



industriales  
etsii

Escuela Técnica  
Superior  
de Ingeniería  
Industrial

# UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial

## Estudio del flujo a través del tubo difusor de una turbina de reacción mediante CFD. Factores de mejora de su eficiencia

**Trabajo Fin de Máster**

MÁSTER UNIVERSITARIO EN ENERGÍAS RENOVABLES

31 de mayo de 2018

José Manuel Jiménez Ariza

Director: Blas Zamora Parra

Codirector: José Luis Vicéns Moltó



Universidad  
Politécnica  
de Cartagena



# ÍNDICE

1. Introducción y objetivos.....	13
1.1. Introducción.....	13
1.2. Objetivos.....	14
1.3. Máquinas de fluidos.....	14
1.4. Clasificación de las máquinas de fluidos.....	14
1.5. Máquinas hidráulicas.....	15
1.5.1. Turbinas hidráulicas.....	15
1.5.1.1. Partes de la turbina hidráulica.....	16
1.5.1.2. Tipos de turbina hidráulica de reacción: Francis y Kaplan.....	17
2. Las turbinas hidráulicas y el tubo difusor.....	20
2.1. Tipos de tubo difusor.....	20
2.2. Elementos de cálculo del tubo difusor.....	21
2.3. Geometría del problema.....	21
3. Modelización matemática del flujo.....	26
3.1. Ecuaciones generales de la mecánica de fluidos.....	26
3.1.1. Ley de conservación de la masa. Ecuación de continuidad.....	26
3.1.2. Ley de conservación de la cantidad de movimiento. Segunda ley de Newton.....	28
3.1.3. Ley de conservación de la energía. Primer principio de la termodinámica.....	29
3.1.4. Sistema de ecuaciones de Navier-Stokes.....	30
4. Modelización numérica. Código CFD FLUENT.....	33
4.1. Introducción a la dinámica de fluidos computacional.....	33
4.1.1. El proceso de la dinámica de fluidos computacional.....	33
4.1.2. Etapas de la dinámica de fluidos computacional.....	34
4.1.2.1. Pre-proceso.....	34
4.1.2.2. Solver.....	34

4.1.2.3. Post-proceso .....	34
4.2. Método de los volúmenes finitos.....	35
4.3. Método de los elementos finitos.....	35
4.4. Simulación del flujo turbulento .....	35
4.4.1. Modelos de turbulencia.....	35
4.4.1.1. Simulación numérica directa (DNS).....	36
4.4.1.2. Simulación de grandes remolinos (LES).....	36
4.4.1.3. Modelos de ecuaciones promediadas de Navier-Stokes (RANS).....	36
4.4.2. Modelo k- $\epsilon$ .....	37
4.4.3. Modelo k- $\omega$ .....	37
5. Validación del software empleado .....	41
5.1. Flujo laminar .....	41
5.2. Flujo turbulento .....	48
6. Resultados numéricos para un tubo difusor acodado .....	56
6.1. Dimensionamiento de la turbina.....	56
6.2. Mallado mediante GAMBIT.....	59
6.3. Cálculos mediante FLUENT .....	62
6.3.1. Influencia del mallado (malla pesada) .....	62
6.3.2. Influencia del mallado (malla ligera).....	64
6.3.3. Influencia del modelo de turbulencia.....	66
6.3.4. Influencia de Reynolds .....	69
7. Resultados numéricos para un tubo difusor acodado de doble salida.....	73
7.1. Mallado mediante GAMBIT.....	73
7.2. Cálculos mediante FLUENT .....	74
7.2.1. Influencia del mallado (malla pesada) .....	74
7.2.2. Influencia del mallado (malla ligera).....	74
7.2.3. Influencia del modelo de turbulencia.....	76
7.2.4. Influencia de Reynolds .....	76

8. Resultados numéricos para un tubo difusor acodado asimétrico.....	80
8.1. Mallado mediante GAMBIT.....	80
8.2. Cálculos mediante FLUENT .....	80
8.2.1. Influencia del mallado (malla pesada) .....	81
8.2.2. Influencia del mallado (malla ligera).....	81
8.2.3. Influencia del modelo de turbulencia.....	82
8.2.4. Influencia de Reynolds .....	83
9. Conclusiones .....	86
10. Bibliografía .....	89



## ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 1. Clasificación según la dirección de entrada del agua en la turbina, tomado de Fernández Díez [4] .....	17
Fig. 2. Esquema de una turbina Francis, tomado de Fernández Díez [4] .....	17
Fig. 3. Esquema de una turbina Kaplan, tomado de Fernández Díez [4] .....	18
Fig. 4. Difusor acodado simple, tomado de Fernández Díez [4] .....	20
Fig. 5. Difusor cónico simple, tomado de Fernández Díez [4] .....	20
Fig. 6. Tipo de geometría estudiada por autores como Bhatt, Patel o Cervantes.....	22
Fig. 7. Geometrías propuestas por Shailendra en <i>HYDRAULIC TURBINE DRAFT TUBE: LITERATURE REVIEW</i> .....	22
Fig. 8. Geometría I: tubo difusor acodado.....	23
Fig. 9. Geometría II: tubo difusor acodado de doble salida.....	23
Fig. 10. Geometría III: tubo difusor acodado asimétrico .....	23
Fig. 11. Discretización de variables (variable continua a la izquierda y aproximación discreta a la derecha) .....	34
Fig. 12. Diagrama de Moody .....	41
Fig. 13. Convergencia de la solución con $v = 0.001 \text{ m/s}$ , $D = 1 \text{ m}$ y $L = 100 \text{ m}$ .....	42
Fig. 14. Resultados de la validación del flujo laminar.....	46
Fig. 15. Tendencia de los resultados de la validación del flujo laminar para bajo $Re_{ef}$ .....	46
Fig. 16. Desarrollo de la capa límite sobre un plano (fuente: Stack Exchange) .....	49
Fig. 17. Perfil universal de velocidades en régimen turbulento .....	49
Fig. 18. Contornos Yplus en la pared.....	50
Fig. 19. Contornos Yplus en la pared.....	52
Fig. 20. Representación gráfica de los resultados de las simulaciones.....	53
Fig. 21. Esquema de la turbina.....	59
Fig. 22. Tubo difusor en GAMBIT.....	60
Fig. 23. Mallado de líneas.....	60
Fig. 24. Mallado de superficies (malla ligera) .....	61

Fig. 25. Condiciones de contorno y selección del flujo .....	62
Fig. 26. Malla ligera en FLUENT .....	62
Fig. 27. Malla de 50.000 celdas en FLUENT .....	63
Fig. 28. Malla de 550.000 celdas en FLUENT .....	63
Fig. 29. CR (ordenadas) e Yplus (abscisas) para distintos tipos de mallas.....	64
Fig. 30. CR (ordenadas) e Yplus (abscisas) para distintos tipos de mallas.....	65
Fig. 31. Definición del fluido interior en FLUENT .....	66
Fig. 32. Caracterización del flujo de entrada .....	67
Fig. 33. Caracterización del método de resolución.....	67
Fig. 34. Errores residuales usando k-ε y $Re = 4 \cdot 10^6$ .....	68
Fig. 35. CR (ordenadas) y Re (abscisas) .....	69
Fig. 36. Vectores de velocidad en el plano de simetría $Y=0$ para $Re = 4 \cdot 10^6$ .....	70
Fig. 37. Vectores de velocidad en planos $Z=0.1$ y $Z=0.5$ para $Re = 4 \cdot 10^6$ .....	70
Fig. 38. Contornos de presión dinámica en el plano $Y=0$ con $Re = 4 \cdot 10^6$ .....	71
Fig. 39. Contornos de presión estática en el plano $Y=0$ con $Re = 4 \cdot 10^6$ .....	71
Fig. 40. Difusor de doble salida en GAMBIT (malla pesada) .....	73
Fig. 41. CR (ordenadas) e Yplus (abscisas) para distintos tipos de mallas.....	75
Fig. 42. CR (ordenadas) e Yplus (abscisas) para distintos tipos de mallas.....	75
Fig. 43. CR (ordenadas) y Re (abscisas) .....	76
Fig. 44. Vectores de velocidad en planos $Z=0.1$ y $Z=0.5$ , $Re = 4 \cdot 10^6$ .....	77
Fig. 45. Contornos de velocidad en el plano $Y=0$ , $Z=0$ , $Z=0.1$ , entrada y salida, $Re = 4 \cdot 10^6$ .....	77
Fig. 46 y 47. Líneas de corriente, $Re = 4 \cdot 10^6$ .....	78
Fig. 48. Difusor de salida asimétrica en GAMBIT (malla pesada) .....	80
Fig. 49. CR (ordenadas) e Yplus (abscisas) para distintos tipos de mallas.....	81
Fig. 50. CR (ordenadas) e Yplus (abscisas) para distintos tipos de mallas.....	82
Fig. 51. CR (ordenadas) y Re (abscisas) .....	83
Fig. 52. Vectores de velocidad en vista en planta, $Re = 4 \cdot 10^6$ .....	83
Fig. 53. Líneas de corriente, $Re = 4 \cdot 10^6$ .....	84

---

*José Manuel Jiménez Ariza*

# NOMENCLATURA

## Caracteres latinos

$C_a$	Coefficiente de velocidad axial
$H_n$	Salto neto
$S_{ij}$	Tensor de deformación
$f_m$	Fuerza gravitatoria
$f_\mu, f_1, f_2, f_\beta, f_{\beta^*}$	Funciones de amortiguación
$k_u$	Coefficiente de velocidad periférica
$n_p$	Número de pares de polos
$u_\tau$	Velocidad de agitación turbulenta
$v_a$	Velocidad axial
$D$	Diámetro del rodete
$E$	Energía
$G$	Flujo másico
$L$	Longitud de la parte de aspiración
$N$	Número de álabes
$P$	Potencia
$Pr$	Número de Prandtl
$Q$	Calor, caudal
$R$	Residuo
$S$	Superficie
$T$	Temperatura
$U$	Componente media de la velocidad
$W$	Trabajo
$a$	Aceleración
$d$	Diámetro del bulbo
$f$	Fracción de mezcla
$k$	Energía cinética turbulenta
$l$	Longitud
$m$	Masa
$n$	Coordenada perpendicular al plano
$p$	Presión
$t$	Tiempo
$u, v$	Componentes de la velocidad en las direcciones $x$ e $y$
$v$	Velocidad
$x$	Posición
$x, y, z$	Coordenadas cartesianas
$\rho$	Densidad

## Caracteres griegos

$\theta$	Ángulo que forma el tubo difusor con el eje axial del rodete
$\Phi_v$	Función disipación de Rayleigh
$\Omega_S$	Velocidad específica adimensional
$\Omega_{ij}$	Tensor de deformación
$\gamma_{ij}$	Tensor de deformaciones
$\mu_t$	Viscosidad dinámica turbulenta
$\nu_t$	Viscosidad cinemática turbulenta
$\tau_p$	Esfuerzo cortante en la pared
$\alpha$	Difusividad térmica
$\eta$	Sistema de coordenadas local
$\xi$	Velocidad de rotación
$\phi$	Magnitud fluida
$\Omega$	Revoluciones por minuto
$\beta$	Coefficiente de expansión térmica
$\varepsilon$	Ritmo de disipación de la energía cinética turbulenta
$\mu$	Viscosidad dinámica
$\nu$	Viscosidad cinemática
$\tau$	Tensor
$\omega$	Vorticidad, frecuencia turbulenta o ritmo de disipación específico de $k$

## Superíndices

*	Valor inicial supuesto (en la iteración)
—	Valor medio (también solución exacta)
'	Valor de corrección

## Subíndices

ady	Volumen de control adyacente a P
-----	----------------------------------



# 1. Introducción y objetivos

## 1.1. Introducción

Las turbinas de tipo Kaplan se utilizan en saltos de baja altura, hasta 60 m. Un distintivo de las máquinas de baja altura es la gran cantidad de energía cinética que deja el rodete. El tubo de aspiración, un difusor encontrado inmediatamente después del rodete, se utiliza para recuperar la mayor parte de esta energía cinética y, por lo tanto, es un componente fundamental en la turbina, pues aproximadamente el 70% de la recuperación total de presión ocurre cerca del rodete. El flujo en esta región debe permanecer pegado a la pared del tubo para una buena recuperación de presión. Además, es un componente que representa un coste muy significativo sobre el total de la turbina, por lo que el estudio de su geometría también representa un factor clave. Por estas cuestiones, es interesante realizar un estudio del flujo a través del tubo difusor de una turbina de reacción (tipo Kaplan) mediante CFD, así como de algunos de los factores de mejora de su eficiencia.

Para iniciar tal labor se consultarán fuentes bibliográficas, en especial libros que se irán referenciando en capítulos posteriores, como los de Almandoz, Fernández Díez o Mataix, donde se establecen algunas definiciones, clasificaciones e imágenes ilustrativas de máquinas hidráulicas.

Posteriormente, la revisión bibliográfica se extenderá a fundamentos de la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) aplicados a flujos a través de una turbina y, especialmente, en el tubo difusor. Se contará con apuntes de CFD como los de Zamora, Barazal o Lozano Durán.

Se comentará la importancia del modelo  $k-\epsilon$  y  $k-\Omega$  como aproximación al estudio del problema planteado en un flujo turbulento, donde el trabajo se apoyará en autores como Wilcox y Versteeg y se dará un repaso al método de los volúmenes finitos en el cual se aplica la ley de conservación de la masa en cada celda y es usado para discretizar y resolver numéricamente ecuaciones diferenciales.

Mediante el software Gambit se llevará a cabo la realización del mallado, definiendo una malla no estructurada con elementos triangulares en las superficies y tetraédricos en el dominio del campo fluido. Para ello, se usará el software Ansys-Fluent, núcleo informático del presente trabajo.

Tras estos pasos se procederá a la simulación numérica, obtención de resultados y análisis de la influencia de los distintos tipos de mallas y modelos de turbulencia. De esta manera se podrá hacer una búsqueda de parámetros relevantes para la mejora de la eficiencia de la turbina y el tubo difusor.

Finalmente, se concluirá con la discusión de los resultados y las conclusiones finales. Obtención de correlaciones y comparación con literatura similar, en los que pueden citarse artículos o publicaciones semejantes.

## 1.2. Objetivos

El objetivo del presente trabajo es el estudio del flujo a través del tubo difusor de una turbina de reacción mediante CFD, así como los posibles factores de mejora de su eficiencia.

- El objetivo principal es realizar un estudio del funcionamiento del tubo difusor en una turbina de reacción, teniendo en cuenta sus características generales y diseños típicos.
- Posteriormente tendrá lugar la simulación numérica mediante CFD (“Computational Fluid Dynamics”) del flujo a través del tubo difusor y se obtendrá el patrón de flujo bajo distintas condiciones de funcionamiento de este componente.
- Se definirán diversos parámetros para poder evaluar la eficiencia del tubo difusor, y se propondrán nuevas condiciones o valores de mejora de la eficiencia del mismo.
- Se analizará la influencia de distintos modelos de turbulencia y esquemas de discretización en los resultados numéricos obtenidos.

## 1.3. Máquinas de fluidos

La turbina hidráulica es una máquina de fluido; esta clase de máquinas son las que reciben energía aportada por un fluido y la restituyen en forma de energía mecánica, o bien a la inversa, absorben energía mecánica y con ella incrementan la correspondiente a un fluido.

Esto conlleva a una clasificación definitiva de las máquinas de fluidos atendiendo al comportamiento del fluido como incompresible o compresible, como apunta Almandoz J. et al. [1].

Máquinas de fluidos:

- Máquinas hidráulicas: son aquellas que utilizan como medio intercambiador de energía un fluido que se comporta como incompresible: bomba hidráulica, ventilador turbina hidráulica, aerogenerador etc.
- Máquinas térmicas: son las que utilizan como elemento intercambiador de energía fluidos que se comportan como compresibles, donde los fenómenos termodinámicos tienen una incidencia fundamental: compresor, turbina de gas etc.

## 1.4. Clasificación de las máquinas de fluidos

Según el sentido de la transmisión de la energía, pueden distinguirse los siguientes tipos:

- Máquinas generadoras. Comunican energía mecánica al fluido, como ocurre con las bombas, los compresores, los ventiladores y las hélices. La energía

mecánica que consume una máquina generadora debe ser suministrada por un motor.

- Máquinas motoras. Extraen energía mecánica del fluido, como ocurre con las turbinas hidráulicas, las turbinas de vapor, las turbinas de gas y las aeroturbinas.
- Máquinas reversibles. Su diseño les permite funcionar alternativamente como máquinas generadoras o motoras, como por ejemplo los grupos turbina-bomba de las centrales de acumulación por bombeo.
- Máquinas transmisoras. Transmiten la energía entre dos sistemas mecánicos o dos fluidos, combinando una máquina motora y otra generadora. Pueden citarse los acoplamientos fluidos, los convertidores de par, las transmisiones hidráulicas y neumáticas, o los turbocompresores. La función de estas máquinas puede ser la transmisión o el cambio de un par, o el cambio de una velocidad de giro, evitando la transmisión de vibraciones y otros problemas de las conexiones mecánicas. El esquema de funcionamiento de estas máquinas puede ser: eje-bomba-fluido-turbina-eje o fluido-turbina-eje-bomba-fluido, tal y como recogen Zamora y Viedma [2].

## 1.5. Máquinas hidráulicas

Según su principio de funcionamiento se diferencian en:

- Turbomáquinas.
- Máquinas de desplazamiento positivo.
  - Alternativas.
  - Rotativas.
- Máquinas gravimétricas.

Las turbomáquinas basan su funcionamiento en el teorema de la cantidad de movimiento.

El flujo del fluido que atraviesa una máquina hidráulica es normalmente turbulento, tridimensional y no estacionario, no existiendo en general soluciones exactas de las ecuaciones de Navier-Stokes (ecuaciones de continuidad y de conservación de la cantidad de movimiento). Pueden efectuarse distintas simplificaciones, como por ejemplo considerar el flujo casiestacionario, al estudiarlo en un intervalo de tiempo lo suficientemente grande como para que las magnitudes fluidas promediadas puedan considerarse constantes con el tiempo, tal y como escribió Zamora [3].

### 1.5.1. Turbinas hidráulicas

Turbina hidráulica se puede definir como aquella máquina que transforma la energía hidráulica aportada por un fluido incompresible (agua) en energía mecánica.

El elemento fundamental de la turbina es el impulsor llamado rodete o rotor, es el único elemento giratorio, y es donde se verifica la transformación de energía hidráulica en mecánica.

### 1.5.1.1. Partes de la turbina hidráulica

Una turbomáquina elemental tiene, básicamente, una serie de álabes fijos, (distribuidor), y otra de álabes móviles, (rueda, rodete, rotor). Ésta se compone de tres órganos diferentes que el fluido va atravesando sucesivamente, el distribuidor, el rodete y el difusor.

**El distribuidor** es un elemento fijo cuya misión es concentrar y dirigir el agua, desde la sección de entrada de la máquina hacia la entrada en el rodete, distribuyéndola alrededor del mismo, es decir, permite regular el agua que entra en la turbina, desde cerrar el paso totalmente, caudal cero, hasta lograr el caudal máximo (distribuidor abierto).

**El rodete** es el elemento esencial de la turbina, estando provisto de álabes en los que tiene lugar el intercambio de energía entre el agua y la máquina. Atendiendo a que la presión varíe o no en el rodete, las turbinas se clasifican en turbinas de acción (o impulsión) y turbinas de reacción (o sobrepresión).

En las turbinas de acción el agua sale del distribuidor a la presión atmosférica, y llega al rodete con la misma presión; en estas turbinas, toda la energía potencial del salto se transmite al rodete en forma de energía cinética.

En las turbinas de reacción el agua sale del distribuidor con una cierta presión que va disminuyendo a medida que el agua atraviesa los álabes del rodete, de forma que, a la salida, la presión relativa puede ser nula o incluso negativa; en estas turbinas el agua circula a presión en el distribuidor y en el rodete y, por lo tanto, la energía potencial del salto se transforma, una parte, en energía cinética, y la otra, en energía de presión.

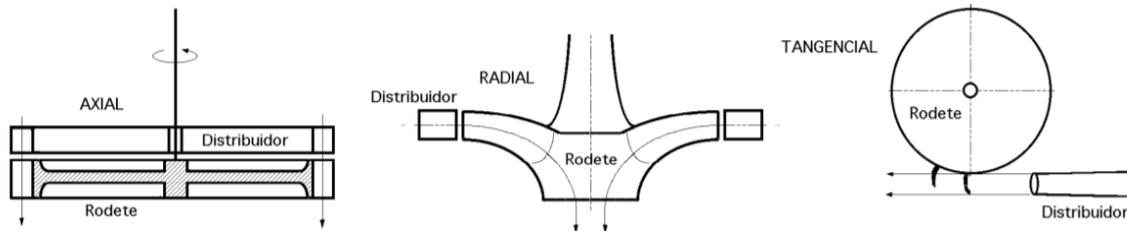
**El difusor o tubo de aspiración**, es un conducto por el que desagua el agua, y del que más adelante se hablará detalladamente.

En las turbinas de acción, el empuje y la acción del agua, coinciden, mientras que en las turbinas de reacción, el empuje y la acción del agua son opuestos. Este empuje es consecuencia de la diferencia de velocidades entre la entrada y la salida del agua en el rodete, según la proyección de la misma sobre la perpendicular al eje de giro.

Según la dirección de entrada del agua en el rodete de las turbinas, éstas pueden clasificarse en:

- Axiales.
- Radiales {centrípetas y centrífugas}.
- Mixtas.
- Tangenciales.

Cabe destacar que en las axiales, (Kaplan, hélice, Bulbo), el agua entra paralelamente al eje, tal como se muestra en la [Fig. 1]. En las radiales, el agua entra perpendicularmente al eje, siendo centrífugas cuando el agua vaya de dentro hacia afuera, y centrípetas, cuando el agua vaya de afuera hacia adentro, (Francis). En las mixtas se tiene una combinación de las anteriores. Finalmente, en las tangenciales, el agua entra lateral o tangencialmente (Pelton) contra las palas, cangilones o cucharas de la rueda (Pedro Fernández Díez [4]).

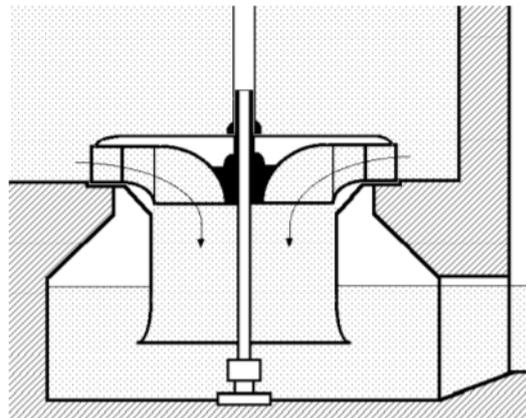


**Fig. 1. Clasificación según la dirección de entrada del agua en la turbina, tomado de Fernández Díez [4]**

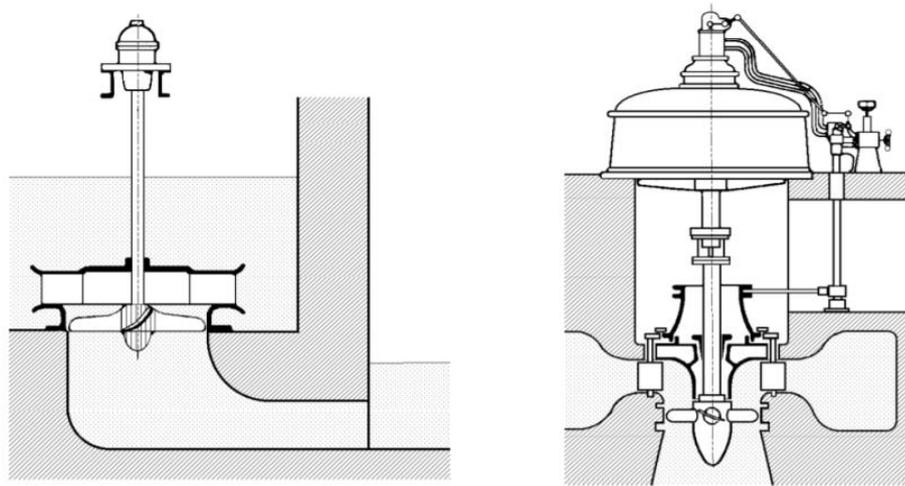
### **1.5.1.2. Tipos de turbina hidráulica de reacción: Francis y Kaplan**

La turbina Francis (1849) [Fig. 2], es radial centrípeta, con tubo de aspiración; el rodete es de fácil acceso, por lo que es muy práctica. Es fácilmente regulable y funciona a un elevado número de revoluciones; es el tipo más empleado, y se utiliza en saltos variables, desde 0,5 m hasta 180 m; pueden ser, lentas, normales, rápidas y ultrarápidas.

En la turbina Kaplan (1912) [Fig. 3], las palas del rodete tienen forma de hélice; se emplea en saltos de pequeña altura, obteniéndose con ella elevados rendimientos, siendo las palas orientables lo que implica paso variable. Si las palas son fijas, se denominan turbinas hélice, Fernández Díez [4].



**Fig. 2. Esquema de una turbina Francis, tomado de Fernández Díez [4]**



**Fig. 3. Esquema de una turbina Kaplan, tomado de Fernández Díez [4]**

---

*José Manuel Jiménez Ariza*

## 2. Las turbinas hidráulicas y el tubo difusor

El difusor o tubo de aspiración, es un conducto por el que desagua el agua, generalmente con ensanchamiento progresivo, recto o acodado, que sale del rodete y la conduce hasta el canal de fuga, permitiendo recuperar parte de la energía cinética a la salida del rodete para lo cual debe ensancharse. Si la turbina no tiene difusor se denomina de escape libre.

El tubo de aspiración es un auténtico transformador de energía, ya que al crear a la salida del rodete una depresión, recupera no sólo la mayor parte de la energía cinética que lleva el agua a la salida, sino que también amplía la altura geométrica del salto en una distancia igual a la existente entre la salida del rodete y el nivel del canal de desagüe aguas abajo; este elemento se conoce también como aspirador-difusor.

### 2.1. Tipos de tubo difusor

Tal y como indica Fernández Díez [4], las formas de construcción de los difusores varían con las revoluciones de la turbina y con el tipo de instalación. Para las turbinas de eje horizontal y pequeños valores de revoluciones, el tubo de aspiración puede ser una simple tubería acodada, de sección creciente, [Fig. 4], que desemboca por debajo del nivel del agua del canal. Para reducir el efecto perjudicial del codo, se puede utilizar para la parte recta final una disposición inclinada.

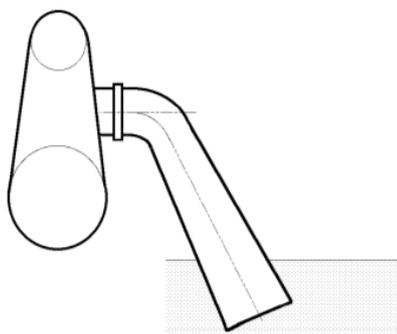


Fig. 4. Difusor acodado simple, tomado de Fernández Díez [4]

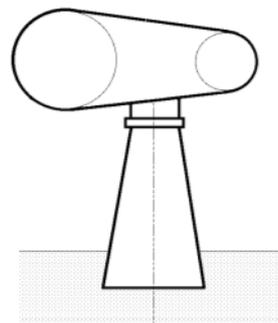


Fig. 5. Difusor cónico simple, tomado de Fernández Díez [4]

Para las turbinas de eje vertical, la forma del difusor puede ser, para valores pequeños de las revoluciones, la de un simple tronco de cono, [Fig. 5], pero tiene el inconveniente de necesitar un canal de desagüe en la perpendicular de la turbina. Para paliar este inconveniente se puede utilizar un difusor-aspirador acodado.

## 2.2. Elementos de cálculo del tubo difusor

A la hora de poder construir un modelo, se necesita un punto de partida de ciertas dimensiones que definen la geometría del difusor. Así, para los primeros valores se han seguido las recomendaciones expuestas en Radha et al. [5], que provienen de fórmulas empíricas proporcionadas usualmente por los fabricantes. En concreto se han cogido las fórmulas empíricas necesarias establecidas para turbinas tipo Kaplan.

El tamaño del rodete ( $D$ ) y por tanto de la entrada al tubo difusor, debe estar relacionado con el caudal ( $Q$ ) de la siguiente manera:

$$D = \frac{Q^{0.5}}{2.72}. \quad 2.1$$

Se establece también una relación entre el diámetro del rodete y el diámetro del bulbo ( $d$ ):

$$\frac{D}{d} \in (0.35, 4). \quad 2.2$$

Para la longitud de la parte de aspiración del tubo difusor ( $L$ ) se propone que:

$$\frac{L}{D} \in (3, 4) \quad 2.3$$

Para la longitud de la parte difusora del tubo ( $h$ ) se establece que:

$$h \in (0.8D, 1.5D) \quad 2.4$$

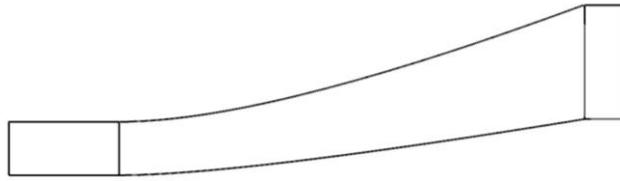
Y para el ángulo ( $\theta$ ) que forma el tubo difusor con el eje axial del rodete se estima:

$$2\theta \in (12, 16)^\circ. \quad 2.5$$

## 2.3. Geometría del problema

Si se analiza la literatura en relación a las geometrías utilizadas para el tubo difusor, se observan pocas diferencias significativas entre las mismas. El difusor recto es el más simple, sin embargo es más interesante estudiar la complejidad del acodado, el cual es usado en la mayoría de estudios.

Por ejemplo, Bhatt, Shah y Patel (2015) en un estudio realizado en India, lugar donde existe un gran número de estudios al respecto, procedieron con una geometría similar a la siguiente:

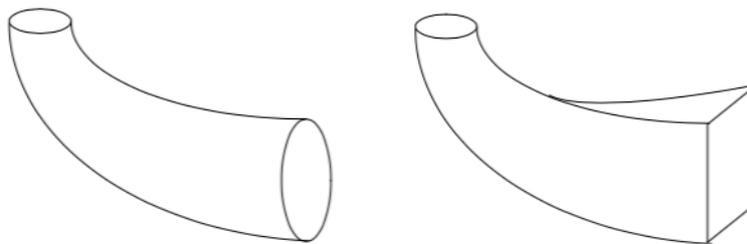


**Fig. 6. Tipo de geometría estudiada por autores como Bhatt, Patel o Cervantes**

Esta misma geometría es usada por Marjavaara en su tesis doctoral (2006), por Marjavaara, Engström, Gustavsson (2005), por Seibert y por Cervantes, autor de importancia en el campo CFD de las turbinas hidráulicas y el difusor, en diversos estudios de la última década.

Por otro lado, Khare, Prasad o Verma, en otros estudios, utilizaron mallas plenamente cónicas. El autor más destacado tal vez sea Prasad, quien utilizó dicha geometría en diversos artículos publicados en los últimos años y empleando mallas desestructuradas y tetrahédricas.

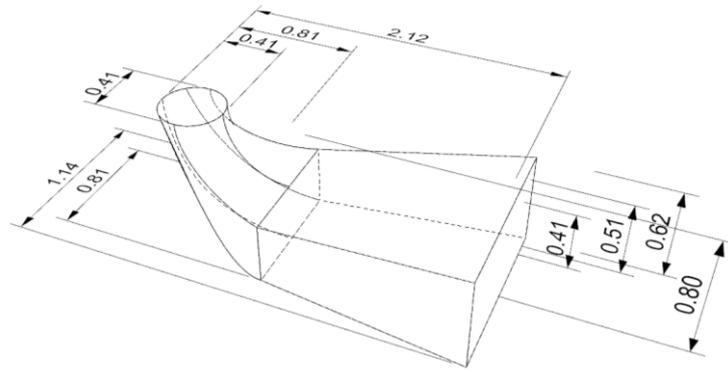
Shailendra, además de soportar la idea sostenida en el párrafo anterior, fue más allá muy recientemente en el International Journal of Science, Engineering and Technology Research (2016), proponiendo unas geometrías similares a las siguientes:



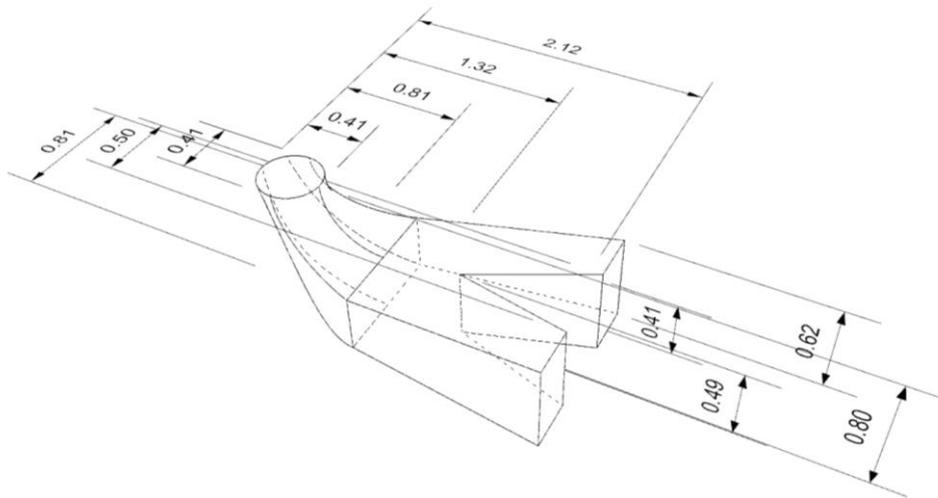
**Fig. 7. Geometrías propuestas por Shailendra en *HYDRAULIC TURBINE DRAFT TUBE: LITERATURE REVIEW***

El presente plantea la propuesta de tres geometrías complejas y la intención de estudiar la influencia que tienen en ellas diversos parámetros de interés para el estudio de la eficiencia del tubo, como pueden ser las presiones, velocidades, líneas de corriente de flujo, Y-plus o, el más adelante definido, coeficiente de recuperación del difusor.

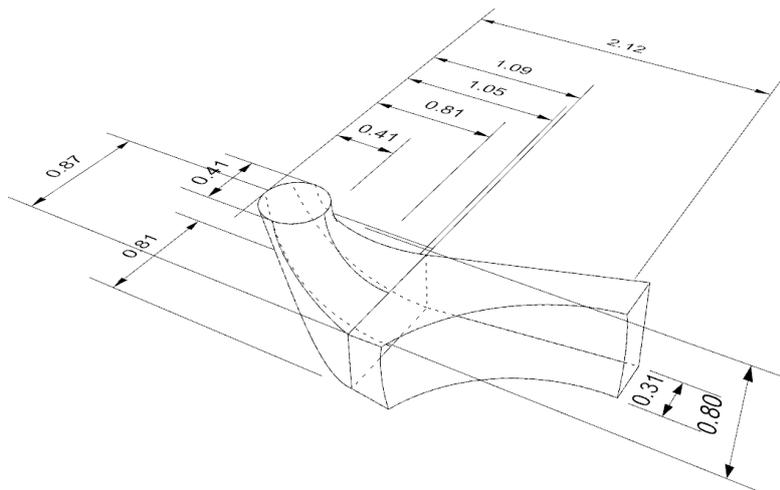
En las siguientes figuras se muestran dichas geometrías en 3D con sus dimensiones de manera previa a su estudio y simulación.



**Fig. 8. Geometría I: tubo difusor acodado**



**Fig. 9. Geometría II: tubo difusor acodado de doble salida**



**Fig. 10. Geometría III: tubo difusor acodado asimétrico**

La primera geometría representa el tubo difusor acodado convencional, más simple y comúnmente usado en la literatura expuesta anteriormente por autores como Prasad y Khare, de forma que plantea un interesante e inequívoco punto de partida para el difusor.

La segunda geometría, plantea una de las variaciones más populares que se pueden hallar en la literatura, que consiste en dividir el canal de salida o introducir uno o varios elementos divisorios simétricos, justo antes del mismo. En este caso, se trata de un difusor con doble salida simetría.

Finalmente, la tercera geometría es una variación siguiendo la inercia rotacional del flujo que se genera en la entrada del difusor, y es una geometría similar a la estudiada en un artículo de Maddahian, Cervantes y Sotoudeh (2010).

Antes de proseguir con la modelización matemática del flujo, se va a definir uno de los parámetros más importantes usados en la finalidad de este trabajo. Se introduce así, por tanto, el llamado coeficiente de recuperación del difusor.

El **coeficiente de recuperación** ( $CR$ , a partir de ahora) es uno de los parámetros más útiles para verificar la eficiencia del tubo difusor. Además, ayudará a establecer comparaciones posteriores con otros modelos de malla. En estudios como el realizado por Ruchi Khare y Vishnu Prasad en 2012, es calculado de la siguiente manera:

$$CR = \frac{1}{H} \left( \frac{v_e^2 - v_s^2}{2g} - \Delta h_D \right) \cdot 100 \quad 2.6$$

Donde  $H$  es el salto neto en metros,  $g$  la constante universal gravitacional en  $m/s^2$ ,  $v_e$  la velocidad en la entrada,  $v_s$  la velocidad a la salida (ambas en unidades del S.I.) y  $\Delta h_D$ , la pérdida de carga en metros, en el *draft* o tubo difusor.

---

*José Manuel Jiménez Ariza*

# 3. Modelización matemática del flujo

Básicamente, un modelo matemático es un conjunto de ecuaciones (diferenciales o en derivadas parciales) junto con un conjunto de condiciones de contorno y un conjunto de condiciones iniciales.

## 3.1. Ecuaciones generales de la mecánica de fluidos

El conjunto de ecuaciones generales de la mecánica de fluidos recibe el nombre de ecuaciones de Navier-Stokes. Todo código CFD trata de resolver mediante cálculo numérico dichas ecuaciones mediante un proceso de discretización, que se detallará en capítulos posteriores.

Las ecuaciones de Navier-Stokes son el resultado de la combinación de las siguientes tres leyes:

- Conservación de la masa.
- Conservación de la cantidad de movimiento.
- Conservación de la energía.

### 3.1.1. Ley de conservación de la masa. Ecuación de continuidad

La ley de conservación de la masa postula que la masa total de un sistema cerrado, es decir, que no intercambia masa con su entorno externo, permanece constante en el tiempo. De otra forma:

$$\frac{dM}{dt} = 0, \quad 3.1$$

aplicado a un volumen fluido  $V_f(t)$ , resulta:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_f(t)} \rho(\vec{x}, \vec{t}) = 0. \quad 3.2$$

Siguiendo la descripción Euleriana del campo fluido se puede aplicar este principio a un volumen de control, en lugar de a un volumen fluido como arriba (Sancho Carrasco [6]).

Para aplicar dicho principio a un volumen de control se puede usar el teorema de transporte de Reynolds, que relaciona la variación temporal de una magnitud fluida extensiva cualquiera  $\phi(x, t)$  en un volumen fluido con la respectiva variación en un volumen de control  $V_c(t)$ :

$$\frac{d}{dt} \int_{V_f(t)} \phi(\vec{x}, t) dV = \frac{d}{dt} \int_{V_c(t)} \phi(\vec{x}, t) dV + \frac{d}{dt} \int_{S_c(t)} \phi(\vec{x}, t) [(\vec{v} - \vec{v}_c) \cdot \vec{n}] dS, \quad 3.3$$

donde  $\vec{n}$  es el vector normal, definido como el unitario perpendicular al plano, el primer término representa la variación temporal de la magnitud fluida  $\phi(x, t)$  en el volumen fluido, el segundo término representa la variación temporal de la misma magnitud fluida en el volumen de control, y el tercer término representa el flujo convectivo de la magnitud fluida a través de la superficie de control  $S_c(t)$  que limita el volumen y se mueve con velocidad  $\vec{v}_c$ .

Si se aplica este teorema a la ley de conservación de la masa se obtiene la ecuación de conservación de la masa de forma integral, tradicionalmente llamada Ecuación de continuidad:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_c(t)} \rho(\vec{x}, t) dV + \frac{d}{dt} \int_{S_c(t)} \rho(\vec{x}, t) [(\vec{v} - \vec{v}_c) \cdot \vec{n}] dS = 0. \quad 3.4$$

Dicha ecuación refiere un volumen de control con una velocidad  $\vec{v}_c = \vec{v}_c(t)$ , y es la forma conservativa de la ecuación de continuidad. De otra forma, si se toma un volumen de control fijo  $V_0$ , tenemos la forma conservativa de la ecuación de continuidad:

$$\int_{V_0} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_{S_0} \rho(\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = 0. \quad 3.5$$

Las fuerzas no conservativas son aquellas en las que el trabajo realizado por las mismas es distinto de cero a lo largo de un camino cerrado. El trabajo realizado por las fuerzas no conservativas es dependiente del camino tomado. A mayor recorrido, mayor trabajo realizado.

Si se aplica el teorema de Gauss:

$$\int_{S_0} \rho(\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = \int_{V_0} \nabla \cdot (\rho \vec{v}) dV, \quad 3.6$$

la ecuación (3.3) entonces queda:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho(\nabla \cdot \vec{v}) = 0. \quad 3.7$$

### 3.1.2. Ley de conservación de la cantidad de movimiento. Segunda ley de Newton

La resultante de las fuerzas actuantes sobre una partícula genera una variación en su cantidad de movimiento. Matemáticamente:

$$\vec{F} = \frac{dp}{dt} \quad 3.8$$

Si la masa es considerada constante:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}, \quad 3.9$$

las fuerzas superficiales dependen de la posición, del tiempo y de la orientación del elemento de superficie sobre el cual actúan (no ocurre así con el elemento volumen). La resultante de las fuerzas de superficie se halla mediante el principio de superposición:

$$F_S = \int_S dF_S = \int_S f_s(\vec{n}, \vec{x}, t), \quad 3.8$$

esta fuerza por unidad de superficie es el resultado del producto del tensor de esfuerzos por el vector normal del elemento superficie:

$$f_s(\vec{n}, \vec{x}, t) = \vec{\tau}(\vec{x}, t) \cdot \vec{n}. \quad 3.9$$

El tensor de esfuerzos es simétrico, por lo que representado matricialmente sería:

$$\bar{\tau} = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yx} & \tau_{zz} \end{pmatrix}, \quad 3.10$$

dicho tensor se descomponible en dos, un tensor de esfuerzos estáticos (debido a la presión) y un tensor de esfuerzos dinámicos (debido a las fuerzas viscosas):

$$\bar{\tau} = -pl + \bar{\tau}' = \begin{pmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tau'_{xx} & \tau'_{yx} & \tau'_{zx} \\ \tau'_{xy} & \tau'_{yy} & \tau'_{zy} \\ \tau'_{xz} & \tau'_{yx} & \tau'_{zz} \end{pmatrix}. \quad 3.11$$

Por otro lado, las fuerzas volumétricas  $f_v$  dependen de la posición y del instante de tiempo, pero no de la orientación del elemento volumen, ya que las fuerzas volumétricas se extienden y actúan sobre todo el volumen fluido, en contraposición a las superficiales.

Si se tiene en cuenta el origen de estas fuerzas y se aplica además el teorema de transporte de Reynolds, se obtiene la forma integral de la ecuación de cantidad de movimiento de un sistema:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \int_{V_c(t)} \rho \vec{v} dV + \int_{S_c(t)} \rho \vec{v} [(\vec{v} - \vec{v}_c) \cdot \vec{n}] dS \\ &= \int_{S_f(t)} -p \vec{n} dS + \int_{S_f(t)} \bar{\tau} \vec{n} dS + \int_{V_f(t)} \vec{f}_m dV. \end{aligned} \quad 3.12$$

Si la ecuación (3.16) se aplica a un volumen de control fijo y se hace uso del teorema de Gauss, entonces se obtiene la ecuación de cantidad de movimiento en su forma diferencial:

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}\vec{v}) = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \cdot \nabla \vec{v} + \vec{f}_m. \quad 3.13$$

### 3.1.3. Ley de conservación de la energía. Primer principio de la termodinámica

Según el primer principio de la termodinámica la variación temporal de la energía de un sistema es igual al calor intercambiado por el sistema y sus alrededores más el trabajo total intercambiado por el sistema y sus alrededores.

$$\frac{dE}{dt} = Q + W. \quad 3.14$$

La variación de energía total que experimenta un volumen fluido también es expresable como la variación de la energía interna más la variación de la energía cinética del mismo:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{V_f(t)} \rho \left( u + \frac{U^2}{2} \right) dV. \quad 3.15$$

Si se aplica el teorema del transporte de Reynolds se obtiene la forma integral de la ecuación de energía:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \int_{V_f(t)} \rho \left( u + \frac{U^2}{2} \right) dV + \int_{S_c(t)} \rho \left( u + \frac{U^2}{2} \right) [(\vec{v} - \vec{v}_c) \cdot \vec{n}] dS \\ &= \int_{S_f(t)} -p \vec{n} dS + \int_{S_f(t)} \bar{\tau} \vec{n} dS + \int_{V_f(t)} \rho \vec{f}_m \vec{v} dV - \int_{S_f(t)} \vec{q} \vec{n} dS + \int_{V_c(t)} (Q_r + Q_q) dV, \end{aligned} \quad 3.16$$

donde  $q$  es el calor intercambiado debido al fenómeno de conducción,  $Q_r$  es el calor intercambiado por radiación y  $Q_q$  el calor intercambiado debido a una reacción química

Con la ecuación (3.20) referida a un volumen de control fijo, es oportuno aplicar el teorema de Gauss para obtener la forma diferencial de la ecuación de la energía:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \left[ \rho \left( u + \frac{U^2}{2} \right) \right]}{\partial t} + \nabla \left[ \rho \left( u + \frac{U^2}{2} \right) \right] \\ & = -\nabla(p\vec{v}) + \nabla(\vec{\tau}'\vec{v}) - \nabla\vec{q} + \rho\vec{f}_m \cdot \vec{v} + Q_r + Q_q. \end{aligned} \quad 3.17$$

Si además se añade la función de disipación de Rayleigh y se aplica el operador derivada sustancial se obtiene la expresión más común para la ecuación de la energía:

$$\Phi_v = \tau'_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = 2\mu\gamma_{ij} \gamma_{ij}, \quad 3.18$$

$$\rho \frac{De}{Dt} = \rho \left[ \frac{\partial e}{\partial t} + \vec{v}\nabla e \right] = \Phi_v + k\Delta T + Q_r, \quad 3.19$$

siendo  $\gamma_{ij}$  el tensor de deformaciones.

### 3.1.4. Sistema de ecuaciones de Navier-Stokes

El conjunto de ecuaciones finales que se han obtenido en los apartados anteriores forman un sistema de tres ecuaciones conocido como las ecuaciones de Navier-Stokes:

$$\begin{aligned} & \frac{D\rho}{Dt} + \rho(\nabla \cdot \vec{v}) \\ & \frac{D\vec{v}}{Dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}\vec{v}) = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} + \vec{f}_m \\ & \rho \frac{De}{Dt} = \rho \left[ \frac{\partial e}{\partial t} + \vec{v}\nabla e \right] = \Phi_v + k\Delta T + Q_r, \end{aligned} \quad 3.20$$

donde se recuerda que la primera corresponde a la ecuación de continuidad en su forma diferencial, para un líquido de propiedades constantes; la segunda representa la ecuación de cantidad de movimiento y la última es la ecuación de la energía.

Este conjunto de ecuaciones presenta tal complejidad en su formulación matemática que, actualmente, su resolución algebraica sigue constituyendo uno de los problemas del milenio planteado por el *Clay Mathematics Institute*.

Dada dicha complejidad y falta de soluciones, los softwares CFD son sin duda una potente herramienta para resolver esta clase de problemas.



# 4. Modelización numérica. Código CFD FLUENT

## 4.1. Introducción a la dinámica de fluidos computacional

Según C. A. Barazal et al. [7] «La Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) tiene como objetivo la simulación del flujo de fluidos y los procesos de transferencia de calor. Se basa en la utilización de métodos numéricos para resolver las ecuaciones que describen la conservación de la masa, el momento y la energía en el seno de un fluido».

En contraposición al extendido uso de los métodos computacionales para el análisis y diseño (CAD), la CFD se ha desarrollado más tarde que otros CAD. Esto ha sido a causa de las dificultades inherentes que se presentan en las ecuaciones que describen el flujo de fluidos.

No obstante, hoy en día, con el avance tecnológico de la época, es sin duda una herramienta práctica y eficiente para el análisis de situaciones o sistemas en los que existan fluidos y por tanto, en una potente herramienta de análisis y diseño.

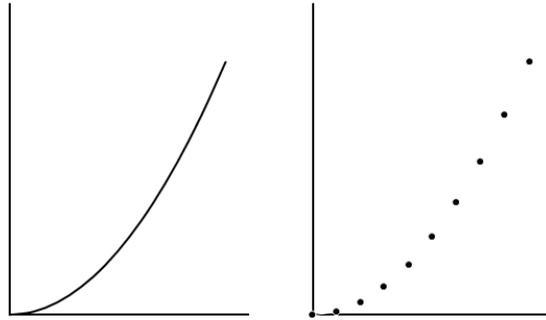
En los últimos años han aparecido en el mercado numerosas aplicaciones de CFD. Todo esto significa que la CFD ya no debe contemplarse como una herramienta utilizada en universidades y centros de investigación por especialistas altamente cualificados, sino que es ya empleada en numerosas industrias.

### 4.1.1. El proceso de la dinámica de fluidos computacional

Como señala Adrián Lozano Durán [8], a la hora de obtener datos o resultados mediante CFD deben mirarse siempre con juicio crítico, teniendo en cuenta que tener una solución al problema no es resolver el problema, sino sólo un primer paso para entender el porqué de dicha solución.

Grosso modo, la dinámica de fluidos computacional propone lo siguiente:

- Se discretiza el flujo continuo, es decir, las variables de campo ( $\rho, u, p, \dots$ ) se aproximan por un número finito de valores en puntos denominados nodos.
- Se discretizan las ecuaciones de movimiento, a tenor de los valores en los nodos.
- Dependiendo del método numérico, el sistema de ecuaciones algebraicas se resuelve en cada uno de los nodos.



**Fig. 11. Discretización de variables (variable continua a la izquierda y aproximación discreta a la derecha)**

## **4.1.2. Etapas de la dinámica de fluidos computacional**

Un análisis estándar de dinámica de fluidos computacional sigue los siguientes pasos:

- Pre-proceso
- Solver
- Post-proceso

### **4.1.2.1. Pre-proceso**

No es ni más ni menos que la etapa de preparación de los datos de entrada en el código del software empleado. Engloba aspectos como la definición de una geometría adecuada, la generación de una malla adecuada, desarrollar un modelo del fenómeno o problema a resolver así como las ecuaciones que lo gobiernan y el establecimiento de las condiciones iniciales y de contorno.

### **4.1.2.2. Solver**

El “SOLVER” o “proceso”, en el contexto aquí especificado, constituye el núcleo del software y en él se resuelve el modelo matemático computacionalmente mediante discretización y análisis numérico.

### **4.1.2.3. Post-proceso**

Es la etapa final que permite ver los resultados en forma gráfica. A partir del post-proceso se analizarán los resultados y, dependiendo de la capacidad del visualizador o la herramienta utilizada, se interpretarán de una forma u otra, a fin de obtener resultados y/o conclusiones exitosas.

## 4.2. Método de los volúmenes finitos

El método de los volúmenes de control finitos permite discretizar y resolver numéricamente ecuaciones diferenciales mediante una malla de discretización del espacio fluido. De esta forma el volumen total de fluido resulta ser igual a la suma de los volúmenes de control considerados. La ecuación diferencial a resolver se integra para cada volumen de control, obteniéndose por tanto una versión discretizada de la misma, como recogió Patankar [9]. La principal propiedad del sistema de ecuaciones discretizadas resultante, es que la solución obtenida satisface en forma exacta las ecuaciones consideradas, independientemente del tamaño de la malla.

## 4.3. Método de los elementos finitos

El método de los elementos finitos se utiliza frecuentemente en problemas de tensión-deformación en sólidos (Zienkiewicz y Taylor [10]), por lo que guarda relación con cálculos de mecánica y estructuras. No obstante, creció su uso para tratar problemas de mecánica de fluidos y de transferencia de calor (Bakker [11], Reddy y Gartling [12]). La principal ventaja del método de los elementos finitos es la facilidad con la que se pueden usar mallas irregulares (no estructuradas) que se adapten al dominio de trabajo, y realizar refinamientos locales de la malla, Zamora [3].

## 4.4. Simulación del flujo turbulento

No existe una solución matemática generalizada que defina el flujo turbulento, como se comentó anteriormente. El flujo turbulento es caótico y su aparición se caracteriza por números de Reynolds superiores a 2000. Debido a su imprevisibilidad, se tiende a estudiar de forma particularizada para cada caso y mediante el uso de modelos estadísticos. Pero como señala Zamora en [3], la evolución de los ordenadores ha cambiado la percepción del problema de la turbulencia y es posible dividir su estudio en dos áreas: el desarrollo de los métodos numéricos y la creación de algoritmos para implementar estos métodos.

### 4.4.1. Modelos de turbulencia

Se puede hacer una clasificación general de los modelos de turbulencia en tres tipos:

- Simulación directa de la turbulencia.
- Simulación de los grandes remolinos turbulentos.
- Modelos clásicos o basados en las ecuaciones promediadas de Reynolds.

A continuación se comentarán brevemente los modelos de turbulencia hasta llegar al modelo  $k - \varepsilon$ , de interés en este trabajo.

#### 4.4.1.1. Simulación numérica directa (DNS)

En inglés, Direct Numeric Simulation, trata de estudiar los flujos turbulentos sin necesidad de promediar las ecuaciones de conservación, es decir, trata de resolver las ecuaciones de Navier-Stokes sin otras aproximaciones que las derivadas de utilizar métodos numéricos. Así, este método da lugar a una enorme cantidad de operaciones y nodos a resolver, con la consecuente desventaja de que sólo es posible la simulación de flujos con números de Reynolds bajos, que no tienen demasiada aplicación en ingeniería.

#### 4.4.1.2. Simulación de grandes remolinos (LES)

LES o Large Eddy Simulation, es un método de gran interés en ingeniería cuando los problemas son demasiado complejos como para operar con DNS, a pesar de que éste último ofrece mejores aproximaciones. De forma muy resumida, la idea de este método se basa en desprestigiar para la simulación y el cálculo las escalas cuyo tamaño característico es inferior a la distancia entre nodos de la malla. De esta manera se consigue ahorrar trabajo.

#### 4.4.1.3. Modelos de ecuaciones promediadas de Navier-Stokes (RANS)

El procedimiento de promediado de las ecuaciones de Navier-Stokes propuesto por Reynolds consigue reducir los grados de libertad del problema, Zamora B. [3].

Los modelos Reynolds Averaged Navier-Stokes pueden clasificarse en cinco tipos:

- **Modelos de cero ecuaciones o de longitud de mezcla.** Es el nivel más bajo de modelo de turbulencia (tiene una sola ecuación algebraica).
- **Modelos de una ecuación.** El siguiente nivel en dificultad es el modelo de una ecuación de transporte. En la práctica este modelo posee pocas ventajas respecto al de longitud de mezcla, ya que se necesita determinar una cierta escala de longitud integral, y esto tiene que hacerse empíricamente.
- **Modelos de dos ecuaciones.** El orden siguiente de complejidad aparece al incluir una segunda ecuación de transporte, mediante la que se pueda calcular la escala de longitud. Estos modelos son conocidos como modelos de dos ecuaciones y existen numerosidad de ellos. En las últimas décadas, el modelo  $k - \varepsilon$  de Jones y Launder ([13] y [14]) ha sido el más usado. Dicho modelo está basado en el concepto de viscosidad de turbulencia o de remolino. Así pues, falla donde el concepto de viscosidad turbulenta no es válido. Según se han ido estudiando diferentes tipos de este modelo, han surgido modelos mejorados basados en el  $k - \varepsilon$  estándar más precisos, como por ejemplo el modelo  $k - \varepsilon$  RNG, el modelo  $k - \Omega$  y el  $k - \varepsilon$  'Realizable'.
- **Modelos de esfuerzos de Reynolds.** Estos modelos no toman la hipótesis de viscosidad turbulenta, sino que presentan ecuaciones de transporte directamente para el tensor de esfuerzos de Reynolds.
- **Modelos algebraicos de esfuerzo.** En estos modelos se propone una ecuación algebraica simplificada para el tensor de esfuerzos de Reynolds, donde se

supone que la suma de los términos de difusión y de convección de los esfuerzos de Reynolds es proporcional a la suma de los mismos términos de la energía cinética turbulenta.

#### 4.4.2. Modelo $k - \varepsilon$

Como se ha dicho, este modelo es particularmente interesante, ya que supuso la aplicación de la CFD en ingeniería. Se trata de un modelo bastante compacto y preciso para un amplio rango de flujos turbulentos. Asimismo, es un modelo semi-empírico, y el desarrollo de las ecuaciones se basa en consideraciones fenomenológicas.

La ecuación de transporte para la energía cinética turbulenta  $k$  (como escribieron Wilcox [15] y Versteeg et al. [16]) es:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho k \vec{U}) = \nabla \cdot \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} \nabla k \right) + 2\mu_t S_{ij} \cdot S_{ij} - \rho \varepsilon, \quad 4.1$$

siendo  $S_{ij}$  el tensor de deformación del flujo turbulento medio, dado por:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right). \quad 4.2$$

Para la disipación  $\varepsilon$  se tiene:

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \varepsilon \vec{U}) = \nabla \cdot \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2\mu_t S_{ij} \cdot S_{ij} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}. \quad 4.3$$

Y el modelado de la viscosidad turbulenta  $\mu_t$  es el siguiente:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}. \quad 4.4$$

$C_\mu$ ,  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$ ,  $C_{1\varepsilon}$  y  $C_{2\varepsilon}$  son constantes adimensionales que pueden ajustarse de forma experimental. Los valores más aceptados son los siguientes:

$$C_\mu = 0.09, \quad \sigma_k = 1.00, \quad \sigma_\varepsilon = 1.30, \quad C_{1\varepsilon} = 1.44, \quad C_{2\varepsilon} = 1.92 \quad 4.5$$

#### 4.4.3. Modelo $k - \omega$

El primer modelo de turbulencia de dos ecuaciones de transporte fue el modelo  $k - \omega$ , propuesto originalmente por Kolmogorov [17]. Este modelo presenta ecuaciones para la energía cinética turbulenta  $k$ , y para su ritmo de disipación específico  $\omega$ .

El modelo  $k - \omega$  descrito por Wilcox [15] incluye una extensión para la simulación de la turbulencia junto a la pared (modelo para bajos números de Reynolds). El modelo presenta varias ventajas respecto de otros modelos de turbulencia para bajos números de Reynolds. Por ejemplo, puede decirse que es computacionalmente estable y convergente. No necesita del cálculo de distancias a las paredes, por lo que resulta menos costoso computacionalmente. Ha demostrado ser capaz de simular con suficiente aproximación las condiciones de transición de flujo laminar a turbulento. Las ecuaciones del modelo son las siguientes:

Por un lado, la ecuación de transporte para la energía cinética turbulenta  $k$  es:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + G_b - \beta^* f_{\beta^*} k \omega, \quad 4.6$$

donde la viscosidad cinemática turbulenta  $\nu_t$  está dada por:

$$\nu_t = \alpha^* \frac{k}{\omega}, \quad 4.7$$

siendo  $\alpha^*$  una función que modifica (o amortigua, tal y como escribió Zamora [3]) la viscosidad turbulenta dando lugar a una corrección de bajos números de Reynolds,  $Re$ , de la siguiente manera:

$$\alpha^* = \alpha_{\infty}^* \left( \frac{\alpha_{\infty}^* + Re_t / R_k}{1 + Re_t / R_k} \right) \quad 4.8$$

$$Re_t = k / \nu \omega. \quad 4.9$$

El término de producción turbulenta es  $\overline{u'_i u'_j} (\partial U_i / \partial x_j)$ .

El término de producción turbulenta de flotación,  $G_b$ , el cual relaciona los campos de velocidades con las temperaturas fluctuantes debido a la estratificación térmica es:

$$\frac{G_b}{\rho} = -g_i \beta \frac{\nu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_i}. \quad 4.10$$

El término de disipación turbulenta es  $-\beta^* f_{\beta^*} k \omega$ . De donde:

$$f_{\beta^*} \begin{cases} 1 \quad \forall \xi_k \leq 0 \\ \frac{1 + 680 \xi_k^2}{1 + 400 \xi_k^2} \quad \forall \xi_k > 0 \end{cases} \quad 4.11$$

$$\xi_k = \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}.$$

Y  $\beta^*$  es una función de amortiguación de  $Re_t$ :

$$\beta^* = \beta_\infty^* \left( \frac{4/15 + (Re_t/R_\beta)^4}{1 + (Re_t/R_\beta)^4} \right). \quad 4.12$$

Por otro lado, la ecuación de transporte para el ritmo de disipación específico de energía cinética turbulenta es:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \alpha \frac{\omega}{k} - \beta f_\beta k \omega^2. \quad 4.13$$

En el término de producción (donde aparece  $\alpha$ ),  $\alpha$  es otra función de amortiguación:

$$\alpha = \frac{\alpha_\infty}{\alpha^*} \left( \frac{\beta_0 + Re_t/R_\omega}{1 + Re_t/R_\omega} \right). \quad 4.14$$

En el término de disipación  $-\beta f_\beta k \omega$ ,  $f_\beta$  es:

$$f_\beta = \frac{1 + 70\xi_\omega}{1 + 80\xi_\omega} \quad 4.15$$

$$\xi_\omega \equiv \left| \frac{\Omega_{ij} \Omega_{jk} S_{ki}}{(\beta_\infty^* \omega)^3} \right|.$$

Siendo  $\Omega_{ij}$  y  $S_{ki}$  los tensores de rotación y de deformación del flujo medio, definidos por:

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad 4.16$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right).$$

Nótese que  $\xi_\omega$  es nulo para flujos bidimensionales.

Por último, los siguientes parámetros experimentales cierran el modelo:

$$\begin{aligned} \sigma_k = 2, \quad R_k = 6, \quad \alpha_0^* = \frac{\beta_i}{3}, \quad \beta_i = \beta = 0.072, \quad R_\beta = 8, \\ \beta_\infty^* = 0.09, \quad \sigma_\omega = 2, \quad R_\omega = 2.95, \quad R_k = 6, \quad \alpha_\infty = 0.52, \\ \alpha_0 = \frac{1}{9}. \end{aligned} \quad 4.17$$

$$\varepsilon = \beta^* \omega k. \quad 4.18$$



# 5. Validación del software empleado

Antes de realizar las simulaciones principales, objeto del presente trabajo, se procederá a realizar una validación del software empleado, en este caso GAMBIT y FLUENT, con un primer problema que servirá de toma de contacto con los mismos. El paquete de ANSYS ya ha sido ampliamente estudiado y catalogado como muy preciso en muchas ocasiones, como puede ser el caso del estudio de Gunjanb, Bhatt et al. [18], que muestra poco más de un 5% de diferencia en el resultado de la solución con respecto a la resolución práctica.

## 5.1. Flujo laminar

Aunque en la turbina y en las tres geometrías no se tendrá nunca un flujo laminar, un caso similar al del estudio del proyecto y que puede ser interesante como validación del software, debido a que los resultados son empíricamente demostrables, es la pérdida de carga en un conducto rectilíneo de sección circular de diámetro  $D$  y longitud  $L$ , donde  $D \ll L$ . Resultados experimentales muestran que el flujo se desarrolla completamente en una longitud de entre 25 y 40 veces el diámetro de entrada para estos casos, de esta forma, se asegura que el flujo está completamente desarrollado dentro de la longitud del tubo y puede compararse el resultado de la simulación numérica mediante FLUENT con el obtenido a través del diagrama de Moody o la ecuación de Hagen-Poiseuille para bajos números de Reynolds:

$$\lambda = \frac{64}{Re} \tag{5.1}$$

En la misma,  $\lambda$  es la pérdida de carga buscada, y  $Re$  el número de Reynolds.

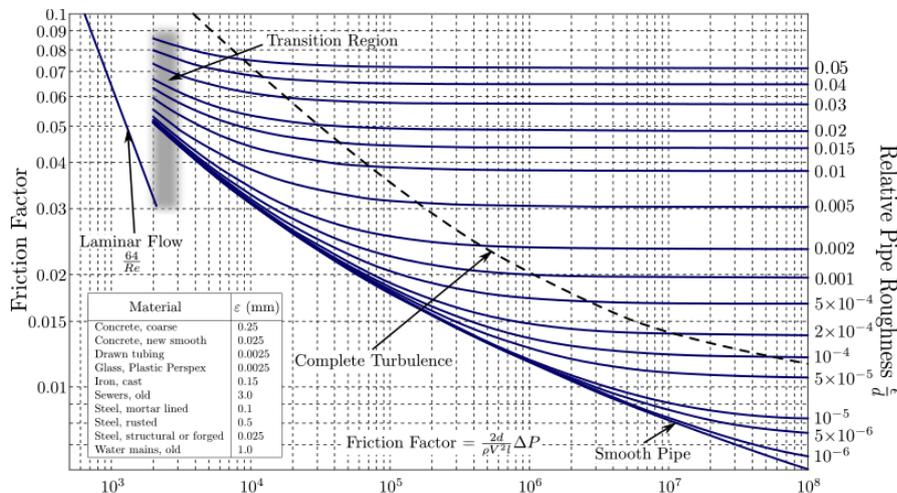


Fig. 12. Diagrama de Moody

Primero se resuelve  $\lambda$  analíticamente ( $Re \approx 1000$ ):

$$\lambda = \frac{64}{\frac{\rho v D}{\mu}} = \frac{64}{\frac{998.2 \cdot 0.001 \cdot 1}{0.001003}} = 0.0643$$

Y luego se hace a través de FLUENT:

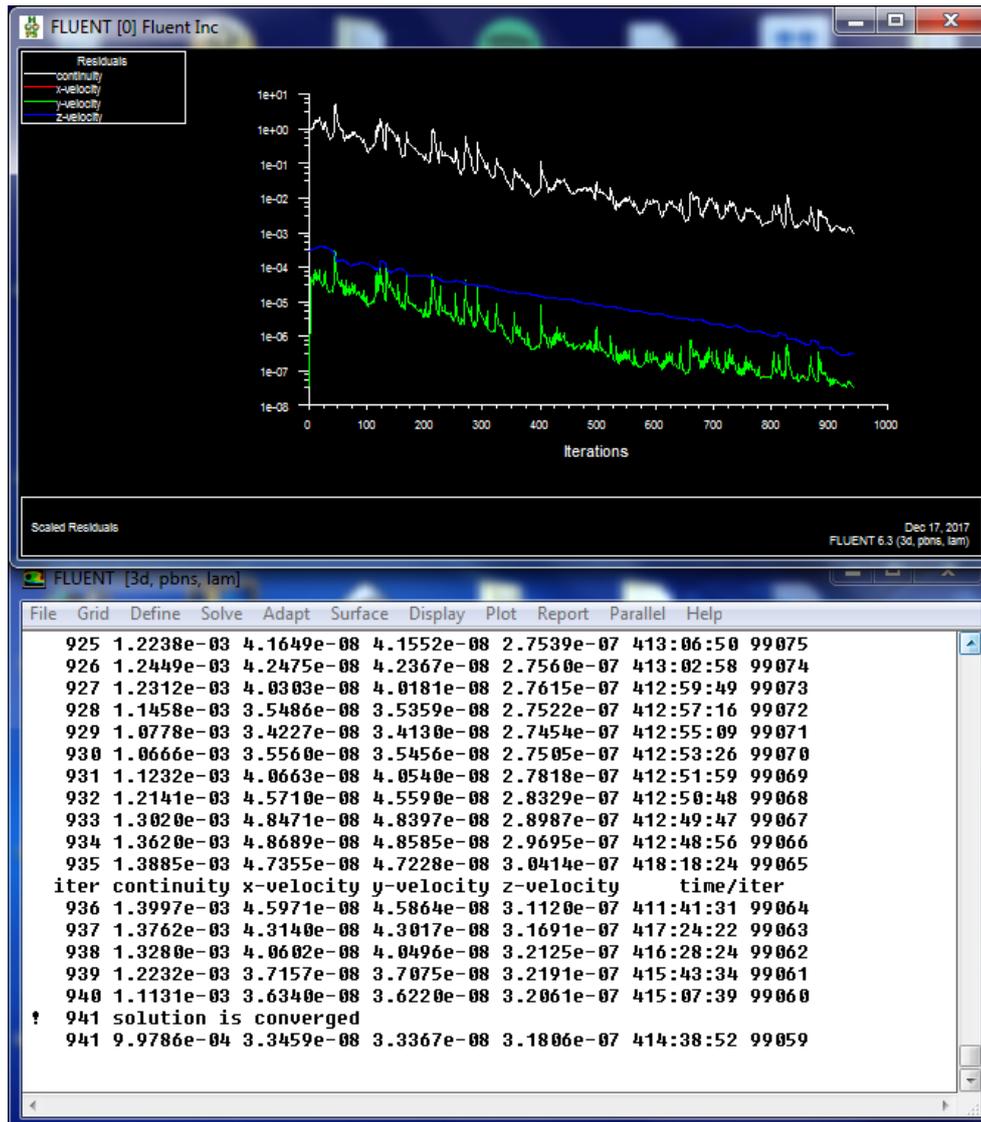


Fig. 13. Convergencia de la solución con  $v = 0.001 \text{ m/s}$ ,  $D = 1 \text{ m}$  y  $L = 100 \text{ m}$

Para ello se ha usado una malla de las siguientes características:

504824 nodes.
100000 mixed wall faces, zone 3.
892 mixed pressure-outlet faces, zone 4.
892 mixed velocity-inlet faces, zone 5.
5241830 mixed interior faces, zone 7.
2620915 mixed cells, zone 2.

**Tabla 1. Características del mallado del tubo**

Se calcula la presión de entrada y de salida mediante FLUENT para poder aplicar la siguiente ecuación:

$$\lambda = \frac{(p_e - p_s)/L}{\frac{1}{2} \rho v^2 / D} \quad 5.2$$

FLUENT da:

Area-Weighted Average  
Total Pressure (pascal)

-----	
ent	0.0056216605
sal	0.0006206336
-----	
Net	0.0031211469

Entonces:

$$\lambda = \frac{(0.0056216605 - 0.0006206336)/100}{\frac{1}{2} \cdot 998.2 \cdot 0.001^2 / 1} = 0.100$$

El resultado difiere un poco por lo que se busca reducir el número de Reynolds y hacer otra simulación con una malla menos densa para comprobar que se va por buen camino.

Se reduce el diámetro a 0.1 m, la velocidad a 0.001 m/s y se cambia la longitud a 20 m.

De modo que  $Re \approx 100$  y  $Re_{ef} \approx 0.5$ , siendo éste el Reynolds efectivo definido como  $Re_{ef} = Re \frac{D}{L}$ .

Según Hagen-Poiseuille:

$$\lambda = \frac{64}{\frac{\rho v D}{\mu}} = \frac{64}{\frac{998.2 \cdot 0.001 \cdot 0.1}{0.001003}} = 0.643$$

Y según FLUENT:

Area-Weighted Average	
Total Pressure	(pascal)
-----	
corte10	0.029825764
sal	0.00077538041
-----	
Net	0.015300565

Entonces:

$$\lambda = \frac{(0.029825764 - 0.00077538041) / 10}{\frac{1}{2} \cdot 998.2 \cdot 0.001^2 / 0.1} = 0.582$$

Ahora se fija el diámetro a 0.2 m, la velocidad en 0.0001 m/s y la longitud sigue igual en 20 m.

De modo que  $Re \approx 20$  y  $Re_{ef} \approx 1$ .

Según Hagen-Poiseuille:

$$\lambda = \frac{64}{\frac{\rho v D}{\mu}} = \frac{64}{\frac{998.2 \cdot 0.0001 \cdot 0.2}{0.001003}} = 3.215$$

Y según FLUENT:

Area-Weighted Average	
Total Pressure	(pascal)
-----	
corte10	0.00078763766
sal	8.6847631e-06
-----	
Net	0.00039816104

Entonces:

$$\lambda = \frac{(0.00078763766 - 8.6847631e - 06)/10}{\frac{1}{2} \cdot 998.2 \cdot 0.0001^2 / 0.2} = 3.121$$

Finalmente se opta por fijar el diámetro a 0.4 m, la velocidad en 0.0001 m/s y la longitud sigue igual en 20 m.

De modo que  $Re \approx 40$  y  $Re_{ef} \approx 2$ .

Según Hagen-Poiseuille:

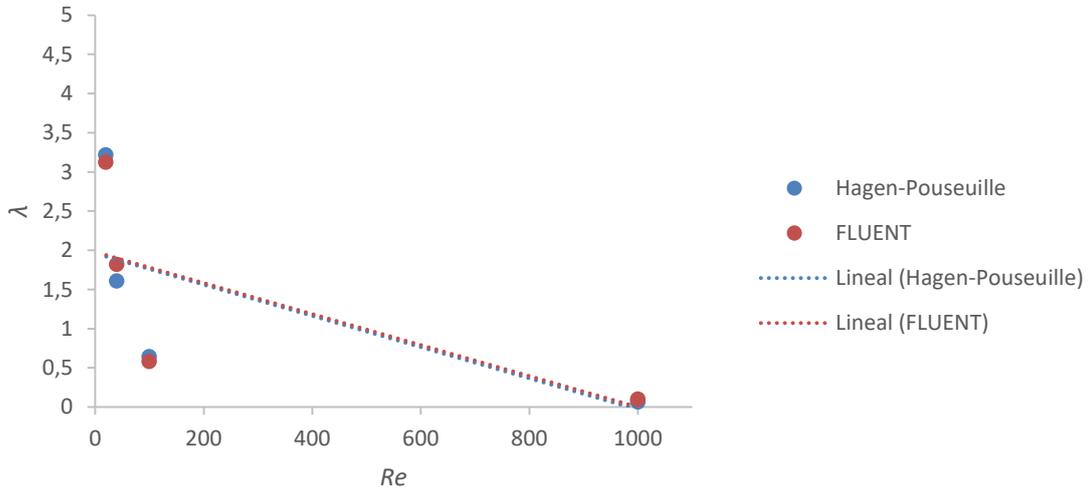
$$\lambda = \frac{64}{\frac{\rho v D}{\mu}} = \frac{64}{\frac{998.2 \cdot 0.0001 \cdot 0.4}{0.001003}} = 1.608$$

Y según FLUENT:

Area-Weighted Average	
Total Pressure	(pascal)
-----	
corte10	0.00023384686
sal	6.8593326e-06
-----	
Net	0.00012035304

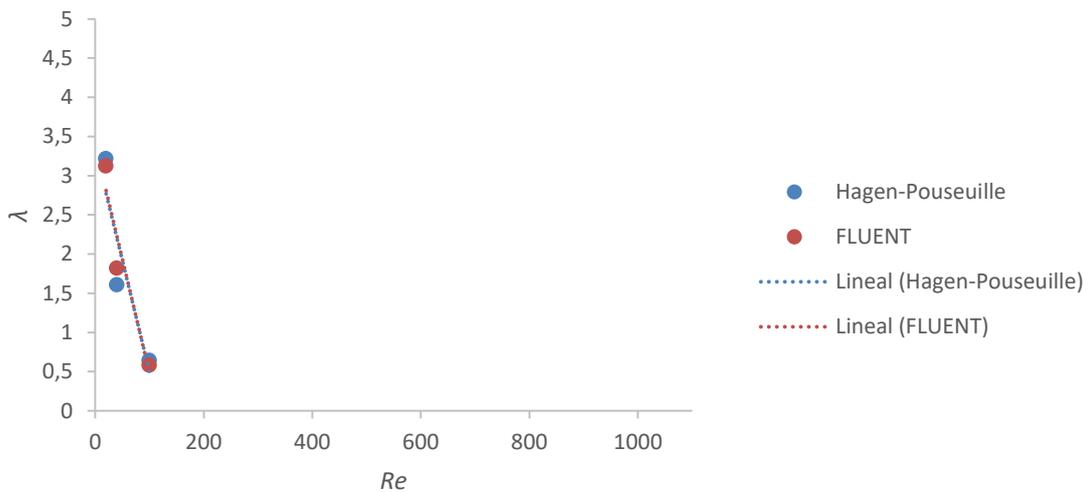
Entonces:

$$\lambda = \frac{(0.00023384686 - 6.859332e - 06)/10}{\frac{1}{2} \cdot 998.2 \cdot 0.0001^2 / 0.4} = 1.819$$



**Fig. 14. Resultados de la validación del flujo laminar**

Se aprecia claramente una tendencia entre los tres primeros puntos que comparten un bajo número de Reynolds efectivo. Por lo que para obtener la tendencia buscada se ha de eliminar el último punto, de forma que la gráfica quedaría así:



**Fig. 15. Tendencia de los resultados de la validación del flujo laminar para bajo  $Re_{ef}$**

En la última gráfica puede observarse como la recta se asemeja bastante a la correspondiente al diagrama de Moody según el número de Reynolds tratado.

Así pues, se considera como validado el caso laminar y es posible trazar un gráfico lineal con los dos puntos simulados. Además es cómodo y fácil de observar para la mitad del régimen laminar lo parecidas son las soluciones analíticas y por CFD.

## 5.2. Flujo turbulento

Para la validación del caso turbulento se parte de un problema similar al anterior. Donde el diámetro es 1 m, la velocidad 1 m/s y la longitud del tubo recto 20 m.

De modo que  $Re \approx 10^6$ .

Según el diagrama de Moody:

$$\lambda \approx 0.0118$$

Y según FLUENT:

43153 mixed cells, zone 2, binary.
4000 quadrilateral wall faces, zone 3, binary.
153 quadrilateral pressure-outlet faces, zone 4, binary.
153 quadrilateral velocity-inlet faces, zone 5, binary.
86306 triangular interior faces, zone 7, binary.
10026 nodes, binary.
10026 node flags, binary.

**Tabla 2. Características del mallado**

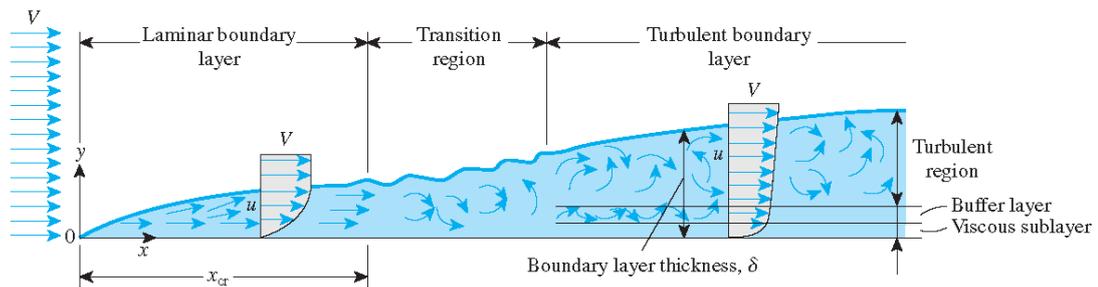
Entonces:

Area-Weighted Average	
Total Pressure	(pascal)
-----	
corte10	554.87354
sal	499.97989
-----	
Net	527.4267

$$\lambda = \frac{(554.87 - 499.98) / 10}{\frac{1}{2} \cdot 998.2 \cdot 1^2 / 1} = 0.011$$

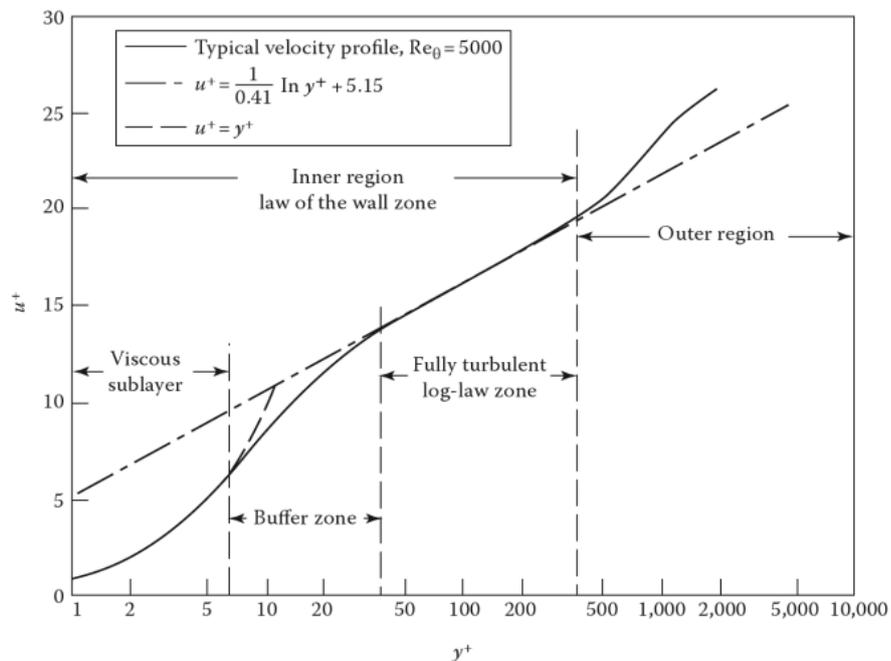
Es importante tener en cuenta en estos casos, la influencia de la ley de la pared en la resolución de los problemas mediante CFD, esto es debido a que la capa límite se divide en dos zonas de estudio (Zamora B. [3]):

- Región exterior: En la que son despreciables los efectos viscosos frente a los términos convectivos. No hay que confundir con el flujo externo a la capa límite.
- Región interior: Zona en que los esfuerzos viscosos no son despreciables. A su vez, dentro de ésta, muy cerca de la pared la viscosidad llega a ser dominante, pues las fluctuaciones turbulentas tienden a anularse.



**Fig. 16. Desarrollo de la capa límite sobre un plano (fuente: Stack Exchange)**

A continuación, se muestra el perfil de velocidad media en la capa límite turbulenta (conocido como ley de la pared):



**Fig. 17. Perfil universal de velocidades en régimen turbulento**

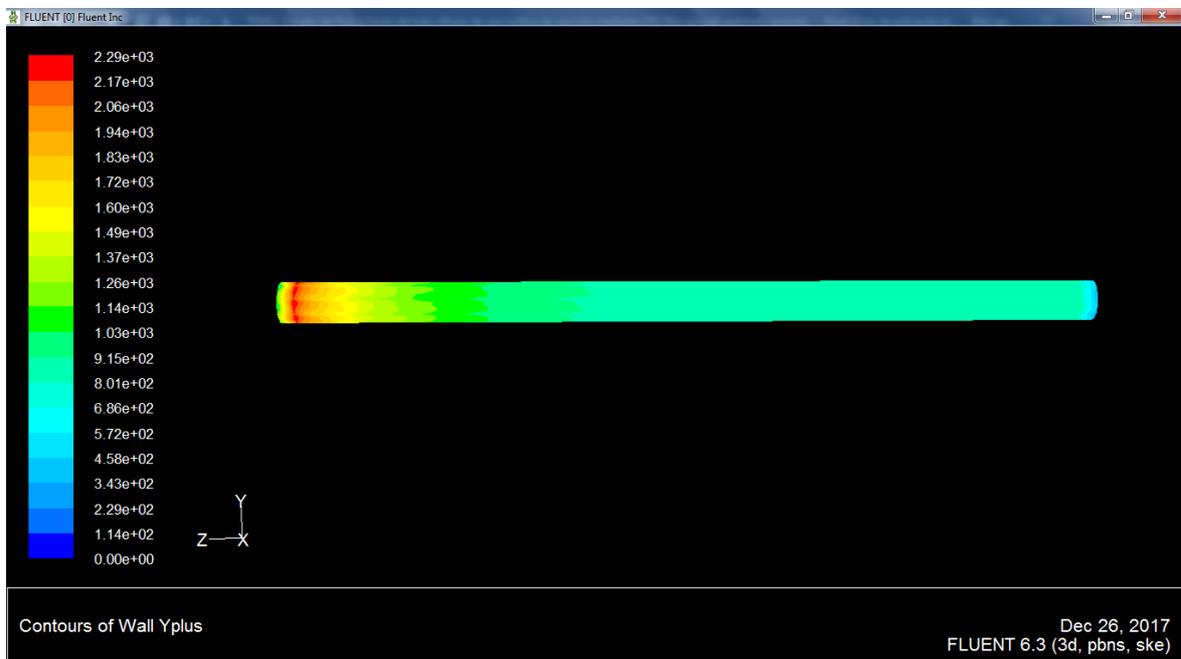
En los ejes coordenados se representan las variables adimensionales  $u^+$  e  $y^+$ , dadas respectivamente por

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau}, \quad y^+ = \frac{u_\tau}{\nu} y. \quad 5.3$$

Se aclara que  $u_\tau$  es la velocidad de agitación turbulenta, definida en función del esfuerzo cortante en la pared como  $\tau_p = \rho u_\tau^2$ .

Así pues, es de interés conocer los valores de  $y^+$  para las simulaciones que se realicen, a modo de valorar la influencia del mismo en los resultados.

Para esta primera simulación, esto puede verse claramente en la siguiente imagen:



**Fig. 18. Contornos Yplus en la pared**

Area-Weighted Average

Wall Yplus

-----  
 wall      991.61755

Para la segunda simulación de validación se cambia la velocidad a 0.1 m/s y se repite la simulación. La malla permanece invariable.

De modo que  $Re \approx 10^5$ .

Según el diagrama de Moody:

$$\lambda \approx 0.018$$

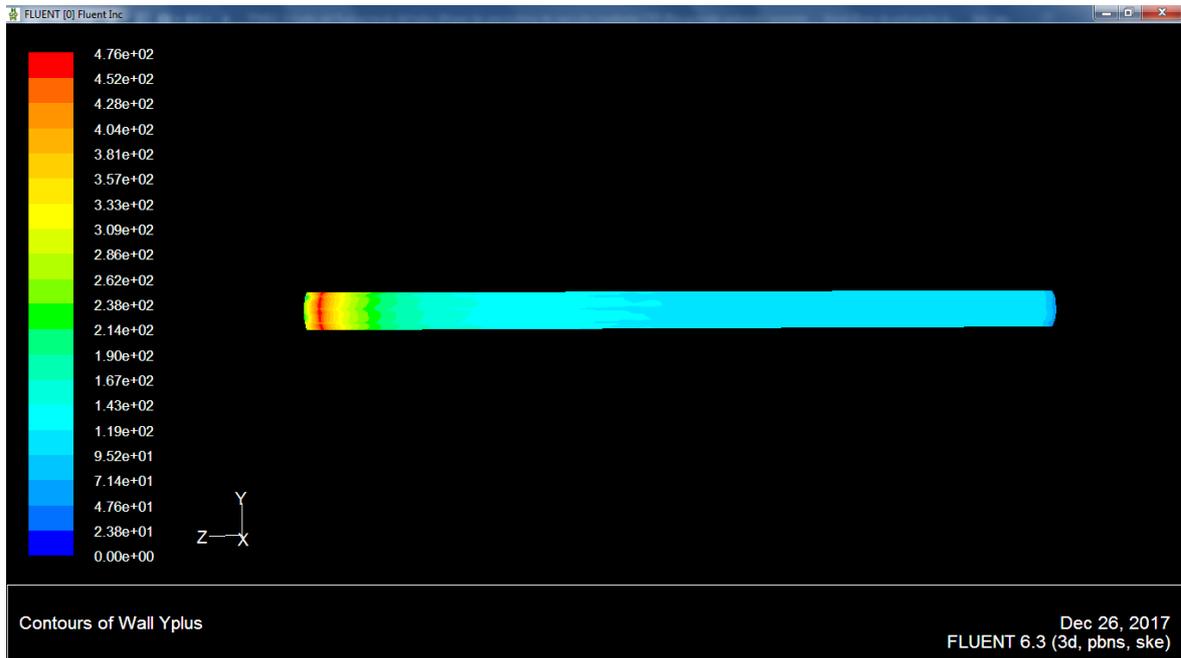
Según FLUENT:

Area-Weighted Average  
Total Pressure (pascal)

-----	
corte10	6.0529981
sal	5.0100088
-----	
Net	5.5315032

$$\lambda = \frac{(6.0529981 - 5.0100088) / 10}{\frac{1}{2} \cdot 998.2 \cdot 0.1^2 / 1} = 0.0208$$

Y el Yplus:



**Fig. 19. Contornos Yplus en la pared**

Area-Weighted Average

Wall Yplus

-----  
wall      142.6778

Para la tercera simulación de validación se cambia la velocidad a 0.01 m/s y se repite la simulación. La malla permanece invariable.

De modo que  $Re \approx 10^4$ .

Según el diagrama de Moody:

$$\lambda \approx 0.036$$

Según FLUENT:

Area-Weighted Average  
Total Pressure (pascal)

-----  
corte10      0.078804195

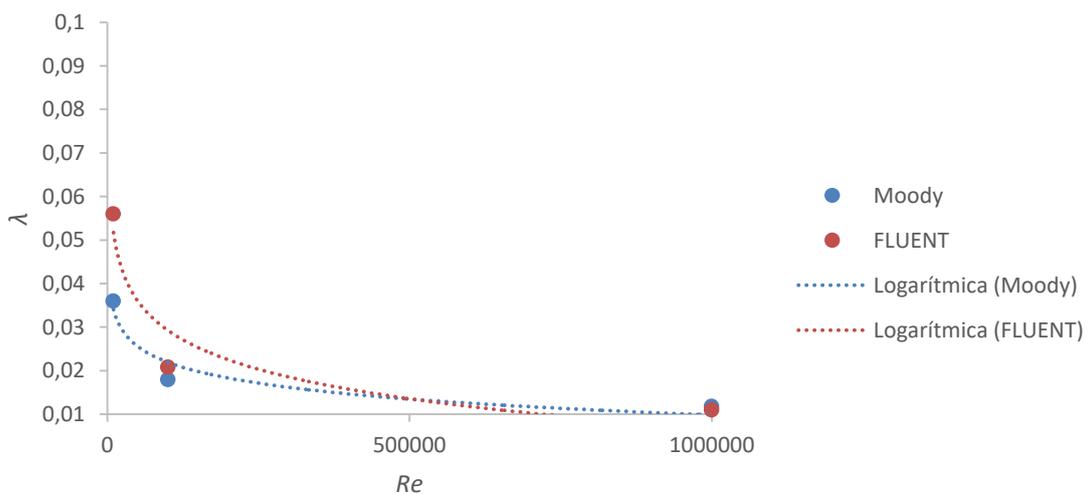
sal          0.050591566  
-----

Net         0.064697877

$$\lambda = \frac{(0.078804195 - 0.050591566) / 10}{\frac{1}{2} \cdot 998.2 \cdot 0.01^2 / 1} = 0.056$$

Se ve la casi semejanza de los resultados tanto en esta simulación, como en las anteriores.

Es posible trazar un gráfico con los dos puntos simulados. De esta forma es más comodo y fácil de observar para el régimen turbulento lo parecidas son las soluciones analíticas y por CFD.



**Fig. 20. Representación gráfica de los resultados de las simulaciones**

Se aprecia la similitud de los resultados de manera muy notable, así como la forma logarítmica de la función definida por los resultados de FLUENT, que tiende a adoptar la forma de la curva del diagrama de Moody.



# 6. Resultados numéricos para un tubo difusor acodado

## 6.1. Dimensionamiento de la turbina

Para acometer la simulación numérica, debe dimensionarse una turbina. Para ello, se tienen en cuenta una serie de recomendaciones y relaciones que existen en la literatura disponible sobre dimensionamiento de turbinas, las cuales se basan en el estudio experimental de un gran número de turbinas hidráulicas que sirven para establecer un punto de partida para el diseño de turbinas, así como de sus parámetros fundamentales.

La turbina que se pretende estudiar en el presente trabajo es una turbina de reacción tipo Kaplan, por lo que podemos suponer que se tiene en inicio una velocidad de giro aproximada de 500 rpm.

Se puede calcular el número de pares de polos,  $n_p$ :

$$n_p = \frac{2\pi f}{\Omega} = \frac{2\pi \cdot 50}{500 \frac{2\pi}{60}} = 6$$

Con los datos disponibles hasta el momento, se propone un valor de  $\Omega_s = 4$ .

Se puede el salto neto, tomando un caudal unitario y teniendo en cuenta la siguiente ecuación que tiene en cuenta el punto de máximo rendimiento de la turbina:

$$\Omega_s = \Omega \frac{Q^{1/2}}{(gH_n)^{3/4}} \Big|_{\eta \text{ máx}} \quad 6.1$$

Donde  $\Omega_s$  es la velocidad específica adimensional,  $\Omega$  la velocidad específica en revoluciones por minuto,  $g$  la constante universal gravitacional en  $m/s^2$ ,  $H_n$  el salto neto en metros y  $Q$  el caudal en  $m^3/s$ .

Se despeja el salto neto:

$$H_n \cong 20 \text{ m}$$

La siguiente tabla muestra valores recomendados según el salto neto ( $H_n$ ), el número de álabes  $N$ , y la relación entre el diámetro del álabe y el diámetro en la punta del álabe ( $D_r/D_p$ ).

$H_n$	5	20	40	50	60	70
$N$	3	4	5	6	7	8
$D_r/D_p$	0.3	0.4	0.5	0.55	0.6	0.7

Tabla 3. Valores recomendados según Mataix, 2009 [19]

Con el salto tenido, por tanto, se tiene  $N = 5$  y  $D_r/D_p = 0.4$ .

Se define el coeficiente de velocidad axial como:

$$C_a = \frac{v_a}{\sqrt{2gH_n}} \quad 6.2$$

Valores típicos de la experimentación sugieren estimar  $C_a = 0.55$ . Con lo que se despeja la velocidad axial:

$$v_a = 0.55 \cdot \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 20} = 10.89 \text{ m/s}$$

Se supone que la velocidad axial es uniforme a través del rodete. Por tanto, la condición de conservación de la masa

$$Q = v_a \left( \frac{\pi}{4} (D_p^2 - D_r^2) \right), \quad 6.3$$

demuestra que:

$$Q = v_a \left( \frac{\pi}{4} (D_p^2 - 0.4^2 D_p^2) \right) = v_a \frac{\pi}{4} \cdot 0.84 D_p^2$$

Sustituyendo  $D_r/D_p = 0.4$  y  $v_a = 10.89 \text{ m/s}$  y despejando:

$$D_p = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot 0.84 \cdot v_a}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1}{\pi \cdot 0.84 \cdot 10.89}} = 0.373 \text{ m}$$

Si se recupera la relación anterior:

$$D_r = 0.4 \cdot 0.373 = 0.149 \text{ m}$$

El diámetro en la punta de las palas es también el diámetro del rodete,  $D$ :

$$D = D_p = 0.373 \text{ m}$$

Este diámetro puede ser una aproximación bastante buena del diámetro a la entrada del tubo difusor, parte de estudio del presente trabajo.

Según F. de Siervo y F. de Leva (1978), la velocidad específica de las Kaplan se puede calcular con la expresión:

$$\Omega_s = \frac{2419}{H^{0.489}} \quad 6.4$$

Asimismo, tal y como se recoge en C. Diego y E. Vallarino (2000) [20], se puede utilizar una expresión alternativa propuesta por Schweiger y Gregori (1987 y 1989):

$$\Omega_s = \frac{2375}{H^{0.486}}$$

Para las dimensiones del rodete se propone calcular la velocidad periférica  $k_u$ :

$$k_u = 0.79 + \frac{\Omega_s}{621}, \quad 6.5$$

por lo que el diámetro del rodete resulta:

$$D = \frac{84.55 \cdot k_u \sqrt{H}}{\Omega} \quad 6.6$$

Si se combinan las expresiones que dan el coeficiente de velocidad periférica, el diámetro del rodete y la potencia de la turbina y suponiendo un rendimiento de ésta de 0.91, el cual es un valor promedio bastante aceptable dentro del rango es este tipo de turbinas, se llega a una expresión que relaciona el caudal nominal con el cuadrado del diámetro del rodete, de la forma:

$$Q = f(H) \cdot D^2 \quad 6.7$$

La función  $f(H)$  tiene una variación pequeña en el campo de aplicación usual de las turbinas Kaplan (según F. de Siervo un 7%), lo que indica la dependencia directa entre el caudal y el área de la sección del rodete, o lo que es lo mismo, una velocidad ficticia de paso casi independiente del salto; esta velocidad es, aproximadamente, 5.7 m/s, lo que permite obtener una aproximación rápida del diámetro del rodete:

$$D = \frac{\sqrt{Q}}{2.7} \quad 6.8$$

Que, en caso de un caudal unitario como el tomado en los anteriores cálculos, resulta  $D = 0.37 \text{ m}$ , lo cual es un valor bastante parecido al calculado anteriormente.

En Radha et al. [5], se proponen otras fórmula para turbinas tipo Kaplan.

El tamaño del rodete ( $D$ ) y por tanto de la entrada al tubo difusor, debe estar relacionado con el caudal ( $Q$ ) de la siguiente manera:

$$D = \frac{Q^{0.5}}{2.72}.$$

6.9

Lo que arroja un valor idéntico del diámetro del rodete o rotor, de 0.37 m.

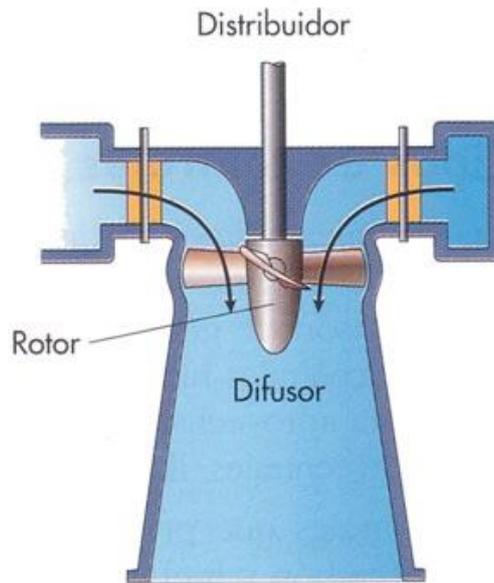


Fig. 21. Esquema de la turbina

## 6.2. Mallado mediante GAMBIT

Se debe diferenciar el tubo difusor en dos partes: la primera es una parte con forma de codo, que pasa desde una superficie de entrada paralela a la horizontal, hasta una rectangular que es perpendicular a la horizontal, mientras que la segunda es el tronco piramidal que configura la parte final del difusor.

Se ha dibujado en *Rhinoceros* la figura de una circunferencia y un rectángulo, siendo la primera la entrada y la segunda de salida de la primera parte antes citada. La parte de salida de la primera parte coincide con la parte de entrada de la segunda parte.

Finalmente, otro rectángulo más grande, constituye la salida de la segunda parte.

Se ha tomado como dimensiones, un diámetro de rodete igual a 0.37 m y una longitud total del tubo en el eje OX de 2.12 m, tal y como se dimensionó anteriormente.

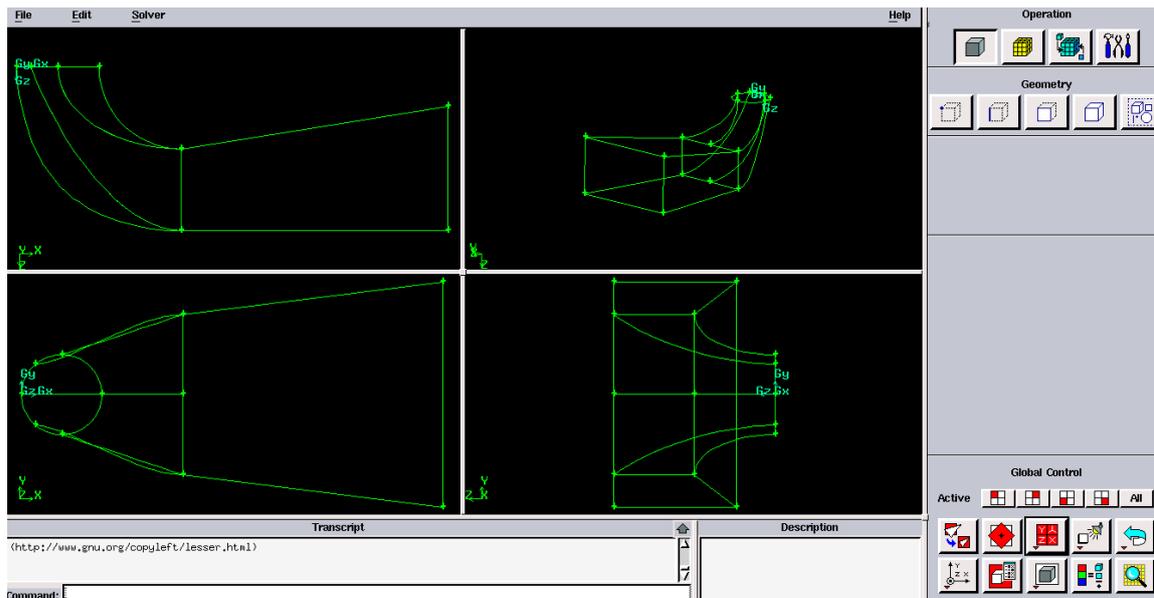


Fig. 22. Tubo difusor en GAMBIT

Ahora se debe empezar a realizar el mallado, en el orden ya explicado anteriormente. En esta primera malla, que se presenta a continuación, se ha usado en todos los casos un *Interval count* de 10.

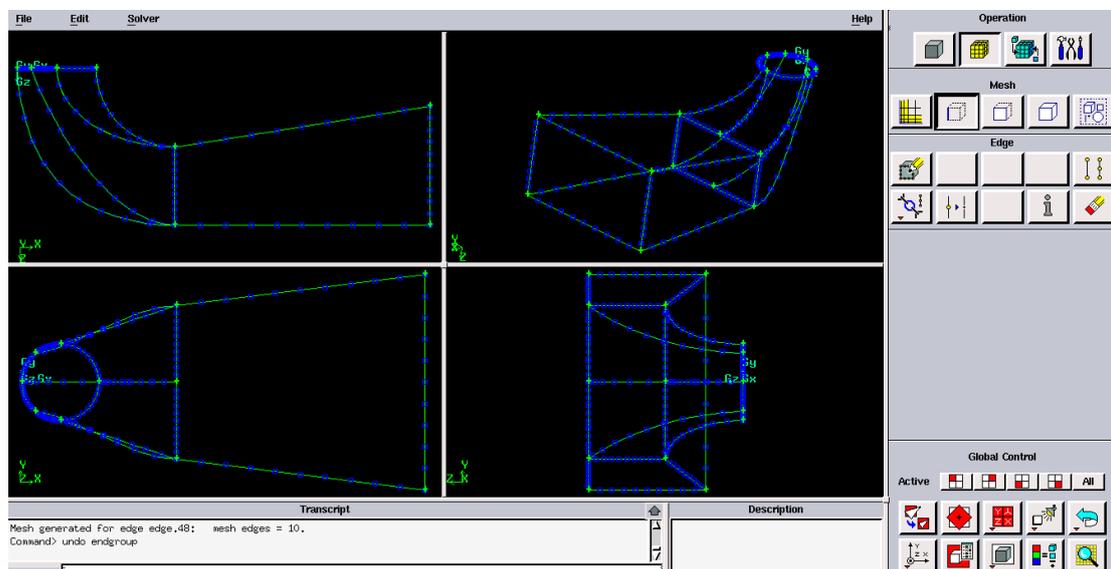
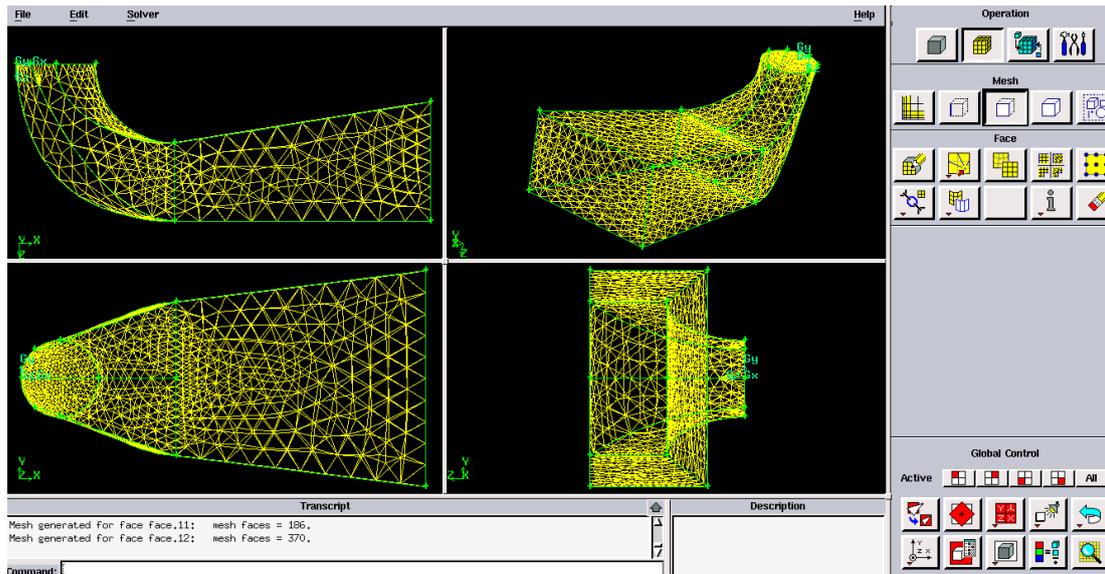


Fig. 23. Mallado de líneas

Para mallar por superficies se ha usado, además, la opción tipo *Tri*.



**Fig. 24. Mallado de superficies (malla ligera)**

Finalmente, para el mallado por volúmenes se ha escogido el tipo *Tet/Hybrid* para los elementos malla. No se adjunta la imagen, al ser muy similar ésta a la imagen anterior, pero se aporta el dato de *mesh volumes* o volúmenes mallados, siendo igual éste a 9945, lo cual conforma una malla razonable y sobre todo manejable para iniciar las simulaciones. Más tarde, en etapas avanzadas, se probará con una malla más precisa y pesada, para contrastar los resultados.

Ahora se deben definir las condiciones de contorno, que serán: “pressure outlet” para la sección de salida, “velocity inlet” para la entrada y “wall” para el resto. De esta forma se le dice a GAMBIT que comportamiento tendrá el fluido en los límites del volumen que representa el tubo y se caracteriza el fluido.

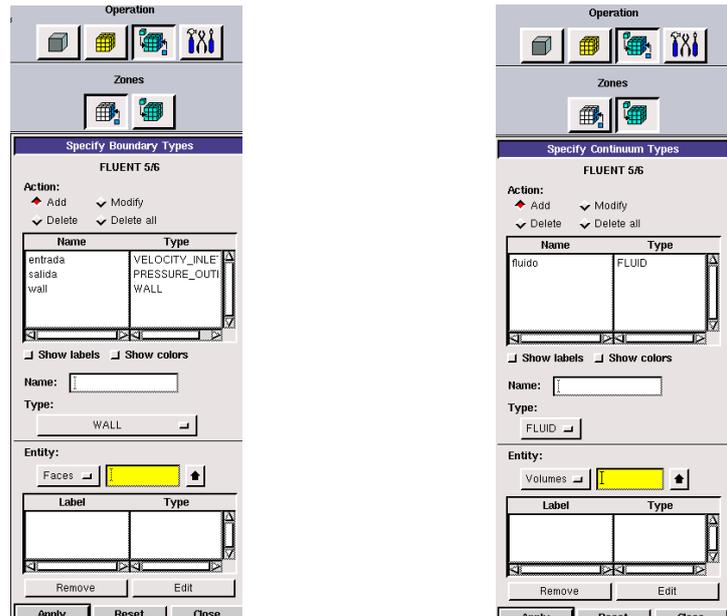


Fig. 25. Condiciones de contorno y selección del flujo

Tras esto se exporta el archivo *.mesh* de la malla.

### 6.3. Cálculos mediante FLUENT

Tras mallar en GAMBIT, la malla está lista para importarse a FLUENT, lugar donde se llevarán a cabo las simulaciones.

NOTA: se recuerda que, salvo especificarse lo contrario, las unidades de las magnitudes que se estudian en este trabajo son las correspondientes al Sistema Internacional de unidades (S.I.).

#### 6.3.1. Influencia del mallado (malla pesada)

Antes de nada, se comprueba la malla una vez importada y se muestra la misma:

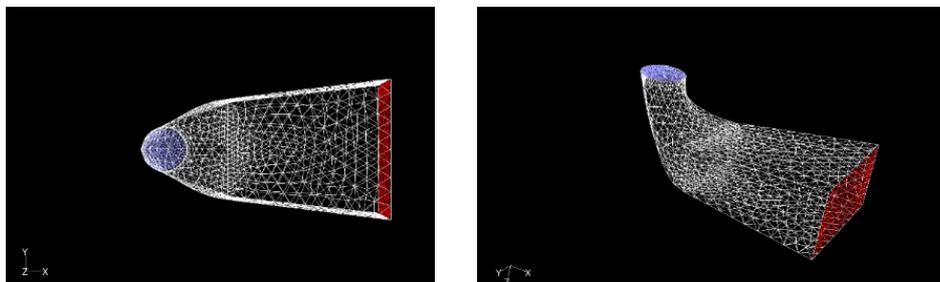


Fig. 26. Malla ligera en FLUENT

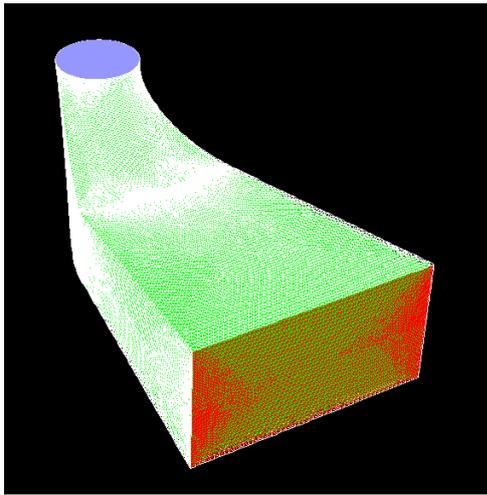


Fig. 28. Malla de 550.000 celdas en FLUENT

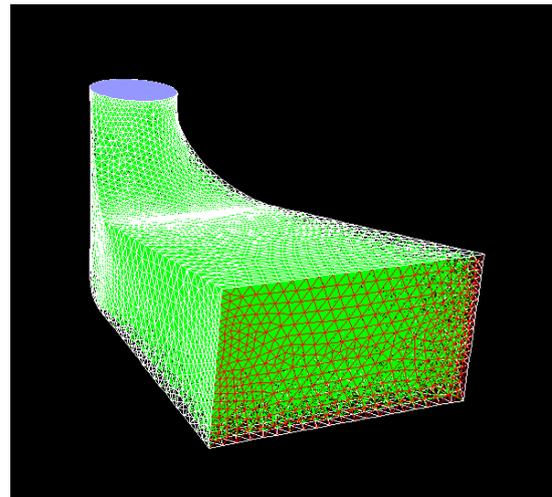


Fig. 27. Malla de 50.000 celdas en FLUENT

Hay autores como Balint [24] (2004) o Carija [25] (2006) que consideran que una malla de 800.000 celdas es suficiente para una turbina Kaplan (en el caso de Balint), mientras que unas mallas hexaedrales desestructuradas, de 100.000, 240.000, 500.000, en el caso de Carija, son aceptables para la simulación del difusor. Ambos autores utilizan el modelo RNG  $k - \epsilon$ .

Es interesante valorar la influencia del mallado cerca de la pared mediante el parámetro  $Y_{plus}$ . Por tanto, el estudio tanto cuantitativo como cualitativo del difusor se mostrará para diversos valores promedio de  $Y_{plus}$ : uno alto y uno bajo. Las mallas pesadas escogidas son estructuradas y cuentan con aproximadamente entre 500.000 y 800.000 celdas tetrahédricas.

Por otro lado, se usó un promediado de área para calcular el valor medio de cada parámetro ( $Y_{plus}$ , velocidades, presiones...).

Para  $Re = 4 \cdot 10^6$ , se obtuvieron los siguientes resultados:

$Y_{plus}$	CR (%)
1180	17.98
540	17,88
270	17,79

Tabla 4. Valores de  $Y_{plus}$  y CR para  $Re = 4 \cdot 10^6$  usando la malla pesada

### 6.3.2. Influencia del mallado (malla ligera)

Debido a la nula influencia del mallado usando mallas pesadas de aproximadamente igual número de celdas, se opta por calcular el CR con una malla mucho más ligera, en torno a 13.000 celdas tetrahédricas, y a distintos valores de Yplus.

Yplus	CR (%)
5310	8,49
1200	9,64
590	11,5
270	12,89

Tabla 5. Valores de Yplus y CR para  $Re = 4 \cdot 10^6$  usando la malla ligera

La diferencia en el número de celdas es un factor determinante en la distribución de presión a lo largo del tubo y, por tanto, en el CR. Por otro lado, la influencia del Yplus para mallas con semejante número de celdas parece ser prácticamente nula para la malla pesada.

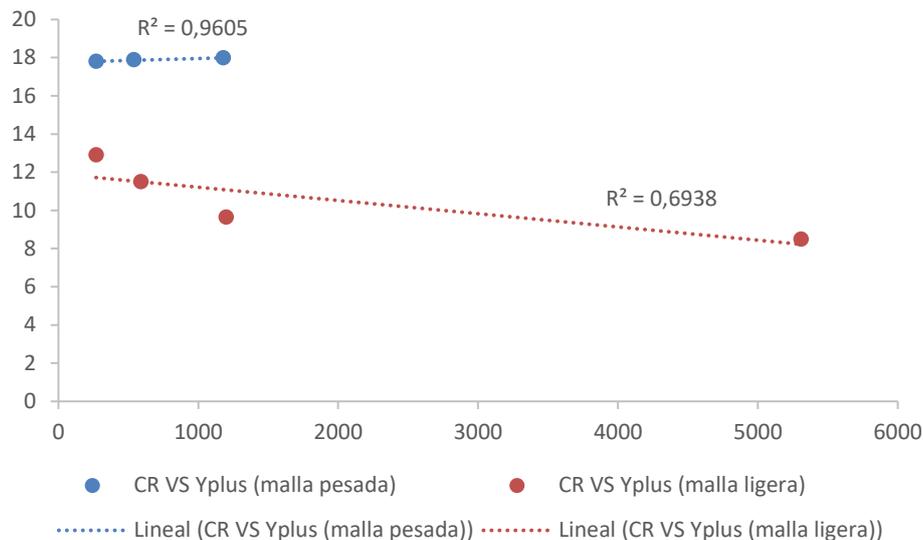
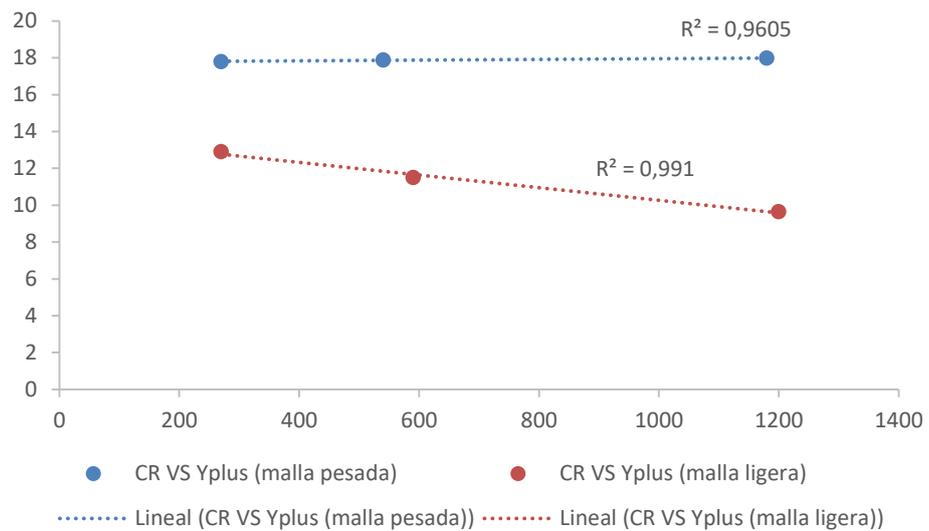


Fig. 29. CR (ordenadas) e Yplus (abscisas) para distintos tipos de mallas

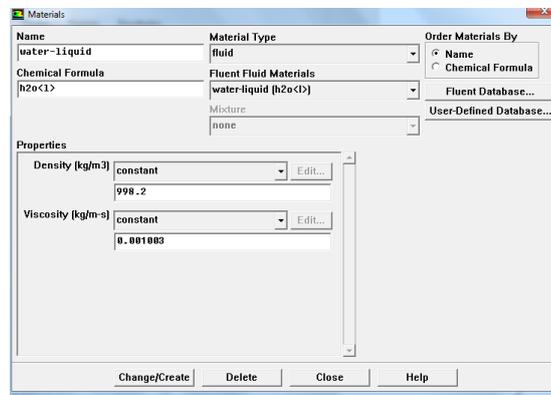
Si se elimina el punto más alejado de la gráfica, por ser un valor Yplus demasiado alto, se obtiene una mejor correlación, como se muestra en la siguiente imagen:



**Fig. 30. CR (ordenadas) e Yplus (abcisas) para distintos tipos de mallas**

### 6.3.3. Influencia del modelo de turbulencia

Para proceder a los cálculos se deben hacer las configuraciones oportunas dentro de FLUENT.



**Fig. 31. Definición del fluido interior en FLUENT**

Para imponer el flujo de entrada se retomará el valor de la velocidad axial calculado anteriormente para las 500 rpm de la turbina, esto es, 10.89 m/s. Se introduce también el 75% de velocidad angular en radianes por segundo, esto es, 42.27 rad/s. Esto se debe a que en el transcurso desde el rodete al difusor existen pérdidas de velocidad rotacional, que son supuestas en un 25% en este caso.

La forma más apropiada para introducir los valores de entrada del flujo en FLUENT es mediante la utilización de coordenadas cilíndricas desde la opción siguiente:

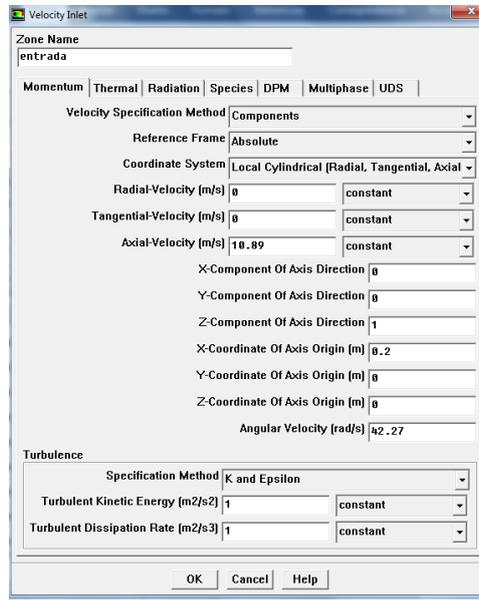


Fig. 32. Caracterización del flujo de entrada

Por otro lado, se establece un modelo de primer orden de resolución para el problema, de la siguiente forma:

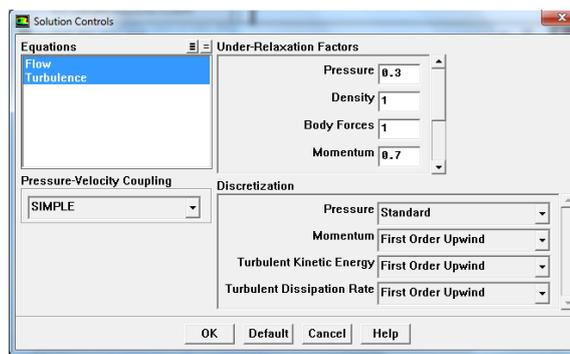


Fig. 33. Caracterización del método de resolución

Se inicializa la simulación y se representan los residuales, para apreciar la convergencia de la solución.

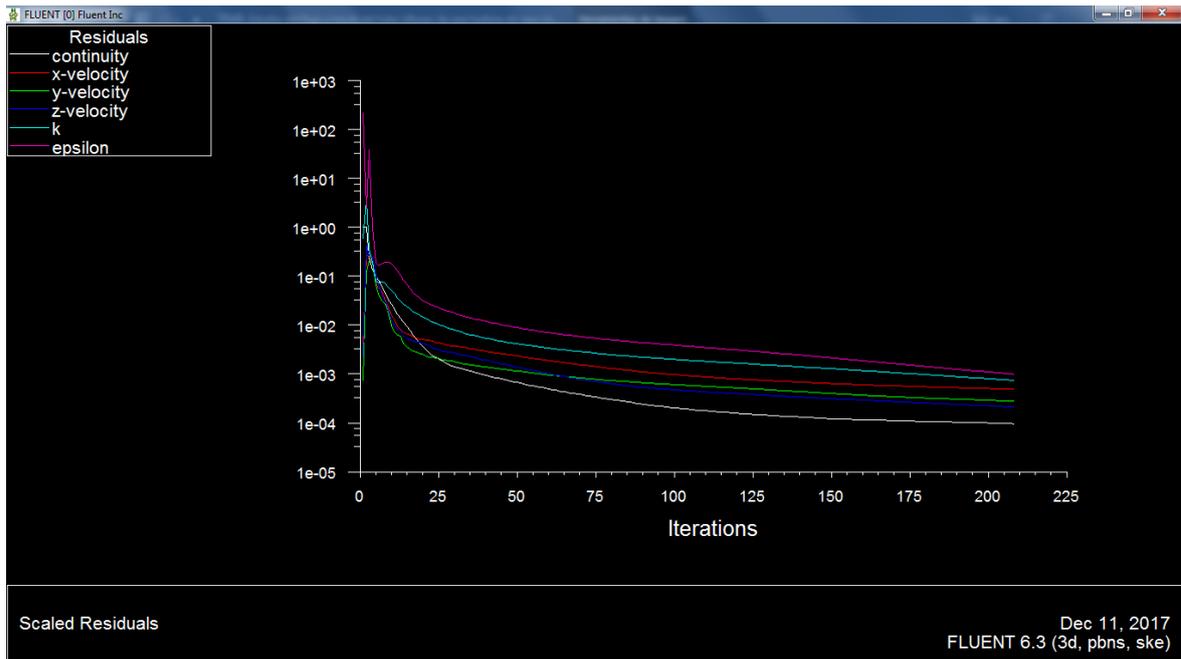


Fig. 34. Errores residuales usando  $k-\epsilon$  y  $Re = 4 \cdot 10^6$

En todos los cálculos se ha tomado Y-plus muy similar y, por tanto, de nulo impacto en los mismos. También, ha de saberse que, de ahora en adelante, salvo concreta especificación, se ha usado la malla pesada.

Para  $Re \simeq 4 \cdot 10^6$ :

**k- $\epsilon$**

$$CR = 17.79\%$$

**k- $\Omega$**

$$CR = 16.47\%$$

### 6.3.4. Influencia de Reynolds

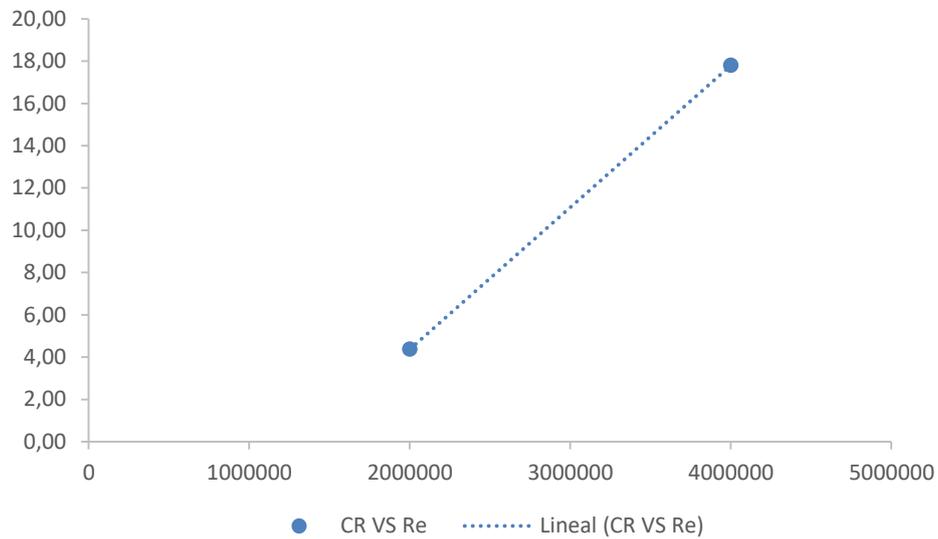
Se evalúa el CR a dos números de Reynolds diferentes.

$$Re \cong 4 \cdot 10^6$$

$$CR = 17.79\%$$

$$Re \cong 2 \cdot 10^6$$

$$CR = 4.37\%$$



**Fig. 35. CR (ordenadas) y Re (abcisas)**

En las siguientes imágenes (modelo k-epsilon y, de ahora en adelante, se asume el mismo salvo especificarse lo contrario) se muestran los vectores y las líneas de corriente según la velocidad:

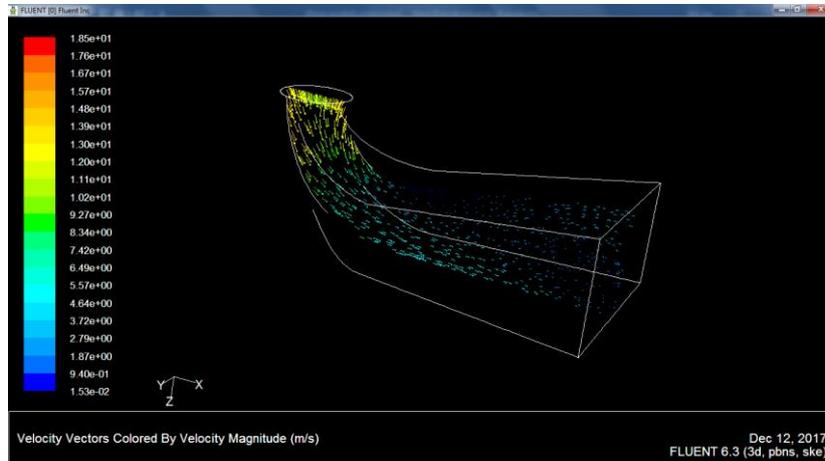


Fig. 36. Vectores de velocidad en el plano de simetría  $Y=0$  para  $Re = 4 \cdot 10^6$

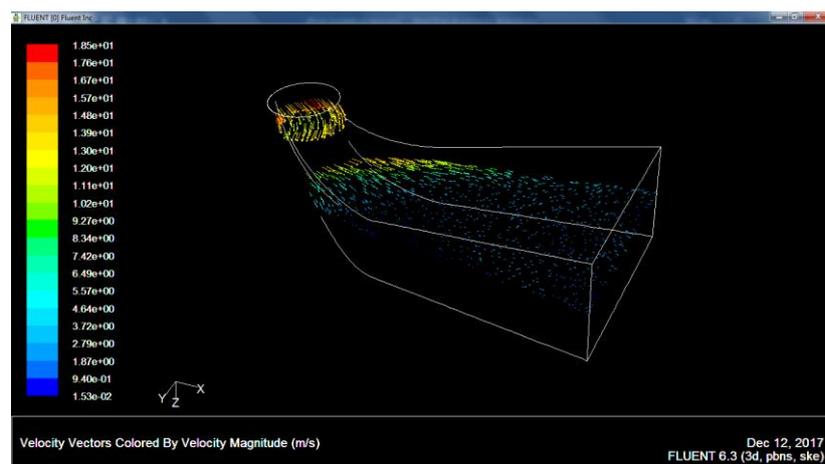


Fig. 37. Vectores de velocidad en planos  $Z=0.1$  y  $Z=0.5$  para  $Re = 4 \cdot 10^6$

En las figuras puede verse que prácticamente no hay separación del flujo con respecto a la pared del tubo, de forma que el flujo tiende a seguir mayoritariamente la curvatura impuesta por la geometría, adaptándose a ella de manera muy notable. Dichas figuras, por tanto, pueden respaldar los resultados aquí obtenidos de un alto CR, tal y como ya anticipó Cervantes (2011) [26], e incluso de la eficiencia total de la turbina.

La figura siguiente ( $Re = 4 \cdot 10^6$ ) representa el campo de presión dinámica en el tubo. En la entrada, fundamentalmente en la parte posterior pegada al codo, se observa una moderada pérdida de presión dinámica. Esta pérdida de presión se

genera por la geometría del tubo de aspiración. En general, de manera uniforme, la presión disminuye a lo largo del difusor del tubo y se vuelve muy baja en la zona de descarga del tubo de aspiración.

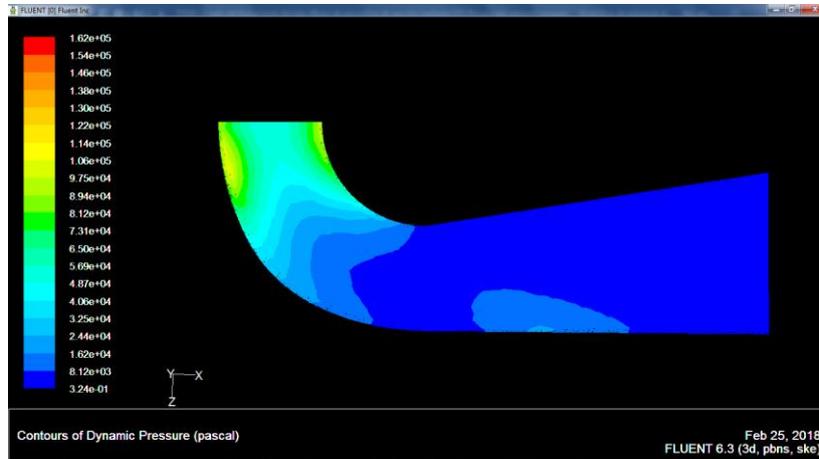


Fig. 38. Contornos de presión dinámica en el plano Y=0 con  $Re = 4 \cdot 10^6$

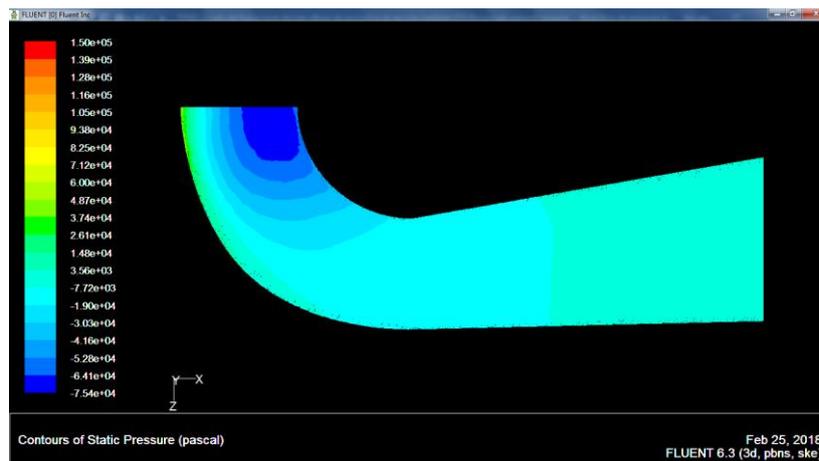


Fig. 39. Contornos de presión estática en el plano Y=0 con  $Re = 4 \cdot 10^6$

La segunda figura ( $Re = 4 \cdot 10^6$ ) representa el campo de presión estática en el tubo de aspiración. Se aprecia la baja presión estática en la entrada del tubo. Esta pérdida de presión estática permite una buena dinámica de flujo dentro del codo. En la parte aguas abajo del codo, la presión estática desciende lentamente hasta el valor mínimo que es alcanzado al final del mismo. En general, salvo en la entrada, la presión estática se mantiene uniforme a lo largo del difusor, algo que no sorprende teniendo en cuenta la poca separación del flujo con respecto a la geometría.



# 7. Resultados numéricos para un tubo difusor acodado de doble salida

## 7.1. Mallado mediante GAMBIT

En este Capítulo, se va a presentar Geometría II: tubo difusor acodado de doble salida, expuesta en el Capítulo 2.

La modificación simétrica del canal de salida está basada en similares como la realizada en un estudio realizado por Motycak et al. (2010) [22], donde se presenta una modificación a la geometría convencional de tubo acodado introduciendo un elemento que divide longitudinalmente el canal de salida. Los resultados del estudio muestran una mejora en la eficiencia del 1%.

Siguiendo el proceso del correspondiente capítulo anterior, se logra mallar en GAMBIT usando la misma configuración. La malla es estructurada y de unas 670000 celdas tetrahédricas.

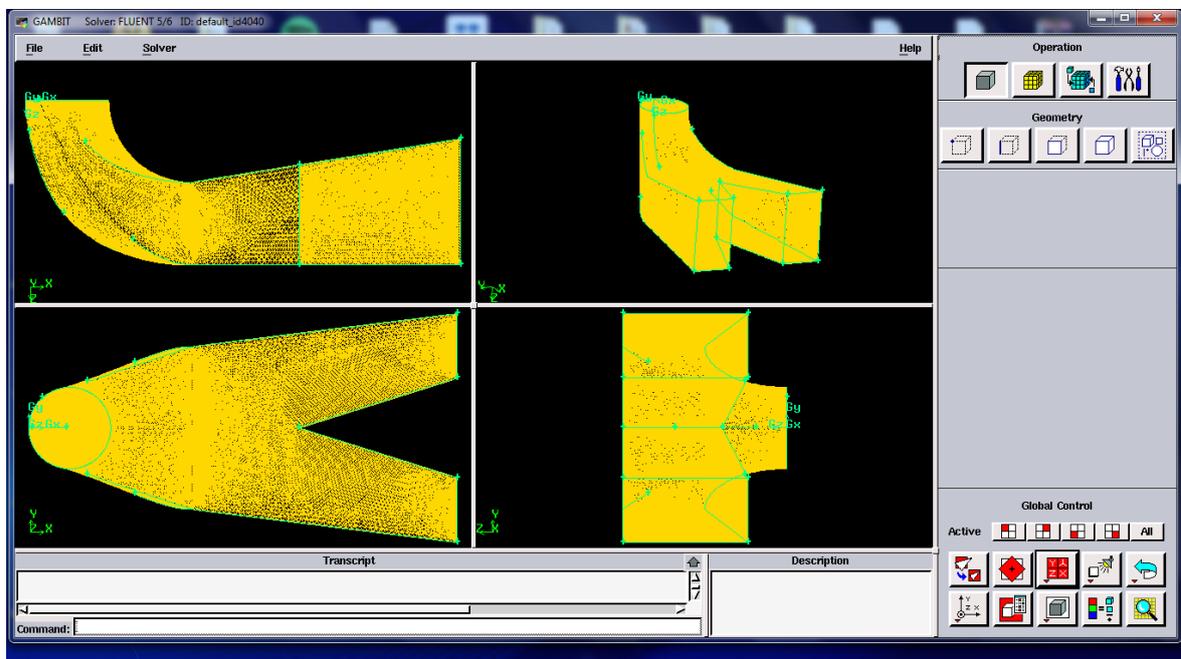


Fig. 40. Difusor de doble salida en GAMBIT (malla pesada)

## 7.2. Cálculos mediante FLUENT

Tras mallar en GAMBIT, se exporta en FLUENT y se simula.

### 7.2.1. Influencia del mallado (malla pesada)

Yplus	CR (%)
960	16,78
510	16,49

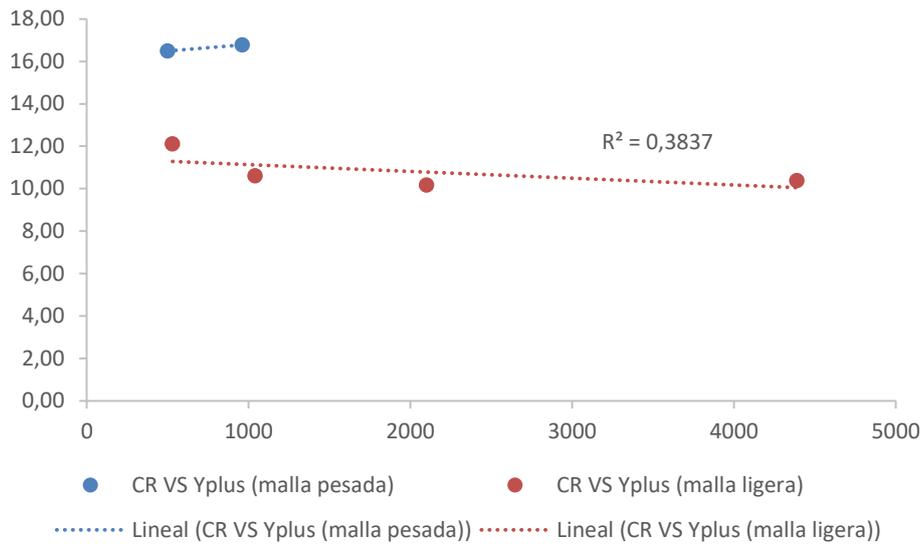
Tabla 6. Valores de Yplus y CR para  $Re = 4 \cdot 10^6$  usando la malla pesada

### 7.2.2. Influencia del mallado (malla ligera)

Yplus	CR (%)
4390	10,38
2100	10,16
1040	10,6
530	12,11

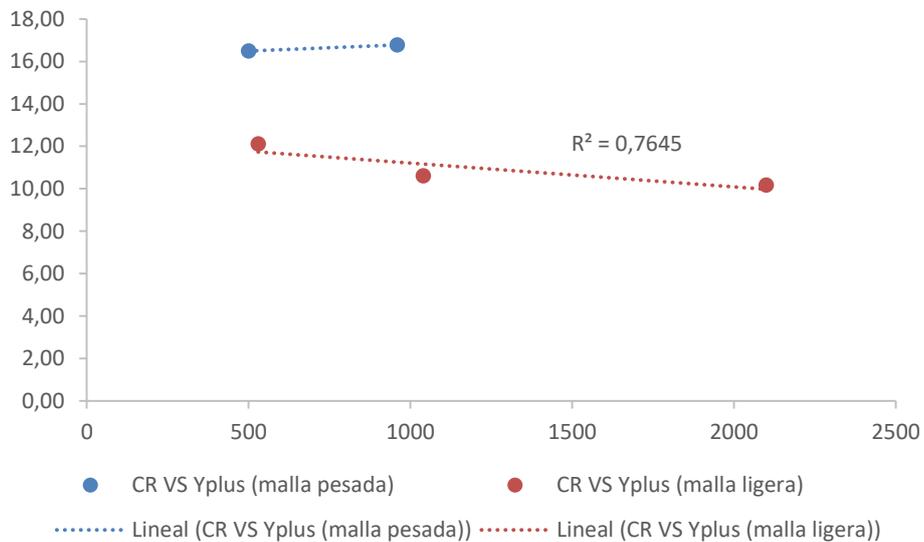
Tabla 7. Valores de Yplus y CR para  $Re = 4 \cdot 10^6$  usando la malla ligera

En la gráfica siguiente se muestran los resultados del Yplus y del CR para ambas mallas. Para la malla pesada, ya se ha visto que CR apenas varía y un valor de 500 de Yplus es más que suficiente para garantizar invariabilidad de los resultados, mientras que en la malla ligera, no ocurre lo mismo y, además, se observa una ligera tendencia al aumento del CR según se disminuye el Yplus, tal y como se observaba en gráficas anteriores.



**Fig. 41. CR (ordenadas) e Yplus (abcisas) para distintos tipos de mallas**

Si se elimina el punto más alejado de Yplus, de nuevo se obtiene una tendencia mejor, con valores de Yplus similares a los tomados en el capítulo anterior.



**Fig. 42. CR (ordenadas) e Yplus (abcisas) para distintos tipos de mallas**

### 7.2.3. Influencia del modelo de turbulencia

Para un mismo  $Re \simeq 4 \cdot 10^6$ :

k-ε

$$CR = 16.49\%$$

k-Ω

$$CR = 15.69\%$$

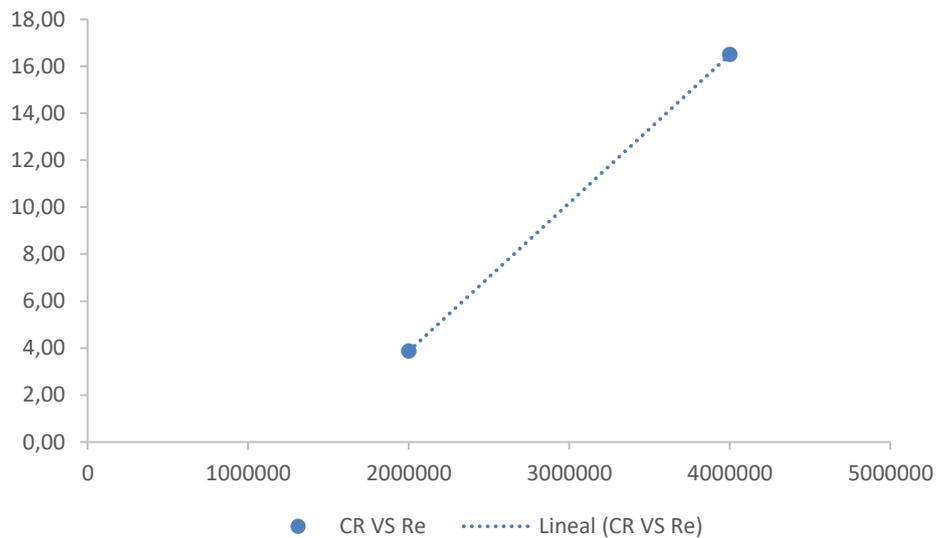
### 7.2.4. Influencia de Reynolds

$Re \simeq 4 \cdot 10^6$

$$CR = 16.49\%$$

$Re \simeq 2 \cdot 10^6$

$$CR = 3.86\%$$



**Fig. 43. CR (ordenadas) y Re (abscisas)**

En la figura siguiente se muestran los vectores de velocidad en los mismos dos planos del capítulo anterior:

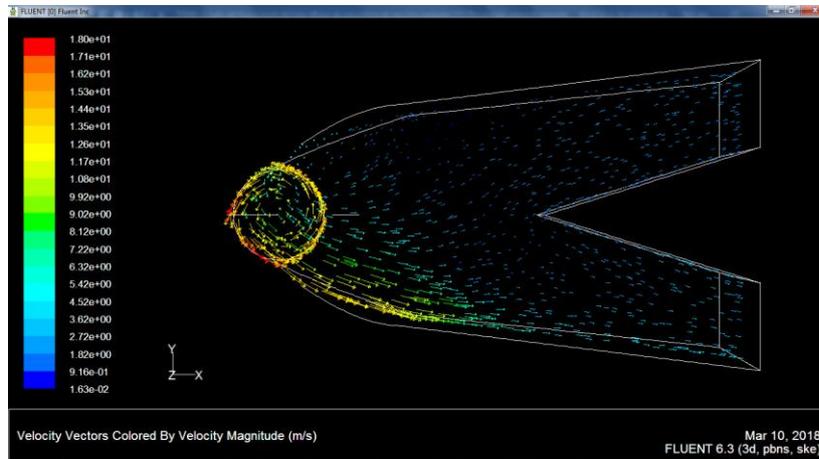


Fig. 44. Vectores de velocidad en planos  $Z=0.1$  y  $Z=0.5$ ,  $Re = 4 \cdot 10^6$

Se aprecia que el flujo tiene una dirección de salida preferida, esto es debido a la inercia rotacional en la entrada y las características del flujo, en este caso agua, que le obligan a preferir la salida de abajo, tal y como se vería en la figura vista en planta desde arriba.

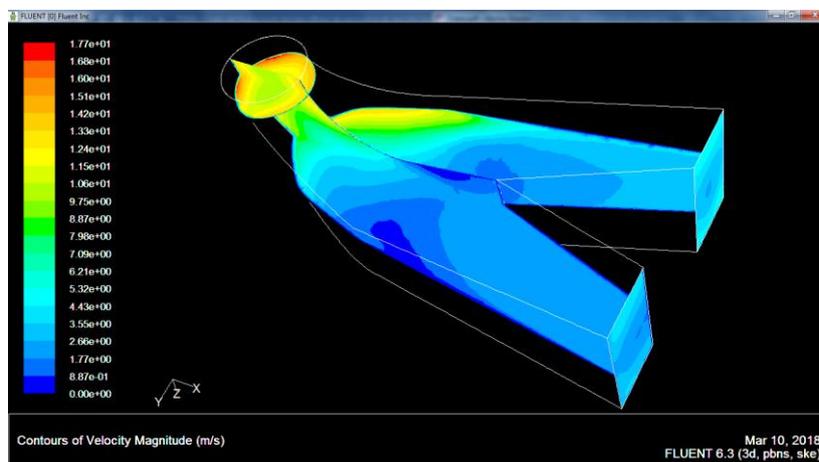


Fig. 45. Contornos de velocidad en el plano  $Y=0$ ,  $Z=0$ ,  $Z=0.1$ , entrada y salida,  $Re = 4 \cdot 10^6$

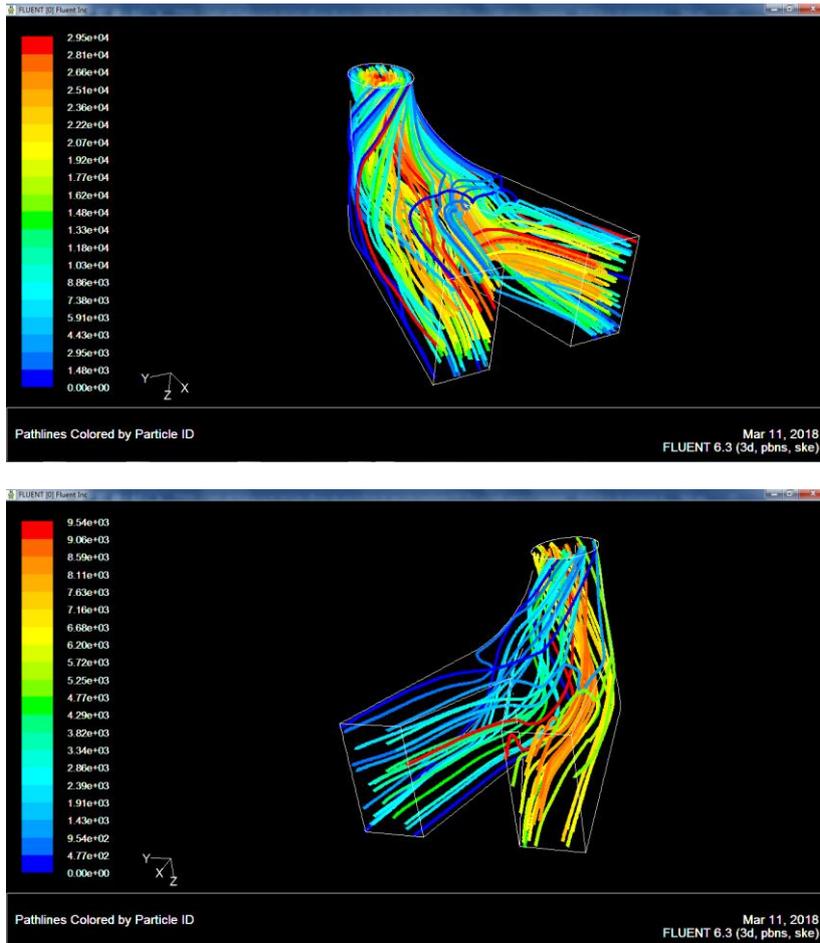


Fig. 46 y 47. Líneas de corriente,  $Re = 4 \cdot 10^6$

Las líneas de corriente muestran una recirculación al comienzo de la salida de arriba, tal y como se vería en planta desde arriba. Esta recirculación de flujo también es predecible por el esquema del campo de velocidades debido a las zonas de baja velocidad.



# 8. Resultados numéricos para un tubo difusor acodado asimétrico

## 8.1. Mallado mediante GAMBIT

La tercera geometría es una variación que sigue la inercia rotacional del flujo que se genera en la entrada del difusor, y es una geometría similar a la estudiada en un artículo de Maddahian, Cervantes y Sotoudeh (2010) [23], con una sección de salida menor, de forma que esta última geometría, requeriría de bastante menos material de construcción.

Se crea el mallado 3D en GAMBIT de una malla estructurada de unas 530000 celdas tetrahédricas:

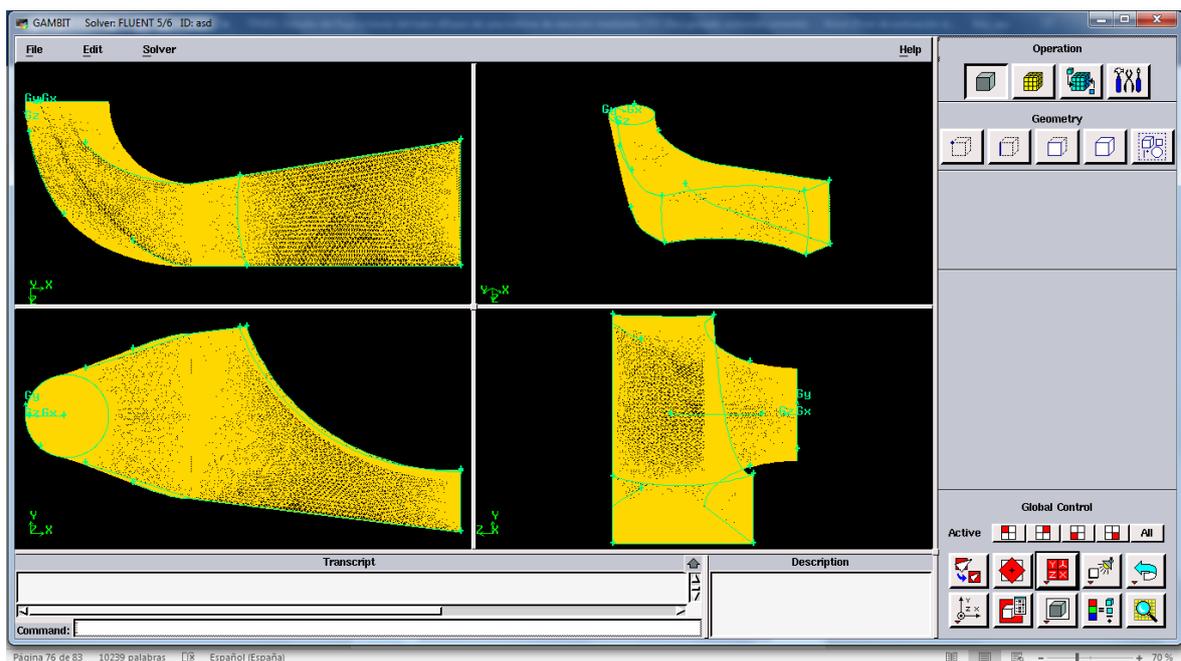


Fig. 48. Difusor de salida asimétrica en GAMBIT (malla pesada)

## 8.2. Cálculos mediante FLUENT

Tras mallar en GAMBIT, la malla está lista para importarse a FLUENT, lugar donde se llevarán a cabo las simulaciones.

### 8.2.1. Influencia del mallado (malla pesada)

$Re \simeq 4 \cdot 10^6$ :

Yplus	CR (%)
1370	6,77
660	6,70

Tabla 8. Valores de Yplus y CR para  $Re = 4 \cdot 10^6$  usando la malla pesada

### 8.2.2. Influencia del mallado (malla ligera)

$Re \simeq 4 \cdot 10^6$ :

Yplus	CR (%)
6340	4,79
3000	4,78
1510	2,98
780	2,78

Tabla 9. Valores de Yplus y CR para  $Re = 4 \cdot 10^6$  usando la malla ligera

En la gráfica siguiente se muestran los resultados del Yplus y del CR para ambas mallas. Ahora, el valor del CR va decreciendo conforme baja el valor de Yplus. Sin embargo, se refuerzan las conclusiones anteriores. En las mallas pesadas, la influencia de un Yplus menor que 1200 es prácticamente insignificante.

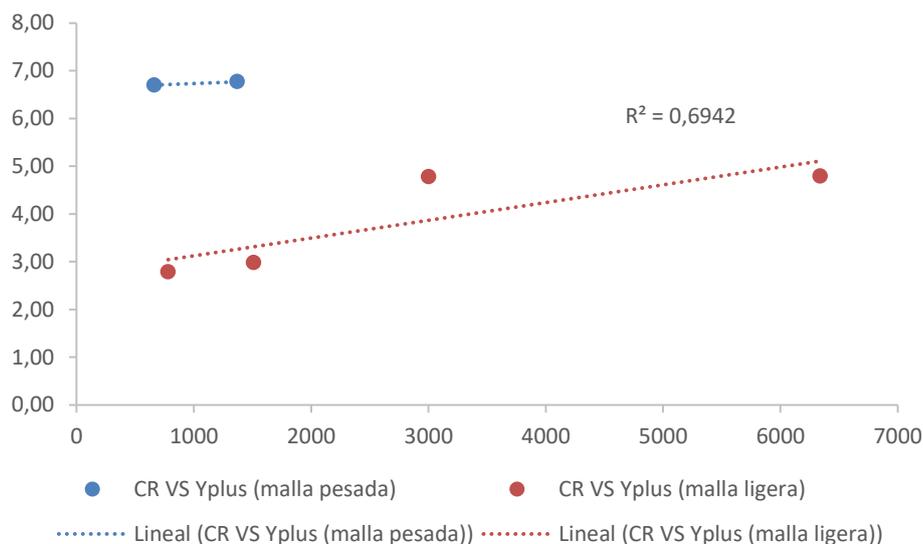
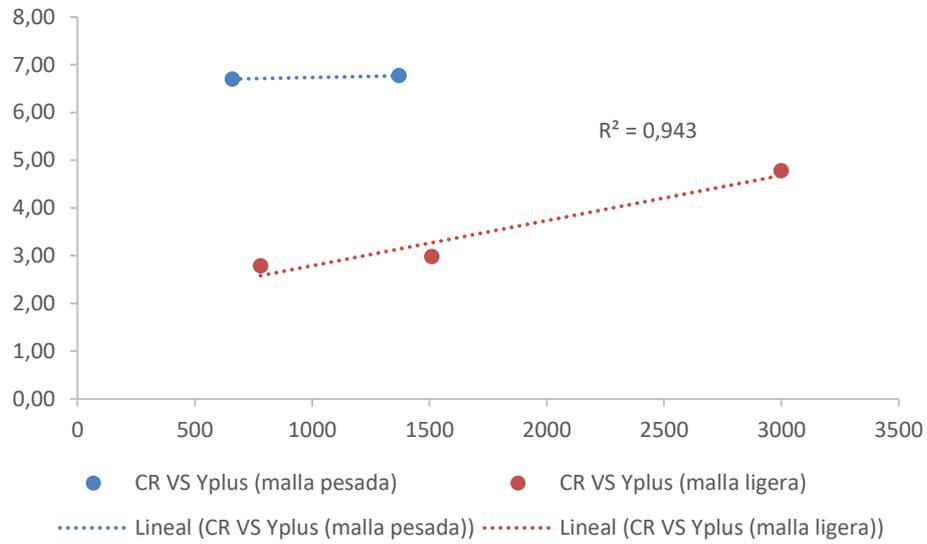


Fig. 49. CR (ordenadas) e Yplus (abcisas) para distintos tipos de mallas

Se mejora la tendencia eliminando el punto desorbitado de la primera simulación:



**Fig. 50. CR (ordenadas) e Yplus (abcisas) para distintos tipos de mallas**

### 8.2.3. Influencia del modelo de turbulencia

Para un mismo  $Re \simeq 4 \cdot 10^6$ :

**k-ε**

$$CR = 6.7\%$$

**k-Ω**

$$CR = 4.99\%$$

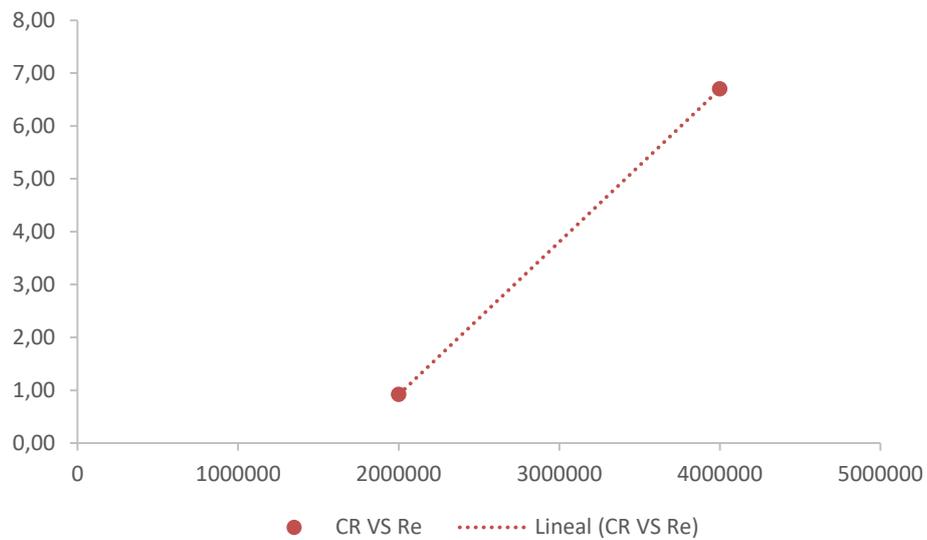
## 8.2.4. Influencia de Reynolds

$$Re \simeq 4 \cdot 10^6$$

$$CR = 6.7\%$$

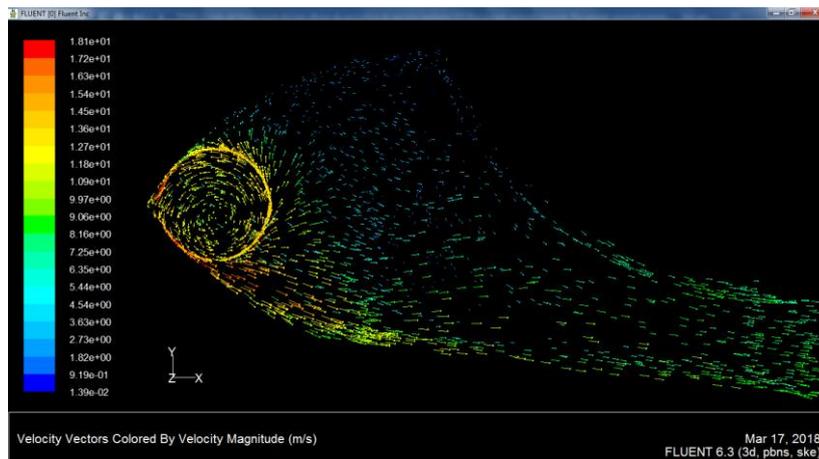
$$Re \simeq 2 \cdot 10^6$$

$$CR = 0.92\%$$



**Fig. 51. CR (ordenadas) y Re (abcisas)**

A continuación se muestra el campo de velocidades en forma vectorial.



**Fig. 52. Vectores de velocidad en vista en planta,  $Re = 4 \cdot 10^6$**

Por un lado, la mayoría de flujo toma el canal de salida de manera súbita, y por otro, esta condición es retroalimentada por la baja sección de salida de forma que la velocidad no tiene tiempo de decrecer lo suficiente antes de salir. Esto, a priori puede provocar dos problemas, en primer lugar, un bajo gradiente y un bajo CR, y en segundo lugar, recirculaciones a alta presión en el punto medio del tubo, como podrá verse más adelante.

En la [Fig. 53] muestra claramente la recirculación que tiene lugar en la zona curva a mitad del difusor.

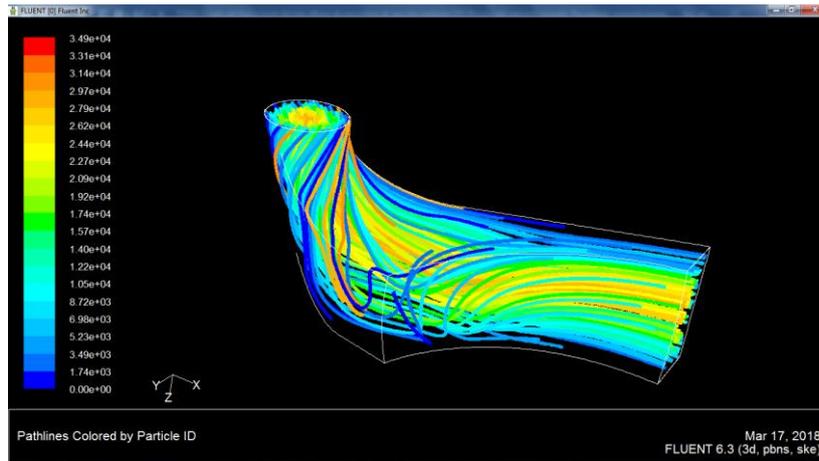


Fig. 53. Líneas de corriente,  $Re = 4 \cdot 10^6$



## 9. Conclusiones

El presente trabajo trata de realizar un estudio del flujo a través del tubo difusor de una turbina de reacción (tipo Kaplan) mediante CFD, así como de algunos de los factores de mejora de su eficiencia.

Los defensores del primer modelo de turbulencia empleado en las simulaciones,  $k - \varepsilon$ , son autores como Balint D. et al [24] (2004), pero el modelo tiene a su vez diversos detractores como Carija [25] (2006) o Cervantes [26] (2009) que son más afines al  $k - \Omega$ .

Dicho esto, no está del todo claro en primera instancia qué modelo de turbulencia es el más indicado y preciso a la hora de solucionar el problema, sin embargo, los resultados de este trabajo no muestran una diferencia significativa entre ambos.

Para un salto de 20 m, la turbina dimensionada cuenta con 500 rpm y 10.89 m/s de velocidad axial y en base a ella se propusieron las tres configuraciones de malla, con cada una de las cuales contando con numerosas simulaciones.

La primera malla es la que mejores resultados arroja de las tres estudiadas. En ella no hay separación del flujo con respecto a la pared del tubo, de forma que el flujo tiende a seguir mayoritariamente la curvatura impuesta por la geometría, adaptándose a ella de manera muy notable. Los parámetros estudiados como la presión o velocidad no muestran resultados extraños y además en ella se consigue el valor más alto del coeficiente de recuperación.

La segunda malla difiere de la primera en la separación al final del tubo en dos canales independientes de salida. Sin embargo, las dimensiones son similares, y eso hace que los resultados sean casi iguales a la primera. Sin embargo, este particular hecho, hace que se observen claras recirculaciones que, a priori, y dadas las buenas condiciones de la misma, no resultaron ser determinantes. No obstante, es apreciable un pequeño descenso en el valor del coeficiente de recuperación, por lo que esta malla quedaría en el segundo lugar en términos de eficiencia.

La tercera malla, presenta un pequeño problema, el coeficiente de recuperación es muy bajo, y tras el análisis del post-proceso, puede comprobarse que esto muy en parte es debido a una reducida sección de salida. Probablemente, si se hubiera tenido una proporción 1:3 entre secciones entrada-salida, y ésta hubiera sido más ancha que alta, los resultados habrían sido mucho más satisfactorios. No obstante, de ella se deduce que el camino para la mejora de la eficiencia del difusor no pasa por geometrías enrevesadas ni demasiado curvadas, sino por tibias adaptaciones de los primeros dos modelos, en todo caso.

En el análisis, se muestra que la variación de Re supone una gran variación en las velocidades-presiones entrada-salida que condiciona mucho el CR. Los valores del CR presentes en la literatura son del 13% como máximo, por ejemplo, en un estudio de Prasad et. al (2012) [21], donde se usó una malla tetrahédrica de unos pocos millones de elementos, el flujo alcanza 8000 kg/s, existen tres posiciones de abertura del distribuidor, la turbina es tipo Francis y la intensidad turbulenta es fijada al 5%.

En otro estudio de los mismos autores, se llega a un valor del 10% del CR, sin embargo, la turbina sigue siendo Francis.

Marjavaara (2006) [27], utilizando el mismo modelo de turbulencia y ecuaciones que las empleadas en este trabajo, con una Kaplan, llegó a un 14.4% para el valor del CR.

Las diferencias en los valores mostrados podrían ser explicadas por las diferencias en las condiciones de contorno y los modelos usados en los trabajos, así como los valores de parámetros iniciales de flujo como la velocidad angular.

En este Trabajo Fin de Máster, el estudio se ha centrado principalmente en el estudio de las tres configuraciones posibles de difusor acodado. El análisis del coeficiente de recuperación, así como del resto de magnitudes y parámetros de interés, se llega a la conclusión de que la mejor solución es la del tubo acodado convencional. Y paralelamente, se concluye, que las mejoras de eficiencia del mismo, simplemente pasan por pequeñas variaciones en dicho modelo, como pueden ser ligeras variaciones del ángulo de ataque o una pequeña variación en la curvatura en la parte media del mismo.



# 10. Bibliografía

1. Almandoz J., Mongelos M., Pellejero I. Apuntes de máquinas hidráulicas. Dpto: Ingeniería Nuclear y Mecánica de Fluidos. Escuela Universitaria Politécnica. Donostia-San Sebastián. 2007.
2. Zamora B., V. Robles. Máquinas Hidráulicas. Teoría y Problemas. Primera edición. 2016.
3. Zamora B. Notas sobre simulación numérica de flujos de fluidos. Servicio de Publicaciones UPCT. 2008.
4. Pedro Fernández Díez. Turbinas hidráulicas. Dpto: Ingeniería eléctrica y energética. Universidad de Cantabria.
5. Radha Krishna, H.C., Hydraulic design of hydraulic machinery, Avebury, 1997.
6. Germán Sancho Carrasco (Dir.: Blas Zamora Parra). Simulación numérica del flujo convectivo en cavidades 2D. Influencia de la geometría y de la variación de propiedades. UPCT. Trabajo Fin de Grado. 2014.
7. A. Barazal, I. Flores, Eurocásbil Estudios y Proyectos. J. M. Sala. Interés y posibilidades de la dinámica de fluidos computacional. Ingenieros de Bilbao.
8. Adrián Lozano Durán. Notas sobre Computational Fluid Dynamics. Rev. 0.4.4. 2013.
9. Suhas V. Patankar. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. 1980.
10. Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L. El método de los elementos finitos, 4ª Ed. Vol. 1. McGraw-Hill. 1994.
11. Bakker, A.J., Finite Element Computational Fluid Mechanics. Hemisphere Publishing Corporation. 1984.
12. Reddy, J.N., y Gartling, D.K. The Finite Element Method in Heat Transfer and Fluid Dynamics. CRC Press. 1994.
13. Jones, W.P., y Launder, B.E. The Prediction of Laminarization with a 2-Equation Model of Turbulence. Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 15, p. 301. 1972.
14. Launder, B.E., Spalding, D.B. Mathematical Models of Turbulence. Academic Press. 1972.
15. Wilcox C. D. Turbulence Modeling for CFD 2nd Ed. DCW Industries. 1998.
16. Versteeg, H.K., y Malalasekera, W. An Introduction to Computational Fluid Dynamics. Prentice Hall. 1995.
17. A.N. Kolmogorov. Equations of turbulent motion of an incompressible fluid. Izvestia Academy of Sciences. USSR, Physics. Vol. 6, pp. 56–58. 1942.
18. Gunjanb. Bhatt, Dhaval B. Shah, Kaushik M. Patel. Design automation and cfd analysis of draft tube for hydro power plant. Proceedings of 21st TheIIR International Conference, Australia. 2015.
19. Mataix, C. Turbomáquinas Hidráulicas, 2ª ed., Universidad Pontificia Comillas, ICAI-ICADE. 2009.
20. Luis Cuesta Diego, Eugenio Vallarino Cánovas del Castillo. Aprovechamientos hidroeléctricos. Tomo II. 2000.
21. Ruchi Khare, Vishnu Prasad. Numerical Study on Performance Characteristics of Draft Tube of Mixed Flow Hydraulic Turbine. HYDRO NEPAL ISSUE NO. 10. 2012.
22. Lukas Motycak, Ales Skotak, Jiri Obrovsky. Conditions of Kaplan turbine CFD analysis. ANSYS conference. 2010.

23. R. Maddahian, M. J. Cervantes, N. Sotoudeh. Numerical Investigation of the Flow Structure in a Kaplan Draft Tube at Part Load. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2010.
24. Balint D. et al. A numerical investigation of the full 3D turbulent flow in Kaplan hydraulic turbines. The 6 international conference on hydraulic Machine and Hydrodynamics. Timisora. 2004.
25. Carija, Mrsa, Dragovic, L. Turbulent flow simulation in Kaplan draft tube, 5<sup>th</sup> International Congress of Croatian Society of Mechanics. 2006.
26. Cervantes, M.J. Counter rotating runner cone in a Kaplan elbow draft tube for increased efficiency. 3<sup>o</sup> IARH International Meeting. Brno. 2009.
27. B. Daniel Marjavaara. CFD Driven optimization of hydraulic draft tubes using surrogate models. 2006.