

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA



Proyecto Fin de Carrera

**Estudio Comparativo de Métodos de Interpolación para
el Cálculo de la Información Mutua en
Registro de Imágenes Médicas**



AUTOR: Francisco José García Jiménez
DIRECTOR: José Luis Sancho Gómez
CODIRECTOR: Jesús Serrano García

09 / 2008



Autor	Francisco José García Jiménez
E-mail del Autor	garcia.jimenez@hotmail.com
Director(es)	José Luis Sancho Gómez
E-mail del Director	josel.sancho@upct.es
Codirector(es)	Jesús Serrano García
Título del PFC	Estudio Comparativo de Métodos de Interpolación para el Cálculo de la Información Mutua en Registro de Imágenes Médicas
Descriptor(es)	Registro, Interpolación
<p>Resumen</p> <p>Este proyecto final de carrera tiene como objetivo realizar un estudio de los algoritmos de interpolación existentes que se utilizan en el método de registro de imágenes médicas basado en la teoría de la información. Este método de registro trata de alcanzar la concordancia espacial de dos imágenes mediante la maximización de la información mutua. La interpolación se hace necesaria a la hora de construir el histograma que finalmente nos permitirá calcular el valor de información mutua, que representa el grado de alineamiento de ambas imágenes.</p> <p>Se han realizado simulaciones de estos algoritmos de interpolación sobre imágenes médicas reales y sobre imágenes sintéticas. Los resultados consisten en gráficas de la información mutua alrededor de una serie de transformaciones de las imágenes.</p>	
Titulación	Ingeniería Superior de Telecomunicación
Intensificación	Sistemas y Redes de Telecomunicación
Departamento	Departamento de Teoría de la Información y las Comunicaciones
Fecha de Presentación	09 - 2008

Agradecimientos

Quisiera agradecer en primer lugar a toda mi familia el haberme ofrecido los medios necesarios para estudiar esta carrera universitaria. En gran parte gracias a ellos estoy ahora mismo aquí.

Por otro lado me gustaría dar las gracias a todo el cuerpo docente de la escuela por los conocimientos que me ha transmitido a lo largo de estos años y que realmente hacen que hoy me sienta ingeniero, por encima del título.

También me gustaría expresar mi agradecimiento tanto al director de este proyecto, José Luis Sancho Gómez, como al codirector Jesús Serrano García, al primero de ellos por haberme brindado la oportunidad de realizar este proyecto y al segundo por la inestimable ayuda prestada para su realización.

Índice

Agradecimientos	5
Índice.....	7
Capítulo 1. Conocimientos Previos	111
1.1 Introducción	111
1.2 Objetivos del Proyecto.....	122
1.3 Introducción al registro de imágenes	133
1.3.1 Aspectos básicos	133
1.3.2 Imágenes médicas	144
1.3.3 Tipos de registro de imágenes.....	15
1.3.4 Transformaciones geométricas.....	17
1.3.5 Naturaleza de las imágenes	18
1.4 Métodos de registro	19
1.4.1 Registro por características equivalentes	19
1.4.1.1 Registro por medio de marcadores externos	19
1.4.1.2 Registro por medio de marcadores anatómicos.....	20
1.4.2 Registro por ajuste de estructuras segmentadas	20
1.4.3 Registro por medidas volumétricas.....	20
1.4.3.1 Registro por minimización de diferencias de intensidad.....	21
1.4.3.2 Registro por correlación cruzada de los valores de intensidad.....	21
1.4.3.3 Registro por minimización del coeficiente de variación de las relaciones de intensidad.....	21
1.4.3.4 Registro por técnicas basadas en la teoría de la información	22
Capítulo 2. Registro por maximización de la información mutua.....	23
2.1 Introducción	23
2.2 Entropía.....	23
2.3 Información mutua.....	25
2.4 Ratio de correlación	26
2.5 Histograma conjunto	27
2.5.1 Interpolación	29
2.6 Algoritmo para el cálculo de la información mutua	31
2.7 Implementación práctica del método de registro por maximización de la información mutua.....	32

Capítulo 3. Métodos de interpolación para el cálculo de la información mutua.....37

3.1	Introducción	37
3.2	Algoritmos de interpolación clásicos para el cálculo de la Información Mutua.....	37
3.2.1	Interpolación por vecino más próximo (NN).....	37
3.2.2	Interpolación trilineal (TRI).....	39
3.2.3	Interpolación de volumen parcial (PV).....	41
3.2.4	Interpolación de intensidad parcial (PI).....	42
3.2.5	Interpolación lineal (LI).....	43
3.2.6	Interpolación cúbica de Catmull–Rom (CCR).....	44
3.3	Artefactos surgidos de la interpolación.....	45

Capítulo 4. Nuevos algoritmos de interpolación propuestos para el cálculo de la Información Mutua 48

4.1	Introducción	48
4.2	Interpolación propuesta “nº 1”	48
4.3	Interpolación propuesta “nº 2”	49
4.4	Interpolación propuesta “nº 3”	50

Capítulo 5. Resultados 51

5.1	Introducción	52
5.2	Imágenes 3D sintéticas	52
5.2.1	Iguales	54
5.2.1.1	Interpolación por vecino más próximo (NN)	54
5.2.1.2	Interpolación trilineal (TRI)	56
5.2.1.3	Interpolación de volumen parcial (PV)	56
5.2.1.4	Interpolación de intensidad parcial (PI)	57
5.2.1.5	Interpolación lineal (LI)	57
5.2.1.6	Interpolación cúbica de Catmull–Rom (CCR)	58
5.2.1.7	Interpolación propuesta “nº 1”	58
5.2.1.8	Interpolación propuesta “nº 2”	59
5.2.1.9	Interpolación propuesta “nº 3”	59
5.2.1.10	Comparativa de resultados	60
5.2.1.11	Discusión de los resultados	62
5.2.2	Diferentes	63
5.2.2.1	Interpolación por vecino más próximo (NN)	63

5.2.2.2	Interpolación trilineal (TRI)	65
5.2.2.3	Interpolación de volumen parcial (PV)	65
5.2.2.4	Interpolación de intensidad parcial (PI)	66
5.2.2.5	Interpolación lineal (LI)	66
5.2.2.6	Interpolación cúbica de Catmull–Rom (CCR)	67
5.2.2.7	Interpolación propuesta “nº 1”	67
5.2.2.8	Interpolación propuesta “nº 2”	68
5.2.2.9	Interpolación propuesta “nº 3”	68
5.2.2.10	Comparativa	69
5.2.2.11	Discusión de los resultados	71
5.3	Imágenes 3D médicas	72
5.3.1	Iguals	74
5.3.1.1	Interpolación por vecino más próximo (NN)	74
5.3.1.2	Interpolación trilineal (TRI)	76
5.3.1.3	Interpolación de volumen parcial (PV)	76
5.3.1.4	Interpolación de intensidad parcial (PI)	77
5.3.1.5	Interpolación lineal (LI)	77
5.3.1.6	Interpolación cúbica de Catmull–Rom (CCR)	78
5.3.1.7	Interpolación propuesta “nº 1”	78
5.3.1.8	Interpolación propuesta “nº 2”	79
5.3.1.9	Interpolación propuesta “nº 3”	79
5.3.1.10	Comparativa	80
5.3.1.11	Discusión de los resultados	82
5.3.2	Diferentes	83
5.3.2.1	Interpolación por vecino más próximo (NN)	83
5.3.2.2	Interpolación trilineal (TRI)	85
5.3.2.3	Interpolación de volumen parcial (PV)	85
5.3.2.4	Interpolación de intensidad parcial (PI)	86
5.3.2.5	Interpolación lineal (LI)	86
5.3.2.6	Interpolación cúbica de Catmull–Rom (CCR)	87
5.3.2.7	Interpolación propuesta “nº 1”	87
5.3.2.8	Interpolación propuesta “nº 2”	88
5.3.2.9	Interpolación propuesta “nº 3”	88
5.3.2.10	Comparativa	89
5.3.2.11	Discusión de los resultados	91

Capítulo 6. Conclusiones 92

Capítulo 7. Bibliografía 94

7.1 Referencias..... 94

Capítulo 1. Conocimientos Previos

1.1 Introducción

En los últimos años han surgido nuevas modalidades de imágenes médicas que se obtienen de diferentes dispositivos. Gracias a los avances tecnológicos dedicados a este campo, a parte de la radiología convencional actualmente contamos con diferentes tipos de tomografías, así como distintas modalidades de imagen por resonancia magnética e imágenes por ultrasonidos.

La información obtenida de las diferentes modalidades de imagen es complementaria, por lo que es muy interesante el hecho de poder trabajar con ellas de manera conjunta. Esto se consigue poniendo las imágenes en concordancia geométrica, de modo que sea posible una visualización simultánea de dos imágenes y que estas concuerden punto a punto. Para llevar a cabo esta combinación de varias imágenes se requiere solventar una serie de problemas técnicos que surgen de la diferencia de tamaños, el posicionamiento, la orientación e incluso la distorsión espacial entre las imágenes que se quieren combinar.

La importancia de las imágenes médicas es bastante conocida ya que su aplicación es una componente vital en el diagnóstico de enfermedades. Por lo tanto la utilización de estas imágenes multimodales supone una mejora en los diagnósticos y aparte mejores planificaciones quirúrgicas, radioterapias más precisas así como otros beneficios médicos.

Las imágenes con las que se trabaja para la realización de esta concordancia geométrica deben estar necesariamente en formato digital para poder realizar el proceso con el suficiente grado de exactitud. La representación clásica de imágenes médicas, impresas sobre una película fotográfica y visualizadas utilizando una caja con una fuente de luz, hace que la interpretación de la imagen sea necesariamente subjetiva y cualitativa. Sin embargo, los nuevos sistemas de adquisición generan imágenes digitales que pueden ser procesadas por un ordenador. Esto representa una gran ventaja ya que permite extraer parámetros objetivos y cuantitativos del análisis de las imágenes.

La correspondencia espacial entre las imágenes se denomina *registro* y se consigue a través de una serie de transformaciones geométricas de una de las imágenes. Sin embargo la naturaleza discreta de las imágenes provoca que los puntos de ambas imágenes no coincidan geométricamente en el espacio de manera exacta, por lo que habrá que interpolar una de las imágenes para obtener el valor que tendría sobre cada punto de la otra imagen.

En este proyecto nos vamos a centrar en el estudio de los algoritmos de interpolación que requiere el método de registro basado en la teoría de la información, y cuyo objetivo consiste en la maximización de la información mutua.

Previamente al estudio de estos algoritmos de interpolación, en la primera parte del proyecto, se explican una serie de conceptos previos acerca del registro de imágenes médicas y de la teoría de la información.

1.2 Objetivos del proyecto

El objetivo de este proyecto es principalmente estudiar los algoritmos de interpolación existentes para el registro de imágenes médicas basado en la teoría de la información. El objetivo del registro médico es lograr la correspondencia espacial entre dos imágenes médicas procedentes del mismo o de diferentes dispositivos de adquisición y de uno o varios pacientes. Además se propondrá alguna mejora a estos métodos implementando nuevos algoritmos.

Los métodos de registro basados en la teoría de la información presentan grandes ventajas frente a otros métodos, como se verá detallado en el apartado donde se describen los métodos existentes. Esto hace que sea interesante hacer hincapié en el estudio y el avance de esta técnica.

Nos centraremos fundamentalmente en imágenes de diferentes modalidades, uno de los campos sobre los que más se está trabajando y que hoy en día tiene un mayor peso en los métodos de registro de imágenes médicas. Sin embargo, un análisis previo de imágenes de la misma modalidad nos permitirá observar con mayor detalle los resultados de la aplicación de los diferentes algoritmos. Por otro lado, el estudio de este proyecto está referido únicamente a imágenes en 3D y que han sido adquiridas en formato digital.

Son muchos los trabajos y publicaciones realizados sobre el registro de imagen en la actualidad. Muchos de ellos sugieren nuevos métodos para realizar el registro entre un par de imágenes de una naturaleza específica, mientras que otros tantos se centran en una o varias medidas de similitud para analizar su potencia y aplicaciones bajo unas ciertas condiciones de trabajo, con el objetivo de obtener la medida más adecuada para cada caso en concreto. Aunque el hecho de que se haya trabajado tanto sobre este tema no debe suponer que no quede nada por hacer.

El aspecto novedoso que presenta este proyecto es el de recopilar los algoritmos de interpolación basados en la teoría de la información más empleados en un sólo trabajo, analizando su comportamiento para imágenes de diferente o igual modalidad y constatando los resultados ya presentes en otros trabajos. Además, este proyecto intenta aportar nuevas ideas, sugiriendo nuevos algoritmos, que contribuyan al progreso de la ciencia y la técnica en este determinado campo.

A lo largo del primer capítulo se realiza una introducción al registro de imágenes médicas y los diferentes métodos existentes para tal fin, y en el siguiente capítulo se detalla el método de registro estudiado en profundidad en este proyecto y que está basado en la teoría de la información. Para el estudio de los algoritmos de interpolación usados en el método de registro basado en la teoría de la información se hace uso del entorno de desarrollo Matlab, que nos ha servido para la implementación de los seis algoritmos clásicos y los tres nuevos algoritmos propuestos. Los propuestos están basados o se extienden de los ya existentes y nuestro objetivo es compararlos y observar alguna mejora respecto a los algoritmos clásicos.

En el capítulo 3 del proyecto se detallan los esquemas clásicos mientras que en el capítulo 4 los tres nuevos esquemas. Finalmente, en el capítulo 5 se muestran los resultados obtenidos de la utilización de los métodos de interpolación sobre unas imágenes reales y otras sintéticas. Estos resultados consisten tanto en valores numéricos como en gráficas donde podremos observar los problemas que surgen de la utilización de estos métodos. Finalmente se realizará también una comparación entre ellos para ver cuales resultan más eficientes.

1.3 Introducción al registro de imágenes

1.3.1 Aspectos básicos

El proceso de integración de diversas imágenes consta de dos pasos bien diferenciados, *registro* y *fusión*. La primera etapa es el registro, que permite establecer una alineación espacial entre dos imágenes o más imágenes de una misma escena tomadas en diferentes instantes de tiempo, desde diferentes puntos de vista, y/o tomadas por diferentes sensores. La segunda etapa es la fusión, que consiste en la visualización de la información obtenida de la etapa previa y que no se va a tratar en el presente trabajo.

El campo del registro tiene multitud de aplicaciones, incluyendo la súper-resolución, detección de rostros, codificación de vídeo, imágenes médicas, predicción del tiempo, codificación de bases de datos, etc. Las diferencias entre las dos imágenes pueden ser de diversa naturaleza: desplazamientos, giros, deformaciones, distinto contraste, etc.; así se puede comprobar cómo a veces este tipo de cálculos llega a ser realmente complejo.

El registro de dos imágenes se considera no trivial a causa de la posibilidad de grandes diferencias en el contenido de las imágenes. Por ejemplo, las diferencias en medicina pueden ser debidas a variaciones biológicas naturales, diferentes tipos de información biológica en las dos imágenes, posicionamiento del paciente en los escáneres y cambios relacionados con el paciente a lo largo del tiempo, consecuencia directa de la edad, el proceso de enfermedad o los propios efectos de la terapia. Para las imágenes médicas, el registro a menudo lidia con una deformación elástica (o no rígida) para hacer frente a las deformaciones producidas por el cuerpo capturado. Este trabajo está basado únicamente en deformaciones del tipo rígidas, que son las que se suelen dar en el registro de imágenes procedentes de diferentes dispositivos y un mismo paciente.

El registro de imágenes consiste en encontrar una transformación espacial que especifique para cada punto de una *imagen flotante* (así se denomina la imagen que se transforma) el punto con el que se corresponde en la *imagen referencia*. Un ejemplo de imágenes en el proceso de obtención de la transformación espacial se muestra en la figura 1.1, donde se puede observar que la imagen referencia es la que se mantiene fija y la flotante la que se transforma.

Establecer una correspondencia espacial entre las dos imágenes permitirá compensar las variaciones debidas a la utilización de modalidades y condiciones de adquisición diferentes. Por tanto, la visualización de manera conjunta de estas imágenes nos permitirá obtener información añadida de dos imágenes que poseen información complementaria.

En términos matemáticos, para el caso de transformaciones del tipo rígidas, podríamos decir que se trata de determinar una matriz T que al multiplicar por una matriz que contenga las coordenadas de todos los puntos de la imagen flotante F diera como resultado la matriz de coordenadas de la imagen referencia R . Aunque como se verá en los próximos apartados esto no es totalmente cierto, ya que generalmente es difícil que exista esta matriz de manera exacta.

$$R = T \cdot F \quad (1.1)$$

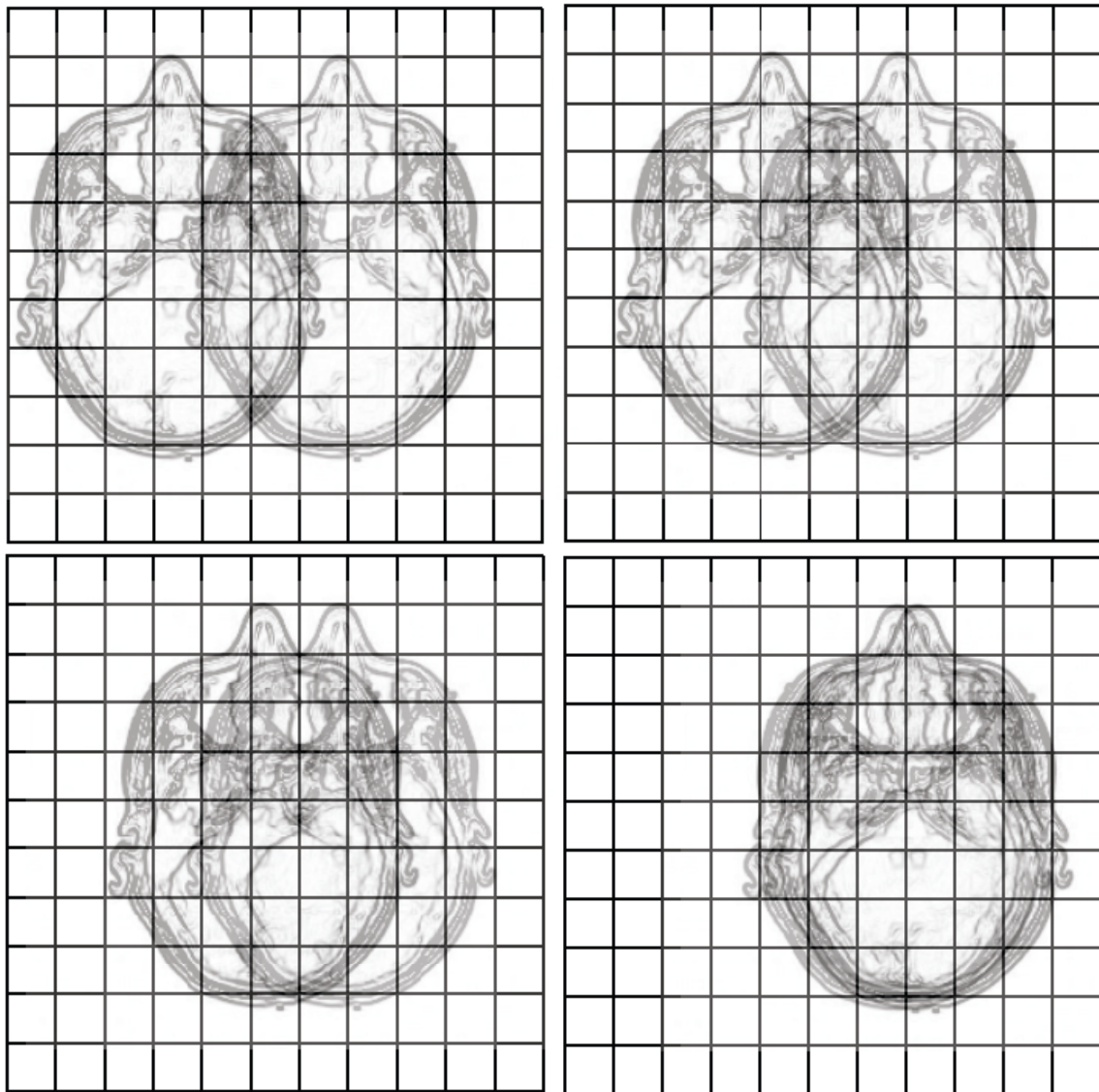


Figura 1.1. Proceso de obtención de la transformación.

1.3.2 Imágenes médicas

Antes de adentrarnos en el registro de imágenes médicas conviene tener una idea de los diferentes tipos de imágenes médicas o *modalidades*. Las distintas modalidades de imagen se pueden englobar en dos grandes grupos, atendiendo al tipo de información que se obtiene del paciente [3]:

- *Imágenes anatómicas*: imágenes del cuerpo humano en las que pueden observarse cambios en las estructuras corporales debidas a diferentes factores, como por ejemplo una enfermedad. También sirven para observar la evolución del paciente antes y después de una intervención quirúrgica. Es decir, tratan de caracterizar anomalías morfológicas. Entre las imágenes más importantes dentro de este grupo estarían las imágenes de resonancia magnética (MRI) y la tomografía axial computerizada (CT).

- *Imágenes funcionales*: muestran los cambios funcionales, bioquímicos o moleculares que se producen en el organismo por una enfermedad y que, generalmente, preceden a los morfológicos o anatómicos. De otra manera se podría decir que sirven para detectar qué zonas del cuerpo absorben determinados compuestos. Destacan como funcionales la tomografía computarizada por emisión de fotón único (SPECT) y la tomografía por emisión de positrones (PET).

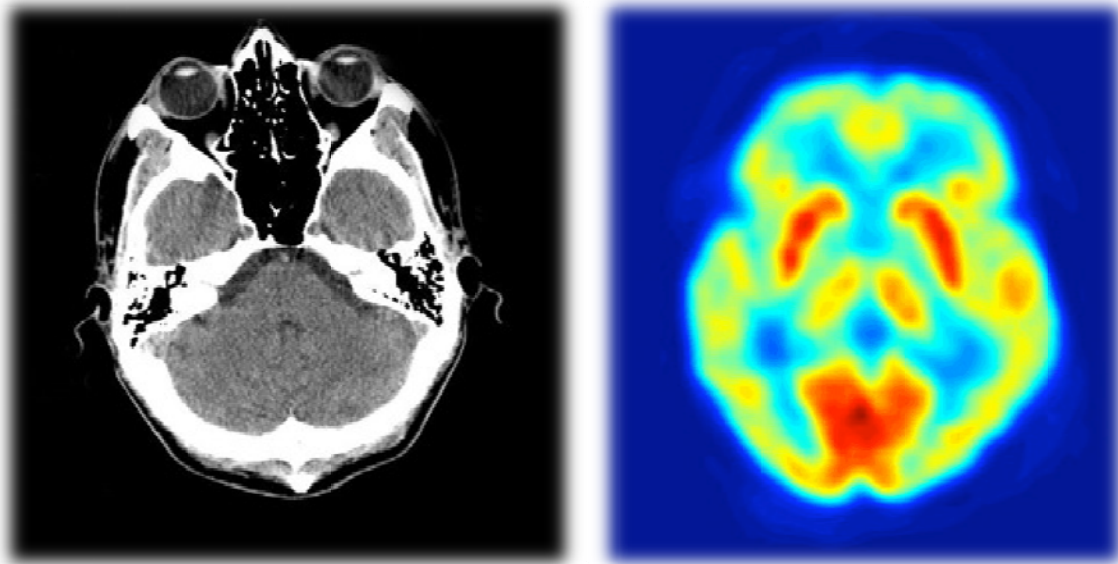


Figura 1.2. A la izquierda imagen CT (2D) y a la derecha imagen PET (2D).

Recientemente, han sido desarrolladas técnicas que permiten obtener imágenes de diferentes modalidades en tres dimensiones. Tradicionalmente las modalidades CT, MRI y PET producían salidas estáticas en 2D sobre un film, como los ejemplos mostrados en la figura 1.2. Para producir imágenes 3D, se realizan muchos escaneos, que combinados digitalmente por ordenador producen modelos 3D, los cuales pueden ser manipulados posteriormente para su estudio.

1.3.3 Tipos de registro de imágenes

Existen diferentes criterios por los que se pueden clasificar los diferentes tipos de registro. La siguiente clasificación atiende a la combinación de cuatro parámetros, *intramodalidad* e *intermodalidad* según se empleen el mismo o diferente tipo de modalidades, así como *intrasujeto* e *intersujeto* según provengan del mismo o diferentes pacientes [1]:

- *Intramodalidad, intersujeto*: este tipo de adquisición permite comparar dos sujetos para encontrar diferencias entre ellos. El método de comparación de grupos por cartografía estadística paramétrica, SPM, requiere este paso previo.
- *Intermodalidad, intersujeto*: este caso es el que presenta menos aplicaciones prácticas. Un ejemplo es el registro de una imagen funcional con una imagen MRI “modelo”.

- *Intramodalidad, intrasujeto*: imágenes de la misma modalidad y del mismo sujeto, la diferencia está en que son adquiridas en diferentes instantes de tiempo. Estas imágenes sirven para estudiar la evolución de un paciente debida a una enfermedad o un tratamiento, así como para comprobar el resultado tras una intervención quirúrgica. Se utiliza, como ejemplo concreto, en las imágenes de esfuerzo/reposo en cardiología nuclear.
- *Intermodalidad, intrasujeto*: diferentes modalidades para el mismo sujeto permite la complementación de la información proveniente de ellas. Así, podemos obtener la localización precisa, gracias a las modalidades anatómicas, de la información funcional que nos presentan las modalidades funcionales.

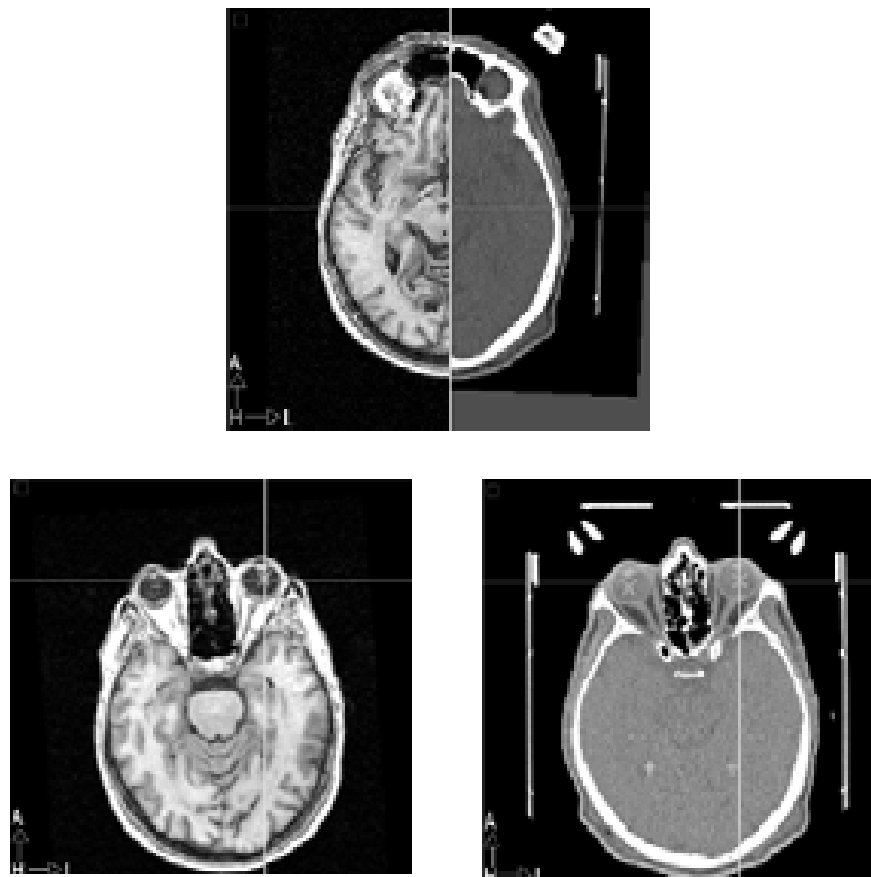


Figura 1.3. Registro del tipo CT-MR (intermodalidad, intrasujeto)

1.3.4 Transformaciones geométricas

La transformación espacial de una imagen consiste en modificar las coordenadas de cada uno de los puntos que la compone. De esta manera cada punto se traslada a una nueva coordenada y la imagen original queda modificada. El tipo de transformación más adecuada dependerá del tipo de problema que se trate de resolver. De esta forma se pueden clasificar en:

- *Transformaciones rígidas*: son aquéllas en las que producen rotaciones y traslaciones de la imagen original. En tres dimensiones esto supone tres traslaciones y tres rotaciones posibles, por lo que también se denomina transformación de 6 parámetros. Este es el tipo de transformación conveniente para el caso de registro tipo intermodalidad-intrasujeto. Es el tipo de transformación utilizada en el estudio de este proyecto.
- *Transformaciones rígidas y escalado*: se utilizan rotaciones y traslaciones como en el caso rígido y se le añade un escalado o zoom. El zoom puede ser el mismo para toda la imagen o diferente para cada una de las dimensiones, para el primer caso sería una transformación de 7 parámetros y para el segundo de 9 parámetros. Sirven para compensar distorsiones provocadas por los equipos de detección.
- *Transformaciones afines*: es una transformación de 12 parámetros donde la imagen transformada cumplirá como único requisito que las líneas que eran paralelas en la original sigan siéndolo. Este tipo de transformación es útil para el caso de intersujeto.
- *Transformaciones de perspectiva*: como su nombre indica, representan un cambio de perspectiva en la imagen, y es una transformación de 15 parámetros. El requisito que ha de cumplir la imagen transformada respecto a la original es que se mantengan las líneas rectas tras la transformación. Tienen pocas aplicaciones en el campo del registro de imágenes médicas.
- *Transformaciones elásticas*: a diferencia de las anteriores, este tipo de transformaciones no son lineales y permiten deformar elásticamente la imagen. Por lo tanto podemos hacer que una imagen se parezca a otra. Existen pocas aplicaciones en medicina ya que la validación de los resultados resulta complicada.

Una transformación es llamada *global* si es aplicada a toda la imagen, y *local* si las subregiones de la imagen tienen definidas para cada una sus propias transformaciones. En este trabajo utilizaremos siempre transformaciones globales.

En la figura 1.4 se muestra un esquema de los diferentes tipos de transformaciones donde se puede observar gráficamente cómo sería cada una.

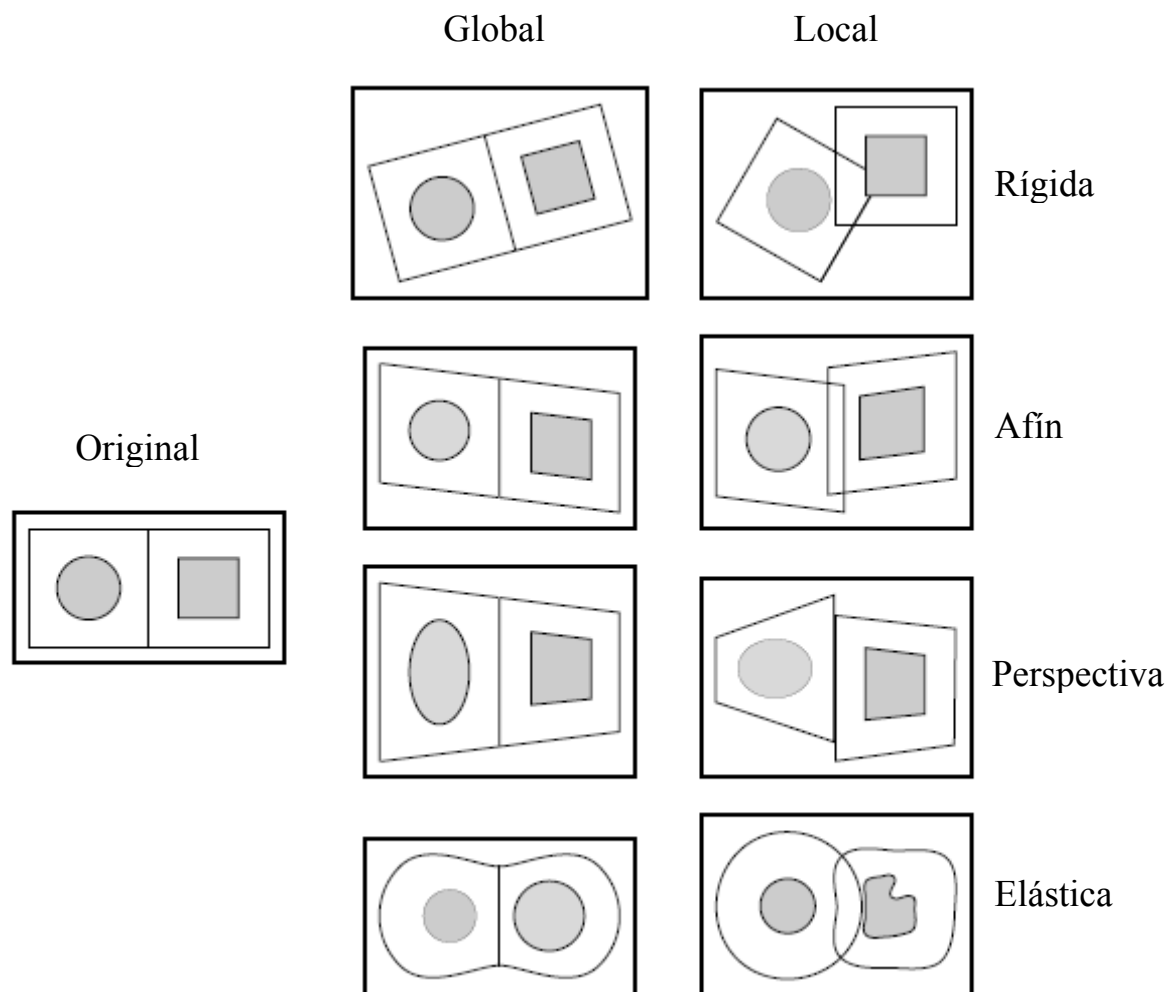


Figura 1.4. Tipos de transformaciones.

1.3.5 Naturaleza de las imágenes

La imagen médica, como ya hemos comentado anteriormente, se adquiere en formato digital y se presenta en tres dimensiones (3D), por lo que equivale matemáticamente a una matriz tridimensional que contiene en cada punto un valor, que tendrá diferente significado según la modalidad, pero que se representará en forma de intensidad de gris.

Cada punto de una imagen de dos dimensiones se denomina *pixel*, y en el caso de las de tres dimensiones cada punto de la imagen se denomina *vóxel* y tiene asociadas tres coordenadas espaciales definidas por x , y y z . Llamando N al ancho, M al largo y P a la altura de la imagen el tamaño total sería $N \times M \times P$ vóxeles y es equivalente a manejar P imágenes bidimensionales cada una de tamaño $N \times M$ píxeles.

El problema de la naturaleza de las imágenes digitales es que la discretización puede ser diferente de los volúmenes a registrar, es decir que el tamaño de los vóxeles puede diferir para cada modalidad de imagen. Este hecho supone una importante consecuencia en el registro de imágenes intermodales ya que para una determinada transformación se puede dar el caso de que la intersección entre los dominios de ambos volúmenes sea un conjunto vacío, esto es que los puntos discretos o vóxeles no coinciden. Esto se explicará con mayor énfasis en el siguiente capítulo.

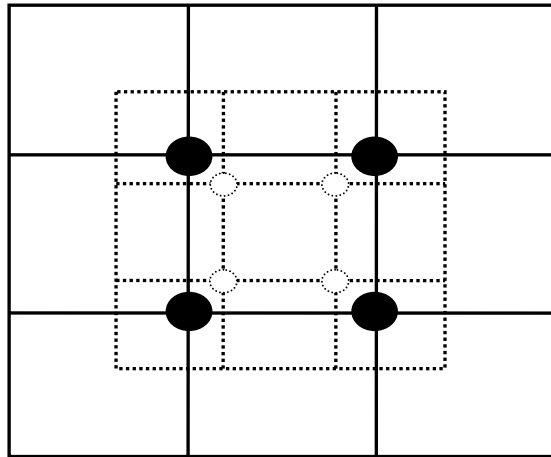


Figura 1.5. Alineación donde los puntos discretos no se superponen.

1.4 Métodos de registro

Anteriormente se ha explicado que el proceso de registro consiste en hallar la transformación geométrica adecuada para poner en concordancia una pareja de imágenes. Aparte del tipo de transformación otro factor importante es el método que se empleará para encontrar la transformación correcta. Atendiendo a su naturaleza se pueden clasificar en: métodos de características equivalentes, métodos basados en estructuras segmentadas de la imagen y métodos volumétricos [1]. A continuación se explica el funcionamiento de cada uno de ellos.

1.4.1 Registro por características equivalentes

Estos métodos se basan en localizar puntos equivalentes en cada una de las imágenes a registrar. Y a partir de las coordenadas de estos puntos averiguar la transformación a aplicar. Estos puntos se pueden obtener empleando marcadores artificiales externos o anatómicos.

1.4.1.1 Registro por medio de marcadores externos

Los marcadores externos son dispositivos visibles en ambas imágenes y que se fijan temporalmente a la piel del paciente. Se supone que los marcadores utilizados deberán permanecer fijos entre las distintas adquisiciones, aunque si van adheridos al paciente estarán sujetos a pequeños movimientos del paciente.

Utilizando estos marcadores se obtienen imágenes en cada adquisición con unos puntos claramente identificables, a partir de cuya posición se calcula la transformación a aplicar. Es un método de registro muy preciso ya que la localización de los marcadores suele tener poco error y el cálculo de la transformación es lineal. Así este método de registro se utiliza como referencia para comparar diferentes métodos de registro.

La desventaja de este método es la necesidad de que estos marcadores estén siempre colocados de la misma forma y en todas las adquisiciones, lo que no siempre resulta

posible, ya que las adquisiciones pueden provenir de diferentes centros o en distinto momento. Lo interesante en el registro de imágenes son los métodos que te permiten realizar el proceso de registro a posteriori, sin necesidad de preparar las adquisiciones para el registro.

1.4.1.2 Registro por medio de marcadores anatómicos

Siguiendo la idea de los marcadores también se pueden emplear lugares anatómicos visibles para fijar puntos en común de diferentes adquisiciones, en este caso serían marcadores internos. De esta manera se evitan las desventajas comentadas de usar marcadores externos pero en cambio presenta otras propias.

La principal desventaja es que los marcadores anatómicos no son tan fácilmente localizables, y por tanto su identificación no siempre resulta fácil y repetible. Este método queda limitado por la información aportada por las diferentes modalidades de imagen, ya que dos modalidades que aporten información complementaria de un paciente no van a tener una estructura anatómica fácilmente identificable para ambas imágenes.

Por otro lado la sencillez es la principal ventaja de este método.

1.4.2 Registro por ajuste de estructuras segmentadas

Este método de registro se basa en la extracción de características geométricas de la imagen, tales como curvas o superficies. Se emplean como marcadores estructuras extraídas de la imagen tras un pre-procesado de ésta (segmentación). Las fronteras o superficies en las imágenes médicas suelen ser más distinguibles que los marcadores anatómicos, y existen algoritmos de segmentación que pueden localizar superficies de alto contraste. Si se segmentan superficies equivalentes en varias imágenes, el registro se puede realizar haciendo coincidir las superficies segmentadas.

La segmentación de superficies equivalentes presenta ciertas dificultades, como la aparición de mínimos locales en el algoritmo de transformación y la falta de repetibilidad.

Se suele emplear este esquema en imágenes del cerebro, ya que el arco que forma el cráneo representa un marcador fácil de distinguir entre distintas modalidades de imagen, aunque también se ha usado en estudios con órganos internos.

1.4.3 Registro por medidas volumétricas

Partiendo de la idea de que las diferentes imágenes médicas de una misma región del paciente se pueden reconocer normalmente a simple vista y por cualquier persona, se puede plantear un enfoque diferente al visto en los métodos anteriores. Este tipo de métodos hace uso de la gran mayoría de los vóxeles, o incluso todos, para realizar el registro, mientras que los otros empleaban un pequeño grupo de características extraídas de la imagen. Se parte de la base de que existe algún tipo de combinación matemática de los vóxeles de las imágenes que suministran una medida del parecido entre ellas, y que alcanzará su valor óptimo cuando las imágenes estén alineadas.

1.4.3.1 Registro por minimización de diferencias de intensidad

La forma de medida más sencilla sería la suma de diferencias de intensidad al cuadrado. El algoritmo consiste en recorrer cada pareja de vóxeles pertenecientes a la misma coordenada de ambas imágenes y calculando la diferencia de intensidad entre ambos vóxeles, y finalmente ir sumando el cuadrado de ésta. La suma total será cero en el caso ideal, por tanto las imágenes estarán alineadas cuando la suma sea mínima.

La principal limitación de este método es que ambas imágenes deben presentar un contraste similar para regiones equivalentes. Esto se cumple para estudios intramodales, para el caso de estudios intermodales habría que realizar un preprocesado de las imágenes para conseguir que sean semejantes en intensidad.

1.4.3.2 Registro por correlación cruzada de los valores de intensidad

Este algoritmo dice que dos imágenes estarán alineadas cuando el coeficiente de correlación obtenido entre los valores de intensidad de los vóxeles de ambas imágenes alcance su valor máximo.

La correlación es menos restrictiva que la suma de cuadrados de las diferencias de intensidad, ya que únicamente asume que existe una relación lineal entre las intensidades de ambas imágenes. Las variaciones en la intensidad media de la imagen provocan que los algoritmos basados en la correlación cruzada no sean muy estables.

1.4.3.3 Registro por minimización del coeficiente de variación de las relaciones de intensidad

La idea de este algoritmo es la siguiente, vóxeles con valores de intensidad semejantes pertenecen al mismo tipo de tejido, también conocida como Hipótesis de Woods. Así en la otra imagen los vóxeles correspondientes también tendrán valores semejantes. Por lo que cada valor de intensidad del vóxel de una imagen estará relacionado con el correspondiente en la otra por un factor multiplicativo.

En la práctica el algoritmo consiste en seleccionar un número de valores de intensidad de una imagen y tratar de maximizar la uniformidad de los valores correspondientes a cada uno de los niveles de intensidad de la otra imagen. Para obtener el grado de uniformidad se utiliza la correlación cruzada.

La hipótesis de Woods es suficientemente válida cuando la imagen contenga información perteneciente a un solo tejido. Por lo que en las imágenes del cerebro habría que realizar previamente una segmentación para eliminar la corteza craneal. Este paso previo supone la principal desventaja del método.

1.4.3.4 Registro por técnicas basadas en la teoría de la información

El método de registro ideal es aquel que permita calcular la transformación de cualquier pareja de imágenes, independientemente de su modalidad. Todos los métodos explicados hasta ahora presentan algún tipo de restricción o no son aplicables para todas las modalidades de imagen. Los métodos basados en la teoría de la información sí que consiguen este objetivo.

Estos métodos se basan en la idea de obtener más información tras el registro que la información que se obtiene por separado de dos imágenes. Esto es lo mismo que persigue obtener un radiólogo tras el análisis de las imágenes.

En los anteriores métodos se asumía cierta relación entre los niveles de intensidad de las imágenes, aquí la idea es la misma pero midiendo la dependencia de estos valores mediante figuras estadísticas, por lo que esta idea es mucho más general. Los valores de intensidad de cada imagen están representados por dos variables aleatorias, de manera que se mide la cantidad de información que contiene una variable sobre la otra.

La información mutua (MI) mide la dependencia mutua de dos variables aleatorias, esto se interpreta como la cantidad de información que ofrecen ambas variables aleatorias en su conjunto. Siendo éstas, para este caso, los valores de gris de las imágenes. Por lo tanto la MI será mayor cuanto mejor alineadas estén las imágenes y en consecuencia mayor información aporten. Esto quiere decir que, bajo este criterio, mediante la maximización de la información mutua se conseguirá el registro de las imágenes.

Existe otra medida de la similitud que se basa en el mismo principio, es el ratio de correlación (CR). Esta medida también se asume máxima cuando las imágenes están correctamente alineadas.

Capítulo 2. Registro por maximización de la información mutua

2.1 Introducción

En el primer capítulo, se ha explicado la idea de los métodos de registro basados en la teoría de la información y se han mencionado los conceptos de información mutua y ratio de correlación. A lo largo de este capítulo se explica detalladamente en qué consiste el método de registro por maximización de la información mutua y se profundiza en su implementación práctica.

En primer lugar se explican conceptos necesarios para el entendimiento de este método tales como entropía conjunta, información mutua e histograma conjunto, llevados al registro de imágenes. Otro concepto que se trata en este capítulo es el de ratio de correlación, que es otra medida de similitud basada en la teoría de la información equivalente a la información mutua. Tras comparar los resultados obtenidos con ambas figuras intentaremos determinar cual resulta más eficaz.

Una vez descritos esta serie de conceptos relacionados con la teoría de la información se introducirá el tema central de este proyecto, la interpolación. En qué consiste y para qué se recurre a ella.

Finalmente se detalla el algoritmo para el cálculo de la información mutua así como el funcionamiento de este método de registro y su implementación realizada de manera práctica.

Para la implementación práctica del método de registro por maximización de la información mutua se ha utilizado en el entorno de desarrollo Matlab.

2.2 Entropía

La entropía mide la incertidumbre que posee el valor de una variable aleatoria. De igual manera se puede definir como el desorden de su función de distribución de probabilidad. Y a partir de conocer este desorden podremos hablar de la cantidad de información que posee esa variable aleatoria.

De manera práctica se puede explicar de la siguiente manera: tenemos una variable aleatoria X que puede tomar una serie de valores x . Si por ejemplo sabemos que unos valores de x van a tener mayor probabilidad de aparecer que otros la incertidumbre de conocer el valor de esta variable será baja y por consiguiente su entropía también. En el caso de que los valores que pudiera tomar esta variable fueran equiprobables habría alta incertidumbre en conocer su valor, por lo que la entropía tendría un valor alto.

En la figura 2.1 se puede observar la entropía en un Ensayo de Bernoulli, que trata de un experimento aleatorio en que X puede tomar los valores 0 ó 1. La entropía depende de la probabilidad $Pr(X=1)$ de que X tome el valor 1. Cuando $P(X=1)=0.5$, todos los resultados posibles son equiprobables por lo que el resultado es poco predecible y la entropía, en este caso, es máxima: $H(X)=1$.

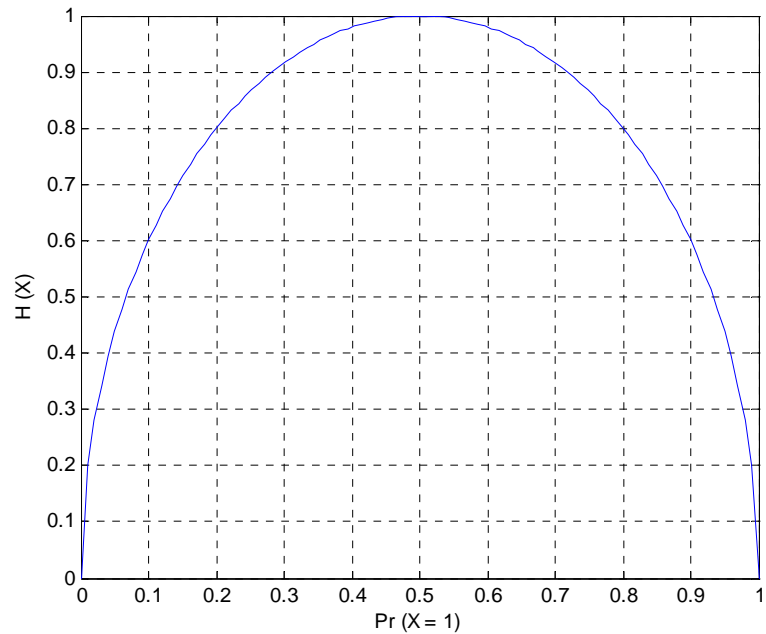


Figura 2.1. Entropía de la información en un Ensayo de Bernoulli

La expresión matemática de la entropía es esta:

$$H(X) = - \sum_x p_X(x) \cdot \log_2 p_X(x) \quad (2.1)$$

X : variable aleatoria

x : valores que toma la variable X

$p_X(x)$: probabilidad del valor x

Al extrapolar esta definición al caso de dos variables aleatorias aparece el concepto de entropía conjunta.

$$H(X, Y) = - \sum_x \sum_y p_{XY}(x, y) \cdot \log_2 p_{XY}(x, y) \quad (2.2)$$

X : variable aleatoria

Y : variable aleatoria

x : valores que toma la variable X

y : valores que toma la variable Y

$p_{XY}(x, y)$: probabilidad conjunta de los valores x e y

El concepto de entropía conjunta es el que se utiliza en el registro de imágenes, ya que se emplean dos variables aleatorias donde cada una representa los valores de intensidad de cada una de las imágenes. Este concepto de entropía conjunta será más fácil de entender mediante la explicación del histograma conjunto, y se emplea como veremos en el siguiente apartado en el cálculo de la información mutua.

Para entender mejor el significado de la información mutua se emplea también la entropía condicional, que mide la incertidumbre en el valor de la variable X suponiendo el conocimiento de previo de Y , y se puede expresar de la siguiente forma:

$$H(X|Y) = - \sum_x \sum_y p_{XY}(x, y) \cdot \log_2 p_{X|Y}(x|y) \quad (2.3)$$

$p_{X|Y}(x|y)$: probabilidad del valor x condicionada al valor de y

La entropía condicionada será cero en el caso de que el conocimiento de Y pueda predecir exactamente el valor de X . Y por lo tanto será un valor alto cuando este conocimiento del valor de X sea equiprobable conociendo el valor de Y .

2.3 Información mutua

La información mutua es la medida de la cantidad de información que una variable aleatoria contiene sobre la otra. La información mutua de dos variables aleatorias se define así:

$$MI(X, Y) = \sum_x \sum_y p_{XY}(x, y) \cdot \log_2 \frac{p_{XY}(x, y)}{p_X(x) \cdot p_Y(y)} \quad (2.4)$$

Su interpretación es la cantidad de información que ofrecen X e Y en conjunto. El objetivo es obtener la mayor cantidad de información posible de dos variables aleatorias, y esto se conseguirá al maximizar la información mutua.

A partir de los conceptos de entropía conjunta y condicionada podemos decir que la información mutua es una medida de la cantidad de la reducción de incertidumbre de una variable X que da el conocimiento de otra Y . Esta medida de la información mutua en función de la entropía se puede expresar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} MI(X, Y) &= H(X) + H(Y) - H(X, Y) \\ &= H(X) - H(X|Y) \\ &= H(Y) - H(Y|X) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Llevando esta definición al caso práctico del registro de dos imágenes X e Y , tenemos que $MI(X, Y)$ deberá alcanzar su valor máximo cuando la transformación aplicada sobre una de las imágenes sea tal que las imágenes queden registradas. En el caso de que no estén registradas el conocimiento de X no ayuda a predecir Y , o lo que es lo mismo, $H(Y|X)$ es alta. En este supuesto tenemos en la ecuación un valor negativo alto y por tanto $MI(X, Y)$ es

baja. En el caso contrario, en el que las imágenes estén registradas y X ayude a predecir Y , el valor de $H(Y|X)$ será mínimo y por tanto $MI(X,Y)$ máxima.

En la práctica, para el cálculo de $MI(X,Y)$ cuando X e Y son imágenes, se requiere el conocimiento de las entropías $H(X,Y)$, $H(X)$ y $H(Y)$. A partir de las estimas de las densidades de probabilidad $p_X(x)$, $p_Y(y)$ y $p_{XY}(x,y)$, que en este caso son los histogramas de cada imagen por separado y el histograma conjunto de ambas imágenes, se calculan fácilmente los valores de las entropías.

2.4 Ratio de correlación

Otra medida de la similitud de dos variables aleatorias es el ratio de correlación [10]. Se define como una medida de la relación entre la dispersión estadística dentro de categorías individuales y la dispersión en la totalidad de la muestra. Siguiendo el principio de las técnicas de registro basadas en la teoría de la información, esta medida se asume máxima cuando las imágenes están correctamente alineadas, al igual que la información mutua.

Para llevar a cabo el cálculo del ratio de correlación entre dos imágenes, tenemos que ser capaces de definir las como variables aleatorias, es decir, determinar sus funciones de densidad de probabilidad marginal y conjunta. Una técnica común consiste en normalizar el histograma 2D del par de imágenes para que éstas puedan ser vistas como variables aleatorias discretas. Escogiendo esta aproximación discreta, no hay necesidad de manipular explícitamente el histograma 2D de las imágenes, tal y como ocurría para la información mutua. En su lugar, el ratio de correlación puede calcularse recursivamente mediante la acumulación de operaciones locales.

Sea Ω la región que denota la zona de solapamiento de ambas imágenes y a $N = Card(\Omega)$ como el número total de vóxeles que contiene esta región. Consideramos los iso-conjuntos de la imagen X , $\Omega_i = \{\omega \in \Omega, X(\omega) = i\}$ y sus cardinales $N_i = Card(\Omega_i)$. Los momentos totales y condicionales (media y varianza) de la imagen Y serán entonces:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{\omega \in \Omega} Y(\omega)^2 - m^2 \quad (2.6)$$

$$m = \frac{1}{N} \sum_{\omega \in \Omega} Y(\omega) \quad (2.7)$$

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{N_i} \sum_{\omega \in \Omega_i} Y(\omega)^2 - m_i^2 \quad (2.8)$$

$$m_i = \frac{1}{N_i} \sum_{\omega \in \Omega_i} Y(\omega) \quad (2.9)$$

Y la expresión del ratio de correlación:

$$\eta(X,Y) = 1 - \frac{1}{N\sigma^2} \sum_i N_i \sigma_i^2 \quad (2.10)$$

2.5 Histograma conjunto

El histograma conjunto de las dos imágenes es un gráfico en el que se representan los valores de intensidad de cada imagen en cada eje de datos (ejes horizontales). Para cada pareja de vóxeles, uno de la imagen X con nivel de gris x y otro de la imagen Y con nivel de gris y , que ocupen exactamente la misma posición espacial se representa en el eje de frecuencia (eje vertical) el número de coincidencias en las que el vóxel de X tiene intensidad x y el de Y tiene intensidad y .

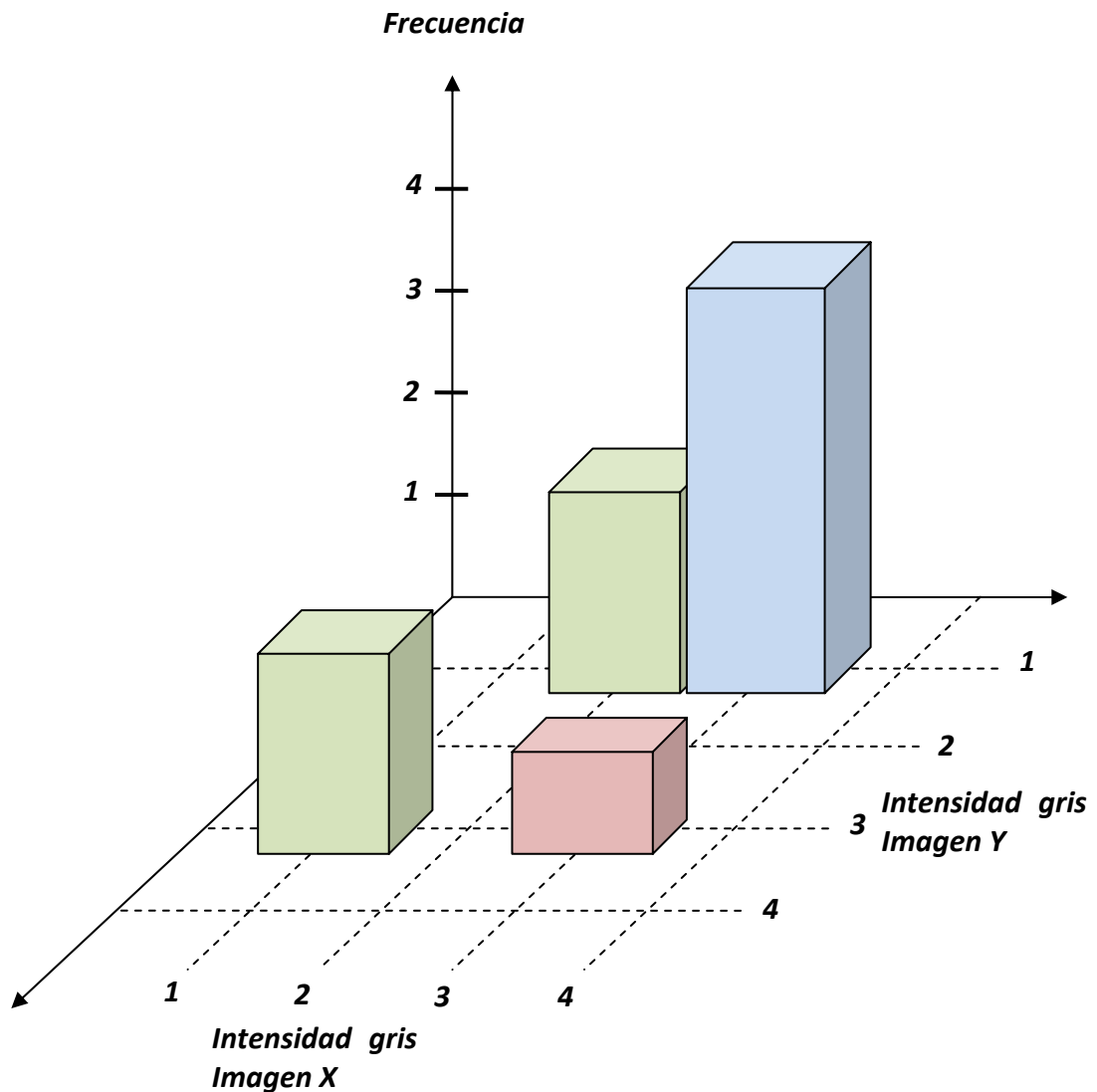


Figura 2.2. Construcción de histograma en 3D.

El ejemplo de histograma 3D que se representa en la figura 2.2 indica que sólo existen nueve parejas de vóxeles que coincidan espacialmente. Más detalladamente podríamos decir que existen cuatro parejas de vóxeles coincidentes (x,y) con intensidades $(3,1)$, dos parejas con valores $(2,1)$, otras dos parejas con valores $(1,3)$ y una pareja con valores de gris $(3,3)$.

En la figura 2.3 se puede observar diferentes histogramas conjuntos de una imagen con varias versiones de ella misma. Es decir, una imagen con otra idéntica pero sobre la que se han realizado diferentes transformaciones espaciales. El histograma de la esquina superior izquierda muestra la situación en la que ambas imágenes se encuentran registradas, y conforme nos movemos de izquierda a derecha y de arriba a abajo vemos el resultado de rotar una de las imágenes 2, 5 y 10 grados respectivamente. El valor que aparece justo debajo de cada histograma es valor de la entropía conjunta en cada caso. Como vimos en la ecuación 2.5 cuando la entropía conjunta es máxima la información mutua será mínima.

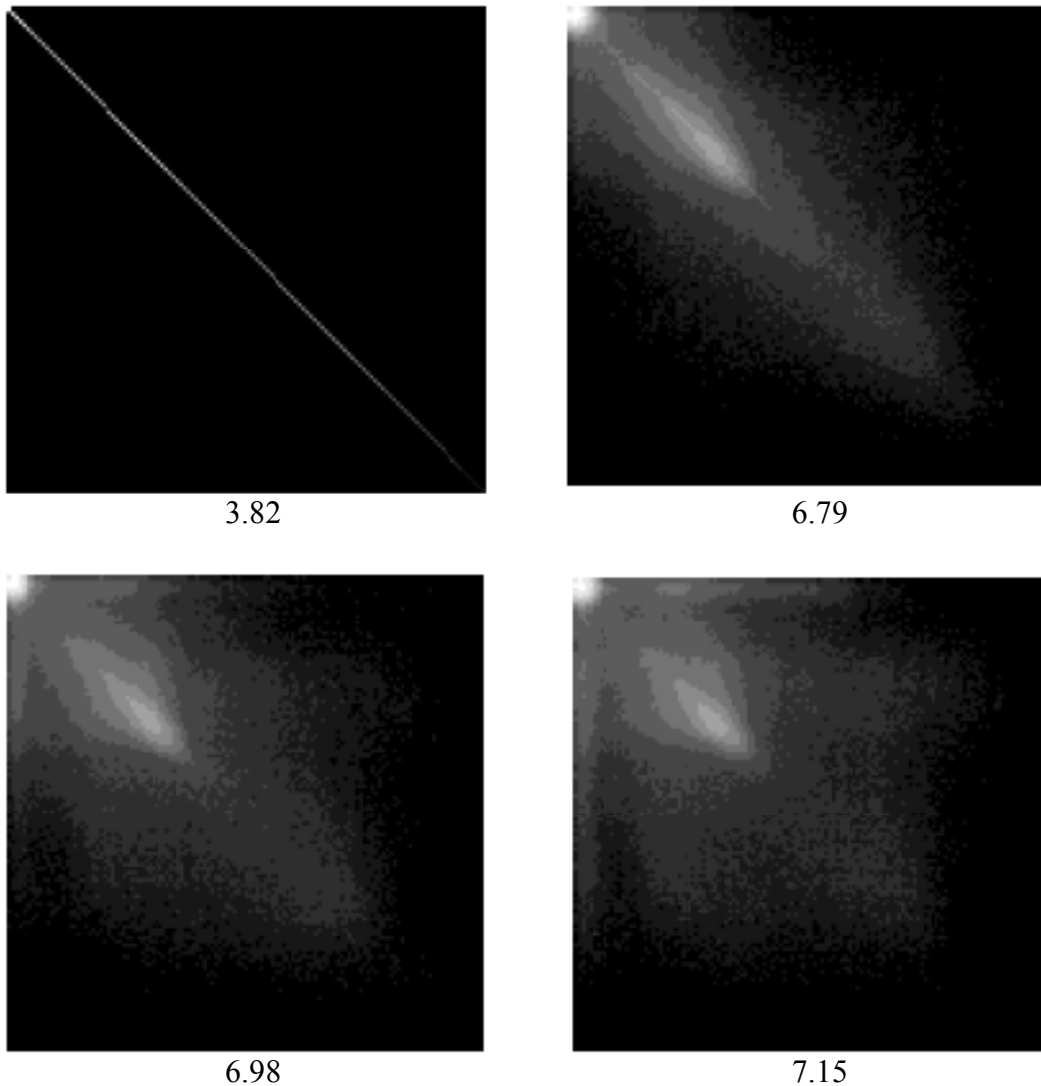


Figura 2.3. Histogramas conjuntos de una imagen consigo misma en perspectiva de 2D.

El cálculo del histograma conjunto de dos imágenes presenta un inconveniente fundamental debido a la naturaleza discreta de las imágenes. En el caso de registro intermodal puede darse la situación de que los volúmenes estén completamente alineados espacialmente y en cambio ningún vóxel del volumen X coincida en la posición exacta de ningún vóxel del volumen Y , por lo que el histograma conjunto estaría vacío. Esto ya se avanzó en el primer capítulo y era debido a que cada imagen podía presentar unas dimensiones de vóxel diferentes. Para solucionar esto se recurre a la interpolación.

2.5.1 Interpolación

Se denomina interpolación a la construcción de nuevos puntos partiendo del conocimiento de un conjunto discreto de puntos. Si aplicamos esto al registro de dos imágenes tridimensionales, la interpolación consistiría en determinar el valor de intensidad en un punto de la imagen referencia donde existe un vóxel de la imagen flotante a partir de los valores de intensidad de un conjunto de vóxeles de la imagen referencia. En la figura 2.4 se muestra este caso, el vóxel de F que aparece de color rojo determina una coordenada donde no existe un vóxel de R , por lo que a partir de los vóxeles de R que rodean a éste hay que determinar el valor de intensidad que tendría este supuesto vóxel en la imagen R .

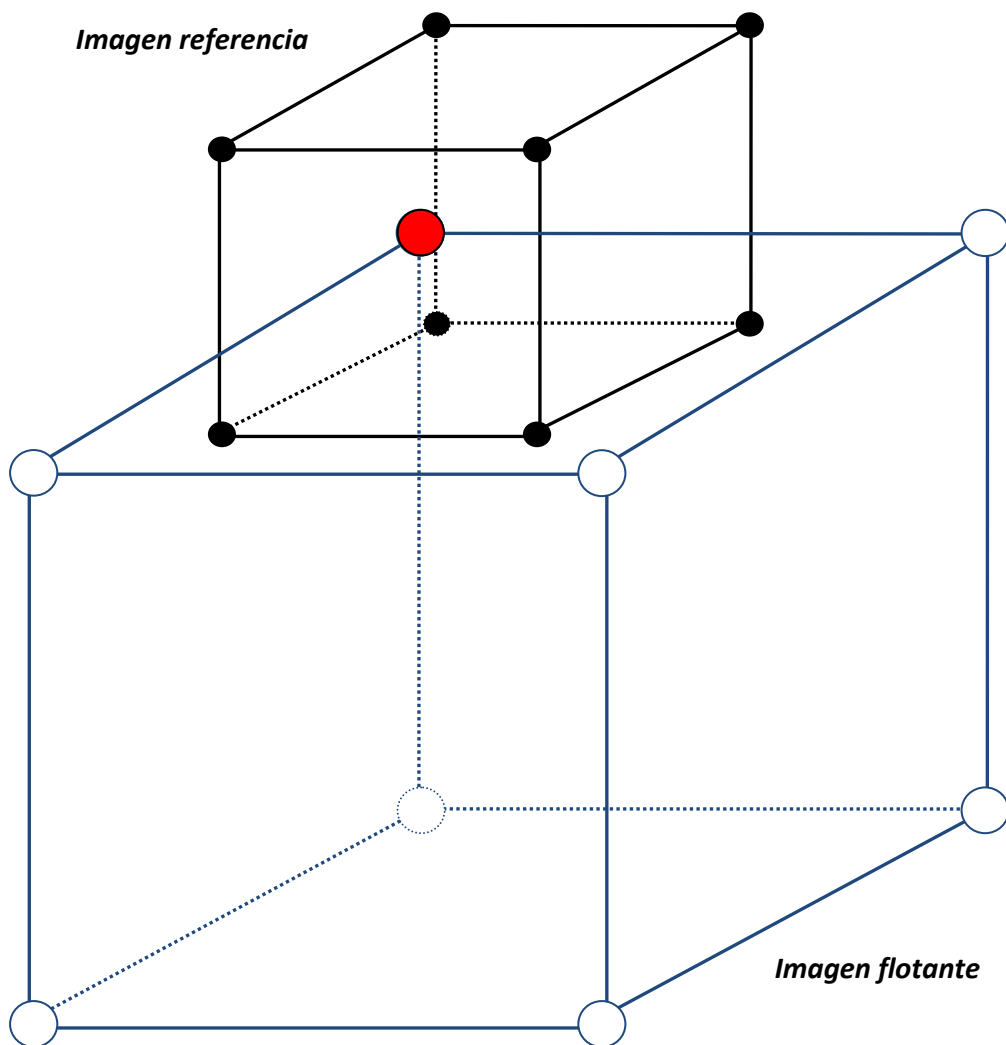


Figura 2.4. Mallados que representan dos imágenes 3D, los puntos negros y blancos representan los vóxeles de cada imagen. La posición donde aparece el vóxel representado en rojo es donde hay que realizar la interpolación.

Como ya se ha comentado en el apartado anterior la interpolación se hace necesaria en la construcción del histograma conjunto. Se podría dar el caso de que ningún vóxel de una de las imágenes a registrar coincidiera con uno de la otra imagen, algo que es bastante probable cuando hablamos de coordenadas del orden de las milésimas. Pero a la hora de realizar un registro también queremos que todos los vóxeles de cada imagen contribuyan y aporten información al histograma, no sólo los que coincidan espacialmente. De lo contrario habría una pérdida de información importante. Estos son los motivos por los que hay que recurrir a la interpolación.

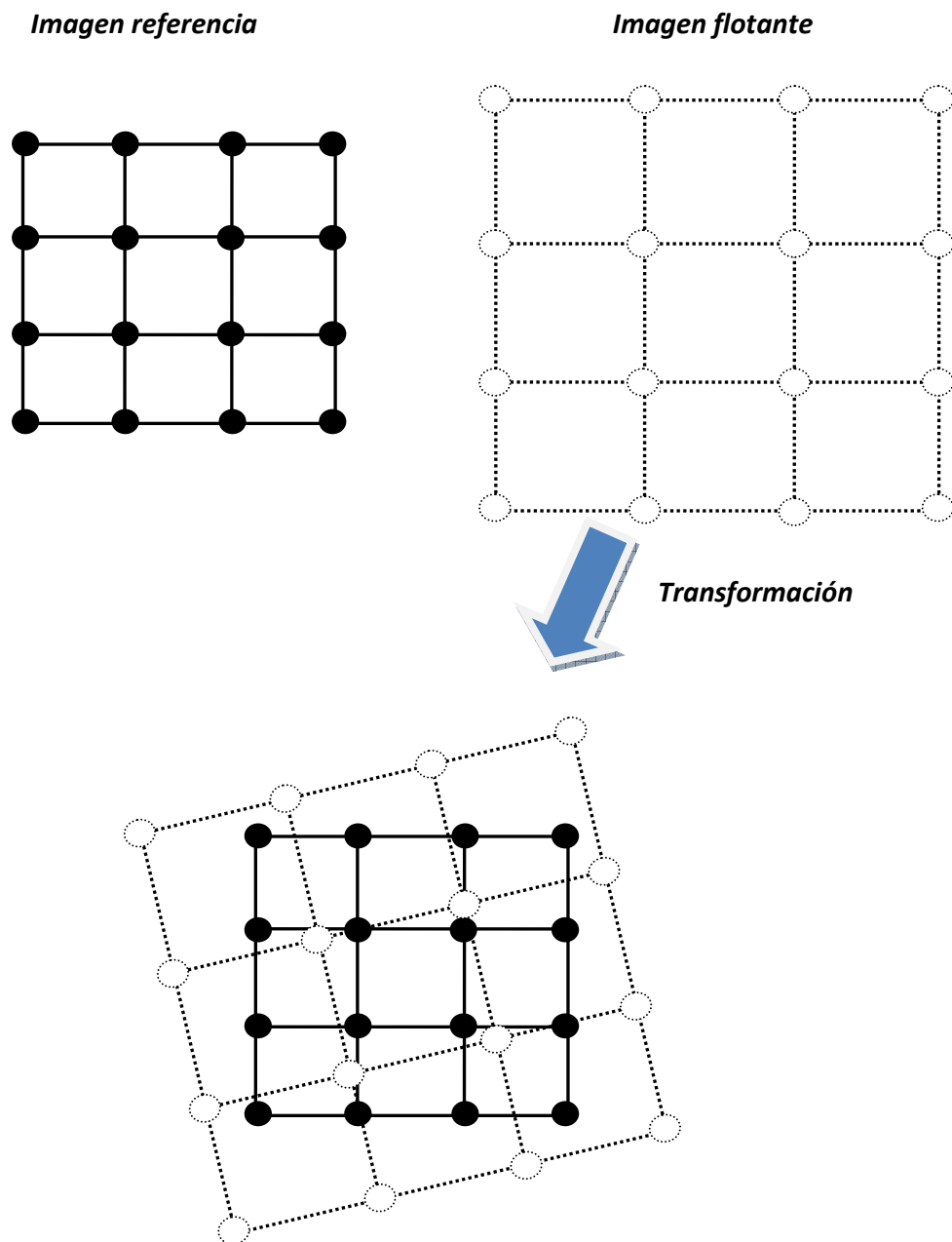


Figura 2.5. Mallados que representan dos imágenes, los puntos negros y blancos representan los vóxeles de cada imagen. En este caso no existe ningún vóxel coincidente.

2.6 Algoritmo para el cálculo de la información mutua

Una vez explicado el concepto de histograma conjunto vamos a proceder a explicar el algoritmo que se debe seguir para el cálculo del valor de la información mutua de dos imágenes tridimensionales a partir de dicho histograma.

Sean dos imágenes que se desea registrar: F será la que se transforma (imagen flotante) y R la imagen de referencia. Siendo $f(s)$ la intensidad de F en el punto $s(x,y,z)$ y $r(T_\alpha(s))$ la intensidad de R en el punto transformado de $s(x,y,z)$, $T_\alpha(s(x,y,z))$. La transformación de un punto en función de unos parámetros α (dependientes del tipo de transformación aplicada y ya vistos en el apartado de transformaciones) queda representada de la forma $T_\alpha(s(x,y,z))$ ó $T_\alpha(s)$.

El algoritmo para el cálculo de la información mutua es el siguiente:

- 1) Se toma un vóxel de la imagen flotante y se busca el valor de intensidad del vóxel correspondiente de la imagen de referencia.
- 2) Si el vóxel de la imagen R no coincide exactamente con las coordenadas del vóxel transformado de la imagen F , habrá que interpolar para calcular el valor de intensidad del vóxel de la imagen de referencia que correspondería a la coordenada $s(x,y,z)$ de F , esto es $r(T_\alpha(s))$. De esta manera se crearán nuevos valores de intensidad para el histograma, pero existen otros métodos de interpolación que reparten la aportación al histograma entre los vóxeles de la imagen de referencia y así no se crean nuevos valores de intensidad.
 - a) A continuación el histograma h_α se irá construyendo con los pares de intensidad obtenidos tras la interpolación de la siguiente manera:

$$h_\alpha(f(s), r(T_\alpha(s))) = h_\alpha(f(s), r(T_\alpha(s))) + 1 \quad (2.11)$$

- b) En el caso de los métodos que reparten la aportación w_i al histograma entre una serie de vóxeles n_i existentes de R se realizará de la siguiente manera:

$$h_\alpha(f(s), r(n_i)) = h_\alpha(f(s), r(n_i)) + w_i \quad (2.12)$$

Los vóxeles n_i tendrán algún tipo de relación $T_\alpha(s)$ (por ejemplo los ocho vecinos más cercanos a $T_\alpha(s)$) y w_i se obtendrá bajo algún criterio que parta de esta relación.

- 3) Volvemos al primer paso y así sucesivamente con cada uno de los vóxeles de la imagen flotante hasta que se hayan recorrido todos y hayamos construido el histograma completamente.
- 4) A partir del histograma conjunto se obtienen los valores de la distribución $p_{FR,\alpha}(f, r)$ y de las distribuciones de probabilidades marginales $p_{F,\alpha}(f)$ y $p_{R,\alpha}(r)$. La distribución $p_{FR,\alpha}(f, r)$ se aproxima al histograma normalizado:

$$p_{FR,\alpha}(f, r) = \frac{h_{\alpha}(f, r)}{\sum_{f,r} h_{\alpha}(f, r)} \quad (2.13)$$

Siendo $h_{\alpha}(f, r)$ el histograma conjunto de F y R . Y a partir de esta distribución se obtienen los marginales:

$$\begin{aligned} p_{F,\alpha}(f) &= \sum_r p_{FR,\alpha}(f, r) \\ p_{R,\alpha}(r) &= \sum_f p_{FR,\alpha}(f, r) \end{aligned} \quad (2.14)$$

- 5) Finalmente el valor de información mutua MI que se debe optimizar para obtener el registro de las imágenes es:

$$MI(\alpha) = \sum_f \sum_r p_{FR,\alpha}(f, r) \cdot \log_2 \frac{p_{FR,\alpha}(f, r)}{p_{F,\alpha}(f) \cdot p_{R,\alpha}(r)} \quad (2.15)$$

Para el caso del ratio de correlación, obteniendo σ^2 y σ_i^2 de las ecuaciones 2.6 y 2.8:

$$CR(\alpha) = 1 - \frac{1}{\sigma^2} \sum_r p_{R,\alpha}(r) \sigma_i^2 \quad (2.16)$$

2.7 Implementación práctica del método de registro por maximización de la información mutua

Aquí se detalla el método de registro por maximización de la información mutua de manera práctica, es decir tal y como se ha implementado utilizando el entorno de desarrollo MATLAB.

El algoritmo seguido para la implementación de este método de registro parte de dos imágenes tridimensionales de las que se tiene la siguiente información: matrices de coordenadas de los vóxeles y matrices de intensidad de gris en cada vóxel, estas matrices representarían un mallado de cada volumen en el que cada punto tiene una coordenada y un valor de intensidad.

Este algoritmo consta de los siguientes pasos:

- 1) El primer paso consiste en una transformación del tipo rígida de la imagen flotante, ya sea mediante una rotación o una traslación en cualquiera de los tres ejes de coordenadas. Para realizar la rotación es necesario en primer lugar colocar el centro de masas de la imagen en el punto $(0,0,0)$ para que la rotación se realice sobre el propio eje de la imagen y no se produzca una traslación simultánea. Solamente se realiza la transformación sobre la matriz de coordenadas de F (F_{grid}).

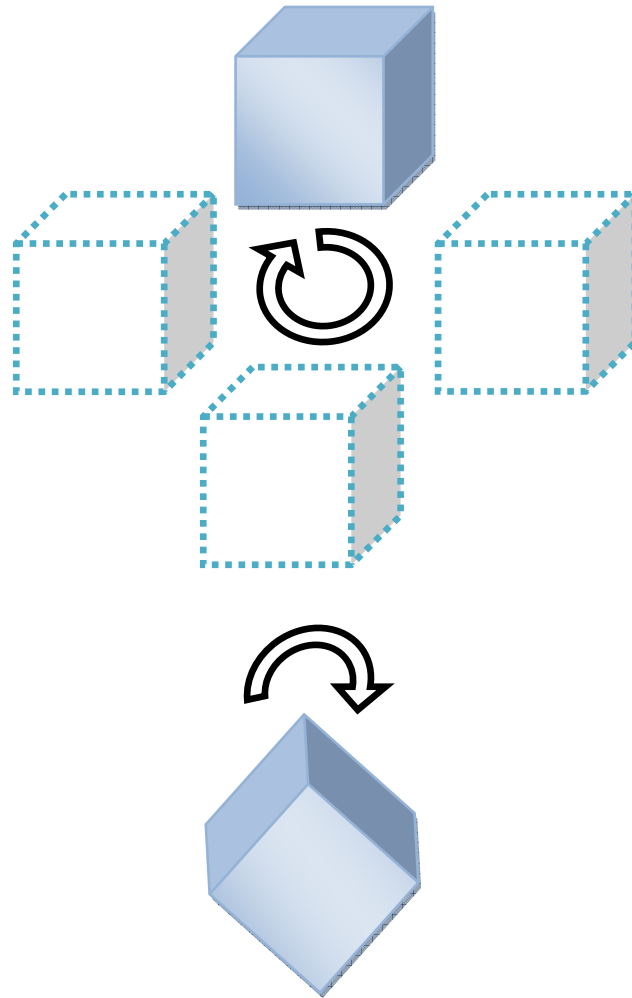


Figura 2.6. En la figura superior se muestra un ejemplo de rotación con traslación y en la inferior una rotación sobre el propio eje.

Estas son las matrices de rotación en tres dimensiones para cada uno de los ejes:

Rotación en X:
$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

Rotación en Y:
$$T = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

Rotación en Z:

$$T = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

- 2) A continuación se realiza una traslación de la matriz de coordenadas de R (R_{grid}) al origen de coordenadas para que no haya coordenadas negativas. Posteriormente se obtiene una matriz de cambio de base a partir de las distancias entre vóxeles de la imagen R , de modo que al aplicar este cambio de base a R_{grid} resulte una matriz R'_{grid} formada por valores de coordenadas en números enteros y con tamaño de vóxel unitario en los tres ejes. La matriz de cambio de base se calcula de esta manera:

$$M_{base} = \frac{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} R_{grid_x} & 0 & 0 \\ 0 & R_{grid_y} & 0 \\ 0 & 0 & R_{grid_z} \end{pmatrix}} \quad (2.20)$$

Siendo R_{grid_x} , R_{grid_y} , y R_{grid_z} la distancia entre vóxeles en los ejes x , y y z , respectivamente.

Esta matriz de cambio se aplica sobre la matriz de coordenadas de la imagen flotante F_{grid} para obtener una nueva matriz de coordenadas F'_{grid} y se realiza sobre ella una traslación de coordenadas equivalente a la que se hizo sobre la imagen referencia para llevarla al origen de coordenadas.

Esto es para que la obtención de las coordenadas y valores de intensidad de los vóxeles de la imagen referencia respecto a la imagen flotante sea más rápida a la hora de la interpolación, ya que como se puede observar en la ecuación 2.21 y en la figura 2.6 los valores de la matriz de coordenadas resultante coincidirán con los índices de la matriz de intensidades de R (R_{gray}).

$$R'_{grid} = R_{grid} \times M_{base} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 128 & 128 & 42 \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

$$F'_{grid} = F_{grid} \times M_{base} \quad (2.22)$$

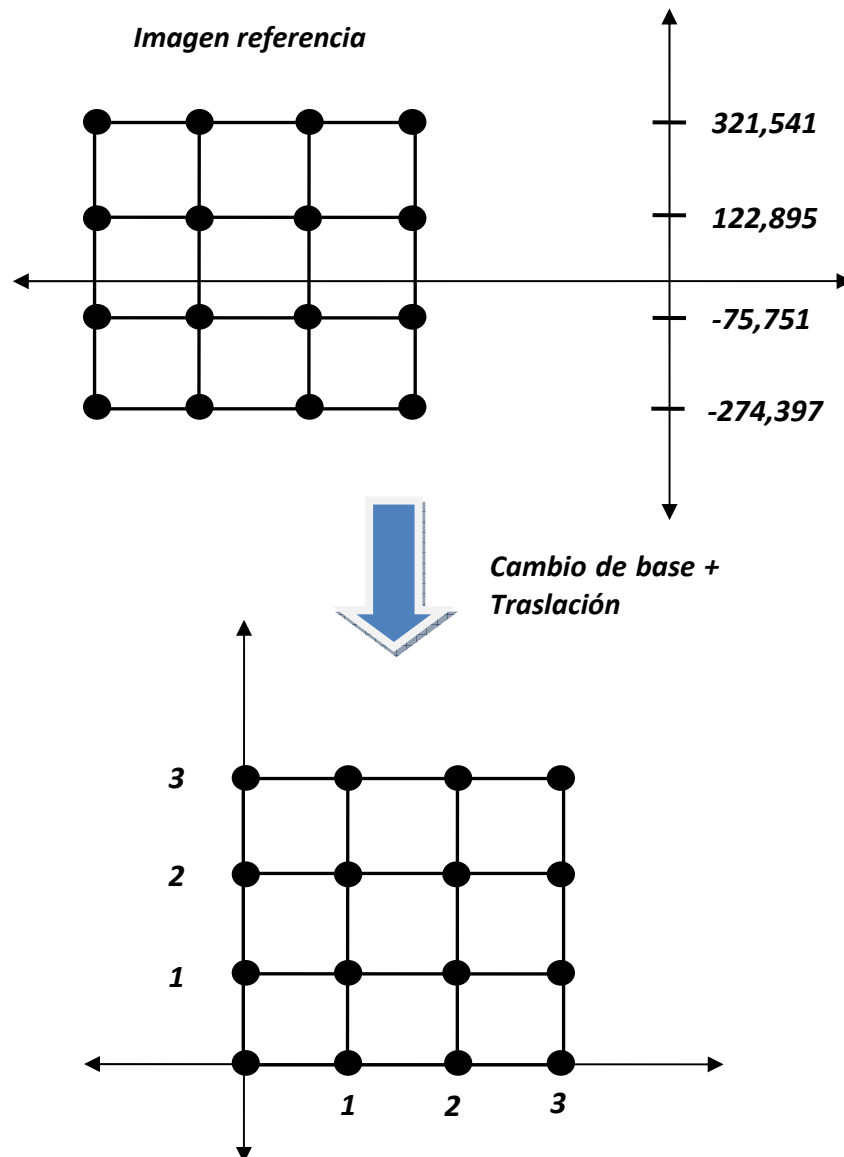


Figura 2.7. Mallado 2D de coordenadas de la imagen referencia antes y después de aplicar el cambio de base y la traslación al centro de coordenadas.

- 3) Una vez hecho esto, para realizar la interpolación sólo serán necesarias la nueva matriz de coordenadas de la imagen flotante (F'_{grid}) y las matrices de intensidades de ambas imágenes (R_{gray} y F_{gray}). De la imagen de referencia nos bastará con conocer sus límites.

Cada coordenada de la imagen de referencia sabremos que se corresponde con los índices de la matriz, por ejemplo:

La coordenada $(1,3,4)$ está situada en la posición matricial $R'_{grid}[1,3,4]$. Por tanto será también inmediato conocer el valor de intensidad de la imagen referencia correspondiente a una determinada coordenada: $R_{gray}[1,3,4]$.

Mediante el algoritmo de interpolación correspondiente se irá construyendo el histograma conjunto de ambas imágenes y una vez finalizado se normaliza para la obtención de la información mutua.

- 4) Se vuelve al primer paso y se realiza una nueva transformación. Y así sucesivamente hasta completar un rango de transformaciones que elijamos previamente. La matriz de cambio de base no es necesario calcularla de nuevo.
- 5) Tras haber realizado todas las iteraciones se observa cuál ha sido el valor máximo de información mutua obtenido, que nos dará la transformación que hace que las imágenes queden registradas.

Capítulo 3. Métodos de interpolación para el cálculo de la información mutua

3.1 Introducción

El objetivo principal de este proyecto es el del estudio de los algoritmos de interpolación para el cálculo del histograma conjunto, que en este caso utilizamos como estima de función densidad de probabilidad y que finalmente nos proporciona el valor de la información mutua. En este capítulo se muestran algunos de los métodos de interpolación más utilizados.

Los algoritmos clásicos implementados son los siguientes: interpolación por vecino más próximo (NN), interpolación trilineal (TRI), interpolación de volumen parcial (PV), interpolación de intensidad parcial (PI), interpolación lineal (LI) e interpolación cúbica de Catmull–Rom (CCR) [2], [5], [6].

Todos los algoritmos aquí descritos han sido desarrollados en el entorno de programación Matlab.

3.2 Algoritmos de interpolación clásicos para el cálculo de la Información Mutua

3.2.1 Interpolación por vecino más próximo (NN)

Uno de los algoritmos más utilizados por su sencillez es el de interpolación por vecino más próximo, pero no da la exactitud suficiente para realizar un buen registro.

El algoritmo se ha implementado de la siguiente manera:

- 1) Se recorren los vóxeles (s) de la imagen flotante y para cada uno de ellos se busca el vóxel más cercano (v) de la región solapada de la imagen de referencia. De este vóxel de R se obtiene el valor de su intensidad: $r(T_{\alpha}s)$.
- 2) Para determinar este “vecino” más cercano no se ha utilizado el cálculo de la distancia euclídea desde cada vóxel de la imagen flotante al resto de los vóxeles de R , ya que esto supondría un esfuerzo muy grande y el tiempo de cálculo empleado sería muy elevado. Gracias al cambio de base realizado previamente a la interpolación la manera de determinar el vóxel más cercano es simplemente redondeando las coordenadas del vóxel de F a su valor más próximo.

Por ejemplo: suponiendo un caso de imágenes en 2D para facilitar la explicación, si tenemos una imagen F con un píxel en las coordenadas $F(2.1, 2.9)$, éste tendría su píxel más cercano de R en la posición $R(2, 3)$. Esto es lo que se representa en la figura 3.1.

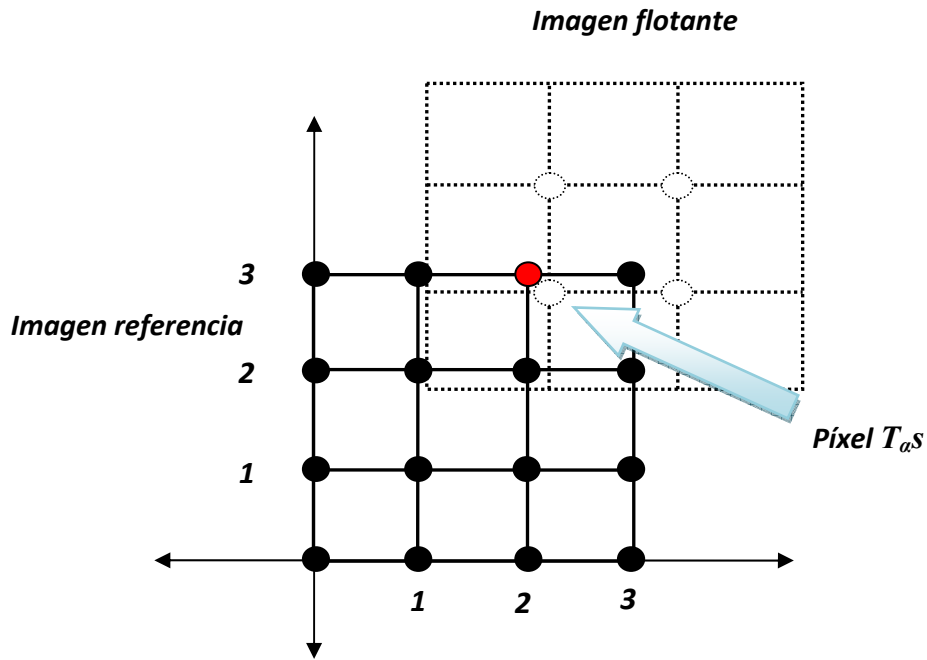


Figura 3.1. Obtención de las coordenadas del píxel más cercano de R al píxel $T_{\alpha s}$.

- 3) A partir de estas coordenadas se obtienen los valores de intensidad correspondientes y se actualiza el histograma en una unidad para la entrada correspondiente a la pareja de valores de gris obtenidos.

La expresión matemática de este algoritmo es la siguiente:

$$\arg \min_{v_i} d(T_{\alpha s}, v_i) = v_3$$

$$r(T_{\alpha s}) = r(v_3)$$

$$h_{\alpha}(f(s), r(T_{\alpha s})) + 1$$

siendo,

$T_{\alpha s}$: coordenada del vóxel s transformado

$f(s)$: intensidad en vóxel s

v_i : coordenadas de los vóxeles vecinos

$r(T_{\alpha s})$: intensidad en coordenada del vóxel s transformado
(valor de intensidad interpolado)

$r(v_i)$: intensidad del vóxel vecino

La ilustración gráfica en 2D del algoritmo *NN* se muestra en la figura 3.2, en la que se observa que el vecino v_3 es el más cercano al píxel correspondiente a la posición $T_{\alpha s}$ y por tanto se tomaría su valor de intensidad. En nuestro caso de registro de imágenes médicas el esquema se extrapola a las tres dimensiones, por lo que alrededor del vóxel a interpolar habrá siempre ocho vecinos. Las ilustraciones de los algoritmos se muestran en 2D para una más fácil visualización y comprensión de estos.

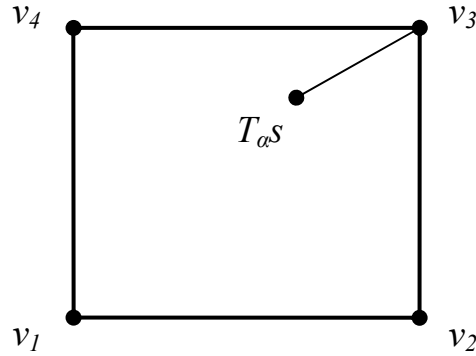


Figura 3.2. Esquema interpolación por vecino más próximo.

3.2.2 Interpolación trilineal (*TRI*)

El algoritmo de interpolación trilineal construye el histograma creando nuevos valores de intensidad que no existían en la imagen R original, lo que repercute negativamente en la optimización de la información mutua. Esto es así debido a las ligeras variaciones de T_{α} que en cada iteración crearán valores de intensidad diferentes en el vóxel $T_{\alpha s}$ y esto repercutirá en cambios en la distribución de probabilidad marginal $p_{R,\alpha}(r)$.

El algoritmo implementado de manera práctica consiste en lo siguiente:

- 1) Se recorren los vóxeles de la imagen flotante y para cada uno de ellos se buscan los ocho vecinos que forman el cubo que encierra al vóxel $T_{\alpha s}$.
- 2) La manera de obtener los ocho vecinos sin tener que calcular la distancia euclídea es la siguiente: se obtienen las coordenadas del vóxel vecino con coordenadas más bajas, mediante el redondeo inferior de las coordenadas del vóxel de F , y a continuación se obtienen los otros siete añadiendo una unidad a las coordenadas correspondientes.

Por ejemplo:

$$F(5.412, 3.768, 4.532) \left\{ \begin{array}{ll} R(5, 3, 4) \rightarrow v_1 & R(6, 3, 4) \rightarrow v_5 \\ R(5, 3, 5) \rightarrow v_2 & R(6, 3, 5) \rightarrow v_6 \\ R(5, 4, 4) \rightarrow v_3 & R(6, 4, 4) \rightarrow v_7 \\ R(5, 4, 5) \rightarrow v_4 & R(6, 4, 5) \rightarrow v_8 \end{array} \right.$$

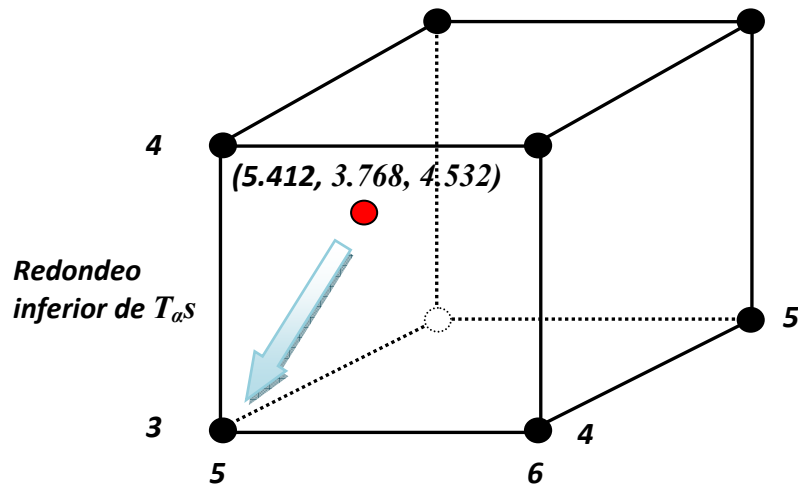


Figura 3.3. Obtención de las coordenadas de los vóxeles de R que encierran al vóxel $T_{\alpha S}$.

- 3) Una vez tenemos las coordenadas de los vecinos en R obtenemos los valores de intensidad $r(v_i)$ de la matriz de intensidades.
- 4) Conocidas las coordenadas se obtienen las distancias proyectadas sobre cada eje desde uno de los vecinos hasta el vóxel $T_{\alpha S}$. Esto es para calcular una serie de pesos que determinarán el nuevo valor de intensidad.

$$w_0 = (1 - d_x) \cdot (1 - d_y) \cdot (1 - d_z)$$

$$w_1 = (1 - d_x) \cdot (1 - d_y) \cdot d_z$$

$$w_2 = (1 - d_x) \cdot d_y \cdot (1 - d_z)$$

$$w_3 = (1 - d_x) \cdot d_y \cdot d_z$$

$$w_4 = d_x \cdot (1 - d_y) \cdot (1 - d_z)$$

$$w_5 = d_x \cdot (1 - d_y) \cdot d_z$$

$$w_6 = d_x \cdot d_y \cdot (1 - d_z)$$

$$w_7 = d_x \cdot d_y \cdot d_z$$

- 5) Este nuevo valor de intensidad surge de la suma de los productos de los pesos por las intensidades de los vecinos. El histograma se actualiza en una unidad para la entrada correspondiente a la pareja formada por el valor de intensidad del vóxel de F y el nuevo valor de intensidad encontrado.

$$\sum_i w_i = 1$$

$$r(T_\alpha s) = \sum_i w_i \cdot r(v_i)$$

$$h_\alpha(f(s), r(T_\alpha s)) + = 1$$

siendo,

- $T_\alpha s$: coordenada del vóxel s transformado
- $f(s)$: intensidad en vóxel s
- v_i : coordenadas de los vóxeles vecinos
- $r(T_\alpha s)$: intensidad en coordenada del vóxel s transformado
(valor de intensidad interpolado)
- $r(v_i)$: intensidad del vóxel vecino
- w_i : peso de cada vecino

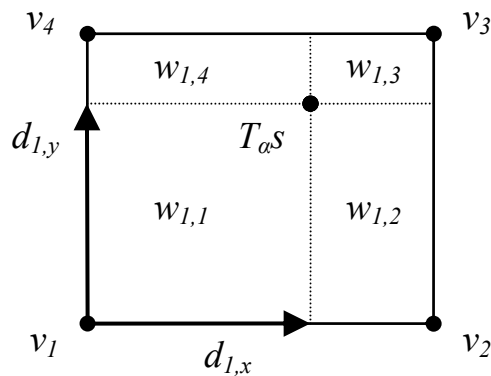


Figura 3.4. Esquema interpolación trilineal.

3.2.3 Interpolación de volumen parcial (PV)

Para evitar el problema de la interpolación trilineal que suponía la creación de nuevos valores de intensidad se utiliza la interpolación trilineal de volumen parcial. En este caso los pesos obtenidos al igual que en la interpolación trilineal por los vecinos al vóxel $T_\alpha s$ sirven para repartir la aportación al histograma entre ellos.

Como ya se ha indicado los pesos se obtienen de la misma forma que en la interpolación trilineal, por lo que el esquema del algoritmo seguido hasta entonces es el mismo. La diferencia surge a la hora de construir el histograma, éste se actualiza de la siguiente manera: habrá una entrada para cada pareja formada por el valor de intensidad del vóxel de F y el valor de intensidad de cada vecino. El valor de dicha entrada en el histograma será igual al peso correspondiente a ese vecino.

$$\begin{aligned}
w_0 &= (1-d_x) \cdot (1-d_y) \cdot (1-d_z) \\
w_1 &= (1-d_x) \cdot (1-d_y) \cdot d_z \\
w_2 &= (1-d_x) \cdot d_y \cdot (1-d_z) \\
w_3 &= (1-d_x) \cdot d_y \cdot d_z \\
w_4 &= d_x \cdot (1-d_y) \cdot (1-d_z) \\
w_5 &= d_x \cdot (1-d_y) \cdot d_z \\
w_6 &= d_x \cdot d_y \cdot (1-d_z) \\
w_7 &= d_x \cdot d_y \cdot d_z
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
\sum_i w_i &= 1 \\
h_\alpha(f(s), r_i(v_i)) &= w_i
\end{aligned}$$

siendo,

- $T_\alpha s$: coordenada del vóxel s transformado
- $f(s)$: intensidad en vóxel s
- v_i : coordenadas de los vóxeles vecinos
- $r(T_\alpha s)$: intensidad en coordenada del vóxel s transformado
(valor de intensidad interpolado)
- $r(v_i)$: intensidad del vóxel vecino
- w_i : peso de cada vecino

3.2.4 Interpolación de intensidad parcial (PI)

Una variante del algoritmo de interpolación trilineal es el llamado algoritmo trilineal de distribución de intensidad parcial. Al igual que aquél, este algoritmo crea nuevos valores de intensidad a la hora de construir el histograma. Pero en vez de actualizar el histograma con una entrada solamente éste reparte la aportación al histograma entre dos valores de intensidad.

Se obtienen los pesos de la misma forma que en la interpolación trilineal, por lo que el esquema del algoritmo seguido hasta entonces será el mismo. Se obtiene el valor de intensidad de R que correspondería a la posición $T_\alpha s$ de igual manera que en la interpolación trilineal, es decir mediante la suma de los productos de los pesos por las intensidades de los vecinos. Pero en cambio la aportación al histograma no es enteramente para este valor, si no que se reparte entre dos valores que surgen del redondeo inferior y superior de $r(T_\alpha s)$. En la expresión matemática que se muestra a continuación se puede observar con más claridad:

$$\begin{aligned}
w_0 &= (1-d_x) \cdot (1-d_y) \cdot (1-d_z) \\
w_1 &= (1-d_x) \cdot (1-d_y) \cdot d_z & \sum_i w_i &= 1 \\
w_2 &= (1-d_x) \cdot d_y \cdot (1-d_z) & r(T_\alpha s) &= \sum_i w_i \cdot r(v_i) \\
w_3 &= (1-d_x) \cdot d_y \cdot d_z & r_1 &= \lfloor r(T_\alpha s) \rfloor \\
w_4 &= d_x \cdot (1-d_y) \cdot (1-d_z) & r_2 &= \lceil r(T_\alpha s) \rceil \\
w_5 &= d_x \cdot (1-d_y) \cdot d_z & h_\alpha(f(s), r_1) &+ = r_2 - r(T_\alpha s) \\
w_6 &= d_x \cdot d_y \cdot (1-d_z) & h_\alpha(f(s), r_2) &+ = r(T_\alpha s) - r_1 \\
w_7 &= d_x \cdot d_y \cdot d_z
\end{aligned}$$

siendo,

- $T_\alpha s$: coordenada del vóxel s transformado
- $f(s)$: intensidad en vóxel s
- v_i : coordenadas de los vóxeles vecinos
- $r(T_\alpha s)$: intensidad en coordenada del vóxel s transformado
(valor de intensidad interpolado)
- $r(v_i)$: intensidad del vóxel vecino
- w_i : peso de cada vecino

3.2.5 Interpolación lineal (LI)

La interpolación lineal sigue la misma idea de la interpolación por vecino más cercano pero repartiendo la aportación al histograma a partes iguales entre los dos vecinos más cercanos, en vez de recaer completa y únicamente sobre el más cercano.

Al igual que en los algoritmos trilineales se recorren los vóxeles de la imagen flotante y para cada uno de ellos se buscan las coordenadas de los ocho vóxeles que encierran al vóxel $T_\alpha s$. Para encontrar los dos vecinos más cercanos a éste se recurre al cálculo de la distancia euclídea entre el mencionado vóxel y los ocho vecinos, de esta manera se reduce de forma considerable el tiempo de cómputo, ya que no es necesario calcular la distancia entre el vóxel $T_\alpha s$ y el resto de vóxeles de R .

$$\begin{aligned}
\arg \min_{v_i} d(T_\alpha s, v_i) &= v_3 \\
\arg \min_{v_i} d(T_\alpha s, v_i - v_3) &= v_4 \\
r(T_\alpha s) &= r(v_3) \\
h_\alpha(f(s), r(T_\alpha s)) &+ = 0.5 \\
r(T_\alpha s) &= r(v_4) \\
h_\alpha(f(s), r(T_\alpha s)) &+ = 0.5
\end{aligned}$$

siendo,

- $T_\alpha s$: coordenada del vóxel s transformado
- $f(s)$: intensidad en vóxel s
- v_i : coordenadas de los vóxeles vecinos
- $r(T_\alpha s)$: intensidad en coordenada del vóxel s transformado
(valor de intensidad interpolado)
- $r(v_i)$: intensidad del vóxel vecino

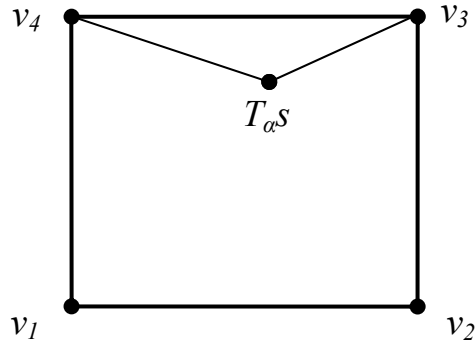


Figura 3.5. Esquema interpolación lineal.

3.2.6 Interpolación cúbica de Catmull–Rom (CCR)

Esta interpolación sigue el mismo esquema que la lineal. En este caso son cuatro el número de vecinos entre los que se reparte la aportación al histograma, pero no se divide en partes iguales si no que a los dos más cercanos se les añade 0.5625 a la entrada correspondiente del histograma y a los dos siguientes se resta 0.0625 del par de intensidades correspondientes a esos valores.

$$\begin{aligned}
 \arg \min_{v_i} d(T_\alpha s, v_i) &= v_1 & r(T_\alpha s) &= r(v_1) \\
 \arg \min_{v_i} d(T_\alpha s, v_i - v_1) &= v_2 & h_\alpha(f(s), r(T_\alpha s))_+ &= 0.5625 \\
 \arg \min_{v_i} d(T_\alpha s, v_i - v_1 - v_2) &= v_3 & r(T_\alpha s) &= r(v_2) \\
 \arg \min_{v_i} d(T_\alpha s, v_i - v_1 - v_2 - v_3) &= v_4 & h_\alpha(f(s), r(T_\alpha s))_+ &= 0.5625 \\
 & & r(T_\alpha s) &= r(v_3) \\
 & & h_\alpha(f(s), r(T_\alpha s))_- &= 0.0625 \\
 & & r(T_\alpha s) &= r(v_4) \\
 & & h_\alpha(f(s), r(T_\alpha s))_- &= 0.0625
 \end{aligned}$$

siendo,

$T_{\alpha}s$: coordenada del vóxel s transformado

$f(s)$: intensidad en vóxel s

v_i : coordenadas de los vóxeles vecinos

$r(T_{\alpha}s)$: intensidad en coordenada del vóxel s transformado
(valor de intensidad interpolado)

$r(v_i)$: intensidad del vóxel vecino

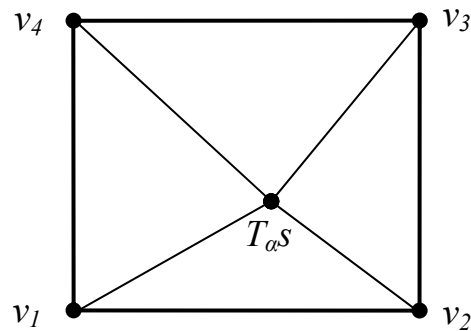


Figura 3.6. Esquema interpolación cúbica de Catmull–Rom.

3.3 Artefactos surgidos de la interpolación

En la función de la información mutua obtenida tras el proceso de registro pueden surgir ciertos tipos de artefactos o imperfecciones que se pueden identificar como mínimos y máximos locales, así como regiones de MI constante [2], [4].

Cuando dos imágenes tridimensionales tienen idéntico espacio entre muestras, es decir el mismo tamaño de vóxel para cada dimensión, pueden surgir artefactos de las interpolaciones empleadas para la generación del histograma conjunto. También puede ocurrir para imágenes que tienen un tamaño de vóxel múltiplo del tamaño de vóxel de la otra imagen para una determinada dimensión. En este proyecto vamos a poder observar el primer caso mediante dos imágenes idénticas.

Para una determinada transformación, si las imágenes a registrar están alineadas de tal modo que todos o la mayoría de los vóxeles de ambas imágenes coinciden exactamente, muchos de los pesos en el caso de la interpolación de volumen parcial serán cero y por tanto no aportarán valores al histograma. Esto provoca que la dispersión del histograma sea menor cuando se produzca estos alineamientos en el malla. Cuando desplazemos una imagen en cualquier dirección la dispersión comenzará a aumentar, por tanto puede que en estas posiciones de alineamiento se produzca un máximo local de MI .

En la figura 3.7 se muestra el caso de alineamiento en Y .

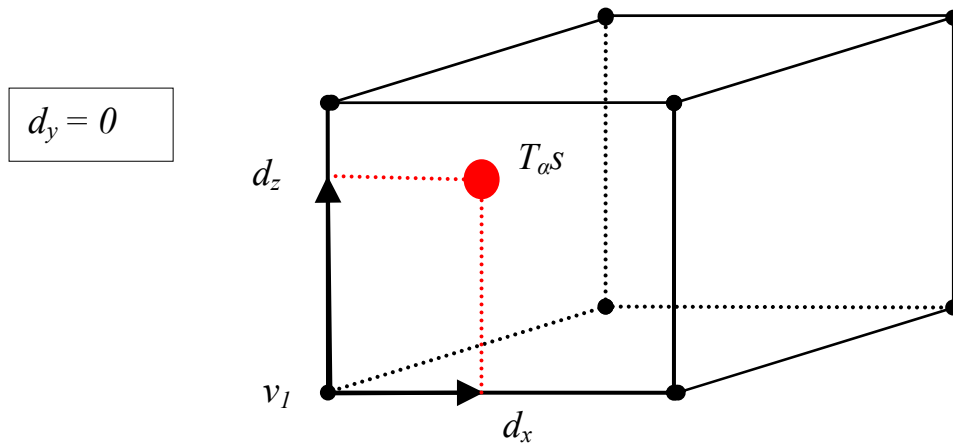


Figura 3.7. Esquema de interpolación por volumen parcial en la situación de alineamiento de vóxeles de dos imágenes en el plano y .

$$w_1 = (1 - d_x) \cdot (1 - d_y) \cdot (1 - d_z)$$

$$w_2 = (1 - d_x) \cdot (1 - d_y) \cdot d_z$$

$$w_3 = (1 - d_x) \cdot d_y \cdot (1 - d_z) = 0$$

$$w_4 = (1 - d_x) \cdot d_y \cdot d_z = 0$$

$$w_5 = d_x \cdot (1 - d_y) \cdot (1 - d_z)$$

$$w_6 = d_x \cdot (1 - d_y) \cdot d_z$$

$$w_7 = d_x \cdot d_y \cdot (1 - d_z) = 0$$

$$w_8 = d_x \cdot d_y \cdot d_z = 0$$

Mientras que en la interpolación de volumen parcial los artefactos aparecían en forma de máximos locales en la interpolación trilineal surgen como mínimos locales en las posiciones de alineamiento. En la interpolación trilineal no se pierde aportación al histograma como en la de volumen parcial, pero en cambio los nuevos valores de intensidad creados son bajos debido a los pesos de valor cero. Esto hace que el histograma presente valores menores de coincidencias y por tanto la MI baja.

$$r(T_{\alpha S}) = \sum_i w_i \cdot r(v_i)$$

Si las dos imágenes quedan registradas en una posición lo suficientemente alejada de uno de estos máximos o mínimos locales, estos artefactos no afectarán a los procesos de optimización para encontrar la MI máxima. En caso contrario puede que el algoritmo de optimización quede atrapado en uno de estos máximos o mínimos.

La interpolación por vecino más cercano es insensible a traslaciones de hasta un vóxel, por lo que se observará en la función de MI , respecto a transformaciones de tipo traslación, intervalos alrededor de las posiciones de alineamiento donde el valor de la información mutua es constante.

Para poder mostrar estos artefactos realizaremos el registro de dos imágenes idénticas y así nos aseguraremos de que tengan el mismo tamaño de vóxel en cada dimensión.

Capítulo 4. Nuevos algoritmos de interpolación propuestos para el cálculo de la Información Mutua

4.1 Introducción

Se han implementado tres nuevos algoritmos de interpolación con el fin de compararlos con los algoritmos clásicos y ver si presentan alguna mejora en las características de éstos. Estas mejoras se buscan intentando evitar los artefactos que surgían de ciertas interpolaciones, extrapolando una interpolación a la vecindad o introduciendo parámetros que proporcionen más exactitud.

En el último apartado se mostrarán los resultados obtenidos mediante estos nuevos algoritmos mediante funciones de la información mutua frente a un rango de transformaciones, así como el histograma obtenido en situación de registro.

Los tres algoritmos propuestos parten de los clásicos e introducen alguna modificación de las mencionadas que puedan proporcionar alguna mejora respecto al algoritmo del que parten.

4.2 Interpolación propuesta “nº 1”

Este algoritmo, al igual que el de la interpolación por vecino más cercano, se basa en obtener un vóxel ganador sobre el que recae toda la aportación al histograma. La diferencia se encuentra a la hora de obtener este vóxel ganador, mientras que en aquel algoritmo el vóxel ganador era el más cercano en éste se determina mediante un criterio basado en las distancias y las intensidades.

El algoritmo seguido para la obtención del vóxel ganador es el siguiente:

- 1) Se recorren los vóxeles de la imagen flotante y para cada uno de ellos se buscan las coordenadas de los ocho vóxeles vecinos del mismo modo que en los anteriores algoritmos.
- 2) A continuación se obtienen las distancias euclídeas de los vóxeles vecinos al vóxel T_{os} y se calculan los pesos de tal manera que el vecino que se encuentre a menor distancia del vóxel T_{os} tenga el peso mayor e igual a uno.
- 3) La mínima diferencia entre el valor de intensidad del vóxel de F y el producto de los pesos por las intensidades de los vecinos proporcionará el vecino ganador.
- 4) La actualización del histograma será igual a uno para la entrada correspondiente a la pareja de valores de intensidad del vóxel de F y del vóxel ganador de R .

De esta manera, además de la distancia a la que se encuentran los vecinos, también se tiene en cuenta para la interpolación el valor de intensidad de estos. Así si el vóxel más cercano tiene un valor de intensidad alejado del correspondiente de F un vóxel a más distancia puede tener posibilidades de ganar si tiene un valor de intensidad parecido.

Por ejemplo: sean dos vecinos v_1 y v_2 de valores de intensidad 70 y 180 y alejados 0.4 y 0.8 respectivamente del vóxel s que tiene valor de intensidad 200. Los pesos obtenidos serían $w_1 = 1$ y $w_2 = 0.5$. Y calculando:

$$f(s) - w_1 r(v_1) = 200 - (1 \times 70) = 140$$

$$f(s) - w_2 r(v_2) = 200 - (0.5 \times 180) = 110$$

El ganador sería el vóxel v_2 , que ha obtenido una menor diferencia, estando a una distancia más alejada que v_1 .

La expresión analítica de este algoritmo se muestra a continuación:

$$w_i = \frac{\min(d_i)}{d_i}$$

$$aux_i = w_i \cdot r(v_i)$$

$$\arg \min_{v_i} (f(s) - aux_i) = v_3$$

$$h_\alpha(f(s), r(v_3)) + = 1$$

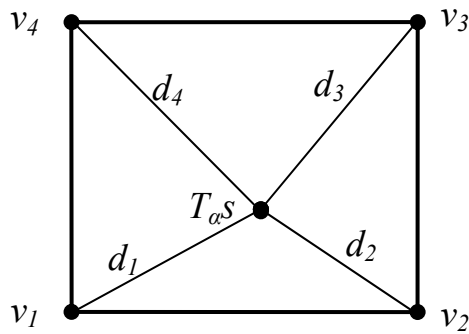


Figura 4.1. Esquema interpolación “nº 1”

4.3 Interpolación propuesta “nº 2”

El siguiente método de interpolación es una evolución del algoritmo de volumen parcial. Mientras que en la interpolación por volumen parcial se obtenían los pesos a partir de las distancias de los vóxeles vecinos al vóxel de F proyectadas sobre los ejes en este caso se calculan mediante las distancias euclídeas. Esto se traduce en una mayor exactitud a la hora de calcular los pesos y trata de evitar los artefactos surgidos en la interpolación de volumen parcial.

En la figura 4.2 se puede observar la situación en la que se podía producir un artefacto en el algoritmo de volumen parcial, debido a que algunos pesos se hacían cero, esto no ocurriría con este algoritmo ya que ningún peso se hace cero.

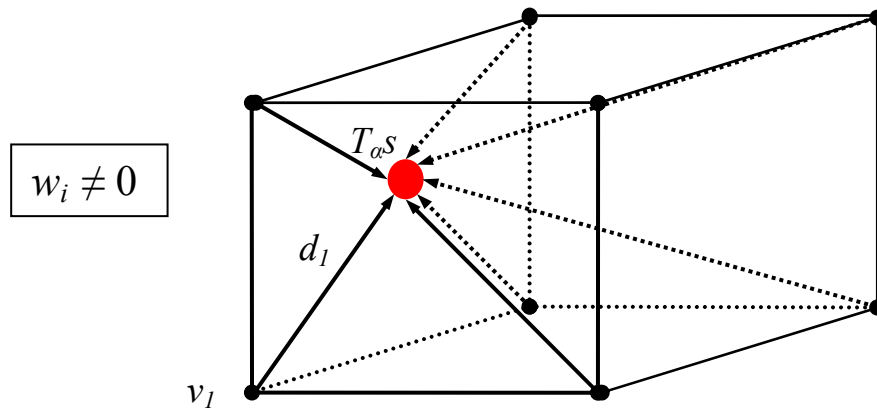


Figura 4.2. Esquema de interpolación “n°2” en la situación de alineamiento de véxeles de dos imágenes en el plano y .

En primer lugar se obtienen unos pesos w'_i que son inversamente proporcionales a la distancia y el mayor de ellos tendrá valor igual a uno. Los pesos finales se consiguen al realizar la normalización de los pesos anteriores. De este modo la aportación total al histograma para cada iteración seguirá siendo igual a uno.

$$w'_i = \frac{\min(d_i)}{d_i} \quad \sum_i w_i = 1$$

$$w_i = \frac{w'_i}{\sum_i w'_i} \quad h_\alpha(f(s), r_i(T_\alpha s)) = w_i$$

4.4 Interpolación propuesta “n° 3”

Este algoritmo propuesto supone una extensión del método de interpolación de vecino más cercano, de modo que la interpolación se extrapola a los tres vecinos más cercanos.

Para la realización de este algoritmo sí se hace necesario el cálculo de las distancias euclídeas del véxel de F hacia los ocho véxeles vecinos que rodean al véxel $T_\alpha s$ en cada iteración. Una vez hallados los tres vecinos más cercanos se les otorga unos pesos de aportación al histograma a cada uno, esto presenta otra diferencia respecto a la interpolación de vecino más cercano donde no era necesario obtener pesos. La forma de obtener los pesos es la misma que en los métodos propuestos anteriores, se realiza una ponderación para que a menor distancia tenga mayor peso y posteriormente se normalizan.

Con este algoritmo se busca extrapolar el de vecino más próximo a la vecindad, para ver si esto resulta en un algoritmo más eficaz aunque sacrificando el tiempo de cómputo y el esfuerzo empleado. Al utilizar tres vecinos en vez de uno se espera que los resultados proporcionen una mayor exactitud.

$$w'_i = \frac{\min(d_i)}{d_i} \quad \sum_i w_i = 1$$

$$w_i = \frac{w'_i}{\sum_i w'_i} \quad h_\alpha(f(s), r_i(T_\alpha s)) = w_i$$

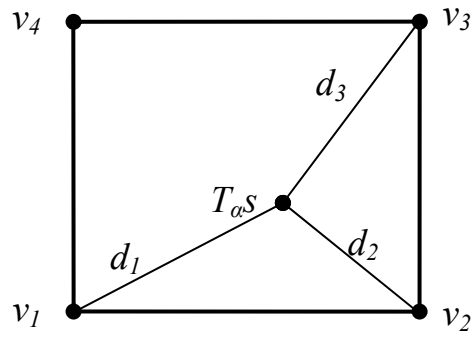


Figura 4.3. Esquema interpolación “nº 3”.

Capítulo 5. Resultados

5.1 Introducción

Una vez que se ha descrito los algoritmos de interpolación para el cálculo de la información mutua en el registro de imágenes médicas, es el turno de analizar los resultados para casos específicos de imágenes reales y sintéticas. Para dicho análisis se va a observar el resultado obtenido por cada uno de los algoritmos estudiados, lo que nos permitirá realizar una comparación entre ellos y determinar cuáles resulta más eficaz.

Las posibles fuentes de imágenes a estudiar serán de dos tipos: imágenes médicas e imágenes sintéticas. En primer lugar veremos el comportamiento de los algoritmos para la misma imagen, para el caso de imágenes sintéticas y médicas, lo que simularía un registro del tipo intramodal. Esto es para aplicar los algoritmos sobre un escenario ideal y de este modo poder ver de manera fiable si los algoritmos funcionan. Después pasaremos a aplicar los algoritmos sobre imágenes sintéticas que representan un mismo objeto pero con diferentes valores de intensidad e imágenes médicas de diferentes dispositivos y mismo sujeto, tipo intermodal-intrasujeto.

Los resultados del análisis de los algoritmos que se van a mostrar consiste en gráficas donde se muestra la evolución de la información mutua y el ratio de correlación para un serie de transformaciones, por un lado del tipo rotación y por otro traslaciones. También se mostrará el histograma conjunto que se obtiene cuando las imágenes se encuentran en estado de registro.

Las transformaciones realizadas son de tipo rígido, por un lado se mostrarán gráficas donde se representen las evoluciones para unas determinadas rotaciones y por otro lado para unas determinadas traslaciones para cada uno de los tres ejes.

5.2 Imágenes 3D sintéticas

Este tipo de imágenes se caracterizan por ser generadas artificialmente, y son de gran interés para comprobar la eficacia del registro. Utilizaremos dos imágenes tridimensionales que están formadas por una serie de funciones gaussianas tridimensionales generadas aleatoriamente a partir de unos valores de media y covarianza. Las dos imágenes parten de las mismas funciones para simular que provengan del mismo lugar como en un registro intrasujeto, pero las dimensiones de vóxel y la resolución en vóxeles sí son diferentes. Posteriormente se toma una de las imágenes y se le aplica una interpolación mediante una función sobre los valores de intensidad para simular que provengan de diferentes dispositivos. Una de ellas tiene unas dimensiones de $230 \times 230 \times 20$ y la otra de $220 \times 220 \times 30$ vóxeles. Las dimensiones de ambas en distancia son de 100 unidades de distancia en cada dimensión, por lo que son figuras cúbicas. Por lo que el tamaño de los vóxeles será respectivamente de $2.3 \times 2.3 \times 0.2$ y de $2.2 \times 2.2 \times 0.3$.

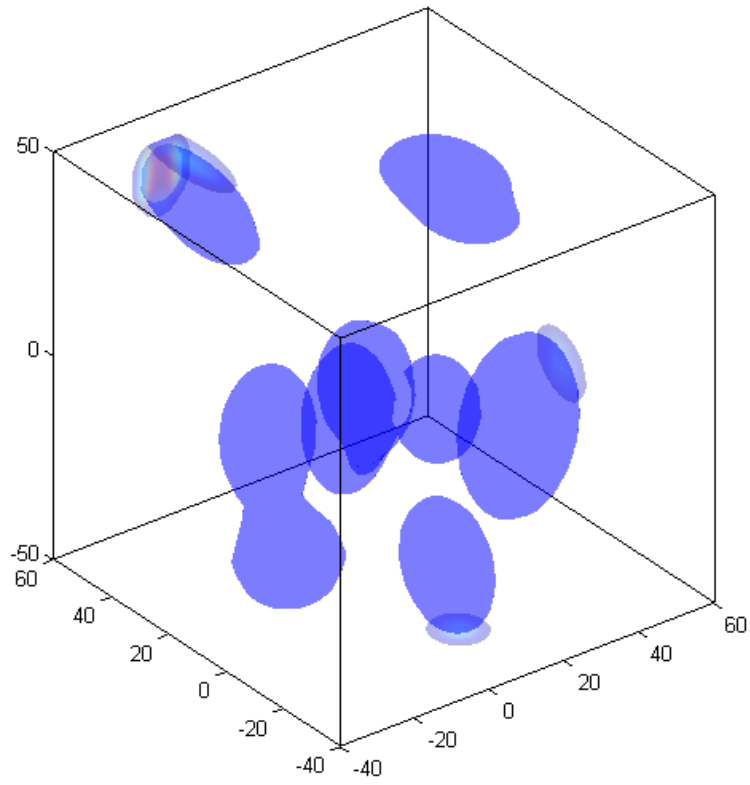


Figura 5.1. Imagen 3D sintética nº1

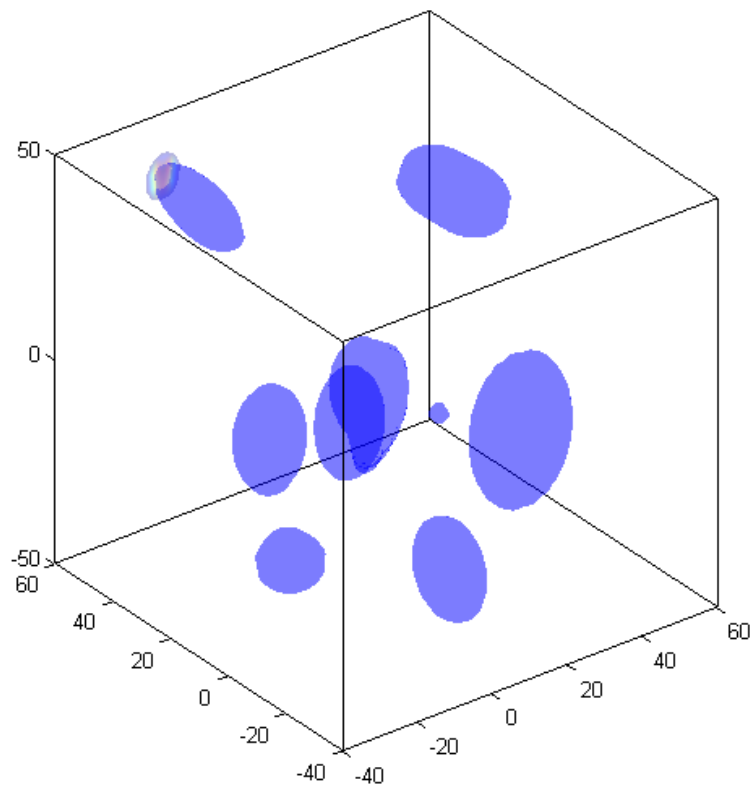


Figura 5.2. Imagen 3D sintética nº2

5.2.1 Iguales

El primer caso de registro tratado es para dos imágenes 3D sintéticas e idénticas. Por lo que utilizamos únicamente una de las imágenes descritas anteriormente de las que disponemos.

Nótese que partimos del conocimiento de la posición de registro, pues ambas imágenes están totalmente alineadas y al ser la misma imagen el valor máximo de información mutua se ha de alcanzar en el punto de traslación y rotación cero.

Las simulaciones que realizamos sobre el registro de una imagen consigo misma transformada son las que nos proporcionarán unos resultados más fiables, ya que es el caso ideal.

5.2.1.1 Interpolación por vecino más próximo (NN)

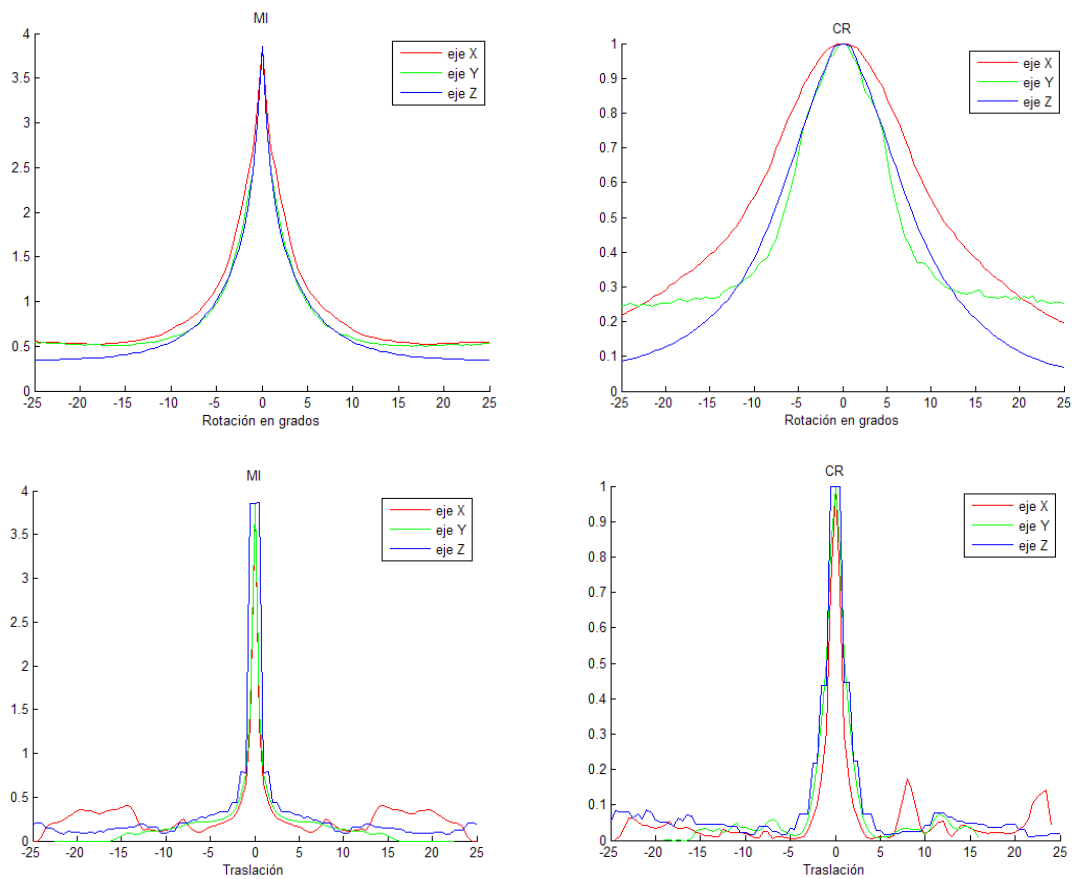


Figura 5.3. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación NN, de una imagen sintética y ella misma transformada.

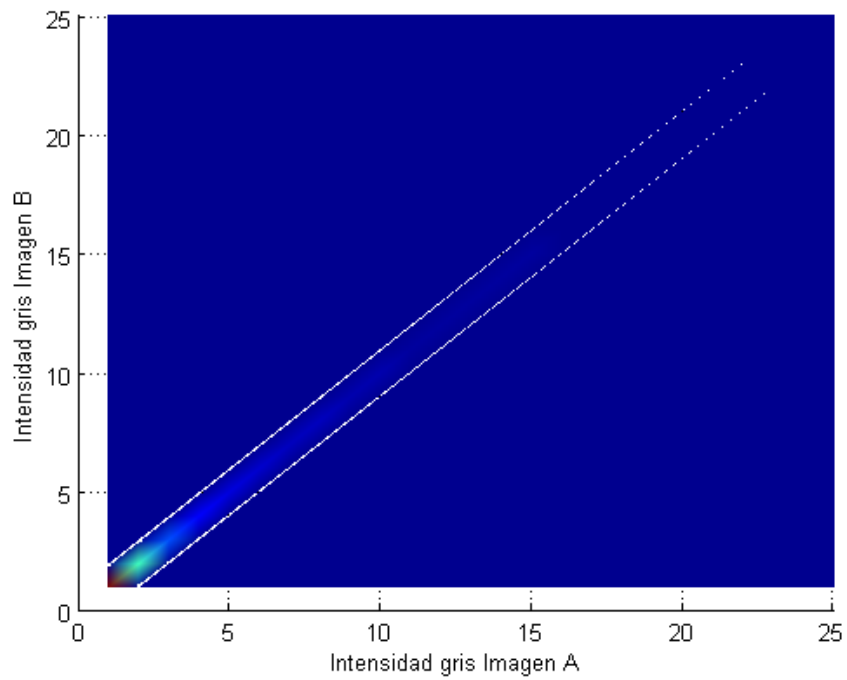


Figura 5.4. Histograma de una imagen 3D sintética y ella misma transformada, en situación de registro, utilizando interpolación NN. Sólo se muestran los valores de intensidad de 0 a 25. Vista 2D del plano XY.

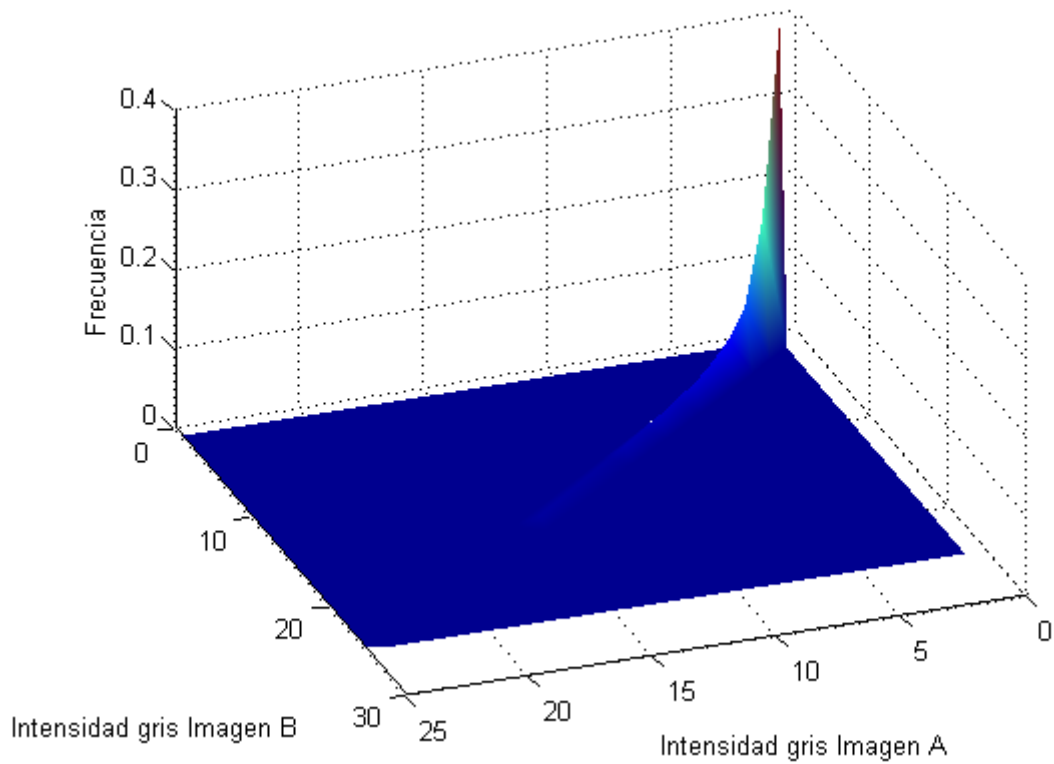


Figura 5.5. Histograma de una imagen 3D sintética y ella misma transformada, en situación de registro, utilizando interpolación NN. Sólo se muestran los valores de intensidad de 0 a 25.

5.2.1.2 Interpolación trilineal (TRI)

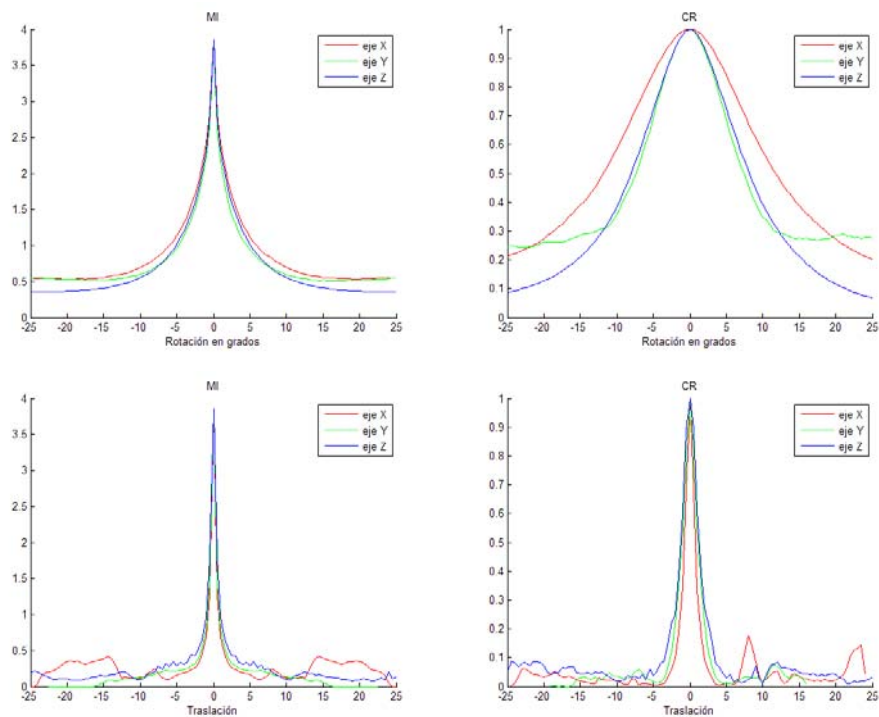


Figura 5.6. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación TRI, de una imagen sintética y ella misma transformada.

5.2.1.3 Interpolación de volumen parcial (PV)

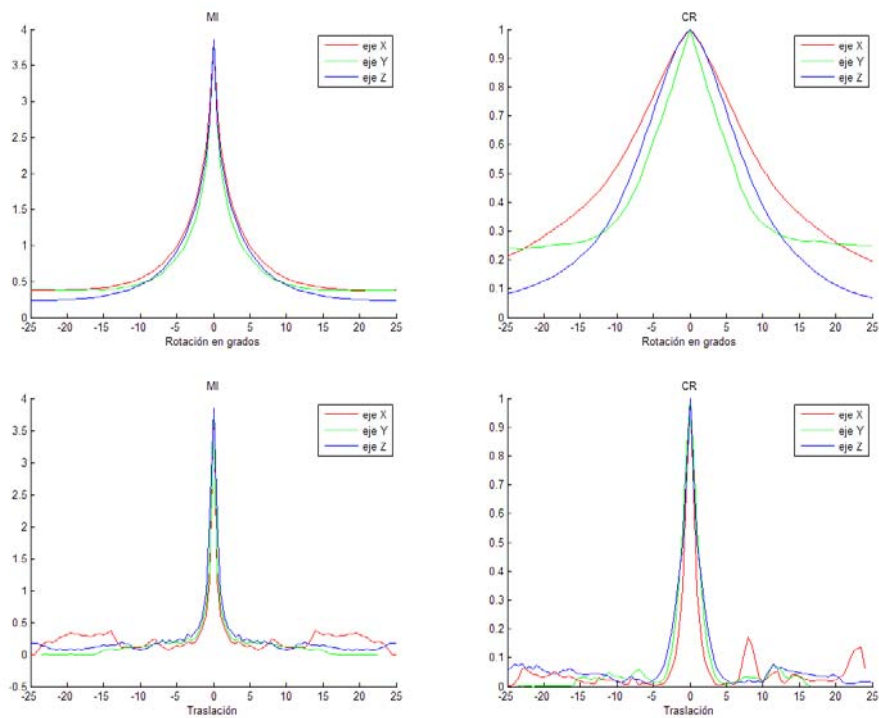


Figura 5.7. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación PV, de una imagen sintética y ella misma transformada.

5.2.1.4 Interpolación de intensidad parcial (PI)

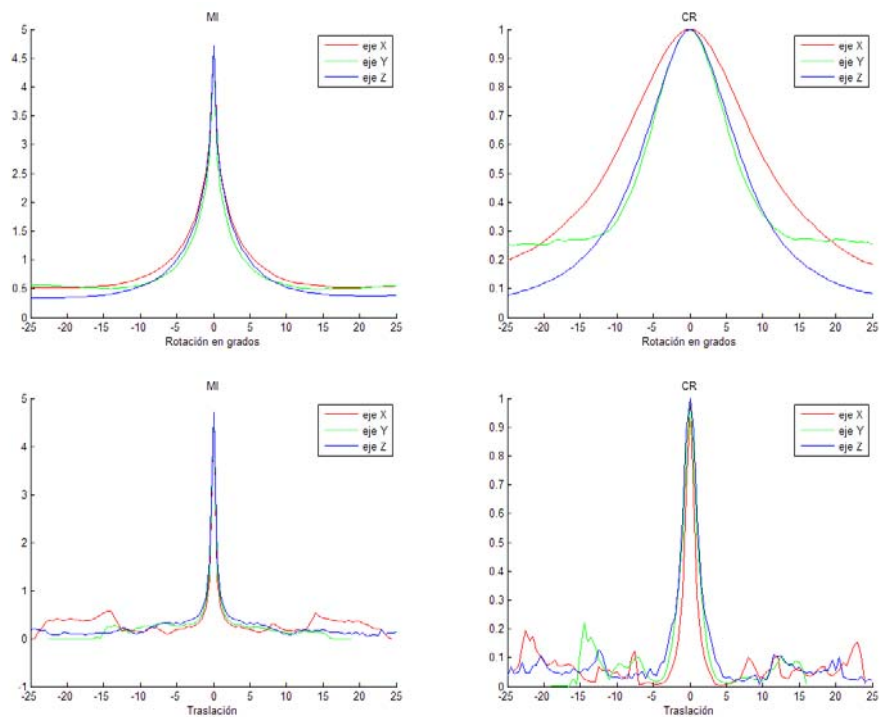


Figura 5.8. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación PI, de una imagen sintética y ella misma transformada.

5.2.1.5 Interpolación lineal (LI)

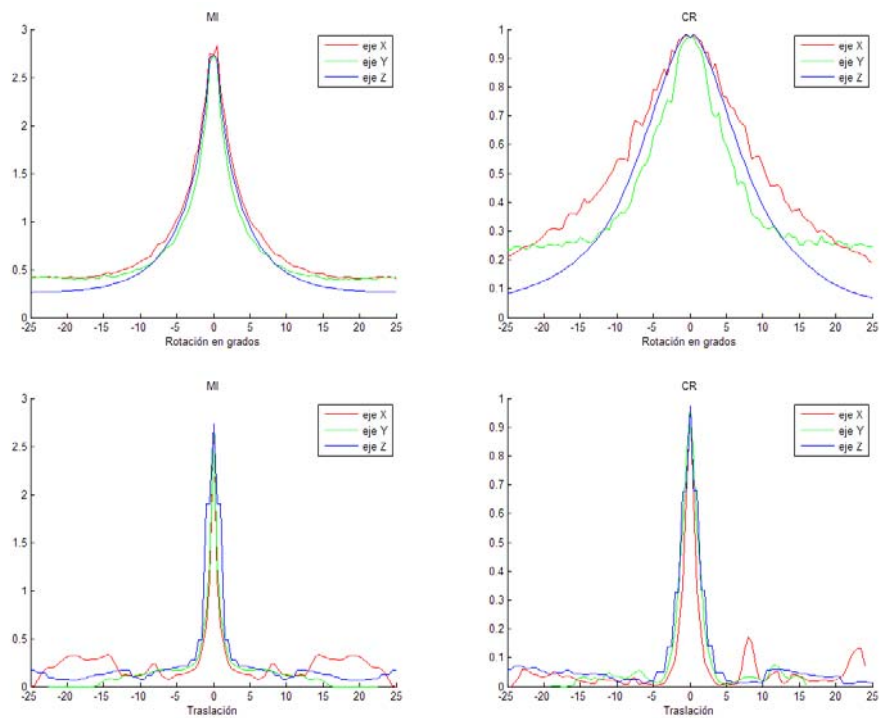


Figura 5.9. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación LI, de una imagen sintética y ella misma transformada.

5.2.1.6 Interpolación cúbica de Catmull–Rom (CCR)

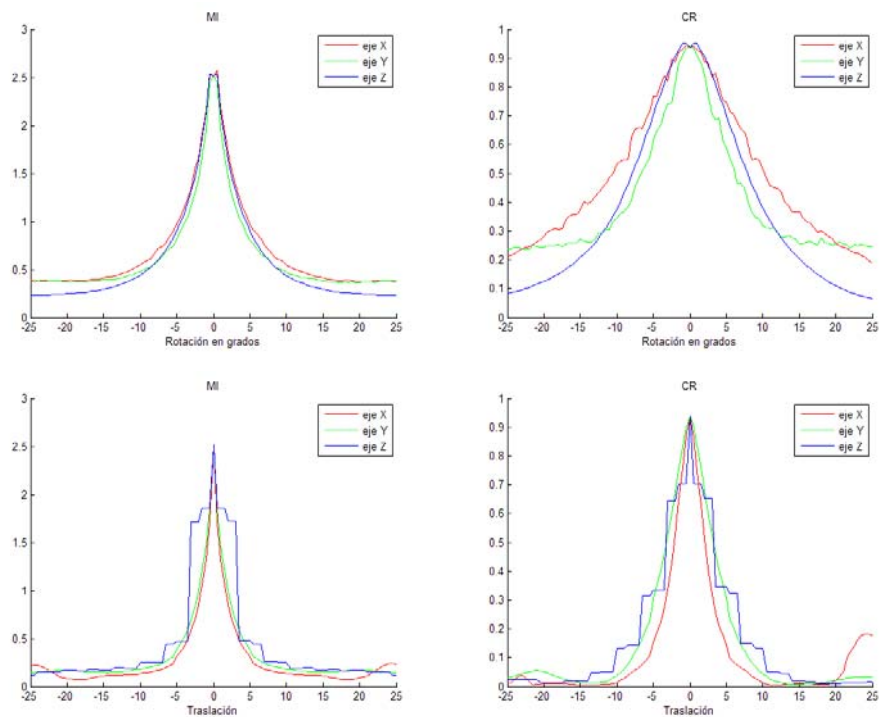


Figura 5.10. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación CCR, de una imagen sintética y ella misma transformada.

5.2.1.7 Interpolación propuesta “nº 1”

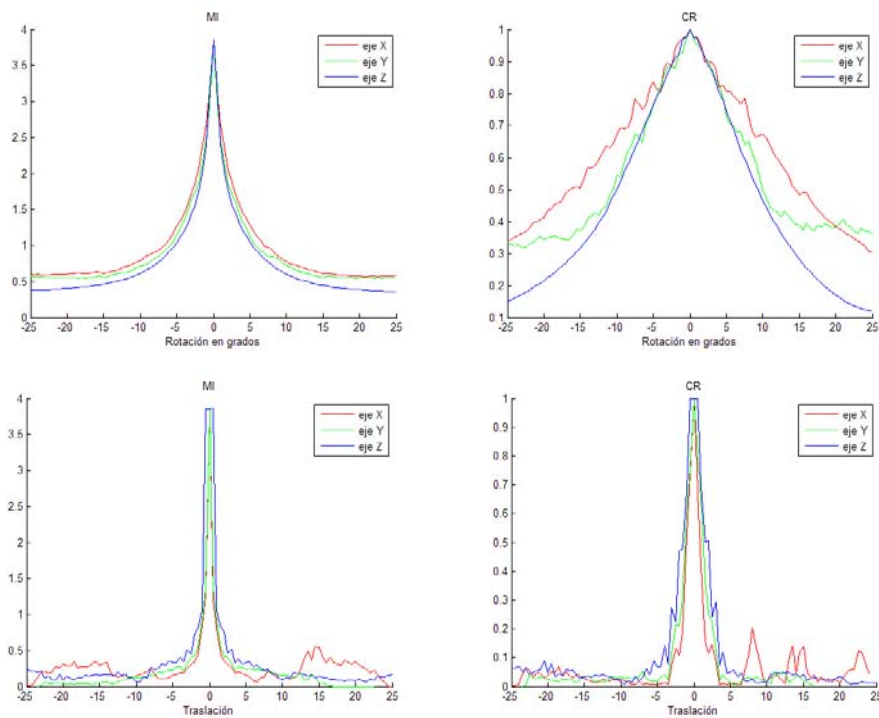


Figura 5.11. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación propuesta nº1, de una imagen sintética y ella misma transformada.

5.2.1.8 Interpolación propuesta "nº 2"

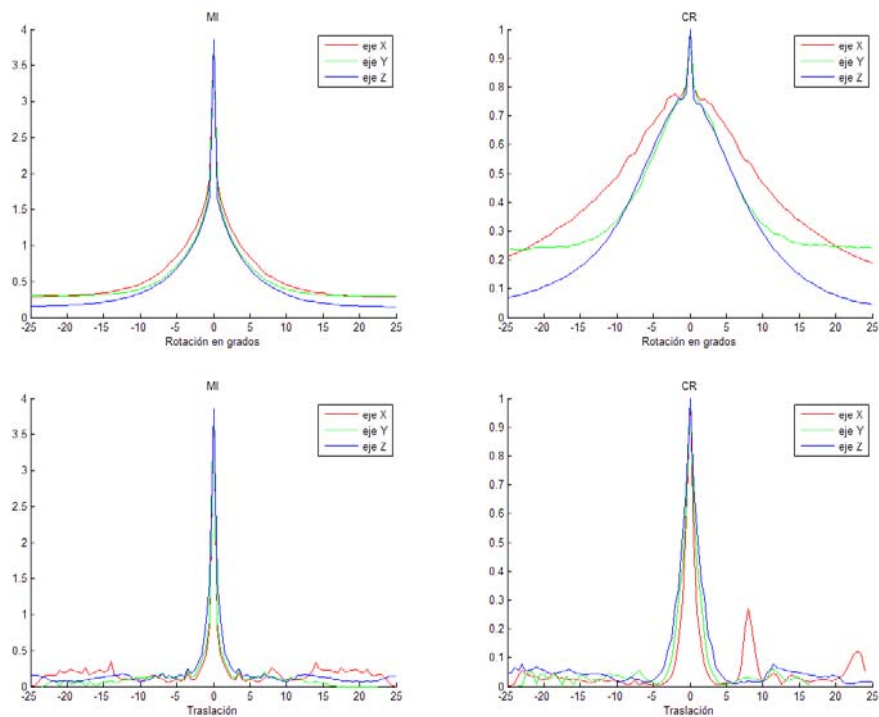


Figura 5.12. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación propuesta nº2, de una imagen sintética y ella misma transformada.

5.2.1.9 Interpolación propuesta "nº 3"

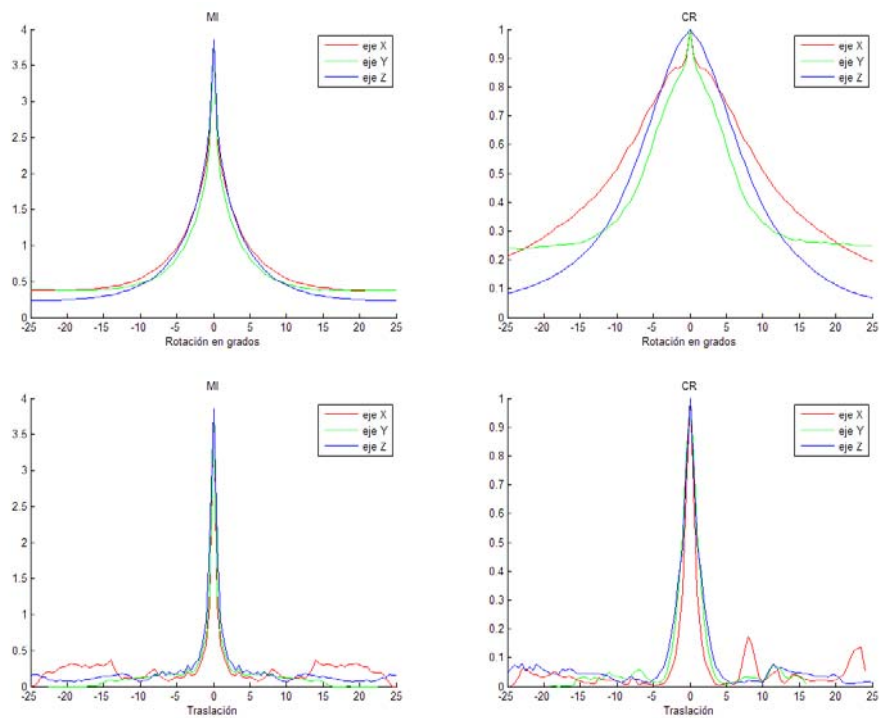


Figura 5.13. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación propuesta nº3, de una imagen sintética y ella misma transformada.

5.2.1.10 Comparativa de resultados

	<i>En registro</i>	<i>Máximos Rotación</i>			<i>Máximos Traslación</i>		
	MI	MI			MI		
		<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>	<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>
<i>Vecino más próximo (NN)</i>	3.8496	3.8496	3.8496	3.8496	3.8496	3.8496	3.8641
<i>Trilineal (TRI)</i>	3.8496	3.8496	3.8496	3.8496	3.8496	3.8496	3.8496
<i>Volumen parcial (PV)</i>	3.8496	3.8496	3.8496	3.8496	3.8496	3.8496	3.8496
<i>Intensidad parcial (PI)</i>	4.7123	4.7123	4.7123	4.7123	4.7123	4.7123	4.7123
<i>Lineal (LI)</i>	2.7307	2.8322	2.7307	2.7307	2.7307	2.7307	2.7307
<i>Cúbica de Catmull-Rom (CCR)</i>	2.5133	2.5759	2.5133	2.5435	2.5133	2.5133	2.5133
<i>Propuesta "nº 1"</i>	3.8496	3.8496	3.8496	3.8496	3.8496	3.8496	3.8641
<i>Propuesta "nº 2"</i>	3.8496	3.8496	3.8496	3.8496	3.8496	3.8496	3.8496
<i>Propuesta "nº 3"</i>	3.8496	3.8496	3.8496	3.8496	3.8496	3.8496	3.8496

Tabla 5.1. Comparativa de los valores de MI de una imagen sintética y ella misma transformada.

La primera columna de resultados indica el valor de *MI* cuando las imágenes se encuentran en estado de registro. En el resto de columnas se muestra el máximo valor obtenido para cada tipo de transformación y cada eje. Por lo que lo ideal es que para cada algoritmo de interpolación en estado de registro *MI* alcance el valor máximo.

Para todos los algoritmos vemos que el valor de registro es igual al valor máximo en cada transformación excepto algún caso concreto donde varía de manera muy poco significativa.

Comparando los algoritmos entre ellos vemos que todos alcanzan el mismo valor de *MI* en registro (3.8496) excepto el de PI que alcanza un valor significativamente mayor y CCR y LI que, en cambio, tienen un valor de *MI* menor.

	<i>En registro</i>	<i>Máximos Rotación</i>			<i>Máximos Traslación</i>		
	CR	CR			CR		
		<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>	<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>
<i>Vecino más próximo (NN)</i>	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
<i>Trilineal (TRI)</i>	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
<i>Volumen parcial (PV)</i>	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
<i>Intensidad parcial (PI)</i>	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
<i>Lineal (LI)</i>	0.9727	0.9803	0.9727	0.9832	0.9727	0.9727	0.9727
<i>Cúbica de Catmull-Rom (CCR)</i>	0.9383	0.9439	0.9383	0.9511	0.9383	0.9383	0.9383
<i>Propuesta "nº 1"</i>	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
<i>Propuesta "nº 2"</i>	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
<i>Propuesta "nº 3"</i>	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Tabla 5.2. Comparativa de los valores de CR de una imagen sintética y ella misma transformada.

En cuanto al ratio de correlación como podemos observar en la tabla, aparecen valores ideales de *CR* para todos los algoritmos excepto *LI* y *CCR*, ya que el máximo valor que puede tomar *CR* es uno.

5.2.1.11 *Discusión de los resultados*

Los resultados que se observan en las diferentes gráficas de los algoritmos clásicos y propuestos son los esperados, todas las funciones alcanzan su valor máximo alrededor de la posición de registro de las imágenes y decrecen exponencialmente conforme la transformación de una de las imágenes se hace mayor.

En el caso de las traslaciones las gráficas sólo mantienen el decrecimiento exponencial hasta los valores -5 y 5, a partir de aquí las gráficas no siguen un criterio en relación con la transformación si no que tanto *MI* como *CR* parecen tomar valores aleatorios cercanos a cero. Esto es debido a que en las imágenes sintéticas, para transformaciones mayores de 5 unidades, comienzan a solaparse diferentes regiones con valores de intensidad distintos de cero, ya que estas imágenes estaban compuestas por varias funciones gaussianas que forman regiones rodeadas de valores de intensidad cero.

En cuanto a los artefactos podemos observar regiones de *MI* y *CR* constante en las traslaciones de NN, LI, CCR y de la interpolación propuesta n°1.

Por otro lado, comparando los resultados para *MI* respecto a *CR* en algunos algoritmos para los casos de transformaciones de tipo rotación, *MI* presenta una gráfica con un decrecimiento más constante que *CR*, que presenta ruido. Esto se puede ver en las gráficas de los algoritmos LI, CCR y los propuestas n°1 y n°2, en las traslaciones sobre los ejes *X* e *Y*.

El histograma tridimensional mostrado es similar para todos los algoritmos en la posición de registro, presenta una acumulación de entradas en parejas del mismo nivel de intensidad de gris. Esto es lo normal, ya que al ser una imagen con ella misma en la posición de registro tienen que coincidir todos los vóxeles.

5.2.2 Diferentes

Ahora pasaremos a mostrar los resultados al calcular la información mutua y el ratio de correlación para las dos imágenes sintéticas generadas, figuras 5.1 y 5.2.

En este caso la posición de registro también será la que se da sin realizar ninguna transformación, ya que ambas imágenes están alineadas y tienen el mismo tamaño.

5.2.2.1 Interpolación por vecino más próximo (NN)

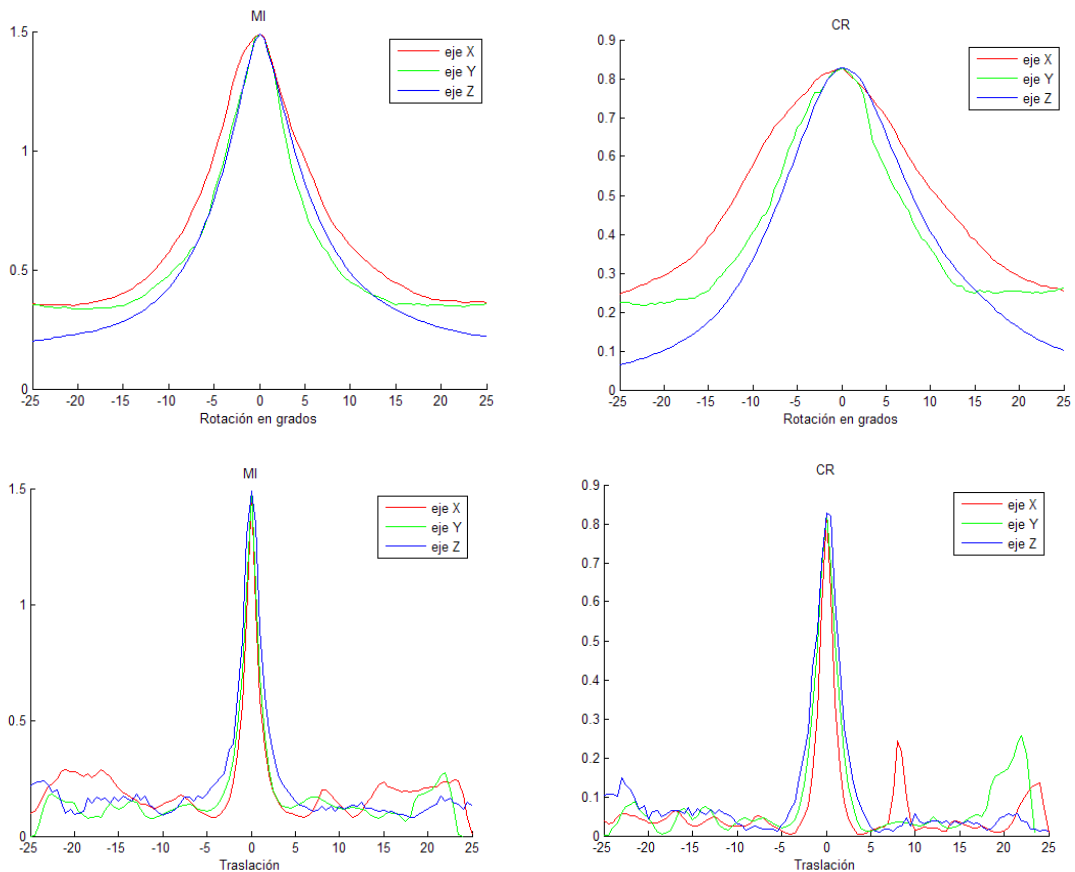


Figura 5.14. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación NN, de dos imágenes sintéticas, una de ellas transformada.

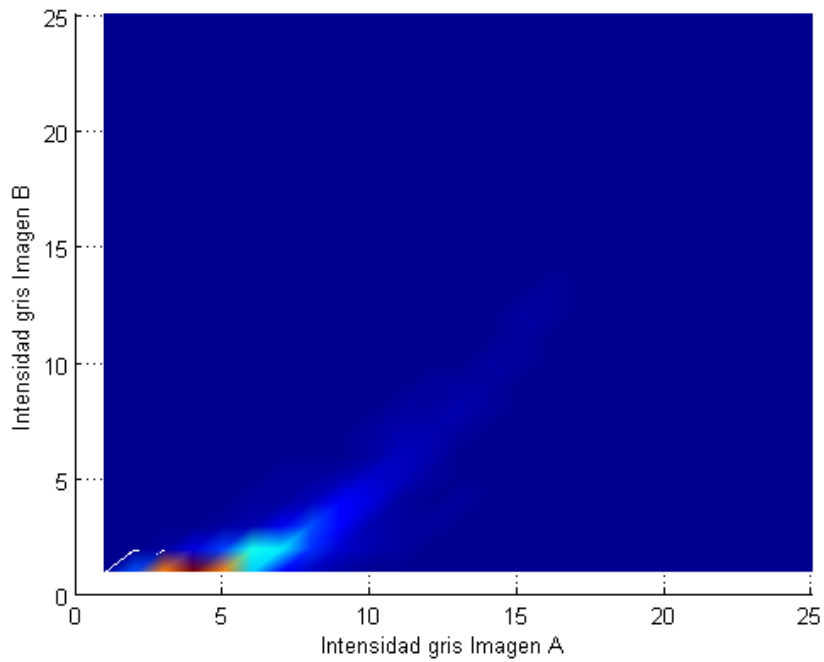


Figura 5.15. Histograma de dos imágenes 3D sintéticas, una de ellas transformada, en situación de registro utilizando interpolación NN. Sólo se muestran los valores de intensidad de 0 a 25. Vista 2D del plano XY.

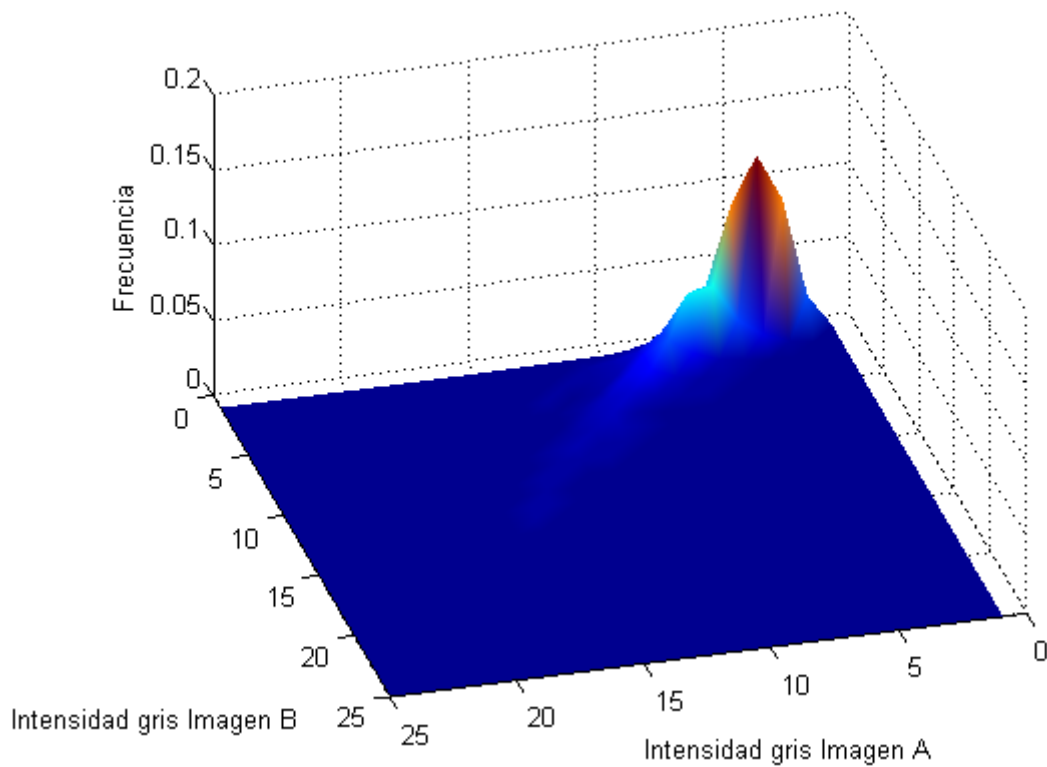


Figura 5.16. Histograma de dos imágenes 3D sintéticas, una de ellas transformada, en situación de registro utilizando interpolación NN. Sólo se muestran los valores de intensidad de 0 a 25.

5.2.2.2 Interpolación trilineal (TRI)

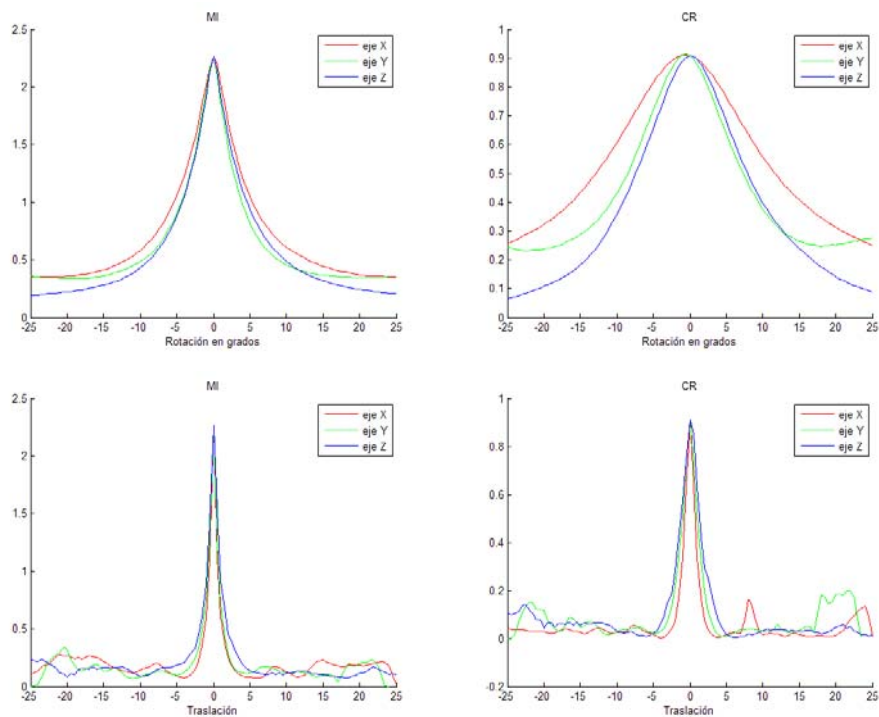


Figura 5.17. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación TRI, de dos imágenes sintéticas, una de ellas transformada.

5.2.2.3 Interpolación de volumen parcial (PV)

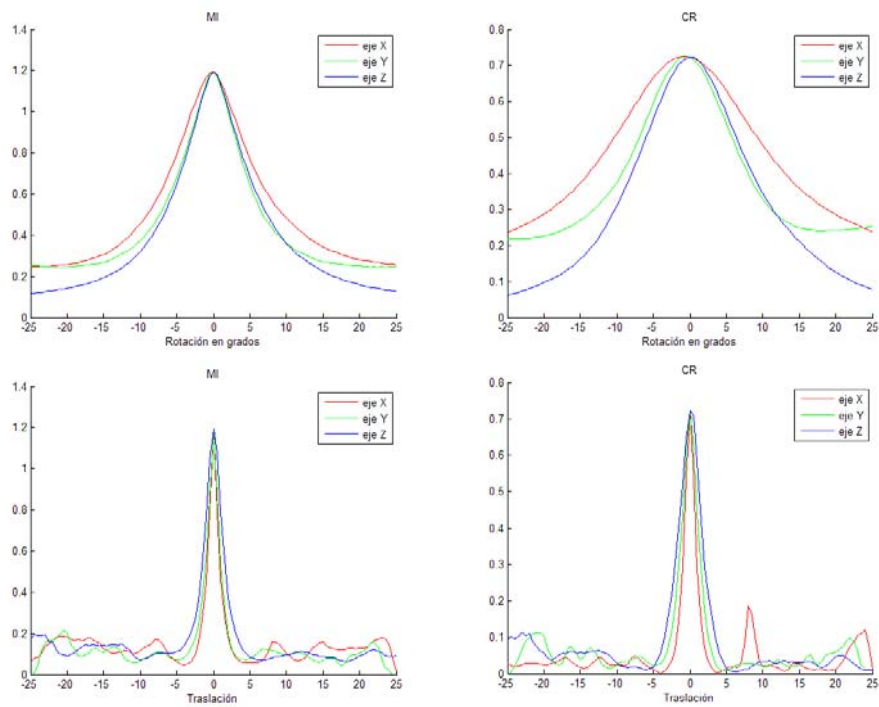


Figura 5.18. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación PV, de dos imágenes sintéticas, una de ellas transformada.

5.2.2.4 Interpolación de intensidad parcial (PI)

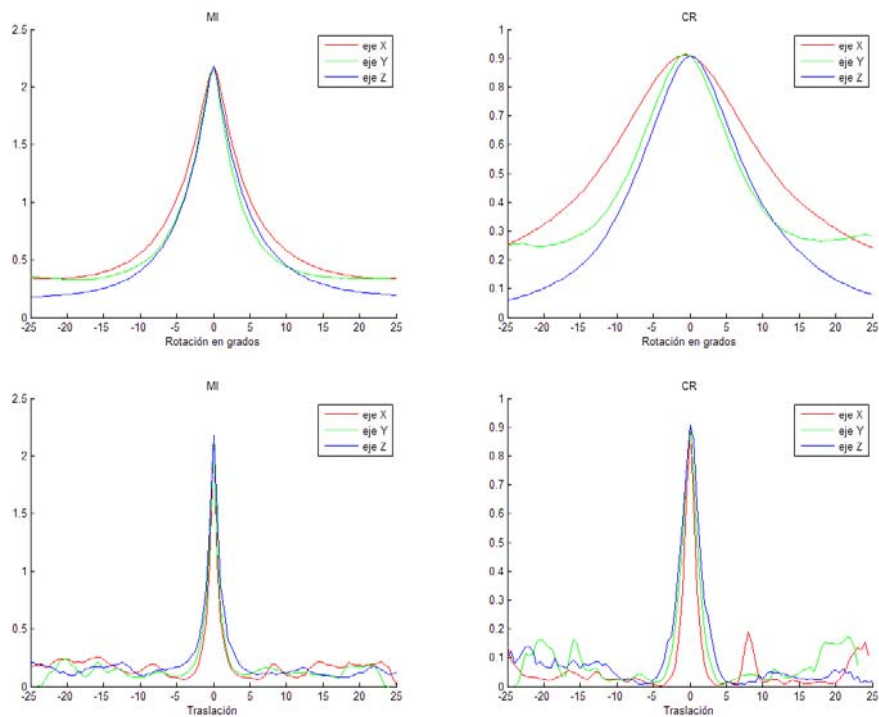


Figura 5.19. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación PI, de dos imágenes sintéticas, una de ellas transformada.

5.2.2.5 Interpolación lineal (LI)

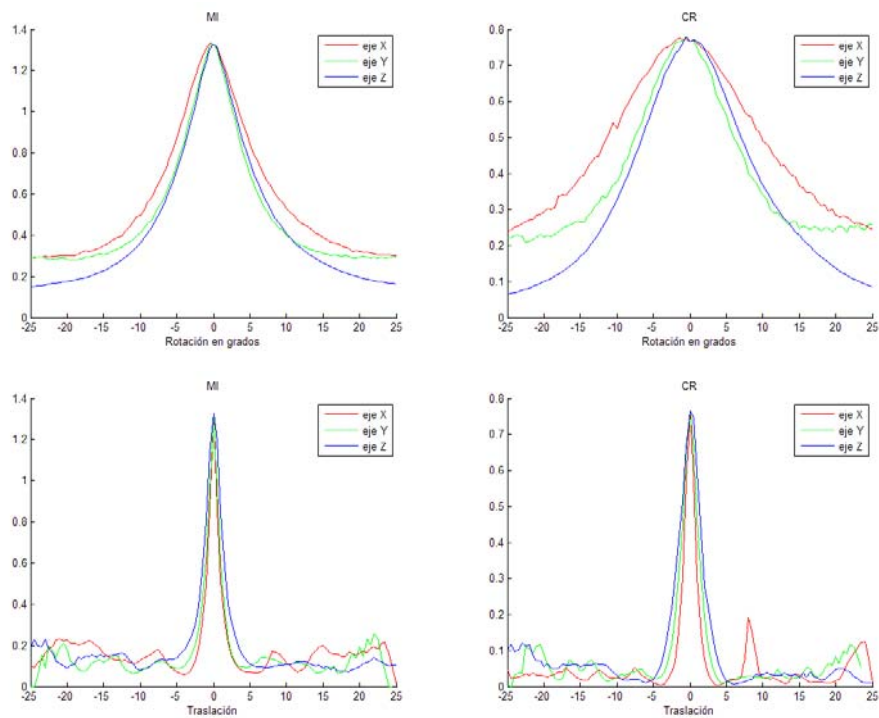


Figura 5.20. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación LI, de dos imágenes sintéticas, una de ellas transformada.

5.2.2.6 Interpolación cúbica de Catmull–Rom (CCR)

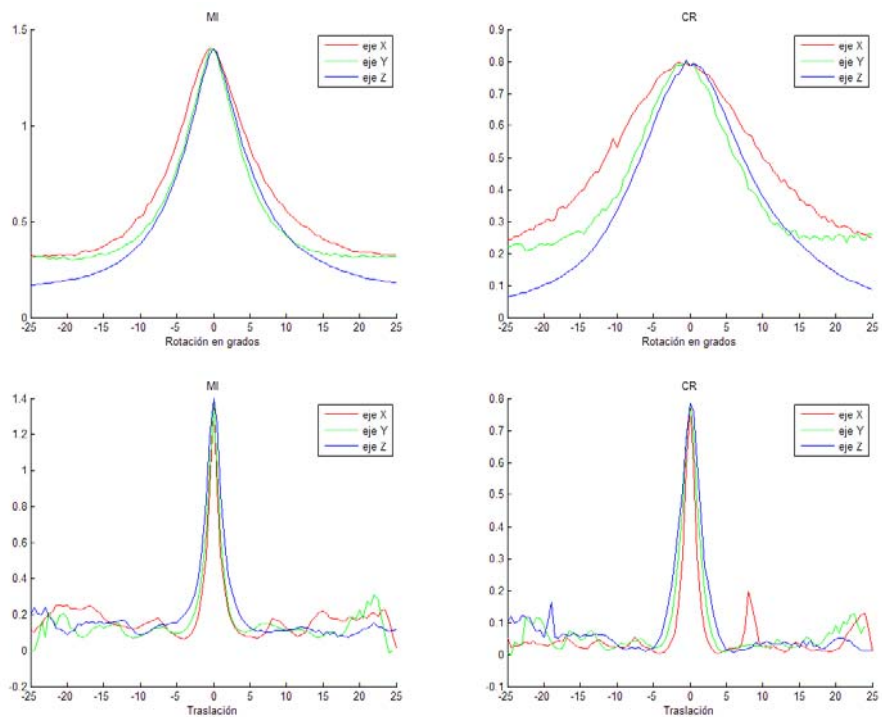


Figura 5.21. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación CCR, de dos imágenes sintéticas, una de ellas transformada.

5.2.2.7 Interpolación propuesta “nº 1”

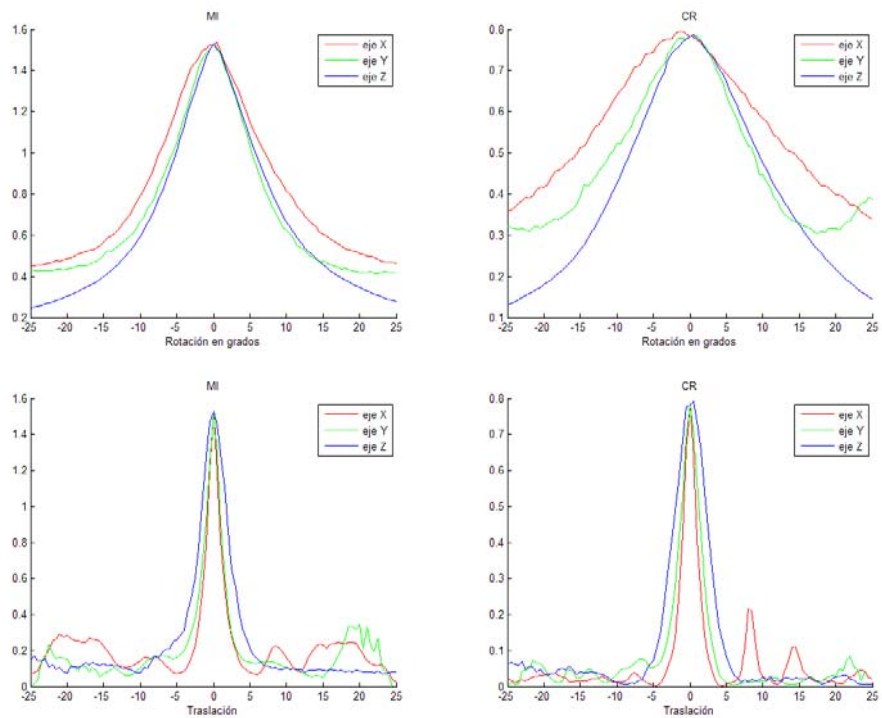


Figura 5.22. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación propuesta nº1, de dos imágenes sintéticas, una de ellas transformada.

5.2.2.8 Interpolación propuesta "nº 2"

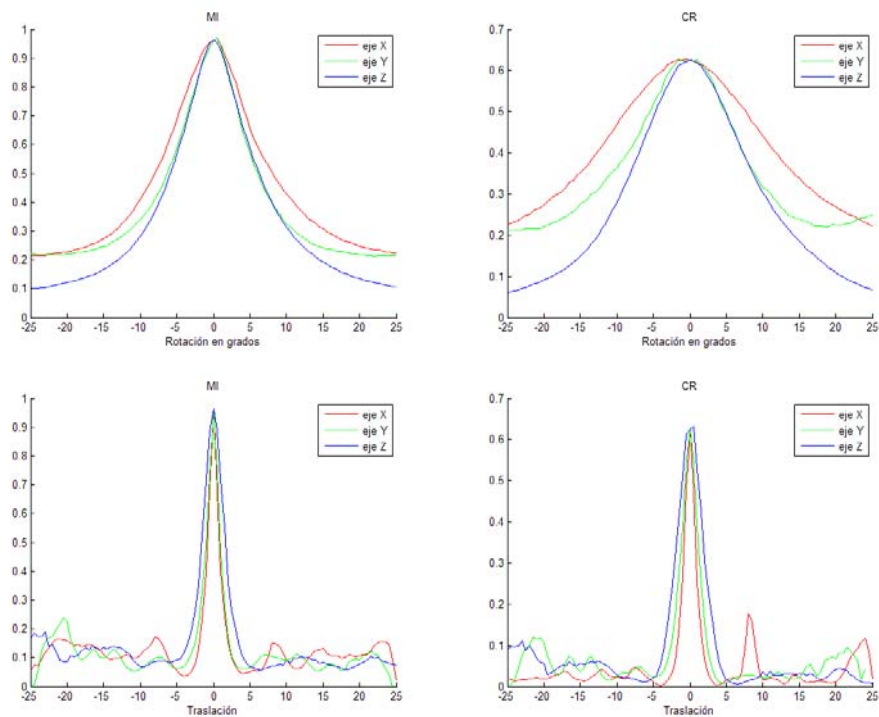


Figura 5.23. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación propuesta nº2, de dos imágenes sintéticas, una de ellas transformada.

5.2.2.9 Interpolación propuesta "nº 3"

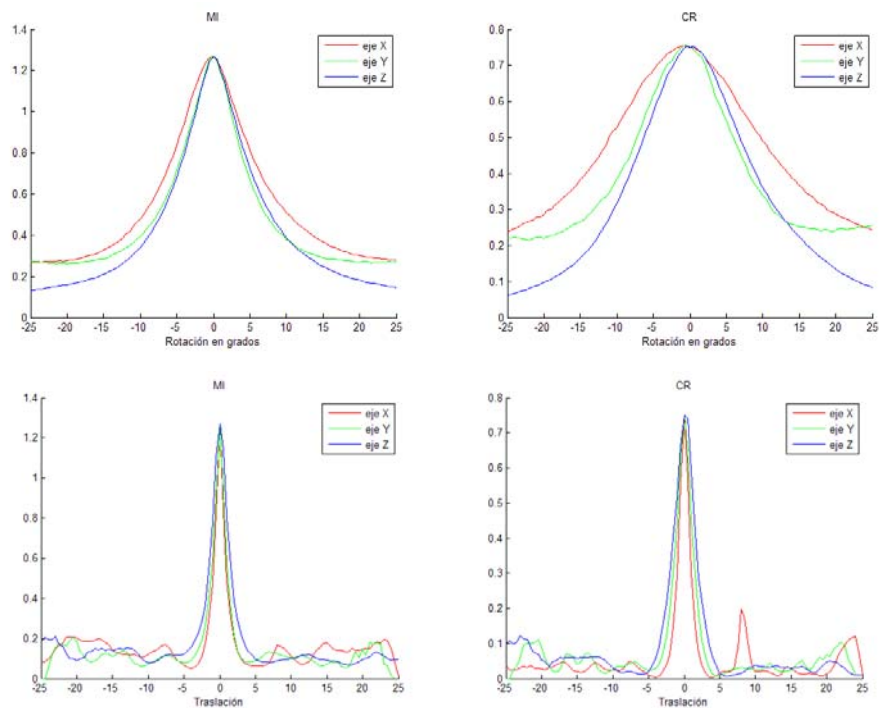


Figura 5.24. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación propuesta nº3, de dos imágenes sintéticas, una de ellas transformada.

5.2.2.10 Comparativa

	<i>En registro</i>	<i>Máximos Rotación</i>			<i>Máximos Traslación</i>		
	MI	MI			MI		
		<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>	<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>
<i>Vecino más próximo (NN)</i>	1.4898	1.4898	1.4898	1.4898	1.4898	1.4898	1.4898
<i>Trilineal (TRI)</i>	2.2601	2.2601	2.2601	2.2601	2.2601	2.2601	2.2601
<i>Volumen parcial (PV)</i>	1.1926	1.1926	1.1926	1.1926	1.1926	1.1926	1.1926
<i>Intensidad parcial (PI)</i>	2.1786	2.1786	2.1786	2.1786	2.1786	2.1786	2.1786
<i>Lineal (LI)</i>	1.3295	1.3308	1.3295	1.3295	1.3295	1.3295	1.3295
<i>Cúbica de Catmull-Rom (CCR)</i>	1.3991	1.4027	1.3991	1.3991	1.3991	1.3991	1.3991
<i>Propuesta "nº 1"</i>	1.5264	1.5373	1.5264	1.5264	1.5264	1.5264	1.5264
<i>Propuesta "nº 2"</i>	0.9637	0.9687	0.9682	0.9637	0.9637	0.9637	0.9637
<i>Propuesta "nº 3"</i>	1.2662	1.2662	1.2662	1.2662	1.2662	1.2662	1.2662

Tabla 5.3. Comparativa de los valores de MI de dos imágenes sintéticas, una de ellas transformada.

Observando los resultados de cada algoritmo por separado podemos ver que el valor de *MI* en estado de registro es casi siempre el máximo, y en los casos que existe una transformación que proporciona un valor mayor la diferencia es prácticamente despreciable.

En este caso, de registro de dos imágenes sintéticas diferentes, para cada algoritmo se presentan unos valores diferentes, ningún algoritmo coincide en los valores finales de *MI*. El algoritmo que alcanza el mayor valor de *MI* es el de interpolación trilineal (TRI), seguido de PI que también es un algoritmo de la familia de los trilineales y del algoritmo propuesto nº1. En el lado opuesto los que presentan un menor valor de *MI* son el algoritmo propuesto nº2, seguido de PV y del propuesto nº 3.

	<i>En registro</i>	<i>Máximos Rotación</i>			<i>Máximos Traslación</i>		
	CR	CR			CR		
		X	Y	Z	X	Y	Z
<i>Vecino más próximo (NN)</i>	0.8264	0.8264	0.8264	0.8264	0.8264	0.8264	0.8264
<i>Trilineal (TRI)</i>	0.9090	0.9106	0.9131	0.9090	0.9090	0.9090	0.9090
<i>Volumen parcial (PV)</i>	0.7226	0.7243	0.7268	0.7226	0.7226	0.7226	0.7226
<i>Intensidad parcial (PI)</i>	0.9081	0.9099	0.9124	0.9081	0.9081	0.9081	0.9081
<i>Lineal (LI)</i>	0.7655	0.7752	0.7776	0.7802	0.7655	0.7655	0.7655
<i>Cúbica de Catmull-Rom (CCR)</i>	0.7858	0.7963	0.7975	0.8038	0.7858	0.7858	0.7858
<i>Propuesta "nº 1"</i>	0.7833	0.7949	0.7849	0.7873	0.7833	0.7833	0.7918
<i>Propuesta "nº 2"</i>	0.6248	0.6263	0.6279	0.6248	0.6248	0.6248	0.6320
<i>Propuesta "nº 3"</i>	0.7496	0.7534	0.7570	0.7515	0.7496	0.7496	0.7496

Tabla 5.4. Comparativa de los valores de CR de dos imágenes sintéticas, una de ellas transformada.

El ratio de correlación no alcanza en ningún caso su valor máximo, que es igual a uno. Al igual que para la información mutua, aquí se los algoritmos que alcanzan un valor mayor son los trilineales (TRI y PI), aunque en este caso el siguiente sería el de vecino más cercano NN. Los algoritmos trilineales se acercan al valor ideal, el que se obtenía con imágenes idénticas. Los tres que presentan un valor menor sí son los mismos que para el caso de *MI*, algoritmo propuesto nº2, PV y propuesto nº 3.

5.2.2.11 *Discusión de los resultados*

Al igual que en el caso de una imagen sintética consigo misma, los resultados que ahora se obtienen en las diferentes gráficas de los algoritmos clásicos y propuestos también parecen correctos a una primera vista.

Todas las funciones alcanzan su valor máximo alrededor de la posición de registro de las imágenes y decrecen exponencialmente conforme la transformación de una de las imágenes se hace mayor.

En las traslaciones ocurre lo mismo que en el anterior caso, la función tanto de *MI* como de *CR* sólo presenta el comportamiento deseado en el rango de -5 a 5 de los valores de transformación.

Los artefactos que se podían apreciar en algunas de las gráficas anteriores, en las que aparecían regiones de *MI* y *CR* constante ya no se aprecian en las nueva gráficas. Esto es porque en este caso los vóxeles de las imágenes no presentan las mismas dimensiones.

En cuanto al ruido que aparecía para los algoritmos LI, CCR y propuestos ($n^{\circ}1$ y $n^{\circ}2$), para las gráficas de *CR* en rotación, se puede observar que se ve reducido. Por tanto se puede interpretar que aparecía por el mismo motivo que los otros artefactos, porque las imágenes tenían iguales dimensiones de vóxel.

El histograma tridimensional que se obtiene en este caso se aleja un poco de la línea que aparecía en el caso anterior, ahora existen valores más dispersos ya que las imágenes son diferentes.

5.3 Imágenes 3D médicas

La Tomografía Axial Computarizada (CT) es un tipo de imagen médica que se emplea para generar una imagen tridimensional del interior de un objeto, a través de una serie de imágenes de rayos X bidimensionales alrededor de un solo eje de rotación.

La Tomografía por Emisión de Positrones (PET) es una técnica no invasiva de diagnóstico e investigación por imagen capaz de medir la actividad metabólica de los diferentes tejidos del cuerpo humano, se basa en detectar y analizar la distribución que adopta en el interior del cuerpo un radioisótopo administrado a través de una inyección.

Vamos a utilizar una de cada para las siguientes simulaciones, en las figuras 5.25 y 5.26 Podemos observar un corte transversal de ambas imágenes que representan el mismo volumen del tórax de un sujeto. Como se puede ver ambas se encuentran en escala de grises, requisito imprescindible si se quiere recurrir a este método de registro.

Las características de las imágenes médicas usadas son las siguientes:

PET	
Dimensiones en vóxeles	128x128x26
Dimensiones en mm.	653.8480x653.8480x84.3750
Límites en X (mm.)	[-334.2237, 319.6243]
Límites en Y (mm.)	[-460.4728, 193.3752]
Límites en Z (mm.)	[-1238.339, -1153.964]
Dimensión vóxel (mm.)	5.1484x5.1484x3.375

CT	
Dimensiones en vóxeles	512x512x26
Dimensiones en mm.	499.0234x499.0234x85.0000
Límites en X (mm.)	[-249.5117, 249.5117]
Límites en Y (mm.)	[-383.5117, 115.5117]
Límites en Z (mm.)	[-1238.4, -1153.4]
Dimensión vóxel (mm.)	0.97656x0.97656x3.4

Estas dimensiones están referidas a todo el volumen de la imagen captada por el dispositivo, no solamente al volumen que abarca el cuerpo del sujeto. En lo que se refiere al volumen del cuerpo del sujeto ambas imágenes ya se encuentran registradas, por lo que en ausencia de transformación de una de las imágenes la información mutua ha de alcanzar su valor máximo.

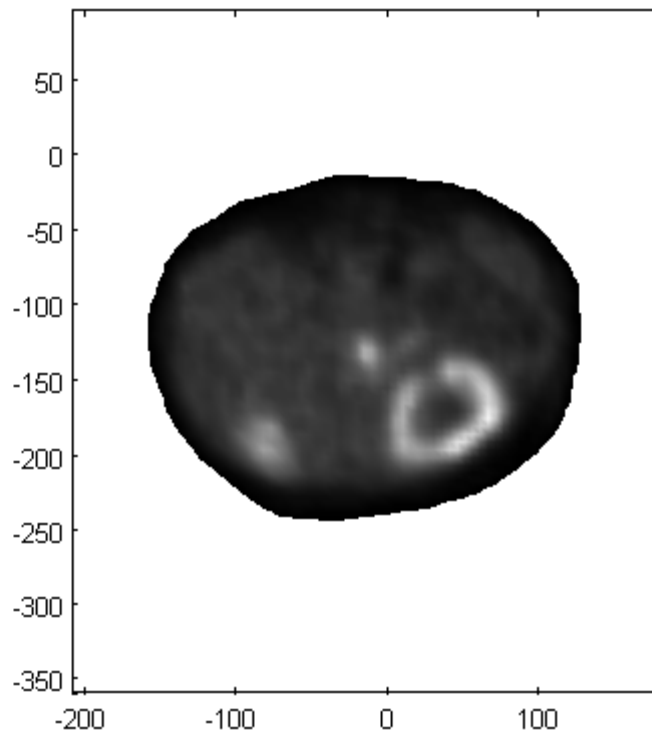


Figura 5.25 Imagen PET tridimensional de tórax, vista desde el plano XY .

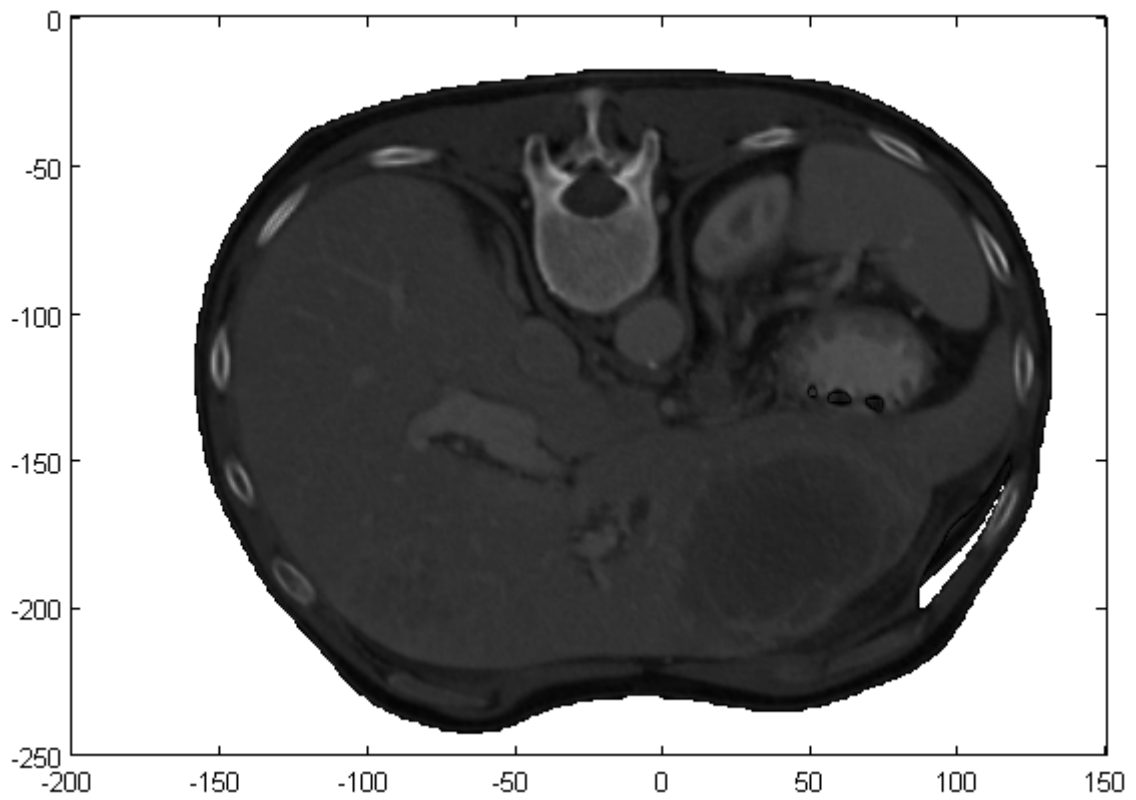


Figura 5.26 Imagen CT tridimensional de tórax, vista desde el plano XY .

5.3.1 Iguales

Al igual que hemos hecho en el caso de imágenes sintéticas ahora hemos cogido dos copias de la misma imagen médica, la de tipo PET. Al ser la misma imagen es obvio que estas copias se encontrarán en estado de registro antes de la transformación de una de ellas.

Este un caso ideal, al utilizar dos copias de una misma imagen los resultados de los algoritmos han de ser óptimos, es decir, tanto la información mutua como el ratio de correlación alcanzarán su valor máximo en la posición de registro.

5.3.1.1 Interpolación por vecino más próximo (NN)

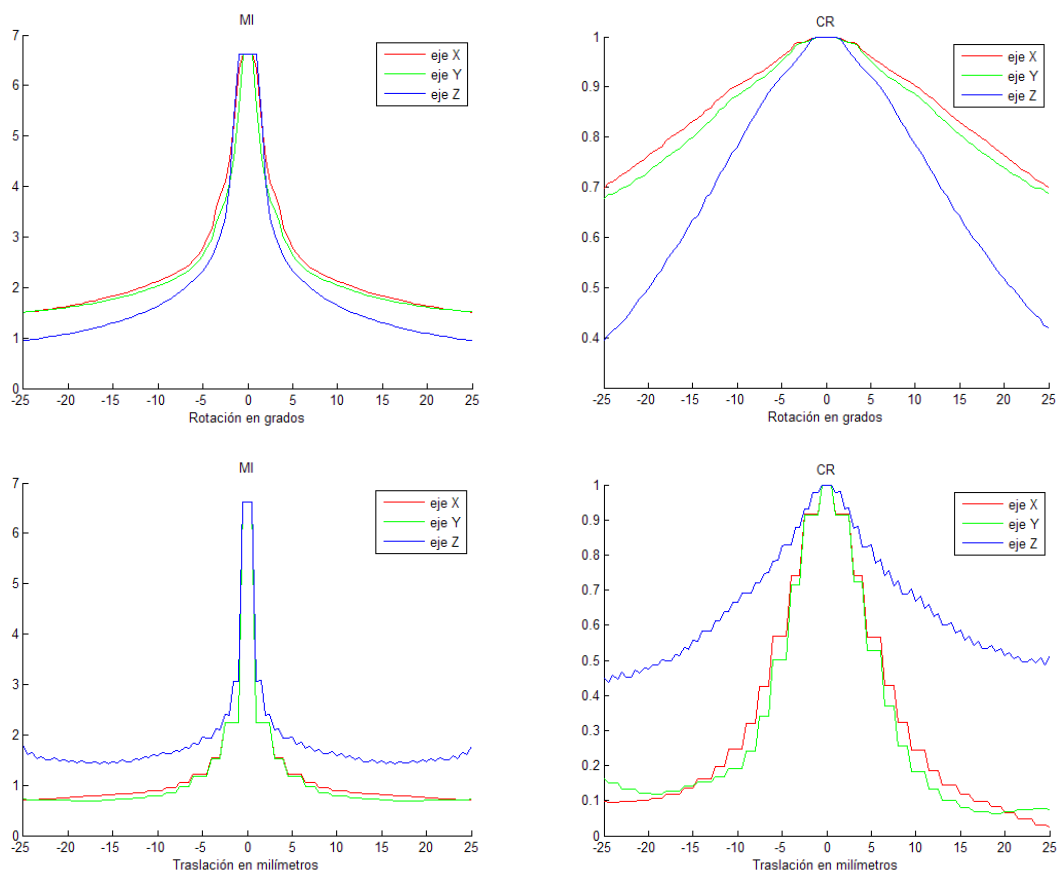


Figura 5.27. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación NN, de una imagen PET y ella misma transformada.

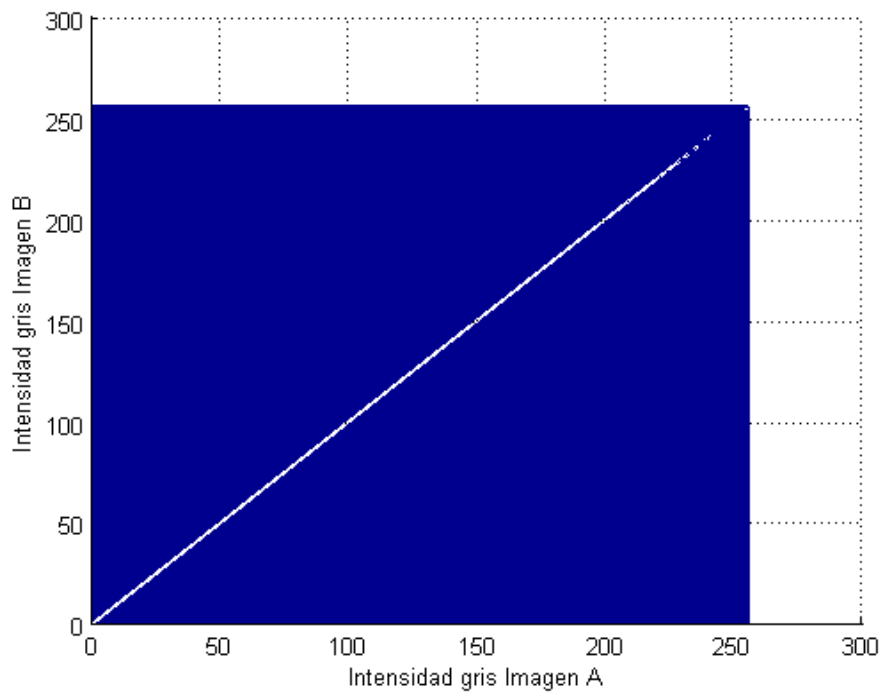


Figura 5.28. Histograma de una imagen PET y ella misma transformada, en situación de registro utilizando interpolación NN. Vista 2D del plano XY.

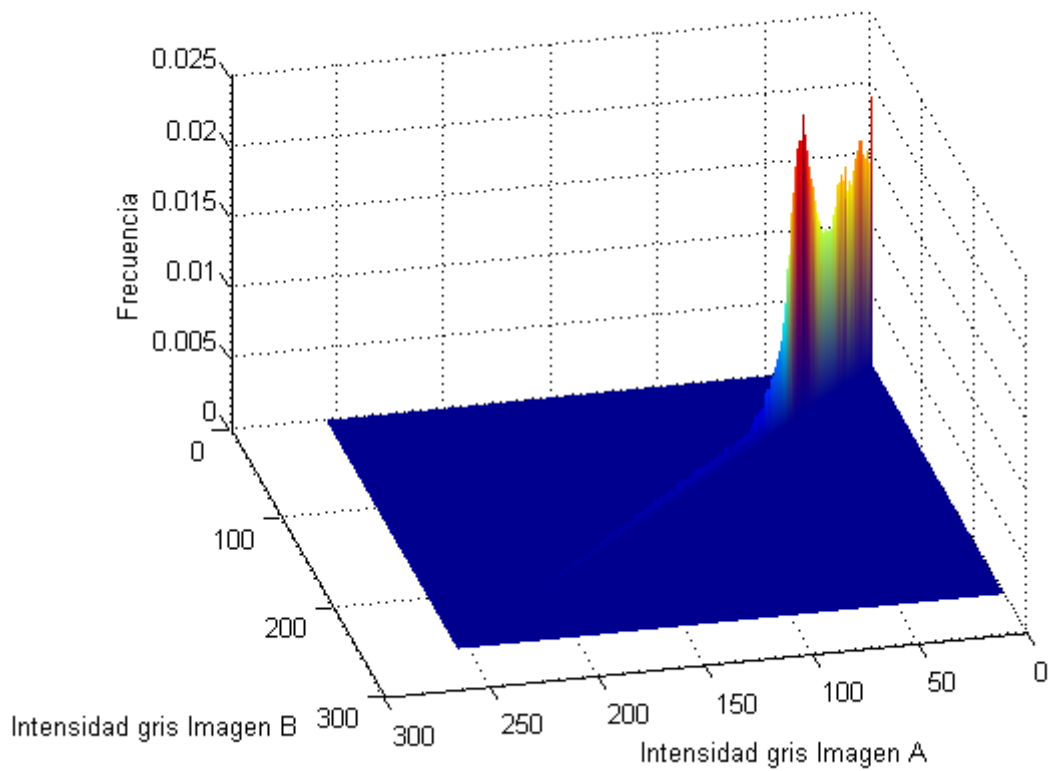


Figura 5.29. Histograma de una imagen PET y ella misma transformada, en situación de registro utilizando interpolación NN.

5.3.1.2 Interpolación trilineal (TRI)

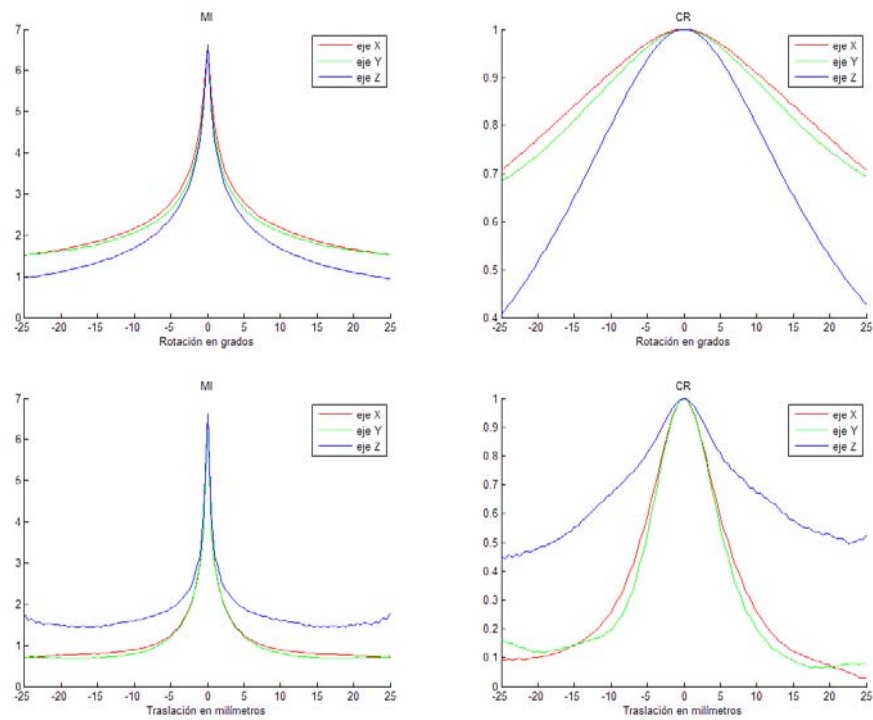


Figura 5.30. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación TRI, de una imagen PET y ella misma transformada.

5.3.1.3 Interpolación de volumen parcial (PV)

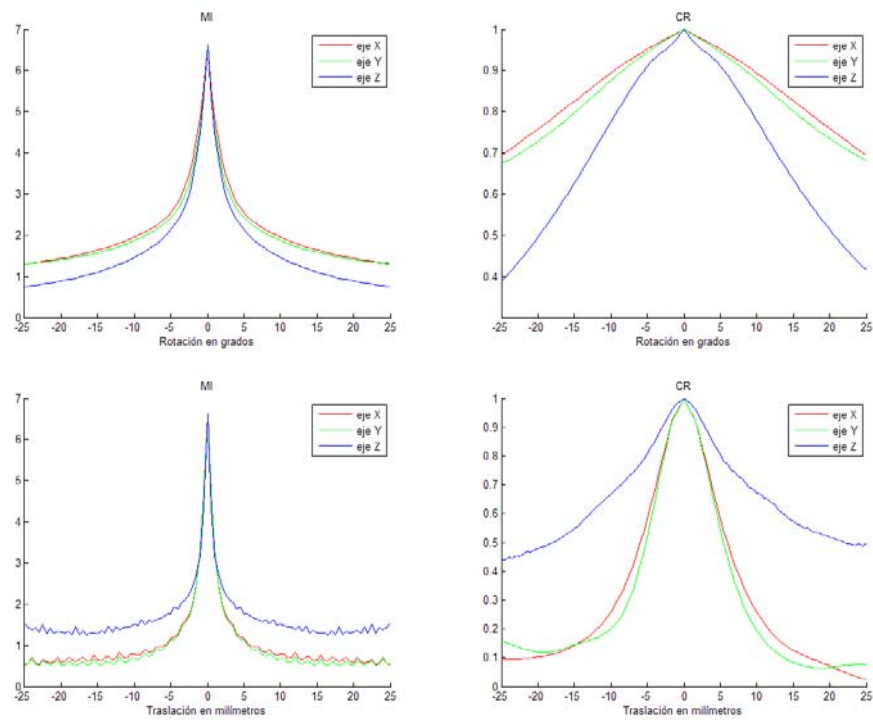


Figura 5.31. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación PV, de una imagen PET y ella misma transformada.

5.3.1.4 Interpolación de intensidad parcial (PI)

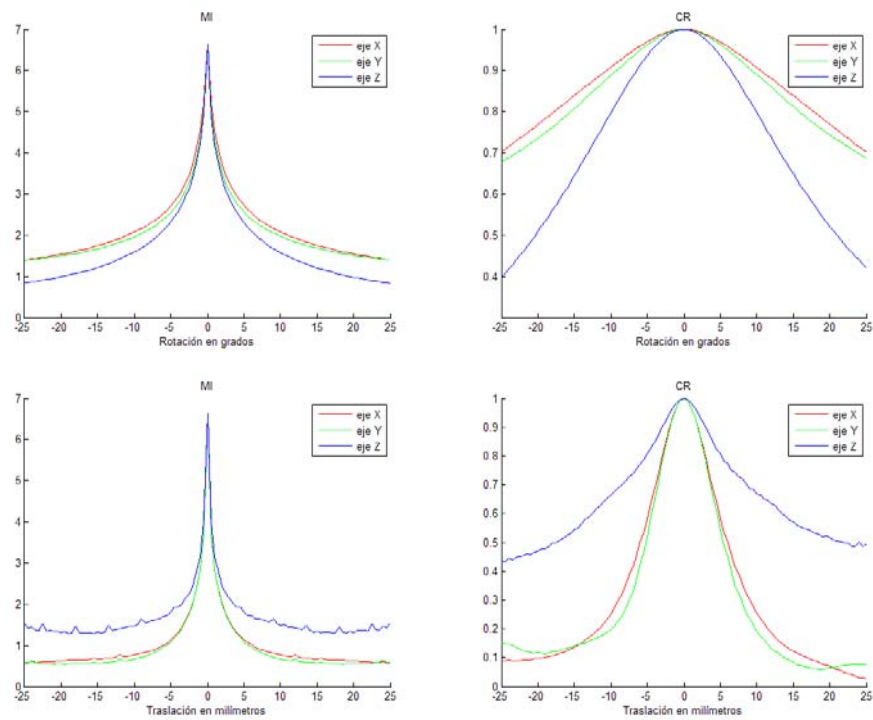


Figura 5.32. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación PI, de una imagen PET y ella misma transformada.

5.3.1.5 Interpolación lineal (LI)

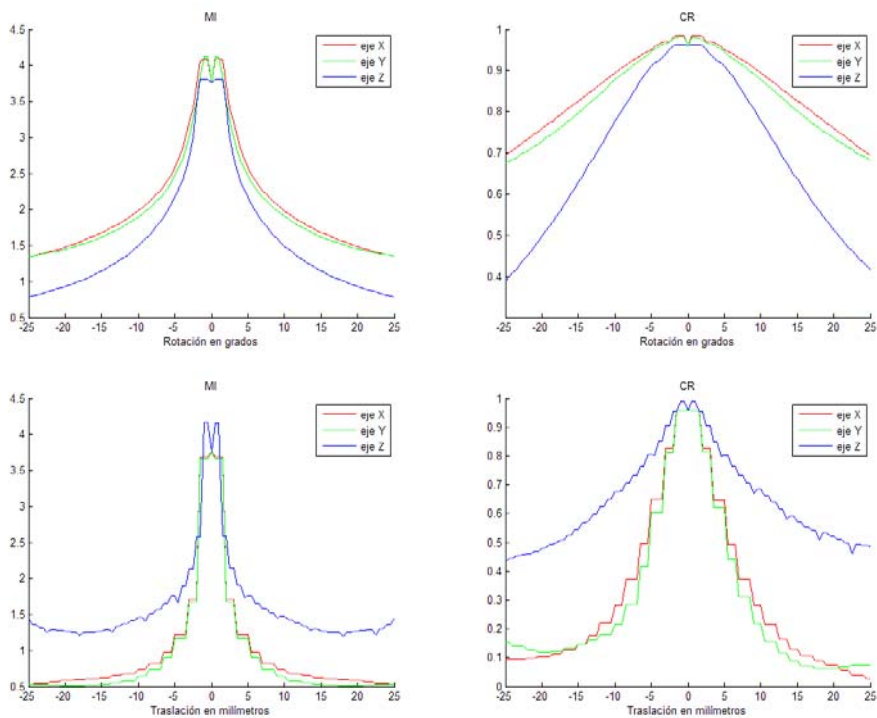


Figura 5.33. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación LI, de una imagen PET y ella misma transformada.

5.3.1.6 Interpolación cúbica de Catmull–Rom (CCR)

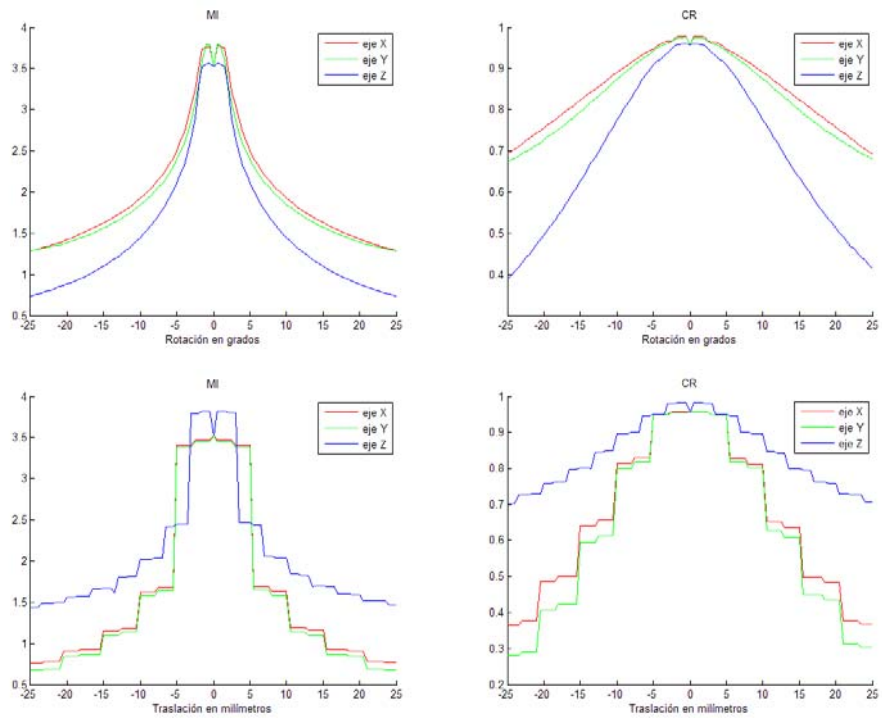


Figura 5.34. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación CCR, de una imagen PET y ella misma transformada.

5.3.1.7 Interpolación propuesta “nº 1”

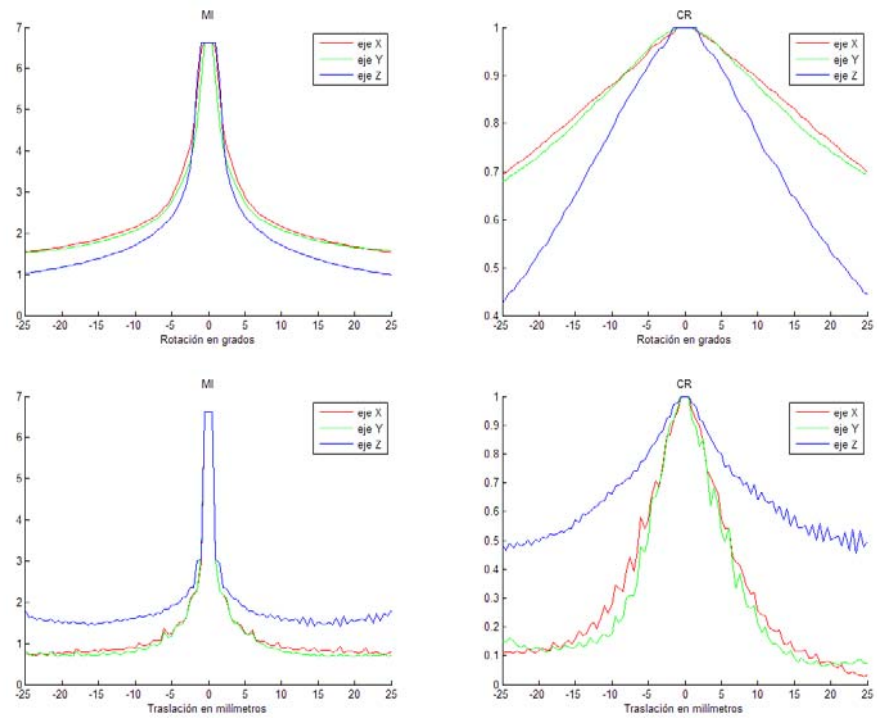


Figura 5.35. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación propuesta nº1, de una imagen PET y ella misma transformada.

5.3.1.8 Interpolación propuesta "nº 2"

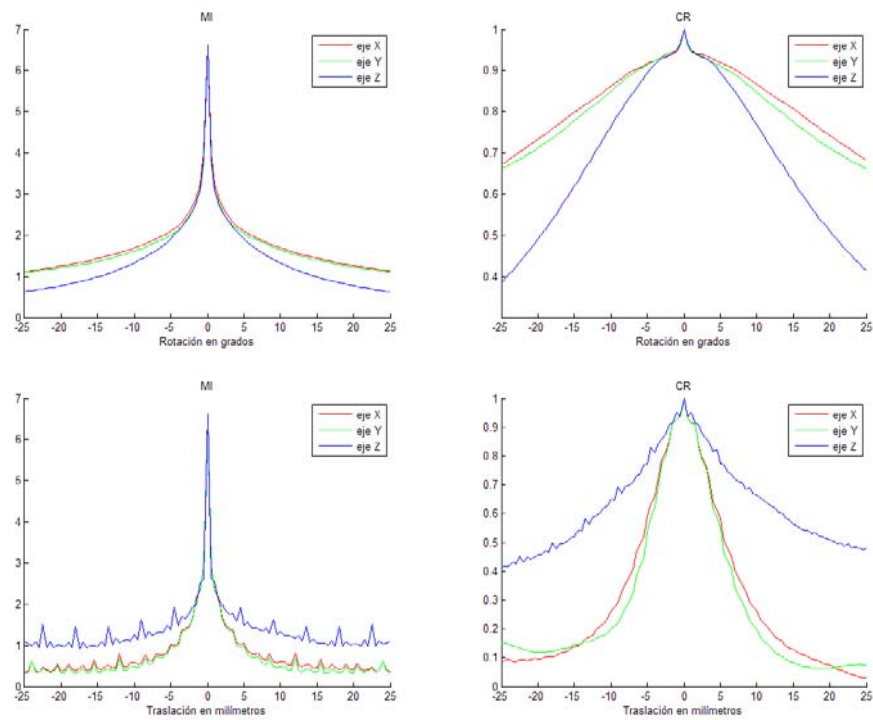


Figura 5.36. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación propuesta nº2, de una imagen PET y ella misma transformada.

5.3.1.9 Interpolación propuesta "nº 3"

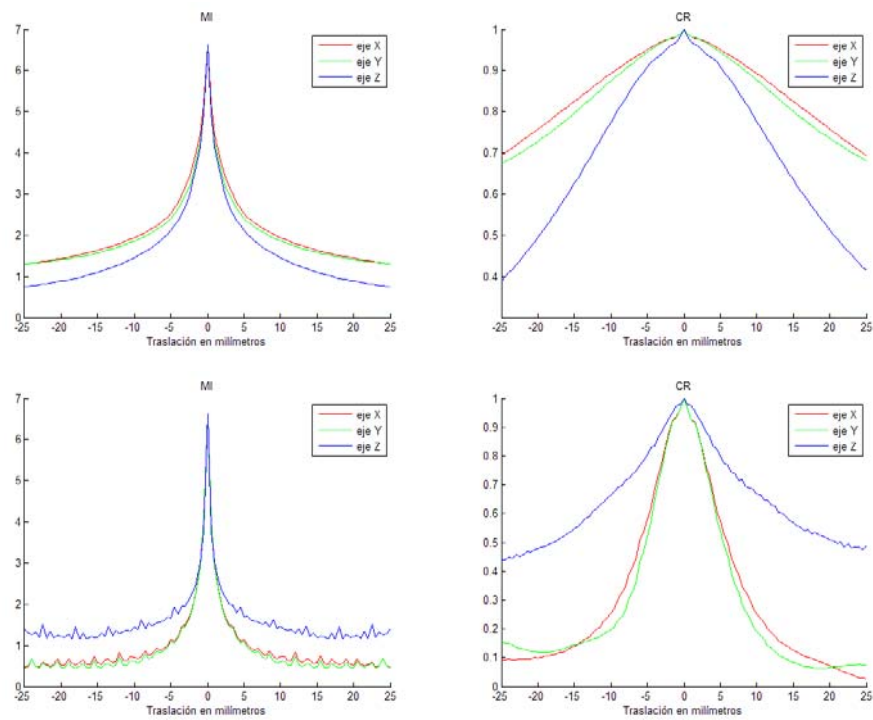


Figura 5.37. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación propuesta nº3, de una imagen PET y ella misma transformada.

5.3.1.10 Comparativa

	<i>En registro</i>	<i>Máximos Rotación</i>			<i>Máximos Traslación</i>		
	MI	MI			MI		
		X	Y	Z	X	Y	Z
<i>Vecino más próximo (NN)</i>	6.6239	6.6239	6.6239	6.6253	6.6239	6.6240	6.6310
<i>Trilineal (TRI)</i>	6.6239	6.6239	6.6239	6.6239	6.6239	6.6239	6.6239
<i>Volumen parcial (PV)</i>	6.6239	6.6239	6.6239	6.6239	6.6239	6.6239	6.6239
<i>Intensidad parcial (PI)</i>	6.6443	6.6443	6.6443	6.6443	6.6443	6.6443	6.6443
<i>Lineal (LI)</i>	3.7546	4.1010	4.1181	3.8047	3.7546	3.7546	4.1624
<i>Cúbica de Catmull-Rom (CCR)</i>	3.5222	3.7811	3.7920	3.5660	3.5222	3.5222	3.8228
<i>Propuesta "nº 1"</i>	6.6239	6.6239	6.6275	6.6239	6.6239	6.6240	6.6310
<i>Propuesta "nº 2"</i>	6.6239	6.6239	6.6239	6.6239	6.6239	6.6239	6.6239
<i>Propuesta "nº 3"</i>	6.6239	6.6239	6.6239	6.6239	6.6239	6.6239	6.6239

Tabla 5.5. Comparativa de los valores de MI de una imagen PET y ella misma transformada.

Los resultados obtenidos para estas simulaciones son aparentemente los esperados a excepción de los obtenidos para los algoritmos LI y CCR, en los que se obtienen valores de *MI* en determinadas transformaciones mayores que en la posición de registro. El resto de los algoritmos sí presentan resultados coherentes.

El único algoritmo que presenta unos valores mayores que el resto es el de intensidad parcial, cuyos valores son ligeramente mayores. Por el lado contrario estarían los algoritmos CCR y LI con los menos valores de *MI*.

	<i>En registro</i>	<i>Máximos Rotación</i>			<i>Máximos Traslación</i>		
	CR	CR			CR		
		X	Y	Z	X	Y	Z
<i>Vecino más próximo (NN)</i>	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
<i>Trilineal (TRI)</i>	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
<i>Volumen parcial (PV)</i>	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
<i>Intensidad parcial (PI)</i>	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
<i>Lineal (LI)</i>	0.9595	0.9850	0.9816	0.9627	0.9595	0.9595	0.9895
<i>Cúbica de Catmull-Rom (CCR)</i>	0.9578	0.9783	0.9757	0.9604	0.9578	0.9578	0.9819
<i>Propuesta "nº 1"</i>	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
<i>Propuesta "nº 2"</i>	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
<i>Propuesta "nº 3"</i>	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Tabla 5.6. Comparativa de los valores de CR de una imagen PET y ella misma transformada.

Al igual que en el caso de imágenes sintéticas idénticas, en este caso de imágenes médicas también se alcanza el valor máximo de ratio de correlación en todos los algoritmos excepto los de LI y CCR.

5.3.1.11 Discusión de los resultados

Observando las diferentes gráficas obtenidas para el caso de registro de una imagen médica con ella misma transformada sacamos la conclusión de que los algoritmos de interpolación para este caso también proporcionan resultados válidos. El valor máximo de *MI* y *CR* se alcanza en la posición de registro o muy cerca de ella en ciertos casos, y decrece exponencialmente conforme la transformación aumenta.

Para el caso de imágenes médicas frente a sintéticas, utilizando la misma imagen transformada, vemos que ahora podemos observar los artefactos con más detalle. Las regiones de *MI* y *CR* constante en las traslaciones de los algoritmos NN, LI y CCR. También se observan otros tipos de artefactos que antes no se apreciaban, como máximos locales. Este fenómeno aparece en las gráficas de traslación de los algoritmos de PV y propuestas n°2 y n° 3, esto se produce porque se da la coincidencia exacta en el espacio de un gran número de vóxeles, muchos de los pesos en el caso de la interpolación de volumen parcial serán cero y por tanto no aportarán valores al histograma. Menos parejas de valores en el histograma significa una menor dispersión y por tanto un aumento de la *MI*.

Las gráficas que representan el ratio de correlación no aportan una diferencia significativa respecto a las gráficas de información mutua, excepto por la forma de la exponencial.

Al igual que en el caso de imágenes sintéticas el histograma muestra la línea que indica que todas las parejas de vóxeles coinciden, todos los valores están condensados en la línea recta que va de la posición de valores de gris (0,0) a (255,255).

5.3.2 Diferentes

Por último vamos a mostrar los resultados más interesantes ya que en este caso se toman las dos imágenes médicas reales diferentes de las que disponemos, una de tipo PET y otra de tipo CT del mismo volumen de un sujeto. La imagen que se transforma es la de tipo PET.

Los resultados obtenidos en este caso no serán los más fiables, ya que este es el caso menos ideal.

5.3.2.1 Interpolación por vecino más próximo (NN)

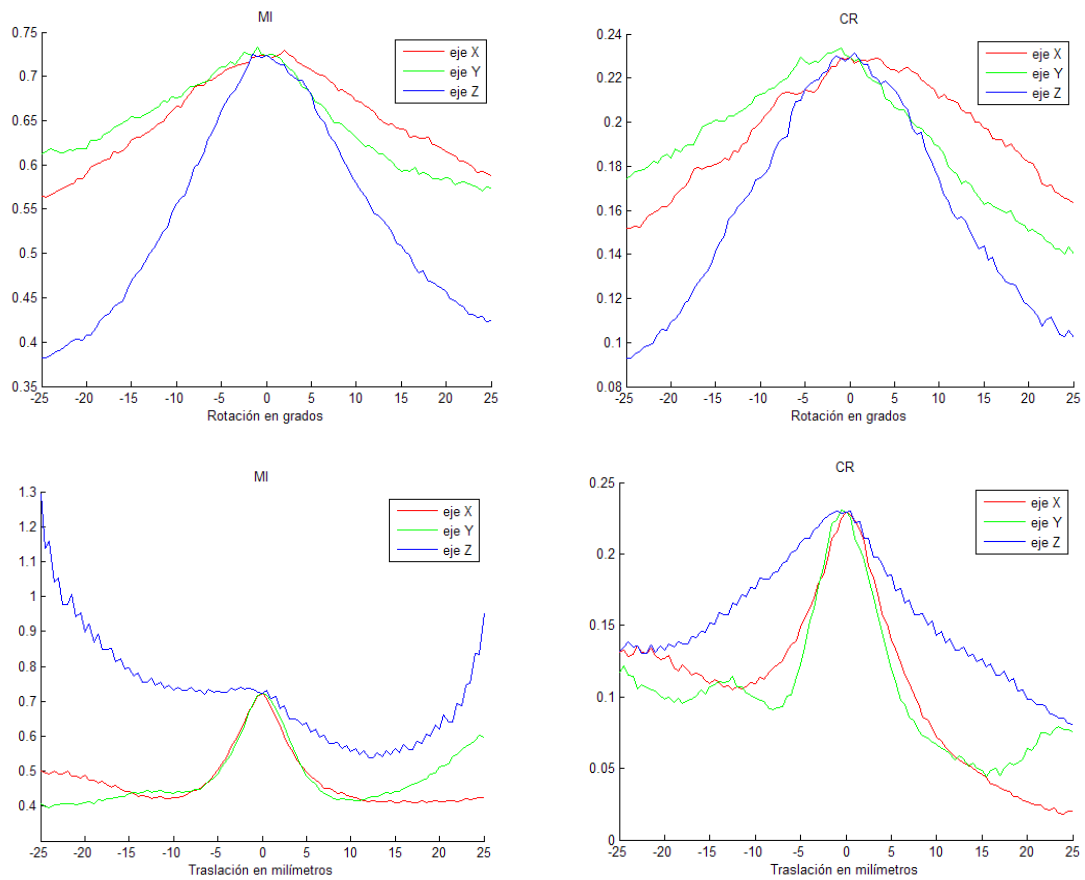


Figura 5.38. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación NN, de dos imágenes médicas, PET y CT, donde PET se transforma.

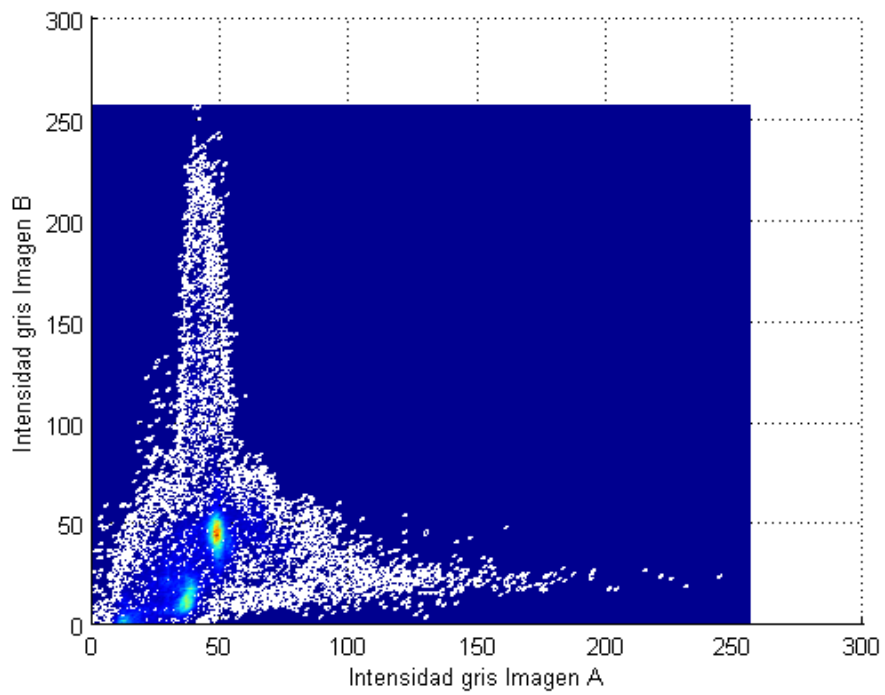


Figura 5.39. Histograma de dos imágenes médicas, PET y CT, donde PET se transforma, en situación de registro utilizando interpolación NN. Vista 2D del plano XY.

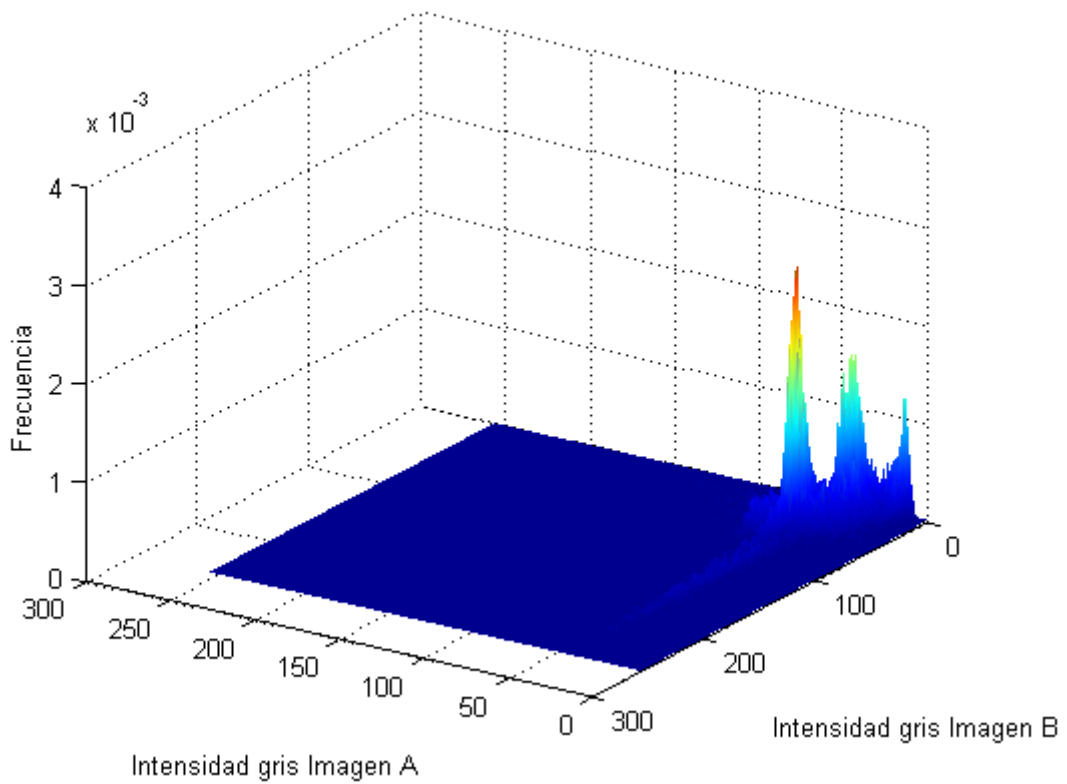


Figura 5.40. Histograma de dos imágenes médicas, PET y CT, donde PET se transforma, en situación de registro utilizando interpolación NN.

5.3.2.2 Interpolación trilineal (TRI)

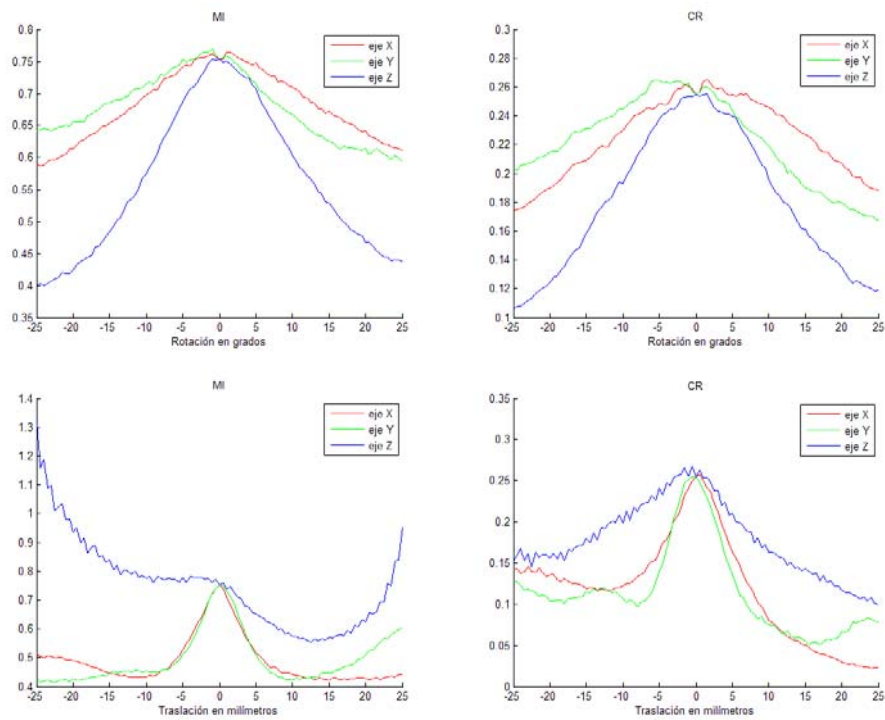


Figura 5.41. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación TRI, de dos imágenes médicas, PET y CT, donde PET se transforma.

5.3.2.3 Interpolación de volumen parcial (PV)

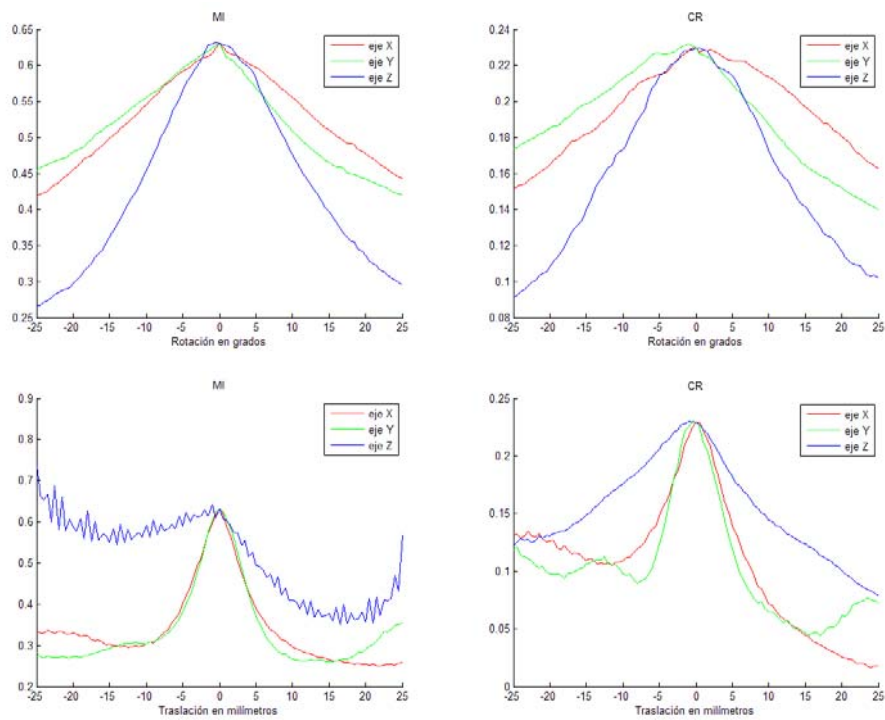


Figura 5.42. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación PV, de dos imágenes médicas, PET y CT, donde PET se transforma.

5.3.2.4 Interpolación de intensidad parcial (PI)

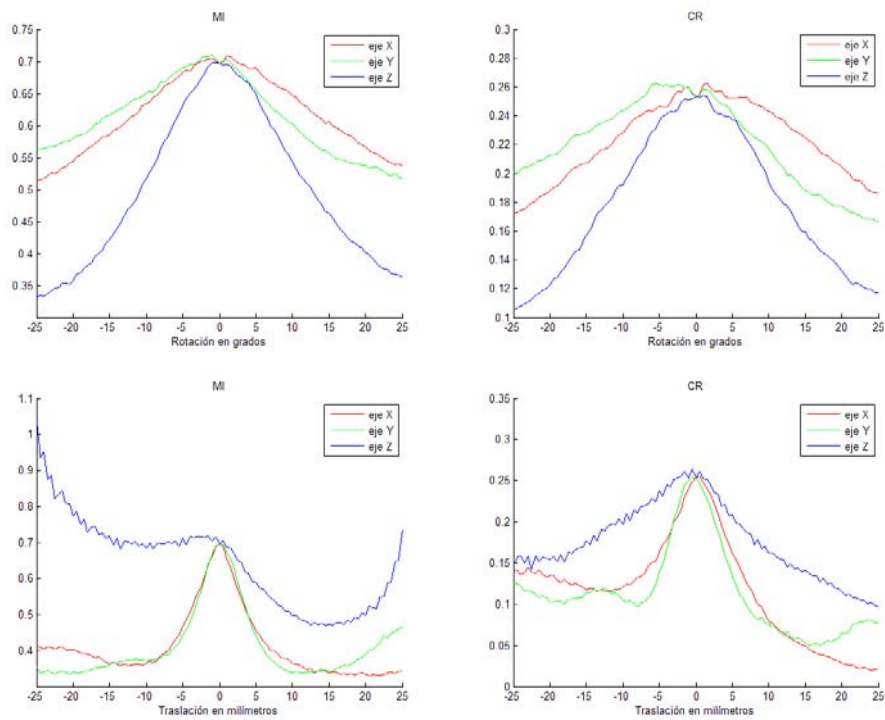


Figura 5.43. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación PI, de dos imágenes médicas, PET y CT, donde PET se transforma.

5.3.2.5 Interpolación lineal (LI)

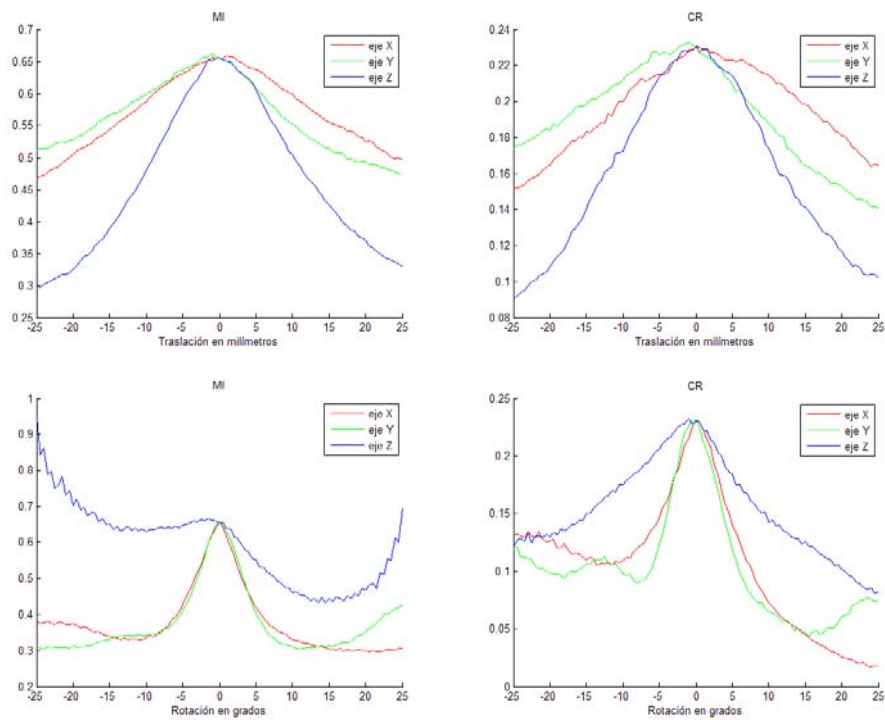


Figura 5.44. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación LI, de dos imágenes médicas, PET y CT, donde PET se transforma.

5.3.2.6 Interpolación cúbica de Catmull–Rom (CCR)

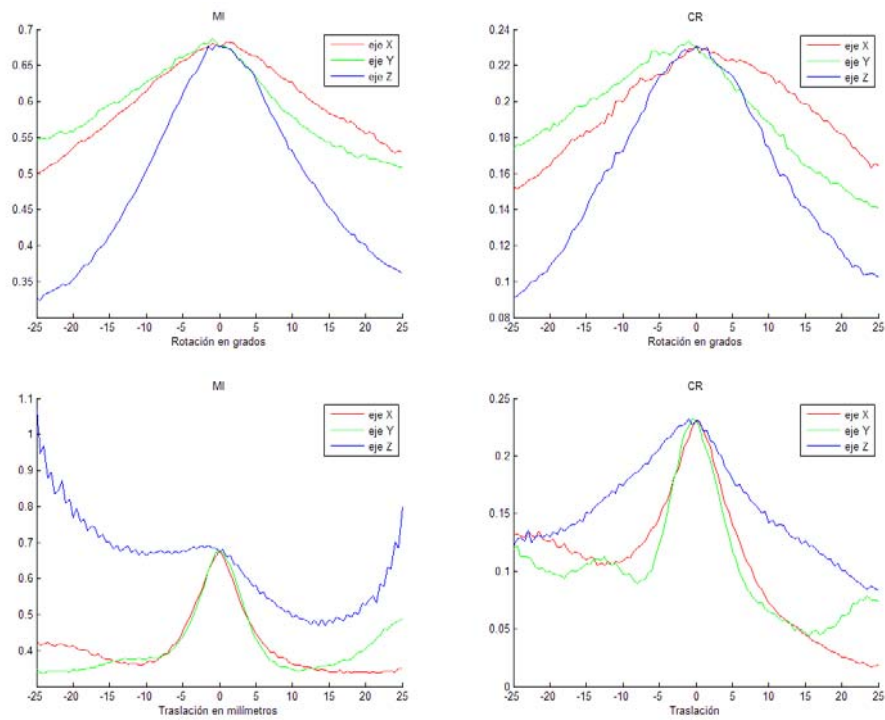


Figura 5.45. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación CCR, de dos imágenes médicas, PET y CT, donde PET se transforma.

5.3.2.7 Interpolación propuesta “n° 1”

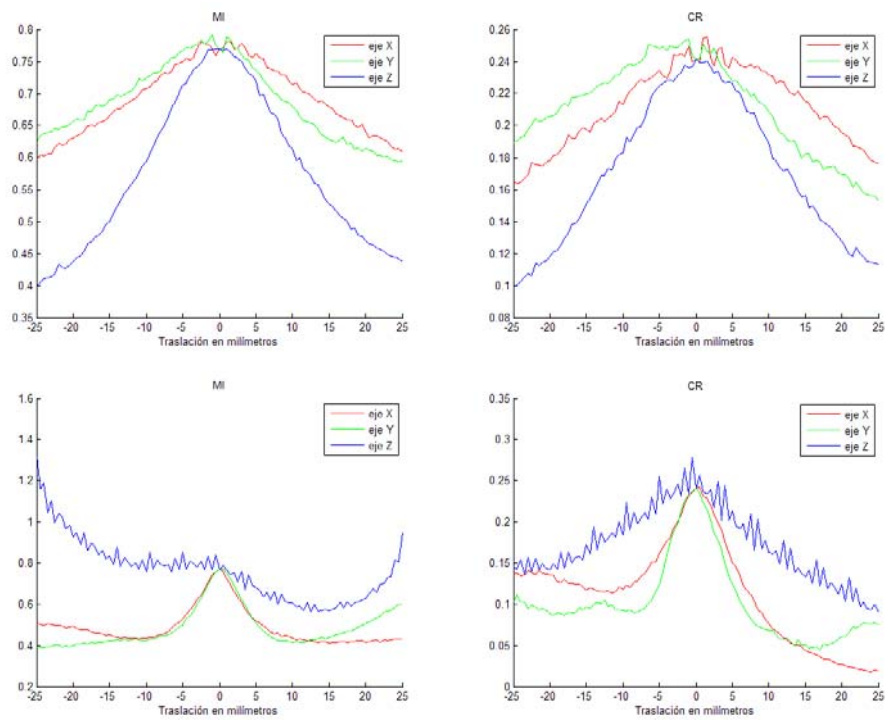


Figura 5.46. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación propuesta n°1, de dos imágenes médicas, PET y CT, donde PET se transforma.

5.3.2.8 Interpolación propuesta "nº 2"

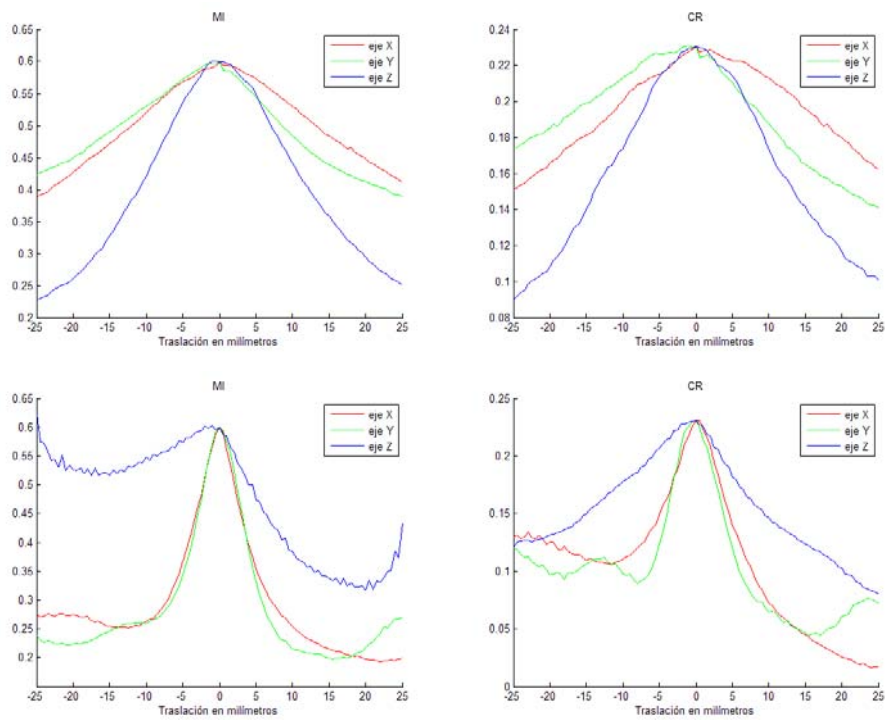


Figura 5.47. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación propuesta nº2, de dos imágenes médicas, PET y CT, donde PET se transforma.

5.3.2.9 Interpolación propuesta "nº 3"

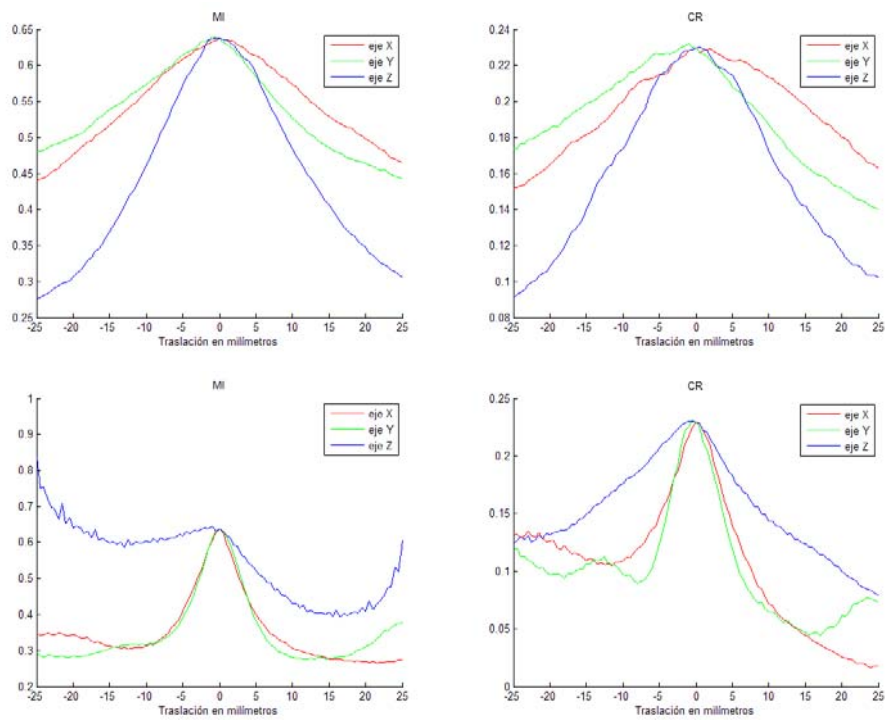


Figura 5.48. Gráficas de MI y CR, utilizando interpolación propuesta nº3, de dos imágenes médicas, PET y CT, donde PET se transforma.

5.3.2.10 Comparativa

	<i>En registro</i>	<i>Máximos Rotación</i>			<i>Máximos Traslación</i>		
	MI	MI			MI		
		X	Y	Z	X	Y	Z
<i>Vecino más próximo (NN)</i>	0.7232	0.7295	0.7327	0.7244	0.7232	0.7232	1.2938
<i>Trilineal (TRI)</i>	0.7530	0.7644	0.7694	0.7533	0.7530	0.7530	1.3163
<i>Volumen parcial (PV)</i>	0.6304	0.6304	0.6304	0.6315	0.6304	0.6304	0.7372
<i>Intensidad parcial (PI)</i>	0.6962	0.7089	0.7092	0.6979	0.6962	0.6962	1.0353
<i>Lineal (LI)</i>	0.6542	0.6588	0.6625	0.6547	0.6542	0.6542	0.9441
<i>Cúbica de Catmull-Rom (CCR)</i>	0.6766	0.6832	0.6872	0.6774	0.6766	0.6766	1.0677
<i>Propuesta "nº 1"</i>	0.7687	0.7812	0.7917	0.7696	0.7687	0.7699	1.3205
<i>Propuesta "nº 2"</i>	0.5994	0.5994	0.5994	0.6007	0.5994	0.5994	0.6227
<i>Propuesta "nº 3"</i>	0.6378	0.6378	0.6396	0.6378	0.6378	0.6378	0.8366

Tabla 5.7. Comparativa de los valores de MI de dos imágenes médicas, PET y CT, donde PET se transforma.

Según los valores de *MI* obtenidos en la posición de registro los algoritmos más eficientes en este sentido serían por este orden, la interpolación propuesta nº1, la trilineal y la de vecino más próximo. Mientras que los algoritmos que presentan valores más bajos serían los de propuesta nº2, PV y propuesta nº 3.

	<i>En registro</i>	<i>Máximos Rotación</i>			<i>Máximos Traslación</i>		
	CR	CR			CR		
		X	Y	Z	X	Y	Z
<i>Vecino más próximo (NN)</i>	0.2293	0.2293	0.2336	0.2314	0.2293	0.2305	0.2300
<i>Trilineal (TRI)</i>	0.2545	0.2655	0.2645	0.2551	0.2572	0.2548	0.2679
<i>Volumen parcial (PV)</i>	0.2295	0.2295	0.2317	0.2296	0.2295	0.2301	0.2301
<i>Intensidad parcial (PI)</i>	0.2533	0.2628	0.2624	0.2539	0.2553	0.2535	0.2644
<i>Lineal (LI)</i>	0.2303	0.2303	0.2332	0.2303	0.2303	0.2317	0.2318
<i>Cúbica de Catmull-Rom (CCR)</i>	0.2304	0.2304	0.2337	0.2304	0.2304	0.2323	0.2322
<i>Propuesta "nº 1"</i>	0.2415	0.2558	0.2539	0.2415	0.2419	0.2415	0.2781
<i>Propuesta "nº 2"</i>	0.2304	0.2304	0.2307	0.2304	0.2306	0.2304	0.2304
<i>Propuesta "nº 3"</i>	0.2293	0.2293	0.2321	0.2298	0.2293	0.2306	0.2297

Tabla 5.8. Comparativa de los valores de MI de dos imágenes médicas, PET y CT, donde PET se transforma.

A pesar de haber obtenido valores de *MI* para este caso mayores que los obtenidos con imágenes sintéticas diferentes, el ratio de correlación nos permite realizar una comparación más fiable entre ellos, ya que nos da un valor relativo de la eficacia de los algoritmos de interpolación. En el caso de imágenes sintéticas en algunos algoritmos *CR* se acercaba a su valor máximo, mientras que en esta tabla se puede observar como todos los valores están alejados de uno. Estos resultados son los esperados, ya que las imágenes sintéticas presentaban una similitud mayor que las imágenes médicas, donde los valores de intensidad entre ambas modalidades difieren en un grado mayor.

5.3.2.11 Discusión de los resultados

Este último escenario estudiado es el que representa un caso real, el del registro de dos imágenes médicas de diferente modalidad. Tenemos por un lado las gráficas de rotaciones, que presentan el valor máximo de MI y CR en la posición de registro y decrecen casi de manera lineal conforme aumenta el número de grados de las rotaciones, es decir, los resultados son óptimos.

Por otro lado, el caso de las gráficas en las traslaciones presenta una imperfección que se repite para todos los algoritmos. Se presenta de manera más acentuada en la función de MI para el caso de traslación en el eje Z . Por el contrario la función de CR se asimila más al caso de las rotaciones.

La posible causa de este fenómeno es que las regiones de solapamiento de ambas imágenes, al trasladar una de ellas a lo largo del eje Z , se hace cada vez menor y esto se traduce en menos entradas en el histograma y que se reduzca la dispersión. De un histograma con dispersión baja se obtiene un valor alto de información mutua. Así que aunque la información mutua sea menor en posiciones con la imagen transformada que en la posición de registro, ésta se ve compensada por la pérdida de información que supone la traslación.

Capítulo 6. Conclusiones

El objetivo del proyecto es realizar un estudio de los algoritmos de interpolación existentes para el laborioso proceso del registro de imágenes médicas basado en la teoría de la información. El estudio de los diferentes algoritmos sirve para comprobar las ventajas e inconvenientes de cada uno de ellos.

La realización de este proyecto ha permitido la familiarización con el campo del registro de imágenes, principalmente del método basado en la maximización de la información mutua. Así como las posibles aplicaciones que nos permite el registro de imágenes. Por otro lado se ha profundizado en el manejo de la herramienta Matlab especialmente en los útiles de implementación de algoritmos, el cálculo de estadísticos y representación de la información.

Aunque Matlab es una herramienta completa y potente para la implementación y simulación de los algoritmos estudiados, es muy complicado obtener resultados óptimos por la cantidad de operaciones a realizar. El tiempo de procesamiento es muy elevado para todos los algoritmos, debido a la gran carga computacional, si acaso el algoritmo de vecino más próximo presenta un tiempo de procesamiento relativamente menor que el resto.

Los resultados que han permitido observar con mayor grado de fiabilidad la eficacia de los algoritmos de interpolación para lograr el registro de imágenes han sido los correspondientes a los casos de dos copias de la misma imagen, ya que éstos representaban casos ideales. Tanto en el caso de imágenes sintéticas como en el de imágenes médicas el algoritmo de intensidad parcial (PI) ha sido con el que se han obtenido mayores valores de información mutua y ratio de correlación, pero esto no quiere decir que este algoritmo sea más válido que el resto, ya que la finalidad es únicamente que el valor máximo se haya alcanzado cuando las imágenes se encuentren en estado de registro, cosa que se ha conseguido para todos los algoritmos. Los algoritmos CCR y LI no alcanzaban el valor máximo exactamente en la posición de registro, por lo que estos representan los algoritmos más ineficaces.

Por otro lado, cuando se han empleado dos imágenes diferentes se han conseguido resultados satisfactorios para todos los algoritmos excepto para el caso de imágenes médicas en los que se representaba la información mutua. En cambio para el ratio de correlación se corregían los resultados.

Los algoritmos propuestos en este proyecto han obtenido resultados satisfactorios, ya que mostraban un comportamiento parecido al de los algoritmos existentes y se obtenían valores máximos en el estado de registro. No han supuesto una mejora considerable respecto a los que ya existían pero sirven para proponer otros puntos de partida.

La realización de este trabajo supone un grano de arena frente a todos los trabajos realizados en este ámbito, pretende sintetizar los diferentes algoritmos de interpolación existentes en el registro basado en la teoría de la información y aportar nuevas ideas mediante la presentación de posibles nuevos algoritmos.

Como se ha observado, a partir de las ideas en que se basan los diferentes algoritmos de interpolación existentes se ha conseguido obtener otros algoritmos. Mediante la combinación de las mejores características de los algoritmos se podría elaborar un

algoritmo definitivo, para ello habría que estudiar cuál es la característica que proporciona una mayor mejora en cada algoritmo.

Las herramientas de procesamiento que nos proporciona Matlab son especialmente potentes, pero tienen la desventaja de ser a veces demasiado lentas para aplicaciones de tiempo real. Sería ideal para la mejora sustancial de la necesidad de cálculo que dichas funciones se optimizaran.

En un futuro, el surgimiento de imágenes de distinto tipo puede requerir mayor capacidad de procesamiento e incluso un cambio sustancial en el planteamiento de todo el proceso visto en este trabajo, con el fin no sólo de obtener un resultado satisfactorio, sino que este resultado se obtenga en el menor tiempo posible.

Teniendo en cuenta todo esto, no es difícil aventurar que vamos a poder aprovechar todos los conocimientos y avances que se han realizado hasta la fecha, para la mejora y la adaptación frente a los nuevos retos que se nos van a presentar en el campo del registro de imágenes en el futuro.

Capítulo 7. Bibliografía

7.1 Referencias

- [1] J. Pascau, J. D. Gispert, S. Reig, R. Martínez, M. Desco – *Registro de Imágenes en Medicina Nuclear* – Rev. R. Acad. Cienc. Exact. Fis. Nat. (Esp), Vol. 96, N° 1-2, pp 29-43, 2002.
- [2] Frederik Maes, Dirk Vandermeulen, Paul Suetens – *Medical Image Registration Using Mutual Information* – Proceedings of the IEEE, Vol. 91, N° 10, October 2003.
- [3] J. B. Antoine Maintz, Max A. Viergever – *A Survey of Medical Image Registration* – Medical Image Analysis (1998) Vol. 2, N° 1, pp 1-36.
- [4] Hua-mei Chen, Pramod K. Varshney – *Mutual Information-Based CT-MR Brain Image Registration Using Generalized Partial Volume Joint Histogram Estimation* - IEEE Transactions on Medical Imaging, Vol. 22, N° 9, September 2003.
- [5] Frederik Maes, Dirk Vandermeulen, Paul Suetens – *Comparative Evaluation of Multiresolution Optimization Strategie* – Medical Image Analysis (1999) Vol. 3, N° 4, pp 373-386.
- [6] Jeffrey Tsao – *Interpolation Artifacts in Multimodality Image Registration Based on Maximization of Mutual Information* – IEEE Transactions on Medical Imaging, Vol. 22, N° 7, July 2003.
- [7] Josien P. W. Pluim, J. B. Antoine Maintz, Max A. Viergever – *Mutual Information Based Registration of Medical Images: A Survey* – IEEE Transactions On Medical Imaging, Vol. XX, N° Y, Month 2003.
- [8] Federico J. Bonsignore Caro – *Aplicación de las Técnicas de la Teoría de la Información en el Registro de Imágenes Médicas* - XIII Seminario de Ingeniería Biomédica, 2004. Facultades de Medicina e Ingeniería, Univ. de la República Oriental del Uruguay.
- [9] Federico L. Biafore - *Aspecto Básicos del Registro y Fusión de Imágenes* – ECyT-UNSAM (Argentina).
- [10] Alexis Roche, Grégoire Malandain, Xavier Pennec, Nicholas Ayache – *The Correlation Ratio as a New Similarity Measure for Multimodal Image Registration* – Proceedings MICCAI'98, Vol. 1496 of LNCS, pp 1115-1124.
- [11] Frederik Maes, André Collignon, Dirk Vandermeulen, Guy Marchal, and Paul Suetens – *Multimodality Image Registration by Maximization of Mutual Information* – IEEE Transactions on Medical Imaging, Vol. 16, N° 2, April 1997.
- [12] Aniruddha Kembhavi – *Image registration: Medical Imaging and image analysis* – NEE-739R, December 2005.
- [13] Zhiyong Gao, Jiarui Lin, Bangquan Xu. – *The Affection of Grey Levels on Mutual Information Based Medical Image Registration* – Huazhong University of Science and Technology, P.R. China.
- [14] Wikipedia: La Enciclopedia Libre – <http://www.wikipedia.org/>