

ESPECTROS DISCRETOS DE PROPAGACIÓN Y RADIACIÓN EN LÍNEAS DE TRANSMISIÓN APANTALLADAS LATERALMENTE: RELACIÓN CON EL ESPECTRO CONTINUO DE RADIACIÓN

José Luis Gómez Tornero

Alejandro Álvarez Melcón

Fernando Quesada

Departamento de Tecnologías de Información y Telecomunicaciones

Universidad Politécnica de Cartagena

josel.gomez@upct.es

alejandro.alvarez@upct.es

fernando.quesada@upct.es

Abstract- In this paper, the propagation and radiation characteristics of Leaky-Wave modes in laterally-shielded top-open planar transmission lines are studied by a novel approach based on the Space Domain Parallel Plate Waveguide (PPW) modes expansion. This method introduces the so called discrete propagation and radiation PPW spectrums, which can be directly related to the continuous radiation spectrum using an approximation with inhomogeneous plane waves.

I. INTRODUCCIÓN

Las líneas de transmisión abiertas, como la microstrip, han sido estudiadas con detalle en muchos trabajos, pero siempre usando métodos que utilizan la función de Green en el dominio espectral [1-2]. El método espectral, aunque muy versátil para estructuras abiertas, necesita calcular integrales computacionalmente muy costosas y establece una clara separación con el fenómeno de propagación en guías cerradas. En el presente trabajo, al estudiar líneas de transmisión planares apantalladas lateralmente como la mostrada en la figura 1, podemos usar la función de Green basada en la expansión de los modos de la guía bipalca (modos PPW), y hallar en el dominio espacial las soluciones modales, entre las que se encuentran los modos Leaky, tal y como se describe en [3].

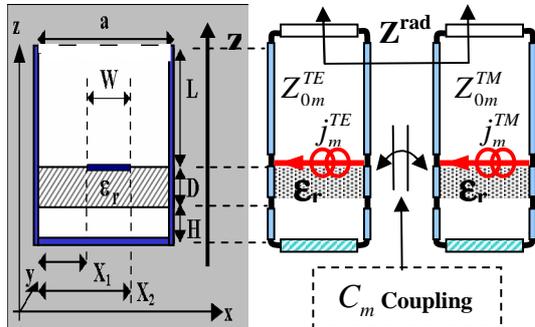


Fig. 1 Modelo equivalente de líneas de transmisión

En la figura 1 también aparece el modelo de línea de transmisión equivalente que se usa para describir el

comportamiento de cada modo PPW en el eje z, incluyendo las capas de dieléctrico y la apertura superior.

II. ESPECTROS DISCRETOS Y CONTINUOS

Del análisis anterior se pueden hallar los modos que se propagan en la estructura abierta usando una formulación de Ecuación Integral de Campo Eléctrico sobre la tira impresa, que es resuelta por el Método de los Momentos. Entre estos modos están los modos Leaky que se propagan a la vez que radian en la guía abierta. Una vez hallada una solución (con su constante de propagación axial compleja k_y) se pueden extraer los coeficientes $A_m^{(p)}$ que describen la expansión en modos PPW de esa solución. El índice m indica el orden de los modos PPW, que deben respetar las condiciones de las paredes laterales, es decir, el número de onda en el eje x:

$$k_{xm} = m\pi/a \quad (1)$$

El índice p puede tomar dos valores, ya que se estudian por separado las polarizaciones TE^z y TM^z . De esta manera obtenemos el **espectro discreto de propagación** del modo Leaky estudiado, que permite expandir los campos dentro de la guía a partir de los modos PPW:

$$\vec{e}_m^{TE}(x) = \frac{-jk_y \cos(k_{xm}x)\hat{x} + k_{xm} \sin(k_{xm}x)\hat{y}}{N_m} \quad (2)$$

$$\vec{e}_m^{TM}(x) = \frac{+k_{xm} \cos(k_{xm}x)\hat{x} - jk_y \sin(k_{xm}x)\hat{y}}{N_m} \quad (3)$$

$$\vec{h}_m^{(p)}(x) = \hat{z} \times \vec{e}_m^{(p)}(x) \quad (4)$$

$$\vec{E}t(x, y, z) = \sum_{p=1}^2 \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(p)} \cdot \hat{V}_m^{(p)}(z) \cdot \vec{e}_m^{(p)}(x) \cdot e^{-jk_y y} \quad (5)$$

$$\vec{H}t(x, y, z) = \sum_{p=1}^2 \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(p)} \cdot \hat{I}_m^{(p)}(z) \cdot \vec{h}_m^{(p)}(x) \cdot e^{-jk_y y} \quad (6)$$

Los coeficientes $V_m(z)$ e $I_m(z)$ provienen de las tensiones y corrientes modales en la línea de transmisión equivalente de la figura 1, siendo N_m coeficientes de normalización. Al ser un modo Leaky, su constante de propagación en el eje de la guía será compleja, del tipo:

$$k_y = \beta_y - j\alpha_y \quad (7)$$

Algunos de los modos PPW que son necesarios para generar el modo Leaky estudiado serán los responsables de la radiación. Son aquellos que, según el Principio de Equivalencia [4], generen unas corrientes magnéticas equivalentes en la apertura. Las siguientes sencillas pero rigurosas expresiones analíticas proporcionan los campos radiados por cada modo PPW y en cada polarización (eje y ó ϕ) (eq. 9-10) cuya interferencia genera el diagrama de radiación total (8).

$$D(\phi) = G \cdot \left[\left| \sum_{m=0}^{\infty} D_m^y(\phi) \right|^2 + \left| \sum_{m=0}^{\infty} D_m^\phi(\phi) \right|^2 \right] \quad (8)$$

$$D_m^y(\phi) = B_m^y(\phi) \cdot \sin(\phi) \cdot R_m(\phi) \cdot e^{-j\beta_\rho \frac{a}{2} \sin(\phi)} \quad (9)$$

$$D_m^\phi(\phi) = B_m^\phi(\phi) \cdot \cos(\phi) \cdot R_m(\phi) \cdot e^{-j\beta_\rho \frac{a}{2} \sin(\phi)} \quad (10)$$

$$B_m^y(\phi) = \frac{-C_m^y \cdot 2j\beta_\rho}{k_{xm}^2 - \beta_\rho^2 \sin^2(\phi)} \quad B_m^\phi(\phi) = \frac{C_m^\phi \cdot 2k_{xm}}{k_{xm}^2 - \beta_\rho^2 \sin^2(\phi)} \quad (11)$$

$$C_m^y = -A_m^{TE} \cdot \hat{V}_m^{TE}(L) \cdot \frac{jk_y}{N_m} + A_m^{TM} \cdot \hat{V}_m^{TM}(L) \cdot \frac{k_{xm}}{N_m} \quad (12)$$

$$C_m^\phi = +A_m^{TE} \cdot \hat{V}_m^{TE}(L) \cdot \frac{k_{xm}}{N_m} - A_m^{TM} \cdot \hat{V}_m^{TM}(L) \cdot \frac{jk_y}{N_m} \quad (13)$$

$$R_m(\phi) = \begin{cases} -j \sin(\beta_\rho \frac{a}{2} \sin(\phi)) & ; m \text{ par} \\ + \cos(\beta_\rho \frac{a}{2} \sin(\phi)) & ; m \text{ impar} \end{cases} \quad (14)$$

La radiación de cada modo PPW (9-14) proviene de una superposición de ondas Leaky cilíndricas inhomogéneas [5] (**espectro continuo de radiación**), cuya constante de propagación radial viene dada por:

$$k_\rho = \sqrt{k_0^2 - k_y^2} = \beta_\rho + j\alpha_\rho \quad (15)$$

Por otro lado, los coeficientes $B_m^{(p)}(\phi=\pi/2)$ indican la expansión del campo radiado total a partir de los campos radiados por cada modo PPW. Obtenemos así un **espectro discreto de radiación**, que permite desde el punto de vista de los modos PPW analizar cómo radia el modo Leaky, en un intento por comprender desde un mismo punto de vista los fenómenos de guiado y radiación [1,6].

III. APROXIMACIÓN DEL FENÓMENO DE RADIACIÓN: ONDAS PLANAS INHOMOGÉNEAS

El espectro discreto de radiación permite hacer una expansión discreta de modos PPW que contribuyen a la radiación total del modo Leaky. Cada modo Leaky PPW está compuesto por dos ondas planas inhomogéneas, cuyos campos pueden ser obtenidos de (2-6):

$$\vec{E}^{(p)} = \vec{E}_0^{(p)} \cdot e^{-jk \cdot \hat{r}} = \vec{E}_0^{(p)} \cdot e^{-\alpha \hat{r}} \cdot e^{-j\beta \hat{r}} \quad (16)$$

$$\vec{H}^{(p)} = \vec{H}_0^{(p)} \cdot e^{-jk \cdot \hat{r}} = \vec{H}_0^{(p)} \cdot e^{-\alpha \hat{r}} \cdot e^{-j\beta \hat{r}} \quad (17)$$

$$\vec{E}_0^{TE} = \left[-jk_y \hat{x} + jk_{xm} \hat{y} \right] \frac{\omega\mu}{k_{zm}} \quad (18)$$

$$\vec{H}_0^{TE} = \left[-jk_{xm} \hat{x} - jk_y \hat{y} + j \frac{k_{cm}^2}{k_{zm}} \hat{z} \right] \quad (19)$$

$$\vec{E}_0^{TM} = \left[+k_{xm} \hat{x} + k_y \hat{y} - \frac{k_{cm}^2}{k_{zm}} \hat{z} \right] \quad (20)$$

$$\vec{H}_0^{TM} = \left[-k_y \hat{x} + k_{xm} \hat{y} \right] \frac{\omega\epsilon}{k_{zm}} \quad (21)$$

Debemos tener cuidado al tratar este tipo de ondas planas, ya que son inhomogéneas dada su constante de propagación compleja [7]:

$$\vec{k} = k_{xm} \hat{x} + k_y \hat{y} + k_{zm} \hat{z} = \vec{\beta} - j\vec{\alpha} = (k_{xm} \hat{x} + \beta_y \hat{y} + \beta_{zm} \hat{z}) - j(\alpha_y \hat{y} + \alpha_{zm} \hat{z}) \quad (22)$$

Se puede calcular el coeficiente de reflexión que presenta la apertura a cada una de estas ondas planas, a partir de la siguiente expresión:

$$\rho_{RAD m}^{(p)} = \frac{Z_m^{RAD} - Z_{0m}^{(p)}}{Z_m^{RAD} + Z_{0m}^{(p)}} \quad (23)$$

Utilizando teoría básica de propagación y refracción de ondas planas inhomogéneas [8], se puede calcular el ángulo en que se propaga la energía de cada onda (vector de Poynting complejo) dentro de la guía así como el ángulo de salida hacia fuera, obteniendo:

$$\tan(\phi^{TE}) = \frac{\text{real} \left(\frac{\omega\mu}{k_{zm}^i} \cdot \frac{(k_{xm}^2 + k_y^2)^y}{k_{zm}^i} \right)}{\text{real} \left(\frac{\omega\mu}{k_{zm}^i} \cdot (k_{xm}^2 + |k_y|^2) \right)} \quad \tan(\phi^{TM}) = \frac{\text{real} \left(\frac{\omega\epsilon}{k_{zm}^i} \cdot \frac{(k_{xm}^2 + k_y^2)}{k_{zm}^i} \right)}{\text{real} \left(\frac{\omega\epsilon}{k_{zm}^i} \cdot (k_{xm}^2 + |k_y|^2) \right)} \quad (24)$$

Donde se definen las constantes de propagación en el eje z tanto dentro como fuera de la guía de ondas:

$$k_{zm}^{INS} = \sqrt{k_0^2 - (k_{xm}^2 + k_y^2)} = \beta_{zm} + j\alpha_{zm} \quad (25)$$

$$k_{zm}^{OUTTE} = \sqrt{\frac{(k_{xm}^2 + k_y^2) \cdot (1 - \rho_m^{TE})^2 \cdot k_{zm}^{INS2}}{(1 + \rho_m^{TE})^2 \cdot k_0^2 - (1 - \rho_m^{TE})^2 \cdot k_{zm}^{INS2}}} \quad (26)$$

$$k_{zm}^{OUTTM} = \sqrt{\frac{(k_{xm}^2 + k_y^2) \cdot (1 + \rho_m^{TM})^2 \cdot k_{zm}^{INS2}}{(1 - \rho_m^{TM})^2 \cdot k_0^2 - (1 + \rho_m^{TM})^2 \cdot k_{zm}^{INS2}}} \quad (27)$$

Es importante constatar que los modos PPW, aunque son ondas planas en el interior de la guía, radiarán en forma de un espectro continuo de ondas cilíndricas (8-14) una vez que lleguen a la apertura. Estamos aproximando este comportamiento con el que tendría si el campo lejano fuera el de una onda plana refractada, de manera que obtenemos parámetros como el coeficiente de reflexión y la dirección de propagación.

V. RESULTADOS

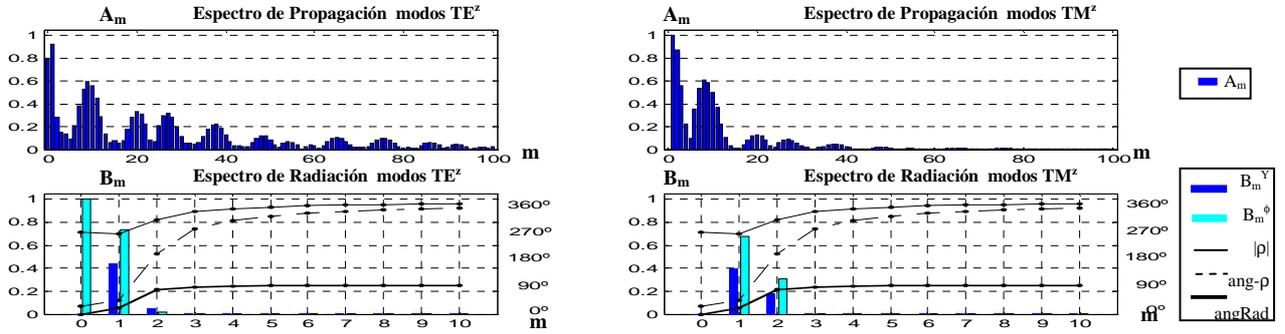


Fig. 2 Espectros discretos de propagación y de radiación de modo Leaky (strip descentrado)

En la figura 2 se muestran los espectros discretos de propagación (A_m) y de radiación (B_m^ϕ , B_m^y) del primer modo Leaky que se propaga en una guía como la mostrada en la fig.1 y con la tira metálica descentrada. Se puede observar que con 100 modos PPW se consigue expandir el modo Leaky, produciendo la distribución de potencia guiada mostrada en la figura 3 (vector de Poynting longitudinal y transversal). Sin embargo, sólo tres de estos modos generados en la tira contribuyen al espectro discreto de radiación, ya que son los únicos que no están en corte en el vacío y llegan a excitar corrientes magnéticas en la apertura superior, obteniendo el diagrama de radiación total mostrado en la misma figura.

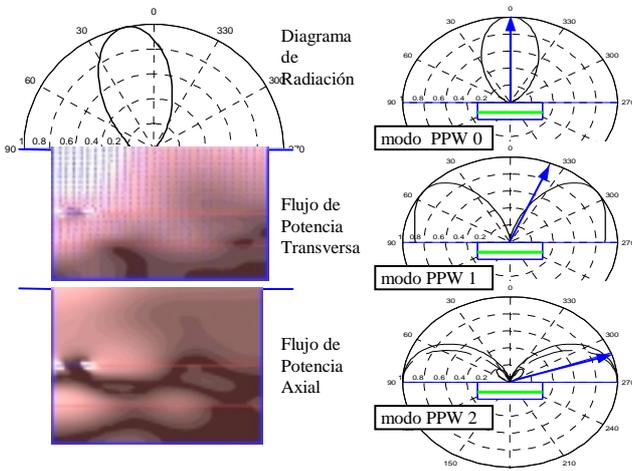


Fig. 3 Diagramas de Potencia guiada y radiada (strip)

Se puede observar que el diagrama de radiación está inclinado hacia la izquierda, debido a la ubicación descentrada de la tira impresa. De la misma manera se observa cómo el flujo de densidad de potencia transversa saliente está concentrado en ese lado. Este fenómeno se puede explicar desde el punto de vista de espectro de radiación discreto.

El diagrama de radiación de los tres primeros modos PPW se representa a la derecha de la figura 3. La interferencia creada por los campos radiados de los dos modos 0 y 1 provoca la asimetría hacia la izquierda, mientras que el modo 2 apenas contribuye. De la ecuación 14 se puede comprobar que los modos PPW de orden impar son asimétricos, es decir, su fase cambia 180° de un cuadrante a otro en el diagrama de radiación. Si la tira está centrada sólo se excitan los modos pares radiando totalmente "broadside", tal y como se observa en las figuras 4 y 5.

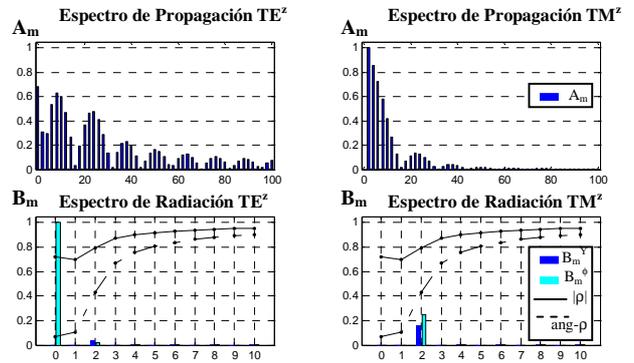


Fig. 4 Espectros discretos de modo Leaky (strip centrado)

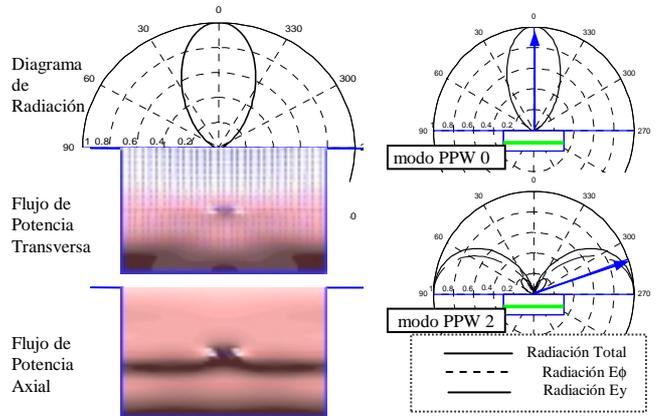


Fig. 5 Diagramas de Potencia guiada y radiada (strip centrado)

Así mismo, sobre cada diagrama de radiación modal se representa con una flecha el ángulo de salida correspondiente a la aproximación de una única onda plana inhomogénea (espectro discreto). Recordemos que la dirección del máximo real se obtiene del espectro continuo (integrales de radiación de las corrientes equivalentes magnéticas). Sin embargo, ambas direcciones se comportan de la misma manera cualitativa conforme aumenta el orden del modo PPW, de manera que los diagramas de radiación evolucionan de tipo “broadside” a totalmente “endfire”.

Este comportamiento se muestra en la figura 2 donde se representa el ángulo aproximado de salida (angRad) y el coeficiente de reflexión (módulo $|\rho|$ y fase $\text{ang-}\rho$) en función del orden del modo PPW. Los modos tienden a reflejarse totalmente en la apertura conforme el orden aumenta (el módulo del coeficiente de reflexión tiende a uno), o lo que es equivalente, a estar en corte fuera de la guía y no radiar, lo cual coincide con un ángulo de salida de 90°. Esto explica por qué sólo unos pocos modos PPW contribuyen a la radiación. Analizando cómo se comportan esos pocos modos a la hora de radiar podemos entender las propiedades de radiación de los modos Leaky en este tipo de estructuras desde una perspectiva modal, acercando la teoría de radiación en guías apantalladas lateralmente con la de guiado de modos PPW de tipo Leaky.

IV. CONCLUSIONES

Se ha abordado el análisis de los modos Leaky en líneas de transmisión planares apantalladas lateralmente usando una expansión en modos biplaca (PPW). De esta forma se pueden estudiar los espectros discretos que describen la propagación y la radiación de los modos Leaky. El campo radiado está formado por un espectro continuo de ondas cilíndricas inhomogéneas, que proviene de las integrales de radiación de cada modo PPW del espectro discreto. Al estar cada modo PPW compuesto por un par de ondas planas inhomogéneas, su radiación se puede aproximar con la propagación de energía de una onda plana inhomogénea que es refractada en la apertura de la guía. La expansión en modos PPW permite entender la radiación de modos Leaky en guías abiertas desde un punto de vista discreto, uniendo así los fenómenos de guiado y radiación. La teoría presentada es aplicable a cualquier tipo de línea de transmisión de tipo planar con uno o varios substratos y/o tiras conductoras, siempre que esté apantallada lateralmente.

REFERENCIAS

- [1] T. Rozzi and M. Mongiardo, *Open Electromagnetic Waveguides*, IEE Electromagnetic Waves Series, vol. 43, 1997, pp. 73-97.
- [2] A.A. Oliner, "Types and Basic Properties of Leaky Modes in Microwave and Millimeter-Wave Integrated Circuits", *IEICE Trans. Electron.*, Vol. E83-C, No. 5, May 2000
- [3] J.L. Gómez and A.A. Melcón, "Leaky and Surface Waves In Multilayered Laterally-Shielded Microstrip Transmission Lines", *Mic. and Opt. Tech. Letters*, April 2003
- [4] C.A. Balanis, *Antenna Theory*, Singapore: John Wiley and Sons, 1982, pp. 453-454.
- [5] A. Ip and D.R. Jackson, "Radiation from cylindrical leaky waves", *IEEE Trans. Antennas Propagat.* vol. 38, pp. 482-488, April 1990
- [6] C.-K.C. Tzuang, "Leaky Mode Perspective on Printed Antenna", *Proc. Natl. Sci. Counc. ROC(A)*, Vol 23, No. 4, pp. 544-549, 1999
- [7] T. Tamir, "Inhomogeneous Waves Types at Planar Interfaces: III-Leaky Waves", *OPTIK*, Vol. 38, N° 3, pp. 269-297, February 1973
- [8] D.R. Jackson, *Plane Wave Propagation and Reflection*, University of Houston, pp. 3-12.