



---

# DISEÑO Y ESTUDIO HIDRODINÁMICO DE UN SUBMARINO AUTÓNOMO NO TRIPULADO: AUV

---

TRABAJO FINAL DE GRADO



**AUTOR: GUILLERMO ROBLES CARRASCO**

**DIRECTOR: ANTONIO VIEDMA ROBLES**



SEPTIEMBRE DE 2014

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA  
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR INGENIERÍA INDUSTRIAL  
GRADO EN INGENIERÍA EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA TÉRMICA Y DE FLUIDOS



# ÍNDICE

Índice de figuras .....	6
Índice de tablas .....	8
Índice de Símbolos .....	10
1. Introducción y objetivos .....	13
1.1. Proyecto SIRENA .....	13
1.2. Carácter general del submarino: dimensiones generales .....	14
1.3. Objetivos del TFG.....	14
1.4. Estructura del TFG .....	15
2. Estado del arte e información .....	17
2.1. Estado del Arte .....	17
2.1.1. Clasificación de sumergibles y definición de AUV .....	17
2.1.2. Antecedentes históricos de sumergibles .....	18
2.1.3. Antecedentes históricos de los AUVs.....	21
2.1.4. AUVs en la actualidad.....	23
2.1.5. AUVs más comerciales .....	24
2.2. Información .....	27
3. Formas.....	29
3.1. Objetivos .....	29
3.2. Casco hidrodinámico .....	29
3.2.1. Formas de popa .....	33
3.2.2. Formas de proa .....	37
3.2.3. Definición de los parámetros característicos del sumergible.....	42
3.2.4. Cuadro resumen .....	45
3.3. Apéndices .....	46
3.3.1. Diseño del tipo de perfil .....	46
3.3.2. Dimensionado de las cuerdas y máximo espesor .....	46
3.3.3. Posicionamiento de los timones .....	47
3.3.4. Dimensionado de la envergadura, semi envergadura, longitud media del timón y superficie en planta .....	48
3.3.5. Cuadro resumen .....	49
3.4. Conclusión.....	51
4. Resistencia al avance.....	53
4.1. Objetivos.....	53

4.2.	Conceptos teóricos .....	53
4.3.	Cálculo de resistencia .....	57
4.3.1.	Método Pedro Sosa.....	57
4.3.2.	Método Briggs.....	61
4.4.	Conclusión.....	63
5.	Propulsión .....	65
5.1.	Introducción.....	65
5.2.	Sistema motor-propulsor. ....	65
5.3.	Potencias y rendimientos del sistema de propulsión.....	66
5.4.	Geometría de una hélice.....	68
5.4.1.	Geometría de la hélice propulsora. Superficies helicoidales.....	68
5.4.2.	Representación gráfica de la hélice .....	71
5.4.3.	Relaciones características de la hélice.....	73
5.5.	Selección del tipo de hélice .....	74
5.6.	Diseño de la hélice.....	75
5.6.1.	Estimación de parámetros característicos de la hélice y potencias del sistema propulsor. Método Jurado Granados .....	75
5.6.2.	Diseño de la geometría de la hélice.....	78
5.6.3.	Cuadro resumen de la geometría de la Pala.....	86
5.7.	Conclusión.....	86
6.	Dinámica del AUV. Maniobrabilidad. ....	87
6.1.	Introducción.....	87
6.2.	Cinemática del vehículo .....	87
6.3.	Dinámica del cuerpo rígido del AUV.....	89
6.4.	Desarrollo de fuerzas y momentos externas. ....	90
6.4.1.	Fuerzas y momentos hidrostáticas.....	91
6.4.2.	Fuerzas y momentos debidos al amortiguamiento hidrodinámico .....	92
6.4.3.	Masa añadida.....	95
6.4.4.	Fuerzas debidas a sustentación. ....	99
6.4.5.	Fuerzas y momentos propulsivos. ....	104
6.4.6.	Términos combinados.....	104
6.4.7.	Fuerzas externas totales del sumergible .....	105
6.5.	Ecuaciones no-lineales del movimiento del AUV .....	106
6.6.	Conclusión.....	108

ANEXO 1 .....	111
ANEXO 2 .....	113
ANEXO 3 .....	115
ANEXO 4 .....	117
ANEXO 5 .....	125
ANEXO 6 .....	127
Bibliografía .....	129

# Índice de figuras

Figura 1. Proyecto Sirena.....	13
Figura 2. AUV SIRENA.....	13
Figura 3. ROV .....	17
Figura 4. AUV commercial.....	18
Figura 5. Sumergible de Alejandro Magno.....	19
Figura 6. Sumergible van Drebbel.....	19
Figura 7. Turtle .....	20
Figura 8. Nautilus.....	20
Figura 9. AUV en la actualidad.....	24
Figura 10. Forma ideal Albacore.....	30
Figura 11. Forma modificada Albacore.....	30
Figura 12. Relación Eslora Diámetro.....	32
Figura 13 Representación 2D de la Popa 1.....	34
Figura 14. Representación 3D de la Popa 1.....	35
Figura 15. Representación en 2D de la Popa 2 .....	36
Figura 16. Representación en 3D de la Popa 2 .....	36
Figura 17. Proa esbelta frente a popa roma.....	38
Figura 18. Representación 2D de la Proa 1 .....	39
Figura 19. Representación 3D de la Proa 1 .....	40
Figura 20. Representación 2D de la Proa 2 .....	41
Figura 21. Representación 2D de la Proa 2 .....	41
Figura 22. Representación 3D del casco hidrodinámico.....	43
Figura 23. AUV definido respecto a un eje de referencia local.....	44
Figura 24. SIRENA definido respecto al eje de referencia local.....	44
Figura 25 Dimensiones generales de los timones .....	50
Figura 26 Límites de integración de SIRENA .....	50
Figura 27. Capa límite.....	54
Figura 28. Resistencia Fluidodinámica.....	54
Figura 29. Capa límite desprendida.....	56
Figura 30. Resistencia de presión y fricción en cuerpos romos o esbeltos .....	56
Figura 31. Capa límite alrededor de un sumergible.....	57
Figura 32. Potencias desarrolladas en el sistema propulsor.....	66
Figura 33. Hélice .....	69
Figura 34. Cara de succión y de presión .....	69
Figura 35. Angulo de paso .....	70
Figura 36. Desarrollo helicoidal .....	70
Figura 37 Contorno de una sección .....	71
Figura 38 Desarrollo de la pala.....	72
Figura 39 Proyección frontal y lateral.....	72
Figura 40 Proyecciones de la pala .....	73
Figura 41 Gráfica de las series B de Wageningen .....	74

Figura 42 Coeficientes de area para cada número de palas .....	76
Figura 43 Contorno expandido de la hélice B-3.65 .....	81
Figura 44 Proyección frontal de la pala.....	84
Figura 45 Proyección lateral de la pala.....	85
Figura 46 AUV referenciado al eje local.....	88
Figura 47 Angulos de ataque de los timones.....	102

# Índice de tablas

Tabla 1. Dimensiones y características generales. ....	14
Tabla 2. Coeficientes adimensionales que definen el casco hidrodinámico .....	31
Tabla 3. Datos de la Popa 1 .....	35
Tabla 4. Datos de la Popa 2 .....	36
Tabla 5. Datos de la Proa 1 .....	40
Tabla 6. Datos de la Proa 2 .....	42
Tabla 7. Datos generales del casco hidrodinámico .....	45
Tabla 8. Datos generales de la Proa .....	45
Tabla 9. Datos generales de la Popa.....	45
Tabla 10. Datos generales del cuerpo Cilíndrico.....	45
Tabla 11 Parámetros característicos de los timones del Remus 100.....	46
Tabla 12 Parámetros característicos de los timones.....	49
Tabla 13 Coordenadas del casco para límites de integración .....	50
Tabla 14 Cálculo de resistencia al avance. Método Sosa.....	61
Tabla 15. Cálculo de Resistencia al avance. Método Briggs .....	63
Tabla 16 Hélices óptimas.....	77
Tabla 17 Características generales de la hélice óptima .....	77
Tabla 18 Potencias del sistema propulsor .....	78
Tabla 19 Contorno de pala .....	78
Tabla 20 Valores de la cuerda y el skew.....	79
Tabla 21 Valores adimensionalizados de $l_e$ y $X_e$ con la cuerda para hélices de 3 palas	79
Tabla 22 Valores del espesor máximo y su posición en cada sección.....	79
Tabla 23 Valores de $l_s(r)$ y $X_g(r)$ para cada sección.....	80
Tabla 24 Valores de $A_r$ y $B_r$ .....	82
Tabla 25 Valores adimensionalizados de $h_e$ y $h_s$ con $t_{max}$ .....	83
Tabla 26 Valores de $h_e$ y $h_s$ .....	83
Tabla 27 Valores de los contornos proyectados .....	84
Tabla 28 Parámetros generales de la hélice .....	86
Tabla 29 Contornos expandidos y proyecciones de la pala .....	86
Tabla 30 Definición de movimientos, fueras, momentos, posiciones y velocidades. ....	88
Tabla 31 Coeficiente de resistencia axial .....	93
Tabla 32 Coeficiente de resistencia al flujo flujado.....	94
Tabla 33 Valores del coeficiente $\beta$ para cada factor F.....	96
Tabla 34 Coeficientes de masa añadida debida al flujo cruzado .....	97
Tabla 35 Coeficiente de masa añadida debida al balance.....	98
Tabla 36 Coeficientes de fuerza de términos cruzados debidos a la masa añadida .....	99
Tabla 37 Coeficientes de momentos de términos cruzados debidos a la masa añadida	99
Tabla 38 Coeficientes de fuerza debida a la sustentación del cuerpo.....	100
Tabla 39 Coeficientes de momento debido a la sustentación del cuerpo .....	101
Tabla 40 Coeficientes de fuerza debidos a la sustentación de los timones .....	103
Tabla 41 Coeficientes de momento debidos a la sustentación de los timones.....	104

Tabla 42 Coeficientes de términos combinados .....	105
--	-----

# Índice de Símbolos

Parámetro	Descripción
$\alpha$	Ángulo de ataque del fluido respecto a un timón
$\beta$	Ángulo de ataque del fluido respecto al casco
$\varphi_p$	Angulo de paso
$\eta_H$	Rendimiento del casco ( Hull efficiency)
$\eta_M$	Rendimiento mecánico
$\eta_o$	Rendimiento aguas libres
$\eta_P$	Rendimiento de la hélice (hull propeller)
$\eta_{RR}$	Rendimiento rotativo relativo
$\tau$	Campo vectorial de fuerzas externas
$\nabla$	Volumen desalojado
$a$	Factor elongación proa
$A_E$	Area expandida de la hélice
$A_F$	Área frontal del casco
$A_o$	Área del disco de la hélice
$AR$	Relación de aspecto
$AR_e$	Relación de aspect efectiva
$B$	Flotabilidad
$b$	Factor elongación de popa
$b_t$	Envergadura
$b_{1/2}$	Semi envergadura
$c(r_H)$	Cuerda de cada sección de pala
$c_{m,t}$	Cuerda media del timón
$C_D$	Coeficiente de resistencia
$C_{D,ef}$	Coeficiente de Resistencia efectivo
$C_F$	Coeficiente de fricción corregido
$\Delta C_F$	Corrección del coeficiente de fricción
$C_{F,ITTC}$	Coeficiente de fricción de la ITTC 57
$C_L$	Coeficiente de sustentación
$C_{L\alpha}$	Variación del coeficiente de sustentación respecto al ángulo de ataque
$C_p$	Coeficiente prismático del casco
$C_{pr}$	Coeficiente prismático de proa
$C_{pp}$	Coeficiente prismático de popa
$C_r$	Coeficiente residual
$C_{rft,ap}$	Coeficiente residual debido a efectos tridimensionales y finitos del timón
$c_{yd}$	Coeficiente de sustentación del cuerpo
$d_c$	Diámetro del úcleo de la hélice
$D$	Diámetro de la cuaderna mayor del casco
$D_H$	Diámetro de la hélice
$EHP$	Potencia de empuje
$F$	Factor elongación
$F_D$	Resistencia al avance
$F_F$	Resistencia por fricción
$F_R$	Resistencia residual
$g$	Gravedad
$I_o$	Matriz de Inercia simplificada
$J$	Grado de avance

$k$	Factor de formas
$K_1$	Razón de cambio de curvatura en el empalme proa-cilindro
$K_t$	Coefficiente de empuje
$K_Q$	Coefficiente de par
$l_{med,t}$	Longitud media del timón
$L$	Eslora
$L_{cil}$	Longitud del casco cilíndrico
$L_{pp}$	Longitud de popa
$L_{pr}$	Longitud de proa
$L_{sust}$	Sustentación
$m$	Masa del submergible
$M$	Matriz de masas
$M_L$	Momento de sustentación
$n$	Revoluciones por Segundo o por minuto
$n_{exp}$	Exponente de la forma de popa
$P$	Paso de la hélice
$PC$	Coefficiente propulsive
$PHP$	Potencia propulsive
$q$	Presión dinámica
$Q$	Par desarrollado por la hélice
$r_B$	Centro de flotabilidad
$r_c$	Radio del núcleo de la hélice
$r_H$	Sección de la pala
$r_G$	Centro de gravedad
$r_{o'}$	Posición del eje local
$R_1$	Radio osculador
$Re$	Número de Reynolds
$S_{m,ap}$	Superficie mojada de los appendices
$S_{m,casco}$	Superficie mojada del casco
$S_{timón}$	Superficien en planta de un timón
$SHP$	Potencia del eje
$t$	Coefficiente de succión
$t_t$	Máximo espesor del timón
$t_{max}(r)$	Espesor máximo en cada sección de la pala
$t_r$	Relación cuerda minima/máxima de un timón
$T$	Empuje de la hélice
$THP$	Potencia de empuje
$u$	Componente de la velocidad en dirección axial
$U$	Máxima velocidad en inmersión
$U_a$	Velocidad de avance
$w$	Coefficiente de estela
$W$	Flotabilidad
$x_{cg}$	Posición del centro de gravedad
$x_{cp}$	Posición del centro de presiones del casco
$x_{cp,timón}$	Posición del centro de presiones del timón respect al borde de ataque
$x_{timón}$	Posición del eje del timón o brazo de sustentación de los timones
$Z$	Número de palas



# 1. Introducción y objetivos

## 1.1. Proyecto SIRENA

El proyecto SIRENA, Sistema Integrado de Reconocimiento y Exploración Naval Autónomo, es una iniciativa multidisciplinar promovida por alumnos de la Universidad Politécnica de Cartagena.

Se trata de un proyecto con clara proyección académica, siendo considerado en todo momento como un complemento a la actividad académica donde poder aplicar los conocimientos adquiridos.



Figura 1. Proyecto Sirena.

El objetivo de dicho proyecto, es el diseño y construcción de un submarino no tripulado totalmente autónomo mediante energía solar. Este tipo de sumergibles se denominan AUVs y se explicarán más adelante.



Figura 2. AUV SIRENA.

El sistema organizativo, dentro del departamento de ingeniería, se subdivide entre diversos equipos, entre los que se encuentra el de propulsión.

Los objetivos prioritarios del equipo de propulsión, en el que está involucrado el autor del TFG, son:

- Cálculos de resistencia al avance mediante: cálculos teóricos, CFD (Computational Fluid Dynamic) y experiencias hidrodinámicas.
- Optimización de formas para obtener una resistencia al avance mínima.
- Estudio de la maniobrabilidad del AUV.

Toda la información de este sub apartado se ha obtenido de la referencia [8]. En ella se explica de forma más detallada la estructura y propósitos del Proyecto.

## 1.2. Carácter general del submarino: dimensiones generales

El AUV de SIRENA va a estar provisto de un diseño completo hidrodinámico. Siendo un submarino formado por dos cascos (el hidrodinámico y el resistente), las características principales del sumergible vienen definidas por:

Tabla 1. Dimensiones y características generales.

<b>Eslora</b>	<b>4,5 metros</b>
<b>Longitud casco cilíndrico</b>	2,6 metros
<b>Manga</b>	0,5 metros
<b>Velocidad Máxima en Inmersión</b>	10 nudos
<b>Velocidad Máxima en Superficie</b>	3 nudos

Las dimensiones del casco exterior serán totalmente acondicionadas para tener una buena respuesta fluidodinámica.

A parte del casco exterior, el sumergible viene compuesto por 4 timones: dos de profundidad (diving) y dos de dirección (rudders). Los timones se seleccionarán entre la lista de perfiles NACA más acordes para realizar las misiones típicas de un AUV.

## 1.3. Objetivos del TFG

El presente trabajo tiene como objetivo prioritario realizar, al sumergible SIRENA, un estudio hidrodinámico completo al casco exterior y realizar un pre-diseño teórico de las formas de la carena y sus respectivos apéndices.

Cabe resaltar que el diseño del prototipo, a diferencia de la mayoría de AUVs existentes, está enfocado para que alcance una velocidad de inmersión de 10 nudos náuticos, por lo que el estudio y pre-diseño atesorará un aumento de dificultad y un mayor número de restricciones provocado por el carácter turbulento del flujo alrededor del sumergible.

Para ello se deberá acometer los siguientes temas:

- Pre-diseño total del casco exterior y sus apéndices considerando todas las restricciones fluidodinámicas que presenta el flujo turbulento.

- Estimación de la resistencia al avance para la máxima velocidad de inmersión.
- Pre-diseño del equipo propulsor.
- Dinámica del sumergible y maniobrabilidad.

## **1.4. Estructura del TFG**

El trabajo viene definido por la siguiente estructura en capítulos:

1. Introducción y objetivos.
2. Estado del arte e información.
3. Definición del casco principal y otros elementos.
4. Estimación de la resistencia al avance.
5. Pre-diseño del sistema propulsor.
6. Dinámica y maniobrabilidad de SIRENA.

Definida la estructura, los objetivos de cada apartado vendrán expuestos en la introducción de cada capítulo.



## 2. Estado del arte e información

### 2.1. Estado del Arte

A continuación se va a presentar una breve clasificación de los sumergibles, una breve reseña sobre los antecedentes históricos de los sumergibles, de los AUVs y situación de esta tecnología en la actualidad. Todo ello se ha podido obtener de las referencias:

#### 2.1.1. Clasificación de sumergibles y definición de AUV

Dado que el presente trabajo está enfocado en su totalidad a un sumergible, es conveniente comenzar con una clasificación global de los distintos tipos de sumergibles.

Hay diferentes tipos de vehículos submarinos. Un método frecuente de clasificación de estos vehículos es el siguiente:

- **Sumergible Tripulado.** Entre esta gran familia de sumergibles se pueden subdividir a su vez:
  - **Submarinos militares.** Cuyo fin es estrictamente militar.
  - **Submarinos no militares:** Utilizados para apoyar las investigaciones submarinas y su evaluación.
- **Sumergible no tripulado:** Estos sumergibles, también están comprendidos en un número de diferentes sub-clases.
  - Los más simple de describir son los **sumergibles** que son **remolcados** detrás de un barco. Estos actúan como plataformas para diversos sensores conectados al bastidor del vehículo.
  - **ROV (Vehículo Operado Remotamente).** Son controlados y alimentados desde la superficie por un operador-piloto a través de un cordón umbilical o usando el control remoto.



Figura 3. ROV

- Un tercer tipo de sumergible es un vehículo no tripulado “**sin ataduras**”. Para este modelo hay dos variantes:

- **UUV (Unmanned Underwater Vehicle)**. Este vehículo “sin ataduras” no posee su propia capacidad de control a bordo, sino que está controlado por un operador remoto a través de algún tipo de enlace de comunicaciones.
- La segunda variante son los **AUVs (Autonomous Underwater Vehicle)**: sistema submarino que contiene su propia capacidad de control de sí mismo durante el cumplimiento de una tarea predefinida. La distinción entre el AUV y UUV es que el AUV no requiere comunicación durante su misión, mientras que el UUV requiere cierto nivel de comunicación hasta que se complete la misión asignada.

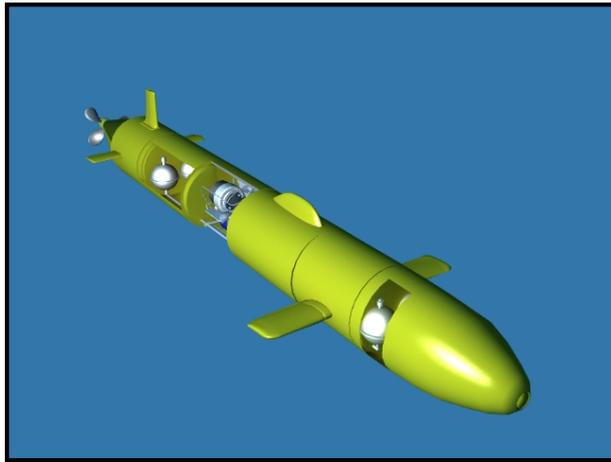


Figura 4. AUV comercial

### 2.1.2. Antecedentes históricos de sumergibles

El concepto de un vehículo sumergible no es una idea nueva. La idea de navegar bajo el mar es tan remota como la de volar por los aires. Debido a esto, se puede demostrar intentos construcción de aparatos submarinos, muy rudimentarios, en los tiempos de **Alejandro Magno**, unos 330 años a.C., descritos por Aristóteles. Por ejemplo en la batalla de Tiro (332 a.C.), y en las guerras púnicas (264-146 a.C.), surgieron equipos de buceo elementales que permiten pasar por debajo de las naves, salir a superficie y prenderles fuego.

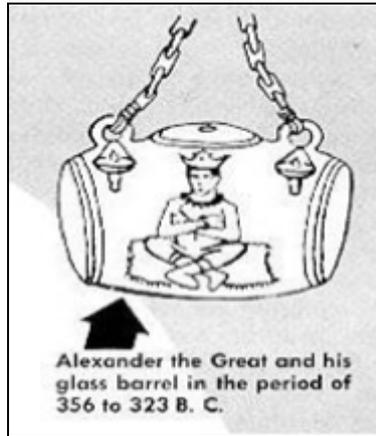


Figura 5. Sumergible de Alejandro Magno

No obstante, no es hasta el siglo XVI cuando se realizó un diseño de un submarino como tal. Este avance se hizo de esperar tanto tiempo debido al vacío tecnológico y documental durante la Edad Media al respecto.

En 1578, **W. Bourne**, un matemático inglés, diseñó un submarino, que nunca llegó a construirse, provisto de un tubo de aire para la respiración (precursor del snorkel). Aunque no tenía un fin militar, estaba ya provisto de tanques de lastre que podían llenarse o vaciarse de acuerdo con las necesidades.

El primer intento serio de construir un submarino fue llevado a cabo por el holandés **Cornelius van Drebbel**, que con apoyo del rey Jacobo I de Inglaterra, diseñó y construyó en 1620 un bote 2 sumergible de madera recubierta de piel de cabra, con propulsión a remos accionados desde el interior, y que navegó por el río Támesis, con 15 tripulantes, desde Westminster hasta Greenwich, haciendo el recorrido de ida y vuelta a una velocidad de 3 nudos. El submarino estaba inspirado en los conceptos de W. Bourne.

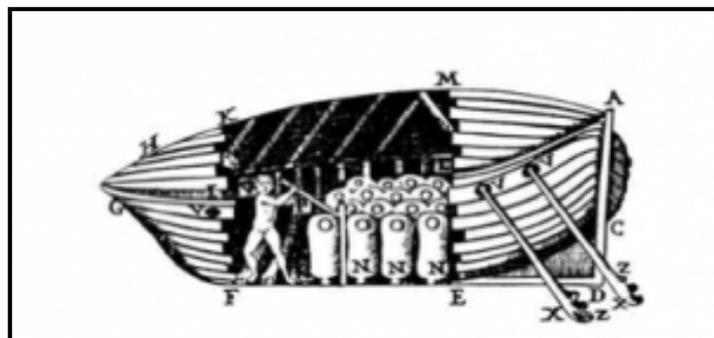


Figura 6. Sumergible van Drebbel.

A finales del siglo XVIII se produce lo que podríamos llamar el fin de la prehistoria del submarino, con la aparición de dos artefactos que revolucionarios:

- El **Turtle** de Bushnell en 1776. Este sumergible disponía de una forma ovoide. Era de madera forrada con planchas de cobre, de unos 2,5 m de diámetro y estaba tripulado por un solo hombre.

Al principio este sumergible probablemente era de remos, pero Bushnell le instaló unos propulsores que entonces eran conocidos como "tornillos de Arquímedes", es decir sectores helicoidales que ya habían sido propuestos por Bernouilli unos años antes, consiguiendo el primer submarino con hélices de la historia

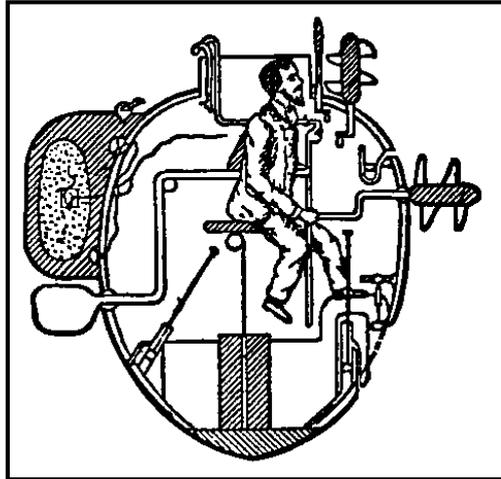


Figura 7. Turtle

- El **Nautilus** de Fulton en 1797. Este vehículo submarino desplazaba unas 19 toneladas y tenía una eslora de 6,5 metros. Disponía, para su propulsión en superficie, de una vela desplegada en sectores, como un abanico y de una hélice movida a mano para navegar en inmersión. Disponía de unas formas oblongas, alargadas, más adecuadas para la navegación que las del Turtle.

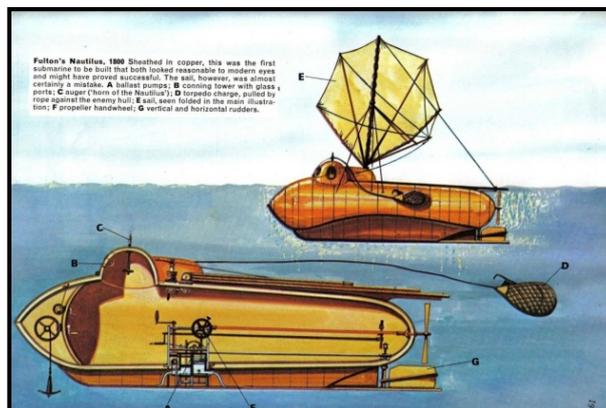


Figura 8. Nautilus.

Un siglo más tarde, en 1887, en España, **Isaac Peral** inventaba un submarino construido en plancha de acero, con formas muy cercanas a la de los submarinos actuales, con timones de buceo y de dirección. Es el primer submarino operativo que dispone de baterías, motor eléctrico, timones de buceo y que está preparado para disparar torpedos. Estos tenían 24 nudos velocidad máxima y un alcance de 400 m.

Fueron apareciendo diversos avances en la tecnología submarina durante esos años, pero no fue hasta el comienzo de la primera Guerra Mundial, cuando evoluciona rápidamente, mejorando sus características generales con arreglo a las exigencias impuestas por su utilización en gran escala.

Al finalizar la Primera Guerra, los sumergibles habían salido de la infancia. Todas las naciones participantes habían adquirido una importante experiencia en el uso de estos, pero sobre todo de la experiencia alemana. Sin embargo, seguían teniendo una autonomía en superficie muy limitada.

El siguiente gran impulso tecnológico se produjo para la segunda Guerra Mundial. Esto se pudo apreciar notablemente con la entrada en Guerra de los EEUU con su gran potencial económico e industrial, y el gran impulso dado a la construcción naval, a la aviación y a los sistemas de localización y detección (sonar y radar).

Ya con el fin de la WW II, evolucionaron los avances tecnológicos pertinentes hasta hoy en día, donde el concepto de submarino está ampliamente desarrollado y hay una gran tipología de ellos, tal y como he mostrado en el anterior apartado.

Ahora bien, a partir de los años 60, se empezaron a iniciar estudios sobre sumergibles no tripulados. Estos estudios han podido desencadenar en AUVs tales como el que tengo por objeto de estudio.

### **2.1.3. Antecedentes históricos de los AUVs**

**Antes de 1970: Aplicaciones de los AUVs. Las investigaciones iniciales sobre la utilidad de los sistemas de AUV.**

El desarrollo AUV se inició en la década de 1960. Algunos vehículos AUVs se construyeron principalmente para aplicaciones muy específicas de recopilación de datos. No obstante, son escasos los artículos publicados acerca de este tipo de sumergibles.

**1970 y 1980: Potencial de los AUVs entre. El desarrollo tecnológico, y algunos bancos de pruebas construidos.**

Durante la década de 1970, aparecieron los primeros bancos de pruebas:

- La Universidad de Washington desarrolló las APL UARS y vehículos SPURV para recopilar datos de las regiones árticas.

- La Universidad de la Marina de New Hampshire Laboratorio de Ingeniería de Sistemas (actualmente el Instituto de Sistemas Subacuáticos) desarrolló el vehículo EAVE (un sistema abierto dentro del marco AUV) junto con un esfuerzo complementario llevado a cabo en las instalaciones de la Marina de los EE.UU, en San Diego.
- También en esta ocasión el Instituto de Tecnología Marina y la Academia Rusa de Ciencias (IMTP, RAS), comenzaron su programa de AUVs con el desarrollo de los vehículos SKAT, así como, el primer análisis profundo en los AUVs L1 y L2.

En esta década el número de AUVs se podía contar con los dedos de las manos. No obstante, este periodo se puede definir como un momento significativo en la experimentación de estos sumergibles.

**1980 y 1990: Experimentos con prototipos. Los avances de la tecnología para reforzar los esfuerzos de desarrollo. Prueba del concepto (POC) se desarrollan prototipos que son probados y usados.**

En la década de 1980 hubo una serie de avances tecnológicos fuera del campo de los AUVs, que en gran medida afectaron al desarrollo de los AUVs. Los ordenadores pequeños de baja potencia empezaban a ofrecer la posibilidad de implementar algoritmos complejos de guía y control en plataformas autónomas. A pesar de estos avances tecnológicos, se hizo evidente una serie de problemas en el desarrollo tecnológico.

El programa más exitoso en EE. UU., se dió en los laboratorios Draper, donde se desarrollaron dos AUVs grandes para ser utilizados como bancos de prueba en una serie de programas de la marina de guerra.

Esta década fue de hecho el punto de inflexión para la tecnología de AUVs. Estaba claro que la tecnología evolucionaría en los sistemas operativos, aunque no estaba tan claro las tareas que realizarían esos sistemas.

**1990 y 2000: Objetivos Tecnológicos de desarrollo. Más líneas de financiamiento basadas en el desarrollo tecnológico. Muchos AUVs desarrollados internacionalmente.**

Durante esta década, un número significativo de organizaciones de todo el mundo se comprometió al desarrollo de proyectos basados en AUVs multitarea. En esta década aparecieron nuevos avances como la utilización del sistema de muestreo Autónomo Oceanografico (AOSN).

Hubo un gran avance en cuanto a recursos necesarios para avanzar en la tecnología AUV de cara a la comercialización.

**2000 y 2010: Expansión de los mercados comerciales. Los primeros productos verdaderamente comerciales están disponibles.**

Para esta década, ya se puede definir el AUV como producto industrial para obtener un beneficio económico. Los mercados ya están definidos y evaluados en cuanto a rentabilidad.

No obstante, las investigaciones en tecnología del AUV siguen su proceso con el fin de que su desarrollo y comercialización continúen aumentando.

#### **2.1.4. AUVs en la actualidad**

Las actividades actuales respecto al desarrollo de estos sumergibles, se dividen:

- En primer lugar hay una cantidad significativa de investigaciones respecto al desarrollo de los sistemas de AUVs.
- En segundo lugar, existe un considerable esfuerzo para diseñar, fabricar y evaluar los sistemas de AUV en condiciones operativas.

Actualmente la mayoría de la financiación de programas de desarrollo de AUVs proviene de procesos políticos, estableciendo estos unos objetivos de desarrollo diferentes a los que pueda marcar las necesidades del mercado.

A pesar de ello, como se ha indicado, no todos estos programas tienen sus objetivos establecidos erróneamente. Hay una serie de organizaciones, sobre todo en EE.UU., que trabajan activamente sobre los problemas importantes de la investigación.

##### **La evolución de los mercados**

Actualmente, se aprecia una serie de mercados de AUVs emergentes. Aunque no está claramente definido el nivel de interés por parte de personas y organizaciones, hay indicios que sugieren una mayor cota de oportunidades para la comercialización de AUVs en los próximos años.

La única tendencia que se ve actualmente, son los dos caminos que el mercado ha establecido:

- El primero es el desarrollo de dispositivos de bajo costo. Se prevé que estos sistemas, eventualmente, se utilicen en grupos de vehículos cooperantes.
- El segundo tipo de AUV son sistemas mucho más sofisticados que contienen todo tipo de sensores complejos configurados para satisfacer las necesidades específicas del usuario. Aunque no son precisamente de bajo coste, pueden acometer tareas que, si se hace de cualquier otro modo, incrementaría el importe de las misiones.

Será interesante ver la evolución de estas dos tendencias en el desarrollo AUV.

En el ámbito de las ciencias del mar, el potencial de los AUV está claramente reconocido por la mayoría de investigadores. La posibilidad de recopilación de datos marítimos y oceanográficos ha tenido un impacto positivo en la comunidad. De hecho, la preocupación estriba en que se espera demasiado de la evolución de esta tecnología. Los éxitos y fracasos en los próximos años, ayudarán a ajustar la capacidad del sistema y las expectativas de los usuarios. Esto es signo de una tecnología madura. En general se reconoce que la tecnología AUV tiene un papel importante que desempeñar en el futuro los programas de adquisición de datos en el ámbito marítimo.

Prueba de ello se puede observar en ejemplos como el siguiente: la Marina de EE.UU. está fomentando y apoyando un esfuerzo coordinado: el AOSN (Autonomous Ocean Sampling Network), proyecto que pretende una conexión en red para adquirir datos oceanográficos por parte de múltiples submarinos autónomos. Tienen como objetivo conseguir una resolución espacial y temporal muy superior a las actuales.

Aunque se haga hincapié en las zonas costeras, a largo plazo se podría prever un sistema similar para obtener información a través de los océanos del mundo. La problemática estriba en la autonomía que sostienen a los AUVs.

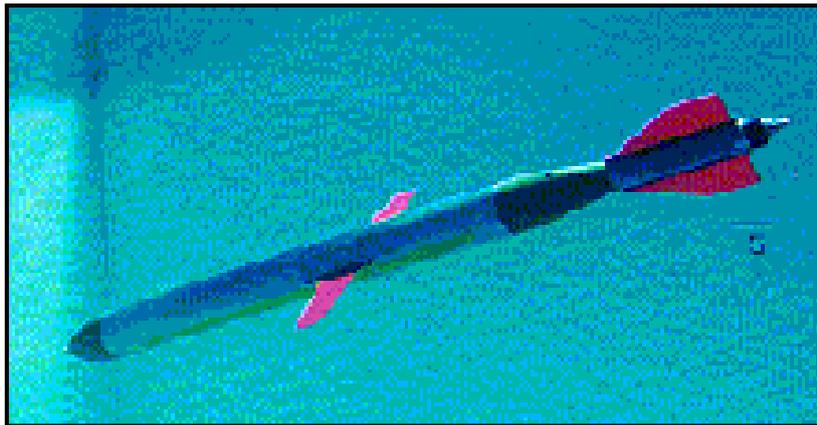


Figura 9. AUV en la actualidad.

### 2.1.5. AUVs más comerciales

Para este apartado, voy a presentar los distintos modelos que he podido acceder para exponer sus características generales e hidrodinámicas. Para más información, se puede encontrar en el PFC de la referencia [6].

#### **Alister AUV**

El Alister AUV es un vehículo adaptado para poder abordar misiones a cotas inferiores a 300 m en aguas con diferente salinidad y temperatura. Ha sido desarrollado por ECA.

Su modo operativo varía en función de la plataforma en la que se despliega. Para cada una de ellas acometerá una misión distinta. Entre ellas se encuentran:

- Utilizando como plataforma un barco de reconocimiento, el AUV tiene como objetivo un reconocimiento marino.
- Desplegado de un buque científico, realiza misiones oceanográficas e hidrográficas.
- A partir de corvetas y fragatas, realiza prevenciones y medidas antiminas.

El Alister dispone de un sistema de gestión de misiones fácil de utilizar. Un equipo con doble pantalla permite definir las misiones y simultáneamente observar y controlar el estado actual de los sensores instalados en el AUV.

Este vehículo está equipado con dos propulsores longitudinales y timones horizontales y verticales a popa y horizontales a proa. Sus principales características físicas son:

- Sus dimensiones están fijadas en una eslora de 5 metros con un radio de 0,7 metros.
- Su peso es de 980 kg.
- Alcanza una velocidad máxima de 8 nudos y una velocidad de crucero de 4 nudos.
- Operativo para una cota máxima de 300 metros.

### **Hugin 1000**

Este dispositivo submarino fabricado por Kongsberg, tiene la peculiaridad de estar disponible para dos profundidades distintas: 1000 m y 3000 m. Presenta una estructura modular de tres secciones, siendo la proa y la popa fija, el casco cilíndrico se configura según el tipo de sensor que se requiera para cada misión.

Su diseño está enfocado para ofrecer una baja resistencia hidrodinámica, una elevada estabilidad y amplia maniobrabilidad. El sistema propulsivo muestra un gran rendimiento a bajas velocidades. Así mismo las palas de la hélice, están formados con unos perfiles eficientes y bajos niveles de ruido.

Las características generales son:

- El sumergible está formado por una carena de 4,5 metros de longitud y un radio de 0,75.
- El peso del AUV difiere según sea el tipo de Hugin disponible: para una cota de inmersión presenta un peso de 650 kg y para la restante 850 kg.
- El rango de velocidades estriba entre 2 y 6 nudos.

### **AUV 62-MR**

Es la última generación de SAAB. Las principales misiones para las que se ha concebido son:

- Reconocimiento de minas.
- Mapeado de fondo marítimo.
- Monitorización del entorno.

- Submarino artificial para entrenamiento de objetivo acústico.

El sumergible, tiene una fácil adaptación para un fácil lanzamiento desde TLT. No obstante, también se puede lanzar desde plataformas en barcos o desde tierra.

Sus características generales son:

- Eslora: entre 4 y 7 metros.
- Diámetro: 0.53 metros.
- Peso: 650-1500 kilogramos.
- Velocidad de crucero de 3 nudos.
- Velocidad máxima 10 nudos.
- Cota máxima 500 metros.

### **REMUS 600**

Este sumergible está diseñado para operaciones a grandes profundidades. Presenta una elevada autonomía, permitiéndole un rango amplio de trabajo unas elevadas prestaciones.

El Remus 600 viene dotado para poder acometer un gran número de misiones, entre ellas:

- Estudios hidrográficos.
- Monitorización del entorno.
- Mapeado de restos.
- Operaciones de búsqueda y salvamento.
- Operaciones pesqueras.

Entre sus características principales podemos encontrar:

- Eslora y diámetro de 3,25 m y 0,324 m respectivamente.
- El peso estriba en 240 kilogramos.
- Capacitado para una velocidad de crucero de 3 nudos y velocidad máxima de 5 nudos.
- Cota máxima de 600 metros.

### **Remus 100.**

El Remus 100 es un sumergible ligero, diseñado para operar en ambientes costeros. Es sin duda, uno de los AUVs más importantes del mercado de debido a su gran variedad de misiones. Tiene la peculiaridad, respecto a otros, de ser tan pequeño que puede ser transportado por dos personas. No obstante está constituido por una alta gama de sensores sofisticados.

Entre sus principales misiones se puede encontrar: estudios hidrográficos, operaciones de medidas contra minas, operaciones de seguridad portuaria, monitorización del entorno operaciones pesqueras etc..

Entre sus características principales, presenta:

- Eslora de 1.6 metros y diámetro de 0.19 metros.
- Peso de 38.5 kilogramos.
- Velocidad de crucero y máxima de 3 y 5 nudos respectivamente.
- Cota máxima de 100 metros.

## 2.2. Información

En la actualidad hay un gran número de vías de investigación y desarrollo en vehículos sumergibles. Una buena referencia en castellano acerca de submarinos es:

SOSA Pedro: *Apuntes personales del autor 2007*

El autor, ingeniero naval de la ciudad cantonal de Cartagena, expone una amplia descripción acerca de submarinos tripulados. Es un texto orientado para impartir cursos sobre estos sumergibles. Será útil para el trabajo todo lo concerniente en la obra a formas convencionales de submarinos, antecedentes históricos de sumergibles y el apartado de propulsión submarina.

En lo último, da un ejemplo detallado de estimación resistencia al avance. Será de gran ayuda para contrastar con posibles estimaciones de resistencia para AUVs.

Otra obra semejante es:

ALLMENDINGER E. Eugene: *Submersible Vehicle Systems Design*, New Hampshire, Ed. SNAME, 1990

A diferencia del texto de Sosa, este ejemplar ofrece un estudio sobre la dinámica del buque. Además realiza un análisis completo acerca del cálculo de potencias y rendimientos en el equipo propulsor de un submarino.

En el ámbito de resistencia fluidodinámica, el libro por excelencia es la obra del 65 de Hoerner:

HOERNER S. F.: *Fluid-Dynamic Drag*. Bakersfield. Self Published, 1965.

Este libro, es el más completo del tema. En él, el autor desglosa de forma detallada todo lo concerniente a resistencia al avance. Presenta numerosas experiencias fluidodinámicas de todo tipo de vehículos o perfiles sustentadores. Destacar que en casi todas las referencias que presentaré, citan este ejemplar de forma puntual. Servirá para corroborar cualquier método que se presente en el trabajo.

El texto de Allmendinger, aunque expone la dinámica de un sumergible, no profundiza en el tema lo suficiente. De tal manera, para la maniobrabilidad del AUV, se trabajará con:

PRESTERO T.: *Verification of a Six-Degree of Freedom Simulation Model for the REMUS AUV*. Thesis doctoral, Massachusetts Institute of Technology, 2001.

Presterero, realizó un estudio detallado sobre el REMUS 100. En su obra analiza todo el apartado hidrodinámico del sumergible: la forma del casco exterior, definición de apéndices, experiencias hidrodinámicas y toda la maniobrabilidad del sumergible.

En él hace numerosas referencias de otra obra muy completa acerca de control y guía de submarinos no tripulados. Este ejemplar es:

FOSSEN Thor: *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. New York, Joan Wiley & Sons, 1994.

Fossen presenta un completísimo acerca de maniobrabilidad. Es un texto más teórico que el de Presterero, pero servirá para tener otra referencia sobre este tema. No obstante está más orientado en el control de ROVs y por tanto, los cuatro grados de libertad no son válidos para el sumergible objeto de estudio.

Por último, se utilizará los apuntes de Ingeniería de Fluidos:

VIEDMA A.: *Ingeniería de fluidos. 3º GITI*. Apuntes, Universidad Politécnica de Cartagena.

para poder constatar todo lo concerniente a la rama de fluidos que se encuentre en el transcurso del trabajo.

## **3. Formas**

### **3.1. Objetivos**

En el presente capítulo, se tiene por objeto abordar el dimensionado que tendrá el casco hidrodinámico del AUV. Este se verá afectado por limitaciones de origen fluidodinámicas.

En él, se obtendrá el cálculo de superficie mojada, coeficientes prismáticos, volumen desalojado y factor de elongación de: popa, proa, casco cilíndrico y casco completo.

Se irán presentando diversos métodos y formas, tanto de Submarinos convencionales como de AUVs, hasta que se encuentre un dimensionado óptimo que resulte una resistencia al avance mínimo.

A lo largo del capítulo se mostrarán diferentes conceptos teóricos, tales como resistencia al avance, capa límite, el desprendimiento de esta, transición... Dichos términos serán abordados en los siguientes capítulos con más detenimiento. No obstante, debido a que las formas que presenta el AUV debe ser con limitaciones definidas por ellos, es preciso mencionarlos en este capítulo.

### **3.2. Casco hidrodinámico**

Inicialmente se debe considerar qué forma de revolución debe definir el casco exterior. Como se ha indicado, ha de considerarse todas las limitaciones hidrodinámicas que se encuentre. Para ello se va a presentar una introducción de este tema a partir de la constatada en el Capítulo 6 de la referencia [13]. Cabe destacar que tanto en proa como en popa, en la única bibliografía que mencionan restricciones es en esa referencia.

El autor indica que en términos de optimización, lo ideal sería un casco sin zona cilíndrica, con forma parabólica en la popa y elíptica en la proa, denominando este tipo de submarinos: Albacore.

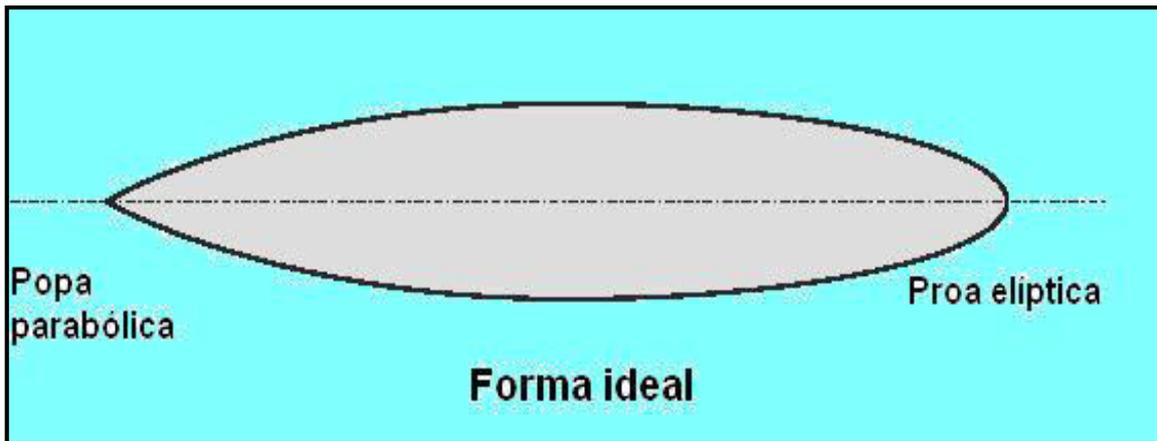


Figura 10. Forma ideal Albacore.

No obstante, puesto que la forma Albacore ideal es demasiado compleja para ser aplicada a los submarinos, al ser muy corta y con mucha curvatura, es aconsejable pasar a una forma más práctica para así poder facilitar su construcción:

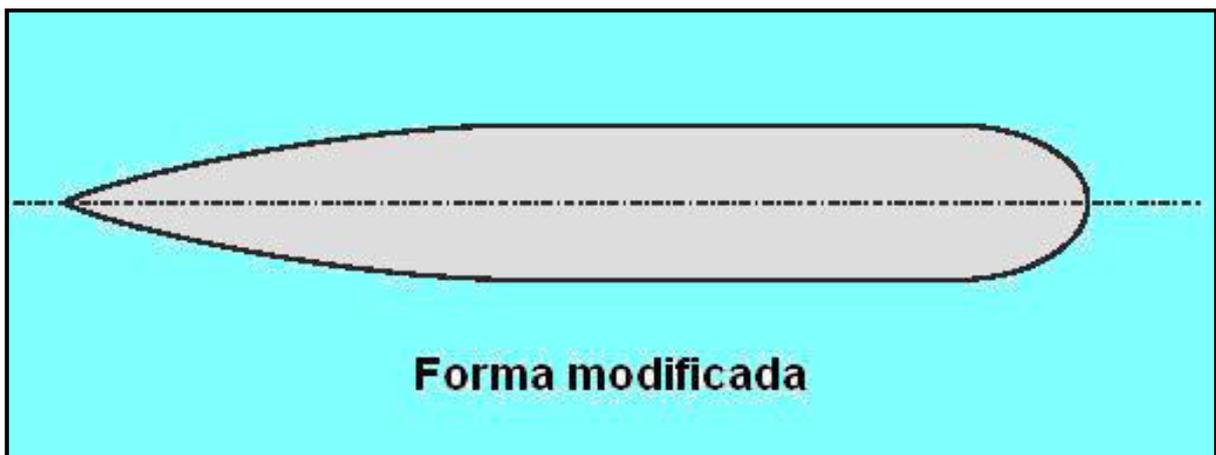


Figura 11. Forma modificada Albacore.

Tal y como se observa el casco exterior se subdivide en:

- **Popa:** La forma de revolución más adecuada es un paraboloides.
- **Parte cilíndrica.**
- **Proa:** Se decidirá por una proa de forma de elipsoide.

Ya definido las partes del casco, se comenzará detallando el comportamiento hidrodinámico del casco exterior. Este vendrá definido según los siguientes términos adimensionales:

Tabla 2. Coeficientes adimensionales que definen el casco hidrodinámico

Coeficientes adimensionales que definen el casco hidrodinámico		
Coeficiente Prismático Del Cuerpo en su conjunto	$C_p$	$C_p = \frac{Vol. del Submarino}{\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L}$
Factor de elongación de la forma	$F$	$F = \frac{L}{D}$
Coeficiente Prismático de la Proa	$C_{pr}$	$C_{pr} = \frac{Vol. de Proa}{\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L_{pr}}$
Coeficiente Prismático de la Popa	$C_{pp}$	$C_{pp} = \frac{Vol. de Popa}{\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L_{pp}}$
Factor elongación de forma de la proa	$a$	$a = \frac{L_{pr}}{D}$
Factor elongación de forma de la popa	$b$	$b = \frac{L_{pp}}{D}$

Es decir, la forma óptima vendrá definida por:

$$Forma_{\text{óptima}} = f(C_p, F, C_{pr}, C_{pp}, a, b) \quad (3.1)$$

En la introducción del TFG se explicó que algunas dimensiones de SIRENA ya estaban predefinidas. Por el contrario, las longitudes de proa y de popa deben ser establecidas. Su valor será resuelto en los sub-apartados dedicados a formas de proa y formas de popa.

Antes de proceder con la asignación de las longitudes en popa y proa se debe corroborar que las dimensiones que tenemos prefijadas son óptimas en términos fluidodinámicos.

Tanto Pedro Sosa en su capítulo de formas y resistencia [6] y Hoerner en su Fluid Dynamic Drag [9] proporcionan una gráfica donde se puede observar de manera simple la resistencia al avance que se produce de un sumergible respecto a la relación eslora, manga. Se puede constatar que el término manga en vehículos sumergibles no es frecuente. Normalmente cuando se utiliza, como en este caso, se aproxima al valor del diámetro.

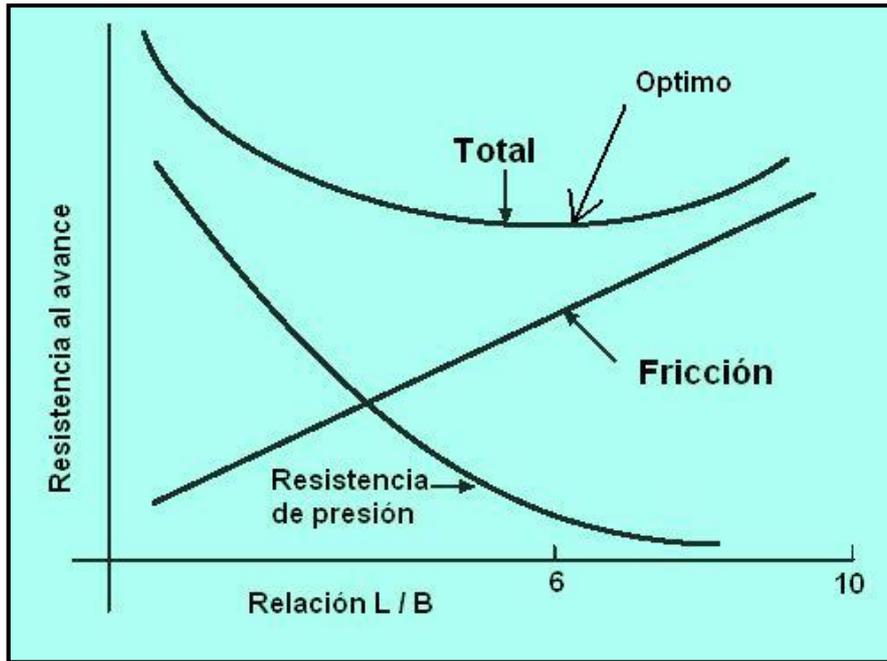


Figura 12. Relación Esloza Diámetro.

Observando la gráfica se puede deducir como el punto óptimo de resistencia al avance se produce para una relación  $F$  de 6. Este gráfico se realizó para una serie de formas del mismo volumen, totalmente lisas. En el caso de la incluir cualquier apéndice y considerar las rugosidades, la resistencia al avance puede aumentar hasta un 30 %, y por consiguiente la relación  $L/D$ . Es comprensible que aumente hasta tal grado, tal y como se verá en el capítulo siguiente, debido que para los apéndices el número de Reynolds que los definen disminuirá, aumentando la fricción viscosa y su resistencia de formas aumentará. También indicar la interferencia que produce cualquier apéndice respecto al casco desnudo, la distorsión del flujo que se produce aumentará de forma significativa si se consideran juntos: apéndices y casco desnudo. Varios ejemplos con coeficientes propulsivos muy altos (USS Nautilus, USS barbel) tuvieron que modificar la relación para ajustarla en torno a  $F = 7\sim 8$ .

Para el sumergible SIRENA:

$$F = \frac{L}{D} = \frac{4,5}{0,5} = 9 \quad (3.2)$$

Con el valor de  $F$  de 9 se puede ratificar en términos hidrodinámicos los valores de esloza y diámetro mayor. El propio Pedro Sosa en su ejemplo del Anexo A utiliza un factor  $F$  de 10.

Por otro lado, está el coeficiente prismático. El autor toma en un ejemplo de su Anexo A valores de  $C_p$  entre 0,78 y 0,88.

Dado que el  $C_p$  del casco exterior tiene una influencia relevante en el objetivo fluidodinámico, es conveniente definirlo.

En el Anexo 1 se ha definido el cálculo de coeficiente prismático que nos interesa. Ahora bien, ya que el volumen total del cuerpo de revolución se ha subdividido en tres partes, resulta conveniente subdividirlo también. Pedro Sosa cita la siguiente ecuación en función de los coeficientes adimensionales mencionados en la Tabla 2:

$$C_p = \frac{a \cdot C_{pr} + b \cdot C_{pp} + F - (a+b)}{F} \quad (3.3)$$

Ya definido el coeficiente prismático, hay que establecer los valores  $a$ ,  $b$ ,  $C_{pr}$  y  $C_{pp}$ .

### 3.2.1. Formas de popa

Antes de mostrar, comparar y discutir las diferentes formas que se presentan en el apartado, se va a exponer las diferentes restricciones a las que tiene que estar sujeta la función de popa.

Se deberá atender a compromisos importantes en la longitud de la forma de popa y su coeficiente prismático. Desde el punto de vista hidrodinámico conviene una popa bastante alargada. Con ángulo de cono reducido para no tener problemas con la entrada de agua en la hélice.

No obstante, si la longitud de forma de la popa es muy grande puede ocurrir que la línea de los ejes del motor propulsor sea excesivamente grande y pueda entrar en vibración lateral a cierto valor de revolución del eje. También interesan popas cortas por el hecho de que estas deben alojar los mecanismos de los timones, que suelen ser voluminosos, con brazos de accionamiento que van a parar al interior del casco y que no interesa que sea demasiado largos.

A partir de esto, Pedro Sosa presenta unas limitaciones que deben tener el factor  $b$  y el coeficiente prismático  $C_{pp}$ :

- $b > 2,6$
- $0,53 < C_{pp} < 0,65$

Con la limitación establecida del coeficiente adimensional  $b > 2,6$ , ya se puede definir un valor de la longitud de popa. Como se expuso con anterioridad, las dimensiones del diámetro son:

$$D = 0.5 \text{ m} , L = 4.5 \text{ m} \quad (3.4)$$

Siendo el valor de la longitud del casco cilíndrico  $L_{cil} = 2,6 \text{ m}$ , establecido este valor en la Tabla 1, y se obtiene un valor de 1,9 metros a distribuir entre la popa y la proa. En el caso que se fije la longitud de popa en el límite del coeficiente  $b$ :

$$b = 2.6 \rightarrow L_{pp} = 2,6 \cdot 0,5 = 1,3 \text{ m} \quad (3.5)$$

Fijado ya el coeficiente  $b$ , será el coeficiente prismático el que dictamine si la forma expuesta es válida o no.

### 3.2.1.1. Popa 1: PEDRO\_SOSA\_1

El autor cita el siguiente paraboloides como forma usual de popa:

$$f(x) = \frac{D}{2} \cdot \left(1 - \left(\frac{x}{L_{pp}}\right)^{n_{exp}}\right) \quad (3.6)$$

Se observa como la función depende del parámetro exponencial  $n_{exp}$ . En la misma bibliografía, menciona el autor de la conveniencia de no sobrepasar el intervalo entre 2 y 2,5 para no obtener coeficientes prismáticos fuera del rango establecido. Aunque no explica el porqué lo utiliza, el autor escoge un valor de  $n$  igual a 2.2.

La función representada en  $R^2$ :

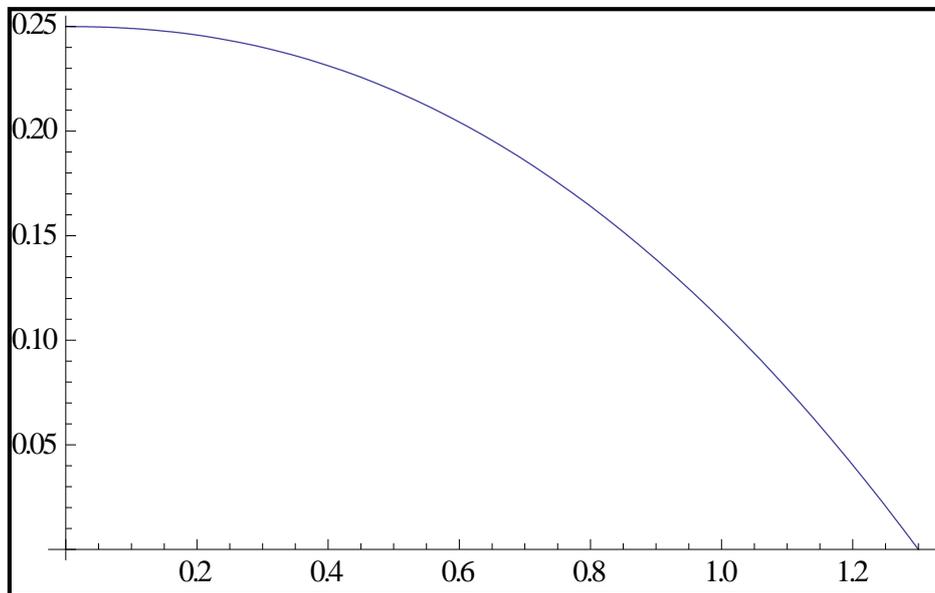


Figura 13 Representación 2D de la Popa 1

Al ser el objetivo obtener un cuerpo de revolución, se debe obtener la ecuación explícita en  $R^3$ :

$$y^2 + z^2 = \left(\frac{D}{2} \cdot \left(1 - \left(\frac{x}{L_{pp}}\right)^{n_{exp}}\right)\right)^2 \quad (3.7)$$

La obtención de esta función viene explicada de manera más detallada en el Anexo 2.

La función del cuerpo de revolución es mostrada:

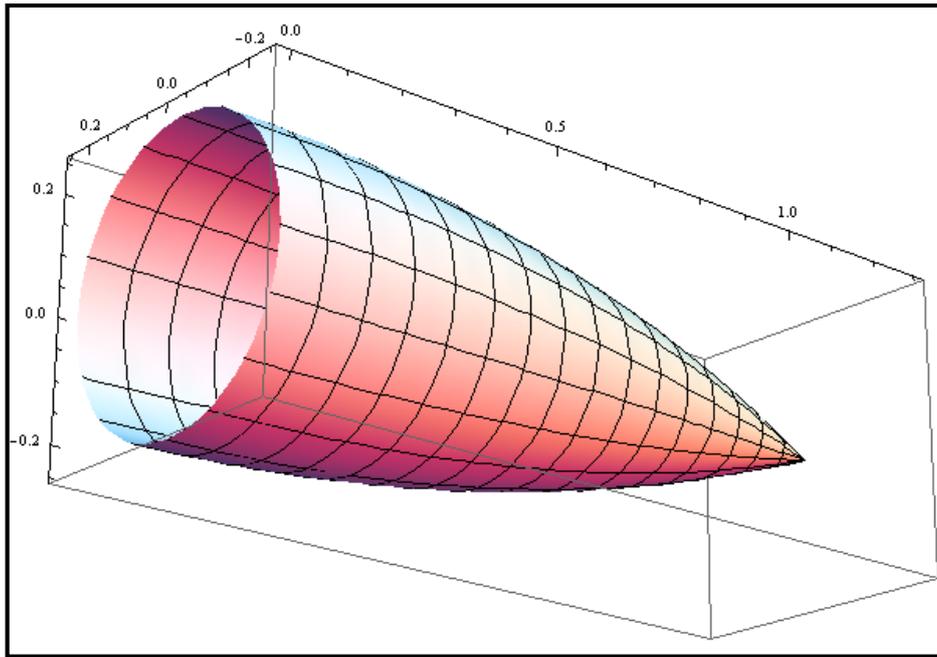


Figura 14. Representación 3D de la Popa 1

El valor del Volumen, Superficie Mojada y Coeficiente Prismático vienen en la siguiente tabla:

Tabla 3. Datos de la Popa 1

Popa 1: Pedro_Sosa_1		
Volumen	Superficie Mojada	Coeficiente prismático
0,14299 m <sup>3</sup>	1,4246 m <sup>2</sup>	0,5601

Las consideraciones teóricas y la obtención de los parámetros mediante el software Mathematica vienen desarrolladas en el Anexo 3.

### 3.2.1.2. Popa 2: REMUS 100

Presterro [12] en el Capítulo 2 referencia la curva que define la proa del REMUS 100:

$$f(x) = \frac{D}{2} - \left( \frac{3 \cdot D}{2 \cdot L_{pp}^2} - \frac{\tan[\theta]}{L_{pp}} \right) \cdot x^2 + \left( \frac{D}{L_{pp}^3} - \frac{\tan[\theta]}{L_{pp}^2} \right) \cdot x^3 \quad (3.8)$$

Donde  $\theta$  tiene como valor 0,436 radianes.

Su representación en  $R^2$  y  $R^3$ :

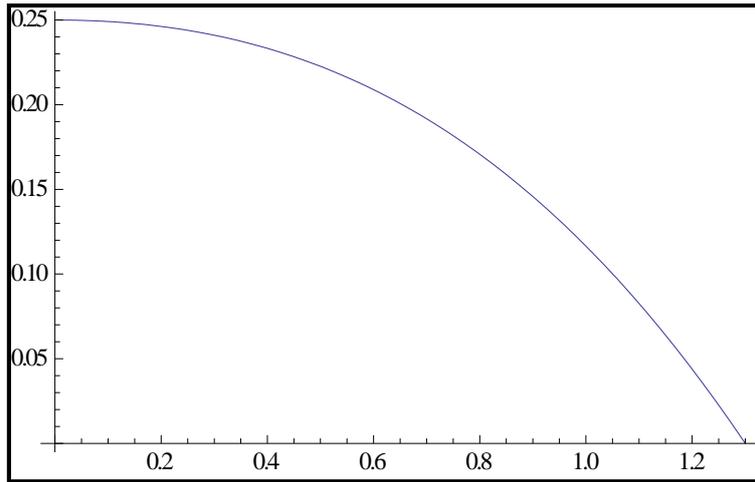


Figura 15. Representación en 2D de la Popa 2

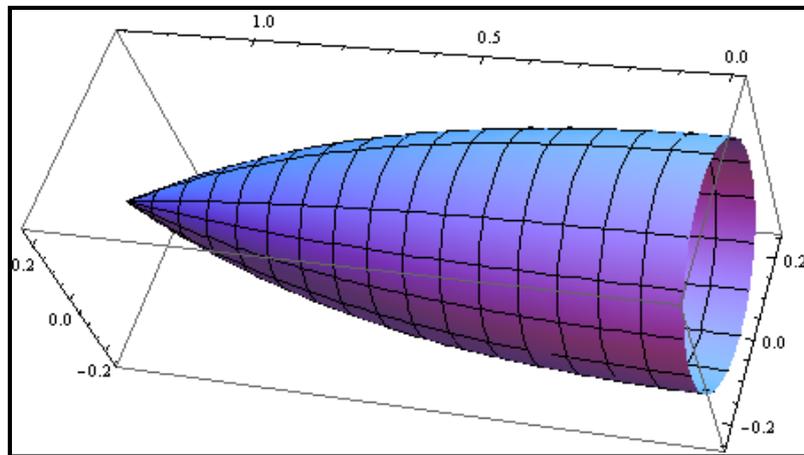


Figura 16. Representación en 3D de la Popa 2

Tabla 4. Datos de la Popa 2

Popa 2: REMUS 100		
Volumen	Superficie Mojada	Coficiente prismático
0,14736 m <sup>3</sup>	1,45454	0,5773

### 3.2.1.3. Resumen y obtención de la Popa Óptima

Como se indicó en los objetivos del presente capítulo, se debe escoger las formas del submarino que resulte una resistencia al avance mínima. Para ello en la elección de una forma u otra, se deberá abordar conceptos del capítulo siguiente.

Los únicos términos que afectaran en el cálculo analítico de la resistencia al avance serán: el factor de elongación de forma y la superficie mojada.

Fijado el factor de elongación, será la forma con menor superficie mojada la que dictamine una resistencia al avance mínima.

Por tanto observando los resultados obtenidos de popa, será la facilitada por Pedro Sosa, la elegida para formar el casco hidrodinámico.

### 3.2.2. Formas de proa

Tal y como se ha realizado en el apartado de popa, voy a comenzar exponiendo las restricciones pertinentes de proa.

El factor influyente de la proa, es el funcionamiento del sónar. La extensión de la capa límite es un factor decisivo para el sónar. Un flujo poco perturbado permitirá a la antena escuchar sin mucho ruido de fondo: tanto ruidos mecánicos, como de turbulencia, de desprendimiento o de cavitación. Para ello es de suma importancia la transición del régimen turbulento al laminar para el correcto funcionamiento del sónar.

La transición de flujo laminar a turbulento ocurre a unos pocos decímetros o metros del extremo de proa. La zona de transición se desplazará hacia proa conforme se aumenta el coeficiente prismático de la proa. Este se verá influenciado por el radio osculador y el radio de la curvatura del extremo de proa. Ante esto Pedro Sosa cita dos puntos a tener en cuenta con la forma de la proa:

- Si la **proa es afinada**, (radio pequeño del círculo osculador) pensada para obtener poca resistencia al avance, la zona de transición estará bastante retrasada, pero puede ocurrir que la antena o los tanques TLT no tenga espacio en dicho extremo y se deba mover hacia una parte más retrasada entrando de lleno en la zona turbulenta.
- Para paliar esto, si aumentamos las **direcciones transversales** del extremo de proa para poder alojar y recubrir la antena del sónar, la zona de turbulencia se adelantará.

En el siguiente gráfico se puede observar lo enunciado en los dos puntos anteriores:

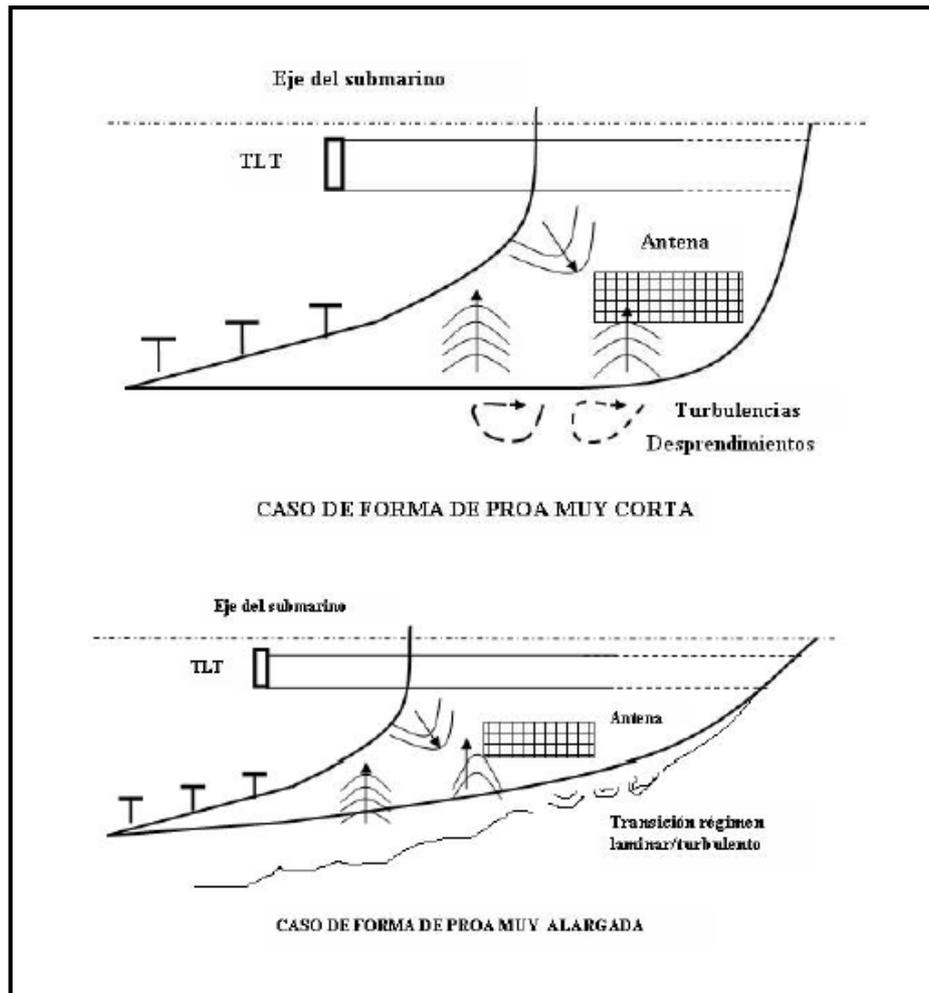


Figura 17. Proa esbelta frente a popa roma.

No obstante hay que extrapolar esto a AUVs. En la proa, un submarino no tripulado no tiene que dar cabida a tantos elementos como un submarino de escala mayor. Por lo que se podrá afinar un poco más de lo estipulado en el Capítulo 6 de Sosa [13]. El autor cita una solución de compromiso respecto al coeficiente prismático de proa entre 0,7 y 0,75. En el caso del presente trabajo, se admitirán coeficientes prismáticos entre:

$$0,65 < C_{pr} < 0,75 \quad (3.9)$$

Antes de presentar las diferentes formas de proa, se va a definir el valor de la longitud de la proa, dato de suma importancia para obtener su forma óptima. Fijada ya la eslora, el casco cilíndrico y la popa, la longitud de proa se va a establecer como:

$$L_{proa} = L - L_{cil} - L_{popa} = 4,5 \text{ m} - 2,6 \text{ m} - 1,3 \text{ m} = \mathbf{0.6 \text{ m}} \quad (3.10)$$

Lo que resulta un factor a:

$$a = \frac{L_{proa}}{D} = 1,2 \quad (3.11)$$

### 3.2.2.1. Proa 1: PEDRO\_SOSA\_1

El autor, en [13], muestra para la generatriz del cuerpo de revolución, una función que proporciona una continuidad matemática entre la forma de proa y el casco cilíndrico. Además, permite asignar el cómo se aproximan con una constante,  $K_1$ , que define el radio de curvatura. Esta constante y el radio osculador,  $R_1$ , serán los parámetros de entrada.

La función es la siguiente:

$$f(x) = \frac{D}{2} \cdot \sqrt{R_1 \cdot 2 \cdot \frac{x}{L_{pr}} \cdot \left(\frac{x}{L_{pr}} - 1\right)^4 + K_1 \cdot \left(\frac{\frac{x}{L_{pr}} \cdot \frac{x}{L_{pr}} \cdot \left(\frac{x}{L_{pr}} - 1\right)^3}{3}\right) + \left(1 - \left(4 \cdot \frac{x}{L_{pr}} + 1\right) \cdot \left(\frac{x}{L_{pr}} - 1\right)^4\right)} \quad (3.12)$$

Volviendo a la función, se observa como los dos únicos datos que no se han dictaminado son las constantes citadas con anterioridad. Para dichos coeficientes, el autor da una serie de combinaciones.

No todas las combinaciones dan soluciones válidas, las hay que disparan la función formando asíntota o que se formen concavidades etc.. Un ejemplo válido para  $R^2$  y  $R^3$  sería:

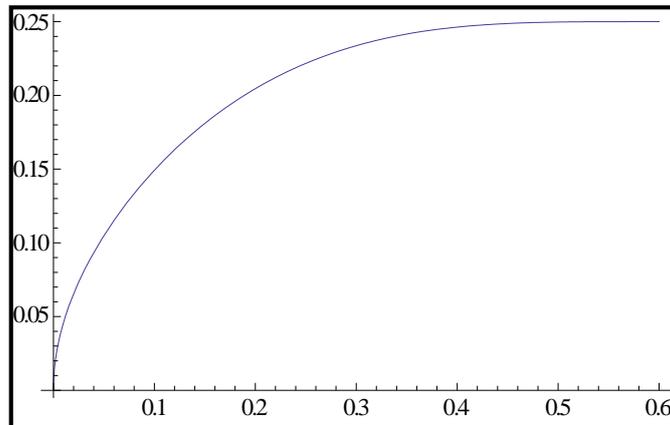


Figura 18. Representación 2D de la Proa 1

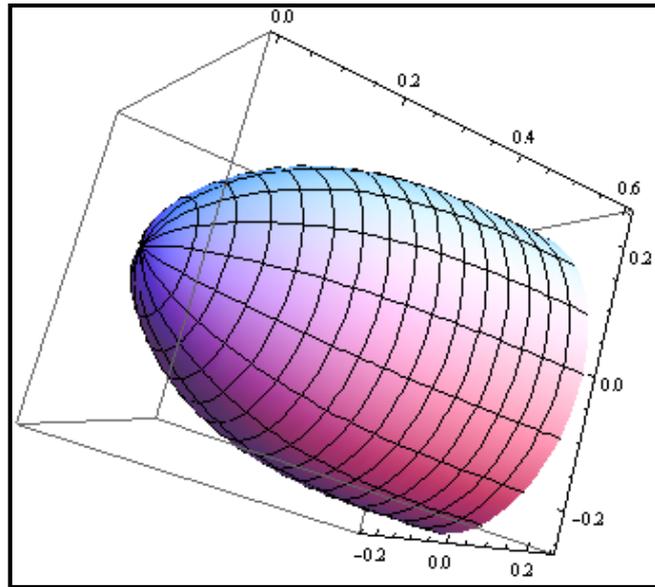


Figura 19. Representación 3D de la Proa 1

En la siguiente se muestran las combinaciones posibles de las constantes mencionadas para que tenga una forma adecuada la proa. También se muestran los valores del Volumen, Coeficiente Prismático y Superficie Mojada. Estos valores son obtenidos de manera análoga a lo desarrollado en el Anexo 3.

Tabla 5. Datos de la Proa 1

Proa 1: PEDRO_SOSA_1				
R1 osculador	K1 Curvatura	Volumen $m^3$	Coeficiente Prism.	Superficie Mojada $m^2$
1	0.1	0.0863	0.7327	0.8347
1	0.2	0.0862	0.7322	0.8343
1	4	0.0837	0.7111	0.8189
1.25	0.1	0.0882	0.7494	0.8491
1.5	0.1	0.0873	0.7416	0.8434
0.6	5	0.0799	0.6789	0.7911

### 3.2.2.2. Proa 2: PEDRO\_SOSA\_2

La segunda función, es facilitada por el mismo autor en el capítulo donde plasmaba la anterior. Sin embargo, no tiene una estructura tan compleja como la primera.

La definición geométrica es un algoritmo típico de proas:

$$f(x) = \frac{D}{2} \cdot \left(1 - \left(\frac{x}{L_{pr}}\right)^m\right)^{\frac{1}{m}} \quad (3.13)$$

Cuyas representaciones en  $R^2$  y  $R^3$ :

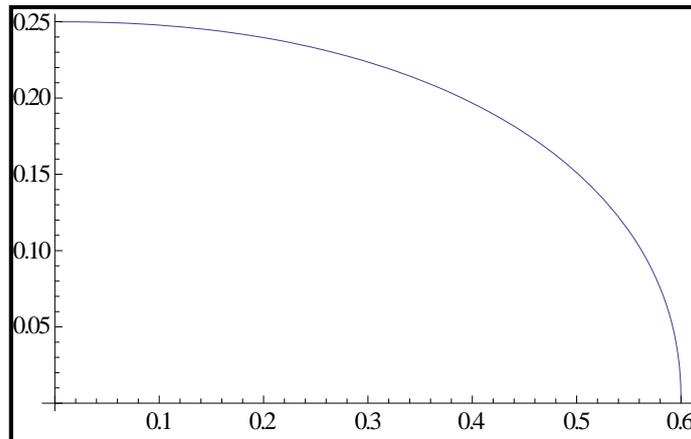


Figura 20. Representación 2D de la Proa 2

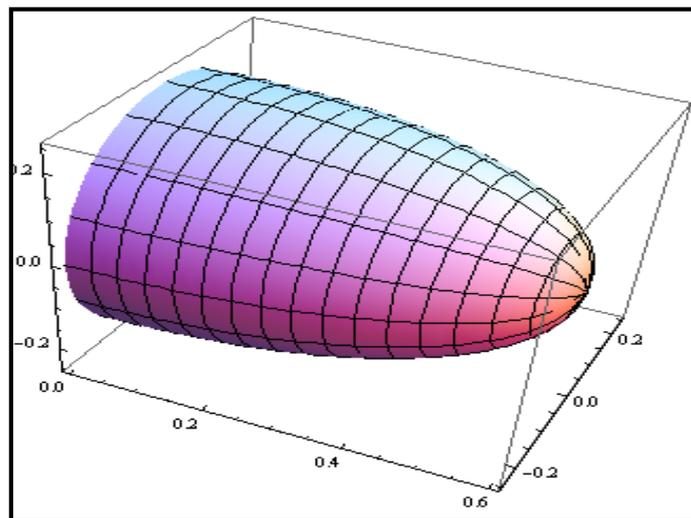


Figura 21. Representación 2D de la Proa 2

El dato de entrada para la función es el exponente  $m$ . En la bibliografía no citan ningún valor, ni rango por el que guiarse. De tal manera, se comprobará para valores entre 0,1 y 2,8 que forma geométrica se obtenía.

Como resultado, los valores del exponente que han dado una forma semejante a las de proa y cumplan la restricción del coeficiente prismático se encontraban entre 2 y 2.5.

Dando valores al exponente en ese rango, he obtenido los siguientes resultados:

Tabla 6. Datos de la Proa 2

Proa 2: PEDRO_SOSA_2			
m	Volumen $m^3$	Coefficiente Prism.	Superficie Mojada $m^2$
2	0.0785	0.6667	0.7878
2.2	0.0829	0.7042	0.8182
2.3	0.0849	0.7207	0.8317
2.5	0.0883	0.7501	0.8557

Destacar que la proa para  $m=2$ , es la que define la Proa del Remus si no consideraríamos los offset.

### 3.2.2.3. Resumen y elección de proa óptima.

En este caso se ha obtenido dos formas que presentan una superficie mojada bastante aproximada. Estas formas son:

- La forma de proa 1 para una combinación de  $R_1=0,6$  y  $K_1=0,5$ .
- La forma de proa 2 para  $m=2$ .

Aunque se puede observar como la forma 2 presenta una superficie mojada menor. Debido a la pequeña diferencia, a juicio del autor del presente trabajo se ha elegido la forma 1 presentada.

Se ha elegido la forma 1 con la combinación citada, debido a la fácil manipulación en el futuro de la forma ante cualquier imprevisto sin tener que cambiar las longitudes generales. Esta fácil manipulación se puede realizar gracias a las dos constantes mencionadas. En la forma PROA\_1 puede interesar cambiar el radio curvatura o el osculador según se presenten futuros imprevistos. En PROA\_2 solo se podría modificar el exponente  $m$ .

### 3.2.3. Definición de los parámetros característicos del sumergible.

Las funciones escogidas son, de proa:

$$f(x) = \frac{D}{2} \cdot \sqrt{R_1 \cdot 2 \cdot \frac{x}{L_{pr}} \cdot \left(\frac{x}{L_{pr}} - 1\right)^4 + K_1 \cdot \left(\frac{\frac{x}{L_{pr}} \cdot \frac{x}{L_{pr}} \cdot \left(\frac{x}{L_{pr}} - 1\right)^3}{3}\right) + \left(1 - \left(4 \cdot \frac{x}{L_{pr}} + 1\right) \cdot \left(\frac{x}{L_{pr}} - 1\right)^4\right)} \quad (3.14)$$

y de popa:

$$f(x) = \frac{D}{2} \cdot \left(1 - \left(\frac{x}{L_{pp}}\right)^{n_{exp}}\right) \quad (3.15)$$

Una representación global, fijando los ejes coordenados en la punta de la proa:

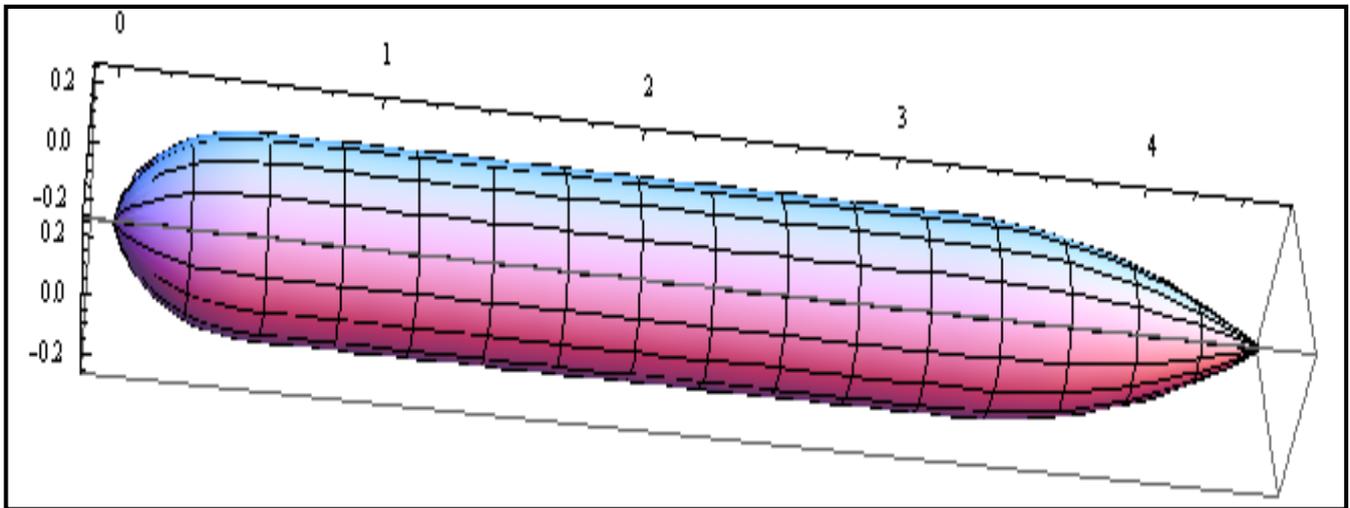


Figura 22. Representación 3D del casco hidrodinámico.

Es importante destacar que las funciones están definidas a un eje coordenado fijado en la nariz de la proa.

Obtenido ya la forma completa de revolución, falta por definir el centro de Gravedad. Para ello destacar que en el presente proyecto se van a realizar las siguientes suposiciones:

- Se considerará que el centro de gravedad y centro de flotabilidad estén en posición estable, es decir, que se sitúen en la misma posición axial.
- No se va a considerar las variaciones que se producen en la posición del centro de gravedad debido a la acción de los tanques de lastre.

Así, se ha podido constatar como proyectistas de submarinos, tienen como objetivo fijar en condiciones de estabilidad el centro de gravedad en la mitad del casco cilíndrico. Por tanto:

$$x_{cg} = L_{pr} + \frac{L_{cil}}{2} = 1,9 \text{ m} \quad (3.16)$$

Donde esta distancia sigue referenciada a los ejes de referencia mencionados en el párrafo anterior.

Es importante detallar de nuevo la geometría de todo el sumergible, para fijar los ejes coordenados a un eje local que se explicará con más detenimiento en el capítulo 6. Este eje local se situará en el centro de gravedad. En la Figura 23 se puede comprobar este eje local:

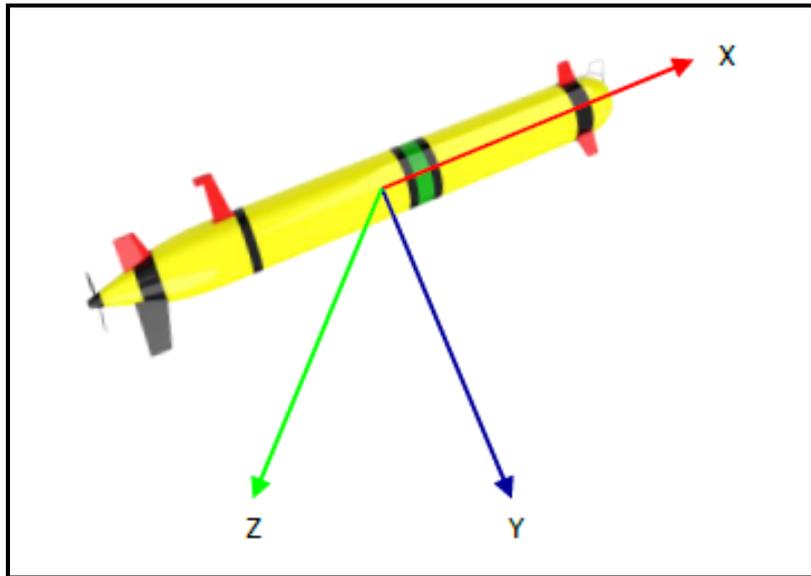


Figura 23. AUV definido respecto a un eje de referencia local

El cambio de variable es el siguiente:

$$x' = x_{cg} - x \quad (3.17)$$

Y el sumergible definido respecto al sistema de referencia local queda como:

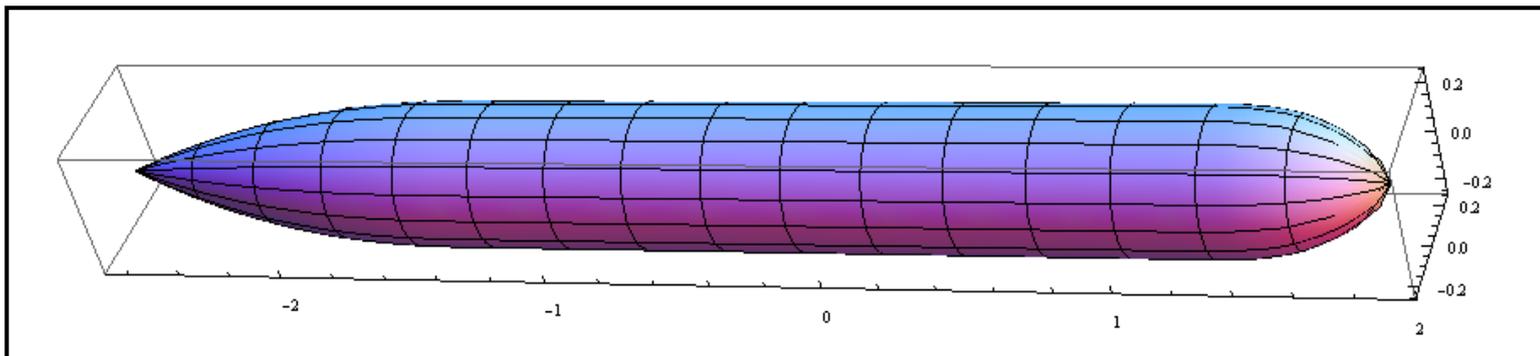


Figura 24. SIRENA definido respecto al eje de referencia local

A partir de ahora, para los futuros cálculos, el sistema de referencia del sumergible será el presentado en la Figura 24.

Por último, es necesario también fijar el centro de presiones. En este centro de presiones actuará la fuerza de sustentación del cuerpo detallada en el capítulo 6. Hoerner en [9] estima que se sitúa entre el 60 % y 70% de la eslora total, referenciado a los ejes de la Figura 22; es decir, unos ejes fijados en la nariz de proa. Realizando el cambio de variable de la ecuación (3.16), se obtendrá el valor de la Tabla 7.

### 3.2.4. Cuadro resumen

Por último, resumiendo los parámetros de este casco hidrodinámico:

Tabla 7. Datos generales del casco hidrodinámico

Casco hidrodinámico	
Eslora	4,5 m
Diámetro	0,5 m
F	9
Coefficiente prismático	0,83
Volumen	0,73 m <sup>3</sup>
Superficie Mojada	6,29 m <sup>2</sup>
X <sub>cg</sub> (respecto a ejes fijados nariz de proa)	1,9 m
X <sub>cp</sub> (respecto a eje local)	-1,03 m
ρ	1026 kg/m <sup>3</sup>
Viscosidad cinemática	1,17 · 10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s
Área Frontal	0,19 m <sup>2</sup>
Velocidad de inmersión	10 nudos

Tabla 8. Datos generales de la Proa

Proa	
Longitud de proa	0,6 m
a	1,2 m
Coefficiente Prismático	0,67
Volumen	0,07 m <sup>3</sup>
Superficie Mojada	0,79 m <sup>2</sup>
Radio curvatura R1	0,6
Radio osculador K1	5

Tabla 9. Datos generales de la Popa

Popa	
Longitud de proa	1,3 m
b	2,6
Coefficiente Prismático	0,56
Volumen	0,14 m <sup>3</sup>
Superficie Mojada	1,42 m <sup>2</sup>
n <sub>exp</sub>	2,2

Tabla 10. Datos generales del cuerpo Cilíndrico

Cuerpo Cilíndrico	
Longitud del cuerpo cil.	2,6
Coefficiente Prismático	1
Volumen	0,51 m <sup>3</sup>
Superficie Mojada	4,08 m <sup>2</sup>

### 3.3. Apéndices

Para el dimensionado de los apéndices, se va a utilizar a menudo los parámetros característicos de los timones del Remus 100. Prestero en su obra los facilita en el Capítulo 2 de [12]:

Tabla 11 Parámetros característicos de los timones del Remus 100

Parámetro	Valor	Unidad	Descripción
L	1,3300	m	Eslora
S <sub>timón</sub>	0,0066	m <sup>2</sup>	Supreficie en planta
l <sub>med,t</sub>	0,0857	m	Longitud media del timón
x <sub>timon</sub>	-0,6381	m	Brazo del momento sustentación
c <sub>m,t</sub>	0,0747	m	Cuerda media
c <sub>máxima</sub>	0,0830	m	Cuerda máxima
c <sub>mínima</sub>	0,0590	m	Cuerda mínima
t <sub>t</sub> /c <sub>m,t</sub>	0,1200	-	Relación cuerda espesor máximo

En los siguientes apartados se definirán estos parámetros.

#### 3.3.1. Diseño del tipo de perfil

El primer paso del diseño de Apéndices, es seleccionar el tipo de timones que se va a incorporar al sumergible. Se seleccionará el perfil NACA 0012 debido a la amplia información existente de él.

Para este tipo de perfil, fijada la cuerda media, el espesor viene definido por:

$$y_t(x) = \frac{1}{0,2} \cdot \frac{t_t}{c_{m,t}} \left[ 0,2969 \sqrt{\frac{t_t}{c_{m,t}}} - 0,1260 \cdot \left(\frac{t_t}{c_{m,t}}\right) - 0,3516 \cdot \left(\frac{t_t}{c_{m,t}}\right)^2 + 0,2843 \cdot \left(\frac{t_t}{c_{m,t}}\right)^3 - 0,1015 \cdot \left(\frac{t_t}{c_{m,t}}\right)^4 \right] \quad (3.18)$$

Donde

$$\frac{t_t}{c_{m,t}} = 0,12 \quad (3.19)$$

por definición del tipo de perfil (0012).

#### 3.3.2. Dimensionado de las cuerdas y máximo espesor

Para fijar la cuerda media se va a establecer una relación de semejanza entre la cuerda y eslora del Remus 100.

A partir de los datos de la Tabla 11, estas relaciones son:

$$\frac{c_{m,t}}{L} \Big|_{REMUS} = \frac{0,0747 \text{ m}}{1,33 \text{ m}} \Big|_{REMUS} = 0,0561 \quad (3.20)$$

Relizando la relación de semejanza:

$$\frac{c_{m,t}}{L} \Big|_{REMUS} = \frac{c_{m,t}}{L} \Big|_{SIRENA} \quad (3.21)$$

Obtenemos las dimensiones de la cuerda media:

$$c_{m,t} = \frac{c_{m,t}}{L} \Big|_{REMUS} \cdot L_{SIRENA} = 25,24 \text{ cm} \quad (3.22)$$

A partir de (3.19), el valor del espesor máximo:

$$t_t = 3,03 \text{ cm} \quad (3.23)$$

Para establecer la cuerda máxima y mínima se realiza de manera análoga, resultando:

$$c_{m\acute{a}xima} = 28,08 \text{ cm} \quad (3.24)$$

$$c_{m\acute{i}nima} = 19,96 \text{ cm} \quad (3.25)$$

Donde es importante definir la relación entre cuerda máxima y mínima:

$$t_r = \frac{c_{m\acute{i}nima}}{c_{m\acute{a}xima}} = 0,71 \quad (3.26)$$

### 3.3.3. Posicionamiento de los timones

A continuación, se deberán obtener la posición del centro de presiones del timón respecto al centro de gravedad del casco hidrodinámico.

Pedro Sosa en el capítulo de formas y resistencia [13], referencia que la distancia que debe haber entre la hélice y el borde de fuga de los timones deben de ser del orden de un diámetro de hélice. De tal manera, siendo el valor del diámetro de hélice de SIRENA de 0,35 metros (este valor se ha determinado en el capítulo 5), se fijará la distancia en este valor.

Con este valor definido, solo falta fijar la posición del eje y del centro de presiones. El eje, según varios proyectos de sumergibles, se suele fijar en la posición axial del centro de presiones.

En cuanto al centro de presiones o centro aerodinámico (término utilizado en aerodinámica), en los perfiles NACA se sitúan en el 25 % de la cuerda media. Por tanto, a partir de las dimensiones de las cuerdas obtenidas en el apartado anterior, la posición del centro de presiones será:

$$x_{cp,tim\acute{o}n}' = 0,75 \cdot c_{m,t} = 18,93 \text{ cm} \quad (3.27)$$

respecto al borde de fuga del timón.

Por tanto, definida la posición del borde de fuga respecto al extremo de Popa, la posición del centro de presiones referida al sistema de referencia local de la Figura 24:

$$x_{timón} = -2,06 \text{ m} \quad (3.28)$$

siendo esta distancia, el brazo de los momentos de sustentación de los timones. En la Figura 25 se muestran estos valores.

### 3.3.4. Dimensionado de la envergadura, semi envergadura, longitud media del timón y superficie en planta

Antes de obtener estos parámetros, es conveniente definirlos:

- **Envergadura ( $b_t$ ):** Es la máxima distancia transversal entre los bordes exteriores de dos timones.
- **Semienvergadura ( $b_{1/2}$ ):** Es la máxima altura del timón respecto al eje axial del casco hidrodinámico.
- **Longitud media del timón ( $l_{med,t}$ ):** Es la distancia que hay entre el radio del casco en la posición de la mitad de la cuerda media del timón y la altura máxima del timón.
- **Superficie mojada o superficie en planta del timón ( $S_{timón}$ ):** Es el producto de la cuerda media y la longitud media del timón.

Ya definidos los parámetros a obtener se va a proceder con su dimensionado.

El objetivo es obtener la dimensión de la longitud media del timón, que proporcione un Momento de Sustentación mínimo para cumplir satisfactoriamente sus maniobras. Aquí se ha hecho la suposición de que el diseño de los timones del Remus 100 tiene el mismo objetivo.

Sabiendo que el momento de sustentación viene definido por

$$M_L = x_{timón} \cdot L_{sust} \quad (3.29)$$

Donde  $L$  es la sustentación que se produce en los perfiles sustentadores y  $x_L$  es la distancia que hay del centro de gravedad del casco cilíndrico al centro de presiones de un timón. Si desarrollamos la sustentación como:

$$L_{sust} = \Delta P \cdot S_{timon} \quad (3.30)$$

Siendo  $\Delta P$  la distribución de presiones del fluido sobre un timón, la cual será constante en el Remus y en SIRENA, y  $S_{timon}$  la superficie mojada del timón:

$$S_{timon} = l_{med,t} \cdot c_{m,t} \quad (3.31)$$

Con esto podemos desarrollar el momento sustentador y adimensionalizarlo respecto a la distribución de presiones y la eslora:

$$M_L = x_{timon} \cdot \Delta P \cdot l_{med,t} \cdot c_{m,t} \rightarrow \frac{M_L}{\Delta P \cdot L^3} = \frac{x_{timon} \cdot l_{med,t} \cdot c_{m,t}}{L^3} \quad (3.32)$$

Por tanto se definirá como una constante:

$$\frac{M_L}{\Delta P \cdot L^3} = CTE \rightarrow \frac{x_{timon} \cdot l_{med,t} \cdot c_{m,t}}{L^3} \Big|_{SIRENA} = \frac{x_{timon} \cdot l_{med,t} \cdot c_{m,t}}{L^3} \Big|_{REMUS} \quad (3.33)$$

Definidos los valores de  $x_L$ ,  $c$  y con los datos de la Tabla 11:

$$\frac{M_L}{\Delta P \cdot L^3} \Big|_{REMUS} = 0,001736 \quad (3.34)$$

$$\frac{x_{timon} \cdot l_{med,t} \cdot c_{m,t}}{L^3} \Big|_{SIRENA} = 0,001736 \rightarrow l_{med,t} = 36,64 \text{ cm} \quad (3.35)$$

Siendo este valor de envergadura referido en la posición axial media del timón. En la Figura 25 se observa de manera más gráfica.

Obtenido este valor, a partir de las ecuaciones que definen la popa (3.15) y el valor de la cuerda media y longitud media del timón, se puede obtener la semi envergadura:

$$b_{1/2} = 52,20 \text{ cm} \quad (3.36)$$

Y la envergadura:

$$b_t = 104,40 \text{ cm} \quad (3.37)$$

Por último, la superficie mojada de un timón se obtiene:

$$S_{timon} = l_{med,t} \cdot c_{m,t} = 0,2524 \cdot 0,3664 = 0,0925 \text{ m}^2 \quad (3.38)$$

Los valores de estos parámetros se pueden observar de manera gráfica en la Figura 25.

### 3.3.5. Cuadro resumen

Los parámetros característicos que van a definir los apéndices figuran en la Tabla 12:

Tabla 12 Parámetros característicos de los timones

Parámetro	Valor	Unidad	Descripción
$S_{timon}$	0,0925	m <sup>2</sup>	Superficie en planta
$b_t$	1,0440	m	Envergadura
$b_{1/2}$	0,5220	m	Semi-envergadura
$l_{med,t}$	0,3664	m	Longitud media del timón
$x_{timon}$	-2,0600	m	Brazo del momento sustentación
$c_{media}$	0,2524	m	Cuerda media
$c_{máxima}$	0,2808	m	Cuerda máxima
$c_{mínima}$	0,1990	m	Cuerda mínima
$t/c_{m,t}$	0,12	-	Relación cuerda espesor máximo

Estas dimensiones vienen mejor detalladas en la Figura 25:

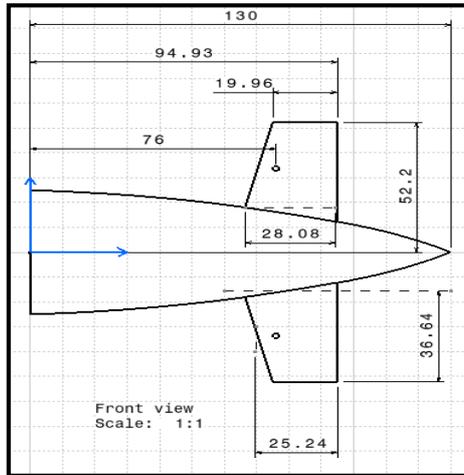


Figura 25 Dimensiones generales de los timones

Por otro lado en el Capítulo 6, se van a tener que realizar unas determinadas integrales a la geometría de SIRENA, requiriendo la definición de los siguientes límites de integración referenciados al sistema de referencia local:

Tabla 13 Coordenadas del casco para límites de integración

COORDENADAS DEL CASCO PARA LÍMITES DE INTEGRACIÓN			
Parámetros	Valores	Unidades	Descripción
$x_t$	-2,6000	m	Extremo de Popa en la sección Trasera
$x_{t2}$	-1,3000	m	Extremo de Proa en la sección Trasera
$x_f$	-2,2493	m	Extremo de Popa en la sección del Timón
$x_{f2}$	-1,9685	m	Extremo de Proa en la sección del Timón
$x_b$	1,3000	m	Extremo de Popa en la sección Delantera
$x_{b2}$	1,9000	m	Extremo de Proa en la sección Delantera

En la Figura 26, se muestran estos límites de integración de manera más gráfica:

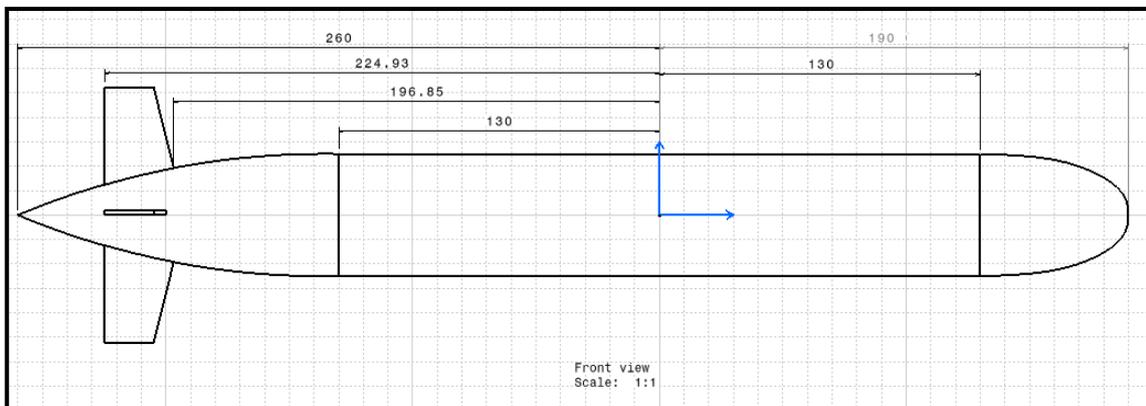


Figura 26 Límites de integración de SIRENA

### **3.4. Conclusión**

Con el casco definido, así como sus apéndices, se puede dar por cumplido el objetivo del Capítulo.

Se puede comprobar cómo no se han obtenido otros parámetros característicos del casco como pueden ser la masa, el tensor de inercia, el centro de flotabilidad...

Debido a que estos valores dependen de la distribución de pesos dentro del sumergible; del material o del espesor que se definirá para la construcción del mismo, se dejará su cálculo a futuras revisiones del trabajo.

No obstante con lo que se ha obtenido, se podrá abordar los siguientes capítulos de manera satisfactoria.



## 4. Resistencia al avance

### 4.1. Objetivos

En el presente capítulo, se tiene como objetivo obtener el valor de la resistencia al avance, para máxima propulsión, que produce el movimiento del AUV en dirección axial.

Para ello se presentarán diversos métodos, los que proporcionaran valores que se deberá discutir y elegir el valor que más se ajuste a la realidad bajo el criterio del autor del presente trabajo.

Al término del capítulo, se obtendrá un valor determinado de resistencia al avance, para poder abordar el posterior capítulo de obtención del motor propulsivo.

Inicialmente, se va a presentar los conceptos teóricos que definen el asunto de este capítulo.

### 4.2. Conceptos teóricos

Tal y como se ha estudiado en Mecánica de Fluidos, la resistencia al avance de un cuerpo sumergido en un fluido ideal es nula. Es decir, no se produce efecto alguno de la viscosidad sobre el cuerpo sumergido en el fluido, en este caso agua. Con otras palabras, en todo el flujo no se producirá ningún gradiente de velocidades en torno al cuerpo sólido.

Sin embargo en un fluido real, esto no es así. Ludwig Prandtl desarrolló en 1904 la teoría de la capa límite por la que incluso en flujos con Reynolds altos (el número adimensional que identifica si en el flujo dominan los efectos viscosos o los convectivos) se debe tener en cuenta los efectos de la viscosidad. Por lo tanto se deberá considerar dos zonas en el fluido ideal respecto a un cuerpo sumergido:

- **Campo fluido exterior**, donde la viscosidad es despreciable y el fluido puede considerarse ideal.
- **Capa límite delgada**: cerca de las superficies sólidas en donde la viscosidad es importante y obliga a que se cumpla la condición de adherencia, igualdad de velocidades entre el fluido y el sólido.

La capa límite además de producir la fricción mencionada, altera la distribución de presiones a su alrededor dando lugar a una resistencia que puede ser considerable. La resistencia producida por el gradiente de presiones definirá la resistencia de presión.

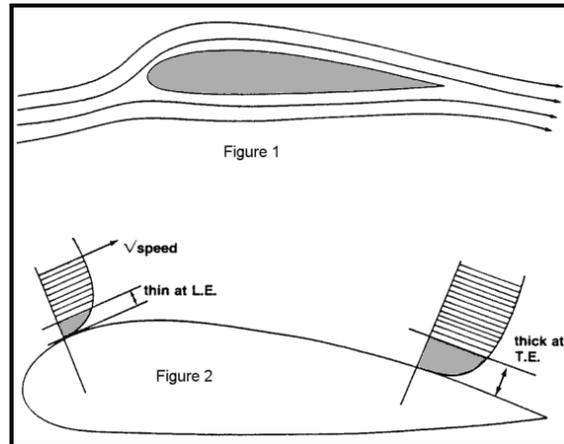


Figura 27. Capa límite

Definido el concepto de capa límite, se puede abordar el término de resistencia fluidodinámica.

Cuando el cuerpo sólido se mueve en el seno de un fluido, o el fluido alrededor del cuerpo, el campo de presiones y el tensor de esfuerzos por fricción viscosa sobre la superficie genera por el movimiento relativo una fuerza:

$$\vec{F} = - \int_{\Sigma} p \cdot \vec{n} \cdot d\sigma + \int_{\Sigma} \tau' \cdot \vec{n} \cdot d\sigma \quad (4.1)$$

Dicha fuerza como vector se puede descomponer según direcciones perpendiculares, distinguiendo entre:

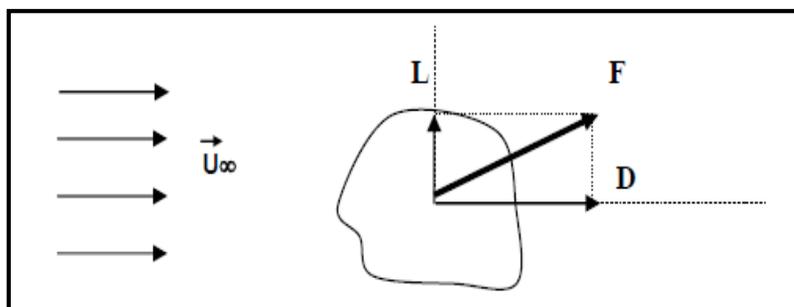


Figura 28. Resistencia Fluidodinámica

- **Resistencia:** (D:drag) Es la componente de la fuerza paralela a la dirección incidente de la velocidad relativa al sólido.
- **Sustentación:** (L:lift) es la componente perpendicular a dicha dirección incidente.

Para este capítulo mostraré especial atención a la resistencia, ya que el análisis de la sustentación tendrá especial interés en el Capítulo 6 debido al estudio de perfiles hidrodinámicos y superficies sustentadoras.

Es especialmente útil utilizar conceptos de análisis dimensional y semejanza física. Así el coeficiente de resistencia se define como:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho \cdot U^2 \cdot A} \quad (4.2)$$

$$F_D = C_D \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot A \quad (4.3)$$

Donde A generalmente es la superficie frontal, aunque puede encontrarse  $C_D$  referidos a su superficie mojada o superficie en planta. Se observa matemáticamente la linealidad entre la resistencia y la presión dinámica ( $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^2$ ), y la ley cuadrática entre la resistencia y la velocidad incidente.

Ahora bien, la resistencia fluidodinámica definida, a su vez se subdivide en dos componentes, ya que para entender las diferencias debidas a la distinta forma de los cuerpos conviene considerar las dos componentes de la resistencia: resistencia de fricción o superficie y la resistencia de presión:

- **Resistencia de superficie o de fricción:** Es la contribuyente debida a la presencia de los esfuerzos viscosos en la capa límite. Resulta evidente que a mayor superficie, mayor resistencia al mismo debida a la fricción. Prácticamente todos los métodos de obtención de la resistencia al avance definen este parámetro de forma similar, debido a su facilidad a la hora de obtenerla de forma teórica.
- **Resistencia de presión o formas:** La diferencia entre las presiones altas de la región frontal de remanso y las bajas presiones en la región posterior del cuerpo, donde se encuentra la zona desprendida, es la que da lugar a la contribución de la resistencia. Es habitual encontrar este término dentro de una resistencia mayor denominada resistencia residual, definida como la diferencia entre la total y la friccional. Vendría formada la resistencia de presión y todos aquellos aspectos que suponen una penalización al avance del sumergible (suciedad, interferencia..).

Definidas las dos contribuciones de resistencia al avance, es apropiado explicar de manera analítica lo mostrado y definir más detenidamente el “desprendimiento de la capa límite”.

Estableciendo unos ejes de referencia fijados a la superficie del sólido, la ecuación de continuidad viene presentada por:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4.4)$$

En nuestro caso, dimensionando con longitudes características se puede comprobar que a lo largo del cuerpo hidrodinámico (tanto cuerpo exterior como apéndices) la componente de la velocidad en x será mayor significativamente que la componente longitudinal, pues  $\frac{L}{\delta} \gg 0$  siendo  $\delta$  el espesor de la capa límite:

$$\frac{\partial}{\partial x} \ll \frac{\partial}{\partial y} \rightarrow v \ll u \quad (4.5)$$

La ecuación de cantidad de movimiento en dirección longitudinal será:

$$u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \cdot \frac{\partial u}{\partial y} - \overline{u'v'} \right) \quad (4.6)$$

Ahora bien, esta teoría no permite estudiar la distribución de presiones en la zona desprendida. Para entender mejor el término desprendimiento, podemos definirla en los siguientes gráficos. Si consideramos un flujo sobre una superficie curva, el perfil de la capa límite va cambiando de forma según el gradiente de presiones:

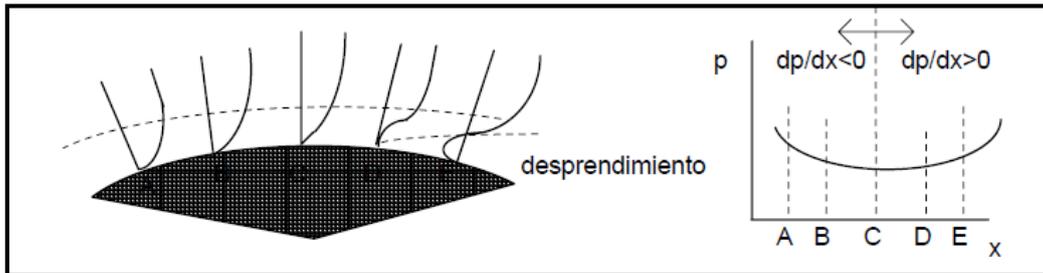


Figura 29. Capa límite desprendida.

A partir del primer gráfico, observamos como en el punto D se produce el mencionado desprendimiento. En el gráfico derecho muestra como el desprendimiento se produce solo con un gradiente de presiones adverso. Teóricamente se puede considerar la presión aguas abajo del punto de separación como constante. La separación alterará el flujo detrás del cuerpo.

El desprendimiento se suele detectar debido a que el coeficiente de fricción tiende a cero.

La contribución relativa de las dos componentes de la resistencia se puede observar la Figura 30 que proporciona A. Viedma en su Capítulo 7 [14]:

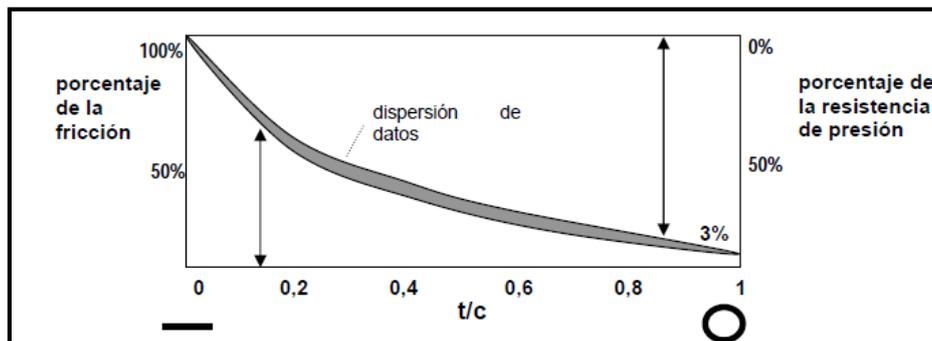


Figura 30. Resistencia de presión y fricción en cuerpos romos o esbeltos

Donde valida la Figura 12: en los dos gráficos se puede observar que a mayor esbeltez del cuerpo, se produce un mayor porcentaje de la resistencia de fricción, y por el contrario, un cuerpo romo producirá una contribución mayor de la resistencia de presión.

Por último, en el siguiente gráfico muestro como se desarrolla la capa límite alrededor del casco exterior de un submarino. En él se aprecia las tres zonas de la capa límite: el flujo laminar, el flujo turbulento y la zona desprendida.

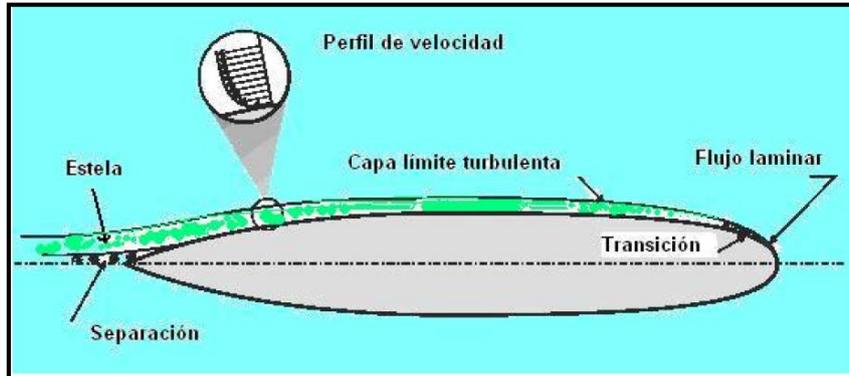


Figura 31. Capa límite alrededor de un sumergible

La fricción producida por la capa límite a lo largo del casco exterior, es la que va a definir la resistencia debida de fricción. Por el contrario, los puntos de mínima presión que se originan en el desprendimiento de la popa respecto a los puntos de máxima presión de la proa, formarán el gradiente de presiones que da lugar a la resistencia de presión.

### 4.3. Cálculo de resistencia

#### 4.3.1. Método Pedro Sosa

El siguiente método ha sido obtenido en el Anexo A de la referencia [13]. Este método se desglosa en obtener la resistencia al avance del casco y las de los apéndices por separado. A su vez la resistencia fluidodinámica se subdividirá entre la debida a fricción y la residual. De tal manera, se va a iniciar con el casco hidrodinámico.

#### Casco Hidrodinámico

El **coeficiente de resistencia friccional** se define como el cociente entre la fuerza de fricción y la superficie mojada del casco sumergido afectado por la presión dinámica ( $q$ ):

$$q = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^2 \quad (4.7)$$

$$F_{F,casco} = C_{F,casco} \cdot q \cdot S_{m,casco} \quad (4.8)$$

El cálculo del coeficiente de fricción se basa en la ecuación empírica de la ITTC 57:

$$C_{F,ITTC} = \frac{0,075}{(\text{Log } Re-2)^2} \quad (4.9)$$

Donde:

$$Re_{casco} = \frac{L \cdot U}{\nu} \quad (4.10)$$

L se refiere a la longitud característica que tiene el sumergible, en este caso será la eslora. Cabe destacar que el logaritmo en el que se encuentra el Reynolds está referido en base decimal.

Sosa considera oportuno corregir este coeficiente de fricción para tener en cuenta la rugosidad que puede haber en el casco con:

$$\Delta C_{F,casco} = 0,0004 \quad (4.11)$$

Por tanto, el coeficiente de fricción del casco se obtendrá del sumando de la ecuación (4.9) y (4.11):

$$C_{F,casco} = C_{F,ITTC} + \Delta C_{F,casco} \quad (4.12)$$

En cuanto al **coeficiente de resistencia residual**, la resistencia residual toma su nombre de las pruebas de canal. Es la diferencia entre la resistencia total calculada en la pruebas de canal y la resistencia de fricción, fácil de calcular, junto con la consideración de un mínimo de error. Engloba a la resistencia de presión definida en los conceptos teóricos y los demás aditivos residuales que proporcionan resistencia al avance. Cabe destacar que el coeficiente de resistencia residual viene definido por la superficie mojada, a pesar de que sea función de las medidas transversales. Este coeficiente operará como una corrección, y vendrá definido por la letra k (factor de forma).

El factor de forma será:

$$k_{casco} = 1,45 \cdot \left(\frac{D}{L}\right) \quad (4.13)$$

Donde k ha sido deducido de numerosas pruebas de canal utilizando una serie de cuerpos de revolución muy parecidos al diseñado en el capítulo 3. El valor de k está referenciado a submarinos con un coeficiente prismático entre 0,78 y 0,88, con una relación L/D cercana a 10. En el caso de SIRENA, con factor de elongación de 9 y un coeficiente prismático de 0,83; se puede validar el uso de la ecuación (4.13).

Por tanto el coeficiente residual del casco se define:

$$C_{r,casco} = k_{casco} \cdot C_{F,casco} \quad (4.14)$$

Y la resistencia residual

$$F_{r,casco} = q \cdot C_{r,casco} \cdot S_{m,casco} \quad (4.15)$$

Por tanto, sumando los dos términos de la resistencia al avance:

$$F_{D,casco} = F_{F,casco} + F_{r,casco} \quad (4.16)$$

Destacar como el valor de la densidad, superficie mojada, velocidad del sumergible o viscosidad cinemática vienen dados en la Tabla 7.

## Apéndices

Ahora se debe definir la resistencia al avance que producen los 4 timones que tiene el sumergible SIRENA.

Casi todos los términos se obtienen de manera análoga al casco hidrodinámico. No obstante hay pequeñas variaciones.

Para el cálculo del Reynolds, se obtiene tomando como longitud característica la cuerda media:

$$Re_{ap} = \frac{c_{m,t} \cdot U}{\nu} \quad (4.16)$$

Siendo el cálculo del coeficiente de fricción mediante la fórmula (4.9).

Para la corrección por rugosidad, el autor elige un valor que difiere al del casco exterior:

$$\Delta C_{F,ap} = 0,0005 \quad (4.17)$$

Así se definirá el coeficiente de fricción de los apéndices:

$$C_{F,ap} = C_{F,ITTC} + \Delta C_{F,ap} \quad (4.18)$$

Por tanto, la resistencia friccional de los cuatro timones viene definida como:

$$F_{F,ap} = C_{F,ap} \cdot q \cdot S_{m,ap} \quad (4.19)$$

Donde en este caso, la superficie mojada hace referencia a las dos caras de superficie mojada de los cuatro timones, es decir:

$$S_{m,ap} = 2 \cdot 4 \cdot S_{timón} \quad (4.20)$$

La obtención del factor de forma, lo referencia al libro de Hoerner de Fluid Dynamic Drag, por el cual obtuvo una serie de fórmulas para obtenerlo en función de la relación espesor/cuerda. Según Hoerner la resistencia de un perfil hidrodinámico bidimensional, tiene como coeficientes adimensionales:

$$k_{ap} = 2 \cdot \frac{t}{c_{m,t}} + 60 \cdot \left( \frac{t}{c_{m,t}} \right)^4 \quad (4.21)$$

Ahora bien, a este valor, el autor le añade la penalización que sufre el avance del casco debido a la interferencia producida entre el casco y los apéndices. Tal y como Hoerner indica en el capítulo de Interference Drag [9], la resistencia al avance de dos cuerpos fluidodinámicos es mayor que la suma de las resistencias individuales.

Pedro Sosa estima que añadiéndole el término  $60 \cdot \left( \frac{t}{c_{m,t}} \right)^4$  al factor de forma, podía acometer este incremento de resistencia.

Por tanto el factor de forma queda de la siguiente manera:

$$k_{ap} = 2 \cdot \frac{t}{c_{m,t}} + 120 \cdot \left(\frac{t}{c_{m,t}}\right)^4 \quad (4.22)$$

Y el coeficiente residual:

$$C_{r,ap} = k_{ap} \cdot C_{F,ap} \quad (4.23)$$

No obstante, el factor de forma de la ecuación (4.20) está referido a secciones bidimensionales infinitas. Para tener en cuenta la tridimensionalidad y su longitud finita se debe definir otro coeficiente residual como:

$$C_{rfnt,ap} = \frac{0.01}{2} \frac{t}{l_{med,t}} \quad (4.24)$$

Así, se podrá definir la resistencia al avance residual como:

$$F_{r,ap} = (C_{r,ap} + C_{rfnt,ap}) \cdot q \cdot S_{m,ap} \quad (4.25)$$

Definidos ya todos los términos, la resistencia al avance producida por los apéndices:

$$F_{D,ap} = F_{F,ap} + F_{r,ap} \quad (4.26)$$

Los valores de los términos utilizados acerca de los timones, vienen recogidos en la Tabla 12.

### Sumergible completo

Por último, la resistencia al avance del sumergible vendrá definida por:

$$F_D = F_{D,casco} + F_{D,ap} \quad (4.27)$$

Po último, Sosa establece un margen de seguridad del 15 %.

Definida la resistencia al avance del sumergible, es preciso detallar el siguiente coeficiente de resistencia referenciado al área frontal o coeficiente de resistencia efectivo:

$$C_{D,ef} = \frac{F_D}{q \cdot A_F} \quad (4.28)$$

En la siguiente Tabla se muestra el procedimiento obtenido para obtener la resistencia al avance. Se han utilizado los parámetros detallados en la Tabla 7 y Tabla 12.

Tabla 14 Cálculo de resistencia al avance. Método Sosa

Cálculo de resistencia al avance. Pedro Sosa			
$q \left( \frac{N}{m^2} \right)$	1,33E+04	$U \left( \frac{m}{s} \right)$	5,1
Casco Exterior		Timones	
$S_{m,casco} \left( m^2 \right)$	6,29E+00	$S_{m,ap} \left( m^2 \right)$	7,40E-01
$Re_{casco}$	1,96E+07	$Re_{ap}$	1,10E+06
Resistencia por Fricción		Resistencia por Fricción	
$C_{F,ITTC}$	2,68E-03	$C_{F,ITTC}$	4,59E-03
$\Delta C_{F,ap}$	4,00E-04	$\Delta C_{F,ap}$	5,00E-04
$C_{F,casco}$	3,08E-03	$C_{F,ap}$	5,09E-03
$F_{F,casco} \left( N \right)$	2,58E+02	$F_{F,ap} \left( N \right)$	5,03E+01
Resistencia residual		Resistencia residual	
$k_{casco}$	1,61E-01	$k_{ap}$	2,65E-01
$C_{r,casco}$	4,96E-04	$C_{r,ap}$	1,35E-03
$F_{r,casco} \left( N \right)$	4,16E+01	$C_{r,ap}$	4,13E-04
		$F_{r,ap} \left( N \right)$	1,74E+01
Resistencia al avance		Resistencia al avance	
$F_{D,casco} \left( N \right)$	3,00E+02	$F_{D,ap} \left( N \right)$	6,77E+01
Resistencia al avance del sumergible			
	$F_D \left( N \right)$		3,68E+02
	$F_D(1,25) \left( N \right)$		4,23E+02
	$C_{D,ef}$		1,61E-01

### 4.3.2. Método Briggs

Robert C. Briggs desarrolló el 7 de Diciembre de 2010 el prototipo de un AUV para su tesis doctoral en la Politécnica de Virginia [3]

El prototipo viene provisto del AUV con un ancla. Los objetivos a desarrollar por su AUV son diferentes a los desarrollados por SIRENA, pero en lo concerniente a la resistencia al avance, se ha podido utilizar su método operativo para compararlo con el utilizado por Pedro Sosa.

Los cálculos utilizados son elementales, y se realizan simplificaciones muy elementales.

#### Casco hidrodinámico

El cálculo del Reynolds y del coeficiente de Fricción es igual al empleado en el método operativo de Pedro Sosa de las ecuaciones (4.9) y (4.10).

El factor de forma se define como:

$$k_{casco} = 1,5 \cdot \left( \frac{D}{L} \right)^{1,5} + 7 \cdot \left( \frac{D}{L} \right)^3 \quad (4.29)$$

Y el coeficiente de resistencia viene definido por:

$$C_{D,casco} = C_{F,casco} \cdot \frac{S_{m,casco}}{A_F} \cdot (1 + k_{casco}) \quad (4.30)$$

Donde la superficie mojada es la superficie de un cilindro. Por tanto,  $\frac{S_{m,casco}}{A_F}$ :

$$\frac{S_{m,casco}}{A_F} = 4 \cdot \frac{L}{D} \quad (4.31)$$

Por último, la fuerza debida al cuerpo desnudo:

$$F_{D,casco} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot A_F \cdot C_{D,casco} \quad (4.32)$$

## Apéndices

Ahora queda el valor de la resistencia por los 4 timones. Para este caso, el AUV de Briggs está compuesto por una vela. El AUV que se está estudiando en este TFG está compuesto por 4 timones de dirección, por ello el cálculo es ligeramente diferente.

Tanto el coeficiente de fricción como el Reynolds tendrán el mismo valor que en los métodos de Pedro Sosa, debido a que su obtención es de manera similar.

El factor de forma es el mismo utilizado que en el método de Pedro Sosa:

$$k_{ap} = 2 \cdot \frac{t}{c} + 60 \cdot \left(\frac{t}{c}\right)^4 \quad (4.33)$$

Tal y como viene en el libro de Hoerner, Briggs utiliza la siguiente correlación para obtener el coeficiente de resistencia de los timones:

$$C_{D,ap} = 2 \cdot (1 + k) \cdot C_{F,ap} \quad (4.34)$$

Y por tanto, la resistencia al avance de los timones:

$$F_{D,ap} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U^2 \cdot (4 \cdot S_{timón}) \cdot C_{D,ap} \quad (4.35)$$

Por último, la fuerza total será:

$$F_D = F_{D,casco} + F_{D,ap} \quad (4.36)$$

Ahora bien, para este método Briggs utiliza un margen de seguridad del 25 %.

En la siguiente tabla se muestra lo detallado hasta ahora:

Tabla 15. Cálculo de Resistencia al avance. Método Briggs

CASCO		TIMONES	
$A_F$	1,96E-01	$S_{timón} (m^2)$	9,25E-02
$Re_{casco}$	1,96E+07	$Re_{ap}$	1,10E+06
$C_{F,casco}$	2,68E-03	$C_{F,ap}$	4,59E-03
$1 + k_{casco}$	1,07E+00	$1 + k_{ap}$	1,25E+00
$C_{D,casco}$	1,03E-01	$C_{D,ap}$	1,15E-02
$F_{D,casco} (N)$	2,69E+02	$F_{D,ap} (N)$	5,68E+01
$F_D(N)$			3,26E+02
$F_D(1,25)(N)$			4,07E+02

#### 4.4. Conclusión.

Con los resultados obtenidos, se puede observar que hay un error de aproximadamente 16 N que se puede pasar por alto debido a las simplificaciones hechas.

El resultado que escogido es el realizado por Pedro Sosa, debido a que modeliza matemáticamente muchos más efectos penalizadores del avance del AUV. Destacar, que el factor de formas calculado por Pedro Sosa viene de una serie de experimentaciones para submarinos con Coeficientes Prismáticos y relaciones L/D con un rango al que pertenece el AUV estudiado, mientras las estimaciones de Briggs son más elementales.

Por tanto, la Resistencia al Avance del sumergible a una velocidad de 10 nudos será:

$$F_D = 422,69 N$$

y el coeficiente de resistencia efectivo:

$$C_{D,ef} = 0,161$$

En futuros trabajos será conveniente contrastar estos resultados con los obtenidos en CFD o pruebas hidrodinámicas en canal.



# 5. Propulsión

## 5.1. Introducción

El siguiente tema está enfocado en diseñar el sistema del motor propulsor y definir la geometría de la hélice.

Para obtener un diseño del motor óptimo, se van a estimar todas las potencias con sus respectivos rendimientos en todo el sistema propulsor.

En cuanto a la geometría de la hélice se deberá seleccionar entre todas las series existentes, la más acorde a las prestaciones del sumergible SIRENA.

Por último se realizará un cuadro resumen y una discusión coherente de los resultados.

## 5.2. Sistema motor-propulsor.

Antes de presentar las distintas consideraciones teóricas, se debe presentar en qué consistirá el sistema propulsor:

- **Motor propulsor.** Motor de corriente continua cuya potencia se deberá estimar en este capítulo.
- **Caja reductora.**
- **Cojinetes:** Uno o varios que puedan servir de apoyo y absorber el empuje producido en el eje.
- **Eje:** Eje de transmisión de potencia que deberá estar diseñado contra el fallo por la variedad de solicitaciones que se producen.
- **Hélice:** La hélice deberá de constar con un diámetro y un número de palas correspondiente para producir un empuje mayor a la resistencia al avance calculada.

En la Figura 32 se muestra las distintas partes del sistema de propulsión, con las distintas potencias que se citarán en el sub-apartado siguiente:

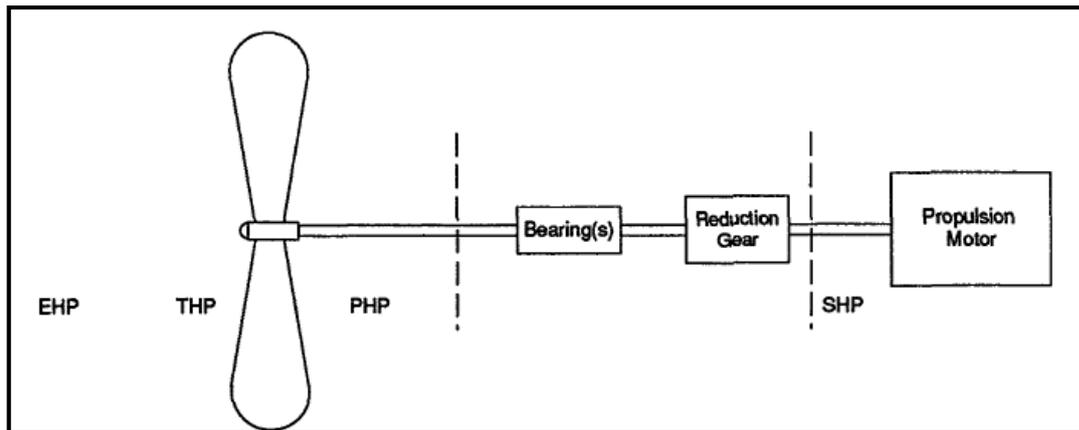


Figura 32. Potencias desarrolladas en el sistema propulsor

### 5.3. Potencias y rendimientos del sistema de propulsión.

Tal y como se vio en la Figura 32, la transmisión de potencia del motor a la potencia de empuje, conlleva varios pasos en los que se producen pérdidas.

Las distintas potencias son las siguientes:

#### EHP

Es la potencia efectiva expresada en caballos de vapor. Se define como el producto de la resistencia al avance y la velocidad a la que se desplace el sumergible. Analíticamente:

$$EHP = \frac{F_D \cdot U}{550} \quad (5.1)$$

#### THP

THP o potencia de empuje expresada en caballos de vapor. Es definida como el producto del empuje desarrollado por la potencia de la hélice y la velocidad de avance del sumergible. La diferencia con la anterior potencia estriba en dos factores: el coeficiente de estela y el de empuje.

Debido a la presencia de la hélice, la resistencia al avance es mayor. Por lo tanto, la hélice debe suministrar un empuje mayor a la resistencia obtenida en el capítulo 4. A partir de esto se considera un coeficiente de succión que relaciona la resistencia al avance y el empuje:

$$T = \frac{F_D}{(1-t)} \quad (5.2)$$

Por otro lado, la velocidad de avance se define ya que; en popa del sumergible, en el plano de la hélice, la velocidad del agua en el contorno del casco, es inferior a la velocidad del sumergible. A partir de esto es necesario considerar un factor de estela ( $w$ ). Este factor representa la velocidad media de entrada del agua en el disco de la hélice y

define la velocidad de avance de esta respecto al agua circundante. Matemáticamente se expresa como:

$$U_a = U \cdot (1 - w) \quad (5.3)$$

Agrupando las ecuaciones (5.2), (5.3) y a partir de la definición de la potencia de empuje, se puede expresar esta como:

$$THP = \frac{T \cdot U_A}{550} = \frac{F_D}{(1-t)} \cdot \frac{U \cdot (1-w)}{550} = \frac{(1-w)}{(1-t)} \cdot \frac{U \cdot F_D}{550} \quad (5.4)$$

$$THP = \frac{(1-w)}{(1-t)} \cdot EHP \quad (5.5)$$

Definiendo el rendimiento del casco (hull efficiency) como:

$$\eta_H = \frac{(1-t)}{(1-w)} \quad (5.6)$$

Se relacionará las dos potencias como:

$$EHP = \frac{(1-t)}{(1-w)} \cdot THP \rightarrow \eta_H = \frac{EHP}{THP} \quad (5.7)$$

Un buen diseño de la hélice, da valores cercanos a uno de este rendimiento.

### PHP

PHP o potencia propulsiva, expresada en caballos, es la potencia desarrollada justo antes de la hélice. La diferencia con la potencia de empuje estriba en las pérdidas que produce la propia hélice. Se define como:

$$PHP = \frac{2\pi nQ}{550} \quad (5.8)$$

Donde  $n$  son las revoluciones por segundo del eje y  $Q$  es el par desarrollado por la hélice. El rendimiento de la hélice (propeller efficiency), viene definido por:

$$\eta_P = \frac{THP}{PHP} \quad (5.9)$$

Éste rendimiento, a su vez se puede expresar como:

$$\eta_P = \eta_o \cdot \eta_{RR} \quad (5.10)$$

Definiéndose  $\eta_o$  como el rendimiento en aguas libres y  $\eta_{RR}$  el rendimiento rotativo relativo. El valor del rendimiento en aguas libres se suele medir en experiencias hidrodinámicas en las que no interfiere la estela generada. El rendimiento restante ( $\eta_{RR}$ ) representa la diferencia entre el rendimiento en aguas libres y el medido con la estela generada por el casco.

## **SHP**

SHP o la potencia del eje es la potencia suministrada del motor propulsivo al eje. Las diferencias entre SHP y PHP son producidas por pérdidas de fricción en los cojinetes, cajas reductoras etc. Se relaciona con la potencia propulsiva mediante el rendimiento mecánico:

$$\eta_M = \frac{PHP}{SHP} \quad (5.11)$$

## **Coefficiente propulsivo**

Definidas todas las potencias, podemos expresar el siguiente rendimiento que relacione la potencia efectiva con la potencia de los motores a partir de las ecuaciones (5.7), (5.9) y (5.11):

$$PC = \frac{EHP}{SHP} \quad (5.12)$$

$$PC = \eta_M \cdot \eta_o \cdot \eta_{RR} \cdot \eta_H \quad (5.13)$$

Por lo tanto, se deberá obtener el valor del coeficiente propulsivo para una óptima selección del motor. Este deberá ser lo mayor posible para la selección de un motor que suministre la menor potencia posible.

## **5.4. Geometría de una hélice.**

Antes de comenzar con el diseño de la hélice, se va a presentar las distintas partes que la componen. Estas consideraciones teóricas se pueden encontrar de manera más detallada en referencia [7].

### **5.4.1. Geometría de la hélice propulsora. Superficies helicoidales.**

La hélice propulsora está formada por un número de palas idénticas dispuestas angularmente equiespaciadas, unidas en su raíz a un núcleo montado en el extremo de popa del eje propulsor del buque.

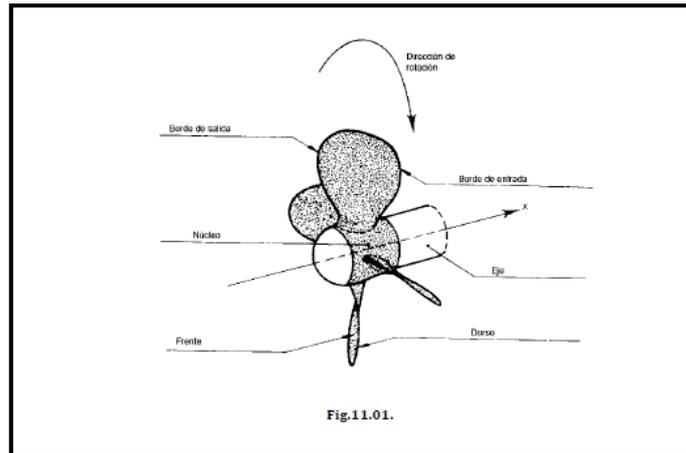


Figura 33. Hélice

Las palas de la hélice generan empuje por diferencia de presión entre sus caras: la cara de presión en la que existe una sobrepresión y la cara de succión en la que existe una depresión. La cara de presión o cara activa, es la que un observador situado a popa de la hélice y la cara de succión es la opuesta

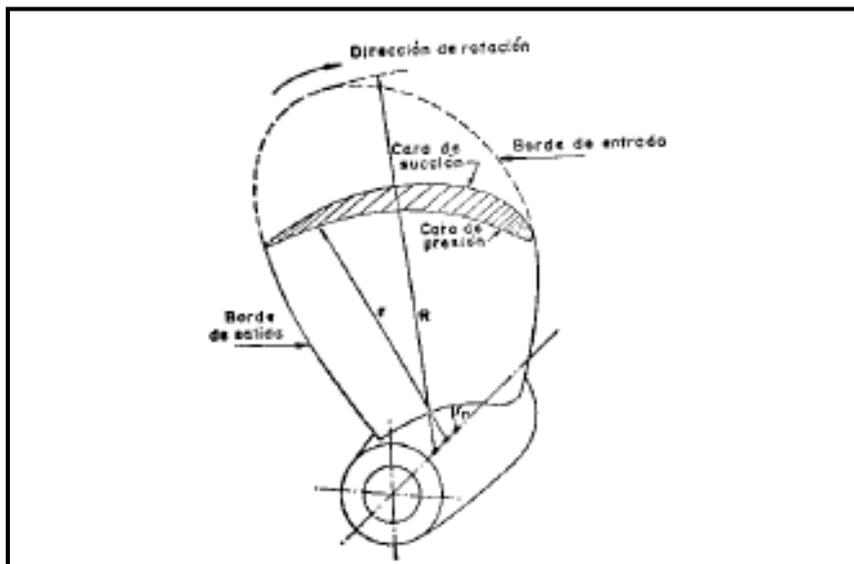


Figura 34. Cara de succión y de presión

Ahora bien, la geometría de una hélice proviene de un helicoides. Un helicoides se genera por una línea recta llamada generatriz que gira a velocidad apoyándose en otra recta, llamada directriz, a la vez que se traslada, también a velocidad constante, a lo largo de esta.

Será la intersección de la superficie helicoidal con un cilindro, coaxial con la directriz, lo que de una línea llamada hélice.

Se llama **paso** del helicoides a la distancia que avanza la generatriz a lo largo de la directriz durante una revolución completa. El ángulo que forma la tangente a una línea hélice en un punto de la misma, con la tangente a la sección recta del cilindro que contiene a dicho punto se llama **ángulo de paso**.

Proyectando el cilindro, la hélice forma una línea recta, en la que podemos observar cómo el ángulo de paso es constante en cualquier punto de la misma:

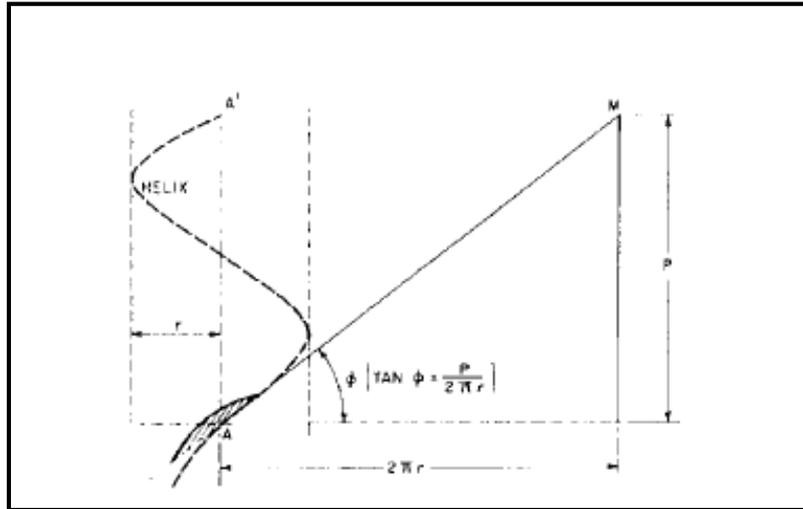


Figura 35. Angulo de paso

Por lo que:

$$\tan \varphi_p = \frac{P}{2\pi r} \quad (5.14)$$

Tal como se ha explicado, la cara de presión de una pala real es un trozo de helicoides. Sobre las distintas líneas hélices se llevan los espesores que darán lugar a los distintos perfiles sustentadores, formándose de esta manera la cara de succión, que ya no forma parte de helicoides alguno, sino que es una superficie alabeada en general.

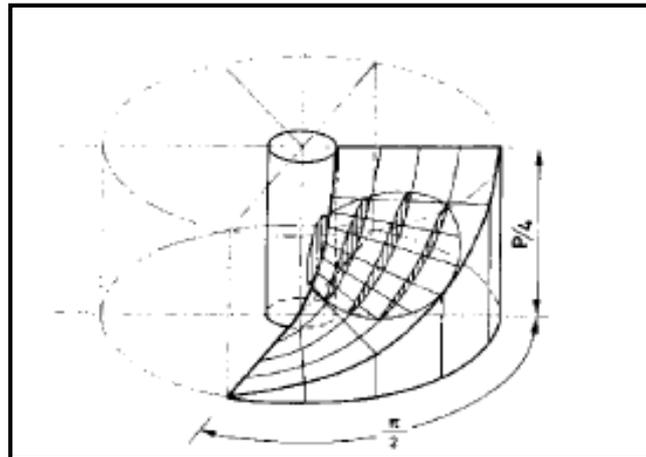


Figura 36. Desarrollo helicoidal

A partir de la figura 36 se puede definir los siguientes términos:

- **Radio del disco:** Es el radio del cilindro en el que se intersecta la superficie helicoidal. Se definirá como  $R_H$ , y su diámetro como  $D_H$
- **Diámetro del núcleo:** Es el diámetro del cilindro pequeño que se vislumbra en la Figura 36, se definirá como  $d_c$  y su radio  $r_c$ .

## 5.4.2. Representación gráfica de la hélice

En este apartado se van a definir los parámetros característicos necesarios para la representación gráfica de la hélice.

### 5.4.2.1. Contorno expandido

Para obtener el contorno expandido, se debe definir la geometría del espesor para cada sección  $r$ :

- Distancia entre el borde de entrada y el borde salida (cuerda o longitud de la sección de la pala):  $c(r)$  o  $l(r)$
- Distancia desde la generatriz al borde de entrada:  $l_e(r)$
- Distancia desde la generatriz al borde de salida:  $l_s(r)$
- Máximo espesor de la sección:  $t_{max}(r)$  o  $s(r)$
- Distancia del máximo espesor al borde de entrada:  $X_e(r)$
- Distancia del máximo espesor al borde de salida:  $X_s(r)$
- Distancia desde la generatriz a la posición del máximo espesor:  $X_g(r)$
- Altura del borde de entrada sobre la cara de presión en una sección:  $h_e(r)$
- Altura del borde de salida sobre la cara de presión en una sección:  $h_s(r)$

Estos valores se pueden comprobar en la Figura:

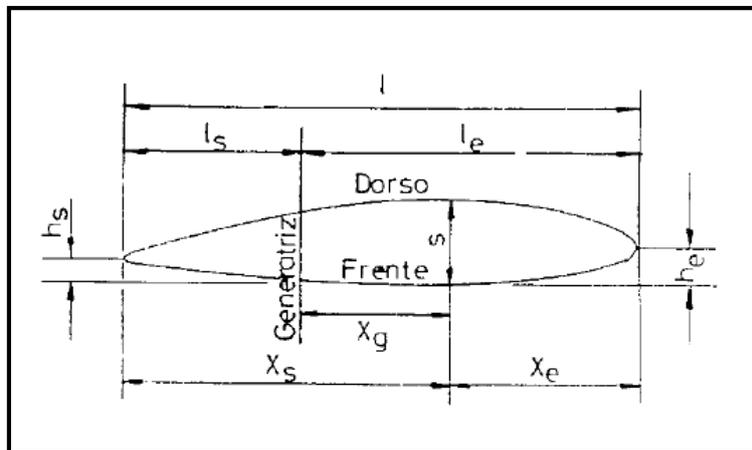


Figura 37 Contorno de una sección

Con estos valores, se puede definir el **área expandida** de la hélice como el área que se obtiene al integrar las cuerdas de las secciones de todas las palas. Matemáticamente se puede expresar como:

$$A_E = Z \cdot \int_{r_c}^{R_H} c(r) \cdot dr \quad (5.15)$$

Donde  $Z$  es el número de palas que tiene la hélice.

Para la representación del contorno expandido, se procede fijando el eje Y a la generatriz y representando los valores de  $l_e(r)$ ,  $l_s(r)$  y  $X_g(r)$  para cada sección de la pala  $r_H$ . Un ejemplo de contorno expandido puede ser:

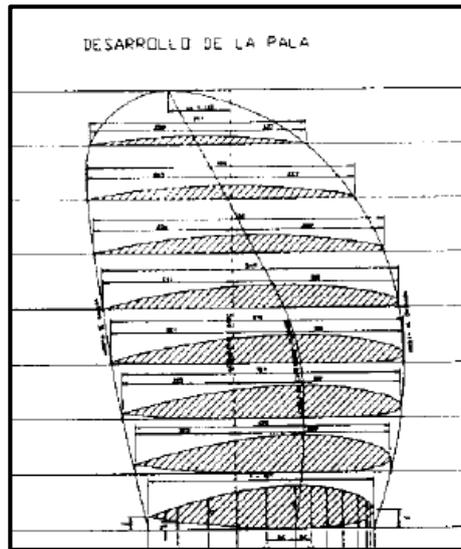


Figura 38 Desarrollo de la pala

#### 5.4.2.2. Proyección frontal y lateral

Para representar la proyección frontal se deben definir los siguientes parámetros:

- Proyección frontal del borde de entrada:  $Ae(r)$
- Proyección frontal del borde de salida:  $As(s)$

De la misma forma, para la proyección lateral:

- Proyección lateral del borde de entrada:  $Be(r)$
- Proyección lateral del borde de salida:  $Bs(s)$

En la Figura 39 se definen de manera gráfica:

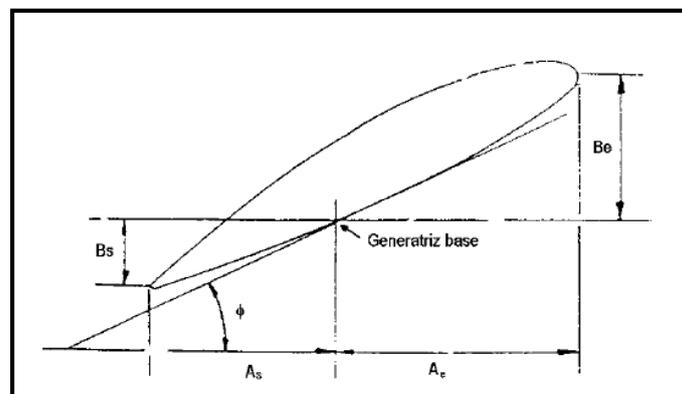


Figura 39 Proyección frontal y lateral

Una representación común de estas dos proyecciones puede ser las de la Figura 40:

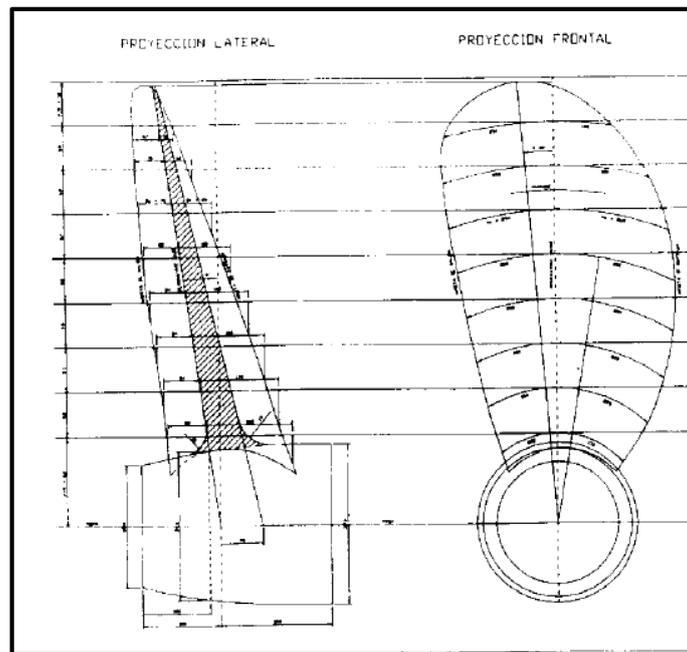


Figura 40 Proyecciones de la pala

### 5.4.3. Relaciones características de la hélice.

A continuación se definirán los siguientes parámetros geométricos necesarios para el diseño de la hélice:

#### Área del disco

Se definirá como:

$$A_0 = \frac{\pi \cdot D_H^2}{4} \quad (5.16)$$

#### Relación paso/diámetro (P/D<sub>H</sub>)

Para cada radio, se define la relación paso/ diámetro como:

$$\left( \frac{P}{D_H} \right) \quad (5.17)$$

#### Relación área expandida-área disco o coeficiente de área (A<sub>E</sub>/A<sub>0</sub>)

Se define como el cociente entre el área expandida definida en el sub-apartado 4.4.2.1 y el área del disco explicado con anterioridad.

## 5.5. Selección del tipo de hélice

Para el sumergible SIRENA, se seleccionará una hélice de la serie Wageningen tipo B por ser hélices muy estudiadas a lo largo de los años, por lo que se conocen bien sus características y comportamientos.

La serie B de Wageningen comprende un gran número de modelos, con un rango de palas de 2 a 7, con relaciones de área  $A_E/A_o$  desde 0,30 a 1,05 y con rangos de relaciones P/D de 0,6 a 1,4; con lo que se cubren todos los diseños de la hélice.

Un ejemplo de gráfica, fijando un número fijo en las variables citadas puede ser la siguiente:

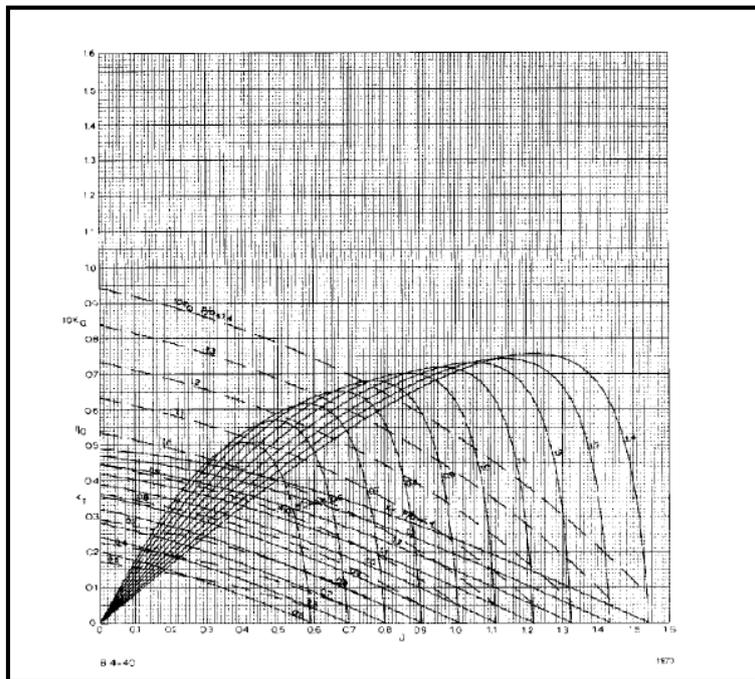


Figura 41 Gráfica de las series B de Wageningen

Dentro de cada gráfica se pueden obtener, para un grado de avance (J) y relación paso/diámetro especificado, los valores del coeficiente de empuje, de par y el rendimiento en aguas libres.

Estos parámetros se definen matemáticamente como:

$$K_t = \frac{T}{\rho \cdot n^2 \cdot D_H^4} \quad (5.18)$$

$$K_Q = \frac{Q}{\rho \cdot n^2 \cdot D_H^5} \quad (5.19)$$

$$J = \frac{U_a}{n \cdot D_H} \quad (5.20)$$

Es importante destacar que los coeficientes de empuje y par no son totalmente adimensionales, al aparecer la velocidad angular en rps, no siguen un sistema coherente de unidades.

Cada familia de hélice se codifican en función del número de palas y el coeficiente de área. Por ejemplo, B-3.90 se define como una hélice del tipo B del canal de Wageningen, de 3 palas y un coeficiente de área de 0,9.

## 5.6. Diseño de la hélice

Ya se han definido las distintas potencias que se producen en el sistema propulsor, así como los parámetros geométricos característicos de una hélice. Por tanto, ya se puede establecer un diseño preliminar completo del sistema propulsor.

### 5.6.1. Estimación de parámetros característicos de la hélice y potencias del sistema propulsor. Método Jurado Granados

Seleccionada la serie de la hélice, se debe fijar el número de palas y el coeficiente de área para trabajar con la gráfica determinada. Para ello se tomarán las distintas consideraciones teóricas de Pedro Sosa [13]:

**Número de palas (Z):** Lo normal es diseñar la hélice adaptada a la estela radial. Cada vez que una pala pasa por delante de la estela del timón, se produce un gran impulso, ya que el paso de la pala, calculado para la estela media, es mucho más alto del que sería el más adecuado, es decir la pala ataca al flujo de agua con un paso muy alto produciendo un empuje mucho más grande que el normal, dando origen a una vibración mecánica de la pala. . Esta vibración del eje es nefasta a efectos del ruido, aspecto importante si el sumergible en el futuro tiene misiones militares.

Por estos motivos se recurre a hélices con un número impar de palas, así como a hélices con las palas deformadas hacia atrás, cuando pasen por delante de cada irregularidad de la estela, el efecto no será tan rápido y violento. Un diseño detallado de la hélice, determina el número de armónicos de la estela para seleccionar el número de palas más conveniente. En general el cálculo conduce a 5, 7 u 11. Ante esto, Sosa cita como diseño preliminar un número de 5 palas se puede considerar suficiente.

Es importante destacar que estas consideraciones son para submarinos de escala superior al sumergible SIRENA. Por tanto, se realizarán diseños para tres o cuatro palas con el fin de comparar y optimizar los coeficientes propulsivos. A no ser que se obtengan resultados mucho más eficientes en hélices de 4 palas, será prioritario un número de palas impares: 3 o 5.

**Coefficiente de Área ( $A_E/A_o$ ):** El autor cita que suele oscilar entre 0,65 y 0,75. Allmendinger en [1], cita para hélices de la serie B de distintas palas, los coeficientes de área existentes:

Number of Blades	Blade Area Ratio											
2	0.30											
3		0.35										
4			0.40									
5				0.45								
6					0.50							
7						0.55						
							0.60					
								0.65				
									0.70			
										0.75		
											1.00	
												1.05

Figura 42 Coeficientes de area para cada número de palas

Por tanto se utilizarán coeficientes de área de 0,65 para 3 palas, 0,70 con 4 palas y 0,75 en hélices de 5 palas.

Para determinar el empuje de la hélice, se va a seguir un proceso iterativo que proporciona Joel Jurado Granados en su proyecto fin de carrera [11]. El proceso es el siguiente:

- Se debe limitar un valor máximo de diámetro de la hélice. Para este caso será de 0,4 metros.
- Se prueba un valor cualquiera de la velocidad a la que debe girar la hélice.
- Con las revoluciones, se calcula el grado de avance de la hélice.
- Obtenido el grado de avance, ya se puede mirar en la gráfica correspondiente cuál es la relación de pasos con el rendimiento de aguas libres mayor.
- Fijado la relación de paso, se halla el valor del coeficiente de empuje y el de par.
- Obtenidos estos dos valores, resulta sencillo obtener los valores de par y empuje.
- Por último, los valores deben ser contrastados con las necesidades mínimas impuestas: el empuje debe ser mayor a la resistencia al avance y el par de empuje debe superar al par que se contraponen con el giro de la hélice.

Hasta aquí el procedimiento llevado a cabo por Jurados Granados. En el presente trabajo se harán pequeños cambios:

- Jurados Granados procedió introduciendo como variables de entrada pocas combinaciones de Diámetro y rps. A juicio del autor del presente trabajo se consideran pocas. Por tanto se obtendrán resultados para Diámetros de 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35 y 0.40. Para cada Diámetro se fijan velocidades de 1000, 2000, 3000 y 4000 rpm. Por tanto, de manera preliminar para cada número de palas escogido, se obtendrán 28 resultados y en total 84 resultados con los que se podrá contrastar.
- Jurados Granados obtenía los valores de  $K_t$ ,  $K_q$  y  $\eta_o$  de manera gráfica. En el presente proyecto se desarrollarán las expresiones para cada coeficiente de empuje y a partir de ahí se ha obtenido los valores de  $\eta_o$ .

El procedimiento detallado y los resultados se pueden observar en el Anexo 4.

A partir de los resultados obtenidos, las combinaciones de diámetro y revoluciones por segundo que dan un coeficiente propulsivo mayor en cada familia son:

Tabla 16 Hélices óptimas

Familia de hélice	Diámetro (m)	N (rps)	PC
B-3.65	0,35	16,667	0,70
B-4.70	0,35	16,667	0,64
B-5.75	0,21	35,667	0,69

A raíz de los resultados, el tipo de hélice con mejor coeficiente propulsivo es el B-3.65, por lo que, cumpliendo con las restricciones teóricas citadas, se escogerá esta hélice de 3 palas.

A partir de los datos que se muestran en el Anexo 4 para este tipo de hélice:

Tabla 17 Características generales de la hélice óptima

B-3.65					
Diámetro	$D_H$ (m)				0,35
Revoluciones por segundo	N (rps)				16,67
Grado de Avance	J				0,70
Relación Paso diámetro	$P/D_H$				0,90
Paso	P (m)				0,31
Coefficiente de empuje	$K_t$				0,113
Empuje de la hélice	T (N)				486,68
Coefficiente de par	$K_Q$				0,0192
Par desarrollado en la hélice	Q (N m)				28,861
Coefficiente de estela	w				0,2
Coefficiente de succión	t				0,1315
Rendimiento mecánico	$\eta_M$				0,98
Rendimiento del propulsor	$\eta_P$	0,666	Rendimiento en aguas libres	$\eta_O$	0,666
			Rendimiento rotativo relativo	$\eta_{RR}$	1
Rendimiento del casco	$\eta_H$				1,0856
Coefficiente propulsivo	PC				0,7044
Potencia efectiva	EHP (CV)				3,9502
Potencia de empuje	THP (CV)				3,6386
Potencia propulsiva	PHP (CV)				5,4952
Potencia del motor	SHP (CV)				5,6073

Desglosando las potencias de manera más visual:

Tabla 18 Potencias del sistema propulsor

	W	kW	CV
Potencia efectiva	2172,62	2,17	3,95
Potencia de empuje	2001,23	2,00	3,63
Potencia propulsiva	3022,36	3,02	5,49
Potencia del motor	3084,04	3,08	5,60

## 5.6.2. Diseño de la geometría de la hélice.

En este apartado se van a determinar los parámetros característicos necesarios para poder obtener el contorno expandido y las dos proyecciones de una pala de la hélice. Estos parámetros, son los definidos en los apartados 5.4.2.1 y 5.4.2.2. Por último, se establecerá el diámetro del núcleo definido en el apartado 5.4.1.

Para ello se van a utilizar una serie de Tablas que aparecen en la referencia [7].

### 5.6.2.1. Contorno expandido

Inicialmente se deben obtener los valores de las cuerdas para cada sección.

La serie B de Wageningen define la cuerda de cada sección a partir de la ecuación (5.21):

$$c(r_H) = \frac{K(r_H) \cdot D_H \cdot A_E / A_0}{Z} \quad (5.21)$$

Donde  $K(r)$  es un factor función de la sección definido en la Tabla 19:

Tabla 19 Contorno de pala

Contorno de pala	
$r_H/R_H$	K (r)
0,2	1,6
0,3	1,832
0,4	2,023
0,5	2,163
0,6	2,243
0,7	2,247
0,8	2,132
0,9	1,798
1	-

Por lo que a partir de la ecuación (5.21) y la Tabla 19, se obtienen los valores de la cuerda para cada sección. Estos valores vienen recogidos en la Tabla 20.

Tabla 20 Valores de la cuerda y el skew

$r_H/R_H$	$r$ (mm)	$c(r)$ (mm)
0,2	35,000	121,333
0,3	52,500	138,927
0,4	70,000	153,411
0,5	87,500	164,028
0,6	105,000	170,094
0,7	122,500	170,398
0,8	140,000	161,677
0,9	157,500	136,348
1	175,000	108,745

Para la obtención de los valores de  $l_e(r_H)$  y  $X_e(r_H)$ , se va a utilizar la Tabla 21:

Tabla 21 Valores adimensionalizados de  $l_e$  y  $X_e$  con la cuerda para hélices de 3 palas

$r_H/R_H$	$l_e(r_H)/c(r_H)$	$X_e(r_H)/c(r_H)$
0,2	0,616	0,350
0,3	0,611	0,350
0,4	0,599	0,351
0,5	0,583	0,355
0,6	0,558	0,389
0,7	0,526	0,442
0,8	0,481	0,478
0,9	0,400	0,500
1	-	-

Con los valores de la Tabla 20 y la Tabla 21, resulta sencillo obtener los valores de  $l_e(r)$  y  $X_e(r)$ :

Tabla 22 Valores del espesor máximo y su posición en cada sección

$r_H/R_H$	$r_H$ (mm)	$l_e(r_H)$ (mm)	$X_e(r_H)$ (mm)
0,2	35,000	74,741	42,467
0,3	52,500	84,884	48,624
0,4	70,000	91,893	53,847
0,5	87,500	95,628	58,230
0,6	105,000	94,913	66,167
0,7	122,500	89,629	75,316
0,8	140,000	77,766	77,281
0,9	157,500	54,539	68,174
1	175,000	0,000	0,000

Obtenidos estos parámetros, solo falta obtener los valores de  $l_s(r)$  y  $X_g(r)$  para poder representar el contorno expandido. A partir de la Figura 37, resulta sencillo obtener las siguientes relaciones geométricas:

$$l_s(r) = c(r) - l_e(r) \quad (5.22)$$

$$X_g(r) = l_e(r) - X_e(r) \quad (5.23)$$

Por lo que a partir de las Tablas 20 y 22, se obtienen los valores de las ecuaciones (5.22) y (5.23):

**Tabla 23 Valores de  $l_s(r)$  y  $X_g(r)$  para cada sección**

$r_H/R_H$	$r_H$ (mm)	$l_s(r_H)$ (mm)	$X_g(r_H)$ (mm)
<b>0,2</b>	35,000	46,592	32,275
<b>0,3</b>	52,500	54,042	36,260
<b>0,4</b>	70,000	61,518	38,046
<b>0,5</b>	87,500	68,399	37,398
<b>0,6</b>	105,000	75,182	28,746
<b>0,7</b>	122,500	80,768	14,313
<b>0,8</b>	140,000	83,910	0,485
<b>0,9</b>	157,500	81,809	-13,635
<b>1</b>	175,000	0	0

De tal manera, con los valores de  $l_e(r_H)$ ,  $l_s(r_H)$  y  $X_g(r_H)$ ; se puede representar el contorno expandido:

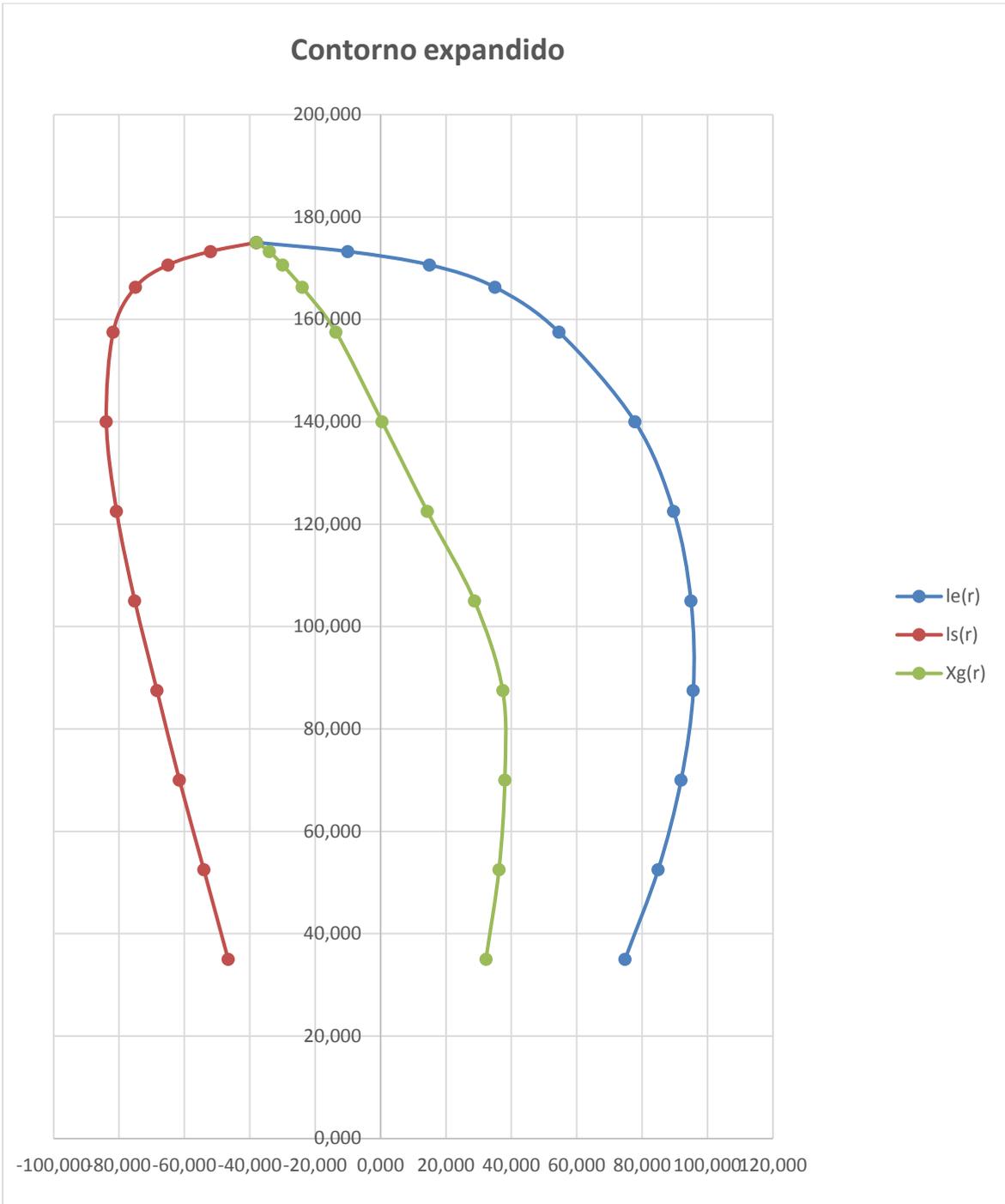


Figura 43 Contorno expandido de la hélice B-3.65

Destacar que a partir de  $r_H/R_H = 0,9$ , al no disponer de datos en las Tablas 19 y 21, se han estimado los puntos para que de una forma acorde a un contorno expandido.

### 5.6.2.2. Contornos proyectados

Obtenidos los valores de los parámetros característicos del contorno expandido, a partir de la Figura 39 se pueden establecer las siguientes relaciones:

$$A_e = l_e \cos \varphi_p - h_e \sin \varphi_p \quad (5.24)$$

$$A_s = l_s \cos \varphi_p - h_s \sin \varphi_p \quad (5.25)$$

$$B_e = l_e \sin \varphi_p - h_e \cos \varphi_p \quad (5.26)$$

$$B_e = l_e \sin \varphi_p - h_e \cos \varphi_p \quad (5.27)$$

Siendo  $\varphi$  el ángulo de paso definido en la ecuación (5.14). Cabe destacar que para una hélice de 3 palas, el Paso permanece constante en todas las secciones de la pala.

Ahora bien, los valores de  $h_e$  y  $h_s$  son función del máximo espesor de cada sección. Por tanto, se deberá de obtener este parámetro.

La serie B de Wageningen definen el espesor máximo como:

$$\frac{t_{\max}(r_H)}{D_H} = A_r - B_r \cdot Z \quad (5.28)$$

Donde  $A_r$  y  $B_r$  son factores en función de la sección recogidos en la Tabla 24:

**Tabla 24 Valores de  $A_r$  y  $B_r$**

$r_H/R_H$	$A_r (r_H)$ (mm)	$B_r (r_H)$ (mm)
<b>0,2</b>	0,0526	0,004
<b>0,3</b>	0,0464	0,0035
<b>0,4</b>	0,0402	0,003
<b>0,5</b>	0,034	0,0025
<b>0,6</b>	0,0278	0,002
<b>0,7</b>	0,0216	0,0015
<b>0,8</b>	0,0154	0,001
<b>0,9</b>	0,0092	0,0005
<b>1</b>	0	0

A partir de la Tabla 24 y la ecuación (5.28) se pueden obtener los valores del máximo espesor en cada sección. Estos vienen recogidos en la Tabla 25:

$r_H/R_H$	$r_H$	$t_{\max} (r_H)$ (mm)
<b>0,2</b>	<b>35,000</b>	14,210
<b>0,3</b>	<b>52,500</b>	12,565
<b>0,4</b>	<b>70,000</b>	10,920
<b>0,5</b>	<b>87,500</b>	9,275
<b>0,6</b>	<b>105,000</b>	7,630
<b>0,7</b>	<b>122,500</b>	5,985
<b>0,8</b>	<b>140,000</b>	4,340
<b>0,9</b>	<b>157,500</b>	2,695
<b>1</b>	<b>175,000</b>	1,050

Obtenido el espesor máximo, los valores de  $h_e$  y  $h_s$  se calculan a partir de la siguiente tabla, donde aparecen como porcentaje del espesor máximo:

**Tabla 25 Valores adimensionalizados de  $h_e$  y  $h_s$  con  $t_{max}$**

$r_H/R_H$	$\frac{h_e(r_H)}{t_{max}(r_H)} \cdot 100$	$\frac{h_s(r_H)}{t_{max}(r_H)} \cdot 100$
0,2	40	30
0,3	37,55	25,35
0,4	34,5	17,85
0,5	30,4	9,7
0,6	24,5	5,1
0,7	16,05	0
0,8	7,4	0
0,9	0	0
1	0	0

De tal manera, los valores de  $h_e$  y  $h_s$ :

**Tabla 26 Valores de  $h_e$  y  $h_s$**

$r_H/R_H$	$r_H$	$h_e(r_H)$ (mm)	$h_s(r_H)$ (mm)
0,2	35,000	5,684	4,263
0,3	52,500	4,718	3,185
0,4	70,000	3,767	1,949
0,5	87,500	2,820	0,900
0,6	105,000	1,869	0,389
0,7	122,500	0,961	0,000
0,8	140,000	0,321	0,000
0,9	157,500	0,000	0,000
1	175,000	0,000	0,000

De tal manera a partir de las ecuaciones (5.14), (5.24), (5.25), (5.26) y (5.27); y los valores de  $l_e(r)$  y  $l_s(s)$  de las Tablas 17, 21, 23 y 26; se obtienen los valores de los contornos proyectados:

Tabla 27 Valores de los contornos proyectados

$r_H/R_H$	$r_H$	$A_e(r_H)$ (mm)	$A_s(r_H)$ (mm)	$B_e(r_H)$ (mm)	$B_s(r_H)$ (mm)
0,2	35,000	38,124	23,175	58,031	35,763
0,3	52,500	58,131	36,885	55,211	35,019
0,4	70,000	72,515	48,879	50,443	34,235
0,5	87,500	81,572	58,901	45,094	33,223
0,6	105,000	84,845	67,677	39,208	32,042
0,7	122,500	82,587	74,751	33,059	30,592
0,8	140,000	73,105	78,998	25,915	28,289
0,9	157,500	51,970	77,955	16,543	24,814
1	175,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Ya con los valores de la Tabla 27, obtenemos las gráficas de los contornos proyectados:

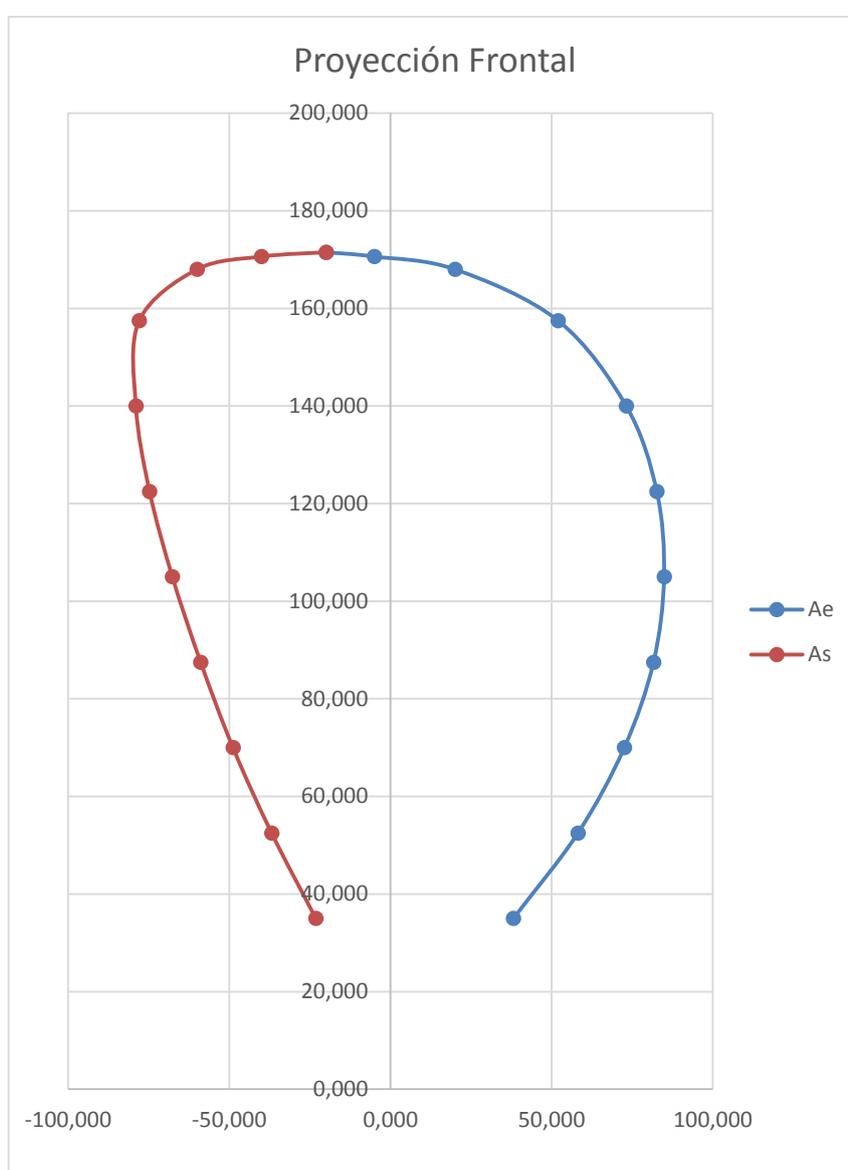


Figura 44 Proyección frontal de la pala

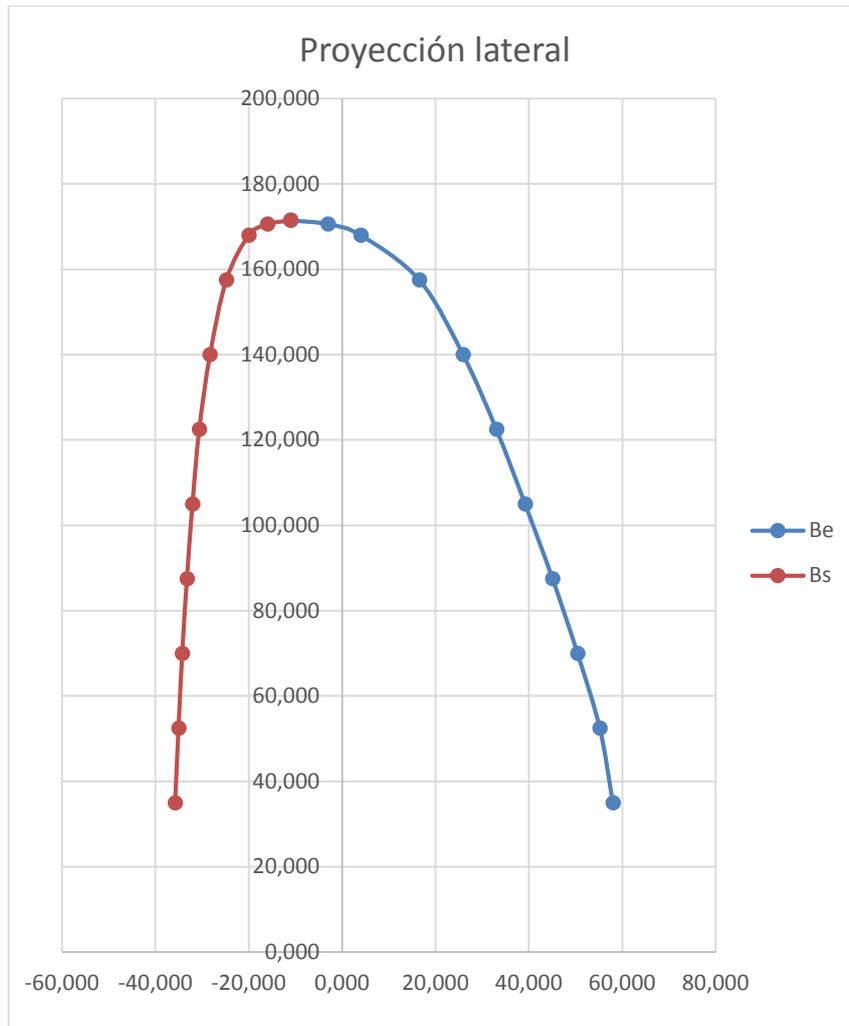


Figura 45 Proyección lateral de la pala

Destacar que a partir de  $r_H/R_H = 0,9$ , al no disponer de datos en las Tablas, se han estimado los puntos para que de una forma acorde a un contorno expandido.

### 5.6.2.3. Diámetro del núcleo

En el Anexo de la referencia [7]; se ha obtenido que para una hélice de 3 palas, se debe dimensionar el diámetro del núcleo en un 18 % del diámetro de la hélice. De tal manera:

$$d_c = 0,18 \cdot D_H = 0,063 \text{ m} = 63 \text{ mm} \quad (5.29)$$

### 5.6.3. Cuadro resumen de la geometría de la Pala

En las siguientes Tablas se muestran los resultados de la geometría de la hélice:

Tabla 28 Parámetros generales de la hélice

Parámetros generales de la hélice	
D (mm)	350
R (mm)	175
A <sub>0</sub> (m <sup>2</sup> )	0,096
A <sub>E</sub> /A <sub>0</sub>	0,65
A <sub>E</sub> (m <sup>2</sup> )	0,062
Z	3
P/D	0,9
P (mm)	315
d <sub>c</sub> (mm)	63

Tabla 29 Contornos expandidos y proyecciones de la pala

r <sub>H</sub> /R <sub>H</sub>	r <sub>H</sub>	l <sub>e</sub> (r <sub>H</sub> ) (mm)	l <sub>s</sub> (r <sub>H</sub> ) (mm)	Ae(r <sub>H</sub> ) (mm)	As(r <sub>H</sub> ) (mm)	Be(r <sub>H</sub> ) (mm)	Bs(r <sub>H</sub> ) (mm)
0,2	35,000	74,741	46,592	38,124	23,175	58,031	35,763
0,3	52,500	84,884	54,042	58,131	36,885	55,211	35,019
0,4	70,000	91,893	61,518	72,515	48,879	50,443	34,235
0,5	87,500	95,628	68,399	81,572	58,901	45,094	33,223
0,6	105,000	94,913	75,182	84,845	67,677	39,208	32,042
0,7	122,500	89,629	80,768	82,587	74,751	33,059	30,592
0,8	140,000	77,766	83,910	73,105	78,998	25,915	28,289
0,9	157,500	54,539	81,809	51,970	77,955	16,543	24,814
1	175,000	0,000	0	0,000	0,000	0,000	0,000

### 5.7. Conclusión

Ante la falta de suficientes recursos, se puede dar por bueno los resultados obtenidos. Según Allmendinger [1] los valores típicos de coeficientes propulsivos oscilan entre 0,55 y 0,85; por lo que se puede cerrar el capítulo con la confianza de tener un buen diseño del motor propulsor.

No obstante, se pueden abordar futuros trabajos tales como: obtención del coeficiente de estala mediante CFD para la geometría del sumergible SIRENA, la elaboración de un algoritmo matemático que introduciendo las entradas mencionadas den un valor óptimo de hélice o ya un proyecto directamente destinado a un diseño detallado de la hélice.

# 6. Dinámica del AUV. Maniobrabilidad.

## 6.1. Introducción

En este capítulo se va a presentar los aspectos dinámicos del AUV. En él se desarrollarán todos los términos relacionados con la cinemática, las ecuaciones dinámicas que rigen el movimiento del sumergible y todo el conjunto de fuerzas externas que afectan al submarino no tripulado.

El objetivo del capítulo es desarrollar toda la dinámica del sumergible, para establecer las ecuaciones simplificadas en función de coeficientes hidrodinámicos, con el fin de poder ser introducidas en un código que realice las simulaciones de estabilidad y movimientos clásicos de AUVs.

Para ello principalmente se seguirá el texto de Presterio [12], aunque se incorporará algunas modificaciones y correcciones.

## 6.2. Cinemática del vehículo

Para poder abordar el movimiento y maniobrabilidad del AUV, es necesario fijar un sistema de coordenadas en el que se situará el sólido. Para ello se deben definir los dos sistemas de referencia del sumergible.

El primero será el sistema de coordenadas ortogonal XYZ fijo a tierra. Este sistema va a venir definido por tres ejes ortogonales fijados en un punto arbitrario en la superficie del mar. Sus vectores unitarios son  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ . Aquí se supondrá despreciable la rotación de la Tierra en comparación con las velocidades angulares producidas por el movimiento del sumergible. Se establecerá como un sistema de referencia inercial en el que se validan las leyes de movimiento de Newton.

En segundo lugar, un sistema de referencia fijado al cuerpo o sistema local, con origen en  $O'$  y vectores unitarios  $\vec{i}', \vec{j}', \vec{k}'$  situado en la línea longitudinal del vehículo. El sistema local fijo al submarino se situará en la mitad del casco cilíndrico, tal y como se indicó en el Capítulo 3.

La posición del sistema de referencia local, respecto al global va a venir definida por el vector:

$$r_{0i} = [x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}] \quad (6.1)$$

Es importante definir también la nomenclatura que se va a establecer de movimientos, fuerzas, momentos velocidades y posiciones o ángulos:

Tabla 30 Definición de movimientos, fueras, momentos, posiciones y velocidades.

Grados de libertad	Movimientos	Fuerzas y Momentos.	Velocidades lineales y angulares.	Posiciones y ángulos de Euler.
1	Avance	X	u	x
2	Deriva	Y	v	y
3	Arfada	Z	w	z
4	Balance	M	p	$\varphi$
5	Cabeceo	N	q	$\theta$
6	Guiñada	O	r	$\psi$

De tal manera se va a definir las siguientes vectores como:

$$\vec{\eta}_1 = [ x \ y \ z ]^T \quad (6.2)$$

$$\vec{\vartheta}_1 = [ u \ v \ w ]^T \quad (6.3)$$

$$\vec{\tau}_1 = [ X \ Y \ Z ]^T \quad (6.4)$$

$$\vec{\eta}_2 = [ \varphi \ \theta \ \psi ]^T \quad (6.5)$$

$$\vec{\vartheta}_2 = [ p \ q \ r ]^T \quad (6.6)$$

$$\vec{\tau}_2 = [ K \ M \ N ]^T \quad (6.7)$$

En el siguiente gráfico se puede observar mejor lo explicado hasta ahora:

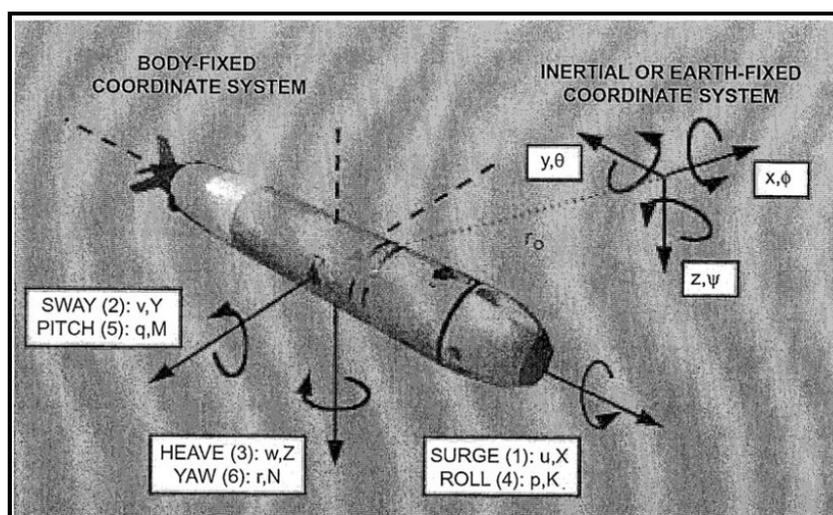


Figura 46 AUV referenciado al eje local

Ahora bien, a la hora de calcular la dinámica del sumergible se establece respecto al sistema de referencia local. Sin embargo, la simulación del movimiento de un cuerpo rígido se obtiene respecto al sistema de referencia global. Por ello se debe establecer una matriz de transformación de velocidades entre los ejes globales y los fijados al AUV.

De tal manera, la matriz de rotación que relaciona las velocidades lineales entre las coordenadas del sistema local y el global:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = J_1(\eta_2) \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

donde

$$J_1(\eta_2) = \begin{bmatrix} \cos \psi \cdot \cos \theta & -\sin \psi \cdot \cos \varphi + \cos \psi \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi & \sin \psi \cdot \sin \varphi + \cos \psi \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi \\ \sin \psi \cdot \cos \theta & \cos \psi \cdot \cos \varphi + \sin \psi \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi & -\cos \psi \cdot \cos \varphi + \sin \psi \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi \\ -\sin \theta & \cos \theta \cdot \sin \varphi & \cos \theta \cdot \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

Siendo una matriz ortogonal:

$$(J_1(\eta_2))^{-1} = (J_1(\eta_2))^T \quad (6.10)$$

La segunda matriz de rotación, es la que relaciona las velocidades angulares entre sistema de referencia global y el local:

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = J_2(\eta_2) \cdot \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

donde

$$J_2(\eta_2) = \begin{bmatrix} 1 & \sin \psi \cdot \cos \varphi & \cos \varphi \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi / \cos \theta & \cos \varphi / \cos \theta \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

### 6.3. Dinámica del cuerpo rígido del AUV

Antes de presentar las ecuaciones del movimiento del sumergible, es necesario definir el centro de gravedad y centro de flotabilidad como:

$$\begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{bmatrix} \quad \vec{r}_G = \begin{bmatrix} x_g \\ y_g \\ z_g \end{bmatrix} \quad \vec{r}_B = \quad (6.13)$$

Así, Presterio en su Capítulo 3 en [6] define las ecuaciones del movimiento para un sumergible rígido en 6 grados de libertad:

$$\begin{aligned} m \cdot [\dot{u} - vr + wq - x_g(q^2 + r^2) + y_g(pq - \dot{r}) + z_g(pr + \dot{q})] &= \Sigma X_{ext} \\ m \cdot [\dot{v} - wp + ur - y_g(r^2 + p^2) + z_g(qr - \dot{p}) + x_g(qp + \dot{r})] &= \Sigma Y_{ext} \\ m \cdot [\dot{w} - uq + vp - z_g(p^2 + q^2) + x_g(rp - \dot{q}) + y_g(rq + \dot{p})] &= \Sigma Z_{ext} \\ I_{xx}\dot{p} + (I_{zz} - I_{yy})qr - (\dot{r} + pq)I_{xz} + (r^2 - q^2)I_{yz} + (pr - \dot{q})I_{xy} + m \cdot [y_g(\dot{w} - uq + vp) - z_g(\dot{v} - wp + ur)] &= \Sigma K_{ext} \\ I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})qr - (\dot{p} + qr)I_{xy} + (p^2 - r^2)I_{xz} + (qp - \dot{r})I_{yz} + m \cdot [z_g(\dot{u} - vr + wq) - x_g(\dot{w} - uq + vp)] &= \Sigma M_{ext} \\ I_{zz}\dot{r} + (I_{yy} - I_{xx})qr - (\dot{q} + rp)I_{yz} + (q^2 - p^2)I_{xy} + (rq - \dot{p})I_{xz} + m \cdot [x_g(\dot{v} - wp + ur) - y_g(\dot{u} - vr + wq)] &= \Sigma N_{ext} \end{aligned} \quad (6.14)$$

Donde  $m$  es la masa (se considerará constante) e  $I_{ij}$  son las componentes del tensor de inercia. Ahora bien, se puede asumir que los productos de inercia son despreciables respecto a los de la matriz diagonal, por lo que se puede simplificar el tensor en:

$$I_o = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

Con esta simplificación, el sistema de ecuaciones queda como:

$$\begin{aligned} m[\dot{u} - vr + wq - x_g(q^2 + r^2) + y_g(pq - \dot{r}) + z_g(pr + \dot{q})] &= \sum X_{ext} \\ m \cdot [\dot{v} - wp + ur - y_g(r^2 + p^2) + z_g(qr - \dot{p}) + x_g(qp + \dot{r})] &= \sum Y_{ext} \\ m \cdot [\dot{w} - uq + vp - z_g(p^2 + q^2) + x_g(rp - \dot{q}) + y_g(rq + \dot{p})] &= \sum Z_{ext} \\ I_{xx}\dot{p} + (I_{zz} - I_{yy})qr + m[y_g(\dot{w} - uq + vp) - z_g(\dot{v} - wp + ur)] &= \sum K_{ext} \\ I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})qr + m[z_g(\dot{u} - vr + wq) - x_g(\dot{w} - uq + vp)] &= \sum M_{ext} \\ I_{zz}\dot{r} + (I_{yy} - I_{xx})qr + m[x_g(\dot{v} - wp + ur) - y_g(\dot{u} - vr + wq)] &= \sum N_{ext} \end{aligned} \quad (6.16)$$

Destacar que en el presente trabajo, aunque se haya definido el origen del eje de referencia en la posición del centro de gravedad, no se ha considerado oportuno sustituir los valores de centro de gravedad. Se dejará como futuro trabajo al integrar estas ecuaciones.

Con las ecuaciones desarrolladas en su parte izquierda, queda desarrollar las fuerzas externas al vehículo. Esto se hará en el siguiente sub-apartado.

## 6.4. Desarrollo de fuerzas y momentos externas.

El sumatorio de fuerzas externas al sumergible va a venir definido por:

- Fuerzas hidrostáticas:  $F_{HS}$
- Fuerzas por amortiguamiento hidrodinámico:  $F_{AH}$
- Fuerzas debidas a masa añadida:  $F_A$
- Fuerzas por sustentación:  $F_S$  o  $L_{sust}$
- Fuerza de propulsión:  $F_p$  o  $T$

Es decir:

$$\sum F_{ext} = F_{HS} + F_{AH} + F_A + F_S + F_P \quad (6.17)$$

De manera análoga, el sumatorio de momentos:

$$\sum M_{ext} = M_{HS} + M_{AH} + M_A + M_S + M_P \quad (6.18)$$

Ahora bien, la mayoría de estas fuerzas o momentos van a venir definidas por los coeficientes hidrodinámicos constantes.

Para la obtención de cada una de las fuerzas o momentos mencionadas, se debería resolver o insertar en el sistema un problema de EDPs. Al utilizar estos coeficientes; eliminamos las derivadas parciales, dejando la ecuación (6.16) en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias. Para un sistema no lineal de EDO, existen varios métodos numéricos que integran las ecuaciones. Por ejemplo; Prester en el Anexo E en [12], utiliza el método de integración numérica Runge-Kutta.

Los coeficientes hidrodinámicos son coeficientes de derivación. Por ejemplo, la resistencia al avance (en este capítulo será definida como resistencia axial) se define su coeficiente de derivación como:

$$F_D = -\left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_{D,ef} \cdot A_F\right) \cdot u|u| \quad (6.19)$$

$$X_{u|u|} = \frac{\partial F_D}{\partial (u|u|)} = -\left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_{D,ef} \cdot A_F\right) \quad (6.20)$$

Significando el coeficiente  $X_{u|u|}$  la influencia de la componente de la velocidad  $u$  en la resistencia axial.

### 6.4.1. Fuerzas y momentos hidrostáticas

El vehículo experimenta una serie de fuerzas y momentos debidos a los efectos combinados del peso y flotabilidad del sumergible. Antes de desarrollar las ecuaciones, se deben definir los términos de peso y flotabilidad como:

$$W = m \cdot g \quad (6.21)$$

$$B = \rho \cdot \nabla \cdot g \quad (6.22)$$

Donde  $W$  es el peso del vehículo,  $B$  es la flotabilidad,  $\nabla$  es el volumen del fluido desalojado y  $g$  es la gravedad.

Ahora bien, es necesario expresar estas fuerzas y momentos referidos al sistema local. Por ello se debe utilizar las matrices de transformación, vistas en el apartado 6.2. De tal manera:

$$f_G(\eta_2) = J_1(\eta_2)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ W \end{bmatrix} \quad (6.23)$$

$$f_B(\eta_2) = J_1(\eta_2)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

Con esto, las fuerzas y momentos hidrostáticos se representan como:

$$F_{HS} = f_G - f_B \quad (6.25)$$

$$M_{HS} = r_G \times f_G - r_b \times f_B \quad (6.26)$$

Desarrollando los productos de matrices y los productos vectoriales de las últimas ecuaciones, las ecuaciones quedan:

$$\begin{aligned}
 X_{HS} &= -(W - B) \sin \theta \\
 Y_{HS} &= (W - B) \cdot \cos \theta \cdot \sin \varphi \\
 Z_{HS} &= (W - B) \cdot \cos \theta \cdot \cos \varphi \\
 K_{HS} &= -(y_G \cdot W - y_G \cdot B) \cdot \cos \theta \cdot \cos \varphi - (z_G \cdot W - z_B \cdot B) \cdot \cos \theta \cdot \sin \varphi \\
 M_{HS} &= -(z_G \cdot W - z_B \cdot B) \cdot \cos \theta \cdot \cos \varphi - (x_G \cdot W - x_B \cdot B) \cdot \cos \theta \cdot \sin \varphi \\
 N_{HS} &= -(x_G \cdot W - x_B \cdot B) \cdot \cos \theta \cdot \cos \varphi - (y_G \cdot W - y_B \cdot B) \cdot \cos \theta \cdot \sin \varphi
 \end{aligned} \tag{6.27}$$

### 6.4.2. Fuerzas y momentos debidos al amortiguamiento hidrodinámico

Las fuerzas o momentos debidos al amortiguamiento hidrodinámico se deben a la oposición que ejerce el fluido al avance del mismo. Las componen:

- Resistencia axial o resistencia al avance (definida en el capítulo 4):  $X_{AH}$
- Fuerzas y momentos de resistencia por flujo cruzado o fuerzas y momentos laterales:  $Y_{AH}$ ,  $Z_{AH}$ ,  $M_{AH}$  y  $N_{AH}$ .
- Resistencia debida al movimiento de balance:  $K_{AH}$ .

El desarrollo de estas fuerzas y momentos vienen dados en la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}
 X_{AH} &= X_{u|u|} \cdot u|u| \\
 Y_{AH} &= Y_{v|v|} \cdot v|v| + Y_{r|r|} \cdot r|r| \\
 Z_{AH} &= Z_{w|w|} \cdot w|w| + Z_{q|q|} \cdot q|q| \\
 K_{AH} &= K_{p|p|} \cdot p|p| \\
 M_{AH} &= M_{w|w|} \cdot w|w| + M_{q|q|} \cdot q|q| \\
 N_{AH} &= N_{v|v|} \cdot v|v| + N_{r|r|} \cdot r|r|
 \end{aligned} \tag{6.28}$$

Antes de ir presentando los diferentes coeficientes del amortiguamiento hidrodinámico, es conveniente presentar las siguientes simplificaciones que se asumirán a lo largo del capítulo:

- La geometría del AUV de SIRENA supone una simetría cilíndrica en todos los cálculos.
- Para los términos al cuadrado, como  $u^2$ , en coeficientes de derivación de resistencia axial o de flujo cruzado se tendrá que introducir un término en valor absoluto para modelar como estas fuerzas se oponen al movimiento del vehículo. Es decir, en vez de  $u^2$ , se expresará como  $u|u|$ .

### 6.4.2.1. Resistencia axial

En este apartado, se va a definir la resistencia al avance o resistencia axial, a partir del coeficiente de resistencia efectivo definido en la ecuación (4.28):

$$F_D = -\left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_{D,ef} \cdot A_F\right) \cdot u|u| \quad (6.29)$$

Su coeficiente de derivación asociado será:

$$X_{u|u|} = \frac{\partial F_D}{\partial (u|u|)} = -\left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_{D,ef} \cdot A_F\right) \quad (6.30)$$

Con  $A_F$  y  $\rho$  definidas en la Tabla 7.  $C_{D,ef}$  está calculado en la Tabla 14.

El valor de este coeficiente viene dado en la siguiente tabla:

Tabla 31 Coeficiente de resistencia axial

Coeficiente de resistencia axial		
Coeficiente	Valor	Unidades
$X_{uu}$	-1,63E+01	kg/m

### 6.4.2.2. Resistencia de flujo cruzado de arrastre

La resistencia por flujo cruzado se produce debido a la oposición del fluido circundante al realizar traslaciones o giros en direcciones laterales (movimientos de deriva, arfada, cabeceo y guiñada). Por tanto, las fuerzas o momentos generadas son debidas a las velocidades lineales o angulares en dichas direcciones:  $v$ ,  $w$ ,  $r$  y  $q$ .

Debido a la simetría cilíndrica del sumergible, los coeficientes hidrodinámicos serán simplificados. Estos son:

$$Y_{v|v|} = Y_{v|v|_{casco}} + Y_{v|v|_{timón}} = Z_{w|w|} = -\frac{1}{2} \rho c_{dc} \cdot \int_{x_t}^{x_{b2}} 2R(x) dx - 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \rho S_{timón} c_{df}\right) \quad (6.32)$$

$$M_{w|w|} = -N_{w|w|} = \frac{1}{2} \rho c_{dc} \cdot \int_{x_t}^{x_{b2}} 2xR(x) dx - 2x_{timón} \left(\frac{1}{2} \rho S_{timón} c_{df}\right) \quad (6.32)$$

$$Y_{r|r|} = -Z_{q|q|} = -\frac{1}{2} \rho c_{dc} \cdot \int_{x_t}^{x_{b2}} 2x|x|R(x) dx - 2x_{timón}|x_{timón}| \cdot \left(\frac{1}{2} \rho S_{timón} c_{df}\right) \quad (6.33)$$

$$M_{q|q|} = N_{r|r|} = -\frac{1}{2} \rho c_{dc} \cdot \int_{x_t}^{x_{b2}} 2x^3 R(x) dx - 2x_{timón}^3 \cdot \left(\frac{1}{2} \rho S_{timón} c_{df}\right) \quad (6.34)$$

Donde  $c_{dc}$  es el coeficiente de resistencia de un cilindro,  $R(x)$  es la geometría del casco definida respecto al sistema de ejes local en la Figura 24,  $S_{timón}$  es el área en planta,  $c_{df}$  el coeficiente de arrastre de los timones y  $x_{timón}$  la posición del centro de presiones. El valor del coeficiente de resistencia de un cilindro fue estimado por Hoerner como:

$$c_{dc} = 1.1 \quad (6.35)$$

Mientras el coeficiente de arrastre fue desarrollado por Whicker and Fehlner [15]:

$$c_{df} = 0.1 + 0.7t_r \quad (6.36)$$

Donde  $t_r$  es el coeficiente de cuerda máxima y mínima definido en la ecuación (3.26).

En la siguiente tabla se muestran los valores de estos coeficientes:

**Tabla 32 Coeficiente de resistencia al flujo flujado**

Coeficientes de resistencia de flujo cruzado		
Coeficiente	Valor	Unidades
$Y_{vv}$	-1,13E+03	kg/m
$Y_{rr}$	5,57E+02	kg m/rad <sup>2</sup>
$Z_{ww}$	-1,13E+03	kg/m
$Z_{qq}$	-5,57E+02	kg m/ rad <sup>2</sup>
$M_{ww}$	-2,28E+02	kg
$M_{qq}$	1,18E+03	kg m/ rad <sup>2</sup>
$N_{vv}$	2,28E+02	kg
$N_{rr}$	1,18E+03	kg m/ rad <sup>2</sup>

Los límites de integración vienen definidos en la Tabla 13. Los demás valores son proporcionados en la Tabla 7 y Tabla 12.

### 6.4.2.3. Resistencia debida al movimiento de balance

Se aproximará la resistencia por balance asumiendo que el principal componente que la define viene dado por la resistencia por flujo cruzado de los timones:

$$K_{AH} = \left( Y_{v|v|_{timón}} \cdot b_{1/2} \right) b_{1/2}^2 \cdot p|p| \quad (6.37)$$

Donde  $b_{1/2}$  es la semienvergadura definida en la ecuación (3.36).

De tal manera, se puede desarrollar el coeficiente de resistencia por balance como:

$$K_{p|p|} = \frac{\partial F}{\partial (p|p|)} = Y_{v|v|_{timón}} \cdot b_{1/2}^3 \quad (6.38)$$

Coeficiente de resistencia debido al movimiento de balance		
Coeficiente	Valor	Unidades
$X_{pp}$	-1,35E+00	kg m <sup>2</sup>

El valor de  $b_{1/2}$  se puede encontrar en la Tabla 12 o la Figura 25.

### 6.4.3. Masa añadida

Se define masa añadida como las fuerzas de inercia del fluido circundante a un sólido rígido que se producen debido a la aceleración del sólido. Estas fuerzas son directamente proporcionales a la aceleración del vehículo, de ahí su denominación. Por lo tanto podemos imaginar que esta fuerza adicional sea una masa añadida imaginaria del objeto en el fluido.

Es un término más común en el área de hidrodinámica que en la aerodinámica, debido a la mayor densidad del agua respecto a la del aire.

En el desarrollo de este apartado se va a considerar un fluido ideal e irrotacional. De tal manera las fuerzas y momentos pueden ser desarrolladas como:

$$F_{Aj} = -\dot{\vartheta}_{1i} m_{ji} - \varepsilon_{jkl} \vartheta_{1i} \vartheta_{2k} m_{li} \quad (6.39)$$

$$M_{Aj} = -\dot{\vartheta}_{1i} m_{j+3,i} - \varepsilon_{jkl} \vartheta_{1i} \vartheta_{2k} m_{l+3,i} - \varepsilon_{jkl} \vartheta_{1k} \vartheta_{2l} m_{li} \quad (6.40)$$

donde  $i = 1,2,3,4,5,6$

y  $jkl = 1,2,3$

Donde el tensor  $\varepsilon_{jkl}$  es igual a 1 en un orden cíclico (123, 231, 312), -1 si es no cíclico (132, 213, 321), y cero si algún índice se repite (112 o 133). Por otro lado,  $\vartheta_1$  y  $\vartheta_2$  son los vectores de velocidades lineales y angulares definidos en las ecuaciones (6.3) y (6.6).

La matriz de masa añadida,  $m_{ij}$  es la siguiente:

$$m_{ij} = \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & Y_{\dot{u}} & Z_{\dot{u}} & K_{\dot{u}} & M_{\dot{u}} & N_{\dot{u}} \\ X_{\dot{v}} & Y_{\dot{v}} & Z_{\dot{v}} & K_{\dot{v}} & M_{\dot{v}} & N_{\dot{v}} \\ X_{\dot{w}} & Y_{\dot{w}} & Z_{\dot{w}} & K_{\dot{w}} & M_{\dot{w}} & N_{\dot{w}} \\ X_{\dot{p}} & Y_{\dot{p}} & Z_{\dot{p}} & K_{\dot{p}} & M_{\dot{p}} & N_{\dot{p}} \\ X_{\dot{q}} & Y_{\dot{q}} & Z_{\dot{q}} & K_{\dot{q}} & M_{\dot{q}} & N_{\dot{q}} \\ X_{\dot{r}} & Y_{\dot{r}} & Z_{\dot{r}} & K_{\dot{r}} & M_{\dot{r}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (6.41)$$

No obstante, debido a la simetría del sumergible en los planos X-Z e Y-Z la matriz de masa añadida se puede simplificar y resultar:

$$m_{ij} = \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & N_{\dot{v}} \\ 0 & 0 & Z_{\dot{u}} & 0 & M_{\dot{w}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{\dot{q}} & 0 & M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & Y_{\dot{r}} & 0 & 0 & 0 & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (6.42)$$

Simplificada la matriz de masa añadida, las fuerzas y momentos debidos a la masa añadida son:

$$\begin{aligned}
 X_A &= X_{\dot{u}}\dot{u} + Z_{\dot{w}}w\dot{q} + Z_{\dot{q}}\dot{q}^2 - Y_{\dot{v}}vr - Y_{\dot{r}}\dot{r}^2 \\
 Y_A &= Y_{\dot{v}}\dot{v} + Y_{\dot{r}}\dot{r} + X_{\dot{u}}ur - Z_{\dot{w}}wp - Z_{\dot{q}}pq \\
 Z_A &= Z_{\dot{w}}\dot{w} + Z_{\dot{q}}\dot{q} - X_{\dot{u}}uq + Y_{\dot{v}}vp + Y_{\dot{r}}rp \\
 K_A &= K_{\dot{p}}\dot{p} \\
 M_A &= M_{\dot{w}}\dot{w} + M_{\dot{q}}\dot{q} - (Z_{\dot{w}} - X_{\dot{u}})uw - Y_{\dot{r}} \cdot \dot{r} + (K_{\dot{p}} - N_{\dot{r}}) - Z_{\dot{q}}uq \\
 N_A &= N_{\dot{v}}\dot{v} + N_{\dot{r}}\dot{r} - (X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}})uv + Z_{\dot{q}} \cdot \dot{q} - (K_{\dot{p}} - M_{\dot{q}}) - Y_{\dot{r}}ur
 \end{aligned} \tag{6.43}$$

#### 6.4.3.1. Masa añadida axial

Para estimar la masa añadida axial, se aproximará la forma del sumergible a un elipsoide cuyo eje mayor es la mitad de la eslora y el eje mayor el radio de la cuaderna mayor. Para un elipsoide, Blevins [2] desarrolló la siguiente fórmula empírica de su coeficiente de derivación:

$$X_{\dot{u}} = -\frac{4\beta\rho\pi}{3} \left(\frac{D}{2}\right)^3 \tag{6.44}$$

Donde  $\beta$  es un parámetro empírico que el autor tabula en función del factor de forma:

Tabla 33 Valores del coeficiente  $\beta$  para cada factor F

F=L/D	$\beta$
0.01	0.6348
0.1	0.6148
0.2	0.6016
0.4	0.5712
0.6	0.5447
0.8	0.5211
1.0	0.5000
1.5	0.4557
2.0	0.4200
2.5	0.3908
3.0	0.3660
5.0	0.2956
7.0	0.2510
10.0	0.2071

Debido a que el factor de elongación de SIRENA es 9, se utilizará la siguiente regresión de [4]:

$$\beta = 0,572083 \cdot e^{-0,1148249\left(\frac{L}{D}\right)} \tag{6.45}$$

En el Anexo 5, a modo de ejemplo, se desarrolla la masa añadida de una semiesfera debida al flujo axial.

### 6.4.3.2. Masa añadida debida al flujo cruzado.

Para la obtención de estos coeficientes, se va a simplificar la forma del casco a un cilindro. Vamos a seguir considerando un fluido ideal e irrotacional.

De tal manera:

$$m_a(x) = \pi\rho R(x)^2 \quad (6.46)$$

Esta expresión, se ha desarrollado en el Anexo 6 a modo de ejemplo.

No obstante, para considerar los timones de control, Blevins [2] considera la siguiente expresión:

$$m_{a_{timón}}(x) = \pi\rho \left( b_{1/2}^2 - R(x)^2 + \frac{R(x)^4}{b_{1/2}^2} \right) \quad (6.47)$$

Donde el valor de  $b_{1/2}$  aparece en la Tabla 12.

Integrando estas expresiones a lo largo de la longitud del vehículo, podemos desarrollar las ecuaciones de la masa añadida del flujo cruzado:

$$\begin{aligned} Y_{\dot{v}} &= -\int_{x_t}^{x_f} m_a(x)dx - \int_{x_f}^{x_{f2}} m_{a_{timón}}(x)dx - \int_{x_{f2}}^{x_t} m_a(x)dx \\ Z_{\dot{w}} &= Y_{\dot{v}} \\ M_{\dot{w}} &= \int_{x_t}^{x_f} x \cdot m_a(x)dx - \int_{x_f}^{x_{f2}} x \cdot m_{a_{timón}}(x)dx - \int_{x_{f2}}^{x_t} x \cdot m_a(x)dx \\ N_{\dot{v}} &= -M_{\dot{w}} \\ Y_{\dot{r}} &= N_{\dot{v}} \\ Z_{\dot{q}} &= M_{\dot{w}} \\ M_{\dot{q}} &= -\int_{x_t}^{x_f} x^2 \cdot m_a(x)dx - \int_{x_f}^{x_{f2}} x^2 \cdot m_{a_{timón}}(x)dx - \int_{x_{f2}}^{x_t} x^2 \cdot m_a(x)dx \\ N_{\dot{r}} &= M_{\dot{q}} \end{aligned} \quad (6.48)$$

En la siguiente tabla se pueden observar los valores de estos coeficientes:

Tabla 34 Coeficientes de masa añadida debida al flujo cruzado

Coeficientes de masa añadida debida al flujo cruzado		
Coeficiente	Valor	Unidades
$X_u'$	-1,37E+01	kg
$Y_v'$	-9,39E+02	kg
$Y_r'$	-4,87E+02	kg m/rad
$Z_w'$	-9,39E+02	kg
$Z_q'$	4,87E+02	kg m/rad
$M_w'$	4,87E+02	kg m
$M_q'$	-1,77E+03	kg m <sup>2</sup> /rad
$N_v'$	-4,87E+02	kg m
$N_r'$	-1,77E+03	kg m <sup>2</sup> /rad

Los límites de integración vienen definidos en la Tabla 13.

### 6.4.3.3. Masa añadida debida al balance.

Para obtener éste coeficiente, Prestero [12] considera que las secciones del casco exterior son lo suficientemente lisas para no generar masa añadida en el movimiento de balance.

De tal manera, solo habría que considerar la sección que contiene los timones de control. Para ello, Blevins [2] desarrolló la siguiente expresión para modelar la masa añadida debida al balance de un círculo con timones:

$$K_{\dot{p}} = - \int_{x_f}^{x_{f2}} \frac{2}{\pi} \rho b_{1/2}^4 dx \quad (6.49)$$

En la siguiente tabla, se muestra el valor de este coeficiente:

Tabla 35 Coeficiente de masa añadida debida al balance

Coeficiente de masa añadida debida al balance		
Coeficiente	Valor	Unidades
$K_{\dot{p}}$	-1,23E+01	kg m <sup>2</sup> /rad

### 6.4.3.4. Masa añadida de términos cruzados.

En la ecuación (6.43) del desarrollo fuerzas por masas añadidas; derivando cada componente respecto a las velocidades, se va a obtener los coeficientes de masa añadida de términos cruzados.

Por ejemplo; si se deriva  $X_A$  respecto a  $wq$ , el coeficiente de derivación  $X_{wq}$  será igual a  $Z_{\dot{w}}$ .

El resto de términos de la misma manera:

$$\begin{array}{cccc}
 X_{wq} = Z_{\dot{w}} & X_{qq} = 2 \cdot Z_{\dot{q}} & X_{vr} = -Y_{\dot{v}} & X_{rr} = -Y_{\dot{r}} \\
 Y_{ur_a} = X_{\dot{u}} & Y_{wp} = -Z_{\dot{w}} & Y_{pq} = -Z_{\dot{q}} & \cdot \\
 Z_{uq_a} = -X_{\dot{u}} & Z_{vp} = Y_{\dot{v}} & Z_{rp} = Y_{\dot{r}} & \cdot \\
 M_{uw_a} = -(Z_{\dot{w}} - X_{\dot{u}}) & M_{vp} = -Y_{\dot{r}} & M_{rp} = (K_{\dot{p}} - N_{\dot{r}}) & M_{uq_a} = -Z_{\dot{q}} \\
 N_{uv_a} = -(X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}}) & N_{wp} = Z_{\dot{q}} & N_{pq} = -(M_{\dot{q}} - N_{\dot{r}}) & N_{ur_a} = Z_{\dot{q}}
 \end{array} \quad (6.50)$$

Donde  $M_{uw_a}$  y  $N_{uv_a}$  son definidos como Force and Munk Moment, y significan el momento experimentado por un cuerpo con un ángulo de ataque en un flujo ideal y convectivo.

En la siguiente tabla se desarrollan los valores de estos coeficientes:

Tabla 36 Coeficientes de fuerza de términos cruzados debidos a la masa añadida

Coeficientes de fuerza de términos cruzados debidos a la masa añadida		
Coeficiente	Valor	Unidades
$X_{wq}$	-9,39E+02	kg/rad
$X_{qq}$	9,74E+02	kg m/rad
$X_{vr}$	9,39E+02	kg/rad
$X_{rr}$	4,87E+02	kg m/rad
$Y_{ura}$	-1,40E+01	kg/rad
$Y_{wp}$	9,39E+02	kg/rad
$Y_{pq}$	-4,87E+02	kg m/rad
$Z_{uqa}$	1,40E+01	kg/rad
$Z_{vp}$	-9,39E+02	kg/rad
$Z_{rp}$	-4,87E+02	kg/rad

Tabla 37 Coeficientes de momentos de términos cruzados debidos a la masa añadida

Coeficientes de momentos de términos cruzados debidos a la masa añadida		
Coeficiente	Valor	Unidades
$M_{uqa}$	-4,87E+02	kg m/rad
$M_{vp}$	4,87E+02	kg m/rad
$M_{rp}$	1,75E+03	kg m <sup>2</sup> /rad <sup>2</sup>
$M_{uwa}$	9,25E+02	kg
$N_{uva}$	-9,25E+02	kg
$N_{wp}$	4,87E+02	kg m/rad
$N_{pq}$	-1,75E+03	kg · m <sup>2</sup> /rad <sup>2</sup>
$N_{ura}$	-4,87E+02	kg m/rad

#### 6.4.4. Fuerzas debidas a sustentación.

Las fuerzas debidas a sustentación, se van a desglosar en dos: la sustentación que se produce en el casco debido a un ángulo de ataque y la sustentación que se produce en los timones para cierto ángulo de ataque de estos apéndices.

##### 6.4.4.1. Fuerzas y momentos debidas a sustentación del cuerpo.

En este sub-apartado se va a proceder con las estimaciones realizadas por Hoerner en su Fluid-Dynamic Lift [10]. De tal manera, Hoerner desarrolla la siguiente fórmula empírica para modelar la sustentación:

$$L_{sust} = -\frac{1}{2}\rho D^2 c_{yd} u^2 \quad (6.51)$$

donde  $c_{yd}$  es el coeficiente de sustentación del cuerpo.

Hoerner expresa el coeficiente de sustentación como:

$$c_{yd} = c_{yd}(\beta) = \frac{dc_{yd}}{d\beta} \cdot \beta \quad (6.52)$$

Donde  $\beta$  es el ángulo de ataque del vehículo en radianes, definido por:

$$\tan \beta = \frac{w}{u} \rightarrow \beta = \frac{w}{u} \quad (6.53)$$

Hoerner la variación de  $c_{yd}$  respecto a  $\beta$ :

$$\frac{dc_{yd}^o}{d\beta^o} = c_{yd}^o{}_{\beta} = \frac{L}{D} \cdot c_{y\beta}^o \quad (6.54)$$

Siendo:

$$c_{y\beta}^o = 0.003 \rightarrow 6.7 \leq \frac{L}{D} \leq 10 \quad (6.55)$$

Cabe destacar que el valor que se obtenga de  $c_{yd}^o{}_{\beta}$  se tendrá que pasar a radianes.

Por lo tanto, la sustentación del cuerpo se puede expresar como:

$$L_{sust} = -\frac{1}{2}\rho D^2 c_{yd}{}_{\beta} uw \quad (6.56)$$

De la misma forma, la fuerza de sustentación se producirá en el otro plano X-Y.

Los coeficientes de derivación serán (por simetría cilíndrica serán iguales los coeficientes):

$$Y_{uwl} = Z_{uwl} = -\frac{1}{2}\rho D^2 c_{yd}{}_{\beta} \quad (6.57)$$

Obtenido las fuerzas, los momentos de sustentación

$$M_{uwl} = N_{uwl} = -\frac{1}{2}\rho D^2 c_{yd}{}_{\beta} x_{cp} \quad (6.58)$$

Donde  $x_{cp}$  es la posición axial del centro de presiones, la cual se puede comprobar en la Tabla 7.

En la siguiente tabla se presentan los valores de estos dos coeficientes:

**Tabla 38 Coeficientes de fuerza debida a la sustentación del cuerpo**

<b>Coeficientes de fuerza debida a la sustentación del cuerpo</b>		
<b>Coeficiente</b>	<b>Valor</b>	<b>Unidades</b>
$Y_{uwl}$	-1,99E+02	kg/ m
$Z_{uwl}$	-1,99E+02	kg/ m

Tabla 39 Coeficientes de momento debido a la sustentación del cuerpo

Coeficientes de momento debida a la sustentación del cuerpo		
Coeficiente	Valor	Unidades
$M_{uw1}$	2,04E+02	kg
$N_{uv1}$	-2,04E+02	kg

#### 6.4.4.2. Fuerzas y momentos debidos a la sustentación de los timones.

Para este apartado se va a proseguir con las estimaciones de Hoerner en [10].

Las fuerzas y momentos debidos a la sustentación que se produce en los timones son comúnmente denominados como fuerzas y momentos de control. El movimiento del vehículo es controlado por los dos timones de profundidad (plano horizontal) y los de dirección (plano vertical).

La fórmula empírica de la fuerza y momento de sustentación:

$$L_{timón} = \frac{1}{2} \rho C_L S_{timón} \delta_e u^2 \quad (6.59)$$

$$M_{timón} = x_{timón} \cdot L_{timón} \quad (6.60)$$

Donde  $C_L$  es el coeficiente de sustentación del timón,  $S_{timón}$  es el área del timón,  $\delta_e$  es el ángulo efectivo del timón en radianes,  $u$  es la velocidad efectiva en el timón (en el presente trabajo coincide con la componente axial de la velocidad) y  $x_{timón}$  es la posición axial del timón en el sistema de referencia local.

Hoerner, estableció la siguiente fórmula empírica para la sustentación que se produce en el timón en función de  $\alpha$  en radianes:

$$C_{L\alpha} = \frac{dc_L}{d\alpha} = \left[ \frac{1}{2\bar{\alpha}\pi} + \frac{1}{\pi(AR_e)} \right]^{-1} \quad (6.61)$$

Donde  $\bar{\alpha}$  tiene un valor de 0.9 según estima Hoerner, y  $(AR_e)$  es la relación de aspecto efectiva.

Definiendo:

$$AR = \frac{l_{med,t}}{c_{m,t}} = \frac{l_{med,t}^2}{S_{timón}} \quad (6.62)$$

$$AR_e = 2 \cdot AR = 2 \cdot \left( \frac{l_{med,t}^2}{S_{timón}} \right) \quad (6.63)$$

Donde el factor 2 es referido a la presencia de dos timones por plano.

Ahora bien, atendiendo a las velocidades efectivas de los timones, según se encuentren estos timones en distintos puntos desde el origen del sistema de coordenadas local:

$$\begin{aligned}
u_{timón} &= u + z_{timón}q - y_{timón}r \\
v_{timón} &= v + x_{timón}q - z_{timón}r \\
w_{timón} &= w + y_{timón}q - x_{timón}r
\end{aligned}
\tag{6.64}$$

No obstante, tal y como se muestra en la Figura 26, los valores de  $y_{timón}$  y  $z_{timón}$  son despreciables respecto a las velocidades de translación del vehículo  $u$ ,  $v$  y  $w$ .

Los ángulos efectivos del timón  $\delta_{se}$  y  $\delta_{re}$  se expresan como:

$$\delta_{re} = \delta_r - \beta_{re} \tag{6.65}$$

$$\delta_{se} = \delta_s - \beta_{se} \tag{6.66}$$

Donde  $\delta_r, \delta_s$  son los ángulos referenciados al casco,  $\beta_{re}, \beta_{se}$  son los ángulos efectivos de ataque del plano del timón.

Al igual que en la sustentación del cuerpo, los ángulos  $\beta_{re}, \beta_{se}$  se pueden desarrollar a partir de las ecuación simplificada (6.63) :

$$\beta_{re} = \tan \frac{v_{timón}}{u_{timón}} \approx \frac{v_{timón}}{u_{timón}} \approx \frac{1}{u} (v + x_{timón} \cdot r) \tag{6.67}$$

$$\beta_{se} = \tan \frac{w_{timón}}{u_{timón}} \approx \frac{w_{timón}}{u_{timón}} \approx \frac{1}{u} (w - x_{timón} \cdot q) \tag{6.68}$$

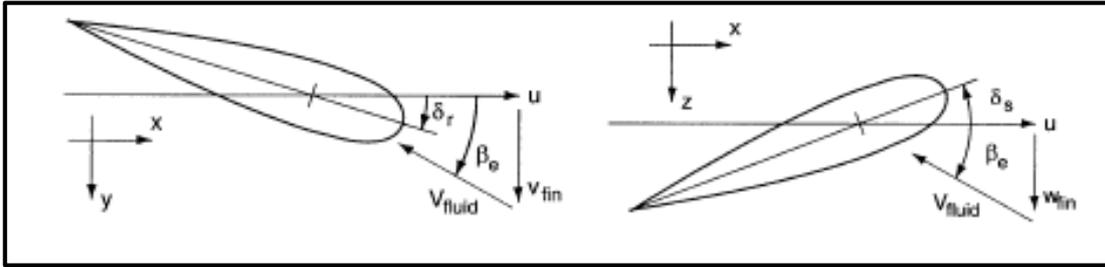


Figura 47 Ángulos de ataque de los timones

Por lo que:

$$\delta_{re} = \delta_r - \beta_{re} = \delta_r - \frac{1}{u} (v + x_{timón} \cdot r) \tag{6.69}$$

$$\delta_{se} = \delta_s - \beta_{se} = \delta_s - \frac{1}{u} (w - x_{timón} \cdot q) \tag{6.70}$$

Por lo que desarrollando las fórmulas empíricas de fuerza y momento de sustentación en el plano horizontal y vertical que se producen en los timones, tenemos:

$$Y_r = \frac{1}{2} \rho C_{L\alpha} S_{timón} [u^2 \delta_r - uv + x_{timón} \cdot (ur)] \tag{6.71}$$

$$Z_s = -\frac{1}{2} \rho C_{L\alpha} S_{timón} [u^2 \delta_s - uw + x_{timón} \cdot (uq)] \tag{6.72}$$

$$M_s = \frac{1}{2} \rho C_{L\alpha} S_{timón} x_{timón} [u^2 \delta_s - uw + x_{timón} \cdot (uq)] \tag{6.73}$$

$$N_r = \frac{1}{2} \rho C_{L\alpha} S_{timón} x_{timón} [u^2 \delta_r - uv + x_{timón} \cdot (ur)] \tag{6.74}$$

A partir de estas ecuaciones, podemos obtener los coeficientes de derivación de las fuerzas:

$$\begin{aligned}
 Y_{uu\delta_r} &= \frac{\partial Y_r}{\partial uu\delta_r} = \rho C_{L\alpha} S_{timón} \\
 Y_{uv\ timón} &= \frac{\partial Y_r}{\partial uv} = -\frac{1}{2} \rho C_{L\alpha} S_{timón} \\
 Y_{ur\ timón} &= \frac{\partial Y_r}{\partial ur} = -\frac{1}{2} \rho C_{L\alpha} S_{timón} \cdot x_{timón} \\
 Z_{uu\delta_s} &= -\rho C_{L\alpha} S_{timón} \\
 Z_{uw\ timón} &= -\frac{1}{2} \rho C_{L\alpha} S_{timón} \\
 Z_{uq\ timón} &= \frac{1}{2} \rho C_{L\alpha} S_{timón} \cdot x_{timón}
 \end{aligned} \tag{6.75}$$

Y los momentos:

$$\begin{aligned}
 M_{uu\delta_s} &= \frac{\partial M_s}{\partial uu\delta_r} = \rho C_{L\alpha} S_{timón} \cdot x_{timón} \\
 M_{uw\ timón} &= \frac{\partial M_s}{\partial uw} = \frac{1}{2} \rho C_{L\alpha} S_{timón} \cdot x_{timón} \\
 M_{uq\ timón} &= \frac{\partial M_s}{\partial uq} = -\frac{1}{2} \rho C_{L\alpha} S_{timón} \cdot x_{timón}^2 \\
 N_{uu\delta_r} &= \rho C_{L\alpha} S_{timón} \cdot x_{timón} \\
 N_{uv\ timón} &= -\frac{1}{2} \rho C_{L\alpha} S_{timón} \cdot x_{timón} \\
 N_{ur\ timón} &= \frac{1}{2} \rho C_{L\alpha} S_{timón} \cdot x_{timón}^2
 \end{aligned} \tag{6.76}$$

En la siguiente tabla se muestran los valores de los coeficientes de las fuerzas de control:

Tabla 40 Coeficientes de fuerza debidos a la sustentación de los timones

Coeficientes de fuerza debidos a la sustentación de los timones		
Coeficiente	Valor	Unidades
$Y_{uu\delta_r}$	3,33E+02	kg/m rad
$Z_{uu\delta_s}$	-3,33E+02	kg/m rad
$Y_{uv\ timón}$	-1,66E+02	kg/m
$Z_{uw\ timón}$	-1,66E+02	kg/m
$Y_{ur\ timón}$	3,42E+02	kg/rad
$Z_{uq\ timón}$	-3,42E+02	kg/rad
$Y_{uv\ timón}$	-1,66E+02	kg/m

Y los de los momentos de control:

Tabla 41 Coeficientes de momento debidos a la sustentación de los timones

Coeficientes de momento debidos a la sustentación de los timones		
Coeficiente	Valor	Unidades
$M_{uu\delta s}$	-6,85E+02	kg/rad
$N_{uu\delta r}$	-6,85E+02	kg/rad
$M_{uw\text{timón}}$	-3,42E+02	kg
$N_{uv\text{timón}}$	3,42E+02	kg
$M_{uq\text{timón}}$	-7,06E+02	kg m/rad
$N_{ur\text{timón}}$	-7,06E+02	kg m/rad

Para la obtención de estos valores, se han utilizado la Tabla 7 y 12.

### 6.4.5. Fuerzas y momentos propulsivos.

Definiendo la fuerza de propulsión como:

$$X_{prop} \quad (6.77)$$

Y el par propulsivo como:

$$K_{prop} \quad (6.78)$$

Como ya se indicará más adelante, estos valores servirán como entradas en el sistema de ecuaciones no lineales del movimiento, de ahí que no hayan sido obtenidos.

### 6.4.6. Términos combinados

Como se verá en el apartado 6.4.7., con el fin de simplificar el sumatorio de fuerzas y momentos externos, se van a sumar todos los coeficientes de derivación que provengan de las mismas componentes de velocidades lineales o angulares. Por ejemplo, el coeficiente  $Y_{uv}$  será la suma de  $Y_{uvl}$  y  $Y_{uv\text{timón}}$ .

De tal manera, se definirán los términos combinados como la suma de los coeficientes de las ecuaciones (6.57), (6.58), (6.75), (6.76) y los Munk Moment de la ecuación (6.50) que deriven de las mismas componentes de velocidad:

$$\begin{aligned}
 Y_{uv} &= Y_{uvl} + Y_{uv\text{timón}} \\
 Y_{ur} &= Y_{ura} + Y_{ur\text{timón}} \\
 Z_{uw} &= Z_{uwl} + Z_{uw\text{timón}} \\
 Z_{uq} &= Z_{uqa} + Z_{uq\text{timón}} \\
 M_{uw} &= M_{uwa} + M_{uwl} + M_{uw\text{timón}} \\
 M_{uq} &= M_{uqa} + M_{uq\text{timón}} \\
 N_{uv} &= N_{uva} + N_{uvl} + N_{uv\text{timón}} \\
 N_{ur} &= N_{ura} + N_{ur\text{timón}}
 \end{aligned} \quad (6.79)$$

Cuyos valores se expresan en la siguiente tabla:

Tabla 42 Coeficientes de términos combinados

Coeficientes de términos combinados		
Coeficiente	Valor	Unidades
$Y_{uv}$	-3,65E+02	kg/m
$Y_{ur}$	3,29E+02	kg/rad
$Z_{uw}$	-3,65E+02	kg/m
$Z_{uq}$	-6,92E+02	kg/rad
$M_{uw}$	7,87E+02	kg
$M_{uq}$	-1,19E+03	kg m/rad
$N_{uv}$	-7,87E+02	kg
$N_{ur}$	-1,19E+03	kg m/rad

### 6.4.7. Fuerzas externas totales del sumergible

Debido a que se agruparon los coeficientes de masa añadida de términos cruzados (6.50), los de sustentación del cuerpo (6.57) y (6.58) y los de sustentación de los timones (6.75) y (6.76); en la ecuación (6.79) de términos combinados, el sumatorio de fuerzas y momentos externos va a diferir ligeramente de los desarrollado en las ecuaciones (6.17) y (6.18).

Ahora, el sumatorio de fuerzas y momentos externos va a venir definido por:

- Fuerzas y momentos hidrostáticas: Ecuación (6.27)
- Fuerzas y momentos de amortiguamiento hidrodinámico: Ecuación (6.28)
- Fuerzas y momentos debidas a la masa añadida axial, flujo cruzado y balance: Ecuaciones (6.24), (6.48) y (6.49)
- Fuerzas y momentos debidas a los términos combinados: Ecuación (6.79)
- Fuerzas y momentos de sustentación de los timones en función de los ángulos efectivos ( $\delta_r$  y  $\delta_s$ ): Ecuaciones (6.75) y (6.76).
- Fuerzas y momentos de propulsión: Ecuaciones (6.77) y (6.78).

Por tanto, a partir de las ecuaciones referenciadas, el sumatorio de cada dirección de fuerza o momento será:

$$\begin{aligned}
 \sum X_{ext} &= X_{HS} + X_{u|u|} \cdot u|u| + X_{\dot{u}} \cdot \dot{u} + X_{wp} \cdot wp + X_{qq} \cdot qq + X_{vr} \cdot vr + X_{rr} \cdot vr + X_{prop} \\
 \sum Y_{ext} &= Y_{HS} + Y_{v|v|} \cdot v|v| + Y_{r|r|} \cdot r|r| + Y_{\dot{v}} \cdot \dot{v} + Y_{\dot{r}} \cdot \dot{r} + Y_{ur} \cdot ur + Y_{wp} \cdot wp + Y_{pq} \cdot pq + Y_{uv} \cdot uv + Y_{uu\delta_r} \cdot uu\delta_r \\
 \sum Z_{ext} &= Z_{HS} + Z_{w|w|} \cdot w|w| + Z_{q|q|} \cdot q|q| + Z_{\dot{u}} \cdot \dot{u} + Z_{vp} \cdot vp + Z_{rp} \cdot rp + Z_{uw} \cdot uw + Z_{uu\delta_s} \cdot uu\delta_s \\
 \sum K_{ext} &= K_{HS} + K_{p|p|} \cdot p|p| + K_{\dot{p}} \cdot \dot{p} + K_{prop} \\
 \sum M_{ext} &= M_{HS} + M_{q|q|} \cdot q|q| + M_{\dot{w}} \cdot \dot{w} + M_{\dot{q}} \cdot \dot{q} + M_{uq} \cdot uq + M_{vp} \cdot vp + M_{rp} \cdot rp + M_{uw} \cdot uw + M_{uu\delta_s} \cdot uu\delta_s \\
 \sum N_{ext} &= N_{HS} + N_{r|r|} \cdot r|r| + N_{\dot{v}} \cdot \dot{v} + N_{\dot{r}} \cdot \dot{r} + N_{ur} \cdot ur + N_{wp} \cdot wp + N_{pq} \cdot pq + N_{uv} \cdot uv + N_{uu\delta_r} \cdot uu\delta_r
 \end{aligned} \tag{6.80}$$

## 6.5. Ecuaciones no-lineales del movimiento del AUV

Introduciendo la ecuación (6.80) del sumatorio de fuerza y momentos externos en la ecuación (6.16) de dinámica del sumergible, se obtiene el sistema de ecuaciones no-lineales del movimiento del AUV.

En la dirección X queda:

$$m[\dot{u} - vr + wq - x_g(q^2 + r^2) + y_g(pq - \dot{r}) + z_g(pr + \dot{q})] = X_{HS} + X_{u|u}|u| + X_{\dot{u}} \cdot \dot{u} + X_{wp} \cdot wp + X_{qq} \cdot qq + X_{vr} \cdot vr + X_{rr} \cdot rr + X_{prop} \quad (6.81)$$

En la dirección Y:

$$m \cdot [\dot{v} - wp + ur + z_g(qr - \dot{p}) + x_g(qp + \dot{r})] = Y_{HS} + Y_{v|v}|v| + Y_{r|r}|r| + Y_{\dot{v}} \cdot \dot{v} + Y_{\dot{r}} \cdot \dot{r} + Y_{ur} \cdot ur + Y_{wp} \cdot wp + Y_{pq} \cdot pq + Y_{uv} \cdot uv + Y_{uu\delta_r} \cdot uu\delta_r \quad (6.82)$$

En la dirección Z:

$$m \cdot [\dot{w} - uq + vp - z_g(p^2 + q^2) + x_g(rp - \dot{q})] = Z_{HS} + Z_{w|w}|w| + Z_{q|q}|q| + Z_{\dot{u}} \cdot \dot{u} + Z_{vp} \cdot vp + Z_{rp} \cdot rp + Z_{uw} \cdot uw + Z_{uu\delta_s} \cdot u^2\delta_s \quad (6.83)$$

La rotación en el eje X:

$$I_{xx}\dot{p} + (I_{zz} - I_{yy})qr + m[-z_g(\dot{v} - wp + ur)] = K_{HS} + K_{p|p}|p| + K_{\dot{p}} \cdot \dot{p} + K_{prop} \quad (6.84)$$

La rotación en el eje Y:

$$I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})qr + m[z_g(\dot{u} - vr + wq) - x_g(\dot{w} - uq + vp)] = M_{HS} + M_{q|q}|q| + M_{\dot{w}} \cdot \dot{w} + M_{\dot{q}} \cdot \dot{q} + M_{uq} \cdot uq + M_{vp} \cdot vp + M_{rp} \cdot rp + M_{uw} \cdot uw + M_{uu\delta_s} \cdot uu\delta_s \quad (6.85)$$

La rotación en el eje Z:

$$I_{zz}\dot{r} + (I_{yy} - I_{xx})qr + m[x_g(\dot{v} - wp + ur)] = N_{HS} + N_{r|r}|r| + N_{\dot{v}} \cdot \dot{v} + N_{\dot{r}} \cdot \dot{r} + N_{ur} \cdot ur + N_{wp} \cdot wp + N_{pq} \cdot pq + N_{uv} \cdot uv + N_{uu\delta_r} \cdot uu\delta_r \quad (6.86)$$

Ahora bien; con el fin de obtener una matriz de masa donde se agrupen todos los términos que multipliquen a las componentes de la aceleración, y un vector de sumatorio de fuerzas y momentos externos en función solo de las componentes de la velocidad, se agruparán en la parte izquierda de las Ecuaciones (6.81) a (6.86) las aceleraciones y en la parte derecha las componentes de velocidad restantes. Es importante realizar esta modificación de las ecuaciones para poder ser introducidas en cualquier código que las integre. Las ecuaciones del movimiento modificadas quedan:

$$(m - X_{\dot{u}}) \cdot \dot{u} + m z_g \dot{q} - m y_g \dot{r} = X_{HS} + X_{u|u}|u| + (X_{wq} - m) \cdot wq + (X_{qq} + m x_g) \cdot q^2 + (X_{vr} + m) \cdot vr + (X_{rr} + m x_g) \cdot r^2 - m y_g pq - m z_g pr + X_{prop} \quad (6.87)$$

$$(m - Y_{\dot{v}}) \cdot \dot{v} - mz_G \cdot \dot{p} + (mx_G - Y_{\dot{r}}) \cdot \dot{r} = Y_{HS} + Y_{v|v|} \cdot v|v| + Y_{r|r|} \cdot r|r| + (Y_{ur} - m) \cdot ur + (Y_{wp} + m) \cdot wp + (Y_{pq} - mx_G) \cdot pq + Y_{uv} \cdot uv + my_G p^2 + mz_G qr + Y_{uu\delta_r} \cdot uu\delta_r \quad (6.88)$$

$$(m - Z_{\dot{w}}) \cdot \dot{w} + my_G \cdot \dot{p} - (m + Z_{\dot{q}}) \cdot \dot{q} = Z_{HS} + Z_{w|w|} \cdot w|w| + Z_{q|q|} \cdot q|q| + (Z_{uq} + m) \cdot uq + (Z_{vp} - m) \cdot vp + (Z_{rp} - mx_G) \cdot rp + Z_{uw} \cdot uw + mz_G(p^2 + q^2) - my_G \cdot rq + Z_{uu\delta_s} \cdot u^2\delta_s \quad (6.89)$$

$$mz_G \cdot \dot{v} + my_G \cdot \dot{w} + (I_{xx} - K_{\dot{p}}) \cdot \dot{p} = K_{HS} + K_{p|p|} \cdot p|p| + K_{\dot{p}} \cdot \dot{p} + K_{prop} \quad (6.90)$$

$$mz_G \cdot \dot{u} - (mx_G + M_{\dot{w}}) \cdot \dot{w} + (I_{yy} - M_{\dot{q}}) \cdot \dot{q} = M_{HS} + M_{w|w|} \cdot w|w| + M_{q|q|} \cdot q|q| + (M_{uq} - mx_G) \cdot uq + (M_{vp} + mx_G) \cdot vp + [M_{rp} - (I_{xx} - I_{yy})] \cdot rp + mz_G(vr - wq) + M_{uw} \cdot uw + M_{uu\delta_s} \cdot uu\delta_s \quad (6.91)$$

$$my_G \cdot \dot{u} + (mx_G - N_{\dot{v}}) \cdot \dot{v} + (I_{zz} - N_{\dot{r}}) \cdot \dot{r} = N_{HS} + N_{v|v|} \cdot v|v| + N_{r|r|} \cdot r|r| + (N_{ur} - mx_G) \cdot ur + (N_{wp} + mx_G) \cdot wp + [N_{pq} - (I_{yy} - I_{xx})] \cdot pq - my_G(vr - wq) + N_{uv} \cdot uv + N_{uu\delta_r} \cdot uu\delta_r \quad (6.92)$$

A partir de estas ecuaciones se puede definir la matriz de masas como:

$$[M] = \begin{bmatrix} m - X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & mz_G & -my_G \\ 0 & m - Y_{\dot{v}} & 0 & -mz_G & 0 & mx_G - Y_{\dot{r}} \\ 0 & 0 & m - Z_{\dot{u}} & my_G & -m - Z_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & -mz_G & my_G & I_{xx} - K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ mz_G & 0 & -mx_G - M_{\dot{w}} & 0 & I_{yy} - M_{\dot{q}} & 0 \\ -my_G & mx_G - N_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & I_{zz} - N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (6.93)$$

Definiendo el vector de aceleraciones como:

$$[\dot{\vartheta}] = \begin{bmatrix} \dot{\vartheta}_1 \\ \dot{\vartheta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} \quad (6.94)$$

Y siendo  $[\tau_i]$  la parte derecha de las ecuaciones (6.87) a (6.92):

$$\tau_1 = X_{HS} + X_{u|u|} \cdot u|u| + (X_{wq} - m) \cdot wq + (X_{qq} + mx_G) \cdot q^2 + (X_{vr} + m) \cdot vr + (X_{rr} + mx_G) \cdot r^2 - my_G pq - mz_G pr + X_{prop}$$

$$\tau_2 = Y_{HS} + Y_{v|v|} \cdot v|v| + Y_{r|r|} \cdot r|r| + (Y_{ur} - m) \cdot ur + (Y_{wp} + m) \cdot wp + (Y_{pq} - mx_G) \cdot pq + Y_{uv} \cdot uv + my_G p^2 + mz_G qr + Y_{uu\delta_r} \cdot uu\delta_r$$

$$\tau_3 = Z_{HS} + Z_{w|w|} \cdot w|w| + Z_{q|q|} \cdot q|q| + (Z_{uq} + m) \cdot uq + (Z_{vp} - m) \cdot vp + (Z_{rp} - mx_G) \cdot rp + Z_{uw} \cdot uw + mz_G(p^2 + q^2) - my_G \cdot rq + Z_{uu\delta_s} \cdot u^2\delta_s$$

$$\tau_4 = K_{HS} + K_{p|p|} \cdot |p|p| + K_{\dot{p}} \cdot \dot{p} + K_{prop} \quad (6.95)$$

$$\tau_5 = M_{HS} + M_{w|w|} \cdot w|w| + M_{q|q|} \cdot q|q| + (M_{uq} - mx_G) \cdot uq + (M_{vp} + mx_G) \cdot vp + [M_{rp} - (I_{xx} - I_{yy})] \cdot rp + mz_G(vr - wq) + M_{uw} \cdot uw + M_{uu\delta_s} \cdot uu\delta_s$$

$$\tau_6 = N_{HS} + N_{v|v|} \cdot v|v| + N_{r|r|} \cdot r|r| + (N_{ur} - mx_G) \cdot ur + (N_{wp} + mx_G) \cdot wp + [N_{pq} - (I_{yy} - I_{xx})] \cdot pq - my_G(vr - wq) + N_{uv} \cdot uv + N_{uu\delta_r} \cdot uu\delta_r$$

Se puede definir las ecuaciones del movimiento del sumergible de forma matricial como:

$$[M] \cdot \vec{\dot{\vartheta}} = \vec{\tau} \quad (6.95)$$

Y despejando el vector de aceleraciones:

$$\vec{\dot{\vartheta}} = \vec{\tau} \cdot [M]^{-1} \quad (6.96)$$

ya se puede introducir en cualquier código matemático este sistema de EDOs.

Las entradas al código serán:

- Fuerza de propulsión:  $X_p$
- Par de propulsión:  $K_p$
- Angulos efectivos de sustentación de los timones:  $\delta_r$  y  $\delta_s$

Y las salidas serán el vector de posición de  $\vec{\eta}_1$ .

## 6.6. Conclusión

Obtenidos los resultados pertinentes, se puede dar por cumplido los objetivos del capítulo.

Será interesante realizar una simulación de los movimientos clásicos que puede tener el Sumergible. Para ello se deberán integrar las ecuaciones por control numérico avanzado. Los algoritmos que te proporcionan la integración numérica, no son una vía por investigar. El propio Prestero en los Anexos de su obra [12], proporciona un código para la integración mediante Matlab de las ecuaciones.

Respecto a los coeficientes hidrodinámicos, la modelización matemática de estos es un área de difícil determinación. Aun existiendo diversas teorías que han permitido obtenerlos en el presente trabajo, o potentes computadoras que pueden resolver los problemas de fluidos explicados en los Anexos 5 y 6, los proyectistas de este tipo de vehículos siguen invirtiendo grandes cantidades de capital en experiencias en canal para poder validar sus resultados teóricos. De ahí que se pueda tomar como futuro trabajo la validación de resultados en pruebas de canal. Destacar que se han realizado

simplificaciones grandes en la obtención de los coeficientes del agua como un fluido irrotacional e ideal, sin presencia alguna de capa límite.

Otras vías de futuros proyectos, serían determinar las influencias que tiene sobre la dinámica del sumergible los cambios de salinidad y temperatura.



# ANEXO 1

En este anexo se va a desarrollar la expresión del coeficiente prismático.

La demostración, no viene incluida en la bibliografía, pero se puede desarrollar de la siguiente manera, sabiendo que hay que dejar el coeficiente prismático total en función de:

$$C_p = f(a, b, F, C_{pr}, C_{pp})$$

Siendo  $C_p$ :

$$C_p = \frac{\text{Vol. del Submarino}}{\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L}$$

Y el volumen del submarino:

$$\text{Vol. del Submarino} = \text{Vol. de Proa} + \text{Vol. de Popa} + \text{Vol. de Parte Cilíndrica}$$

El coeficiente prismático se desarrolla:

$$C_p = \frac{\text{Vol. del Submarino}}{\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L} = \frac{\text{Vol. de Proa} + \text{Vol. de Popa} + \text{Vol. de Parte Cilíndrica}}{\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L}$$
$$C_p = \frac{\text{Vol. de Proa}}{\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L} + \frac{\text{Vol. de Popa}}{\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L} + \frac{\text{Vol. de Parte Cilíndrica}}{\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L}$$

Denominando los tres sumandos como:

$$A = \text{Primer Sumando}$$

$$B = \text{Segundo Sumando}$$

$$C = \text{Tercer Sumando}$$

Se puede desarrollar cada sumando uno a uno para conseguir expresar el coeficiente prismático en función de las variables adimensionales mencionadas con anterioridad.

Comenzando con el primer sumando, A, recordando que

$$a = \frac{L_{pr}}{D}$$

Se puede sustituir el diámetro de la siguiente manera:

$$A = \frac{\text{Vol. de Proa}}{\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L} = \frac{\text{Vol. de Proa}}{\frac{\pi \cdot D}{4} \cdot L \cdot \frac{L}{a}}$$

Multiplicando y dividiendo por D en el denominador:

$$A = \frac{\text{Vol. de Proa}}{\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{L_{pr}}{a}} = \frac{\text{Vol. de Proa}}{\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L_{pr} \cdot \frac{L}{D}} \cdot a$$

Como el coeficiente prismático de proa y el factor elongación de forma viene definido por:

$$C_{pr} = \frac{\text{Vol. de Proa}}{\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L_{pr}}, \quad F = \frac{L}{D}$$

Se podrá expresar A de manera definitiva como:

$$A = C_{pr} \cdot a \cdot \frac{D}{L}$$

Con el término B se procede de manera análoga:

$$B = C_{pp} \cdot b \cdot \frac{D}{L}$$

Por último el tercer sumando se puede desarrollar:

$$C = \frac{\text{Vol. de Parte Cilíndrica}}{\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L} = \frac{\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L_c}{\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L} = \frac{L_c}{L}$$

Donde  $L_c = L - L_{pr} - L_{pp}$

Despejando las longitudes de proa y popa de los factores a y b se puede desarrollar:

$$C = \frac{L - L_{pr} - L_{pp}}{L} = 1 - (a + b) \cdot \frac{D}{L}$$

De tal manera, volviendo a la ecuación inicial del coeficiente prismático:

$$C_p = A + B + C = C_{pr} \cdot a \cdot \frac{D}{L} + C_{pp} \cdot b \cdot \frac{D}{L} + 1 - (a + b) \cdot \frac{D}{L}$$

Donde finalmente a partir de los siguientes pasos, se puede llegar a la fórmula que expresé con anterioridad:

$$C_p = \frac{C_{pr} \cdot a}{F} + \frac{C_{pp} \cdot b}{F} + \frac{F}{F} - \frac{(a + b)}{F} = \frac{(C_{pr} \cdot a) + (C_{pp} \cdot b) + (F - (a + b))}{F}$$

## ANEXO 2

Para obtener la forma de revolución en  $R^3$  a partir de una curva que gira alrededor del eje x:

$$\Omega \subset R^2 \rightarrow R^3$$
$$(u, v) \rightarrow \begin{cases} x(u, v) \\ y(u, v) \\ z(u, v) \end{cases}$$

Siendo:

$$\begin{cases} u = x \\ v = \varphi \end{cases}$$

Donde  $\varphi$  es el giro alrededor del eje x.

De tal manera, para definir un punto fuera del plano y,x mostrando su proyección en y o z es:

$$y = f(x) \cdot \cos \varphi$$

$$z = f(x) \cdot \sin \varphi$$

Por tanto ya tenemos la ecuación parametrizada en función de x y  $\varphi$ :

$$f(x) = \begin{cases} x = x \\ y = f(x) \cdot \cos \varphi \\ z = f(x) \cdot \sin \varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in (0, L_{pp}) \\ \varphi \in (0, 2\pi) \end{cases}$$

Si necesitamos definirla de manera implícita:

$$y^2 + z^2 = f(x)^2 \cdot \sin^2 \varphi + f(x)^2 \cdot \cos^2 \varphi$$

$$y^2 + z^2 = f(x)^2 \cdot [\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi]$$

$$y^2 + z^2 = f(x)^2 = \left( \frac{D}{2} \cdot \left( 1 - \left( \frac{x}{L_{pp}} \right)^{n_{exp}} \right) \right)^2$$



## ANEXO 3

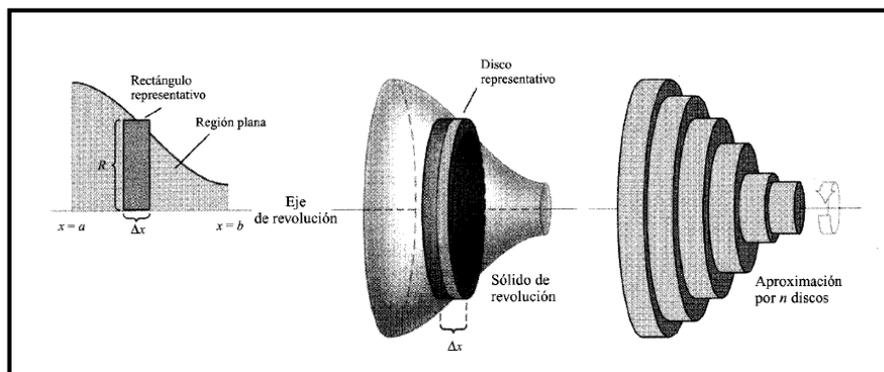
A continuación, se va a detallar la obtención del volumen, de la superficie mojada y del coeficiente prismático. Se procederá con la Popa\_1 a modo de ejemplo:

### Volumen

El desarrollo del volumen se obtendrá a partir del método de discos:

$$V = \int_a^b \pi \cdot f(x)^2$$

Donde estoy suponiendo que la región plana que gira es la región limitada por la gráfica de  $f(x)$ , el eje  $x$ , y las líneas recta  $x=a$ ,  $x=b$ . Como eje de revolución se considera el eje  $x$ :



Por tanto, extrapolando a nuestros datos de  $f(x)$ ,  $a$  y  $b$ , el volumen requerido es:

$$V = \int_0^{1.3} \pi \cdot f(x)^2 = \int_0^{1.3} \pi \cdot \left( 0,25 \cdot \left( 1 - \left( \frac{x}{1,3} \right)^{2,2} \right) \right)^2 = 0.14299 \text{ m}^3$$

### Coefficiente prismático

Definido mediante el método de discos el volumen de la popa, se puede obtener el coeficiente prismático de popa como ya se definió. Un ejemplo ilustrativo:

$$C_{pp} = \frac{\text{Vol. de Popa}}{\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L_{pp}} = \frac{0.14299}{\frac{\pi \cdot 0.5^2}{4} \cdot 1.3} = 0.560186$$

### Superficie mojada

Para el cálculo de la superficie mojada, ha sido obtenido a partir del siguiente teorema de cálculo de áreas de superficie de revolución:

- Si  $y=f(x)$  tiene derivada continua en el intervalo  $[a,b]$ , entonces el área de la superficie de revolución  $S$  formada al girar la gráfica de  $f$  alrededor de un eje horizontal o vertical es

$$S = 2 \cdot \pi \cdot \int_a^b r(x) \cdot \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$$

Donde  $r(x)$  es la distancia entre la gráfica de  $f$  y el eje de revolución correspondiente.

En mi caso, el valor de  $r(x)$  coincidirá con  $f(x)$  debido a que el eje de revolución se encuentra en el mismo eje  $x$ .

Por tanto, sabiendo que  $a = 0$  y  $b = Lpp$  y  $f(x)$  la función que la define, podemos mediante un software matemático obtener el valor de  $S$  como se muestra en el siguiente ejemplo ilustrativo para  $n=2.2$ :

$$S = 2 \cdot \pi \cdot \int_a^b 0,25 \cdot \left(1 - \left(\frac{x}{1,3}\right)^{2.2}\right) \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx}\left(0,25 \cdot \left(1 - \left(\frac{x}{1,3}\right)^{2.2}\right)\right)\right)^2} dx = 1,4246 m^2$$

El código introducido a Mathematica es el siguiente:

```

In[2]:= Diametro = 0.5
      Lpp = 1.3
      n = 2.2
      Popa[x_] :=  $\frac{\text{Diametro}}{2} \cdot (1 - (x / \text{Lpp})^n)$ 

      Volumen =  $\int_0^{\text{Lpp}} \pi \cdot (\text{Popa}[x])^2 dx$ 
      Cpp = Volumen / (( $\pi \cdot \text{Diametro}^2$ ) / 4 * Lpp)
      SuperficieMojada = 2 *  $\pi \cdot \text{NIntegrate}[\text{Popa}[x] \cdot \sqrt{1 + (D[\text{Popa}[x], x])^2}, \{x, 0, \text{Lpp}\}]$ 
      Plot[Popa[x], {x, 0, Lpp}]
      ParametricPlot3D[{x, Popa[x] * Cos[v], Popa[x] * Sin[v]}, {x, 0, Lpp}, {v, 0, 2 *  $\pi$ }]

```

## ANEXO 4

En el presente Anexo se van a mostrar los resultados de todas las pruebas realizadas para elegir una hélice óptima.

### Hélice B-3.65

Inicialmente se establecerá los siguientes datos:

Datos de entrada		
<b>U</b>	5,14	m/s
<b>w</b>	0,2	-
<b>Ua</b>	4,11	m/s
<b><math>\rho</math></b>	1026	kg/m <sup>3</sup>
<b>F<sub>D</sub></b>	422,69	N
<b><math>\eta_M</math></b>	0,98	-
<b><math>\eta_{rr}</math></b>	1	-
<b>Z</b>	3	-
<b>A<sub>E</sub>/A<sub>o</sub></b>	0,65	-

Donde:

- El valor del coeficiente de estela, es el mismo establecido por el autor del método empleado. La obra de Allmendinger [1] proporciona un gráfico sobre los coeficientes de estela, de succión y diámetro de pala usuales. El 0,2 entra dentro de ese rango.
- La velocidad de avance se obtuvo a través de su definición mostrada en la sección 5.3.
- La Resistencia al avance fue la obtenida en el capítulo 4.
- Los dos rendimientos mostrados, se obtuvieron del PFC del autor de este método [11].
- Los valores del número de palas y relación de área, son definidos por el nombre de la familia de hélices.

Para obtener la obtención de los coeficientes de empuje, par y el rendimiento aguas libres; se buscará una mayor exactitud, por lo que se utilizará la expresión que los definen:

$$K_t = \sum c_{s,t,u,v}^T \cdot (J)^s \cdot \left(\frac{P}{D_H}\right)^t \cdot \left(\frac{A_E}{A_o}\right)^u \cdot (Z)^v$$

$$K_Q = \sum c_{s,t,u,v}^Q \cdot (J)^s \cdot \left(\frac{P}{D_H}\right)^t \cdot \left(\frac{A_E}{A_o}\right)^u \cdot (Z)^v$$

$$\eta_o = \frac{J}{2\pi} \cdot \frac{K_t}{K_Q}$$

Donde  $c_{s,t,u,v}^T$ ,  $c_{s,t,u,v}^Q$ ,  $s$ ,  $t$ ,  $u$ , y  $v$  vienen dadas en las siguientes tablas:

$K_T$				
$c_{s,t,u,v}$	$s$	$t$	$u$	$v$
+0.00880496	0	0	0	0
-0.204554	1	0	0	0
+0.166351	0	1	0	0
+0.158114	0	2	0	0
-0.147581	2	0	1	0
-0.481497	1	1	1	0
+0.415437	0	2	1	0
+0.0144043	0	0	0	1
-0.0530054	2	0	0	1
+0.0143481	0	1	0	1
+0.0606826	1	1	0	1
-0.0125894	0	0	1	1
+0.0109689	1	0	1	1
-0.133698	0	3	0	0
+0.00638407	0	6	0	0
-0.00132718	2	6	0	0
+0.168496	3	0	1	0
-0.0507214	0	0	2	0
+0.0854559	2	0	2	0
-0.0504475	3	0	2	0
+0.010465	1	6	2	0
-0.00648272	2	6	2	0
-0.00821728	0	3	0	1
+0.0168424	1	3	0	1
-0.00102296	3	3	0	1
-0.0317791	0	3	1	1
+0.018604	1	0	2	1
-0.00410798	0	2	2	1
-0.000606848	0	0	0	2
-0.0049819	1	0	0	2
+0.0025983	2	0	0	2
-0.000560528	3	0	0	2
-0.00163652	1	2	0	2
-0.000328787	1	6	0	2
+0.000116502	2	6	0	2
+0.000690904	0	0	1	2
+0.00421749	0	3	1	2
+0.0000565229	3	6	1	2
-0.00146564	0	3	2	2

$K_Q$				
$c_{s,t,u,v}$	$s$	$t$	$u$	$v$
+0.00379368	0	0	0	0
+0.00886523	2	0	0	0
-0.032241	1	1	0	0
+0.00344778	0	2	0	0
-0.0408811	0	1	1	0
-0.108009	1	1	1	0
-0.0885381	2	1	1	0
+0.188561	0	2	1	0
-0.00370871	1	0	0	1
+0.00513696	0	1	0	1
+0.0209449	1	1	0	1
+0.00474319	2	1	0	1
-0.00723408	2	0	1	1
+0.00438388	1	1	1	1
-0.0269403	0	2	1	1
+0.0558082	3	0	1	0
+0.0161886	0	3	1	0
+0.00318086	1	3	1	0
+0.015896	0	0	2	0
+0.0471729	1	0	2	0
+0.0196283	3	0	2	0
-0.0502782	0	1	2	0
-0.030055	3	1	2	0
+0.0417122	2	2	2	0
-0.0397722	0	3	2	0
-0.00350024	0	6	2	0
-0.0106854	3	0	0	1
+0.00110903	3	3	0	1
-0.000313912	0	6	0	1
+0.0035985	3	0	1	1
-0.00142121	0	6	1	1
-0.00383637	1	0	2	1
+0.0126803	0	2	2	1
-0.00318278	2	3	2	1
+0.00334268	0	6	2	1
-0.00183491	1	1	0	2
+0.000112451	3	2	0	2
-0.0000297228	3	6	0	2
+0.000269551	1	0	1	2
+0.00083265	2	0	1	2
+0.00155334	0	2	1	2
+0.000302683	0	6	1	2
-0.0001843	0	0	2	2
-0.000425399	0	3	2	2
+0.0000869243	3	3	2	2
-0.0004659	0	6	2	2
+0.0000554194	1	6	2	2

Con estos valores se podrá desarrollar una hoja Excell en la que introduciendo el grado de avance y la relación Paso/Diámetro, se podía obtener los coeficientes para cada combinación de Diámetros y rps.

De tal manera, los resultados para la hélice B-3.65 fueron:

D <sub>H</sub> (m)	n (rpm)	n (rps)	J	P/ D <sub>H</sub>	K <sub>t</sub>	K <sub>Q</sub>	T (N)	Q (N·m)	¿Empuje válido?	n0	PC
<b>0,100</b>	1000,000	16,667	<b>2,467</b>	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>0,100</b>	2000,000	33,333	<b>1,234</b>	<b>1,400</b>	0,105	0,027	11,983	0,314	FALSO	0,749	32,382
<b>0,100</b>	3000,000	50,000	<b>0,822</b>	<b>1,000</b>	0,107	0,020	27,520	0,524	FALSO	0,687	12,926
<b>0,100</b>	4000,000	66,667	<b>0,617</b>	<b>0,800</b>	0,105	0,016	48,229	0,746	FALSO	0,635	6,818
<b>0,150</b>	1000,000	16,667	<b>1,645</b>	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>0,150</b>	2000,000	33,333	<b>0,822</b>	<b>1,000</b>	0,107	0,020	61,920	1,770	FALSO	0,687	5,745
<b>0,150</b>	3000,000	50,000	<b>0,548</b>	<b>0,800</b>	0,135	0,020	176,445	3,847	FALSO	0,600	1,762
<b>0,150</b>	4000,000	66,667	<b>0,411</b>	<b>0,600</b>	0,098	0,012	226,791	4,248	FALSO	0,524	1,197
<b>0,200</b>	1000,000	16,667	<b>1,234</b>	<b>1,400</b>	0,105	0,027	47,931	2,512	FALSO	0,749	8,096
<b>0,200</b>	2000,000	33,333	<b>0,617</b>	<b>0,800</b>	0,105	0,016	192,915	5,965	FALSO	0,635	1,704
<b>0,200</b>	3000,000	50,000	<b>0,411</b>	<b>0,600</b>	0,098	0,012	403,184	10,069	FALSO	0,524	0,673
<b>0,200</b>	4000,000	66,667	<b>0,308</b>	<b>0,600</b>	0,138	0,016	1007,248	22,794	VERDADERO	0,434	0,223
<b>0,250</b>	1000,000	16,667	<b>0,987</b>	<b>1,200</b>	0,125	0,027	139,314	7,677	FALSO	0,713	2,648
<b>0,250</b>	2000,000	33,333	<b>0,493</b>	<b>0,700</b>	0,111	0,015	496,852	16,837	VERDADERO	0,579	0,604
<b>0,250</b>	3000,000	50,000	<b>0,329</b>	<b>0,600</b>	0,130	0,015	1305,318	37,479	VERDADERO	0,456	0,181
<b>0,250</b>	4000,000	66,667	<b>0,247</b>	<b>0,500</b>	0,113	0,012	2026,682	53,315	VERDADERO	0,373	0,095
<b>0,300</b>	1000,000	16,667	<b>0,822</b>	<b>1,000</b>	0,107	0,020	247,680	14,156	FALSO	0,687	1,436
<b>0,300</b>	2000,000	33,333	<b>0,411</b>	<b>0,600</b>	0,098	0,012	907,165	33,982	VERDADERO	0,524	0,299
<b>0,300</b>	3000,000	50,000	<b>0,274</b>	<b>0,600</b>	0,150	0,017	3132,892	104,101	VERDADERO	0,394	0,065
<b>0,300</b>	4000,000	66,667	<b>0,206</b>	<b>0,500</b>	0,127	0,013	4725,385	143,676	VERDADERO	0,323	0,035
<b>0,350</b>	<b>1000,000</b>	<b>16,667</b>	<b>0,705</b>	<b>0,900</b>	<b>0,113</b>	<b>0,019</b>	<b>486,680</b>	<b>28,861</b>	<b>VERDADERO</b>	<b>0,662</b>	<b>0,704</b>
<b>0,350</b>	2000,000	33,333	<b>0,352</b>	<b>0,800</b>	0,217	0,029	3732,239	174,028	VERDADERO	0,421	0,058
<b>0,350</b>	3000,000	50,000	<b>0,235</b>	<b>0,500</b>	0,117	0,012	4536,982	165,157	VERDADERO	0,360	0,041
<b>0,350</b>	4000,000	66,667	<b>0,176</b>	<b>0,500</b>	0,137	0,014	9425,854	327,071	VERDADERO	0,283	0,016
<b>0,400</b>	1000,000	16,667	<b>0,617</b>	<b>0,800</b>	0,105	0,016	771,659	47,717	VERDADERO	0,635	0,426
<b>0,400</b>	2000,000	33,333	<b>0,308</b>	<b>0,600</b>	0,138	0,016	4028,991	182,353	VERDADERO	0,434	0,056
<b>0,400</b>	3000,000	50,000	<b>0,206</b>	<b>0,500</b>	0,127	0,013	8400,685	340,565	VERDADERO	0,323	0,020
<b>0,400</b>	4000,000	66,667	<b>0,154</b>	<b>0,500</b>	0,144	0,014	16919,191	661,284	VERDADERO	0,251	0,008
<b>0,200</b>	1000,000	16,667	<b>1,234</b>	<b>1,400</b>	0,105	0,027	47,931	2,512	FALSO	0,749	8,096
<b>0,250</b>	1000,000	16,667	<b>0,987</b>	<b>1,200</b>	0,125	0,027	139,314	7,677	FALSO	0,713	2,648
<b>0,300</b>	1000,000	16,667	<b>0,822</b>	<b>1,000</b>	0,107	0,020	247,680	14,156	FALSO	0,687	1,436
<b>0,350</b>	1000,000	16,667	<b>0,705</b>	<b>0,900</b>	0,113	0,019	486,680	28,861	VERDADERO	0,662	0,704
<b>0,100</b>	2000,000	33,333	<b>1,234</b>	<b>1,400</b>	0,105	0,027	11,983	0,314	FALSO	0,749	32,382
<b>0,120</b>	2000,000	33,333	<b>1,028</b>	<b>1,300</b>	0,153	0,035	36,190	0,994	FALSO	0,715	10,232
<b>0,170</b>	2000,000	33,333	<b>0,726</b>	<b>0,900</b>	0,104	0,018	99,353	2,925	FALSO	0,667	3,476
<b>0,220</b>	2000,000	33,333	<b>0,561</b>	<b>0,800</b>	0,130	0,019	348,352	11,244	FALSO	0,608	0,904
<b>3,000</b>	120,000	2,000	<b>0,685</b>	<b>0,900</b>	0,122	0,020	40788,396	20366,580	VERDADERO	0,655	0,008
<b>0,220</b>	1500,000	25,000	<b>0,748</b>	<b>0,900</b>	0,094	0,017	141,663	5,546	FALSO	0,669	2,444
<b>0,200</b>	2500,000	41,667	<b>0,493</b>	<b>0,700</b>	0,111	0,015	317,985	8,621	FALSO	0,579	0,943
<b>0,220</b>	2500,000	41,667	<b>0,449</b>	<b>0,700</b>	0,130	0,017	543,643	15,575	VERDADERO	0,548	0,522
<b>0,180</b>	2000,000	33,333	<b>0,685</b>	<b>0,900</b>	0,122	0,020	146,838	4,399	FALSO	0,655	2,311
<b>0,240</b>	2200,000	36,667	<b>0,467</b>	<b>0,700</b>	0,122	0,016	560,754	17,795	VERDADERO	0,562	0,519
<b>0,240</b>	2200,000	36,667	<b>0,467</b>	<b>0,800</b>	0,170	0,024	781,243	26,026	VERDADERO	0,536	0,355

Destacar como se ha intentado afinar un poco más, dando combinaciones fuera de los establecido. Ninguna dio buen resultado. También se puede observar como los Coeficientes propulsivos mayores que uno, vienen precedidos de un empuje no válido, por lo que carecen de utilidad.

Con los datos de la tabla, utilizando las combinaciones que den un Empuje válido, se seleccionará el que de un coeficiente propulsivo mayor. Este es para:

<b>D<sub>H</sub> (m)</b>	<b>n (rpm)</b>	<b>n (rps)</b>	<b>PC</b>
0,350	1000,000	16,667	0,704

### **Hélice B-4.70**

Para esta familia de hélice se procederá de la misma forma (sólo se modificó el número de palas y el coeficiente de área). Los resultados son:

$D_H$ (m)	n (rpm)	n (rps)	J	P/ $D_H$	Kt	K <sub>Q</sub>	T (N)	Q (N·m)	¿Empuje válido?	$\eta_o$	PC
<b>0,100</b>	1080,000	18,000	<b>2,284</b>	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>0,100</b>	2000,000	33,333	<b>1,234</b>	<b>1,400</b>	0,120	0,031	13,752	0,357	FALSO	0,756	28,463
<b>0,100</b>	3000,000	50,000	<b>0,822</b>	<b>1,000</b>	0,119	0,022	30,572	0,577	FALSO	0,693	11,742
<b>0,100</b>	4000,000	66,667	<b>0,617</b>	<b>0,800</b>	0,116	0,018	52,891	0,819	FALSO	0,634	6,204
<b>0,150</b>	1000,000	16,667	<b>1,645</b>	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>0,150</b>	2000,000	33,333	<b>0,822</b>	<b>1,000</b>	0,119	0,022	68,788	1,948	FALSO	0,693	5,218
<b>0,150</b>	3000,000	50,000	<b>0,548</b>	<b>0,800</b>	0,147	0,021	191,880	4,181	FALSO	0,601	1,621
<b>0,150</b>	4000,000	66,667	<b>0,411</b>	<b>0,700</b>	0,156	0,020	362,428	6,898	FALSO	0,516	0,737
<b>0,200</b>	1000,000	16,667	<b>1,234</b>	<b>1,400</b>	0,120	0,031	55,010	2,857	FALSO	0,756	7,116
<b>0,200</b>	2000,000	33,333	<b>0,617</b>	<b>0,800</b>	0,116	0,018	211,563	6,555	FALSO	0,634	1,551
<b>0,200</b>	3000,000	50,000	<b>0,411</b>	<b>0,700</b>	0,156	0,020	644,316	16,352	VERDADERO	0,516	0,414
<b>0,200</b>	4000,000	66,667	<b>0,308</b>	<b>0,500</b>	0,098	0,011	721,037	16,505	VERDADERO	0,429	0,308
<b>0,250</b>	1000,000	16,667	<b>0,987</b>	<b>1,200</b>	0,139	0,030	155,788	8,471	FALSO	0,722	2,400
<b>0,250</b>	2000,000	33,333	<b>0,493</b>	<b>0,700</b>	0,121	0,016	540,354	18,403	VERDADERO	0,576	0,552
<b>0,250</b>	3000,000	50,000	<b>0,329</b>	<b>0,600</b>	0,139	0,016	1402,879	40,367	VERDADERO	0,455	0,168
<b>0,250</b>	4000,000	66,667	<b>0,247</b>	<b>0,500</b>	0,121	0,013	2170,292	57,243	VERDADERO	0,372	0,089
<b>0,300</b>	1000,000	16,667	<b>0,822</b>	<b>1,000</b>	0,119	0,022	275,151	15,585	FALSO	0,693	1,305
<b>0,300</b>	2000,000	33,333	<b>0,411</b>	<b>0,700</b>	0,156	0,020	1449,711	55,188	VERDADERO	0,516	0,184
<b>0,300</b>	3000,000	50,000	<b>0,274</b>	<b>0,500</b>	0,111	0,012	2322,094	75,912	VERDADERO	0,400	0,089
<b>0,300</b>	4000,000	66,667	<b>0,206</b>	<b>0,500</b>	0,136	0,014	5040,665	153,287	VERDADERO	0,323	0,033
<b>0,350</b>	<b>1000,000</b>	<b>16,667</b>	<b>0,705</b>	<b>0,900</b>	<b>0,125</b>	<b>0,021</b>	<b>535,880</b>	<b>31,667</b>	<b>VERDADERO</b>	<b>0,664</b>	<b>0,642</b>
<b>0,350</b>	2000,000	33,333	<b>0,352</b>	<b>0,600</b>	0,130	0,015	2234,800	91,943	VERDADERO	0,477	0,111
<b>0,350</b>	3000,000	50,000	<b>0,235</b>	<b>0,500</b>	0,126	0,013	4852,994	177,002	VERDADERO	0,359	0,038
<b>0,350</b>	4000,000	66,667	<b>0,176</b>	<b>0,500</b>	0,146	0,014	10028,000	347,407	VERDADERO	0,283	0,015
<b>0,400</b>	1000,000	16,667	<b>0,617</b>	<b>0,800</b>	0,116	0,018	846,254	52,438	VERDADERO	0,634	0,388
<b>0,400</b>	2000,000	33,333	<b>0,308</b>	<b>0,600</b>	0,148	0,017	4321,710	195,743	VERDADERO	0,433	0,052
<b>0,400</b>	3000,000	50,000	<b>0,206</b>	<b>0,500</b>	0,136	0,014	8961,183	363,347	VERDADERO	0,323	0,019
<b>0,400</b>	4000,000	66,667	<b>0,154</b>	<b>0,500</b>	0,153	0,015	17964,759	700,115	VERDADERO	0,252	0,007
<b>0,200</b>	1000,000	16,667	<b>1,234</b>	<b>1,400</b>	0,120	0,031	55,010	2,857	FALSO	0,756	7,116
<b>0,250</b>	1000,000	16,667	<b>0,987</b>	<b>1,200</b>	0,139	0,030	155,788	8,471	FALSO	0,722	2,400
<b>0,300</b>	1000,000	16,667	<b>0,822</b>	<b>1,000</b>	0,119	0,022	275,151	15,585	FALSO	0,693	1,305
<b>0,350</b>	1000,000	16,667	<b>0,705</b>	<b>0,900</b>	0,125	0,021	535,880	31,667	VERDADERO	0,664	0,642
<b>0,100</b>	2000,000	33,333	<b>1,234</b>	<b>1,400</b>	0,120	0,031	13,752	0,357	FALSO	0,756	28,463
<b>0,120</b>	2000,000	33,333	<b>1,028</b>	<b>1,200</b>	0,119	0,027	28,257	0,763	FALSO	0,727	13,321
<b>0,170</b>	2000,000	33,333	<b>0,726</b>	<b>0,900</b>	0,115	0,020	109,739	3,220	FALSO	0,669	3,157
<b>0,220</b>	2000,000	33,333	0,561	0,800	0,142	0,021	379,355	12,243	FALSO	0,608	0,830
<b>3,000</b>	120,000	2,000	<b>0,685</b>	<b>0,900</b>	0,134	0,022	44790,215	22278,433	VERDADERO	0,658	0,008
<b>0,220</b>	1500,000	25,000	<b>0,748</b>	<b>0,900</b>	0,104	0,018	157,051	6,127	FALSO	0,671	2,212
<b>0,200</b>	2500,000	41,667	<b>0,493</b>	<b>0,700</b>	0,121	0,016	345,826	9,422	FALSO	0,576	0,863
<b>0,220</b>	2500,000	41,667	<b>0,449</b>	<b>0,700</b>	0,140	0,018	588,317	16,893	VERDADERO	0,547	0,481
<b>0,180</b>	2000,000	33,333	<b>0,685</b>	<b>0,900</b>	0,134	0,022	161,245	4,812	FALSO	0,658	2,113
<b>0,240</b>	2200,000	36,667	<b>0,467</b>	<b>0,700</b>	0,132	0,018	608,044	19,362	VERDADERO	0,561	0,477
<b>0,240</b>	2200,000	36,667	<b>0,467</b>	<b>0,700</b>	0,132	0,018	608,044	19,362	VERDADERO	0,561	0,477

Donde la combinación óptima:

<b>D<sub>H</sub> (m)</b>	<b>n (rpm)</b>	<b>n (rps)</b>	<b>PC</b>
0,350	1000,000	16,667	0,642

### **Hélice B-5.75**

Por último, para esta familia, los resultados son:

D <sub>H</sub> (m)	n (rpm)	n (rps)	J	P/D <sub>H</sub>	K <sub>t</sub>	K <sub>Q</sub>	T	Q	Empuje válido?	n0	PC
0,100	1080,000	18,000	2,284	-	-	-	-	-	-	-	-
0,100	2000,000	33,333	1,234	1,400	0,130	0,034	14,915	0,391	FALSO	0,748	25,969
0,100	3000,000	50,000	0,822	1,000	0,127	0,024	32,658	0,620	FALSO	0,689	10,932
0,100	4000,000	66,667	0,617	0,800	0,122	0,019	56,033	0,881	FALSO	0,625	5,772
0,150	1000,000	16,667	1,645	-	-	-	-	-	-	-	-
0,150	2000,000	33,333	0,822	1,000	0,127	0,024	73,480	2,092	FALSO	0,689	4,859
0,150	3000,000	50,000	0,548	0,800	0,156	0,023	203,245	4,470	FALSO	0,595	1,516
0,150	4000,000	66,667	0,411	0,700	0,165	0,021	382,242	7,342	FALSO	0,511	0,692
0,200	1000,000	16,667	1,234	1,400	0,130	0,034	59,658	3,132	FALSO	0,748	6,492
0,200	2000,000	33,333	0,617	0,800	0,122	0,019	224,131	7,046	FALSO	0,625	1,443
0,200	3000,000	50,000	0,411	0,700	0,165	0,021	679,541	17,404	VERDADERO	0,511	0,389
0,200	4000,000	66,667	0,308	0,600	0,155	0,018	1135,224	25,937	VERDADERO	0,430	0,196
0,250	1000,000	16,667	0,987	1,200	0,150	0,033	167,462	9,107	FALSO	0,722	2,233
0,250	2000,000	33,333	0,493	0,700	0,128	0,018	570,196	19,718	VERDADERO	0,568	0,516
0,250	3000,000	50,000	0,329	0,600	0,147	0,017	1474,382	42,858	VERDADERO	0,450	0,158
0,250	4000,000	66,667	0,247	0,500	0,127	0,014	2271,990	60,398	VERDADERO	0,369	0,084
0,300	1000,000	16,667	0,822	1,000	0,127	0,024	293,922	16,739	FALSO	0,689	1,215
0,300	2000,000	33,333	0,411	0,700	0,165	0,021	1528,967	58,738	VERDADERO	0,511	0,173
0,300	3000,000	50,000	0,274	0,500	0,117	0,013	2430,431	80,215	VERDADERO	0,397	0,084
0,300	4000,000	66,667	0,206	0,500	0,142	0,015	5275,720	161,354	VERDADERO	0,321	0,032
0,350	1000,000	16,667	0,705	0,900	0,133	0,023	570,120	33,993	VERDADERO	0,659	0,598
0,350	2000,000	33,333	0,352	0,600	0,137	0,016	2349,016	97,791	VERDADERO	0,472	0,104
0,350	3000,000	50,000	0,235	0,500	0,131	0,014	5080,364	186,634	VERDADERO	0,356	0,036
0,350	4000,000	66,667	0,176	0,500	0,153	0,015	10491,042	365,062	VERDADERO	0,282	0,014
0,400	1000,000	16,667	0,617	0,800	0,122	0,019	896,523	56,365	VERDADERO	0,625	0,361
0,400	2000,000	33,333	0,308	0,600	0,155	0,018	4540,895	207,499	VERDADERO	0,430	0,049
0,400	3000,000	50,000	0,206	0,500	0,142	0,015	9379,058	382,470	VERDADERO	0,321	0,018
0,400	4000,000	66,667	0,154	0,500	0,160	0,016	18785,853	734,752	VERDADERO	0,251	0,007
0,200	1000,000	16,667	1,234	1,400	0,130	0,034	59,658	3,132	FALSO	0,748	6,492
0,250	1000,000	16,667	0,987	1,200	0,150	0,033	167,462	9,107	FALSO	0,722	2,233
0,300	1000,000	16,667	0,822	1,000	0,127	0,024	293,922	16,739	FALSO	0,689	1,215
0,350	1000,000	16,667	0,705	0,900	0,133	0,023	570,120	33,993	VERDADERO	0,659	0,598
0,100	2000,000	33,333	1,234	1,400	0,130	0,034	14,915	0,391	FALSO	0,748	25,969
0,120	2000,000	33,333	1,028	1,200	0,128	0,029	30,401	0,823	FALSO	0,725	12,348
0,170	2000,000	33,333	0,726	1,000	0,177	0,031	169,169	5,036	FALSO	0,660	2,019
0,220	2000,000	33,333	0,561	0,800	0,150	0,022	401,883	13,101	FALSO	0,602	0,776
3,000	120,000	2,000	0,685	0,900	0,143	0,024	47647,595	23880,281	VERDADERO	0,653	0,007
0,220	1500,000	25,000	0,748	1,000	0,166	0,029	249,905	9,771	FALSO	0,670	1,387
0,210	2200,000	36,667	0,534	0,800	0,163	0,024	438,247	13,340	VERDADERO	0,586	0,693

Dando como resultado óptimo:

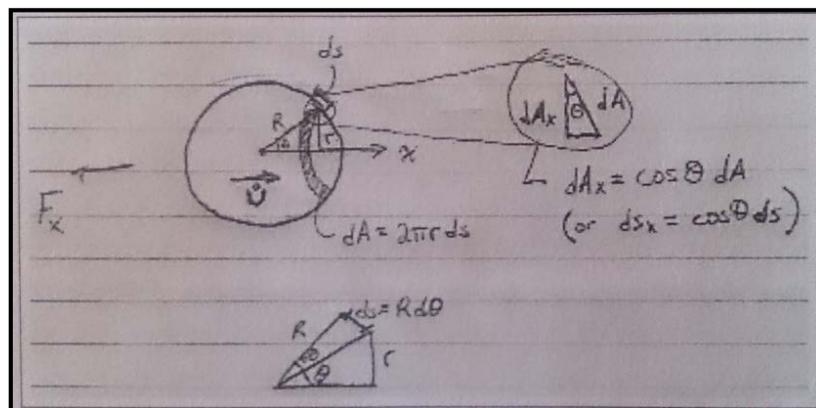
D <sub>H</sub> (m)	n (rpm)	n (rps)	PC
0,210	2200,000	36,667	0,693

## ANEXO 5

Para exponer de manera detallada como se resuelve el término masa añadida, se va a presentar su resolución para el caso de una esfera. Obtenido el valor de masa añadida de una esfera, se va a extrapolar la solución a un elipsoide cuyo eje mayor se correspondería a la mitad de la longitud del AUV y los ejes menores definirían el radio del casco hidrodinámico.

Las notaciones que se utilizan en este ejemplo no se deben confundir con las establecidas a lo largo del capítulo. En este ejemplo la esfera está referida a unos ejes de referencia distintos al sistema local establecido con anterioridad.

Así, se va a considerar una esfera de radio  $R$ , con una aceleración  $\frac{\partial U}{\partial t} = \dot{U}$ :



Se va a obtener la fuerza hidrodinámica en la dirección  $x$  integrando la presión sobre el área proyectada en la dirección  $x$ :

$$\vec{F}_x = \int P d\vec{A}_x$$

Donde la diferencial de área proyectada en el eje  $x$  se define:

$$d\vec{A}_x = \cos \theta dA$$

$$dA = L dS$$

$$dS = R d\theta$$

Y la presión se define a partir de Bernouilli:

$$P = -\rho \left[ \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot |\vec{v}\phi|^2 \right]$$

Siendo  $\phi$  el potencial. Sabiendo que el potencial para un fluido alrededor de una esfera equivale a:

$$\phi = U \cos \theta \cdot \frac{R^3}{2r^2}$$

Podemos desarrollar los términos de la ecuación que define la presión dinámica:

$$\frac{1}{2} \cdot |\vec{\nabla} \phi|^2 \Big|_{r=R} = \frac{1}{2} \cdot \left| -U \cos \theta \cdot \frac{R^3}{2r^3}, -U \sin \theta \frac{R^2}{r^2} \cdot \frac{R^3}{2r^3} \right|^2 = \frac{1}{2} \cdot \left[ U^2 \cos^2 \theta + \frac{1}{4} U^2 \sin^2 \theta \right]$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{r=R} = \dot{U} \cos \theta \cdot \frac{R^3}{2r^2} = \dot{U} \cos \theta \frac{R}{2}$$

Con esto se puede desarrollar la fuerza debida a la masa añadida

$$F_x = \int_0^{2\pi} \left[ -\rho \left[ \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot |\vec{\nabla} \phi|^2 \right] \right] \cos \theta \, 2\pi R^2 \sin \theta \, d\theta$$

$$= \int_0^{2\pi} \left[ -\rho \left[ \dot{U} \cos \theta \frac{R}{2} + \frac{1}{2} \cdot \left[ U^2 \cos^2 \theta + \frac{1}{4} U^2 \sin^2 \theta \right] \right] \right] \cos \theta \, 2\pi R^2 \sin \theta \, d\theta$$

$$= -\rho \cdot 2\pi R^2 \cdot \dot{U} \cdot \frac{R}{2} \int_0^{2\pi} \sin \theta \cos^2 \theta \, d\theta - \rho \cdot 2\pi R^2$$

$$\cdot \frac{1}{2} U^2 \int_0^{2\pi} \left[ \sin \theta \cos^3 \theta + \frac{1}{4} \sin^3 \theta \cos \theta \right] d\theta$$

$$= -\frac{2}{3} \rho \pi R^3 \cdot \dot{U} = -\dot{U} \cdot m_a$$

Desarrollando la segunda ley de Newton, se puede ejemplificar el porqué de la denominación de masa añadida:

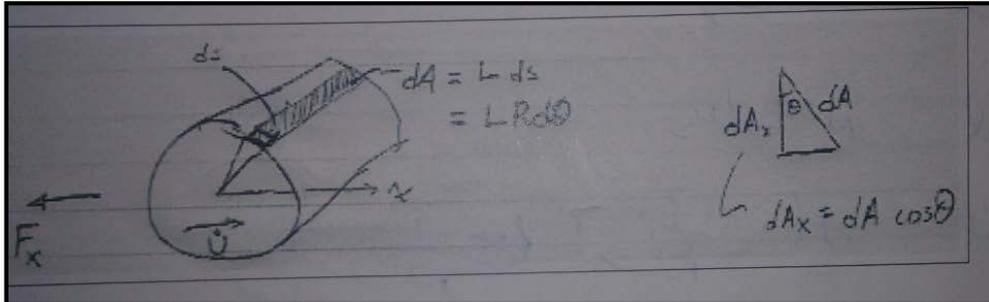
$$M_{\text{sólido}} \dot{U} = \sum F = F_{\text{masa añadida}} + F_{\text{otras fuerzas}} = (-\dot{U} \cdot m_a) + F_{\text{otras fuerzas}}$$

$$(M_{\text{sólido}} + m_a) \cdot \dot{U} = F_{\text{otras fuerzas}}$$

Por lo que la presencia del fluido alrededor del cuerpo actúa como una masa añadida virtual en el cuerpo.

## ANEXO 6

En el presente Anexo se va a desarrollar la masa añadida debida al flujo cruzado.



Siendo un cilindro como el mostrado en la Figura anterior de radio  $R$  y longitud  $L$ , con una aceleración  $\dot{U}$ . Vamos a obtener su fuerza en la dirección  $x$  integrando la presión sobre el área proyectada en la dirección  $x$ :

$$\vec{F}_x = \int P d\vec{A}_x$$

Donde la diferencial de área proyectada en el eje  $x$  se define:

$$d\vec{A}_x = \cos \theta dA$$

$$dA = L dS$$

$$dS = R d\theta$$

Y la presión se define a partir de Bernouilli:

$$P = -\rho \left[ \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot |\vec{\nabla} \phi|^2 \right]$$

Siendo  $\phi$  el potencial. Sabiendo que el potencial para un fluido alrededor de un cilindro equivale a

$$\phi = U \frac{R^2}{r} \cdot \cos \theta \rightarrow \frac{1}{2} \cdot |\vec{\nabla} \phi|^2 \Big|_{r=R} = \frac{1}{2} \cdot \left[ -U \frac{R^2}{r^2} \cdot \cos \theta, -U \frac{R^2}{r^2} \cdot \sin \theta \right]^2 = \frac{1}{2} \cdot U^2$$

La derivada temporal del potencial definida para el radio del cilindro:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{r=R} = \dot{U} \frac{R^2}{R} \cos \theta = \dot{U} R \cos \theta$$

Con esto:

$$F_x = \int_0^{2\pi} \left[ -\rho \left[ \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot |\vec{\nabla} \phi|^2 \right] \right] \cos \theta R L d\theta$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^{2\pi} \left[ -\rho \left[ \dot{U}R \cos \theta + \frac{1}{2} U^2 \right] \right] \cos \theta RL d\theta \\
&= -\rho RL \dot{U}R \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta d\theta - \rho RL \frac{1}{2} U^2 \int_0^{2\pi} \cos \theta d\theta \\
&= -\pi \rho R^2 L \dot{U}
\end{aligned}$$

Derivando la componente de la fuerza obtenida respecto a la aceleración y la longitud obtenemos la masa añadida por unidad de longitud de un cilindro:

$$m_{cil.} = \pi \rho R^2$$

# Bibliografía

- [1] ALLMENDINGER E. Eugene: *Submersible Vehicle Systems Design*. New Hampshire, Ed. SNAME, 1990.
- [2] BLEVINS R. D.: *Formulas for Natural Frequency and Mode Shape*. Florida, Kreiger Publishing, 1979.
- [3] BRIGGS R.C.: *Mechanical Design a Self-Mooring Autonomus Underwater Vehicle*. Tesis, Virginia Polytechnic Institute, 2010.
- [4] DOHERTY S.M.: *Cross Body Thruster Control and Modeling of a Body of Revolution Autonomus Underwater Vehicle*. Tesis doctoral, United States Navy Academy, 2011.
- [5] FOSSEN Thor: *Guidance and Control of Ocean Vehicles*, New York, Joan Viley & Sons, 1994.
- [6] GARCÍA GARCÍA J. J.: *Desarrollo de una Herramienta Informática para la Simulación Dinámica de Vehículos Submarinos No Tripulados*. Proyecto fin de carrera, Universidad Politécnica de Cartagena, 2013.
- [7] GARCÍA LÓPEZ D.L.: *Hidrodinámica. 4º GANISM*. Apuntes, Universidad Politécnica de Cartagena.
- [8] HERRERO J.: *Dossier del Proyecto SIRENA*. Cartagena, 2013.
- [9] HOERNER S. F.: *Fluid-Dynamic Drag*. Bakersfield. Self Published, 1965.
- [10] HOERNER S. F. and HENRY V. B.: *Fluid Dynamic Lift*. Bakersfield, Self Published, 1985.
- [11] JURADOS GRANADOS J.: *Diseño de un sumergible de recreo*. Proyecto final de carrera, Universidad Politécnica de Cataluña, 2010.
- [12] PRESTERO T.: *Verification of a Six-Degree of Freedom Simulation Model for the REMUS AUV*. Thesis doctoral, Massachusetts Institute of Technology, 2001.
- [13] SOSA Pedro: *Apuntes personales del autor 2007*.
- [14] VIEDMA A.: *Ingeniería de fluidos. 3º GITI*. Apuntes, Universidad Politécnica de Cartagena.
- [15] WICKER L.F. AND FEHLNER L.F.: *Free-stream characteristics of a family of low-aspect ratio control surfaces*. Technical Report 933, 1958.