



# eicm

**PROYECTO FIN DE CARRERA**

**ESTUDIO DE UNA TÉCNICA DE  
DETECCIÓN DE DAÑO EN UNA VIGA  
MEDIANTE VIBRACIONES  
TRANSVERSALES OBTENIDAS CON EL  
MÉTODO DE SIMULACIÓN POR REDES**

**JEIMMY ZULUAGA OSORIO  
DIRECTOR DE PROYECTO: ENRIQUE CASTRO RODRÍGUEZ**

**CURSO 2011-2012**

# ÍNDICE

## **Capítulo 1: Introducción**

1.1\_ Introducción

1.2\_ Objetivo

## **Capítulo 2 : Técnicas**

2.1\_ Detección del daño

2.2\_ Métodos de vibración para la detección de daños

2.3\_ Metodologías

2.4\_ Objetivo

## **Capítulo 3: Método de simulación por redes**

3.1\_ Introducción

3.2\_ Simulación

3.3\_ Utilización

3.4\_ Dinámica de la vibración transversal para vigas

### 3.5\_Modelo de Timoshenko sobre vigas

#### 3.5.1\_Teoría de la viga de Timoshenko

#### 3.5.2\_Derivación de las ecuaciones cuasiestáticas Timoshenko

#### 3.5.3\_Dinámica de la viga de Timoshenko

#### 3.5.4\_Ecuaciones de derivación del haz combinado de Timoshenko

## **Capítulo 4 : Detección de daño mediante la Transformada de Wavelet**

### 4.1\_Introducción

### 4.2\_ Transformada de Fourier (TF)

### 4.3\_Trasnformada Wavelet (TV)

#### 4.3.1\_Transformada wavelet continua (CTV)

### 4.4\_Metodología de evaluación del daño

#### 4.4.1\_simulación

4.4.2\_ Transformada wavelet

4.4.3\_ Resultados

4.4.4\_ Conclusiones.

# Capítulo 1

## 1.1\_Introducción

La importancia de la detección del daño producido en materiales y estructuras es un aspecto de enorme interés industrial ya que permite disminuir los costes de mantenimiento y los riesgos tecnológicos, económicos y sociales relacionados con la estructura.

Cualquier tipo de estructura de ingeniería, ya sea un edificio, puente, barco o avión, se encuentra expuesta a cargas dinámicas que pueden ser de origen natural, como las debidas al viento o a movimientos sísmicos. Estas cargas generalmente varían en intensidad, dirección y posición de forma repentina. Cuando una estructura se encuentra sometida a una carga dinámica, desarrolla fuerzas de tipo inercial y puede sufrir deformaciones que no siempre son proporcionales a la intensidad de la carga. Debido a todo esto el análisis y control de la salud de estructuras se ha estudiado extensamente a lo largo de las últimas décadas [1].

La búsqueda de alternativas que permitieran reducir la vulnerabilidad de las estructuras civiles ante los efectos de las cargas dinámicas, comenzó a ser estudiada a comienzos del S.XX cuando se propusieron los primeros sistemas de control estructural.

El uso y desarrollo de tecnologías para el control estructural experimentó su mayor crecimiento a partir de la Segunda Guerra Mundial. Durante este periodo, los conceptos de amortiguamiento, aislamiento y absorción de vibraciones fueron aplicados en estructuras aeronáuticas.

En 1950, la teoría de sistemas lineales comenzó a aplicarse en el campo de las vibraciones y la dinámica estructural, propiciando un desarrollo acelerado de estas tecnologías. A partir 1960 los sistemas de control estructural fueron adaptados al campo de las estructuras civiles, principalmente para la protección de edificios y puentes, con el propósito de reducir y controlar los efectos de cargas dinámicas naturales tales como cargas sísmicas y eólicas.

Debido a todo ello, la detección del daño tiene un gran interés social en el que juega un papel importante en obras de ingeniería civil como por ejemplo las que estén localizadas en zonas sísmicas, pues un terremoto podría provocar pérdidas económicas y un gran número de víctimas, un gran ejemplo es Japón que fue el primer país que se preocupó por extender y regularizar el uso de estas tecnologías en sus edificaciones, dado el elevado índice de amenaza sísmica.

Tradicionalmente, se han usado Ensayos no Destructivos (NDT) para la evaluación del estado de estructuras. Entre los métodos NDT se encuentran ultrasonidos, emisión

acústica, corrientes inducidas, termografía, métodos electromagnéticos, líquidos penetrantes, etc. Todos ellos inspeccionan a la estructura en intervalos de tiempo y posiciones fijas, es decir, cuando los técnicos lo realizan. La aplicación de estas técnicas requiere la localización previa de la zona dañada además suelen ser lentas, costosas y de uso limitado. Debido a esto durante los últimos años ha tomado mucha fuerza la idea de inspeccionar la salud de toda la estructura de manera continuada en el tiempo, extrayendo características de la misma que permitan aportar permanentemente conclusiones sobre su estado, y por tanto, sobre su tiempo de vida y la necesidad de eventuales reparaciones.

Así, en sectores como obras de Ingeniería Civil y en la construcción de edificios, y en el diseño y producción industrial en particular la detección de daño en estructuras es muy importante, ha sido objeto de estudio de muchas investigaciones, desarrollándose múltiples métodos y técnicas como los métodos de vigilancia estructural SHM (*Structural Health Monitoring*). El daño es entendido como cualquier cambio en las propiedades dinámicas de la estructura, en su geometría o en sus condiciones de contorno, que puedan afectar negativamente a su rendimiento. Los métodos y técnicas SHM se basan en la observación y evaluación de los registros (señales) recogidos por los sensores instalados en la estructura, tanto las señales de excitación como de su respuesta dinámica a lo largo del tiempo [1,2].

De estas señales se deben extraer características sensibles al daño, la cuales, con un adecuado análisis posterior, permitan detectar y cuantificar el daño.

## **1.2\_OBJETIVO**

El principal objetivo de este proyecto es comprobar el funcionamiento de un nuevo método de detección de daño basado en el análisis de vibraciones para su posible uso como método de vigilancia estructural SHM en una viga, basado en la observación y evaluación de los registros (señales) recogidos por los sensores instalados en la estructura, tanto las señales de excitación como de su respuesta dinámica a lo largo del tiempo.

Para utilizaremos el Método de Simulación por Redes (MSR) como método numérico para simular las vibraciones transversales en una viga y utilizaremos como técnica de análisis de las vibraciones la Transformada Wavelet.

Para el estudio principalmente utilizaremos los programas MATLAB y PSpice.

# Capítulo 2

## TÉCNICAS

### 2.1\_Detección del daño:

La detección de los daños en materiales y estructuras es un aspecto de gran interés práctico que permite disminuir costes y mantenimiento. Desde la antigüedad ha sido un tema de investigación.

Se han desarrollado múltiples técnicas que se conocen, según si se trata de monitorización en diferido o en tiempo real, como “NON- DESTRUCTIVE TESTING “(NDT) o “STRUCTURAL HEALTH MONITORING” (SHM)

Los SHM incluyen técnicas locales y globales, para este último proceso de detección del daño se requiere:

-excitar la estructura, bien sea de manera artificial (mediante impacto) o de manera natural ( ruido, viento, terremoto)

- procesar las señales adquiridas, introduciendo variables características que sean sensibles a los mecanismos de daños esperados.

-introducir y aplicar algoritmos para la identificación del daño a partir de las variables características.

### NIVELES DE DAÑO

Existen 4 niveles de diagnostico daño según Rytter [3]

-Nivel 1: detección de la existencia de daño ¿Existe daño?

-Nivel 2: localizar el daño ¿Dónde esta el daño?

-Nivel 3: extensión del daño ¿A qué zona afecta el daño?

-Nivel 4: pronóstico del tiempo de vida restante de la estructura ¿cómo va a evolucionar el daño?

Como argumentan Fietzen y Güemes [4], son muchos los problemas aún sin resolver en cada uno de estos niveles.

Son muchos los trabajos que podemos encontrar en los últimos años que abarcan el tema de detección de daño, lo que pone de manifiesto su interés y actualidad ya que realizar el mantenimiento solo cuando sea necesario (*Maintenance on Condition*) es uno de los grandes objetivos de la industria en general [2].

Existen varios procedimientos para abordar la detección de daño dependiendo del tipo de estructura. Quizás los más desarrollados son los que se basan en extraer los modos propios de vibración de la estructura (análisis modal) intentando observar variaciones de los mismos cuando la estructura está dañada. Cuando el tamaño del defecto es pequeño, estos procedimientos con los tratamientos de la señal no llegan a tener la suficiente capacidad de discriminación, además el análisis modal requiere de una amplia red de sensores, por lo que su implementación industrial resulta costosa. Es por ello que recientemente están teniendo más auge los procedimientos basados en las perturbaciones que un defecto puede producir en una onda elástica transitoria que se propaga por la estructura. No obstante, el desarrollo actual de estas técnicas no es el mismo que el de las primeras, fundamentalmente por la escasez de algoritmos capaces de correlacionar la respuesta experimental de la estructura con su daño y llevar esta información a una forma útil, sin falsas alarmas. En definitiva, para aumentar la sensibilidad a la existencia del defecto, e incluso para mejorar su ubicación, se requiere introducir modelos computacionales, tal y como sugieren Frierzen, Güemes y Chang. Además se hace necesaria la participación en el problema de técnicas avanzadas de tratamiento de señales que permitan aumentar la capacidad de discriminación entre estructuras dañadas y no dañadas, a partir de un análisis más productivo de los datos captados por los sensores.

Debido a que las señales de vibración registradas de las secciones son señales de naturaleza aleatoria, los procesos para analizar estas señales deben ser de tipo estocástico, es decir, deben basarse en funciones de probabilidad, razón por la cual se denominan métodos estadísticos de vibraciones. Según el modelo estimado mediante las señales, los métodos estadísticos de vibraciones pueden ser paramétricos (basados en modelar la señal temporal por funciones paramétricas) o no-paramétricos. Los métodos no paramétricos tienen la ventaja de tener un nivel de complejidad menor, por lo que requieren un menor coste computacional. Su principal desventaja es que al ser más generales, su precisión es menor. Estos métodos se basan generalmente en modelos en el dominio de la frecuencia.

Entre los métodos no paramétricos se encuentran la densidad espectral de potencia, PSD, la función de respuesta en frecuencia, FRF, o la función de coherencia. Los métodos estadísticos no paramétricos de vibraciones se basan en comparaciones cuantitativas entre la respuesta de vibración del elemento estructural inspeccionado (para el cual el daño es desconocido) y la respuesta de vibración de un elemento sano utilizado como línea de base.

Estos métodos incorporan una prueba estadística para la detección del daño, es decir, determinar si el elemento está sano o no (Nivel 1 en SHM); determinar la ubicación del daño (Nivel 2 de SHM); determinar el tipo de daño (Nivel 3 de SHM); y finalmente determinar la magnitud del daño (Nivel 4 de SHM) o estimación del daño.

Según Frierzen, son tres los pilares básicos sobre los que se debe asentar una técnica de SHM eficiente, teniendo la cuenta que el fallo de uno inducida el fallo total de la técnica estos son:



1. -medidas precisas de los datos
2. -manejar un modelo físico-matemático de referencia que se obtiene adaptando el modelo numérico inicial del problema a los datos disponibles en una base de estructuras no dañadas.
3. -usar algoritmos eficientes para extraer parámetros de daño usando tanto los datos medidos como los del modelo numérico.

## **2.2\_Métodos de vibración para la detección de daños**

Como es bien conocido, la dinámica de un sistema puede ser descrita mediante su respuesta a las vibraciones. Así, los métodos basados en el análisis de vibraciones, reconocen los cambios en dichas propiedades dinámicas ya que se basan fundamentalmente en el principio físico de que los cambios en las propiedades físicas de la estructura como masa ( $M$ ), amortiguamiento ( $C$ ) y rigidez ( $K$ ) producen cambios en la respuesta vibracional del sistema.

La mayoría de los trabajos realizados mediante análisis de vibraciones tratan los casos de vigas, placas, puentes, plataformas marinas, estructuras civiles y aeroespaciales y materiales compuestos. Este cambio físico en el disipador produce cambios en sus frecuencias de resonancia, las cuales pueden ser obtenidas del registro temporal de vibraciones mediante el método de vibraciones.

Las técnicas basadas en vibraciones analizan dichos cambios en las frecuencias de resonancia, modos de vibración y amortiguamientos del sistema. También se incluyen en estas técnicas otros procedimientos como los que usan un modelado numérico y de detección de respuestas no lineales. La aplicación de uno u otro de estos métodos depende del tipo de problema y del tipo de estructura en cuestión.

## 2.3\_METODOLOGÍAS

Las metodologías que usaremos en este proyecto incorporadas al problema de SHM son:

### - Método de simulación por redes "MSR":

Para la modelización de vibraciones en estructuras. El objetivo es introducir este método para tratar de obtener mejoras sobre otros métodos.

Los fundamentos se basan en la elaboración de un modelo en red eléctrica equivalente al proceso físico en estudio y posterior simulación por el programa PSPICE. Es un modelo de red equivalente cuando las ecuaciones diferenciales que la dominan y las ecuaciones de la red elemental son iguales. Esta equivalencia determinará el campo de aplicación del método y establecerá la validez de la red.

Para obtener el modelo de red partiendo de un modelo matemático, se elabora una celda de red elemental, donde las ecuaciones con las variables matemáticas son independientes en el tiempo y la posición, que serán resueltas con el PSPICE.

La asociación de estas redes describirá un proceso en un medio finito donde ser exacto es muy importante para conectar bien cada celda elemental.

### - Transformada de Wavelet (TW):

Como técnica avanzada de tratamiento de señales para la discriminación de señales de vibración generadas por estructuras intactas y dañadas. Esta técnica está muy bien desarrollada y aplicada en otros campos detectándose como una técnica muy válida para este fin. Podemos decir que el análisis de TW es una herramienta fundamental que permite determinar el daño y localizarlo. Se basa mediante el análisis local de una señal.

### **2.3.2\_Objetivos**

El fundamento de este proyecto es la detección del daño, realizarlo de una forma correcta aplicando adecuadamente los métodos MSR y TW como técnicas de simulación y de análisis de señales.

Con el MSR estudiaremos las vibraciones transversales en una viga apoyada, es decir, realizaremos una simulación numérica sobre una viga, en una serie de posiciones a lo largo de ella.

En cuanto a los estudios que se persigue con la TW, evaluaremos la si la detección del daño a sido correcta.

# CAPITULO 3

## MÉTODO DE SIMULACIÓN POR REDES

### 3.1\_Introducción.

El método de simulación por redes (MSR) es un método físico matemático de simulación y estudio de sistemas dinámicos, basados en la elaboración de un modelo en red eléctrica equivalente al proceso físico y simulación mediante la implementación de circuitos adecuados.

Un modelo en red se considera equivalente a un determinado proceso cuando, en su descripción las ecuaciones del modelo matemático y las ecuaciones del modelo en red para un elemento de la celda elemental, correspondientes a variables analógicas.

La técnica de elaboración del modelo consiste en reticular el espacio en elementos de volumen, al aplicar en las ecuaciones diferenciales, se obtiene un conjunto de ecuaciones en diferencias finitas que se constituyen en el punto de partida para la obtención del modelo en red correspondiente a cada celda elemental.

Una vez seleccionada la correspondencia entre las variables dependientes del problema y variables eléctricas, tensiones e intensidades, permite interpretar los resultados de la simulación en términos del proceso que se modela. La asociación de celdas, de acuerdo con la geometría del problema, configura el modelo en red correspondiente a todo el medio finito, que sea más preciso cuanto mayor sea el número de estas celdas. Las condiciones de contorno e iniciales se incorporan al modelo de manera simple mediante dispositivos eléctricos adecuados.

El método de simulación por redes presenta unas diferencias significativas con respecto a los métodos numéricos clásicos, desde un punto de vista conceptual supone la sustitución de un complicado sistema de ecuaciones diferenciales, que ya no es necesario manipular por un circuito eléctrico equivalente, de cuya solución se encarga el PSPICE [5,6]. El software, es el que resuelve las ecuaciones numéricamente y donde resulta fácil visualizar la interconexión entre flujos y fuerzas y relacionar los procesos físicos locales con la evolución de las variables en los componentes electrónicos que simulan el medio.

Las diferencias de estrategias más notables, propias de este método, el compararlo con otros métodos clásicos. Cuando en una ecuación en derivadas parciales se hace una doble reticulación, espacial y temporal, se reemplazan de hecho las derivadas parciales por aproximaciones algebraicas, lo que conduce a un conjunto de ecuaciones algebraicas que aproximan las EDP; para la solución numérica de estas se utiliza un software adecuado, generalmente un software de lenguaje propiamente matemático. Este procedimiento es la base de los bien conocidos métodos numéricos de diferencias finitas, elementos finitos y volúmenes finitos. Como ya se ha comentado, la elaboración del modelo en red pasa por la reticulación espacial, pero no temporal; la variable independiente tiempo se mantiene como variable continua. Se parte, pues, de un sistema de ecuaciones en derivadas parciales cuya reticulación espacial las

convierte en ecuaciones diferenciales ordinarias en el tiempo, que son las del circuito correspondiente a una celda elemental. En el MESIR (al igual que en el llamado método de líneas) la reticulación es sucesiva; una primera etapa de reticulación espacial de la que se obtiene el modelo en red y una segunda etapa, de reticulación temporal, realizada por el propio software de resolución de circuitos en el proceso de simulación.

## 3.2\_Simulación

Una de las bases del MSR son los programas de simulación de circuitos, que se ejecutan con el programa PSPICE. Una vez traducido el modelo en un lenguaje interpretable por Pspice, se ejecuta (simula) en este software el cual proporciona toda la información solicitada. De esta forma se obtienen los datos correspondientes a medidas típicas de laboratorio con un margen de error despreciable y sin afectar al circuito; más aún, pueden alterarse las condiciones iniciales de contorno, y las características de humedad del medio con sencillos cambios en el programa, y el análisis puede aportar datos sobre el comportamiento del circuito más allá de los límites virtuales que se pueden obtener con medidas reales de laboratorio.

Además es posible la parametrización de alguna de las características a estudiar y solicitar un barrido de la misma para un determinado rango de valores. Esto permite observar directamente la influencia de cada uno de los parámetros del proceso en la solución.

El conjunto de tareas que componen el proceso de simulación puede ser agrupado en los tópicos o algoritmos de computación.

- Formulación de ecuaciones
- Solución de ecuaciones lineales
- Solución de ecuaciones no lineales
- Integración numérica

PSPICE es miembro de la familia de programas de simulación de circuitos SPICE2 [5] mucho más potente y rápido que sus predecesores, fue desarrollado en la universidad de California en los años setenta y utiliza algoritmos numéricos más refinados con formatos de entrada y salida idénticos. El uso extendido de PSPICE da fe de su capacidad para el tratamiento de una extensa variedad de problemas en simulación de circuitos, resolviendo:

- Respuesta en corriente continua
- Respuesta transitoria y análisis de Fourier en el dominio de la frecuencia
- Análisis de pequeña señal en corriente alterna y distorsión

De estas posibilidades nuestro interés se ciñe al estudio de transitorios y estacionarios. En el análisis de continua PSPICE determina el punto de trabajo, es decir, los valores de polarización de sus componentes en ausencia de excitaciones alternas. Para el análisis transitorio PSPICE parte del intervalo de tiempo  $(0,t)$  solicitado, que puede ser menor o mayor que la duración del transitorio, y facilita los datos en forma de listado o mediante gráficas. Si los resultados se quieren en forma tabular el usuario debe indicar el instante inicial, el final, el paso temporal y el número de variables listadas; si se

solicitan en forma gráfica, una simple sentencia de programa permite organizarlos y almacenarlos para ser utilizados con ese propósito en cada momento.

Los algoritmos utilizados en PSPICE, son el resultado de implementaciones, modificaciones y comparaciones cuidadosas de los métodos numéricos existentes en el contexto especial de la simulación especial de circuitos. El objeto del proyecto es seleccionar los métodos de simulación de circuitos más exactos y eficaces, con una mínima interacción por parte del usuario.

La síntesis de entrada no requiere especiales disposiciones ordenadas de datos, su estilo puede catalogarse más bien como libre y dispone de una razonable fuente de datos que se adjudican por omisión a los componentes cuando estos no se especifican en detalle. También realiza un buen número de chequeos para asegurar que el circuito a sido introducido correctamente y que el resto de las sentencias de programa están bien escritas, advirtiendo al programador de posibles errores mediante mensajes previos a la ejecución.

En definitiva, un usuario principalmente necesita especificar un número mínimo de parámetros y controles de simulación para extraer unos resultados de simulación aceptables.

El programa se estructura como un listado que contiene todos los componentes eléctricos del circuito (aunque existe la posibilidad de organizar el programa mediante subcircuitos), resistencias, condensadores, fuentes, interruptores, etc., que se introducen uno a uno indicando el nombre, valor, nudos de conexión y otros parámetros característicos.

La simulación está estructurada en cinco subprogramas principales, que interaccionan entre ellos a través de una estructura de datos que es almacenada en un área común del programa.

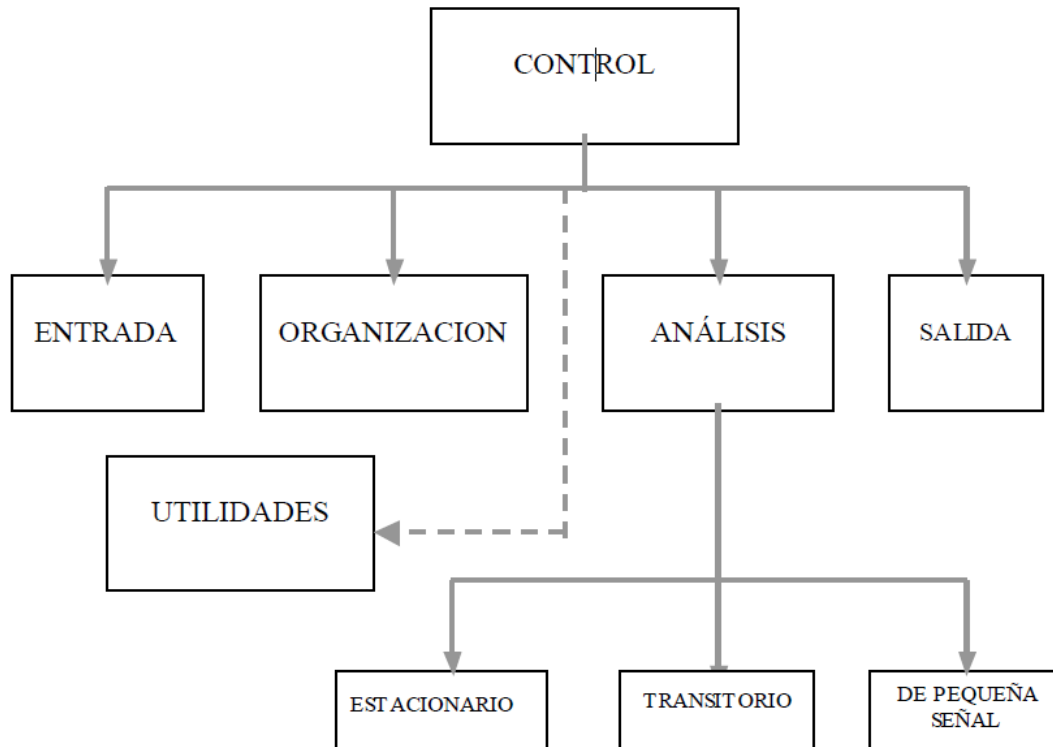
Estos subprogramas son: *entrada, organización, análisis, salida y utilidades*

En el proceso de simulación el circuito se presenta al ordenador como un conjunto de ecuaciones matemáticas, que mediante procedimientos de análisis numérico, nos proporciona la información que buscamos.

Una vez obtenido todos los datos se puede aportar datos sobre el comportamiento del circuito con medidas reales.

La simulación está estructurada en cinco subprogramas principales, que interaccionan entre ellos a través de una estructura de datos que es almacenada en un área común del programa.

Estos subprogramas son:



## MODELO EN RED

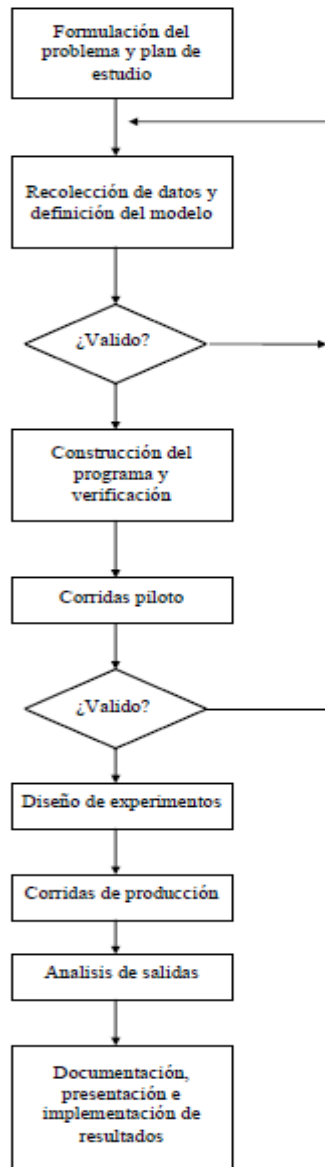
El software PSpice se programa, con un lenguaje sencillo sin disposiciones especiales para la ordenación de datos, este programa realiza un buen número de chequeos para asegurar que el circuito ha sido introducido correctamente advirtiéndonos de los posibles errores mediante mensajes previos a la ejecución. También admite la programación a través de una interfaz gráfica (aplicación *Schematics*), que construye y ejecuta los programas de análisis, aumentando rapidez de programación y la versatilidad del método en determinadas aplicaciones. En el proceso de simulación, se obtiene la solución numérica de la representación matemática del modelo en red. Esta contiene

- Las ecuaciones matemáticas de los diferentes tipos de mono puertas
- Las ecuaciones correspondientes a las restricciones impuestas por las leyes de Kirchhoff, propias de la teoría de circuitos, que han de satisfacerse entre las ramas y nudos del circuito.
- La información particular sobre la interconexión de los diferentes componentes eléctricos de cada modelo, dando lugar toda esta información a un extenso sistema de ecuaciones algebraico-diferenciales.

### 3.3 Utilización.

- **Formulación del problema y plan de estudio:** Hay que definir de manera correcta los objetivos, detalles específicos que se quieren cubrir, alternativas de diseño y de los criterios de evaluación.
- **Recolección de datos y definición del modelo:** La Información y los datos deben de ser guardados a la medida de lo posible para ser usados en la determinación de aspectos operativos y de las distribuciones de las variables aleatorias usadas en el modelo.
- **¿Valido?:** La validación la vamos a efectuar a lo largo de todo el estudio.
- **Construcción del programa y verificación:** Hay que decidir que lenguaje usar.
- **Corridas piloto:** Se hacen para validar el modelo verificado y lo veremos con más detalle más adelante.
- **Diseño de experimentos:** Hay que decidir que diseños del sistema se simularan y en cada caso hay que decidir sobre el tiempo de corrida de la simulación, las condiciones iniciales, la longitud del estado transitorio, y el número de replicaciones.
- **Corridas de producción:** Son para producir datos para medir el desempeño de los diseños de interés.
- **Análisis de salidas:** *Es unas* técnicas estadísticas son usadas para analizar las salidas de las corridas de producción.
- **Documentación, presentación e implementación de los resultados:** Es importante documentar los supuestos realizados así como el programa mismo.





### **3.4\_Dinámica de la vibración transversal para vigas.**

En este apartado estudiaremos las vibraciones transversales, deduciremos su ecuación del movimiento estudiando un elemento de la barra y las fuerzas que actúan sobre él, lo que nos proporcionará una visión detallada y comprensible de los procesos que tienen lugar en la barra para que se produzca el movimiento. No hay una teoría única de las vibraciones transversales sino que, dependiendo de las hipótesis y consideraciones efectuadas, existen diferentes modelos para este fenómeno físico. En general, se puede decir que hay cuatro modelos principales [7]:

1\_ Teoría de Euler- Bernoulli

2\_ Teoría de Rayleigh

3\_ Teoría de Shear

4\_ Teoría de Timoshenko

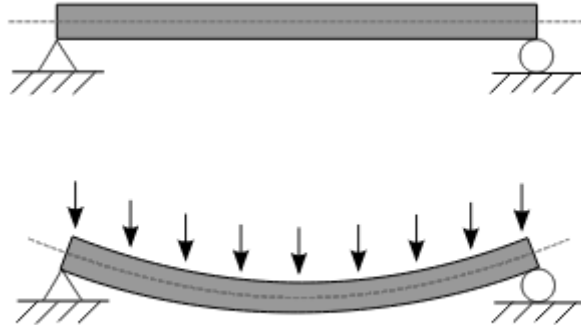
En la práctica se suele trabajar únicamente con dos: el modelo de Euler-Bernoulli, y el de Timoshenko. A continuación vamos a ver el modelo Timoshenko el cual es en el que basamos nuestro trabajo.

### **3.5\_Modelo de Timoshenko sobre vigas.**

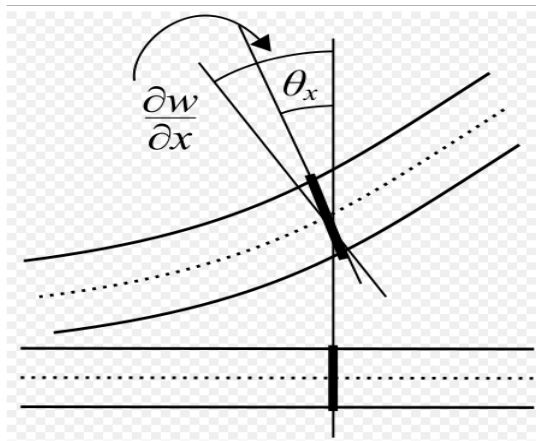
En el desarrollo de la ecuación del movimiento en el modelo de Euler-Bernoulli se tiene en cuenta como hipótesis importante que los planos inicialmente perpendiculares al eje neutro permanecen planos y perpendiculares al mismo. Esta hipótesis es equivalente a despreciar la deformación por cizalladura, lo que provoca que dicho modelo solo sea válido en el caso de que la longitud de la barra sea mucho mayor que su anchura o su altura.

En el modelo de Timoshenko se tiene en cuenta esta deformación, lo que permite aplicarlo a un mayor número de casos y proporciona resultados más realistas.

Ejemplo de flexión mecánica: En la figura que a continuación mostramos se encuentra en la parte superior una barra en estado de reposo, en la barra de abajo está sometida a una fuerza, el elemento en consecuencia se dobla hacia la misma dirección de donde proviene la fuerza.



En la siguiente figura podemos observar el esquema de la deformación de una viga que ilustra la diferencia entre la teoría de Timoshenko y la teoría de Euler-Bernoulli: en la primera  $\theta_i$  y  $dw/dx$  no tienen necesariamente que coincidir, mientras que en la segunda son iguales.



### 3.5.1\_ Teoría de la viga de Timoshenko.

La teoría de la viga de Timoshenko fue desarrollado por el científico de origen ucraniano Stephen Timoshenko a principios del siglo XX. El modelo tiene en cuenta la deformación por cizallamiento y rotación de inercia efectos, por lo que es adecuado para describir el comportamiento de las vigas cortas, sándwich compuesto vigas o vigas sujetas a alta frecuencia de excitación cuando la longitud de onda se aproxima al espesor de la viga.

La ecuación resultante es de 4<sup>º</sup> orden, pero a diferencia de teoría de la viga ordinaria, es decir, la teoría de Euler-Bernoulli.

También hay que tener en cuenta la segunda derivada espacial. Ya que los mecanismos adicionales de deformación efectiva disminuyen la rigidez de la viga, mientras que el resultado es una mayor deflexión bajo una carga estática y menores pre-dichos frecuencias propias para un conjunto dado de condiciones de contorno.

Este último efecto es más notable para las frecuencias más altas como la longitud de onda se hace más corta, y por lo tanto disminuye la distancia entre las fuerzas opuestas de cizallamiento.

Si el módulo de corte del material de la viga se acerca al infinito y por lo tanto el haz se vuelve rígido en la corte y si los efectos de rotación de inercia se dejan de lado, Timoshenko converge hacia la teoría de la viga ordinaria teoría de la viga.

Las ecuaciones que gobiernan este método son:

En estática teoría de Timoshenko sin efectos axiales, los desplazamientos de la viga, se asume que se da por:

$$u_x(x, y, z) = -z \varphi(x) ; \quad u_y(x, y, z) = 0 ; \quad u_z(x, y) = w(x)$$

Donde  $(x, y, z)$  son las coordenadas de un punto en el haz,  $u_x, u_y, u_z$  son los componentes del vector de desplazamiento en las tres direcciones de coordenadas,  $\varphi$  es el ángulo de rotación de la normal a la superficie media de la viga, y  $w$  es el desplazamiento de la superficie media en el  $z$ -Dirección.

Las ecuaciones que rigen el sistema son los siguientes desacoplada de las ecuaciones diferenciales ordinarias:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( EI \frac{d\varphi}{dx} \right) = q(x, t)$$

$$\frac{dw}{dx} = \varphi - \frac{1}{\kappa AG} \frac{d}{dx} \left( EI \frac{d\varphi}{dx} \right)$$

La teoría de Timoshenko para el caso estático es equivalente a la teoría de Euler-Bernoulli cuando el último término anterior se descuida, una aproximación que es válida cuando

$$\frac{EI}{\kappa L^2 AG} \ll 1$$

Donde  $L$  es la longitud de la viga.

Combinando las dos ecuaciones da, para un haz homogéneo de sección transversal constante,

$$EI \frac{d^4 w}{dx^4} = q(x) - \frac{EI}{\kappa AG} \frac{d^2 q}{dx^2}$$

### 3.5.2\_ Derivación de las ecuaciones cuasiestáticos Timoshenko

A partir de los supuestos cinemáticas para una viga Timoshenko, los desplazamientos de la viga están dadas por

$$u_x(x, y, z, t) = -z \varphi(x, t); \quad u_y(x, y, z, t) = 0; \quad u_z(x, y, z) = w(x, t)$$

Luego, a partir de las relaciones tensión-desplazamiento para pequeñas deformaciones, las cepas que no son cero sobre la base de los supuestos de Timoshenko son

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} = -z \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) = \frac{1}{2} \left( -\varphi + \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

Dado que la cepa real de cizallamiento en el haz no es constante sobre la sección transversal se introduce un factor de corrección  $\kappa$  de tal manera que

$$\varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \kappa \left( -\varphi + \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

La variación en el interior de la energía del haz es

$$\delta U = \int_L \int_A (\sigma_{xx} \delta \varepsilon_{xx} + 2\sigma_{xz} \delta \varepsilon_{xz}) dA dL = \int_L \int_A \left[ -z \sigma_{xx} \frac{\partial(\delta \varphi)}{\partial x} + \sigma_{xz} \kappa \left( -\delta \varphi + \frac{\partial(\delta w)}{\partial x} \right) \right] dA dL$$

Definir

$$M_{xx} := \int_A z \sigma_{xx} dA; \quad Q_x := \kappa \int_A \sigma_{xz} dA$$

Entonces

$$\delta U = \int_L \left[ -M_{xx} \frac{\partial(\delta\varphi)}{\partial x} + Q_x \left( -\delta\varphi + \frac{\partial(\delta w)}{\partial x} \right) \right] dL$$

La integración por partes, y observando que debido a las condiciones de contorno de las variaciones son cero en los extremos de la viga, conduce a

$$\delta U = \int_L \left[ \left( \frac{\partial M_{xx}}{\partial x} - Q_x \right) \delta\varphi - \frac{\partial Q_x}{\partial x} \delta w \right] dL$$

La variación en el trabajo externo realizado sobre la viga por una carga transversal  $q(x, t)$  por unidad de longitud es

$$\delta W = \int_L q \delta w dL$$

Entonces, para un haz de cuasiestático, el principio del trabajo virtual da

$$\delta U = \delta W \implies \int_L \left[ \left( \frac{\partial M_{xx}}{\partial x} - Q_x \right) \delta\varphi - \left( \frac{\partial Q_x}{\partial x} + q \right) \delta w \right] dL = 0$$

Las ecuaciones que rigen para la viga son, desde el teorema fundamental del cálculo de variaciones,

$$\frac{\partial M_{xx}}{\partial x} - Q_x = 0 ; \quad \frac{\partial Q_x}{\partial x} + q = 0$$

Para una viga elástica lineal

$$M_{xx} = \int_A z \sigma_{xx} dA = \int_A z E \varepsilon_{xx} dA = - \int_A z^2 E \frac{\partial\varphi}{\partial x} dA = -EI \frac{\partial\varphi}{\partial x}$$

$$Q_x = \int_A \sigma_{xz} dA = \int_A 2G \varepsilon_{xz} dA = \int_A \kappa G \left( -\varphi + \frac{\partial w}{\partial x} \right) dA = \kappa AG \left( -\varphi + \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

Por lo tanto las ecuaciones que rigen para el haz puede ser expresado como

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( EI \frac{\partial\varphi}{\partial x} \right) + \kappa AG \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \varphi \right) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \kappa AG \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \varphi \right) \right] + q = 0$$

Combinando las dos ecuaciones da

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial\varphi}{\partial x} \right) = q$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \varphi - \frac{1}{\kappa AG} \frac{\partial}{\partial x} \left( EI \frac{\partial\varphi}{\partial x} \right)$$

### 3.5.3 Dinámica de la viga de Timoshenko

En teoría de Timoshenko sin efectos axiales, los desplazamientos de la viga se asume que se da por

$$u_x(x, y, z, t) = -z \varphi(x, t) ; \quad u_y(x, y, z, t) = 0 ; \quad u_z(x, y, z, t) = w(x, t)$$

Donde  $(x, y, z)$  son las coordenadas de un punto en el haz,  $u_x, u_y, u_z$  son los componentes del vector de desplazamiento en las tres direcciones de coordenadas,  $\varphi$  es el ángulo de rotación de la normal a la superficie media de la viga, y  $w$  es el desplazamiento de la superficie media en el  $z$ -Dirección.

Partiendo de la premisa anterior, la teoría de Timoshenko, lo que permite a las vibraciones, se puede describir con los acoplados lineales ecuaciones en derivadas parciales:

$$\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - q(x, t) = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \kappa A G \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \varphi \right) \right]$$

$$\rho I \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( E I \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \kappa A G \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \varphi \right)$$

Donde las variables dependientes son  $w(x, t)$ , El desplazamiento de traslación de la viga, y  $\varphi(x, t)$ , El desplazamiento angular. Nótese que a diferencia de la de Euler-Bernoulli teoría, la deflexión angular es otra variable y no aproximar por la pendiente de la desviación. Además:

- $\rho$  es la densidad del material de la viga (pero no la densidad lineal).
- $A$  es el área de sección transversal.
- $E$  es el módulo elástico.
- $G$  es el módulo de cizallamiento.
- $I$  es el momento de inercia.
- $\kappa$ , Llamado el coeficiente de cizallamiento Timoshenko, depende de la geometría. Normalmente,  $\kappa = 5/6$  para una sección rectangular.
- $q(x, t)$  es una carga distribuida (fuerza por unidad de longitud).

Estos parámetros no son necesariamente constantes.

Para un elástico lineal, haz isotrópico, homogéneo de sección transversal constante estas dos ecuaciones se pueden combinar para dar

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \left( \rho I + \frac{EI m}{kAG} \right) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{Jm}{kAG} \frac{\partial^4 w}{\partial t^4} = q(x, t) + \frac{\rho I}{kAG} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} - \frac{EI}{kAG} \frac{\partial^2 q}{\partial x^2}$$

### 3.5.4\_ Ecuaciones de derivación del haz combinado Timoshenko.

Las ecuaciones que rigen la flexión de una viga homogénea Timoshenko de sección transversal constante son

$$(1) \quad m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \kappa AG \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + q(x, t); \quad m := \rho A$$

$$(2) \quad J \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = EI \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \kappa AG \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \varphi \right); \quad J := \rho I$$

De la ecuación (1), suponiendo suavidad apropiada, hemos

$$(3) \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\frac{m}{\kappa AG} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{q}{\kappa AG}$$

$$(4) \quad \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} = m \frac{\partial^4 w}{\partial t^4} - \kappa AG \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} - \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x \partial t^2} \right)$$

De (3), suponiendo suavidad apropiado,

$$(5) \quad \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^3} = -\frac{m}{\kappa AG} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{1}{\kappa AG} \frac{\partial^2 q}{\partial x^2}$$

Diferenciando la ecuación (2) da

$$(6) \quad \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x \partial t^2} = \frac{EI}{J} \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^3} + \frac{\kappa AG}{J} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)$$

De las ecuaciones (4) y (6)

$$(7) \quad \frac{1}{\kappa AG} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} - \frac{m}{\kappa AG} \frac{\partial^4 w}{\partial t^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} = \frac{EI}{J} \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^3} + \frac{\kappa AG}{J} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)$$

De las ecuaciones (3) y (7)

$$(8) \quad \frac{1}{\kappa AG} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} - \frac{m}{\kappa AG} \frac{\partial^4 w}{\partial t^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} = \frac{EI}{J} \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^3} + \frac{m}{J} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{q}{J}$$

Tapando ecuación (5) en (8) da

$$(9) \quad \frac{J}{\kappa AG} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} - \frac{mJ}{\kappa AG} \frac{\partial^4 w}{\partial t^4} + J \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} = -\frac{mEI}{\kappa AG} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{EI}{\kappa AG} \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - q$$

Reorganizar para obtener

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \left( J + \frac{mEI}{\kappa AG} \right) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{mJ}{\kappa AG} \frac{\partial^4 w}{\partial t^4} = q + \frac{J}{\kappa AG} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} - \frac{EI}{\kappa AG} \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \quad \square$$



# CAPITULO 4

## DETECCIÓN DE DAÑO MEDIANTE LA TRANSFORMADA WAVELET

### 4.1\_Introducción

El análisis y control de la salud de estructuras se ha estudiado extensamente a lo largo de las últimas décadas, habiéndose incrementado considerablemente el énfasis en la valoración del daño *in situ* y de forma no destructiva. Son numerosos los sistemas civiles, mecánicos y aeroespaciales que siguen en servicio después de muchos años, con lo que esto puede significar en acumulación de daños.

Debido a todo esto la detección de daño es uno de los requisitos más importantes para el mantenimiento de una estructura es la detección de daños por fractura desde el primer momento.

Los métodos actuales de detección de daño son, o bien visuales, o bien métodos experimentales localizados, tales como los métodos acústicos, de campo magnético, de campos térmico ... La mayoría de estos métodos requieren un conocimiento previo de la localización del daño, la instalación de sensores apropiados, así como el uso de eficientes acondicionadores de señal. La ventaja del control del daño basado en la vibración es la capacidad de valorarlo globalmente, lo que resulta muy útil cuando el sistema en cuestión es una estructura compleja, como un puente, un edificio, o el fuselaje de un avión. La desventaja es que la presencia de pequeñas fracturas puede no ser evidente en los cambios de las frecuencias naturales bajas de la estructura o de sus modos de vibración, que son las propiedades dinámicas medidas en los casos reales. Esto conduce a la necesidad de desarrollar técnicas alternativas de análisis de los datos recogidos, como es el caso del análisis wavelet, una herramienta para alcanzar tales objetivos.

El daño puede definirse de forma general como un cambio producido en el sistema que afecta adversamente a su funcionamiento actual o futuro. La premisa básica para la detección de daño basada en vibraciones es que este alterará significativamente las propiedades de rigidez, masa o energía de un sistema que, como consecuencia, alterará su respuesta dinámica. Justamente en esta premisa se basa el análisis wavelet. Aunque los cambios o perturbaciones ocasionados por los daños pueden no ser evidentes mediante un examen de la respuesta total medida, a menudo son detectables por sus componentes wavelets.

La idea principal del análisis wavelet es descomponer la señal dinámica de la respuesta estructural en el dominio espacial o temporal en series locales de diferentes funciones base de las que extraer la información sobre el daño. Resumimos a continuación las ventajas fundamentales del análisis wavelet sobre otras técnicas existentes:

- La habilidad para realizar un análisis local de la señal en el dominio del espacio o del tiempo.

- La posibilidad de estudiar con detalle cualquier intervalo de espacio o de tiempo en el que la respuesta cambie rápidamente.
- Eliminar de forma inherente los problemas de *aliasing*.
- Ofrecer una reducción de los recursos computacionales necesarios para realizar la transformación de una señal.

## 4.2\_ Transformada de Fourier (TF)

En el análisis de señales la herramienta más universal es la Transformada de Fourier. La TF y su inversa están definidas para una señal  $f(t)$  como:

$$4.1) \quad F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \exp(-i\omega t) dt$$

$$4.2) \quad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) \exp(i\omega t) d\omega$$

Puede verse que  $F(\omega)$  es una función que describe la contribución del seno y el coseno a la señal original en el dominio del tiempo. La Figura 4.1 muestra la TF de una señal suma de dos señales seno de diferente frecuencia.

Las funciones base seno y coseno se extienden desde  $-\infty$  hasta  $+\infty$  en el tiempo, es decir, tienen soporte infinito en el tiempo.

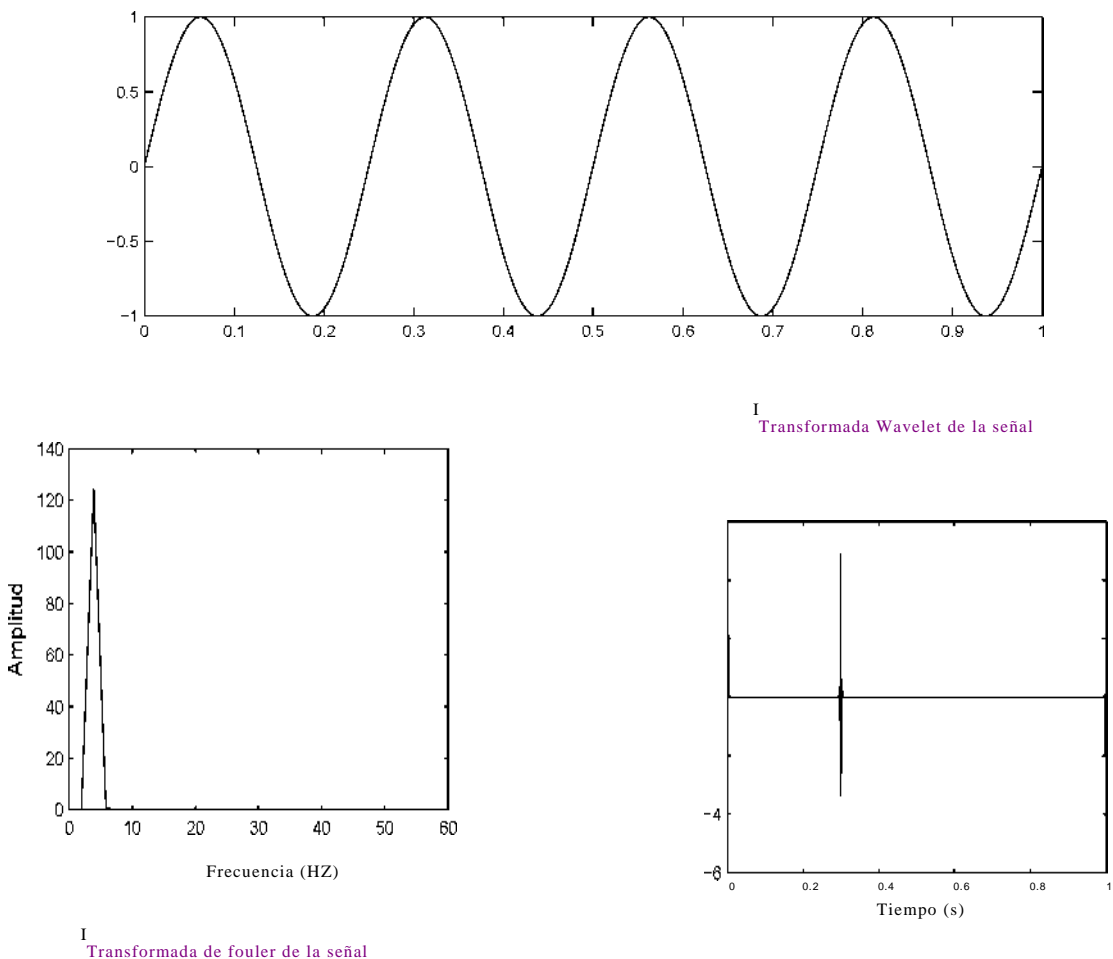
Por otra parte, la TF tiene soporte aproximadamente cero en el dominio de la frecuencia. En otras palabras, los resultados serán locales en la frecuencia pero globales en el tiempo, ya que las funciones base se extienden completamente a lo largo del eje temporal. La contribución de estas señales básicas está limitada en el tiempo solo por la duración de la señal a analizar,  $f(t)$ . Para la mayoría de las señales el análisis de Fourier es extremadamente útil ya que el contenido en frecuencia de la señal es de gran importancia. Sin embargo, la TF tiene una seria desventaja. Al transformar al dominio de la frecuencia, la información temporal se pierde completamente, con lo que es imposible conocer a partir de ella cuándo suceden ciertos eventos. Generalmente, esto no es un problema para señales estacionarias donde suceden cambios pequeños a lo largo del tiempo. Sin embargo, muchas señales de interés contienen numerosas características transitorias o no estacionarias tales como tendencias, agrupamientos, cambios bruscos y discontinuidades. Cuando analizamos las señales no estacionarias, donde las frecuencias características cambian con el tiempo, los resultados de la TF pueden no ser significativos ya que no reproducen la variación temporal de la frecuencia contenida en la señal. En estos casos es necesario utilizar una transformada en la que su función base permita transformar la señal en una representación que una los dominios del tiempo y la frecuencia.

### 4.3\_Transformada Wavelet

El análisis wavelet permite usar grandes intervalos de tiempo para la información de bajas frecuencias y cortos intervalos para la información de altas frecuencias. Una de sus mayores ventajas es la habilidad de realizar un análisis local de la señal.

Consideremos, por ejemplo, una señal senoidal con una pequeña discontinuidad inapreciable a simple vista.

Esta señal se genera fácilmente en el mundo real por una fluctuación de potencia o un ruido. La TF de esta señal muestra la componente de baja frecuencia de la señal original, pero falla en la detección de la pequeña discontinuidad. La TW de esta señal, como se ve en la Figura 4.3, muestra la localización exacta en el tiempo de esta discontinuidad. El análisis wavelet es, por tanto, capaz de revelar aspectos de los datos que otras técnicas de análisis de señal pierden, tales como tendencias, puntos de rotura, discontinuidades en derivadas superiores, auto-similitudes, etc. En su breve historia dentro del campo de procesamiento de señales ha probado ser una herramienta extraordinariamente poderosa.



**Figura 4.3\_** Señal senoidal con una pequeña discontinuidad en  $t=0.3$  s y sus Transformadas de Fourier yWavelet.

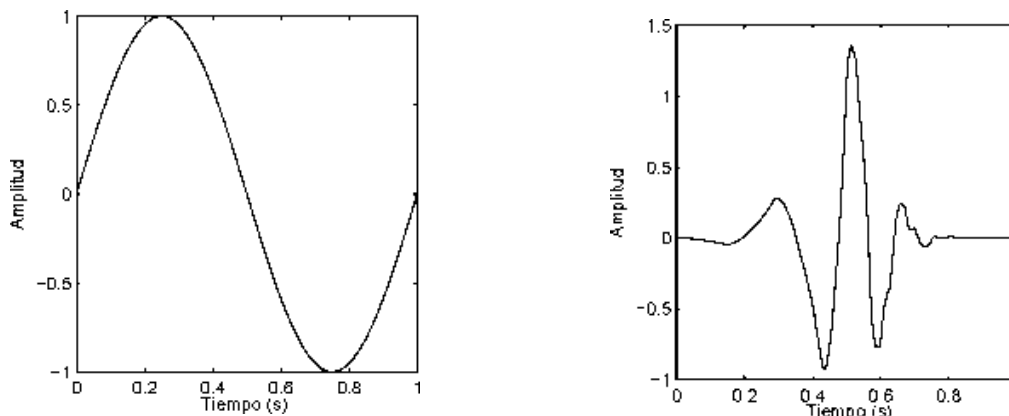
La característica más importante de la TW que hemos usado es su capacidad para mostrar los detalles de las señales analizadas. El uso de distintas escalas permite ampliar los detalles de la señal y detectar singularidades e irregularidades que, de otra forma, pasarían desapercibidas.

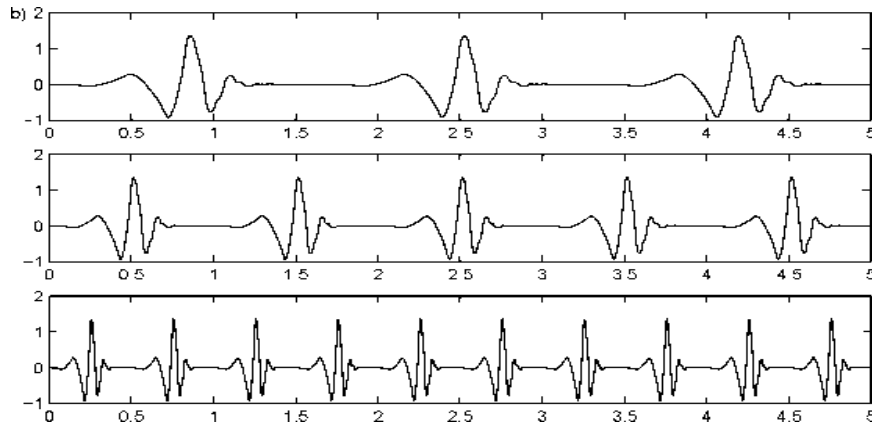
### 4.3.1\_TRANSFORMADA WAVELET CONTINUA “CTV”

Una wavelet es una onda de duración efectiva limitada que tiene valor medio cero. Esto se describe a menudo como un soporte temporal compacto.

Las ondas senoidales, funciones base de la TF, se extienden desde  $-\infty$  hasta  $+\infty$  y tienen un soporte infinito, como comentamos anteriormente. Las ondas seno y coseno son suaves y predecibles, mientras que las wavelets tienden a ser irregulares y asimétricas. En la Figura 4.3.1 se muestra la comparación entre una onda senoidal y una wavelet. El análisis de Fourier consiste en descomponer una señal en senos de varias frecuencias y fases. De manera similar, el análisis wavelet descompone una señal en wavelets desplazadas y escaladas de la wavelet original o madre como se puede observar en la figura 4.3.2

**Figura 4.3.2 Comparación entre una onda senoidal y la función wavelet Daubechies 4.**





**Figura 4.3.3. a) Señal a analizar. b) Distintas funciones, formadas por la wavelet Daubechies 4 desplazada y escalada que se integrarán con la señal para realizar la CWT.**

La Transformada Wavelet Continua (CWT) de una función  $f(t)$  se define como

$$4.3) \quad W(b, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt$$

donde  $a > 0$  y  $b \in \mathfrak{R}$ , son los parámetros de dilatación y traslación, respectivamente. La función  $\psi(t)$  se llama wavelet madre y la barra indica el complejo conjugado. La wavelet madre debe satisfacer la condición de admisibilidad:

$$4.4) \quad C_v = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty$$

donde  $\psi(\omega)$  es la TF de  $\psi(t)$ . Así, el desarrollo wavelet de  $f(t)$  se define por la siguiente ecuación:

$$4.5) \quad f(t) = \frac{1}{C_v} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W(b, a) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \frac{1}{a^2} da db$$

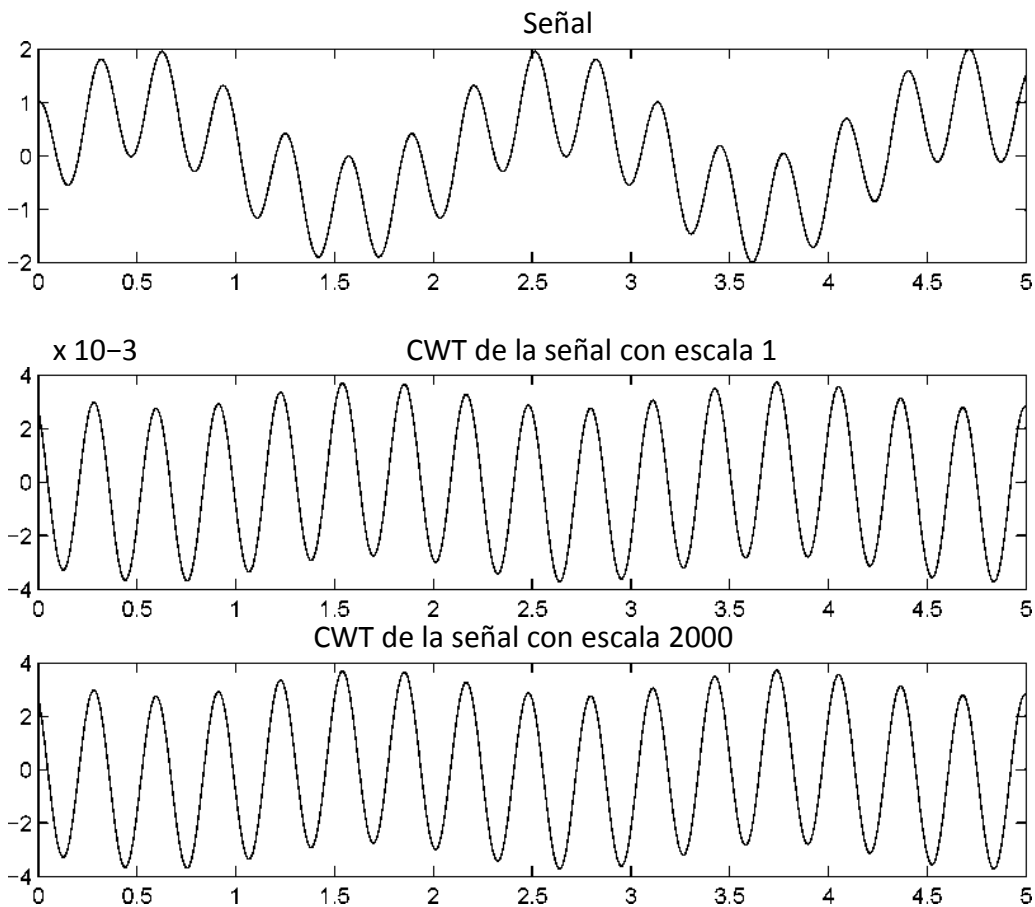
El aspecto más destacado de la TW es que la función base  $\psi$  no es única. No obstante, debe estar definida de acuerdo con un conjunto de reglas y condiciones. Esta es la gran diferencia con las funciones base seno y coseno en las Transformadas de Fourier y Gabor. Como veremos después, las funciones base en CWT no necesitan tener una

forma analítica cerrada. Pueden definirse iterativamente como en el caso de la familia de wavelets de Daubechies.

Lo que hace diferente la CWT no es solo que la función base no está definida de forma única, sino también que la ventana usada se traslada a lo largo del eje temporal y se escala. Así, el parámetro  $b$ , que nos indica dónde está centrada la ventana, no es un parámetro fijo, sino que se puede hacer variar para trasladar la ventana y realizar la CWT en distintas partes de la función. Del mismo modo, el parámetro  $a$ , conocido como *escala*, no permanece constante, sino que varía, permitiendo la expansión o contracción de la ventana. De esta forma,  $W(a,b)$  es un coeficiente que nos da información sobre la función  $f(t)$  en  $t=b$ , información que depende de la escala  $a$  escogida. En general, se representa la  $W(a,b)$  con  $b$  variable y  $a$  fijo, de forma que se puede ver cómo varía la CWT a lo largo del tiempo y comparar los valores que tiene en los diferentes instantes. Otra opción, que permite un análisis más detallado, es representar  $W(a,b)$  en función de  $a$  y  $b$ , mediante una figura en tres dimensiones, para ver los cambios que se producen en función del tiempo y de la escala.

Una muestra del efecto de la escala en la CWT se representa en la Figura 4.3.4

Para escala 1 tenemos recogida la información de alta frecuencia de la señal analizada, sin que se pueda deducir nada sobre el contenido de baja frecuencia, mientras que para escala 2000 tenemos la información sobre la variación a baja frecuencia de la señal, pero el contenido de alta frecuencia ha desaparecido.



**Figura 4.3.4.** CWT a escala 1 y 2000 de la señal  $f=\text{sen}(2t)+\text{cos}(20t)$ .

Puesto que la CWT parte de la idea de una representación tiempo-frecuencia debido a la dependencia del valor de escala  $a$ , se puede establecer una relación directa entre el parámetro de escala y la frecuencia a la que está centrada la ventana. Por ejemplo, tomemos la wavelet de Morlet, definida como

$$4.6) \quad \psi(t) = \exp(i\omega_0 t) \exp(-|t|^2 / 2)$$

donde  $\omega_0$  se elige como 1.7511 para satisfacer la condición de admisibilidad. De la ecuación (4.3) obtenemos que

$$4.7) \quad f = \frac{\omega_0}{2\pi a}$$

siendo  $f$  la frecuencia en la que está centrada la ventana en el dominio de la frecuencia para un valor dado de escala  $a$ . En esta expresión vemos que a mayor escala, menor frecuencia, y viceversa.

## 4.4 METODOLOGÍA DE EVALUACIÓN DEL DAÑO

### 4.4.1 SIMULACIÓN

Para realizar la simulación empezamos seleccionando los puntos o posiciones en los cuales se va a realizar la detección del daño sobre la viga, discretizada en 150 puntos, elegidos al azar son:

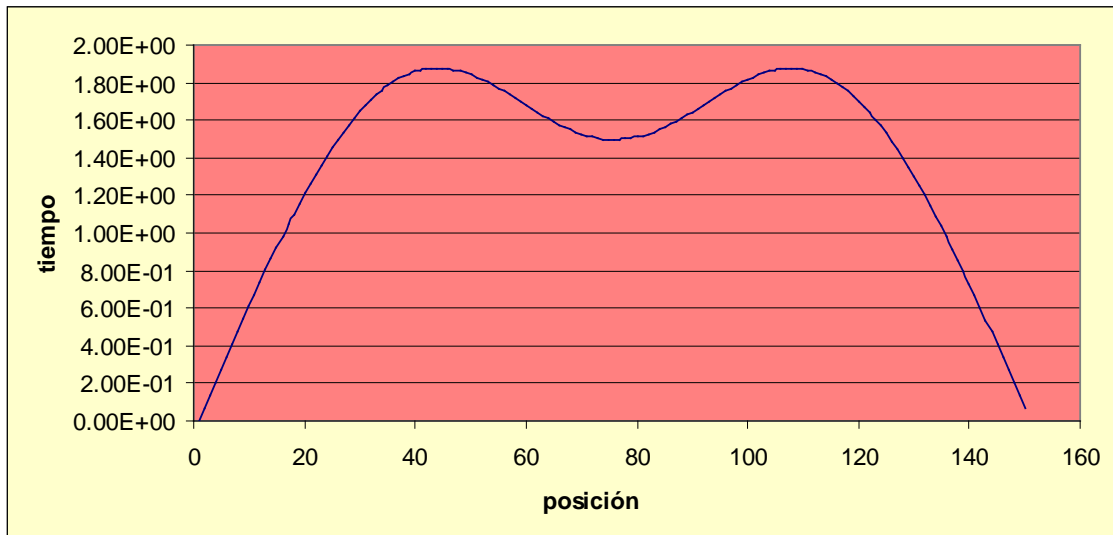
0, 10, 20, 40, 55, 101, 111, 119, 125, 130, 140

El daño será de 0,4 en todos los puntos, pues lo que intento saber es la capacidad de detectar un mismo daño en cada posición marcada a lo largo de toda la viga.

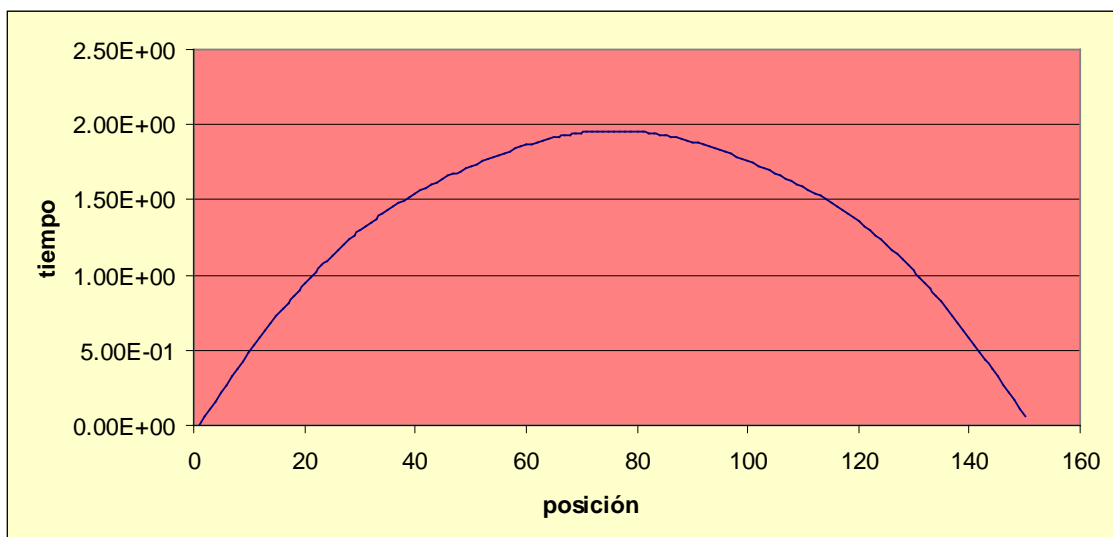
Como ya he explicado en el capítulo 3, mediante el programa pspice obtengo para cada posición un documento de salida PSpice. Se trata de un fichero texto ASCII que contiene una lista y tablas para describir el circuito de entrada, las directivas de análisis, y los resultados de las simulaciones especificadas para cada punto.

A continuación podemos observar algunos ejemplos representados de la simulación realizada.

- **fijando un valor de tiempo:** en las siguientes graficas podemos ver la representación de la simulación para un tiempo determinado, es decir, podemos observar como varía en un mismo tiempo cada posición en la viga.



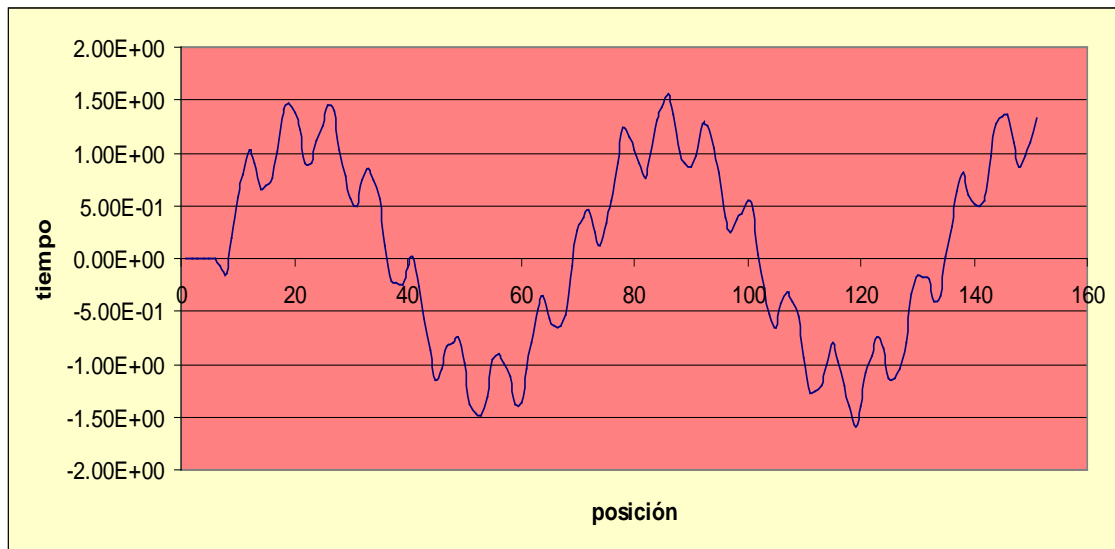
Grafica 4.5.1.1



Grafica 4.5.1.2



- **fijando un valor de posición:** En la siguiente grafica podemos observar la variación a lo largo del tiempo en un punto determinado de la viga.

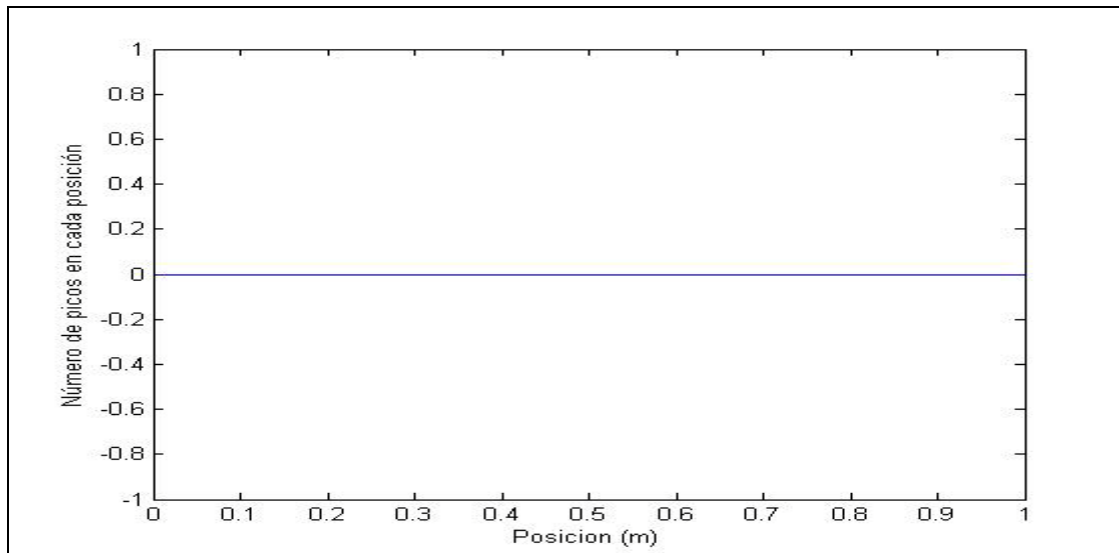


#### 4.4.2\_ TRANSFORMADA WAVELET

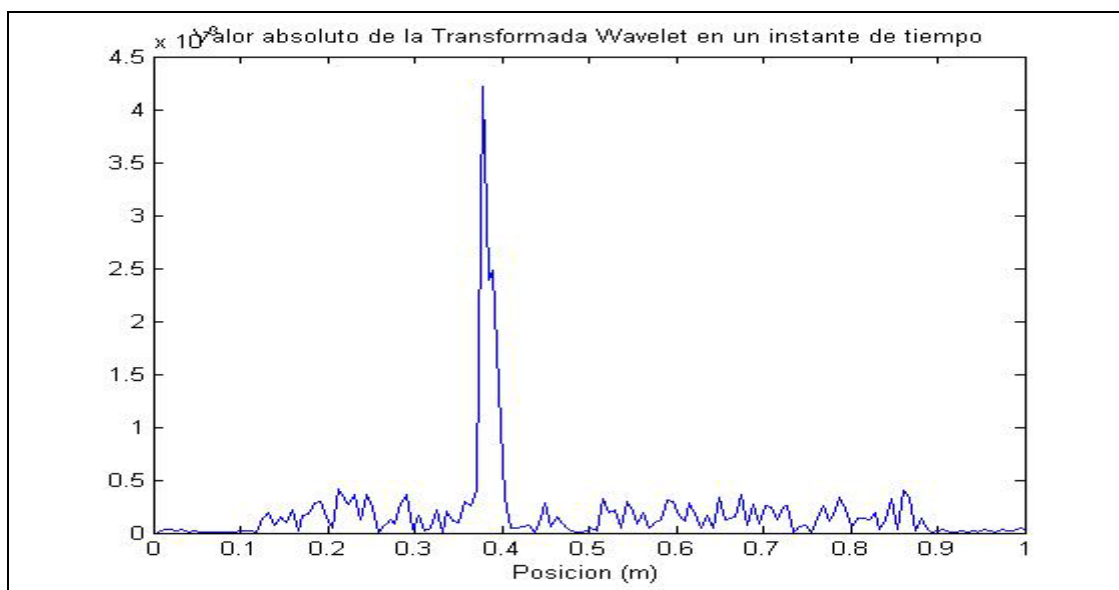
Para obtener la transformada wavelet utilizare el programa matemático Matlab, en el cual se introducirá los archivos de datos de cada posición fijada para su análisis con la TW.

Algunos ejemplos:

A continuación podemos observar la transformada wavelet, su método es restar la detección Con daño y sin daño , y lo que queda son los picos, en esta posición "0" al no haber daño no se observan picos en la grafica.



En esta grafica podemos observar claramente la transformada wavelet en el punto 55, donde aparece el pico es donde hay daño.

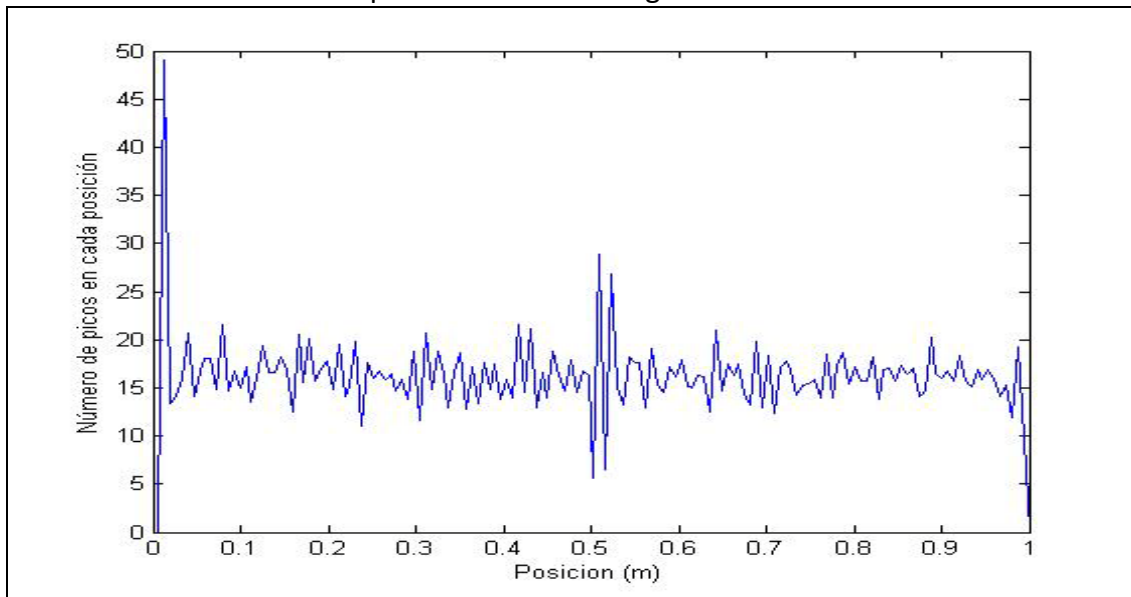


### 4.4.3\_RESULTADOS

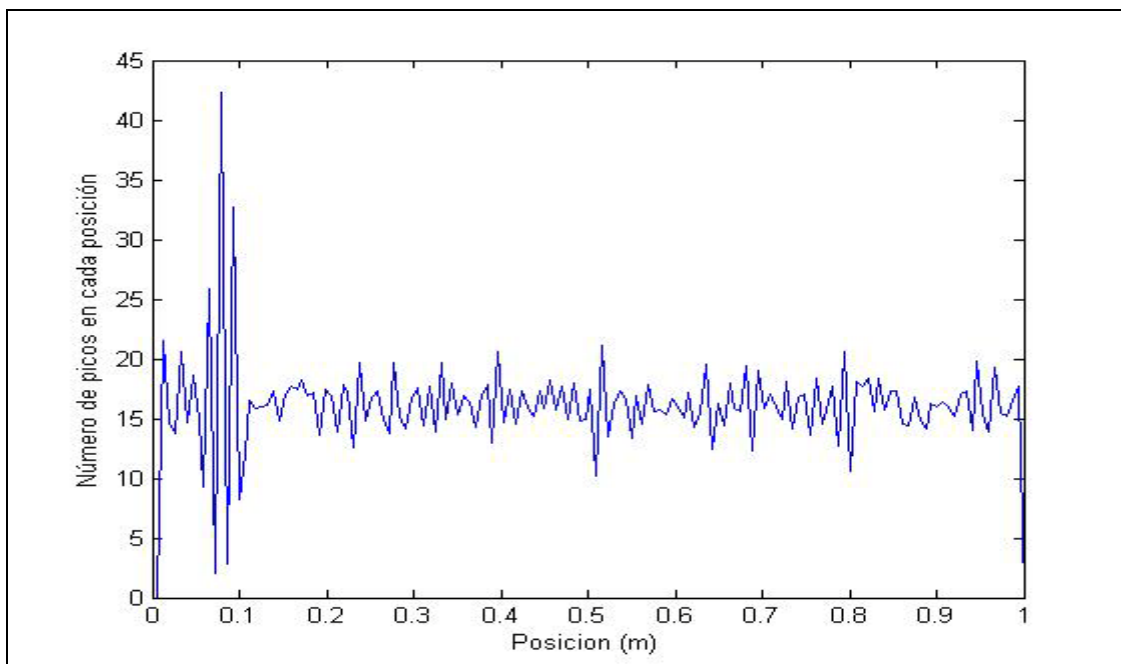
A continuación podemos ver las gráficas para cada posición, en las cuales se puede observar el número de picos en función de la posición en la que este, es decir, dependiendo de donde se encuentre y el acierto de número de pico podremos saber si la detección del daño en ese punto ha sido correcto.

#### **POSICION "0"**

Como la posición en cero en teoría no debería de haber ningún pico, pero debido a que se encuentra en el extremo podemos ver esta singularidad.

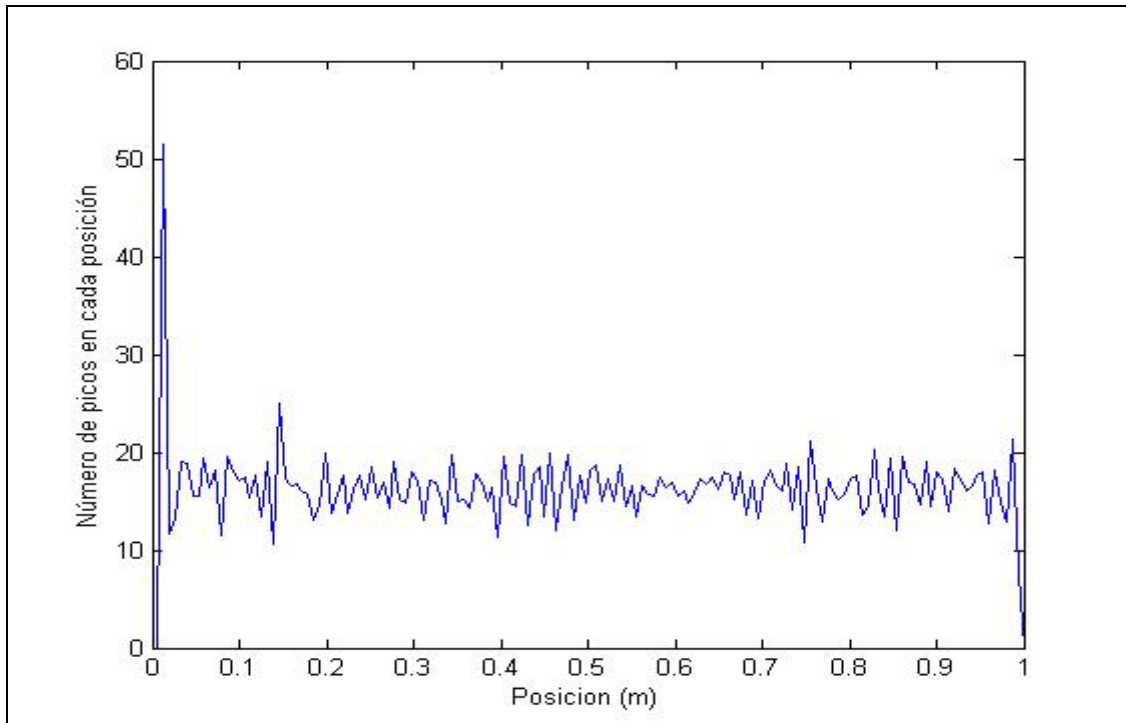


**POSICION "10"**: En la grafica representado por la posición 0,07 m

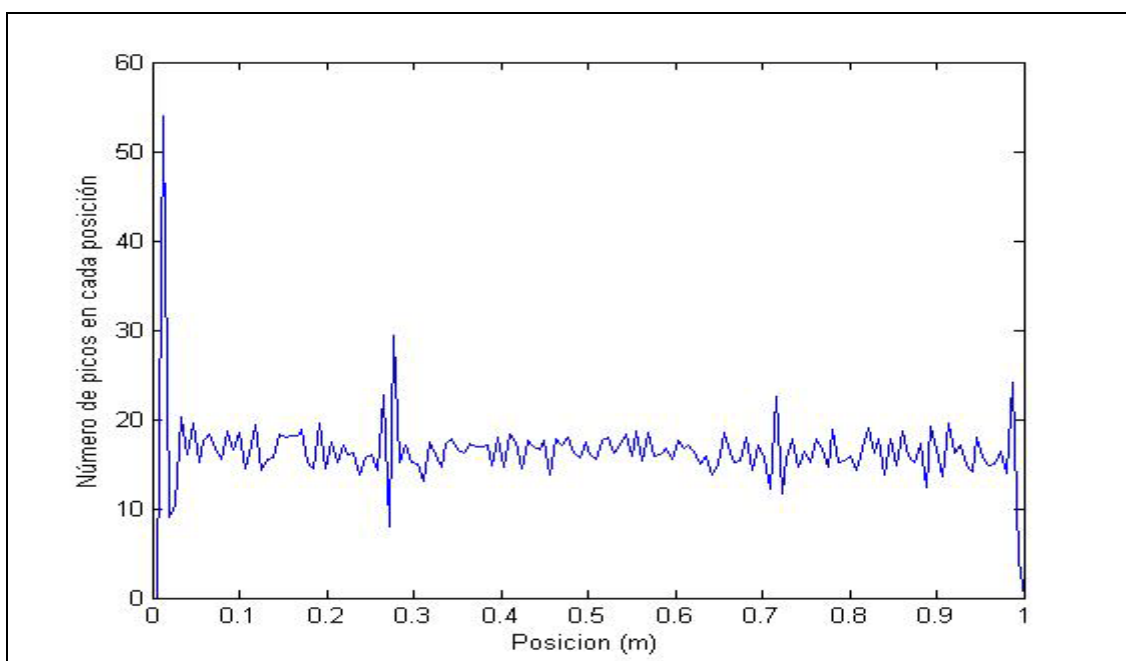


En esta grafica podemos observar claramente como alrededor del punto 10 se visualiza el incremento de picos, es decir en este punto se realizo la simulación con éxito.

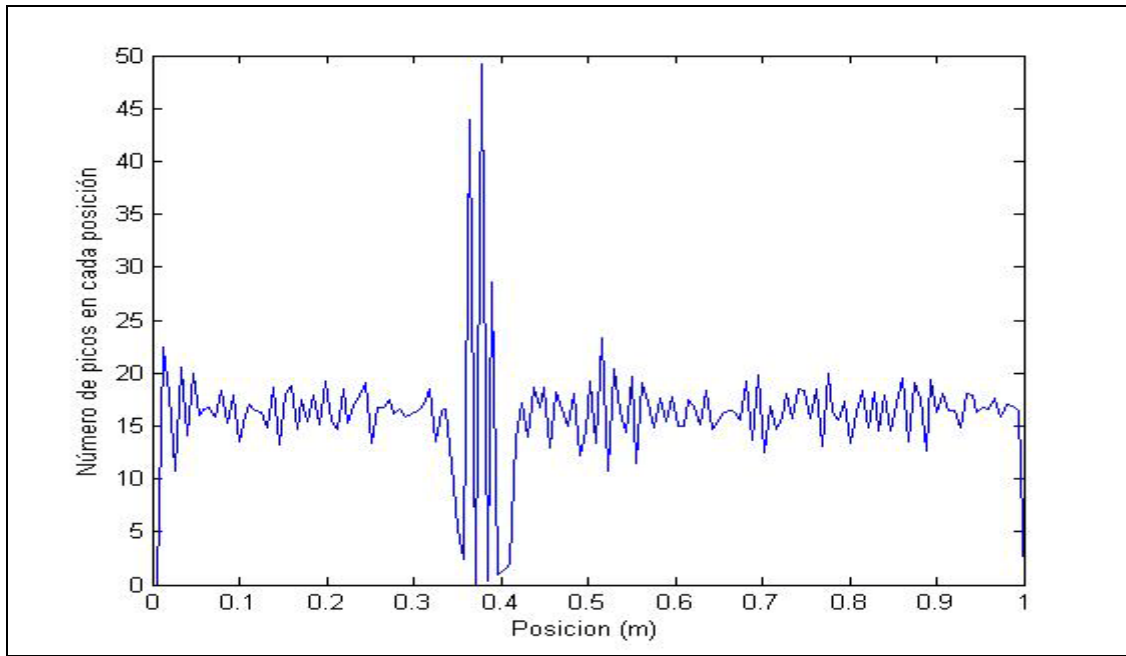
**POSICION "20"**: En la grafica representado por la posición 0,14 m



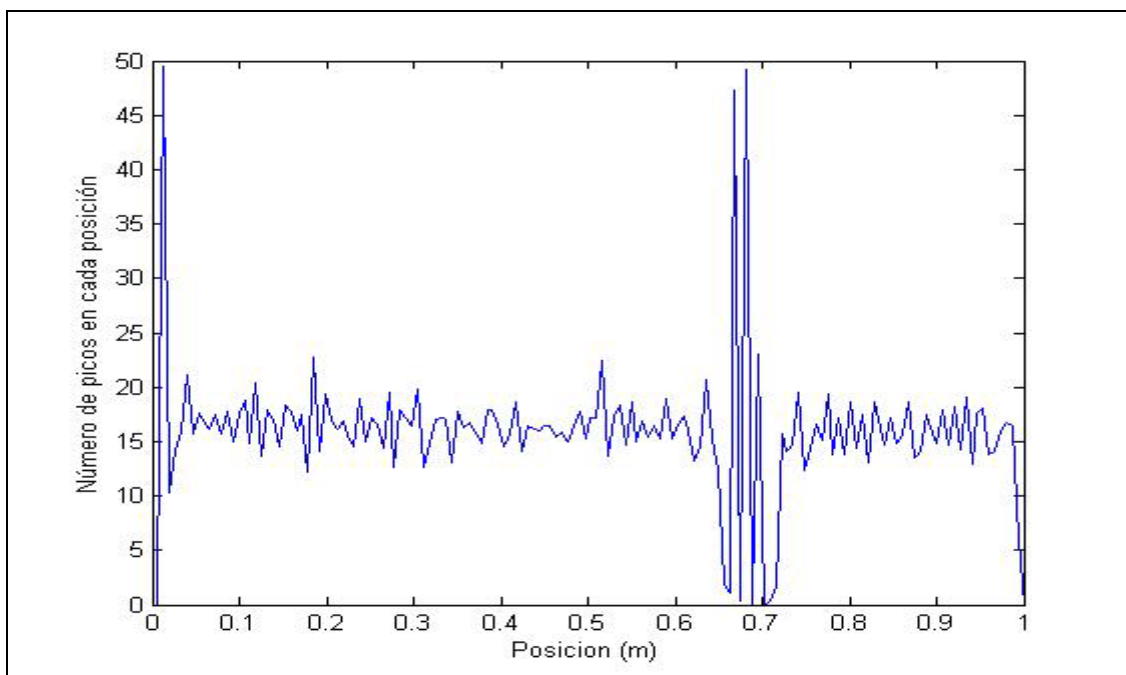
**POSICION "40"**: En la grafica representado por la posición 0,26 m



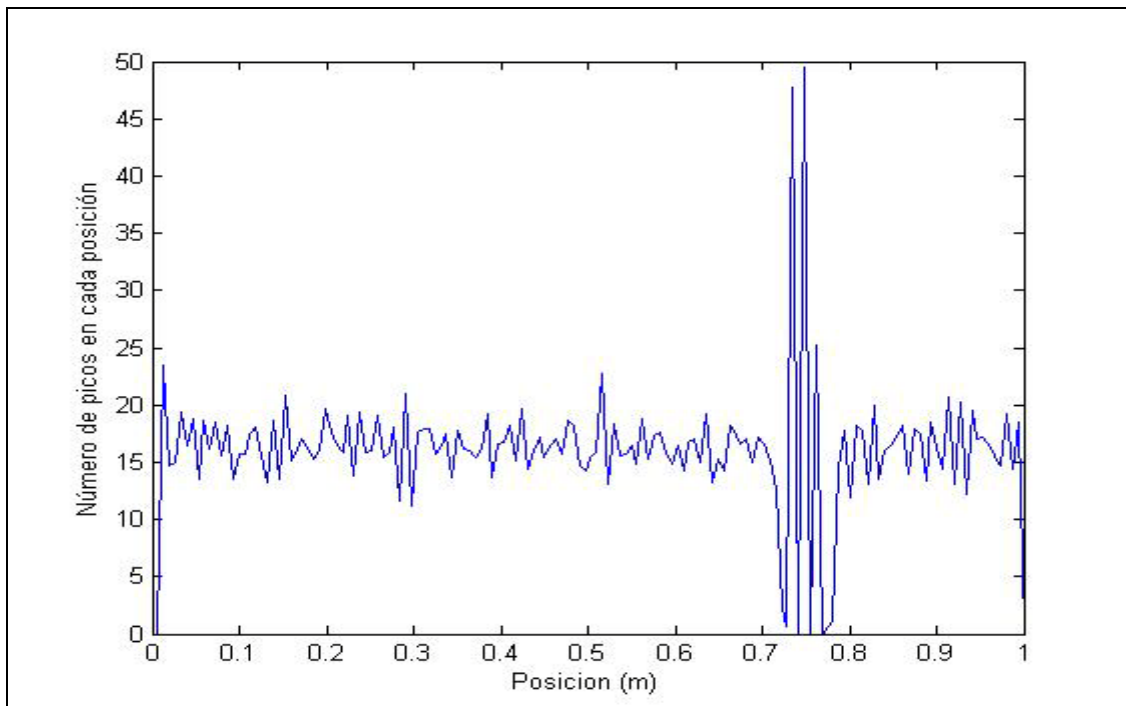
**POSICION "55":** En la grafica representado por la posición 0,37 m



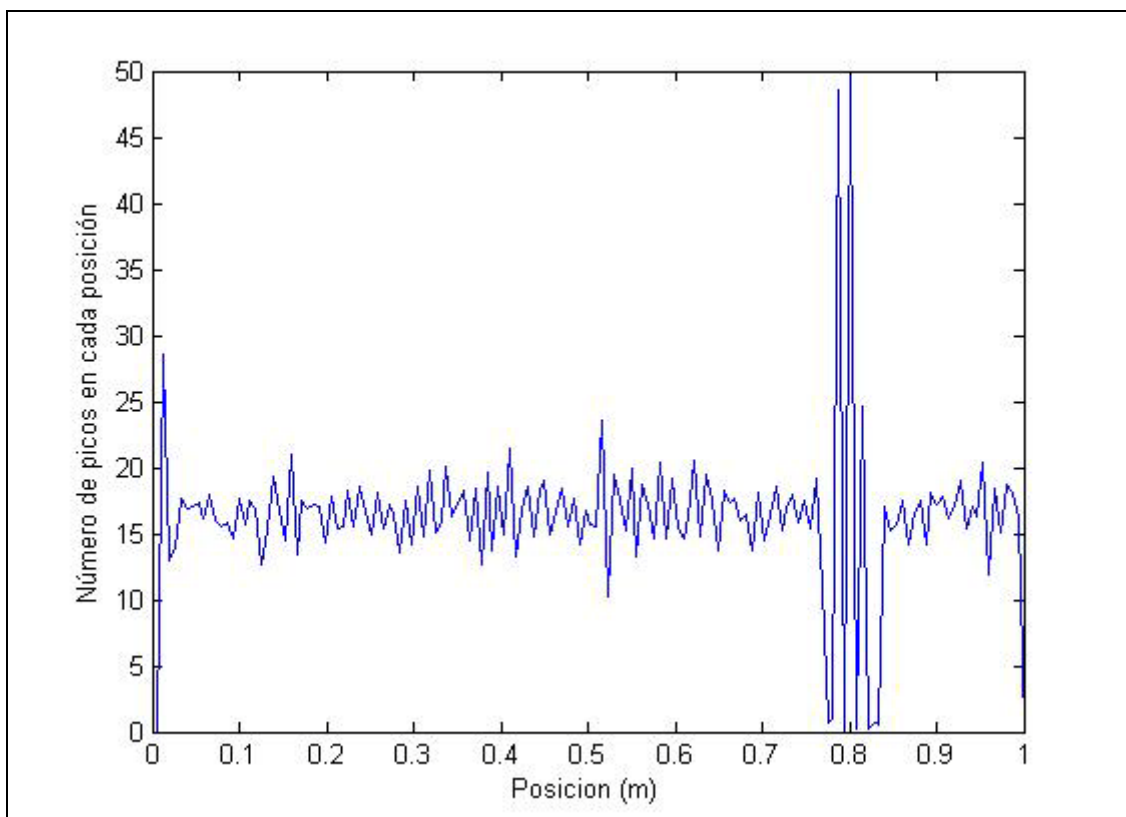
**POSICION "101":** En la grafica representado por la posición 0,68 m



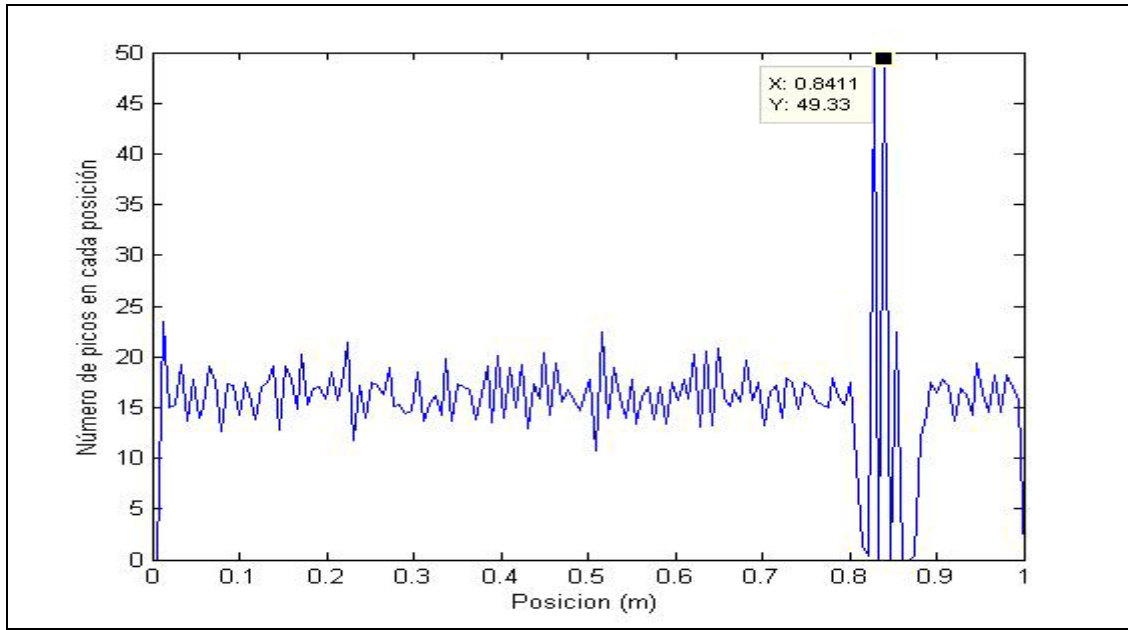
**POSICION "111"**: En la grafica representado por la posición 0,74 m



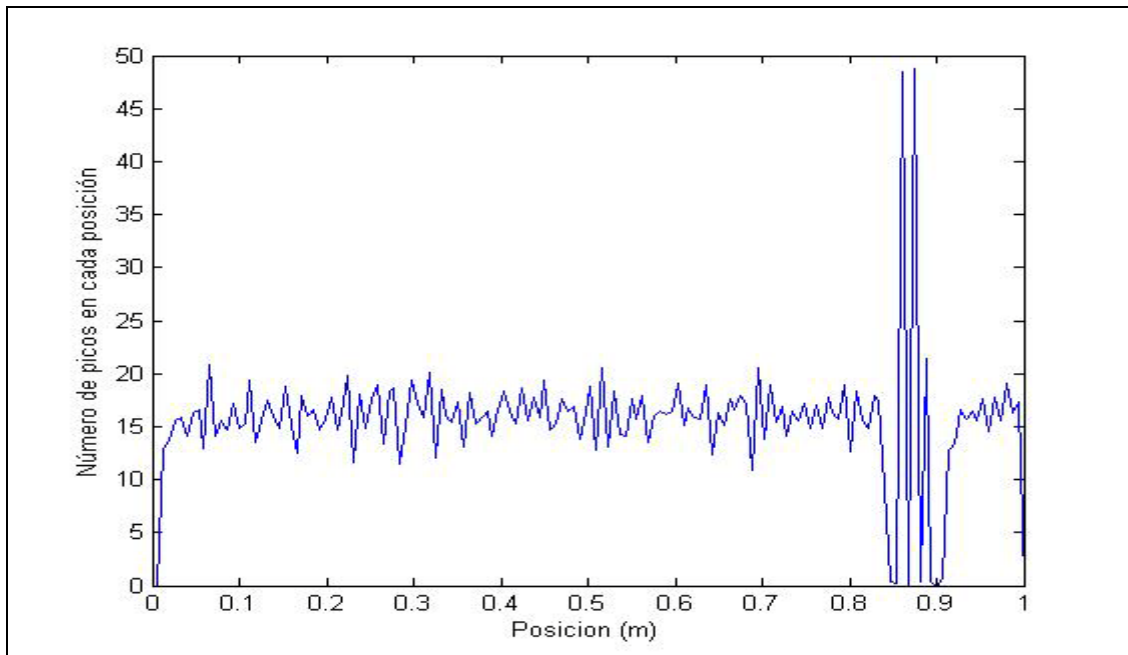
**POSICION "119"**: En la grafica representado por la posición 0,79 m



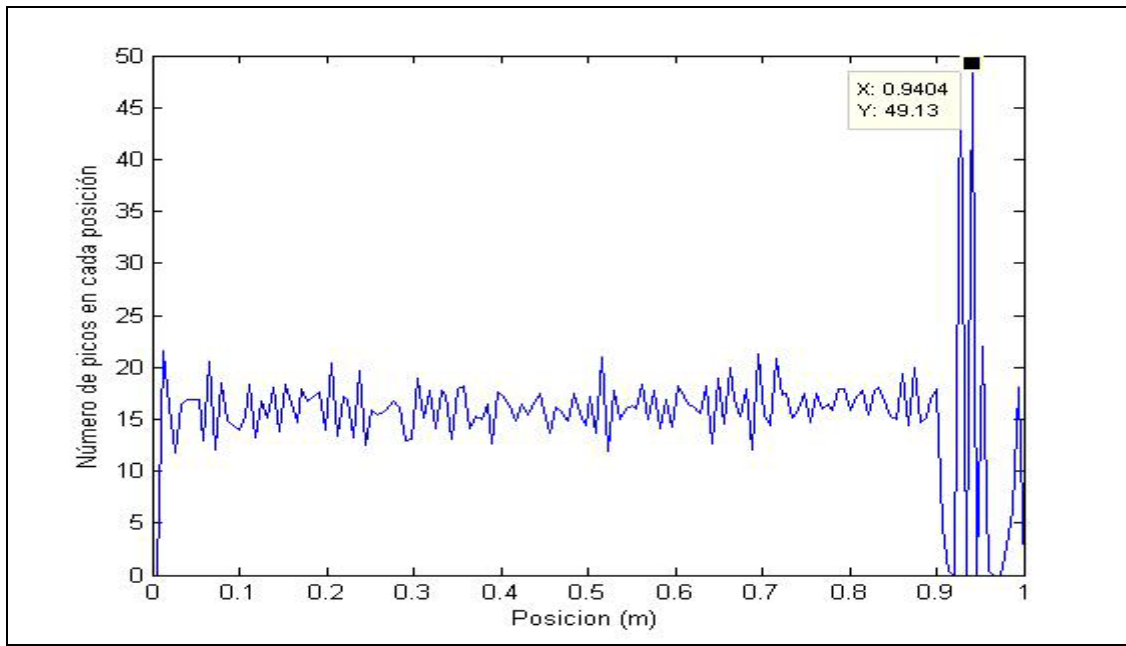
**POSICION "125"**: En la grafica representado por la posición 0,83 m



**POSICION "130"**: En la grafica representado por la posición 0,87 m



**POSICION "140":** En la grafica representado por la posición 0,933 m



En resumen, en cada una de las graficas los picos aparecen de una forma bastante clara en la posición fijada , lo cual permite su detección.

En la grafica de la posición 20 se ha observado una singularidad ya que aparece un pico pero no esta lo suficientemente separado de los demás, por otra parte hay otro pico mayor que no se ha podido detectar correctamente, incluso después de repetir el procedimiento varias veces desde la obtención de los datos

En general el numero de picos esta alrededor de los 50 menos el las posiciones "20" y "40" que se encuentra por debajo



#### **4.4.4\_CONCLUSIONES**

Como se expuso en el primer capítulo, el objetivo de este proyecto es estudiar mediante el método de simulación por redes "MSR", simulación numérica de fenómenos ondulatorios y vibratorios, en concreto al proceso físico de vibraciones transversales en barras, comprobar la validez de los resultados obtenidos mediante la transformada wavelet "TW". La cual detecta defectos en una barra dañada a partir de sus vibraciones transversales, simuladas con el MSR, tanto con señales espaciales como temporales.

En el capítulo 2 se han expuesto los modelos en red necesarios para la simulación con el MSR de las vibraciones en la barra los cuales posteriormente se han detallado la detección de defectos con la TW a partir de datos de vibraciones transversales, se ha cumplido. En el Capítulo 4 se ha expuesto el estudio realizado con un proceso físico de vibraciones y dentro de éstas, se ha utilizado una señal: espacial (medidas a lo largo de la barra en un tiempo fijo).

En general, se puede afirmar que, al igual que sucede con otros métodos numéricos, los resultados obtenidos son satisfactorios, siempre y cuando la variable que se quiera estudiar no sufra cambios muy bruscos de valor.

## Referencias

- 1.- Liliana Romo Melo, "Diagnóstico de daño en disipadores de energía histeréticos tipo WPD para el control pasivo en estructuras sismorresistentes mediante análisis de vibraciones en el dominio de la frecuencia", Tesis Doctoral, Departamento de Física Aplicada, Universidad de Granada, 2012.
  - 2.- Pablo Moreno García, "Simulación y ensayos de vibraciones en placas de material compuesto de fibra de carbono y detección de daño mediante la Respuesta en Frecuencia y la Transformada Wavelet", Tesis Doctoral, Departamento de Física Aplicada, Universidad de Granada, 2012.
  - 3.- A. Rytter, "Vibration based inspection of civil engineering structures", Tesis Doctoral, Department of Building Technology Structural Engineering. Universidad de Aalborg, Dinamarca, 1993.
  - 4.- C.P. Fritzen, G. Mengelpkamp, A. Güemes, "A CFRP plate with piezoelectric actuators and sensors as self-diagnosing intelligent structure", International Conference on Noise and Vibration Engineering, ISMA, pp. 185-191, Leuven, Belgium, 2002.
  - 5.- L. W. Nagel, "SPICE2, a computer program to simulate semiconductor circuits" Tesis Doctoral, Universidad de California, Berkeley, 1975.
  6. MicroSim Pspice.
- [7] S. H. Han, H. Benaroya, T. Wei, "Dynamics of transversely vibrating beams using four engineering theories", Journal of Sound and Vibration, 225 (5), pp. 935-988, 1999.