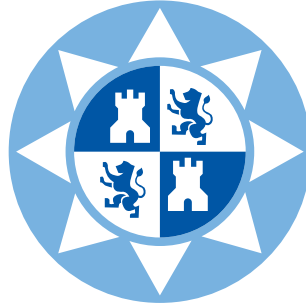


UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA



GRADO EN INGENIERÍA EN
SISTEMAS DE TELECOMUNICACIÓN

Trabajo Fin de Grado

**DISEÑO DE AGRUPACIONES DE ANTENAS
LEAKY-WAVE USANDO EN LA TRANSFORMADA Z
DE SISTEMAS LTI DISCRETOS**

Antonia Isabel Hernández Castaño

17 de Mayo de 2017

Directores: *Dr. Rafael Verdú Monedero*
Dr. José Luis Gómez Tornero

1. Introducción	1
2. Antenas Leaky-Wave	3
2.1. Características de las estructuras Ondas de Fuga	3
2.2. Diagrama de radiación	6
2.2.1. Diagrama de radiación analítico	6
2.2.2. Diagrama de radiación numérico	8
2.2.3. Diagrama de radiación numérico a partir de la FFT	9
2.2.4. Comparativa de los métodos	12
2.2.5. Comparación del diagrama de radiación a partir de fórmulas analíticas	13
2.3. Relación de los parámetros de un modo leaky con un polo/cero	15
3. Resultados	21
3.1. Desarrollo de la interfaz gráfica	21
3.1.1. Panel de introducción de datos	21
3.1.2. Representación gráfica del diagrama de polos y ceros	22
3.1.3. Representación gráfica	22
3.2. Resultados obtenidos con la interfaz gráfica para un polo y cero	22
3.3. Relación de los parámetros de dos modos leaky con dos polos/ceros	26
3.4. Resultados de la interfaz gráfica para dos polos y dos ceros	27
3.5. Resultados para un sistema de orden mayor a $N=2$	29
3.6. Modulación de un modo leaky	31
4. Conclusiones y líneas futuras	33
A. Funciones implementadas en Matlab	35
Bibliografía	37

Este proyecto consiste en estudiar las agrupaciones de antenas de ondas de fuga (*leaky-wave antennas, LWA*) mediante el análisis de sistemas LTI y colocación de ceros y polos de su transformada z con el objetivo de conseguir sintetizar antenas LWA con una determinada respuesta.

Para llevarlo a cabo se desarrolla en Matlab una interfaz gráfica sencilla que permite entender conceptos de la transformada z . Además es muy útil para comprender la relación que existe entre la respuesta al impulso con la iluminación de la antena y la transformada de Fourier de esa respuesta al impulso con el diagrama de radiación.

Con las funciones implementadas en Matlab se pretende adquirir los conocimientos necesarios para ver la influencia de los parámetros que determinan las antenas leaky-wave: la constante de propagación compleja, la longitud de la antena y la frecuencia.

Este proyecto se centra en dos objetivos:

- Relacionar la iluminación compleja de varios modos leaky con la respuesta al impulso de un sistema lineal e invariante en el tiempo a la cual hay que aplicarle técnicas de enventanado.
- Estudiar la relación existente entre el diagrama de radiación de antenas leaky-wave y la respuesta al impulso enventanada obtenida a través de transformada de Fourier a la cual se le tiene que aplicar el margen visible y el cambio de variable de ω a θ .

Para el cálculo del diagrama de radiación se van a estudiar cuatro maneras diferentes de obtenerlo. Por un lado, se calcularán de forma numérica a partir de las fórmulas de Schwering (antena de longitud finita), Oliner (antena de longitud infinita) e integral numérica (para ambos casos) y por el otro, se van a calcular de forma analítica (funciones implementadas en el Apéndice A) mediante el sumatorio de las iluminaciones de la antena multiplicadas por un término exponencial y a partir de la FFT.

Una vez obtenido un conjunto de modos leakys para proporcionar un cierto diagrama de interferencia en la iluminación de la apertura de la antena leaky, se propondrán dos alternativas para implementar dicha iluminación de forma práctica y física:

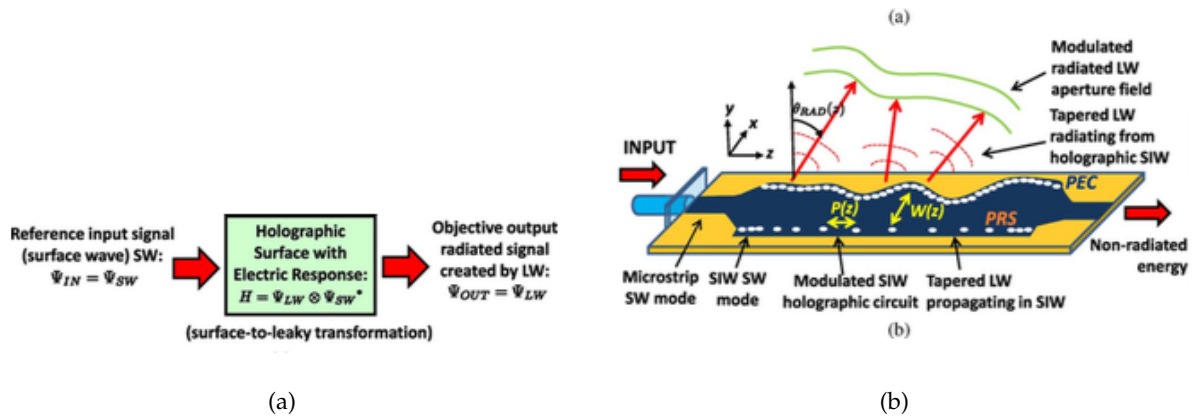


Figura 1.1.: (a) Conceptos holográficos (b) Esquema de un modo leaky modulado.

1. La primera es la más evidente y consiste en agrupar en paralelo tantas antenas leakys como modos leakys contribuyan a la radiación en la apertura de la antenna resultante, siguiendo el esquema de la Figura 1.1.a). Los campos de cada apertura están en proximidad, y se interfieren de forma aditiva (superposición o interferencia) resultando en los campos totales que deseamos obtener según la teoría desarrollada sobre agrupaciones de modos leakys.
2. La segunda alternativa consiste en utilizar una única antenna leaky que sintetice en su única apertura la iluminación de varios modos leakys. Para ello la antenna leaky deberá estar modulada, de forma que usando técnicas holográficas [1] se puede conseguir mediante un modo leaky-wave modulado una iluminación equivalente a la de varios modos leakys no modulados.

Esta segunda opción se muestra en la Figura 1.1.b). Claramente la segunda opción es más sencilla desde el punto de vista estructural (pues requiere de una única antenna, alimentada por un único puerto), aunque su diseño individual requiere de una mayor complejidad usando técnicas avanzadas de holografía o modulación de antenas leakys.

Antenas Leaky-Wave

El término de ondas de fuga (*leaky-wave antennas, LWA*) surge gracias a los estudios que llevaron a cabo varios científicos relacionado con las líneas de transmisión abiertas [2].

Las antenas de ondas de fuga son un tipo de antenas de onda progresiva que se encargan de radiar a medida que dicha onda se propaga por una guía de onda abierta.

2.1. Características de las estructuras Ondas de Fuga

Las ondas de fuga poseerán su propio modo leaky cuyo campo eléctrico decaerá de manera exponencial a lo largo del eje y , es decir, decae a medida que nos alejamos de la guía. De manera que no habrá radiación. La siguiente ecuación describe el campo eléctrico interior de las estructuras de ondas de fuga:

$$E(y) = A e^{-jk_y y} u(y) \quad (2.1)$$

donde A es la constante del campo eléctrico, k_y es la constante de propagación compleja, $u(y)$ es la función escalón e y es la variable espacial.

Los modos de fuga se caracterizan por una constante de propagación compleja. Esta constante de propagación compleja está compuesta por una constante de fase (β) correspondiente a la parte

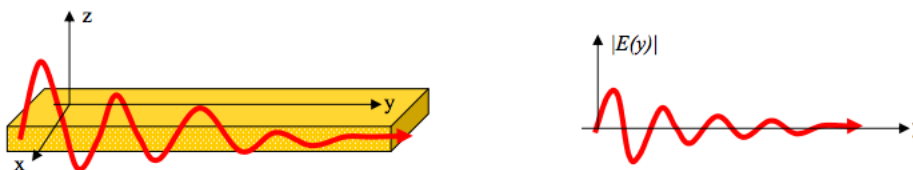


Figura 2.1.: Ondas de fuga propagándose en una guía de onda dieléctrica

real, y una constante de atenuación (α) equivalente a la parte imaginaria:

$$k_y = \beta_y - j\alpha_y \quad [m^{-1}] \quad (2.2)$$

Sustituyendo la ecuación (2.2) en la ecuación (2.1) y obviando el término $u(y)$ se obtiene que el campo eléctrico de estas estructuras puede describirse a partir de la siguiente relación:

$$E(y) = Ae^{-jk_y y} = Ae^{-\alpha y} e^{-j\beta y} \quad [V/m] \quad (2.3)$$

considerando que α y β constantes.

La constante de fase (β) de un modo de fuga controla el comportamiento del ángulo de apuntamiento de la antena θ_{RAD} , midiéndose en rad/m.

Por otro lado, la constante de atenuación (α) es debida a las pérdidas por radiación y controla la caída de la amplitud medida en Nep/m. Por lo que, a menor valor del parámetro α disminuye $\Delta\theta_{RAD}$ y mayor superficie de iluminación posee, es decir, se necesita una antena con longitud efectiva mayor ya que como es lógico a una longitud efectiva mayor, el haz radiado es más estrecho, o lo que es lo mismo, tiene una mayor directividad.

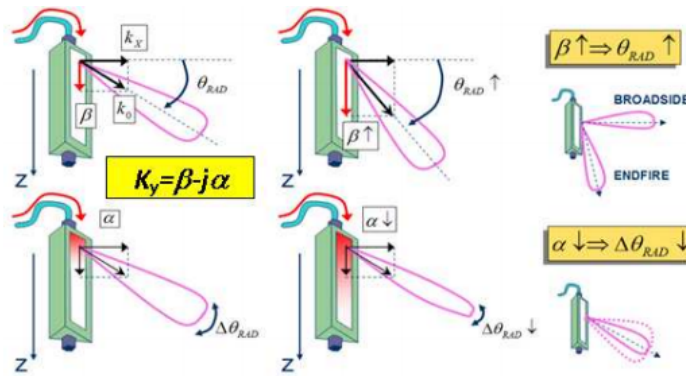


Figura 2.2.: Relación entre el diagrama de radiación y las constantes de fase y atenuación

En la parte superior de la Figura 2.2, se muestra la relación entre la constante de fase y el ángulo de máxima radiación (medido desde la dirección broadside). A medida que aumenta β aumentará θ_{RAD} .

Se define:

- La potencia que viaja por la antena a partir de la siguiente ecuación:

$$P(y) = A^2 e^{-2\alpha y} \quad [W] \quad (2.4)$$

- La potencia inyectada a la antena mediante la siguiente identidad:

$$P_{IN} = P|_{y=0} = A^2 \quad [W] \quad (2.5)$$

- La potencia que llega al final de la antena medida en Watios se define a partir de la siguiente ecuación:

$$P_L = P|_{y=L_A} = A^2 e^{-2\alpha L_A} \quad [W] \quad (2.6)$$

siendo L_A la longitud de la antena.

- La potencia radiada por la antena a partir de la potencia inyectada y la potencia que llega al final de la antena. En la siguiente ecuación se muestra su cálculo:

$$P_{RAD} = P_{IN} - P_L = A^2 - A^2 e^{-2\alpha L_A} \quad [W] \quad (2.7)$$

A partir de estas ecuaciones de potencia se puede obtener la eficiencia de radiación calculada como el cociente entre la potencia radiada y la potencia inyectada. A su vez, también está relacionada con la longitud de la antena y la constante de atenuación.

$$\eta_{RAD} = \frac{P_{RAD}}{P_{IN}} = 1 - \frac{P_L}{P_{IN}} = 1 - e^{-2\alpha L_A} = 1 - e^{-4\pi \frac{\alpha}{k_0} \frac{L_A}{\lambda_0}} \quad (2.8)$$

donde α/k_0 es la constante de atenuación normalizada y es adimensional.

El valor de la eficiencia de radiación está comprendido entre 0 y 1. Sin embargo, el porcentaje de la potencia radiada en las antenas leaky-wave se requiere del 90%. Se puede obtener fácilmente reescribiendo (2.8):

$$\eta_{RAD} = [1 - e^{-4\pi \frac{\alpha}{k_0} \frac{L_A}{\lambda_0}}] \cdot 100 \quad \% \quad (2.9)$$

La potencia en la antena disminuye en la dirección del eje y gracias a que está radiada. Como bien es sabido, la potencia que viaja por la antena P_y , va a disminuir a igual velocidad que la densidad de potencia radiada crece a lo largo de esa antena, $S(y)$. De manera que la densidad de potencia radiada medida en W/m se describe a partir de la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} S(y) &= \frac{P_{RAD}}{\Delta_y} = \frac{P(y) - P(y + \Delta_y)}{\Delta_y} = -\frac{dP(y)}{dy} \\ S(y) &= -\frac{dP(y)}{dy} = 2A^2 \alpha e^{-2\alpha y} = B e^{-2\alpha y} \quad [W/m] \end{aligned} \quad (2.10)$$

Como podemos observar el término $2A^2$ es constante. De modo que, se puede sustituir por una constante denominada D para simplificar su definición. Y a partir de la densidad de potencia radiada y la exponencial compleja de la constante de fase se obtiene la iluminación de un modo leaky compuesta por un módulo y una fase:

$$h(y) = \sqrt{S(y)} e^{-j\beta y} = \sqrt{B} e^{-\alpha y} e^{-j\beta y} = D e^{-\alpha y} e^{-j\beta y} \quad [V/m] \quad (2.11)$$

Se puede comprobar que se obtiene la misma expresión en los campos radiados en la apertura equivalente a la antena leaky-wave $h(y)$ que en los campos en el interior de dicha antena $E(y)$, donde la variable espacial y está comprendida entre 0 y la longitud de la antena L_A .

2.2. Diagrama de radiación

Teniendo el control de la constante de propagación en la dirección longitudinal conoceremos las propiedades de radiación de una LWA y será más fácil caracterizar el diagrama de radiación de la antena.

En este proyecto se van a desarrollar dos maneras de calcular el diagrama de radiación. La primera hace referencia al cálculo analítico y la segunda se corresponde con el cálculo numérico. Además, en la Sección 2.3 se va a desarrollar otra manera de calcular el diagrama de radiación numérico a partir de la transformada rápida de Fourier (*Fast Fourier transform, FFT*).

2.2.1. Diagrama de radiación analítico

El campo radiado complejo se puede obtener a partir de la siguiente ecuación:

$$H(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} h(y) e^{jk_0 \sin(\theta) y} dy \quad (2.12)$$

Y particularizando para una antena leaky-wave de longitud semi-infinita se obtiene:

$$\begin{aligned} H(\theta) &= \int_0^{\infty} h(y) e^{jk_0 \sin(\theta) y} dy = \\ &= \int_0^{\infty} D e^{-\alpha y} e^{-j\beta y} e^{jk_0 \sin(\theta) y} dy = \\ &= D \int_0^{\infty} e^{-y(\alpha + j(\beta - k_0 \sin \theta))} dy = \\ &= D \frac{1}{-\alpha + j(-\beta + k_0 \sin \theta)} e^{-y(\alpha + j(\beta - k_0 \sin \theta))} \Big|_0^{\infty} = \\ &= \frac{D}{\alpha + j(\beta - k_0 \sin \theta)} \end{aligned} \quad (2.13)$$

De manera que la intensidad de los campos radiados es real y está descrita mediante la ecuación siguiente:

$$|H^2(\theta)| = I(\theta) = \frac{\left(\frac{D}{k_0}\right)^2}{\left(\frac{\alpha}{k_0}\right)^2 + \left(\frac{\beta}{k_0} - \sin \theta\right)^2} \quad (2.14)$$

Como dijo Oliner, la distribución de campo se basa en una onda que viaja con unas constantes de atenuación y fase para el caso en el que la geometría de la antena se mantiene constante a lo largo de la longitud de la antena de ondas de fuga, por lo que la distribución de amplitud decae exponencialmente.

La intensidad de los campos radiados $I_{Oliner}(\theta)$ se calcula mediante la ecuación Oliner:

$$|H_{Oliner}(\theta)|^2 = I_{Oliner}(\theta) \sim \frac{\cos^2(\theta)}{\left(\frac{\alpha}{k_0}\right)^2 + \left(\frac{\beta}{k_0} - \sin \theta\right)^2} \quad (2.15)$$

donde se ha realizado la aproximación $\cos^2(\theta) = 1$ para tener en cuenta el efecto del plano de masa:

$$I'_{Oliner}(\theta) = \frac{I_{Oliner}(\theta)}{\cos^2(\theta)} \quad (2.16)$$

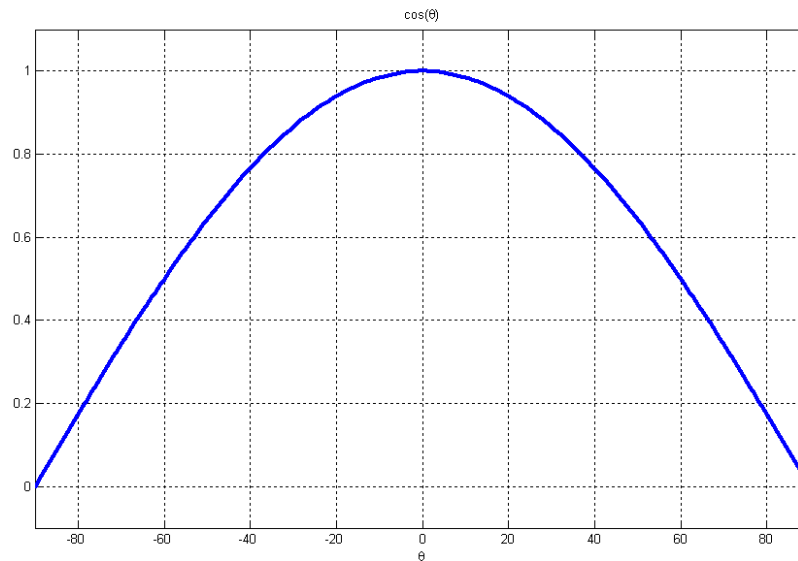


Figura 2.3.: Efecto del plano de masa

Se puede observar que la ecuación de Oliner alcanza el máximo en el diagrama de radiación cuando se cumple la relación:

$$\frac{\beta}{k_0} - \sin(\theta) = 0 \quad (2.17)$$

Despejando de la ecuación anterior se obtiene el ángulo de apuntamiento:

$$\sin(\theta_{RAD}) = \frac{\beta}{k_0} \quad (2.18)$$

Para que exista el ángulo de radiación, la expresión anterior tiene que ser inferior a la unidad y por eso se tiene que cumplir la condición de radiación:

$$\frac{\beta}{k_0} < 1 \quad (2.19)$$

Comparando las ecuaciones (2.13) y (2.15), es lógico que se lleguen a los mismos resultados debido a que son dos formas distintas de calcular la intensidad de los campos radiados.

Ambos diagramas de radiación normalizados ($R(\theta)$ y $R_{Oliner}(\theta)$) en escala logarítmica se consiguen mediante el cociente de la intensidad de radiación del campo radiado y el máximo de esa intensidad. Este diagrama de radiación no presenta ningún lóbulo lateral.

$$R(\theta) = 10 \log_{10} \left(\frac{I(\theta)}{\text{máx } I(\theta)} \right) [dB] \quad (2.20)$$

$$R_{Oliner}(\theta) = 10 \log_{10} \left(\frac{I_{Oliner}(\theta)}{\text{máx } I_{Oliner}(\theta)} \right) [dB] \quad (2.21)$$

Para el caso de una antena finita de longitud L_A , los campos radiados [3] se calculan a través de la siguiente relación:

$$\begin{aligned}
 H(\theta) &= \int_{y=0}^{y=L_A} h(y) e^{j k_0 \sin(\theta) y} dy = \\
 &= \int_{y=0}^{y=L_A} D e^{-\alpha y} e^{-j \beta y} e^{j k_0 \sin(\theta) y} dy = \\
 &= D \int_{y=0}^{y=L_A} e^{-y(\alpha + j(\beta - k_0 \sin \theta))} dy = \\
 &= D \frac{1}{-\alpha + j(k_0 \sin \theta - \beta)} e^{-y(\alpha + j(\beta - k_0 \sin \theta))} \Big|_{y=0}^{y=L_A} = \\
 &= \frac{D}{-\alpha + j(k_0 \sin \theta - \beta)} (e^{-L_A(\alpha + j(\beta - k_0 \sin \theta))} - 1) \quad (2.22)
 \end{aligned}$$

A partir de los campos radiados, se calcula la intensidad de radiación [3]:

$$|H^2(\theta)| = I(\theta) = \frac{D^2}{\alpha^2 + (k_0 \sin \theta - \beta)^2} (1 - 2e^{\alpha L_A} \cos(L_A(\sin(\theta)k_0 - \beta)) + e^{-2\alpha L_A}) \quad (2.23)$$

En este caso, la ecuación (2.23) va a ser igual a la fórmula de Schwering [4] realizando una serie de particularizaciones. La expresión de Schwering es más complicada de calcular y es la siguiente:

$$|H_{\text{Schwering}}(\theta)|^2 = \left(\frac{\alpha L}{1 - e^{-\alpha L}} \right)^2 \frac{1 - 2e^{-\alpha L} \cos(k_0 L(\sin \phi \sin \theta - \sin \phi_{-1})) + e^{-2\alpha L}}{(\alpha L)^2 + (k_0 L)^2 (\sin \phi \sin \theta - \sin \phi_{-1})^2} \quad (2.24)$$

donde $\phi = 90^\circ$ y $\sin \phi_{-1} = \frac{\beta}{k_0}$. De modo que el término $\sin \phi = 1$, y realizando estos cambios se llega a:

$$|H_{\text{Schwering}}(\theta)|^2 = \left(\frac{\alpha}{1 - e^{-\alpha L}} \right)^2 \frac{1 - 2e^{-\alpha L} \cos(L(\sin(\theta)k_0 - \beta)) + e^{-2\alpha L}}{\alpha^2 + (-\beta + \sin(\theta)k_0)^2} \quad (2.25)$$

Se comprueba entonces que ambas ecuaciones son iguales donde:

$$D = \frac{\alpha}{1 - e^{-\alpha L}} \quad (2.26)$$

El diagrama de radiación en escala logarítmica normalizado se calcula mediante la intensidad de campos radiados obtenida:

$$R(\theta) = 10 \log_{10} \left(\frac{H^2(\theta)}{\text{máx } H^2(\theta)} \right) \quad [dB] \quad (2.27)$$

2.2.2. Diagrama de radiación numérico

Para calcular de forma numérica el diagrama de radiación mediante la integral de radiación [5] se desarrolla una función en Matlab mostrada en el Apéndice A. Para ello, se aproxima la integral por el sumatorio de las iluminaciones de la antena leaky wave multiplicadas por un término exponencial. A continuación se muestra la ecuación implementada:

$$H(\theta) = \int_0^{L_A} h(y) e^{j k_0 \sin(\theta) y} dy \simeq \sum_{i=0}^{N_i} h(i \Delta_y) e^{j k_0 \sin(\theta) i \Delta_y} \Delta_y \quad (2.28)$$

donde N_i es el número de puntos evaluados, $N_i = \text{round}\left(\frac{L_A}{\Delta_y}\right)$, y Δ_y es el intervalo de discretización espacial.

En la función se utiliza el parámetro VectorY referido a un vector con las posiciones espaciales Δ_y en el intervalo $[0, L_A]$ y el VectorThetaGrados es un vector de ángulos (en grados) que toma muestras cada 0,5 puntos de manera uniforme en el intervalo $[-90^\circ, 90^\circ]$.

El parámetro Δ_y se encarga de controlar el efecto del aliasing, conforme se aumenta el valor del denominador se llega a un valor a partir del cual se reduce el efecto del aliasing hasta ser despreciable.

$$\Delta_y = \frac{\lambda_0}{100}. \quad (2.29)$$

2.2.3. Diagrama de radiación numérico a partir de la FFT

Se ha implementado en Matlab una función para calcular el diagrama de radiación mediante la transformada de Fourier. Esta función se muestra en el Apéndice A.

Dada la iluminación compleja (que es una señal cuya variable espacial y es continua), su transformada de Fourier [6] viene dada por:

$$H(\Omega) = TF\{h(y)\} = \int_{-\infty}^{\infty} h(y)e^{-j\Omega y} dy = \int_0^{\infty} h(y)e^{-j\Omega y} dy \quad (2.30)$$

siendo Ω la variable continua en el dominio de Fourier.

Si se realiza la transformada de Fourier de señales discretas (obtenidas al muestrear la iluminación compleja $h(y)$ en un periodo de discretización Δ_y) según [7]:

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]e^{-j\omega n} \quad (2.31)$$

siendo ω la variable continua en el dominio de Fourier.

Relacionando las ecuaciones (2.30) y (2.31) de la transformada de Fourier se obtiene que el espectro de la señal discreta es la repetición periódica y escalada del espectro de la señal continua:

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{\Delta_y} \sum_{k=-\infty}^{\infty} H\left(\frac{\omega}{\Delta_y} - k\frac{2\pi}{\Delta_y}\right) \quad (2.32)$$

cumpléndose la relación:

$$\omega = \Omega\Delta_y \quad (2.33)$$

Comparando la ecuación (2.30) y la ecuación del diagrama de radiación de una antena leaky que es la mostrada a continuación:

$$H(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} h(y)e^{jk_0 \sin(\theta)y} dy = \int_0^{\infty} h(y)e^{jk_0 \sin(\theta)y} dy \quad (2.34)$$

se obtiene que el cambio de variable a realizar es el siguiente:

$$\Omega = -k_0 \sin \theta \quad (2.35)$$

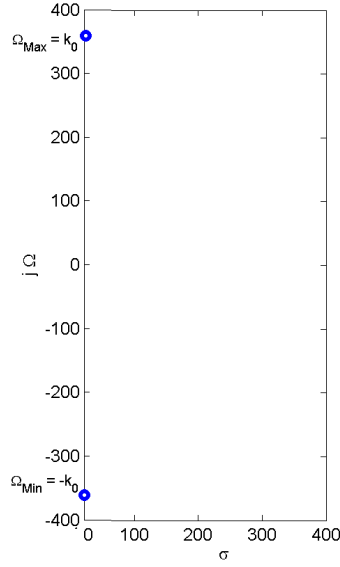


Figura 2.4.: Dominio de Laplace

De modo que el margen visible de la variable frecuencial Ω se obtiene a partir del rango de la variable angular θ , $\theta = 90^\circ$ y $\theta = -90^\circ$:

$$\Omega_{Max} = -k_0 \sin(-90^\circ) = k_0 \quad (2.36)$$

$$\Omega_{Min} = -k_0 \sin(90^\circ) = -k_0 \quad (2.37)$$

siendo Ω_{Max} el valor máximo posible y Ω_{Min} el valor mínimo permitido dentro de ese rango. A partir de ese margen visible, se obtiene el rango visible de las frecuencias angulares en el intervalo $[\omega_{Min}, \omega_{Max}]$:

$$\omega_{Max} = \Omega_{Max} \Delta_y = k_0 \Delta_y \quad (2.38)$$

$$\omega_{Min} = \Omega_{Min} \Delta_y = -k_0 \Delta_y \quad (2.39)$$

Por otro lado, se puede representar en el plano complejo el diagrama de ceros y polos haciendo uso de la siguiente fórmula:

$$H(e^{j\omega}) = H(z)|_{z=e^{j\omega}} \quad (2.40)$$

Realizando la transformada discreta de Fourier de N puntos (DFT_N) de la respuesta al impulso se transforma la secuencia de N números complejos $h_{w_0}, \dots, h_{w_{N-1}}$ a la secuencia de N números complejos $H_{w_0}, \dots, H_{w_{N-1}}$ mediante la DFT con la ecuación siguiente:

$$H_w[q] = H_w(e^{j\omega})|_{\omega=q\frac{2\pi}{N}} \quad (2.41)$$

donde $h_w[n]$ es la respuesta con un enventanado espacial de longitud $N_i = \text{round}(L_A / \Delta_y)$:

$$h_w[n] = h[n]w[n] \quad (2.42)$$

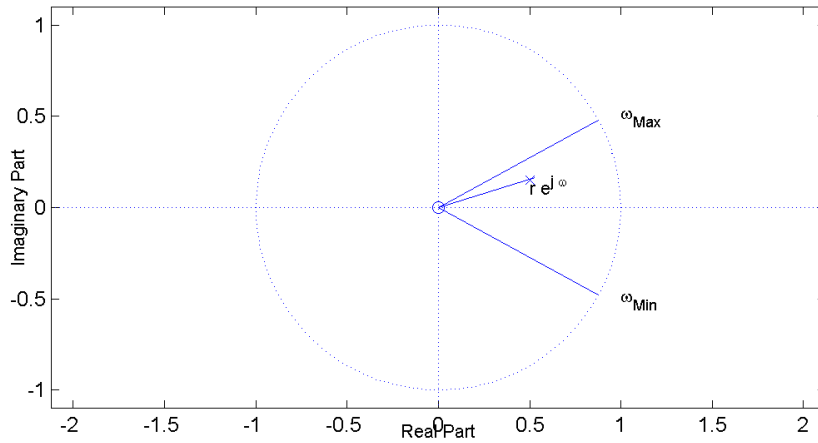


Figura 2.5.: Diagrama de ceros y polos con margen visible.

y su transformada de Fourier de N puntos es:

$$H_w[q] = DFT_N h_w[n] = \sum_{n=0}^{N-1} h_w[n] e^{-j \frac{2\pi}{N} qn} \quad (2.43)$$

De modo que el rango visible del diagrama de radiación está comprendido en el intervalo $[q_{Min}, q_{Max}]$. El valor mínimo se calcula a partir de la siguiente ecuación:

$$q_{Min} = -\omega_{Max} \frac{N}{2\pi} = -k_0 \Delta_y \frac{N}{2\pi} \quad (2.44)$$

y el valor máximo se obtiene como:

$$q_{Max} = \omega_{Max} \frac{N}{2\pi} = k_0 \Delta_y \frac{N}{2\pi} \quad (2.45)$$

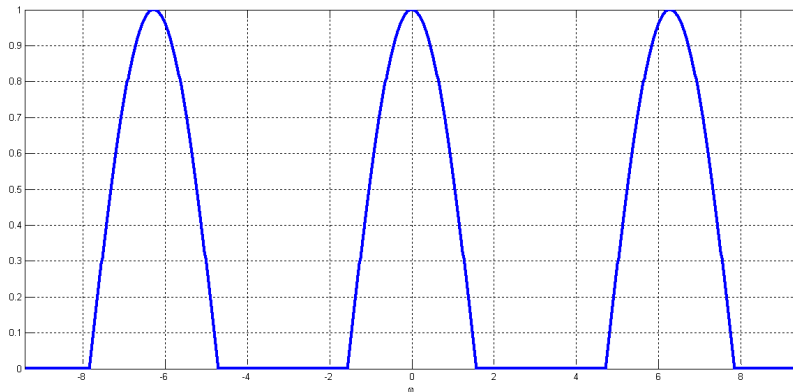


Figura 2.6.: Transformada Discreta de Fourier (DFT)

2.2.4. Comparativa de los métodos

En esta sección, se van a presentar la iluminación compleja y el diagrama de radiación de forma gráfica. Para ello, se van a elegir unos valores concretos de los siguientes parámetros:

- Frecuencia: $f_0 = 15\text{GHz}$. A partir de la frecuencia se obtiene la longitud de onda:

$$\lambda_0 = \frac{c_0}{f_0} = \frac{3 \cdot 10^8}{15 \cdot 10^9} = 20 \text{ mm} \quad (2.46)$$

- Longitud de la antena: $L_A = 10 \cdot \lambda_0 = 20 \text{ cm}$.
- Constante de atenuación normalizada: $\frac{\alpha}{k_0} = 0,01$.
- Constante de fase normalizada: $\frac{\beta}{k_0} = 0,5$.

La constante de atenuación y la constante de fase constituyen la constante de propagación compleja de un modo leaky.

La Figura 2.7 muestra la iluminación compleja:

El diagrama de radiación de una antena de longitud finita se puede calcular de las siguientes maneras:

- Fórmula de Schwering.
- Mediante la integral de radiación numérica.
- Mediante la integral analítica.
- Mediante la FFT de la iluminación de la antena.

Comparando estas cuatro formas de manera gráfica se obtienen los resultados de la Figura 2.8:

Como es lógico en las tres figuras se obtiene el máximo del diagrama de radiación en el ángulo de apuntamiento. Además se aprecia que $R(\theta)$ obtenido mediante la FFT se produce una pequeña

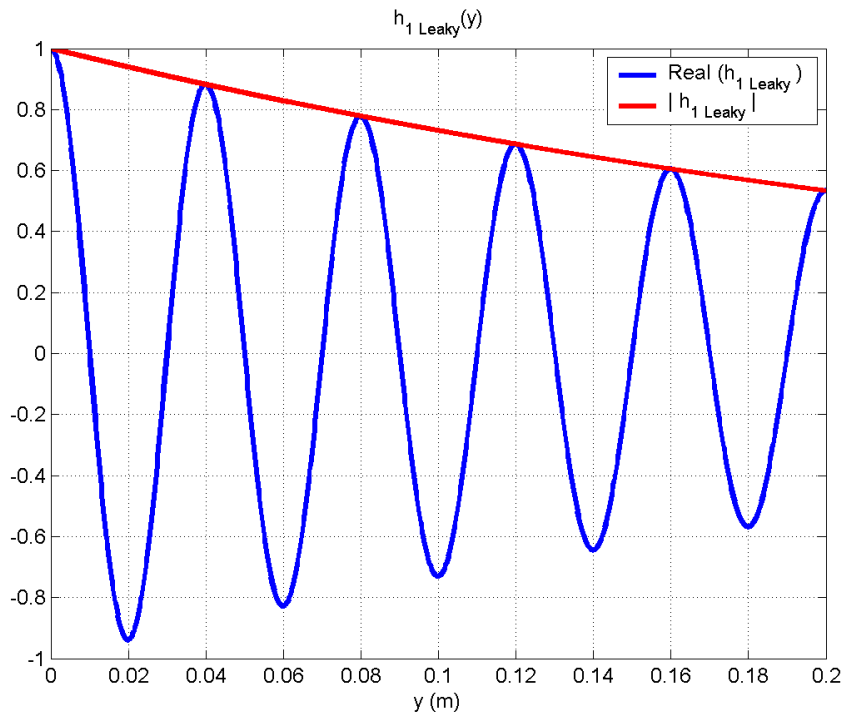


Figura 2.7.: Iluminación compleja

variación en los lóbulos laterales respecto a las demás figuras representadas usando otros métodos de cálculo numérico.

2.2.5. Comparación del diagrama de radiación a partir de fórmulas analíticas

En este proyecto se han estudiado dos formas de obtener el diagrama de radiación de forma analítica.

Para el caso de una antena finita, el diagrama de radiación posee los primeros lóbulos laterales con un nivel de lóbulo lateral (SLL) a -13 dB. Además, conforme se aumenta la longitud de la antena, la anchura de las variaciones de los lóbulos laterales disminuye. De modo que, representado el diagrama de radiación de estas antenas mediante el método de la FFT, se va a ir incrementando la longitud de la antena de $10\lambda_0$ hasta $40\lambda_0$ en incrementos de $10\lambda_0$ para observar que a medida que aumenta dicha longitud, el lóbulo principal de la antena se va estrechando. Y como se dijo anteriormente, se comprueba que la amplitud de los lóbulos laterales ha ido disminuyendo y que el diagrama de radiación se ensancha pero no con respuesta plana.

Si se aumenta lo suficiente la longitud de la antena se llega a un punto donde se puede considerar una antena de longitud infinita. A continuación, en la Figura 2.10 se muestra una comparación entre el diagrama de radiación para una antena de longitud finita realizado con la fórmula de Schwering y el diagrama de radiación para una antena de longitud infinita calculado mediante la fórmula de Oliner: El ancho de banda se determina fundamentalmente mediante la longitud de la antena y el ángulo de apuntamiento, sin embargo, también interviene la amplitud del campo de

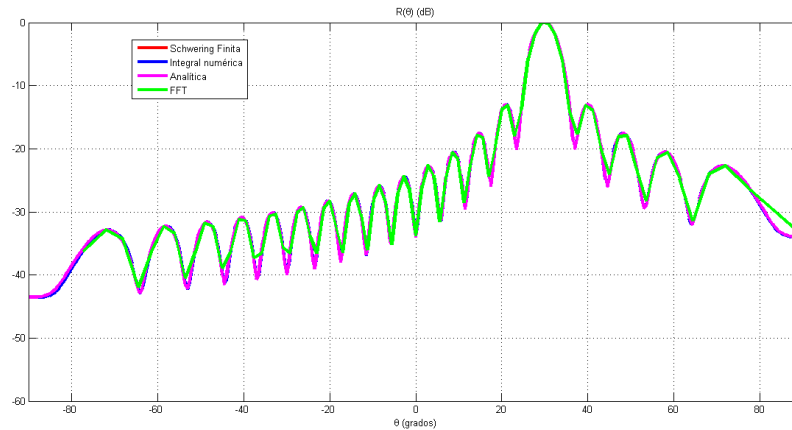


Figura 2.8.: Comparación de las diferentes formas de calcular el diagrama de radiación.

apertura distribución. Se calcula a partir de la siguiente expresión analítica [3]:

$$\Delta\theta = \frac{1(rad)}{\frac{L}{\lambda_0} \cos \theta_{RAD}} = \frac{180^\circ / \pi(grados)}{\frac{L}{\lambda_0} \cos \theta_{RAD}}, \quad (2.47)$$

donde θ_{RAD} es el ángulo del máximo del diagrama de radiación medido desde la dirección broadside que se encuentra en la dirección perpendicular al eje de las guías de onda de las antenas leaky-wave, L es la longitud de la antena, $\Delta\theta$ es el ancho de banda y k_0 es el número de onda en espacio libre, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$.

A partir de la ecuación (2.47) se define la longitud efectiva normalizada $(L/\lambda_0) \cos \theta_{RAD}$ siendo $L \cos \theta_{RAD}$ la longitud efectiva medida en metros.

La Figura 2.11 muestra el diagrama de radiación de una antena leaky-wave con una longitud de $10\lambda_0$ apuntando a $\theta_{RAD} = 0^\circ$, $\theta_{RAD} = 30^\circ$ y $\theta_{RAD} = 60^\circ$. Se aprecia que el diagrama de radiación a 0° es más estrecho que cuando está radiando a 30° y 60° . Este hecho es debido al fenómeno de la longitud efectiva de la antena L_{eff} , que para el caso de antenas con haces escaneados (barrido del haz) se define como la longitud física multiplicada por el coseno del ángulo de "scanning". Además, el diagrama de radiación a 30° es más estrecho que cuando radia a 60° .

La Tabla 2.1 muestra la constante de fase normalizada, el ángulo de apuntamiento y el ancho de banda calculado de forma analítica y a partir de las gráficas.

β/k_0	θ_{RAD}	$\Delta\theta_{analítica}$	$\Delta\theta_{gráficas}$
0	0°	5.729°	5.14°
0.5	30°	6.615°	5.93°
$\frac{\sqrt{3}}{2}$	60°	11.459°	10.41°

Tabla 2.1.: Comparación de las técnicas utilizadas para calcular el ancho de banda.

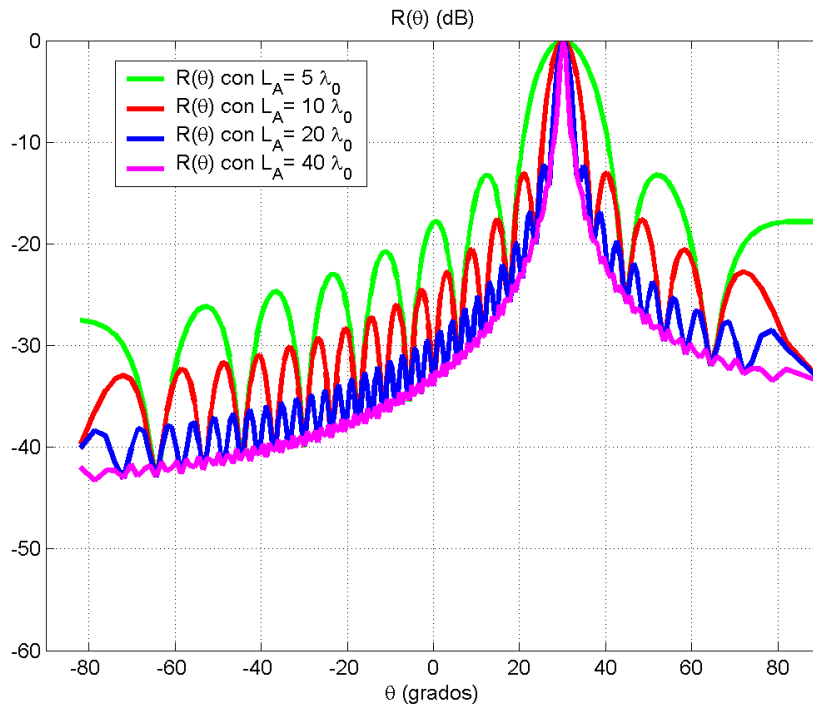


Figura 2.9.: Comparación del diagrama de radiación con diferentes longitudes

2.3. Relación de los parámetros de un modo leaky con un polo/cero

Esta sección se encarga de realizar una herramienta en Matlab donde se observe de manera gráfica la relación que existe entre un modo leaky y un polo/cero de un sistema LTI discreto.

La función de esta herramienta consiste en obtener una determinada iluminación de una antena leaky para sintetizar un diagrama de radiación determinado y además comprobar que a partir de esa iluminación se puede obtener el diagrama de ceros y polos con su respuesta al impulso y su respectivo diagrama de radiación aplicándole la técnica de eventanado.

La ecuación de la iluminación de un modo leaky definida en (2.11) está compuesta por el coeficiente de excitación complejo (D) y la constante de propagación compleja. Si se muestrea la iluminación con $y = n\Delta_y$ se obtiene una iluminación semi-infinita:

$$h_{1Leaky}[n] = h_{1Leaky}(y = n\Delta_y) = De^{-\alpha y}e^{-j\beta y} = De^{-\alpha n\Delta_y}e^{-j\beta n\Delta_y} \quad (2.48)$$

A partir de este punto para calcular el diagrama de radiación mediante la iluminación de antenas leaky-wave se va a hacer uso de la fórmula analítica de Schwering.

Dado un sistema LTI con un cero y un polo, su función de transferencia $H(z)$ está definida por el cociente de dos polinomios donde las raíces del numerador se corresponden con los ceros de la función de la transferencia y las raíces del denominador se corresponden con los polos de esa función:

$$H_{1p1z}(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = G \frac{1 - cz^{-1}}{1 - pz^{-1}} \quad (2.49)$$

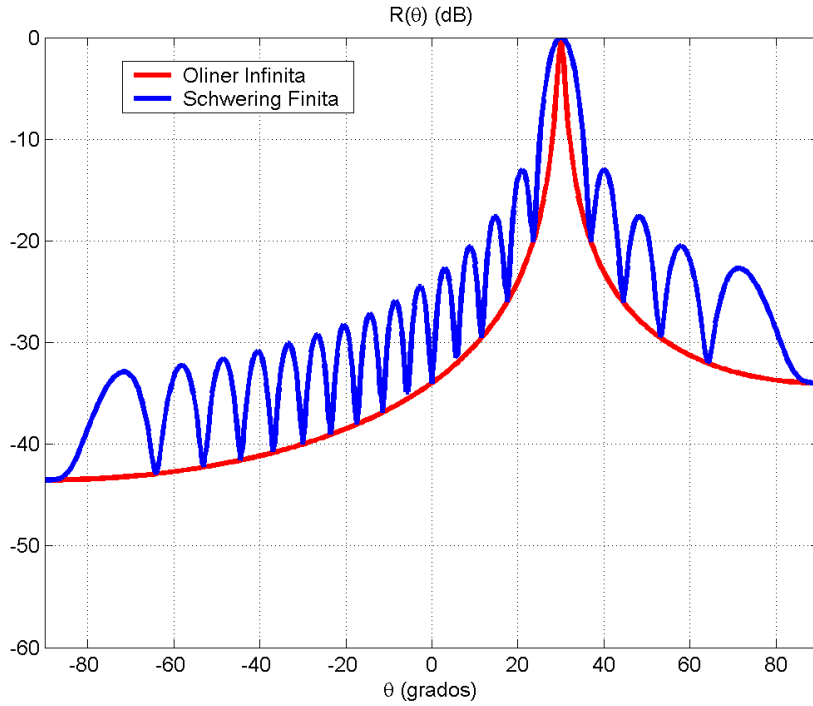


Figura 2.10.: Diagrama de radiación de una antena de longitud infinita y finita

donde G es el factor ganancia, p el polo complejo $p = r_p e^{j\omega_p}$ y c el cero complejo $c = r_c e^{j\omega_c}$. En ambos r es un valor real positivo que indica la distancia del polo/cero al origen y ω es el ángulo del polo/cero en radianes.

Realizando la división de esos polinomios se obtiene:

$$H_{1p1z}(z) = G \left(\frac{c}{p} + \frac{1 - \frac{c}{p}}{1 - pz^{-1}} \right). \quad (2.50)$$

Aplicando la transformada z inversa a $H_{1p1z}(z)$ se obtiene $h_{1p1z}[n]$:

$$h_{1p1z}[n] = G \left(\frac{c}{p} \delta[n] + \left(1 - \frac{c}{p} \right) p^n u[n] \right) \quad (2.51)$$

Si comparamos la respuesta al impulso $h_{1p1z}[n]$ con la iluminación de una antena leaky-wave muestreada semi-infinita se puede observar mediante las figuras 2.12b) y 2.12g) que se obtiene el mismo resultado. De forma analítica se calcula como:

$$\begin{aligned} h_{1p1z}[n] &= h_{1Leaky}[n] \\ \frac{c}{p} &= 0 \rightarrow c = 0 \\ G \left(1 - \frac{c}{p} \right) &= D \rightarrow G = D \\ G r_p^n e^{\omega_p n} &= D e^{-\alpha n \Delta_y} e^{-j\beta n \Delta_y} \end{aligned} \quad (2.52)$$

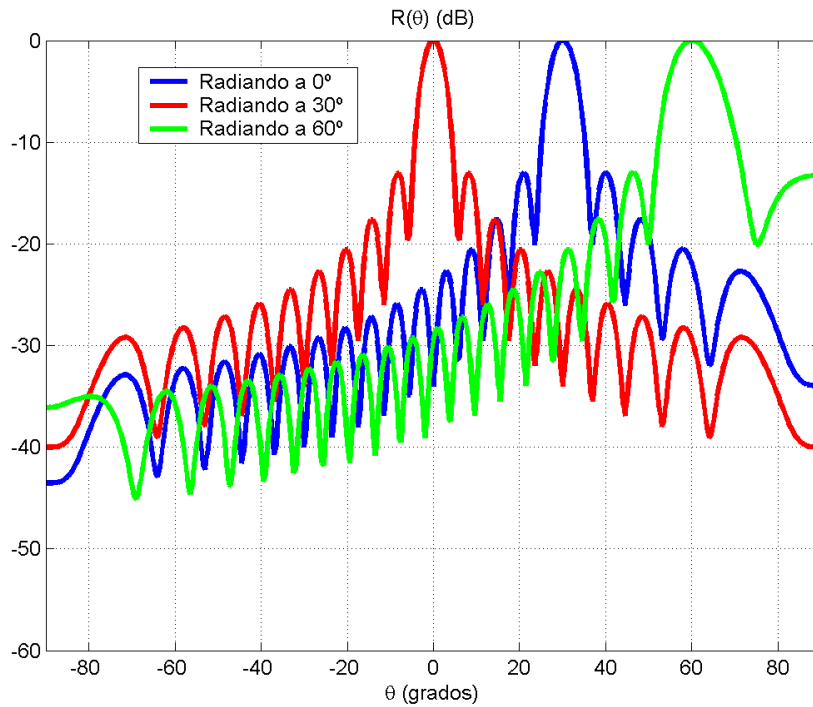


Figura 2.11.: Diagrama de radiación de una antena finita radiando a 0°, 30° y 60°.

Se puede concluir que un modo leaky se corresponde con cero en el origen y un polo situado dentro del margen visible descrito en la ecuaciones (2.38) y (2.39). A partir de la ecuación (2.52) se puede obtener el módulo del polo compuesto por la constante de atenuación medida en Nep/m y el periodo de muestreo:

$$r_p = |p| = e^{-\alpha\Delta_y} \quad (2.53)$$

y la fase de ese polo compuesta por la constante de fase medida en rad/m y el periodo de muestreo Δ_y :

$$\omega_p = -\beta\Delta_y \quad (2.54)$$

En el margen visible del diagrama de polos y ceros descrito en las ecuaciones (2.38) y (2.39) se encuentra ubicado el polo complejo representado por una cruz en la frecuencia angular de apuntamiento ω_{RAD} :

$$\omega_{RAD} = \omega_p = -k_0\Delta_y \sin \omega_{RAD} \quad (2.55)$$

Despejando el término $\sin \omega_{RAD}$ e introduciendo la ecuación (2.52) se obtiene:

$$\sin \omega_{RAD} = -\frac{\omega_p}{k_0\Delta_y} \quad (2.56)$$

Como se puede observar se llega a misma ecuación que se obtuvo con la ecuación de Oliner cuando el diagrama de radiación alcanza su máximo (2.18).

2. Antenas Leaky-Wave

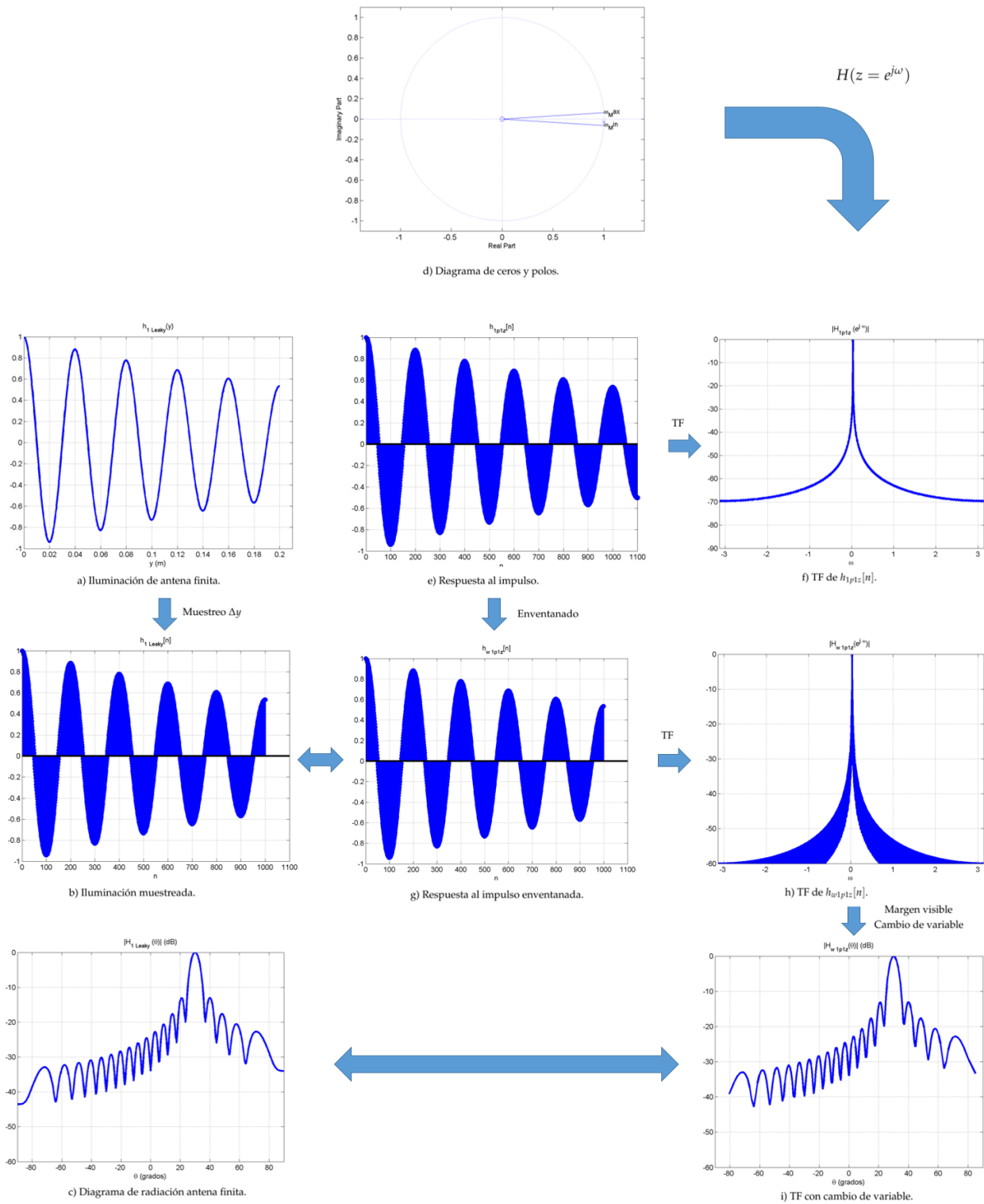


Figura 2.12.: Esquema de comparación de leaky-wave con técnicas de procesamiento de señal. a) Iluminación antena leaky con los siguientes parámetros de entrada: $\beta/k_0 = 0,5$, $\alpha/k_0 = 0,01$, $D = 1$ y $L_A = 10\lambda_0$. b) Iluminación muestreada con un periodo $\Delta y = 2 \cdot 10^{-4}$. c) Diagrama de radiación realizado con la fórmula de Schwering. d) Diagrama de ceros y polos con $c = 0$ y $p = 0,9989 - 0,0314j$ y margen visible $[-k_0\Delta y, k_0\Delta y]$. e) Respuesta al impulso infinita. g) Respuesta al impulso enventanada con $u[n] - u[n - 1000]$. h) TF de la respuesta al impulso enventanada con el máximo ángulo de apuntamiento en $\omega = 0,3124$. i) Aplicar el cambio de variable $\omega = -k_0\Delta y \sin \theta$ y margen visible $[-90^\circ, 90^\circ]$.

Como se muestra en la Figura 2.12f) puesto que el cero se encuentra en el origen, la función de transferencia se simplifica a:

$$H(z) = H(e^{j\omega})|_{z=e^{j\omega}} = \frac{G}{1 - pe^{-j\omega}} \quad (2.57)$$

Se le tiene que aplicar un enventanado y realizar el cambio de variable de ω a θ :

$$\omega = -k_0\Delta_y \sin \theta \quad (2.58)$$

y además aplicarle el margen visible de θ correspondiente al intervalo $[-90^\circ, 90^\circ]$.

3.1. Desarrollo de la interfaz gráfica

Una de las finalidades de este proyecto es realizar el diseño de una interfaz gráfica que permita realizar los cálculos de la iluminación de la antena y del diagrama de radiación asociado a la misma. A continuación, se muestra una visión general de la interfaz gráfica implementada en Matlab:

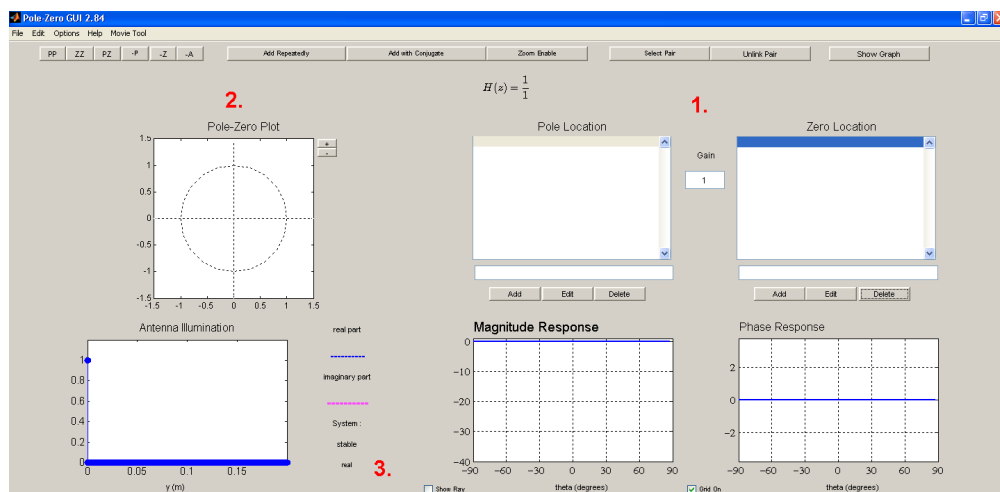


Figura 3.1.: Interfaz gráfica.

3.1.1. Panel de introducción de datos

En este panel se encuentran todos los parámetros de entrada necesarios para la ejecución de la interfaz gráfica como son los polos y los ceros. Dentro de introducción de datos, se encuentra

el botón de añadir, editar y eliminar. De forma que cuando alguno de ellos es seleccionado se ejecutan los scripts para la generación de la iluminación de la antena y su diagrama de radiación correspondientes a los ceros y polos introducidos.

3.1.2. Representación gráfica del diagrama de ceros y polos

El panel de representación gráfica del diagrama de ceros y polos tiene como objetivo representar los ceros y polos introducidos en el panel de introducción de datos. Además, tiene la funcionalidad de mover los ceros y los polos a otras posiciones, por lo que en el panel de introducción de datos se ven reflejados los cambios de sus parámetros.

3.1.3. Representación gráfica

La finalidad de estos paneles es llevar a cabo la representación de la iluminación de la antena y el diagrama de radiación asociado a la misma en las cuales se indican las dimensiones. Estos paneles corresponden a la salida de la interfaz y en ellos se puede ir viendo los cambios a medida que vamos introduciendo, editando o eliminando ceros y polos.

3.2. Resultados obtenidos con la interfaz gráfica para un polo y cero

En este apartado todos los ceros y polos que se van a colocar se encuentran dentro del margen visible $[\omega_{Min}, \omega_{Max}]$. Se introduce en la interfaz un cero en $c_1 = 0,01 + 0,01j$ y un polo en $p_1 = 0,995 + j0,063$ obteniendo un único modo leaky como es obvio. Se puede observar que el diagrama de radiación presenta su máximo de radiación en 30° y sus lóbulos secundarios respecto del principal, SLL, están a -13 dB. Además, presenta un comportamiento decadente de los lóbulos de orden superior conforme nos alejamos del lóbulo principal en forma de falda, lo cual resulta en un nivel del diagrama de radiación en torno a -35 dB para $\theta = -90^\circ$ y en torno a -25 dB para $\theta = +90^\circ$.

Si dejamos el polo en la misma posición que anteriormente $p_1 = 0,995 + j0,063$, y movemos el cero del origen a $c_1 = 0,5 + j0,05$ pero sin acercarse demasiado al polo, podemos ver en la Figura 3.3 que en principio no cambia el diagrama de radiación, tal y como se esperaba. Sin embargo, hay que tener que en la iluminación de la apertura de la antena leaky aparece una delta en el origen que genera una discontinuidad en la primera muestra.

Esa discontinuidad no debe de existir de forma que eliminaremos la delta que la genera, obteniendo prácticamente los mismos resultados.

Sin embargo, si dejamos el polo donde estaba $p_1 = 0,995 + j0,063$, y movemos el cero del origen a $c_1 = 0,984 + j0,115$ acercándolo al polo, se puede observar en la Figura ?? como se producen fuertes cambios en el diagrama de radiación, generando un nulo de radiación en los ángulos comprendidos entre $\theta = 60^\circ$ y $\theta = 90^\circ$.

Como se muestra en la Figura 3.5 (parte inferior izquierda), la iluminación de la antena se hace más discontinua, es decir, la primera muestra está mucho más marcada.

3.2. Resultados obtenidos con la interfaz gráfica para un polo y cero

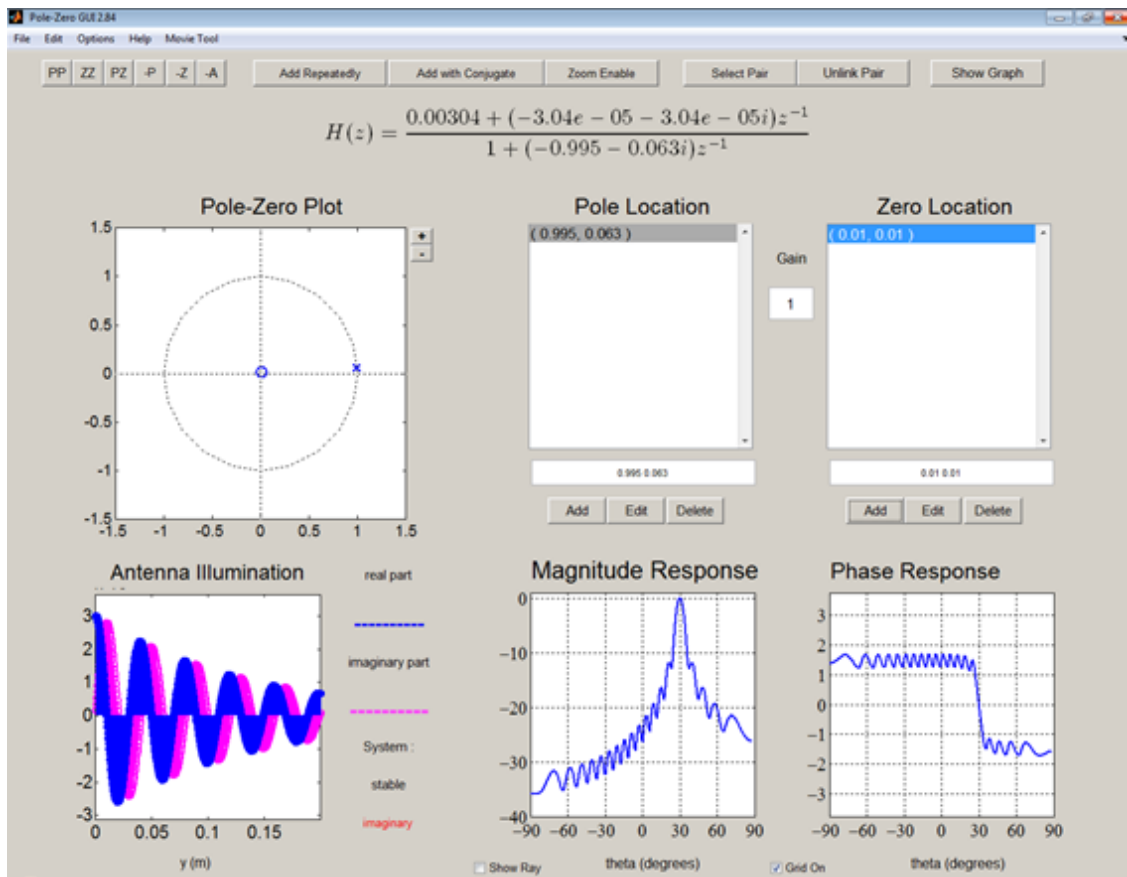


Figura 3.2.: Interfaz con un polo y un cero.

Si se elimina esa discontinuidad tal y como se muestra en la Figura 3.6a), el diagrama de radiación no se queda igual debido a que esa delta es la encargada de generar el nulo en el diagrama de radiación en la región angular $[60^\circ, 90^\circ]$, como se observa en la Figura 3.6b). A continuación se muestra en la Figura 3.6 la comparación:

3. Resultados

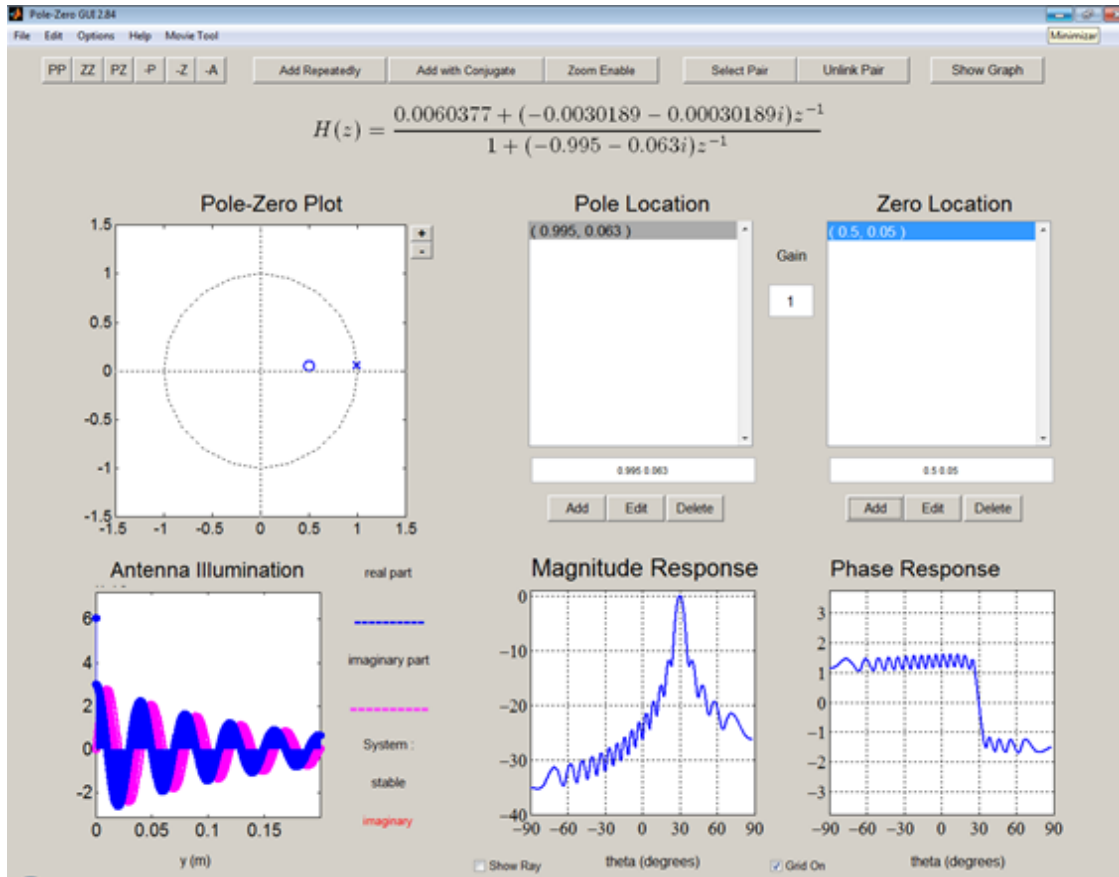
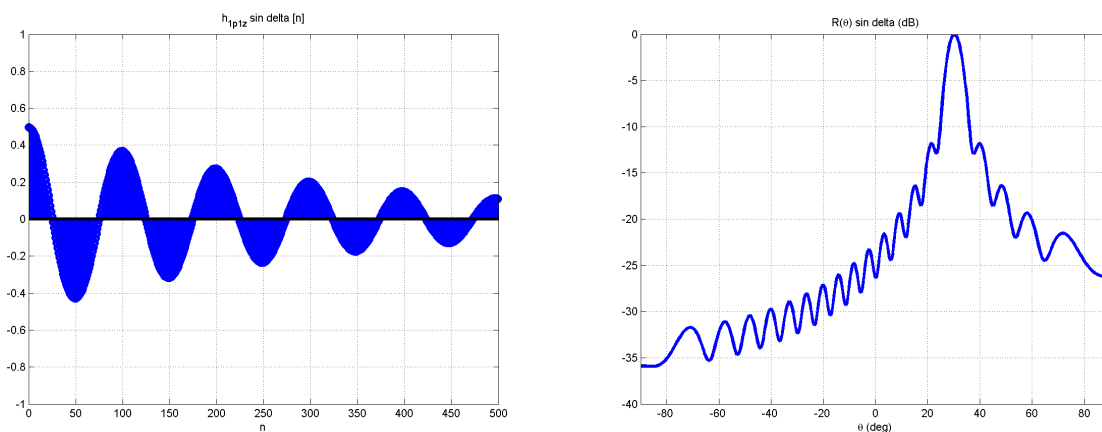


Figura 3.3.: Interfaz con un polo y un cero.



(a) Iluminación de la antena.

(b) Diagrama de radiación.

Figura 3.4.: Comparación con el panel de resultados.

3.2. Resultados obtenidos con la interfaz gráfica para un polo y cero

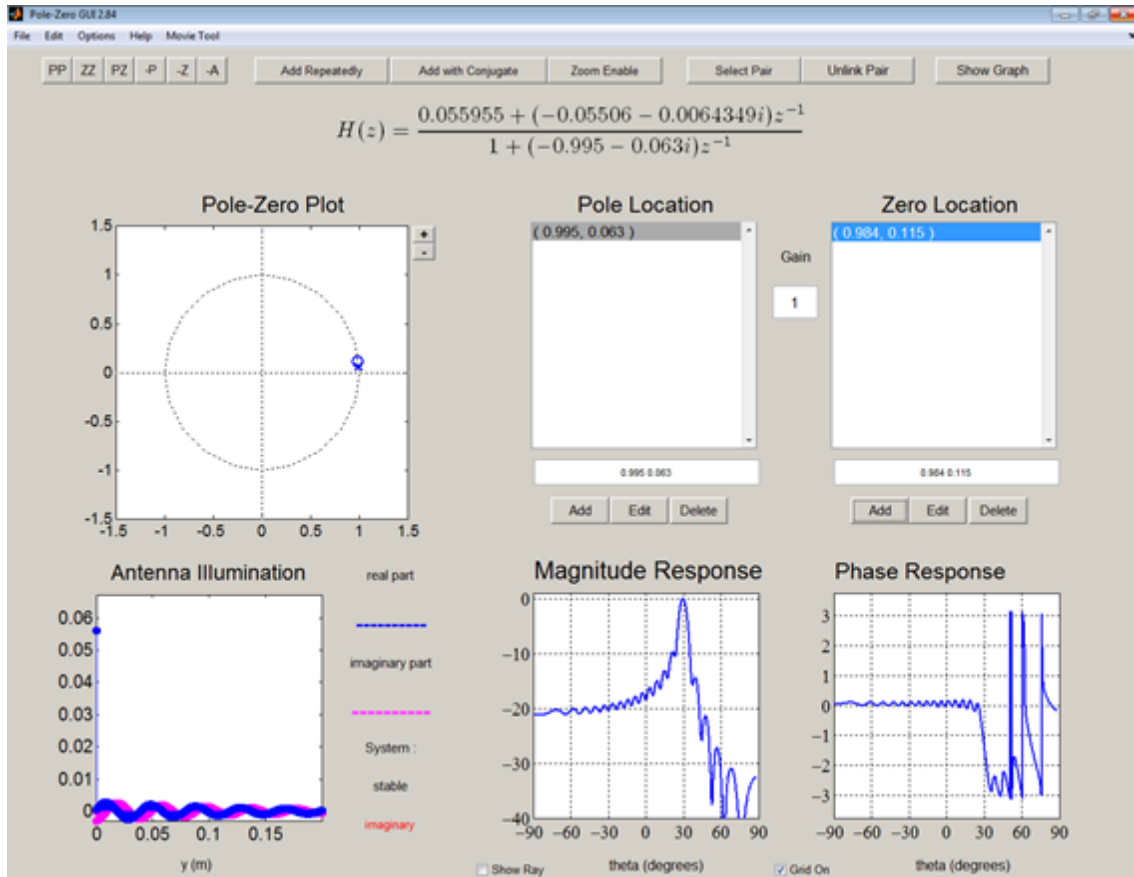
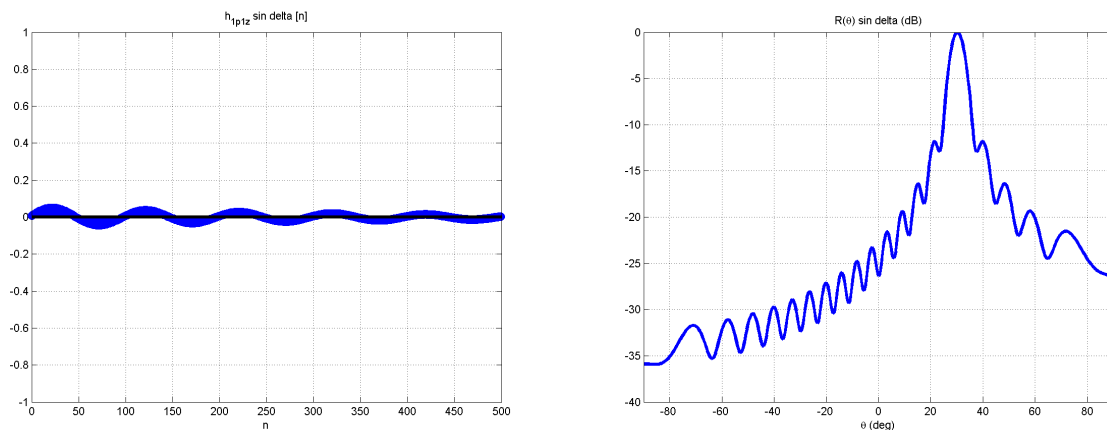


Figura 3.5.: Interfaz con un polo y un cero.



(a) Iluminación de la antena.

(b) Diagrama de radiación.

Figura 3.6.: Comparación con el panel de resultados.

3.3. Relacion de los parámetros de dos modos leaky con dos polos/ceros

En esta sección se va a comparar la respuesta al impulso de dos polos/ceros con dos modos leaky. La ecuación de la iluminación muestreada de dos modos leaky es la siguiente:

$$\begin{aligned} h_{2Leaky}[n] &= h_{2Leaky}(y = n\Delta_y) = De^{-\alpha_1 y} e^{-j\beta_1 y} + D_2 e^{-\alpha_2 y} e^{-j\beta_2 y} = \\ &= De^{-\alpha_2 n\Delta_y} e^{-j\beta_1 n\Delta_y} + D_2 e^{-\alpha_2 n\Delta_y} e^{-j\beta_2 n\Delta_y} \end{aligned} \quad (3.1)$$

La función de transferencia de dos polos/ceros es la siguiente:

$$H(z) = \frac{(1 - c_1 z^{-1})(1 - c_2 z^{-1})}{(1 - p_1 z^{-1})(1 - p_2 z^{-1})} \quad (3.2)$$

donde

$$\begin{aligned} c_1 &= r_{c_1} e^{j\omega_{c_1}} & c_2 &= r_{c_2} e^{-j\omega_{c_2}} \\ p_1 &= r_{p_1} e^{j\omega_{p_1}} & p_2 &= r_{p_2} e^{j\omega_{p_2}} \end{aligned}$$

Para determinar el grado del numerador y el grado del denominador multiplicaremos los términos de $H(z)$.

$$H_{2p2z}(z) = \frac{1 - (c_1 + c_2)z^{-1} + c_1 c_2 z^{-2}}{1 - (p_1 + p_2)z^{-1} + p_1 p_2 z^{-2}} \quad (3.3)$$

El grado del numerador y el grado del denominador es el mismo, de modo que se tiene que dividir:

$$H_{2p2z}(z) = \frac{c_1 c_2}{p_1 p_2} + H'_{2p2z}(z) = \frac{c_1 c_2}{p_1 p_2} + \frac{1 - \frac{c_1 c_2}{p_1 p_2} + \left(-(c_1 + c_2) + \frac{(p_1 + p_2)c_1 c_2}{p_1 p_2} \right) z^{-1}}{1 - (p_1 + p_2)z^{-1} + p_1 p_2 z^{-2}} \quad (3.4)$$

El grado del numerador de $H'_{2p2z}(z)$ es menor estricto que el orden del denominador. De modo que se pasa a potencias positivas multiplicando por z^N / z^N .

$$H'_{2p2z}(z) = \frac{\left(1 - \frac{c_1 c_2}{p_1 p_2}\right)z^2 + \left(- (c_1 + c_2) + \frac{(p_1 + p_2)c_1 c_2}{p_1 p_2}\right)z}{z^2 - (p_1 + p_2)z + p_1 p_2} \quad (3.5)$$

Se divide $H'_{2p2z}(z)$ entre z para obtener $H''_{2p2z}(z)$ para poder descomponer en fracciones simples.

$$H''_{2p2z}(z) = \frac{H'_{2p2z}(z)}{z} = \frac{\left(1 - \frac{c_1 c_2}{p_1 p_2}\right)z + \left(- (c_1 + c_2) + \frac{(p_1 + p_2)c_1 c_2}{p_1 p_2}\right)}{(z - p_1)(z - p_2)} = \frac{A_1}{z - p_1} + \frac{A_2}{z - p_2} \quad (3.6)$$

$$A_1 = H''_{2p2z}(z)(z - p_1)|_{z=p_1} = \frac{\left(1 - \frac{c_1 c_2}{p_1 p_2}\right)p_1 + \left(- (c_1 + c_2) + \frac{(p_1 + p_2)c_1 c_2}{p_1 p_2}\right)}{p_1 - p_2} \quad (3.7)$$

$$A_2 = H''_{2p2z}(z)(z - p_2)|_{z=p_2} = \frac{\left(1 - \frac{c_1 c_2}{p_1 p_2}\right)p_2 + \left(- (c_1 + c_2) + \frac{(p_1 + p_2)c_1 c_2}{p_1 p_2}\right)}{p_2 - p_1} \quad (3.8)$$

Aplicando la transformada inversa a $H''_{2p2z}(z)$ se obtiene $h''_{2p2z}[n]$:

$$h''_{2p2z}[n] = [A_1 (p_1)^n + A_2 (p_2)^n]u[n] \quad (3.9)$$

Finalmente se obtiene $h_{2p2z}[n]$:

$$h_{2p2z}[n] = \frac{c_1 c_2}{p_1 p_2} \delta[n] + h_{2p2z}''[n] \quad (3.10)$$

Si se compara $h_{2p2z}[n]$ y $h_{2Leaky}[n]$ se obtienen las siguientes expresiones:

$$A_1 |p_1|^n e^{\omega_{p_1} n} = D e^{-\alpha_1 n \Delta_y} e^{-j\beta_1 n \Delta_y} \quad (3.11)$$

$$A_2 |p_2|^n e^{\omega_{p_2} n} = D_1 e^{-\alpha_2 n \Delta_y} e^{-j\beta_2 n \Delta_y} \quad (3.12)$$

A partir de la ecuación (3.11) se puede obtener el módulo del polo p_1 donde se puede observar la relación existente entre la constante de atenuación del modo leaky 1 y el periodo de muestreo:

$$|p_1| = e^{-\alpha_1 \Delta_y} \quad (3.13)$$

y cuya fase es la siguiente:

$$\omega_{p_1} = -\beta_1 \Delta_y \quad (3.14)$$

Para el caso del polo p_2 se realiza el mismo proceso para la equivalencia del módulo y la fase de dicho polo con la constante de atenuación y de fase del modo leaky y el periodo de muestreo. A continuación se muestra la correspondencia del módulo del polo:

$$|p_2| = e^{-\alpha_2 \Delta_y} \quad (3.15)$$

En la siguiente ecuación, se muestra que la equivalencia de la fase del módulo con el periodo de muestreo y la constante de fase:

$$\omega_{p_2} = -\beta_2 \Delta_y \quad (3.16)$$

Se puede concluir así que cada modo leaky posee y una determinada constante de atenuación y constante de fase. A continuación se muestra el esquema que relaciona la teoría LSI con la teoría EM de modos leaky en la Figura 3.7, donde $H_{w_{2p2z}}(\theta)$ se obtiene aplicando la FFT además de aplicar el margen visible y el cambio de variable correspondiente, y por el lado de la teoría EM de modos leaky el diagrama de radiación se obtiene aplicando la fórmula analítica (2.23). Se puede observar que ambos diagramas tienen sus máximos de radiación en 0° y 30° , aunque ambos difieren en los lóbulos laterales debido al término constante de la ecuación $H_{2p2z}(z)$, (3.4).

3.4. Resultados de la interfaz gráfica para dos polos y dos ceros

Si colocamos dos polos en $p_1 = 0,9966 - 0,065j$, $p_2 = 0,9965 - 0,045j$, y dos ceros en $c_1 = 0,9998 + 0,0215j$, $c_2 = 0,9992 + 0,0404j$, se puede observar en la Figura 3.8 que el diagrama de radiación presenta un máximo de radiación en $\theta_{max} = 30^\circ$ con dos nulos de radiación en ángulos adyacentes a una distancia de 10° del haz principal, es decir, $\theta = 20^\circ$ y 40° .

En la representación de la iluminación de la antena se muestra una delta en la primera muestra generando una discontinuidad tal y como se observa en la Figura 3.8 en color verde.

Para solventar este problema, el sistema tiene que ser de un orden mayor. En el siguiente apartado, se va a mostrar un ejemplo dando solución a este inconveniente.

3. Resultados

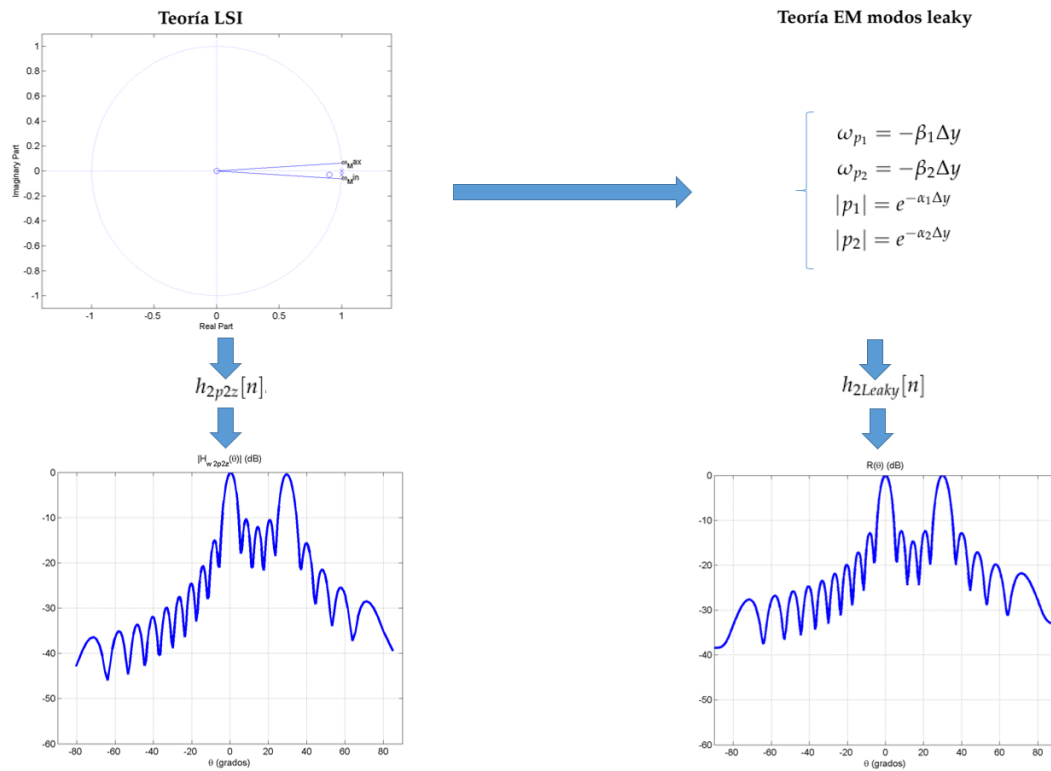


Figura 3.7.: Esquema de comparación de ambas teorías.

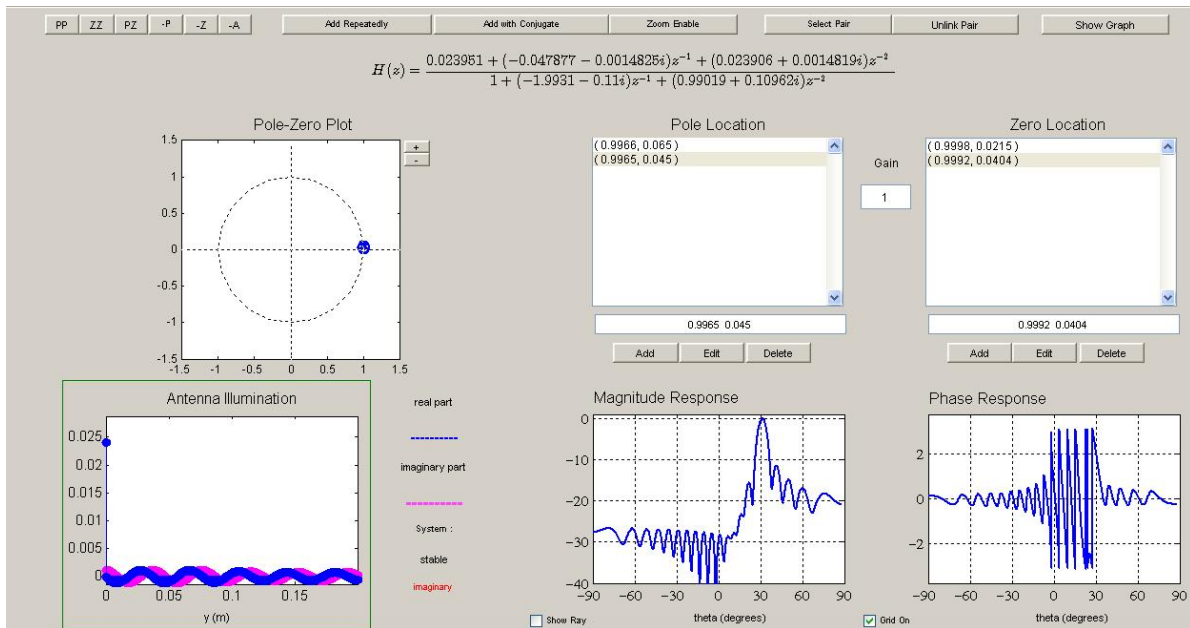


Figura 3.8.: Interfaz con dos polos y dos ceros.

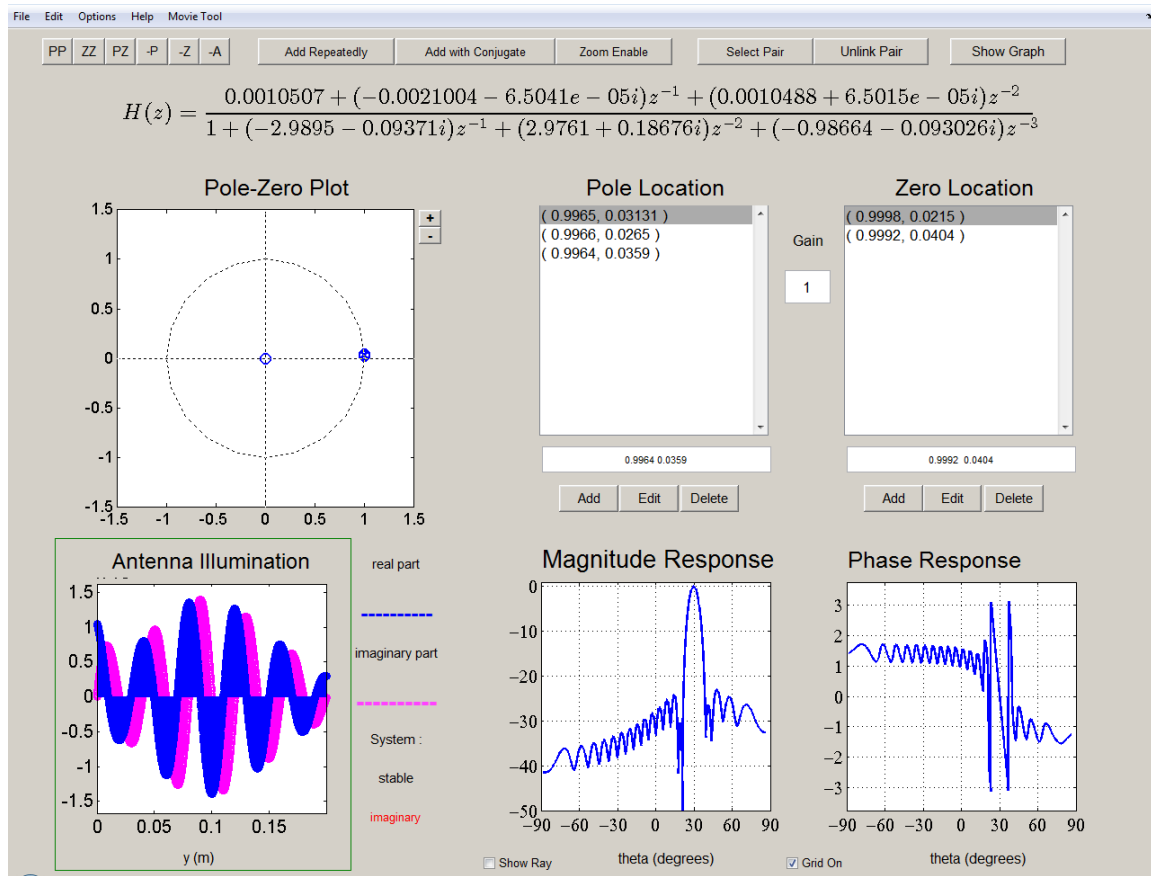


Figura 3.9.: Interfaz con tres polos y tres ceros.

3.5. Resultados para un sistema de orden mayor a $N=2$

En esta sección, los tres polos van a estar ubicados en: $p_1 = 0,9965 + 0,03131j$, $p_2 = 0,9966 + 0,0265j$, $p_3 = 0,9964 + 0,0359j$ y los ceros están en $c_1 = 0,9998 + 0,0215j$, $c_2 = 0,9992 + 0,0404j$ y $c_3 = 0$ (correspondientes a $\theta_{c_1} = 20^\circ$, $\theta_{c_2} = 40^\circ$ y $\theta_{c_3} = 0^\circ$).

Como se puede observar en la Figura 3.9 (color verde), en la iluminación de la antena no se muestra la discontinuidad en la primera muestra. De forma que el error de la sección 3.4 se ha corregido. Es necesario colocar un cero en el origen.

Con esto se consigue un máximo de radiación en $\theta_{max} = 30^\circ$ y dos nulos de radiación en los ángulos de los ceros c_1 y c_2 correspondientes a $\theta_{c_1} = 20^\circ$ y $\theta_{c_2} = 40^\circ$.

Tal y como se puede observar en el diagrama de radiación obtenido en la Figura 3.9, hemos conseguido sintetizar un diagrama de radiación con dos nulos de radiación a ambas zonas angulares rodeando el haz principal. Este tipo de diagramas de radiación son muy útiles para evitar interferencias que provengan de emisores ubicados en ángulos cercanos a la dirección de apuntamiento.

Esta síntesis la hemos conseguido realizar simplemente colocando los tres polos en la zona angular en la que queremos que nuestra antena tenga el apuntamiento de su haz principal ($\theta_{max} = 30^\circ$), y colocando dos ceros en las zonas angulares adyacentes ($\theta_{c_1} = 20^\circ$ y $\theta_{c_2} = 40^\circ$), y colocando

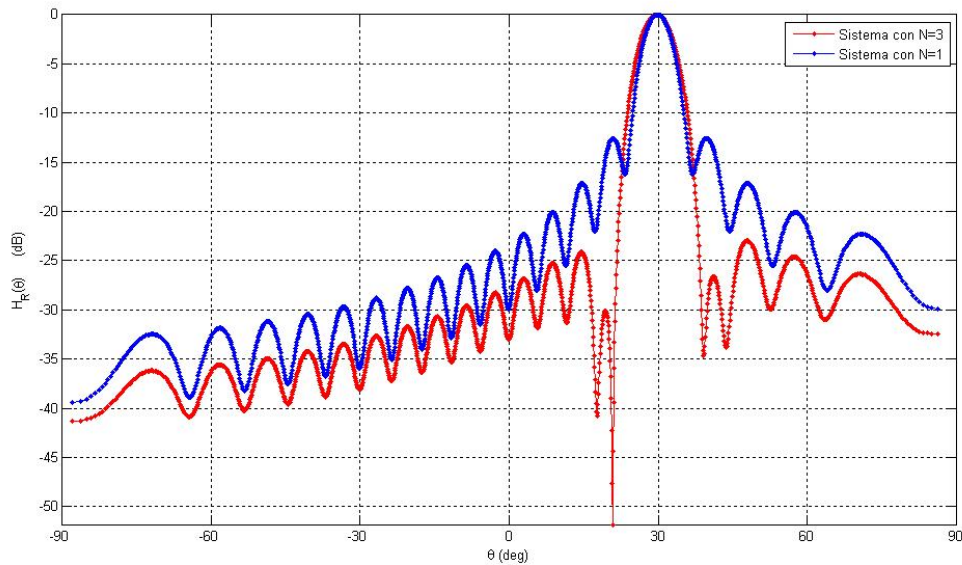


Figura 3.10.: Comparación de los diagramas de radiación con un LM y tres LMs.

un cero en el origen del dominio Z (módulo 0, fase 0), de forma que se elimina la discontinuidad en la primera muestra de la iluminación de la apertura de la antena, tal y como se explicó en el apartado 3.2 y 3.3. Por tanto, se puede afirmar que hemos necesitado utilizar dos modos leaky adicionales para generar la interferencia destructiva en las direcciones deseadas ($\theta_{c_1} = 20^\circ$ y $\theta_{c_2} = 40^\circ$), sin afectar al lóbulo principal.

En la Figura 3.10, se compara el diagrama de radiación de una antena leaky compuesta por un sólo modo leaky radiando en 30° ($N=1$, Figura 3.3) con el de una antena leaky de orden $N=3$ radiando en esa misma dirección de 30° pero con dos nullos adyacentes tal y como se ve en la Figura 3.9. Como se puede observar en la Figura 3.10, el diagrama de radiación del caso $N=3$ es más selectivo angularmente, eliminando interferencias de zonas no deseadas como se comentó anteriormente.

3.6. Modulación de un modo leaky

En esta sección se ha desarrollado en un script de Matlab mostrado en el Apéndice A y se centra en el cálculo de la modulación de los parámetros α y β de cada modo leaky para comprobar que la iluminación del modo leaky modulado obtenido es igual a varios modos leaky sin modular.

Para el caso de dos polos y dos ceros, obtenemos dos ondas leakys no moduladas que se interfieren. Esto solo se puede llevar a cabo con una sóla onda leaky, pero modulada localmente. Esta técnica también es denominada de antenas holográficas [1].

La constante de atenuación controla las pérdidas de radiación a lo largo de la antena y por tanto, permiten expresar la distribución de potencia a lo largo de la antena de la siguiente manera:

$$P(y = y_0) = P(y = 0)e^{-2 \int_0^{y=y_0} \alpha(y) dy} \quad (3.17)$$

siendo $P(0)$ la potencia en el punto inicial de la antena, $y_0 = 0$, e y la variable de integración. De manera que calculando la derivada a la expresión anterior se obtiene la siguiente identidad:

$$\frac{-dP(y_0)}{dy_0} = 2\alpha(y_0)P(y_0) \quad (3.18)$$

Ahora supondremos que la distribución de apertura es $h(y_0)\exp(-j\beta y_0)$. De manera que podemos decir que

$$\frac{-dP(y_0)}{dy_0} = c|h(y_0)| \quad (3.19)$$

siendo c la constante de proporcionalidad. Y haciendo una comparación de las dos ecuaciones anteriores se puede obtener el valor de la constante de atenuación en cada punto de la antena:

$$\alpha(y = y_0) = \frac{|h(y = y_0)|^2}{2P(y = y_0)} \quad (3.20)$$

Para eliminar la constante c , se integra la ecuación (3.17) en los límites de integración siguientes:

$$c \int_0^{y=L_a} |h(y)|^2 dy = P(0) - P(L_a) \quad (3.21)$$

$$c \int_0^{y=y_0} |h(y)|^2 dy = P(0) - P(y_0) \quad (3.22)$$

Se realizan las sustituciones de las ecuaciones anteriores (3.21), (3.22) en la ecuación (3.20) se obtiene la siguiente expresión:

$$\alpha(y) = \frac{|h(y)|^2}{\frac{1}{2} \frac{P(0)}{P(0)-P(L_a)} \int_{y=0}^{y=L_a} |h(y)|^2 dy - \int_{y=0}^{y=y_0} |h(y)|^2 dy} \quad (3.23)$$

donde $\frac{P(0)}{P(0)-P(L_a)}$ es la inversa a la eficiencia de radiación. Por lo que la eficiencia de radiación se determina gracias a la constante de atenuación normalizada de cada modo leaky y la longitud de la antena.

La expresión final de $\alpha(y)$ muestra la variación de atenuación de cada modo de fuga.

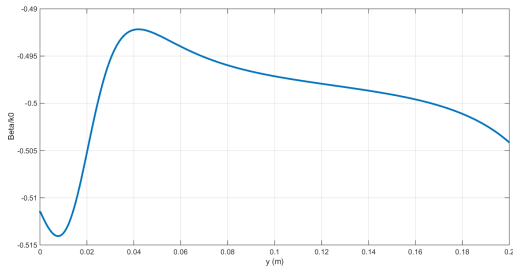
3. Resultados

Para obtener el parámetro $\beta(y)$ se puede calcular a partir de la siguiente relación:

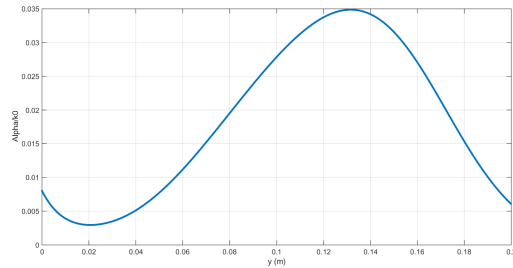
$$\beta(y) = -\frac{d\phi'(y)}{dy} = \Delta\beta\phi'(y) = \phi(y) - \arg[\cos(\Delta\beta y - \phi_A)] = -\Delta\beta y \quad (3.24)$$

De modo que $\alpha(y)$ es modulada mientras que $\beta(y)$ debe mantenerse constante. Esa $\phi(y)$ produce cambios abruptos de fase de 180° que se introducen moviendo geoméricamente la apertura de radiación y dichos cambios tendrán que ser eliminados para obtener una fase lineal.

En la Figura 3.11 se muestra la modulación de un modo leaky utilizando los datos de la sección 3.5 :



(a) Parámetro $\beta(y)/k_0$ de modos leaky modulados



(b) Parámetro $\alpha(y)/k_0$ de modos leaky modulados

Figura 3.11.: Modulación de un modo leaky.

Conclusiones y líneas futuras

Para concluir se van a enumerar las diferentes tareas que se han llevado a cabo a lo largo de este proyecto:

1. Un estudio previo sobre los conocimientos esenciales de la teoría de las antenas leaky-wave con el fin de establecer las bases matemáticas para la comprensión de las gráficas representadas mediante la herramienta de Matlab.
2. En el apartado de resultados numéricos, se han realizado ejemplos del diagrama de radiación utilizando las diferentes técnicas estudiadas a lo largo de la memoria para demostrar el perfecto funcionamiento y la adecuada conexión que existe con la teoría.
3. En las secciones 2.3 y 3.3 se ha pretendido ver la relación que existe entre la teoría de LWA y teoría LSI mediante la comparación de la respuesta al impulso de sistemas con ceros/polos y la iluminación de antenas LWA dando lugar a la relación que existe entre el módulo del polo y la constante de atenuación del modo leaky y Δ_y , y la fase del polo con la constante de fase del modo leaky y Δ_y .
4. Se ha desarrollado una herramienta en Matlab que permite estudiar la iluminación de la antena y el diagrama de radiación asociado a la misma. En esta herramienta se han implementado ciertas funcionalidades que permiten el control de los polos y ceros para poder generar la iluminación de la antena y su diagrama de radiación dando sentido a las representaciones realizadas.
5. Se ha pretendido usar la herramienta desarrollada para comprender la relación existente entre la respuesta al impulso con la iluminación de la antena y la transformada de Fourier de esa respuesta al impulso con el diagrama de radiación.
6. Se han evaluado ejemplos de funcionamiento de la modulación de un modo leaky. Se han mostrado y explicado mediante la utilización de la función mostrada en el Apéndice A.

Llegados a este punto, se plantean una serie de líneas futuras:

1. Extender/generalizar la técnica de análisis de orden $N=2$ a orden N (número de polos y ceros) para garantizar las bases matemáticas descritas en la memoria.
2. Usar esta técnica de orden N para sintetizar diagramas de radiación de antenas leakys más complejos. Si utilizamos la técnica de síntesis de filtros paso bajo y paso banda de orden N se pueden obtener respuestas de diagramas de radiación selectivos angularmente.
3. Tras obtener un conjunto de modos leakys, se puede proporcionar un cierto diagrama de interferencia en la iluminación de la apertura de la antena leaky, otra línea futura consiste en proponer dos vías para implementar dicha iluminación de forma práctica y física:
 - a) La primera es la más obvia y consiste en agrupar en paralelo tantas antenas leakys como modos leakys contribuyan a la radiación en la apertura de la antena resultante. Los campos de cada apertura están en proximidad, y se interfieren de manera aditiva (superposición o interferencia) resultando en los campos totales que deseamos obtener según la teoría desarrollada sobre agrupaciones de modos leakys.
 - b) La segunda de ellas consiste en usar una sola antena leaky que sintetice en su única apertura la iluminación de un conjunto de modos leakys. La antena leaky es necesario que esté modulada para que al utilizar los métodos holográficos [1] se pueda conseguir mediante un modo leaky-wave modulado una iluminación correspondiente a la de diversos modos leakys no modulados.

Obviamente la segunda opción es más simple desde el punto de vista estructural (ya que requiere de una sola antena, alimentada por un solo puerto), sin embargo su diseño particular requiere de una mayor dificultad usando métodos avanzados de holografía o modulación de antenas leakys.

Estas alternativas se desarrollarán en líneas futuras, con el objetivo último de diseñar prototipos de antenas leakys con prestaciones mejoradas, y que estos prototipos de fabriquen y se midan sus propiedades electromagnéticas como antenas.

4. Proponer una tecnología de antenas leaky holográficas [1] que proporcionen la modulación del modo leaky obtenida en el punto anterior y de esa forma se pueda controlar la amplitud y la fase de los campos que iluminan la antena, y por lo tanto, sintetizar un diagrama de radiación con una respuesta determinada.

En el anexo se adelantan algunas de las ecuaciones necesarias para obtener la modulación de un modo leaky dada la distribución de campos complejos que se desea sintetizar en la apertura.

Funciones implementadas en Matlab

1. Iluminación de un modo leaky *functionApertureFieldsModoLeaky* = *CalculaIllumDeModoLeaky(Amp, FaseGrados, BetaNorm, AlfaNorm, VectorYmm, lambda0mm)*
 $\Gamma_{\text{Norm}} = \text{AlfaNorm} + j * \text{BetaNorm};$
 $\text{ApertureFieldsModoLeaky} = \text{Amp} * \exp(j * \text{FaseGrados} * \pi/180) * \exp(-2 * \pi * \Gamma_{\text{Norm}} * \text{VectorYmm}/\text{lambda0mm});$
end
2. Diagrama de radiación utilizando la fórmula de Oliner.
functionDiagRadAnaliticoInfinito = FormulaOliner(BetaNorm, AlfaNorm, VectorThetaGrados)
 $V_{\text{ThetaRad}} = \text{VectorThetaGrados} * \pi/180;$
 $\text{DiagRadAnaliticoInfinito} = 1./(\text{AlfaNorm}^2 + (\text{BetaNorm} - \sin(V_{\text{ThetaRad}}))^2);$
 $\text{DiagRadAnaliticoInfinito} = \text{DiagRadAnaliticoInfinito}/\max(\text{DiagRadAnaliticoInfinito});$
end
3. Diagrama de radiación utilizando la fórmula de Schwering.
functionDiagRadAnaliticoFinito = FormulaSchwering(BetaNorm, AlfaNorm, LAnorm, VectorThetaGrados)
 $V_{\text{ThetaRad}} = \text{VectorThetaGrados} * \pi/180;$
 $\alpha_{\text{LA}} = 2 * \pi * \text{AlfaNorm} * \text{LAnorm};$
 $K_{\text{OLA}} = 2 * \pi * \text{LAnorm};$
 $\text{DiagRadAnaliticoFinito} = (\alpha_{\text{LA}}/(1 - \exp(-\alpha_{\text{LA}})))^2 \dots$
 $(1 - 2 * \exp(-\alpha_{\text{LA}}) * \cos(K_{\text{OLA}} * (\sin(V_{\text{ThetaRad}}) - \text{BetaNorm})) + \exp(-2 * \alpha_{\text{LA}}))./(\alpha_{\text{LA}}^2 + K_{\text{OLA}}^2 * (\sin(V_{\text{ThetaRad}}) - \text{BetaNorm})^2);$
 $\text{DiagRadAnaliticoFinito} = \text{DiagRadAnaliticoFinito}/\max(\text{DiagRadAnaliticoFinito});$
end
4. Diagrama de radiación numérico.

A. Funciones implementadas en Matlab

```
function radFieldComplex = DiagRadNumerico(k0, VectorYmm, hDeY, VectorThetaGrados)
VThetaRad = VectorThetaGrados * pi/180;
radFieldComplex = zeros(size(VThetaRad));
i = 0;
for ThetaRad = VThetaRad
i = i + 1;
radFieldComplex(1,i) = sum(hDeY .* exp(j * k0 * VectorYmm * 1E - 3 * sin(ThetaRad)));
end
end
```

5. Diagrama de radiación utilizando la FFT.

```
function PlotRadiationPatternFromDigitalFilterSpatialResponse(hespacial, Delta_y, lambda0, k0)
Nfft = 216;
H = fft(hespacial, Nfft);
kmax = round(Nfft * Delta_y / lambda0);
Hr = fliplr([H(end - (kmax - 1) : end); H(1 : kmax)]);
k = [-kmax : kmax - 1];
Omega = 2 * pi * k / Nfft / Delta_y;
theta = asind(Omega / k0);
figure, plot(real(theta), 20 * log10(abs(Hr)), ' -')
```

6. Modulación de un modo leaky

```
function [BetaZRadMetrosFromIllum, AlphaZNepMetrosFromIllum] =
CalculaBetaAlphaFromIllum(Am, VectorZmm, RadEfic)
PhaseIllumRad = angle(Am);
PhaseIllumRad = unwrap(PhaseIllumRad);
derivPhiRadMetros = diff(PhaseIllumRad);
derivPhiRadMetros = [derivPhiRadMetros(1), derivPhiRadMetros];
DeltaVectorZ = VectorZmm(2) - VectorZmm(1);
derivPhiRadMetros = derivPhiRadMetros / (DeltaVectorZ * 1e - 3);
BetaZRadMetrosFromIllum = -derivPhiRadMetros;
IllumMod = abs(Am);
Int1 = sum(IllumMod.^2) * DeltaVectorZ * 1E - 3;
Int2 = zeros(size(VectorZmm));
ind = 0;
fori = VectorZmm
ind = ind + 1;
Int2(1, ind) = sum(IllumMod(1, [1 : ind]).^2) * DeltaVectorZ * 1E - 3; end
AlphaZNepMetrosFromIllum = 1/2 * (IllumMod.^2) ./ (1/RadEfic * Int1 - Int2);
end
```


- [1] A. J. Martínez-Ros, J. L. Gómez-Tornero, and G. Goussetis, "Holographic pattern synthesis with modulated substrate integrated waveguide line-source leaky-wave antennas," *IEEE Trans Antennas and Propagation*, vol. 61, no. 7, pp. 3466–3474, 2013.
- [2] A. Oliner and D. Jackson, *Antenna Engineering Handbook*, 4th ed. McGraw-Hill Education, 2007, ch. 11 Leaky-wave antennas, pp. 1–55.
- [3] Richard Johnson, *Antenna Engineering Handbook*, 3rd ed-Johnson, ch. 10 Leaky-wave antennas, pp. 286–289.
- [4] Felix K. Schwering, Song-Tsuen Peng, *Design of Dielectric Grating Antennas for Millimeter-Wave Applications*, 1983.
- [5] C. Caloz and T. Itoh, "Array factor approach of leaky-wave antennas and application to 1-D/2-D composite right/left-handed (CRLH) structures," *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, 14(6): 274-276, June 2013.
- [6] A. V. Oppenheim and A. S. Willsky, *Signals and Systems*, 2nd ed. Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 1997.
- [7] A. Oppenheim and R. Schaffer, *Discrete-Time Signal Processing*, 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1999.

