

## TRABAJO FINAL DE GRADO

(Grado en Ingeniería Civil)

UPCT

# ESTUDIO PARAMÉTRICO DE CAUDALES DE INFILTRACIÓN EN PANTALLAS DE HORMIGÓN

**Autor: Víctor Adrián Iniesta Cano**

**Directores: Iván Alhama Manteca**

**Pablo Ortiz García**

Índice	2
Capítulo 1. Introducción y objetivos	4
1.1 Introducción	4
1.2 Objetivos	5
Capítulo 2. El método de simulación por redes (MESIR)	6
2.1 Introducción	6
2.2 Monopuertas básicas	8
2.3 El Mesir como método numérico	13
2.4 La simulación en Pspice	14
2.5 Rutinas de representación gráfica en Matlab	17
Capítulo 3. Modelo en red	18
3.1 Diseño de la celda elemental	18
3.2 Diseño de las condiciones de contorno	22
Capítulo 4. Fundamentos teóricos	25
4.1 Introducción	25
4.2 Ecuación de gobierno	28
4.3 Escenario físico. Pantalla.	32

Capítulo 5. El programa de redes de flujo y aplicaciones.	34
5.1 Introducción de datos, geometrías y regiones	35
5.2 Condiciones de contorno	36
5.3 Archivo de texto del modelo (de extensión ‘.cir’)	39
5.4 Aplicaciones de pantalla	43
5.5 El proceso iterativo en MATLAB	47
Capítulo 6. Aplicación pantalla de hormigón en escenario infinito.	56
6.1 Estudio del flujo de agua subterránea	56
6.2 Simulaciones con programa SEEP/W	59
6.3 Resultados de la obtención gráfica de regiones	67
6.4 Comprobación de escenario infinito	68
6.5 Caudales adimensionales	69
6.6 Ábaco de caudales universales	71
6.7 Gráfica de caudales universales según Cofferdam	72
Conclusiones	75
Referencias	76

# Capítulo 1

## Introducción y objetivos

### 1.1 Introducción

En el siguiente proyecto se aborda numéricamente el estudio del flujo estacionario, 2-D, de agua subterránea en pantallas de hormigón. Flujo producido por un gradiente piezométrico entre las regiones laterales de la pantalla (seepage flow).

El modelo matemático de este problema está formado por la ecuación de Laplace cuyas soluciones analíticas o semi-analíticas, aun en casos sencillos (geometrías simples y medios isótropos), son de difícil y tedioso manejo al tratarse de desarrollos en series de convergencia más o menos lenta, (Harr, [1962] y Mandel, [1951]). Estas soluciones se complican si se trata de medios multicapa, de conductividad hidráulica anisótropa, o bien si la geometría a la que se aplican las condiciones de contorno es compleja.

Como alternativa a la solución analítica, el ingeniero civil determina las incógnitas de interés (caudal de infiltración, presiones en la base de la cimentación, presiones sobre las pantallas, etc...) siguiendo un método gráfico, la construcción de la llamada red de flujo consistente en la representación sobre el dominio de un conjunto de curvas entrecruzadas denominadas líneas equipotenciales y líneas de flujo, perpendiculares entre sí para medios isótropos.

En este proyecto se propone una solución numérica muy precisa, basada en el método de simulación por redes (MESIR), consistente en el diseño de un modelo en red del problema y su simulación en un código standard de resolución de circuitos. Por un lado, la aplicación de la ecuación de Laplace a una celda o volumen elemental del medio, convierte la ecuación en derivadas parciales en otra en diferencias finitas que constituye la base para el diseño del circuito eléctrico de la celda elemental (o modelo en red de ésta). Por otro lado, la asociación

o conexión directa de estos modelos elementales hasta cubrir la geometría del dominio permite obtener el modelo en red de todo el medio. Finalmente, la implementación de las condiciones de contorno (también mediante componentes eléctricos adecuados) determina el modelo en red completo del problema. Con todo, se dispone de un circuito eléctrico cuyas ecuaciones son formalmente equivalentes a las del problema real y cuya solución en un código adecuado tal como Pspice, merced a los potentes algoritmos de computación matemática implementados en el mismo, sólo contiene errores asociados a la selección de un mallado finito.

La memoria del proyecto queda estructurada de la siguiente forma:

- En el capítulo 1 se recogen la introducción y los objetivos del presente estudio.
- En el capítulo 2 se explica el método de simulación por redes (MESIR) en el que se describen los fundamentos del mismo.
- El capítulo 3 se basa en el modelo en red. En él se describe el diseño del modelo.
- En el capítulo 4 se agrupan los fundamentos teóricos del proceso de flujo de aguas subterráneas en medios porosos, las ecuaciones constitutivas y de conservación que rigen estos problemas y las condiciones de contorno de las mismas, y los escenarios o dominios geométricos estudiados.
- El capítulo 5 describe el programa de redes de flujo y se explican a modo de ejemplo dos casos de aplicaciones diferentes del mismo. Caso de pantalla de hormigón y caso de presa de hormigón.
- En el capítulo 6 se aborda en profundidad el escenario concreto del estudio numérico de flujo de agua subterránea en pantallas de hormigón en medio infinito y condiciones anisótropas de permeabilidad.
- En el capítulo 7 se exponen las conclusiones extraídas del estudio realizado.
- Finalmente se mencionan las referencias y fuentes utilizadas para la realización del presente proyecto.

## **1.2 Objetivos**

Los objetivos del presente proyecto son los siguientes :

- Obtener curvas de caudales adimensionales para diferentes situaciones en pantallas de hormigón, en escenario infinito, con medio poroso y permeabilidad variable en el eje horizontal.  
Para la obtención de las mismas se harán simulaciones variando parámetros como la profundidad de la pantalla, longitud aguas arriba y aguas abajo, permeabilidad horizontal.
- Obtener curvas adimensionales de longitud aguas arriba y aguas abajo de la pantalla con respecto a la relación profundidad pantalla/profundidad total y la permeabilidad horizontal, en pantallas de hormigón en escenario infinito.
- Comprobar la utilidad de los programas MATLAB y PSPICE en el estudio numérico de flujos de agua subterránea en el caso de pantallas de hormigón e interpretar los resultados obtenidos por los mismos.

## Capítulo 2

### El método de simulación por redes (MESIR)

#### 2.1 Introducción

La analogía eléctrica para la resolución de problemas es una herramienta muy utilizada para el diseño de modelos en red de procesos físicos, los cuales posteriormente, pueden resolverse numéricamente mediante un código de computación de resolución de circuitos apropiado. Su aplicación es tanto educativa, permitiendo establecer equivalencias entre problemas de diferentes campos, (muy usada en libros de texto de transmisión de calor para demostrar la analogía entre la conducción del calor y la conducción eléctrica Mills, [1995]; Incropera y Dewit, [1996] y Chapman [1974]), como de investigación, permitiendo resolver problemas lineales y no lineales de compleja formulación matemática (Sánchez y col., [2013]; Marín y col., [2012], Morales y col., [2011] y Alhama y col., [2012]).

En este método se diseña un circuito (modelo en red) cuyas ecuaciones diferenciales (en diferencias finitas en el espacio, el tiempo en problemas transitorios se retiene como una variable continua) son formalmente equivalentes a las ecuaciones correspondientes del problema físico; asimismo, se establece una equivalencia formal entre las ecuaciones asociadas a las condiciones de contorno. Con esto, los errores de la simulación se reducen a

los producidos por la selección del mallado ya que los códigos usados para la simulación del modelo reproducen de manera exacta (prácticamente) la solución del modelo.

A pesar del potencial de este método, el problema estudiado en este proyecto puede abordarse naturalmente por otras técnicas numéricas digamos, más clásicas, e incluso por aproximaciones analíticas o semi-analíticas en algunos casos sencillos. Descartamos el uso de métodos analíticos por su complejidad y limitaciones y optamos por la aplicación del método de redes por ser la técnica del grupo de investigación ‘simulación por redes’ de esta universidad y con la que se han abordado innumerables problemas de ingeniería en las dos últimas décadas para la realización de proyectos fin de carrera, de grado, trabajos fin de master y tesis doctorales.

Merced al fuerte desarrollo de los algoritmos de computación usados en los códigos de simulación de circuitos, el método de redes, como hemos mencionado antes proporciona resultados fiables suficientemente contrastados por la solución de diferentes problemas patrón (benchmark problems) ya publicados en la literatura científica.

En definitiva, podemos decir que el método de simulación por redes es una técnica numérica para el estudio de cualquier proceso físico que pueda describirse mediante un modelo matemático o conjunto completo de ecuaciones, normalmente en derivadas parciales, acopladas o no. En su aplicación, podemos distinguir dos fases diferenciadas:

- Elaboración del circuito o modelo en red equivalente del proceso físico, y
- Simulación del modelo en un programa de resolución de circuitos eléctricos para obtener la solución del mismo.

En el texto González-Fernández [2002] se describe detalladamente la aplicación del método, incluyendo numerosos ejemplos: 1) transporte a través de membranas (Horno y col., [1990], 2) transferencia de calor (Alhama y col., [2007]), 3) sistemas acoplados de reacciones químicas (González-Fernández y col., [1995]), 4) transferencia de masa en disoluciones electrolíticas y no electrolíticas (Horno y col., [2012]) y 5) fenómenos electrocinéticos en suspensiones coloidales (López García y col. [1996]). Recientemente, el método ha sido aplicado con éxito por el grupo de investigación en otros campos de la ciencia e ingeniería: 1) flujo de fluidos con transporte de calor (Soto y col., [2007]), 2) elasticidad (Morales y col., [2011]), 3) tribología (Marín y col. [2012]), 4) vibraciones mecánicas (Castro y col., [2004]), 5) ondas sísmicas (Morales y col., [2013]), 6) sistemas caóticos (Mareca y col., [2010]), 7) corrosión (Sánchez y col., [2012]) y, 8) problema inverso en transmisión de calor (Zueco y Alhama, [2005]). Igualmente, se han desarrollado códigos de computación en lenguajes C# y (más recientemente) Matlab, para ser usados tanto en prácticas de laboratorio de diferentes asignaturas en la UPCT, como para investigación (PROCCA\_09 [2005], FATSIM\_A [2010], FAHET [2011], EPSNET\_10 [2011] y OXIPSIS [2013]).

Al aplicar las ecuaciones en diferencias finitas en el espacio a un elemento de volumen o celda del medio, cada uno de los términos de la ecuación se implementa mediante un componente eléctrico cuya corriente viene dada por la propia expresión del término; la

topología de los componentes es tal que sus corrientes se balancean como lo hacen algebraicamente los términos de la ecuación. Los teoremas de unicidad y conservación propios de los circuitos (teoremas de Kirchhoff) reducen al mínimo las faltas de balance entre las fronteras de las celdas, por lo que no es preciso establecer rutinas de ajuste para este fin. Cuando se ha establecido la correspondencia entre las variables dependientes del problema y variables eléctricas (tensiones e intensidades) los resultados de la simulación se pueden interpretar en términos del proceso que se modela.

La asociación de celdas, de acuerdo con la geometría del problema, configura el modelo en red correspondiente a todo el medio finito, que será más preciso cuanto mayor sea el número de celdas. Las condiciones de contorno e iniciales se incorporan al modelo de manera simple.

El planteamiento formal que sirve de base para el desarrollo del MESIR es la `teoría de redes´ de Poesner [1987], en la que se basa su `termodinámica de redes´. Esta teoría de redes se sustenta en la teoría de circuitos a partir de una generalización de sus variables conjugadas, corriente eléctrica y diferencia de potencial (d.d.p). Así para Poesner el modelo en red es una representación exacta de las características matemáticas de los procesos que describen.

El método de simulación MESIR incluye, como hemos dicho, la resolución numérica del modelo en red; las variables flujo y fuerza, características del mismo, están ligadas por las relaciones constitutivas impuestas por los términos de la ecuación discretizada de gobierno (determinando el correspondiente elemento de circuito) y deben satisfacer las leyes o teoremas de Kirchhoff.

La viabilidad del modelo en red supone, en síntesis:

- 1) La existencia de una red independiente del tiempo.
- 2) La existencia de una magnitud  $j_{N-N'}$  llamada flujo, asociada a cada rama que conecta los nudos  $N-N'$  y que va de  $N$  a  $N'$ .  $j_{N-N'}$  obedece las leyes de Kirchhoff para corrientes (LCK).
- 3) La existencia de una magnitud,  $\phi$ , asociada a cada nudo, tal que la diferencia  $\phi_N - \phi_{N'}$ , llamada fuerza, obedece la ley de los voltajes de Kirchhoff (LVK).

Además las relaciones entre el flujo y fuerza asociados a una rama y sus (dos) nudos límite, que pueden incluir o no variaciones temporales de estas variables que se dicen conjugadas, definen los elementos concretos del circuito equivalente a esa rama. La relación causa-efecto entre las variables conjugadas es completamente arbitraria con tal que sea consistente con (2) y (3).

## 2.2 Monopuertas básicas

A la red se le asocia un conjunto de flujos que obedecen a una ley de balance local y un conjunto de fuerzas que satisfacen la condición de unicidad. Estos requisitos dan cuenta de la topología de la red relativa al proceso. Las propiedades topológicas dependen únicamente de la asignación de conexiones entre los diferentes puntos o de las posibles combinaciones de trayectorias que unen un nudo dado con otros nudos. Son independientes de las medidas y,

desde un punto de vista topológico, dos grafos son iguales o isomorfos si las asignaciones de vértices y ramas son las mismas.

Las leyes de Kirchhoff establecen relaciones entre flujos y fuerzas por separado pero no expresan ningún tipo de relación entre flujos y fuerzas entre sí.

Las relaciones entre el par conjugado flujo-fuerza se conocen como ecuaciones constitutivas o fenomenológicas y definen los elementos de circuito que expresan características específicas de cada proceso. Se dice que dos grafos son geoméricamente iguales si los potenciales y flujos de cada par de puntos y su rama correspondiente son iguales para cualquier conjunto de valores que puedan ser elegidos para los flujos o las fuerzas. Las propiedades geométricas de la red, es decir, sus características métricas, se siguen de las relaciones constitutivas.

Las relaciones constitutivas se pueden establecer entre las variables de un par flujo-fuerza, en cuyo caso se habla de monpuerta.

Podemos distinguir entre elementos pasivos y activos tal y como se hace en electricidad:

-Los elementos pasivos no generan potencia; disipan (transformación energética), almacenan y/o entregan potencia a la red. Se conocen como monpuertas pasivas.

-Los elementos activos son fuentes de tensión y corriente. Generan potencia de acuerdo a una determinada ley; son las denominadas monpuertas activas o fuentes.

No obstante es posible que una relación constitutiva correspondiente a una monpuerta pasiva sea representada mediante una monpuerta activa donde la función de control es una constante.

### **Monpuertas pasivas**

En función de la relación expresa existente entre las variables LCK y LVK las monpuertas tienen nombre específicos:

Monpuerta resistiva. Es un elemento de circuito asociado a una relación entre las derivadas temporales de las variables flujo y fuerza de una misma rama, mediante una función independiente del tiempo que llamaremos resistencia, R, que puede depender o no del flujo o de la fuerza:

$$dX(t)/dt = R dJ(t) /dt$$

Por tanto,

$$R = dX(t)/ dJ(t) /dt$$

A partir de esta expresión es posible relacionar las variables en forma finita y escribir

$$X(t) = FR^{-1}(X)$$

Expresiones que no contienen la variable tiempo.

Una monopuerta resistiva es lineal cuando la relación entre las variables  $X(t)$  y  $J(t)$  lo es, es decir  $X(t)=R J(t)$ ; naturalmente  $R$  es una constante en este caso. Su acción es instantánea, no importa cuál sea su estado anterior; en este sentido carecen de memoria. En su analogía física representan efectos disipativos, fricciones, efectos viscosos, energías de reacción, etc, y desde el punto de vista termodinámica son elementos generadores de entropía.

Las monopuertas resistivas no lineales se definen a través de las funciones que las caracterizan,  $J(t)= FR^{-1}(X)$  o  $X(t)= FR(J)$  . Constituyen, en definitiva fuentes controladas de corriente o tensión, respectivamente.

La representación simbólica de una monopuerta resistiva se muestra en la Figura 2.1. La traducción al modelo en red es una resistencia eléctrica de valor  $R$  ohmios para el caso lineal o una fuente controlada de corriente o tensión para el caso no lineal.

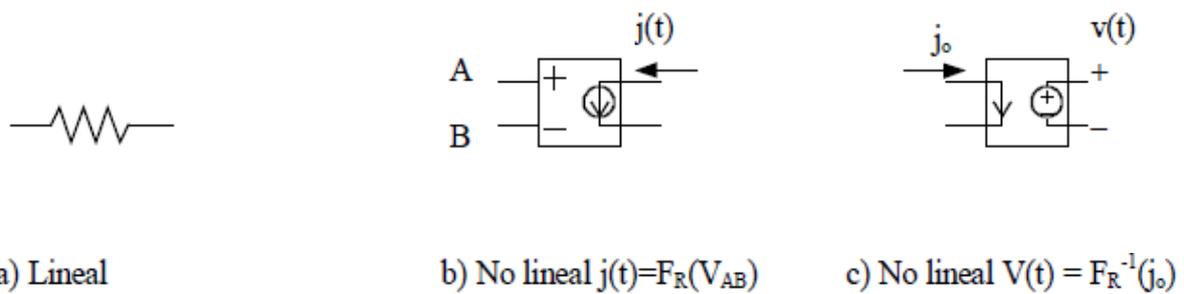


Figura 2.1 Representación simbólica de monopuertas resistivas

Monopuerta capacitiva. Elemento de circuito asociado a una relación entre la variables flujo y la derivada temporal de la variable fuerza, de un misma rama, mediante una función no dependiente del tiempo que designaremos como capacidad,  $C$ .

$$J(t) =C dX(t)/ dt$$

En este tipo de monopuertas se produce algún tipo de almacenamiento, sin pérdidas, ya que no hay disipación, y su estado tiene en cuenta todas las operaciones llevadas a cabo en el pasado (no cambia instantáneamente pero tiene memoria). Equivale a condensadores, tanques, etc. En términos de capacidad,

$$C= dq/dX=dFc(X)/dX$$

Valor constante cuando la dependencia  $q=Fc(X)$  es lineal,  $C=q/X$ . La representación simbólica de la monopuerta capacitiva lineal se muestra en la Figura 3.2. La traducción al modelo en red es un condensador eléctrico de valor  $C$  faradios.

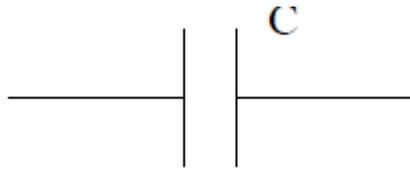


Figura 2.2 Representación simbólica de una monopuerta capacitiva lineal

Monopuerta inercial o inductiva. Es el elemento de circuito asociado a una relación entre la variable fuerza y la derivada temporal de la variable flujo, de una misma rama, mediante una función no dependiente del tiempo, que designaremos como inductancia,  $L$ ,

$X(t)=L dj(t)/dt$  que equivale a la relación, no dependiente del tiempo, entre las variables flujo y momento

$$P=FL(J)$$

Al igual que en el condensador se produce un almacenamiento de energía sin pérdidas y su estado tiene memoria. Representa procesos físicos en donde tiene lugar algún efecto de inercia (como la masa en los sistemas mecánicos). La relación constitutiva anterior puede expresarse en términos de la inductancia

$$Y=dp/dJ = dFL(J)/dJ$$

que es constante cuando la dependencia  $p=FL(J)$  es lineal,  $L=p/J$ . La representación simbólica se muestra en la Figura 2.3.



Figura 2.3 Representación de una monopuerta inductiva real

Los procesos de almacenamiento y disipación de energía, bajo la hipótesis de continuidad del medio, se originan en todo los puntos del sistema. Los elementos  $R$ ,  $C$  y  $L$  se identifican sin embargo con regiones pequeñas pero finitas del medio y sus conexiones con las otras puertas se realizan con enlaces ideales de energía, es decir, con conductores de resistencia nula.

El que cada elemento pueda ser caracterizado por un par de variables conjugadas con una única ecuación constitutiva entre ellas es una hipótesis básica en el MESIR que deriva de la teoría de redes. Físicamente equivale a decir que es posible elegir un elemento de volumen lo suficientemente pequeño como para que su tiempo de relajación interna sea mucho menor que el del sistema global, pero suficientemente grande como para que las fluctuaciones de la variables que describe el sistema en él sean despreciables.

## Monopuertas activas

En éstas se produce una aportación o extracción de energía al sistema. Cabe distinguir las siguientes:

Fuentes constantes. Son monopuertas definidas de acuerdo con las expresiones  $FJ(J)=0$  y  $FX(X)=0$ , según se trate de fuentes de flujo o de fuerza, respectivamente. Tienen asignado un sentido (o signo) que indica la dirección en la que fluye la energía. La representación simbólica es la de la Figura 2.4. Eléctricamente se corresponde a pilas o generadores de corriente constante.

Fuentes dependientes del tiempo. La relación constitutiva entre las variables tiene la misma forma de las fuentes constantes; además  $X=X(t)$  y  $J=J(t)$  según se trate de fuentes de fuerza o de flujo, Figura 2.4.

Fuentes controladas. Se trata de monopuertas especiales asociadas a relaciones constitutivas entre variables, conjugadas o no, expresadas mediante cualquier función que no contiene explícitamente el tiempo. Son elementos de entradas múltiples con una única salida que corresponde a un flujo o una fuerza que depende funcionalmente de otros flujos o fuerzas de distintas ramas y nudos, del mismo o diferente circuito, permitiendo especificar acoplos energéticos de varios tipos.

Existen cuatro tipos de fuentes controladas por una sola variable

$$X = FX(XC)$$

$$X = FJ(JC)$$

$$J = FJ(JC)$$

$$J = FX(XC)$$

Según se trate de:

- 1) fuentes de tensión controladas por tensión,
- 2) de tensión controladas por corriente,
- 3) de corriente controladas por corriente, y
- 4) de corriente controladas por tensión, respectivamente.

La acción de control puede ser ejercida por más de una variable y las funciones de control pueden ser complejas. Aunque la monopuerta puede especificarse arbitrariamente, su implementación como elemento de circuito puede no ser posible en tanto que no esté contenida en las librerías del software elegido. Sin embargo, la teoría de circuitos permite, mediante circuitos auxiliares, resolver prácticamente todos los casos de diseño de la red

eléctrica que se necesitan para cualquier tipo complejo de fuente controlada. La representación simbólica se muestra en la figura 2.4.

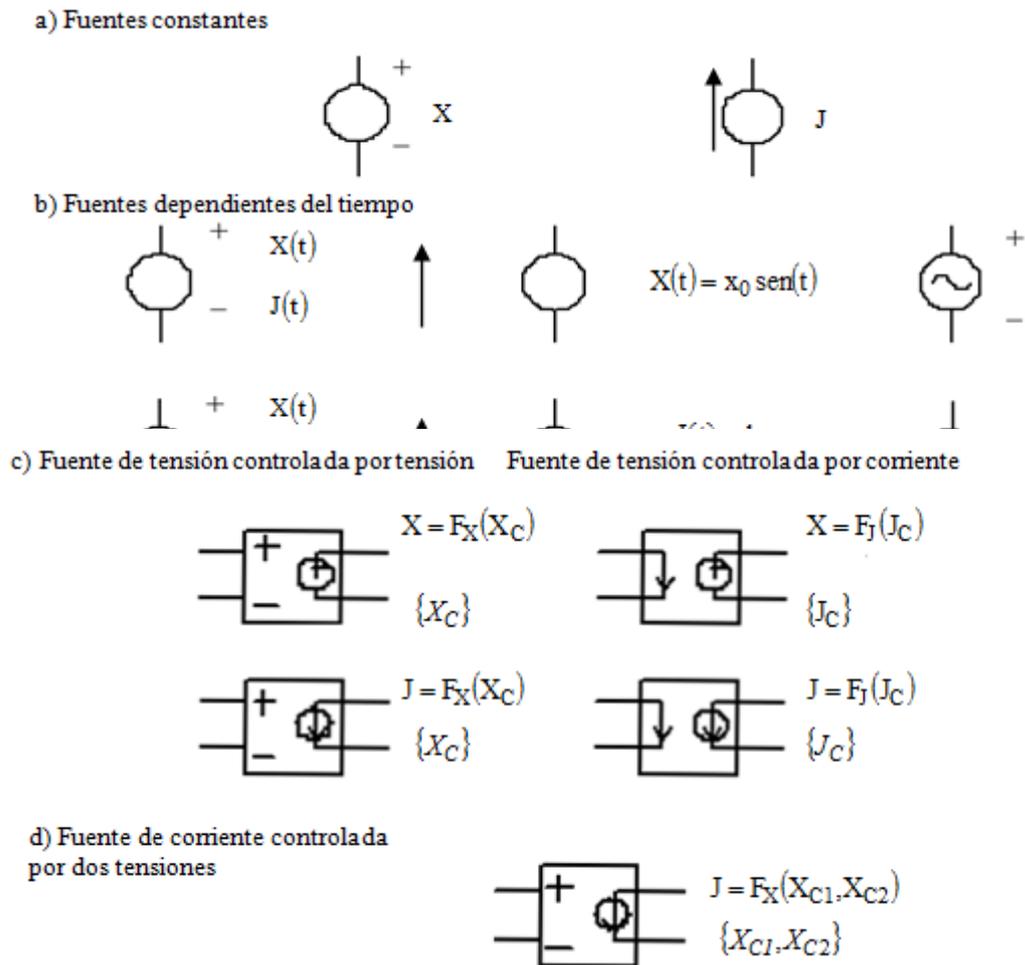


Figura 2.4 Representación simbólica de monopuertas activas

El potencial de estas monopuertas activas para establecer los modelos en red de sistemas fuertemente no lineales es inmenso ya que su uso permite imponer a la monopuerta el valor de una variable (en función de variables de otras monopuertas) sin influir en la otra variable, cuyo valor, se ajusta a la topología y geometría del modelo en red.

### 2.3 El MESIR como método numérico

En el MESIR, el punto de partida es siempre el modelo matemático de un cierto proceso, esto es, un conjunto de ecuaciones en derivada parciales (EDP) espacio-temporales; la discretización de la variable espacial permite establecer el modelo en red o red eléctrica equivalente. Ésta es la única manipulación directa que se hace de las ecuaciones. Así, el

modelo en red es el formato que se da al modelo matemático para que pueda ser utilizado como entrada (fichero en un programa de resolución de circuitos tal como Pspice® [1994], Nagel [1977] y Vladimirescu [1994]).

La solución numérica del modelo matemático la proporciona este software resolviendo las ecuaciones de la red. Al realizar una doble reticulación, espacial (por el usuario, al elegir el mallado) para la creación del modelo y temporal (por el propio código) para la resolución del mismo en Pspice, las ecuaciones en derivadas parciales se sustituyen finalmente por aproximaciones algebraicas, que se resuelven en Pspice. En síntesis, el método de simulación por redes es un método numérico ya que la simulación del modelo en red implica la resolución numérica de sus ecuaciones.

Se diferencia en que los métodos numéricos convencionales se realizan una reticulación simultánea de las dos variables (espacio y tiempo), mientras que en el MESIR la reticulación es por etapas, empezando por la reticulación espacial para la obtención del modelo en red y en segundo lugar la reticulación temporal realizada por el software de simulación.

En el MESIR, previa definición de la variable flujo,  $j(q,t)=\partial\phi(q,t)/\partial q$ , (para problemas transitorios) las EDP toman la forma

$$f_i[\phi, \partial\phi/\partial t, \partial^2\phi/\partial t^2, j, \partial j/\partial q, \partial j/\partial t, q, t] = 0$$

$$F_i[\phi, d\phi/dt, d^2\phi/dt^2, j, dj/dq, dj/dt, q, t] = 0$$

que son las ecuaciones del circuito (la conexión entre  $j(q,t)$  y  $\phi(q,t)$  no se deshace). Así,  $j(q,t)=\partial\phi(q,t)/\partial q$  no es una definición, sino una relación física entre variables definidas independientemente, por lo que la red puede considerarse como una descripción alternativa del sistema. Si además  $j$  corresponde a un flujo de transporte de una cierta magnitud, los elementos del circuito y ciertos parámetros derivados del conjunto de la red pueden dotarse de un significado físico equivalente al que tienen en el transporte de la carga eléctrica. En estos casos es evidente que el MESIR proporciona más información que la estricta respuesta numérica del sistema.

## 2.4 La simulación en Pspice

Cuando se ha definido completamente el modelo en red se realiza el análisis del mismo. Para realizar este análisis se ha utilizado el software de resolución de circuitos, mediante su lenguaje propio, pudiendo ser de texto o gráfico. Sus reglas de programación no son complicadas como tampoco son los circuitos o modelos, en general.

Pspice ha sido usado, tradicionalmente, para simulación por otros autores en problemas más sencillos de otras disciplinas como:

- Comportamiento de componentes integrados en diferentes rangos de temperatura,
- Resolución de problemas mecánicos,

- Resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias,
- Problemas estadísticos.

La amplia aplicación de Pspice muestra su potencial para el tratamiento de gran variedad de problemas en simulación de circuitos pudiendo resolver respuesta en corriente continua, respuesta transitoria en el tiempo con análisis de Fourier en el dominio de la frecuencia, y análisis de pequeña señal en corriente alterna y distorsión, ciñéndonos en nuestro caso al estudio de procesos estacionarios 2-D.

Durante el proceso de simulación, Pspice proporciona toda la información solicitada para cada tipo de análisis en forma gráfica o tabulada. Pueden alterarse las condiciones iniciales, las de contorno y las características del medio con cambios relativamente sencillos en el programa lo que permite obtener resultados sobre el comportamiento del circuito más allá de cualquier tipo de medida real.

La simulación está dividida en cinco subprogramas principales, Figura 2.5:

- Entrada: lee el archivo de entrada, construye una estructura de datos y chequea el circuito,
- Organización: ejecutado el programa con éxito construye las estructuras adicionales de datos requeridas para el subprograma de análisis,
- Análisis: parte más importante del programa de simulación, ya que ejecuta los análisis de los circuitos diseñados como se especifica en el subprograma entrada, almacenándose los resultados en la memoria central para ser procesados a posteriori. Este subprograma abarca la mayor parte del tiempo de computación,
- Salida: genera y organiza la memoria central, de forma tabulada o gráfica,
- Utilidades: no relacionado con la simulación de forma directa puede, entre otras cosas, almacenar componentes o partes de modelos para ser compartidos con otros usuarios.



Figura 2.5 Esquema de funcionamiento de PSpice

En el proceso de simulación, se obtiene la solución numérica de la representación matemática del modelo en red, que contiene:

- 1) Las ecuaciones matemáticas de los diferentes tipos de monopuertas,
- 2) Las ecuaciones de las restricciones impuestas por la leyes de Kirchoff,
- 3) La información particular sobre la interconexión de los diferentes componentes eléctricos de cada modelo.

Todo lo cual forma un extenso sistema de ecuaciones algebraico-diferenciales del tipo:

$$F[\varphi, d\varphi/dt, j, dj/dt, t] = 0$$

donde  $\varphi$  y  $j$  son vectores formados por las variables dependientes del circuito, corrientes tensiones, y  $F$  un operador no lineal.

El entorno de simulación de PSpice, es una pantalla separada en tres zonas. En la más grande se pueden visualizar el archivo de texto del modelo y los resultados gráficos de la simulación. En la zona izquierda inferior de la pantalla se muestran los resultados de la verificación del modelo y los posibles errores de sintaxis o fallos de convergencia de la simulación. En la zona inferior derecha aparece la información sobre el tiempo de paso de computación y el tiempo restante de simulación. PSpice contiene un potente entorno gráfico que permite representar tensiones (eléctricas), corrientes y cualquier tipo de función u operación entre estas magnitudes durante el proceso de simulación.

## 2.5 Rutinas de representación gráfica en Matlab

El uso de Matlab® en esta memoria es doble. Por un lado, ha sido el código con el que se ha programado la elaboración del modelo en red en forma de archivo de texto, a partir de los datos requeridos (básicamente extraídos de los enunciados de los diferentes problemas estudiados: geometría del dominio, propiedades y condiciones de contorno). La organización de la estructura del medio en regiones y capas ha sido integrada previamente en el programa creado. Por otro lado, dado el interés de ciertas representaciones gráficas, tales como aquellas en 2-D y eventualmente 3-D que involucran valores de salida de conjuntos de puntos o secciones del modelo, se ha hecho uso de Matlab también para la creación de nuevas rutinas de programación que permitan leer los datos de los archivos tabulados de salida de Pspice y tratarlos convenientemente para lograr nuevos y más completos tipos de representación.

MATLAB® es un lenguaje de alto nivel y un entorno interactivo para el cálculo numérico, la visualización y la programación. Mediante MATLAB, es posible analizar datos, desarrollar algoritmos y crear modelos. El lenguaje, las herramientas y las funciones matemáticas incorporadas permiten explorar diversos enfoques y llegar a una solución antes que con hojas de cálculo o lenguajes de programación tradicionales, como pueden ser C/C++ o Java™.

Dentro del programa podemos distinguir cuatro etapas diferenciadas: 1) Introducción de datos 2) Preproceso 3) Proceso y 4) Postproceso.

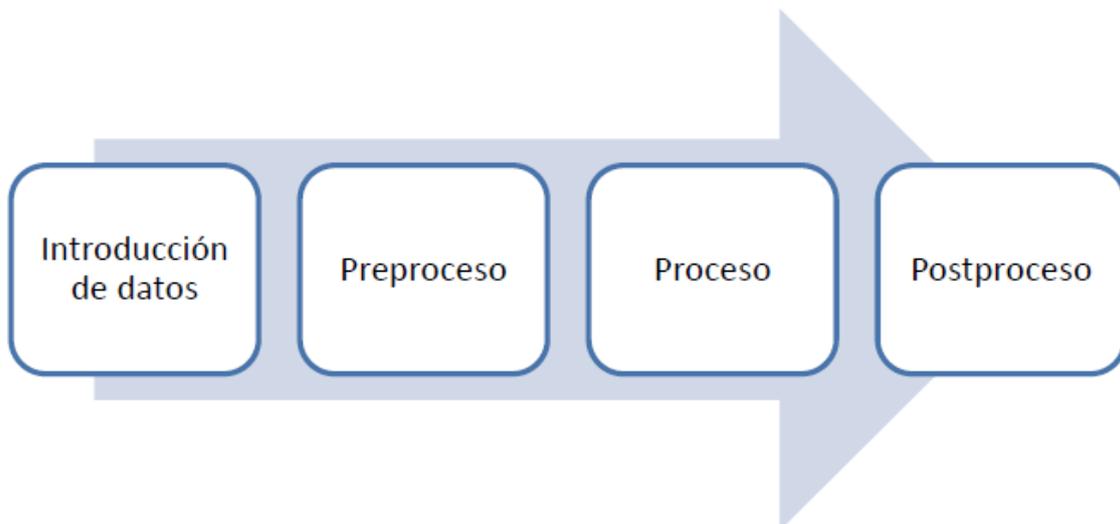


Figura 2.6 Esquema de funcionamiento de Matlab

La introducción de datos consiste fundamentalmente en definir el origen de coordenadas, la geometría del problema, su longitud, altura, densidad de mallado, regiones y huecos, todos con sus características correspondientes.

En el preproceso, mediante una serie de funciones o `functions`, se numeran los nodos y se calculan las coordenadas de las celdas creando una malla `virtual` completa. Se determina la región a la que pertenece cada celda, se obtiene la posición de la celda perteneciente a una región activa haciendo posible así la posterior representación gráfica de las soluciones.

En el proceso se gestiona la escritura del CIR correspondiente al análisis, definiendo las líneas del CIR correspondientes al modelo 2D de flujo. Además se inicia el funcionamiento del programa Pspice con los datos proporcionados.

Durante el postproceso se recuperan los resultados del programa Pspice para el análisis de flujo 2D. Estos resultados son almacenados en matrices del tamaño de la malla virtual y en vectores correspondientes a la malla del modelo en red.

Se aproximan los valores en puntos de la malla virtual a partir de los nodos del modelo en red (las esquinas de celdas). Opera aproximando por regiones, usando la función `scatteredInterpolant.m` También asigna valores a los puntos del contorno que no pertenecen al modelo en red pero de los que se conoce su valor por las condiciones de contorno.

## **Capítulo 3**

### **Modelo en red**

#### **3.1 Diseño de la celda elemental**

El modelo sigue las reglas de diseño expuestas en `Applications of the network simulation method to transport processes`, González Fernández [2002]. El dominio del problema está estructurado en volúmenes finitos, llamados celdas elementales, en las que se implementa el circuito correspondiente al modelo en red de la ecuación en diferencias finitas deducida de la ecuación de gobierno en derivadas parciales. En el caso 2-D, las líneas o lados fronteras entre celdas se corresponden con los nudos exteriores del modelo en red de las mismas (geométricamente ubicados en el centro de cada lado de la frontera), que se unen, mediante conexiones eléctricas ideales a los correspondientes de las celdas adyacentes. Así, cada celda,

diseñada en forma simétrica, contiene cuatro nudos, ubicados en el centro de los lados que la delimitan y uno central, Figura 3.1. Con todo, el modelo en red del dominio completo contiene un conjunto de nudos centrales (los del interior de cada celda) combinado con un conjunto de nudos correspondientes a los bordes comunes de las sucesivas celdas contiguas. Los nudos exteriores de las celdas del contorno del dominio constituyen los nudos exteriores del mismo en los que hay que aplicar las condiciones de contorno (ningún nudo debe tener menos de dos conexiones por imperativos de continuidad en corriente) impuestos por el código Pspice como uno de las pruebas de comprobación del mismo.

La ecuación del proceso, una vez transformada en diferencias finitas en el espacio, contienen un conjunto de términos que se balancean entre sí. En nuestro problema, cada término es la cantidad de agua que cruza una frontera particular de la celda, y está formulado en términos del potencial  $\Phi$ , merced a la ecuación constitutiva que relaciona esta variable con el flujo de agua. En el modelo en red equivalente, cada término se asocia a una corriente eléctrica que, fluyendo hacia el centro de la celda a través de una rama, se balancea con las del resto de los términos en el nudo central. Los nudos de las ramas no concurrentes en el nudo central son los de los extremos o bordes de la celda (la frontera correspondiente de donde viene el flujo de la rama). Con ello, teniendo en cuenta los signos de cada término de la ecuación, la topología del modelo satisface el balance impuesto por la ecuación.

El componente eléctrico que se asocia a cada término depende de la propia expresión del mismo y puede ser una resistencia, bobina o condensador (en el caso de términos lineales) u otro tipo de componente (generalmente, fuentes controladas, cuando se trata de términos no lineales o acoplados). Para la ecuación de Laplace, 2-D y sin términos transitorios, los componentes del modelo son resistencias eléctricas cuyo valor depende de la geometría de la celda y de la permeabilidad.

Dada la analogía impuesta:

$$\text{Potencial hidráulico (m)} \leftrightarrow \text{Potencial eléctrico (v)}$$

$$\text{Flujo de fluido (m/s)} \leftrightarrow \text{Corriente eléctrica (A)}$$

la condición de conexión eléctrica ideal entre bordes de celdas contiguas hace nula la caída de potencial entre éstos. Por otro lado, la conservación de la corriente eléctrica (o flujo de agua equivalente) impuesta por los propios teoremas de circuitos (teorema de Kirchhoff de las corrientes) evita implementar en el código rutinas de precisión, redondeo o truncamiento para realizar estos ajustes de balance (las exigencias del código de simulación Pspice, u otros del mismo nivel, contienen estas rutinas hasta el punto de dar la solución prácticamente exacta del circuito, con tres o más cifras decimales).

Los nudos de los bordes de celda deben estar identificados mediante un código apropiado, con un nombre que le asocie unívocamente a cada una de las dos celdas contiguas a las que están conectados. Así, deberá elegirse una nomenclatura adecuada de todos los nudos del modelo que, por otro lado, sea fácilmente identificable por el usuario para poder acceder a los mismos de manera intuitiva bien para solicitar datos una vez simulado el modelo, bien para investigar sus fallos cuando no exista convergencia (en problemas complejos, éste es, a veces, el único

recurso del usuario para investigar los fallos de programación). Sobre este aspecto se volverá más adelante.

La nomenclatura general, se muestra en la siguiente figura, Figura 3.1.

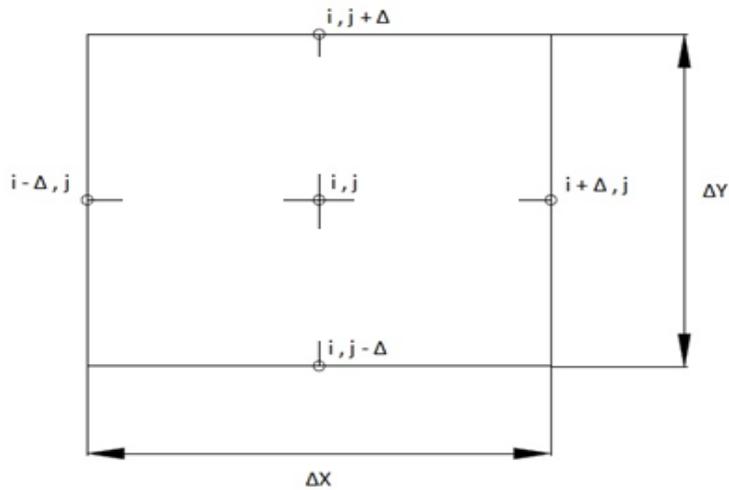


Figura3.1 Nomenclatura de nudos de la celda elemental

Sean  $\Phi_{i-\Delta,j}$  y  $\Phi_{i+\Delta,j}$  los potenciales en los nudos ' $i-\Delta,j$ ' e ' $i+\Delta,j$ ', respectivamente,  $\Phi_{i,j-\Delta}$  y  $\Phi_{i,j+\Delta}$  los de ' $i,j-\Delta$ ' e ' $i,j+\Delta$ ', y  $\Phi_{i,j}$  el potencial en el nudo central ' $i,j$ '. Aplicando la ley de Darcy entre los diferentes nudos de borde y el nudo central pares de nudos, podemos escribir las expresiones:

$$j_{i-\Delta,j} = k_x \frac{\Phi_{i-\Delta,j} - \Phi_{i,j}}{\Delta x/2}$$

$$j_{i+\Delta,j} = k_x \frac{\Phi_{i,j} - \Phi_{i,j-\Delta}}{\Delta x/2}$$

$$j_{i,j-\Delta} = k_y \frac{\Phi_{i,j-\Delta} - \Phi_{i,j}}{\Delta y/2}$$

$$j_{i,j+\Delta} = k_y \frac{\Phi_{i,j} - \Phi_{i,j+\Delta}}{\Delta y/2}$$

donde  $j_{i-\Delta,j}$ ,  $j_{i+\Delta,j}$ ,  $j_{i,j-\Delta}$  e  $j_{i,j+\Delta}$  son los flujos de agua por unidad de tiempo, entrantes (o salientes) por los bordes de la celda. En su analogía eléctrica, haciendo uso de la ley de Ohm ( $iR=VR/R$ , donde  $iR$  es la intensidad que circula por una resistencia,  $VR$  la diferencia de potencial en sus extremos y  $R$  el valor de dicha resistencia), las expresiones anteriores se implementan en el circuito mediante sendas resistencias cuyos valores son :

$$R_{i-\Delta,j} = R_{i+\Delta,j} = \frac{\Delta x}{2k_x}$$

$$R_{i,j-\Delta} = R_{i,j+\Delta} = \frac{\Delta y}{2k_y}$$

La disposición de estas resistencias en la celda (modelo en red) se muestra en la Figura 3.2. Como hemos mencionado, la conservación del caudal queda asegurado por la conservación de la corriente eléctrica con lo que queda satisfecha la ecuación de gobierno (ecuación de Laplace) del problema.

Para celdas de forma cuadrada,  $\Delta x = \Delta y$ , y en medios isótropos,  $k_x=k_y$ , todas las resistencias del modelo tienen el mismo valor.

$$R_{i-\Delta,j} = R_{i+\Delta,j} = R_{i,j-\Delta} = R_{i,j+\Delta} = \frac{\Delta x}{2k} = \frac{\Delta y}{2k}$$

La simulación proporciona una matriz escalar de  $m$  filas y  $n$  columnas de valores del potencial; solución con la que, mediante interpolación es posible representar las iso-líneas correspondientes a diferentes valores del potencial entre los extremos de valores de éste impuestos por las condiciones de contorno. Lógicamente, cuanto más fino sea el mallado mejor precisión se puede obtener para las representación de estas iso-líneas aunque valores de mallado del orden de  $30 \times 30$  proporcionan una precisión bastante aceptable.

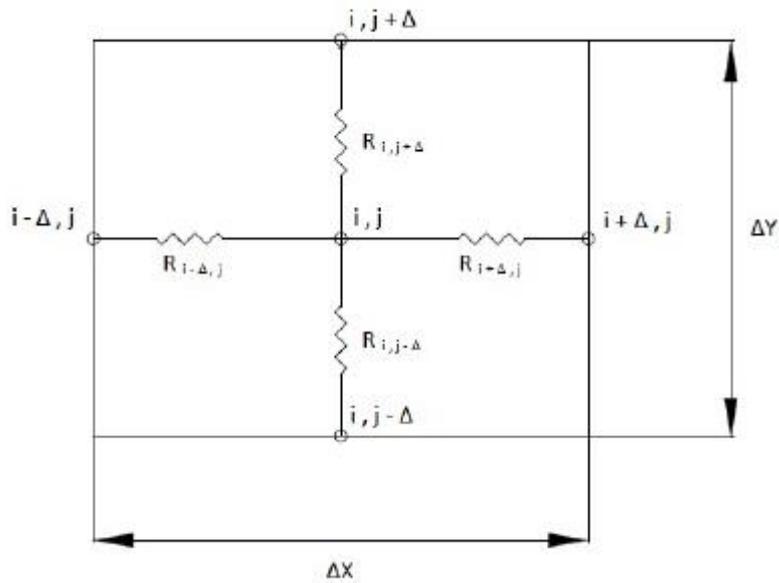


Figura 3.2 Modelo con cuatro resistencias dispuestas simétricamente

### 3.2 Diseño de las condiciones de contorno

Las condiciones de contorno en estos problemas son de dos tipos:

- Adiabáticas
- De valor constante

La condición adiabática se implementa con una resistencia de valor elevado, teóricamente de valor infinito, condición que impide el paso de la corriente o flujo de agua, Figura 3.3. Esta condición se llama ‘condición homogénea de segunda clase o condición homogénea de Newman. El valor de  $\Phi$  en el borde, derivado de esta condición, es consecuencia de los balances en dicho borde y se deriva en los cálculos realizados por el código de simulación.

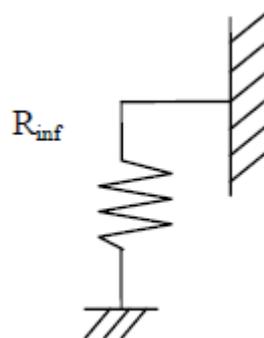


Figura 3.3 Representación simbólica de condición de contorno adiabática

La condición de potencial constante, llamada condición de primera clase o condición de Dirichlet, se implementa sencillamente mediante una fuente de tensión de valor constante igual al del potencial  $\Phi$ , Figura 3.4. El flujo de agua o corriente que proporciona esta fuente viene impuesto por las condiciones de balance establecidas en el borde y, como en el caso anterior, se deriva de los resultados de la simulación o cálculos.

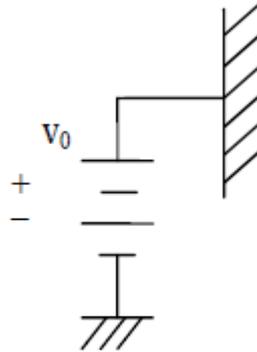


Figura 3.4 Representación simbólica de condición de contorno con valor constante

Existen otros tipos de condiciones de contorno que no han sido utilizados en esta memoria pero que podrían ser de interés en futuros estudios; entre ellos cabe citar las fuentes de infiltración constantes o potenciales dependientes del tiempo. Como decimos, su uso es limitado y de escasa aplicación pero su implementación es directa merced a la enorme variedad de componentes dispuestos en las librerías de los códigos de simulación.

En relación con las líneas de corriente, pueden usarse rutinas de programación de Matlab para la representación del gradiente de la función potencial. En esta memoria se ha seguido otro procedimiento consistente en definir una función de corriente (escalar) y construir un modelo en red para obtenerla y representar gráficamente las líneas iso-función de corriente, también por interpolación. Veamos:

La función de corriente,  $\Psi$ , se define en la forma clásica (Potter y Wiggert, [1997]):

$$v_x = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v_y = - \frac{\partial \Psi}{\partial x}$$

Dado que las velocidades ( $v$ ) son los flujos de corriente ( $j$ ) usados en el modelo anterior, derivando las expresiones

$$v_x = k_x \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v_y = k_y \frac{\partial \Phi}{\partial y} = - \frac{\partial \Psi}{\partial x}$$

es inmediato obtener la ecuación del gobierno del problema en términos de la nueva variable  $\Psi$  (una nueva ecuación de Laplace):

$$\frac{1}{k_x} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{1}{k_y} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = 0$$

El modelo en red para la función de corriente es idéntico del obtenido para la variable potencial ya que se trata de la misma ecuación. La celda es, de nuevo, simétrica y las resistencias tienen ahora los valores siguientes:

$$R_{i-\Delta j}(\Psi) = R_{i+\Delta j}(\Psi) = \frac{k_x \Delta x}{2}$$

$$R_{i,j-\Delta}(\Psi) = R_{i,j+\Delta}(\Psi) = \frac{k_y \Delta y}{2}$$

En cuanto a las condiciones de contorno, en las regiones del contorno superior de potencial  $\Phi$  constante,

$$v_x = k_x \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0, \Rightarrow \text{Condición adiabática para } \Psi$$

mientras que, en el resto de las regiones (impermeables al flujo de agua), la componente normal de la velocidad es nula. Esto lleva a

Paredes verticales laterales:  $v_x = k_x \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0 \Rightarrow \Psi$  constante en toda la pared

Paredes horizontales:  $v_y = k_y \frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\partial \Psi}{\partial x} = 0 \Rightarrow \Psi$  constante en toda la pared

La condición de continuidad en la impermeabilidad de las paredes laterales y de fondo, impone que el valor arbitrario  $\Psi_0$  que se da a estas paredes sea el mismo, eventualmente  $\Psi_0=0$ . Por último, aplicando la ecuación

$$k_y \frac{\partial \Phi}{\partial y} = - \frac{\partial \Psi}{\partial x}$$

entre los bordes de la región de entrada de agua, donde el caudal o velocidad (vent) ya se ha resuelto con el modelo anterior, se obtiene el valor  $\Psi_a$

$$\Psi_a = \Psi_0 + \text{vent}(\Delta x_0)$$

donde  $\Delta x_0$  es la longitud de la región de entrada de agua. El mismo resultado hubiéramos deducido si la ecuación anterior se aplica a los bordes de la región de salida de agua. Con todo, tenemos tanto el modelo como las condiciones de contorno para resolver el circuito del modelo de la variable  $\Psi$  que nos proporciona las líneas de flujo (líneas iso- $\Psi$ ). Superponiendo la solución de ambos modelos obtenemos la red de flujo buscada.

Cabe señalar que el modelo propuesto trasciende de los dos esquemas clásicos que se estudian en esta memoria. Otras disposiciones que incluyan cualquier tipo de pantalla son posibles; se resuelve, en primer lugar, el modelo de la variable potencial, y con los flujos resultantes de las regiones de entrada y salida se obtienen las condiciones de contorno aplicables al modelo de la variable función de corriente, que permite dibujar las líneas de flujo. La superposición en un mismo esquema de curvas iso- $\Phi$  e iso- $\Psi$  reproduce la red de flujo de problema.

## Capítulo 4

### Fundamentos teóricos

#### 2.1 Introducción

Relacionamos, a continuación, los aspectos teóricos más relevantes del flujo de agua en medios porosos. Son numerosos los textos que recogen esta teoría y entre ellos cabe citar los siguientes: Berry y Reid [1993], Azizi [2000], Atkinson [2007], Taylor [1948], Das [2008] y González Vallejo [2005].

La presión intersticial en el terreno no es, en general, la debida a condiciones hidrostáticas, sino la combinación de ésta con la derivada del flujo dinámico del agua a través del suelo, como ocurre en las presas de hormigón sobre un estrato de suelo u otros escenarios de obras civiles. En estos casos, es frecuente la existencia de un nivel piezométrico alto en la zona de las aguas almacenadas arriba de la presa, y un nivel inferior en la zona de aguas por debajo de la presa. Esta diferencia en el nivel de presiones del agua genera su flujo y el consiguiente

cambio de presiones intersticiales merced a este proceso dinámico. Este tipo de flujo no se produce únicamente en presas de hormigón, también en otros tipos de problemas como excavaciones para edificios, terminales marítimas o muelles de atraque. Estas estructuras suelen ser muy extensas en una dirección como para poder asumir un comportamiento 2-D, que permite definir todas las variables del problema por unidad de longitud (o espesor) en la dirección seleccionada, sin perjuicio de la desviación de las soluciones en los extremos de la estructura.

Es interesante, para ilustrar, mencionar algunos casos históricos de fallos en presas por efecto del flujo de agua bajo las mismas (seepage flow). Uno de los casos más conocidos es el de la rotura de la presa de Puentes (Región de Murcia) el 2 de Abril de 1802, imagen 1. En el informe de D. Agustín de Betancourt se describe el proceso de sifonamiento inicial, que se manifestó como un surtidor 9 m aguas abajo de la presa, llegando a alcanzar los 5 m de altura para después producirse la rotura repentina, saliendo grandes cantidades de agua y arena procedentes de la zona inferior de la presa y produciéndose su derrumbe. En el momento de su construcción era la mayor presa en servicio del mundo.

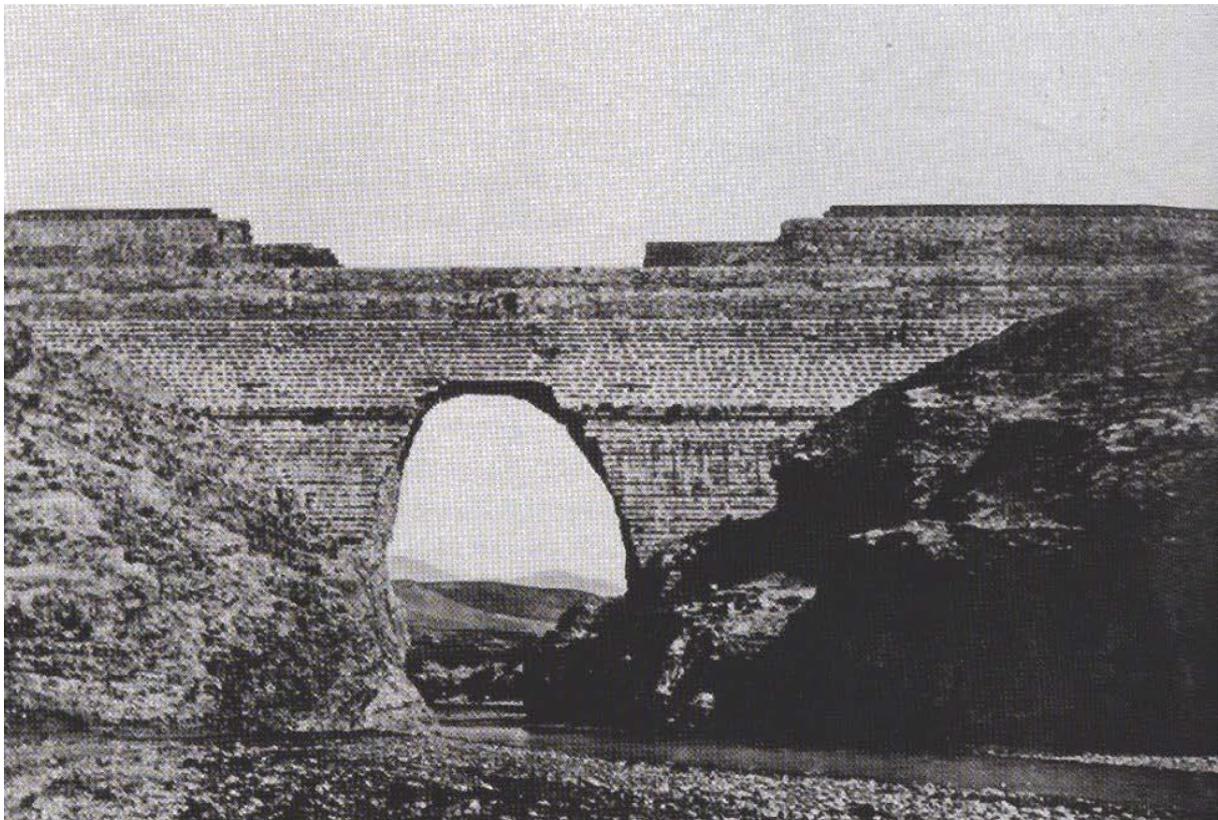


Imagen 1 Presa de Puentes tras la rotura

Otra gran catástrofe de este tipo fue la presa de St. Francis, el 12 de Marzo de 1928. Al aumentar el nivel aguas arriba de la presa se produjo el colapso de la misma, Imagen 2.



Imagen 2 Presa de St. Francis tras el colapso

En presas de tierra (cuya simulación mediante el método de redes está en proceso de estudio) también existen ejemplos de fallos por filtración.

Existen muchos ejemplos de fallos geotécnicos en presas que reflejan la importancia de la cimentación y la geotecnia en grandes infraestructuras, de las que se puede y debe aprender, mientras que son menos los ejemplos de diques y de muros pantalla que colapsaron por causas similares. El conocimiento de los errores pasados debe ser parte esencial en la formación en ingeniería.

El flujo de agua a través del suelo depende, en gran medida, de la porosidad de éste; es decir, del espacio entre las partículas sólidas. Esta dependencia, a nivel microscópico, es compleja ya que los canales de flujo por los que circula el agua son estrechos, irregulares y sinuosos. Un flujo de agua en un medio poroso se producirá cuando existe un desequilibrio energético o de presión, moviéndose el agua desde la zona con mayor energía a menor energía.

Daniel Bernoulli en 1856 describe el balance de energías a lo largo de una línea de corriente, que para un fluido incompresible (densidad constante) y no viscoso, en régimen laminar, puede escribirse mediante la ecuación:

$$h = z + \frac{u}{\gamma_w} + \frac{v^2}{2g}$$

donde  $z$  es la llamada altura de posición (asociada a la posición del punto dentro de la línea de corriente),  $u/\gamma_w$  es la altura asociada a la presión del fluido, y  $v^2/2g$  es la altura asociada a la velocidad. Ésta es una ecuación homogénea en términos dimensionales ya que la ecuación de dimensión de todos los términos es la de una longitud (m). En el flujo de aguas subterráneas, los cambios de velocidad son despreciables por lo que la pérdida de energía cinética también lo es y la ecuación anterior puede simplificarse a la forma

$$h = z + \frac{u}{\gamma_w}$$

La pérdida de carga total entre dos puntos cualesquiera debido al flujo de agua en suelo saturado viene dada por

$$\Delta h = h_1 - h_2$$

con lo que, haciendo uso de la ecuación de Bernoulli, podemos escribir

$$\Delta h = z_1 - z_2 + \frac{1}{\gamma_w} (u_1 - u_2)$$

Por otro lado, Darcy estableció empíricamente, en París alrededor de 1850, con un dispositivo semejante al de la Figura 2.1, la siguiente relación constitutiva lineal entre el flujo de fluido o caudal,  $q$  (m<sup>3</sup>/s), y el gradiente hidráulico,  $i$  (adimensional), que representa la tasa de pérdida de carga,

$$q = k i A$$

donde  $k$  es la permeabilidad (m/s), llamada en muchos textos conductividad hidráulica del medio poroso y  $A$  (m<sup>2</sup>) el área considerada. Se trata de una dependencia aproximada, para flujos laminares y determinadas condiciones (Bejan, 2004). A través de la relación entre el caudal,  $q$ , y la velocidad del fluido  $v$  (m/s),  $q/A = v$ , la expresión anterior puede escribirse en la forma

$$v = k i$$

En términos del nivel piezométrico, el gradiente hidráulico se define como

$$i = \frac{\Delta h}{\Delta l}$$

Así, en definitiva, la ley de Darcy afirma que la velocidad de descarga es directamente proporcional al gradiente hidráulico, para medios de permeabilidad constante (medios saturados en general) y régimen laminar o de pequeña velocidad.

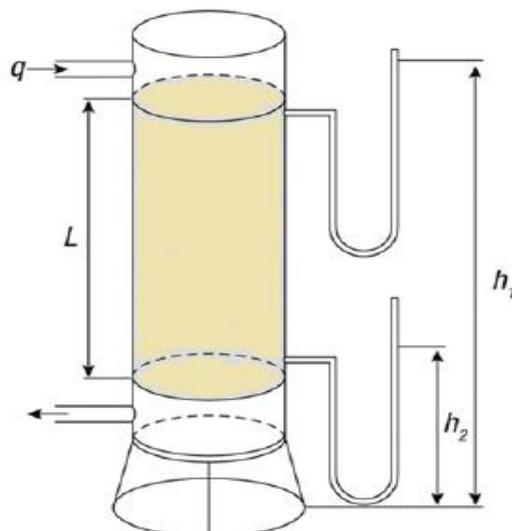


Figura 4.1 Esquema del experimento de Darcy

#### 4.2 Ecuación de gobierno

Sea un elemento de suelo con fluido incompresible y completamente saturado, la condición de continuidad asociada a la conservación de la masa de fluido (condiciones estacionarias), debe satisfacer que la cantidad de flujo entrante en un elemento de volumen (o celda elemental) del medio debe ser igual a la cantidad de flujo saliente del mismo. Aplicando la ley de Darcy, el gradiente hidráulico a la entrada de cada cara es:

$$i_x = \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$i_y = \frac{\partial h}{\partial y}$$

$$i_z = \frac{\partial h}{\partial z}$$

mientras que a la salida, usando las nociones elementales de cálculo diferencial (Figura 4.2), el gradiente se escribirá en la forma

$$i_x + \frac{\partial i_x}{\partial x} dx = \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right) dx = \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} dx$$

$$i_y + \frac{\partial i_y}{\partial y} dy = \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} dy$$

$$i_z + \frac{\partial i_z}{\partial z} dz = \frac{\partial h}{\partial z} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} dz$$

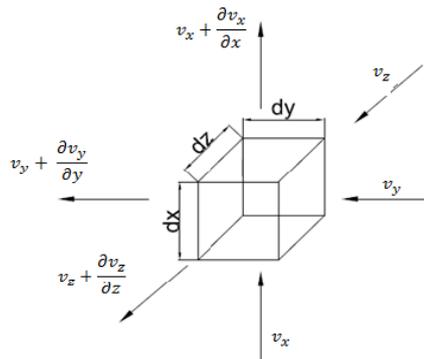


Figura 4.2 Elemento del medio y nomenclatura

La conservación del fluido implica, por tanto, que

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

resultado que, haciendo uso de la ley de Darcy, puede escribirse en la forma

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

que es la ecuación general (local) del flujo, en términos de la variable dependiente  $h$  y en coordenadas cartesianas rectangulares, en un medio poroso de permeabilidad anisótropa dada por los coeficientes  $k_x$ ,  $k_y$  y  $k_z$ , asociados a las tres direcciones espaciales ortogonales  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Para flujos no estacionarios hay que añadir los términos asociados a las variaciones de flujo por efectos de compresibilidad y almacenamiento. Bajo estas condiciones, no estudiadas en la presente memoria, la expresión de la ecuación general de flujo es

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) dx + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) dy + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) dz = S_s + \frac{\partial h}{\partial t}$$

donde los efectos anteriores quedan representados por los términos de la derecha de la ecuación, siendo  $\frac{\partial h}{\partial t}$  el almacenamiento y  $S_s$  la compresibilidad.

Para flujos 2-D en el plano XZ, estacionarios, en medios anisótropos, el movimiento de agua se produce principalmente en el plano XZ, quedando la ecuación de Laplace (ecuación lineal, en derivadas parciales de segundo orden y primer grado) en la forma

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

o bien

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

En medios isótropos,

$$\nabla^2 h = 0$$

La teoría de estas ecuaciones armónicas permite introducir una nueva magnitud, llamada potencial de velocidad, en la forma

$$\Phi(x,z) = -kh$$

con lo que, usando la ecuación de Darcy,

$$v_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

$$v_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z}$$

Si sustituimos estas expresiones en la ecuación de Laplace, podemos escribir ésta en términos de la nueva variable potencial de velocidad, en la forma (también una ecuación de Laplace)

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}$$

Por otra parte podemos introducir también la llamada función de corriente,  $\psi(x,z)$  (m<sup>2</sup>/s), una magnitud muy útil ya que tiene la interesante propiedad de que sus iso-líneas representan directamente las trayectorias de las partículas de fluido. La relación entre velocidad y función de corriente

$$v_x = \frac{\partial \psi}{\partial z}$$

$$v_z = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

permite demostrar que esta magnitud satisface, asimismo, la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0$$

y, por tanto, tiene las propiedades inherentes a este tipo de funciones. La solución de estas ecuaciones permite dibujar las iso-líneas de las correspondientes magnitudes potenciales  $\Phi$  y  $\psi$  a intervalos arbitrarios o, como es costumbre en general para una inspección inmediata de los resultados, a intervalos constantes. Ambas funciones potenciales se cortan formando siempre ángulos rectos en medios isótropos y determinando sobre el plano un mallado formado por cuadrados curvilíneos denominado red de flujo, como el de la Figura 4.3 (seepage).

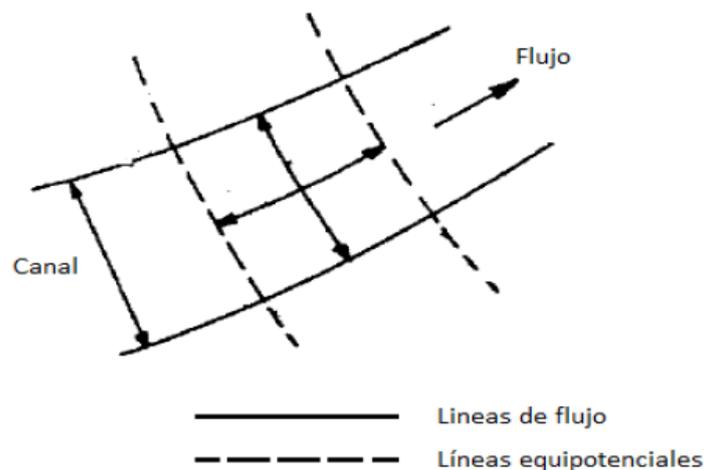


Figura 2.3 Líneas equipotenciales y líneas de flujo

Así, las líneas de corriente tienen gran importancia para evaluar la cantidad de flujo de filtración.

$$\Delta Q = \Delta Q_{bc} + \Delta Q_{ac} = \int_c^b v_z dx - \int_c^a v_x dz$$

Al sustituir  $v_x$  y  $v_z$  por sus expresiones en términos de la función de corriente, se obtiene:

$$\Delta Q = \int_c^b \frac{\partial \Psi}{\partial x} dx - \int_c^a \frac{\partial \Psi}{\partial z} dz = [\Psi]_c^b - [\Psi]_c^a = \Delta \Psi$$

### 4.3 Escenarios

La ecuación de Laplace se aplica en diferentes problemas, relacionados con el flujo de una magnitud, como la transmisión de calor, la conducción eléctrica o, como en el caso que estamos tratando, el flujo de agua a través de un medio poroso. Su resolución analítica depende del escenario o dominio del problema y de las condiciones de contorno del mismo pudiendo ser, con frecuencia, compleja al estar formada por desarrollos en serie de engorroso tratamiento matemático. La solución numérica es, sin embargo, rápida y muy precisa, en general, en términos de las exigencias propias del ingeniero y asumiendo un mallado suficientemente fino. A partir de ella es posible dibujar los patrones de familias de curvas (líneas equipotenciales y líneas de corriente o flujo) que nos permiten, por simple inspección directa, deducir cualitativa y cuantitativamente los valores de las magnitudes de interés.

Los dos escenarios geométricos son escenario de pantalla y escenario de presa de hormigón impermeable, en ambos casos con flujo a través de un estrato de suelo homogéneo de espesor infinito. Se trata de los dos casos especialmente relevantes en el estudio de las redes de flujo confinado. La inclusión de capas o regiones de diferentes propiedades hidrológicas, así como la consideración de propiedades anisótropas, son variaciones posibles dentro de los escenarios básicos mencionados.

Estas estructuras tienden a ser muy largas en la dirección perpendicular a la sección representada en las figuras, por lo que el movimiento de agua queda caracterizado, en esencia, por un patrón estacionario 2-D.

En este caso vamos a estudiar el escenario de pantalla. (Figura 4.4)

## ESCENARIOS DE PANTALLA

En estos escenarios se ubica una pantalla impermeable que penetra verticalmente en una capa aluvial permeable, por debajo de la cual existe un medio de permeabilidad más de diez veces menor que la de la capa aluvial. La pantalla sobresaldrá de la superficie del terreno con el fin de embalsar una determinada altura de agua. La diferencia de cota de la lámina de agua a un lado y otro será la diferencia de potencial.

Este tipo de solución constructiva, Figura 4.4, se suele aplicar en diferentes obras de ingeniería, por ejemplo en excavaciones para edificios para evitar inundaciones, en muros de contención para una terminal marítima, pantalla anclada de un muelle de atraque...

La condición crítica frente a un posible sifonamiento corresponde a aquélla en la que el flujo en las proximidades del terreno es vertical (hacia arriba) con un gradiente máximo.

Para este escenario estudiaremos como varía la red de flujo bajo condiciones isotropas (misma permeabilidad en las dos direcciones) del medio.

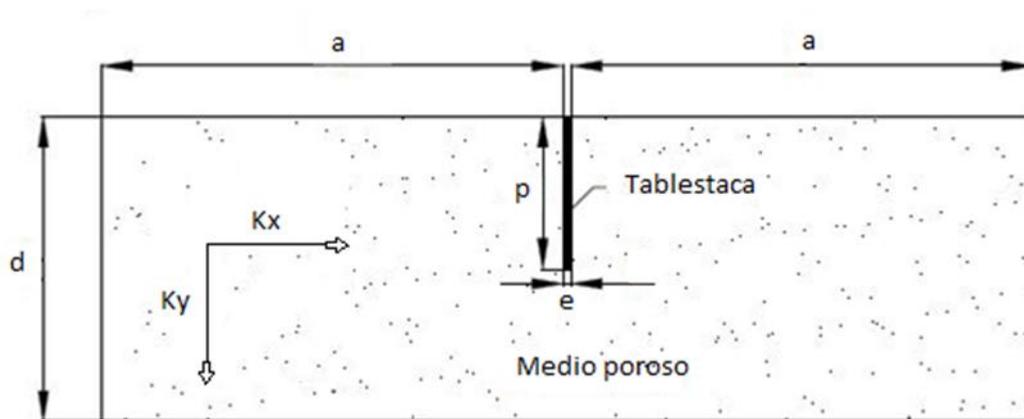


Figura 4.4 Esquema físico de una pantalla simple de profundidad de estrato infinita.

### Parámetros físicos y geométricos del problema tipo pantalla:

( $m_x$  y  $m_y$  son metros medidos en las direcciones  $x$  e  $y$ , respectivamente):

$p_t$  ( $m_y$ ): longitud de la pantalla.

$e_t$  ( $m_x$ ): espesor de la pantalla. (Se desprecia)

$a$  ( $m_x$ ): longitud aguas arriba y aguas abajo de la pantalla. (Medida desde los bordes izquierdo y derecho de la pantalla, respectivamente),

$d_e$  ( $m_y$ ): profundidad total del escenario. (Irrelevante en escenarios infinitos).

$l_y^*$  ( $m_y$ ): longitud oculta del problema

$K_x$  ( $m_x^2$ ): permeabilidad horizontal del suelo.

$K_y$  ( $m_y^2$ ): permeabilidad vertical del suelo.

$\phi_{ag-arr}=\phi_1$ : potencial hidráulico específico aguas arriba de la pantalla.

$\phi_{ag-ab}=\phi_2$ : potencial hidráulico específico aguas abajo de la pantalla.

$\Delta\phi=\phi_1-\phi_2$ : diferencia de potencial hidráulico específico.

Las condiciones de contorno para este escenario son de impermeabilidad en las paredes laterales y en el fondo del dominio, y valores constantes de potencial en las zona superior del dominio, de mayor valor a la izquierda de la pantalla para producir un flujo de agua subterránea desde la región izquierda hacia la derecha, con entrada y salida por la zona superior.

## Capítulo 5

### Programa de redes de flujo

Un programa de redes de flujo, aún en el caso de ceñirlo a escenarios limitados como en el estudiado en este trabajo, trasciende el objetivo propuesto. Sin embargo, hemos creído conveniente considerar ciertos aspectos que creemos merece la pena integrar en un potencial y futuro código para hacerlo más potente y genérico. En primer lugar hemos considerado la posibilidad de definir diferentes capas y/o regiones del suelo bajo la pantalla, cada una con sus propiedades hidrológicas. Ello dará origen a un interface adecuado de entrada de datos y a una organización del modelo que sea ordenada y fácil de manipular por el usuario. Toda la programación se hace con el software MATLAB.

#### 5.1 Introducción de datos, geometrías y regiones

En primer lugar hay que introducir los siguientes datos como origen de coordenadas,  $x_0$  e  $y_0$ , conductividad hidráulica en las dos direcciones,  $k_x$  y  $k_y$ , y potencial en metros a la izquierda

y a la derecha de la presa o pantalla, P1 y P0. Esto se realiza directamente en las sentencias del programa que, como ejemplo, se presentan a continuación:

```
% Origen de coordenadas
x0=0;
y0=0;
%Parámetros
kx=10^-6; %Conductividad hidráulica en la dirección x
ky=Kx/10; %Conductividad hidráulica en la dirección y
Rinf=1E35;
P1=1; %Nivel en metros aguas arriba
P0=0; %Nivel en metros aguas abajo
```

La geometría y el número de celdas asociados a cada región se introducen con los datos de altura H y longitud L de las regiones y su número de divisiones. Se ha integrado en el programa la posibilidad de realizar las discretizaciones dentro de cada región, dominio o capa, en forma constante, creciente o decreciente, ambos progresivamente, con objeto de aumentar la reticulación y, en consecuencia, la precisión de los resultados, en aquellas regiones más críticas o de mayor interés. También se incluye la posibilidad de crear regiones huecas y regiones impermeables al flujo. A modo de ejemplo, las sentencias relacionadas con este aspecto son

```
L=[a f*a 1;b f*b 1;c f*c 1];           %Divisiones horizontales
H=[H f*H 1;H f*H 1];                 %Divisiones verticales
R=[kxky;kxky;kxky;kx ky;0 0;kx ky];   %Propiedades regiones
```

## 5.2 Condiciones de contorno

Las sentencias asociadas a las condiciones de contorno son:

```
%Condiciones de contorno lineales y puntuales
```

```
LBC_B1_Fi1=[1, 1,0, Rinf;
            2, 1,0, Rinf;
            3, 1,0, Rinf;];
```

```
LBC_B2_Fi1=[3, 1,0, Rinf;
            6, 1,0, Rinf;];
```

```
LBC_B3_Fi1=[6, 2, 0, T1;
            5, 1,0, Rinf;
            4, 2, 0, T2;];
```

```
LBC_B4_Fi1=[1, 1,0, Rinf;
            4, 1,0, Rinf;];
```

```
%PBC_Fi1=[ 1.0, 1.0, 0, 1, 0.0];
```

La nomenclatura 'LBC\_B1' corresponde a condiciones de contorno lineales en posición Sur (fondo del dominio), 'LBC\_B2' a las condiciones de contorno lineales en posición Este (derecha del dominio), 'LBC\_B3' a la posición Norte (frontera superior) y 'LBC\_B4' a la posición Oeste (izquierda del dominio). No obstante es posible implementar en el programa condiciones de contorno que afecten a un solo punto del contorno.

A continuación se muestra un ejemplo, correspondiente a la geometría mostrada en la figura 5.1, de las reticulaciones creadas por el programa usando la herramienta gráfica del propio MATLAB, figuras 5.2 a 5.4. Se ha elegido un número de regiones y celdas pequeño para una mejor apreciación de los resultados.

Para el desarrollo del modelo se comenzó con geometrías muy sencillas, y que, a priori, se sabía cómo funcionarían como modelos con una sola región y modelos unidimensionales con pocas celdas. Resuelta la obtención de la función potencial y verificado, que el caudal de descarga era correcto, así como la analogía con el modelo eléctrico se pasó a geometrías más complicadas y comparables con problemas habituales en libros de geotecnia, para algunas de las cuales se conocían tanto soluciones gráficas como teóricas.

El aumento de densidad de mallado aumenta la precisión en los resultados pero llegado un espaciamiento suficientemente pequeño, apenas mejora la solución y ralentiza los cálculos. Otro aspecto importante es la longitud tomada en el modelo a la izquierda y a la derecha de la estructura estudiada, ya que es una dimensión que se suele obviar en los problemas tradicionales de redes de flujo.

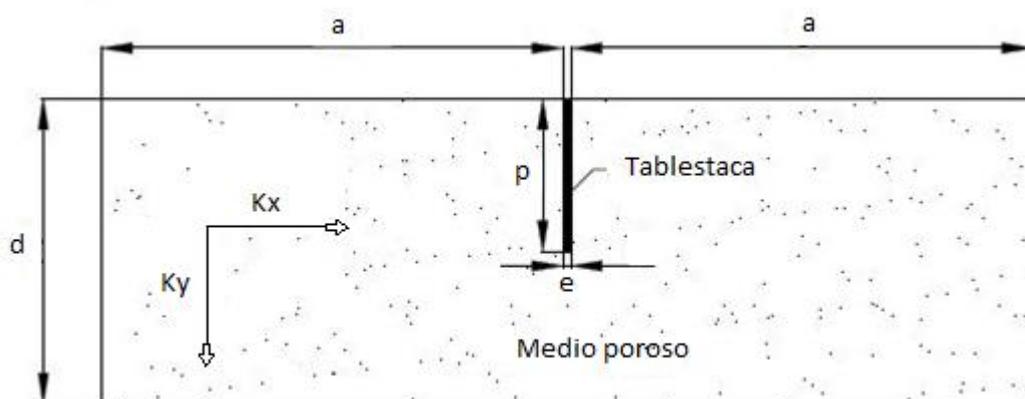


Figura 5.1 Ejemplo de problema pantalla

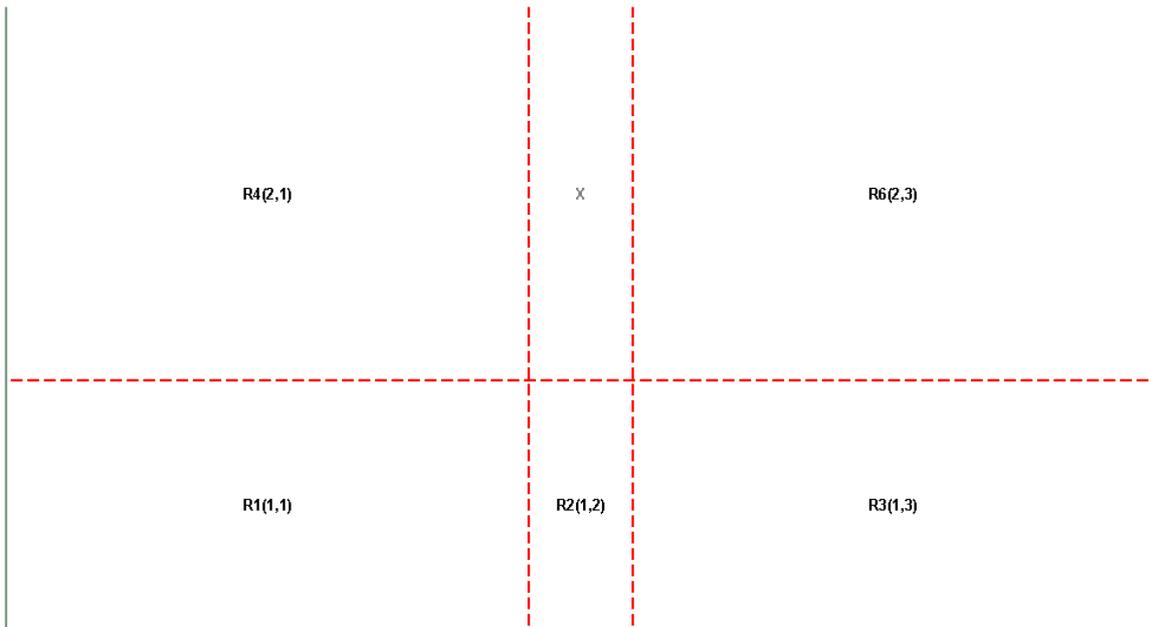


Figura 5.2 Ejemplo de numeración de regiones

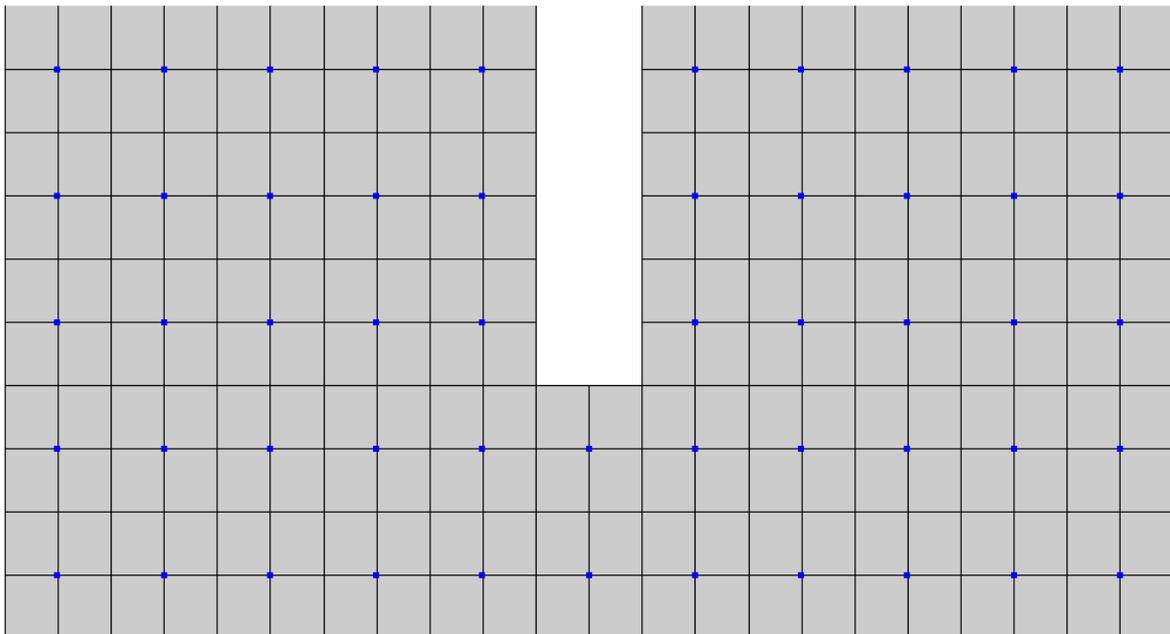


Figura 5.3 Ejemplo distribución de celdas

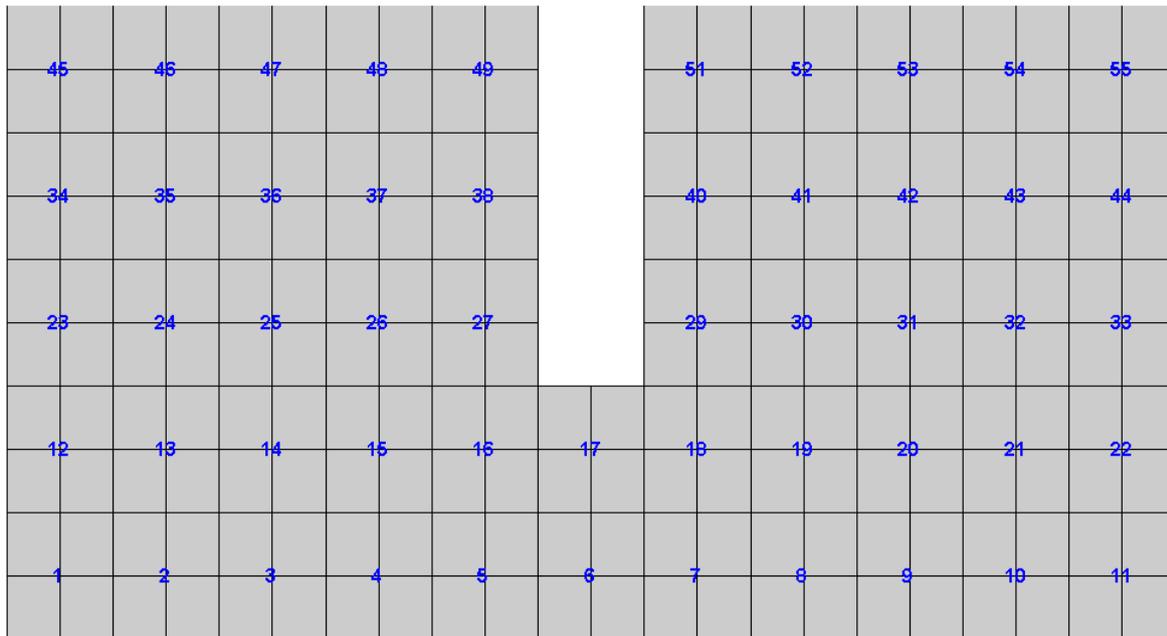


Figura 5.4 Ejemplo de numeración de celdas

### 5.3 Archivo de texto del modelo (de extensión '.cir')

Lo esencial del modelo es su estructuración en celdas elementales, regiones o capas que contienen un número determinado de celdas, nudos interiores de celdas y regiones, y líneas de contorno de regiones y del dominio completo. El origen del dominio es el punto situado en la esquina inferior izquierda del mismo. La numeración es una sucesión ordenada de números naturales empezando por el 1 (celda inferior izquierda); las celdas se leen sucesivamente siguiendo líneas que van de abajo a arriba y de izquierda a derecha, mientras que los nudos se leen asignando el número 1 al borde inferior de la celda, el 2 al borde derecho, el 3 al superior y el 4 al inferior, Figura 5.5.

Dado que existen nudos que pertenecen a dos celdas, en los nudos comunes, para la numeración del nodo inferior se retiene el valor 3 (correspondiente a la celda contigua inferior) y el valor 2 (correspondiente a la celda situada a la izquierda); ello es necesario para identificar unívocamente cada nudo aunque se pierda cierta intuición en la nomenclatura.

Para acceder al entorno PSpice y editar el archivo de texto del modelo, con el explorador de archivos de Windows, se accede a la carpeta TEMPORAL “temp” ubicada en el mismo directorio donde está instalada la aplicación. Allí se encuentran los archivos de modelos, con extensión “.cir” y los archivos de salida de datos, con extensión “.out”. Cada problema genera dos archivos con los datos del modelo, uno con extensión “.cir”, con el nombre del modelo, y otro denominado “temporal.cir”. La simulación del modelo siempre se realiza sobre el “temporal.cir” por lo que los resultados de la simulación siempre se graban en el archivo “temporal.out”. De esta manera siempre quedan guardados los archivos de datos de los modelos originales. Todos los archivos “.cir” se pueden manipular directamente en el entorno PSpice, lo que permite generar nuevos archivos “temporal.out” de versiones modificadas del modelo.

El uso del entorno gráfico PSpice requiere añadir al archivo de texto del modelo, de extensión “.cir”, una nueva línea “.PROBE” para que la simulación guarde todos los datos de la simulación en un nuevo archivo de extensión “.dat”.

Con todo, el archivo de texto del modelo que tiene que leer el programa Pspice está organizado en bloques ordenados de programa que definen sucesivamente:

- 1) información descriptiva del problema.
- 2) organización de los parámetros geométricos y físicos, y de los parámetros de ajuste del programa.
- 3) listado de componentes, uno por línea, con indicación de los nudos de conexión y valor.
- 4) listado de los componentes que integran las condiciones de contorno organizados en líneas de contorno.
- 5) listado de las variables para las que se desea imprimir en forma tabulada los resultados de la simulación.
- 6) sentencias complementarias finales.

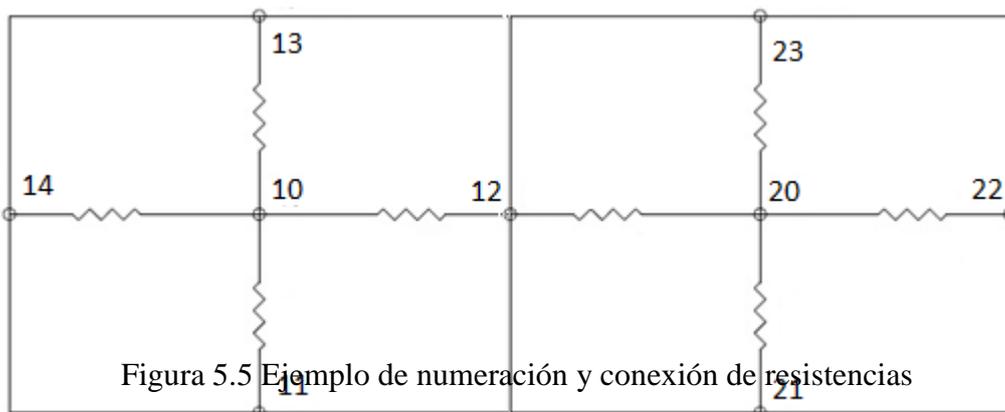


Figura 5.5 Ejemplo de numeración y conexión de resistencias

Se describe, a continuación, un ejemplo de archivo de texto, separando los bloques o secciones que lo forman:

### Bloque 1. Encabezado, parámetros del modelo

```
** presa.cir Tipo de análisis: Seepageflow Analysis (2D cartesian coordinates)
*****EN PRUEBAS*****

** PARÁMETROS DEL MODELO
* NX = 50
* NY = 20
* NT(NXxNY)= 1000

** PARÁMETROS DE PSPICE
VPRU PRU1 0 1
RPRU PRU1 0 1
.OPTIONS NOPAGE RELTOL=2.00e-02
.OPTIONS NUMDGT=8
.DC VPRU 1 1 1
.PROBE
```

### Bloque 2. Listado de componentes (valor y nudos de conexión)

```
** MODELO EN RED
**      Celdas Circuito A
R10_11A 10A 11A 0.25
R10_12A 10A 12A 1
R10_13A 10A 13A 0.25
R10_14A 10A 14A 1
**
R20_21A 20A 21A 0.25
R20_22A 20A 22A 1
R20_23A 20A 23A 0.25
R20_12A 20A 12A 1
**
R30_31A 30A 31A 0.25
R30_32A 30A 32A 1
R30_33A 30A 33A 0.25
R30_22A 30A 22A 1
**
R40_41A 40A 41A 0.25
R40_42A 40A 42A 1
R40_43A 40A 43A 0.25
R40_32A 40A 32A 1
**
R50_51A 50A 51A 0.25
R50_52A 50A 52A 1
R50_53A 50A 53A 0.25
R50_42A 50A 42A 1
**
R60_61A 60A 61A 0.25
R60_62A 60A 62A 1
R60_63A 60A 63A 0.25
R60_52A 60A 52A 1
```

### Bloque 3. Listado de los elementos que componen las condiciones de contorno

```
**          IBC_B3 Bordes superiores en Circuito A
V9813A  9813A  NrefSuperiorIso 5
V9823A  9823A  NrefSuperiorIso 5
V9833A  9833A  NrefSuperiorIso 5
V9843A  9843A  NrefSuperiorIso 5
V9853A  9853A  NrefSuperiorIso 5
V9863A  9863A  NrefSuperiorIso 5
V9873A  9873A  NrefSuperiorIso 5
V9883A  9883A  NrefSuperiorIso 5
V9893A  9893A  NrefSuperiorIso 5
V9903A  9903A  NrefSuperiorIso 5
V9913A  9913A  NrefSuperiorIso 5
V9923A  9923A  NrefSuperiorIso 5
V9933A  9933A  NrefSuperiorIso 5
V9943A  9943A  NrefSuperiorIso 5
V9953A  9953A  NrefSuperiorIso 5
V9963A  9963A  NrefSuperiorIso 5
V9973A  9973A  NrefSuperiorIso 5
V9983A  9983A  NrefSuperiorIso 5
V9993A  9993A  NrefSuperiorIso 5
V10003A 10003A NrefSuperiorIso 5
R9713A  9713A  0 1e+35
R9723A  9723A  0 1e+35
R9733A  9733A  0 1e+35
R9743A  9743A  0 1e+35
R9753A  9753A  0 1e+35
R9763A  9763A  0 1e+35
R9773A  9773A  0 1e+35
R9783A  9783A  0 1e+35
R9793A  9793A  0 1e+35
R9803A  9803A  0 1e+35
V9513A  9513A  NrefSuperiorIso2 0
V9523A  9523A  NrefSuperiorIso2 0
V9533A  9533A  NrefSuperiorIso2 0
V9543A  9543A  NrefSuperiorIso2 0
```

### Bloque 4. Listado de la información tabulada de salida (datos para el postproceso)

```
** SECCION PRINT
.PRINT DC V(10A,0)
.PRINT DC V(11A,0)
.PRINT DC V(12A,0)
.PRINT DC V(13A,0)
.PRINT DC V(14A,0)
.PRINT DC V(20A,0)
.PRINT DC V(21A,0)
.PRINT DC V(22A,0)
.PRINT DC V(23A,0)
.PRINT DC V(12A,0)
.PRINT DC V(30A,0)
.PRINT DC V(31A,0)
.PRINT DC V(32A,0)
.PRINT DC V(33A,0)
.PRINT DC V(22A,0)
.PRINT DC V(40A,0)
.PRINT DC V(41A,0)
.PRINT DC V(42A,0)
.PRINT DC V(43A,0)
.PRINT DC V(32A,0)
.PRINT DC V(50A,0)
.PRINT DC V(51A,0)
.PRINT DC V(52A,0)
.PRINT DC V(53A,0)
.PRINT DC V(42A,0)
.PRINT DC V(60A,0)
.PRINT DC V(61A,0)
.PRINT DC V(62A,0)
.PRINT DC V(63A,0)
.PRINT DC V(52A,0)
.PRINT DC V(70A,0)
.PRINT DC V(71A,0)
.PRINT DC V(72A,0)
```

Para finalizar este capítulo se muestra una sección del archivo de salida de Pspice, de extensión '.out', que contiene los datos (tabulados) solicitados de la simulación. La estructura de este archivo mezcla líneas de texto, con información específica de Pspice, y líneas que contienen los datos solicitados, organizados en columnas. Para convertir estos datos en matrices de valores numéricos se ha incluido en el programa de redes de flujo usado en esta memoria una subrutina que realiza esta función.

El bloque siguiente muestra la estructura del archivo de salida '.out' de Pspice.

#### Bloque 5. Estructura del archivo de salida de Pspice

```
****      DC TRANSFER CURVES              TEMPERATURE =  27.000 DEG C

VPRU          V(10A,0)
1.0000000E+00  1.4777797E-01

****      DC TRANSFER CURVES              TEMPERATURE =  27.000 DEG C

VPRU          V(11A,0)
1.0000000E+00  1.4777797E-01

****      DC TRANSFER CURVES              TEMPERATURE =  27.000 DEG C

VPRU          V(12A,0)
1.0000000E+00  1.4959456E-01
```

### **Ejemplos de aplicaciones del programa**

A continuación vamos a mencionar dos casos en los que podemos aplicar el programa descrito anteriormente. Vamos a describir un ejemplo de aplicación en pantallas de hormigón y otro de aplicación en presas de hormigón. En el siguiente capítulo nos centraremos más a fondo en el caso de estudio concreto, por lo que estos ejemplos nos servirán para comprender mejor el mismo.

## **Aplicación de pantalla**

En primer lugar se presenta un estudio de la sensibilidad de la solución frente a los parámetros geométricos del modelo, longitud aguas arriba y aguas abajo de la estructura y ancho de la propia pantalla, así como frente a la densidad del mallado. Las Figuras 5.1 y 5.2 muestran dos esquemas correspondientes a casos prácticos y simplificados, respectivamente. El medio poroso es isotrópico y de permeabilidad constante unidad; la pantalla asimismo, está sometida a una diferencia de potencial hidráulico unidad.

Para la configuración geométrica más simple, Figura 5.2, Harr [1962] obtuvo su solución teórica, asumiendo un ancho de la pantalla despreciable. Usaremos esta solución para verificar los resultados numéricos del modelo.

Los resultados de la simulación para el esquema geométrico de la Figura 5.1, líneas equipotenciales y de flujo, se muestran en las Figuras 5.3 y 5.4, respectivamente. Las líneas iso- $\Phi$ , que se han dibujado a intervalos regulares de 0,1 unidades de potencial, muestran un patrón simétrico en el dominio, produciendo los mayores gradientes en la región bajo la pantalla donde el flujo por unidad de superficie es máximo, aspecto que queda confirmado en la representación de las líneas iso- $\Psi$ . El resultado es coherente, al menos de forma cualitativa. Todas las líneas de corriente parten de la región superior izquierda de mayor potencial, con velocidad normal a esta región (líneas perpendiculares a la superficie) y terminan en la región de menor potencial, también perpendicularmente. Por otro lado estas líneas son paralelas a los contornos adiabáticos en las cercanías de éstos.

La Figura 6.5 combina el patrón de líneas iso-potenciales superpuesto a una representación de vectores de flujo de agua, esta es otra posibilidad de representación del programa. Los vectores de flujo, tangentes a las líneas de corriente, proporcionan una información alternativa a los patrones de líneas de corriente; el módulo del vector representa el caudal o velocidad mientras que la dirección es la de las partículas de fluido. Puede apreciarse que los valores de flujo altos tienen lugar en el entorno inferior de la pantalla y son mucho más inferiores lejos de esta zona.

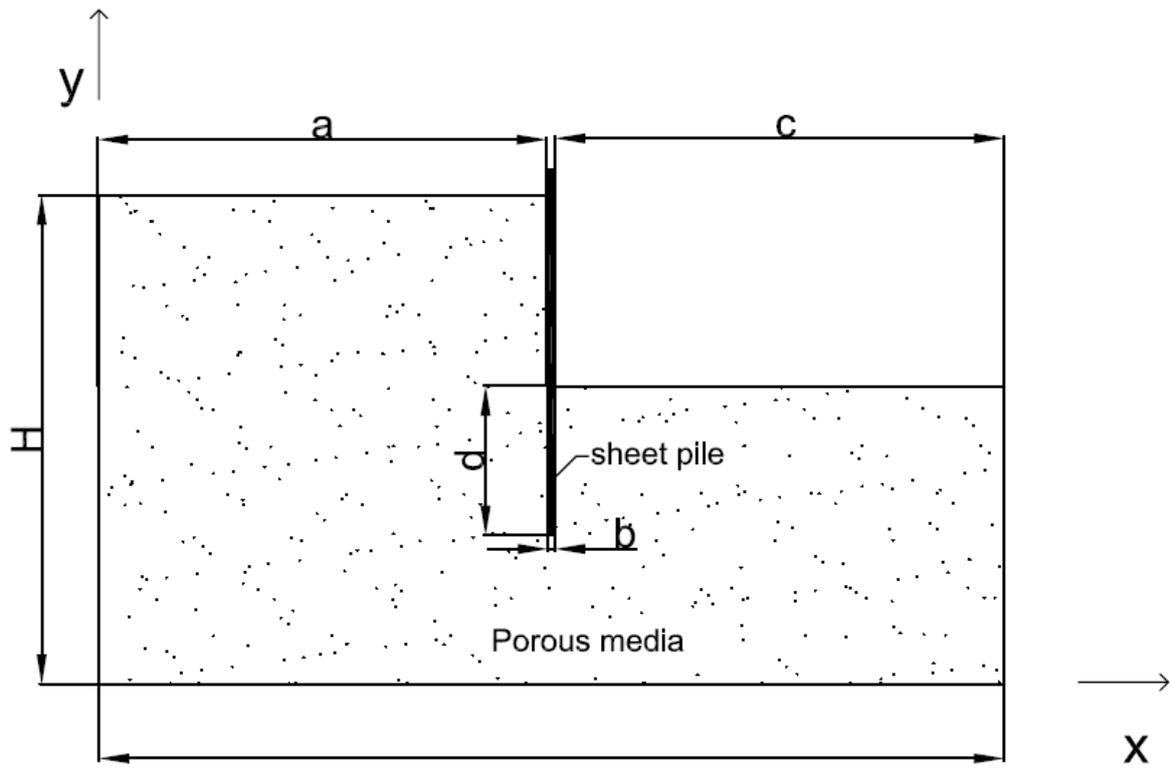


Figura 5.1 Esquema de problema real de excavación con pantalla

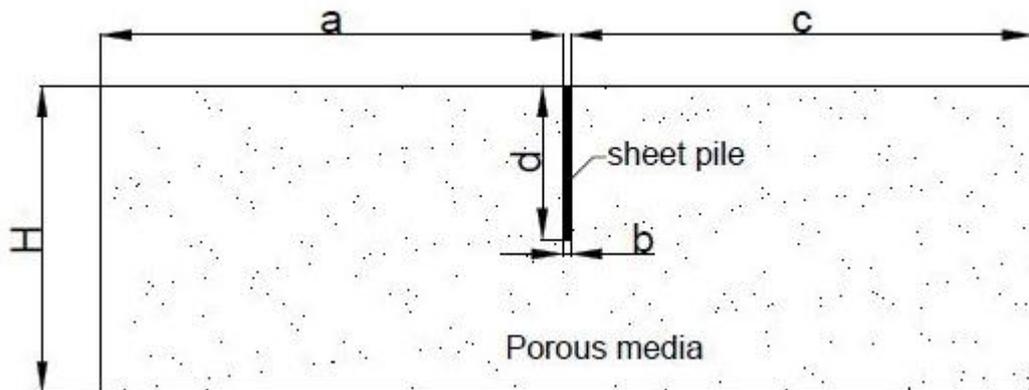


Figura 5.2 Esquema de problema simplificado de excavación con pantalla

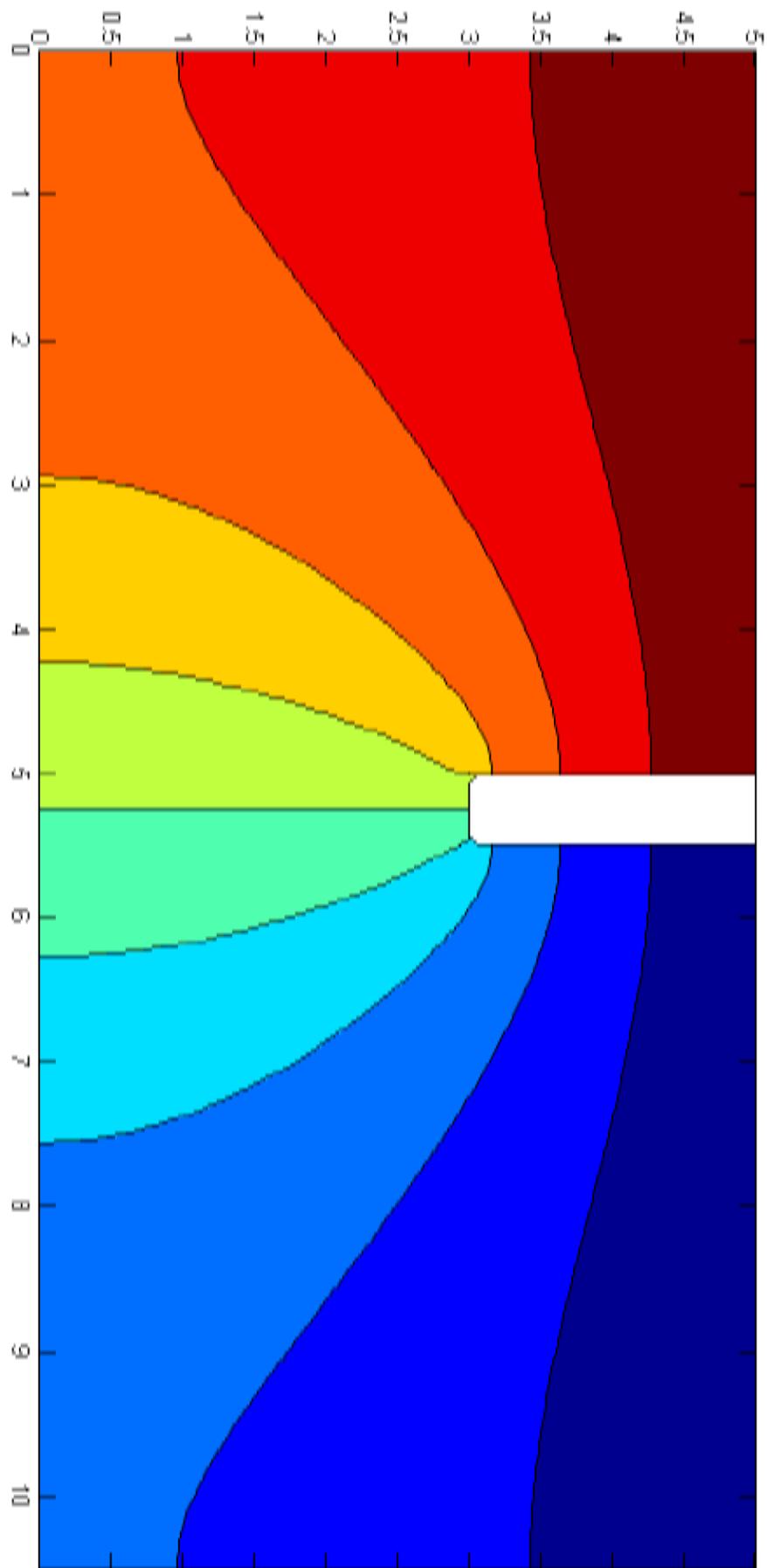


Figura 5.3 Patrón de líneas iso-potenciales

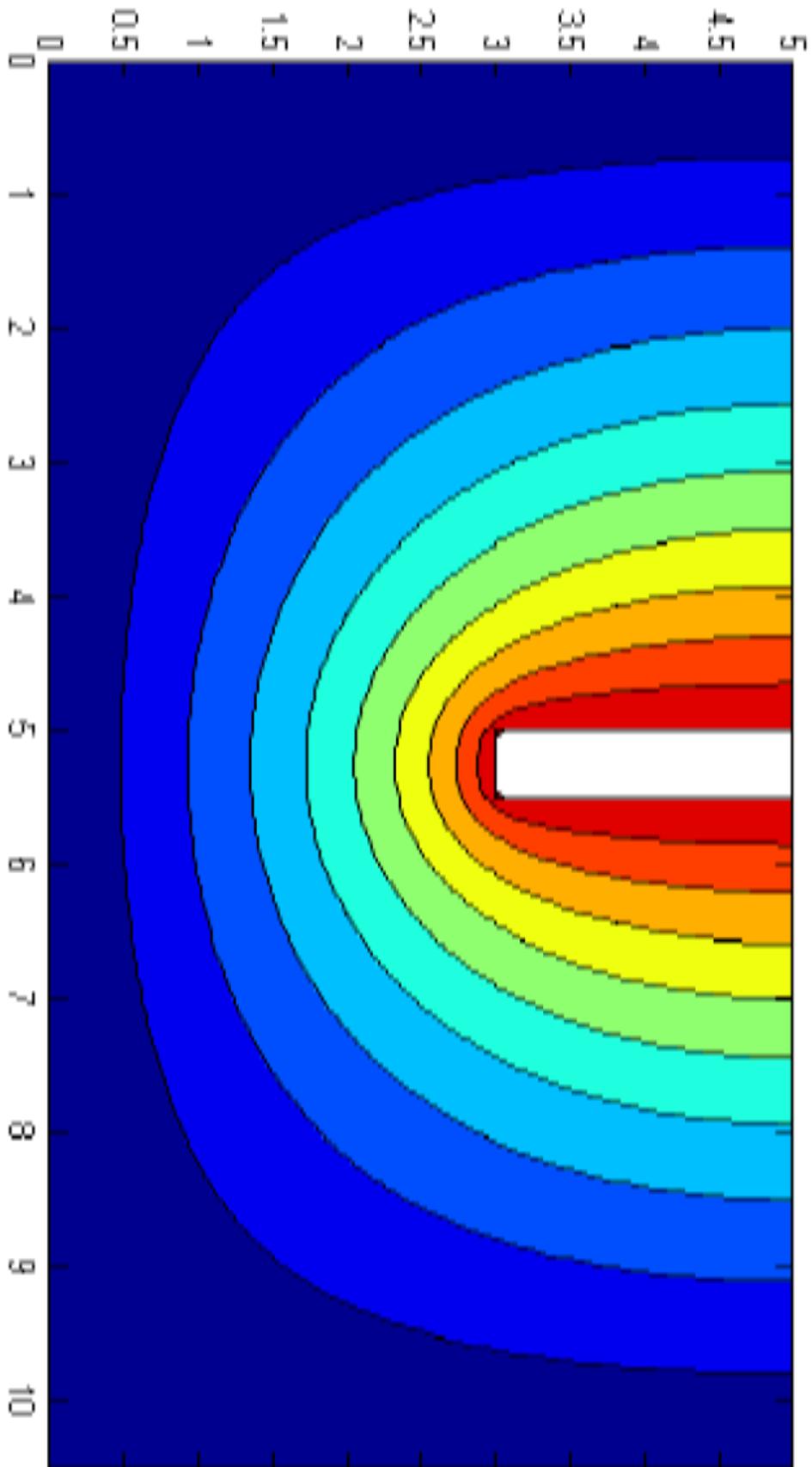


Figura 5.4 Patrón de líneas de corriente

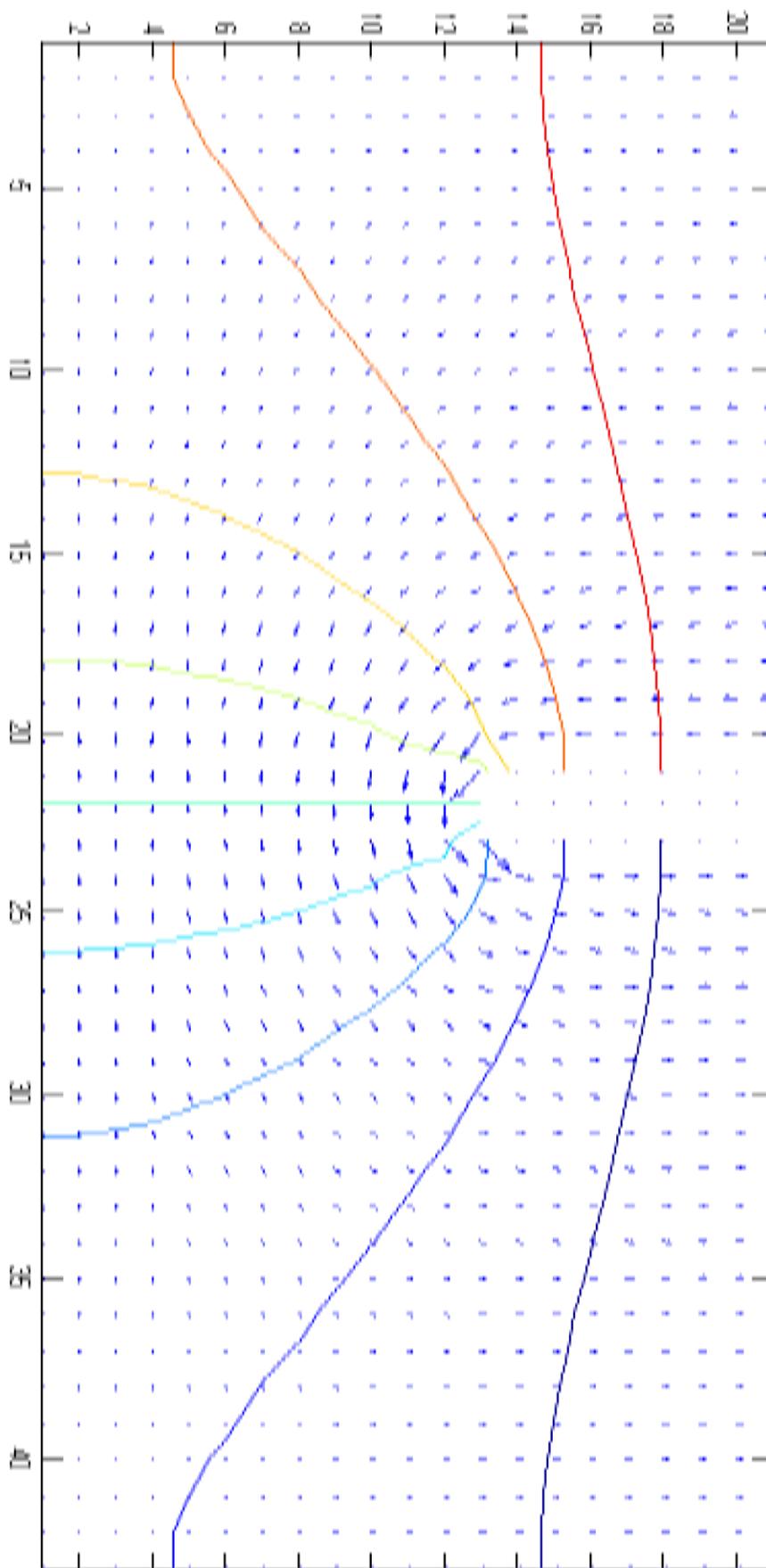
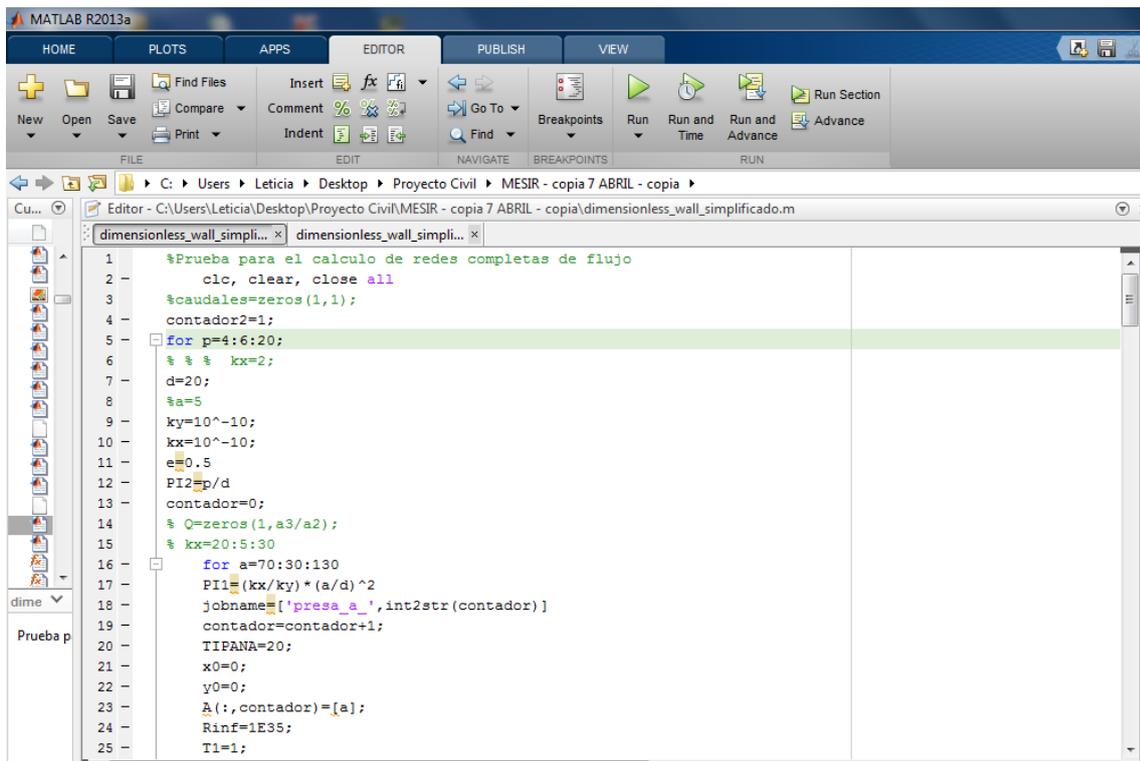


Figura 5.5 Representación del gradiente de velocidad

## 5.5 El proceso iterativo en MATLAB

Para la obtención de los resultados de caudales buscados ha sido necesaria la creación de varias subrutinas de simulación y almacenamiento de datos para la correcta organización de valores en función de las variables obtenidas. Además de ser posible la simulación de casos concretos para la obtención de resultados de un escenario concreto, gracias a esta variación es posible la simulación de distintos valores en un amplio rango para obtener una visión global del problema de flujo por debajo de presas impermeables.

Si bien en algunas variables los valores se introducen de manera semejante a casos particulares para lograr la iteración ha sido necesario establecer diferentes valores iniciales y finales, así como el salto entre los valores intermedios, es decir, el tamaño de paso.



```
1 %Prueba para el calculo de redes completas de flujo
2 clc, clear, close all
3 %caudales=zeros(1,1);
4 contador=1;
5 for p=4:6:20;
6 % % % kx=2;
7 d=20;
8 %a=5
9 ky=10^-10;
10 kx=10^-10;
11 e=0.5
12 PI2=p/d
13 contador=0;
14 % Q=zeros(1,a3/a2);
15 % kx=20:5:30
16 for a=70:30:130
17 PI1=(kx/ky)*(a/d)^2
18 jobname=['presa_a_',int2str(contador)]
19 contador=contador+1;
20 TIPANA=20;
21 x0=0;
22 y0=0;
23 A(:,contador)=[a];
24 Rinf=1E35;
25 T1=1;
```

Como podemos ver en la captura de pantalla se establecen, teniendo en cuenta como han sido agrupados los monomios adimensionales, los valores iniciales y finales así como cada cuanto se realizaran simulaciones con valores intermedios. Consecuencia de este paso tendremos un número de simulaciones, que cuanto mayor sea, mayor será la optimización de nuestro resultado.

En el caso que se muestra en la captura de pantalla tenemos que para la variación de los citados monomios mediante los valores de **p** y **a**:

$$p=p_4 : p_6 : p_{20}$$

$p_4$  es el primer valor de longitud de pantalla, el valor inicial desde el que se simula.

$P_6$  el tamaño de paso, es decir, cada cuanto se realiza la simulación.

P20 es el valor más alto hasta el que se realizarán simulaciones.

Igual ocurre con los valores de **a** que se corresponden con el ancho del escenario dónde nos encontramos:

a70 longitud inicial

a30 tamaño de paso

a130 longitud final

```
res_ospice=cell2mat(lin_i');
Vk0(1)=eval(res_ospice(1,v)) ;
V(1,1)=[Vk0]
% Guarda los resultado de cada caudal en para un mismo valor de kx
Q(1,contador)=[V];
A(1,contador)=[a];
% -- salva los resultados del .out ospice
nombre_res_ospice=strcat(jobname, '_q');
save(nombre_res_ospice, 'V');
% ['presa_a_',int2str(contador2)]
% ['presa_a_',int2str(contador2)]
end

% Guarda los resultados de cada Q en función del kx y guardamos los
% valores de kx y ky empleados
contador2=1+contador2
save(nombre_res_ospice, 'Q');
% caudales(1,:)=[A];
caudales(contador2-1,:)=[Q];
KX(contador2,:)=[kx]
KY(contador2,:)=[ky]
```

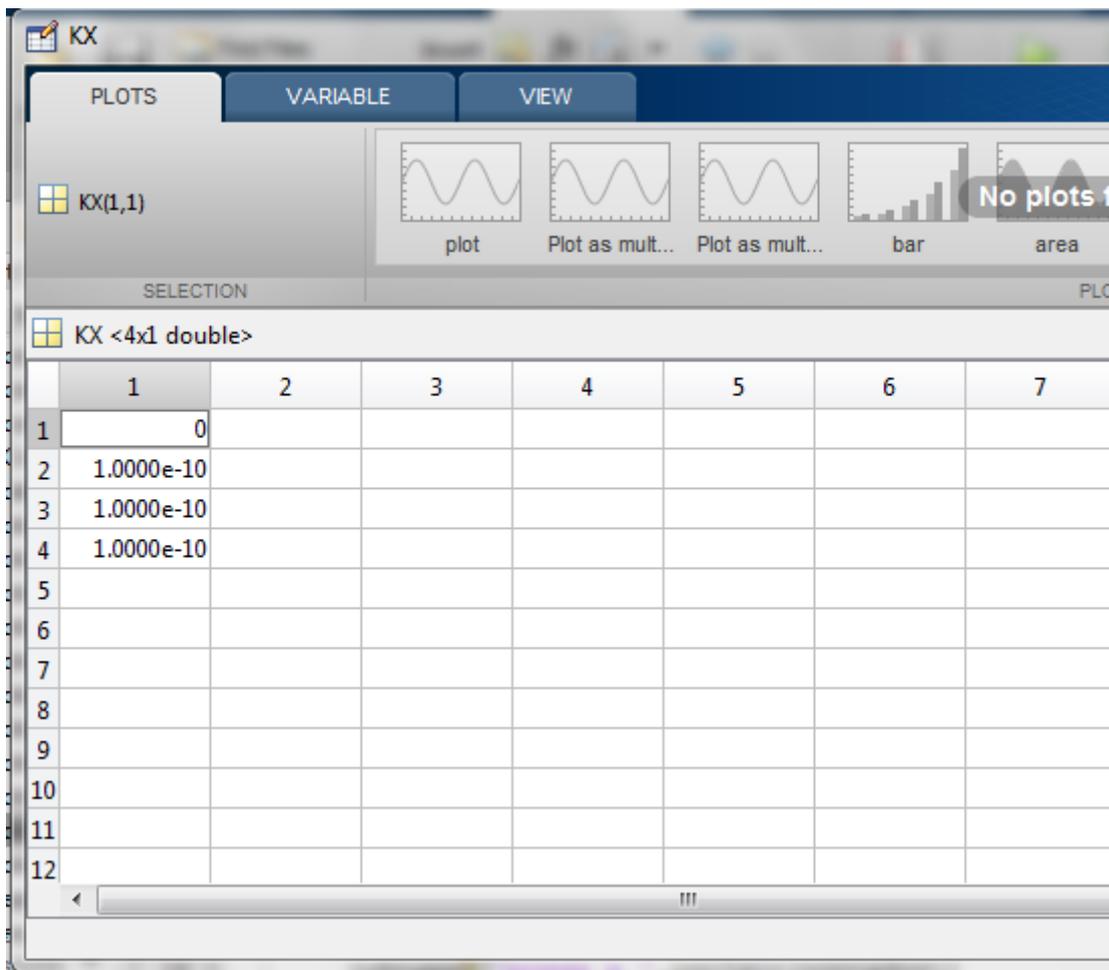
Además de establecer el rango de valores para el que variarán los valores de las variables es necesario el correcto almacenamiento de los datos de manera ordenada y clara para cada una de las veces que el programa lleva a cabo la simulación y que no se produzcan confusiones. Así las principales variables van siendo ordenadas en matrices con los diferentes valores para después ser interpretados y tratados.

```
% Guarda los resultados de cada Q en función del kx y guardamos los
% valores de kx y ky empleados
contador2=1+contador2
save(nombre_res_ospice, 'Q');
% caudales(1,:)=[A];
caudales(contador2-1,:)=[Q];
KX(contador2,:)=[kx]
KY(contador2,:)=[ky]
end
Resultados=horzcat(KY,KX);
Acaudales=vertcat(A,caudales);
Resultados=horzcat(Resultados,Acaudales);
beep
```

Los valores quedan guardados en una matriz de tamaño considerable, que depende del número de valores que hayamos programado, siendo compatibles y coherentes entre sí.

La forma de obtención de dicha matriz es también mediante la composición de distintas matrices:

**KX**



KY

The screenshot shows a software interface with a dark blue header bar containing three tabs: "PLOTS", "VARIABLE", and "VIEW". The "VARIABLE" tab is active. Below the tabs, there is a section for the variable "KY(1,1)". To the right of this section are four plot icons: a line plot labeled "plot", two identical line plots labeled "Plot as mult...", and a bar chart labeled "bar". Below the plot options is a "SELECTION" section containing a table header "KY <4x1 double>". The table has 12 rows and 6 columns. The first row contains the value "0" in column 1. The next three rows (rows 2, 3, and 4) contain the value "1.0000e-10" in column 1. The remaining rows (rows 5 through 12) are empty. A scroll bar is visible at the bottom of the table.

	1	2	3	4	5	6
1	0					
2	1.0000e-10					
3	1.0000e-10					
4	1.0000e-10					
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						

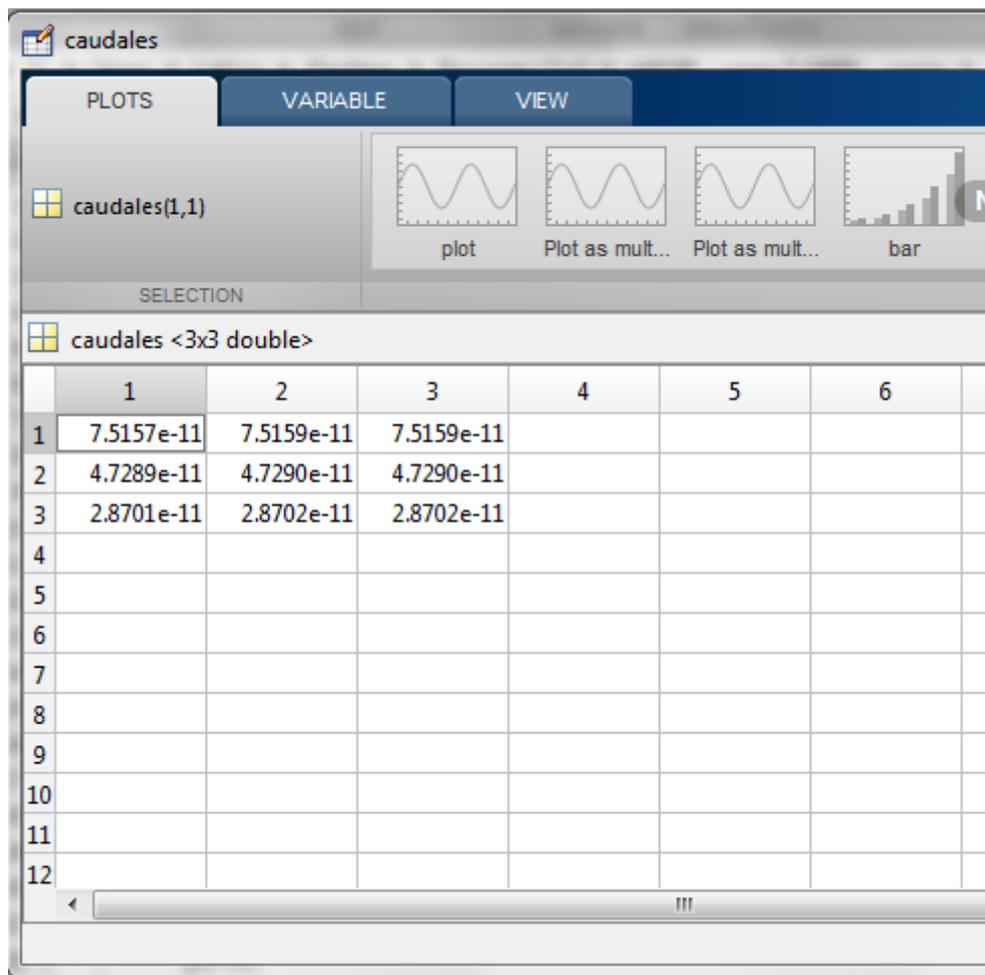
A

The image shows a MATLAB interface window titled 'A'. It features three tabs: 'PLOTS', 'VARIABLE', and 'VIEW'. The 'VARIABLE' tab is active, displaying a 1x3 double array 'A' with the following values:

	1	2	3	4	5	6
1	70	100	130			
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						

Below the array, there is a plot area with four icons: 'plot', 'Plot as mult...', 'Plot as mult...', and 'bar'. The 'plot' icon is selected, and a small plot of a sine wave is visible. The 'bar' icon shows a bar chart with increasing values.

## CAUDALES



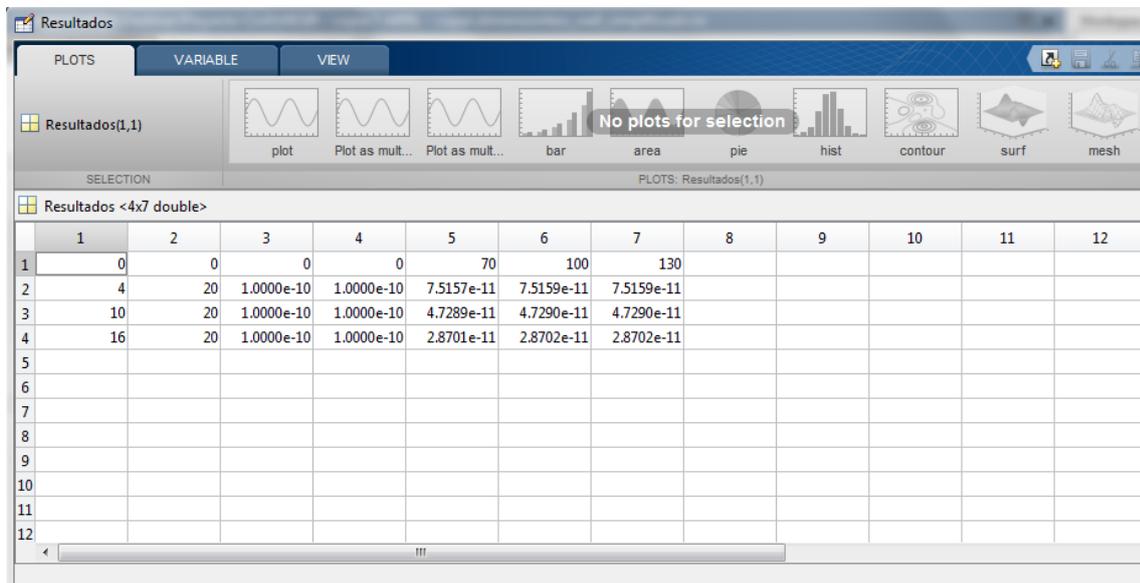
# ACAUDALES

The screenshot shows a software window titled 'Acaudales'. At the top, there are three tabs: 'PLOTS', 'VARIABLE', and 'VIEW'. Below the tabs, there are four plot icons: 'plot' (a sine wave), 'Plot as mult...' (a sine wave), 'Plot as mult...' (a sine wave), and 'bar' (a bar chart). Below the plot icons is a 'SELECTION' area. The main area of the window displays a data table with the title 'Acaudales <4x3 double>'. The table has 12 rows and 6 columns. The first row contains the values 70, 100, and 130 in columns 1, 2, and 3 respectively. The subsequent rows contain values in scientific notation: 7.5157e-11, 7.5159e-11, 7.5159e-11 in row 2; 4.7289e-11, 4.7290e-11, 4.7290e-11 in row 3; and 2.8701e-11, 2.8702e-11, 2.8702e-11 in row 4. The remaining rows (5-12) are empty. A horizontal scrollbar is visible at the bottom of the table.

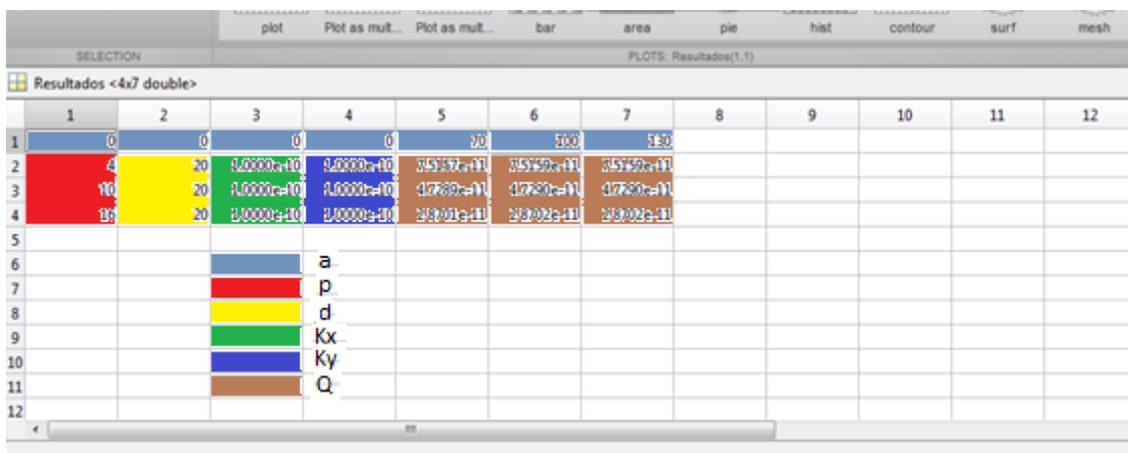
	1	2	3	4	5	6
1	70	100	130			
2	7.5157e-11	7.5159e-11	7.5159e-11			
3	4.7289e-11	4.7290e-11	4.7290e-11			
4	2.8701e-11	2.8702e-11	2.8702e-11			
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						

Esta matriz se llama resultados y ordena los valores siempre de la misma manera. Estos resultados pueden ser tratados y manipulados tanto por Matlab como exportados a Excel para una mejor asimilación, análisis y representación gráfica.

## RESULTADOS



## RESULTADOS



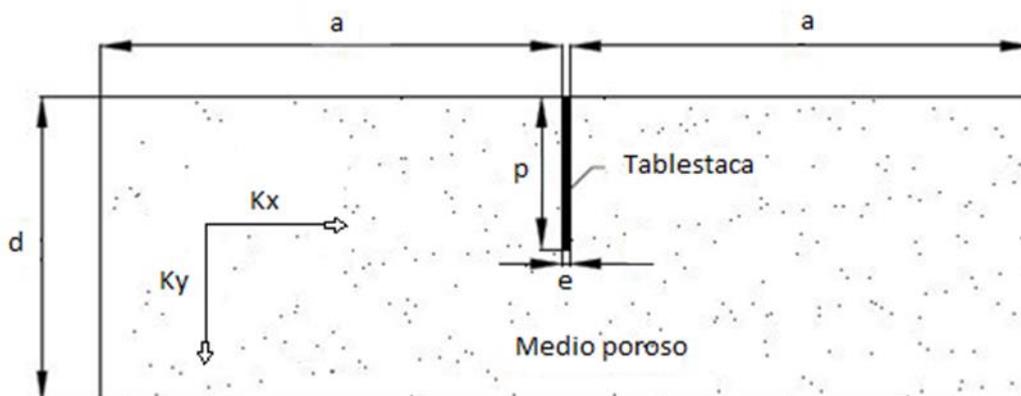
## Capítulo 6

### Aplicación pantalla de hormigón escenario infinito

#### 6.1 Estudio del flujo de agua subterránea

En este capítulo vamos a estudiar el caudal subterráneo de agua frente a los parámetros geométricos del modelo, longitud aguas arriba y aguas abajo de la estructura, ancho de la propia pantalla, profundidad de la pantalla, profundidad del medio, así como frente a la densidad del mallado. La figura muestra el esquema de la situación objeto de estudio. Vamos a realizar simulaciones con el programa MATLAB descrito en capítulos anteriores y efectuar lecturas del caudal real de agua con el programa PSPICE. Posteriormente, mediante unas fórmulas transformaremos ese caudal real en adimensional y lo representaremos gráficamente frente a un monomio  $\pi^2$  que está en función de las permeabilidades horizontal y vertical, la profundidad de la pantalla y el ancho del escenario. Así obtendremos curvas de caudales universales en función de diferentes situaciones. El medio poroso es isotrópico de permeabilidad constante. La pantalla, asimismo, está sometida a una diferencia de potencial hidráulico unidad.

El esquema es el siguiente:



## Grupos adimensionales

La existencia de la longitud oculta  $l_y^*$  da lugar a un grupo ‘oculto’,  $\pi_1$ . Con todo, los dos grupos adimensionales del problema podemos definirlos en la forma:

$$\pi_1 = \frac{p}{d} \quad \pi_2 = \frac{Kx}{Ky} * \left(\frac{a}{d}\right)^2 \quad (1)$$

La solución para la longitud característica es

$$l_y^* = p_t f\left\{\frac{p}{d}, \frac{Kx}{Ky} * \left(\frac{a}{d}\right)^2\right\} \quad (2)$$

Un solo ábaco permite determinar el valor de  $l_y^*$  del problema o su forma adimensional  $\pi_1$ . Puede representarse  $\pi_1$  en el eje vertical,  $\pi_3$  en el eje horizontal y  $\pi_2$  como parámetro del ábaco. Se fija  $\pi_2$  con la magnitud a, y se recorre el rango deseado de  $\pi_3$  con  $K_x$  o  $K_y$ , leyendo (para todos los puntos de construcción de las curvas) de la simulación  $l_y^*$ .

## Datos de partida de la situación a estudiar

Datos	
a	10m
d	20m
p	1m
e	0,5m
Kx	1,00E-10
Ky	1,00E-10

Con estos datos de partida iniciales comenzamos las simulaciones con el programa MATLAB realizando diferentes iteraciones variando los valores de **a** y **p**. El resto de valores se mantiene constante.

Los resultados obtenidos una vez finalizadas las diferentes iteraciones son los siguientes:

### Unidades

**p** y **a** en metros.

**Q** en m<sup>3</sup>/seg.

**Pi1** y **Pi2** son adimensionales.

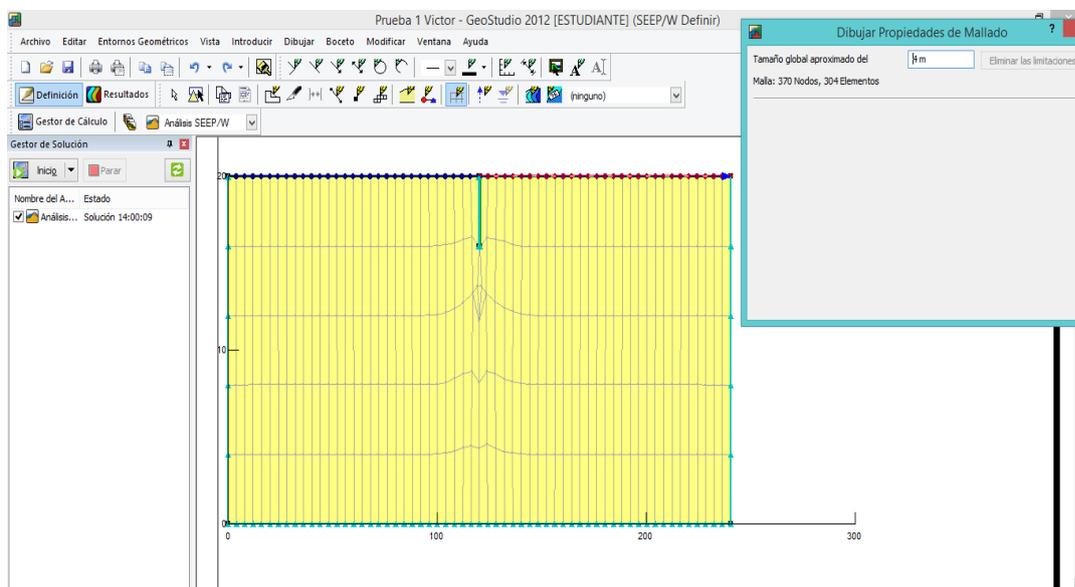
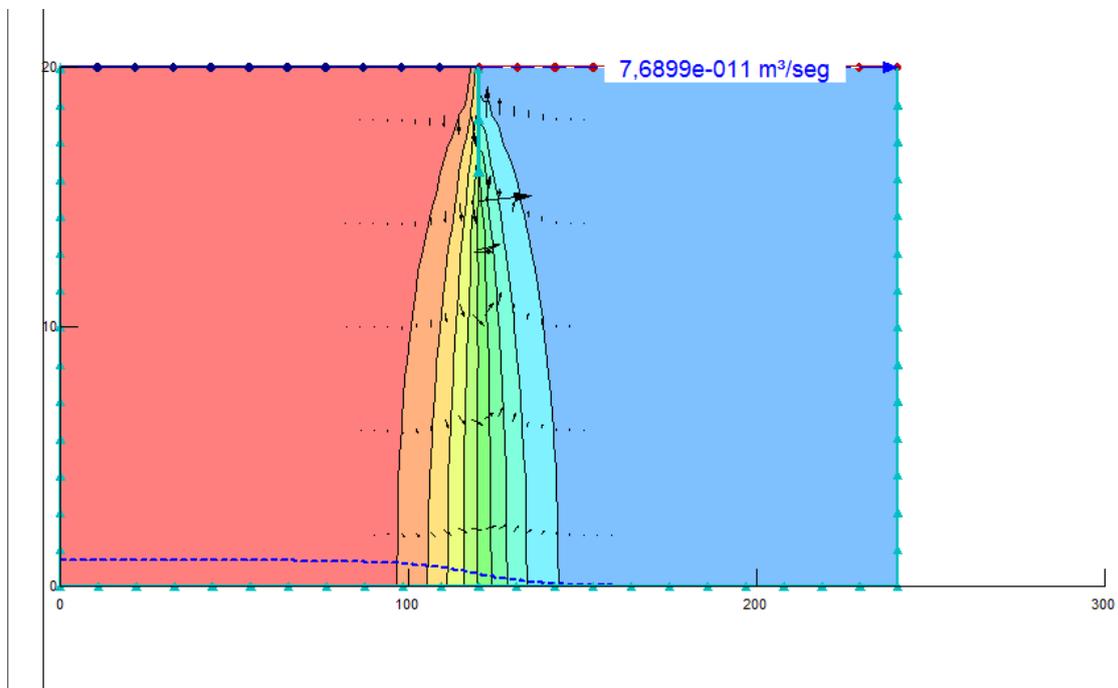
$\rho$	a	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	P1
1	9,0499E-11	1,0721E-10	1,1128E-10	1,1215E-10	1,1234E-10	1,1238E-10	1,1239E-10	0,05							
2	7,4225E-11	9,0709E-11	9,4728E-11	9,5597E-11	9,5780E-11	9,5818E-11	9,5826E-11	9,5827E-11	9,5828E-11	9,5828E-11	9,5828E-11	9,5828E-11	9,5828E-11	9,5828E-11	0,1
3	6,3773E-11	7,9918E-11	8,3865E-11	8,4719E-11	8,4898E-11	8,4935E-11	8,4943E-11	8,4945E-11	0,15						
4	5,6172E-11	7,1881E-11	7,5731E-11	7,6565E-11	7,6739E-11	7,6776E-11	7,6783E-11	7,6785E-11	0,2						
5	5,0279E-11	6,5465E-11	6,9197E-11	7,0005E-11	7,0174E-11	7,0209E-11	7,0217E-11	7,0218E-11	7,0219E-11	7,0219E-11	7,0219E-11	7,0219E-11	7,0219E-11	7,0219E-11	0,25
6		6,3708E-11	6,4485E-11	6,4648E-11	6,4682E-11	6,4689E-11	6,4689E-11	6,4690E-11	6,4691E-11	6,4691E-11	6,4691E-11	6,4691E-11	6,4691E-11	6,4691E-11	0,3
7		5,8948E-11	5,9690E-11	5,9846E-11	5,9878E-11	5,9885E-11	5,9886E-11	5,9887E-11	0,35						
8		5,4720E-11	5,5424E-11	5,5571E-11	5,5602E-11	5,5609E-11	5,5610E-11	0,4							
9		5,0891E-11	5,1552E-11	5,1691E-11	5,1720E-11	5,1726E-11	5,1727E-11	5,1728E-11	0,45						
10		4,7364E-11	4,7981E-11	4,8110E-11	4,8137E-11	4,8142E-11	4,8143E-11	4,8144E-11	0,5						
11		4,4066E-11	4,4635E-11	4,4754E-11	4,4779E-11	4,4785E-11	0,55								
12		4,0937E-11	4,1455E-11	4,1563E-11	4,1586E-11	4,1591E-11	4,1592E-11	0,6							
13		3,7923E-11	3,8388E-11	3,8486E-11	3,8506E-11	3,8511E-11	3,8511E-11	3,8511E-11	3,8512E-11	3,8512E-11	3,8512E-11	3,8512E-11	3,8512E-11	3,8512E-11	0,65
14		3,4972E-11	3,5384E-11	3,5470E-11	3,5488E-11	3,5492E-11	0,7								
15		3,2026E-11	3,2382E-11	3,2457E-11	3,2472E-11	3,2476E-11	0,75								
16		2,7593E-11	2,9009E-11	2,9309E-11	2,9372E-11	2,9385E-11	2,9388E-11	0,8							
17		2,4654E-11	2,5802E-11	2,6044E-11	2,6095E-11	2,6105E-11	2,6107E-11	2,6108E-11	0,85						
18		2,1295E-11	2,2158E-11	2,2338E-11	2,2376E-11	2,2384E-11	2,2386E-11	0,9							
19						1,7409E-11	1,7410E-11	0,95							
P12		0,25	1	2,25	4	6,25	9	12,25	16	20,25	25	30,25	36	42,25	

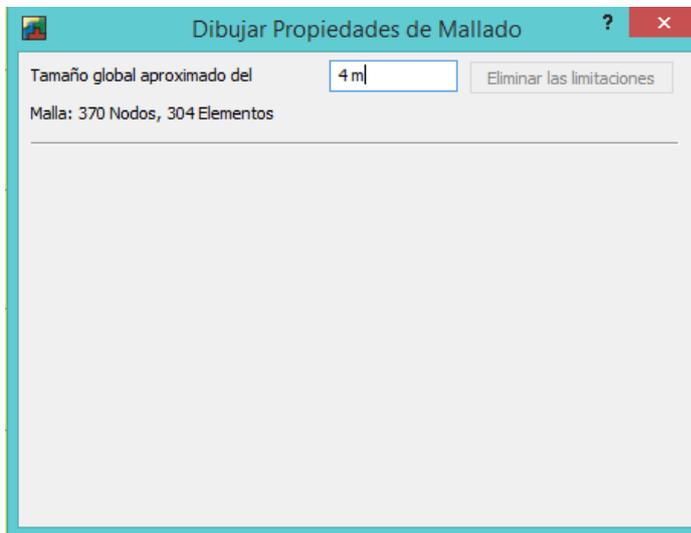
## 6.2 Simulaciones con programa SEEP/W

En este capítulo vamos a trabajar con el programa SEEP/W, que es un módulo de Geoestudio para comprobar la similitud de los resultados obtenidos en el punto anterior con el programa MATLAB. Se van a realizar diferentes simulaciones para distintas situaciones y vamos a analizar el caudal resultante de las mismas.

### Simulación 1

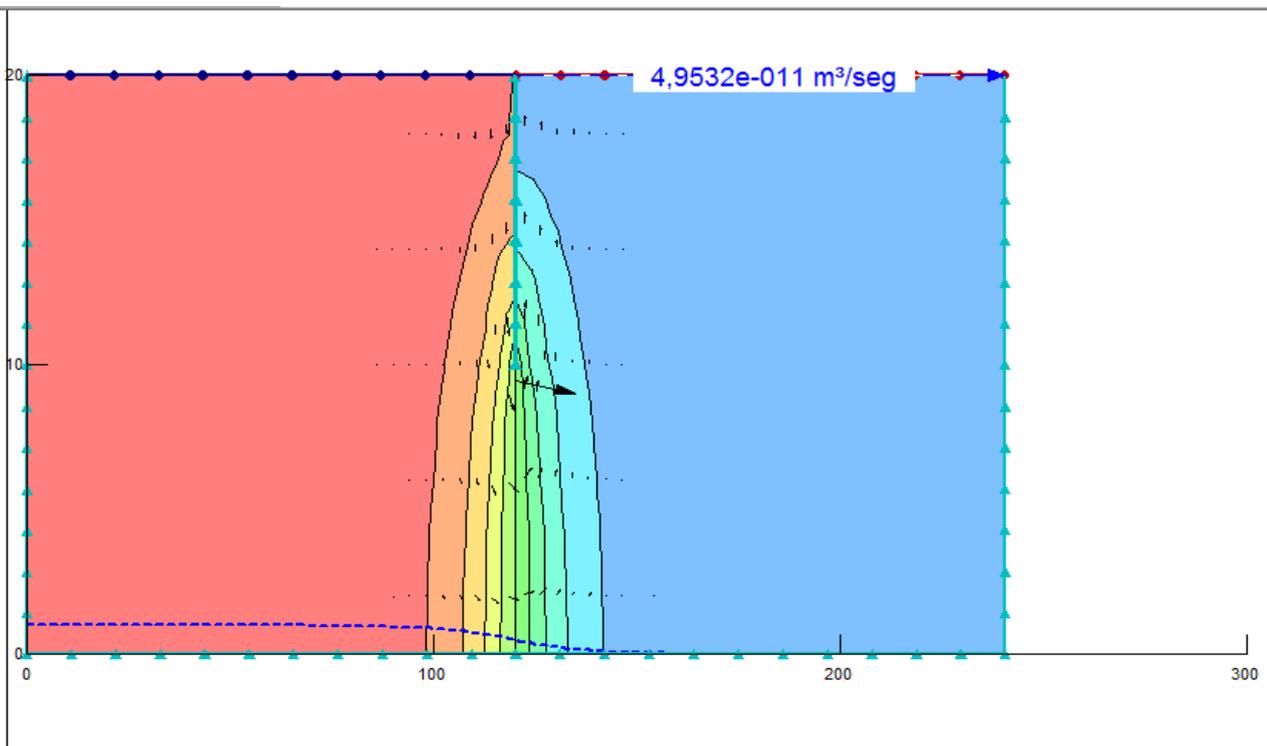
**Datos:** a=120m , p=4m , d=20m

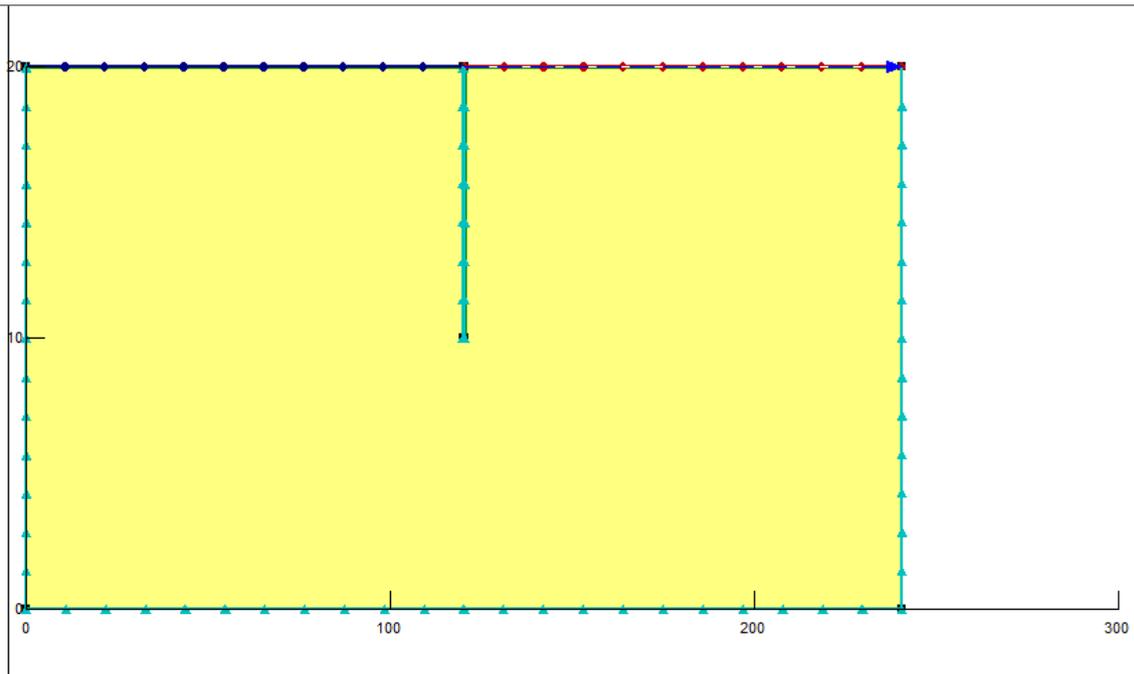




## Simulación 2

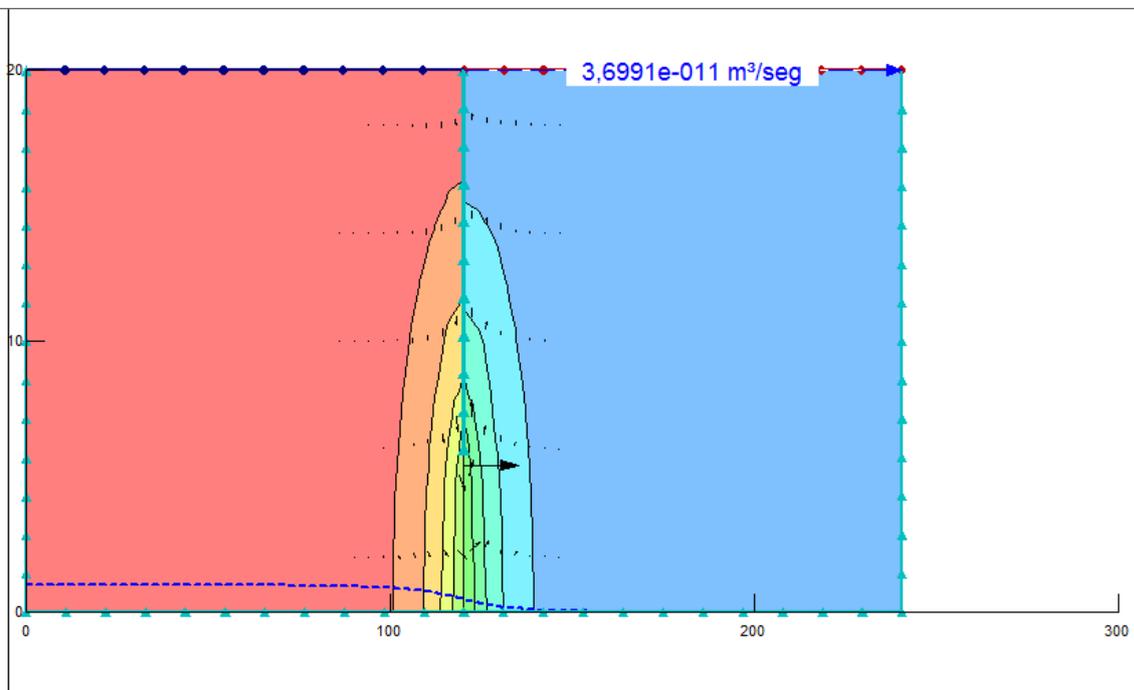
Datos:  $a=120\text{m}$  ,  $p=10\text{m}$  ,  $d=20\text{m}$

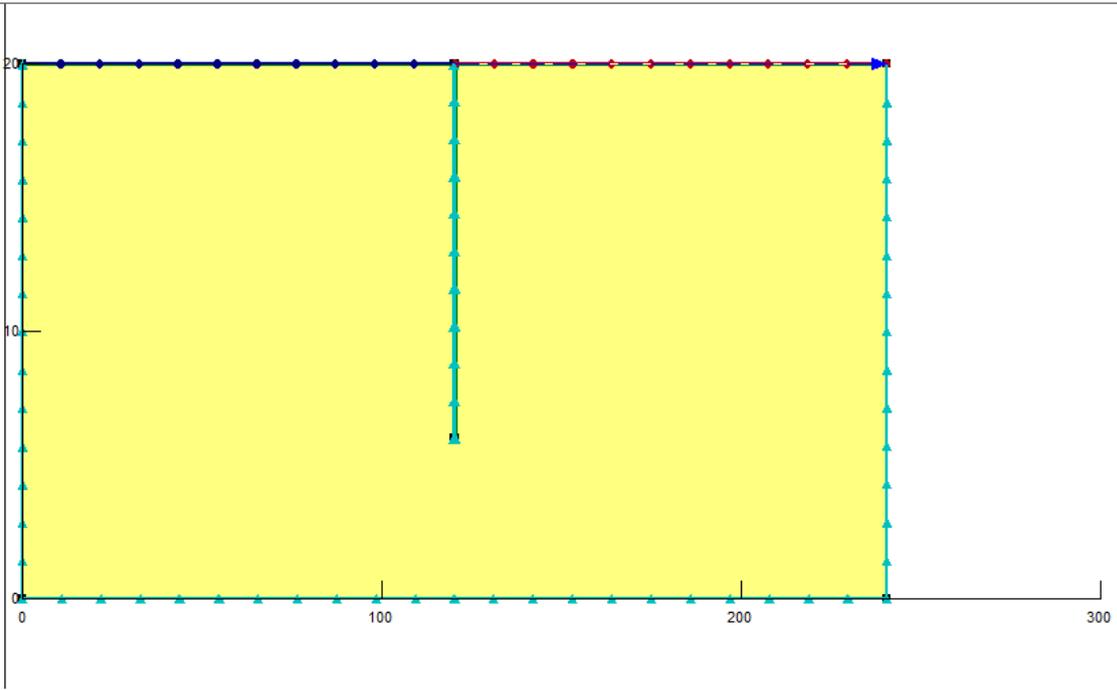




Simulación 3

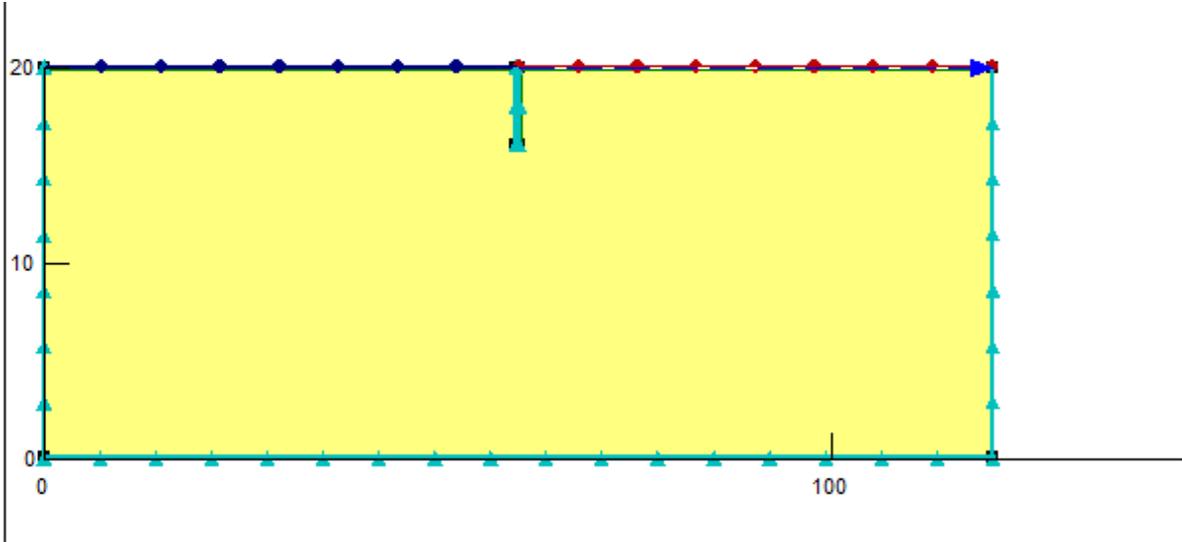
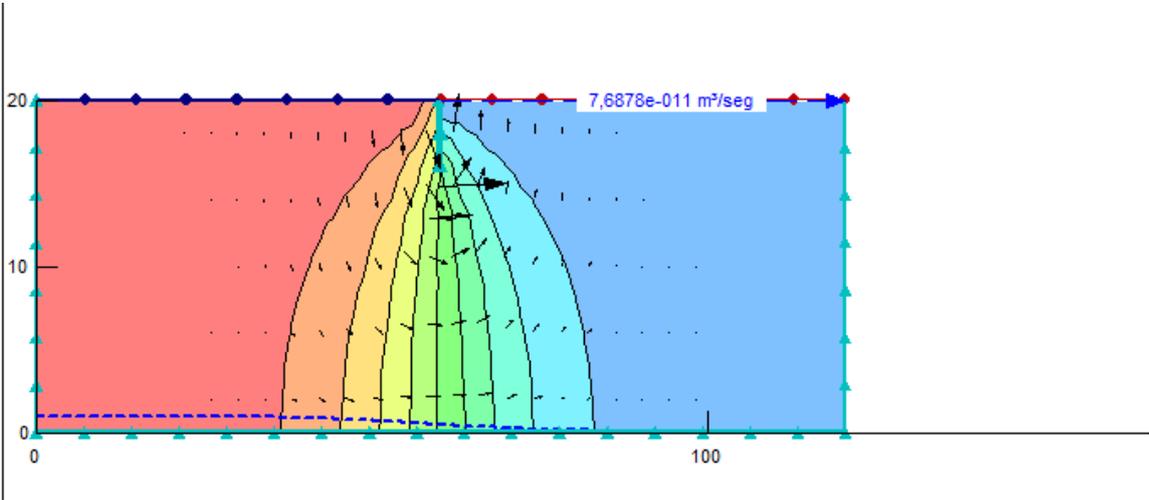
Datos:  $a=120\text{m}$ ,  $p=14\text{m}$  y  $d=20\text{m}$





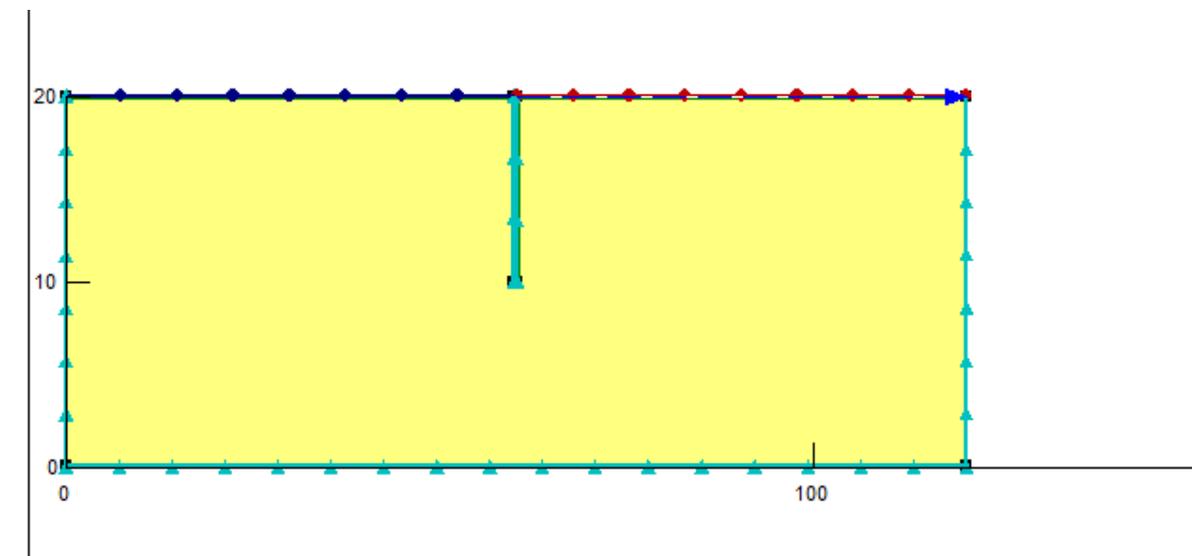
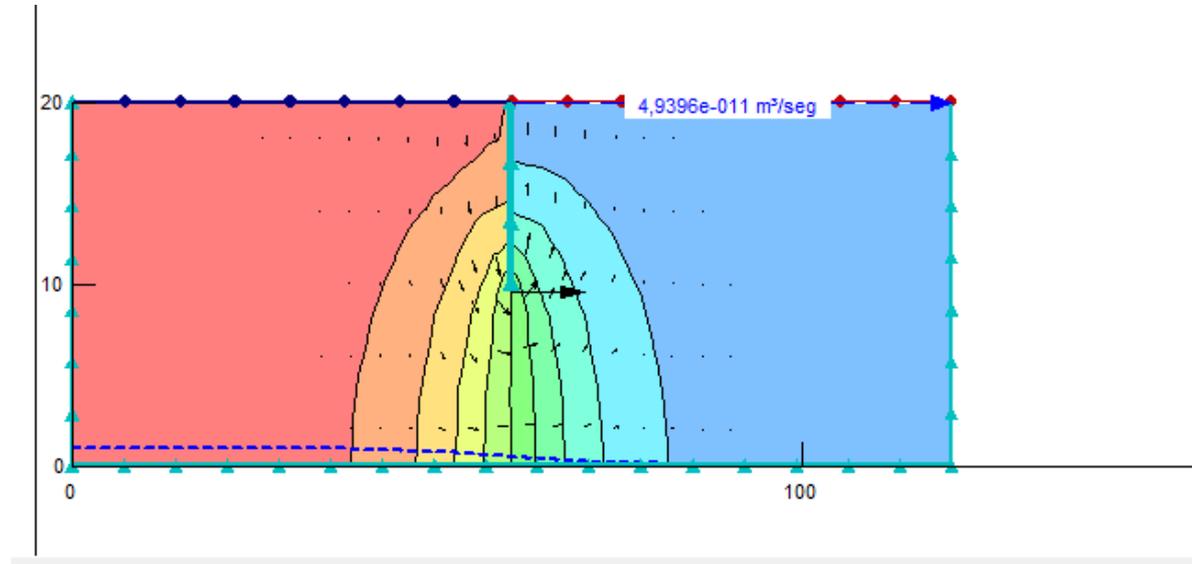
Simulación 4

Datos: a=60m, p=4m, d=20m



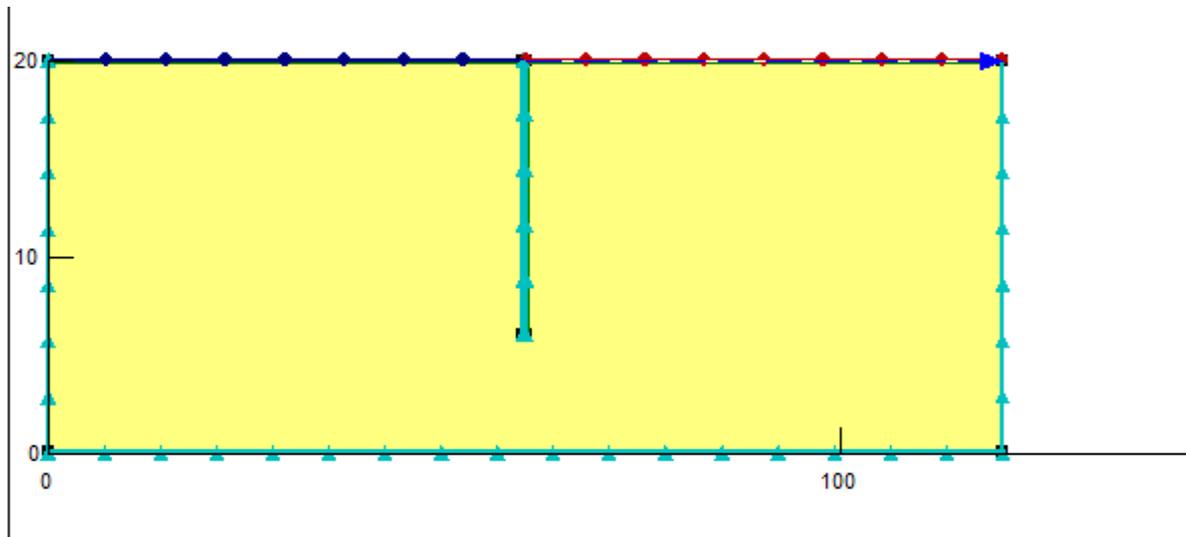
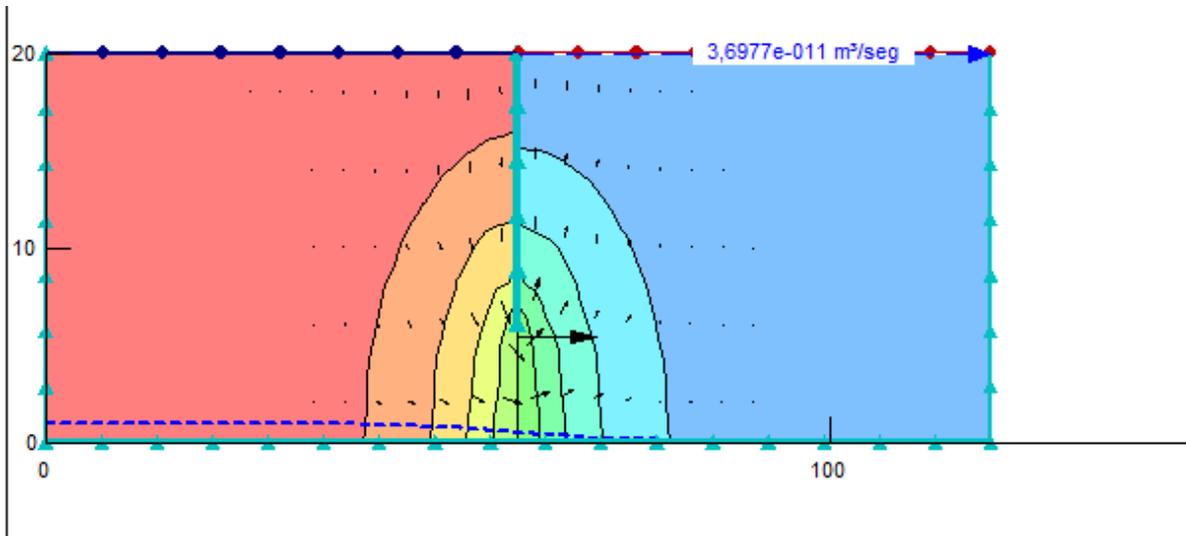
## Simulación 5

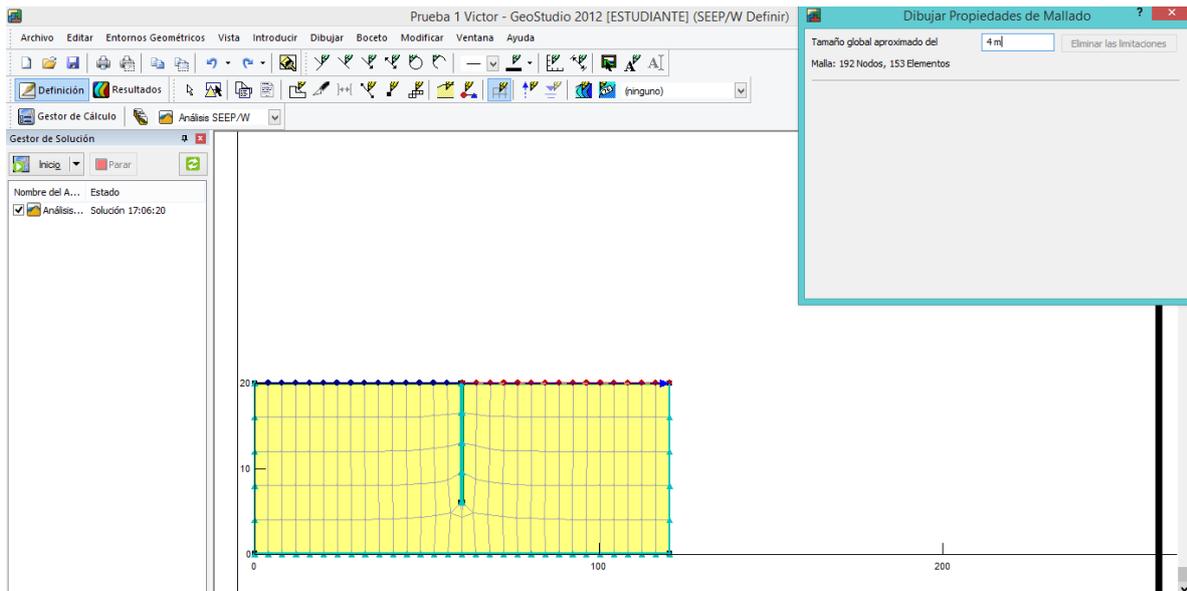
Datos:  $a=60\text{m}$ ,  $p=10\text{m}$ ,  $d=20\text{m}$



## Simulación 6

Datos:  $a=60\text{m}$ ,  $p=14\text{m}$ ,  $d=20\text{m}$





A continuación se detallan en la siguiente tabla los resultados obtenidos con ambos programas:

p	d	a=60		a=120		
		Q(SEEP/W)	Q(MATLAB)	Q(SEEP/W)	Q(MATLAB)	
	4	20	7,6878E-11	7,6776E-11	7,6899E-11	7,6785E-11
	10	20	4,9396E-11	4,8137E-11	4,9532E-11	4,8144E-11
	14	20	3,6977E-11	3,5488E-11	3,6991E-11	3,5492E-11

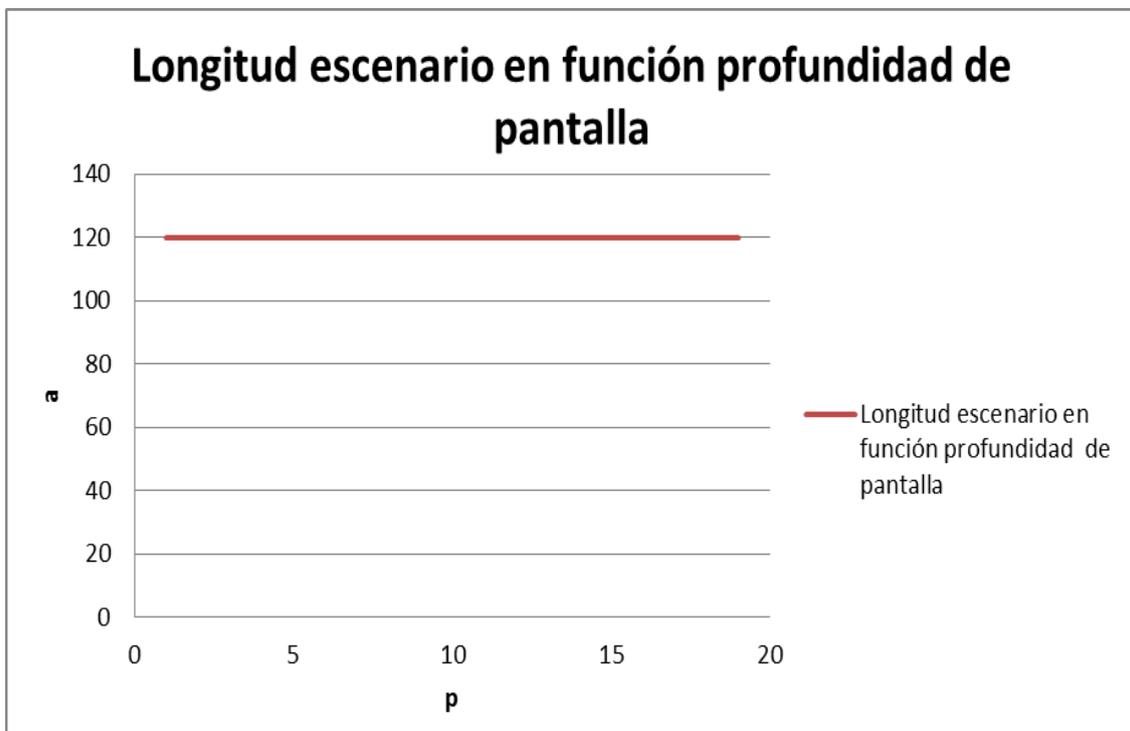
Con "a" "p" "d" en metros y "Q" en m<sup>3</sup>/seg.

Como se puede apreciar en la tabla anterior, los resultados obtenidos son muy similares utilizando ambos programas, descartando posibles errores que hayamos podido cometer en la programación con MATLAB.

### 6.3 Resultados de la obtención gráfica de regiones

Una vez realizada la comprobación de los resultados con el programa SEEP/W, pasamos a estudiar a fondo los resultados obtenidos con MATLAB para llegar al objetivo final de la construcción de los ábacos de caudales universales.

En este apartado vamos a deducir dónde se encuentran las regiones finita e infinita de nuestra situación de estudio. A la vista de los resultados obtenidos en el capítulo 6.1, la gráfica de regiones quedaría de la siguiente forma:



Con **a** y **p** en metros.

Se puede apreciar que sale una línea recta sin pendiente. Esto quiere decir, que para cada valor de profundidad  $p$ , la longitud  $a$  límite del escenario a partir de la cuál el caudal es constante, es la misma en todos los casos.

Esto puede tener su explicación en que la mayor parte de la concentración del flujo se produce en los alrededores de la pantalla, no teniendo demasiada influencia la longitud del escenario más allá de su valor límite.

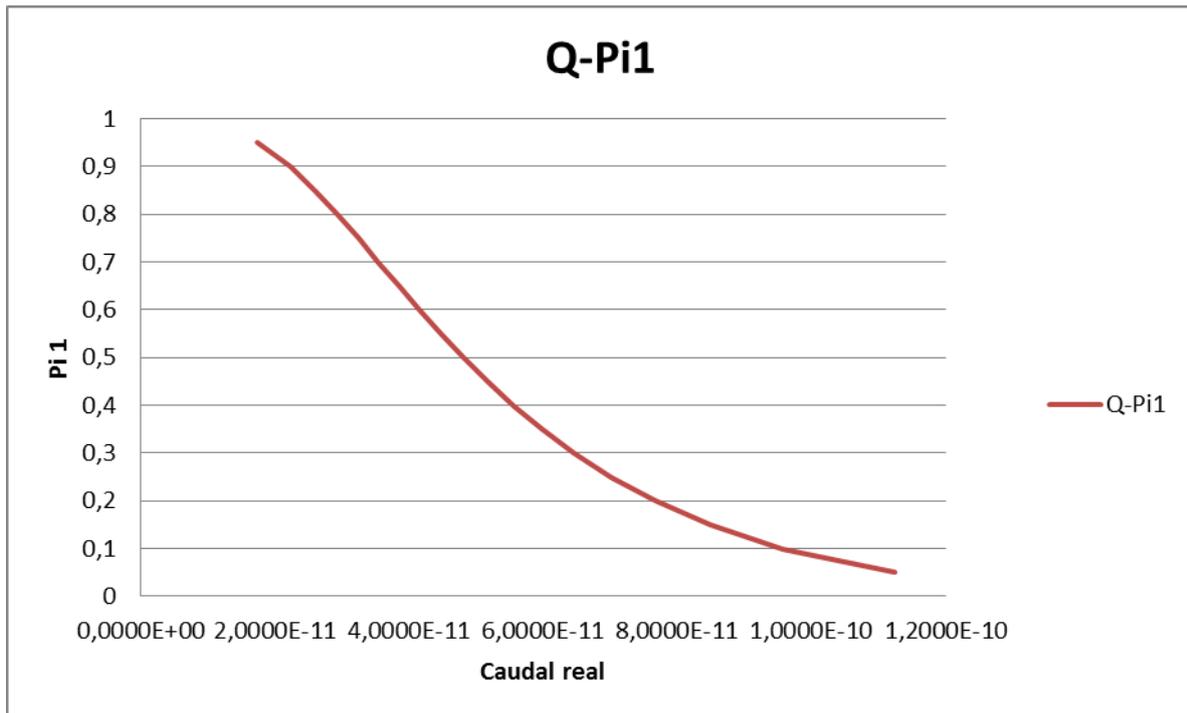
Por tanto, se producirá más o menos flujo de agua en los alrededores de la pantalla en función de la profundidad de la misma, pero el valor límite de la longitud del escenario es el mismo prácticamente en todos los casos.

En nuestro caso de estudio, este valor límite de la longitud característica es 120 metros.

## 6.4 Comprobación de escenario infinito

Para comprobar que estamos en escenario infinito, determinamos  $l_y^*$  mediante los ábacos y comprobamos que  $l_y^* < d_e$  (profundidad total del escenario). Del apartado anterior tenemos el ábaco que nos determina la longitud del escenario en función de la profundidad de la pantalla.

Ahora vamos a añadir el ábaco que nos determina el caudal límite frente a Pi1 ( $l^*y$ ).



Ahora vamos a comprobar para dos situaciones diferentes que se cumplen ambos ábacos.

### Situación 1

Datos

p	d	Kx	Ky	a	Q	Pi1
5	20	1,00E-10	1,00E-10	150	7,0219E-11	0,25
10	20	1,00E-10	1,00E-10	150	4,8144E-11	0,5

Con p, d y a en metros. Q en m<sup>3</sup>/seg.

Con estos datos podemos comprobar en los gráficos que estamos en región infinita.

## Situación 2

Datos

p	d	Kx	Ky	a	Q	Pi1
5	10	1E-10	1E-10	70	4,6499E-11	0,5
9	10	1E-10	1E-10	70	2,0572E-11	0,9

Con p, d y a en metros. Q en m<sup>3</sup>/seg.

Con estos datos podemos comprobar en los gráficos que estamos en región finita.

## 6.5 Caudales adimensionales

En este apartado vamos a calcular los diferentes caudales adimensionales a partir de los caudales reales calculados en los apartados anteriores con MATLAB.

Caudal Q (m<sub>x</sub>m<sub>y</sub>m<sub>z</sub>s<sup>-1</sup>)

De las expresiones equivalentes

$$Q = K_x S_x \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right), \quad Q = K_x p_t l_z \left( \frac{\Delta \phi}{d} \right) \quad (3)$$

Con l<sub>z</sub> unidad,

$$Q = \left( \frac{a}{d} \right)^2 \Delta \phi K_x f \left\{ \left( \frac{p}{d} \right), \left( \frac{K_x}{K_y} \right) * \left( \frac{a}{d} \right)^2 \right\} \quad (4)$$

o, en términos adimensionales,

$$Q^* = \frac{Q}{\left( \frac{Z_0 * (d-p) * \Delta h * K_x}{a} \right)} = \quad (5)$$

$$Q^* = \frac{Q}{\left( \frac{Z_0 * (d-p) * \Delta h * K_x}{a} \right)} = f \left\{ \left( \frac{p}{d} \right), \left( \frac{K_x}{K_y} \right) * \left( \frac{a}{d} \right)^2 \right\} \quad (6)$$

Con esta fórmula procedemos a calcular los caudales adimensionales, los cuales se detallan en la siguiente tabla :

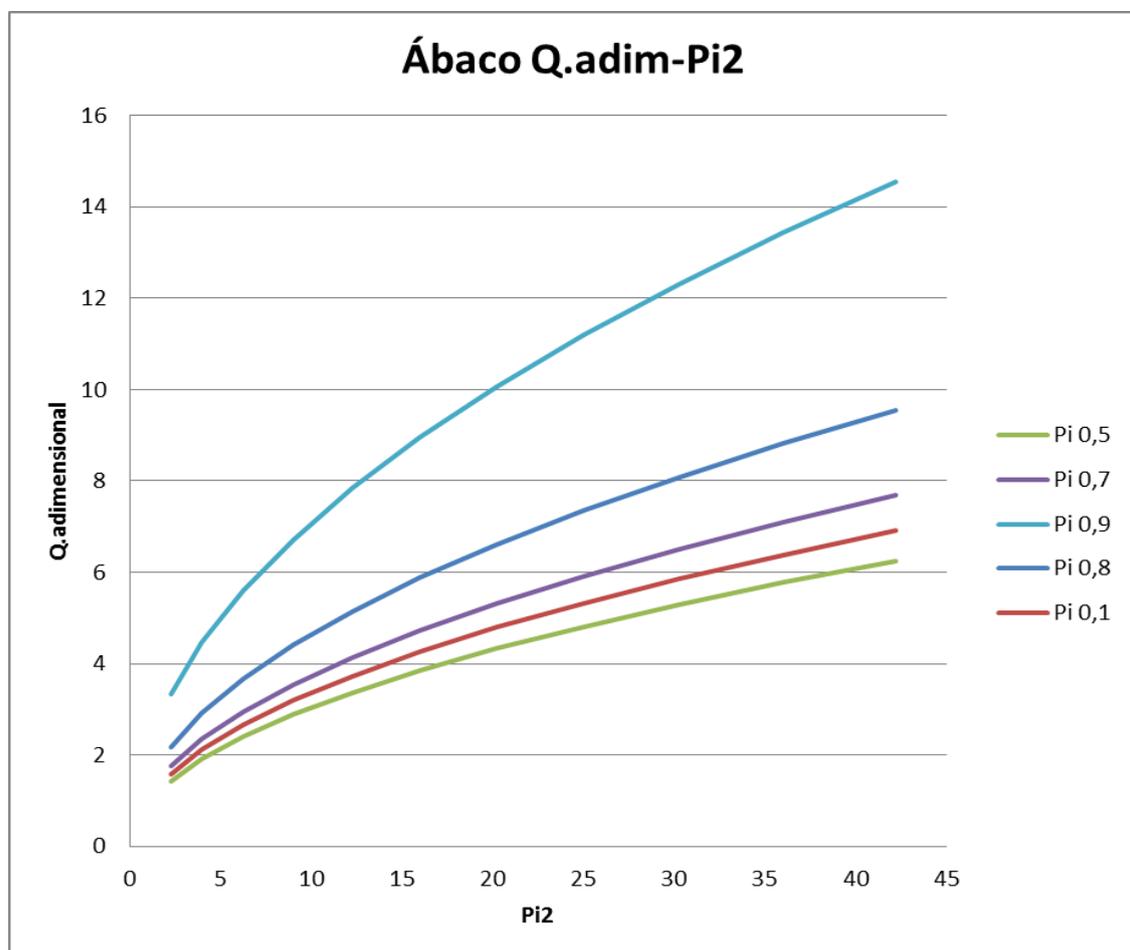
p	Q.adimensional																		
1	0,476310984	1,12851474	1,75697416	2,36115221	2,95629711	3,54877137	4,14052837	4,73210232	5,32363168	5,91515	6,50666558	7,09818126	7,68969637						
2	0,412362739	1,00787827	1,57879773	2,12438616	2,66055022	3,19392753	3,7265564	4,25899502	4,7913864	5,3237665	5,85614401	6,3885212	6,92089797						
3	0,375133012	0,94021489	1,47996701	1,99338193	2,49699668	2,99771386	3,49765282	3,9973936	4,4970858	4,99676606	5,49644357	5,99612026	6,49579695						
4	0,351076913	0,89851104	1,41996285	1,91411315	2,39810384	2,8790907	3,35927099	3,8392456	4,31916964	4,79908169	5,27899082	5,7588996	6,2388079						
5	0,335194233	0,87286937	1,38394268	1,86678968	2,33913397	2,80837296	3,27677807	3,74497061	4,21311114	4,6812392	5,14936415	5,61748816	6,08561217						
6	0	0	1,36516095	1,84241889	2,30884632	2,77207157	3,234437	3,69658354	4,15867654	4,62075614	5,08283286	5,54490857	6,00698429						
7	0	0	1,36032819	1,83661717	2,30176188	2,76361242	3,22457838	3,68531871	4,14600376	4,60667562	5,06734436	5,52801203	5,9886804						
8	0	0	1,3679946	1,84745657	2,31547217	2,7801048	3,24382917	3,7073222	4,17075825	4,63418075	5,09759983	5,5610183	6,02443649						
9	0	0	1,38792785	1,8746344	2,34960045	2,82109789	3,29166371	3,76199251	4,23226285	4,70251927	5,1727723	5,64302465	6,11327671						
10	0	0	1,42092171	1,9192202	2,40548655	2,88819966	3,36995848	3,8514744	4,33293057	4,8143722	5,29581052	5,77724832	6,25868568						
11	0	0	1,46887373	1,9837604	2,48631789	2,98523593	3,48317706	3,98086933	4,4785002	4,97611678	5,47372968	5,97134147	6,46895326						
12	0	0	1,5351336	2,0727458	2,59771394	3,11895225	3,63918923	4,1591713	4,67909066	5,19899488	5,71889574	6,23879555	6,75869496						
13	0	0	1,62526226	2,19362823	2,74899893	3,30053957	3,8510525	4,40130309	4,95148963	5,50166057	6,05182773	6,60199389	7,15216079						
14	0	0	1,7485867	2,35890127	2,95580542	3,5487609	4,14065668	4,73228267	5,32384245	5,91538617	6,50692607	7,0984648	7,69000353						
15	0	0	1,92154482	2,59058024	3,2456773	3,89667552	4,54657308	5,1961912	5,84574012	6,495273	7,14480184	7,79432928	8,44385672						
16	0	1,3796346	2,17569413	2,9309177	3,67147588	4,40772735	5,14282335	5,8776254	6,61235513	7,3470675	8,08177508	8,8164819	9,55119003						
17	0	1,64362967	2,5802419	3,47254707	4,34908533	5,2210014	6,09167743	6,9620384	7,8323217	8,702586	9,57284607	10,4431056	11,3133644						
18	0	2,1295273	3,32371785	4,4676978	5,594014	6,7151619	7,834925	8,9543352	10,0736582	11,1929615	12,3122593	13,4315556	14,5508519						
19	0	0	0	0	0	10,4451624	12,1867165	13,9278408	15,6688596	17,409853	19,1508405	20,891826	22,6328141						
a	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130						
P12	0,25	1	2,25	4	6,25	9	12,25	16	20,25	25	30,25	36	42,25						

## 6.6 Ábaco de caudales universales

A partir de los resultados de la tabla anterior, ya podemos representar el ábaco de caudales universales. Para representarlo, tomamos  $Q^*$  (de la solución numérica) en el eje vertical,  $\pi_2$  como parámetro (cambiando a), y  $\pi_1$ . Vamos a representar para los siguientes valores de  $\pi_1$  :

$\pi_1$	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	
0,1	1,57879773	2,12438616	2,66055022	3,19392753	3,7265564	4,25899502	4,7913864	5,3237665	5,85614401	6,3885212	6,92089797		
0,2	1,41996285	1,91411315	2,39810384	2,8790907	3,35927099	3,8392456	4,31916964	4,79908169	5,27899082	5,7588996	6,2388079		
0,3	1,36516095	1,84241889	2,30884632	2,77207157	3,234437	3,69658354	4,15867654	4,62075614	5,08283286	5,54490857	6,00698429		
0,4	1,3679946	1,84745657	2,31547217	2,7801048	3,24382917	3,7073222	4,17075825	4,63418075	5,09759983	5,5610183	6,02443649		
0,5	1,42092171	1,9192202	2,40548655	2,88819966	3,36995848	3,8514744	4,33293057	4,8143722	5,29581052	5,77724832	6,25868568		
0,6	1,5351336	2,0727458	2,59771394	3,11895225	3,63918923	4,1591713	4,67909066	5,19899488	5,71889574	6,23879535	6,75869496		
0,7	1,7485867	2,35890127	2,95580542	3,5487609	4,14065668	4,73228267	5,32384245	5,91538617	6,50692607	7,0984648	7,69000353		
0,8	2,17569413	2,9309177	3,67147588	4,40772735	5,14282335	5,8776254	6,61235513	7,3470675	8,08177508	8,8164819	9,55119003		
0,9	3,32371785	4,4676978	5,594014	6,7151619	7,834925	8,9543352	10,0736582	11,1929615	12,3122593	13,4315556	14,5508519		
$\pi_2$	0,25	1	2,25	4	6,25	9	12,25	16	20,25	25	30,25	36	42,25

El ábaco obtenido es el siguiente :



Donde **Q.adimensional** viene dado por la expresión

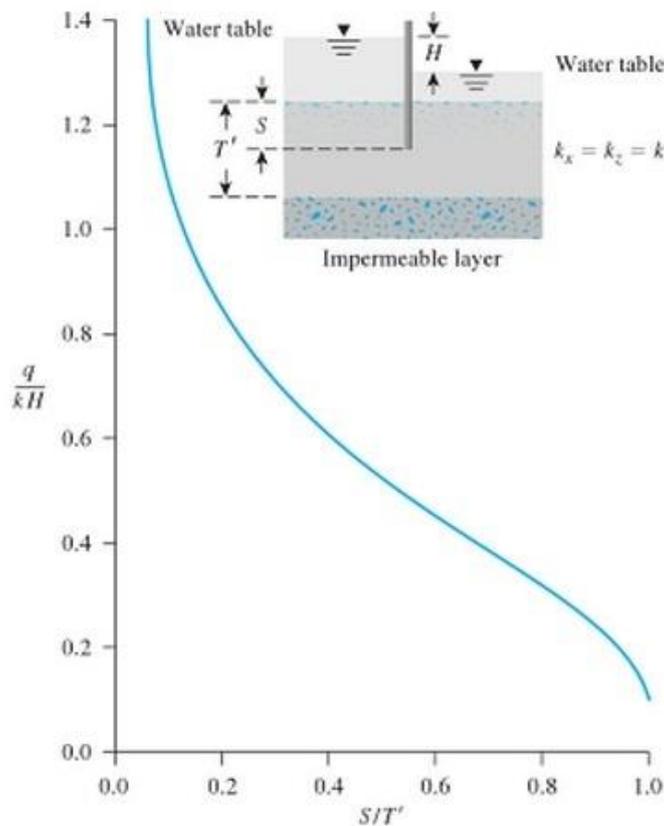
$$Q^* = \frac{Q}{\frac{Z_0 \cdot (d-p) \cdot \Delta h \cdot K_x}{a}} = f\left\{\left(\frac{p}{d}\right), \left(\frac{K_x}{K_y}\right) * \left(\frac{a}{d}\right)^2\right\}$$

y **Pi2**

$$\pi_2 = \frac{K_x}{K_y} * \left(\frac{a}{d}\right)^2$$

## 6.7 Gráfica de caudales universales según Cofferdam

Para terminar nuestro estudio, vamos a calcular la gráfica de caudales universales según criterio de Cofferdam para medios isótropos. Esta gráfica es la siguiente :



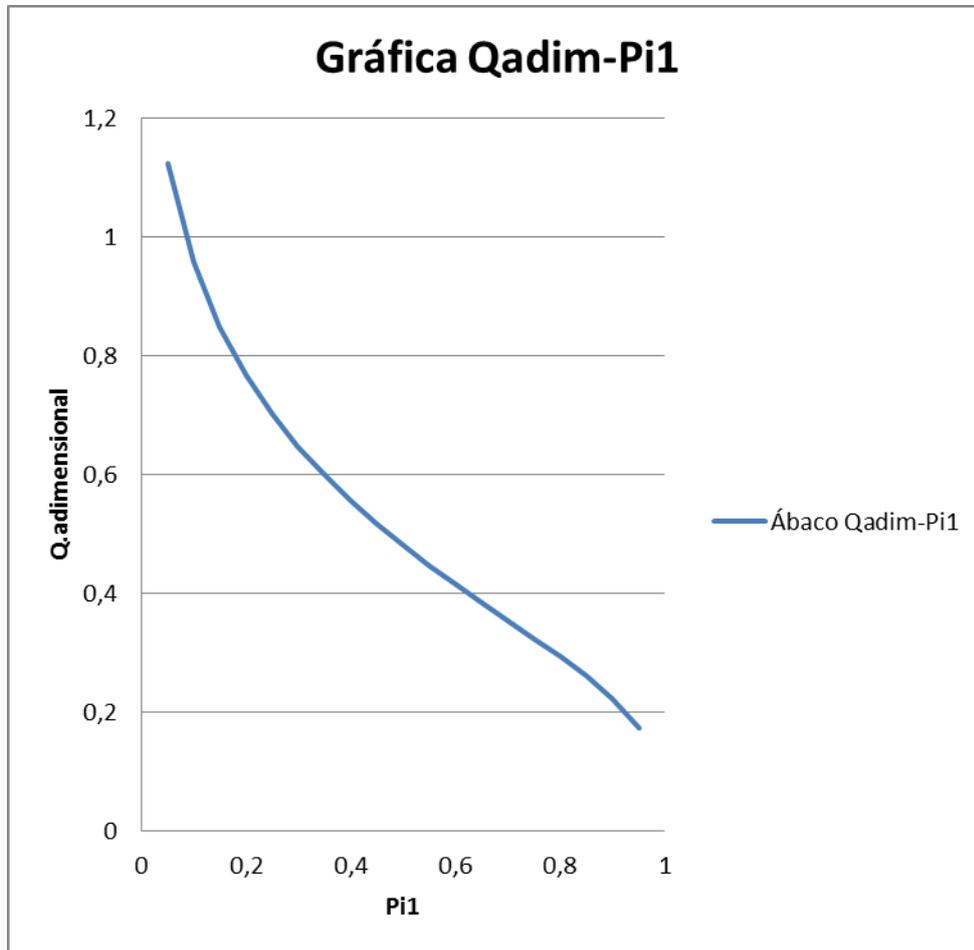
**Figure 8.10** Plot of  $q/kH$  against  $S/T'$  for flow around a single row of sheet piles (After Harr, 1962. By permission of Dover Publications, Inc.)

A partir de nuestros datos, procedemos a calcular dicha gráfica y comprobamos que sea similar, lo cual nos indicará que nuestro proceso de cálculo y estudio es correcto.

Datos

Pi1	Q.real(a=130)	Q.adimensional
0,05	1,12388E-10	1,1238787
0,1	9,58278E-11	0,95827818
0,15	8,4945E-11	0,84945037
0,2	7,67853E-11	0,76785328
0,25	7,02186E-11	0,70218602
0,3	6,46906E-11	0,646906
0,35	5,98868E-11	0,59886804
0,4	5,56102E-11	0,55610183
0,45	5,17277E-11	0,51727726
0,5	4,81437E-11	0,48143736
0,55	4,47851E-11	0,44785061
0,6	4,1592E-11	0,41591969
0,65	3,85116E-11	0,38511635
0,7	3,54923E-11	0,35492324
0,75	3,24764E-11	0,32476372
0,8	2,93883E-11	0,29388277
0,85	2,61078E-11	0,26107764
0,9	2,23859E-11	0,22385926
0,95	1,74099E-11	0,17409857

Con estos datos, la gráfica obtenida es la siguiente :



Con  $Pi1 = p/d$  y  $Q.adimensional = Q.real/K*H$

## **Conclusiones**

Las simulaciones realizadas en los programas Matlab y Seep/w producen resultados fiables, no solo cualitativa sino también cuantitativamente.

Se ha comprobado cómo influye la profundidad de la pantalla con respecto a la profundidad total del medio, obteniendo resultados coherentes.

Según podemos deducir de las simulaciones, la longitud característica del escenario es poco influyente a partir de su valor límite que a su vez es el mismo para todas las profundidades consideradas en nuestro estudio. Esto se debe a que la mayor parte del flujo se concentra en los alrededores de la pantalla y por tanto tendremos más o menos cantidad en función de la profundidad de la misma.

Se ha obtenido el ábaco de caudales universales con el que se puede estudiar cómo varía el caudal adimensional en función del monomio  $\pi_1$  y  $\pi_2$ , dependiendo de la situación en la que nos encontremos.

Se ha obtenido la gráfica de caudales universales según criterio de Cofferdam obteniendo resultados muy similares.

La aplicación del modelo a diferentes escenarios ilustra el aspecto de las redes de flujo para cualquier cambio de parámetros e incluso a otros escenarios no abordados en este trabajo.

## **Referencias**

Alhama Manteca, I., Alhama, F., Rodríguez Estrella, T. “Chemical and physical parameters as trace markers of anthropogenic-induced salinity in the Agua Amarga coastal aquifer (southern Spain)”, Hydrogeology Journal, 133(3) 40-50 (2012)

Alhama, I., Alhama, F. y Soto, A. “Mathematical characterization of scenarios of fluid flow and solute transport in porous media by discriminated non-dimensionalization”. Int. J. Eng. Science, 50 1-9 (2012)

Alhama I., Soto A. and Alhama F. “Simulador de flujo y transporte FATSIM-A.”, Servicio de publicaciones UPCT, Cartagena (2010)

Alhama, F., Zueco, J. “Application of a lumped model to solids with linearly temperature-dependent thermal conductivity”. Applied Mathematical Modelling 31, 302-310 (2007)

Atkinson, J. “The Mechanics of Soils and Foundations”, Taylor and Francis, New York (2007)

Azizi, F. “Applied analyses in geotechnics.” Taylor and Francis, New York (2000)

Bejan A. “Convection heat transfer”, 3<sup>a</sup> ed. John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey (2005)

Berry, P.L. Reid, D. “An Introduction to Soil Mechanics”, McGraw-Hill, New York (1993)

Castro, E., García Hernandez, M.T. y Gallego, A. “Transversal waves in beams via the network simulation method”. Journal of Sound and Vibration (2004)

Chapman, J.A. “Heat transfer”, Mcmillan Publishing Company, New York (1984)

Das, B.M. “Advanced Soil Mechanics.” Taylor and Francis, New York (2008)

EPSNET\_10 Elasticity problems simulation network. Alhama, F., Morales, J.L, y Moreno, J.A. 2011)

FAHET Flow and Heat Transport simulator Alhama, I., Soto, A., y Alhama, F. (2011)

FATSIM-A Fluid Flow and Solute Transport simulator Alhama, I., Soto, A., Alhama, F. (2010)

Gonzalez-Fernández, C.F., García Hernández, M.T. y Horno, J. “Computer simulation of a square scheme with reversible and irreversible charge transfer by the network method”, J. Electroanal. Chem., 395, 39-44 (1995)

González-Fernández, C.F., .Horno J. “Heat Transfer and the Network Simulation Method”.

Research Signpost, Kerala (2002)

González de Vallejo, L., “Ingeniería Geológica”, Pearson Educación, Madrid (2002)

GeoStudio2012. GeoSlope International, Calgary, Canada (2013)

Horno, J., Gonzalez Caballero, A., Hayas, A. y Gonzalez-Fernández, C.F., “The effect of previous convective flux on the nonstationary diffusion through membranes”. J. Membr. Sci, 48, 67-77(1990)

Incropera, F.P. and DeWitt, D.P. “Introduction to heat transfer”, John Wiley, New York (1996)

Harr, M. E. “Groundwater and Seepage”, McGraw-Hill, New York (1962)

Horno, J., García Hernández, M.T., y González Fernandez, C.F. “”Digital simulation of electrochemical processes by network approach”, Journal Electroanal. Chem. 352, 8397 57-64 (2012)

Lopez-García, J.J., Moya, A.A., Horno, J., Delgado, A. Y Gonzalez-Caballero, F. “A network model of the electrical double layer around a colloid particle”. J. Colloid Interface Sci. 183, 124-130 (1996)

Mandel, J. "Ecoulement de l'eau sous une ligne de palplanches: Abaque pour la condition de renard." Travaux, 197, pp.273-281 (1951)

Mareca, P., Alcover, V. y Alhama, F. "Una herramienta docente para analizar el caos en circuitos electrónicos." Conferencia Ibérica de Sistemas y Tecnología de la Información (2010)

Marín, F., Alhama, F., Moreno, J.A. "Modelling of stick-slip behaviour with different hypotheses on friction forces". International Journal of Engineering Science (2012)

MATLAB 6. Matworks, Natic, MA (1997)

Mills, A.F. "Heat and Mass Transfer", Irvin, New York (1995)

Morales, J.L., Moreno, J.A. Alhama, F. "Numerical Solutions of 2-D Linear Elastostatic Problems by Network Method", CMES 76 (1) 1-18 (2011)

Morales, J.L., Alhama, I., Alcaraz, M. y Alhama, F. "Numerical simulation of 2-D transversal seismic waves by network method" CMES 94(3) 261-277 (2013)

Nagel, L.W., "SPICE (Simulation program with integrated circuit emphasis)", Berkeley, CA; University of California, Electronics Res. Lab., ERL-M382 (1977)

Peusner, L. "The principles of network thermodynamics. Theory and biophysical application" Ph. D. Thesis. Harvard Univ., Cambridge, Massachusetts, (1970)

TFM "Redes de Flujo" Pablo Ortiz García (UPCT)

Potter, M. C. y Wiggert, D. C. Mechanics of fluids. Prentice Halls, New York (1997)

PROCCA-09 Programa de conducción de calor Alhama, I. Soto, A. y Alhama, F. (2005)

PSPICE, versión 6.0: Microsim Corporation, 20 fairbanks, Irvine, California 92718 (1994)

Sanchez, J.F., Alhama, F. y Moreno Nicolás, J.A. "An efficient and reliable model based on network method to simulate CO<sub>2</sub> corrosion with protective iron carbonate films", Computers and Chemical Engineering, 39 57-64 (2012)

Sanchez, J.F., Alhama, F. y Moreno Nicolás, J.A. “Numerical simulation of high temperature oxidation of lubricants using the network method”, Chemical engineering Communications (2014)

Soto Meca, A. Alhama, F., González Fernández, C.F. “An efficient model for solving density driven groundwater flow problems based on the network simulation method.”, J. Hydrology 339, 39-56 (2007)

Taylor, D.J. “Fundamentals of soils mechanics”, John and Wiley, New York (1948)

Vladimirescu, A. “The spice book”, J. Wiley & Sons, Inc., New York (1994)

Zueco, J., Alhama, F. “Estimación de propiedades térmicas de aleaciones con problema inverso”. Revista Española de Metalurgia, 41, 227-232 (2005)