

**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA  
ESCUELA DE ARQUITECTURA E INGENIERÍA DE  
EDIFICACIÓN  
DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS Y CONSTRUCCIÓN**

**TITULACIÓN:  
INGENIERÍA DE EDIFICACIÓN**

**“ANÁLISIS INTERACTIVO DE  
SECCIONES DE HORMIGÓN  
ARMADO”**

**TRABAJO FIN DE GRADO**

**PRESENTADO POR: D.ª LUISA SÁNCHEZ MOTELLÓN**

**DIRIGIDO POR: DR. MANUEL SANTIAGO TORRANO MARTÍNEZ**

**CARTAGENA, OCTUBRE DE 2014**

*A Santi, por apostar por mí.*



## AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer al Dr. Manuel Santiago Torrano Martínez su confianza depositada en mí, su esfuerzo y dedicación en orientarme en esta materia, y su ayuda incondicional para desarrollar este trabajo.

También quiero agradecer a mi familia su ánimo y apoyo en mi desarrollo intelectual, y en especial a mi madre Luisa Motellón Camps que siempre está en mis momentos de desmotivación para empujarme a seguir consiguiendo mis metas y a mi abuela Luisa Camps Soto que tantas velas a Santa Gema sigue encendiendo por mí.

Y finalmente, agradecer a Víctor su total apoyo, comprensión y paciencia; porque consigue hacer de los momentos difíciles algo sencillo e inolvidable.



# ÍNDICE

## ***CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS***

1.1 OBJETO DEL PROYECTO .....	1
1.2 ESTRUCTURA DEL PROYECTO .....	5

## ***CAPÍTULO 2 ANÁLISIS DE SECCIONES DE HORMIGÓN ARMADO SOMETIDAS A SOLICITACIONES NORMALES***

2.1 INTRODUCCIÓN .....	7
2.2 HIPÓTESIS BÁSICAS Y SIMPLIFICACIONES CONSIDERADAS ...	8
2.2.1 DOMINIOS DE DEFORMACIÓN .....	11
2.2.2 DIAGRAMA RECTANGULAR .....	13
2.2.3 DIAGRAMA TENSIÓN-DEFORMACIÓN CARACTERÍSTICO DEL ACERO PARA ARMADURAS PASIVAS .....	14
2.2.4 DIAGRAMA TENSIÓN-DEFORMACIÓN DE CÁLCULO DEL ACERO PARA ARMADURAS PASIVAS .....	15
2.3 ESTRATEGIA DE DURABILIDAD .....	16
2.3.1 CLASES DE EXPOSICIÓN .....	16
2.3.2 DETERMINACIÓN DE RECUBRIMIENTOS .....	19
2.4 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE ANÁLISIS DE SECCIONES DE HORMIGÓN ARMADO SOMETIDAS A SOLICITACIONES NORMALES	22
2.4.1 ECUACIONES DE EQUILIBRIO .....	23
2.5 RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA .....	25
2.5.1 ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS (ELU) .....	26
2.5.2 DIAGRAMAS Y SUPERFICIE DE ITERACIÓN .....	29
2.5.3 OBTENCIÓN DE LOS ESFUERZOS ÚLTIMOS DE UNA SECCIÓN .....	32
2.5.4 NEWTON RAPHSON .....	34

### ***CAPÍTULO 3 IMPLEMENTACIÓN DEL ANÁLISIS DE SECCIONES DE HORMIGÓN ARMADO SOMETIDAS A SOLICITACIONES NORMALES CON MATLAB®***

3.1	INTRODUCCIÓN .....	39
3.2	EL MODELO DE ANÁLISIS .....	40
3.2.1	GENERACIÓN DE LA SECCIÓN .....	40
3.2.2	GENERACIÓN DEL ARMADO.....	42
3.2.3	EJES DE LA SECCIÓN.....	45
3.2.4	SISTEMA DE CARGAS .....	46
3.3	DETERMINACIÓN DEL ESTADO TENSIONAL DE LA SECCIÓN ...	47
3.4	INCÓGNITAS PARA EL ANÁLISIS .....	49
3.4.1	INCÓGNITAS EN ESTADO LÍMITE ÚLTIMO .....	49
3.4.2	VALORES INICIALES DE LAS INCÓGNITAS.....	49
3.5	CÁLCULO DE ESFUERZOS .....	50
3.6	DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA DE LA IMPLEMENTACIÓN..	51
3.3.1	SUBROUTINAS DE LA APLICACIÓN .....	53
3.3.2	GUI IMPLEMENTADA .....	58
3.3.2.1	DATOS SOLICITADOS EN LA PANTALLA PRINCIPAL .....	59
3.3.2.1.1	GEOMETRÍA .....	59
3.3.2.1.2	ARMADO BÁSICO .....	61
3.3.2.1.3	ESTADOS DE CARGA.....	61
3.3.2.1.4	DATOS DE SECCIÓN .....	62
3.3.2.1.5	MATERIALES .....	63

### ***CAPÍTULO 4 EJEMPLOS DE APLICACIÓN***

4.1	INTRODUCCIÓN .....	65
4.2	SECCIÓN CUADRADA .....	67
4.2.1	SECCIÓN CUADRADA. EJEMPLO 1 .....	68
4.2.1.1	SOLUCIÓN SEMIANALÍTICA .....	69
4.2.1.2	SOLUCIÓN CON AISHA.....	72
4.2.2	SECCIÓN CUADRADA. EJEMPLO 2.....	75
4.2.2.1	SOLUCIÓN SEMIANALÍTICA .....	76
4.2.2.2	SOLUCIÓN CON AISHA.....	79
4.2.3	SECCIÓN CUADRADA. EJEMPLO 3.....	82
4.2.3.1	SOLUCIÓN SEMIANALÍTICA .....	84
4.2.3.2	SOLUCIÓN CON AISHA.....	86

4.2.4	SECCIÓN CUADRADA. EJEMPLO 4.....	89
4.2.4.1.	SOLUCIÓN SEMIANALÍTICA .....	90
4.2.4.2.	SOLUCIÓN CON AISHA.....	93
4.2.5	SECCIÓN CUADRADA. EJEMPLO 5.....	96
4.2.5.1.	SOLUCIÓN SEMIANALÍTICA .....	97
4.2.5.2.	SOLUCIÓN CON AISHA.....	100
4.3	SECCIÓN T INVERTIDA .....	103
4.3.1	SOLUCIÓN ANALÍTICA .....	105
4.3.2	SOLUCIÓN CON AISHA .....	109

## ***CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES***

8.1	INTRODUCCIÓN .....	111
8.2	RESUMEN .....	111
8.3	CONCLUSIONES .....	112
8.4	TRABAJOS FUTUROS .....	113

	<b><i>ANEJO 1 MANUAL DE USO DE AISHA .....</i></b>	<b><i>115</i></b>
--	--	-------------------

	<b><i>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</i></b>	<b><i>131</i></b>
--	---	-------------------



# *INTRODUCCIÓN*

## **1.1. OBJETO DEL PROYECTO**

La existencia de dos materiales con propiedades mecánicas tan diferentes como el hormigón y el acero respondiendo conjuntamente a las acciones solicitadas, ha sido objeto de múltiples teorías y metodologías para estudiar la respuesta, ya sea de secciones, de elementos estructurales o de estructuras.

El conocimiento cada vez más profundo sobre el comportamiento del hormigón armado y la capacidad actual de los ordenadores conlleva a que sean numerosos los trabajos realizados encaminados al análisis de secciones, elementos estructurales y estructuras de hormigón armado.

El presente proyecto pretende desarrollar un modelo de análisis de secciones de hormigón armado de forma cualquiera sometidas a sollicitaciones normales ( $N_d$ ,  $M_{xd}$ ,  $M_{yd}$ ).

El cálculo de secciones de hormigón sometidas a flexo-compresión esviada puede llevarse a cabo mediante un método general o mediante métodos simplificados que asimilan la flexo-compresión esviada a un estado de flexocompresión recta que proporcione una armado del lado de la seguridad.

Analíticamente en el método general, las funciones derivadas de las ecuaciones de equilibrio que serían necesarias para resolver el problema, debido a la complejidad geométrica y a la no-linealidad de los materiales, podían ser derivadas únicamente para secciones relativamente simples en términos de funciones racionales a trozos, aun así, las soluciones analíticas son difíciles de obtener a través de esas expresiones.

Gráficamente, en el método general el desarrollo de las ecuaciones de equilibrio para las solicitaciones  $N_d$ ,  $M_{xd}$ ,  $M_{yd}$ , conduce a una representación gráfica tridimensional de los valores adimensionales de  $\omega$  en función de  $v$ ,  $\mu_x$ ,  $\mu_y$  (superficies en vez de curvas). Dada la dificultad del uso de superficies en 3D para el dimensionado, se recurre a representaciones de curvas planas obtenidas mediante el corte de dichas superficies por planos paralelos correspondientes a valores fijos de  $v$ , y al uso de ábacos que no permiten una solución exacta al problema.

Las diferentes normas vigentes para el cálculo de elementos estructurales de hormigón armado (EHE-08, Eurocódigo 2, ACI-318 (2008), etc.) ofrecen soluciones aproximadas para el análisis de secciones sometidas a flexión esviada y bastante restrictivas en cuanto a las consideraciones de partida.

Cuando los elementos estructurales están sometidos a esfuerzos de flexocompresión esviada, las distintas normativas amplifican el momento flector de primer orden en cada dirección independientemente. A partir de estos esfuerzos amplificados se realiza el diseño de la sección transversal del elemento estructural. Estos métodos en flexión esviada no tienen en cuenta la influencia del eje débil en el comportamiento estructural del elemento estructural.

Las simplificaciones de la normativa española (EHE 08) para el caso de esfuerzos biaxiales implican unos coeficientes de seguridad elevados, con el consecuente impacto en el sobredimensionado y por consiguiente, en el precio.

El método simplificado que ofrece la EHE-08 permite el cálculo de secciones rectangulares, con armadura simétrica en sus cuatro esquinas y armaduras iguales en las cuatro caras, mediante la reducción del problema a uno de flexión compuesta recta con un momento ficticio.

Es por esto que muchos investigadores han intentado solucionar el problema de las secciones de hormigón armado sometidas a biaxialidad utilizando métodos numéricos.

Es objeto de este proyecto la utilización de métodos numéricos para el análisis de secciones de forma cualquiera sometidas a cualquier tipo de sollicitación normal, evitando determinadas simplificaciones y restricciones de la normativa anteriormente citada. Para ello se ha desarrollado una aplicación informática, AiSHA, que se describirá en el capítulo correspondiente.

En este proyecto las secciones son definidas con líneas rectas. Se permiten huecos en el interior y cualquier disposición del armado.

En la siguiente tabla se compara las funcionalidades de AiSHA frente al Anejo 7 de la EHE-08.

CÁLCULO CON AISHA	CÁLCULO MEDIANTE ANEJO 7 EHE-08
Diagrama bilineal del acero.	Diagrama bilineal del acero.
Diagrama rectangular para el hormigón.	Diagrama rectangular para el hormigón.
Dominios de deformación de agotamiento, que identifican el Estado Límite Último de Agotamiento frente a solicitaciones normales, de acuerdo con los criterios expuestos en 42.1.3	Dominios de deformación de agotamiento, que identifican el Estado Límite Último de Agotamiento frente a solicitaciones normales, de acuerdo con los criterios expuestos en 42.1.3
Sin limitaciones.	Limitaciones: $f_{ck} \leq 50$ Mpa; $d'/d \leq 0,2$ ; $d/h \geq 0,80$ .
Deformación del límite elástico del acero $\epsilon_y = 0,002$ .	Deformación del límite elástico del acero $\epsilon_y = 0,002$ .
Deformación máxima del hormigón comprimido $\epsilon_{cu}$ .	Para simplificar las expresiones, se considera como deformación del pivote 2, deformación máxima del hormigón comprimido; 0,0033 en lugar de 0,0035.
Utilización de cálculo numérico para la resolución del problema real.	Método simplificado: reducción del problema a uno de flexión compuesta recta con una excentricidad ficticia.
Secciones con forma cualquiera	Secciones rectangulares.
Disposición libre de armadura	Armadura en sus cuatro esquinas y armaduras iguales en las cuatro caras.

Tabla 1.1.: Tabla comparativa del método AiSHA respecto al Anejo 7 EHE 08.

## 1.2. ESTRUCTURA DEL PROYECTO

El presente proyecto se ha estructurado en cinco capítulos, incluyendo este primer capítulo de introducción.

En el **Capítulo 2** se va a realizar un estudio de la capacidad resistente de secciones de hormigón armado, con forma arbitraria y con cualquier disposición del armado, sometidas a solicitaciones normales.

Primeramente se establecerán las hipótesis básicas que serán utilizadas y se obtendrán las ecuaciones de equilibrio de la sección.

A continuación se definirán Estados Límite Últimos (ELU), desarrollando un procedimiento para la obtención de los esfuerzos últimos.

Finalmente, se describirán los métodos utilizados para la resolución del sistema de ecuaciones de equilibrio detalladamente.

En el **Capítulo 3** se detalla la implementación del procedimiento desarrollado en el capítulo anterior. Se describe el proceso de generación del modelo de análisis; los métodos de resolución de las ecuaciones de equilibrio y las variables de diseño utilizadas. Finalmente, se presentan algunas utilidades derivadas de la aplicación desarrollada.

En el **Capítulo 4** se presentan seis ejemplos correspondientes a sendas secciones de hormigón armado sometidas a diversos tipos de solicitaciones normales, a los cuales se les aplica el procedimiento desarrollado en el capítulo 3, para el estudio de la capacidad resistente de las mismas.

En el **Capítulo 5** se recogen las conclusiones del proyecto y algunas sugerencias para trabajos futuros.

Finalmente, en el **Anejo I** se presenta un manual para el uso de la aplicación.

## *CAPÍTULO 2*

# *ANÁLISIS DE SECCIONES DE HORMIGÓN ARMADO SOMETIDAS A SOLICITACIONES NORMALES*

### **2.1. INTRODUCCIÓN**

En este capítulo se describen las características principales y las simplificaciones consideradas en la generación del modelo de análisis.

Se expone la estrategia de durabilidad a tener en cuenta en la determinación de recubrimientos.

Se detalla el planteamiento y resolución del análisis de secciones de hormigón armado con formas y distribución de armaduras arbitrarias, sometidas a cualquier tipo de solicitud normal.

## 2.2. HIPÓTESIS BÁSICAS Y SIMPLIFICACIONES CONSIDERADAS

El problema de análisis se centrará en una situación de Estado Límite Último.

Un Estado Límite Último (ELU) es un estado límite, tal que de ser rebasado la estructura completa o una parte de la misma puede colapsar al superar su capacidad resistente. En general el hecho de que un ELU sea sobrepasado provocaría una situación extremadamente grave, es por esto que los coeficientes de seguridad usados en los cálculos relacionados con un ELU son sustancialmente mayores que en otro tipo de estados límite.

El cálculo de la capacidad resistente última de las secciones se efectuará a partir de las hipótesis generales siguientes:

- Se considera el hormigón un material homogéneo e isótropo, siendo su calidad igual en todos los puntos de la pieza o elemento resistente que se considere.
- El agotamiento se caracteriza por el valor de la deformación en determinadas fibras de la sección, definidas por los dominios de deformación de agotamiento detallados en el apartado 2.2.1 de este capítulo.
- Las deformaciones del hormigón siguen una ley plana. Esta hipótesis es válida para piezas en las que la relación entre la distancia entre puntos de momento nulo y el canto total, es superior a 2.
- Las secciones que son planas antes de flectar permanecen planas después de flectar.
- Las deformaciones de las armaduras pasivas se mantienen iguales a las del hormigón que las envuelve.

- Las deformaciones longitudinales serán proporcionales a su distancia al eje neutro.
- El diagrama de cálculo considerado para el hormigón es el rectangular, detallado en el apartado 2.2.2. de este capítulo.
- Nula resistencia a tracción del hormigón: se considerará que el hormigón no contribuye a absorber los esfuerzos de tracción.
- El diagrama de cálculo tensión-deformación del acero de las armaduras pasivas, será el elástico - perfectamente plástico, que se define en el apartado 2.2.4. de este capítulo, y que se deduce del característico detallado en el apartado 2.2.3. de este capítulo.
- Se aplicarán a las resultantes de tensiones en la sección las ecuaciones generales de equilibrio de fuerzas y momentos.
- En el caso de secciones con parte hueca, se descontará esta parte para el cálculo del área comprimida de hormigón.
- Para la determinación del centro de gravedad de la sección se tomará la sección bruta de hormigón, sin realizar homogenización de la misma con las armaduras.
- Los valores de cálculo de las propiedades de los materiales se obtienen a partir de los valores característicos divididos por un coeficiente parcial de seguridad. Los coeficientes parciales de seguridad adoptados para el hormigón y el acero serán  $\gamma_c = 1,5$  y  $\gamma_s = 1,15$  respectivamente.
- Se considerarán los valores de cálculo de las acciones a las que está sometida la sección. Se define como valor de cálculo de una acción el obtenido como producto del valor representativo de la misma por un coeficiente parcial de seguridad.

$$F_d = \gamma_f \cdot \Psi_i \cdot F_k \quad (2.1.)$$

siendo

- $F_d$  Valor de cálculo de la acción  $F$ .
- $\gamma_f$  Coeficiente parcial de seguridad de la acción considerada.
- $\Psi_i$  Valor representativo de combinación de las acciones.
- $F_k$  Valor característico de la acción  $F$ .

- Como coeficientes parciales de seguridad de las acciones para las comprobaciones de los Estados Límite Últimos se adoptan los valores de la tabla siguiente:

TIPO DE ACCIÓN	Situación persistente o transitoria		Situación accidental	
	Efecto favorable	Efecto desfavorable	Efecto favorable	Efecto desfavorable
Permanente	$\gamma_G=1,00$	$\gamma_G=1,35$	$\gamma_G=1,00$	$\gamma_G=1,00$
Pretensado	$\gamma_P=1,00$	$\gamma_P=1,00$	$\gamma_P=1,00$	$\gamma_P=1,00$
Permanente de valor no constante	$\gamma_{G^*}=1,00$	$\gamma_{G^*}=1,50$	$\gamma_{G^*}=1,00$	$\gamma_{G^*}=1,00$
Variable	$\gamma_Q=0,00$	$\gamma_Q=1,50$	$\gamma_Q=0,00$	$\gamma_Q=1,00$
Accidental	-	-	$\gamma_A=1,00$	$\gamma_A=1,00$

Tabla 2.2.1: Coeficientes parciales de seguridad para las acciones, aplicables para la evaluación de los Estados Límite Últimos.

*Comentarios a la Tabla 2.2.1: Los coeficientes definidos en la tabla se corregirán de acuerdo con lo indicado en el Artículo 95º de la EHE-08, dependiendo del nivel de control de ejecución adoptado.*

*En general, para las acciones permanentes, la obtención de su efecto favorable o desfavorable se determina ponderando todas las acciones del mismo origen con el mismo coeficiente, indicado en la tabla.*

*Cuando los resultados de una comprobación sean muy sensibles a las variaciones de la magnitud de la acción permanente, de una parte a otra de la estructura, las partes favorable y desfavorable de dicha acción se considerarán como acciones individuales. En particular, esto se aplica en la comprobación del Estado Límite de Equilibrio en el que para la parte favorable se adoptará un coeficiente  $\gamma_G=0,9$  y para la parte desfavorable se adoptará un coeficiente  $\gamma_G=1,1$ , para situaciones de servicio, o  $\gamma_G=0,95$  para la parte favorable y  $\gamma_G=1,05$  para la parte desfavorable, para situaciones de construcción.*

### 2.2.1. DOMINIOS DE DEFORMACIÓN

Las deformaciones límite de las secciones, según la naturaleza de la sollicitación, conducen a admitir los siguientes dominios:

- Dominio 1: Tracción simple o compuesta en donde toda la sección está en tracción. Las rectas de deformación giran alrededor del punto A correspondiente a un alargamiento de la armadura más traccionada del 10 por 1000.
- Dominio 2: Flexión simple o compuesta en donde el hormigón no alcanza la deformación de rotura por flexión. Las rectas de deformación giran alrededor del punto A.
- Dominio 3: Flexión simple o compuesta en donde las rectas de deformación giran alrededor del punto B correspondiente a la deformación de rotura por flexión del hormigón  $\epsilon_{cu}$  obtenida mediante el diagrama de cálculo parábola-rectángulo definido en el apartado 2.2.2. El alargamiento de la armadura más traccionada está comprendido entre 0,01 y  $\epsilon_y$ , siendo  $\epsilon_y$ , el alargamiento correspondiente al límite elástico del acero.
- Dominio 4: Flexión simple o compuesta en donde las rectas de deformación giran alrededor del punto B. El alargamiento de la armadura más traccionada está comprendido entre  $\epsilon_y$  y 0.
- Dominio 4a: Flexión compuesta en donde todas las armaduras están comprimidas y existe una pequeña zona de hormigón en tracción. Las rectas de deformación giran alrededor del punto B.
- Dominio 5: Compresión simple o compuesta en donde ambos materiales trabajan a compresión. Las rectas de deformación giran alrededor del punto C definido por la recta correspondiente a la deformación de rotura del hormigón por compresión,  $\epsilon_{c0}$  obtenida mediante el diagrama de cálculo parábola-rectángulo definido en el apartado 2.2.2.



### 2.2.2. DIAGRAMA RECTANGULAR

Está formado por un rectángulo cuya profundidad  $\lambda(x) \cdot h$ , e intensidad  $\eta(x) \cdot f_{cd}$ , dependen de la profundidad del eje neutro  $x$  (figura 2.2.2.a), y de la resistencia del hormigón. Sus valores son:

$$\begin{aligned} \eta(x) &= \eta & \text{si } 0 < x \leq h \\ \eta(x) &= 1 - (1 - \eta) \frac{h}{x} & \text{si } h \leq x < \infty \end{aligned} \quad (2.4.)$$

$$\begin{aligned} \lambda(x) &= \lambda \frac{x}{h} & \text{si } 0 < x \leq h \\ \lambda(x) &= 1 - (1 - \lambda) \frac{x}{h} & \text{si } h \leq x < \infty \end{aligned} \quad (2.5.)$$

dónde:

$$\begin{aligned} \eta &= 1.0 & \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2 \\ \eta &= 1.0 - (f_{ck} - 50) / 200 & \text{si } f_{ck} > 50 \text{ N/mm}^2 \end{aligned} \quad (2.6.)$$

$$\begin{aligned} \lambda &= 0.8 & \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2 \\ \lambda &= 0.8 - (f_{ck} - 50) / 400 & \text{si } f_{ck} > 50 \text{ N/mm}^2 \end{aligned} \quad (2.7.)$$

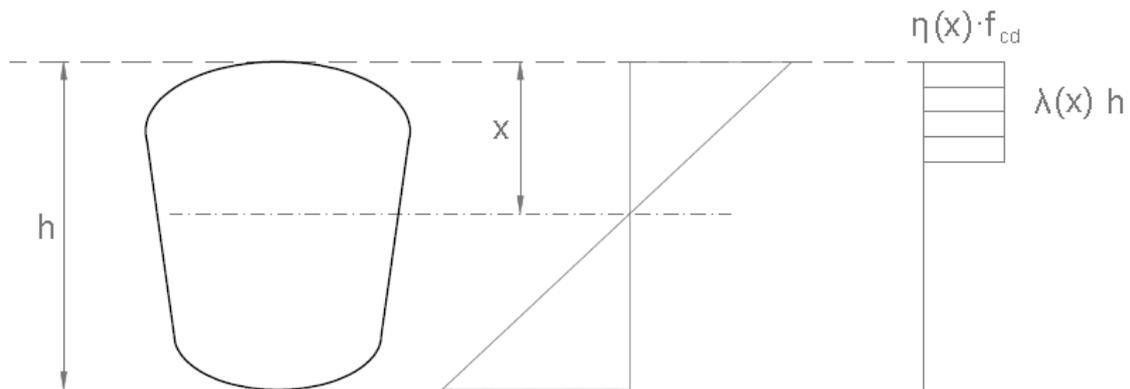


Figura 2.2.2.a: Diagrama de cálculo rectangular

### 2.2.3. DIAGRAMA TENSIÓN-DEFORMACIÓN CARACTERÍSTICO DEL ACERO PARA ARMADURAS PASIVAS

Diagrama tensión-deformación característico es el que se adopta como base de los cálculos, asociado en esta Instrucción a un porcentaje del 5 por 100 de diagramas tensión-deformación más bajos.

Diagrama característico tensión-deformación del acero en tracción es aquel que tiene la propiedad de que los valores de la tensión, correspondientes a deformaciones no mayores que el 10 por 1.000, presentan un nivel de confianza del 95 por 100 con respecto a los correspondientes valores obtenidos en ensayos de tracción realizados según la UNE-EN 10080.

En compresión puede adoptarse el mismo diagrama que en tracción.

A falta de datos experimentales precisos, puede suponerse que el diagrama característico adopta la forma de la figura 2.2.3.a, pudiendo tomarse este diagrama como diagrama característico si se adoptan los valores tipificados del límite elástico dados en el Artículo 32º apartado 2 de la EHE 08. La rama de compresión es en todos los casos simétrica de la de tracción respecto al origen.

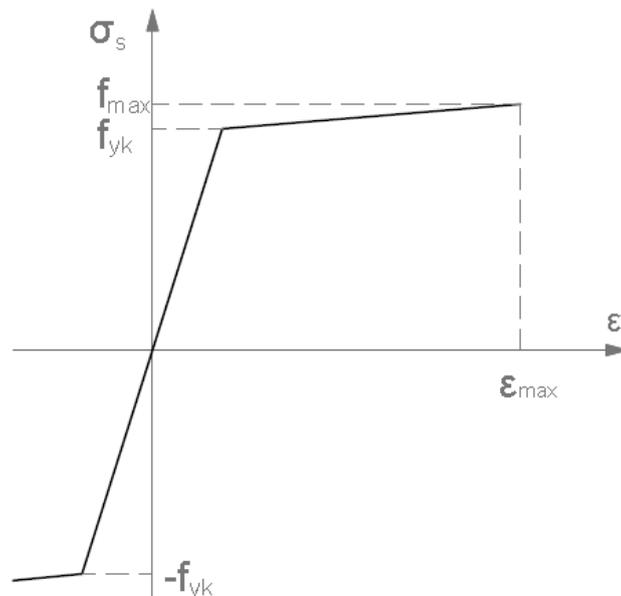


Figura 2.2.3.a. Diagrama característico tensión-deformación para armaduras pasivas

#### 2.2.4. DIAGRAMA TENSION-DEFORMACIÓN DE CÁLCULO DEL ACERO PARA ARMADURAS PASIVAS

El diagrama tensión-deformación de cálculo del acero en las armaduras pasivas (en tracción o en compresión) se deduce del diagrama característico mediante una afinidad oblicua, paralela a la recta de Hooke, de razón  $1/\gamma_s$ .

Cuando se utiliza el diagrama de la figura 2.2.4.a, se obtiene el diagrama de cálculo de la figura 2.2.4.a, en la que se observa que se puede considerar a partir de  $f_{yd}$  una segunda rama con pendiente positiva, obtenida mediante afinidad oblicua a partir del diagrama característico, o bien una segunda rama horizontal, siendo esto último suficientemente preciso en general.

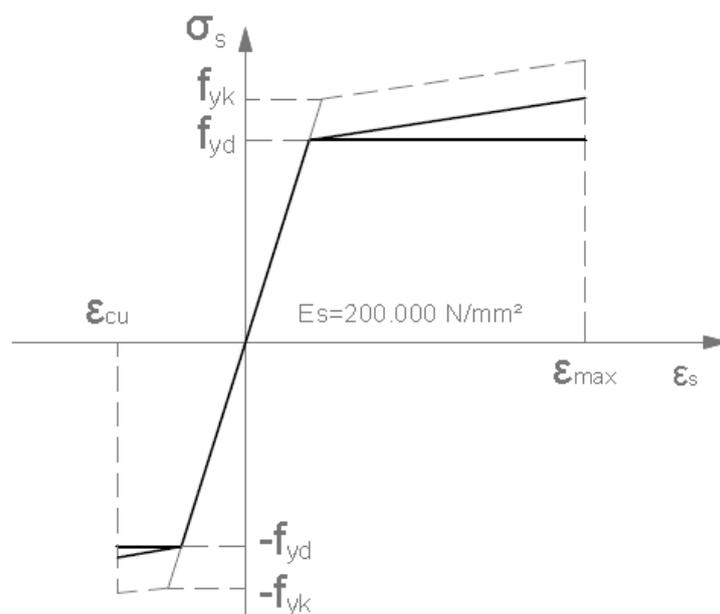


Figura 2.2.4.a. Diagrama tensión-deformación de cálculo para armaduras pasivas

## 2.3. ESTRATEGIA DE DURABILIDAD

Se aconseja adoptar la estrategia de durabilidad del hormigón y de las armaduras propuesta en la EHE08 Capítulo VII para la elección de los datos de diseño de la sección objeto de análisis.

Se establece unos recubrimientos mínimos de hormigón en función de la resistencia del mismo y de la clase de exposición, que serán de aplicación para los hormigones con un contenido de árido reciclado no superior al 20%.

### 2.3.1. CLASES DE EXPOSICIÓN

Para determinar el recubrimiento mínimo de las armaduras, partimos de los datos de resistencia del hormigón y de la clase de exposición.

Las distintas clases de exposición determinan el conjunto de condiciones físicas y químicas a las que está expuesto un elemento estructural.

Es objeto de este apartado definir las distintas clases de exposición existentes, coincidiendo con las definidas en la EHE 08.

Las clases de exposición se engloban en dos grupos:

- Clases generales de exposición: Se definen como clases generales de exposición las que se refieren exclusivamente a procesos relacionados con la corrosión de armaduras y se incluyen en la tabla 2.3.1.1.
- Clases específicas de exposición: Se definen como clases específicas de exposición las que están relacionadas con otros procesos de deterioro del hormigón distintos de la corrosión de las armaduras (Tabla 2.3.1.2). Un elemento puede estar sometido a ninguna, a una o a varias clases específicas de exposición relativas a otros procesos de degradación del hormigón. Por el contrario, un elemento no podrá estar sometido simultáneamente a más de una de las subclases definidas para cada clase específica de exposición.

CLASE GENERAL DE EXPOSICIÓN				
Clase	Subclase	Designación	Tipo de proceso	Descripción
no agresiva		I	Ninguno	Interiores de edificios, no sometidos a condensaciones.
				Elementos de hormigón en masa.
Normal	Humedad alta	II a	Corrosión de origen diferente de los cloruros	Interiores sometidos a humedades relativas medias altas (>65%) o a condensaciones
				Exteriores en ausencia de cloruros y expuestos a lluvia en zonas con precipitación media anual superior a 600mm.
				Elementos enterrados o sumergidos.
	Humedad media	II b	Corrosión de origen diferente de los cloruros	Exteriores en ausencia de cloruros y expuestos a lluvia en zonas con precipitación media anual inferior a 600mm.
Marina	Aérea	III a	Corrosión por cloruros	Elementos de estructuras marinas, por encima del nivel del pleamar.
				Elementos exteriores de estructuras situadas en las proximidades de la línea costera.
	Sumergida	IIIb	Corrosión por cloruros	Elementos de estructuras marinas, sumergidas permanentemente por debajo del nivel mínimo de bajamar.
	En zona de carrera de mareas y salpicadura	IIIc	Corrosión por cloruros	Elementos de estructuras marinas, situadas en la zona de salpicaduras o en zona de carrera de mareas.
Con cloruros de origen diferente al marino		IV	Corrosión por cloruros	Instalaciones no impermeabilizadas en contacto con agua que presente un contenido elevado de cloruros, no relacionados con el ambiente marino.
				Superficies expuestas a sales de deshielo no impermeabilizadas.

Tabla 2.3.1.1. Clases generales de exposición.

CLASE ESPECÍFICA DE EXPOSICIÓN				
Clase	Subclase	Designación	Tipo de proceso	Descripción
Química agresiva	Débil	Qa	Ataque químico	Elementos situados en ambientes con sustancias químicas capaces de provocar la alteración del hormigón con velocidad lenta.
	Media	Qb	Ataque químico	Elementos en contacto con agua de mar.
				Elementos situados en ambientes con sustancias químicas capaces de provocar la alteración del hormigón con velocidad media.
	Fuerte	Qc	Ataque químico	Elementos situados en ambientes con sustancias químicas capaces de provocar la alteración del hormigón con velocidad rápida.
Con heladas	Sin sales fundentes	H	Ataque hielo-deshielo	Elementos situados en contacto frecuente con agua o zonas con humedad relativa media ambiental en invierno superior al 75%, y que tengan una probabilidad anual superior al 50% de alcanzar al menos una vez temperaturas por debajo de -5°C.
	Con sales fundentes	F	Ataque hielo-deshielo	Elementos destinados al tráfico de vehículos o peatones en zonas con más de 5 nevadas anuales o con valor medio de temperatura mínima en los meses de invierno inferior a 0°C.
Erosión		E	Abrasión cavitación	Elementos sometidos a desgaste superficial.
				Elementos de estructuras hidráulicas en los que la cota piezométrica pueda descender por debajo de la presión de vapor de agua.

Tabla 2.3.1.2. Clases específicas de exposición.

### 2.3.2. DETERMINACIÓN DE RECUBRIMIENTOS

Se define como recubrimiento mínimo de una armadura pasiva aquel que debe cumplirse en cualquier punto de la misma.

Para los hormigones con un contenido de árido reciclado no superior al 20% los recubrimientos mínimos son:

Clase de exposición	Tipo de cemento	Resistencia del hormigón (N/mm <sup>2</sup> )	Vida útil de proyecto, años	
			50	100
I	Cualquiera	$f_{ck} \geq 25$	15	25
IIa	CEM I	$25 \leq f_{ck} \leq 40$	15	25
		$f_{ck} \geq 40$	10	20
	Otros tipos de cemento o en el caso de empleo de adiciones al hormigón	$25 \leq f_{ck} \leq 40$	20	30
		$f_{ck} \geq 40$	15	25
IIb	CEM I	$25 \leq f_{ck} \leq 40$	20	30
		$f_{ck} \geq 40$	15	25
	Otros tipos de cemento o en el caso de empleo de adiciones al hormigón	$25 \leq f_{ck} \leq 40$	25	35
		$f_{ck} \geq 40$	20	30

Tabla 2.3.2.1. Recubrimientos mínimos (mm) para las clases generales de exposición I y II

Hormigón	Cemento	Vida útil de proyecto, años	Clase general de exposición			
			III a	III b	III c	IV
Armado	CemIII/A,CemIII/B,CemIV, CemII/B-S,B-P,B-V,A-D u hormigón con microsilíce superior al 6%	50	25	30	35	35
		100	30	35	40	40
	Resto de cementos utilizables	50	45	40	*	*
		100	65	*	*	*

Tabla 2.3.2.2. Recubrimientos mínimos (mm) para las clases generales de exposición III y IV

\* Estas situaciones obligarían a unos recubrimientos mínimos desaconsejables desde el punto de vista de la ejecución del elemento.

Clase de exposición	Tipo de cemento	Resistencia del hormigón (N/mm <sup>2</sup> )	Vida útil de proyecto, años	
			50	100
H	CEM III	$25 \leq f_{ck} \leq 40$	25	50
		$f_{ck} \geq 40$	15	25
	Otros tipos de cemento o en el caso de empleo de adiciones al hormigón	$25 \leq f_{ck} \leq 40$	20	35
		$f_{ck} \geq 40$	10	20
F	CEM II/A-D	$25 \leq f_{ck} \leq 40$	25	50
		$f_{ck} \geq 40$	15	35
	CEM III	$25 \leq f_{ck} \leq 40$	40	75
		$f_{ck} \geq 40$	20	40
	Otros tipos de cemento o en el caso de empleo de adiciones al hormigón	$25 \leq f_{ck} \leq 40$	20	40
		$f_{ck} \geq 40$	10	20
E(1)	Cualquiera	$25 \leq f_{ck} \leq 40$	40	80
		$f_{ck} \geq 40$	20	35
Qa	CEM III, CEM IV, CEMII/B-S, B-P,B-V,A-D u hormigón con adición de microsilíce superior al 6% o de cenizas volantes superior al 20%	$25 \leq f_{ck} \leq 40$	40	55
		$f_{ck} \geq 40$		
	Resto de cementos utilizables	-	40	40
Qb,Qc	Cualquiera	-	*	*
			(2)	(2)

Tabla 2.3.2.3. Recubrimientos mínimos (mm) para las clases específicas de exposición.

(\*) Estas situaciones obligarían a unos recubrimientos excesivos

(1) Estos valores corresponden a condiciones moderadamente duras de abrasión. En el caso de que se prevea una fuerte abrasión, será necesario realizar un estudio detallado.

(2) El Autor del proyecto deberá fijar estos valores de recubrimiento mínimo y, en su caso, medidas adicionales, al objeto de que se garantice adecuadamente la protección del hormigón y de las armaduras frente a la agresión química concreta de que se trate.

Para garantizar estos valores mínimos, se prescribirá en el proyecto un valor nominal del recubrimiento  $r_{nom}$ , definido como:

$$r_{nom} = r_{min} + \Delta_r$$

donde:

$r_{nom}$  Recubrimiento nominal

$r_{min}$  Recubrimiento mínimo

$\Delta_r$  Margen de recubrimiento, en función del nivel de control de ejecución, y cuyo valor será:

- 0 mm en elementos prefabricados con control intenso de ejecución,
- 5 mm en el caso de elementos ejecutados *in situ* con nivel intenso de control de ejecución, y
- 10 mm en el resto de los casos.

El recubrimiento mínimo es el valor que se debe garantizar en cualquier punto del elemento.

En los casos particulares de atmósfera fuertemente agresiva o especiales riesgos de incendio, los recubrimientos deberán ser aumentados.

Para hormigones con mayor contenido de árido reciclado se podrán también mantener estos recubrimientos de la Instrucción si las dosificaciones adoptadas de hormigón garantizan, para ambientes agresivos y mediante los estudios pertinentes, una durabilidad similar a la que se le pide al hormigón convencional en cada ambiente.

Sólo en el caso de mantener las mismas dosificaciones que para el hormigón convencional podría ser necesario disponer mayores recubrimientos para compensar el aumento de porosidad del hormigón reciclado, según los estudios específicos que se realicen en cada caso.

## 2.4. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE ANÁLISIS DE SECCIONES DE HORMIGÓN ARMADO SOMETIDAS A SOLICITACIONES NORMALES

A partir de las hipótesis básicas, definidas en el apartado 2.2. del presente capítulo, es posible plantear las ecuaciones de equilibrio de la sección, que constituyen un sistema de ecuaciones no lineales.

En el caso de dimensionamiento, se conocen la forma y dimensiones de la sección de hormigón, la posición de la armadura, las características de los materiales y los esfuerzos de cálculo y son incógnitas el plano de deformación de agotamiento y la cuantía de armadura.

En el caso de comprobación, se conocen la forma y dimensiones de la sección de hormigón, la posición y cuantía de la armadura y las características de los materiales y son incógnitas el plano de deformación de agotamiento y los esfuerzos resistentes de la sección.

En este proyecto se desarrolla el caso de comprobación.

### 2.4.1. ECUACIONES DE EQUILIBRIO

Sea una sección de hormigón armado, con forma y distribución de armaduras arbitrarias, sometida, en el caso más general, a una sollicitación de flexión compuesta esviada (figura 2.4.1.a).

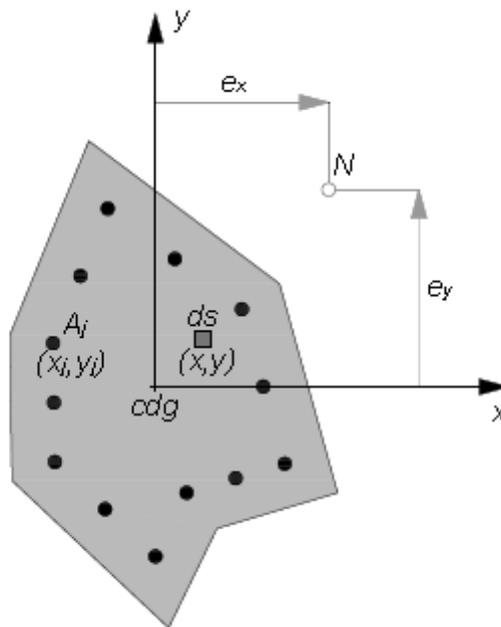


Figura 2.4.1.a. Sección de hormigón armado con forma y distribución de armaduras arbitraria

Considerando positivas aquellas sollicitaciones que producen compresión en el primer cuadrante, las ecuaciones de equilibrio son:

$$\begin{aligned}
 N &= \iint_s \sigma_c(\epsilon_c) ds + \sum_{j=1}^{n_r} \sigma_{sj} A_j - \sum_{j=1}^{n_r} \sigma_{cj}(\epsilon_{cj}) A_j \\
 M_x = N e_y &= \iint_s \sigma_c(\epsilon_c) y ds + \sum_{j=1}^{n_r} \sigma_{sj}(\epsilon_{sj}) y_j A_j - \sum_{j=1}^{n_r} \sigma_{cj}(\epsilon_{cj}) y_j A_j \quad (2.8.) \\
 M_y = N e_x &= \iint_s \sigma_c(\epsilon_c) x ds + \sum_{j=1}^{n_r} \sigma_{sj}(\epsilon_{sj}) x_j A_j - \sum_{j=1}^{n_r} \sigma_{cj}(\epsilon_{cj}) x_j A_j
 \end{aligned}$$

siendo:

$e_x, e_y$	Excentricidades de la carga respecto a los ejes $y$ y $x$ , respectivamente.
$N$	Esfuerzo normal o axil.
$M_x, M_y$	Momentos flectores alrededor de los ejes $x$ e $y$ respectivamente.
$\sigma_c$	Tensión en el hormigón.
$\sigma_{cj}$	Tensión del hormigón en la posición ocupada por el redondo $j$ .
$\varepsilon_c$	Deformación relativa del hormigón.
$\varepsilon_{cj}$	Deformación del hormigón en la posición ocupada por el redondo $j$ .
$\sigma_{sj}$	Tensión en el redondo $j$ .
$\varepsilon_{sj}$	Deformación en el redondo $j$ .
$x, y$	Coordenadas de un punto de la sección.
$x_j, y_j$	Coordenadas del redondo $j$ .
$A_j$	Área del redondo $j$ .
$ds$	Diferencial de área.
$n_r$	Número de redondos distribuidos en la sección.

## 2.5. RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA

Para aportar datos de entrada se supone que conocemos la geometría de la pieza, el armado, y los esfuerzos a los que está sometida para describir un camino de carga.

Las incógnitas que queremos conocer son: profundidad de la fibra neutra, ángulo de inclinación de la fibra neutra y factor de carga.

El problema que se presenta finalmente es la resolución de un sistema no lineal de 3 ecuaciones y 3 incógnitas.

Para la comprensión del problema hacia el que nos enfrentamos será necesario prestar una breve explicación al estado límite último en que se plantea el problema (apdo. 2.5.1.), los diagramas y superficie de interacción (apdo. 2.5.2.), y al cálculo de esfuerzos últimos (apdo. 2.5.3.).

Finalmente se concluirá con la explicación del método de Newton Raphson que ha sido el utilizado para resolverlo (2.5.4.).

### 2.5.1. ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS (ELU)

Los apartados 8.1 de la Instrucción del Hormigón Estructural (EHE 08) y 2.1.1.1 del Eurocódigo 2, Proyecto de Estructuras de Hormigón, definen como Estados Límite aquellas situaciones para las que, de ser superadas, puede considerarse que la estructura no cumple algunas de las funciones para las que ha sido proyectada.

Estos códigos clasifican los Estados Límite en:

- Estados Límite Últimos.
- Estados Límite de Servicio.

De acuerdo con la EHE, la denominación de Estados Límite Últimos engloba todos aquellos que producen una puesta fuera de servicio de la estructura, por colapso o rotura de la misma o de una parte de ella, mientras que bajo la denominación de Estados Límite de Servicio se incluyen todas aquellas situaciones de la estructura para las que no se cumplen los requisitos de funcionalidad, de comodidad, de durabilidad o de aspecto requeridos.

Dentro de los Estados Límite Últimos, deben considerarse los debidos a:

- Fallo por deformaciones plásticas excesivas, rotura o pérdida de la estabilidad de la estructura o parte de ella.
- Pérdida del equilibrio de la estructura o parte de ella, considerada como un sólido rígido.
- Fallo por acumulación de deformaciones o fisuración progresiva bajo cargas repetidas.

Este trabajo se centrará en el estudio del Estado Límite Último por fallo por deformaciones plásticas excesivas o rotura de secciones de hormigón armado sometidas a solicitaciones normales.

Una sección de hormigón armado sometida a solicitaciones normales puede llegar al agotamiento por fallo en el acero o por fallo en el hormigón.

El fallo en el acero se produce si las tracciones son tan elevadas que inducen una deformación plástica excesiva en éste.

El fallo en el hormigón se produce por aplastamiento del material, bien trabajando la sección a flexión o a compresión. En el primer caso, la deformación de la fibra más crítica (la fibra comprimida más alejada del eje neutro) es en rotura superior a la deformación de la fibra más crítica en el segundo caso, que se encuentra a una profundidad concreta del borde más comprimido.

Los valores límite de deformación para los tres casos de agotamiento descritos anteriormente, así como de la profundidad de la fibra más crítica en compresión son, generalmente, especificados en la normativa vigente en cada nación. La normativa española (que en estos valores coincide básicamente con el *Eurocódigo 2, Proyecto de estructuras de hormigón*) especifica los valores límites señalados anteriormente como sigue:

- En una sección transversal sometida a compresión simple, la deformación a compresión del hormigón está limitada a  $\epsilon_{c0}$ .
- En una sección transversal no sometida totalmente a compresión, el límite de deformación a compresión es  $\epsilon_{cu}$ .
- En una sección transversal sometida a tracción simple o compuesta, la deformación a tracción del acero está limitada a 0,01.
- La profundidad de la fibra más crítica a compresión se encuentra a  $\frac{\epsilon_{cu} - \epsilon_{c0}}{\epsilon_{cu}} \cdot d$ ; medida desde la fibra más comprimida.

En la figura 2.5.1.a se muestra en una representación plana el conjunto de planos de deformación que agotarían la sección, lo que en la normativa española se denomina *Dominios de deformación* y que abarcan desde la tracción simple hasta la compresión simple. En dicha figura, se han considerado las deformaciones de compresión a la derecha y las de tracción a la izquierda.

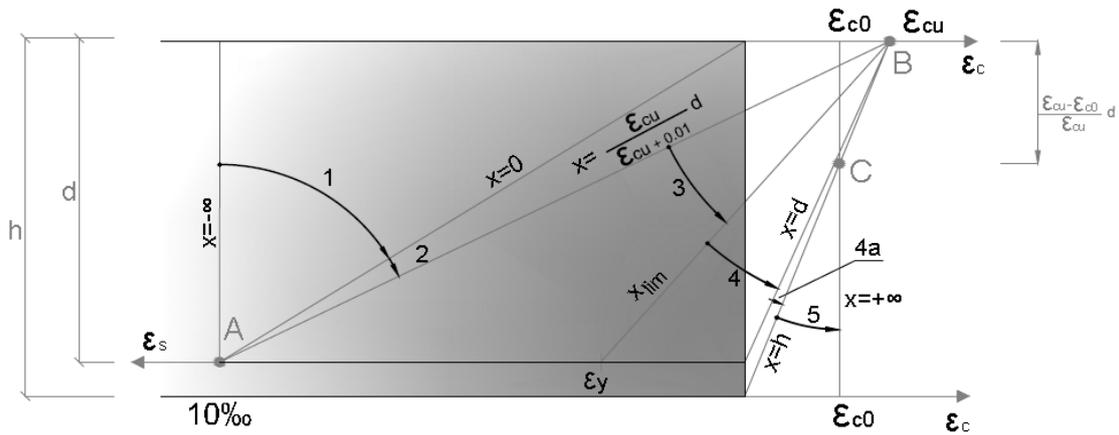


Figura 2.5.1.a Dominios de deformación

Para una posición dada del eje neutro, si se hace pasar por él a los diferentes planos de deformación que contienen a todos los estados límite posibles, se obtiene un espacio de tensiones que agotarían la sección. La integración (para una posición del plano de deformación y una orientación del eje neutro, es decir, un estado de deformación límite) de esas tensiones sobre la sección son los esfuerzos últimos para dicho estado de deformación.

En la comprobación de los Estados Límite Últimos que consideran la rotura de una sección o elemento debe satisfacerse la condición:

$$R_d \geq S_d \quad (2.9)$$

siendo:

- $R_d$  Valor de cálculo de la respuesta estructural. Esfuerzos últimos.
- $S_d$  Valor de cálculo del efecto de las acciones.

### 2.5.2. DIAGRAMAS Y SUPERFICIE DE INTERACCIÓN

Conocida la posición del eje neutro en una sección de hormigón armado sometida a solicitaciones normales, es inmediato obtener el estado de deformación de cada punto de la sección y de cada redondo (se ha considerado como hipótesis que las deformaciones longitudinales son proporcionales a su distancia al eje neutro); a partir de las deformaciones, con las leyes de comportamiento de los materiales se obtienen las tensiones normales en cualquier punto de la sección y en cada redondo, y mediante las ecuaciones (2.8.) es inmediata la obtención de la capacidad resistente de la sección.

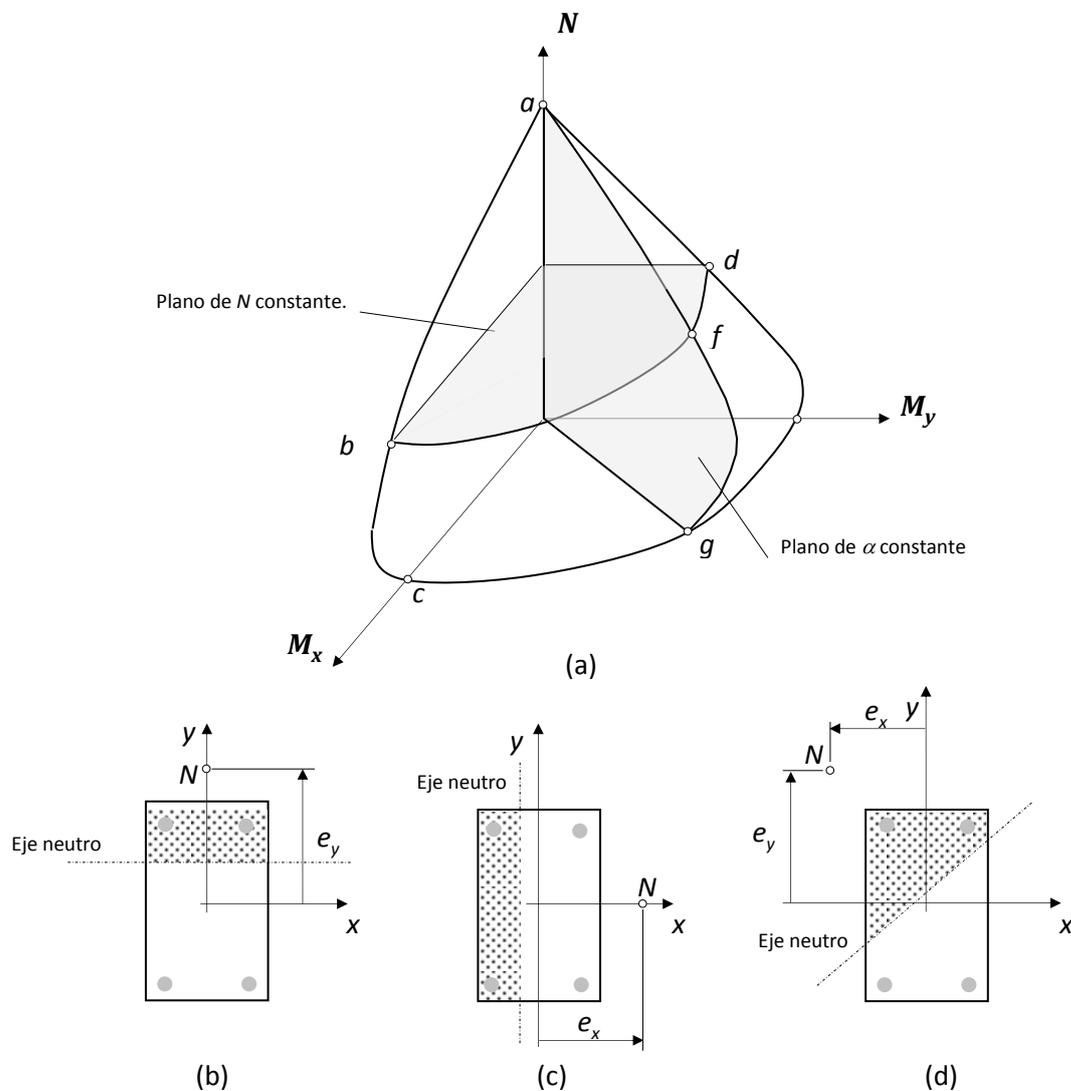


Figura 2.5.2.a Diagramas y superficie de interacción

Si se hace describir al plano de deformaciones las posiciones correspondientes a todos los Estados Límite Últimos desde la tracción simple hasta la compresión simple, y se representan las solicitaciones resultantes en un diagrama  $M-N$ , se obtiene el *diagrama de interacción* de la sección. Las curvas  $abc$  y  $ade$  de la figura 2.5.2.a(a) corresponden, respectivamente, a los diagramas de interacción de las secciones de las figuras 2.5.2.a(b) y 2.5.2.a(c), sometidas a flexión compuesta recta. Estos diagramas abarcan desde la compresión pura (excentricidad cero), hasta la flexión pura (excentricidad infinito).

Para una sección sometida a flexión compuesta esviada, figura 2.5.2.a(d), si para cada posición del eje neutro se hace describir al plano de deformaciones las posiciones correspondientes a todos los Estados Límite Últimos desde la tracción simple hasta la compresión simple, representando las solicitaciones resultantes en un diagrama  $N-M_x-M_y$ , se obtiene la *superficie de interacción* de la sección (superficie  $abcged$  de la figura 2.5.2.a(a)).

Se admiten las siguientes hipótesis sobre la superficie de interacción:

- La superficie de interacción es cerrada y contiene al origen.
- La superficie de interacción es regular.
- La superficie de interacción es simplemente conexa, pero en general no necesariamente convexa.

Fijando una determinada relación de excentricidades  $\left(\alpha = \frac{e_y}{e_x}\right)$ , la intersección del plano de  $\alpha$  constante con la superficie de interacción es el diagrama de interacción de la sección para dicha relación de excentricidades. La intersección de la superficie de interacción con un plano de esfuerzo axial constante, se denomina *contorno de carga* (figura 2.5.2.a(a)).

Se define la *recta de carga* como la línea que une el origen o punto de solicitación nula con el punto que define la solicitación actuante. Para una sección determinada, sometida a una solicitación  $(N_d, M_d)$ , las coordenadas del punto de intersección de la recta de carga con el

diagrama de interacción de la sección, son los esfuerzos últimos de dicha sección para el camino de carga definido por la recta de carga (figura 2.5.2.b(a)).

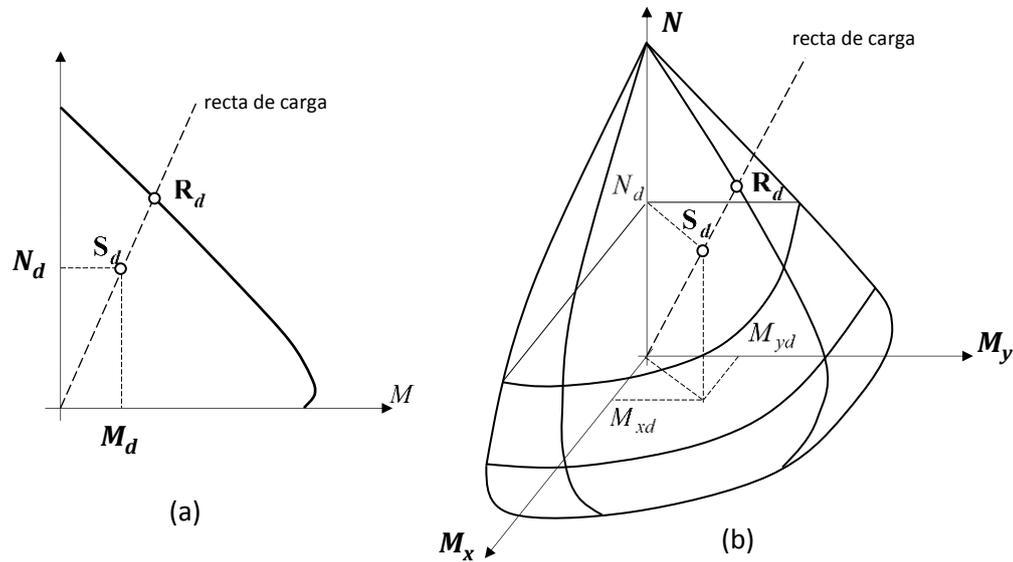


Figura 2.5.2.b Esfuerzos últimos de una sección de hormigón armado para un determinado camino de carga. (a) Flexión compuesta recta y (b) flexión compuesta esviada

Para una sollicitación  $(N_d, M_{xd}, M_{yd})$ , las coordenadas del punto de intersección de la recta de carga con la superficie de interacción de la sección en estudio, son los esfuerzos últimos de dicha sección para el camino de carga definido por la recta de carga (figura 2.5.2.b (b)).

### 2.5.3. OBTENCIÓN DE LOS ESFUERZOS ÚLTIMOS DE UNA SECCIÓN

Observando las figuras 2.5.2.b (a) y 2.5.2.b (b), es inmediato concluir que la obtención de los esfuerzos últimos de una sección de hormigón armado sometida a cualquier tipo de sollicitación normal (que define un determinado camino de carga), consiste en determinar la intersección de la línea de carga con el diagrama o superficie de interacción de la sección. Esto implica que, para cualquier estado de cargas ( $S_d$ ), se verifique la igualdad:

$$R_d - \lambda S_d = 0 \quad (\lambda \geq 0) \quad (2.10.)$$

siendo:

- $\lambda$  Factor de carga. Relación de módulos de los vectores acciones de cálculo y esfuerzos últimos.

Si se parte de una sollicitación de servicio deberá verificarse siempre que  $\lambda \geq 1$  para que la sección sea válida desde el punto de vista resistente. No obstante, si lo que se desea es obtener para un determinado camino de carga los esfuerzos últimos, bastará con que  $\lambda$  sea mayor que cero.

En un Estado Límite Último, si se conocen la profundidad ( $\chi$ ) y la orientación ( $\beta$ ) del eje neutro (figura 2.5.3.a), es conocido el estado de deformación en toda la sección y en todas las armaduras (ya que siempre es conocida, al menos, la deformación de la fibra más comprimida del hormigón o de la fibra más traccionada del acero), y a través de las leyes de comportamiento del hormigón y del acero, el estado tensional.

Mediante las ecuaciones de equilibrio (2.8.) es inmediato obtener los esfuerzos últimos.

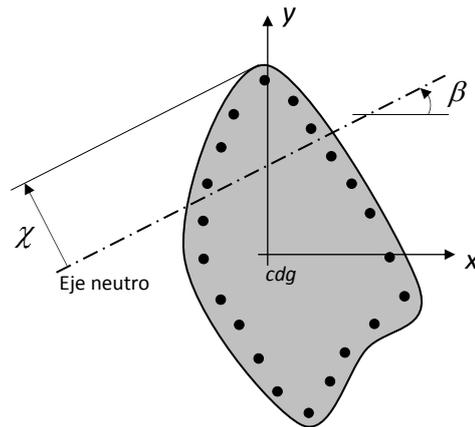


Figura 2.5.3.a Definición de la posición del eje neutro

Desarrollando la ecuación (2.10.), y expresando los esfuerzos últimos en función de  $\chi$  y  $\beta$ , se obtiene el sistema no lineal de ecuaciones que sigue

$$\begin{aligned} f(\chi, \beta, \lambda) &= N_{ult}(\chi, \beta) - \lambda N_d = 0 \\ g(\chi, \beta, \lambda) &= M_{xult}(\chi, \beta) - \lambda M_{xd} = 0 \\ h(\chi, \beta, \lambda) &= M_{yult}(\chi, \beta) - \lambda M_{yd} = 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

siendo:

$N_{ult}$	Esfuerzo normal último.
$M_{xult}$	Momento flector último alrededor del eje $x$ .
$M_{yult}$	Momento flector último alrededor del eje $y$ .
$N_d$	Esfuerzo normal de cálculo.
$M_{xd}$	Momento flector de cálculo alrededor del eje $x$ .
$M_{yd}$	Momento flector de cálculo alrededor del eje $y$ .
$\lambda$	Factor de carga. Relación de módulos de los vectores acciones de cálculo y esfuerzos últimos.

Mediante la resolución del sistema no lineal de ecuaciones (2.10.), de incógnitas  $\chi$ ,  $\beta$  y  $\lambda$ , se obtienen los esfuerzos últimos.

#### 2.5.4. NEWTON RAPHSON

El análisis en estado límite último planteado y formulado en el apartado anterior se encuadra dentro de los denominados no lineales.

En este trabajo se ha implementado el método de Newton-Raphson por su mayor potencia y rapidez frente a otros métodos matemáticos posibles para resolver el mismo problema como el de la Regula-Falsi.

El método Newton-Raphson aplicado será un método práctico para secciones de hormigón armado sometidas a cargas uniaxiales o biaxiales.

Un método iterativo en el que los esfuerzos en la sección se basan en eje neutro conocido y/o factor de carga supuesto. La variación de estos dos parámetros hace posible el cálculo de las derivadas parciales que se requieren en dicho método.

Así pues, es necesario empezar siempre dándole una posición al eje neutro (profundidad e inclinación, programadas por defecto) y un factor de carga de forma que se logra la convergencia en unas cuantas iteraciones.

Como valor inicial para la inclinación del eje neutro, se adoptará que

$$\text{anguloEN} = \chi = 360 - \frac{(\arctg^2(M_{yd}, M_{xd}))180}{\pi} \quad (2.12.)$$

Y como valor inicial para la profundidad del eje neutro se tomará la mitad del canto total.

$$\text{profEN} = \beta = \frac{h_t}{2} \quad (2.13.)$$

Los esfuerzos últimos de una sección de hormigón armado se expresan en términos de esfuerzo axial y momentos flectores. Para una condición de esfuerzo uniaxial serán  $N_{ult}$  y  $M_{xult}$ ; y  $N_{ult}$ ,  $M_{xult}$ ,  $M_{yult}$  cuando se trate de biaxial. Estas fuerzas y momentos son función de las posiciones del eje neutro.

Desde un punto de vista práctico, normalmente las dimensiones de la sección, las propiedades de los materiales y la cantidad y posición de los redondos de acero se presumen de antemano.

Análisis es comprobar la adecuación de una sección a los esfuerzos a que está sometida.

En la condición más complicada de este análisis nos encontraremos ante una sección de hormigón armado sometida a esfuerzos biaxiales:  $N_d$  esfuerzo axial de cálculo; y  $M_{xd}$  y  $M_{yd}$  momentos flectores de cálculo respecto al eje "x" y al eje "y" respectivamente.

Los esfuerzos últimos de esta sección se pueden expresar como:

$$\begin{aligned} N_{ult} &= F(\chi, \beta) \\ M_{xult} &= G(\chi, \beta) \\ M_{yult} &= H(\chi, \beta) \end{aligned} \quad (2.14.)$$

En el presente proyecto vamos a utilizar el método QUASI-NEWTON (Burden 1981) para solucionar nuestro problema. La ventaja de este nuevo acercamiento es que secciones de cualquier geometría posible pueden ser analizadas con iteraciones de diversas variables.

Cálculo de los esfuerzos:

Tras la asunción de las hipótesis anteriormente expresadas en el apartado 2.2 del presente capítulo; para una sección rectangular sometida a esfuerzo axial de compresión y momentos biaxiales, si la fibra más comprimida y la localización del eje neutro son conocidas, su capacidad puede ser evaluada.

Método implantado:

El método Newton Raphson es una técnica numérica bien conocida para resolver conjuntos de ecuaciones no lineales. Es necesario reescribir las ecuaciones anteriores de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} f(\chi, \beta, \lambda) &= F(\chi, \beta) - \lambda N_d \leq 0 \\ g(\chi, \beta, \lambda) &= G(\chi, \beta) - \lambda M_{xd} \leq 0 \\ h(\chi, \beta, \lambda) &= H(\chi, \beta) - \lambda M_{yd} \leq 0 \end{aligned} \quad (2.15.)$$

Las ecuaciones anteriores pueden ser expresadas también como:

$$\begin{aligned} f(\chi, \beta, \lambda) &= N_{ult} - \lambda N_d \leq 0 \\ g(\chi, \beta, \lambda) &= M_{xult} - \lambda M_{xd} \leq 0 \\ h(\chi, \beta, \lambda) &= M_{yult} - \lambda M_{yd} \leq 0 \end{aligned} \quad (2.16.)$$

Donde  $N_{ult}$ ,  $M_{xult}$  y  $M_{yult}$  son los esfuerzos últimos: axil y momentos flectores respectivamente. Y  $\lambda$  es el factor de carga.

Las siguientes ecuaciones se utilizan para encontrar mejores valores de las variables de la ecuación anterior:

$$\begin{aligned} \chi_{i+1} &= \chi_i + D_\chi \\ \beta_{i+1} &= \beta_i + D_\beta \\ \lambda_{i+1} &= \lambda_i + D_\lambda \end{aligned} \quad (2.17.)$$

Donde  $D_x$ ,  $D_y$  y  $D_\lambda$  son los residuos de cada iteración y son evaluados por:

$$D_\chi = \frac{\begin{vmatrix} -f(\chi, \beta, \lambda) & f_\beta(\chi, \beta, \lambda) & f_\lambda(\chi, \beta, \lambda) \\ -g(\chi, \beta, \lambda) & g_\beta(\chi, \beta, \lambda) & g_\lambda(\chi, \beta, \lambda) \\ -h(\chi, \beta, \lambda) & h_\beta(\chi, \beta, \lambda) & h_\lambda(\chi, \beta, \lambda) \end{vmatrix}}{DET}$$

$$D_\beta = \frac{\begin{vmatrix} f_\chi(\chi, \beta, \lambda) & -f(\chi, \beta, \lambda) & f_\lambda(\chi, \beta, \lambda) \\ g_\chi(\chi, \beta, \lambda) & -g(\chi, \beta, \lambda) & g_\lambda(\chi, \beta, \lambda) \\ h_\chi(\chi, \beta, \lambda) & -h(\chi, \beta, \lambda) & h_\lambda(\chi, \beta, \lambda) \end{vmatrix}}{DET}$$

$$D_{\lambda} = \frac{\begin{vmatrix} f_{\chi}(\chi, \beta, \lambda) & f_{\beta}(\chi, \beta, \lambda) & -f(\chi, \beta, \lambda) \\ g_{\chi}(\chi, \beta, \lambda) & g_{\beta}(\chi, \beta, \lambda) & -g(\chi, \beta, \lambda) \\ h_{\chi}(\chi, \beta, \lambda) & h_{\beta}(\chi, \beta, \lambda) & -h(\chi, \beta, \lambda) \end{vmatrix}}{DET} \quad (2.18.)$$

Y *DET* del denominador responde a:

$$DET = \begin{vmatrix} f_{\chi}(\chi, \beta, \lambda) & f_{\beta}(\chi, \beta, \lambda) & f_{\lambda}(\chi, \beta, \lambda) \\ g_{\chi}(\chi, \beta, \lambda) & g_{\beta}(\chi, \beta, \lambda) & g_{\lambda}(\chi, \beta, \lambda) \\ h_{\chi}(\chi, \beta, \lambda) & h_{\beta}(\chi, \beta, \lambda) & h_{\lambda}(\chi, \beta, \lambda) \end{vmatrix} \quad (2.19.)$$

Siendo  $f_{\chi}(\chi, \beta, \lambda)$ ,  $g_{\chi}(\chi, \beta, \lambda)$  y  $h_{\chi}(\chi, \beta, \lambda)$  las derivadas de las funciones  $f$ ,  $g$  y  $h$  respecto a  $\chi$ ;  $f_{\beta}(\chi, \beta, \lambda)$ ,  $g_{\beta}(\chi, \beta, \lambda)$  y  $h_{\beta}(\chi, \beta, \lambda)$  las derivadas de las funciones  $f$ ,  $g$  y  $h$  respecto a  $\beta$  y finalmente,  $f_{\lambda}(\chi, \beta, \lambda)$ ,  $g_{\lambda}(\chi, \beta, \lambda)$  y  $h_{\lambda}(\chi, \beta, \lambda)$ , las derivadas de las funciones  $f$ ,  $g$  y  $h$  respecto a  $\lambda$ . Dichas derivadas se han calculado numéricamente utilizando diferencias finitas centrales.

Por ejemplo

$$f_{\chi}(\chi, \beta, \lambda) = \frac{f(\chi + \Delta\chi, \beta, \lambda) - f(\chi - \Delta\chi, \beta, \lambda)}{2(\Delta\chi)} \quad (2.20.)$$

El procedimiento descrito para la obtención de los esfuerzos últimos es válido para secciones de forma y distribución de armado arbitrarias sometidas a cualquier tipo de sollicitación normal.

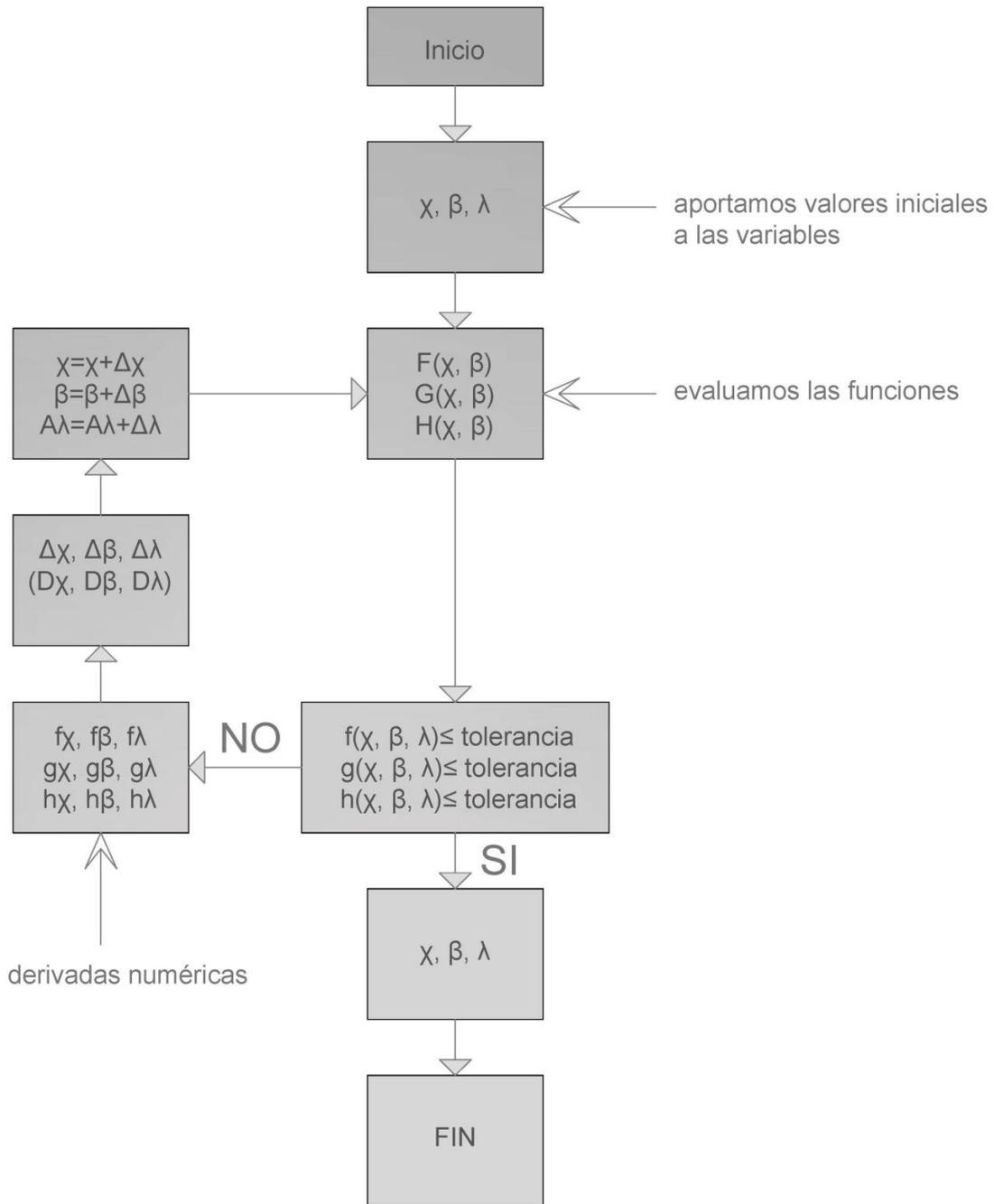


Figura 2.5.4.a Esquema método Newton-Raphson

## *CAPÍTULO 3*

# *IMPLEMENTACIÓN DEL ANÁLISIS DE SECCIONES DE HORMIGÓN ARMADO SOMETIDAS A SOLICITACIONES NORMALES CON MATLAB<sup>®</sup>*

### **3.1. INTRODUCCIÓN**

En este capítulo se describen los algoritmos desarrollados y la implementación realizada para la resolución del problema de análisis de secciones con formas y distribución de armaduras arbitrarias, sometidas a cualquier tipo de sollicitación normal.

Se comienza detallando los algoritmos que solucionan las etapas básicas en que se ha estructurado el problema de análisis.

Se continúa con una breve descripción de la aplicación desarrollada, AiSHA (Análisis Interactivo de Secciones de Hormigón Armado), comentando la organización general seguida en la implementación.

Se finaliza con una visión general de las distintas funciones y subrutinas que componen la aplicación AiSHA, y se presentan algunas de las ventanas de salida de resultados de la aplicación.

## 3.2. EL MODELO DE ANÁLISIS

En este apartado se describen las características principales y las simplificaciones consideradas en la generación del modelo de análisis y se detalla la metodología empleada en la construcción de dicho modelo.

### 3.2.1. GENERACIÓN DE LA SECCIÓN

La sección es generada mediante su contorno. Dicho contorno se define por líneas rectas ( $l_k$ ) cuyos extremos son vértices ( $j$ ) de la sección (figura 3.2.1.a).

En el caso de que parte o la totalidad del contorno a generar esté formado por curvas de grado mayor que uno, éste se aproxima mediante líneas rectas (figura 3.2.1.b).

Las secciones pueden presentar huecos (figura 3.2.1.c), en cuyo caso es necesario definir un contorno exterior y tantos contornos interiores como huecos existan. Cada contorno encierra una superficie, que pertenece a la sección (se suma) o es un hueco (se resta). Es posible definir secciones generadas por superficies no conexas (figura 3.2.1.d).

Las líneas que delimitan el contorno exterior deben ordenarse en sentido anti horario; si son huecos se ordenan en sentido horario (figura 3.2.1.).

De lo indicado en los párrafos anteriores se deduce que para la definición completa de una sección es necesario conocer los siguientes parámetros: número de vértices que definen la sección; coordenadas de dichos vértices respecto a un sistema de coordenadas cualquiera; número de líneas que definen el contorno o los contornos de la sección; vértices inicial y final que delimitan cada línea; número de superficies y líneas que forman cada superficie ordenadas en el sentido adecuado.

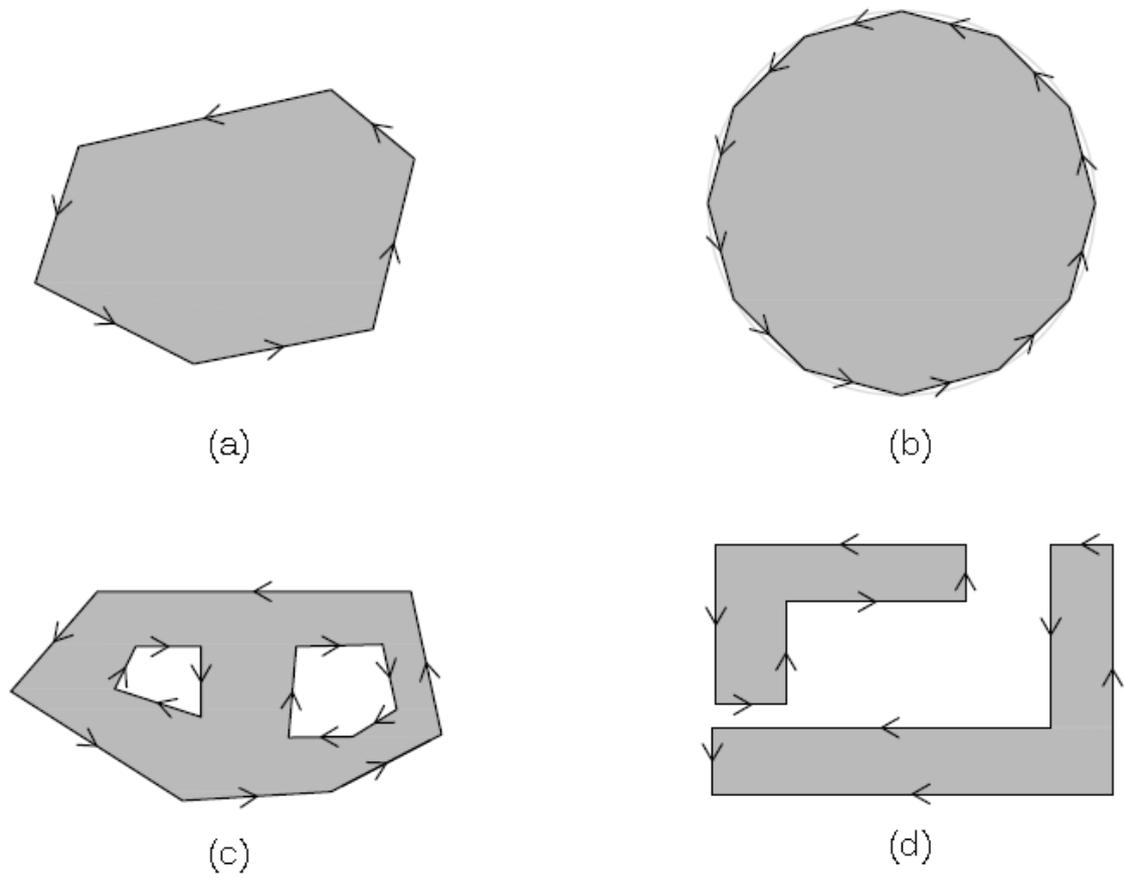


Figura 3.2.1 (a) Definición del contorno de la sección. (b) Contorno curvo aproximado por líneas rectas. (c) Sección hueca. (d) Sección con superficies no conexas

### 3.2.2. GENERACIÓN DEL ARMADO

Por generación del armado se entiende la determinación del área y de las coordenadas del centro de gravedad de cada redondo que forma el armado.

Estos datos podrían ser suministrados de forma manual (armado manual) explicitándolos en un fichero de datos, lo que permitiría posicionar exactamente cada redondo y asignarle un diámetro; o la generación automática (armado automático), que implica unos armados más rígidos en cuanto al posicionamiento de los redondos y los diámetros, que es la solución adoptada en este trabajo.

Para la definición del armado de una sección es necesario conocer los siguientes parámetros: número de líneas a armar; número de redondos a distribuir en cada línea; diámetro de los redondos de cada línea y recubrimiento mecánico.

El algoritmo utilizado para generar el armado automático construye primeramente un contorno paralelo al exterior de la sección e interior a la misma (figura 3.2.2.a), separados ambos una distancia igual al recubrimiento mecánico  $r_{mec}$  (el mismo para todos los redondos de una misma línea).

Conocidas las coordenadas  $(x'_i, y'_i)$  de los vértices de las líneas que conforman el contorno paralelo ( $l'_k$ ), se realiza una transformación lineal a coordenadas naturales de cada línea a armar, obteniéndose la coordenada natural de la posición de cada redondo,  $\xi$ , a partir de la expresión

$$\xi = -1 + (i - 1)\Delta\xi; i = 1, \dots, n_r \quad (3.1.)$$

siendo  $\Delta\xi = \frac{2}{n_r - 1}$  y  $n_r$  el número de redondos a colocar.

Las funciones de forma correspondientes a esta transformación son

$$N_1 = \frac{1}{2}(1 - \xi)$$

$$N_2 = \frac{1}{2}(1 + \xi)$$

(3.2.)

y las coordenadas reales de la posición del centro de gravedad de cada uno de los redondos de la línea  $k$ , en el sistema de coordenadas al que están referidas las coordenadas de los vértices de la sección, se obtienen mediante las expresiones

$$x = \sum_{i=1}^2 N_i x'_i$$

$$y = \sum_{i=1}^2 N_i y'_i$$

(3.3.)

Todos los redondos distribuidos sobre una línea son del mismo diámetro aunque el número de éstos puede ser diferente para cada línea, pudiendo quedar líneas sin armar (figura 3.2.2.b).

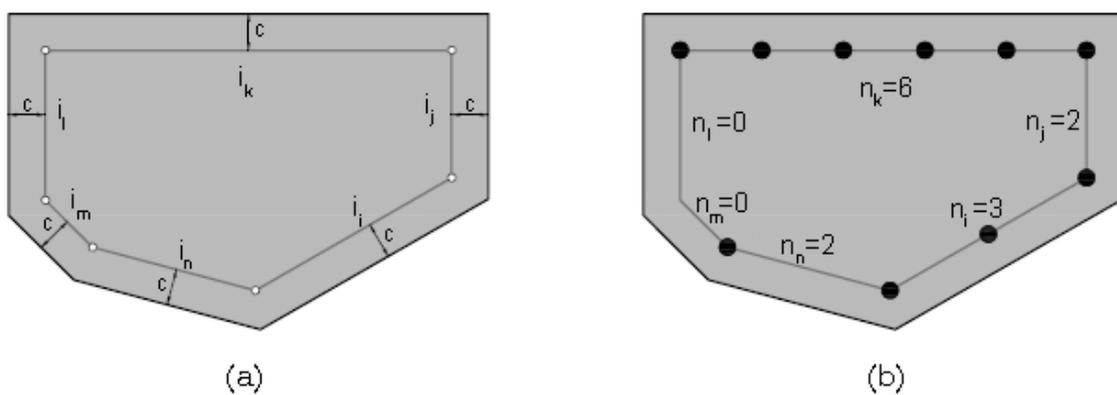


Figura 3.2.2.(a) Generación del contorno paralelo. (b) Generación del armado

Para la definición del armado de una sección es necesario conocer los siguientes parámetros: número de líneas a armar; número de redondos a distribuir en cada línea; diámetro de los redondos de cada línea y recubrimiento mecánico.

El recubrimiento mecánico se deducirá del recubrimiento mínimo a partir de la siguiente fórmula

$$r_{mec} = r_{nom} + \frac{\emptyset}{2} \quad (3.4.)$$

Donde  $r_{nom}$  es el recubrimiento nominal y  $\emptyset$  es el diámetro nominal de los redondos de la línea a armar.

El recubrimiento nominal a su vez se deduce de:

$$r_{nom} = r_{min} + \Delta r \quad (3.5.)$$

donde  $r_{min}$  es el recubrimiento mínimo que se calculará automáticamente en función resistencia característica del hormigón introducida y de la clase de exposición o ambiente para una vida útil de 100 años y con un tipo de cemento que será:

- Cualquiera para el ambiente I
- Otros tipos de cemento diferentes a CEMI o en el caso de empleo de adiciones al hormigón para los ambientes IIa y IIb,
- CemIII/A, CemIII/B, CemIV, CemII/B-S, B-P, B-V, A-D u hormigón con microsílíce superior al 6% para los ambientes IIIa, IIIb, IIIc y IV.

O bien se introducirá manualmente para una situación diferente en cuanto al tipo de cemento, la vida útil y/o una clase de exposición o ambiente diferente a los contemplados.

Y  $\Delta r$  será el margen de recubrimiento que dependerá del tipo de elemento y el control de ejecución, y su valor es:

- 0mm en elementos prefabricados con control intenso de ejecución
- 5mm en el caso de elementos in situ con nivel intenso de control de ejecución, y
- 10mm en el resto de casos.

### 3.2.3. EJES DE LA SECCIÓN

Los ejes de la sección pueden situarse en el “centroide plástico” o en el centro de gravedad de la sección bruta (figuras 3.2.3.a y 3.2.3.b, respectivamente). Se entiende por centroide plástico al centro de la sección en su “estado plástico”, es decir, todo el acero está agotado y todo el hormigón está en su máxima tensión de compresión (ecuaciones 3.6.).

$$\begin{aligned}
 x_{cp} &= \frac{\frac{f_{ck}}{\gamma_c} \iint_s x \, ds + \left( \frac{f_{yk}}{\gamma_s} - \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \right) \sum_{i=1}^{n_r} x_i A_i}{\frac{f_{ck}}{\gamma_c} \iint_s ds + \left( \frac{f_{yk}}{\gamma_s} - \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \right) \sum_{i=1}^{n_r} A_i} \\
 y_{cp} &= \frac{\frac{f_{ck}}{\gamma_c} \iint_s y \, ds + \left( \frac{f_{yk}}{\gamma_s} - \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \right) \sum_{i=1}^{n_r} y_i A_i}{\frac{f_{ck}}{\gamma_c} \iint_s ds + \left( \frac{f_{yk}}{\gamma_s} - \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \right) \sum_{i=1}^{n_r} A_i}
 \end{aligned}
 \tag{3.6.}$$

La ventaja de utilizar el centroide plástico como origen del sistema de coordenadas es que el momento correspondiente a la máxima fuerza de compresión es nulo.

Si la ley tensión-deformación del acero no presenta una rama clara de fluencia, el centroide plástico no ofrece ventajas, y el centro de gravedad de la sección bruta puede ser usado como origen del sistema de coordenadas.

En este trabajo se ha utilizado un sistema de ejes situado en el centro de gravedad de la sección.

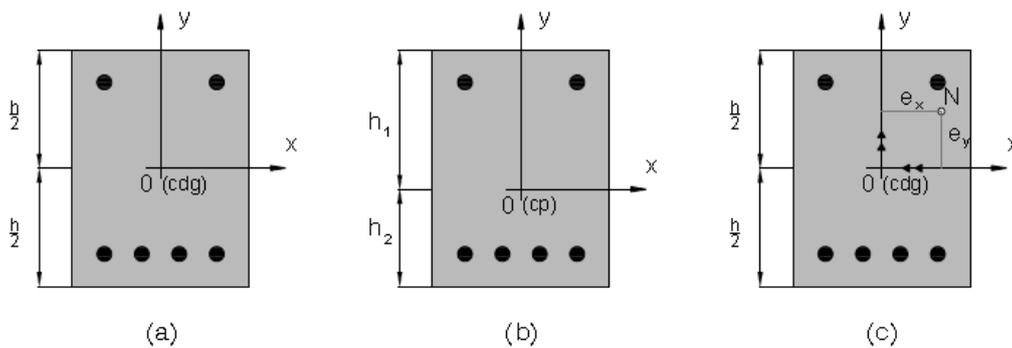


Figura 3.2.3.(a) Ejes situados en el centro de gravedad. (b) Ejes situados en el centroide plástico. (c) Criterio de signos para solicitaciones positivas

#### 3.2.4. SISTEMA DE CARGAS

Es posible definir  $n$  estados de cargas diferentes mediante la sollicitación axial y los momentos flectores alrededor de cada uno de los ejes de la sección.

Se consideran positivas aquellas sollicitaciones que producen compresión en el primer cuadrante (figura 3.2.3.c).

Si se realiza un estudio en Estados Límite Último, las sollicitaciones pueden ser tan pequeñas como se desee, obteniéndose los esfuerzos últimos como intersección de la recta que define el camino de carga con la superficie de interacción.

### 3.3. DETERMINACIÓN DEL ESTADO TENSIONAL EN LA SECCIÓN.

En este apartado se describe el algoritmo utilizado para la determinación del estado tensional en cualquier punto de la sección, incluyendo el armado. Se considerarán conocidas la profundidad del eje neutro ( $\chi$ ), el ángulo que éste forma con el eje  $x$  ( $\beta$ ) y las deformaciones de las fibras más comprimida del hormigón ( $\varepsilon_C$ ) y más traccionada del acero ( $\varepsilon_S$ ) (puntos  $A$  y  $B$  respectivamente de la figura 3.3.1).

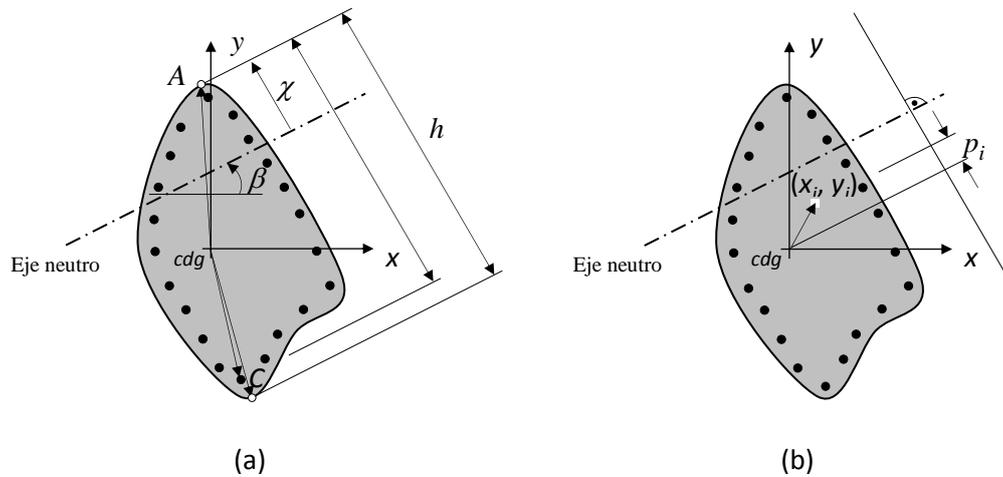


Figura 3.3.1. (a) Cantos total y útil de una sección de forma cualquiera para una inclinación  $\beta$  del eje neutro. (b) Proyección de la distancia al origen sobre la normal al eje neutro.

La deformación en cualquier punto de coordenadas  $(x_i, y_i)$  de la sección se obtiene mediante la expresión

$$\varepsilon_i = \varepsilon_C \frac{p_i - \min(p_{j=1, \dots, n_p})}{h_u} + \varepsilon_S \frac{\min(p_{j=1, \dots, n_p}) - p_i}{h_u} \quad (3.7)$$

en donde  $p_i$ ,  $h_u$  y  $h$  (figura 3.3.1.b) se obtienen de las expresiones

$$p_i = -x_i \sin \beta + y_i \cos \beta \quad (3.8)$$

$$h_u = \max(p_{j=1, \dots, n_p}) - \min(p_{j=1, \dots, n_p}) \quad (3.9)$$

$$h_u = \max(p_{j=1, \dots, n_p}) - \min(p_{j=1, \dots, n_p}) \quad (3.10)$$

siendo:

$h$	Canto total.
$h_U$	Canto útil.
$n_p$	Número de puntos que definen el contorno de la sección.
$n_r$	Número de redondos que definen el armado de la sección.
$\rho_j$ ( $\rho_j$ )	Proyección sobre una recta perpendicular al eje neutro de la distancia al origen del punto de coordenadas $x_j$ ( $x_j$ ), $y_j$ ( $y_j$ ).
$\varepsilon_j$	Deformación en un punto de coordenadas $x_j$ , $y_j$ de la sección.

Conocida la deformación en cualquier punto es directo, a través de la ley de comportamiento asignada al hormigón, conocer la tensión que le corresponde

$$\sigma_{ci} = \sigma(\varepsilon_i) \quad (3.11)$$

Si se utiliza el diagrama rectangular de cálculo como ley de comportamiento, la función tensión será

$$\sigma_{ci} = \begin{cases} \eta(x)f_{cd} & \text{si } \varepsilon_{ci} \geq (1-0,8)\varepsilon_c \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \quad (3.12)$$

Para el acero, la función tensión considerada es

$$\sigma_{si} = \begin{cases} E_s \varepsilon_{si} & \text{si } -f_{yd} \leq E_s \varepsilon_{si} \leq f_{yd} \\ -f_{yd} & \text{si } E_s \varepsilon_{si} < -f_{yd} \\ f_{yd} & \text{si } E_s \varepsilon_{si} > f_{yd} \end{cases} \quad (3.13)$$

### 3.4. INCÓGNITAS PARA EL ANÁLISIS

En este apartado se van a definir las incógnitas del sistema de ecuaciones no lineales, utilizadas para el cálculo de esfuerzos en Estados Límite Últimos. Así mismo, se justificarán los valores iniciales adoptados para estas incógnitas.

#### 3.4.1. INCÓGNITAS EN ESTADOS LÍMITE ÚLTIMO

En un estudio en ELU, si se conoce la profundidad del eje neutro, siempre va a ser conocida la deformación de la fibra más comprimida del hormigón ( $\varepsilon_c$ ) o la deformación de la fibra más traccionada del acero ( $\varepsilon_s$ ). Por tanto, una de las incógnitas utilizadas en un estudio en Estados Límite Últimos es la profundidad del eje neutro ( $\chi$ ). Ésta queda perfectamente localizada sobre la sección si se conoce además el ángulo ( $\beta$ ) que forma con la dirección positiva del eje x. Para asegurar que la solución obtenida se halle sobre la línea de carga definida por las solicitaciones de servicio, se introduce una tercera incógnita: el factor de carga ( $\lambda$ ).

#### 3.4.2. VALORES INICIALES DE LAS INCÓGNITAS

Un aspecto crítico en la convergencia de los distintos algoritmos de cálculo es el valor inicial de las incógnitas. En este apartado se justifican los valores iniciales adoptados para las incógnitas en este trabajo.

El valor inicial asignado a la incógnita  $\chi$  será la mitad del canto total, el valor inicial es

$$\chi = \frac{h}{2} \quad (3.14)$$

La incógnita  $\beta$  está acotada entre  $0^\circ$  y  $360^\circ$ . Su valor inicial queda definido por la ecuación

$$\beta = 360 - \frac{(\arctg^2(M_{yd}, M_{xd})180}{\pi} \quad (3.15)$$

ya que dicho valor se ha mostrado muy fiable en la convergencia de los distintos algoritmos de cálculo.

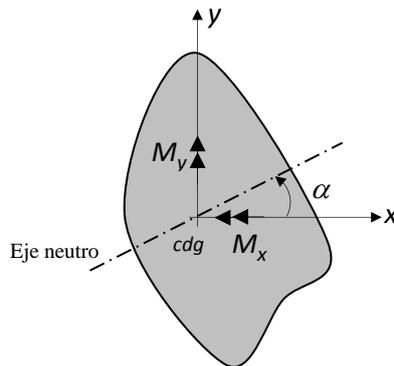


Figura 3.4.2.1. Inclinación inicial del eje neutro

Como valor inicial de la incógnita  $\lambda$  se ha escogido  $\lambda = 1$ , es decir, los esfuerzos últimos coinciden con los esfuerzos de cálculo. Referente a la acotación, esta incógnita no tiene límite superior. En cuanto al límite inferior, si se parte de una sollicitación de servicio deberá verificarse siempre que  $\lambda \geq 1$  para que la sección sea válida desde el punto de vista resistente. No obstante, si lo que se desea es obtener para un determinado camino de carga los esfuerzos últimos, bastará con que se verifique que  $\lambda > 0$ .

### 3.5. CÁLCULO DE ESFUERZOS

Los esfuerzos últimos,  $N_{ult}$ ,  $M_{xult}$  y  $M_{yult}$ , se obtienen de la resolución del sistema de ecuaciones (3.13), para las incógnitas  $\chi$ ,  $\beta$  y  $\lambda$ .

$$\begin{aligned} f(\chi, \beta, \lambda) &= N_{ult}(\chi, \beta) - \lambda N_d = 0 \\ g(\chi, \beta, \lambda) &= M_{xult}(\chi, \beta) - \lambda M_{xd} = 0 \\ h(\chi, \beta, \lambda) &= M_{yult}(\chi, \beta) - \lambda M_{yd} = 0 \end{aligned} \quad (3.16)$$

Se ha implementado la resolución de este sistema de ecuaciones mediante el método de Newton-Raphson descrito con anterioridad en el apartado 2.5.4.

### 3.6. DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA DE LA IMPLEMENTACIÓN

Una vez conocemos las bases para definir el modelo de análisis, es posible describir la estructura de la implementación del análisis de secciones de hormigón armado sometidas a solicitaciones normales en MATLAB®.

MATLAB® es un software matemático que ofrece un entorno de desarrollo integrado (IDE) con un lenguaje de programación propio (lenguaje M). Es un software muy usado en universidades y centros de investigación y desarrollo.

Está disponible para las plataformas Unix, Windows y Apple Mac OS X. Entre sus prestaciones básicas se hallan: la manipulación de matrices, la representación de datos y funciones, la implementación de algoritmos, la creación de interfaces de usuario (GUI) y la comunicación con programas en otros lenguajes y con otros dispositivos hardware.

El paquete MATLAB® dispone de una herramienta adicional que se conoce como GUIDE (editor de interfaces de usuario - GUI), que es la utilizada para desarrollar AiSHA, y que expande las prestaciones del programa.

AiSHA es un programa destinado a la comprobación de elementos estructurales en estado límite último, que necesitará una entrada de datos referentes a:

- Geometría de la sección: número de vértices, coordenadas de los vértices, número de líneas de contorno, vértices inicial y final de las líneas de contorno, número de superficies, número de líneas que delimitan el contorno de cada superficie y líneas que delimitan el contorno de cada superficie.
- Armado de la sección: número de redondos por línea, diámetro de los redondos.

- Materiales: resistencia característica del hormigón, límite elástico característico del acero, módulo de deformación longitudinal del hormigón, módulo de elasticidad del acero.
- Durabilidad: tipo de elemento, ambiente en el que se ubica y nivel de control de ejecución al que está sometido.
- Esfuerzos: axil, momento en torno al eje x y momento en torno al eje y al que está sometida la sección (valores de cálculo, mayorados).

Y arrojará los resultados:

- Esfuerzos últimos de la sección: Axil último, momento último en torno al eje x, momento último en torno al eje y.
- Posición del eje neutro: profundidad del eje neutro e inclinación del mismo.
- Factor de carga.

Todo ello se realiza a través del planteamiento de las ecuaciones de equilibrio, detalladas anteriormente en el apartado 2.4.1.

### 3.6.1. SUBROUTINAS DE LA APLICACIÓN

En el presente apartado se van a definir las subrutinas que componen AiSHA, las funciones que cada una desarrolla, y la necesidad de la implementación de las mismas.

Inicialmente tendremos un grupo de subrutinas que responderán a `c_datos_`. Este grupo aportará datos necesarios para poder ejecutar las subrutinas posteriores (datos de entrada).

Dentro de este bloque tendremos `c_datos_recubrimientomin`, `c_datos_recubrimientomec` y `c_datos_materiales`. Estas rutinas generan nuevos datos (argumentos de salida) a partir de los datos introducidos por teclado (argumentos de entrada) que serán para cada caso:

`c_datos_recubrimientomin` genera el valor del recubrimiento mínimo partiendo de los valores introducidos de resistencia característica especificada hormigón ( $f_{ck}$ ) y clase de exposición ambiental (a elegir entre I, IIa, IIb, IIIa, IIIb, IIIc, IV), para una vida útil de 100 años y con un tipo de cemento que será:

- Cualquiera para el ambiente I
- Otros tipos de cemento diferentes a CEMI o en el caso de empleo de adiciones al hormigón para los ambientes IIa y IIb,
- CemIII/A, CemIII/B, CemIV, CemII/B-S, B-P, B-V, A-D u hormigón con microsílíce superior al 6% para los ambientes IIIa, IIIb, IIIc y IV.

`c_datos_recubrimientomec`: Genera el valor del recubrimiento mecánico de las armaduras partiendo de los valores de: recubrimiento mínimo de las armaduras, margen de recubrimiento según control de ejecución, número de líneas que definen la sección y diámetro de los redondos de cada línea.

**c\_datos\_materiales:** Genera una serie de valores relativos a los materiales necesarios para el cálculo: límite elástico de cálculo del acero ( $f_{yd}$ ), módulo de deformación longitudinal del hormigón ( $E_c$ ), resistencia de cálculo del hormigón ( $f_{cd}$ ) y los coeficientes del diagrama de cálculo rectangular ( $\lambda$  y  $\eta$ ), partiendo de los valores introducidos: límite elástico característico del acero ( $f_{yk}$ ), coeficiente parcial de seguridad del acero ( $\gamma_s$ ), Resistencia característica especificada del hormigón ( $f_{ck}$ ) y coeficiente parcial de seguridad del hormigón ( $\gamma_c$ ).

Posteriormente llamaremos a la función **c\_propiedades\_estáticas** que determina las propiedades estáticas de la sección (área, centro de gravedad y momentos de inercia). La subrutina devuelve las coordenadas de los vértices de la sección referidas al centro de gravedad de la misma.

Luego será necesario llamar a **c\_genarmado** que es la función encargada de la generación automática del armado en los términos explicados con anterioridad en 3.2.2. Esta función a su vez necesita de otras subrutinas que son: **buscarlinea**, **buscarpunto**, **interseccionrectas**, **c\_forma1**, **c\_punto\_comun**.

La función **c\_valores\_iniciales\_variables** será la encargada de generar unos valores arbitrarios coherentes de profundidad y ángulo de inclinación de la fibra neutra como valores iniciales para el del método de Newton Raphson.

Por último, llamaremos a nuestro método numérico con la subrutina **c\_newton\_raphson** tiene implementado el algoritmo de resolución del sistema de ecuaciones. Esta subrutina llama a su vez a las funciones **c\_esfuerzos\_ultimos** y **c\_derivadasNR**.

Y la función **c\_esfuerzos\_últimos** a su vez llamará a las funciones: **c\_lineas\_puntos\_int** (que llama a su vez a **interseccionrectas**), **c\_contorno\_area\_corte**, **c\_area\_comprimida** y **c\_momentos\_estáticos**.

Por su parte, la función **c\_derivadas\_NR**, llamará a **c\_esfuerzos\_ultimos** para evaluarlas.

A continuación se explica brevemente las funciones que realiza cada subrutina:

- c\_datos\_recubrimientomin:** Aporta un valor de recubrimiento mínimo de acuerdo a los valores mínimos especificados en el apartado 2.3.2. del capítulo 2 del presente proyecto, obtenidos de la actual EHE08.
- c\_datos\_recubrimientomec:** Generación del valor del recubrimiento mecánico de las armaduras, basándose en un recubrimiento mínimo que pasa a ser nominal al sumarle el margen de recubrimiento, y finalmente mecánico sumándole la mitad del diámetro nominal de la línea de armadura en concreto.
- c\_datos\_materiales:** Generación de una serie de valores relativos a los materiales necesarios para el cálculo.
- c\_propiedades\_estáticas:** Determina las propiedades estáticas de la sección (área, centro de gravedad y momentos de inercia).
- c\_genarmado:** Generación el armado de la sección de forma automática.
- Buscarlinea:** Búsqueda de las líneas conectadas con otra dada y los puntos comunes a ambas.
- Buscarpunto:** Determinación de si un punto existe dentro de un conjunto dato.
- Interseccionrectas:** Determinación el punto de intersección de dos rectas.
- c\_forma1:** Cálculo las funciones de forma para elementos lineales.

<b>c_punto_comun:</b>	Búsqueda del punto común de dos líneas cuando estas son coincidentes.
<b>c_valores_iniciales_variables:</b>	Asignación de valores iniciales arbitrarios coherentes las variables del problema (posición del eje neutro: profundidad e inclinación, y factor de carga).
<b>c_newton_raphson:</b>	Resolución mediante el método numérico de Newton Raphson de las ecuaciones del problema de análisis.
<b>c_esfuerzos_ultimos:</b>	Calculo de los esfuerzos últimos del hormigón, del acero y totales para una profundidad e inclinación del eje neutro y un factor de carga dados.
<b>c_lineas_puntos_int:</b>	Generación de nuevos puntos y líneas tras la intersección del eje neutro con la sección.
<b>c_contorno_area_corte:</b>	Generación del contorno comprimido.
<b>c_area_comprimida:</b>	Cálculo del área comprimida.
<b>c_momentos_estáticos:</b>	Cálculo de los momentos estáticos del área comprimida.
<b>c_derivadasNR:</b>	Cálculo por diferencias finitas centrales de las derivadas necesarias para evaluar el método de Newton Rapshon.

En la figura 3.3.1.a se muestra un esquema global de las subrutinas existentes en la aplicación.

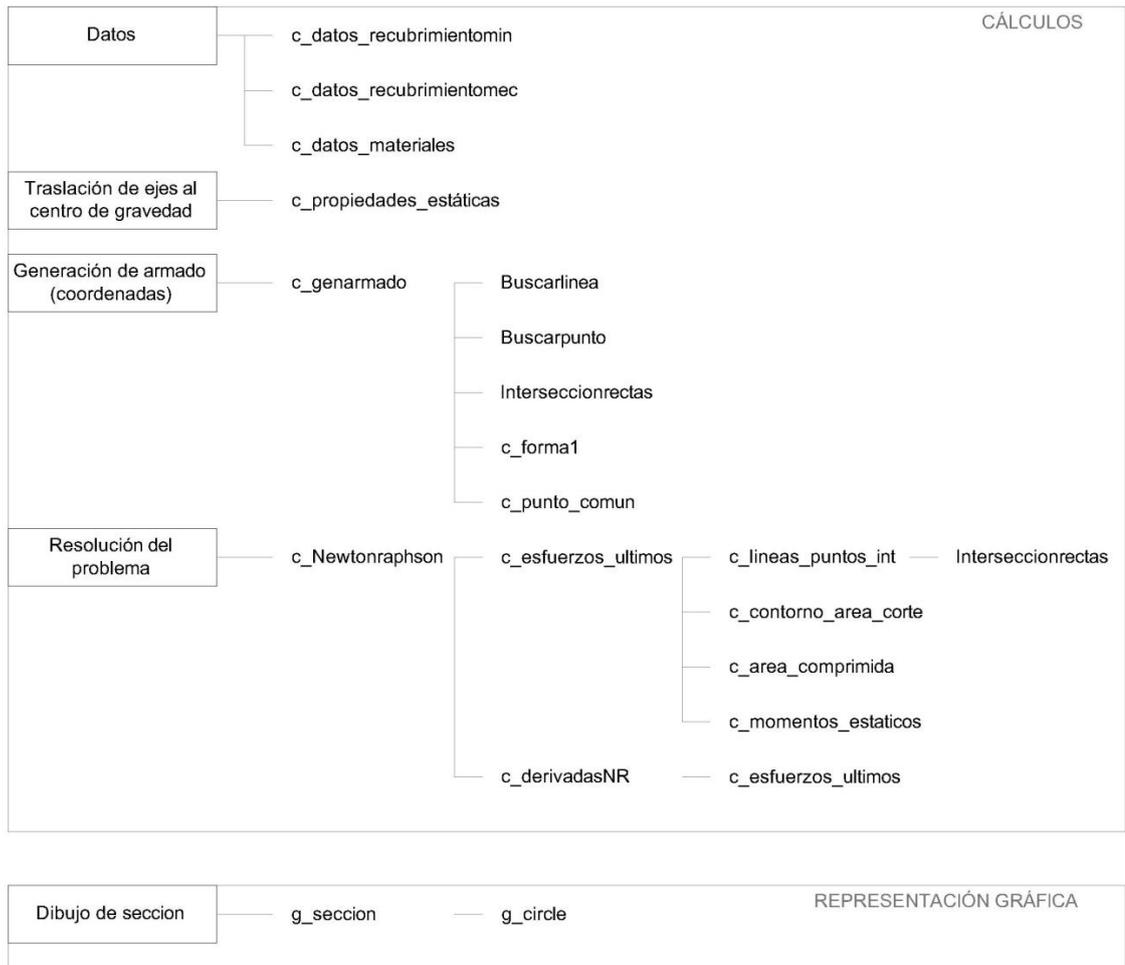


Figura 3.3.1.a Esquema de subrutinas de AiSHA

### 3.6.2. DESCRIPCIÓN DE LA GUI IMPLEMENTADA.

Las interfaces gráficas de usuario que ofrece MATLAB®; conocidas como GUI (Graphical User Interface), es la forma en que el usuario interactúa con el programa o el sistema operativo de un ordenador. La forma de implementar las GUI con MATLAB® es crear los objetos y definir las acciones que cada uno va a realizar.

La GUI implementada en este proyecto facilita al usuario la interacción con el programa desarrollado.

Esta GUI se compone de dos partes principales:

- Pantalla gráfica: donde se introducen los datos del problema de análisis (archivo .fig)
- Archivo .m: contiene la programación de la GUI. Dictamina lo que realiza cada botón de la pantalla gráfica. Contiene la llamada a las subrutinas especificadas en 3.3. para el desarrollo del cálculo.

En la figura 3.3.2.a se muestra la pantalla de la interfaz gráfica desarrollada.



Figura 3.3.2.a Aspecto general de la pantalla gráfica

En este apartado se describe la interfaz implantada, los datos solicitados en la pantalla principal, y la utilización de estos datos en las subrutinas.

### 3.6.2.1. DATOS SOLICITADOS EN LA PANTALLA PRINCIPAL

Los datos solicitados en la pantalla gráfica (archivo .fig) se pueden englobar dentro de los siguientes grupos:

- Geometría
- Armado básico
- Estados de carga
- Datos de sección
- Materiales

#### 3.6.2.1.1. GEOMETRÍA

Dentro de este apartado se engloban los datos destinados a detallar la geometría de la sección:

##### **Número de vértices:**

Se determinará el número de vértices que contiene la sección objeto de análisis.

##### **Coordenadas de los vértices:**

Será necesario detallar cada vértice con sus coordenadas correspondientes. Los vértices se enumerarán empezando por 1,..., nver. La forma adecuada de definir estos vértices es la que se ha detallado en el apartado 3.2.

##### **Número de líneas:**

Se determinará el número de líneas que contiene la sección objeto de análisis.

### **Vértice inicial y final de cada línea:**

Será necesario, para cada línea, detallar su vértice inicial y final. Las líneas se enumerarán empezando por 1,..., nlin. La forma adecuada de definir estas líneas es la que se ha detallado en el apartado 3.2.

### **Número de superficies:**

Se determinará el número de superficies que contiene la sección objeto de análisis.

### **Líneas que encierran cada superficie:**

Las superficies se enumerarán empezando por 1,..., nlin. Es muy importante el orden en que se introduzcan estas líneas (sentido horario/sentido antihorario) pues influirá en que las superficies se sumen o se resten.

La forma adecuada de definir estas superficies es la que se ha detallado en el apartado 3.2.

### 3.6.2.1.2. ARMADO BÁSICO

Se considera armado básico porque se va a determinar el número de redondos por línea y el diámetro de los redondos en cada línea, pero no la posición de cada uno de los redondos, que se calculará con la subrutina `c_genarmado`.

Dentro de este apartado se engloban los siguientes datos:

#### **Número de redondos por línea:**

Para cada una de las líneas detalladas en 3.4.1.1., se estimará una línea paralela que contendrá los redondos. Determinaremos el número de redondos que se encuentran en cada una de ellas.

#### **Diámetro de los redondos:**

Se determinará el diámetro de los redondos de cada línea.

### 3.6.2.1.3. ESTADOS DE CARGA

Será necesario definir los estados de carga bajo los que queramos calcular la sección objeto de análisis. Dentro de este apartado se englobarán los siguientes datos:

#### **Número de estados de carga:**

Se determinará el número de estados de carga que queremos analizar en nuestro problema de análisis.

#### **$N_d$ , $M_{xd}$ y $M_{yd}$ para cada estado de carga:**

Se determinarán los valores de cálculo de las solicitaciones a las que está sometida la sección: el axil de cálculo ( $N_d$ ), momento flector de cálculo respecto al eje x ( $M_{xd}$ ), y momento flector de cálculo respecto al eje y ( $M_{yd}$ ), para cada estado de carga.

#### **3.6.2.1.4. DATOS DE SECCIÓN**

Los datos de la sección son necesarios por una estrategia de durabilidad que adoptaremos de la EHE 08, especificada en el apartado 2.3. del presente proyecto, en concreto lo especificado en cuanto a recubrimientos.

Para determinar el recubrimiento mecánico de las armaduras será necesario conocer los siguientes datos que se engloban dentro de este apartado y que son:

##### **Tipo de elemento:**

Será necesario escoger entre prefabricado o lámina y general. Este dato es necesario para determinar el recubrimiento de las armaduras.

##### **Ambiente o clase de exposición:**

Estos ambientes se corresponderán con los definidos el apartado 2.3.1. del presente proyecto. Fuera de los ambientes contemplados, existe la opción otro, que al marcarla permite la definición manual del recubrimiento mínimo de las armaduras.

##### **Control de ejecución:**

Será necesario escoger entre intenso u otro. El control de ejecución determina el margen de recubrimiento para calcular el recubrimiento nominal de las armaduras y con éste el mecánico.

### 3.6.2.1.5. MATERIALES

Dentro de éste encontramos datos referentes a los dos materiales que componen el elemento: hormigón y acero.

Del hormigón será necesario determinar su **resistencia característica de proyecto ( $f_{ck}$ )** y su **coeficiente de seguridad ( $\gamma_c$ )**.

Mientras del acero se pedirá su **límite elástico nominal ( $f_{yk}$ )**, su **coeficiente de seguridad ( $\gamma_s$ )**.

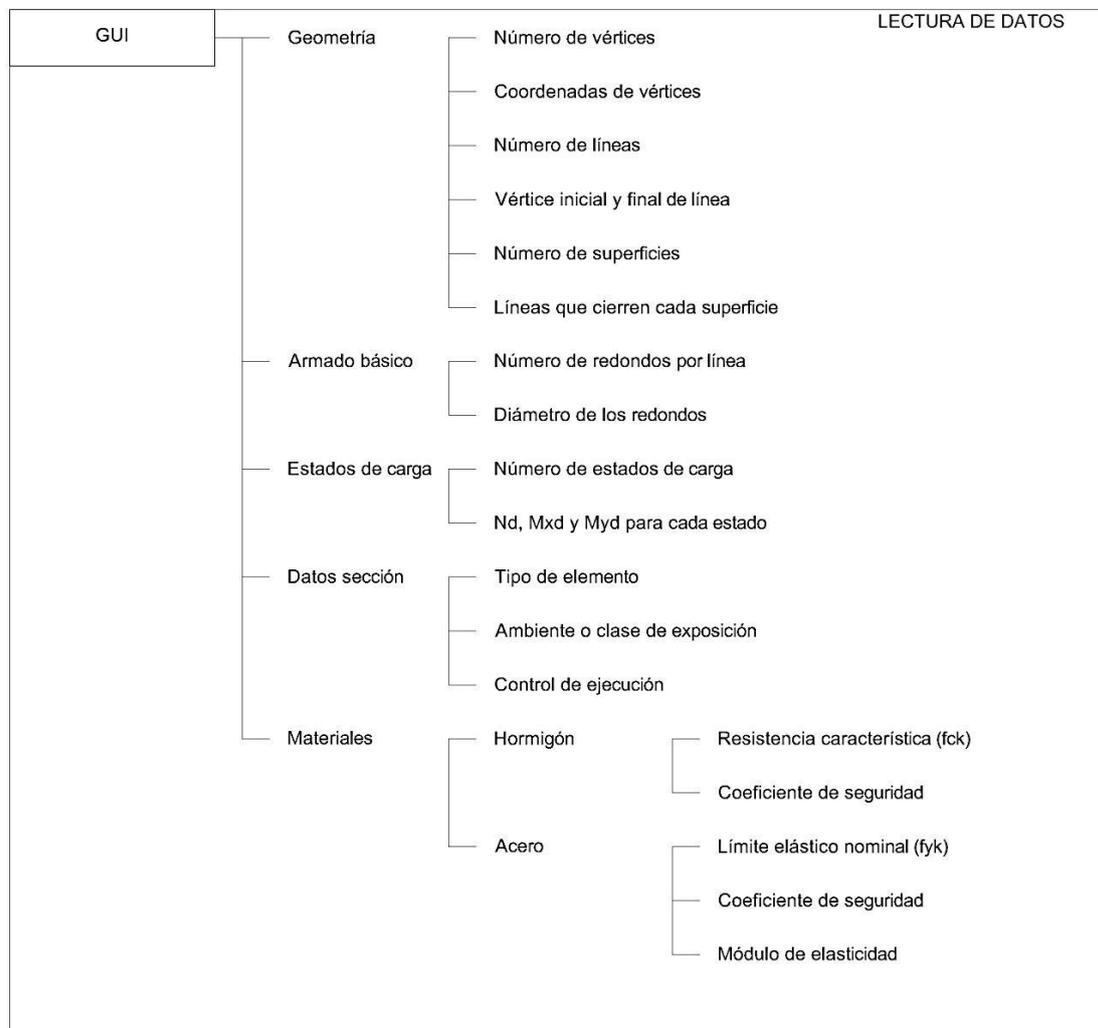


Figura 3.4.2.1.a Esquema de datos insertados en pantalla gráfica

## *EJEMPLOS DE APLICACIÓN*

### **4.1. INTRODUCCIÓN**

En este capítulo se estudian las capacidades resistentes de seis ejemplos de secciones sometidas a solicitaciones normales, de acuerdo con la formulación desarrollada en el capítulo 2.

Para la obtención de las capacidades resistentes se ha utilizado la aplicación desarrollada, AiSHA, que emplea métodos numéricos para su obtención. En concreto se ha implementado el método de Newton-Raphson para la resolución del sistema de ecuaciones de equilibrio de la sección.

Para la validación de los resultados obtenidos con AiSHA, los sistemas de ecuaciones planteados en 2.8 (ecuaciones de equilibrio) han sido resueltos de forma semianalítica (con ayuda gráfica del software AutoCAD®).

Los cinco primeros ejemplos se corresponden con una sección cuadrada maciza con el armado solo en su cara traccionada.

Con estos sencillos ejemplos se pretende facilitar la comprensión de la descripción del modelo de análisis y comparar la eficiencia y precisión del método implantado para las distintas alternativas de posición del eje neutro en la sección.

El sexto ejemplo es una sección en T invertida, sometida a flexocompresión. El objetivo de este ejemplo es insertar una geometría distinta para comprobar la eficiencia y precisión del método implantado para las distintas alternativas geométricas.

Para completar el estudio de la formulación desarrollada en el capítulo 3, se hace un estudio del comportamiento de todas estas secciones en el Estado Límite Último.

En todos los casos se considera como ley de comportamiento del hormigón el diagrama rectangular y para el acero, una ley bilineal que responde a un comportamiento elástico-perfectamente plástico.

Los ejes de cada sección están situados en el centro de gravedad de la sección bruta con sentidos positivos hacia la derecha (eje  $x$ ) y hacia arriba (eje  $y$ ), y los esfuerzos últimos están referidos a dichos ejes. Se consideran positivas aquellas solicitaciones que producen compresión en el primer cuadrante.

## 4.2. SECCIÓN CUADRADA

En este ejemplo se analiza una sección de geometría sencilla (cuadrada) con el armado distribuido únicamente en la cara traccionada de la sección.

Se han estudiado varias posiciones de eje neutro para validar la aplicación desarrollada.

En la figura 4.2.a se muestran la geometría y las dimensiones de la sección, la distribución y cuantía del armado, y las características de los materiales.

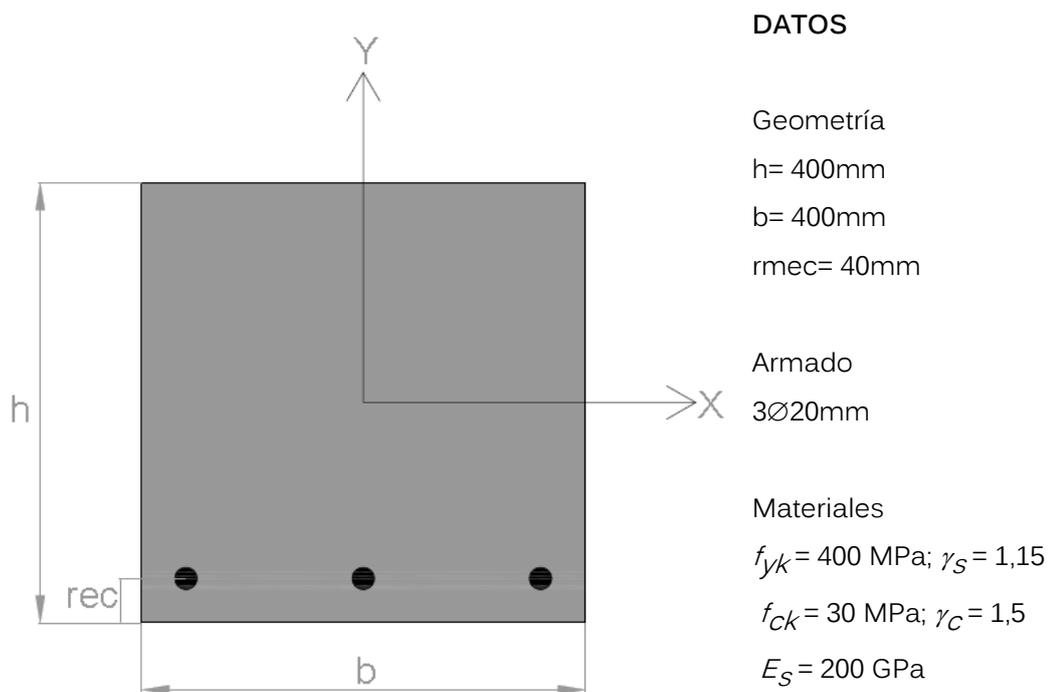


Figura 4.2.a. Datos. Sección cuadrada maciza.

#### 4.2.1. SECCIÓN CUADRADA. EJEMPLO 1.

La sección objeto de análisis se corresponde con los datos indicados en la figura 4.2.a.

La posición elegida para el eje neutro corresponde a una inclinación de  $315^\circ$  y una profundidad de 282.84mm (figura 4.2.1.a.).

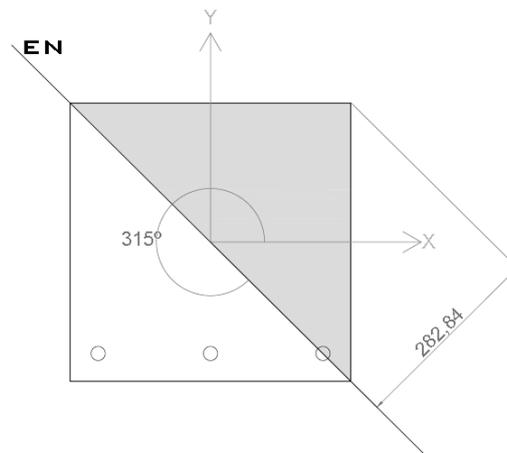


Figura 4.2.1.a. Sección cuadrada maciza. Posición del eje neutro: profundidad: 282.84mm, inclinación:  $315^\circ$ .

#### 4.2.1.1. SOLUCIÓN SEMIANALÍTICA.

Se ha realizado el cálculo semianalítico de la sección descrita en este caso obteniendo los esfuerzos últimos de la hipótesis en concreto

Para este cálculo, se realiza en primer lugar un dibujo de la sección en AutoCAD® para obtener gráficamente el área de la zona comprimida, la posición del centro de gravedad, profundidad del eje neutro, la ley tensión-deformación del acero para medir la tensión en cada uno de los redondos, y la ley tensión-deformación rectangular del hormigón.

Para la obtención de las propiedades físicas de la pieza se ha utilizado el comando PROPFIS en AutoCAD® que arroja los datos de la zona comprimida referentes a: área, perímetro, cuadro delimitador, centro de gravedad, momentos de inercia, producto de inercia, radios de giro, momentos principales y direcciones X-Y alrededor del centro de gravedad.

De esta forma, la capacidad resistente de la sección en el Estado Límite Último viene dada por los resultados mostrados gráficamente en la figura 4.2.1.1.a.

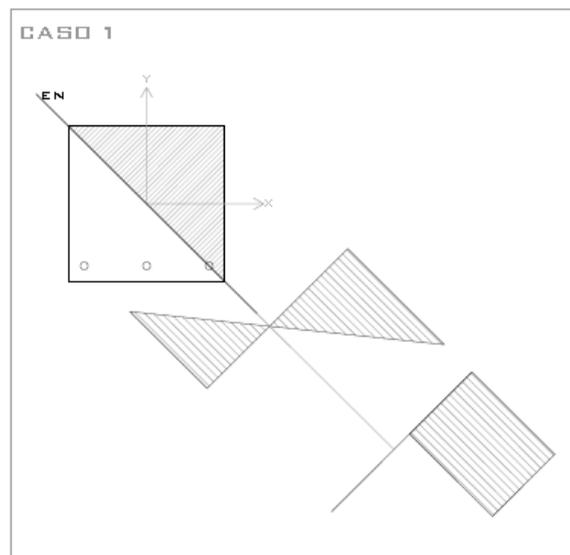


Figura 4.2.1.1.a. Sección cuadrada maciza. Eje neutro y distribuciones de tensiones y deformaciones.

Los datos gráficos obtenidos con AutoCAD® son:

DATOS DEL ÁREA COMPRIMIDA			
Área	80000		
Perímetro	1365,6854		
Cuadro delimitador			
X:	-200	200	
Y:	-200	200	
Centro de gravedad			
X:	66,6667		
Y:	66,6667		
Momentos de inercia			
X:	1066666667		
Y:	1066666667		
Producto de inercia			
XY:	0		
Radios de giro			
X:	115,4701		
Y:	115,4701		
Momentos principales y direcciones X-Y alrededor del centro de gravedad			
I:	35555555,6	a lo largo de	[0,7071 -0,7071]
J:	1066666667	a lo largo de	[0,7071 0,7071]
Profundidad del eje neutro		282,84	
Inclinación del eje neutro		315°	

Tabla 4.2.1.1.1. Obtención de datos del área comprimida con AutoCAD®. Propiedades físicas.

TENSIÓN DE LAS ARMADURAS					POSICIÓN DE LAS ARMADURAS	
BARRA	Deformación	Tensión	Tensión máx.	Tensión final	x	y
Barra 1	0	0	347,826087	0	-160	-160
Barra 2	0,0014	280	347,826087	280	0	-160
Barra 3	0,0028	560	347,826087	347,826087	160	-160

Tabla 4.2.1.1.2. Obtención de datos de la sección con AutoCAD®. Tensión máxima y posición de las armaduras.

Los datos recogidos en la tablas 4.2.1.1.1. y 4.2.1.1.2 nos permiten el planteamiento sencillo de las ecuaciones de equilibrio (2.9.) detalladas el apartado 2.4.1. de este proyecto:

Esfuerzos últimos en el hormigón:

$$\begin{aligned}
 N_{ult_h} &= 0.8 \cdot 1 \cdot 80000 \cdot \frac{30}{1.5} = 1280000 \text{ N} \\
 M_{xult_h} &= 0.8 \cdot 1 \cdot 80000 \cdot \frac{30}{1.5} \cdot 66.667 = 85333760 \text{ mm} \cdot \text{N} \\
 M_{yult_h} &= 0.8 \cdot 1 \cdot 80000 \cdot \frac{30}{1.5} \cdot 66.667 = 85333760 \text{ mm} \cdot \text{N}
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

Esfuerzos últimos en el acero en el acero:

$$\begin{aligned}
 N_{ult_a} &= \pi \cdot 10^2 \cdot (-280) + \pi \cdot 10^2 \cdot \left(-\frac{400}{1.15}\right) = -197237.38 \text{ N} \\
 M_{xult_a} &= \pi \cdot 10^2 \cdot (-280) \cdot (-160) + \pi \cdot 10^2 \cdot \left(-\frac{400}{1.15}\right) \cdot (-160) \\
 &= 31557981.16 \text{ mmN} \\
 M_{yult_a} &= \pi \cdot 10^2 \cdot (-280) \cdot (0) + \pi \cdot 10^2 \cdot \left(-\frac{400}{1.15}\right) \cdot (-160) = 17483646.07 \text{ mmN}
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

Esfuerzos últimos de la sección:

$$\begin{aligned}
 N_{ult} &= 1280000 - 197237.38 = 1082762.62 \text{ N} \\
 M_{xult} &= 85333760 + 31557981.16 = 116891741.16 \text{ mm} \cdot \text{N} \\
 M_{yult} &= 85333760 + 17483646.07 = 102817406.07 \text{ mm} \cdot \text{N}
 \end{aligned}
 \tag{4.3}$$

Estos valores se utilizan como referencia, para introducir un determinado camino de carga proporcional a los resultados obtenidos analíticamente de los esfuerzos últimos de esta sección, y poder así comprobar la eficiencia del método.

Es muy importante que los esfuerzos introducidos sean proporcionales a los previamente calculados, puesto que de esta manera garantizamos la posición del eje neutro deseada.

### 4.2.1.2. SOLUCIÓN CON AISHA

Se va a insertar la sección de 4.2.1.1. en el método interactivo.

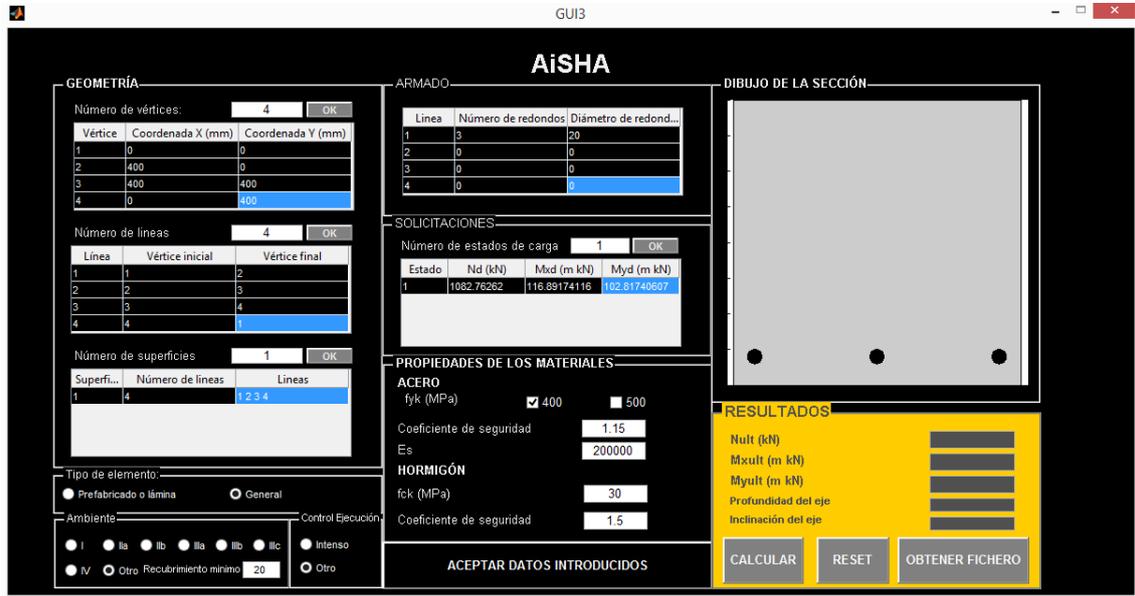


Figura 4.2.1.2.a. Introducción de datos en AISHA.

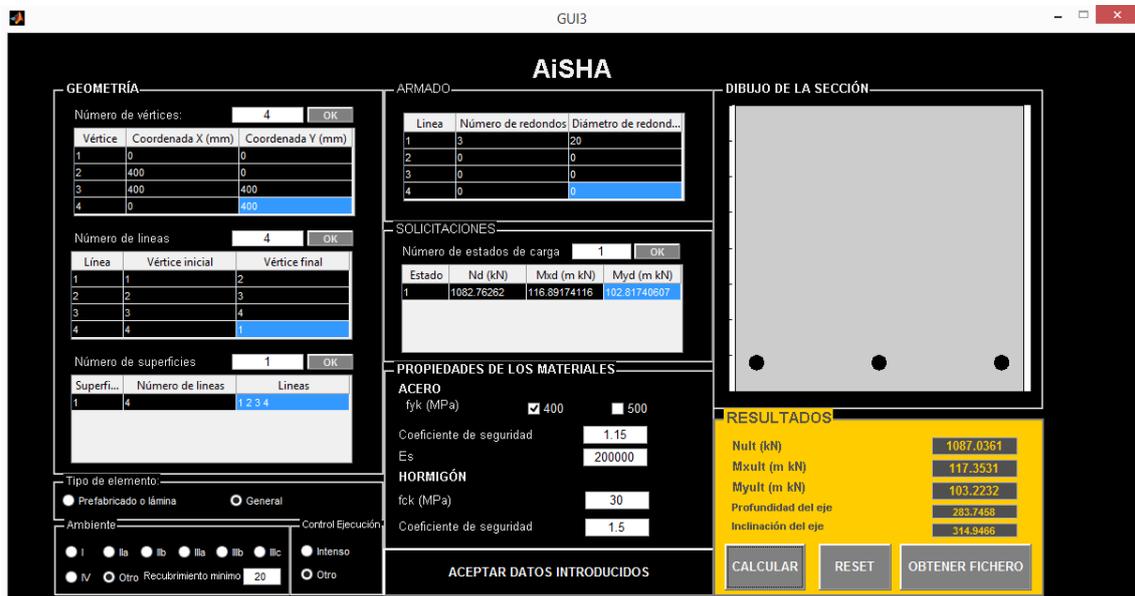


Figura 4.2.1.2.b. Resultados obtenidos en AISHA.

Y el fichero de resultados muestra lo siguiente:

```

Propiedades estáticas de la sección
*****
Área= 160000.000
Perímetro= 320800.000
Coordenada x del cdg= 200.000
Coordenada y del cdg= 200.000

Coordenadas de los vértices referidas a ejes que pasan por el cdg
=====
Vértice      x          y
-----
1      -200.000   -200.000
2       200.000   -200.000
3       200.000    200.000
4      -200.000    200.000

Momentos de inercia respecto a unos ejes paralelos a los de referencia
que pasan por el cdg
=====
Inercia respecto al eje x= 2133333333.333
Inercia respecto al eje y= 2133333333.333
Producto de inercia respecto a los ejes x e y= 0.000

Momentos y ejes principales de inercia
=====
Momentos principales de inercia
-----
Inercia principal 1= 2133333333.333
Inercia principal 2= 2133333333.333

Ejes principales de inercia
-----
Dirección de la inercia principal 1= 0.000 1.000
Dirección de la inercia principal 2= 1.000 0.000

Coordenadas de los vértices referidas a ejes los ejes principales
=====
Vértice      x          y
-----
1      -200.000   -200.000
2      -200.000    200.000
3       200.000    200.000
4       200.000   -200.000

Valores iniciales de las variables
*****
Valor inicial de la profundidad de fibra neutra yf= 282.264
Valor inicial del ángulo que forma la fibra neutra con el eje x=
318.665
Valor inicial del coeficiente de seguridad (factor de carga)= 1

```

Resultados Newton Raphson

\*\*\*\*\*

El número de iteraciones es iter= 4

La profundidad de fibra neutra aproximada es  $y_f = 283.746$

El ángulo que forma la fibra neutra con el eje x es= 314.947

El coeficiente de seguridad (factor de carga) es= 1.00395

Esfuerzos últimos

=====

Nult	Mxult	Myult
1087036.137	117353097.015	103223212.433

#### 4.2.2. SECCIÓN CUADRADA. EJEMPLO 2.

La sección objeto de análisis se corresponde con los datos indicados en la figura 4.2.a.

La posición elegida para el eje neutro corresponde a una inclinación de  $360^\circ$  y una profundidad de 104.93mm (figura 4.2.2.a.).

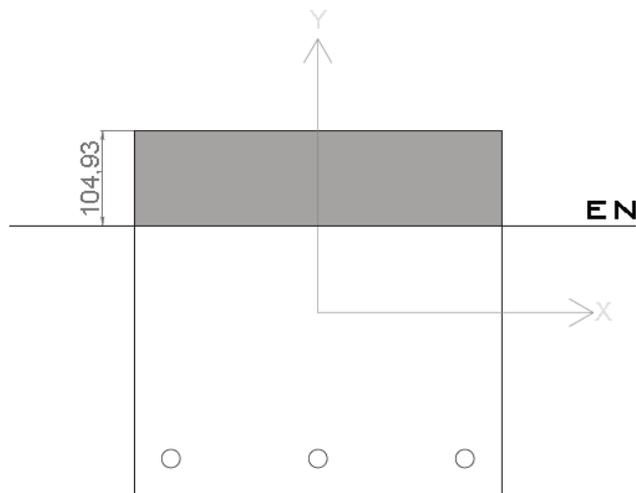


Figura 4.2.2.a. Sección cuadrada maciza. Posición del eje neutro: profundidad: 104.93mm, inclinación:  $0^\circ$ .

#### 4.2.2.1. SOLUCIÓN SEMIANALÍTICA.

Se ha realizado el cálculo semianalítico de la sección descrita en este caso obteniendo los esfuerzos últimos de la hipótesis en concreto

Para este cálculo, se realiza en primer lugar un dibujo de la sección en AutoCAD® para obtener gráficamente el área de la zona comprimida, la posición del centro de gravedad, profundidad del eje neutro, la ley tensión-deformación del acero para medir la tensión en cada uno de los redondos, y la ley tensión-deformación rectangular del hormigón.

Para la obtención de las propiedades físicas de la pieza se ha utilizado el comando PROPFIS en AutoCAD® que arroja los datos de la zona comprimida referentes a: área, perímetro, cuadro delimitador, centro de gravedad, momentos de inercia, producto de inercia, radios de giro, momentos principales y direcciones X-Y alrededor del centro de gravedad.

De esta forma, la capacidad resistente de la sección en el Estado Límite Último viene dada por los resultados mostrados gráficamente en la figura 4.2.2.1.a.

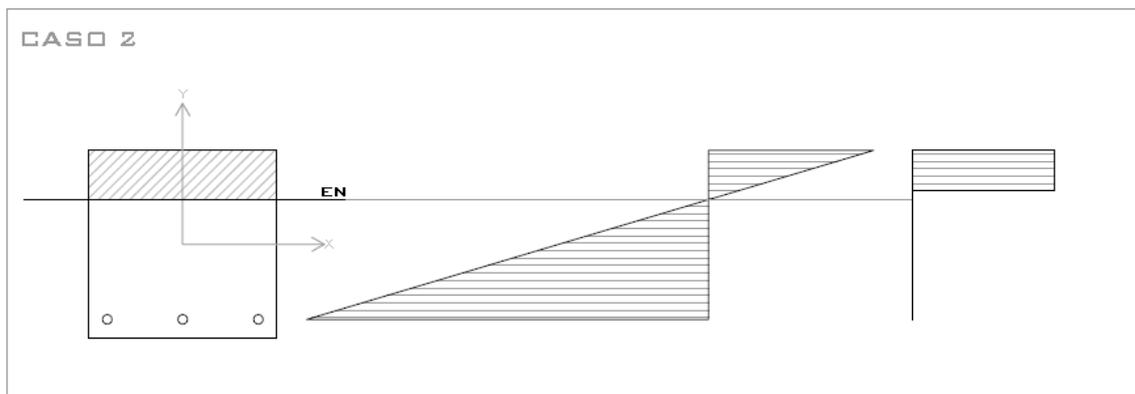


Figura 4.2.2.1.a. Sección cuadrada maciza. Eje neutro y distribuciones de tensiones y deformaciones.

Los datos gráficos obtenidos con AutoCAD® son:

DATOS DEL ÁREA COMPRIMIDA			
Área	41973,839		
Perímetro	1009,8692		
Cuadro delimitador			
X:	-200	200	
Y:	95,0654	200	
Centro de gravedad			
X:	0		
Y:	147,5327		
Momentos de inercia			
X:	952113734,8		
Y:	559651187,2		
Producto de inercia			
XY:	0		
Radios de giro			
X:	150,6104		
Y:	115,4701		
Momentos principales y direcciones X-Y alrededor del centro de gravedad			
I:	38515438,8	a lo largo de	[1 0,000]
J:	1066666667	a lo largo de	[0,000 1]
Profundidad del eje neutro			104,93
Inclinación del eje neutro			360

Tabla 4.2.2.1.1. Obtención de datos del área comprimida con AutoCAD®. Propiedades físicas.

TENSIÓN DE LAS ARMADURAS					POSICIÓN DE LAS ARMADURAS	
BARRA	Deformación	Tensión	Tensión máx.	Tensión final	x	y
Barra 1	0,0085	1700	347,826087	<b>347,826087</b>	-160	-160
Barra 2	0,0085	1700	347,826087	<b>347,826087</b>	0	-160
Barra 3	0,0085	1700	347,826087	<b>347,826087</b>	160	-160

Tabla 4.2.2.1.2. Obtención de datos de la sección con AutoCAD®. Tensión máxima y posición de las armaduras.

Los datos recogidos en la tablas 4.2.2.1.1. y 4.2.2.1.2 nos permiten el planteamiento sencillo de las ecuaciones de equilibrio detalladas el apartado 2.4.1. de este proyecto:

Esfuerzos últimos en el hormigón:

$$\begin{aligned}
 N_{ult_h} &= 0.8 \cdot 1 \cdot 41973.839 \cdot \frac{30}{1.5} = 671581.424 \text{ N} \\
 M_{xult_h} &= 0.8 \cdot 1 \cdot 41973.839 \cdot \frac{30}{1.5} \cdot 147.5327 = 99080220.752 \text{ mm} \cdot \text{N} \\
 M_{yult_h} &= 0.8 \cdot 1 \cdot 41973.839 \cdot \frac{30}{1.5} \cdot 0 = 0 \text{ mm} \cdot \text{N}
 \end{aligned}
 \tag{4.4}$$

Esfuerzos últimos en el acero en el acero:

$$\begin{aligned}
 N_{ult_a} &= 3 \cdot \pi \cdot 10^2 \cdot \left(-\frac{400}{1.15}\right) = -327818.3638 \text{ N} \\
 M_{xult_a} &= 3 \cdot \pi \cdot 10^2 \cdot \left(-\frac{400}{1.15}\right) \cdot (-160) = 52450938.22 \text{ mmN} \\
 M_{yult_a} &= \pi \cdot 10^2 \cdot \left(-\frac{400}{1.15}\right) \cdot (-160) + \pi \cdot 10^2 \cdot \left(-\frac{400}{1.15}\right) \cdot (0) + \pi \cdot 10^2 \cdot \left(-\frac{400}{1.15}\right) \\
 &\quad \cdot (160) = 0 \text{ mmN}
 \end{aligned}
 \tag{4.5}$$

Esfuerzos últimos de la sección:

$$\begin{aligned}
 N_{ult} &= 671581.424 - 327818.3638 = 343763.0602 \text{ N} \\
 M_{xult} &= 99080220.752 + 52450938.22 = 151531158.972 \text{ mm} \cdot \text{N} \\
 M_{yult} &= 0 + 0 = 0 \text{ mm} \cdot \text{N}
 \end{aligned}
 \tag{4.6}$$

Estos valores se utilizan como referencia, para introducir un determinado camino de carga proporcional a los resultados obtenidos analíticamente de los esfuerzos últimos de esta sección, y poder así comprobar la eficiencia del método.

Es muy importante que los esfuerzos introducidos sean proporcionales a los previamente calculados, puesto que de esta manera garantizamos la posición del eje neutro deseada.

#### 4.2.2.2. SOLUCIÓN CON AISHA

Se va a insertar la sección de 4.2.2.1. en el método interactivo.

The screenshot shows the AISHA software interface with the following data entered:

**GEOMETRÍA**

Número de vértices: 4

Vértice	Coordenada X (mm)	Coordenada Y (mm)
1	0	0
2	400	0
3	400	400
4	0	400

Número de líneas: 4

Línea	Vértice inicial	Vértice final
1	1	2
2	2	3
3	3	4
4	4	1

Número de superficies: 1

Superf...	Número de líneas	Líneas
1	4	1 2 3 4

Tipo de elemento:  Prefabricado o lámina  General

Ambiente:  I  IIa  IIb  IIIa  IIIb  IIIc  Intenso  IV  Otro Recubrimiento mínimo: 20 Control Ejecución:  Intenso  Otro

**ARMADO**

Línea	Número de redondos	Díametro de redond...
1	3	20
2	0	0
3	0	0
4	0	0

**SOLICITACIONES**

Número de estados de carga: 1

Estado	Nd (kN)	Mxd (m kN)	Myd (m kN)
1	343.7630602	151.531158972	0

**PROPIEDADES DE LOS MATERIALES**

**ACERO**

f<sub>yk</sub> (MPa):  400  500

Coefficiente de seguridad: 1.15

E<sub>s</sub>: 200000

**HORMIGÓN**

f<sub>ck</sub> (MPa): 30

Coefficiente de seguridad: 1.5

**DIBUJO DE LA SECCIÓN**

**RESULTADOS**

Nult (kN): [ ]

Mxult (m kN): [ ]

Myult (m kN): [ ]

Profundidad del eje: [ ]

Inclinación del eje: [ ]

Buttons: CALCULAR, RESET, OBTENER FICHERO

Figura 4.2.2.2.a. Introducción de datos en AISHA.

The screenshot shows the AISHA software interface with the following data entered:

**GEOMETRÍA**

Número de vértices: 4

Vértice	Coordenada X (mm)	Coordenada Y (mm)
1	0	0
2	400	0
3	400	400
4	0	400

Número de líneas: 4

Línea	Vértice inicial	Vértice final
1	1	2
2	2	3
3	3	4
4	4	1

Número de superficies: 1

Superf...	Número de líneas	Líneas
1	4	1 2 3 4

Tipo de elemento:  Prefabricado o lámina  General

Ambiente:  I  IIa  IIb  IIIa  IIIb  IIIc  Intenso  IV  Otro Recubrimiento mínimo: 20 Control Ejecución:  Intenso  Otro

**ARMADO**

Línea	Número de redondos	Díametro de redond...
1	3	20
2	0	0
3	0	0
4	0	0

**SOLICITACIONES**

Número de estados de carga: 1

Estado	Nd (kN)	Mxd (m kN)	Myd (m kN)
1	343.7630602	151.531158972	0

**PROPIEDADES DE LOS MATERIALES**

**ACERO**

f<sub>yk</sub> (MPa):  400  500

Coefficiente de seguridad: 1.15

E<sub>s</sub>: 200000

**HORMIGÓN**

f<sub>ck</sub> (MPa): 30

Coefficiente de seguridad: 1.5

**DIBUJO DE LA SECCIÓN**

**RESULTADOS**

Nult (kN): 343.7631

Mxult (m kN): 151.5312

Myult (m kN): -1.9372e-013

Profundidad del eje: 104.9346

Inclinación del eje: 360

Buttons: CALCULAR, RESET, OBTENER FICHERO

Figura 4.2.2.2.b. Resultados obtenidos en AISHA.

Y el fichero de resultados muestra lo siguiente:

Propiedades estáticas de la sección  
\*\*\*\*\*

Área= 160000.000  
Perímetro= 320800.000  
Coordenada x del cdg= 200.000  
Coordenada y del cdg= 200.000

Coordenadas de los vértices referidas a ejes que pasan por el cdg

Vértice	x	y
1	-200.000	-200.000
2	200.000	-200.000
3	200.000	200.000
4	-200.000	200.000

Momentos de inercia respecto a unos ejes paralelos a los de referencia que pasan por el cdg

=====  
Inercia respecto al eje x= 2133333333.333  
Inercia respecto al eje y= 2133333333.333  
Producto de inercia respecto a los ejes x e y= 0.000

Momentos y ejes principales de inercia

=====  
Momentos principales de inercia  
-----  
Inercia principal 1= 2133333333.333  
Inercia principal 2= 2133333333.333

Ejes principales de inercia

-----  
Dirección de la inercia principal 1= 0.000 1.000  
Dirección de la inercia principal 2= 1.000 0.000

Coordenadas de los vértices referidas a ejes los ejes principales

Vértice	x	y
1	-200.000	-200.000
2	-200.000	200.000
3	200.000	200.000
4	200.000	-200.000

Valores iniciales de las variables

\*\*\*\*\*  
Valor inicial de la profundidad de fibra neutra yf= 200  
Valor inicial del ángulo que forma la fibra neutra con el eje x= 360  
Valor inicial del coeficiente de seguridad (factor de carga)= 1

Resultados Newton Raphson

\*\*\*\*\*

El número de iteraciones es iter= 4

La profundidad de fibra neutra aproximada es  $y_f = 104.935$

El ángulo que forma la fibra neutra con el eje x es= 360

El coeficiente de seguridad (factor de carga) es= 1

Esfuerzos últimos

=====

Nult	Mxult	Myult
343763.063	151531160.045	-0.000

### 4.2.3. SECCIÓN CUADRADA. EJEMPLO 3.

La sección objeto de análisis se corresponde con los datos indicados en la figura 4.2.a.

La posición elegida para el eje neutro corresponde a una inclinación de  $15^\circ$  y una profundidad de 197.38mm (figura 4.2.3.a.).

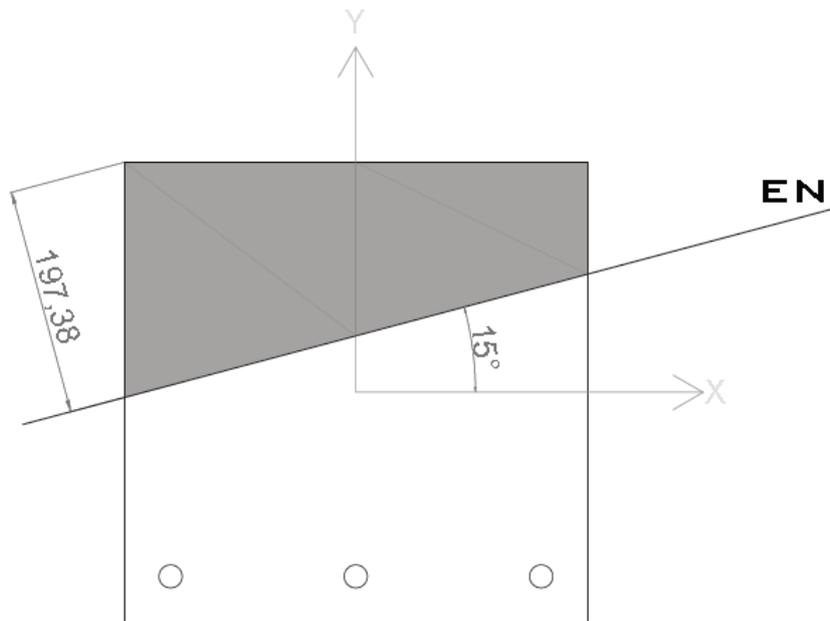


Figura 4.2.3.a. Sección cuadrada maciza. Posición del eje neutro: profundidad: 197.38mm, inclinación:  $15^\circ$ .

#### 4.2.3.1. SOLUCIÓN SEMIANALÍTICA.

Se ha realizado el cálculo semianalítico de la sección descrita en este caso obteniendo los esfuerzos últimos de la hipótesis en concreto

Para este cálculo, se realiza en primer lugar un dibujo de la sección en AutoCAD® para obtener gráficamente el área de la zona comprimida, la posición del centro de gravedad, profundidad del eje neutro, la ley tensión-deformación del acero para medir la tensión en cada uno de los redondos, y la ley tensión-deformación rectangular del hormigón.

Para la obtención de las propiedades físicas de la pieza se ha utilizado el comando PROPFIS en AutoCAD® que arroja los datos de la zona comprimida referentes a: área, perímetro, cuadro delimitador, centro de gravedad, momentos de inercia, producto de inercia, radios de giro, momentos principales y direcciones X-Y alrededor del centro de gravedad.

De esta forma, la capacidad resistente de la sección en el Estado Límite Último viene dada por los resultados mostrados gráficamente en la figura 4.2.3.1.a.

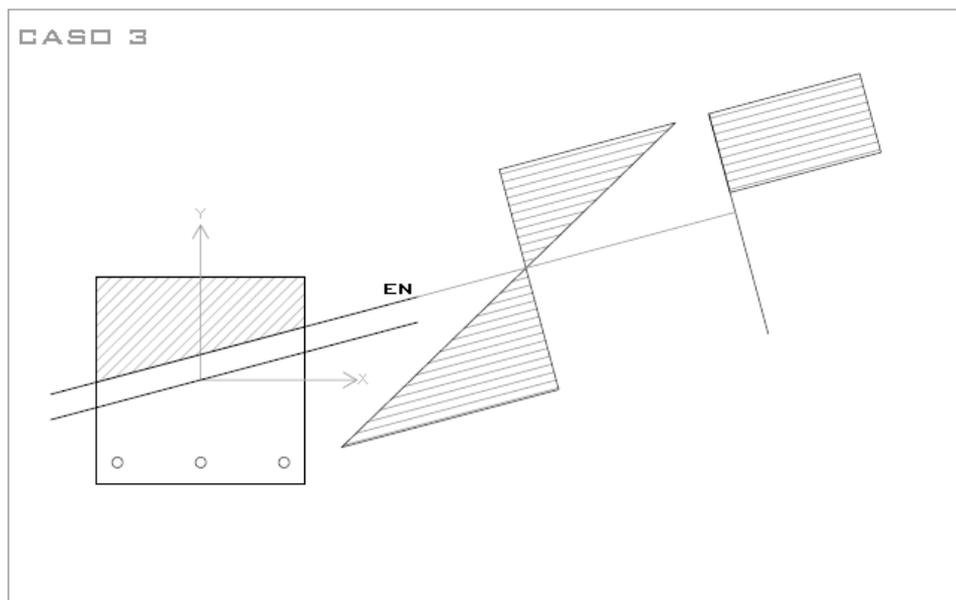


Figura 4.2.3.1.a. Sección cuadrada maciza. Eje neutro y distribuciones de tensiones y deformaciones.

Los datos gráficos obtenidos con AutoCAD® son:

DATOS DEL ÁREA COMPRIMIDA			
Área	60301,9751		
Perímetro	1115,6203		
Cuadro delimitador			
X:	-200	200	
Y:	-4,3448	200	
Centro de gravedad			
X:	-23,6984		
Y:	121,4475		
Momentos de inercia			
X:	1031886869		
Y:	804026334,6		
Producto de inercia			
XY:	-70374264,87		
Radios de giro			
X:	130,8128		
Y:	115,4701		
Momentos principales y direcciones X-Y alrededor del centro de gravedad			
I:	125936451,9	a lo largo de	[0.9874 0.1581]
J:	786.685.886	a lo largo de	[-0.1581 0.9874]
Profundidad del eje neutro			197,38
Inclinación del eje neutro			15

Tabla 4.2.3.1.1. Obtención de datos del área comprimida con AutoCAD®. Propiedades físicas.

TENSION DE LAS ARMADURAS					POSICIÓN DE LAS ARMADURAS	
BARRA	Deformación	Tensión	Tensión máx.	Tensión final	x	y
Barra 1	0,0028	569,92	347,826087	<b>347,826087</b>	-160	-160
Barra 2	0,0035839	716,78	347,826087	<b>347,826087</b>	0	-160
Barra 3	0,0043182	863,64	347,826087	<b>347,826087</b>	160	-160

Tabla 4.2.3.1.2. Obtención de datos de la sección con AutoCAD®. Tensión máxima y posición de las armaduras.

Los datos recogidos en la tablas 4.2.3.1.1. y 4.2.3.1.2 permiten el planteamiento sencillo de las ecuaciones de equilibrio detalladas el apartado 2.4.1. de este proyecto:

Esfuerzos últimos en el hormigón:

$$\begin{aligned}
 N_{ult_h} &= 0.8 \cdot 1 \cdot 60301.9751 \cdot \frac{30}{1.5} = 964831.6016 \text{ N} \\
 M_{xult_h} &= 0.8 \cdot 1 \cdot 60301.9751 \cdot \frac{30}{1.5} \cdot 121.4475 = 117176385.92 \text{ mm} \cdot \text{N} \\
 M_{yult_h} &= 0.8 \cdot 1 \cdot 60301.9751 \cdot \frac{30}{1.5} \cdot (-23.6948) = -22864965.224 \text{ mm} \cdot \text{N}
 \end{aligned}
 \tag{4.7}$$

Esfuerzos últimos en el acero en el acero:

$$\begin{aligned}
 N_{ult_a} &= 3 \cdot \pi \cdot 10^2 \cdot \left(-\frac{400}{1.15}\right) = -327818.3639 \text{ N} \\
 M_{xult_a} &= 3 \cdot \pi \cdot 10^2 \cdot \left(-\frac{400}{1.15}\right) \cdot (-160) = 52450938.22 \text{ mmN} \\
 M_{yult_a} &= \pi \cdot 10^2 \cdot \left(-\frac{400}{1.15}\right) \cdot (-160) + \pi \cdot 10^2 \cdot \left(-\frac{400}{1.15}\right) \cdot (0) + \pi \cdot 10^2 \cdot \left(-\frac{400}{1.15}\right) \\
 &\quad \cdot (160) = 0 \text{ mmN}
 \end{aligned}
 \tag{4.8}$$

Esfuerzos últimos de la sección:

$$\begin{aligned}
 N_{ult} &= 964831.6016 - 327818.3639 = 637013.2421 \text{ N} \\
 M_{xult} &= 117176385.92 + 52450938.22 = 169627324.14 \text{ mm} \cdot \text{N} \\
 M_{yult} &= -22864965.224 + 0 = -22864965.224 \text{ mm} \cdot \text{N}
 \end{aligned}
 \tag{4.9}$$

Estos valores se utilizan como referencia, para introducir un determinado camino de carga proporcional a los resultados obtenidos analíticamente de los esfuerzos últimos de esta sección, y poder así comprobar la eficiencia del método.

Es muy importante que los esfuerzos introducidos sean proporcionales a los previamente calculados, puesto que de esta manera garantizamos la posición del eje neutro deseada.

### 4.2.3.2. SOLUCIÓN CON AISHA

Se va a insertar la sección de 4.2.3.1. en el método interactivo.

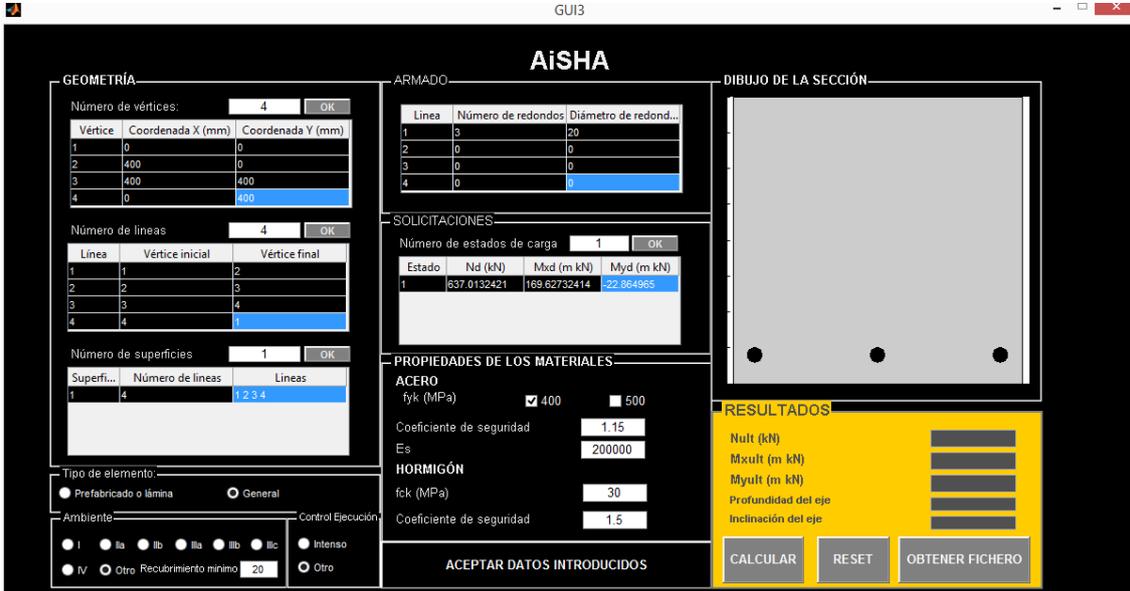


Figura 4.2.3.2.a. Introducción de datos en AISHA.

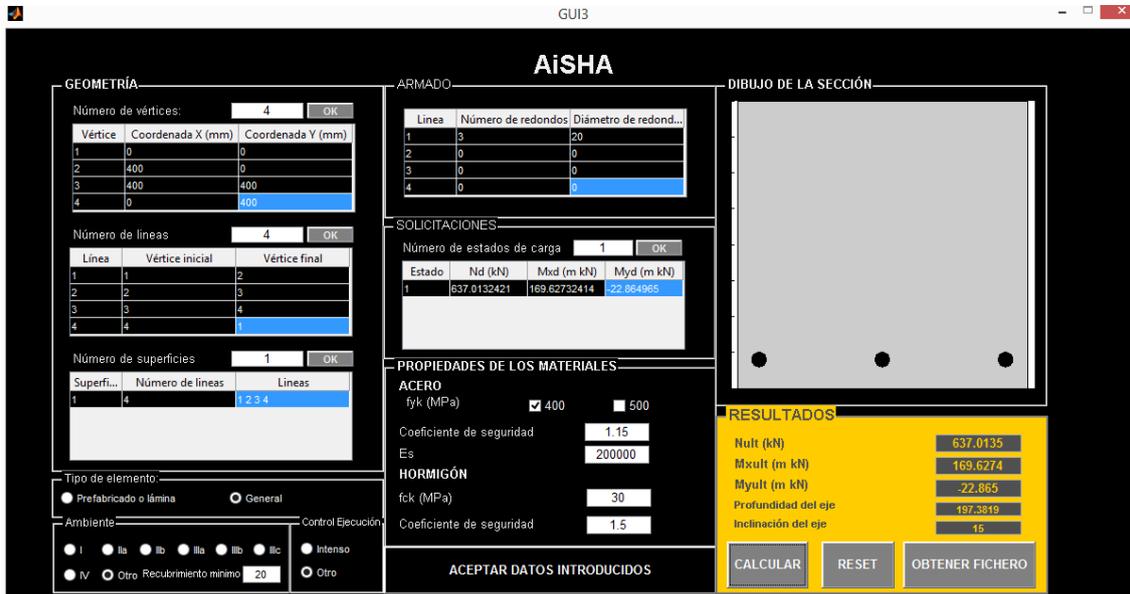


Figura 4.2.3.2.b. Resultados obtenidos en AISHA.

Y el fichero de resultados muestra lo siguiente:

```

Propiedades estáticas de la sección
*****
Área= 160000.000
Perímetro= 320800.000
Coordenada x del cdg= 200.000
Coordenada y del cdg= 200.000

Coordenadas de los vértices referidas a ejes que pasan por el cdg
=====
Vértice      x          y
-----
1      -200.000   -200.000
2       200.000   -200.000
3       200.000    200.000
4      -200.000    200.000

Momentos de inercia respecto a unos ejes paralelos a los de referencia
que pasan por el cdg
=====
Inercia respecto al eje x= 2133333333.333
Inercia respecto al eje y= 2133333333.333
Producto de inercia respecto a los ejes x e y= 0.000

Momentos y ejes principales de inercia
=====
Momentos principales de inercia
-----
Inercia principal 1= 2133333333.333
Inercia principal 2= 2133333333.333

Ejes principales de inercia
-----
Dirección de la inercia principal 1= 0.000 1.000
Dirección de la inercia principal 2= 1.000 0.000

Coordenadas de los vértices referidas a ejes los ejes principales
=====
Vértice      x          y
-----
1      -200.000   -200.000
2      -200.000    200.000
3       200.000    200.000
4       200.000   -200.000

Valores iniciales de las variables
*****
Valor inicial de la profundidad de fibra neutra yf= 224.925
Valor inicial del ángulo que forma la fibra neutra con el eje x=
7.67693
Valor inicial del coeficiente de seguridad (factor de carga)= 1

```

Resultados Newton Raphson

\*\*\*\*\*

El número de iteraciones es iter= 4  
La profundidad de fibra neutra aproximada es yf= 197.382  
El ángulo que forma la fibra neutra con el eje x es= 15  
El coeficiente de seguridad (factor de carga) es= 1

Esfuerzos últimos

=====

Nult	Mxult	Myult
637013.465	169627383.500	-22864973.001

#### 4.2.4. SECCIÓN CUADRADA. EJEMPLO 4.

La sección objeto de análisis se corresponde con los datos indicados en la figura 4.2.a.

La posición elegida para el eje neutro corresponde a una inclinación de  $15^\circ$  y una profundidad de 197.38mm (figura 4.2.4.a.).

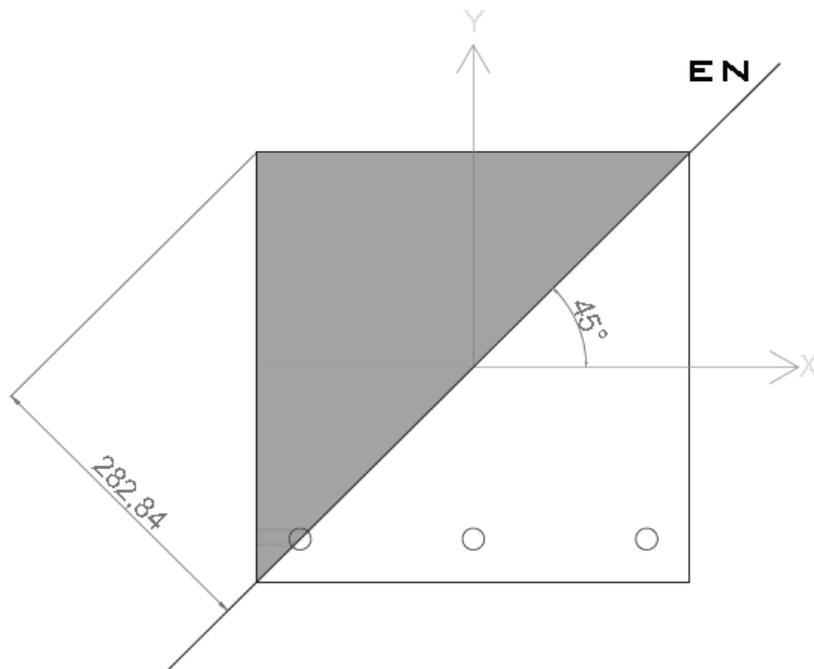


Figura 4.2.4.a. Sección cuadrada maciza. Posición del eje neutro: profundidad: 282.84mm, inclinación:  $45^\circ$ .

#### 4.2.4.1. SOLUCIÓN SEMIANALÍTICA.

Se ha realizado el cálculo semianalítico de la sección descrita en este caso obteniendo los esfuerzos últimos de la hipótesis en concreto

Para este cálculo, se realiza en primer lugar un dibujo de la sección en AutoCAD® para obtener gráficamente el área de la zona comprimida, la posición del centro de gravedad, profundidad del eje neutro, la ley tensión-deformación del acero para medir la tensión en cada uno de los redondos, y la ley tensión-deformación rectangular del hormigón.

Para la obtención de las propiedades físicas de la pieza se ha utilizado el comando PROPFIS en AutoCAD® que arroja los datos de la zona comprimida referentes a: área, perímetro, cuadro delimitador, centro de gravedad, momentos de inercia, producto de inercia, radios de giro, momentos principales y direcciones X-Y alrededor del centro de gravedad.

De esta forma, la capacidad resistente de la sección en el Estado Límite Último viene dada por los resultados mostrados gráficamente en la figura 4.2.4.1.a.

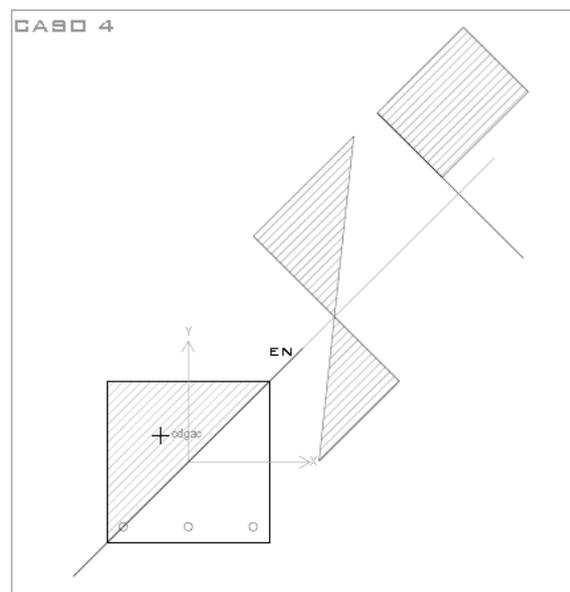


Figura 4.2.4.1.a. Sección cuadrada maciza. Eje neutro y distribuciones de tensiones y deformaciones.

Los datos gráficos obtenidos con AutoCAD® son:

DATOS DEL ÁREA COMPRIMIDA			
Área	80000		
Perímetro	1365,6854		
Cuadro delimitador			
X:	-200	200	
Y:	-200	200	
Centro de gravedad			
X:	-66,6667		
Y:	66,6667		
Momentos de inercia			
X:	1066666667		
Y:	1066666667		
Producto de inercia			
XY:	0		
Radios de giro			
X:	115,4701		
Y:	115,4701		
Momentos principales y direcciones X-Y alrededor del centro de gravedad			
I:	355555556	a lo largo de	[0,7071 0,7071]
J:	106666667	a lo largo de	[-0,7071 0,7071]
Profundidad del eje neutro			282,84
Inclinación del eje neutro			45

Tabla 4.2.4.1.1. Obtención de datos del área comprimida con AutoCAD®. Propiedades físicas.

TENSIÓN DE LAS ARMADURAS					POSICIÓN DE LAS ARMADURAS	
BARRA	Deformación	Tensión	Tensión máx.	Tensión final	x	y
Barra 1	0	0	347,826087	0	-160	-160
Barra 2	0,0014	280	347,826087	280	0	-160
Barra 3	0,0028	560	347,826087	347,826087	160	-160

Tabla 4.2.4.1.2. Obtención de datos de la sección con AutoCAD®. Tensión máxima y posición de las armaduras.

Los datos recogidos en la tablas 4.2.4.1.1. y 4.2.4.1.2 permiten el planteamiento sencillo de las ecuaciones de equilibrio detalladas el apartado 2.4.1. de este proyecto:

Esfuerzos últimos en el hormigón:

$$\begin{aligned}
 N_{ult_h} &= 0.8 \cdot 1 \cdot 80000 \cdot \frac{30}{1.5} = 1280000 \text{ N} \\
 M_{xult_h} &= 0.8 \cdot 1 \cdot 80000 \cdot \frac{30}{1.5} \cdot 66.667 = 85333760 \text{ mm} \cdot \text{N} \\
 M_{yult_h} &= 0.8 \cdot 1 \cdot 80000 \cdot \frac{30}{1.5} \cdot (-66.667) = -85333760 \text{ mm} \cdot \text{N}
 \end{aligned}
 \tag{4.10.}$$

Esfuerzos últimos en el acero en el acero:

$$\begin{aligned}
 N_{ult_a} &= \pi \cdot 10^2 \cdot (-280) + \pi \cdot 10^2 \cdot \left(-\frac{400}{1.15}\right) = -197237.38 \text{ N} \\
 M_{xult_a} &= \pi \cdot 10^2 \cdot (-280) \cdot (-160) + \pi \cdot 10^2 \cdot \left(-\frac{400}{1.15}\right) \cdot (-160) \\
 &= 31557981.160 \text{ mmN} \\
 M_{yult_a} &= \pi \cdot 10^2 \cdot (-280) \cdot (0) + \pi \cdot 10^2 \cdot \left(\frac{400}{1.15}\right) \cdot (-160) = -17483646.07 \text{ mmN}
 \end{aligned}
 \tag{4.11.}$$

Esfuerzos últimos de la sección:

$$\begin{aligned}
 N_{ult} &= 1280000 - 197237.38 = 1082762.62 \text{ N} \\
 M_{xult} &= 85333760 + 31557981.160 = 116891741.16 \text{ mm} \cdot \text{N} \\
 M_{yult} &= -85333760 - 17483646.07 = -102817406.07 \text{ mm} \cdot \text{N}
 \end{aligned}
 \tag{4.12.}$$

Estos valores se utilizan como referencia, para introducir un determinado camino de carga proporcional a los resultados obtenidos analíticamente de los esfuerzos últimos de esta sección, y poder así comprobar la eficiencia del método.

Es muy importante que los esfuerzos introducidos sean proporcionales a los previamente calculados, puesto que de esta manera garantizamos la posición del eje neutro deseada.

## 4.2.4.2. SOLUCIÓN CON AISHA

Se va a insertar la sección de 4.2.4.1. en el método interactivo.

**GUI3**

### AISHA

**GEOMETRÍA**

Número de vértices:

Vértice	Coordenada X (mm)	Coordenada Y (mm)
1	0	0
2	400	0
3	400	400
4	0	400

Número de líneas:

Línea	Vértice inicial	Vértice final
1	1	2
2	2	3
3	3	4
4	4	1

Número de superficies:

Superf...	Número de líneas	Líneas
1	4	1 2 3 4

Tipo de elemento:  
 Prefabricado o lámina  General

Ambiente:  
 I  IIa  IIb  IIIa  IIIb  IIIc  Intenso  
 IV  Otro Recubrimiento mínimo:   Otro

Control Ejecución:  
 Intenso  Otro

**ARMADO**

Línea	Número de rebondos	Diámetro de rebond...
1	3	20
2	0	0
3	0	0
4	0	0

**SOLICITACIONES**

Número de estados de carga:

Estado	Nd (kN)	Mxd (m kN)	Myd (m kN)
1	1082.76262	116.89174116	-102.81740607

**PROPIEDADES DE LOS MATERIALES**

**ACERO**  
f<sub>yk</sub> (MPa):  400  500  
Coeficiente de seguridad:   
E<sub>s</sub>:

**HORMIGÓN**  
f<sub>ck</sub> (MPa):   
Coeficiente de seguridad:

**ACEPTAR DATOS INTRODUCIDOS**

**DIBUJO DE LA SECCIÓN**

**RESULTADOS**

Nult (kN):

Mxult (m kN):

Myult (m kN):

Profundidad del eje:

Inclinación del eje:

Figura 4.2.4.2.a. Introducción de datos en AISHA.

**GUI3**

### AISHA

**GEOMETRÍA**

Número de vértices:

Vértice	Coordenada X (mm)	Coordenada Y (mm)
1	0	0
2	400	0
3	400	400
4	0	400

Número de líneas:

Línea	Vértice inicial	Vértice final
1	1	2
2	2	3
3	3	4
4	4	1

Número de superficies:

Superf...	Número de líneas	Líneas
1	4	1 2 3 4

Tipo de elemento:  
 Prefabricado o lámina  General

Ambiente:  
 I  IIa  IIb  IIIa  IIIb  IIIc  Intenso  
 IV  Otro Recubrimiento mínimo:   Otro

Control Ejecución:  
 Intenso  Otro

**ARMADO**

Línea	Número de rebondos	Diámetro de rebond...
1	3	20
2	0	0
3	0	0
4	0	0

**SOLICITACIONES**

Número de estados de carga:

Estado	Nd (kN)	Mxd (m kN)	Myd (m kN)
1	1082.76262	116.89174116	-102.81740607

**PROPIEDADES DE LOS MATERIALES**

**ACERO**  
f<sub>yk</sub> (MPa):  400  500  
Coeficiente de seguridad:   
E<sub>s</sub>:

**HORMIGÓN**  
f<sub>ck</sub> (MPa):   
Coeficiente de seguridad:

**ACEPTAR DATOS INTRODUCIDOS**

**DIBUJO DE LA SECCIÓN**

**RESULTADOS**

Nult (kN):

Mxult (m kN):

Myult (m kN):

Profundidad del eje:

Inclinación del eje:

Figura 4.2.4.2.b. Resultados obtenidos en AISHA.

Y el fichero de resultados muestra lo siguiente:

Propiedades estáticas de la sección  
\*\*\*\*\*

Área= 160000.000  
Perímetro= 320800.000  
Coordenada x del cdg= 200.000  
Coordenada y del cdg= 200.000

Coordenadas de los vértices referidas a ejes que pasan por el cdg

```
=====
Vértice      x          y
-----
1      -200.000    -200.000
2       200.000    -200.000
3       200.000     200.000
4      -200.000     200.000
```

Momentos de inercia respecto a unos ejes paralelos a los de referencia que pasan por el cdg

```
=====
Inercia respecto al eje x= 2133333333.333
Inercia respecto al eje y= 2133333333.333
Producto de inercia respecto a los ejes x e y= 0.000
```

Momentos y ejes principales de inercia

```
=====
Momentos principales de inercia
-----
Inercia principal 1= 2133333333.333
Inercia principal 2= 2133333333.333
```

Ejes principales de inercia

```
-----
Dirección de la inercia principal 1= 0.000 1.000
Dirección de la inercia principal 2= 1.000 0.000
```

Coordenadas de los vértices referidas a ejes los ejes principales

```
=====
Vértice      x          y
-----
1      -200.000    -200.000
2      -200.000     200.000
3       200.000     200.000
4       200.000    -200.000
```

Valores iniciales de las variables

```
*****
Valor inicial de la profundidad de fibra neutra yf= 282.264
Valor inicial del ángulo que forma la fibra neutra con el eje x=
41.3347
Valor inicial del coeficiente de seguridad (factor de carga)= 1
```

Resultados Newton Raphson

\*\*\*\*\*

El número de iteraciones es iter= 4

La profundidad de fibra neutra aproximada es  $y_f = 283.746$

El ángulo que forma la fibra neutra con el eje x es= 45.0534

El coeficiente de seguridad (factor de carga) es= 1.00395

Esfuerzos últimos

=====

Nult

Mxult

Myult

-----  
1087036.137

117353097.015

-----  
-103223212.433

#### 4.2.5. SECCIÓN CUADRADA. EJEMPLO 5.

La sección objeto de análisis se corresponde con los datos indicados en la figura 4.2.a.

La posición elegida para el eje neutro corresponde a una inclinación de  $195^\circ$  y una profundidad de 179.52mm (figura 4.2.5.a.).

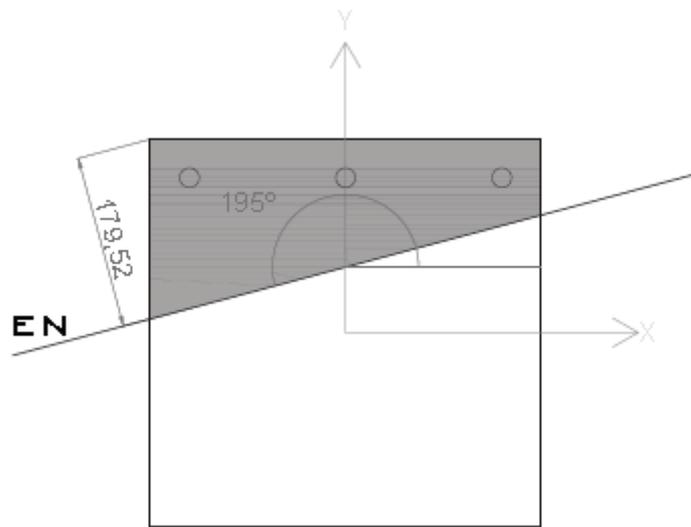


Figura 4.2.5.a. Sección cuadrada maciza. Posición del eje neutro: profundidad 179.52mm, inclinación:  $195^\circ$ .

#### 4.2.5.1. SOLUCIÓN SEMIANALÍTICA.

Se ha realizado el cálculo semianalítico de la sección descrita en este caso obteniendo los esfuerzos últimos de la hipótesis en concreto

Para este cálculo, se realiza en primer lugar un dibujo de la sección en AutoCAD® para obtener gráficamente el área de la zona comprimida, la posición del centro de gravedad, profundidad del eje neutro, la ley tensión-deformación del acero para medir la tensión en cada uno de los redondos, y la ley tensión-deformación rectangular del hormigón.

Para la obtención de las propiedades físicas de la pieza se ha utilizado el comando PROPFIS en AutoCAD® que arroja los datos de la zona comprimida referentes a: área, perímetro, cuadro delimitador, centro de gravedad, momentos de inercia, producto de inercia, radios de giro, momentos principales y direcciones X-Y alrededor del centro de gravedad.

De esta forma, la capacidad resistente de la sección en el Estado Límite Último viene dada por los resultados mostrados gráficamente en la figura 4.2.5.1.a.

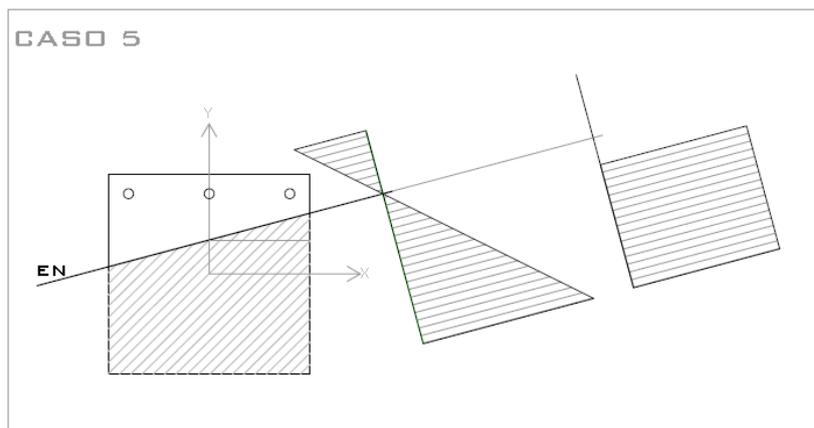


Figura 4.2.5.1.a. Sección cuadrada maciza. Eje neutro y distribuciones de tensiones y deformaciones.

Los datos gráficos obtenidos con AutoCAD® son:

DATOS DEL ÁREA COMPRIMIDA			
Área	107093,7117		
Perímetro	1349,57		
Cuadro delimitador			
X:	-200	200	
Y:	-200	121,3241	
Centro de gravedad			
X:	13,344		
Y:	-64,3451		
Momentos de inercia			
X:	1134037921		
Y:	1427916156		
Producto de inercia			
XY:	96796508,87		
Radios de giro			
X:	102,9039		
Y:	115,4701		
Momentos principales y direcciones X-Y alrededor del centro de gravedad			
I:	644055494	a lo largo de	[0,9709 0,2396]
J:	1455429916	a lo largo de	[-0,2396 0,9709]
Profundidad del eje neutro	310,38		
Inclinación del eje neutro	195		

Tabla 4.2.5.1.1. Obtención de datos de la sección con AutoCAD®. Propiedades físicas.

TENSIÓN DE LAS ARMADURAS					POSICIÓN DE LAS ARMADURAS	
BARRA	Deformación	Tensión	Tensión máx.	Tensión final	x	y
Barra 1	0,00053802	107,6038	347,826087	<b>107,6038</b>	160	160
Barra 2	0,001005	200,9996	347,826087	<b>200,9996</b>	0	160
Barra 3	0,00147823	295,6454	347,826087	<b>295,6454</b>	-160	160

Tabla 4.2.5.1.2. Obtención de datos de la sección con AutoCAD®. Tensión máxima y posición de las armaduras.

Los datos recogidos en la tablas 4.2.5.1.1. y 4.2.5.1.2 permiten el planteamiento sencillo de las ecuaciones de equilibrio detalladas el apartado 2.4.1. de este proyecto:

Esfuerzos últimos en el hormigón:

$$\begin{aligned}
 N_{ult_h} &= 0.8 \cdot 1 \cdot 107093.7117 \cdot \frac{30}{1.5} = 1713499.3872 \text{ N} \\
 M_{xult_h} &= 0.8 \cdot 1 \cdot 107093.7117 \cdot \frac{30}{1.5} \cdot (-64.3451) = -110255289.4192 \text{ mm} \cdot \text{N} \\
 M_{yult_h} &= 0.8 \cdot 1 \cdot 107093.7117 \cdot \frac{30}{1.5} \cdot 13.344 = 22864935.8224 \text{ mm} \cdot \text{N}
 \end{aligned}
 \tag{4.13.}$$

Esfuerzos últimos en el acero en el acero:

$$\begin{aligned}
 N_{ult_a} &= \pi \cdot 10^2 \cdot (-107.6038) + \pi \cdot 10^2 \cdot (-200.996) + \pi \cdot 10^2 \cdot (-295.6454) \\
 &= -189829.22 \text{ N} \\
 M_{xult_a} &= \pi \cdot 10^2 \cdot (-107.6038) \cdot (160) + \pi \cdot 10^2 \cdot (200.996) \cdot (160) + \pi \cdot 10^2 \\
 &\quad \cdot (-295.6454) \cdot (160) = -30372666.447 \text{ mm} \text{ N} \\
 M_{yult_a} &= \pi \cdot 10^2 \cdot (-107.6038) \cdot (160) + \pi \cdot 10^2 \cdot (-200.996) \cdot (0) + \pi \cdot 10^2 \\
 &\quad \cdot (295.6454) \cdot (-160) = 9452001.746 \text{ mmN}
 \end{aligned}
 \tag{4.14.}$$

Esfuerzos últimos de la sección:

$$\begin{aligned}
 N_{ult} &= 1713499.3872 - 189829.22 = 1523670.2272 \text{ N} \\
 M_{xult} &= -110255289.4192 - 30372666.447 = -140627955.8662 \text{ mm} \cdot \text{N} \\
 M_{yult} &= 22864935.8224 + 9452001.746 = 32316937.57 \text{ mm} \cdot \text{N}
 \end{aligned}
 \tag{4.15.}$$

Estos valores se utilizan como referencia, para introducir un determinado camino de carga proporcional a los resultados obtenidos analíticamente de los esfuerzos últimos de esta sección, y poder así comprobar la eficiencia del método.

Es muy importante que los esfuerzos introducidos sean proporcionales a los previamente calculados, puesto que de esta manera garantizamos la posición del eje neutro deseada.

### 4.2.5.2. SOLUCIÓN CON AISHA

Se va a insertar la sección de 4.2.5.1. en el método interactivo.

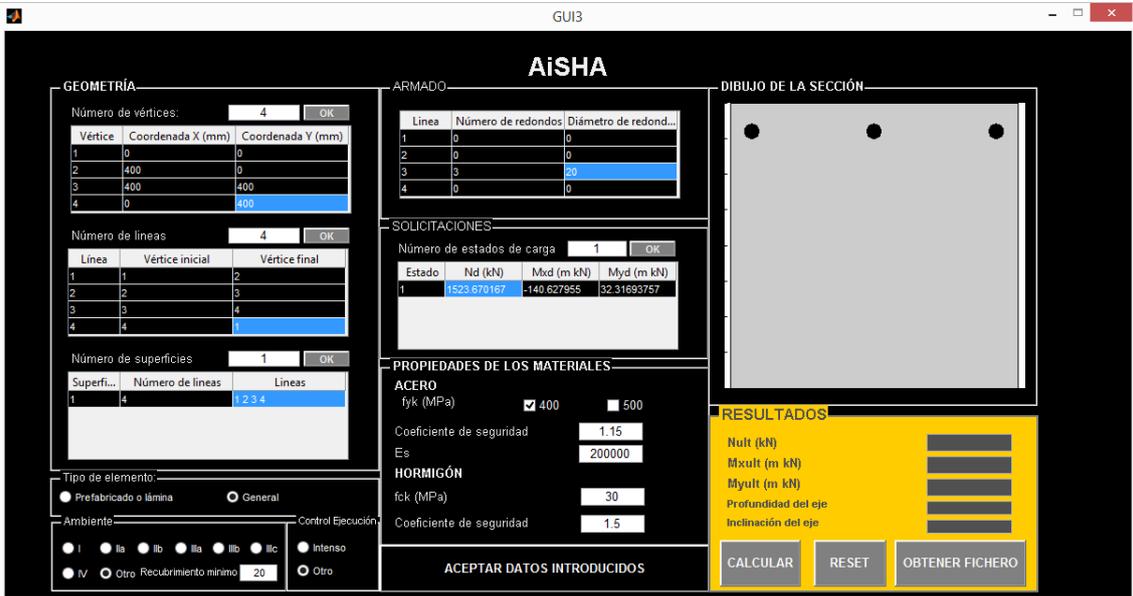


Figura 4.2.5.2.a. Introducción de datos en AISHA.

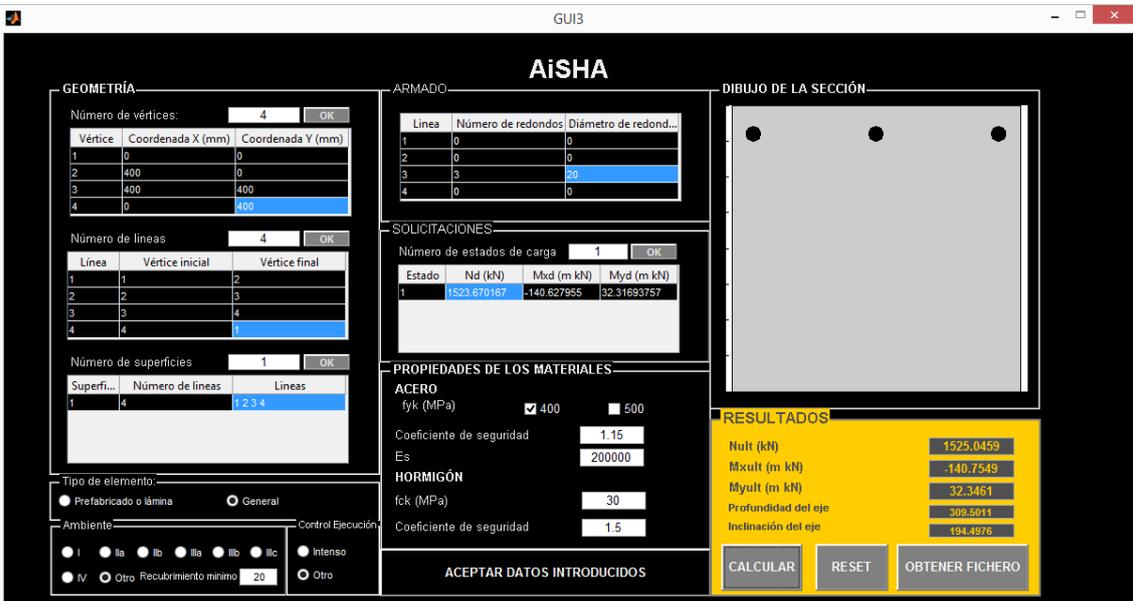


Figura 4.2.5.2.b. Resultados obtenidos en AISHA.

Y el fichero de resultados muestra lo siguiente:

```

Propiedades estáticas de la sección
*****
Área= 160000.000
Perímetro= 320800.000
Coordenada x del cdg= 200.000
Coordenada y del cdg= 200.000

Coordenadas de los vértices referidas a ejes que pasan por el cdg
=====
Vértice      x          y
-----
1      -200.000   -200.000
2       200.000   -200.000
3       200.000    200.000
4      -200.000    200.000

Momentos de inercia respecto a unos ejes paralelos a los de referencia
que pasan por el cdg
=====
Inercia respecto al eje x= 2133333333.333
Inercia respecto al eje y= 2133333333.333
Producto de inercia respecto a los ejes x e y= 0.000

Momentos y ejes principales de inercia
=====
Momentos principales de inercia
-----
Inercia principal 1= 2133333333.333
Inercia principal 2= 2133333333.333

Ejes principales de inercia
-----
Dirección de la inercia principal 1= 0.000 1.000
Dirección de la inercia principal 2= 1.000 0.000

Coordenadas de los vértices referidas a ejes los ejes principales
=====
Vértice      x          y
-----
1      -200.000   -200.000
2      -200.000    200.000
3       200.000    200.000
4       200.000   -200.000

Valores iniciales de las variables
*****
Valor inicial de la profundidad de fibra neutra yf= 239.713
Valor inicial del ángulo que forma la fibra neutra con el eje x=
192.942
Valor inicial del coeficiente de seguridad (factor de carga)= 1

```

Resultados Newton Raphson

\*\*\*\*\*

El número de iteraciones es iter= 5  
La profundidad de fibra neutra aproximada es  $y_f = 309.501$   
El ángulo que forma la fibra neutra con el eje x es= 194.498  
El coeficiente de seguridad (factor de carga) es= 1.0009

Esfuerzos últimos

=====

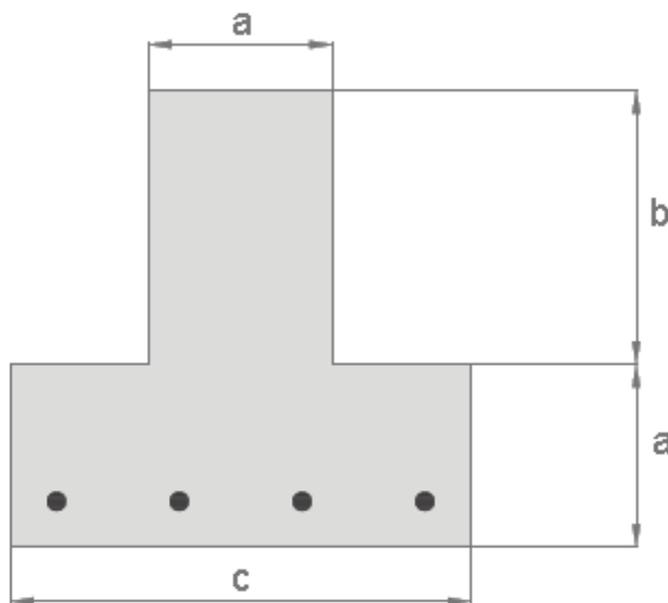
Nult	Mxult	Myult
1525045.877	-140754926.880	32346116.280

### 4.3. SECCIÓN T INVERTIDA.

En este ejemplo se analiza una sección de geometría en T invertida con el armado distribuido únicamente en la cara traccionada de la sección.

Se ha supuesto un caso de flexo-compresión.

En la figura 4.3.a se muestran la geometría y las dimensiones de la sección, la distribución y cuantía del armado, y las características de los materiales.



#### DATOS

Geometría

$a = 200\text{mm}$

$b = 300\text{mm}$

$r_{mec} = 50\text{mm}$

Armado

$4\varnothing 20\text{mm}$

Materiales

$f_{yk} = 400\text{ MPa}$ ;  $\gamma_S = 1,15$

$f_{ck} = 30\text{ MPa}$ ;  $\gamma_C = 1,5$

$E_S = 200\text{ GPa}$

Figura 4.3.a. Datos. Sección T invertida.

Se ha adoptado como hipótesis de partida el caso de una sección T invertida, con una posición determinada de eje neutro sometida a flexo-compresión.

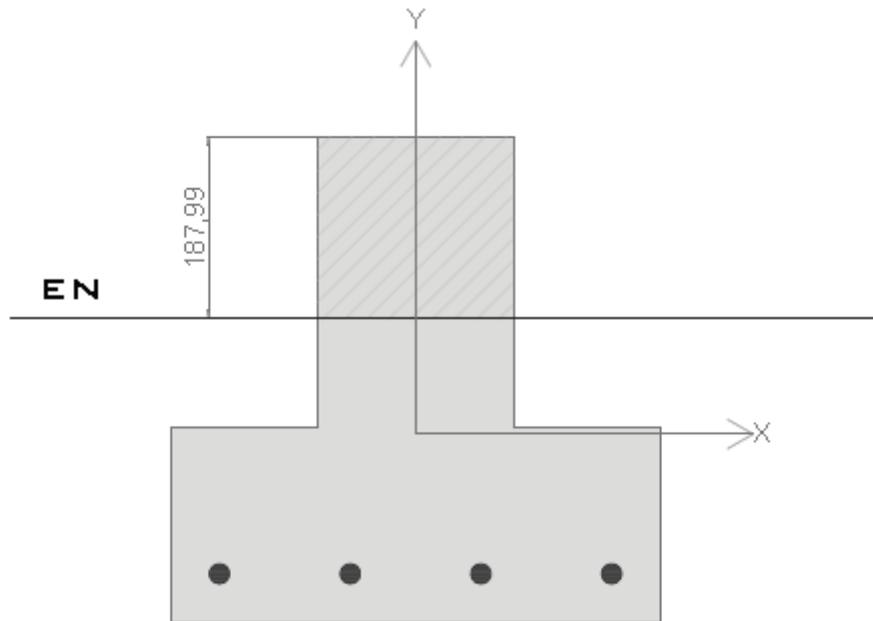


Figura 4.3.b Sección cuadrada maciza. Posición del eje neutro: profundidad 187.99mm, inclinación: 0°.

#### 4.3.1. SOLUCIÓN SEMIANALÍTICA.

Se ha realizado el cálculo semianalítico de la sección descrita en este caso obteniendo los esfuerzos últimos de la hipótesis en concreto.

Para este cálculo, se realiza en primer lugar un dibujo de la sección en AutoCAD® para obtener gráficamente el área de la zona comprimida, la posición del centro de gravedad, profundidad del eje neutro, la ley tensión-deformación del acero para medir la tensión en cada uno de los redondos, y la ley tensión-deformación rectangular del hormigón.

Para la obtención de las propiedades físicas de la pieza se ha utilizado el comando PROPFIS en AutoCAD® que arroja los datos de la zona comprimida referentes a: área, perímetro, cuadro delimitador, centro de gravedad, momentos de inercia, producto de inercia, radios de giro, momentos principales y direcciones X-Y alrededor del centro de gravedad.

De esta forma, la capacidad resistente de la sección en el Estado Límite Último viene dada por los resultados mostrados gráficamente en la figura 4.3.1.a.

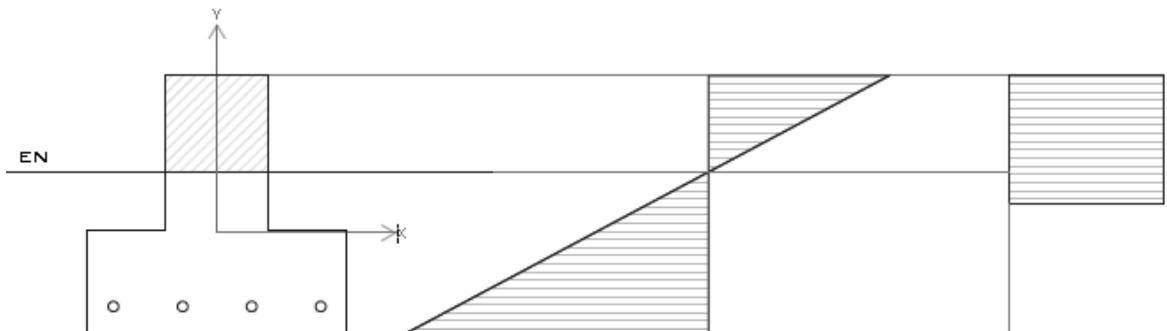


Figura 4.3.1.a. Sección cuadrada maciza. Eje neutro y distribuciones de tensiones y deformaciones.

Los datos gráficos obtenidos con AutoCAD® son:

DATOS DEL ÁREA COMPRIMIDA			
Área	37599,7951		
Perímetro	775,9986		
Cuadro delimitador			
X:	-100,0085	100,0028	
Y:	118,2563	306,25	
Centro de gravedad			
X:	0		
Y:	212,2523		
Momentos de inercia			
X:	1804646073		
Y:	125339749,7		
Producto de inercia			
XY:	0		
Radios de giro			
X:	219,0803		
Y:	57,7367		
Momentos principales y direcciones X-Y alrededor del centro de gravedad			
I:	110736450	a lo largo de	[1.0000 0.0002]
J:	125339750	a lo largo de	[-0.0002 1.0000]
Profundidad del eje neutro			187,99
Inclinación del eje neutro			0

Tabla 4.3.1.1. Obtención de datos de la sección con AutoCAD®. Propiedades físicas.

TENSIÓN DE LAS ARMADURAS					POSICIÓN DE LAS ARMADURAS	
BARRA	Deformación	Tensión	Tensión máx.	Tensión final	x	y
Barra 1	0,00053802	107,6038	347,826087	<b>107,6038</b>	160	160
Barra 2	0,001005	200,9996	347,826087	<b>200,9996</b>	0	160
Barra 3	0,00147823	295,6454	347,826087	<b>295,6454</b>	-160	160

Tabla 4.3.1.2. Obtención de datos de la sección con AutoCAD®. Tensión máxima y posición de las armaduras.

Los datos recogidos en la tablas 4.3.1.1. y 4.3.1.2 permiten el planteamiento sencillo de las ecuaciones de equilibrio detalladas el apartado 2.4.1. de este proyecto:

Esfuerzos últimos en el hormigón:

$$\begin{aligned}
 N_{ult_h} &= 0.8 \cdot 1 \cdot 37599,7951 \cdot \frac{30}{1.5} = 601579.6848 \text{ N} \\
 M_{xult_h} &= 0.8 \cdot 1 \cdot 37599,7951 \cdot \frac{30}{1.5} \cdot 212,2523 = 127687213.2 \text{ mm} \cdot \text{N} \\
 M_{yult_h} &= 0.8 \cdot 1 \cdot 37599,7951 \cdot \frac{30}{1.5} \cdot 0 = 0 \text{ mm} \cdot \text{N}
 \end{aligned}
 \tag{4.16.}$$

Esfuerzos últimos en el acero en el acero:

$$\begin{aligned}
 N_{ult_a} &= 4 \cdot \pi \cdot 10^2 \cdot \left(-\frac{400}{1.15}\right) = -437092.1739 \text{ N} \\
 M_{xult_a} &= 4 \cdot \pi \cdot 10^2 \cdot \left(-\frac{400}{1.15}\right) \cdot (143.75) = 62832000 \text{ mm N} \\
 M_{yult_a} &= \pi \cdot 10^2 \cdot \left(-\frac{400}{1.15}\right) \cdot (-200) + \pi \cdot 10^2 \cdot \left(-\frac{400}{1.15}\right) \cdot (-66.667) + \pi \cdot 10^2 \\
 &\quad \cdot \left(-\frac{400}{1.15}\right) \cdot (66.667) + \pi \cdot 10^2 \cdot \left(-\frac{400}{1.15}\right) \cdot (200) = 0 \text{ mm N}
 \end{aligned}
 \tag{4.17.}$$

Esfuerzos últimos de la sección:

$$\begin{aligned}
 N_{ult} &= 601579.6848 - 437092.1739 = 164487.5109 \text{ N} \\
 M_{xult} &= 127687213.2 + 62832000 = 190516213.2 \text{ mm} \cdot \text{N} \\
 M_{yult} &= 0 + 0 = 0 \text{ mm} \cdot \text{N}
 \end{aligned}
 \tag{4.18.}$$

Estos valores se utilizan como referencia, para introducir un determinado camino de carga proporcional a los resultados obtenidos analíticamente de los esfuerzos últimos de esta sección, y poder así comprobar la eficiencia del método.

Es muy importante que los esfuerzos introducidos sean proporcionales a los previamente calculados, puesto que de esta manera garantizamos la posición del eje neutro deseada.

### 4.3.2. SOLUCIÓN CON AISHA

Se va a insertar la sección de 4.3. en el método interactivo.

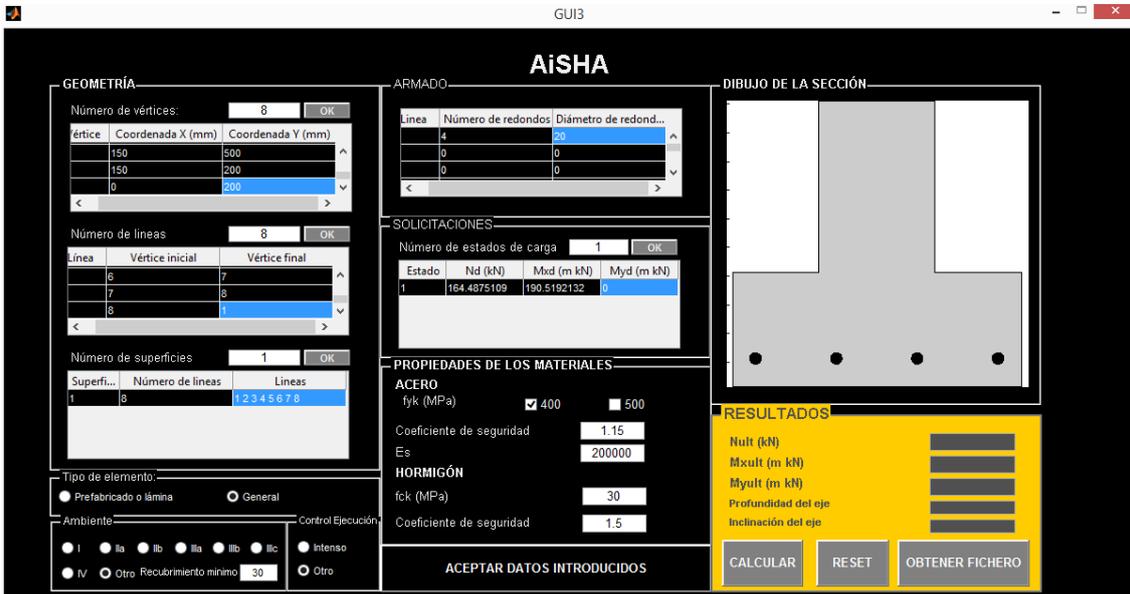


Figura 4.3.2.a. Introducción de datos en AISHA.

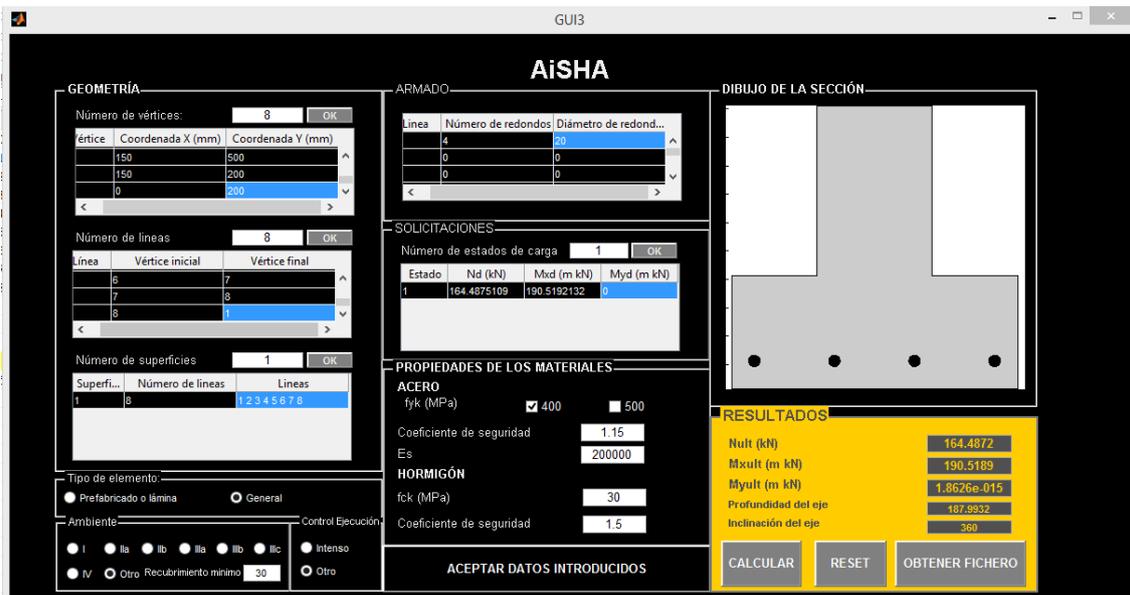


Figura 4.3.2.b. Resultados obtenidos en AISHA.

Y el fichero de resultados muestra lo siguiente:

Propiedades estáticas de la sección  
\*\*\*\*\*

Área= 160000.000  
Perímetro= 261000.000  
Coordenada x del cdg= 250.000  
Coordenada y del cdg= 193.750

Coordenadas de los vértices referidas a ejes que pasan por el cdg

```
=====
Vértice      x          y
-----
1      -250.000    -193.750
2       250.000    -193.750
3       250.000     6.250
4       100.000     6.250
5       100.000    306.250
6      -100.000    306.250
7      -100.000     6.250
8      -250.000     6.250
```

Momentos de inercia respecto a unos ejes paralelos a los de referencia que pasan por el cdg

```
=====
Inercia respecto al eje x= 3127083333.333
Inercia respecto al eje y= 2283333333.333
Producto de inercia respecto a los ejes x e y= 0.000
```

Momentos y ejes principales de inercia

```
=====
Momentos principales de inercia
-----
Inercia principal 1= 3127083333.333
Inercia principal 2= 2283333333.333
```

Ejes principales de inercia

```
-----
Dirección de la inercia principal 1= 1.000 0.000
Dirección de la inercia principal 2= 0.000 1.000
```

Coordenadas de los vértices referidas a ejes los ejes principales

```
=====
Vértice      x          y
-----
1      -250.000    -193.750
2       250.000    -193.750
3       250.000     6.250
4       100.000     6.250
5       100.000    306.250
6      -100.000    306.250
7      -100.000     6.250
8      -250.000     6.250
```

Valores iniciales de las variables

\*\*\*\*\*

Valor inicial de la profundidad de fibra neutra  $y_f = 250$

Valor inicial del ángulo que forma la fibra neutra con el eje  $x = 360$

Valor inicial del coeficiente de seguridad (factor de carga) = 1

Resultados Newton Raphson

\*\*\*\*\*

El número de iteraciones es  $iter = 3$

La profundidad de fibra neutra aproximada es  $y_f = 187.993$

El ángulo que forma la fibra neutra con el eje  $x$  es = 360

El coeficiente de seguridad (factor de carga) es = 0.999998

Esfuerzos últimos

=====

Nult	Mxult	Myult
164487.238	190518897.648	0.000

## **CONCLUSIONES**

### **5.1. INTRODUCCIÓN**

En este capítulo se resume el trabajo de investigación realizado y descrito en este proyecto, se exponen las conclusiones del mismo y se proponen trabajos futuros dentro de la línea de trabajo seguida.

### **5.2. RESUMEN**

Este proyecto se ha estructurado en cinco capítulos, incluyendo este último capítulo de conclusiones.

En el Capítulo 1 se ha realizado una introducción general al problema de análisis, se han planteado los objetivos de este proyecto y se ha descrito la estructura del mismo.

En el Capítulo 2 se ha estudiado el comportamiento de secciones de forma arbitraria sometidas a sollicitaciones normales, y se han formulado el procedimiento de análisis.

En el Capítulo 3 se ha descrito la implementación en ordenador de los procedimientos desarrollados en el Capítulo 2, detallándose el proceso de generación del modelo de análisis de la sección, la estrategia de durabilidad a tener en cuenta en el diseño, los métodos de resolución de las ecuaciones de equilibrio, y las incógnitas utilizadas. Se ha presentado un esquema general de la aplicación *AiSHA* y se han mostrado algunas pantallas y utilidades de dicha aplicación.

En el Capítulo 4 se han resuelto, mediante la metodología desarrollada en el Capítulo 2 y la implementación descrita en el Capítulo 3, seis ejemplos de secciones de hormigón armado sometidas a diversos tipos de solicitaciones normales.

### 5.3. CONCLUSIONES

- Se ha estudiado el problema de análisis de secciones de hormigón armado sometidas a solicitaciones normales.
- Se ha planteado una estrategia de durabilidad en la elección del recubrimiento.
- Se ha formulado e implementado en ordenador un procedimiento para la obtención de los esfuerzos últimos de secciones de hormigón armado sometidas a solicitaciones normales.
- Se ha implementado el algoritmo de Newton-Raphson para la resolución de los sistemas de ecuaciones no lineales correspondiente al estado Límite Último.
- Se ha desarrollado una interfaz gráfica (GUI) para la resolución interactiva del problema de análisis.
- En todas las alternativas, el procedimiento desarrollado es robusto y capaz de trabajar con diversas formas de secciones.

#### 5.4. TRABAJOS FUTUROS

Se proponen las siguientes líneas de trabajos futuros, como continuación del trabajo desarrollado en este trabajo fin de grado:

- Extender el procedimiento de análisis desarrollado a secciones y elementos estructurales de hormigón pretensado.
- Formular e implementar un procedimiento que permita el diseño óptimo de armado, de dimensiones y de forma, de secciones y elementos estructurales de hormigón armado.
- Extender el desarrollo de la interfaz gráfica en los aspectos citados en los puntos anteriores.

# MANUAL DE AISHA

## A1.1. INTRODUCCIÓN.

En este capítulo se realiza una breve explicación de cada componente de la pantalla principal de la GUI, así como las funciones que realiza cada elemento.

Comenzando desde una visión general, el aspecto que muestra la GUI del programa AiSHA al ejecutarlo es el siguiente:

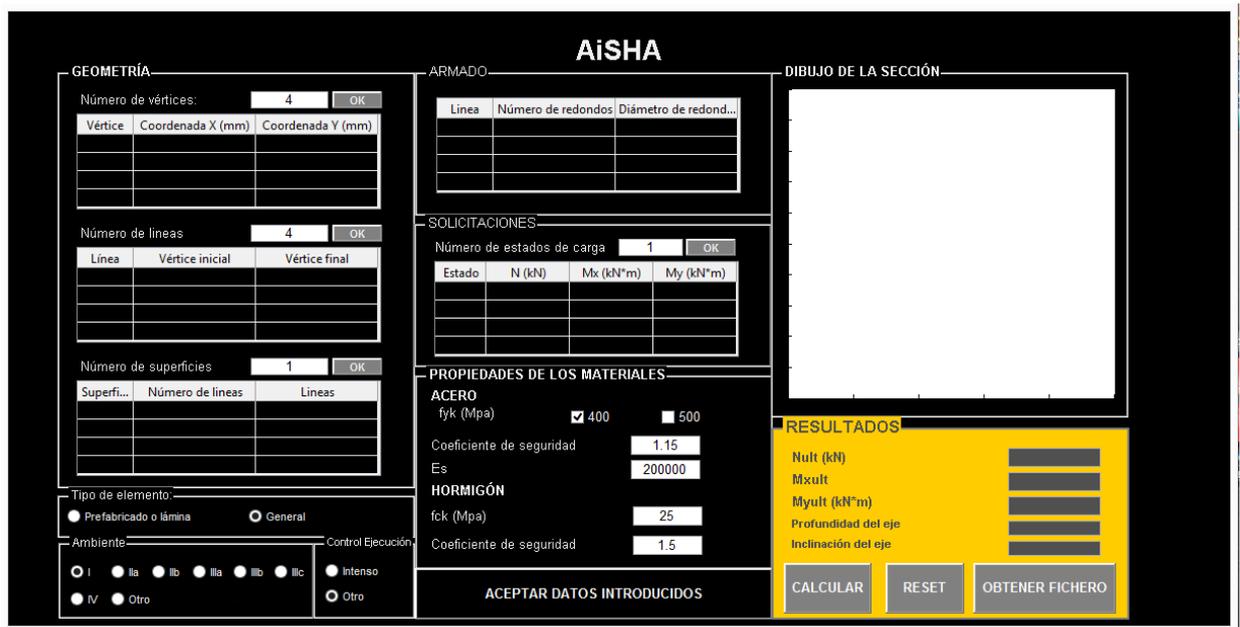


Figura A1.1a. Aspecto general de la pantalla principal.

Se ha pretendido que el orden de lectura y de introducción de datos fuese lo más intuitivo posible para facilitar su uso al usuario, es por esto que la pantalla está estructurada en 3 columnas verticales compuestas, cada una de ellas, por distintos paneles.

El manejo de la GUI está proyectado para rellenar las columnas en orden, comenzando por el panel de la izquierda para finalizar en el de la derecha.

Así pues, las dos primeras columnas (izquierda y central) cuentan con una serie de tablas, botones circulares, cuadros de check y recuadros editables donde se insertarán los datos del problema de análisis concreto, finalizando con un botón para validarlos. La última columna (columna derecha) contendrá, en su parte superior, una representación gráfica de la sección detallada en los datos introducidos y en su parte inferior los resultados del problema de análisis y una serie de botones para la obtención de esos datos y el reseteo del programa.

## A1.2. PANELES DE AISHA.

En este apartado se procede a analizar detalladamente cada una de las partes que componen la aplicación.

### A1.2.1. PANEL “GEOMETRÍA”:

A través de este panel se introduce la geometría de la sección.

The screenshot shows a software interface titled "GEOMETRÍA". It is divided into three main sections, each with a numerical input field and an "OK" button:

- Vertices Section:** "Número de vértices:" with the value "4". Below it is a table with 3 columns: "Vértice", "Coordenada X (mm)", and "Coordenada Y (mm)". There are 4 empty rows for data entry.
- Lines Section:** "Número de líneas" with the value "4". Below it is a table with 3 columns: "Línea", "Vértice inicial", and "Vértice final". There are 4 empty rows for data entry.
- Surfaces Section:** "Número de superficies" with the value "1". Below it is a table with 3 columns: "Superfi...", "Número de líneas", and "Lineas". There are 4 empty rows for data entry.

Figura A1.2.1.a. Aspecto del panel “GEOMETRÍA”

Este panel se configura en 3 partes principales o tablas:

**Tabla 1:**

En primer lugar se inserta el número de vértices que se enumerarán desde  $1, \dots, n_{ver}$ , se valida con OK para que la tabla se configure de forma apropiada para el número de vértices indicados, y se procede a insertar las coordenadas en milímetros de las mismas.

**Tabla 2:**

Después de haber introducido todos los datos correctamente en la tabla anterior se rellena la siguiente tabla, la referente a las líneas de la sección.

La forma de proceder será muy similar a la de la tabla anterior: se inserta el número de líneas, que se enumerarán desde  $1, \dots, n_{lin}$ , se valida con OK para que la tabla se configure de forma apropiada para el número de líneas indicados, y se procede a insertar los vértices inicial y final de cada línea, de forma que su número se corresponda con el que se ha dado en la tabla anterior.

**Tabla 3:**

Después de haber introducido todos los datos correctamente en las dos tablas anteriores se rellena la siguiente tabla, la referente a las superficies de la sección.

La forma de proceder será muy similar a la de las tablas anteriores: insertaremos el número de superficies, que se enumerarán desde  $1, \dots, n_{sup}$ , se valida con OK para que la tabla se configure de forma apropiada para el número de superficies indicadas, y se procede a insertar las líneas que encierran cada superficie, de forma que su número se corresponda con el que se le ha dado en la tabla anterior.

En la casilla de introducción de las líneas, se separarán los números de la misma con la tecla SPACE.

### A1.2.2. PANEL “TIPO DE ELEMENTO”:

En este panel es necesario seleccionar entre la opción *prefabricado o lámina* y la opción *general* en función de las características que tenga la sección objeto de análisis.



Figura A1.2.2.a. Aspecto del panel “Tipo de elemento”.

Estos dos botones son mutuamente excluyentes y no permiten la selección simultánea de ambos. Los casos más comunes como pueden ser una viga o pilar de hormigón armado ejecutado in situ, se encontrarán en la opción *general*.

### A1.2.3. PANEL “AMBIENTE”:

En este panel es necesario seleccionar entre las distintas opciones que se muestran. Estos botones son mutuamente excluyentes y no permiten la selección simultánea de más de uno.



Figura A1.2.3.a. Aspecto del panel “Ambiente”.

Estos ambientes se corresponderán con los definidos en el apartado 2.3.1. del capítulo 2 del presente proyecto.

Los valores especificados para estos botones se corresponden con los aportados en el apartado 2.3.2. del capítulo 2 del presente proyecto, para una resistencia característica de acuerdo a la indicada en la pantalla, una vida útil de 100 años y con un tipo de cemento que será:

- Cualquiera para el ambiente I
- Otros tipos de cemento diferentes a CEMI o en el caso de empleo de adiciones al hormigón para los ambientes IIa y IIb,
- CemIII/A, CemIII/B, CemIV, CemII/B-S, B-P, B-V, A-D u hormigón con microsílíce superior al 6% para los ambientes IIIa, IIIb, IIIc y IV.

Fuera de los ambientes contemplados, o bajo una situación diferente en cuanto al tipo de cemento y/o la vida útil existe la opción “otro” que permite la definición manual del recubrimiento mínimo de las armaduras.

#### A1.2.4. PANEL “CONTROL DE EJECUCIÓN”:

En este panel es necesario seleccionar entre la opción *intenso* y la opción *otro* en función de las características que tenga prevista, o bajo las que se haya llevado a cabo la ejecución del elemento constructivo cuya sección es objeto de análisis.

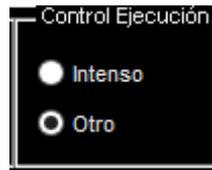


Figura A1.2.4.a. Aspecto del panel “Control Ejecución”.

El caso más desfavorable es el que se corresponde con el botón *otro*.

### A1.2.5. PANEL “ARMADO”:

En este panel se ofrece una tabla en la que se han de introducir los datos referentes al armado básico de la sección objeto de análisis:

Línea	Número de redondos	Diámetro de redond...

Figura A1.2.5.a. Aspecto del panel “ARMADO”.

Esta tabla consta de 3 columnas, que son:

#### Línea:

Se enumeran con la misma nomenclatura utilizada en la tabla 2 del panel “GEOMETRÍA”. Para cada una de estas líneas se estimará una línea paralela que contendrá los redondos. Esta tabla adoptará el número de filas igual al número de líneas introducidas para la tabla 2 del panel “GEOMETRÍA”

#### Número de redondos:

Se establece el número de redondos por línea, siendo 0 en caso de líneas sin redondos.

#### Diámetro de los redondos:

Se determina el diámetro de los redondos que se encuentran en cada línea. El diámetro será igual para todos los redondos ubicados en una misma línea.

### A1.2.6. PANEL “SOLICITACIONES”:

Este panel recoge los datos de los estados de carga bajo los que queremos calcular la sección objeto de análisis.

The screenshot shows a software interface titled "SOLICITACIONES". At the top, there is a label "Número de estados de carga" followed by a text input field containing the number "1" and an "OK" button. Below this is a table with four columns: "Estado", "N (kN)", "Mx (kN\*m)", and "My (kN\*m)". The table has five rows, with the first row containing the column headers and the remaining four rows being empty for data entry.

Estado	N (kN)	Mx (kN*m)	My (kN*m)

Figura A1.2.6.a. Aspecto del panel “SOLICITACIONES”.

La forma de proceder será muy similar a la de las tablas anteriores: se inserta el número de estados de carga a analizar, se valida con OK para que la tabla se configure de forma apropiada para el número de estados de carga indicados, y se procede a insertar los datos en las 4 columnas de la tabla:

#### Estado:

Se enumera cada estado de carga con un número diferente. El número de estados de carga irá desde  $1, \dots, n_{est}$ .

#### Nd(kN):

Se establece el valor del axil de cálculo al que está sometida la pieza, en metro por kilo Newton.

#### Mdx (m kN):

Se establece el valor de cálculo del momento flector alrededor del eje x al que está sometida la pieza, en metro por kilo Newton.

**Mdy (m kN):**

Se establece el valor de cálculo del momento flector alrededor del eje y al que está sometida la pieza, en metro por kilo Newton.

El criterio de signos adoptado para las solicitaciones, será el especificado en el apartado 3.2.4. de este proyecto.

### A1.2.7. BOTÓN “ACEPTAR LOS DATOS INTRODUCIDOS”:

Este botón realiza las siguientes funciones:

- Lectura de todos los datos introducidos
- Determinación del recubrimiento mínimo y cálculo del recubrimiento mecánico de las armaduras.
- Cálculo de datos de materiales ( $f_{yd}$ : límite elástico de cálculo del acero,  $E_c$ : módulo de deformación longitudinal hormigón,  $f_{cd}$ : resistencia de cálculo del hormigón,  $\lambda$  y  $\nu$ : Coeficientes del diagrama de cálculo rectangular del hormigón) a partir de los datos de la pantalla.
- Generación del armado.
- Cálculo de propiedades estáticas de la sección bruta.
- Dibujo de la sección con su armado correspondiente, que se visualiza en el panel “DIBUJO DE LA SECCIÓN”.

A rectangular button with a black background and a white border. The text "ACEPTAR DATOS INTRODUCIDOS" is centered on the button in a white, bold, sans-serif font.

Figura A1.2.7.a. Aspecto del botón “ACEPTAR DATOS INTRODUCIDOS”.

En caso de que los datos introducidos sean incorrectos o esté alguno sin determinar, éste botón generará errores al ejecutarlo.

Bastará con una revisión de los datos introducidos y una corrección de los mismos, para que al volverlo a pulsar el funcionamiento sea correcto.

### A1.2.8. PANEL “DIBUJO DE LA SECCIÓN”:

Se trata de un panel en el que solo existe una ventana destinada a la representación gráfica de la sección.



Figura A1.2.8.a. Aspecto del panel “DIBUJO DE LA SECCIÓN”.

Este panel muestra la sección que se corresponde con los datos introducidos. Esta representación se activará al pulsar el botón ACEPTAR LOS DATOS INTRODUCIDOS.

### A1.2.9. PANEL “RESULTADOS”:

Este panel recoge los resultados del cálculo realizado y contiene 3 botones principales de la aplicación



Figura A1.2.9.a. Aspecto del panel “RESULTADOS”.

Los 3 botones que contiene son:

#### Calcular:

Este botón activa el cálculo para la resolución del problema. Sus funciones son:

- Aportar valores iniciales para las variables del problema (valores iniciales arbitrarios coherentes para el eje neutro: su profundidad e inclinación)
- Resolución del problema de análisis por el método numérico de Newton Raphson.

Los resultados del problema se muestran en los cuadros editables grises que aparecen en la parte derecha del panel.

#### Reset:

Este botón realiza el borrado de los datos introducidos.

### Obtener fichero:

Este botón genera un fichero con los datos siguientes:

- Propiedades estáticas de la sección: área, perímetro, coordenadas del centro de gravedad, coordenadas de los vértices referidas a ejes que pasan por el centro de gravedad, momentos de inercia respecto a unos ejes paralelos a los de referencia que pasan por el centro de gravedad, momentos y ejes principales de inercia, coordenadas de los vértices referidas a los ejes principales).
- Valores iniciales de las variables (profundidad de fibra neutra, ángulo que forma la fibra neutra con el eje x y coeficiente de seguridad (factor de carga)).
- Resultados Newton Raphson (número de iteraciones, profundidad de fibra neutra aproximada, ángulo que forma la fibra neutra con el eje x, coeficiente de seguridad (factor de carga), esfuerzos últimos).

Los resultados del cálculo realizado se muestran en los cuadros editables grises que aparecen en la parte derecha del panel y son:

### **Nult (kN):**

Axil último que es capaz de soportar la sección, en kilo Newton, dadas las solicitaciones a las que está sometida, que determinan el camino de carga, y las características de la misma.

### **Mxult (kN·m):**

Momento último en torno al eje x, en metro por kilo Newton, que es capaz de soportar la sección, dadas las solicitaciones a las que está sometida, que determinan el camino de carga, y las características de la misma.

**Myult (kN·m):**

Momento último en torno al eje y, en metro por kilo Newton, que es capaz de soportar la sección, dadas las solicitaciones a las que está sometida, que determinan el camino de carga, y las características de la misma.

**Profundidad del eje:**

Profundidad del eje neutro en la sección, en milímetros, dadas las solicitaciones a las que está sometida y las características de la misma.

**Inclinación del eje:**

Inclinación del eje neutro en la sección, en milímetros, dadas las solicitaciones a las que está sometida y las características de la misma.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AENOR (1993). *Eurocódigo 2, Proyecto de Estructuras de Hormigón*. Parte I-I: Reglas generales y reglas para edificación. CEDEX, Madrid.

ACI (1995). American Concrete Code. *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318R-95)*. Capítulo 21. American Concrete Institute. FARMINGTON HILLS.

EHE-08 (2011). *Instrucción de Hormigón Estructural*. 5ª edición. Centro de Publicaciones Secretaría General Técnica Ministerio de Fomento. Gobierno de España.

Steven C. Chapra, Raymon C. Canale. (2007). *Métodos numéricos para ingenieros*, 6ª edición, McGraw Hill.

Jiménez Montoya, P., García Meseguer, A., y Morán Cabré, F. (2000). *Hormigón Armado*. 14ª edición, Gustavo Gili, SA, Barcelona.

The MathWorks, Inc. (1996). *MATLAB*. Natick.

Torrano, S., y Martí, P. (2002). "Análisis de secciones de hormigón armado de forma cualquiera sometidas a flexocompresión esviada." V Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería, Madrid, 221.

Yen, R. (1991b). "Quasi-Newton method for reinforced-concrete column analysis and design." *Journal of Structural Engineering*, 117(3), 657-666.

Manuel Santiago Torrano Martínez. (2003). "Diseño óptimo de secciones y elementos estructurales de hormigón armado." Tesis Doctoral.