

**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA**  
**Escuela Técnica Superior de Ingeniería Naval y Oceánica**



**PROYECTO FIN DE CARRERA**

---

Calculo de estabilidad de un dique flotante y mejora del  
el error en el cálculo del volumen de la carena

---



**Titulación:** Ingeniería Técnica Naval. Especialidad en Estructuras Marinas  
**Alumno:** Kristian Alarcón Olsson  
**Directores:** Sergio Amat Plata & Sonia Busquier Sáez  
**Departamento:** Matemática Aplicada y Estadística



# ÍNDICE

<b>1.-INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>Página 1</b>
1.1-Historia de catamarán.....	Página 1
1.2-Ventajas e inconvenientes del catamarán con diferencia de un mono.....	Página 5
1.3-Maneras de realizar operación de puesto en seco de buques.....	Página 8
<b>2.-MOTIVACION.....</b>	<b>Página 14</b>
<b>3.-CONCEPTOS PREVIOS.....</b>	<b>Página 16</b>
3.1-Momento estático y centroide.....	Página 16
3.2-Momento de inercia.....	Página 19
3.3-Teorema de Steiner.....	Página 20
<b>4.-INTEGRACION NUMERICA.....</b>	<b>Página 23</b>
4.1-Regla de los trapecios.....	Página 23
4.2-Regla de Simpson .....	Página 25
4.3-Regla Richardson.....	Página 28
<b>5.-IDEA O PROYECTO.....</b>	<b>Página 32</b>
5.1-Datos de trabajo .....	Página 32
5.2-Prototipo drc1.....	Página 33
5.3- Calculo de datos esenciales.....	Página 35
5.3.1-Calculo de calado en rosca.....	Página 35

5.3.2-Volumen de carena en inmersión.....Página 38

5.3.3-Carga máxima.....Página 40

**6.-CURVAS HIDROSTÁTICAS.....Página 42**

6.1- Generalidades.....Página 42

6.1.1- Curvas hidrostáticas o carenas rectas.....Página 42

6.1.2- Curvas de áreas de la flotación.....Página 43

6.1.3-Toneladas por centímetro de inmersión.....Página 45

6.1.4- Abscisa del c.d.g. de la flotación.....Página 46

6.1.5- Volumen de trazado.....Página 47

6.1.6- Curva de desplazamiento.....Página 47

6.1.7- Altura del c.d.c. sobre la base.....Página 48

6.1.8- Abscisa del c.d.c.....Página 49

6.1.9- Radio metacéntrico transversal.....Página 50

6.1.10- Radio metacéntrico longitudinal.....Página 51

6.1.11- Momento para alterar el trimado un centímetro.....Página 53

6.1.12- Diferencia en el cálculo hidrostático entre  
un monocasco y un Catamarán.....Página 53

6.2-Calculos de la curva.....Página 55

**7.-CALCULOS PARA COMPARACION NUMERICA.....Página 59**

7.1-Calculo del volumen de la carena

del Prototipo dfc1 por Simpson.....Página 64

7.2-Calculo del volumen de la carena

del Prototipo dfc1 por Richardson.....Página 62

**8.-CALCULO DE LA ESTABILIDAD DEL**

**Prototipo dfc1.....Página 63**

**9.-CONCLUSIÓN.....Página 66**

**10.-BIBLIGRAFÍA..... Página 68**



# INTRODUCCIÓN

## HISTORIA DEL CATAMARÁN

El catamarán es una de las embarcaciones más antiguas conocidas en el momento. La palabra catamarán proviene del idioma Malayo – ***Catu (atar) y Maran (caminar)***. Los primeros polinesios unieron 2 largas canoas para desplazarse de una isla a otra. Consideraban la embarcación de mayor seguridad en esta configuración, en lugar de una sola canoa. Hasta hace 2 siglos, la Polinesia ha estado totalmente aislada del mundo occidental cuyo desarrollo en la náutica siguió una línea que, desde aquí, consideramos más “tradicional”, embarcaciones aquilladas o monocascos.

Alrededores del 1780, el celebrado ***Capitán COOK*** anoto en su diario de la existencia de hermosas embarcaciones de hasta 120 pies construidas de madera tratada, barnizada, pulida y pintada, sin embargo la exposición a los nuevos colonos occidentales, hizo disminuir la población de aborígenes considerablemente, y estas hermosas embarcaciones se perdieron en el olvido. Salvo alguna unidad específica y excepcional de los nativos de las islas Hawaii en el Pacífico, el diseño y construcción de los catamaranes, prácticamente desapareció.

En los tardíos 1870, ***Nathaniel Herreshoff*** diseñó y construyó el catamarán Amaryllis de 25 pies de eslora. En 1876 entro victorioso en el New York Yacht Club’s Centennial Regatta y fácilmente batió al resto de embarcaciones participantes. Tras la clara victoria, el “nuevo” y radical diseño fue totalmente prohibido en la participación de regatas. Esta decisión paró el desarrollo de

nuevos modelos de catamaranes. Sin embargo, Herreshoff y su hijo L. Francis, continuaron el diseño y la construcción para ellos mismos, añadiendo orzas practicables en cada uno de los cascos para mejorar la maniobrabilidad, pero sus diseños nunca fueron aceptados.

En 1952, en Inglaterra, **los hermanos PROUT** diseñaron un casco en forma de U, en lugar del tradicional y clásico en forma de V que lo precedía, añadiendo además las orzas practicables.

Con esta variación, la embarcación ganó en maniobrabilidad y la virada por proa fue mucho más sencilla. Estas embarcaciones se popularizaron en Europa debido a su velocidad y confort y el lento proceso en el desarrollo de estas embarcaciones por fin dio un paso al frente. A finales de los 50 ya eran unos cuantos navegantes experimentando en catamaranes, en su construcción y desarrollo. Con la aparición de la fibra de vidrio, resinas y el playwood, las embarcaciones se pudieron construir de forma más ligera, y finalmente en el 1960 Rudy Choy de Hawaii diseñó y construyó un catamarán oceánico capaz de ganar regatas, todavía viable al día de hoy.

Entre los años 60 y 70, el diseñador americano Arthur Piver fue el responsable de la construcción de cientos de Trimaranes en los garajes y trastiendas de muchos navegantes. Desafortunadamente muchas de estas embarcaciones no eran fiables ya el diseñador estaba convencido que cualquier persona sin experiencia náutica podía construir este tipo de embarcaciones y tenerlas preparadas para dar la vuelta al mundo. En cierto momento, hubo tantas embarcaciones de este tipo en construcción, que no había manera de cerciorar que estas embarcaciones estaban siendo construidas con los materiales y de la forma adecuada, o incluso siendo fieles a los planos de diseño entregados por PIVER. El producto final de todas estas construcciones, generalmente fueron embarcaciones inseguras y de materiales paupérrimos e inadecuados. Todavía hay muchos PIVERS navegando por las costas de USA que son seguros y

adecuados, pero hay incontables de ellos que volcaron, se hundieron, quebraron debido a la construcción inadecuada. El propio Arthur Piver desapareció en el mar a bordo de una embarcación diseñada por el mismo, aunque no construida por él. Todo esto finalmente ha creado la mala fama y mala reputación de los multicascos, un legado que desafortunadamente todavía existe en la mente de algunos en el día de hoy.

Jim Brown, un protegido de PIVER, empezó a diseñar sus propios trimaranes que los denominó Searunners. El diseño con una mayor amplitud de manga para su seguridad, una mayor estabilidad de plataforma junto con otras modificaciones. Pronto, prestigiosos diseñadores como Norm Cross, Lock Crowther, John Marples empezaron sus propios diseños de normalmente correcciones y modificaciones de diseños ya existentes, tanto de Catamaranes como de Trimaranes. Estos diseñadores instauraron una forma nueva de construir, ya que estaban involucrados en cada detalle, desde el adecuado diseño de cada detalle de la embarcación, hasta en el proceso final de construcción, todo con el fin de asegurar la seguridad de las embarcaciones.

En el mundo de las regatas es donde los multicascos han podido demostrar al mundo sus capacidades. En la regata más celebrada y famosa, la Raoute du Rhum (OSTAR) de 1976 el canadiense Mike Birch entro segundo a bordo de un catamarán de 31 pies diseñado por Dick Newick llamado Third Turtle. El ganador fue la embarcación de Eric Tabarly, un monocasco de 71 pies. Esta fue la última victoria de un monocasco en esta regata. 4 años después, en 1980, otro diseño de Dick Newick esta vez sí venció en la misma regata con un trimarón llamado Moxie, y patroneado por Phil Weld.

El alto perfil de navegación en regatas que mueven tantos fondos, han ayudado en extremo al desarrollo y a la mejora de estas embarcaciones, así como la evolución en técnicas y materiales de construcción han llevado a los multicascos

a ser embarcaciones fiables, de extrema seguridad y alta efectividad en la navegación, ganando cada vez más aceptación en el mercado náutico mundial.

# **VENTAJAS E INCONVENIENTES**

## **-VENTAJAS**

### **Estabilidad**

Es prácticamente imposible hundir multicasco de crucero bien construido. Debería haber unas condiciones extraordinarias así como negligencia en el uso de la embarcación para poder volcarla. Es cierto que si un catamarán volcara, es imposible adrizar de nuevo, sin embargo no se hundiría, permanecería flotando, dando la posibilidad a la tripulación de tener un elemento más seguro y visible en el caso de rescate. Esto contrasta con un monocasco, que si tuviera una vía de agua o volcase, se hundiría rápidamente dejando a la intemperie a los tripulantes. Esto es debido principalmente a la quilla, construida de fundición de plomo o hierro.

### **Velocidad**

Casi sin excepción, un multicasco será más veloz que un monocasco a misma eslora y tipo. La resistencia de la embarcación al avance, en un monocasco, al disponer de mayor obra viva, mayor es la resistencia al avance. Un catamarán, al no tener quilla, dispone de menos superficie debajo del agua, así la resistencia es menor. Y a tener en cuenta que la velocidad no es solo diversión sino que también es seguridad. Te permite disponer de más tiempo al paso de cada ola en las empopadas, y más arrancada y maniobrabilidad en las ceñidas.

### **Calado**

Evidentemente esta embarcación sin quilla dispone de mucho menos calado que los monocascos aquillados, así pues son más seguras cerca de la costa. A tener en cuenta que el 95% de los accidentes de navegación se producen cerca de las costas debido a colisiones con la obra viva. Poder fondear en una bahía más cerca de la playa o cala, puede ser de mayor protección y seguridad, así

como el fondeo a menor profundidad. Además también en caso de varada accidental, también poder sacar la embarcación del lugar varada es más fácil.

### Varada de trabajo

Y sea a través de una rampa de varada en los puertos, o servicio de travellift, la mayoría de catamaranes de crucero no necesitan cundas de varada, simplemente dejarlos suspendidos sobre su propia estructura de fibra, es suficiente, ahorrando considerables costes a la hora de contabilizar el servicio anual.

### Maniobra en puerto

Al disponer de dos motores separados por la propia manga del barco, la maniobrabilidad en el puerto es de extrema facilidad siendo posible hacer una ciaboga prácticamente sin arrancada. En caso de elementos que dificultan la maniobra como vientos laterales, o para amarrar sin desviaciones de hélice o demás desventajas, el control de dichos elementos con un catamarán es mayor.

## **-DESVENTAJAS**

### Temporales

Así como en un monocasco bien construido, dado el caso, lo mejor que hay que hacer es cerrarlo todo, arriar las velas y quedarse dentro encerrado esperando que pase el temporal, sabiendo que el barco se va a mover incluso 360º, podremos mantenernos a salvo (si no hay rotura de palo), en un catamarán siempre hace falta una persona al timón que mantenga la proa a las olas, o disponer de una muy buena ancla de capa. Para estos casos, un ancla de capa con varios cientos de metros de cabo, y millas de mar a sotavento, son

necesarios para poder encerrarse en el barco, y capear el temporal confortablemente.

### Marinas

Está claro que su mayor manga hace dificultoso encontrar plazas de amarre en la mayoría de puertos del mediterráneo, y más caro el precio del mantenimiento anual.

### Carga

Así como la carga en un monocasco apenas está limitada, más que por cuestiones de capacidad de espacio, un catamarán tiene la capacidad de carga restringida. Mayor peso, significa que los cascos se hundirán más en el agua, aumentando la obra viva, disminuyendo la velocidad, aumentando riesgo de rotura, disminuyendo la capacidad de reacción de la embarcación en temporal, aumentando el riesgo de volcar. Es importante seguir las indicaciones del constructor.

# **SISTEMAS DE PUESTA A SECO DE BUQUES**

## ➤ GRADAS

Se utiliza en la construcción de buques. Son rampas fuertemente cimentadas por donde se deslizan los buques al agua después de la estructura principal. Tienen pendiente de hasta el 10%

Alrededor de las gradas se disponen grúas muy elevadas y potentes. Junto a las gradas se sitúan los talleres de fabricación y construcción.

Botado el barco, se pone a flote y se fondea o amarra en el muelle de armamento para su completada su construcción.



➤ VARADERO

En el sistema más primitivo para poner a seco las embarcaciones una vez construida. En la actualidad se emplea en general para embarcaciones de poco porte

Consiste en un plano inclinado sobre el que se deslaza un carro en el que la embarcación ha sido previamente dejado reposar. El carro se mueve accionado por una maquinilla.

Actualmente se sigue llamando varadero a las instalaciones donde se sacan barcos a seco independiente del sistema usado para ello



➤ DIQUE SECO

Se trata de una esclusa donde se introduce el buque y una vez cerrada, se bombea el agua del interior hasta dejar apoyada la embarcación sobre una cama o picadero.

Para sacarla se llena de agua hasta que el buque flota y pueda salir.

En un mismo dique seco se puede haber diferentes esclusas para trabajar en diferentes buques.



#### ➤ DIQUE FLOTANTE

Es un artefacto naval, en forma de U habitualmente, que mediante inundación de tanques, hunde su base para permitir que la embarcación a reparar ingrese en su interior.

Una vez en su sitio, se achican estos tanques provocando la elevación del conjunto, logrado así la puesta en seco.



Foto: Santiago Mena Sáez (C).

➤ SINCROLIFT

Se trata de una plataforma colocada en el fondo de un dique en el que entra el buque, es izado con una gran cantidad de cables laterales con sus respectivos motores, que operan en forma sincronizada. En la superficie del Sincrolife existen unas vías, que sobre la que se coloca un vagón plano en el que se dispone una coma para que sirva de apoyo al buque.

Cuando la plataforma emerge a la superficie con el buque ya sobre ella, la vía engancha con otra en tierra firme y el barco es remolcado con un tractor (operación lenta).

Se puede reparar varios buques simultáneos teniendo en la superficie espacio para ello



➤ GRÚAS

Diseñadas y equipadas para facilitar las maniobras de izado y botadura de embarcaciones pequeñas

- Travelift: puente grúa con bragas para sujetar la embarcación en su izado



- Grúas plumas





# MOTIVACIÓN

Realmente motivación no lo llamaría sino mas bien ``**interés**``. *¿Interés porque?* Existen diversas cosas que me atraen del sector ingenieril y algunas de ellas pertenecen al naval. Una de cosas son las diferentes artefactos navales que existen, a mí personalmente cuando me enseñan un nuevo artefacto, se me despierta un interés que hace que preguntarme muchas cosas como; *¿cómo funciona?, ¿para qué sirve?, ¿en qué casos se utiliza?, ¿donde se utiliza?* , etc.

Ahora bien yo tengo una cosa clara, que yo en el futuro quiero ser un ingeniero innovador que quizás no invente cosas nuevas, puesto que es muy difícil y la mayoría de las cosas están inventadas, pero lo que si me gustaría hacer es con los aparatos o artefactos existen es mejorarlos, con esto quiero decir que en los programas, sistemas o artefactos existentes, me gustaría ser una persona activa en el desarrollo y avance de la tecnología o en optimizarlos, cambiar su manera de trabajar para que se mas sencillo o cambiar su tamaño para que sea más versátil y que su medio de trabajo sea más amplio, o bien realizar una mejora o adaptar las cosas que ya existen para que tengan otra aplicación.

En conclusión podemos decir que motivación principal es el de poder formarme lo máximo posible para que un día poder terminar como un ingeniero activo, es decir un ingeniero que pueda investigar, experimentar, innovar, etc. Con esto quiero decir que ya que al principio quizás tendría que realizar cosas que no me interesen mucho pero lo que quiero es con el tiempo volver un ingeniero que quiero ser y esa razón creo que es mi máxima motivación.



## CONCEPTOS PREVIOS

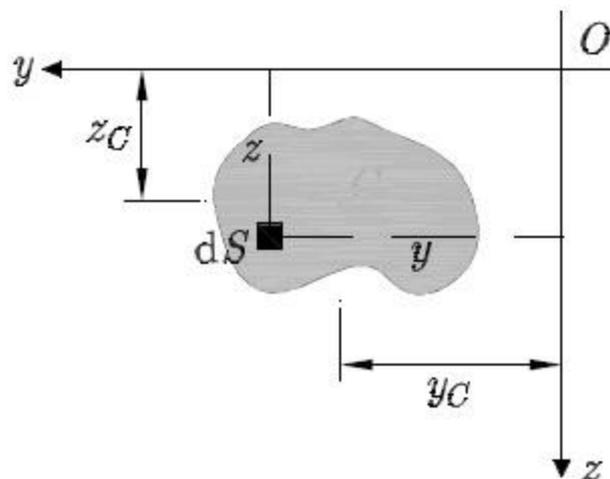
Casi todos los cálculos en arquitectura naval requieren, en una etapa u otra de su desarrollo, la medida de un área.

Las áreas, normalmente, estén definidas por curvas planas continuas, quedando el problema reducido al cálculo del área comprendida entre una línea recta y la curva. Las ordenadas que definen las curvas pueden representar longitudes, áreas o volúmenes con lo que al integrarlas se obtienen, respectivamente, áreas, volúmenes y momentos. Sin embargo, estas curvas tienen formas tales que la ecuación que representa a cada una de ellas no se determina fácilmente, por lo que no es posible medir el área encerrada por ella por el proceso matemático de integración.

Antes de comenzar con los cálculos necesarios para el estudio de estabilidad, es conveniente hacer una serie de definiciones previas para la correcta realización e interpretación de los mismos.

### Momento estático y centroide

Dada una región plana cualquiera, por ejemplo la siguiente figura:



El área  $S$  de la misma se obtiene mediante la expresión:

$$S = \int_S dS$$

Siendo  $dS$  un elemento diferencial de área, con coordenadas  $y$  y  $z$  respecto a un sistema de referencia cartesiano arbitrario, con origen en  $O$ , como el mostrado en la figura. Los momentos estáticos del área con respecto a los ejes  $y$  y  $z$ , se definen como:

$$Q_y = \int_S y * dS$$

$$Q_z = \int_S z * dS$$

Los momentos estáticos pueden ser positivos o negativos, dependiendo de la posición de los ejes  $y$  y  $z$ .

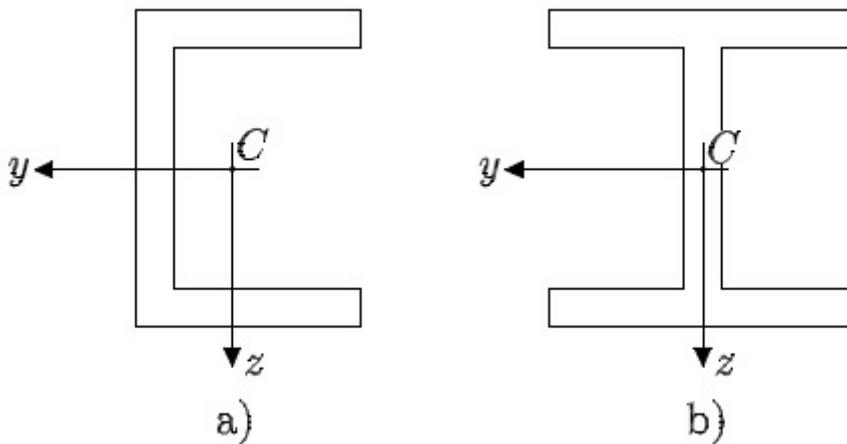
La obtención del centroide es inmediata a partir de los momentos estáticos, mediante las expresiones:

$$y_c = \frac{Q_z}{S} = \frac{\int_S y * dS}{\int_S dS}$$

$$z_c = \frac{Q_y}{S} = \frac{\int_S z * dS}{\int_S dS}$$

Las coordenadas pueden ser positivas o negativas, dependiendo de la posición de los ejes  $y$  y  $z$ .

Si una región plana es simétrica respecto a un eje, el centro de gravedad debe encontrarse sobre ese eje, como se muestra en la *figura a)*, ya que el momento estático de un objeto respecto a un eje de simetría es nulo. Si una región plana tiene dos ejes de simetría, el centro de gravedad se encuentra en la intersección de ambos ejes, como se muestra en la figuras



A menudo, un área se puede descomponer en varias figuras simples. Si se conoce el área  $S_i$  de cada una de estas figuras y la localización de su centroide ( $y_{ci}$ ,  $z_{ci}$ ), desde el mismo sistema de referencia, es posible obviar la integración, y calcular las coordenadas del centroide mediante las expresiones:

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n y_{ci} * S_i}{\sum_{i=1}^n S_i}$$

$$z_c = \frac{\sum_{i=1}^n z_{ci} * S_i}{\sum_{i=1}^n S_i}$$

Si una de las figuras simples tuviera un agujero, dicho agujero se consideraría como una parte adicional de área negativa.

Así mismo, si hubiera un objeto tridimensional con volumen  $V$ , en lugar de una figura plana, su momento  $M_{yz}$  respecto a un plano  $yz$  quedaría expresado de la siguiente manera:

$$M_{yz} = \int_V h * dV$$

donde  $h$  es la distancia mínima del diferencial de volumen  $dV$  al plano  $yz$ .

Y la distancia mínima del centro de gravedad a dicho plano sería:

$$h_G = \frac{M_{yz}}{V} = \frac{\int_V h * dV}{\int_V dV}$$

## **Momento de inercia**

Los momentos de inercia  $I_y$  e  $I_z$  de una superficie plana con respecto a los ejes  $y$  y  $z$ , respectivamente, se definen como:

$$I_y = \int_S z^2 * dS$$

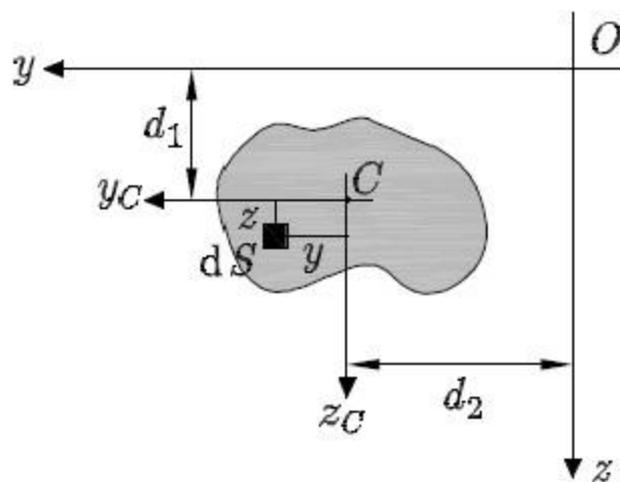
$$I_z = \int_S y^2 * dS$$

Siendo siempre de signo positivo.

## Teorema de Steiner

El teorema de Steiner o teorema de los ejes paralelos, permite relacionar el momento de inercia respecto a un eje cualquiera con el momento de inercia respecto a un eje paralelo al anterior que pase por el centro de gravedad de la sección.

Para una región plana, tomamos un nuevo sistema de referencia con origen en su centro de gravedad  $C$ , y con ejes,  $Y_C$  y  $Z_C$ , paralelos a los del sistema inicial ( $Y, Z$ ), siendo  $d_1$  la distancia entre los ejes  $Y$  e  $Y_C$  y  $d_2$  la distancia entre los ejes  $Z$  e  $Z_C$ . Como se muestra en la siguiente figura, donde se ha denominado  $(y, z)$  a las coordenadas son respecto de este nuevo sistema de referencia.



El momento de inercia respecto al eje  $Y$  es:

$$I_y = \int_S (z + d_1)^2 * dS$$

$$I_y = \int_S z^2 * dS + 2d_1 * \int_S z * dS + d_1^2 * \int_S dS$$

El primer término del segundo miembro es el momento de inercia,  $I_{yC}$ , de la región plana respecto al eje  $Y_C$  que pasa por el centroide de la figura. El segundo término es el momento estático de la región respecto al eje  $Y_C$  (dicha integral es nula ya que el momento estático respecto a un eje que pasa por el centroide es nulo). La integral que aparece en el tercer término es el área total  $S$  de la región. Por lo tanto la ecuación anterior se puede expresar como:

$$I_y = I_{yC} + S * d_1^2$$

De la misma manera, el momento respecto al eje  $Z$  se obtiene mediante la expresión:

$$I_z = I_{zC} + S * d_2^2$$

El teorema de Steiner o teorema de ejes paralelos, para regiones planas, se expresa de la siguiente forma:

*El momento de inercia de una figura plana, con respecto a cualquier eje en su plano, es igual al momento de inercia con respecto a un eje paralelo al anterior y que pase por el centro de gravedad de la figura, más el producto del área por el cuadrado de la distancia entre los dos ejes.*



## 4.-INTEGRACION NUMERICA

### Regla del trapecio

Corresponde al caso más sencillo, ocurre cuando  $n=1$ , es decir, solo tenemos dos nodos:  $x_0=a$  y  $x_1=b$

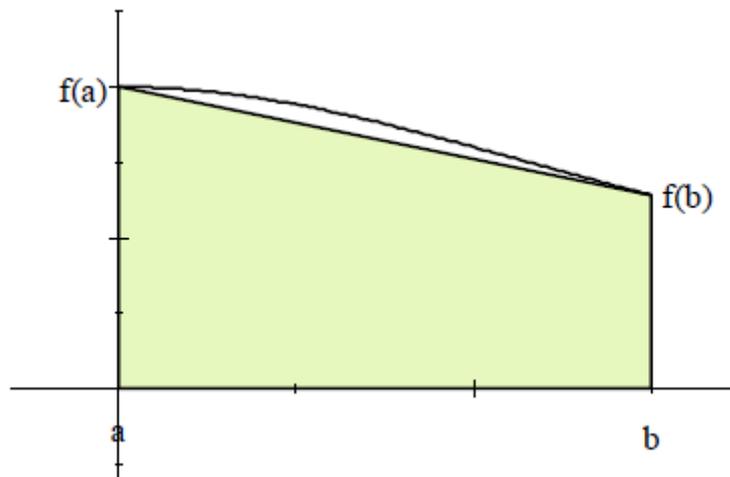
Entonces el polinomio de interpolación es  $P_n(x) = f_0L_0(x) + f_1L_1(x)$

Siendo los polinomios:  $L_0(x) = \frac{(x-b)}{(a-b)} = \frac{b-x}{b-a}$  ,  $L_1(x) = \frac{x-a}{b-a}$

entonces:  $\alpha_0 = \int_a^b L_0(x)dx = \frac{1}{2}(b-a) = \int_a^b L_1(x)dx = \alpha_1$

La regla del trapecio es:

$$\int_a^b f(x)dx \approx S_1 = \frac{(b-a)}{2} (f(a) + f(b))$$



Es decir, aproximamos el área que buscamos  $\int_a^b f(x)dx$ , por el área del trapecio determinado por las rectas  $x=a$ ,  $x=b$ , el eje de abscisas y el segmento de extremos  $(a, f(a))$  y  $(b, f(b))$ .

Esta fórmula es exacta si la función es un polinomio de grado a lo sumo 1,

$f(x) = m * x + c$  , su gráfica es la recta que pasa por los puntos  $(a, f(a))$  y  $(b, f(b))$ .

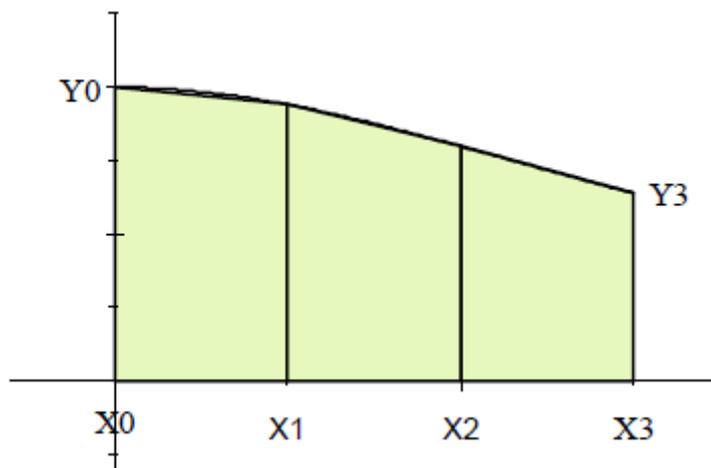
En general, una acotación del error es:  $\left| S_1 - \int_a^b f(x) dx \right| \leq K \frac{(b-a)^3}{12}$  , donde  $K$  es el numero tal que  $|f''(x)| \leq K$  para todo  $x \in [a, b]$

Si se hace una partición del intervalo  $[a, b]$ ,  $P = \{a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n = b\}$ , se puede aplicar la regla del trapecio a cada uno de los subintervalos, obteniéndose la regla del trapecio compuesta:

$$\int_a^b f(x) dx \approx S_n = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^{n-1} (x_i - x_{i-1}) (f(x_i) + f(x_{i-1})) \right)$$

Si los puntos  $a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n = b$  están igualmente espaciados, a distancia  $h = x_i - x_{i-1} = \frac{b-a}{n}$  la formula de la regla del trapecio compuesta es:

$$\int_a^b f(x) dx \approx S_n = h \left( \frac{f(a)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + \frac{f(b)}{2} \right)$$



En este caso, aproximamos la curva  $y = f(x)$  a una línea quebrada formada por segmentos de extremos  $(x_i, f(x_i))$

Con una acotación del error

$$\left| S_1 - \int_a^b f(x) dx \right| \leq K \frac{(b-a)^3}{12 * n^2}$$

Donde  $K$  es un número tal que  $|f''(x)| \leq K$  para todo  $x \in [a, b]$ .

Si el arco de la curva,  $y = f(x)$  en  $[x_i, f(x_i)]$ , tiene una curvatura pequeña, es decir, no se aleja mucho del segmento de extremos  $(x_i, f(x_i))$  y  $(x_{i+1}, f(x_{i+1}))$ ,  $f''(x)$  estará muy próxima a cero y el error cometido será pequeño aunque el número de puntos no sea muy grande.

## **Regla de Simpson**

Corresponde al caso  $n = 2$ , es decir, tenemos tres nodos:  $x_0 = a$ ,  $x_1 = \frac{a+b}{2}$  y  $x_2 = b$

Entonces el polinomio de interpolación es  $P_2(x) = f_0 L_0(x) + f_1 L_1(x) + f_2 L_2(x)$

Siendo:

$$L_0(x) = \frac{(x - x_1) * (x - b)}{(a - x_1) * (a - b)}$$

$$L_1(x) = \frac{(x - a) * (x - b)}{(x_1 - a) * (x_1 - b)}$$

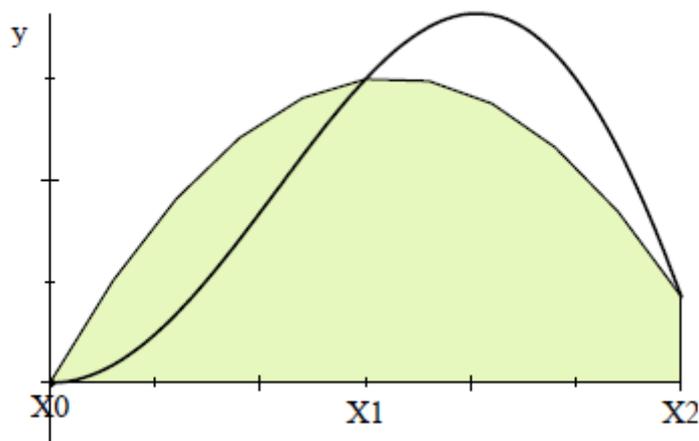
$$L_2(x) = \frac{(x - a) * (x - x_1)}{(b - a) * (b - x_1)}$$

Entonces:

$$\alpha_0 = \int_a^b L_0(x) dx = \frac{1}{6}(b - a) = \int_a^b L_2(x) dx = \alpha_2, \int_a^b L_1(x) dx = \frac{4}{6}(b - a) = \alpha_1$$

Regla de Simpson:

$$\int_a^b f(x) dx \approx S_2 = \frac{(b - a)}{6} \left[ f(a) + 4f\left(\frac{a + b}{2}\right) + f(b) \right]$$



Aproximamos el área que buscamos  $\int_a^b f(x)dx$ , por el área del encerrada por las rectas  $x = a$ ,  $x = b$ , el eje de abscisas y la parábola  $y=P_2(x)$

Como la regla de Simpson se deduce de aproximar la función  $f$  a un polinomio de segundo grado  $P_2(x)$  sabemos que es exacta para los polinomios de grado menor o igual que dos.

Vamos a ver que también es exacta para polinomios de grado 3.

Si  $h = \frac{b-a}{2}$  la fórmula de Simpson adopta la siguiente forma:

$$\int_a^{a+h} f(x)dx \approx \frac{h}{3} [f(a) + 4f(a+h) + f(a+2 \cdot h)]$$

Si  $F(x) = \int_a^x f(x)dx$ , el teorema fundamental del cálculo nos dice que  $F' = f$ .

Y por el teorema de Taylor:

$$\int_a^{a+h} f(x)dx = F(a+h) = hf(a) + \frac{h^2}{2}f'(a) + \frac{h^3}{6}f''(a) + \frac{h^4}{24}f'''(a) + \frac{h^5}{120}f^{(4)}(a) + \dots$$

Aplicando el teorema de Taylor al segundo miembro:

$$\frac{h}{3} [f(a) + 4f(a+h) + f(a+2h)] = 2hf(a) + 2h^2f'(a) + \frac{4}{3}h^3f''(a) + \frac{2}{3}h^4f'''(a) + \frac{100}{3(5!)}h^5f^{(4)}(a) + \dots$$

Combinando los dos desarrollos tenemos

$$\int_a^{a+h} f(x)dx = \frac{h}{3} [f(a) + 4f(a+h) + f(a+2h)] - \frac{1}{90}h^5f^{(4)}(a) + \dots$$

Entonces, el término del error es:  $-\frac{1}{90}h^5f^{(4)}(\xi)$ , para algún  $\xi \in [a, b]$ .

Una acotación del error es:  $|S_2 - \int_a^b f(x)dx| \leq K \frac{1}{90}h^5$ , donde K es un número tal que  $|f^{(4)}(x)| \leq K$  para todo  $x \in [a, b]$

En particular, podemos tomar  $K = \max\{|f^{(4)}(x)|, x \in [a, b]\}$

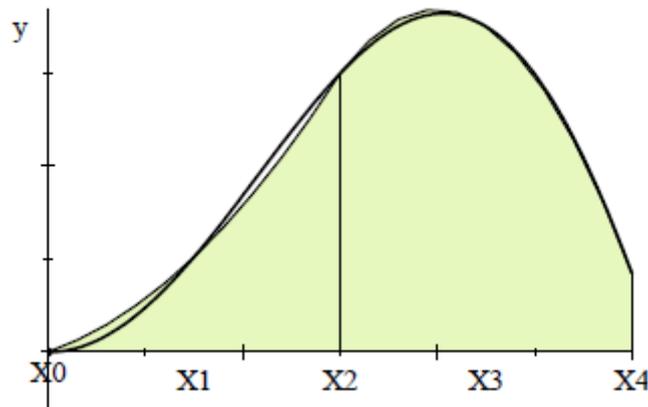
Por lo tanto, la regla de Simpson es exacta para las integrales de polinomios de grado menor o igual que 3, ya que la derivada cuarta de dichos polinomios es cero.

Si se hace una partición del intervalo  $[a, b]$ , usando un número impar de nodos equiespaciados, entonces n es par:  $n = 2k$  con  $k = n/2$  subintervalos:  $[a, b] = [x_0, x_2] \cup [x_2, x_4] \cup \dots \cup [x_{n-4}, x_{n-2}] \cup [x_{n-2}, x_n]$ , de igual longitud:

$$h = x_i - x_{i-2} = 2 \frac{b-a}{n}$$

y se aplica la regla de Simpson a cada uno de estos subintervalos, obtenemos la fórmula de la regla de Simpson compuesta:

$$\int_a^b f(x)dx \approx S_n = \frac{h}{3} \left[ f(a) + 4 \sum_{i=1}^{n/2} f(x_{2i-1}) + 2 \sum_{i=2}^{n/2} f(x_{2i-2}) + f(b) \right]$$



Una acotación del error para esta fórmula es:

$$\left| S_n - \int_a^b f(x) dx \right| \leq K \frac{(b-a)^5}{180n^4}$$

donde  $K$  es un número tal que  $|f^{(4)}(x)| \leq K$  para todo  $x \in [a, b]$ .

Por lo tanto, la regla de Simpson compuesta es exacta para las integrales de polinomios de grado menor o igual que 3.

## Extrapolación de Richarson

Supongamos que con un cierto método obtenemos:

$$F(h) = a_0 + a_1 h^p + O(h^r), r > p$$

Donde  $a_0 = F(0)$  es el valor exacto de la cantidad que queremos aproximar. Aplicando el método a la discretización  $qh$  con  $q > 1$

$$F(qh) = a_0 + a_1 (qh)^p + O(h^r)$$

con lo que tendríamos:

$$F(0) = a_0 = F(h) + \frac{F(h) - F(qh)}{q^p - 1} + O(h^r)$$

Este proceso se conoce como extrapolación de Richardson. Se puede repetir el proceso varias veces. Para mayor simplicidad es conveniente aplicarlo utilizando la discretización en serie geométrica, es decir, con  $h_0, q^{-1}h_0, q^{-2}h_0, \dots$

Daremos a continuación un resultado, que nos da información del error del truncamiento al aplicar extrapolaciones sucesivas. Se puede demostrar aplicando inducción.

- **Teorema 1** *Supongamos que:*

$$F(h) = a_0 + a_1 h^{p_1} + a_2 h^{p_2} + a_3 h^{p_3} + \dots$$

Donde:  $p_1 < p_2 < p_3 < \dots$

Entonces la siguiente sucesión:

$$F_1(h) = F(h)$$

$$F_{k+1}(h) = F_k(h) + \frac{F_k(h) - F_k(qh)}{q^{pk} - 1}$$

Verifica:

$$F_n(h) = a_0 + a_n^{(n)} h^{p_n} + a_{n+1}^{(n)} h^{p_{n+1}} + a_{n+2}^{(n)} h^{p_{n+2}} + \dots$$

Como vemos, el error de truncamiento de la expresión  $F_n(h)$  es  $a_n^{(n)} h^{p_n}$ , el cual decrece con  $n$ , recordar que  $p_1 < p_2 < p_3 < \dots$  y  $h \rightarrow 0$ .

Por otra parte, cabría destacar que para evaluar  $F_{k+1}(h)$  se necesitan  $k+1$  valores  $F_1(h), F_1(qh), \dots, F_1(q^k h)$ .

Para implementarlo puede ser útil el siguiente algoritmo:

Para  $m = 0, 1, 2, \dots$  sea  $A_{m,0} = F(q^{-m}h)$  y para  $k = 1, 2, \dots, m$ .

$$A_{m,k} = A_{m,k-1} + \frac{A_{m,k-1} - A_{m-1,k-1}}{q^{pk} - 1}$$

El valor  $A_{m,k+1}$  es aceptado como una estimación de  $a_0$  cuando  $|A_{m,k} - A_{m-1,k}|$  es menor que una cierta cantidad prefijada.

Por otro lado, resaltar que la longitud de los pasos no tiene por qué estar formando una progresión geométrica. No obstante el algoritmo a implementar sería más complejo, en este caso.

Nótese también que si  $p_j = jp$  las sumas parciales de la expansión del teorema anterior son funciones polinómicas de  $h^p$ .

Además, si  $k+1$  valores  $F(q_0h), F(q_1h), \dots, F(q_kh)$  son conocidos entonces está determinado unívocamente un polinomio de grado  $k$  por las siguientes condiciones:

$$Q((q_i h)^p) = F(q_i h), i = 0, 1, 2, \dots, k$$

Viéndose que  $Q(0) - F(0) = O(h^{(k+1)p})$ , cuando  $h \rightarrow 0$ . Nótese, que  $Q(0)$  es el valor de la última extrapolación.



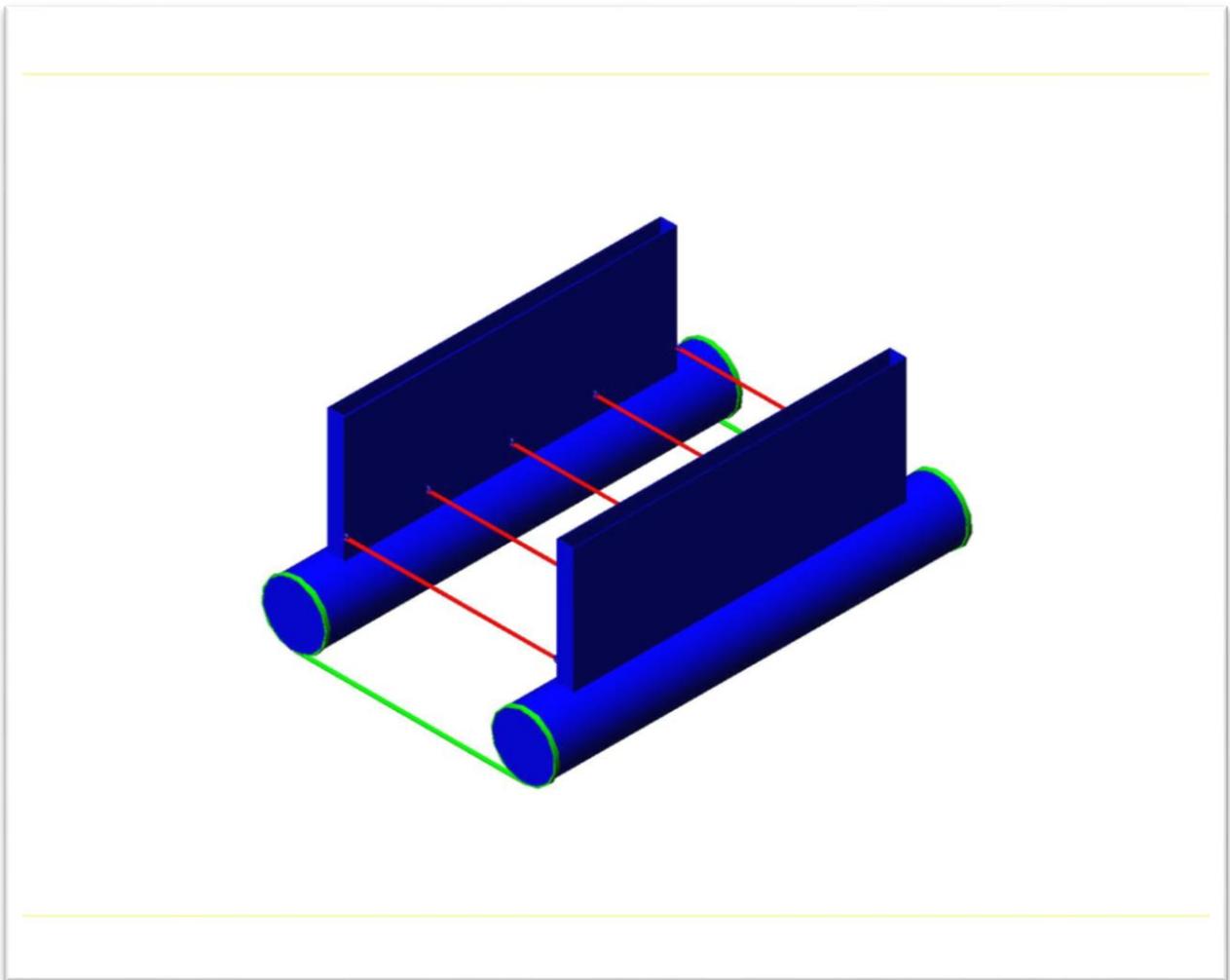
# IDEA O PROYECTO

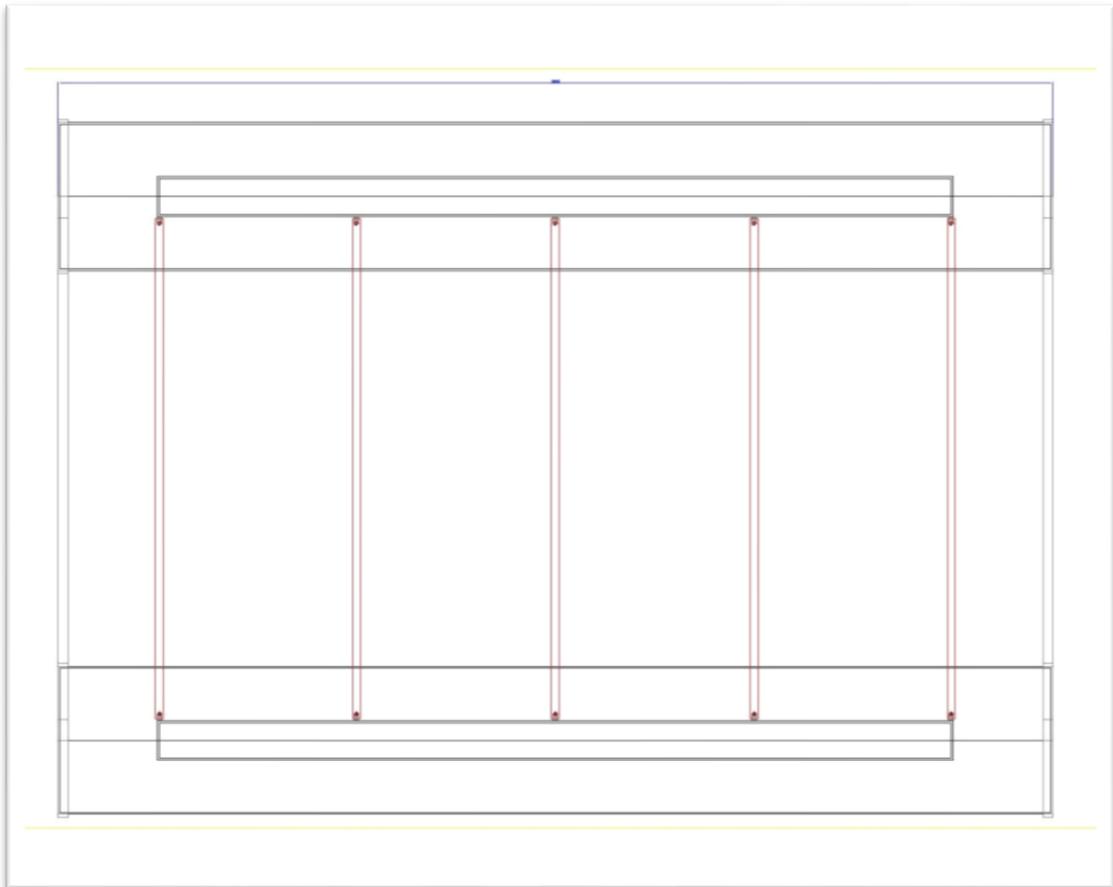
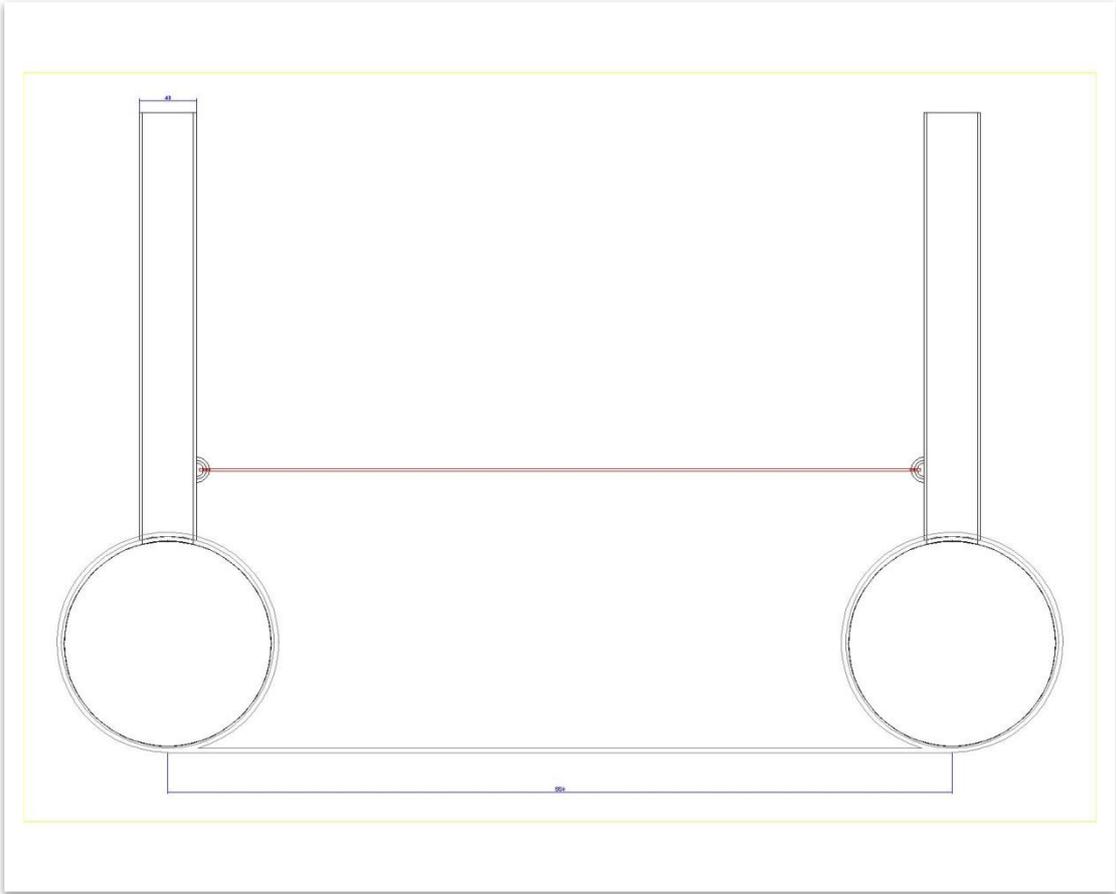
## 5.1-Datos de trabajo

DIMENSIONAMIENTO		UNIDADES
Eslora total	1000	cm
Manga	450	cm
Puntal	450	cm
Calado		cm
Francobordo en emersion	375	cm
Francobordo en inmersion	100	cm
Desplazamiento en rosca	2234,18046	kg
Desplazamiento en inmersion	24071,4587	kg
Desplazamiento en emersion	17671,4587	kg
Desplazamiento maximo	24639,9615	kg
Carga Maxima	22405,7811	kg
Volumen de lastre	22405781,1	cm <sup>3</sup>
Volumen del flotador	1942765,61	cm <sup>3</sup>
Volumen del cilindro interno total	16674581,1	cm <sup>3</sup>
Volumen del cilindro externo total	17671458,7	cm <sup>3</sup>
Volumen del prisma interno total	8654112	cm <sup>3</sup>
Volumen del prisma externo total	9600000	cm <sup>3</sup>
Volumen del prisma interno sumergido	5731200	cm <sup>3</sup>
Volumen del prisma externo sumergido	6400000	cm <sup>3</sup>
Radio de cilindro interior	73	cm
Radio de cilindro externo	75	cm
Anchura del prisma interno	36	cm
Anchura del prisma externo	40	cm
Longitud del prisma interno	796	cm
Longitud del prisma externo	800	cm
Altura total del prisma	300	cm

		1,15	g/cm <sup>3</sup>
		0,00115	kg/cm <sup>3</sup>
LIQUIDO FLOTANTE	Agua Dulce	Densidad (GAMMA)	
		1	g/cm <sup>3</sup>
		0,001	kg/cm <sup>3</sup>
		1	t/m <sup>3</sup>

## 5.2-Prototipo dfc1





## 5.3- Calculo de datos esenciales

### 5.3.1-Calculo de calado en rosca

Linea de agua	T (Calado) (cm)	X (cm)	Y (cm)	Af (Área de flotación) (cm <sup>2</sup> )
0	0	0	0	0
0,5	25	1000	111,8	111800
1	50	1000	141,42	141420
1,5	75	1000	150	150000
2	100	1000	141,42	141420
2,5	125	1000	111,8	111800
3	150	800	40	32000
4	200	800	40	32000
5	250	800	40	32000
6	300	800	40	32000
7	350	800	40	32000
SUMA				

0->0,5		0->1		0->1,5		0->2		0->2,5		0->3		0->4		0->5		0->6		0->7	
Factor Simpson	Factor Volumen	F.S	F.V	F.S	F.V	F.S	F.V	F.S	F.V	F.S	F.V	F.S	F.V	F.S	F.V	F.S	F.V	F.S	F.V
5	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0								
8	894400	4	447200	3	335400	4	447200	3	125775	3	335400								
1	141420	1	141420	3	424260	2	282840	3	159097,5	3	424260								
				1	150000	4	600000	2	106250	2	300000								
						1	141420	4	188560	3	424260								
								1	37266,667	3	335400								
										1	32000	5	160000	1	32000	1	32000	1	32000
												8	256000	4	128000	3	96000	4	128000
												1	32000	1	32000	3	96000	2	64000
																1	32000	4	128000
																		1	32000
	752980		588620		909660		1471460		616949,17		1851320		384000		192000		256000		384000

L.A	Volumen de carena	h	$\Delta$ (Desplazamiento)	UNIDADES
0	0	25	0	kg
0->0,5	1568708,333	25	1568,708333	kg
0->1	4905166,667	25	4905,166667	kg
0->1,5	8528062,5	25	8528,0625	kg
0->2	12262166,67	25	12262,16667	kg
0->2,5	15423729,17	25	15423,72917	kg
0->3	17356125	25	17356,125	kg
0->4	18956125	50	18956,125	kg
0->5	20556125	50	20556,125	kg
0->6	22156125	50	22156,125	kg
0->7	23756125	50	23756,125	kg

		Interpolación			
		x	y		
		1568,708333	25		
DESPLAZAMIENTO EN ROSCA		2234,180457	y	29,98636621	cm
		4905,166667	50		
CALADO EN ROSCA		0,299863662	m		

		Volumen de la Carena			
Calculo		2234180,457	cm <sup>3</sup>		
		Interpolación			
		x	y		
		25	1580000		
Gráfica		29,98636621	y	2242189,43	cm <sup>3</sup>
		50	4900000		
Error		0,358474874	Relativamente pequeño		

### 5.3.2-Volumen de carena en inmersión

Linea de agua	T (Calado) (cm)	X (cm)	Y (cm)	Af (Área de flotación) (cm^2)	Factor Simpson				Multiplicadores				F.S	Factor Volumen		
0	0	0	0	0	1				1	0,1875				0,1875	0,1875	0
0,5	25	1000	111,8	111800	3				3	0,1875				0,1875	0,5625	62887,5
1	50	1000	141,42	141420	3				3	0,1875				0,1875	0,5625	79548,75
1,5	75	1000	150	150000	1	1			2	0,1875	0,1875			0,375	0,75	112500
2	100	1000	141,42	141420		3			3		0,1875			0,1875	0,5625	79548,75
2,5	125	1000	111,8	111800		3			3		0,1875			0,1875	0,5625	62887,5
3	150	800	40	32000		1	1		1		0,1875	0,333333333		0,520833333	0,520833333	16666,66667
4	175	800	40	32000			4		4			0,333333333		0,333333333	1,333333333	42666,66667
5	200	800	40	32000			1	1	2			0,333333333	0,333333333	0,666666667	1,333333333	42666,66667
6	225	800	40	32000				4	4				0,333333333	0,333333333	1,333333333	42666,66667
7	250	800	40	32000				1	1				0,333333333	0,333333333	0,333333333	10666,66667
SUMA																552705,8333

Volumen de la carena	27635291,67	cm <sup>3</sup>
Volumen de la carena	27,63529167	m <sup>3</sup>
h	50	
Desplazamiento	27635,29167	kg
Carga de agua	25401,11121	kg

Carga de agua	Circulo lleno	16674,58106	kg
	Rectangulo	8726,530148	kg
	Manga	36	cm
	Longitud	800	cm
	Altura	303,004519	cm

alturas	pesos
0	0
50	1440
100	2880
150	4320
200	5760
250	7200
300	8640
350	10080
400	11520

como observamos nosotros solo tenemos 300cm por lo tanto realizaremos una modificación de aumentar 50cm mas el tubo

Interpolamos

### 5.3.3-Carga máxima

Línea de agua	T (Calado) (cm)	X (cm)	Y (cm)	Af (Área de flotación) (cm <sup>2</sup> )	F.S	F.V
0	0	0	0	0	1	0
0,5	25	1000	111,8	111800	3	335400
1	50	1000	141,42	141420	3	424260
1,5	75	1000	150	150000	1	150000
SUMA						909660

Volumen de la carena	8528062,5	cm <sup>3</sup>
Desplazamiento maximo	8528,0625	kg
h	25	
Carga maxima	6293,882043	kg
Coefficiente de seguridad	1,048980341	
Carga maxima permitida	6000	kg



## **6.-CURVAS HIDROSTÁTICAS**

### **Generalidades**

Las curvas hidrostáticas no son más que unos diagramas que representan distintas características geométricas del buque, calculadas a partir del plano de formas o la cartilla de trazado. En un sentido amplio podemos considerar tres grupos o familias de curvas:

- Las curvas hidrostáticas normales, o corrientes, también conocidas como carenas rectas. Se entiende que cuando se habla de curvas hidrostáticas, sin especificar nos estamos refiriendo a ellas.
- Curvas de Bonjean.
- Las curvas transversales de estabilidad, más conocidas como curvas KN, carenas inclinadas o panto carenas.

En este proyecto solo se estudiara las primeras curvas

### **Curvas hidrostáticas o carenas rectas**

Son unas curvas o diagramas que representan determinados parámetros del buque en función del calado  $T$ , con la característica típica de que el calado se pone en el eje de ordenadas. Normalmente son las siguientes:

- 1.-Área de la flotación ( $AF$ ).
- 2.-Toneladas por centímetro de inmersión ( $TCI$ ).
- 3.-Abcisa del centro de gravedad (c.d.g.) de la flotación, bien referida a la perpendicular de popa ( $XF$ ), o a la sección media ( $\otimes F$ ).
- 4.-Volumen de trazado. ( $\nabla$ )

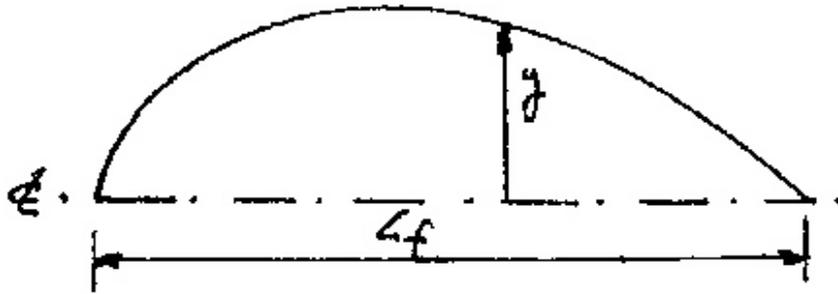
- 5.-Desplazamiento de trazado
- 6.-Ordenada o altura del centro de carena (c.d.c.) ( $KB$ )
- 7.-Abcisa del c.d.c. ( $XB$  ó  $\otimes B$ )
- 8.-Radio metacéntrico transversal ( $BM$  o  $BM_t$ )
- 9.-Radio metacéntrico longitudinal ( $BM_l$ )
- 10.-Momento para alterar el trimado un centímetro ( $MTC$ )

Obviamente, como cada función tiene sus propias unidades, e, incluso, aunque dos funciones distintas se expresen en las mismas unidades (como por ejemplo  $BM_t$  y  $BM_l$ ), su rango de variación es muy distinto, cada curva tendrá su propio factor de escala para poder representarla en el diagrama.

A la hora de utilizar las curvas se debe tener presente que las curvas hidrostáticas están calculadas suponiendo el barco adrizado, por lo que si el buque tiene un cierto trimado, en principio, no se podrían utilizar. No obstante cuando el trimado es pequeño, si entramos con el calado medio ( $Tm = \frac{T_{pr} + T_{pp}}{2}$ ), no se cometen grandes errores.

## **Curvas de áreas de la flotación**

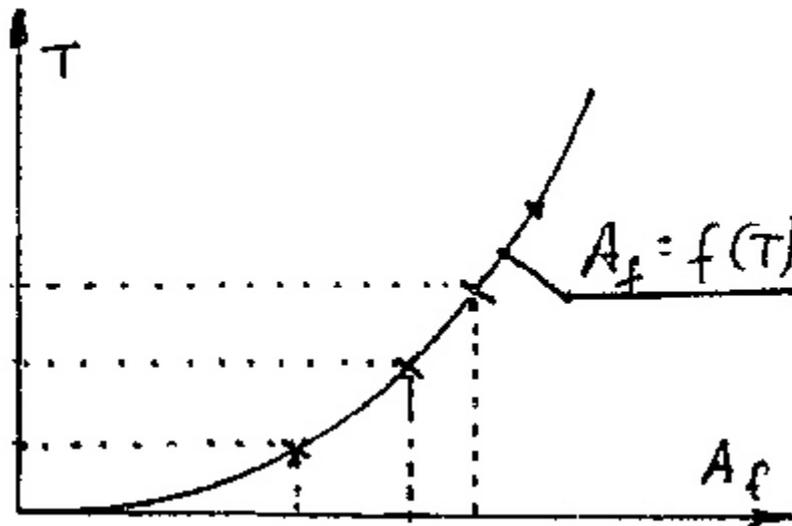
Es la curva básica para obtener todas las demás. Para un calado dado, el área de la flotación se obtiene integrando las distintas mangas, o semimangas, pues lo normal es que la flotación sea simétrica, a lo largo de la eslora en la flotación correspondiente a ese calado.



$$A_f = 2 * \int_0^{L_f} y * dx$$

Siendo y las semimangas.

Normalmente estas áreas se calculan para las distintas líneas de agua, empezando por la línea de agua cero, lo que nos da una serie de pares de valores (T; A<sub>f</sub>), que al llevarlos al dibujo sobre papel milimetrado tendremos un conjunto de puntos. La curva A<sub>f</sub> = f(T) se obtiene trazando la curva que pasa por todos ellos. Quedando como se muestra en la figura.

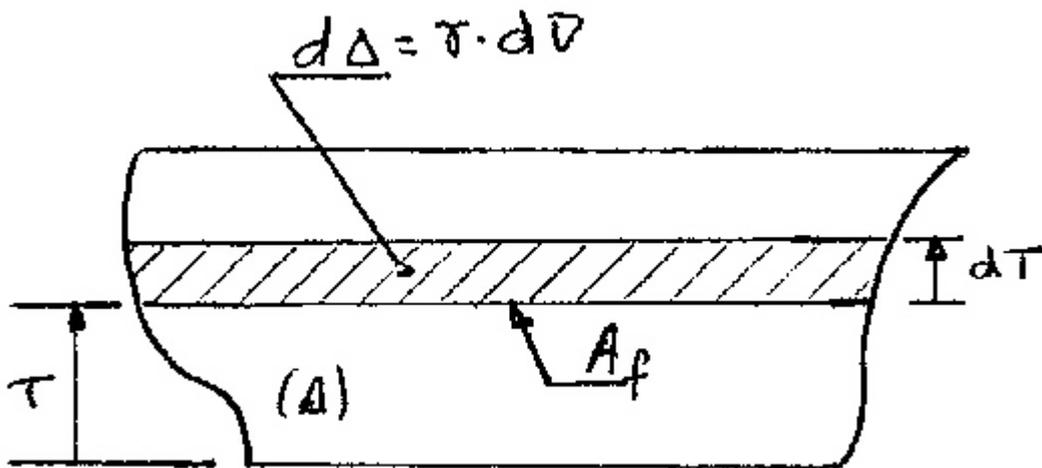


## Toneladas por centímetro de inmersión

Esta curva, en realidad no es más que una adaptación de la anterior, de las áreas de las flotaciones.

Veamos el concepto.

Sea un buque al que para un calado  $T$ , dado, le corresponde un área de la flotación  $A_f$ , y un volumen de carena, y, por tanto, un desplazamiento  $\Delta$ . Supongamos que a partir de esta situación se le carga un peso que le produzca una variación paralela "infinitesimal" de calado  $dT$ . Si el buque estaba en equilibrio, su peso tenía que ser igual a su empuje, es decir, su desplazamiento  $\Delta$ . Al cargarle el peso, para que siga estando en equilibrio, este peso tendrá que ser compensado con el incremento de empuje  $d\Delta$  correspondiente al  $dT$ , y tal que



$$d\Delta = \gamma * dV = \gamma * A_f * dT$$

Si como  $dT$  consideramos 1 centímetro ( $dT = 1\text{cm} = \frac{1}{100} m$ ), entonces el  $d\Delta$  será igual a las toneladas por centímetro de inmersión ( $TCI$ ), es decir, las toneladas que es preciso cargar (o descargar) para que ese calado  $T$  varíe un centímetro.

$$d\Delta = \gamma * A_f * dT = \frac{1}{100} m \rightarrow \left[ TCI = \frac{\gamma * A_f}{100} \right]$$

Con  $\gamma$  en  $t/m^3$  y  $A_f$  en  $m^3$

Desde el punto de vista práctico este concepto se maneja como una simple regla de tres, Si con las  $TCI$  correspondientes el calado dado varía 1cm, cuando cargamos (o descargamos) un peso  $p$  habrá una variación de calado  $dT = \frac{p}{TCI}$ .

Obviamente, se debe ser muy cauto cuando se aplique este concepto, pues la hipótesis o suposición que estamos haciendo es considerar que el área de la flotación permanece constante en toda la variación de calado que se produzca. Por tanto las variaciones de calado tendrán que ser forzosamente pequeñas, a no ser que el buque sea del tipo costados rectos. En ese caso contrario el error que se comete puede llegar a ser muy grande.

En cuanto a la curva en sí, tanto  $\gamma$  como 100 son constantes, por lo que la curva es esencialmente la misma que  $A_f = f(T)$ , lo único que cambia es el factor de escala; antes las unidades eran  $m^2$  y ahora son toneladas. De ahí que en muchos casos sólo se represente una de las dos.

## Abscisa del c.d.g. de la flotación

Como ya se ha dicho, la posición de c.d.g. del área de las distintas flotaciones se obtiene dividiendo el momento estático de esta área, respecto del origen que estemos considerando, entre el área.

En principio, por comodidad de cálculo, se tomará como origen la perpendicular de popa.

$$XF = \frac{m_{\infty}}{A_F}$$

Si se considera como origen la sección media el proceso de cálculo es exactamente el mismo.

Realizando el cálculo con las semimangas, ya que las flotaciones son simétricas.

$$m_{\otimes} = 2 * \int_{L_f} x * y * dx \quad \text{y} \quad A_f = 2 * \int_{L_f} y * dx$$

Siendo  $y$  las semimangas.

Estos valores pueden ser positivos o negativos, es decir, a proa o a popa del origen considerado.

## Volumen de trazado

El volumen de trazado, correspondiente a cada flotación, es el volumen que se calcula con las lecturas del plano de formas o de la cartilla de trazado. Para ello antes se tendrá que calcular la función  $A_f = f(T)$

$$\nabla = \int_0^T A_f * dz$$

También se puede calcular el volumen trabajando con las secciones

$$\nabla = \int_L A_s * dx$$

## Curva de desplazamiento

El desplazamiento (toneladas) se calcula multiplicando el volumen de carena (m<sup>3</sup>) por el peso específico supuesto  $\gamma$  constante, (normalmente 1.025 ó 1.026 t/m<sup>3</sup>).

$$\Delta = \gamma * \nabla$$

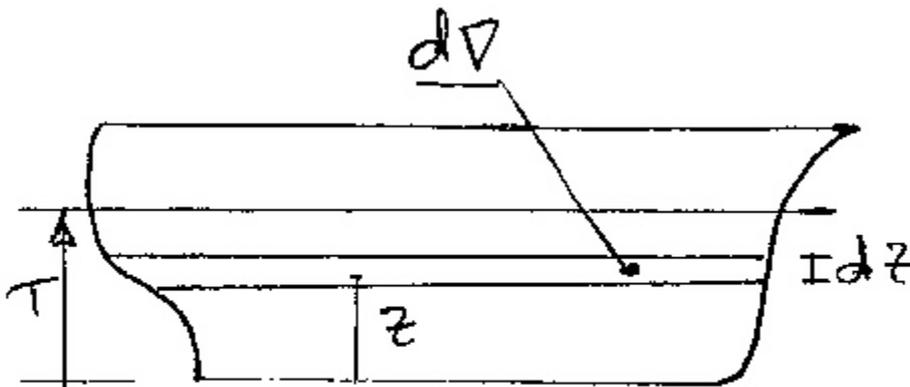
Por tanto, en esta curva lo que en realidad se representa es la función  $\nabla = f(T)$ , de ahí que a la función volumen de carena, en algunos sitios se le llama desplazamiento en agua dulce.

## Altura del c.d.c. sobre la base

Por definición de centro de carena (c.d.c.)

$$KB = \frac{M_K}{\nabla}$$

Siendo  $M_K$  el momento estático del volumen de carena ( $\nabla$ ) respecto al plano base. Si partimos de áreas de las flotaciones:



$$d\nabla = A_f * dz \quad \text{y} \quad dM_K = d\nabla * z = A_f * dz * z$$

Con lo que:

$$M_K = \int_0^T A_f * z * dz \quad \text{y} \quad \nabla = \int_0^T A_f * dz$$

## Abscisa del c.d.c.

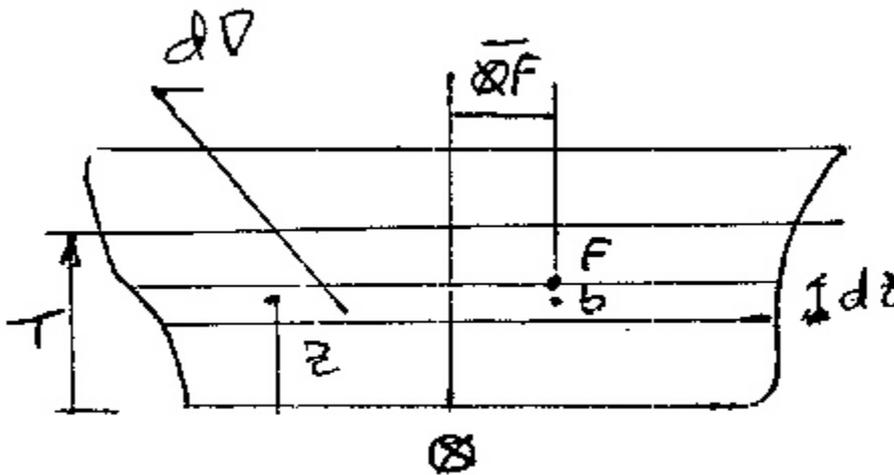
Si se toma como referencia la sección media,

$$XB = \frac{M_{\otimes}}{\nabla}$$

Siendo  $M_{\otimes}$  el momento estático del volumen de carena respecto a la perpendicular de popa.

Si se parte también de las áreas de las flotaciones  $dV = A_f * dz$ , y para un calado  $z$ , el momento de este  $dV$  es

$$dM_x = \otimes b * dV = \otimes F * dV = \otimes F * A_f * dz$$



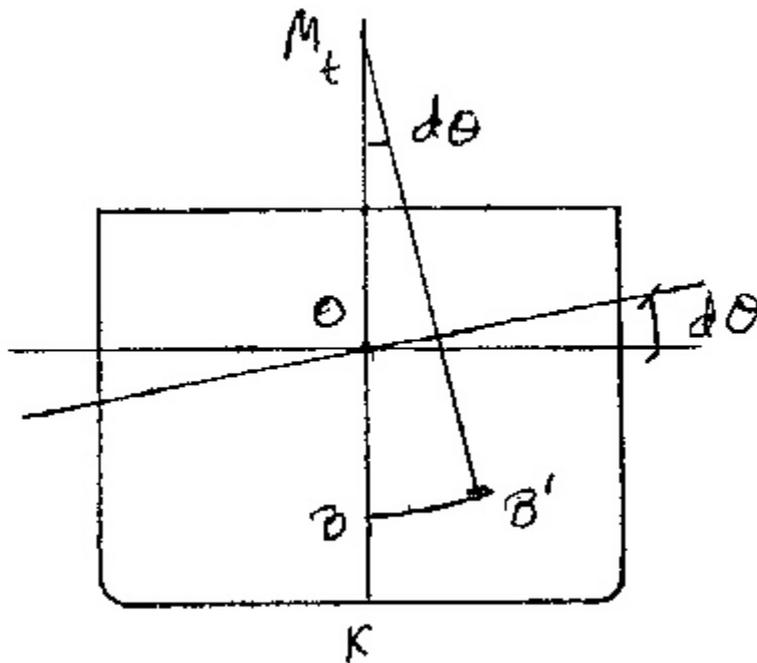
$$\text{Luego } M_{\otimes} = \int_0^T \otimes F * A_f * dz \quad \text{y} \quad \nabla = \int_0^T A_f * dz$$

Si el origen hubiera sido tomado desde la perpendicular de popa, el procedimiento es similar.

## Radio metacéntrico transversal

El radio metacéntrico transversal ( $BM_t$ , o simplemente BM) es el radio de curvatura de la curva que describe el c.d.c. al girar el buque un ángulo infinitesimal en el plano transversal, manteniendo constante el volumen sumergido, y se calcula mediante la expresión

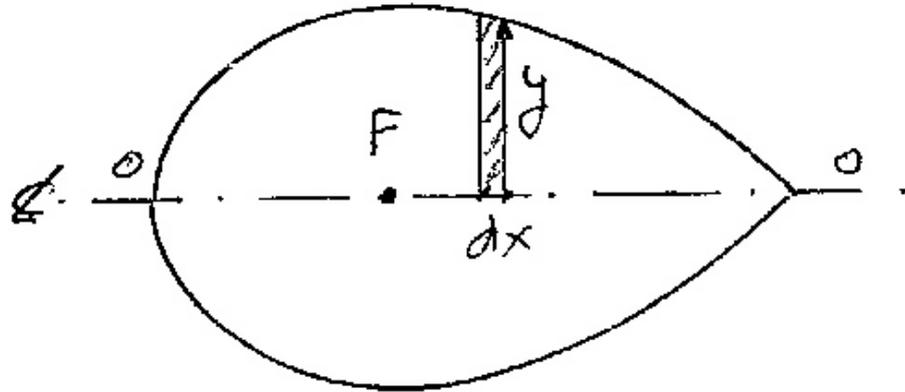
$$BM_t = \frac{I_t}{\nabla}$$



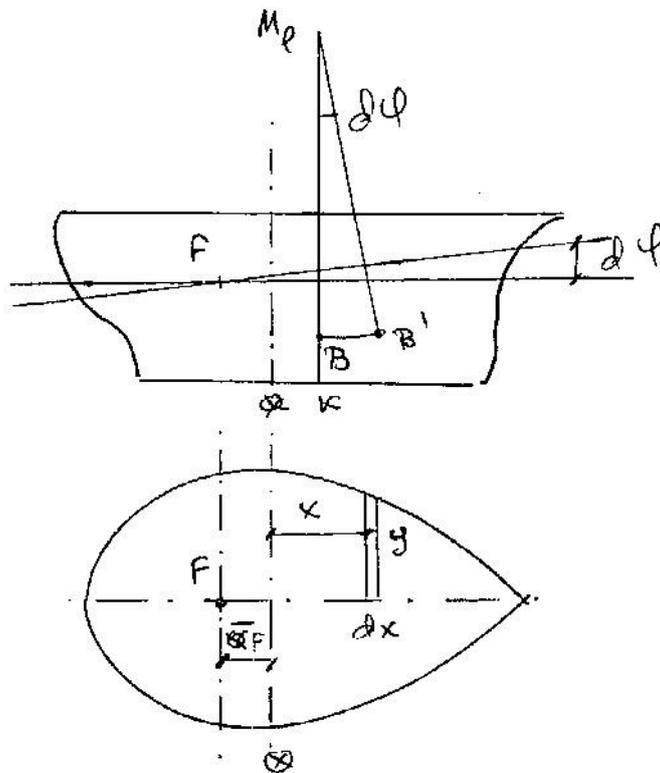
Siendo  $I_t$  el momento de inercia del área de la flotación, respecto de un eje que pasa por la perpendicular al plano de giro y que pasa por su c.d.g.(F). Como las flotaciones son simétricas el momento de inercia queda

$$I_t = 2 * \int_L \frac{1}{3} * y^3 * dx$$

Y siendo  $y$  las semimangas.



**Radio metacéntrico longitudinal**



Es lo mismo que en el caso anterior, salvo que ahora el plano de giro es el longitudinal

$$BM_l = \frac{I_l}{\nabla}$$

$I_l$  es el momento de inercia del área de la flotación respecto del eje transversal que pasa por su c.d.g. (F).

Ahora bien, como quiera que el centro de la flotación F puede estar en cualquier posición, siempre resulta más cómodo calcular primero el momento de inercia respecto del eje paralelo que pasa por la perpendicular de popa o por la sección media ( $I_{\otimes}$ ), después aplicando el teorema de Steiner, obtener  $I_l$

$$I_l = I_{\otimes} - \otimes F^2 * A_f$$

Si, como es habitual, la flotación es simétrica

$$I_{\otimes} = 2 * \int_{L_f} x^2 * y * dx$$

En cuanto a los radios metacéntricos, conviene tener presente que el orden de magnitud de los radios metacéntricos transversales es relativamente pequeño, como mucho la decena, mientras que los longitudinales pueden llegar a la centena, o incluso mayores.

En algunos caso, en vez de dibujar los radios metacéntricos, lo que se dibuja es la distancia del metacentro, transversal o longitudinal sobre la línea base. Para ello se suma, para cada calado, la altura del c.d.c. al radio metacéntrico correspondiente.

$$KM_t = KB + BM_t \quad \text{y} \quad KM_l = KB + BM_l$$

## Momento para alterar el trimado un centímetro

Es el momento necesario para modificar el trimado del buque (diferencia de calados en las perpendiculares) un centímetro para cada flotación, y se calcula mediante la expresión

$$MTC = \frac{I_l * \gamma}{100 * L}$$

Siendo  $I_l(m^4)$ , el mismo momento de inercia que se utiliza para calcular  $BM_l$ ,  $\gamma$  el peso específico supuesto para el agua de mar (normalmente 1.025 ó 1.026 t/m<sup>3</sup>) y  $L$  es la eslora, que debería ser entre perpendiculares, en metros.

## Diferencia en el cálculo hidrostático entre un monocasco y un catamarán

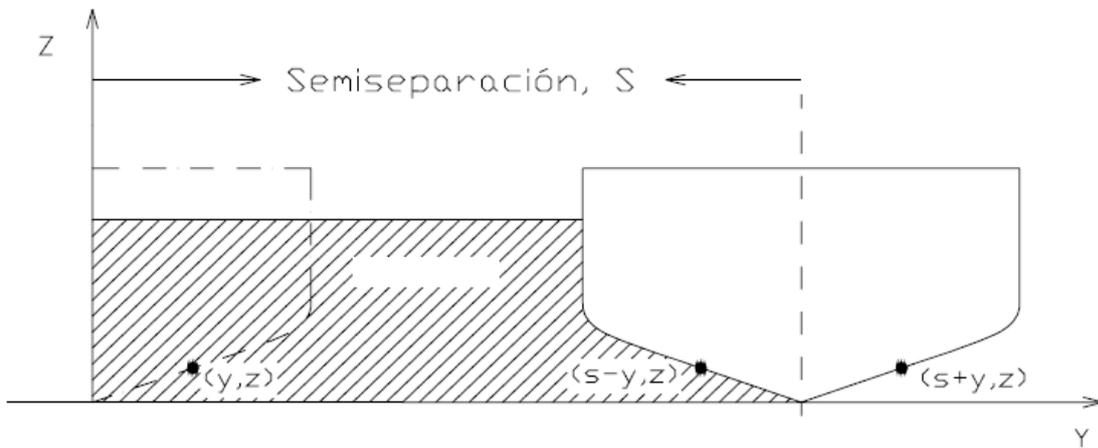
Hay parámetros que hay que saber que se mantiene, es decir que coinciden para el cálculo de un monocasco como para un catamarán como puede ser:

- **Centro de gravedad longitudinal (XG)**
- **Radio metacéntrico longitudinal (BMI)**
- **Momento para alterar el trimado un centímetro**
- **Volumen (que se calculara uno de los cascos y luego se le multiplica por dos)**
- **Al desplazamiento le pasa lo mismo**
- **Distancia al centro de carena (KB)**

La gran diferencia real la encontramos con los parámetros relacionados con la estabilidad trasversal.

- **Momento de inercia trasversal (It)**

$$It_{catamaran} = 2 * (It_{semicascos} * A_{semicasco} * s)$$



- Donde  $I_{semicasco}$  es el momento de inercia respecto al eje trasversal,  $A_{semicasco}$  es el área de uno de los cascos del catamarán y  $s$  es la semiseparación entre cascos:

- **Radio metacéntrico trasversal (BMT)**

Que varía por la simple razón de que es dependiente del momento de inercia trasversal.

## 6.2-Calculos de la curva

T (m)	Af (m <sup>2</sup> )	TCl(toneladas)	XF(m)	V-carena(m <sup>3</sup> )	Δ(toneladas)	KB(m)	BMt(m)	BMI(m)	MTC
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,25	11,18	0,1118	5	1,568708333	1,568708333	0,390860315	148,467692	11878,13753	11,87813753
0,5	14,142	0,14142	5	4,905166667	4,905166667	0,310064218	96,1009056	4805,13744	4,80513744
0,75	15	0,15	5	8,5280625	8,5280625	0,449046897	65,9587098	2931,498215	2,931498215
1	14,142	0,14142	5	12,26216667	12,26216667	0,574014924	38,4427134	1922,172536	1,922172536
1,25	11,18	0,1118	5	15,42372917	15,42372917	0,690208134	15,100272	1208,09521	1,20809521
1,5	3,2	0,032	5	17,356125	17,356125	0,762963723	0,49166121	196,664482	0,245830603
2	3,2	0,032	5	18,956125	18,956125	0,869216121	0,44391749	177,566994	0,221958743
2,5	3,2	0,032	5	20,556125	20,556125	0,955534847	0,41512364	166,049454	0,207561818
3	3,2	0,032	5	22,156125	22,156125	1,085121778	0,38514557	154,0582269	0,192572784
3,5	3,2	0,032	5	23,756125	23,756125	1,230928603	0,35920561	143,6822434	0,179602804

L.A	T (m)	TCI	0->0,5			0->1			0->1,5			0->2			0->2,5																	
			F.S	F.Volumen	FMk	F.S	F.V	FMk																								
0	0	0	5	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0															
0,5	0,25	0,1118	8	0,8944	0,2236	4	0,4472	0,1118	3	0,3354	0,08385	4	0,4472	0,1118	3	0,125775	0,03144375															
1	0,5	0,14142	1	0,14142	0,07071	1	0,14142	0,07071	3	0,42426	0,21213	2	0,28284	0,14142	3	0,1590975	0,07954875															
1,5	0,75	0,15							1	0,15	0,1125	4	0,6	0,45	2	0,10625	0,0796875															
2	1	0,14142										1	0,14142	0,14142	4	0,18856	0,18856															
2,5	1,25	0,1118													1	0,03726667	0,04658333															
3	1,5	0,032																														
4	2	0,032																														
5	2,5	0,032																														
6	3	0,032																														
7	3,5	0,032																														
			0,75298			0,29431			0,58862			0,18251			0,90966			0,40848			1,47146			0,84464			0,61694917			0,42582333		

0->3			0->4			0->5			0->6			0->7		
F.S	F.V	FMk	F.S	F.V	FMk	F.S	F.V	FMk	F.S	F.V	FMk	F.S	F.V	FMk
1	0	0												
3	0,3354	0,08385												
3	0,42426	0,21213												
2	0,3	0,225												
3	0,42426	0,42426												
3	0,3354	0,41925												
1	0,032	0,048	5	0,16	0,24	1	0,032	0,048	1	0,032	0,048	1	0,032	0,048
			8	0,256	0,512	4	0,128	0,256	3	0,096	0,192	4	0,128	0,256
			1	0,032	0,08	1	0,032	0,08	3	0,096	0,24	2	0,064	0,16
									1	0,032	0,096	4	0,128	0,384
												1	0,032	0,112
1,85132		1,41249	0,448		0,832	0,192		0,384	0,256		0,576	0,384		0,96

L.A	Volumen	Mk	h	KB
0	0	0	0,25	0
0->0,5	0,015687083	0,006131458	0,25	0,390860315
0->1	0,049051667	0,015209167	0,25	0,310064218
0->1,5	0,085280625	0,038295	0,25	0,449046897
0->2	0,122621667	0,070386667	0,25	0,574014924
0->2,5	0,154237292	0,106455833	0,25	0,690208134
0->3	0,17356125	0,132420938	0,25	0,762963723
0->4	0,192227917	0,167087604	0,5	0,869216121
0->5	0,20556125	0,196420938	0,5	0,955534847
0->6	0,22156125	0,240420938	0,5	1,085121778
0->7	0,23756125	0,292420938	0,5	1,230928603

COMO SE PUEDE COMPARA CON EL KB  
CALCULADO EN LA ESTABILIDAD SON MUY  
SEMEJANTES

L.A	T (m)	X (m)	Y (m)	It (m.casco)(m^4)	S (m)	It (catamarán)(m^4)	Volumen(m^4)	BMT(m)	It(1-casco)(m^4)	It(casco)(m^4)	BMI(m)
0	0	0	0	0	5,5	0	0	0	0	0	0
0,5	0,25	10	1,118	1,164512527		2,329025053	0,015687083	148,4676918	93,16666667	186,3333333	11878,1375
1	0,5	10	1,4142	2,356954793		4,713909585	0,049051667	96,10090555	117,85	235,7	4805,13744
1,5	0,75	10	1,5	2,8125		5,625	0,085280625	65,95870985	125	250	2931,49822
2	1	10	1,4142	2,356954793		4,713909585	0,122621667	38,44271338	117,85	235,7	1922,17254
2,5	1,25	10	1,118	1,164512527		2,329025053	0,154237292	15,10027198	93,16666667	186,3333333	1208,09521
3	1,5	8	0,4	0,042666667		0,085333333	0,17356125	0,491661205	17,06666667	34,13333333	196,664482
4	2	8	0,4	0,042666667		0,085333333	0,192227917	0,443917485	17,06666667	34,13333333	177,566994
5	2,5	8	0,4	0,042666667		0,085333333	0,20556125	0,415123635	17,06666667	34,13333333	166,049454
6	3	8	0,4	0,042666667		0,085333333	0,22156125	0,385145567	17,06666667	34,13333333	154,058227
7	3,5	8	0,4	0,042666667		0,085333333	0,23756125	0,359205608	17,06666667	34,13333333	143,682243



## 7.-CALCULOS PARA COMPARACION NUMERICA

L.A	T (m)	X (m)	Y (m)	Af (m^2)	0->0,5		0->1		0->1,5		0->2		0->2,5	
					FS	F.V	F.S	F.V	F.S	F.V	F.S	F.V	F.S	F.V
0	0	0	0	0	5	0	1	0	1	0	1	0	1	0
0,5	0,25	10	1,118	11,18	8	7,45333333	4	14,9066667	3	12,5775	4	14,9066667	4	14,9066667
1	0,5	10	1,4142	14,142	1	1,1785	1	4,714	3	15,90975	2	9,428	2	10,01725
1,5	0,75	10	1,5	15					1	5,625	4	20	3	16,875
2	1	10	1,4142	14,142							1	4,714	3	15,90975
2,5	1,25	10	1,118	11,18									1	4,1925
3	1,5	8	0,4	3,2										
3,5	1,75	8	0,4	3,2										
4	2	8	0,4	3,2										
4,5	2,25	8	0,4	3,2										
5	2,5	8	0,4	3,2										
5,5	2,75	8	0,4	3,2										
6	3	8	0,4	3,2										
6,5	3,25	8	0,4	3,2										
7	3,5	8	0,4	3,2										
SUMA						6,27483333		19,6206667		34,11225		49,0486667		61,9011667

0->3		0->3,5		0->4		0->4,5		0->5		0->5,5		0->6		0->6,5		0->7	
F.S	F.V	F.S	F.V	F.S	F.V	F.S	F.V	F.S	F.V	F.S	F.V	F.S	F.V	F.S	F.V	F.S	F.V
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
4	14,9066667	4	14,9066667	4	14,9066667	3	12,5775	4	14,9066667	4	14,9066667	4	14,9066667	4	14,9066667	4	14,9066667
2	9,428	2	9,428	2	9,428	3	15,90975	2	9,428	2	9,428	2	9,428	2	9,428	2	9,428
4	20	4	20	4	20	2	11,25	4	20	4	20	4	20	4	20	4	20
2	9,428	2	10,01725	2	9,428	3	15,90975	2	9,428	2	9,428	2	9,428	2	9,428	2	9,428
4	14,9066667	3	12,5775	4	14,9066667	3	12,5775	4	14,9066667	4	14,9066667	4	14,9066667	4	14,9066667	4	14,9066667
1	1,06666667	3	3,6	2	2,13333333	2	2,4	2	2,13333333	2	2,13333333	2	2,13333333	2	2,13333333	2	2,13333333
		1	1,2	4	4,26666667	3	3,6	4	4,26666667	4	4,26666667	4	4,26666667	4	4,26666667	4	4,26666667
				1	1,06666667	3	3,6	2	2,13333333	2	4,53333333	2	2,13333333	2	2,13333333	2	2,13333333
						1	1,2	4	4,26666667	3	3,6	4	4,26666667	4	4,26666667	4	4,26666667
								1	1,06666667	3	3,6	2	2,13333333	2	4,53333333	2	2,13333333
										1	1,2	4	4,26666667	3	3,6	4	4,26666667
												1	1,06666667	3	3,6	2	2,13333333
														1	1,2	4	4,26666667
																1	1,06666667
	69,736		71,7294167		76,136		79,0245		82,536		88,0026667		88,936		94,40266667		95,336

L.A	T (m)	X (m)	Y (m)	Af (m^2)	0->1		0->2		0->3		0->4		0->5		0->6		0->7	
					F.S	F.V	F.S	F.V	F.S	F.V	F.S	F.V	F.S	F.V	F.S	F.V	F.S	F.V
0	0	0	0	0	5	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
1	0,5	10	1,4142	14,142	8	9,428	4	18,856	3	15,90975	4	18,856	4	18,856	4	18,856	4	18,856
2	1	10	1,4142	14,142	1	1,1785	1	4,714	3	15,90975	2	9,428	2	20,0345	2	9,428	2	9,428
3	1,5	8	0,4	3,2					1	1,2	4	4,26666667	3	3,6	4	4,26666667	4	4,26666667
4	2	8	0,4	3,2							1	1,06666667	3	3,6	2	2,13333333	2	4,53333333
5	2,5	8	0,4	3,2									1	1,2	4	4,26666667	3	3,6
6	3	8	0,4	3,2											1	1,06666667	3	3,6
7	3,5	8	0,4	3,2													1	1,2
SUMA						8,2495		23,57		33,0195		33,6173333		47,2905		40,0173333		45,484

L.A	V.CARENA (m^3)	h	Δ (ton)
0	0	0	0
0->0,5	1,568708333	0,25	1,568708333
0->1	4,905166667	0,25	4,905166667
0->1,5	8,5280625	0,25	8,5280625
0->2	12,26216667	0,25	12,26216667
0->2,5	15,47529167	0,25	15,47529167
0->3	17,434	0,25	17,434
0->3,5	17,93235417	0,25	17,93235417
0->4	19,034	0,25	19,034
0->4,5	19,756125	0,25	19,756125
0->5	20,634	0,25	20,634
0->5,5	22,00066667	0,25	22,00066667
0->6	22,234	0,25	22,234
0->6,5	23,60066667	0,25	23,60066667
0->7	23,834	0,25	23,834

L.A	V.CARENA (m^3)	h	Δ (ton)
0	0	0	0
0->1	4,12475	0,5	4,12475
0->2	11,785	0,5	11,785
0->3	16,50975	0,5	16,50975
0->4	16,80866667	0,5	16,80866667
0->5	23,64525	0,5	23,64525
0->6	20,00866667	0,5	20,00866667
0->7	22,742	0,5	22,742

APROXIMACIÓN DE RICHARSON	Δ (ton) NUEVO
	0
	4,957194444
	12,29397778
	17,49561667
	19,18235556
	20,43325
	22,38235556
	23,9068

COMPARACIÓN			
EMERSIÓN		DESPLAZAMIENTO (Kg)	ERROR
	REAL	17671,45868	0
	SIMPSON	17434	1,343741231
	RICHARSON	17495,61667	0,995062224

## 8.-CALCULO DE LA ESTABILIDAD DEL Prototipo dfc1

CALCULO DE KB, KG,BM, GMt EN TODAS LAS POSICIONES DE TRABAJO DEL DIQUE FLOTANTE FORMA CATAMARÁN Y COMPARACION DE UN MONOCASCO (LO FORMA UNO DE LOS FLOTADORES DEL CATAMARÁN)

Inicial		
Desplazamiento total	4468,360913	kg
Volumen de la carena	4468360,913	cm <sup>3</sup>
Eslora total	1000	cm
Manga total	700	cm
Manga de semicasco	150	cm
Separacion entre cascos	400	cm
Separacion entre semicascos	550	cm
Puntal	450	cm
Calado de diseño	29,98636621	cm
Manga en el calado	119,98	cm

Inmersión		
Desplazamiento total	55270,58333	kg
Volumen de la carena	55270583,33	cm <sup>3</sup>
Eslora total	1000	cm
Manga total	700	cm
Manga de semicasco	150	cm
Separacion entre cascos	400	cm
Separacion entre semicascos	550	cm
Puntal	450	cm
Calado de diseño	250	cm

Estabilidad de un mono-casco		
KB	17,68828809	cm
KG	165,9965374	cm
BM	64,42094307	cm
It	143928012	cm <sup>4</sup>
GMt	-83,88730627	cm

Estabilidad negativo

Estabilidad de un catamaran		
KB	17,68828809	cm
KG	165,9965374	cm
BMt	16309,28151	cm
It	72875756024	cm <sup>4</sup>
GMt	16160,97326	cm

Estabilidad en equilibrio

Estabilidad de un mono-casco		
KB	129,5352727	cm
KG	165,9965374	cm
BM	0,154391954	cm
It	4266666,667	cm <sup>4</sup>
GMt	-36,30687276	cm

Estabilidad negativo

Estabilidad de un catamaran		
KB	129,5352727	cm
KG	165,9965374	cm
BMt	350,4311365	cm
It	19368533333	cm <sup>4</sup>
GMt	313,9698718	cm

Estabilidad en equilibrio

Emersión		
Desplazamiento total	17056,125	kg
Volumen de la carena	17056125	cm <sup>3</sup>
Eslora total	1000	cm
Manga total	700	cm
Manga de semicasco	150	cm
Separacion entre cascos	400	cm
Separacion entre semicascos	550	cm
Puntal	450	cm
Calado de diseño	150	cm

Estabilidad de un mono-casco		
KB	43,16901138	cm
KG	165,9965374	cm
BM	890,4425829	cm
It	7593750000	cm <sup>4</sup>
GMt	767,6150569	cm

Estabilidad negativo

Estabilidad de un catamaran		
KB	43,16901138	cm
KG	251,4963366	cm
BMt	6211,111844	cm
It	1,05938E+11	cm <sup>4</sup>
GMt	6002,784519	cm

Estabilidad en equilibrio

	Áreas	C.D.G respecto del plano base
Circulo	17671,45868	75
Semicirculo	8835,729338	31,83098862
Segmento circular	15171,61913	84,4432956
Rectángulo	12000	300
Rectángulo inmersión	8000	250

Angulo del seg.circular	4,433101393	rad
	254	º



# CONCLUSIÓN

Podemos sacar dos conclusiones que pueden resumir el proyecto.

El primero es que hemos mejorado el volumen de una embarcación, es decir que hemos disminuido el error cometido de la aproximación de Simpson utilizando el método de exportación de Richardson, con lo cual hemos demostrado que se puede disminuir el error que se comete con la aproximación de Simpson para cualquier embarcación.

La segunda conclusión es que el catamarán es más estable que cualquier embarcación y por lo tanto es un artefacto perfecto para la utilización de dique flotante.

Este tipo de artefacto sería perfectos para su utilización en un puerto para barcos de recreo. En la actualidad lo más utilizado son las grúas pero estas están colocados en zonas puntuales del puerto mientras que los diques secos en forma de catamarán tienen la ventaja que se puede trasladar a cualquier zona del puerto.

Claro que se puede mejorar el producto, pero este es un prototipo básico, uno de las mejoras que se podrían poner es la colocación de un propulsor como unas hélices y el cambio de forma de la parte de proa para disminuir la resistencia de avance, es decir hacerlo más redondeado.



# **BIBLIOGRAFÍA**

- 1-** Métodos Numéricos de *Sergio Amat y Sonia Busquier*, 2005,ETSIA-UPCT.
- 2-** Mecánica de Fluidos General de *Manuel Marcelino Sánchez Nieto*, 2007, ETSII-UPCT
- 3-** Manual del Catamarán de *Manuel Figueras*, 2005
- 4-** Apuntes de Hidrostática y Estabilidad del buque de *Olavo Palomo López*, 2010-2011, ETSINO-UPCT.
- 5-** Apuntes de Construcción Naval de *Luis Carlos Belotto Morales*, 2009-2010, ETSINO-UPCT.
- 6-** Análisis de la estabilidad de catamaranes de *José R. Marín L.* 2007, I Jornadas Técnicas de Diseño y Arquitectura Naval.

