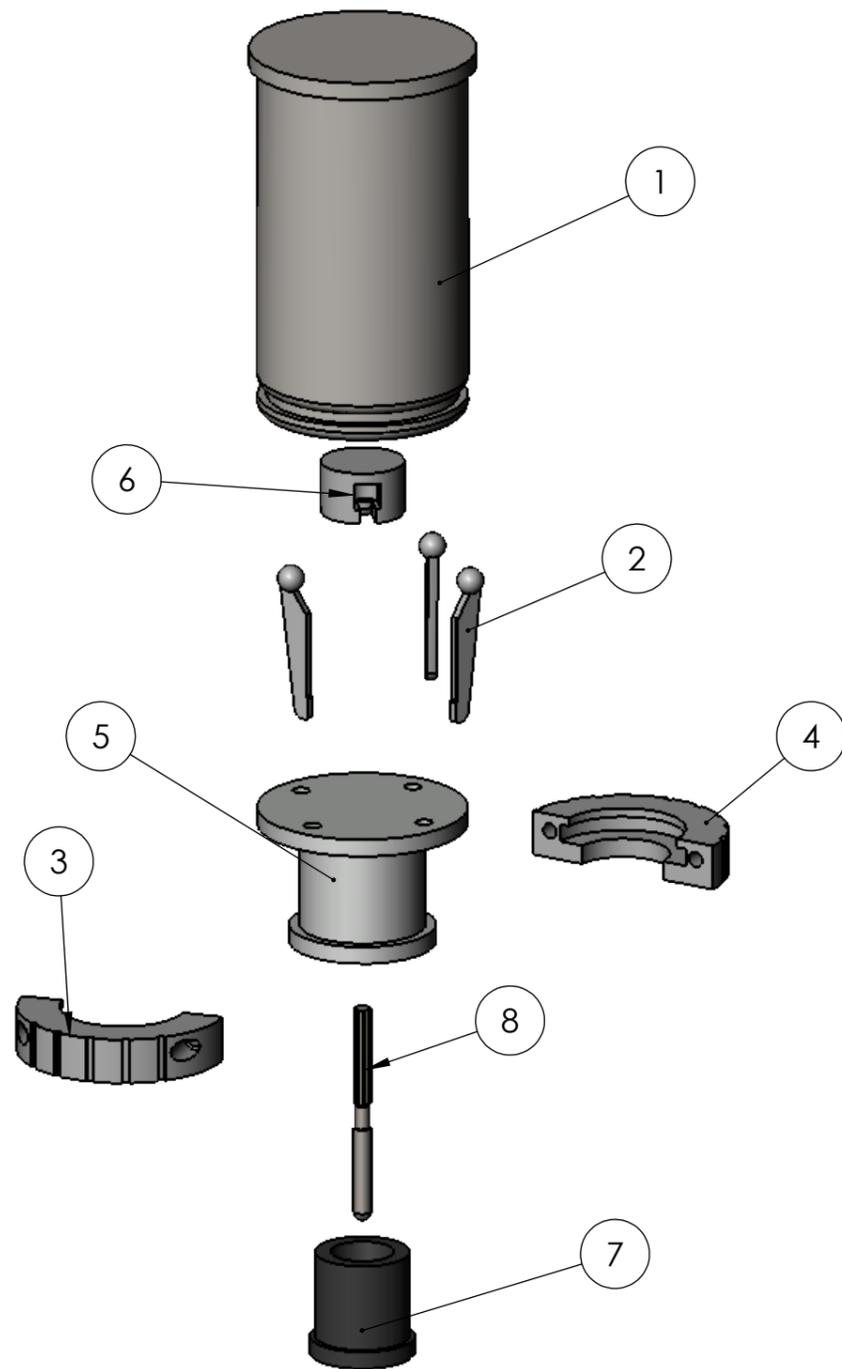


	<b>UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA</b>		Anexo 4			
			Curso 2017/2018	Práctica nº	Hoja	Escala
Titulación	GITI	Denominación	Trabajo final	1/18	1:5	
Fecha	07/2018		FRESADORA 5 EJES	Revisión		
Apellidos y nombre:		Bounaji El Houcine				

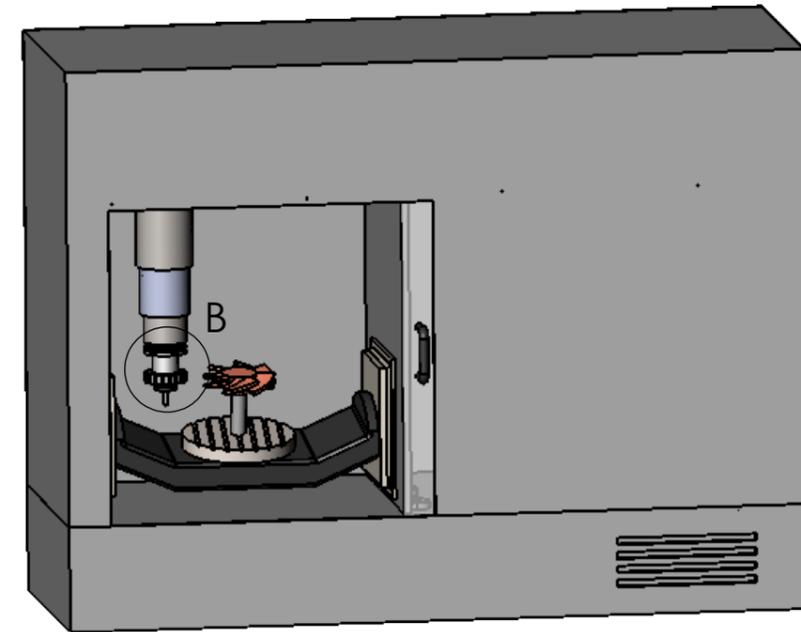


Nº Elemento	Nombre Pieza	Descripción	Cantidad
1	BASE		1
2	PARED LATERAL		2
3	ISO 4017- M6 x 50-C		6
4	Washer 9021-5.3		6
5	SOPORTE		1
6	TAPA		2
7	EJE HORIZONTAL		1
8	PUERTA		1
9	MOTOR HERRAMIENTA		1
10	EXTENSIÓN EJE V.		1
11	PORTAHERRAMIENTAS		X
12	PICA PUERTA		1
13	GUÍA PUERTA		1
14	CARCASA		1
15	EJE AUXILIAR		1
16	RODETE		1

	<b>UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA</b>		Anexo 4			
			Curso 2017/2018	Práctica nº	Hoja	Escala
Titulación	GITI	Denominación	Trabajo final	2/18	1:12	
Fecha	07/2018		FRESADORA 5 EJES	Revisión		
Apellidos y nombre:		Bounaji El Houcine				



DETALLE B



Nº ELEMENTO	NOMBRE PIEZA	DESCRIPCION	CANTIDAD
1	EJE VERTICAL		1
2	DIENTE		3
3	VOLANTE APRIETE 1		1
4	VOLANTE APRIETE 2		1
5	AGARRE SUPERIOR		1
6	BASE AGARRE		1
7	AGARRE INFERIOR		1
8	HERRAMIENTA		1



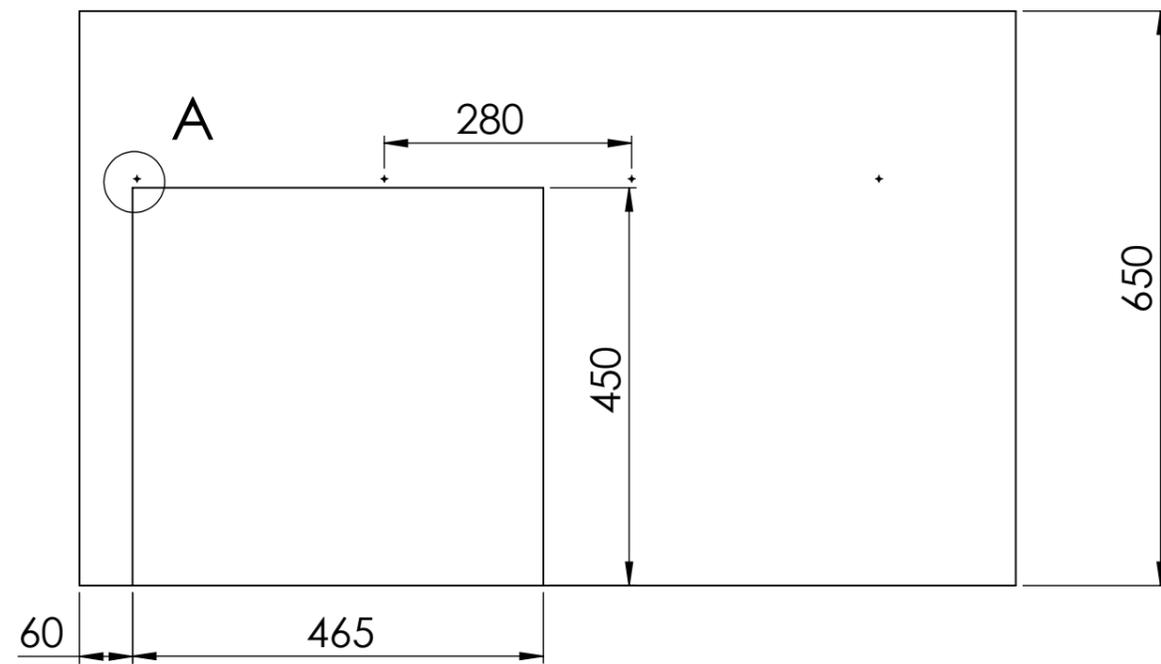
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA

Anexo 4

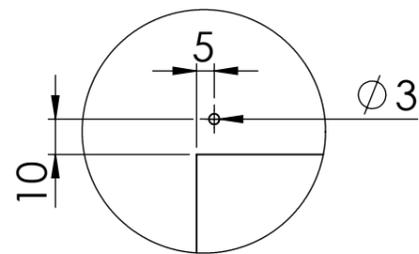
Curso 2017/2018    Práctica nº    Hoja    Escala

Titulación	GITI	Denominación PORTA-HERRAMIENTAS	Trabajo final	3/18	Varias
Fecha	07/2018		Revisión		

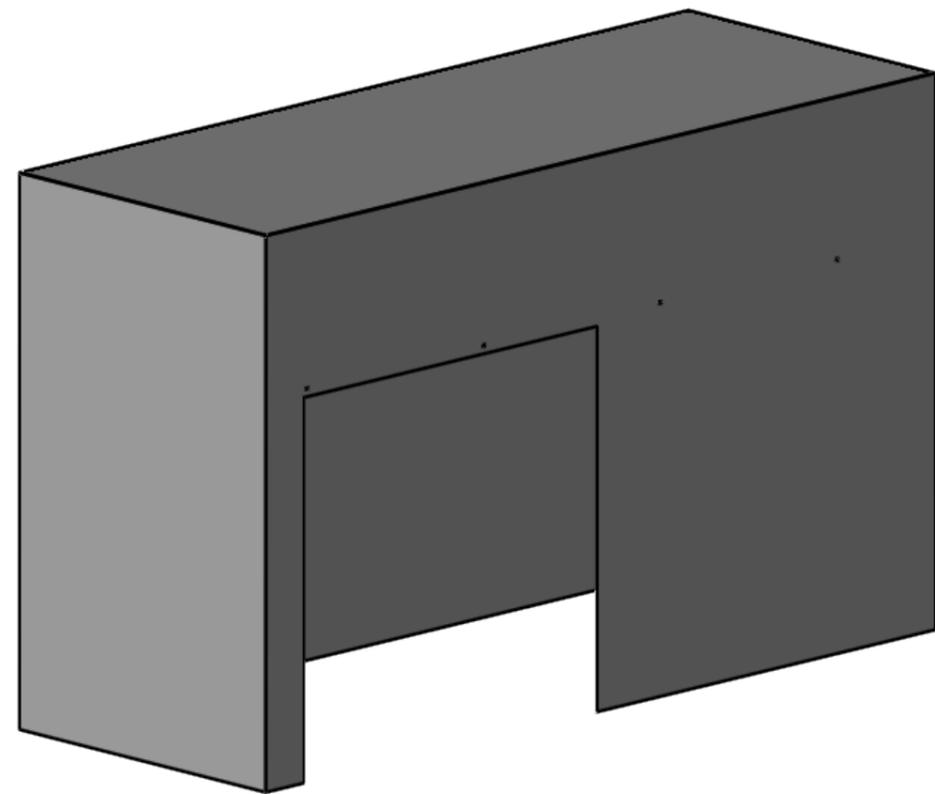
Apellidos y nombre: Bounaji El Houcine



Escala 1:8



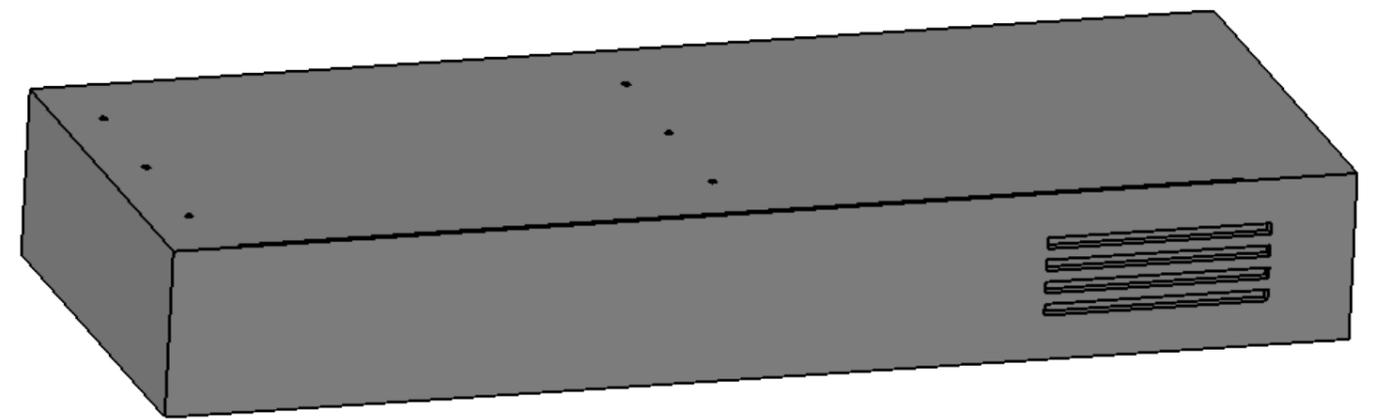
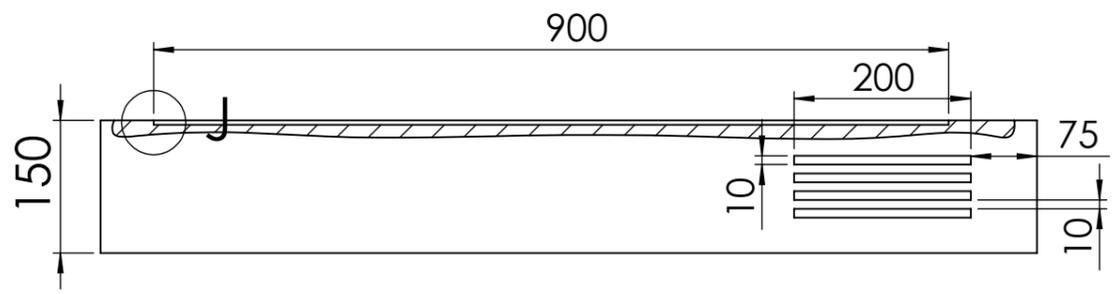
Detalle A  
Escala 1:2



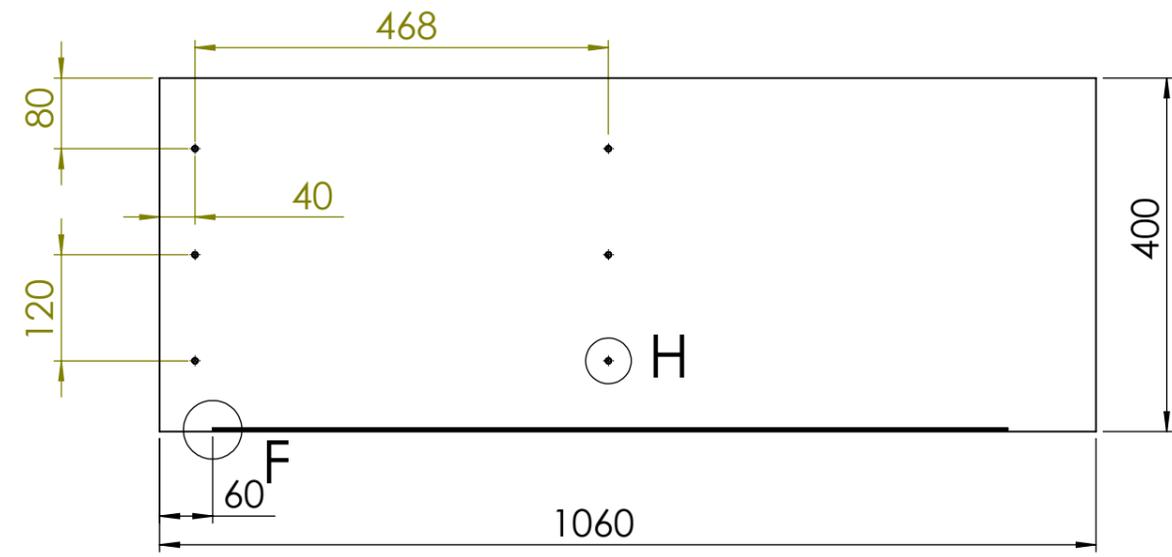
Escala 1:8

NOTA: PARA obtener la pieza es necesario realizar un vaciado de 2mm

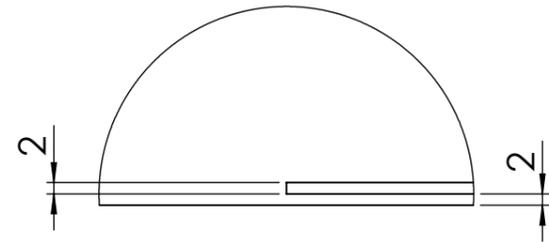
	UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA		Anexo 4			
			Curso 2017/2018	Práctica nº	Hoja	Escala
Titulación	GITI	Denominación Carcasa		Trabajo final	7/18	Varias
Fecha	07/2018			Revisión		
Apellidos y nombre:			Bounaji El Houcine			



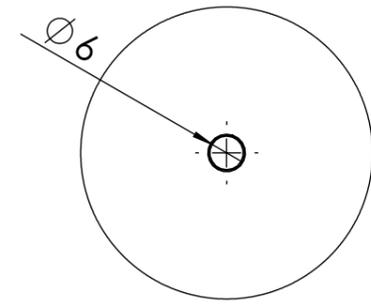
Escala 1:6



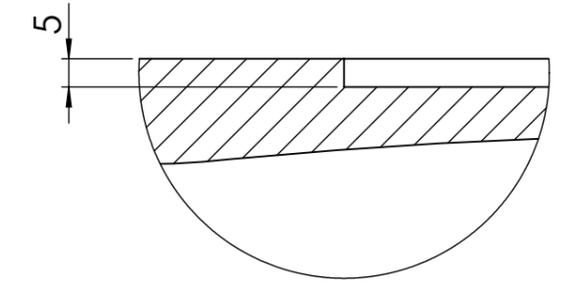
Escala 1:8



Detalle F



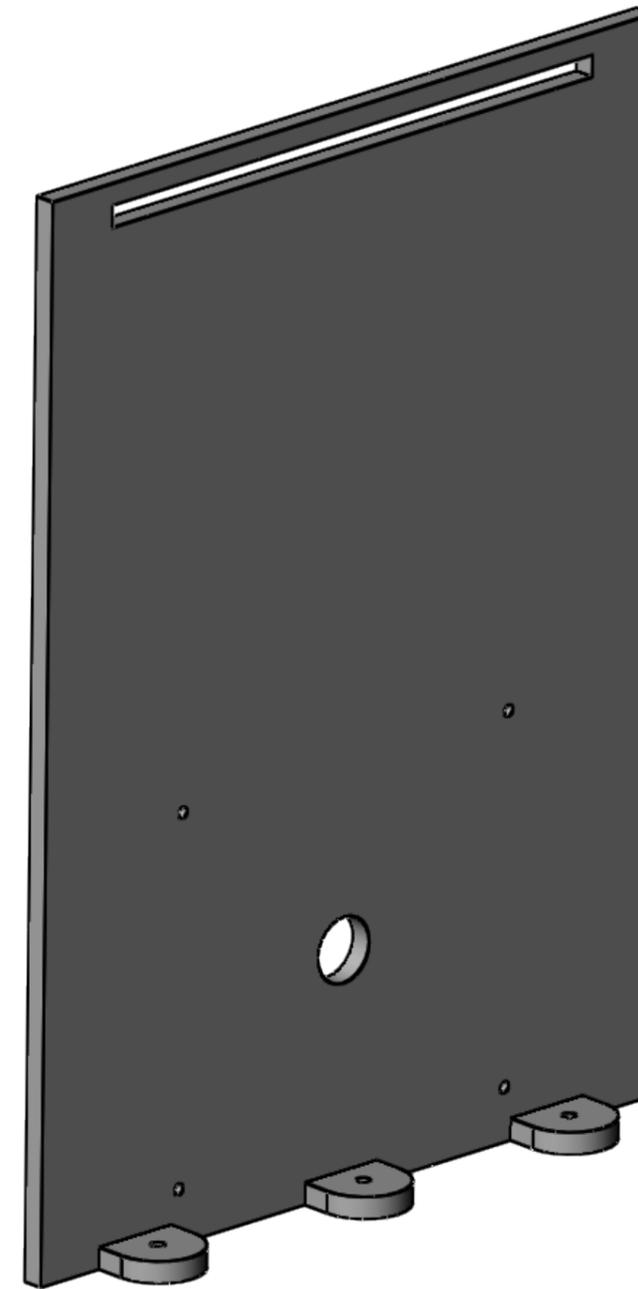
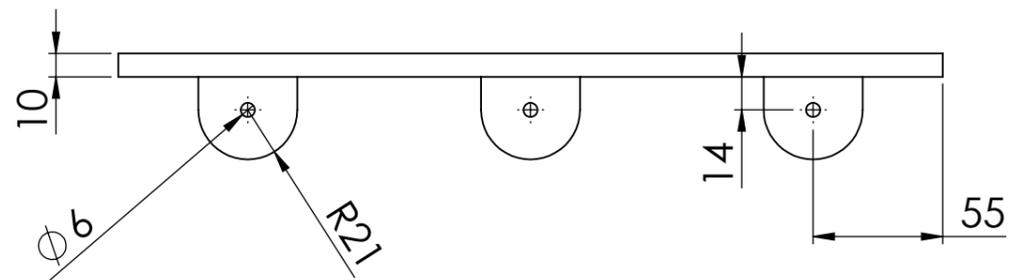
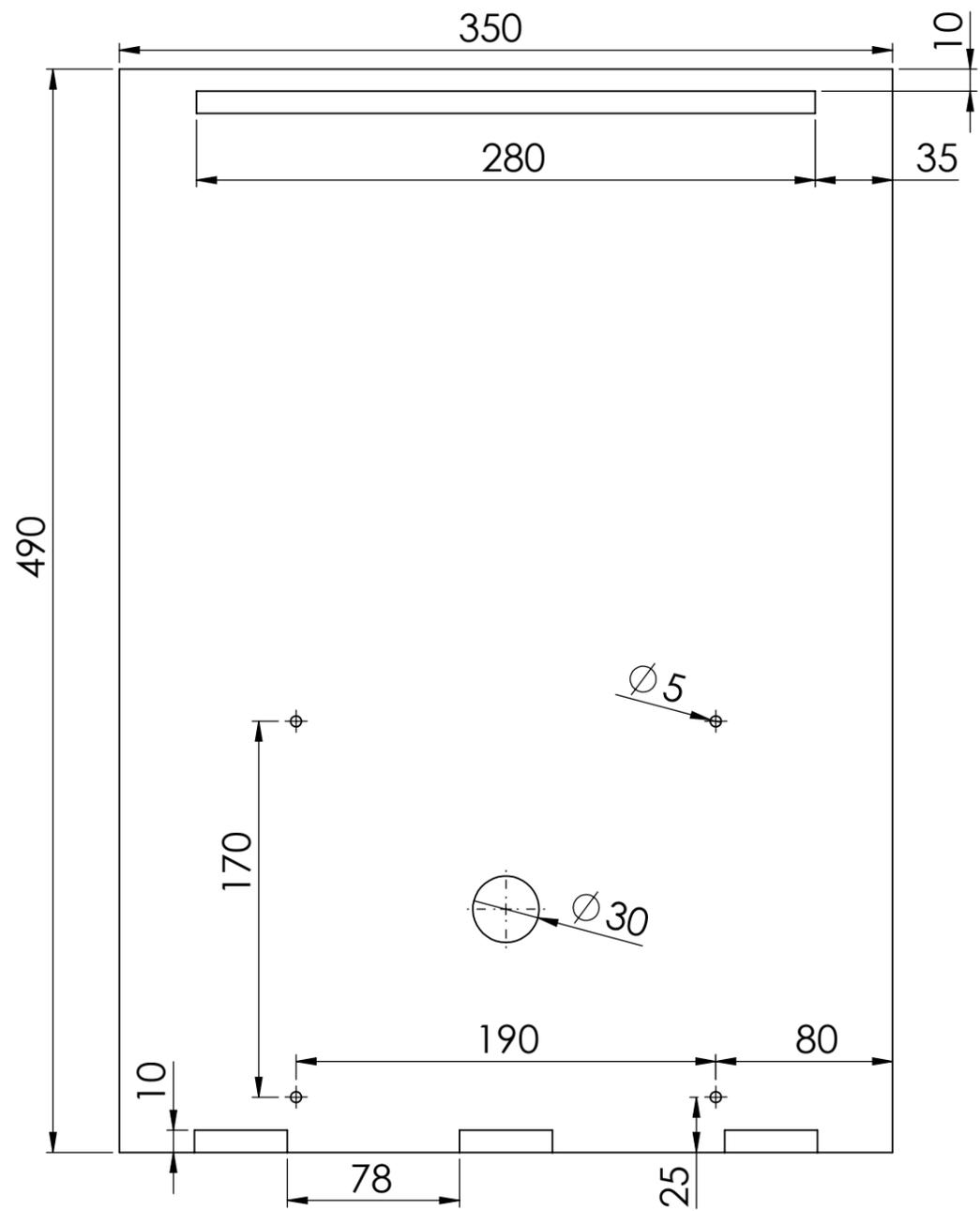
Detalle H



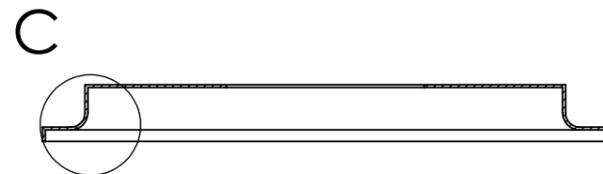
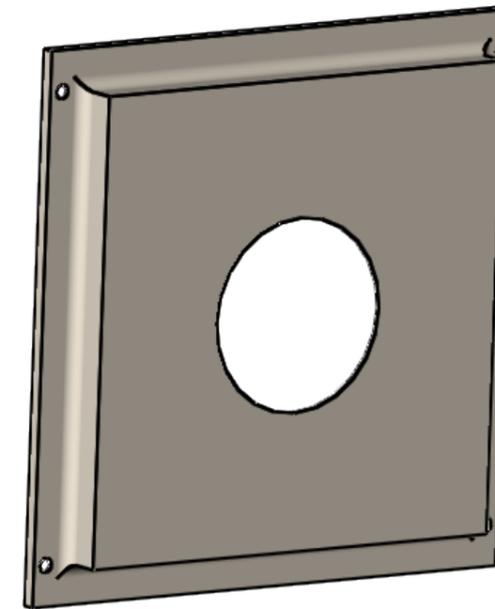
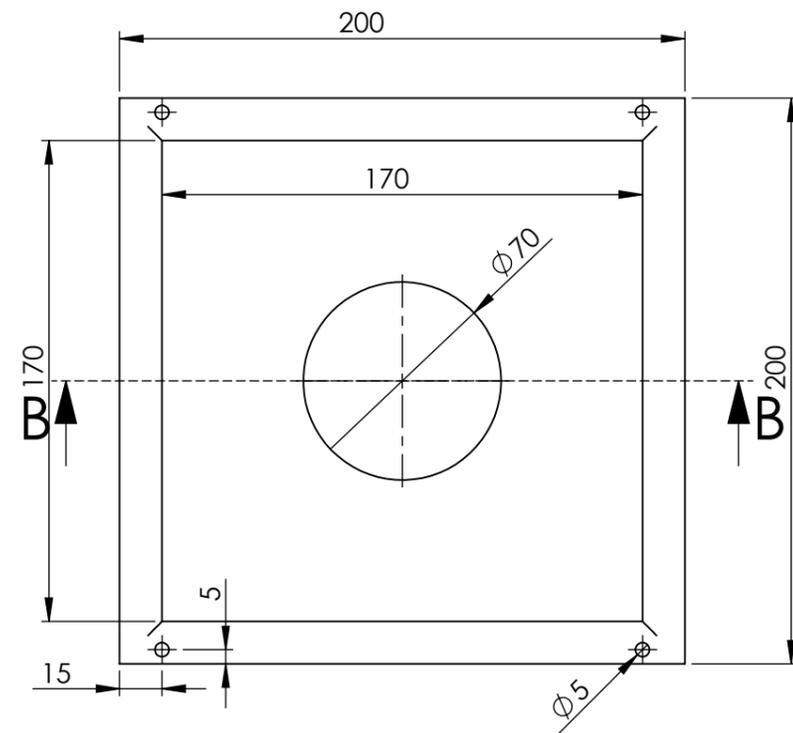
Detalle J

Escala detalles 4:5

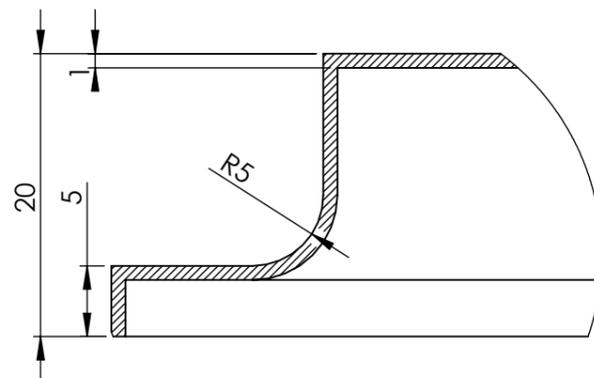
	UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA		Anexo 4			
			Curso 2017/2018	Práctica nº	Hoja	Escala
Titulación	GITI	Denominación BASE		Trabajo final	5/18	Varias
Fecha	07/2018			Revisión		
Apellidos y nombre:			Bounaji El Houcine			



	UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA		Anexo 4			
			Curso 2017/2018	Práctica nº	Hoja	Escala
Titulación	GITI	Denominación Pared lateral		Trabajo final	12/18	1:3
Fecha	07/2018			Revisión		
Apellidos y nombre:			Bounaji El Houcine			

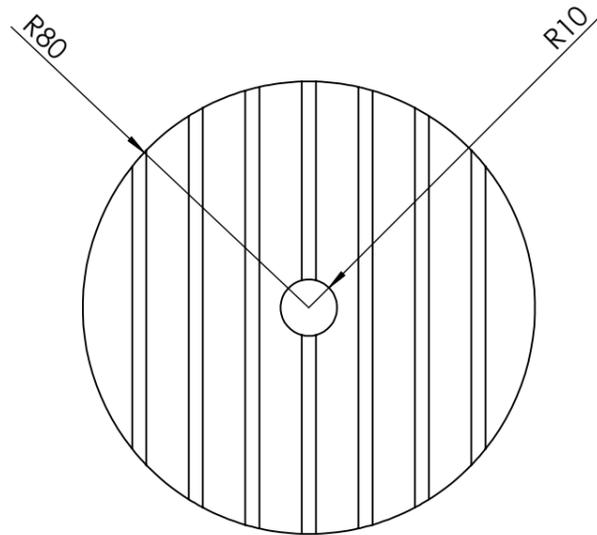
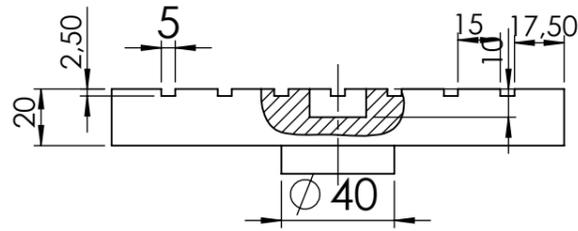


Sección B-B



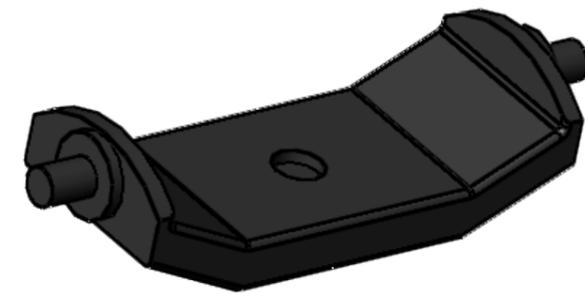
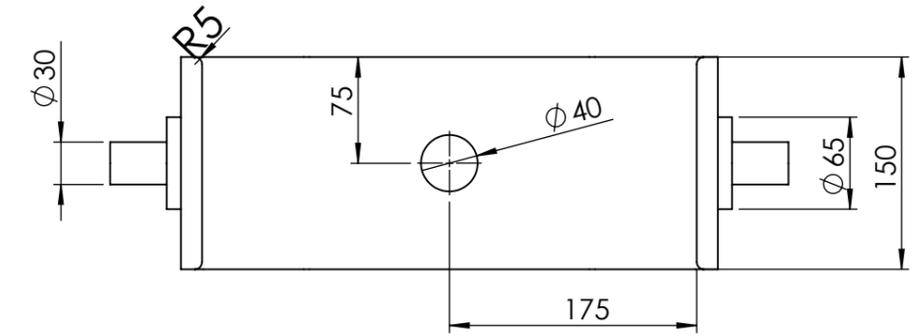
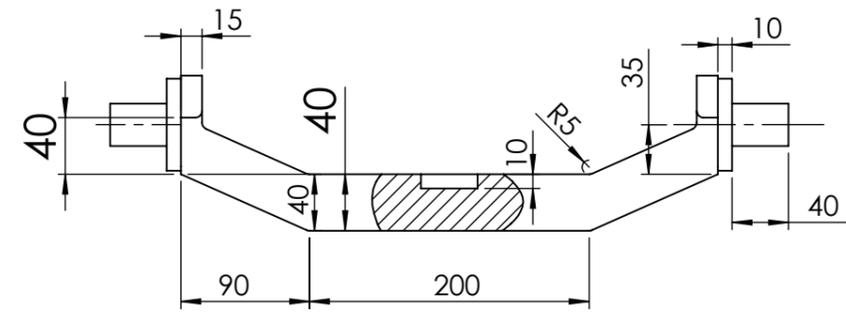
Detalle C  
Escala 2:1

	<b>UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA</b>		Anexo 4			
			Curso 2017/2018	Práctica nº	Hoja	Escala
Titulación	GITI	Denominación TAPA LATERAL		16/18	2:5	
Fecha	07/2018			Revisión		
Apellidos y nombre:			Bounaji El Houcine			



CAMA GIRATORIA

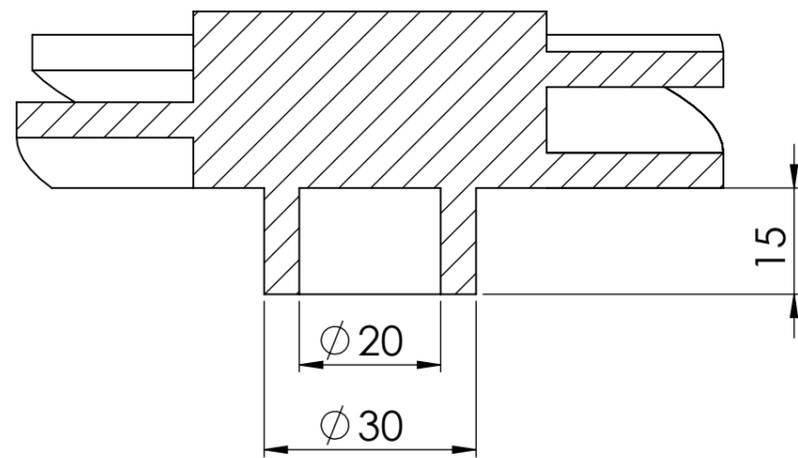
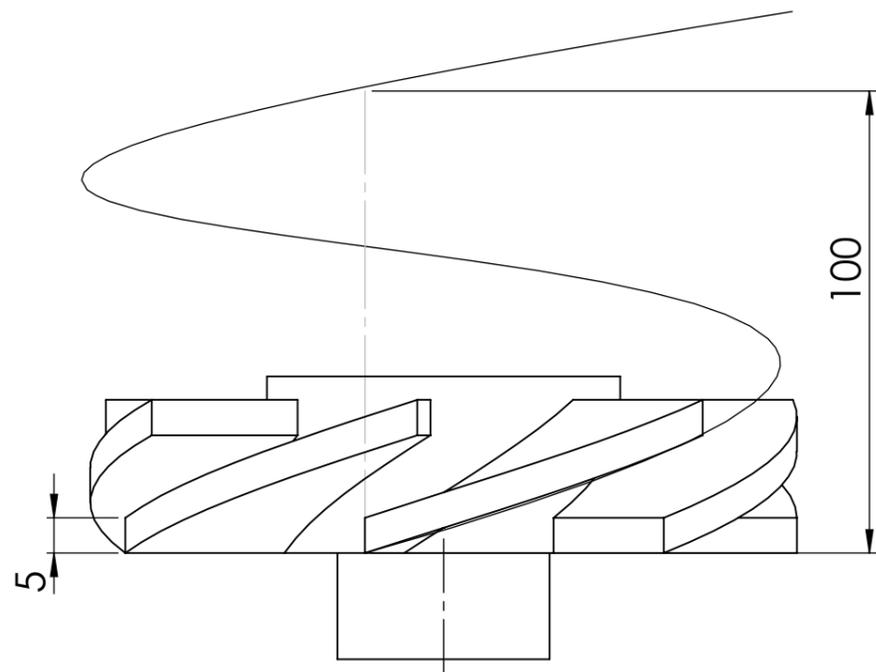
Escala 2:5



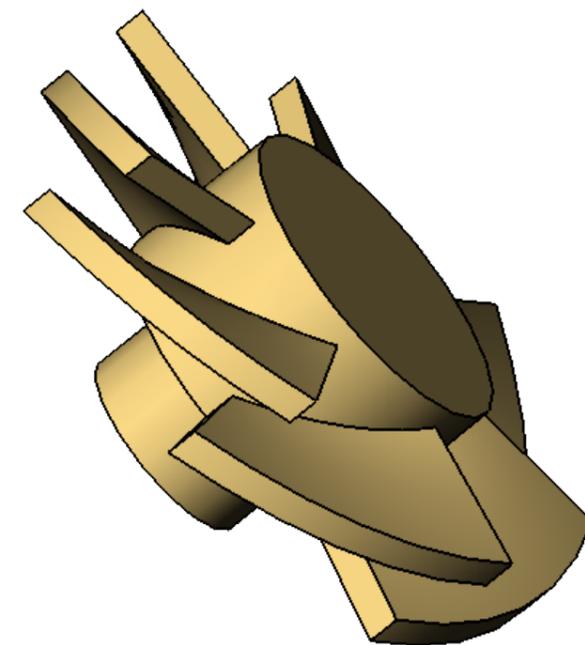
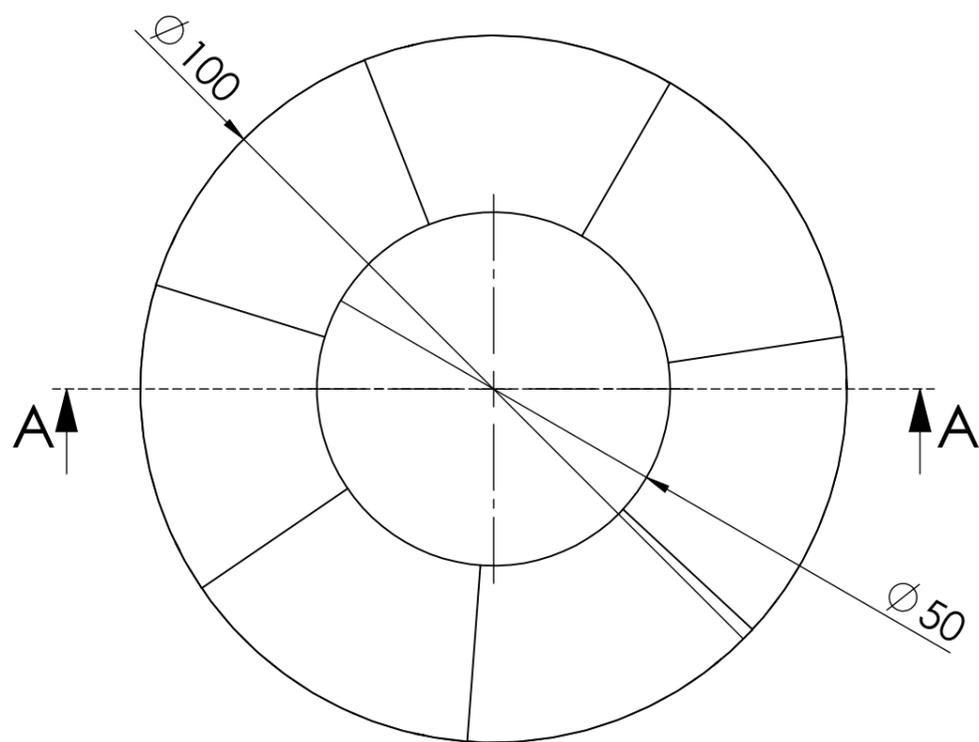
SOPORTE

Escala 1:5

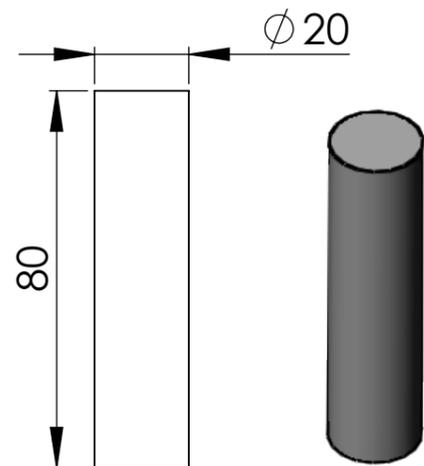
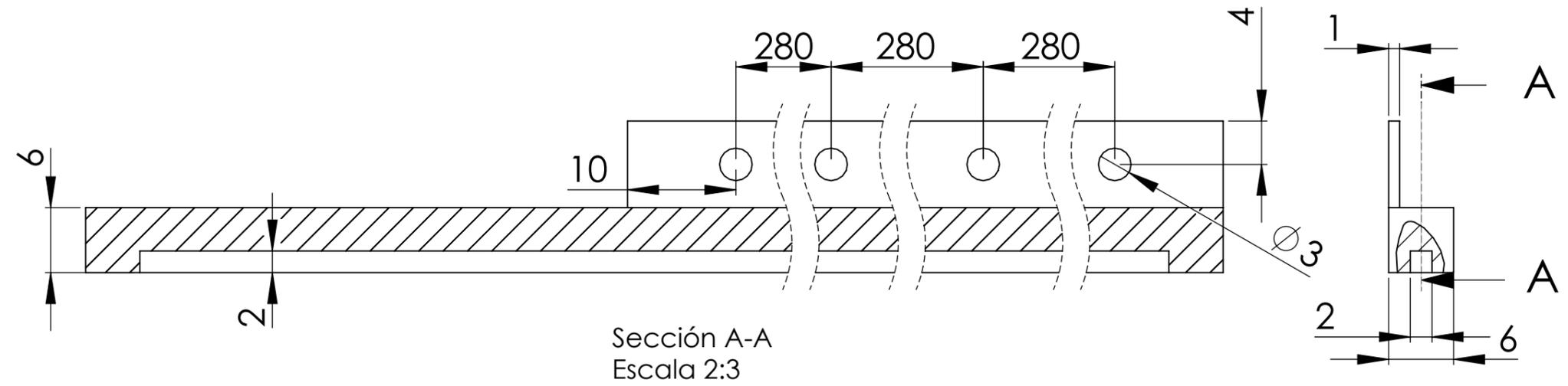
	<b>UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA</b>		<b>Anexo 4</b>				
	Titulación	GITI	Denominación CAMA GIRATORIA (izq) Y SOPORTE (dcha)	Curso 2017/2018	Práctica nº	Hoja	Escala
Fecha	07/2018		Revisión		15/18	Varias	
Apellidos y nombre:			Bounaji El Houcine				



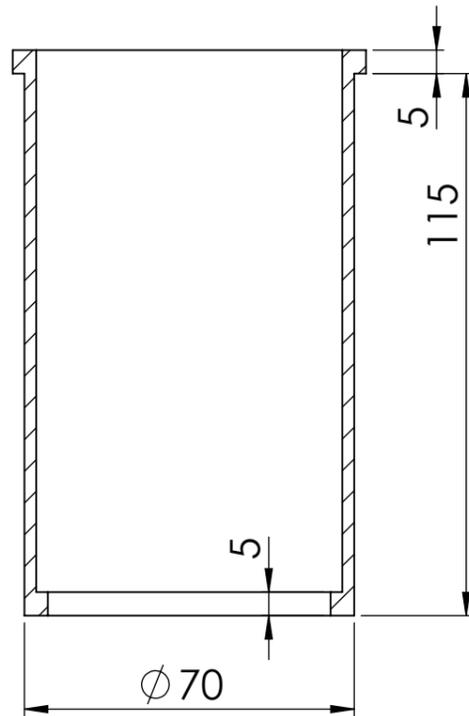
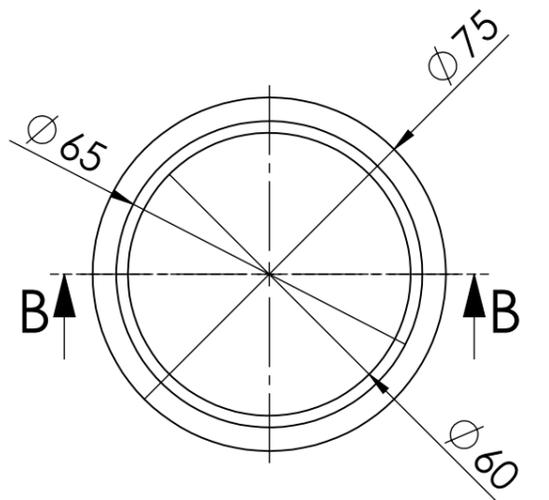
Sección A-A



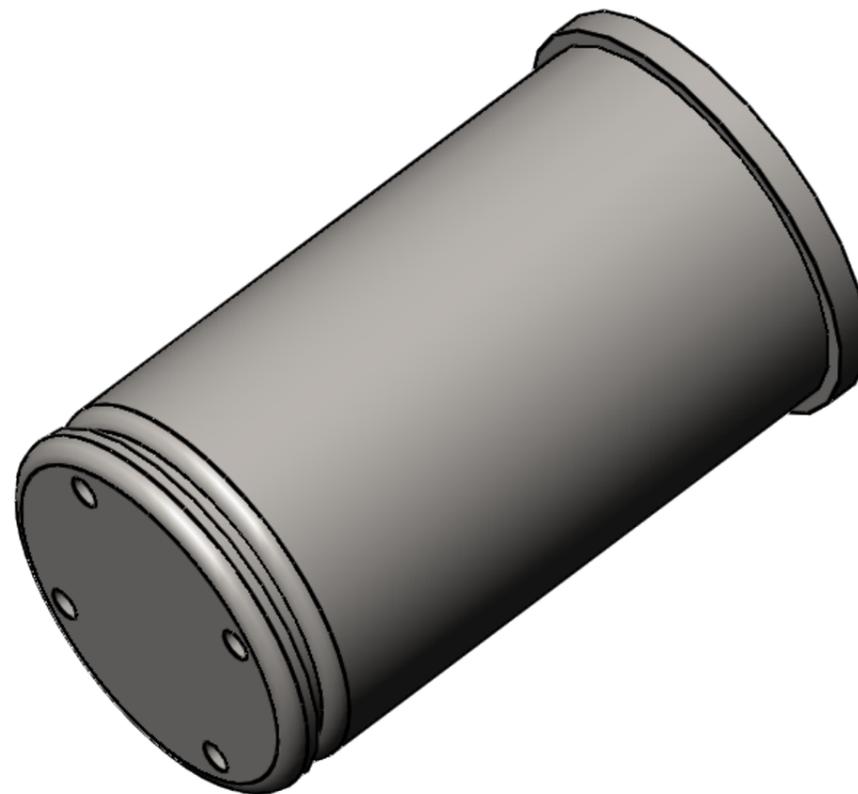
	<b>UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA</b>		Anexo 4			
			Curso 2017/2018	Práctica nº	Hoja	Escala
Titulación	GTI	Denominación Rodete		Trabajo final	14/18	1:1
Fecha	07/2018			Revisión		
Apellidos y nombre:			Bounaji El Houcine			



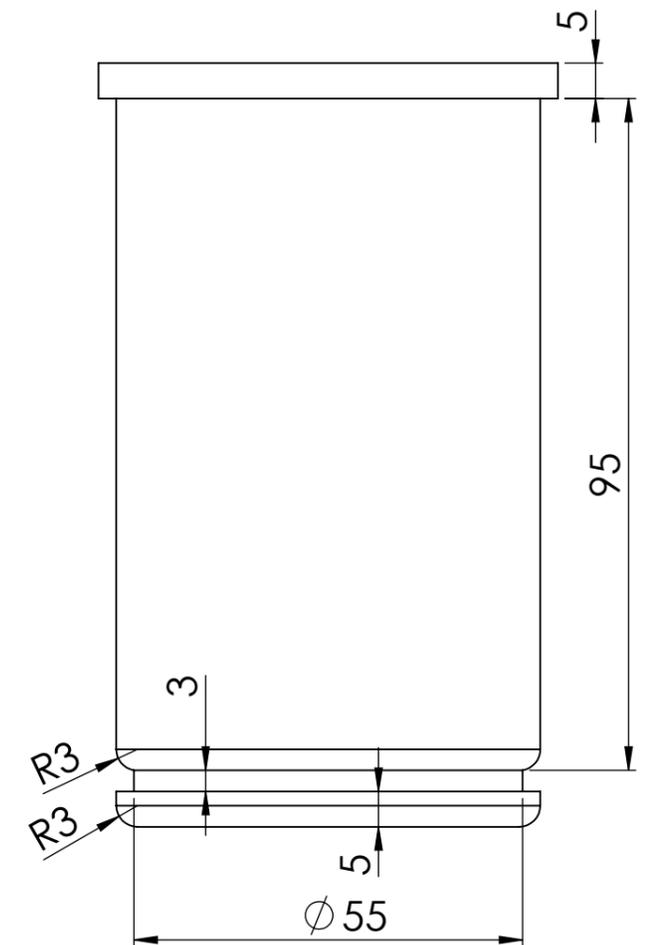
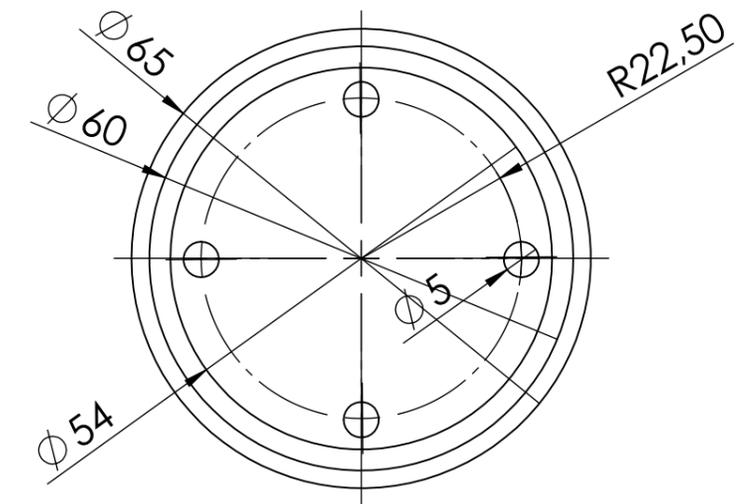
	<b>UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA</b>		Anexo 4			
			Curso 2017/2018	Práctica nº	Hoja	Escala
Titulación	GITI	Denominación EJE-AGARRE Y GUÍA PUERTA		Trabajo final	10/20	Varias
Fecha	07/2018			Revisión		
Apellidos y nombre:		Bounaji El Houcine				



Extensión Eje vertical  
Escala 2:3



Eje vertical  
Escala 1:1

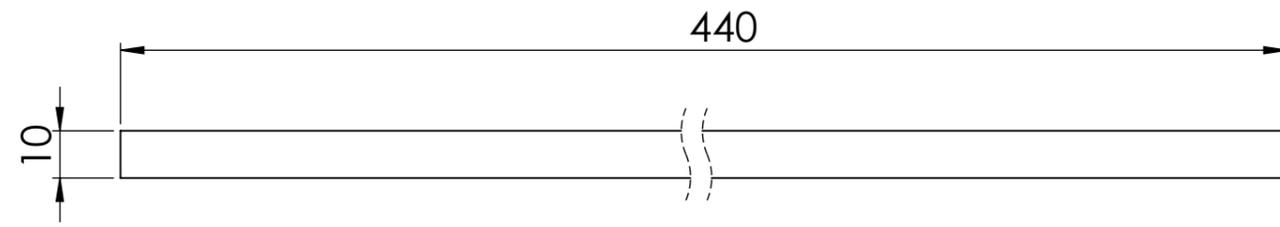
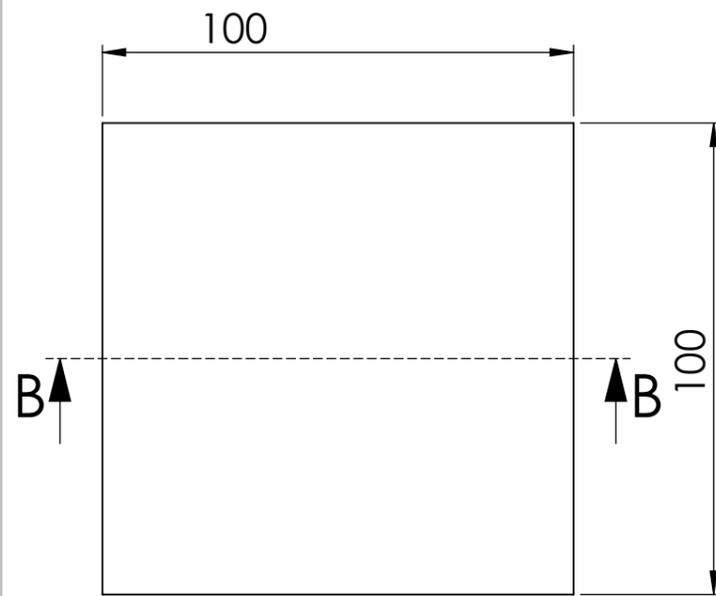


UNIVERSIDAD POLITÉCNICA  
DE CARTAGENA

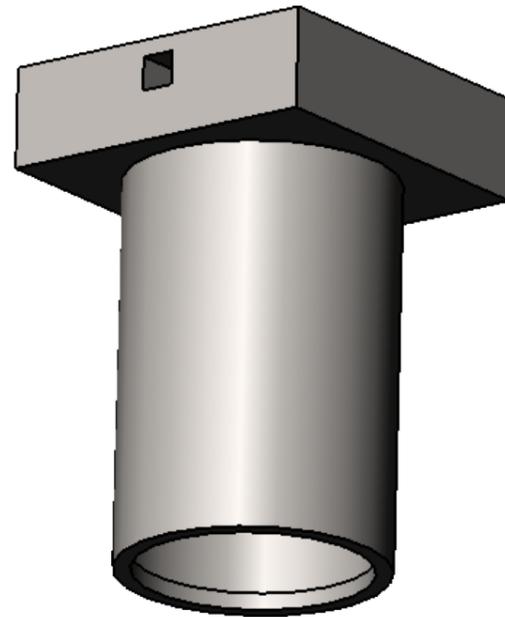
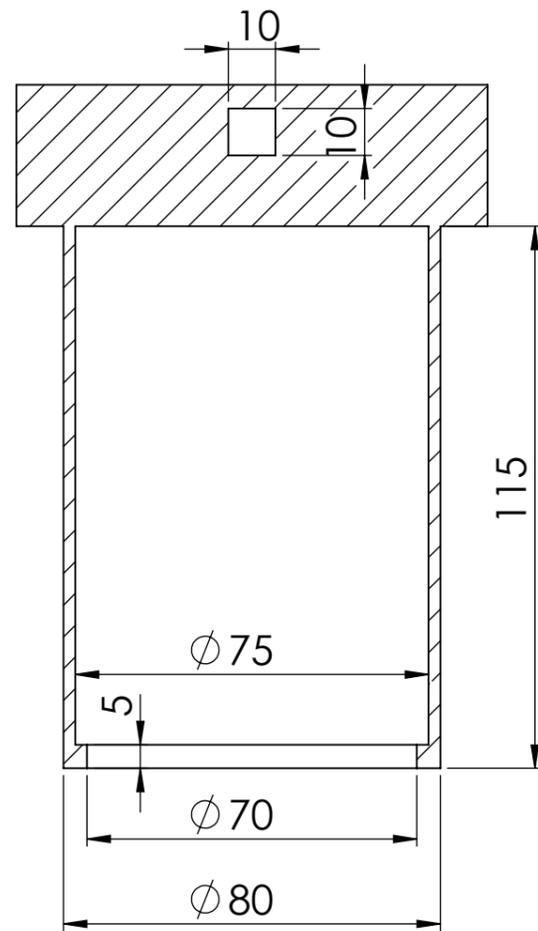
Anexo 4

Curso 2017/2018	Práctica nº	Hoja	Escala
Titulación	GITI	Denominación	Trabajo final
Fecha	07/2018	EJE VERTICAL Y EXTENSIÓN EJE VERTICAL	9/19
Apellidos y nombre:		Bounaji El Houcine	Revisión



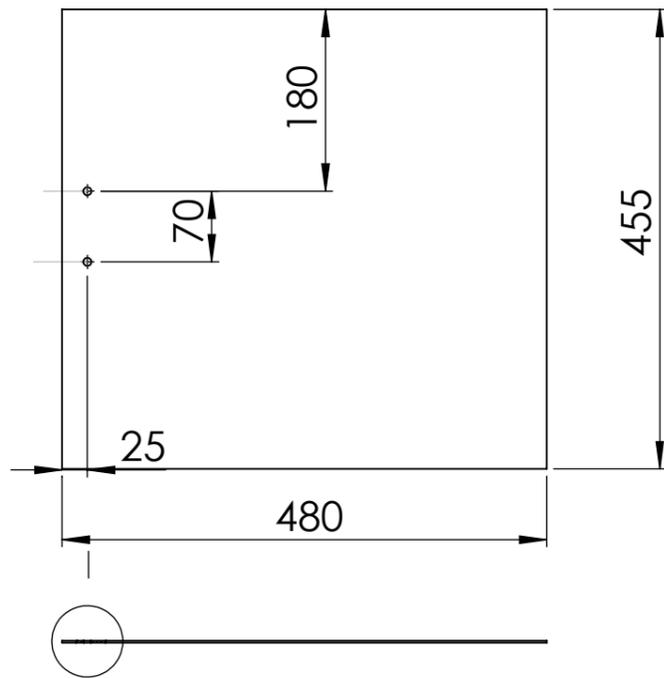


Eje-Posicionamiento

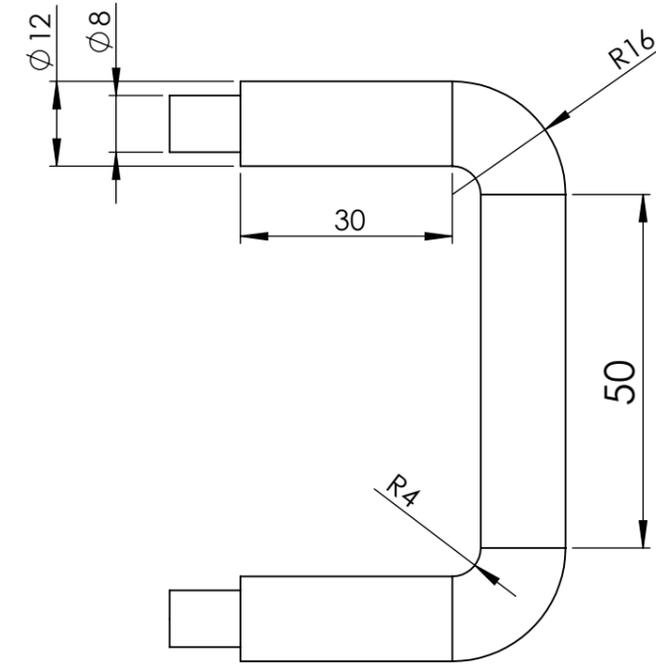
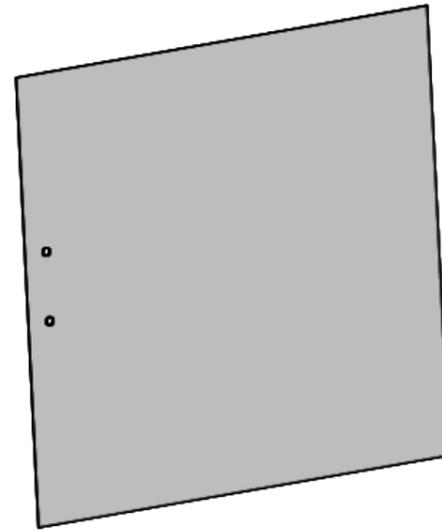


Motor-Herramienta

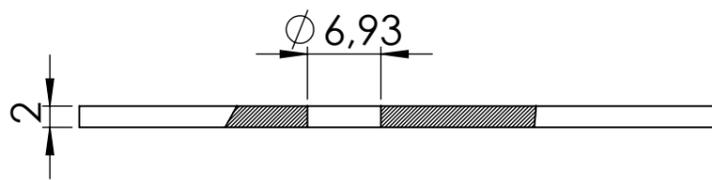
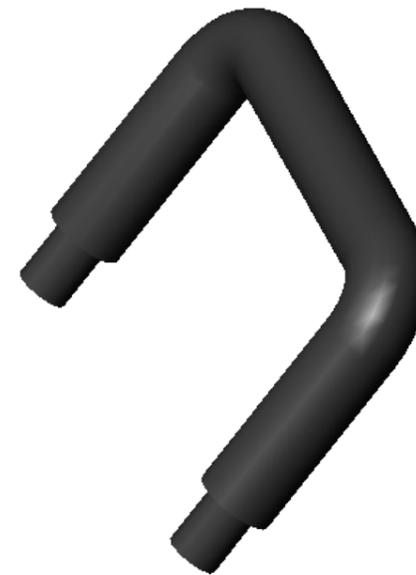
	<b>UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA</b>		Anexo 4			
			Curso 2017/2018	Práctica nº	Hoja	Escala
Titulación	GITI	Denominación: Eje-Posicionamiento y Motor-Herramienta		Trabajo final	11/18	2:3
Fecha	07/2018			Revisión		
Apellidos y nombre:			Bounaji El Houcine			



Puerta  
Escala 1:7

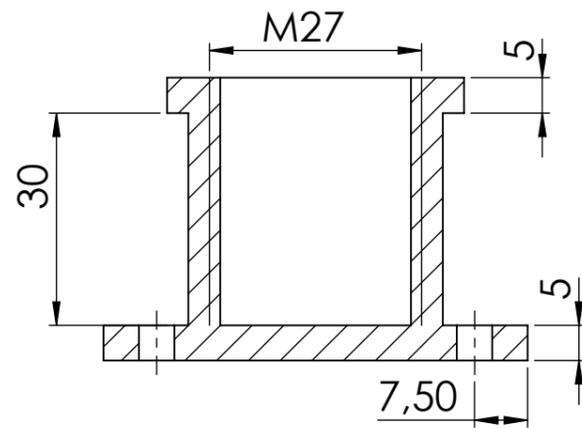
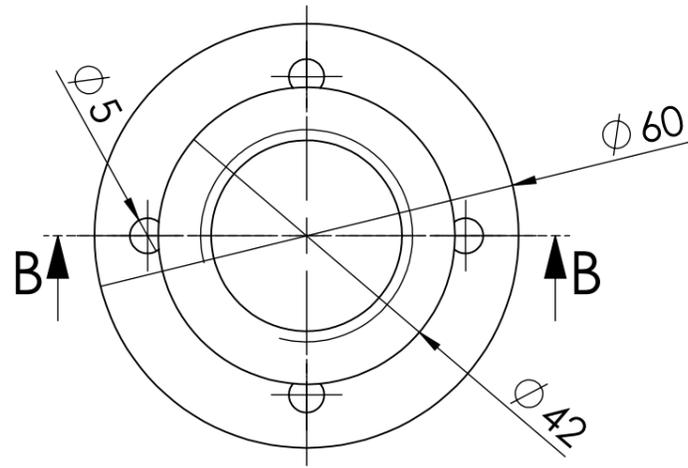


Agarre de Puerta  
Escala 1:1

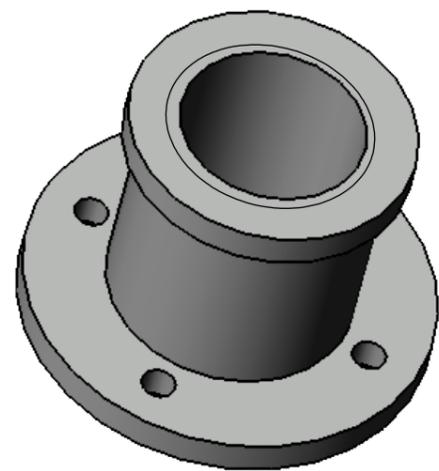


Detalle C  
Escala 3:2

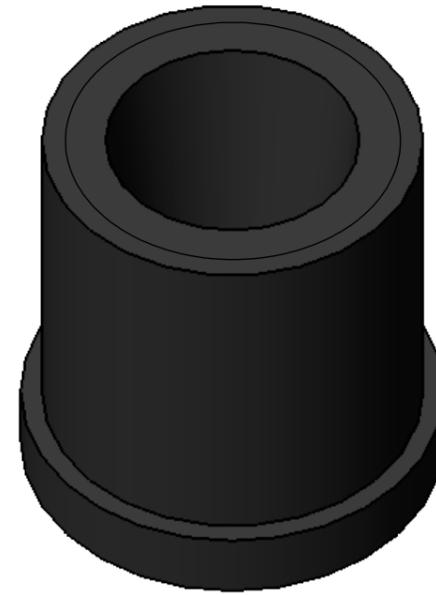
	UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA		Anexo 4			
			Curso 2017/2018	Práctica nº	Hoja	Escala
Titulación	GITI	Denominación Puerta y Agarre de Puerta		Trabajo final	13/18	Varias
Fecha	07/2018			Revisión		
Apellidos y nombre:		Bounaji El Houcine				



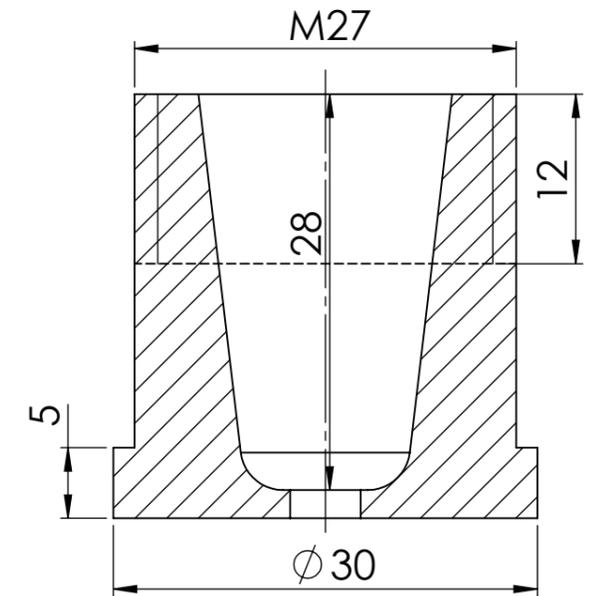
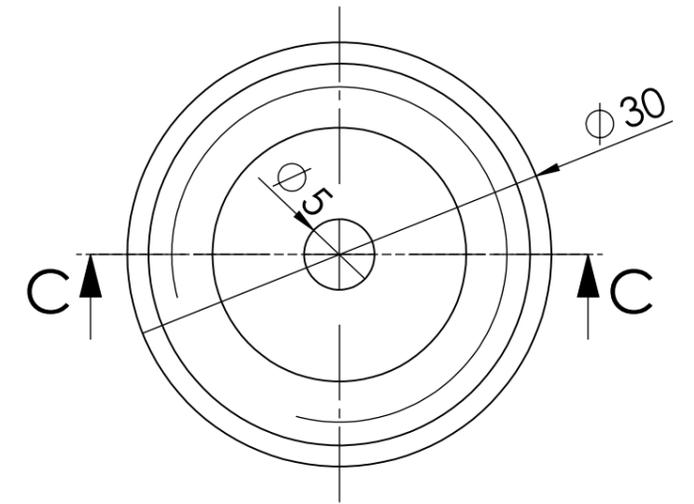
SECCIÓN B-B



AGARRE SUPERIOR  
PORTAHERRAMIENTAS  
ESCALA 1:1



AGARRE INFERIOR  
PORTAHERRAMIENTAS  
ESCALA 2:1



SECCIÓN C-C

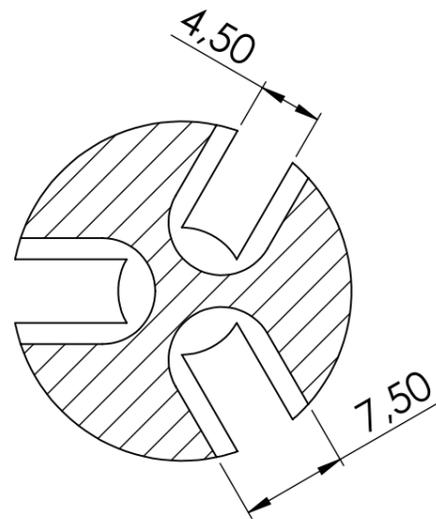
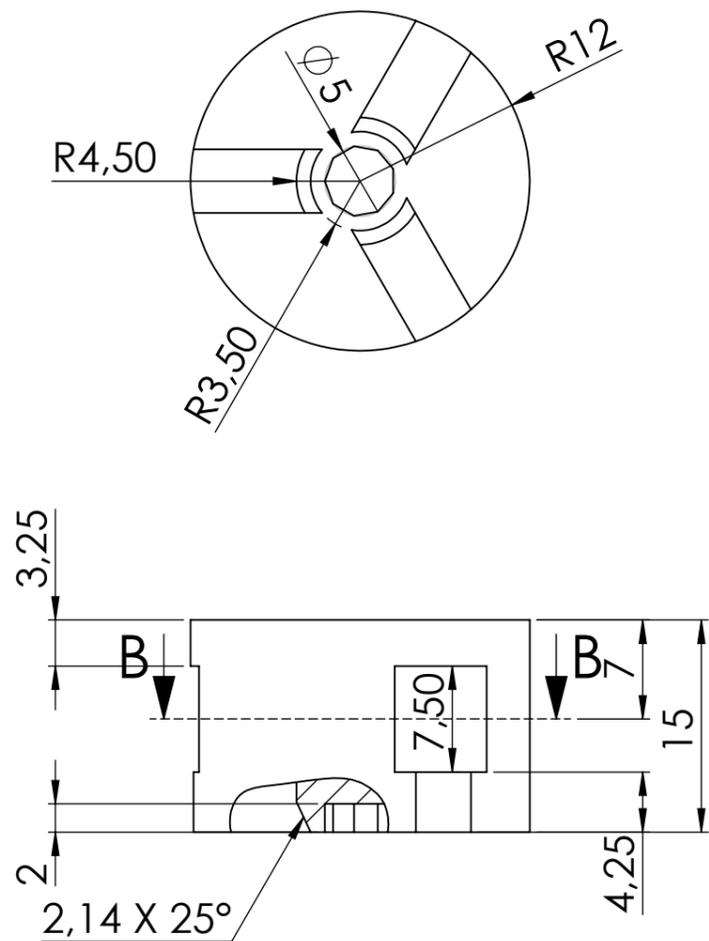


UNIVERSIDAD POLITÉCNICA  
DE CARTAGENA

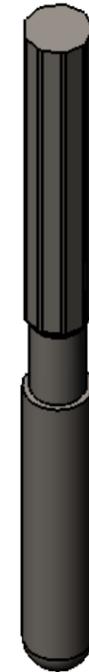
Anexo 4

Curso 2017/2018	Práctica nº	Hoja	Escala
Titulación	GITI	Denominación	Trabajo final
Fecha	07/2018	AGARRE SUPERIOR E INFERIOR PORTAHERRAMIENTAS	4/18
Apellidos y nombre:		Bounaji El Houcine	Revisión

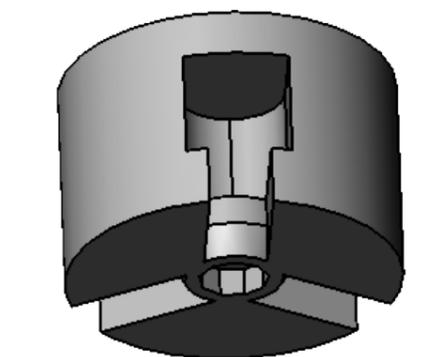
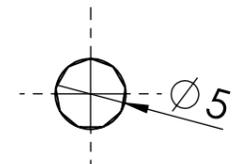
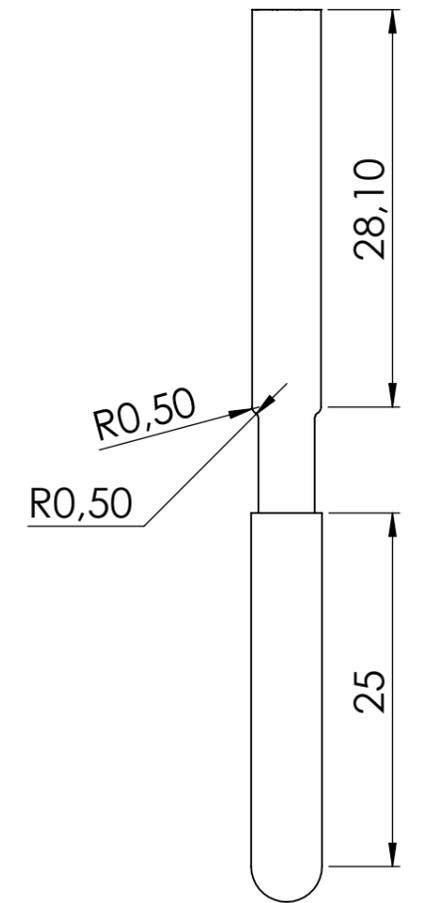




SECCIÓN B-B

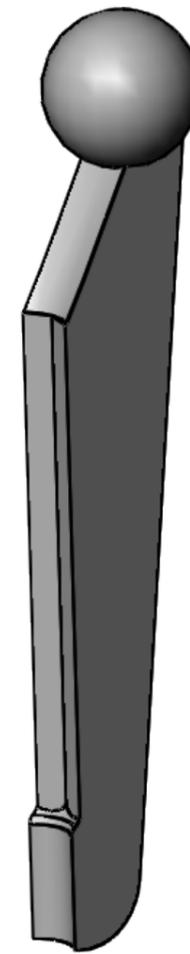
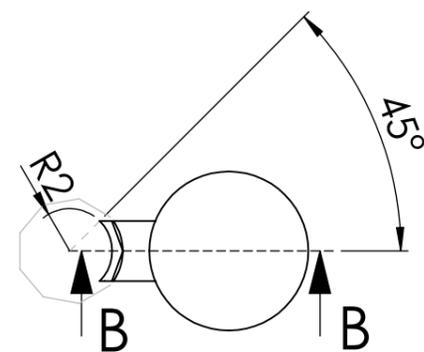
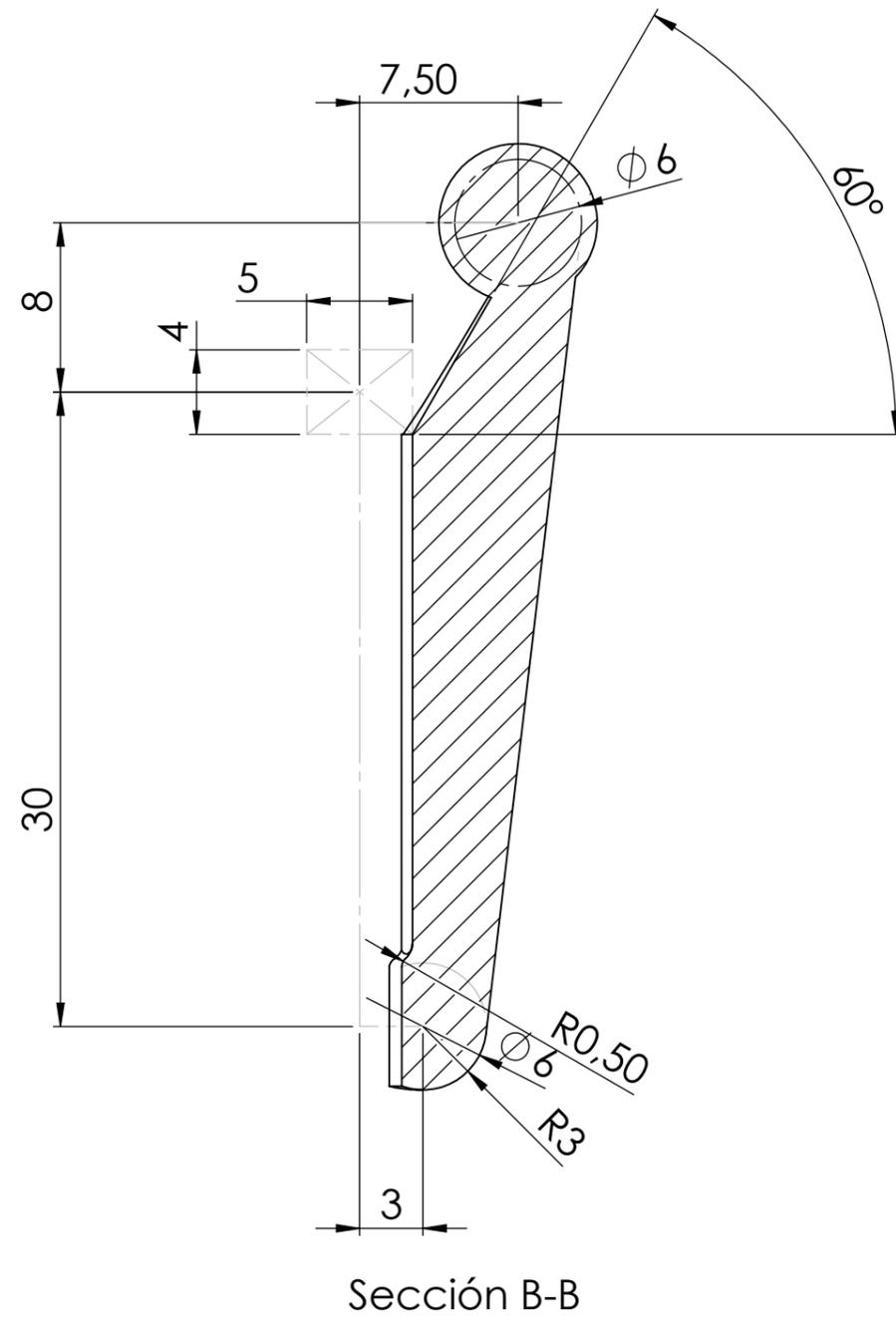


HERRAMIENTA

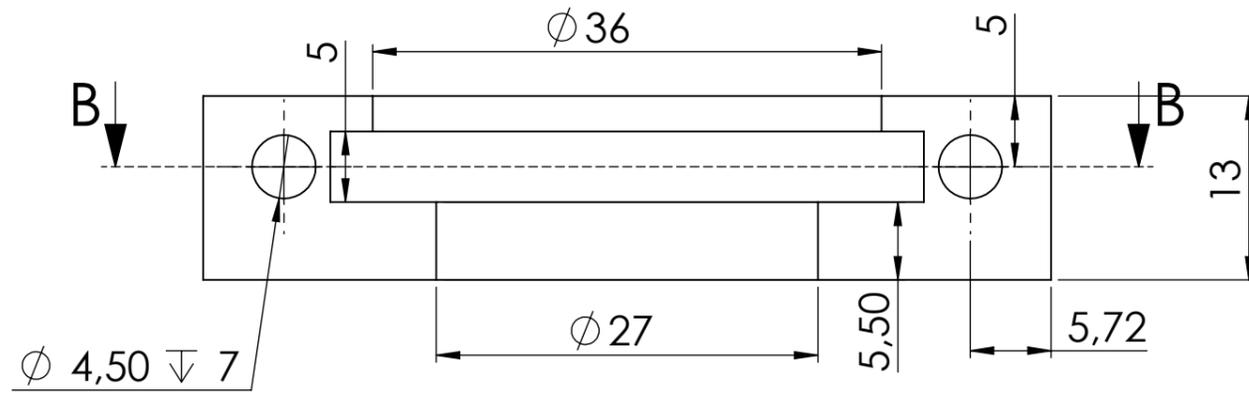


BASE AGARRE  
PORTAHERRAMIENTAS

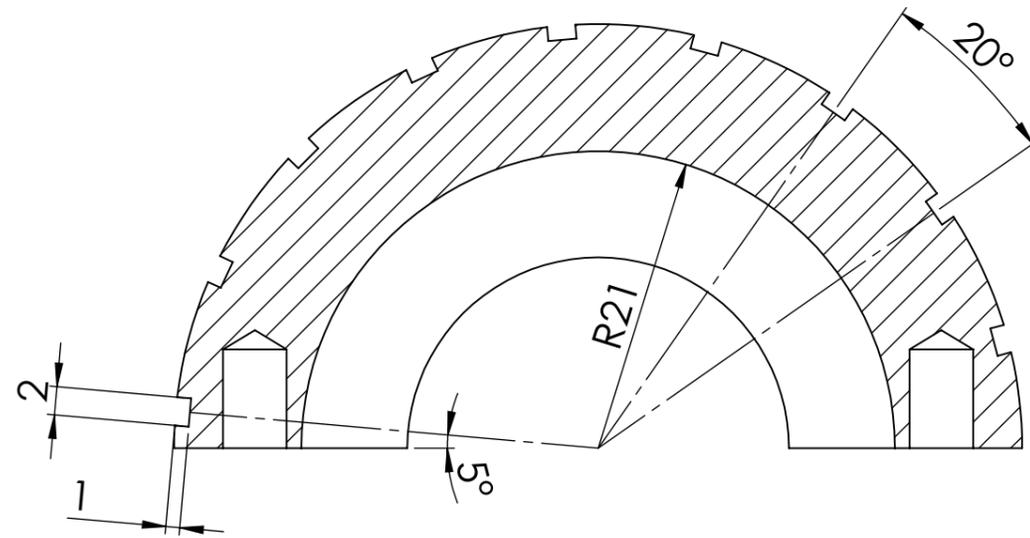
	<b>UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA</b>		Anexo 4			
			Curso 2017/2018	Práctica nº	Hoja	Escala
Titulación	GITI	Denominación HERRAMIENTA Y BASE-AGARRE PORTAHERRAMIENTAS		Trabajo final	6/18	2:1
Fecha	07/2018			Revisión		
Apellidos y nombre:			Bounaji El Houcine			



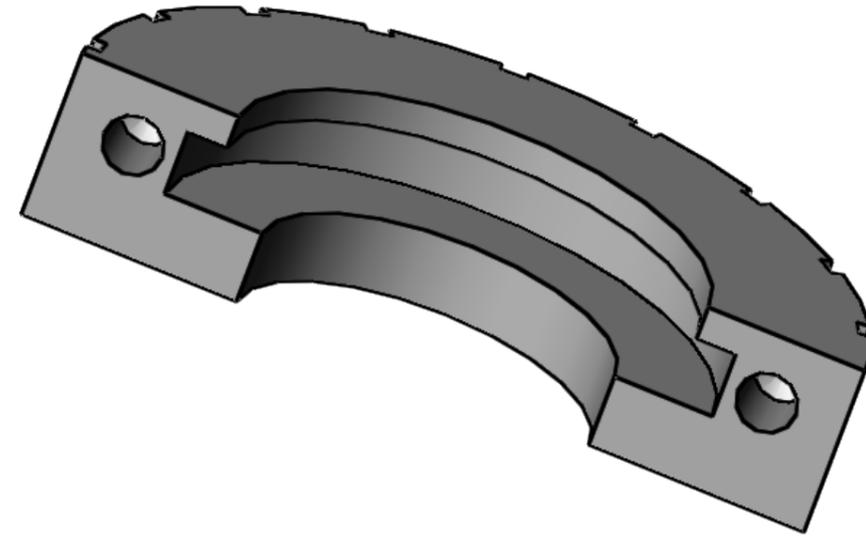
	UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA		Anexo 4			
			Curso 2017/2018	Práctica nº	Hoja	Escala
Titulación	GITI	Denominación Diente Agarre		Trabajo final	8/18	3:1
Fecha	07/2018			Revisión		
Apellidos y nombre:			Bounaji El Houcine			



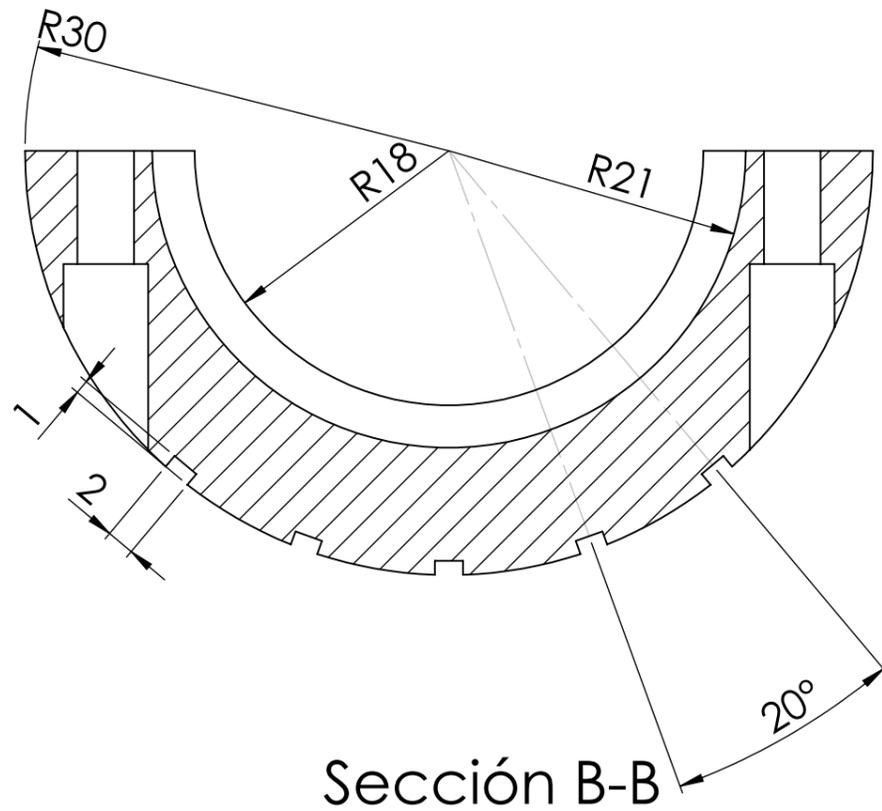
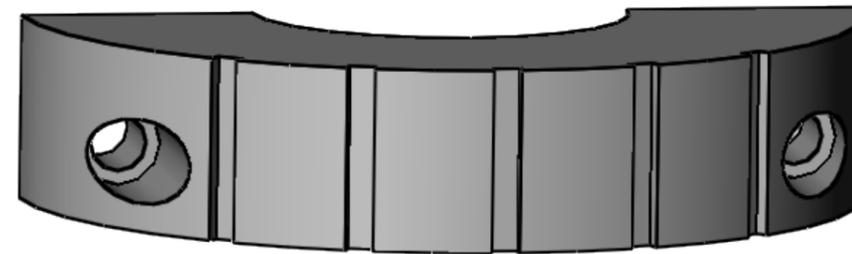
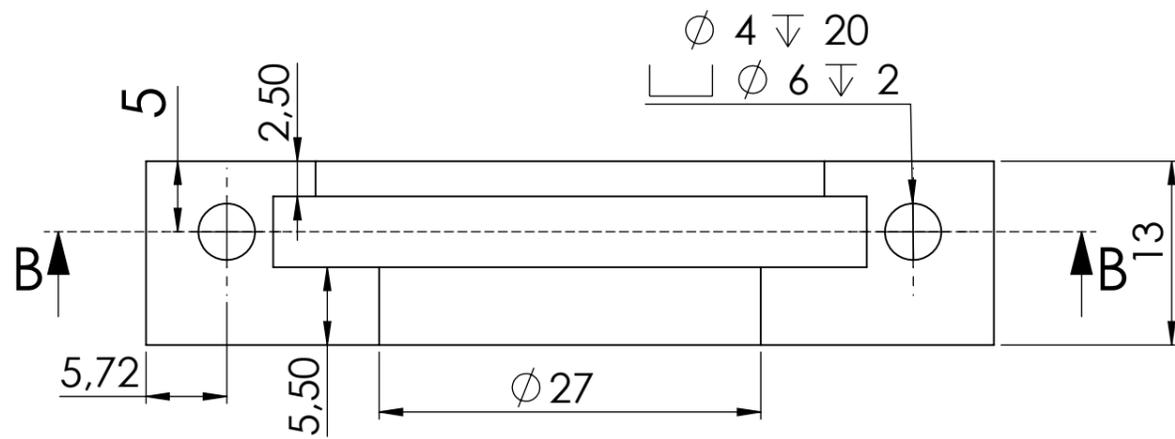
$\phi 4,50 \nabla 7$



Sección B-B



	UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA		Anexo 4			
			Curso 2017/2018	Práctica nº	Hoja	Escala
Titulación	GTI	Denominación Volante 1 Apriete Portaherramientas		Trabajo final	17/18	2:1
Fecha	07/2018			Revisión		
Apellidos y nombre:		Bounaji El Houcine				



	UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA	Anexo 4			
		Curso 2017/2018	Práctica nº	Hoja	Escala
Titulación	GITI	Denominación Volante 2 Apriete Portaherramientas	Trabajo final	18/18	2:1
Fecha	07/2018		Revisión		
Apellidos y nombre:		Bounaji El Houcine			