Modelado de problemas de combustión de propulsantes

(Recibido: 06/05/2016; Aceptado: 01/10/2016)

López-Muñoz, C.[1]; García-Cascales, J.R.[1]; Velasco, F.J.S.[2]; Serna, J.[2];
López-Belchí, A.[2]; Otón-Martínez, R.A.[3]; Ramón Mur[3]; Domingo Moratilla[3]
[1]Departamento de Ingeniería Térmica y de Fluidos. Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial. C/ Doctor Fleming, s/n. 30202.Cartagena (Murcia)
[2] Centro Universitario de la Defensa. Base Aérea de San Javier
[3] EXPAL SYSTEMS, S.A. Avenida del Partenón, 16. 28042 Madrid. España
Teléfono: +34968325994
Email: carmen.lopez@upct.es

***Resumen**. Se presenta una revisión del estado del arte en el que se identifican modelos bifásicos para analizar problemas que implican la combustión de propulsantes. En estos problemas coexisten una fase sólida, pólvora o propulsante, y una fase gaseosa que corresponde a los gases que resultan de la combustión de la primera. En este estudio se detallan aquellos modelos en los cuales el sistema de ecuaciones se completa con las ecuaciones de cierre necesarias para caracterizar físicamente el problema.*
***Palabras clave.** Combustión; Modelo bifásico; Propulsante.*

***Abstract**. A review of the state-of-the-art two-phase models for solid propellants combustion is presented. A solid phase, solid propellant, and a gas phase, as a result of propellant combustion, coexist in these problems. In this study the models detailed are those in which the governing equations system is completed by the necessary constitutive relations to solve the problem.*
***Keywords.** Combustion; Propellant; Two-phase model.*

1. Introducción

El objetivo de este documento es presentar una revisión bibliográfica de modelos numéricos bifásicos para combustión de propulsantes sólidos, así como las relaciones de cierre y las expresiones de la velocidad de quemado para cada uno de ellos.

2. Modelado de problemas de combustión de propulsantes

2.2. Modelo de Gokhale y Krier (1982)

Este modelo analiza la combustión de propulsante sólido altamente energético mediante un sistema de ecuaciones de continuidad, momento y energía formuladas para la fase gaseosa, (1)-(3) y para la fase sólida, (4)-(6). Hoffman y Krier (1980) y Krier y Kezerle (1979) presentan modelos similares en trabajos anteriores.

Para poder resolver el sistema de ecuaciones, (1)-(6), se aplican las siguientes relaciones de cierre: ley de combustión, transferencia de masa fricción interfacial, transmisión del calor, y la tensión intergranular

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\alpha\rho_g\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha\rho_g u_g\right)=\Gamma \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\alpha\rho_g u_g\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha\rho_g u_g^2\right)=-\alpha\frac{\partial p_g}{\partial x}+\Gamma u_p-F_D \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\alpha\rho_g E_g\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha\rho_g E_g u_g\right)=-\alpha\frac{\partial}{\partial x}\left(p_g u_g\right)+\Gamma\left(E_{chem}^g+\frac{u_p^2}{2}\right)-u_pF_D-\dot{Q} \tag{3}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left((1-\alpha)\rho_p\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left((1-\alpha)\rho_p u_p\right)=-\Gamma \tag{4}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left((1-\alpha)\rho_p u_p\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left[(1-\alpha)\rho_p u_p^2\right]=-(1-\alpha)\frac{\partial\left(\tau_p\right)}{\partial x}-\Gamma u_p+F_D \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left((1-\alpha)\rho_p E_p\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left[(1-\alpha)u_p\rho_p E_p\right]=-(1-\alpha)\frac{\partial\left(\tau_p u_p\right)}{\partial x}+\Gamma\left(E_{chem}^p-\frac{u_p^2}{2}\right)+u_pF_D+\dot{Q} \tag{6}$$

donde α es la porosidad del gas, ρ_g, u_g, p_g, E_g, y E^g_{chem} son densidad, velocidad, presión, energía total y energía química liberada durante la combustión correspondientes a la fase gaseosa respectivamente y ρ_p, u_p, E_p y E^p_{chem} son densidad, velocidad, energía total y energía química liberada durante la combustión correspondientes a la fase sólida (propulsante) respectivamente. Finalmente Γ, F_D, $\dot{Q}$ y τ_p son los parámetros correspondientes a las relaciones de cierre, transferencia de masa, fricción interfacial, calor interfacial y tensión intergranular respectivamente cuyas expresiones vienen definidas a continuación.,

$$\Gamma = \frac{3(1-\alpha)}{r_p}\dot{r}\rho_p \tag{7}$$

donde r_p es el radio de la partícula sólida y $\dot{r}$ es la velocidad de quemado definida como,

$$\dot{r} = a{p_g}^n \tag{8}$$

donde a y n son constantes de proporcionalidad de la velocidad de quemado. La expresión para la fricción interfacial está basada en la relación de Ergun y es muy similar a la definida por van Tassel y Krier (1975).

$$F_D = (u_g - u_p)\frac{|u_g - u_p|(1-\alpha)\rho_g}{2r_p\alpha}\left\{\frac{150(1-\alpha)}{Re_p} + 1.75\right\} \tag{9}$$

donde Re_p es el número de Reynolds definido como,

$$Re_p = \frac{2\alpha|u_g - u_p|\rho_g r_p}{\mu_g} \tag{10}$$

El calor interfacial tiene la siguiente expresión,

$$\dot{Q} = \frac{3}{r_p}h(1-\alpha)(T_g - T_p) \tag{11}$$

donde T_g, es la temperatura de la fase gaseosa, T_p es la temperatura de la fase sólida y h es el coeficiente de transmisión del calor definido como

$$h = \frac{0.58k_g}{2r_p}Re_p^{0.7}Pr^{0.3} \tag{12}$$

donde k_g es la conductividad térmica del gas y Pr es el número de Prandtl.

Las relaciones de cierre, fricción interfacial, calor interfacial y coeficiente de transmisión del calor son también utilizadas en los trabajos de Krier y Kezerle (1979) y Krier y Gokhale (1978).

Para la tensión intergranular ese modelo proporciona dos expresiones. Una es la propuesta por Koo y Kuo (1976) que define la tensión en función de la velocidad del sonido a través del material poroso,

$$\tau_p = \begin{cases} -\rho_p C\dfrac{\alpha}{\alpha_c}\dfrac{(\alpha_c - \alpha)}{(1-\alpha)}, & \alpha \le \alpha_c \\ 0, & \alpha > \alpha_c \end{cases} \tag{13}$$

donde la porosidad crítica se define como $\alpha_c = 0.3995$, la velocidad del sonido como $C = c_{ref}\frac{\alpha_c}{\alpha}$, siendo la velocidad del sonido de referencia $c_{ref} = 1450\,m/s$. La otra expresión (14) es definida por Kuo y Summerfield (1974) y donde B es una constante de proporcionalidad con valor $B = 477MPa$ y la porosidad critica toma el valor $\alpha_c = 0.45$.

$$\tau_p = \begin{cases} \dfrac{B}{(1-\alpha)}\left(\dfrac{1}{(1-\alpha_c)} - \dfrac{1}{(1-\alpha)}\right), & \alpha < \alpha_c \\ 0, & \alpha \ge \alpha_c \end{cases} \tag{14}$$

2.2. Modelo de Gonthier y Powers (2000)

Este modelo está ideado para simular la transición de la deflagración a la detonación (DDT) en sólidos energéticos granulares, resolviendo la estructura de la detonación a pequeña escala. Debido a la combustión la masa, momento y energía del sólido se convierten en masa, momento y energía gaseosa. Es una variante del modelo bifásico formulado por Powers (1988) y Powers et al. (1990) en los cuales se asume la existencia de partículas sólidas esféricas y gas inerte, ambos compresibles y flujo unidimensional. Considera 9 ecuaciones en total, entre las cuales hay seis ecuaciones diferenciales de conservación de masa, momento y energía, una ecuación de compactación dinámica, una ecuación para la variación del número de partículas y finalmente una ecuación para la variable de ignición. El sistema de ecuaciones es el siguiente,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha\rho_g) + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha\rho_g u_g) = \Gamma \tag{15}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha\rho_g u_g) + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha\rho_g u_g^2 + \alpha p_g) = \Gamma u_p - F_D \tag{16}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha\rho_g E_g) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha u_g(\rho_g E_g + p_g)\right) = E_p\Gamma - u_p F_D - \dot{Q} \tag{17}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\big((1-\alpha)\rho_p\big)+\frac{\partial}{\partial x}\big((1-\alpha)\rho_p u_p\big)=-\Gamma \tag{18}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\big((1-\alpha)\rho_p u_p\big)+\frac{\partial}{\partial x}\left[(1-\alpha)\rho_p u_p^2+(1-\alpha)P_p\right]=-\,\Gamma u_p+F_D \tag{19}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\big((1-\alpha)\rho_p E_p\big)+\frac{\partial}{\partial x}\left[(1-\alpha)u_p\big(\rho_p E_p+P_p\big)\right]=-E_p\Gamma+u_pF_D+\dot{Q} \tag{20}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(1-\alpha)+u_p\frac{\partial}{\partial x}(1-\alpha)=\frac{\alpha(1-\alpha)}{\mu_c}\big(P_p-p_g-f\big)-\frac{\Gamma}{\rho_p} \tag{21}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\big(nu_p\big)=0 \tag{22}$$

$$\frac{\partial I}{\partial t}+u_p\frac{\partial I}{\partial x}=k_I(1-I)\left[\frac{\alpha p_g+(1-\alpha)P_p-\alpha_0 p_{g0}-(1-\alpha_0)P_{p0}}{\alpha_0 p_{g0}+(1-\alpha_0)P_{p0}}\right]e^{\left[-\frac{T_I}{T_g\alpha+T_p(1-\alpha)}\right]} \tag{23}$$

donde n es el número de partículas definido como $n=\frac{3(1-\alpha)}{4\pi r^3}$, para partículas esféricas, μ_c es la viscosidad de compactación, P_p es la presión de la fase sólida, f es la tensión intergranular, I es la variable de ignición, p_{g0} y P_{p0} son los valores ambientes de presión de la fase gaseosa y sólida respectivamente y finalmente k_I y T_I son constantes de la tasa de ignición.

La transferencia de masa se define en este modelo como,

$$\Gamma=\frac{3(1-\alpha)}{r_p}\dot{r}\rho_p H\big(I-I_{ig}\big) \tag{24}$$

donde $H\big(I-I_{ig}\big)$ es la función de escalón unitario de Heaviside e I_{ig} es el parámetro de ignición a partir del cual se inicia la combustión $\big(I\geq I_{ig}\big)$. En este estudio la variable de ignición toma valores entre cero y 1, considerando valor 0 en condiciones ambiente y valor 0.5 en condiciones de ignición Esta variable se usa para modelar el periodo de inducción que tiene lugar antes de la combustión vigorosa. La velocidad de quemado queda definida en la ecuación (8).

La expresión de la fricción interfacial utilizada es la siguiente,

$$F_D=\beta\frac{\alpha(1-\alpha)}{r_p}\big(u_g-u_p\big) \tag{25}$$

donde $\beta=10^4$ es el coeficiente de arrastre.

El calor interfacial se define como,

$$\dot{Q}=h\frac{\alpha(1-\alpha)}{{r_p}^{1/3}}\big(T_g-T_p\big) \tag{26}$$

donde $h=10^{\,7}$. Ambas relaciones aparecen en los modelos de Powers (1988) y Powers et al. (1990).

Finalmente, la expresión propuesta para la tensión intergranular es la siguiente,

$$f=\big(P_{p0}-p_{g0}\big)\frac{(1-\alpha)^2}{(1-\alpha_0)^2}\frac{(1+\alpha_0)^2}{(1+\alpha)^2}\frac{ln(1/\alpha)}{ln(1/\alpha_0)} \tag{27}$$

.3. Conclusiones

En este trabajo se han estudiado diversos modelos de combustión de propulsantes sólidos observándose un incremento de la complejidad con el paso de los años. Al sistema de ecuaciones de conservación, masa momento y energía se le añaden en los últimos años expresiones tales como la ecuación de compactación dinámica, (21), la ecuación diferencial que representa la evolución del número de partículas, (22), y la ecuación diferencial de la ignición (23).

De este estudio se puede observar la dificultad que presenta el problema de la combustión de propulsante sólido y el esfuerzo de los autores con el paso de los años para resolverlo.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente financiado a través del Proyecto de Investigación “MODELIZACIÓN DE GENERACIÓN DE GASES PARA LA REDUCCIÓN DE LA RESISTENCIA AERODINÁMICA” (Ref. IDI-20151011) financiado por el CDTI del Ministerio de Economía y Competitividad.

Referencias

[1] Gokhale S.S., Krier H. (1982) “Modeling of unsteady two-phase reactive flow in porous beds of propellant”. Prog. Energy Combust. Sci., vol. 18.

[2] Gonthier K.A., Powers J.M. (2000) “A High-Resolution Numerical Method for a Two-Phase Model of Deflagration-to-Detonation Transition”. J. Comput. Phys.

[3] Hoffman S.J., Krier H. (1980) “Fluid mechanical processes of deflagration to detonation transition in beds of porous reactive solids”. Air Force Office of Scientific Research.

[4] Krier H., Kezerle J.A. (1979) "A separated two-phase flow analysis to study deflagration-to-detonation transition (DDT) in granulated propellant". Symposium (International) on Combustion, vol.17.

[5] Kuo K.K, Koo J.H., Davis T.R., Coates G.R. (1976) "Transient combustion in mobile gas-permeable propellants". Acta Astronaut., vol. 3.

[6] Kuo K.K., Summerfield M. (1974) "High speed combustion of mobile granular solid propellants: Wave structure and the equivalent Rankine-Hugoniot relation". Symposium (International) on Combustion, vol.15.

[7] Powers J.M. (1988) "Theory of detonation structure for two-phase materials". Ph.D Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign.

[8] Powers J.M., Stewart D.S., Kier H. (1990) "Theory of Two-p hase Detonation- Part I: Modeling". Combust. Flame, vol. 80.